Užití Cabri 3D ve výuce na základních a středních školách

Use of Cabri 3D in primary and secondary schools

Diplomová práce

Ivana Kapounová

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

2009

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě pedagogickou fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích, dne..................................

....

Anotace

Tato diplomová práce je zaměřena na vytvoření pracovních listů z oblasti stereometrie, které by měly žákům usnadnit rozvoj prostorové představivosti a zároveň pomoci učitelům při výuce stereometrie na základních školách. Tyto pracovní listy jsou vytvořeny s využitím programu Cabri 3D geometrie.

Klíčová slova: stereometrie na základní a střední škole, výuka s podporou počítače, program Cabri 3D, prostorová představivost

Abstract

This thesis is aimed at creating work sheets from the area of solid geometry. It should make easy spatial imagination to students and help teachers at basic schools by teaching solid geometry as well. These work sheets are made by using Cabri 3D geometry software.

Keywords: primary school and secondary school solid geometry, teaching with the help of computers, Cabri 3D geometry, spatial imagination

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu prof. RNDr. Pavlu Pechovi, CSc. za cenné rady a připomínky, kterými mi pomohl při psaní diplomové práce.

Ještě bych chtěla poděkovat svým rodičům a svému příteli Zdeňkovi, kteří mě podpořili v době mého studia.

Obsah

Obsah obrázků

1 ÚVOD

Výběr tématu

Název mé diplomové práce „Užití Cabri 3D na základních a středních školách“ Vám již na první pohled napověděl, že zaměření mé práce bude směřovat k bližšímu seznámení s tímto matematickým programem a jeho uplatněním při výuce.

A co mě vedlo ke zvolení tohoto tématu diplomové práce? Většina žáků na základních a středních školách má veliké problémy s prostorovou představivostí, proto jsem se rozhodla pro základní školy vypracovat učební materiál v podobě pracovních listů, který by jim a zároveň i učitelům s tímto problémem pomohl.

Vedly mě k tomu tyto příčiny:

- Žáci základních a středních škol mají problémy s prostorovou představivostí.
- Program Cabri 3D v2 umožňuje pohyblivé otáčení vymodelovaným tělesem a tím žákům usnadňuje představu o tom, jak dané těleso vypadá.

Sice název mé diplomové práce v sobě zahrnuje i „střední školy“, ale zaměřila jsem se především na pracovní listy pro základní školy, jelikož moje aprobace je právě pro tento typ škol.

Středním školám je věnována jedna kapitola, která v sobě obsahuje několik typových příkladů vhodných pro zpracování za pomoci softwaru Cabri 3D. Sice by si možnost využití Cabri 3D na středních školách zasloužila větší propracovanost, ale to už je spíše vhodné téma pro další diplomovou práci.

Cíl práce

Cílem mé diplomové práce je vytvoření série pracovních listů zabývajících se stereometrií pro základní školy, které usnadní žákům pohled na prostorová tělesa.

Při vytváření pracovních listů využiji program Cabri 3D geometrie ve formě obrázků (znázorňujících zadání úlohy) anebo žáci s tímto programem budou přímo pracovat na základě zadaných úloh.

2 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST

2.1 Představy a představivost

Představu chápeme jako schopnost vytváření psychických obrazů nepřítomných předmětů, osob, situací apod. Ve skutečnosti je to však jejich psychická reprezentace v mysli člověka.

Na základě zdokonalení vyšší nervové soustavy se u člověka rozvinula schopnost vytvářet představy. Proto se v psychologii věnuje velká pozornost k vytváření představ a k představivosti vůbec.

Představy jsou časového charakteru, proto představám, které se nacházejí v minulosti, říkáme vzpomínky. Představám, které však mají kladné citové založení, pak říkáme přání a těm, které mají záporné citové založení, ty nazýváme strach nebo obavy, které ovlivňují výkon jednotlivce, protože navozují úzkost.

Představivost má důležitou úlohu v rozvoji duševního života jedince či skupiny, protože představy umožňují vzájemnou kooperaci ve společné činnosti.

Základním kritériem představ je způsob jejich vzniku. Mezi tyto představy patří:

- *Paměťové představy* – vznikají ze starších vjemů anebo ze starší složitější zkušenosti smyslové povahy. Jsou úlomkovité.
- *Fantazijní představy* – vznikají nejčastěji zmenšováním jednotlivých částí stop minulých, spojením některých částí paměťové představy anebo zvětšováním původních jemných detailů celku.
- *Představy anticipační* – vznikají na základě vztahu k činnosti, především k jejímu cíli.

Druhým kritériem představ je smyslová modalita, ve které se představy nejčastěji vyskytují a která dominuje nad ostatními. Nejčastěji se rozlišují tři typy, kdy záleží, zda převažuje auditivní, vizuální nebo motorická podoba představových obsahů.

Třetí kritérium vychází z konkrétnosti či abstraktnosti, zlomkovitosti či schematičnosti představ.

2.2 Pojem prostorová představivost

S představami souvisí pojem představivost, kterou např. Hartl (1964) vymezuje jako schopnost vytvářet představy, a hovoří o ní, že je předpokladem k tvoření činnosti, zvlášť v situacích problémových. (Vidermanová [10], s. 85)

Představivost je schopnost vytvářet představy, ať již těch objektů, které byly dříve vnímány, nebo těch, s nimiž se jedinec smyslově nesetkal, nebo i těch, které neexistují mimo jeho mysl. (Leischner [11], s. 8)

Pojem prostorová představivost bychom vysvětlili za pomoci dalších definic:

Půlpán Z., Kuřina F., Kebza V. (1992):

Představivost chápeme jako základní psychickou funkci, jež zajišťuje možnost aktuálního psychického zpřítomnění jevů, jež nejsou de facto přítomny, a to jak ve smyslu rekonstruujícím, tj. ve smyslu nového vyvolání již známých podnětů z minulosti, tak ve smyslu konstruktivním, invenčním, tj. z hlediska tvorby originálních, pouze na představách založených a de facto dosud neexistujících produktů. (Leischner [11], s. 8)

Hartl P. a Hartlová J. (2000):

Představivost (imagination) je schopnost vybavit si a vytvářet představy; liší se v množství a souhlasnosti s realitou, je předpokladem tvořivé činnosti, zvláště v situacích problémových. Obrazotvornost (imagination) je rozlišována od fantazie jako schopnost tvorby obrazů, představ či idejí využitelných v praktické činnosti člověka. Obrazivost (imagery) je představivost, která je zdrojem myšlení a tvoření. (Leischner [11], s. 9)

Nigel. J. T. Thomas (2003):

Představa (mental imagery), často neformálně popisována jako „vidění v mysli oka“, „vizualizace“ apod., je kvasiperceptuální zážitek: významově připomíná vjem, ale vyskytuje se za nepřítomnosti příslušných percentuálních podnětů. (Leischner [11], s. 9)

Gardner (1999):

Vnímá prostorovou představivost jako prostorovou inteligenci, jejímž jádrem jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné jinačí podněty nepůsobí. (Vidermanová [10], s. 85)

Říčan (1972):

Zahrnuje pod pojmem prostorová představivost tři praktické důležité schopnosti. Především je to prostorová orientace, při které jde o určování polohy člověka v jeho okolí, jaké potřebuje např. letec nebo skokan. Dále je to vizualizace, která nám umožňuje představit si, do jakých vzájemných vztahů se dostanou předměty mimo nás, jak se ocitnou v určitých polohách. Uplatňuje se např. v deskriptivní geometrii. Třetí složkou prostorové představivosti je kinestetická představivost, kterou potřebuje např. technik, aby mohl určit výsledný pohyb různých soukolí apod. (Vidermanová [10], s. 85)

2.3 Pět úrovní myšlení v geometrii

Podle A. A. Stoljara existuje pět úrovní myšlení v geometrii, z kterých má každá vlastní jazyk, symboliku a způsob logického zpracování geometrického učiva.

Jako výchozí je první úroveň myšlení. Objevuje se již u předškolních dětí a žáků nejnižších ročníků základní školy. V tomto období žáci rozeznávají geometrické útvary jako celky, ale i podle tvaru, umí je pojmenovat, ale nedovedou stanovit jejich společné vlastnosti.

Ve druhé úrovni již žáci umí rozlišovat jednotlivé vlastnosti geometrických útvarů a jejich částí, určují vztahy mezi jednotlivými útvary na základě pozorování, experimentování, modelování a porovnávání. Nemají ještě jednotlivé útvary logicky uspořádány, jenom je popisují, ale nedefinují. Této úrovně znalostí by měli dosáhnout žáci prvního stupně základní školy.

Žákům druhého stupně základní školy je již dostupná třetí úroveň myšlení. Žáci uspořádávají logicky jednotlivé útvary, určují jejich vztahy, dokážou odvozovat vlastnosti a postupně se seznamují s definicemi.

Čtvrtá úroveň myšlení je dostupná žákům středních škol, kdy se seznamují s axiomatickou výstavbou geometrie.

Studenti vysokých škol dosahují páté úrovně myšlení, kde geometrie je všeobecnou teorií s konkrétní interpretací.

Na základě výuky, jejím obsahu a metodách práce závisí přechod mezi jednotlivými úrovněmi. Tento přechod může být buď rychlejší, nebo pomalejší, ale musí být postupný.

3 STEREOMETRIE

Stereometrie se zabývá studiem prostorových útvarů. Mezi tyto útvary patří např. krychle, kvádr, hranol, kužel, jehlan a další. Slovo stereometrie je řeckého původu a v překladu znamená „měření těles.“

Na rozdíl od planimetrie, kde všechny útvary leží v jedné rovině, může být ve stereometrii těchto rovin nekonečně mnoho.

3.1 Rozdíl cílů ve vyučování planimetrie a stereometrie

Ve vyučování

planimetrie sledujeme:	**stereometrie sledujeme:**
- zručnost v rýsování, přesnost	- zručnost v rýsování, ani ne tak v přesnosti, jako v schopnosti názorně zachytit prostorovou situaci v rovinném obrázku
- analýzu obrázku – dokreslit podstatné, nevšímat si nepodstatného	- analýzu obrázku – schopnost vidět rovinný obrázek prostorově, najít správný úhel pohledu
- konstrukční úlohy – využitím vlastnosti rovinných útvarů	- konstrukci těles, řezy, sítě + velký důraz na prostorovou představivost
- argumentaci	- ozřejmování
- grupy transformací v rovině	- grupy transformací v prostoru

- axiomatizaci

(Hejný [12], s. 354)

3.2 Problémy ve stereometrii

Před pár lety se na základních a středních školách věnovala stereometrii velká pozornost, a to nejen v matematice, ale i v deskriptivní geometrii. V současné době se většina učitelů výuce stereometrie vyhýbá, protože se jim zdá probírané učivo pro žáky obtížné, protože žáci mají různé dispozice prostorové představivosti. Nedomnívám se však, že žáci se slabšími dispozicemi nemají vůbec možnost se něco naučit nebo svoje schopnosti zlepšit. Naopak bychom jim měli pomoct tuto schopnost rozvíjet.

Dalším problémem je, že učivo stereometrie bývá velmi často minimalizováno do několika hodin. Často se uvádí, že příčinou je nedostatek času. Většina učitelů tak vyučuje stereometrii ke konci školního roku v několika málo hodinách, kde se především zaměřují na výpočet povrchů a objemů těles.

3.3 Metodika stereometrie

3.3.1 Dvě koncepce

Od narození se člověk pohybuje v prostoru. Všechno, co vidí, čeho se dotýká, co vnímá, je trojrozměrné. Trojrozměrnost prostoru si člověk málo uvědomuje a schopnost představit si prostorovou situaci nám není vrozená. Tuto schopnost musíme rozvíjet.

Prostorová představivost u dětí se začíná rozvíjet už v předškolním věku různými aktivitami, kdy děti začínají přicházet do styku s geometrickými objekty. Nejčastěji je to hra s kostkami. Následně se tato schopnost začne záměrně rozvíjet ve škole.

Prostorovou představivost můžeme rozvíjet na základě dvou protichůdných názorů:

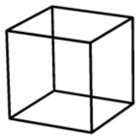
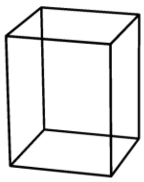
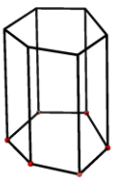
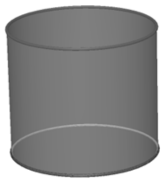
Prvním názorem je, že základem vyučování stereometrie jsou pojmy bod, přímka, rovina a relace incidence. Jsou to základní kameny stereometrických představ, a proto je třeba je dát do základů vyučování stereometrie. To vychází z Komenského zásady „od jednoduchého ke složitému“.

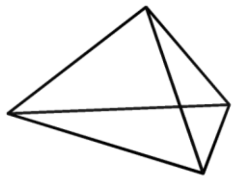
Podle druhého názoru má vyučování stereometrie navazovat na předškolní zkušenosti dítěte získané při hře s kostkami. Kostka by tedy měla být základním objektem poznávání stereometrie a úlohou školy je ukázat dítěti cestu k zvědomění vnímaných jevů a k rozšíření geometrických her.

Většina učitelů se ale řídí druhým názorem. Pojem rovina je sice základním pojmem teoretické stereometrie, ale řešit stereometrické příklady jenom na základě rovinného zobrazení a pomocí výpočtů je značně namáhavé a pro žáky téměř nesrozumitelné.

3.4 Tělesa

Mezi základní tělesa stereometrie, která by měli znát žáci základních a středních škol, patří:

Název	Obrázek	Charakteristika
Krychle		všechny stěny jsou shodné čtverce
Kvádr		protější stěny jsou shodné obdélníky, popř. čtverce
Hranol		podstavy jsou shodné mnohoúhelníky, boční stěny jsou rovnoběžníky, pravidelný n-boký hranol – podstavy jsou pravidelné n-úhelníky, boční stěny jsou shodné obdélníky, popř. čtverce
Rotační válec		vznikne rotací obdélníku, popř. čtverce kolem přímky, která obsahuje jeho jednu stranu

Čtyřstěn		všechny stěny jsou trojúhelníky, pravidelný čtyřstěn – všechny stěny jsou shodné rovnostranné trojúhelníky
Jehlan		podstavou je mnohoúhelník, boční stěny jsou trojúhelníky, pravidelný n-boký jehlan – podstavou je pravidelný n-úhelník, boční stěny jsou shodné rovnoramenné trojúhelníky
Rotační kužel		vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem přímky, která obsahuje jeho jednu odvěsnu

Tab. 3.1 Přehled základních těles (Pomykalová [3], s. 9)

3.5 Volné rovnoběžné promítání

Při výuce stereometrie můžeme použít pro názornost trojrozměrné modely geometrických útvarů, ale to je prakticky obtížné. Proto si řešení těchto úloh usnadňujeme zobrazením prostorových útvarů do roviny. Těmito zobrazovacími metodami se zabývá samostatná geometrická disciplína, kterou je *deskriptivní geometrie*.

Při zobrazování těles ve volném rovnoběžném promítání používáme tyto zásady:

- Rovinný obrazec ležící v rovině rovnoběžně s nákresnou (tzv. průčelná poloha) se zobrazí ve skutečné velikosti.
- Dvě rovnoběžné přímky se zobrazí jako rovnoběžky.
- Dvě rovnoběžné a shodné úsečky se zobrazí jako rovnoběžné shodné úsečky.
- Úsečky kolmé k nákresně zobrazujeme tak, že svírají s horizontálními přímkami úhel 45° a jejich velikost zkracujeme na polovinu.

3.6 Polohové vlastnosti

3.6.1 Základní pojmy

Mezi základní geometrické pojmy patří: bod, přímka a rovina.

Body označujeme zpravidla velkými písmeny latinské abecedy (např. A, B, C, …), přímky malými písmeny latinské abecedy (např. a, b, c, d, …). Roviny označujeme obvykle malými písmeny řecké abecedy (např. $\rho, \omega, \ldots$).

Na každé přímce a v každé rovině je nekonečně mnoho bodů, jsou to tedy příklady nekonečných bodových množin. Pro *množiny bodů* (bodové množiny) v geometrii se užívá také názvu *geometrický útvar*.

3.6.2 Základní věty o incidenci bodů, přímek a rovin v prostoru

Tyto věty jsem čerpala z knihy: Přehled středoškolské matematiky od J. Poláka.

Věta 1: Dvěma různými body A, B prochází právě jedna přímka p. Říkáme, že **přímka** p je **určena** body $A, B,$ a píšeme $p = \leftrightarrow AB$ nebo $p = \leftrightarrow BA$.

Věta 2: Leží-li dva různé body A, B v rovině ρ, leží i přímka jimi určená v rovině ρ ($A \in \rho \wedge B \in \rho \Rightarrow \leftrightarrow AB \subset \rho$).

Věta 3: Danou přímkou p a daným bodem X ležícím mimo ni prochází právě jedna rovina ρ.

Věta 4: Třemi danými body $A, B, C,$ které neleží v přímce, prochází právě jedna rovina ρ.

Věta 5: Dvěma různými přímkami $p, q,$ které mají společný bod, prochází právě jedna rovina ρ.

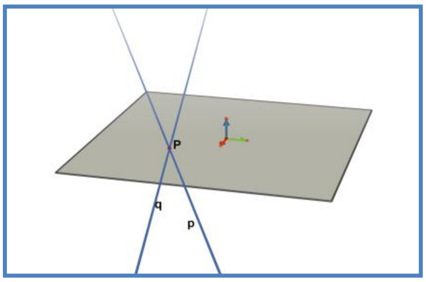
V případech uvedených ve větách 3, 4, a 5 říkáme, že *rovina* ρ je *určena* danými body a přímkami, a píšeme $\rho = \leftrightarrow pX$, $\rho = \leftrightarrow ABC$, $\rho = \leftrightarrow pq$.

Věta 6: Procházejí-li dvě různé roviny ρ, σ týmž bodem A, obsahují právě jednu přímku p, která prochází bodem A. Mimo tuto přímku p nemají už žádný společný bod.

3.6.3 Vzájemná poloha přímek

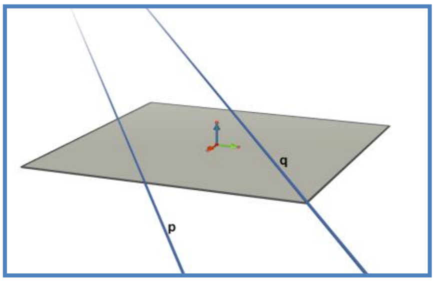
V prostoru jsou tři možnosti vzájemné polohy dvojice přímek:

- Dvě různé přímky $p, q,$ které mají právě jeden společný bod P, leží v téže rovině; takové přímky se nazývají *různoběžné přímky* (různoběžky). Bodu P se říká *průsečík* různoběžek; píšeme $p \cap q = P$.



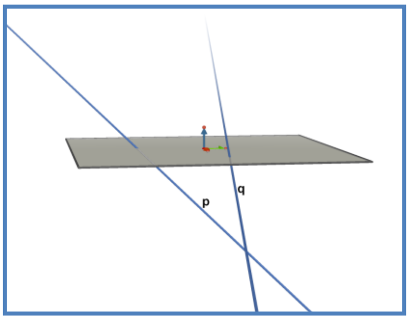
Obr. 3. 1 Různoběžné přímky

- Dvě různé přímky p, q v prostoru, které leží v jedné rovině a nemají žádný společný bod, se nazývají *rovnoběžné přímky* (rovnoběžky). Je účelné pokládat též v prostoru dvě splývající přímky p, q $(p = q)$ za rovnoběžky.



Obr. 3. 2 Rovnoběžné přímky

- Dvě různé přímky p, q v prostoru, které nemají žádný společný bod a neleží v jedné rovině, se nazývají *mimoběžné přímky* (mimoběžky). Zápisem $p \nparallel q$ pro přímky p, q v prostoru se rozumí, že nejsou rovnoběžné, tj. jsou buď různoběžné, nebo mimoběžné.

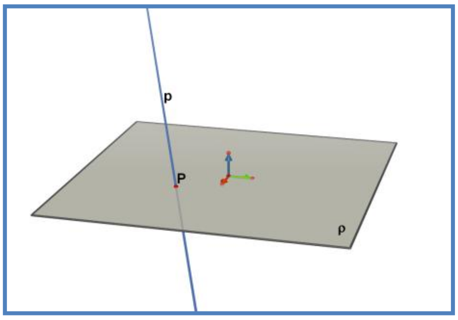


Obr. 3. 3 Mimoběžné přímky

3.6.4 Vzájemná poloha přímky a roviny

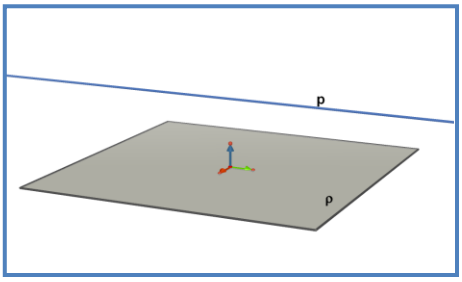
Může být dvojí:

- Neleží-li přímka p v rovině q, má s ní společný nejvýše jeden bod. Jestliže má přímka p s rovinou ρ společný právě jeden bod P, říkáme, že *přímka* p je *různoběžná s rovinou* ρ. Bod P se pak nazývá *průsečík* přímky p s rovinou ρ: píšeme $p \cap \rho = P$.



Obr. 3. 4 Přímka *p* je různoběžná s rovinou ρ

- Nemá-li přímka p s rovinou ρ žádný společný bod $p \cap \rho = \emptyset$ nebo leží-li v rovině ρ $p \subset \rho$, říkáme, že přímka p je *rovnoběžná s rovinou* ρ; píšeme $p \parallel \rho$. Zápisem $p \nparallel \rho$ se rozumí, že přímka p není rovnoběžná s rovinou ρ, tj. je s ní různoběžná.

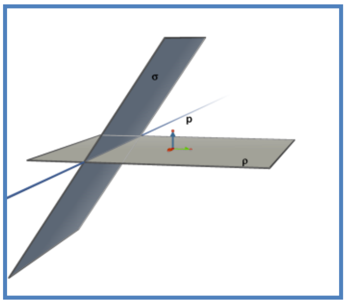


Obr. 3. 5 Přímka *p* rovnoběžná s rovinou ρ

3.6.5 Vzájemná poloha dvojice rovin

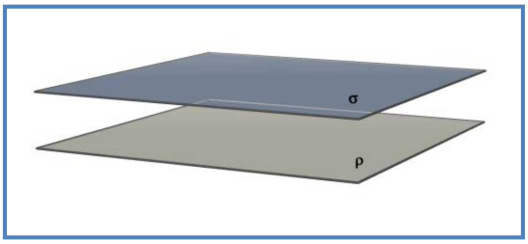
Jsou to tyto možnosti:

- Dvě různé roviny $\rho, \sigma,$ které mají společnou právě jednu přímku $p,$ se nazývají *různoběžné roviny*. Přímku p nazýváme *průsečnicí* rovin ρ, σ a píšeme $\rho \cap \sigma = p.$



Obr. 3. 6 Různoběžné roviny

- Dvě různé roviny $\rho, \sigma,$ které nemají žádný společný bod, se nazývají *rovnoběžné roviny*. Je účelné pokládat také dvě splývající roviny $\rho, \sigma (\rho = \sigma)$ za rovnoběžné roviny. Jsou-li ρ, σ rovnoběžné roviny, píšeme $\rho \parallel \sigma$. Zápisem $\rho \nparallel \sigma$ se rozumí, že roviny ρ, σ jsou různoběžné.

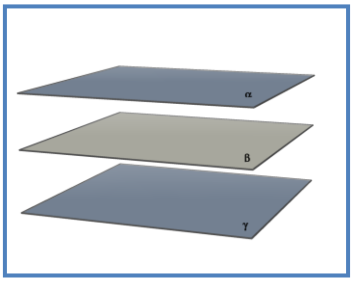


Obr. 3. 7 Rovnoběžné roviny

3.6.6 Vzájemná poloha tří různých rovin

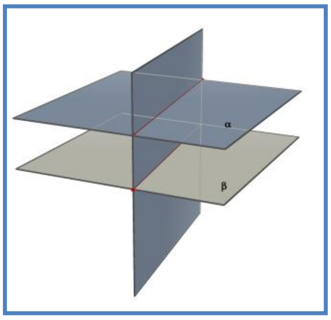
Pro vzájemnou polohu tří různých rovin může nastat jedna z těchto pěti možností:

- Každé dvě z daných rovin jsou rovnoběžné.



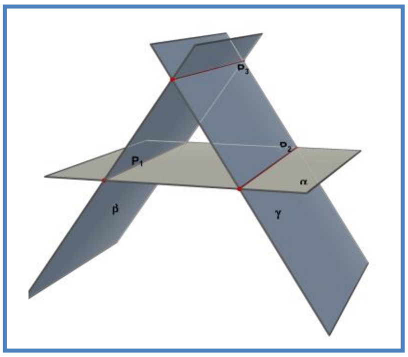
Obr. 3. 8 Každé dvě roviny jsou rovnoběžné

- Dvě z daných rovin jsou rovnoběžné, třetí je s nimi různoběžná a protíná je v rovnoběžných průsečnicích.



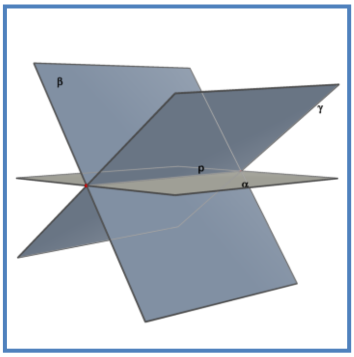
Obr. 3. 9 Dvě rovnoběžné roviny a třetí s nimi různoběžná

- Každé dvě z daných rovin jsou různoběžné a všechny tři průsečnice jsou navzájem rovnoběžné a různé.



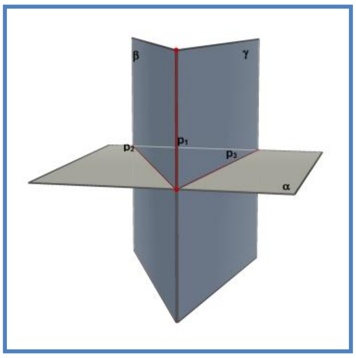
Obr. 3. 10 Všechny průsečnice jsou různoběžné

- Každé dvě z daných rovin jsou různoběžné a všechny tři průsečnice splývají v jedinou přímku.



Obr. 3. 11 Všechny průsečnice splývají v jednu přímku

- Každé dvě z daných rovin jsou různoběžné, všechny tři průsečnice jsou různoběžné a procházejí jediným společným bodem všech tří rovin.



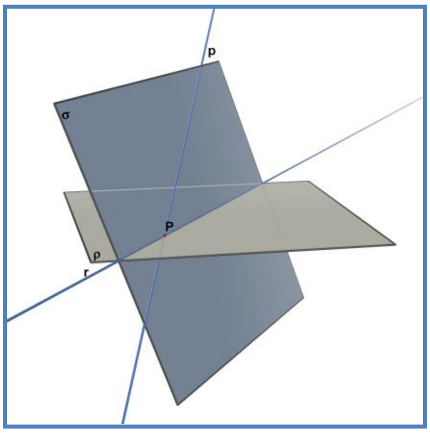
Obr. 3. 12 Průsečnice procházejí jediným společným bodem

3.7 Řešení polohových konstrukčních úloh

3.7.1 Průsečík přímky a roviny

Je-li přímka p různoběžná s rovinou ρ, pak jejich průsečík získáme takto:

1. Přímkou p proložíme vhodnou rovinu σ, která je s rovinou ρ různoběžná.
2. Určíme průsečnici r rovin σ a ρ.
3. Průsečík P přímek p a r je hledaný průsečík přímky p a roviny ρ.



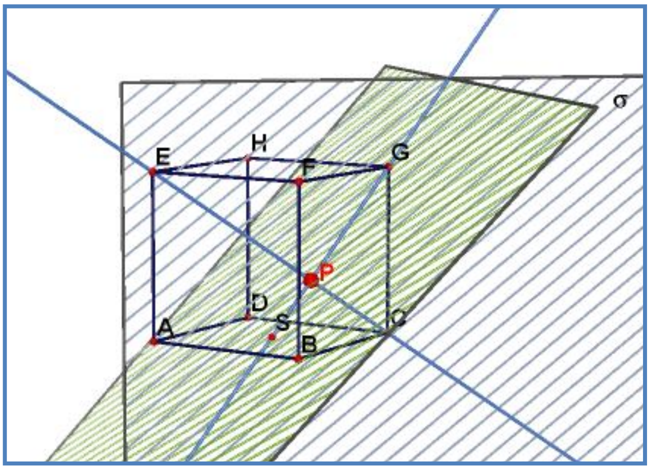
Obr. 3. 13 Průsečík přímky a roviny

Příklad 1

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Sestrojte průsečík přímky CE a roviny BDG. (Pomykalová [3], str. 39)

Řešení:

Jako rovinu σ můžeme volit rovinu ACE. Průsečnice rovin BDG a σ je přímka GS (bod S je střed stěny $ABCD$). Hledaným průsečíkem přímky CE s rovinou BDG je průsečík P přímek CE a GS.



Obr. 3. 14 Příklad 1

3.7.2 Řez tělesa rovinou

Je v podstatě průnik tělesa a roviny. Je to rovinný útvar, jehož hranice je průnik hranice tělesa a roviny řezu. Hranice řezu hranolu, popř. jehlanu se skládá z průniků roviny řezu se stěnami hranolu, popř. jehlanu. Sestrojit řez rovinou tedy znamená sestrojit průsečnice dané roviny s rovinami jednotlivých stěn.

Při konstrukci řezů jsou důležité tyto věty:

Věta 1: Leží-li dva různé body v rovině, pak přímka jimi určená leží také v této rovině.

Věta 2: Dvě rovnoběžné roviny protíná třetí rovina ve dvou rovnoběžných přímkách.

Věta 3: Jsou-li každé dvě ze tří rovin různoběžné a mají-li tyto tři roviny jediný společný bod, procházejí tímto společným bodem všechny tři průsečnice.

A jaké jsou důsledky těchto vět, které využíváme při konstrukci řezů?

Důsledek 1: Leží-li dva různé body roviny řezu v rovině některé stěny, leží v rovině této stěny i jejich spojnice. Průnik spojnice a stěny je jednou stranou řezu.

Důsledek 2: Jsou-li roviny dvou stěn rovnoběžné a přitom různoběžné s rovinou řezu, jsou průsečnice roviny řezu s rovinami těchto stěn rovnoběžné.

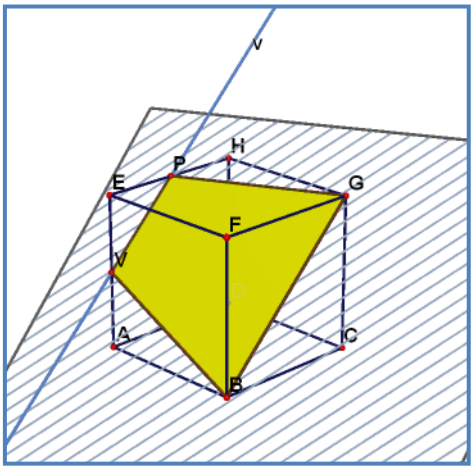
Důsledek 3: Průsečnice rovin dvou sousedních stěn (tj. stěn se společnou hranou) s rovinou řezu a přímka, v níž leží společná hrana, se protínají v jednom bodě.

Příklad 2

Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou ρ určenou body B, G, V, kde V je středem hrany AE. (Pomykalová [3], str. 41)

Řešení:

Průnikem roviny ρ a stěny $BCGF$ je úsečka BG, průnikem roviny ρ a stěny $ABFE$ je úsečka BV (D1). Roviny ADH a BCG jsou rovnoběžné, proto jejich průsečnice s rovinou ρ (přímky BG a $v, V \in v$) jsou rovnoběžné (D2). Přímka v protne hranu EH v bodě P; bod P je středem hrany EH. Úsečka GP je zbývající stranou řezu (D1). Řezem je čtyřúhelník $BGPV$.



Obr. 3. 15 Příklad 2

3.7.3 Průnik přímky s tělesem

Řešíme ho podobně jako průnik přímky s rovinou, tzn. přímkou proložíme libovolnou rovinu, určíme řez tělesa touto rovinou a průnik přímky s řezem tělesa je zároveň průnik přímky s tělesem.

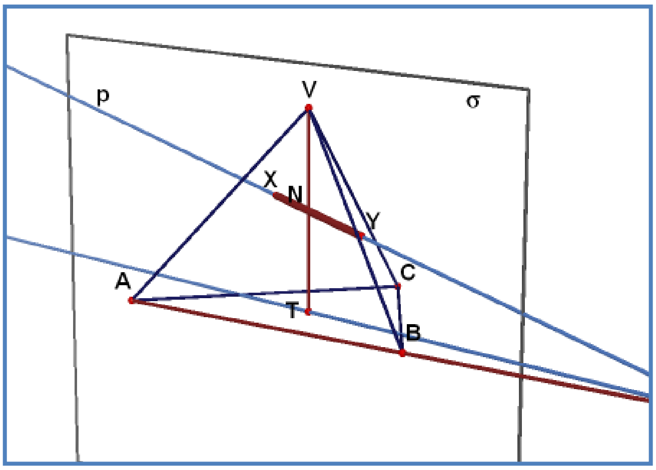
Je-li těleso hranol, je vhodné proložit přímkou rovinu rovnoběžnou s bočními hranami hranolu, tzv. *směrovou rovinu*. Je-li těleso jehlan, proložíme přímkou rovinu, která obsahuje hlavní vrchol jehlanu, tzv. *vrcholovou rovinu*.

Příklad 3

Sestrojte průnik trojbokého jehlanu $ABCV$ a přímky $p = \leftrightarrow MN$. Bod M je bodem polopřímky AB, tak že $|AM| = 2|AB|$, bod N je středem úsečky TV, kde bod T je těžiště trojúhelníku ABC. (Pomykalová [3], str. 47)

Řešení:

Přímkou p a vrcholem V je určena rovina σ. Průsečnice roviny σ a roviny podstavy je přímka MT, řez jehlanu rovinou σ je trojúhelník PVQ. Průsečíky přímky p s povrchem jehlanu jsou body X, Y, průnikem přímky p s jehlanem je úsečka XY.



Obr. 3. 16 Příklad 3

3.7.4 Příčka mimoběžek

Příčka mimoběžek je přímka, která mimoběžky protíná. Někdy příčkou dvou mimoběžek rozumíme úsečku s krajními body na mimoběžkách. Dvě mimoběžné přímky mají nekonečně mnoho příček. Aby úloha sestrojit příčku mimoběžek měla konečný počet řešení, je třeba připojit další podmínku.

Máme-li vést *příčku dvou mimoběžek daným bodem*, můžeme postupovat takto: Jednou mimoběžkou a daným bodem proložíme rovinu a určíme průsečík této roviny s druhou mimoběžkou. Spojnice průsečíku a daného bodu pokud není rovnoběžná s první mimoběžkou, je hledaná příčka. V případě rovnoběžnosti příčka neexistuje.

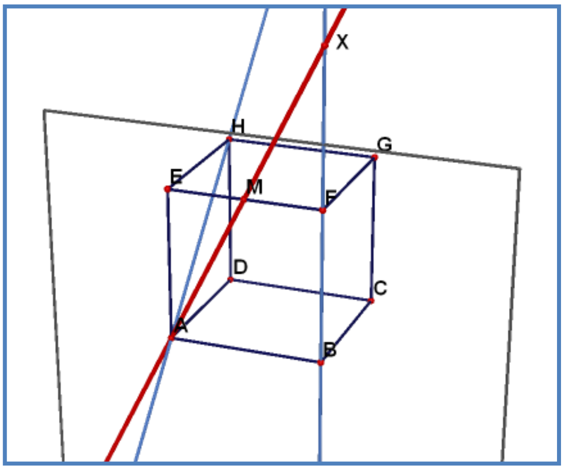
Obdobně řešíme úlohu vést *příčkou dvou mimoběžek, která má daný směr:* jednou mimoběžkou vedeme rovinu rovnoběžnou s daným směrem a určíme průsečík této roviny s druhou mimoběžkou. Příčka je určena tímto průsečíkem a daným směrem.

Příklad 4

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Najděte příčku mimoběžek AH a BF, která prochází bodem M, bod M je středem hrany EF. (Pomykalová [3], str. 48)

Řešení:

Rovina určená přímkou BF a bodem M je rovina stěny $ABFE$. Její průsečík s přímkou AH je bod A. Hledaná příčka je přímka AM, přímka BF protne v bodě X.



Obr. 3. 17 Příklad 4

4 SOFTWARE CABRI 3D

Technologie Cabri byla vyvinutá ve výzkumných laboratořích Centra National de la Recherche Scientifique (CNRS) a Joseph Fourier University v Grenobii ve Francii. Projekt začal v roce 1985, kdy se Jean-Marie Laborde rozhodl vytvořit dvojrozměrnou geometrii, která se lehčeji učí a radostněji vyučuje.

Použití počítačem podporované konstrukce geometrických útvarů přináší nové dimenze do klasického způsobu konstrukce používající papír, tužku, pravítko a kružítko.

4.1 Jak pomáhá Cabri 3D žákům

Použitím Cabri 3D se žáci naučí sestrojit, zkoumat a ovládat všechny druhy útvarů v trojrozměrném prostoru: přímky, roviny, kužele, koule, mnohostěny, … Dále jim umožní sestrojení dynamických konstrukcí od nejjednodušších po složitější a libovolné ovládání, měnění a předefinování útvarů podle potřeby. S Cabri 3D žáci objeví nápadný nástroj na pomoc při studiu a vhodného pomocníka při řešení geometrických problémů.

4.2 Porovnání verze Cabri 3D v1 s Cabri 3D v2

Verze Cabri 3D v2 je oproti předchozí verzi rozšířena o nový nástroj „Měření a výpočet“, který usnadní žákům algebraický pohled na stereometrii. Nejen že žáci pomocí tohoto nástroje změří délky, velikosti úhlů, spočítají obsah, povrch, objem a skalární součin, ale i zobrazí souřadnice (bodu, vektoru) a rovnice (přímky, roviny, koule) útvarů. K tomu jim i jako dobrý pomocník poslouží nástroj „Kalkulačka“.

4.3 Cabri 3D v2 x reálné 3D modely

Žáci mají problém vybavit si jednotlivá tělesa, proto většina učitelů používá při výuce stereometrie drátěné nebo dřevěné modely, ale je pro ně dost únavné neustále tyto modely nosit do hodiny, proto někteří z nich dávají žákům za úkol si vytvořit model tělesa tak, že si nakreslí jeho síť, kterou vystřihnou a slepí. Jenomže to by potom žáci mohli nosit do školy třeba i deset takových modelů. To nám ale může usnadnit software Cabri 3D, kde si žáci mohou jednotlivá tělesa vymodelovat a prohlédnout si je, jak vypadají v realitě nebo si učitelé mohou vytvořit daná tělesa a žákům je promítnout třeba za pomoci dataprojektoru. Nechci tím ale odsunout do pozadí reálné 3D modely nebo samotnou konstrukci sítí. Myslím si, že by byla vhodná kombinace obou možností.

4.4 Plug-in pro práci se soubory na webových stránkách

Na webových stránkách softwaru Cabri jsou ke stažení již vytvořené aplety, které mohou učitelé při výuce použít. Pokud by škola neměla dostatečné finanční zdroje na zakoupení tohoto softwaru, tak učitel může žákům jednotlivé aplety ukázat přímo na webových stránkách za pomoci plug-inu, který si nainstaluje.

5 PRACOVNÍ LISTY

Pracovní list je v podstatě předtištěný kus papíru, který je do jisté míry navržený jako pomocný materiál pro vzdělávání nebo pomáhá pro upřesnění učiva. Učitelé mohou pracovní listy používat několika způsoby. Nejčastěji jsou však využívány jako pomůcky pro upevnění učiva a zapamatování hlavních pojmů, ať již vyplňováním v průběhu hodiny nebo jako materiál pro domácí úkoly.

5.1 Co mě k nim přivedlo

Když jsem během praxí, které jsem absolvovala v průběhu studia, učila na základních školách stereometrii, tak jsem zjistila, že většina žáků má velké problémy s prostorovou představivostí a s přenesením modelů těles do reálného života. Když jsem se jich například zeptala: „Kde kolem sebe můžete najít krychli?“, tak mi většina z nich nedokázala odpovědět, přitom ji skoro všichni drželi v dětství v ruce v podobě hrací kostky od her.

5.2 Proč je vytvářet

Po příchodu do praxe je většina mladých učitelů plná elánu a nových nápadů, které se snaží uplatnit při výuce. Postupem času z nich však tato energie začíná vyprchávat, a když se jich zeptáte tak za deset let jejich praxe, zda ještě vytvářejí různé pomůcky pro zpestření a zlepšení kvality výuky, tak vám skoro všichni řeknou, že už delší dobu ne, protože na ně nezbývá čas kvůli různým pedagogickým činnostem a úkonům.

Proto jsem vytvořila tuto sérii pracovních listů, která pomůže nejenom žákům pro lepší pochopení učiva, ale usnadní tak i práci mou a ostatních učitelů během výuky. Sice nejsou vědecky prokázány velké rozdíly výuky s pomocí pracovních listů nebo bez jejich pomoci, ale jsou určitě zpestřením a lepší motivací pro žáky i učitele během výuky.

5.3 Učebnice

Během vypracování své diplomové práce jsem se setkala s několika učebnicemi pro základní a střední školy. Přišlo mi, že všechny tyto učebnice jsou zpracovány obdobným metodologickým postupem, ale uvědomila jsem si rozdíl oproti učebnicím, podle kterých se vyučovala moje generace.

Dnešní učebnice jsou po estetické stránce velice pěkně zpracovány, je v nich hodně grafiky, jejich autoři se snaží do nich zapojit i různé příklady ze života, ale přijde mi, že z nich neustálé ubývají příklady na procvičení.

Když vysvětlujete žákům novou látku, tak při procvičení použijete příklady z učebnice, ale potom se občas stává, že už vám nezbudou žádná cvičení pro domácí úkoly. Z tohoto důvodu se někteří učitelé vracejí zpátky ke starým učebnicím, odkud čerpají příklady na procvičení během výuky, aby jim pak zbyly příklady z nových učebnic na domácí úkoly.

Nové učebnice přibližují žáky více k reálnému životu, ale myslím si, že i starší učebnice mohou posloužit pro inspiraci alespoň učitelům, a proto by se na ně nemělo zapomínat.

5.4 Přiblížení pracovních listů

Než jsem začala tyto pracovní listy vytvářet, tak jsem nejprve prostudovala několik učebnic pro základní a střední školy a snažila jsem se vybrat co nejvhodnější příklady z praktického života. Protože když žákům zadáte příklady typu: „Vypočítej obsah krychle, znáš-li délku její hrany.“, tak to sice dokážou vypočítat na základě vzorečku, který jste jim nadiktovali, ale už si neuvědomí, proč to vůbec počítají. Z tohoto důvodu jsem volila příklady z reálného života, aby si žáci mohli uvědomit, že stereometrie není tak úplně zbytečná, jak si většina z nich myslí.

5.4.1 Tematické zaměření

Tematické zaměření pracovních listů se dělí podle učiva probíraného v jednotlivých ročnících.

Pro základní školy jsou tato témata:

- 6. ročník – krychle a kvádr
- 7. ročník – hranol
- 9. ročník - jehlan, kužel a válec

Zaměřila jsem se především na mnohostěny, protože vykreslení povrchu těles s kruhovou podstavou je obtížnější. V programu Cabri 3D sice existuje nástroj pro vytvoření sítě, ale pouze pro mnohostěny. Povrch kužele a válce se musí řešit geometricky.

5.4.2 Obsah jednotlivých témat

Každé téma pro základní školu obsahuje několik pracovních listů. Nejdříve jsem se zaměřila na příklady, které jsou vhodné pro upevnění a zopakování pojmů. Tyto příklady se vyskytují buď v prvním anebo i druhém pracovním listě. V dalších pracovních listech naleznete příklady na povrch a objem daného tělesa. Tyto příklady jsem vybírala tak, aby žákům přiblížily dané těleso po reálné stránce, a aby si ho dokázali představit v reálném světě.

5.4.3 Verze pracovních listů

Rozlišuji dvě verze pracovních listů, a to verzi pro žáky a dále pak verzi pro učitele. Verze pro učitele je v podstatě stejná jako pro žáky, ale je doplněna o kompletní řešení příkladů. Obě tyto verze budou zahrnuty v následující kapitole, která se bude věnovat „řešeným“ pracovním listům. Dále bude následovat kapitola s „neřešenými“ pracovními listy, která bude obsahovat několik pracovních listů sloužících jako další možné návrhy.

Z počátku jsem vytvářela u „řešených“ pracovních listů pracovní listy jenom pro žáky, ale později jsem dodělala i verzi pro učitele. K této myšlence mě přivedl jeden z ředitelů základních škol, kde jsem se byla zeptat na možnost ozkoušení pracovních listů ve výuce, který mi navrhl možnost, abych nechala pracovní listy učitelům matematiky, kteří by je rozdali žákům, za pomoci vyřešeného pracovního listu by je vyhodnotili, a nakonec by mi je odevzdali.

6 PRACOVNÍ LISTY PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Tato kapitola je věnována popisu jednotlivých řešených pracovních listů. Seznámíte se zde postupně s vybranými příklady, které by měly pomoci žákům zopakovat a upevnit již získané poznatky o daných tělesech.

Když jsem se zamýšlela, jaký vhodný typ příkladů zvolit, tak mi k tomu pomohla průběžná praxe. Měla jsem seznámit žáky s krychlí. Nejprve jsem jim vysvětlila jednotlivé pojmy (např. hrana, vrchol, stěna, …) na drátěném modelu krychle, následně jsem jim ukázala, jak si krychli načrtnou do sešitu. Pro některé z žáků to byl velký problém, a když jsem jim měla vysvětlit, aby si na příští hodinu přinesli z papíru vytvořený model krychle, tak jsem jim musela nejprve načrtnout síť krychle na tabuli a pak jim dlouze vysvětlovat, že si musí síť krychle narýsovat, protože kdyby si ji nakreslili od ruky, tak by ji potom neslepili. Tento problém mi pomohl naleznout příklady na upevnění pojmů a příklady na výpočet povrchu těles, kde se dá za pomoci programu Cabri 3D vytvořit síť daného tělesa, která žákům pomůže k nalezení vzorečku pro výpočet povrchu.

6.1 Krychle a kvádr

6.1.1 Krychle - Pracovní list č. 1

Tento pracovní list byl navržen proto, aby pomohl žákům přiblížit pojem objem krychle. V jednotlivých úkolech jsou zobrazeny útvary a úkolem žáků je buď spočítat z kolika krychliček se útvar skládá, nebo kolik krychliček se musí doplnit, aby byla krychle úplná.

Krychle

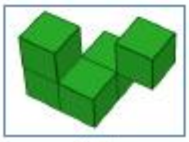
Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Spočítej, z kolika krychliček se útvar skládá, a odpověz? (Obr. 1)

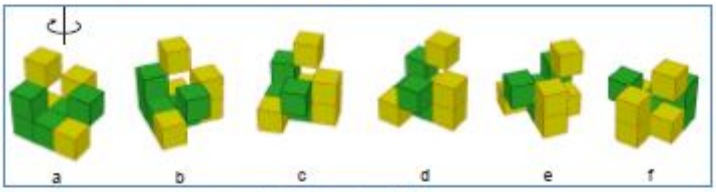


Obr. 1

Útvar se skládá z .... krychliček.

Úkol č. 2

Kolik žlutých krychliček přidala Anička k útvaru (Obr. 1)? Spočítej.



Obr. 2 Postupné natočení útvaru

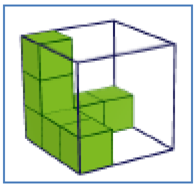
Anička přidala .... krychliček.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 1 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 3

Anička chtěla zjistit, kolik malých krychliček se vejde do velké krychle vyznačené na obrázku? (Obr. 3) Pomož jí spočítat, kolik jich bude potřebovat.



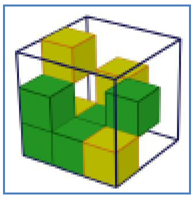
Obr. 3

Anička bude potřebovat .... krychliček.

Úkol č. 4

Anička si spočítala v úkolu č. 1 a č. 2 počet zelených a žlutých krychliček? Zjisti, kolik krychliček nyní má?

A kolik bude ještě potřebovat červených krychliček, aby vytvořila velkou krychli? (Obr. 4) Velikost velké krychle je stejná jako v úkolu č. 3.



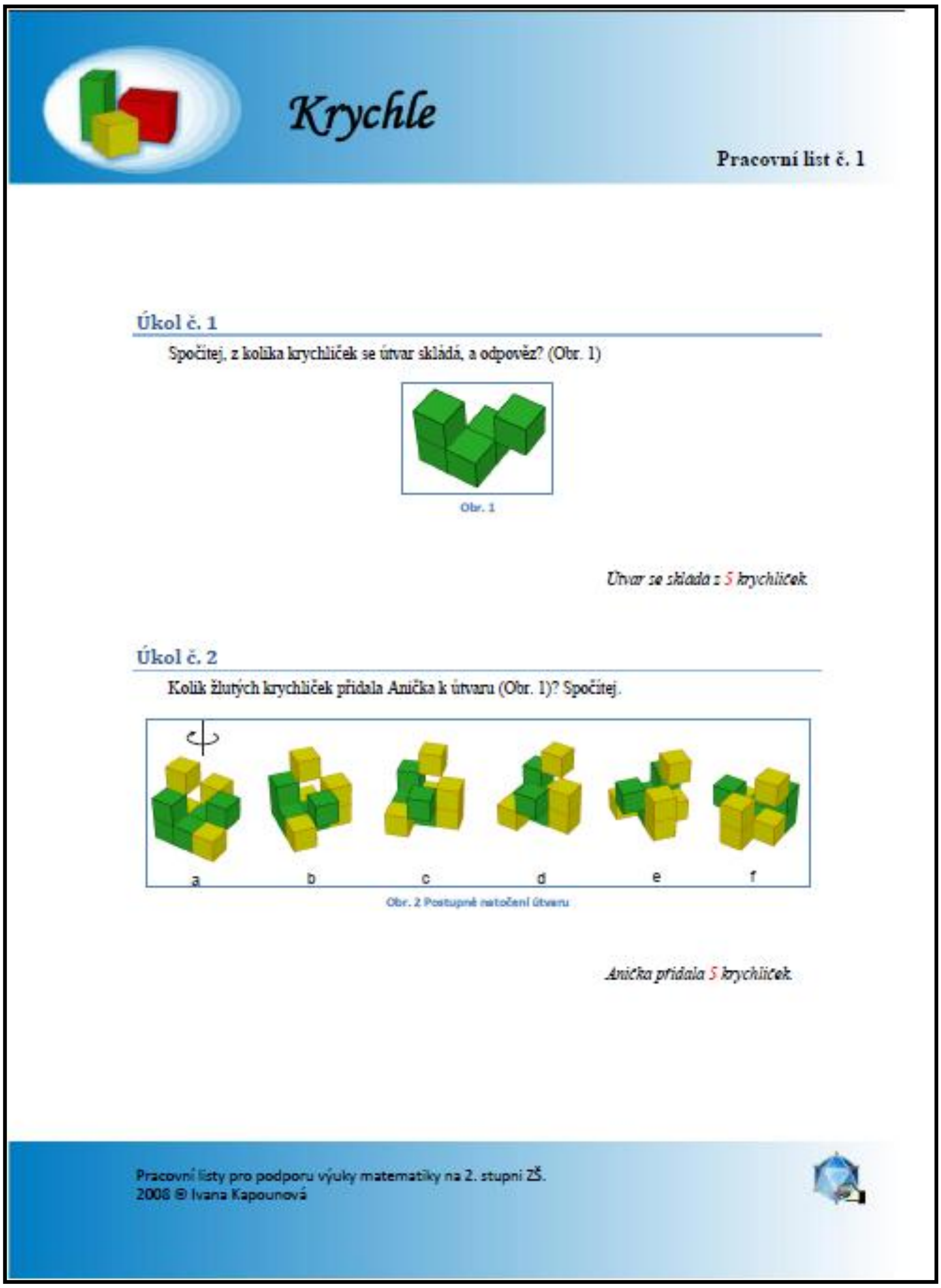
Obr. 4

Anička má nyní .... krychliček.

Bude potřebovat ještě .... červených krychliček.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 2 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)


Krychle

Pracovní list č. 1

Úkol č. 1

Spočítej, z kolika krychliček se útvar skládá, a odpověz? (Obr. 1)

Obr. 1

Útvar se skládá z 5 krychliček.

Úkol č. 2

Kolik žlutých krychliček přidala Anička k útvaru (Obr. 1)? Spočítej.

a b c d e f

Obr. 2 Postupné natočení útvaru

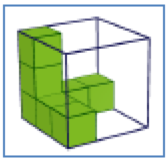
Anička přidala 5 krychliček.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 3 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 3

Anička chtěla zjistit, kolik malých krychliček se vejde do velké krychle vyznačené na obrázku? (Obr. 3) Pomož jí spočítat, kolik jich bude potřebovat.



Obr. 3

Řešení: Krychle má 3 řady krychliček. Jedna řada obsahuje 9 krychliček.

$3 \cdot 9 = 27$

Anička bude potřebovat 27 krychliček.

Úkol č. 4

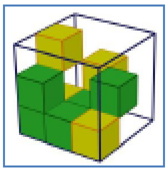
Anička si spočítala v úkolu č. 1 a č. 2 počet zelených a žlutých krychliček? Zjisti, kolik krychliček nyní má?

Řešení: 5 zelených + 5 žlutých = 10 krychliček

A kolik bude ještě potřebovat červených krychliček, aby vytvořila velkou krychli? (Obr. 4) Velikost velké krychle je stejná jako v úkolu č. 3.

Řešení: Velká krychle obsahuje 27 krychliček. Anička má 10 krychliček.

$27 - 10 = 17$



Obr. 4

Anička má nyní 10 krychliček.

Bude potřebovat ještě 17 červených krychliček.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 4 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

a) **Úkol č. 1**

Prvním úkolem, který mají žáci vyřešit, je spočítat, z kolika krychliček se útvar skládá. Je to zřejmé již z prvního pohledu. Tento pohled na útvar byl zvolen proto, aby byly viditelné všechny krychličky a žáci je tak mohli bez problémů spočítat.

b) **Úkol č. 2**

Druhý úkol vychází z prvního úkolu, akorát je o něco ztížený tím, že jsou k zeleným krychličkám přidány žluté krychličky a úkolem žáků je zjistit, kolik žlutých krychliček bylo přidáno. Při pohledu na první útvar, označený písmenem *a*, není zřejmé, jestli se vzadu skrývá jedna nebo dvě žluté krychličky, to nám ukáže až následující pohled na další útvar, označený písmenem *b*.

c) **Úkol č. 3**

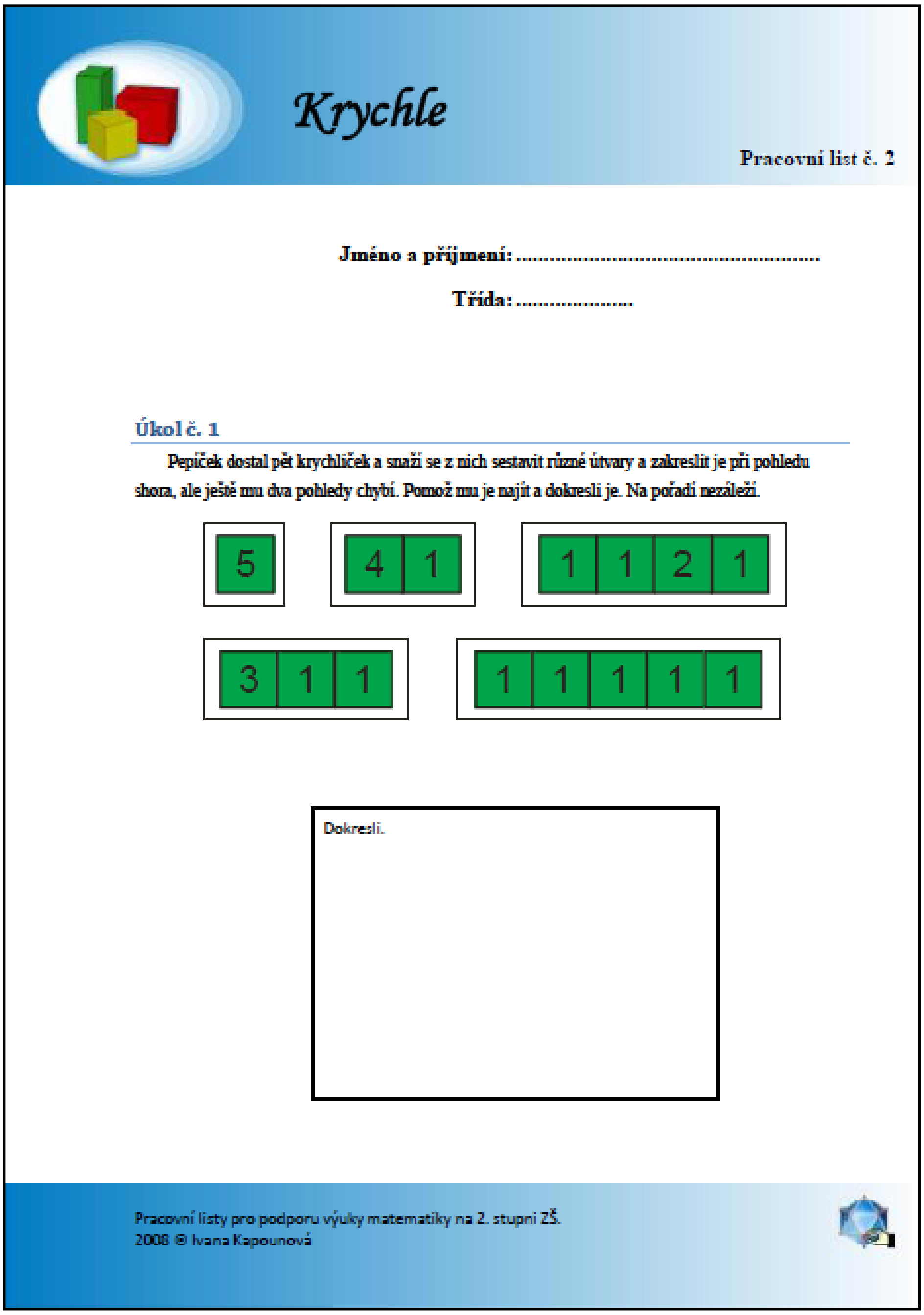
V tomto úkolu mají žáci spočítat, kolik krychliček chybí doplnit do velké krychle, jejíž hranu tvoří tři malé krychličky. Nejprve si žáci musí zjistit celkový počet krychliček ve velké krychli, aby následně mohli dopočítat, kolik krychliček je ještě potřeba.

d) **Úkol č. 4**

Tento úkol v sobě zahrnuje předchozí úkoly. V prvním a druhém úkolu si žáci spočítali, kolik je potřeba žlutých a zelených krychliček. Ve třetím úkolu zjistili celkový počet krychliček ve velké krychli. Následně jim stačí od počtu krychliček ve velké krychli odečíst počet žlutých a zelených krychliček a tím zjistí, kolik se ještě musí doplnit červených krychliček, aby byla velká krychle vytvořená.

6.1.2 Krychle – Pracovní list č. 2

Hlavním úkolem tohoto pracovní listu je, aby pomohl žákům přiblížit pojem povrch krychle a upevnit základní pojmy krychle.



Krychle

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Pepíček dostal pět krychliček a snaží se z nich sestavit různé útvary a zakreslit je při pohledu shora, ale ještě mu dva pohledy chybí. Pomož mu je najít a dokresli je. Na pořadí nezáleží.

5

4	1

1	1	2	1

3	1	1

1	1	1	1	1

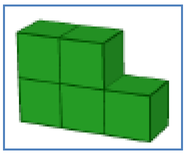
Dokresli.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 5 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Pepíček dostal od maminky pět slepených starých kostek (viz. Obr. 1), aby je polepil, a tak si vystřihl 16 čtverců o délce hrany jedné krychle. Budou mu tyto čtverce na polepení stačit? Pokud mu nebudou čtverce stačit, kolik jich ještě bude muset vystřihnout?

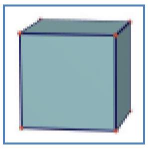


Obr. 1

Odpověď: ....

Pepíček bude muset vystřihnout .... *čtverců.*

Úkol č. 3



Obr.2

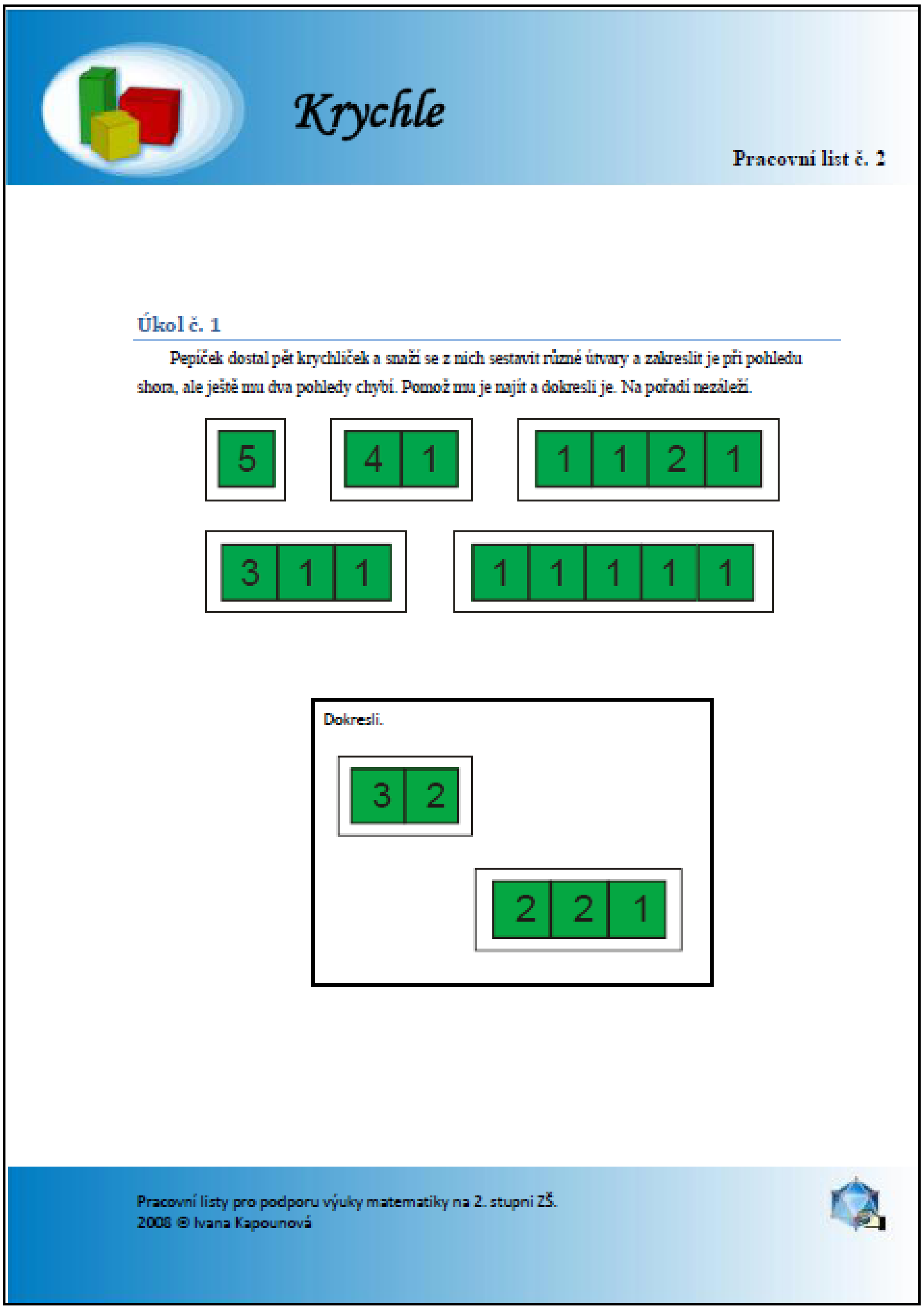
Kolik vrcholů má krychle? *Odpověď:* ....

Kolik stěn má krychle? *Odpověď:* ....

Kolik hran má krychle? *Odpověď:* ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 6 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro žáky)


Krychle

Pracovní list č. 2

Úkol č. 1

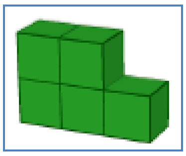
Pepíček dostal pět krychliček a snaží se z nich sestavit různé útvary a zakreslit je při pohledu shora, ale ještě mu dva pohledy chybí. Pomož mu je najít a dokresli je. Na pořadí nezáleží.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 7 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Pepíček dostal od maminky pět slepených starých kostek (viz. Obr. 1), aby je polepil, a tak si vystřihl 16 čtverců o délce hrany jedné krychle. Budou mu tyto čtverce na polepení stačit? Pokud mu nebudou čtverce stačit, kolik jich ještě bude muset vystřihnout?



Obr. 1

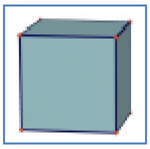
Řešení:

1. řada
zepředu ... 3 čtverce, zleva ... 1 čtverec, zezadu ... 3 čtverce, zprava ... 1 čtverec, shora ... 1 čtverec, zdola ... 3 čtverce = 12 čtverců
2. řada
zepředu ... 2 čtverce, zleva ... 1 čtverec, zezadu ... 2 čtverce, zprava ... 1 čtverec, shora ... 2 čtverce = 8 čtverců
12 čtverců + 8 čtverců = 20 čtverců

Odpověď: Čtverce na polepení stačit nebudou.

Pepíček bude muset vystřihnout 4 čtverce.

Úkol č. 3



Obr. 2

Kolik vrcholů má krychle? *Odpověď:* 6

Kolik stěn má krychle? *Odpověď:* 6

Kolik hran má krychle? *Odpověď:* 12

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 8 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro učitele)

a) **Úkol č. 1**

První úkol spočívá v tom, aby žáci dokreslili zbylé horní pohledy na těleso. Z pěti krychliček se dá sestavit několik těles, ale u některých z nich při pohledu shora se vyskytne stejný pohled, ale žáci mají tyto pohledy zakreslit jenom jednou.

b) **Úkol č. 2**

V druhém úkolu mají žáci spočítat, kolik čtverců o délce hrany jedné krychle je potřeba k polepení daného útvaru. Tento příklad má žákům pomoct k pochopení pojmu povrch krychle.

c) **Úkol č. 3**

Třetí úkol jsem vybrala proto, aby si žáci upevnili základní pojmy krychle: vrchol, stěna a hrana.

6.1.3 Krychle – Pracovní list č. 3

V tomto pracovním listě jsou již vybrány praktické příklady na výpočet povrchu a objemu krychle.

Krychle

Pracovní list č. 3

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Krychle $ABCDEFGH$ má délku hrany 8,9 cm. Vypočítej

a) obsah stěny $ABCD$,

b) povrch krychle. (Odvárko [6], s. 162)

Obr. 1

Odpověď: a) ....

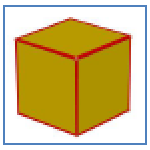
b) ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 9 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Maminka chce ušít Aničce nový potah na kostku tvaru krychle o délce hrany $85\,cm$. Kvůli přehybům při šití je třeba koupit o $35\,dm^2$ látky více. Kolik látky bude muset maminka koupit? (Vyjádři v m^2 – zaokrouhli na jedno desetinné místo).

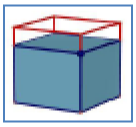


Obr. 2

Odpověď: ....

Úkol č. 3

Vejde se $0{,}5\ l$ vody do plechové nádoby tvaru krychle o hraně $0{,}8\ dm$?



Obr. 3

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 10 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro žáky)

Krychle

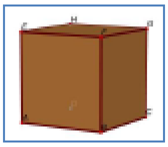
Pracovní list č. 3

Úkol č. 1

Krychle $ABCDEFGH$ má délku hrany $8{,}9\ cm$. Vypočítej

a) obsah stěny $ABCD$,

b) povrch krychle. (Odvárko [6], s. 162)



Obr. 1

a) Obsah stěny $ABCD$ je obsah čtverce. Jehož výpočet bude:

$$S = a \cdot a$$
$$\underline{S = ?\,[cm^2]}$$
$$S = 8{,}9 \cdot 8{,}9$$
$$\underline{\underline{S = 79{,}21\,[cm^2]}}$$

b)

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$
$$\underline{S = ?\,[cm^2]}$$
$$S = 6 \cdot 8{,}9 \cdot 8{,}9$$
$$\underline{S = 475{,}26\,[cm^2]}$$

Odpověď: a) Obsah stěny $ABCD$ je 79, 21 cm².

b) Povrch krychle je 475, 26 cm².

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 11 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Maminka chce ušít Aničce nový potah na kostku tvaru krychle o délce hrany $85\ cm$. Kvůli přehybům při šití je třeba koupit o $35\ dm^2$ látky více. Kolik látky bude muset maminka koupit? (Vyjádři v m^2 – zaokrouhli na jedno desetinné místo).

Řešení:

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$\underline{S = [cm^2]}$

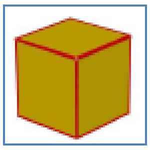
$S = 6 \cdot 85 \cdot 85$

$\underline{\underline{S = 43350 [cm^2]}}$

$43350\ cm^2 = 4{,}3350\ m^2$

$35\ dm^2 = 0{,}35\ m^2$

$4{,}3350 + 0{,}35 = 4{,}685 m^2 \doteq \underline{4{,}7\ m^2}$



Obr. 2

Odpověď: Maminka bude muset koupit 4,7 m^2 látky.

Úkol č. 3

Vejde se $0{,}5\ l$ vody do plechové nádoby tvaru krychle o hraně $0{,}8\ dm$?

Řešení:

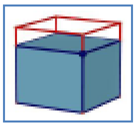
$V = a \cdot a \cdot a$

$\underline{V = ?[dm^3]}$

$V = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8$

$\underline{\underline{V = 0{,}512 [dm^3]}}$

$0{,}512\ dm^3 = \underline{0{,}512\ l}$



Obr. 3

Odpověď: Do plechové nádoby se vejde 0,5 l vody.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 12 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro učitele)

a) **Úkol č. 1**

Tento příklad jsem vybrala proto, aby si žáci zopakovali pojem čtverec a aby si uvědomili, že povrch krychle se skládá ze šesti čtverců.

b) **Úkol č. 2**

Druhý příklad je podobný prvnímu, akorát zde musí žáci připočítat několik decimetrů čtverečních látky navíc a ještě si zopakují převody jednotek.

c) **Úkol č. 3**

Tento úkol je zaměřený na výpočet objemu krychle a na zopakování převodu jednotek.

6.1.4 Kvádr – Pracovní list č. 1

Tento pracovní list je zaměřený na výpočet povrchu a objemu kvádru.

a) **Úkol č. 1**

První příklad jsem zvolila proto, aby si žáci zopakovali výpočet obsahu obdélníka a aby si uvědomili, že povrch kvádru se skládá ze šesti obdélníků (tedy pokud kvádr nemá podstavu ve tvaru čtverce).

b) **Úkol č. 2**

Druhý úkol je také na výpočet povrchu kvádru, ale s tím rozdílem, že žáci mají vypočítat jenom obsah pěti stěn ze šesti, a pak mají zjistit kolik plechovek barvy je potřeba na natření těchto pěti stěn.

c) **Úkol č. 3**

V tomto úkolu mají žáci vypočítat objem kvádru.

Kvádr

Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

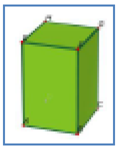
Třída: ....

Úkol č. 1

Kvádr A,B,C,D,E,F,G,H má rozměry 24 *cm*, 6 *dm*, 12 *cm*. Vypočítej:

a) obsah stěny B,C,F,G,

b) povrch kvádru.



Obr. 1

Odpověď: ....

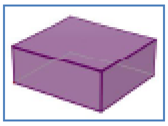
Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 13 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Děvčata za 6. třídy budou hrát pro malé děti divadlo. Divadelní „sál" upravují z prázdného skladiště, které je 6 m dlouhé, 4 m široké a 2,5 m vysoké. Místnost potřebuje vymalovat všechny stěny a strop. Bude stačit jeden nátěr.

Kolik plechovek barvy mají koupit, když v jedné plechovce je 5 kg barvy a 1 kg vystačí na $6\ m^2$?

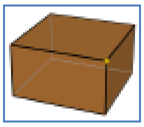


Obr. 2

Odpověď: ....

Úkol č. 3

Výkop pro základy domu bude 20 metrů dlouhý, 11 metrů široký a 3 metry hluboký. Kolik krychlových metrů hlíny je třeba vykopat? (Odvárko [6], s. 165)



Obr. 3

Odpověď: ....

Obr. 6. 14 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)

Kvádr

Pracovní list č. 1

Úkol č. 1

Kvádr A,B,C,D,E,F,G,H má rozměry $24\ cm$, $6\ dm$, $12\ cm$. Vypočítej:

a) obsah stěny B,C,F,G,

b) povrch kvádru.

Obr. 1

a) Obsah stěny B,C,F,G je obsah obdélníka o délkách stran

$|BC| = b = 6\ dm = 60\ cm$, $|BF| = c = 12\ cm$. Výpočet:

$S = b \cdot c$

$S = ?\,[cm^2]$

$S = 60 \cdot 12$

$S = 720\,[cm^2]$

b) Povrch kvádru:

$S = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$

$S = 2 \cdot\ a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$

$S = ?\,[cm^2]$

$S = 2 \cdot (24 \cdot 60 + 24 \cdot 12 + 60 \cdot 12)$

$S = 2 \cdot\ 1440 + 288 + 720$

$S = 2 \cdot 2448$

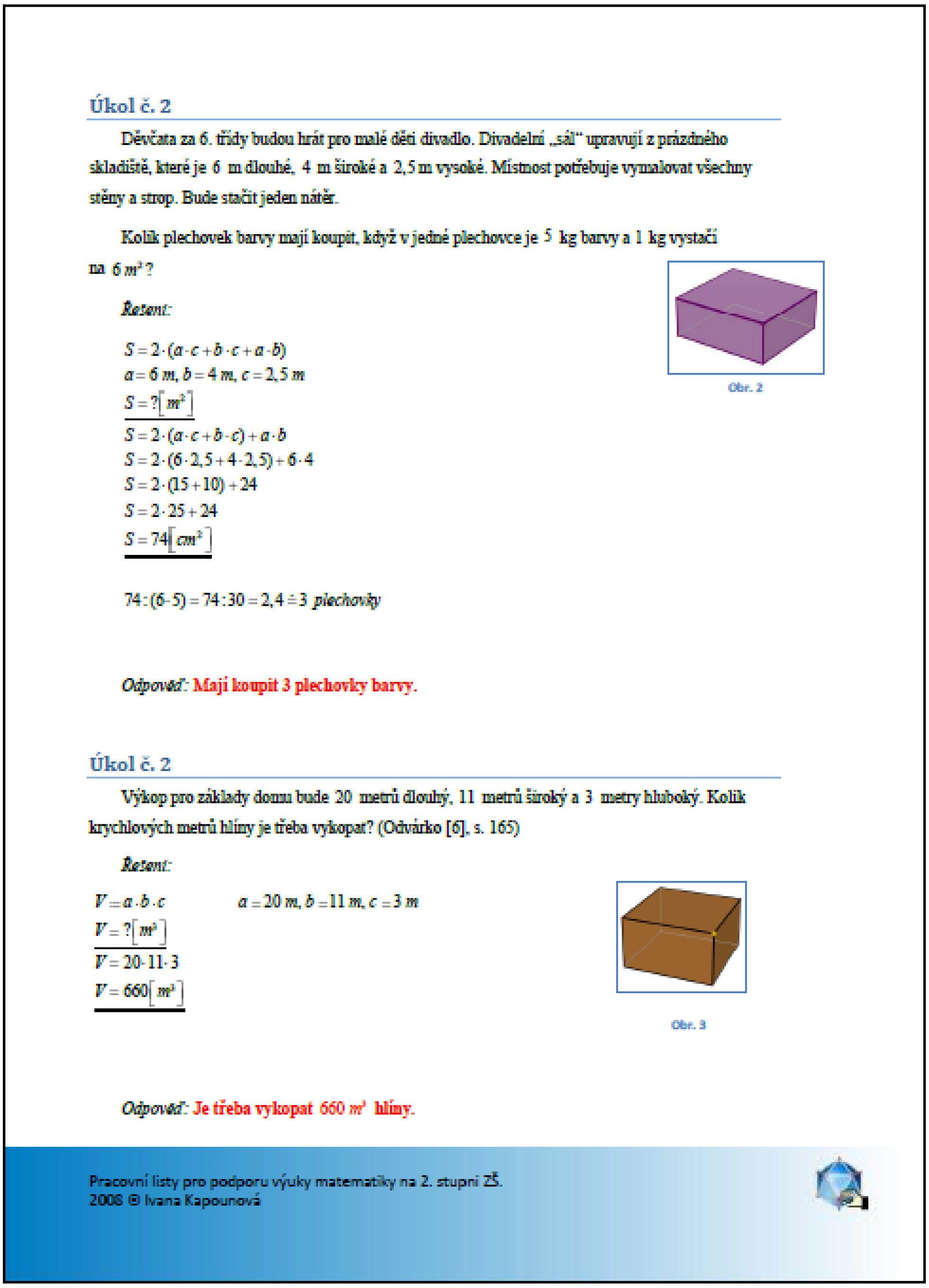
$S = 4896\,[cm^2]$

Odpověď: a) **Obsah stěny** B,C,F,G **je** $720\ cm^2$.

b) **Povrch kvádru je** $4896\ cm^2$.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 15 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)



Úkol č. 2

Děvčata za 6. třídy budou hrát pro malé děti divadlo. Divadelní „sál“ upravují z prázdného skladiště, které je 6 m dlouhé, 4 m široké a 2,5 m vysoké. Místnost potřebuje vymalovat všechny stěny a strop. Bude stačit jeden nátěr.

Kolik plechovek barvy mají koupit, když v jedné plechovce je 5 kg barvy a 1 kg vystačí na $6\ m^2$?

Řešení:

$S = 2 \cdot (a \cdot c + b \cdot c + a \cdot b)$
$a = 6\ m,\ b = 4\ m,\ c = 2{,}5\ m$
$\underline{S = ?\left[m^2\right]}$
$S = 2 \cdot (a \cdot c + b \cdot c) + a \cdot b$
$S = 2 \cdot (6 \cdot 2{,}5 + 4 \cdot 2{,}5) + 6 \cdot 4$
$S = 2 \cdot (15 + 10) + 24$
$S = 2 \cdot 25 + 24$
$\underline{S = 74\left[cm^2\right]}$

Obr. 2

$74 : (6 \cdot 5) = 74 : 30 = 2{,}4 \doteq 3$ *plechovky*

Odpověď: **Mají koupit 3 plechovky barvy.**

Úkol č. 2

Výkop pro základy domu bude 20 metrů dlouhý, 11 metrů široký a 3 metry hluboký. Kolik krychlových metrů hlíny je třeba vykopat? (Odvárko [6], s. 165)

Řešení:

$V = a \cdot b \cdot c$ $\qquad a = 20\ m,\ b = 11\ m,\ c = 3\ m$
$\underline{V = ?\left[m^3\right]}$
$V = 20 \cdot 11 \cdot 3$
$\underline{V = 660\left[m^3\right]}$

Obr. 3

Odpověď: **Je třeba vykopat $660\ m^3$ hlíny.**

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 16 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

6.2 Jehlan

6.2.1 Jehlan – Pracovní list č. 1

Podstatou tohoto pracovního listu je upevnění pojmů týkajících se jehlanu.

Jehlan

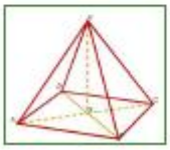
Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Na obrázku je pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Rozhodni, zda platí; piš *ano – ne*.



Obr. 1

a) Úhlopříčky rozdělují podstavu na čtyři shodné trojúhelníky. ....

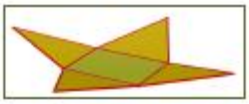
b) $|SA| = |SB| = |SC| = |SD|$. ....

c) $|VC| = |VS|$. ....

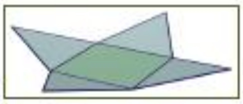
d) Všechny boční stěny jsou shodné trojúhelníky. (Odvárko [7], s. 5) ....

Úkol č. 2

Rozhodni, která ze sítí je sítí pravidelného čtyřbokého jehlanu?

a) 

Obr. 2

b) 

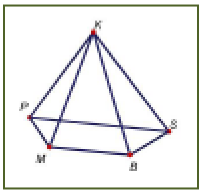
Obr. 3

Odpověď: ....

Obr. 6. 17 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 3

Zkontroluj podle obrázku zápis a doplň, co chybí: (Odvárko [7], s. 4)



Obr. 4

a) Boční stěny: $\triangle MBK$, $\triangle BSK$, $\triangle SPK$ ....

b) Boční hrany: KS, KP, KM ....

c) Podstavné hrany: BS, SP, PM ....

d) Vrcholy podstavy: M, B ....

e) Hlavní vrchol: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

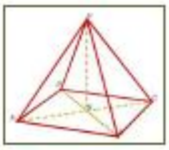
Obr. 6. 18 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)

Jehlan

Pracovní list č. 1

Úkol č. 1

Na obrázku je pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Rozhodni, zda platí; piš *ano – ne*.

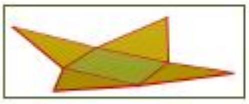


Obr. 1

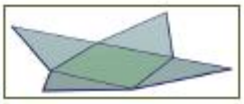
a) Úhlopříčky rozdělují podstavu na čtyři shodné trojúhelníky.	ano
b) $\lvert SA\rvert = \lvert SB\rvert = \lvert SC\rvert = \lvert SD\rvert$.	ano
c) $\lvert VC\rvert = \lvert VS\rvert$.	ne
d) Všechny boční stěny jsou shodné trojúhelníky. (Odvárko [7], s. 5)	ano

Úkol č. 2

Rozhodni, která ze sítí je sítí pravidelného čtyřbokého jehlanu?

a) 

Obr. 2

b) 

Obr. 3

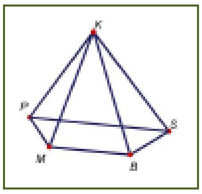
Odpověď: Sítí pravidelného čtyřbokého jehlanu je síť b) (Obr. 3).

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 19 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 3

Zkontroluj podle obrázku zápis a doplň, co chybí: (Odvárko [7], s. 4)



Obr. 4

a) Boční stěny: $\triangle MBK$, $\triangle BSK$, $\triangle SPK$	$\triangle PMK$
b) Boční hrany: KS, KP, KM	KB
c) Podstavné hrany: BS, SP, PM	MB
d) Vrcholy podstavy: M, B	S, P
e) Hlavní vrchol:	K

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 20 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

a) **Úkol č. 1**

U tohoto úkolu mají žáci rozhodnout, zda platí dané výroky o pravidelném čtyřbokém jehlanu.

b) **Úkol č. 2**

Žáci mají určit, která ze sítí patří pravidelnému čtyřbokému jehlanu.

c) **Úkol č. 3**

V tomto úkolu mají žáci doplnit zbývající údaje daného jehlanu.

6.2.2 Jehlan – Pracovní list č. 2

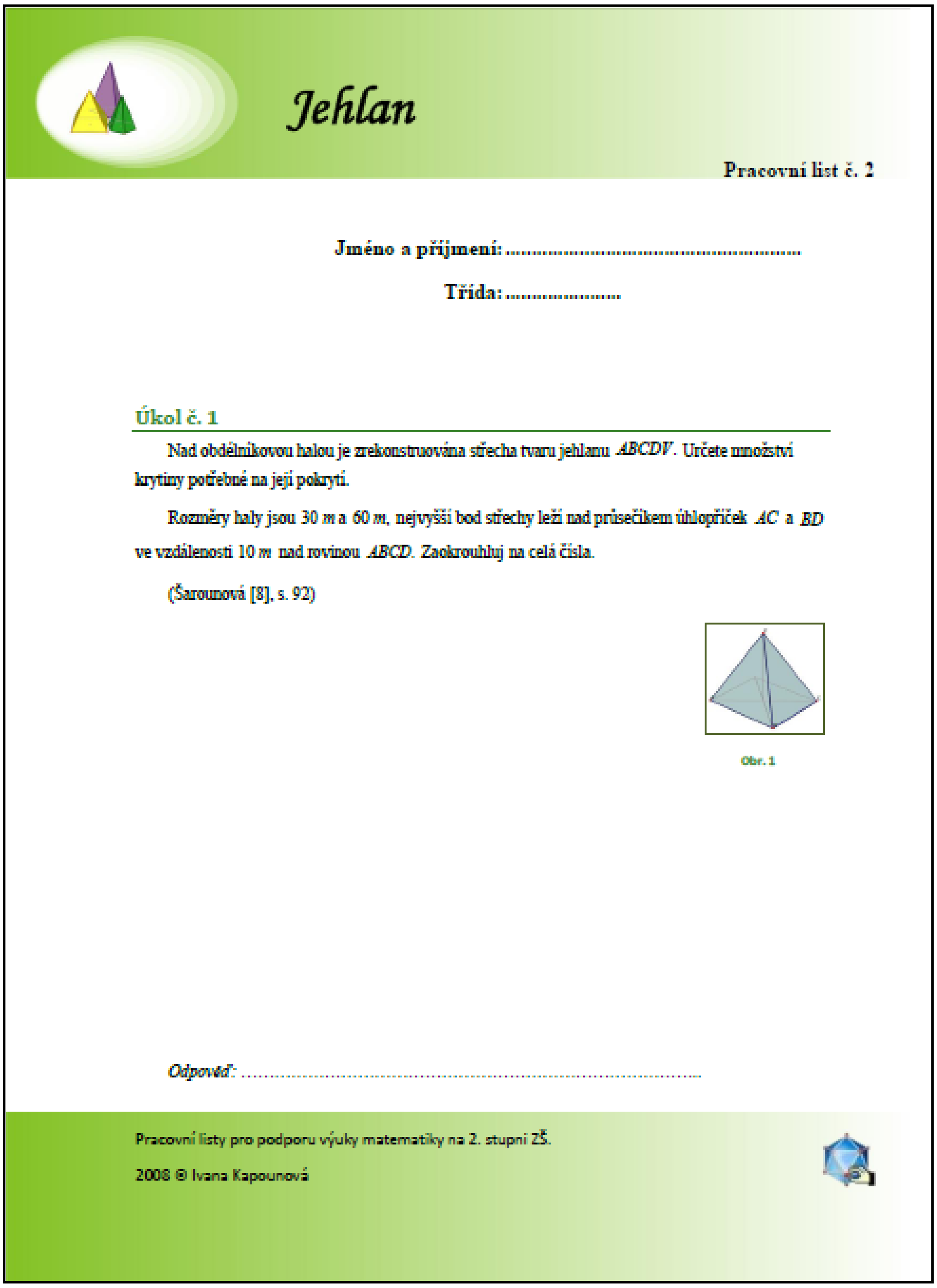
V tomto pracovním listu jsou uvedeny příklady na výpočet povrchu jehlanu.

a) **Úkol č. 1**

U tohoto příkladu je důležité, aby si žáci uvědomili, že je potřeba vypočítat povrch jehlanu bez podstavy.

b) **Úkol č. 2**

Tento příklad jsem vybrala proto, aby si žáci zopakovali použití goniometrických funkcí.



Jehlan

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Nad obdélníkovou halou je zrekonstruována střecha tvaru jehlanu $ABCDV$. Určete množství krytiny potřebné na její pokrytí.

Rozměry haly jsou $30\ m$ a $60\ m$, nejvyšší bod střechy leží nad průsečíkem úhlopříček AC a BD ve vzdálenosti $10\ m$ nad rovinou $ABCD$. Zaokrouhluj na celá čísla.

(Šarounová [8], s. 92)

Obr. 1

Odpověď: ....

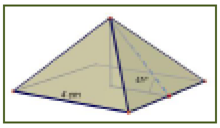
Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 21 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany 4 cm, velikost úhlu sevřeného jeho stěnovou výškou a rovinou podstavy je 45°. Vypočítej povrch jehlanu; výsledek zaokrouhli na desetiny čtverečného centimetru. (Odvárko [7], s. 10)



Obr. 2

Odpověď: ……………………………………………………………………………..

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 22 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)

Jehlan

Pracovní list č. 2

Úkol č. 1

Nad obdélníkovou halou je zrekonstruována střecha tvaru jehlanu $ABCDV$. Určete množství krytiny potřebné na její pokrytí.

Rozměry haly jsou 30 m a 60 m, nejvyšší bod střechy leží nad průsečíkem úhlopříček AC a BD ve vzdálenosti 10 m nad rovinou $ABCD$. Zaokrouhluj na celá čísla.

(Šarounová [8], s. 92)

Obr. 1

$$v_{s1}^2 = v_t^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$\underline{v_{s1} = ?\ m}$$
$$v_{s1}^2 = 10^2 + 15^2$$
$$v_{s1}^2 = 100 + 225$$
$$v_{s1}^2 = 325$$
$$v_{s1} = \sqrt{325}$$
$$\underline{\underline{v_{s1} \doteq 18\ m}}$$

$$v_{s2}^2 = v_t^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$
$$\underline{v_{s2} = ?\ m}$$
$$v_{s2}^2 = 10^2 + 30^2$$
$$v_{s2}^2 = 100 + 900$$
$$v_{s2}^2 = 1000$$
$$v_{s2} = \sqrt{1000}$$
$$\underline{\underline{v_{s2} \doteq 32\ m}}$$

$$S = S_p + S_{pl}$$
$$\underline{S = ?\left[m^2\right]}$$
$$S = 1800 + 2040$$
$$\underline{\underline{S = 3840\left[m^2\right]}}$$

$$S_p = a \cdot b$$
$$\underline{S_p = ?\left[m^2\right]}$$
$$S_p = 60 \cdot 30$$
$$\underline{\underline{S_p = 1800\left[m^2\right]}}$$

$$S_{pl} = 2 \cdot \left(\frac{a \cdot v_{s1}}{2}\right) + 2 \cdot \left(\frac{b \cdot v_{s2}}{2}\right)$$
$$\underline{S_{pl} = ?\left[m^2\right]}$$
$$S_{pl} = 2 \cdot \left(\frac{60 \cdot 18}{2}\right) + 2 \cdot \left(\frac{30 \cdot 32}{2}\right)$$
$$S_{pl} = 2 \cdot 540 + 2 \cdot 480$$
$$S_{pl} = 1080 + 960$$
$$\underline{\underline{S_{pl} = 2040\left[m^2\right]}}$$

Odpověď: **Na pokrytí bude potřeba 3840 m² krytiny.**

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 23 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany 4 cm, velikost úhlu sevřeného jeho stěnovou výškou a rovinou podstavy je 45°. Vypočítej povrch jehlanu; výsledek zaokrouhli na desetiny čtverečného centimetru. (Odvárko [7], s. 10)

Obr. 2

$a = v_t$, $b = \frac{a}{2} = 2\ cm$, $c = v_s$

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$, $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, $tg\alpha = \frac{a}{b}$

$tg\alpha = \frac{a}{b}$

$tg\alpha = \frac{v_t}{2}$

$2 \cdot tg45° = v_t$

$2 \cdot 1 = v_t$

$\underline{v_t = 2\ cm}$

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\sin 45° = \frac{2}{v_s}$

$v_s = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$\underline{v_s \doteq 2{,}83\ cm}$

$S_p = a^2$

$\underline{S_p = ?\,[cm^2]}$

$S_p = 4^2$

$\underline{\underline{S_p = 16\,[cm^2]}}$

$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_s}{2}$

$\underline{S_{pl} = ?\,[cm^2]}$

$S_{pl} = 4 \cdot \frac{4 \cdot 2{,}83}{2}$

$S_{pl} = 2 \cdot 4 \cdot 2{,}83$

$\underline{S_{pl} \doteq 22{,}6\,[cm^2]}$

$S = S_p + S_{pl}$

$\underline{S = ?\,[cm^2]}$

$S = 16 + 22{,}6$

$\underline{\underline{S = 38{,}6\,[cm^2]}}$

Odpověď: Povrch jehlanu je $38{,}6\ cm^2$.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 24 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

6.2.3 Jehlan – Pracovní list č. 3

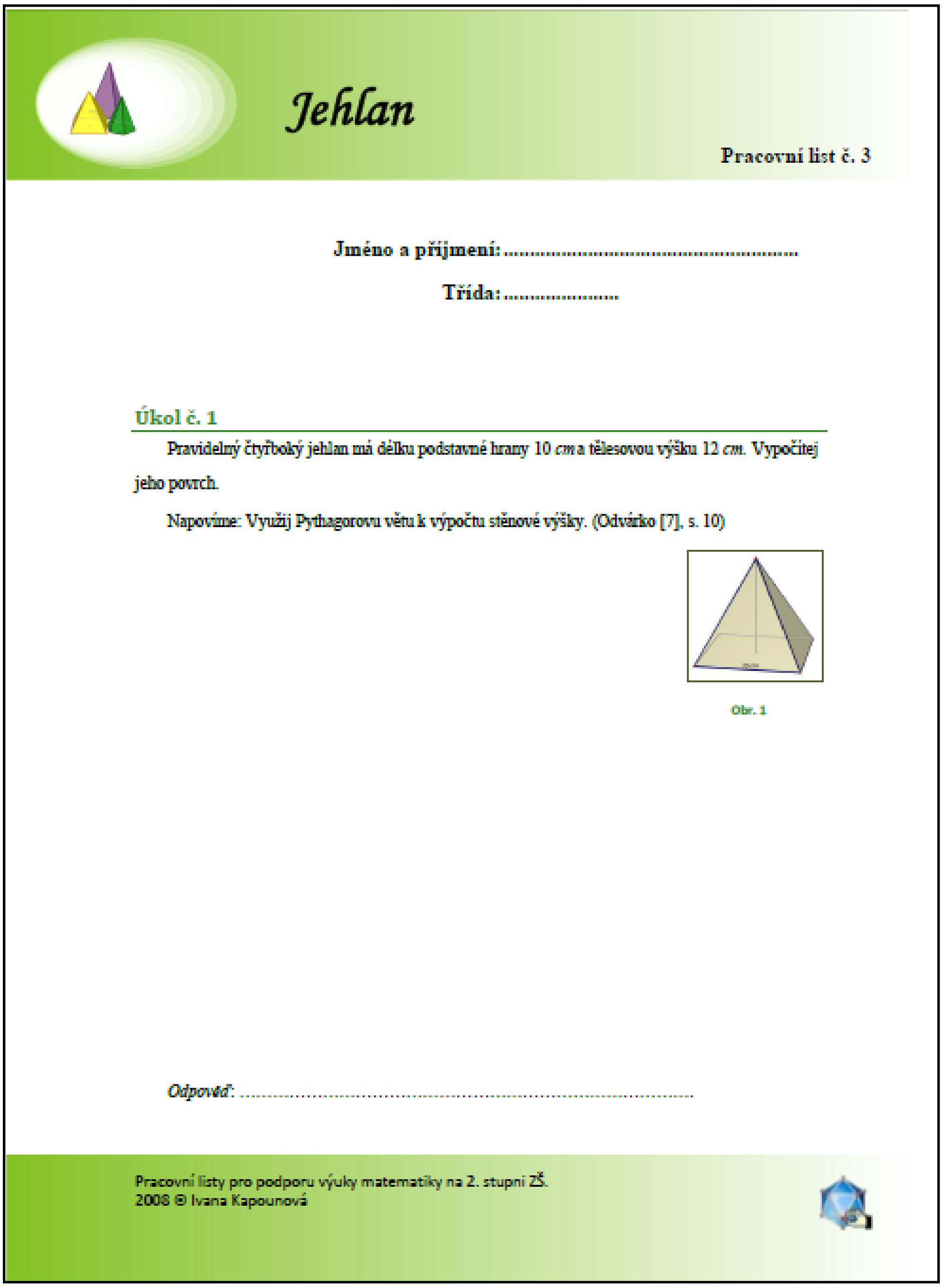
V tomto pracovním listu jsou příklady na výpočet povrchu i objemu jehlanu.

a) **Úkol č. 1**

U tohoto příkladu je důležité, aby si žáci uvědomili rozdíl mezi tělesovou a stěnovou výškou. Dále si zopakují i Pythagorovu větu.

b) **Úkol č. 2**

V druhém úkolu žáci vypočítají objem jehlanu.



Jehlan

Pracovní list č. 3

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany 10 *cm* a tělesovou výšku 12 *cm*. Vypočítej jeho povrch.

Napovíme: Využij Pythagorovu větu k výpočtu stěnové výšky. (Odvárko [7], s. 10)

Obr. 1

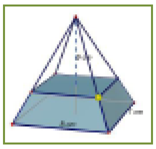
Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 25 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Urči objem jehlanu, který má obdélníkovou podstavu o rozměrech 8 *cm* a 7 *cm* a výšku 9 *cm*. (Odvárko [7], s. 12)



Obr. 2

Odpověď:...

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 26 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro žáky)

Jehlan

Pracovní list č. 3

Úkol č. 1

Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany 10 cm a tělesovou výšku 12 cm. Vypočítej jeho povrch.

Napovíme: Využij Pythagorovu větu k výpočtu stěnové výšky. (Odvárko [7], s. 10)

Obr. 1

$v_t = 12\ cm,\ \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm,\ v_s = ?$

$v_s^2 = v_t^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$S_p = a^2$	$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_s}{2}$	$S = S_p + S_{pl}$
$v_s^2 = 12^2 + 5^2$	$\underline{S_p = ?\,[cm^2]}$	$\underline{S_{pl} = ?\,[cm^2]}$	$\underline{S = ?\,[cm^2]}$
$v_s^2 = 144 + 25$	$S_p = 10^2$	$S_{pl} = 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2}$	$S = 100 + 260$
$v_s^2 = 169$	$\underline{\underline{S_p = 100\,[cm^2]}}$	$S_{pl} = 2 \cdot 10 \cdot 13$	$\underline{\underline{S = 360\,[cm^2]}}$
$v_s = \sqrt{169}$		$\underline{S_{pl} = 260\,[cm^2]}$	
$\underline{v_s = 13\ cm}$			

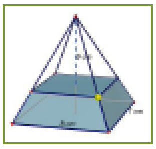
Odpověď: **Povrch jehlanu je** 360 cm^2.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 27 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Urči objem jehlanu, který má obdélníkovou podstavu o rozměrech 8 cm a 7 cm a výšku 9 cm.
(Odvárko [7], s. 12)



Obr. 2

$a = 8\ cm,\ b = 7\ cm,\ v = 9\ cm$

$S_p = a \cdot b$

$\underline{S_p = ?\left[cm^2\right]}$

$S_p = 8 \cdot 7$

$\underline{S_p = 56\left[cm^2\right]}$

$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v$

$\underline{V = ?\left[cm^3\right]}$

$V = \frac{1}{3} \cdot 56 \cdot 9$

$V = 3 \cdot 56$

$\underline{V = 168\left[cm^3\right]}$

Odpověď: **Objem jehlanu je 168 cm^3.**

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 28 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro učitele)

6.3 Hranol

Tyto pracovní listy, které se týkají hranolu, jsou vhodné pro upevnění základních pojmů o hranolu a pro výpočet povrchu a objemu hranolu.

6.3.1 Hranol – Pracovní list č. 1

Tento pracovní list se týká doplnění chybějících údajů.

a) **Úkol č. 1**

V tomto úkolu žáci odpovídají na otázky týkající se hranolu.

b) **Úkol č. 2**

Druhý úkol je založený na doplnění chybějících údajů.

Hranol

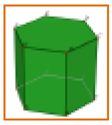
Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Na obrázku je pravidelný šestiboký hranol $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$. Odpověz na otázky:



Obr. 1

a) Z kolika rovnoběžníků je tvořen plášť? ....

b) Dva shodné n-úhelníky tvoří? ....

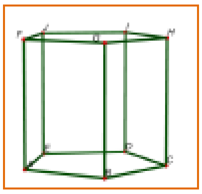
c) Jaký útvar tyto n-úhelníky tvoří? ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 29 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Zkontroluj podle obrázku zápis a doplň, co chybí:



Obr. 2

a) Boční stěny: $BCHG$, $DEJI$, $ABGF$ ....

b) Boční hrany: AF, DI ....

c) Podstavné hrany: DE, EA, FG, IJ ....

d) Vrcholy podstav: C, E, F, G, I ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

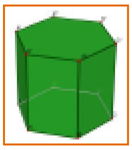
Obr. 6. 30 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)

Hranol

Pracovní list č. 1

Úkol č. 1

Na obrázku je pravidelný šestiboký hranol $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$. Odpověz na otázky:



Obr. 1

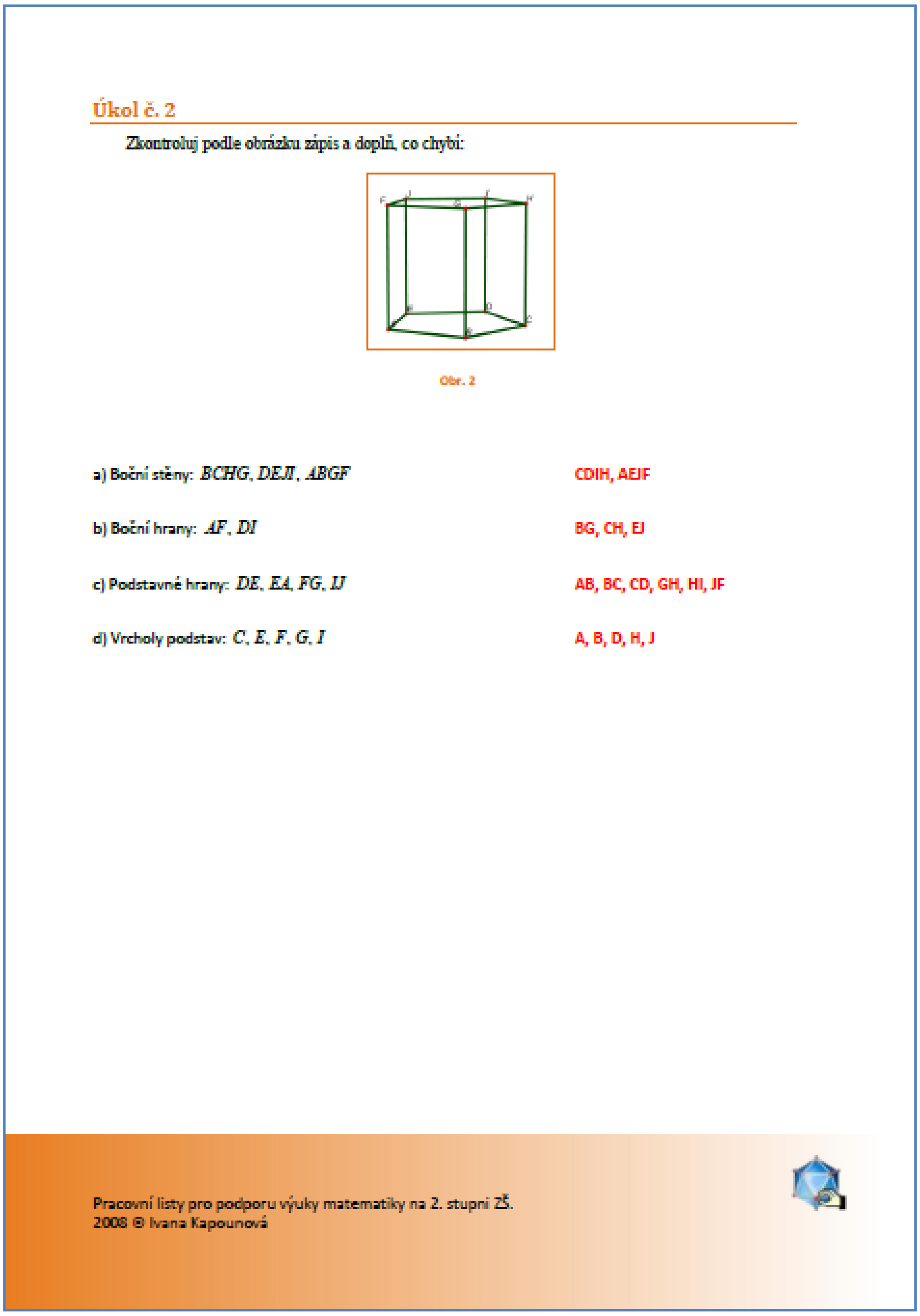
a) Z kolika rovnoběžníků je tvořen plášť? 6 rovnoběžníků

b) Dva shodné n-úhelníky tvoří? podstavy hranolu

c) Jaký útvar tyto n-úhelníky tvoří? pravidelný šestiúhelník

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 31 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)



Úkol č. 2

Zkontroluj podle obrázku zápis a doplň, co chybí:

Obr. 2

a) Boční stěny: $BCHG$, $DEJI$, $ABGF$	CDIH, AEJF
b) Boční hrany: AF, DI	BG, CH, EJ
c) Podstavné hrany: DE, EA, FG, IJ	AB, BC, CD, GH, HI, JF
d) Vrcholy podstav: C, E, F, G, I	A, B, D, H, J

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 32 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

6.3.2 Hranol – Pracovní list č. 2

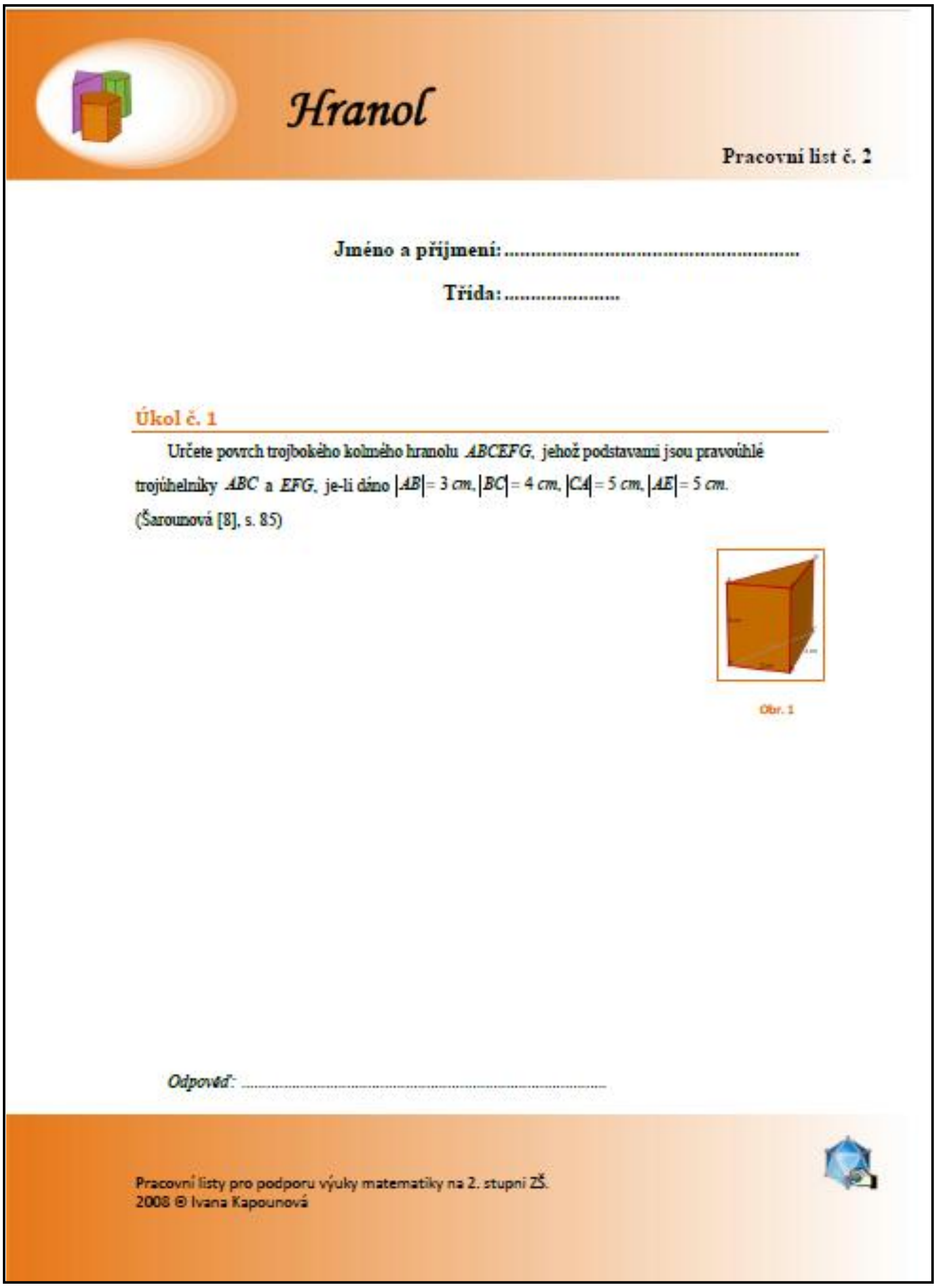
Tento pracovní list je zaměřený na výpočet povrchu hranolu.

a) **Úkol č. 1**

První úkol se týká výpočtu povrchu trojbokého hranolu.

b) **Úkol č. 2**

V tomto úkolu mají žáci vypočítat povrch pravidelného pětibokého hranolu.



Hranol

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

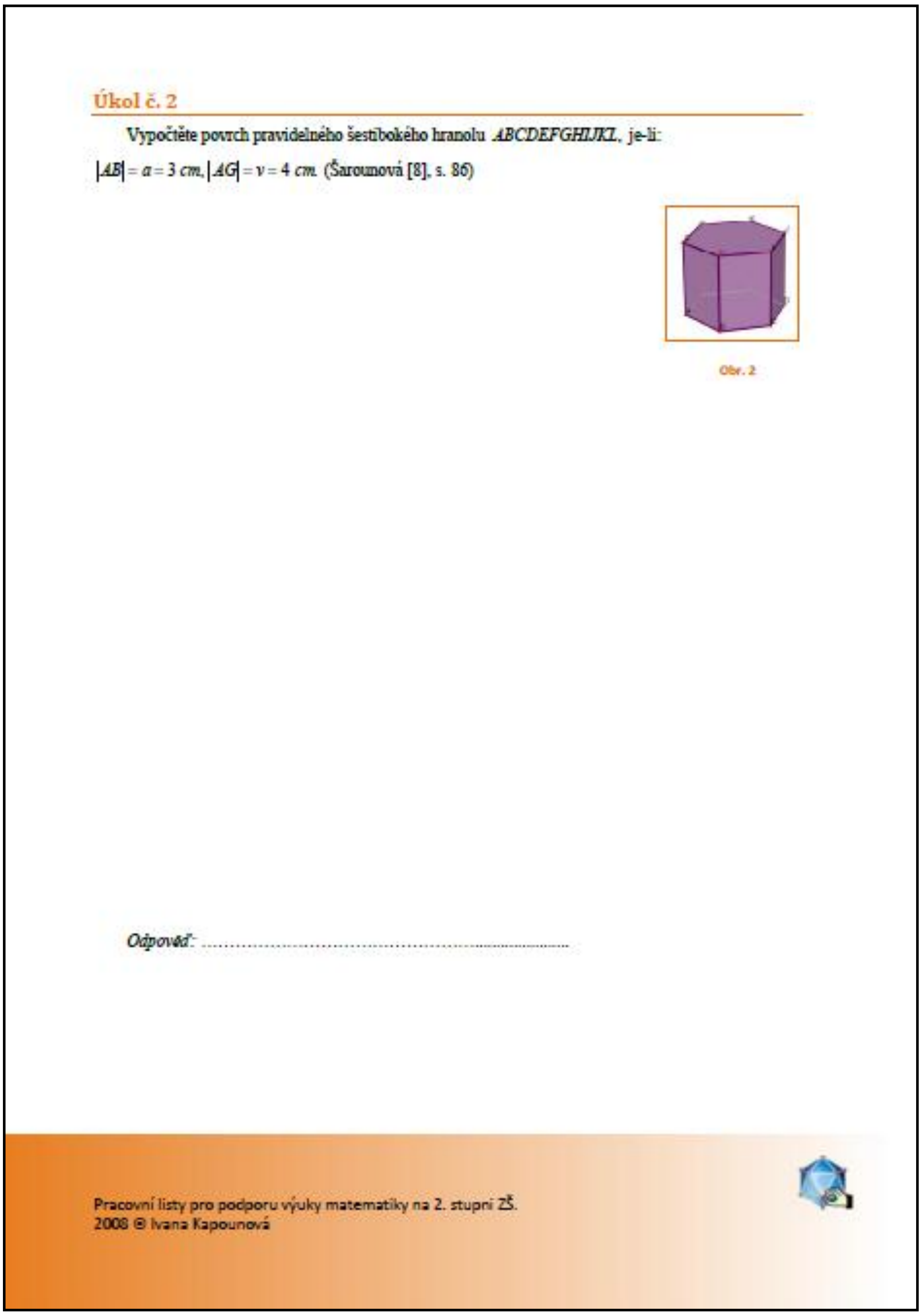
Určete povrch trojbokého kolmého hranolu $ABCEFG$, jehož podstavami jsou pravoúhlé trojúhelníky ABC a EFG, je-li dáno $|AB| = 3\ cm$, $|BC| = 4\ cm$, $|CA| = 5\ cm$, $|AE| = 5\ cm$. (Šarounová [8], s. 85)

Obr. 1

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 33 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro žáky)


Úkol č. 2

Vypočtěte povrch pravidelného šestibokého hranolu $ABCDEFGHIJKL$, je-li:

$|AB| = a = 3\ cm, |AG| = v = 4\ cm$. (Šarounová [8], s. 86)

Obr. 2

Odpověď: ……………………………………………………

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 34 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro žáky)

Hranol

Pracovní list č. 2

Úkol č. 1

Určete povrch trojbokého kolmého hranolu $ABCEFG$, jehož podstavami jsou pravoúhlé trojúhelníky ABC a EFG, je-li dáno $|AB| = 3\ cm$, $|BC| = 4\ cm$, $|CA| = 5\ cm$, $|AE| = 5\ cm$. (Šarounová [8], s. 85)

Obr. 1

$|AB| = c = 3\ cm, |BC| = a = 4\ cm, |CA| = b = 5\ cm, |AE| = v = 5\ cm$

$$S_p = \frac{c \cdot a}{2}$$

$$\underline{S_p = ?[cm^2]}$$

$$S_p = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$\underline{\underline{S_p = 6[cm^2]}}$$

$$S_{pl} = a \cdot v + b \cdot v + c \cdot v = v \cdot\ a + b + c$$

$$\underline{S_{pl} = ?[cm^2]}$$

$$S_{pl} = 5 \cdot\ 3 + 4 + 5$$

$$S_{pl} = 5 \cdot 12$$

$$\underline{\underline{S_{pl} = 60[cm^2]}}$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$\underline{S = ?[cm^2]}$$

$$S = 2 \cdot 6 + 60$$

$$\underline{\underline{S = 72[cm^2]}}$$

Odpověď: **Povrch trojbokého kolmého hranolu $ABCEFG$ je $72\ cm^2$.**

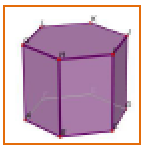
Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 35 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Vypočtěte povrch pravidelného šestibokého hranolu $ABCDEFGHIJKL$, je-li:

$|AB| = a = 3\ cm, |AG| = v = 4\ cm$ (Šarounová [8], s. 86)



Obr. 2

$n = 6,\ a = 3\ cm,\ \rho = b = ?$

$tg\alpha = \frac{a}{b}$	$S_p = n \cdot \frac{a}{2} \cdot \rho$	$S_{pl} = 6 \cdot a \cdot v$	$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$
$tg60° = \frac{\rho}{1,5}$	$\underline{S_p = ?\left[cm^2\right]}$	$\underline{S_{pl} = ?\left[cm^2\right]}$	$\underline{S = ?\left[cm^2\right]}$
$1,732050808 \cdot 1,5 = \rho$	$S_p = 6 \cdot \frac{3}{2} \cdot 2,6$	$S_{pl} = 6 \cdot 3 \cdot 4$	$S = 2 \cdot 23,4 + 72$
$\underline{\rho \doteq 2,6\ cm}$	$\underline{S_p = 23,4\left[cm^2\right]}$	$\underline{S_{pl} = 72\left[cm^2\right]}$	$S = 46,8 + 72$
			$\underline{S = 118,8\left[cm^2\right]}$

Odpověď: Povrch pravidelného šestibokého hranolu je $118,8\ cm^2$.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 36 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro učitele)

6.3.3 Hranol – Pracovní list č. 3

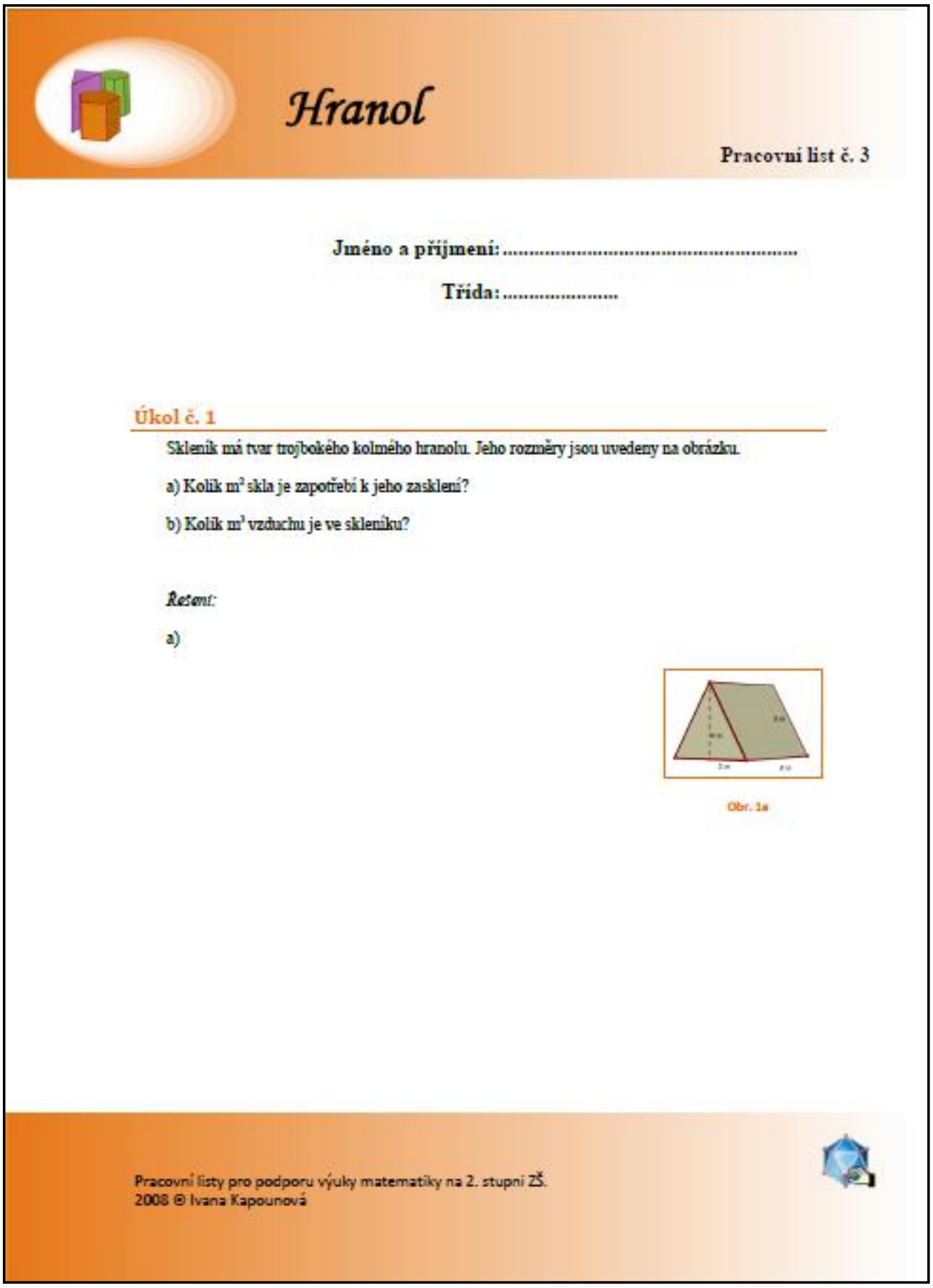
Tento pracovní list obsahuje příklad na výpočet povrchu i objemu hranolu.

a) **Úkol č. 1**

První část úkolu se týká výpočtu povrchu trojbokého hranolu.

b) **Úkol č. 2**

Druhý úkol navazuje na zadání prvního, ale týká se výpočtu objemu hranolu.



Hranol

Pracovní list č. 3

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Sklenik má tvar trojbokého kolmého hranolu. Jeho rozměry jsou uvedeny na obrázku.

a) Kolik m^2 skla je zapotřebí k jeho zasklení?

b) Kolik m^3 vzduchu je ve skleníku?

Řešení:

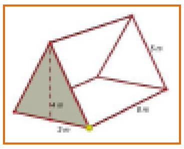
a)

Obr. 1a

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 37 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro žáky)

b)



Obr. 1b

Odpověď: a) ....

b) ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 38 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro žáky)

Hranol

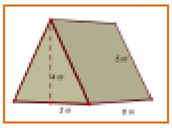
Pracovní list č. 3

Úkol č. 1

Skleník má tvar trojbokého kolmého hranolu. Jeho rozměry jsou uvedeny na obrázku.

a) Kolik m^2 skla je zapotřebí k jeho zasklení?

b) Kolik m^3 vzduchu je ve skleníku?



Obr. 1

Řešení:

a)

$a = 3\ m,\ v_a = 4\ m,\ b = c = 5\ m,\ v = 8\ m$

$$S_p = \frac{a \cdot v_a}{2} \qquad S_{pl} = a \cdot v + 2 \cdot b \cdot v \qquad S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$\underline{S_p = ?\,[m^2]} \qquad \underline{S_{pl} = ?\,[m^2]} \qquad \underline{S = ?\,[m^2]}$$

$$S_p = \frac{3 \cdot 4}{2} \qquad S_{pl} = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 5 \cdot 8 \qquad S = 2 \cdot 6 + 104$$

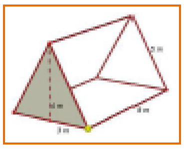
$$\underline{\underline{S_p = 6\,[m^2]}} \qquad S_{pl} = 24 + 80 \qquad S = 12 + 104$$

$$\underline{\underline{S_{pl} = 104\,[m^2]}} \qquad \underline{\underline{S = 116\,[m^2]}}$$

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 39 Pracovní list č. 3 – první strana (verze pro učitele)

b)



Obr. 1b

$a = 3\ m,\ v_a = 4\ m,\ v = 8\ m$

$$S_p = \frac{a \cdot v_a}{2} \qquad V = S_p \cdot v$$

$$\underline{S_p = ?\left[m^2\right]} \qquad \underline{V = ?\left[m^3\right]}$$

$$S_p = \frac{3 \cdot 4}{2} \qquad V = 6 \cdot 8$$

$$\underline{\underline{S_p = 6\left[m^2\right]}} \qquad \underline{\underline{V = 48\left[m^3\right]}}$$

Odpověď: a) K zasklení skleníku je potřeba 116 m^2 skla.

b) Ve skleníku je 48 m^3 vzduchu.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 40 Pracovní list č. 3 – druhá strana (verze pro učitele)

6.4 Kužel a válec

6.4.1 Kužel – Pracovní list č. 1

V tomto pracovním listu jsou příklady na upevnění základních pojmů týkajících se kuželu.

a) **Úkol č. 1**

U prvního příkladu budou žáci určovat velikost poloměru a výšky kuželu na základě daných obrázků.

b) **Úkol č. 2**

U následujícího příkladu mají žáci za úkol vypočítat délku stěny kuželu. K výpočtu jim pomůže Pythagorova věta.

Kužel

Pracovní list č. 1

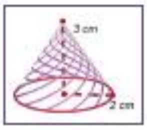
Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Zapiš podle údajů z obrázku poloměr r a výšku v daného kužele. (Odvárko [7], s. 16)

a)

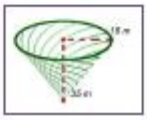


Obr. 1

Odpověď: $r =$

$v =$

b)

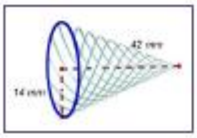


Obr. 2

$r =$

$v =$

c)

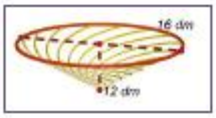


Obr. 1

Odpověď: $r =$

$v =$

d)



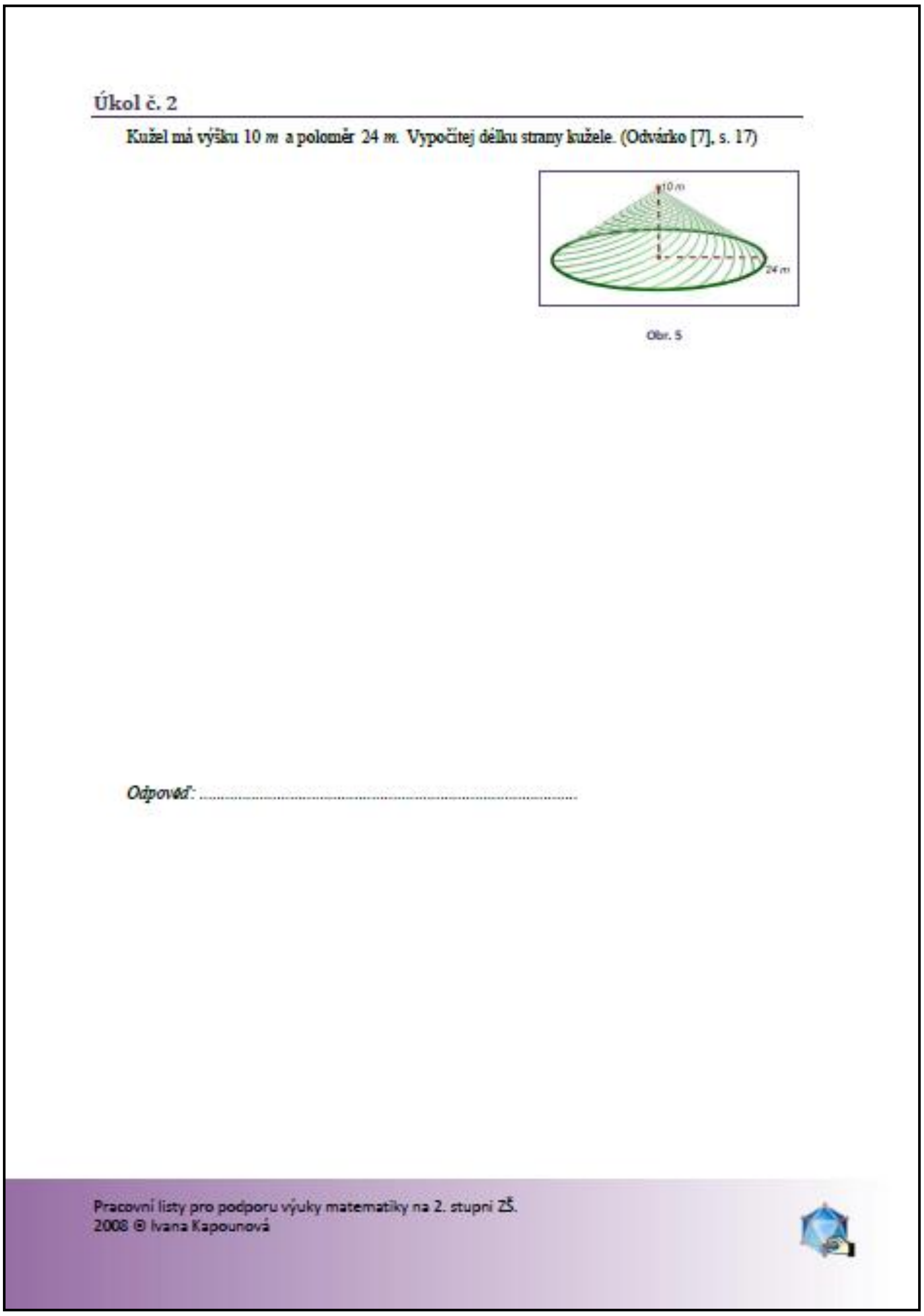
Obr. 2

$r =$

$v =$

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 41 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)



Úkol č. 2

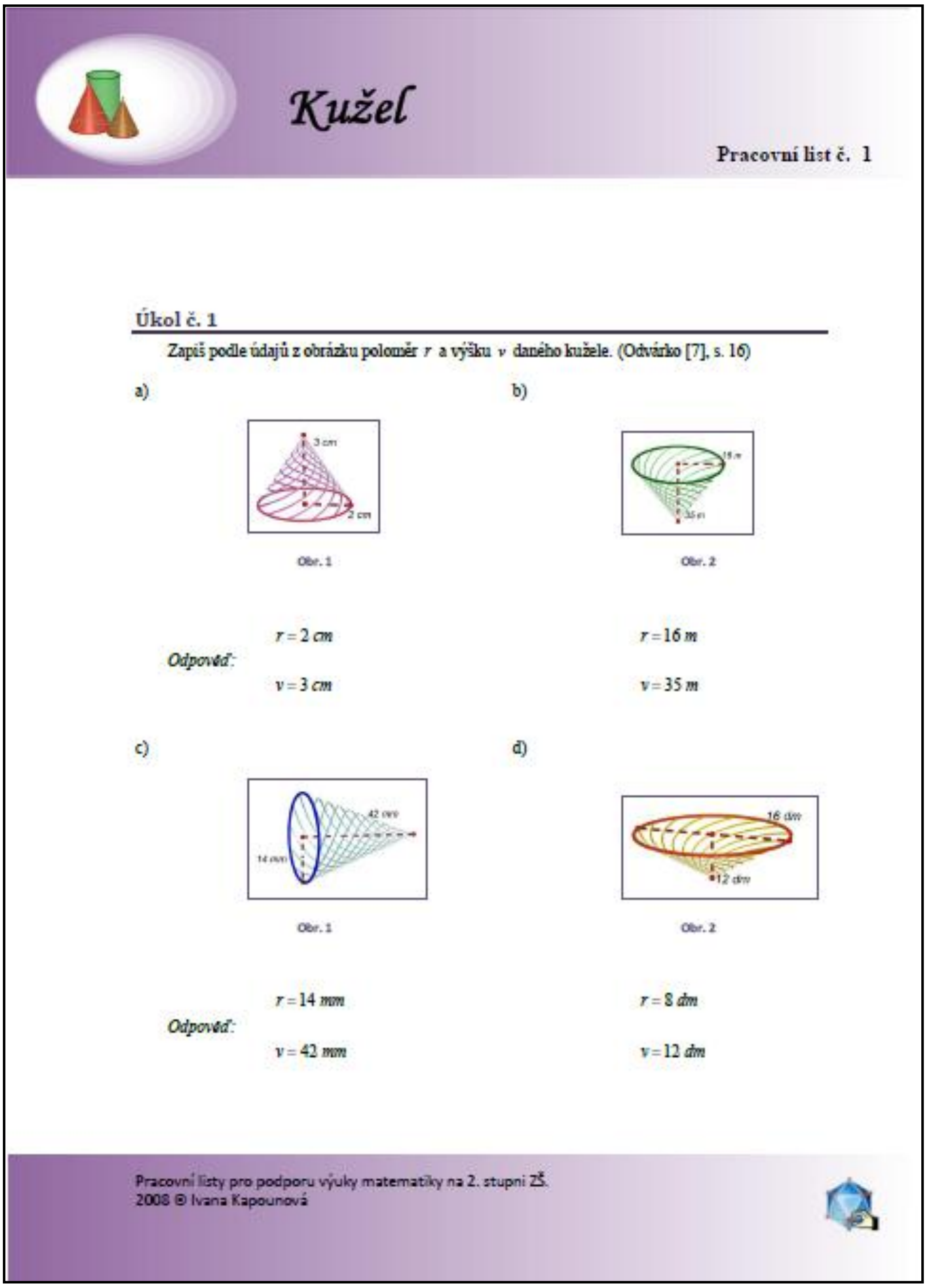
Kužel má výšku $10\ m$ a poloměr $24\ m$. Vypočítej délku strany kužele. (Odvárko [7], s. 17)

Obr. 5

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 42 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)



Kužel

Pracovní list č. 1

Úkol č. 1

Zapiš podle údajů z obrázku poloměr r a výšku v daného kužele. (Odvárko [7], s. 16)

a)

3 cm
2 cm

Obr. 1

b)

16 m
35 m

Obr. 2

Odpověď: $r = 2\ cm$, $v = 3\ cm$ $\quad$ $r = 16\ m$, $v = 35\ m$

c)

42 mm
14 mm

Obr. 1

d)

16 dm
12 dm

Obr. 2

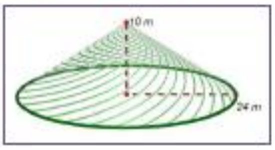
Odpověď: $r = 14\ mm$, $v = 42\ mm$ $\quad$ $r = 8\ dm$, $v = 12\ dm$

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 43 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Kužel má výšku 10 m a poloměr 24 m. Vypočítej délku strany kužele. (Odvárko [7], s. 17)



Obr. 5

$r = 24\ m,\ v = 10\ m,\ s = ?$

$s^2 = r^2 + v^2$
$s^2 = 24^2 + 10^2$
$s^2 = 576 + 100$
$s^2 = 676$
$s = \sqrt{676}$
$\underline{\underline{s = 26\ m}}$

Odpověď: **Délka strany kužele je 26 m.**

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 44 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

6.4.2 Kužel – Pracovní list č. 2

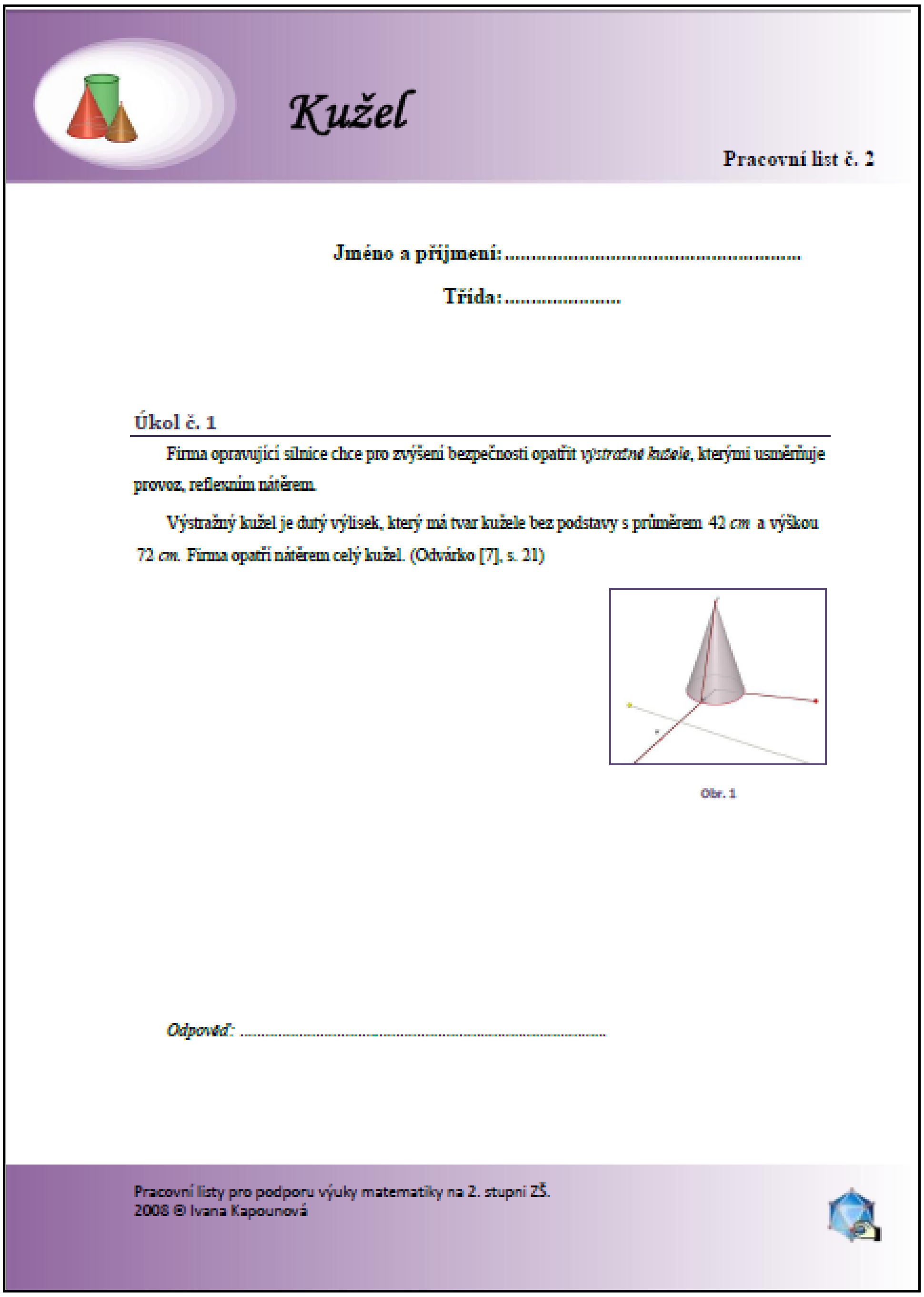
Tento pracovní list je zaměřený na výpočet povrchu a objemu kužele.

a) **Úkol č. 1**

První příklad je zaměřený na výpočet pláště kužele.

b) **Úkol č. 2**

U druhého příkladu mají žáci vyřešit objem kužele.



Kužel

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Firma opravující silnice chce pro zvýšení bezpečnosti opatřit *výstražné kužele*, kterými usměrňuje provoz, reflexním nátěrem.

Výstražný kužel je dutý výlisek, který má tvar kužele bez podstavy s průměrem $42\ cm$ a výškou $72\ cm$. Firma opatří nátěrem celý kužel. (Odvárko [7], s. 21)

Obr. 1

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 45 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Vypočítej objem kužele, který má délku strany 39 *cm* a výšku 36 *cm*. Výsledek zaokrouhli na desítky centimetrů krychlových. (Odvárko [9], s. 136)

Obr. 2

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 46 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro žáky)

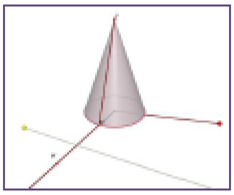
Kužel

Pracovní list č. 2

Úkol č. 1

Firma opravující silnice chce pro zvýšení bezpečnosti opatřit *výstražné kužele*, kterými usměrňuje provoz, reflexním nátěrem.

Výstražný kužel je dutý výlisek, který má tvar kužele bez podstavy s průměrem $42\ cm$ a výškou $72\ cm$. Firma opatří nátěrem celý kužel. (Odvárko [7], s. 21)



Obr. 1

$d = 42\ cm,\ r = \frac{d}{2} = \frac{42}{2} = 21\ cm,\ v = 72\ cm,\ s = ?,\ S_{pl} = ?$

$s^2 = r^2 + v^2$	$S_{pl} = \pi r s$
$s^2 = 21^2 + 72^2$	$S_{pl} = ?[cm^2]$
$s^2 = 441 + 5184$	$S_{pl} = 3{,}14 \cdot 21 \cdot 75$
$s^2 = 5625$	$S_{pl} = 4945{,}5[cm^2]$
$s = 75\ cm$	

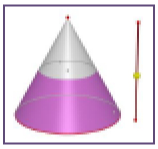
Odpověď: **Povrch pláště kužele je** $4945{,}5\ cm^2$.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 47 Pracovní list č. 2 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Vypočítej objem kužele, který má délku strany 39 *cm* a výšku 36 *cm*. Výsledek zaokrouhli na desítky centimetrů krychlových. (Odvárko [9], s. 136)



Obr. 2

$s = 39\ cm,\ v = 36\ cm,\ r = ?,\ V = ?$

$$r^2 = s^2 - v^2 \qquad S_p = \pi r^2 \qquad V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$
$$r^2 = 39^2 - 36^2 \qquad \underline{S_p = ?\left[cm^2\right]} \qquad \underline{V = ?\left[cm^3\right]}$$
$$r^2 = 1521 - 1296 \qquad S_p = 3{,}14 \cdot 15^2 \qquad V = \frac{1}{3} \cdot 706{,}5 \cdot 36$$
$$r^2 = 225 \qquad S_p = 3{,}14 \cdot 225 \qquad V = 235{,}5 \cdot 36$$
$$r = \sqrt{225} \qquad \underline{S_p = 706{,}5\left[cm^2\right]} \qquad \underline{V = 8478\left[cm^3\right]}$$
$$\underline{r = 15\ cm}$$

Odpověď: **Objem kužele je** 8478 cm^3.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 48 Pracovní list č. 2 – druhá strana (verze pro učitele)

6.4.3 Válec – Pracovní list č. 1

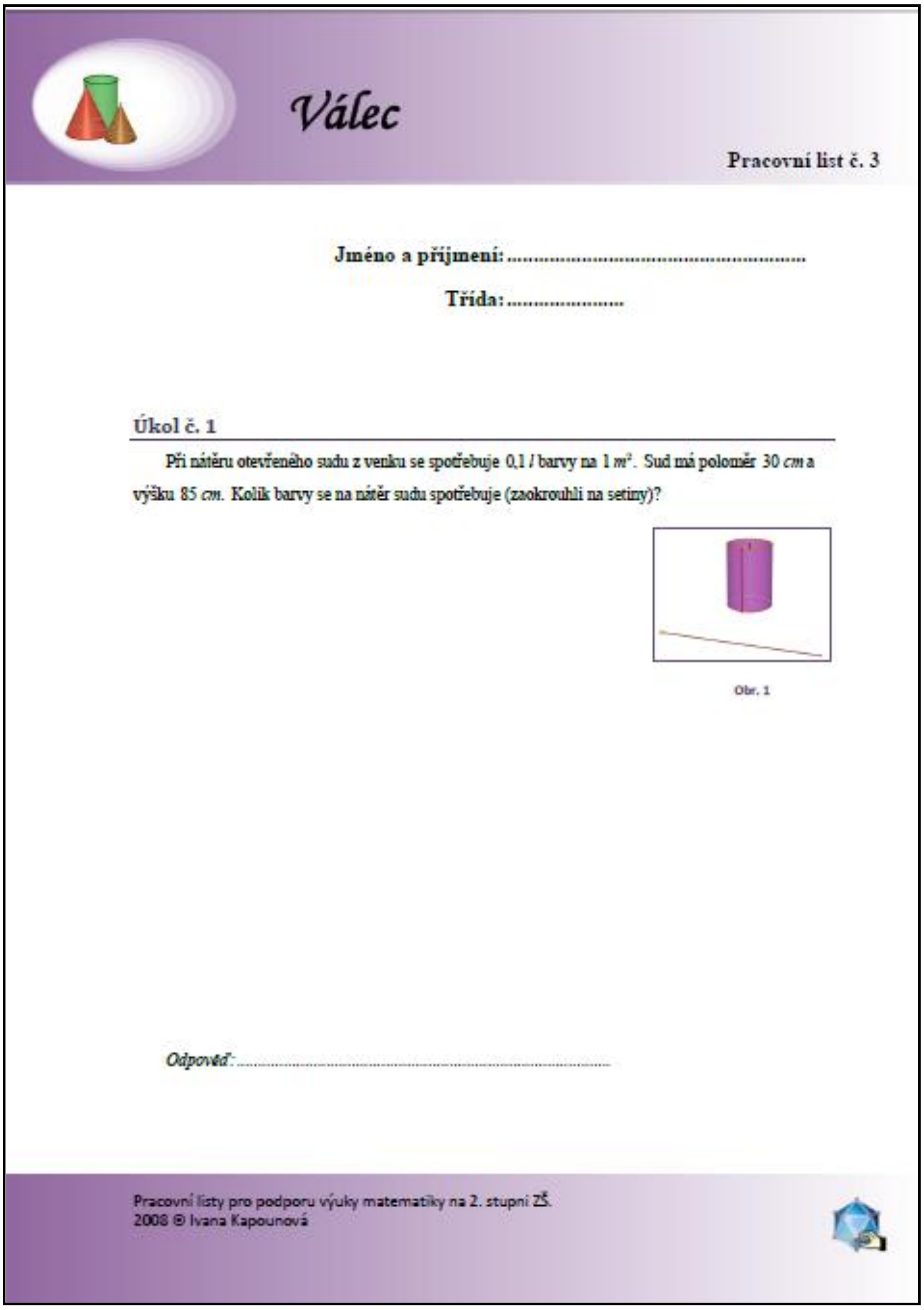
Pracovní list, který se zabývá válcem, má pomoci žákům k zapamatování výpočtu povrchu a objemu válce.

a) **Úkol č. 1**

První příklad je zaměřený na výpočet povrchu válce, akorát si žáci musí uvědomit, že budou natírat plášť a jednu podstavu válce.

b) **Úkol č. 2**

V druhém úkolu mají žáci vypočítat objem válce.



Válec

Pracovní list č. 3

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Při nátěru otevřeného sudu z venku se spotřebuje 0,1 *l* barvy na 1 m^2. Sud má poloměr 30 *cm* a výšku 85 *cm*. Kolik barvy se na nátěr sudu spotřebuje (zaokrouhli na setiny)?

Obr. 1

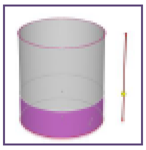
Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 49 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro žáky)

Úkol č. 2

Kolik hektolitrů vody se vejde do nádrže tvaru válce, jestliže průměr válce je 150 cm a výška je 1,8 m? (Výsledek zaokrouhli na jedno desetinné místo).



Obr. 2

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

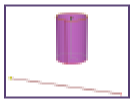
Obr. 6. 50 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro žáky)

Válec

Pracovní list č. 3

Úkol č. 1

Při nátěru otevřeného sudu z venku se spotřebuje 0,1 l barvy na 1 m^2. Sud má poloměr 30 cm a výšku 85 cm. Kolik barvy se na nátěr sudu spotřebuje (zaokrouhli na setiny)?



Obr. 1

$d = 30\ cm,\ r = \frac{d}{2} = \frac{30}{2} = 15\ cm,\ v = 85\ cm$

Jelikož budeme natírat sud bez víka, tak nám pro výpočet obsahu bude stačit jenom jedna podstava.

$S_p = \pi r^2$

$S_p = ?[cm^2]$

$S_p = 3{,}14 \cdot 15^2$

$S_p = 3{,}14 \cdot 225$

$\underline{S_p = 706{,}5[cm^2]}$

$S_{pl} = 2\pi r v$

$S_{pl} = ?[cm^2]$

$S_{pl} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15 \cdot 85$

$S_{pl} = 6{,}28 \cdot 1275$

$\underline{\underline{S_{pl} = 8007[cm^2]}}$

$S = S_p + S_{pl}$

$S = ?[cm^2]$

$S = 706{,}5 + 8007$

$\underline{S = 8713{,}5[cm^2]}$

$8713{,}5\ cm^2 = 0{,}87135\ m^2$

$1\ m^2 \ldots\ldots\ldots\ldots 0{,}1\ l$

$0{,}87135\ m^2 \ldots\ldots\ldots\ x\ l$

$x : 0{,}1 = 0{,}87135 : 1$

$x = 0{,}87135 \cdot 0{,}1$

$x = 0{,}087135$

$\underline{x \doteq 0{,}09\ l}$

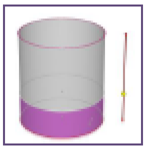
Odpověď: Na nátěr sudu se spotřebuje 0,09 l barvy.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 6. 51 Pracovní list č. 1 – první strana (verze pro učitele)

Úkol č. 2

Kolik hektolitrů vody se vejde do nádrže tvaru válce, jestliže průměr válce je 150 cm a výška je 1,8 m? (Výsledek zaokrouhli na jedno desetinné místo).



Obr. 2

$d = 150\ cm,\ r = \frac{d}{2} = \frac{150}{2} = 75\ cm = 0,75\ m,\ v = 1,8\ m$

$S_p = \pi r^2$	$V = S_p \cdot v = \pi r^2 v$
$\underline{S_p = ?[m^2]}$	$\underline{V = ?[m^3]}$
$S_p = 3,14 \cdot 0,75^2$	$V = 1,76625 \cdot 1,8$
$S_p = 3,14 \cdot 0,5625$	$\underline{\underline{V = 3,17925[m^3]}}$
$\underline{\underline{S_p = 1,76625[m^2]}}$	

$3,17925\ m^3 = 3179,25\ dm^3 = 3179,25\ l = 31,7925\ hl \doteq \underline{\underline{31,8\ hl}}$

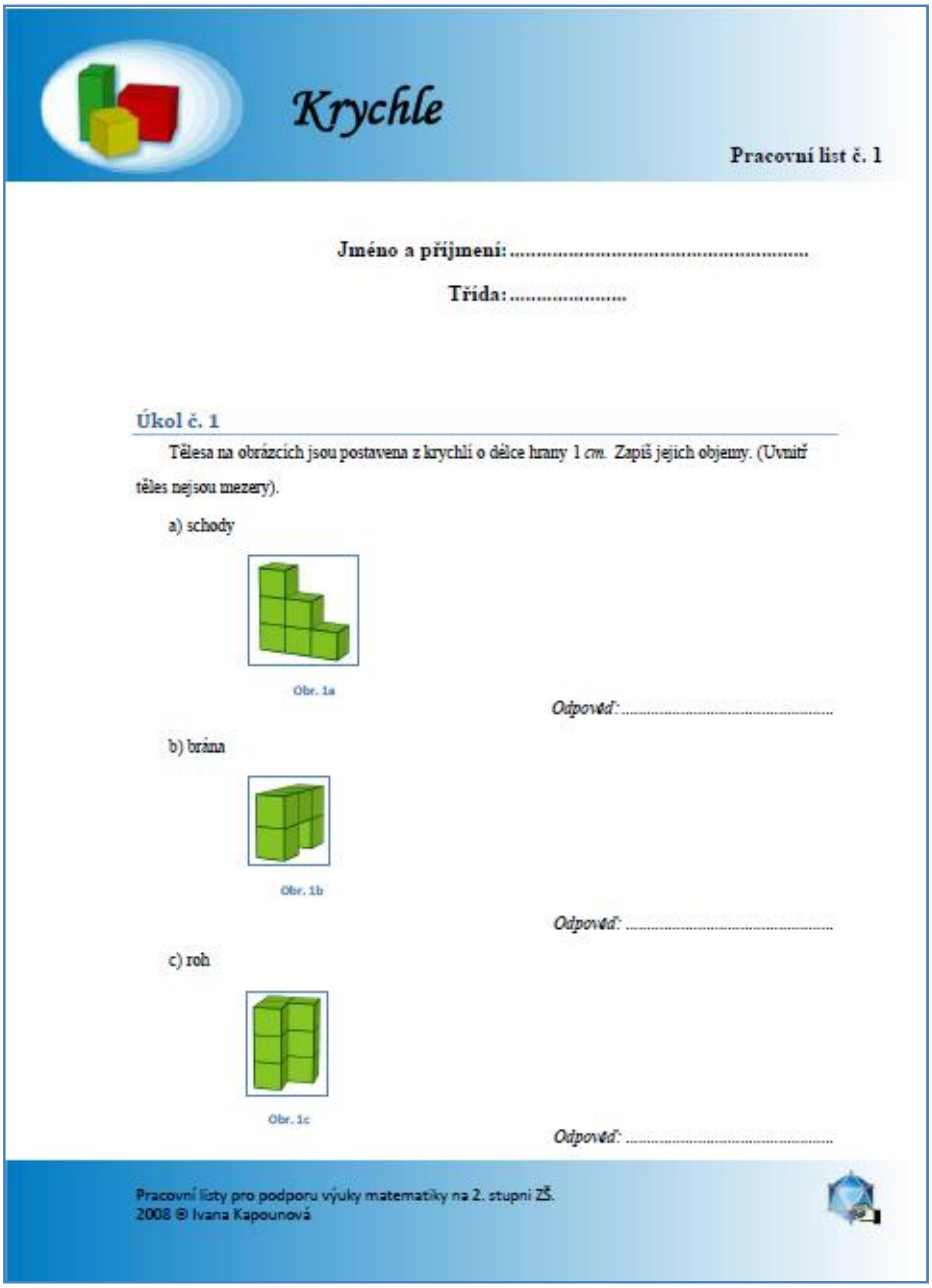
Odpověď: Do nádrže tvaru válce se vejde 31,8 hl vody.

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 6. 52 Pracovní list č. 1 – druhá strana (verze pro učitele)

7 NEŘEŠENÉ PRACOVNÍ LISTY PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Tuto kapitolu věnuji ještě ukázce několika pracovních listů, které nemají řešení, jako další možné náměty.



Krychle

Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Tělesa na obrázcích jsou postavena z krychlí o délce hrany 1 *cm*. Zapiš jejich objemy. (Uvnitř těles nejsou mezery).

a) schody

Obr. 1a

Odpověď: ....

b) brána

Obr. 1b

Odpověď: ....

c) roh

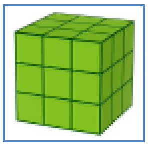
Obr. 1c

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 7. 1 Krychle – Pracovní list č. 1 (první strana)

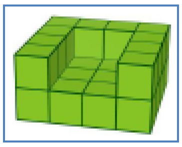
d) krychle



Obr. 1d

Odpověď:..

e) křeslo

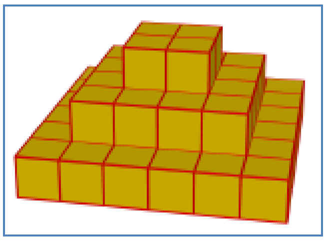


Obr. 1e

Odpověď:..

Úkol č. 2

Pyramida na obrázku je sestavena z krychlí z ledu s délkou hrany 1 *m*. Uvnitř stavby nejsou žádné díry. Jak velký objem má pyramida?



Obr. 2

Odpověď: ....

Obr. 7. 2 Krychle – Pracovní list č. 1 (druhá strana)

Krychle

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

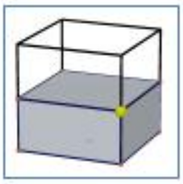
Úkol č. 1

Dutá krychle má délku hrany:

a) 1,5 *dm*,

b) 32 *cm*.

Kolik litrů vody se do ní vejde?



a)

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

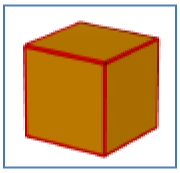
Obr. 7. 3 Krychle – Pracovní list č. 2 (první strana)

b)

Odpověď: ....

Úkol č. 2

Pepa našel na půdě starou dřevěnou kostku ve tvaru krychle, která má délku hrany $65\ cm$, a rozhodl se ji opravit. Pomůžeš mu vypočítat, kolik metrů papíru bude potřebovat na její polepení?



Odpověď: ....

Obr. 7. 4 Krychle – Pracovní list č. 2 (druhá strana)

Kvádr

Pracovní list č. 1

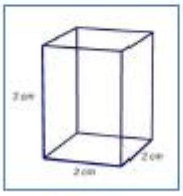
Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

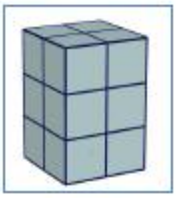
Úkol č. 1

Kvádr na obrázku Obr. 1a má rozměry 2 *cm*, 2 *cm* a 3 *cm*.

Na obrázku Obr. 1b je rozdělen na krychličky o objemu 1 cm^3.



Obr. 1a



Obr. 1b

a) Kolik krychliček je v každé vodorovné vrstvě kvádru?

Odpověď: ....

b) Kolik vrstev krychliček je v kvádru nad sebou?

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 7. 5 Kvádr – Pracovní list č. 1 (první strana)

c) Kolik krychliček celkem vyplňuje kvádr?

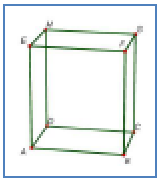
Odpověď: ....

d) Zapiš objem kvádru.

Odpověď: ....

Úkol č. 2

Zkontroluj podle obrázku zápis a doplň, co chybí:



Obr. 2

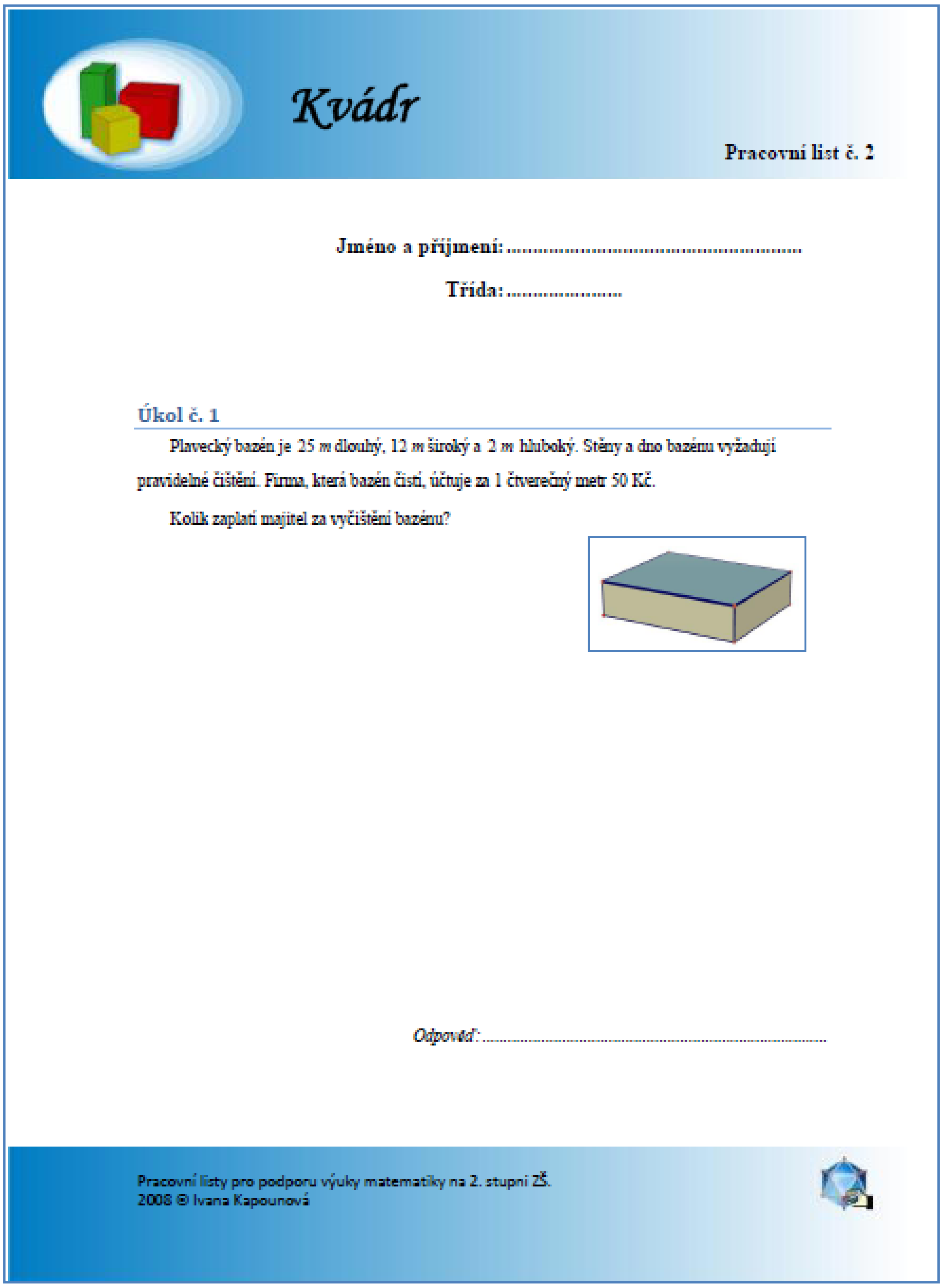
a) Boční stěny: *ABFE, BCGF* ....

b) Vrcholy podstav: *A, C, E, F, H* ....

c) Podstavné hrany: *BC, CD, EF, GH* ....

d) Boční hrany: *AE, CG* ....

Obr. 7. 6 Kvádr – Pracovní list č. 1 (druhá strana)



Kvádr

Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Plavecký bazén je 25 *m* dlouhý, 12 *m* široký a 2 *m* hluboký. Stěny a dno bazénu vyžadují pravidelné čištění. Firma, která bazén čistí, účtuje za 1 čtverečný metr 50 Kč.

Kolik zaplatí majitel za vyčištění bazénu?

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

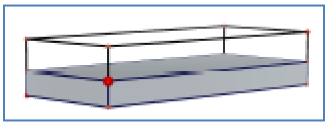
Obr. 7. 7 Kvádr – Pracovní list č. 2 (první strana)

Úkol č. 2

Bazén má rozměry 8,4 m a 12,3 m. Po napuštění bazénu až po okraj bude výška vody 150 cm.

a) Vypočítej, kolik hektolitrů vody musí do bazénu přitéct, aby voda stoupla o 10 centimetrů.

b) Za jak dlouho se naplní bazén, když do něj za minutu přiteče 50 litrů vody? Výsledek vyjádři v hodinách a minutách.



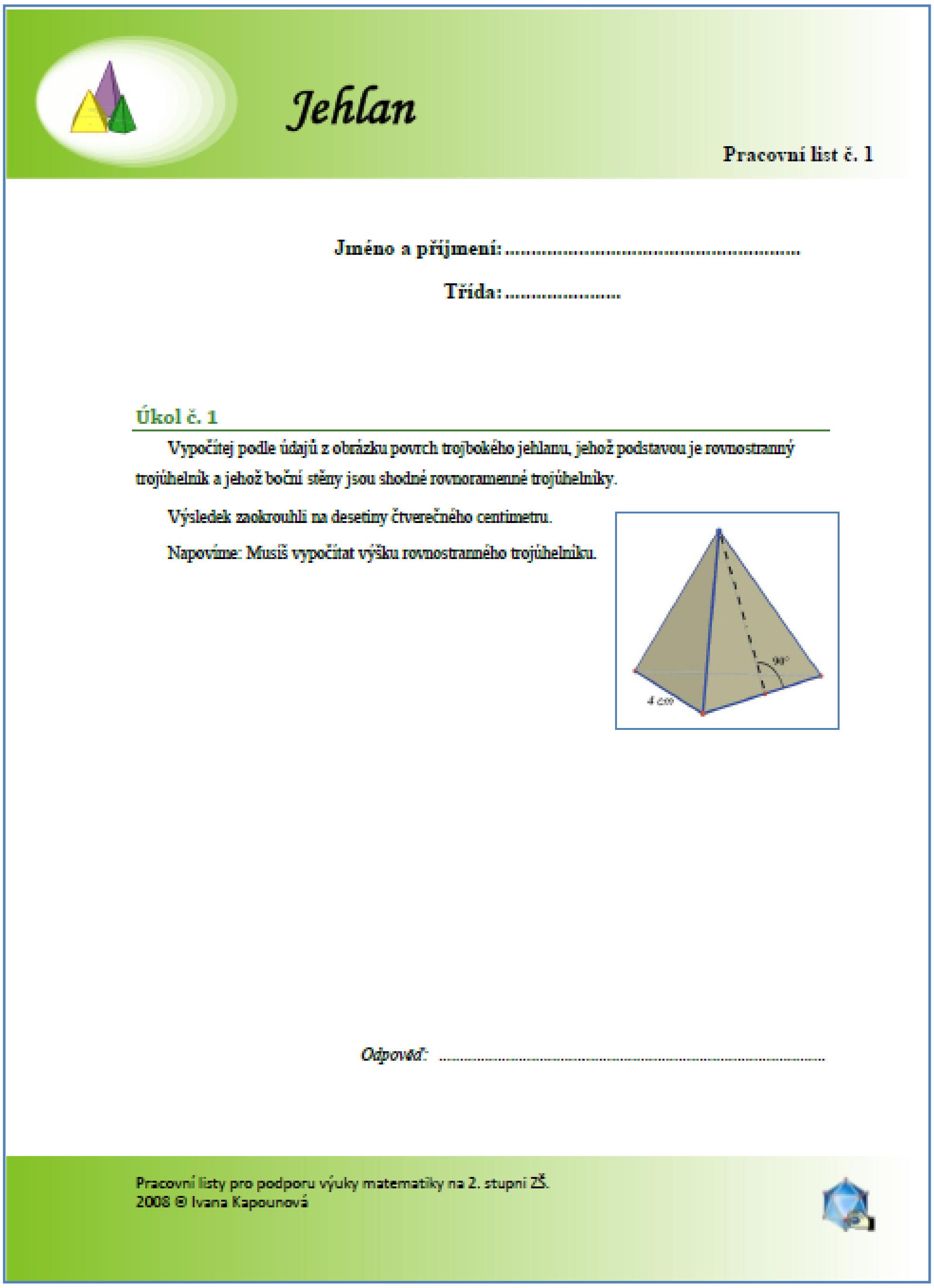
a)

Odpověď: ....

b)

Odpověď: ....

Obr. 7. 8 Kvádr – Pracovní list č. 2 (druhá strana)



Jehlan

Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Vypočítej podle údajů z obrázku povrch trojbokého jehlanu, jehož podstavou je rovnostranný trojúhelník a jehož boční stěny jsou shodné rovnoramenné trojúhelníky.

Výsledek zaokrouhli na desetiny čtverečného centimetru.

Napovíme: Musíš vypočítat výšku rovnostranného trojúhelníku.

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 7. 9 Jehlan – Pracovní list č. 1 (první strana)

Úkol č. 2

Objem jehlanu s obdélníkovou podstavou o rozměrech 3 dm a 5 dm je 90 dm^3. Urči tělesovou výšku jehlanu.

Napovíme: Nejprve vyjádři výšku ze vzorce pro objem jehlanu.

Odpověď: ....

Obr. 7. 10 Jehlan – Pracovní list č. 1 (druhá strana)

Jehlan

Pracovní list č. 2

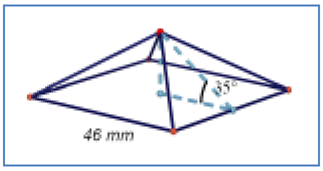
Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Délka podstavné hrany pravidelného čtyřbokého jehlanu je 46 *mm* a velikost úhlu α sevřeného stěnovou výškou a rovinou podstavy je 35°.

Vypočítej objem jehlanu: výsledek zaokrouhli na desítky krychlových milimetrů.



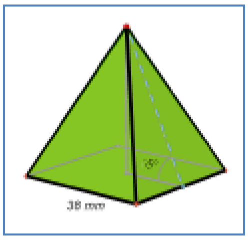
Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 7. 11 Jehlan – Pracovní list č. 2 (první strana)

Úkol č. 2

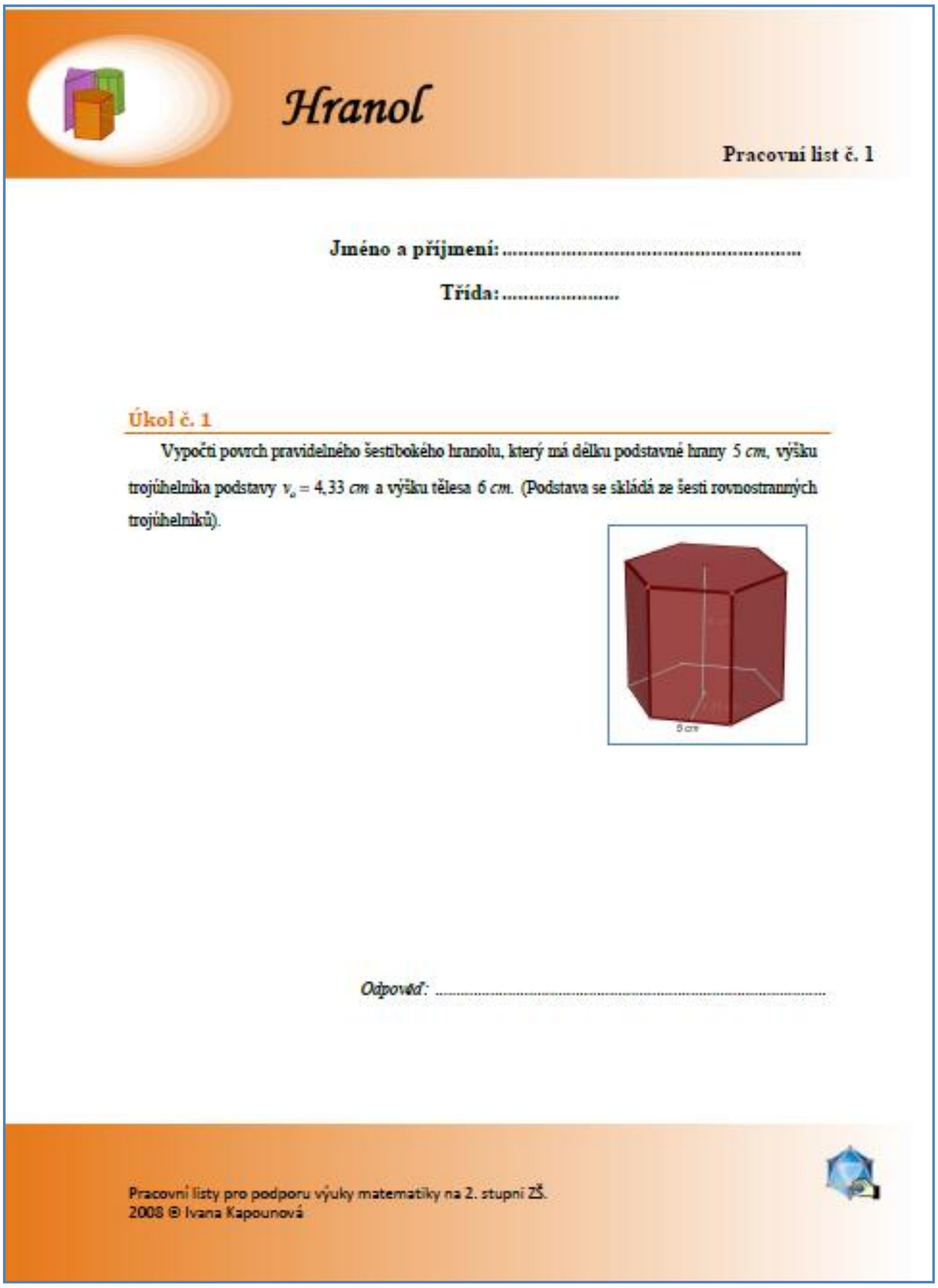
Pravidelný čtyřboký jehlan na obrázku má délku podstavné hrany $38\ mm$ a velikost úhlu, který svírá stěnovou výšku s rovinou podstavy, je 65°. Vypočítej povrch jehlanu.



Odpověď: ……………………………………………………………………

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 7. 12 Jehlan – Pracovní list č. 2 (druhá strana)



Hranol

Pracovní list č. 1

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

Vypočti povrch pravidelného šestibokého hranolu, který má délku podstavné hrany $5\ cm$, výšku trojúhelníka podstavy $v_a = 4{,}33\ cm$ a výšku tělesa $6\ cm$. (Podstava se skládá ze šesti rovnostranných trojúhelníků).

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 7. 13 Hranol – Pracovní list č. 1 (první strana)

Úkol č. 2

Splav na omývání řepy je v podstatě hranol s podstavou rovnoramenného trojúhelníku o základně 6,8 m (šířka splavu) a výšce 4,8 m (hloubka splavu); je dlouhý 25 m.

Vypočítejte jeho objem.

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 7. 14 Hranol – Pracovní list č. 1 (druhá strana)

Hranol

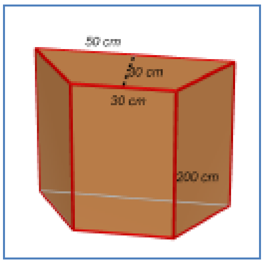
Pracovní list č. 2

Jméno a příjmení: ....

Třída: ....

Úkol č. 1

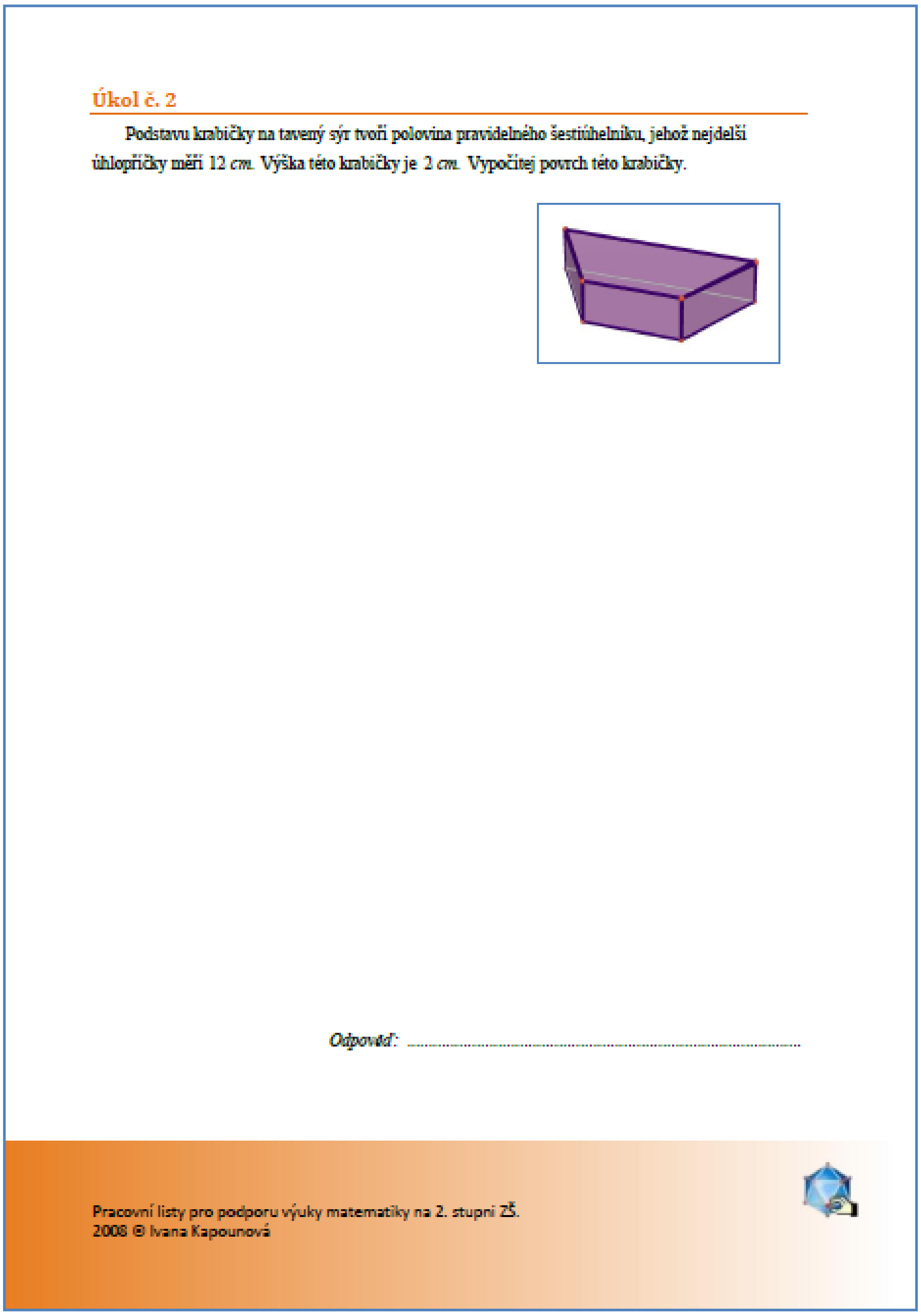
Kolik litrů vody se vejde do koryta tvaru hranolu? Rozměry vidíte na obrázku.



Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Obr. 7. 15 Hranol – Pracovní list č. 2 (první strana)



Úkol č. 2

Podstavu krabičky na tavený sýr tvoří polovina pravidelného šestiúhelníku, jehož nejdelší úhlopříčky měří 12 *cm*. Výška této krabičky je 2 *cm*. Vypočítej povrch této krabičky.

Odpověď: ....

Pracovní listy pro podporu výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.
2008 © Ivana Kapounová

Obr. 7. 16 Hranol – Pracovní list č. 2 (druhá strana)

8 MOŽNOSTI VYUŽITÍ CABRI 3D NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

Již v úvodu jsem psala, že název mojí diplomové práce v sobě zahrnuje slovo „střední školy“, ale jelikož mám aprobaci pro základní školy, tak jsem se především zaměřila na tento typ škol a ráda bych dala možnost někomu ze studentů, kteří mají aprobaci pro střední školy, toto téma více rozvinout v jejich diplomové práci.

Rozhodla jsem se však v této kapitole popsat několik typových příkladů, které se budou týkat:

- průsečíku přímky a roviny,
- řezu tělesa rovinou,
- průniku přímky s tělesem
- a příčky mimoběžek,

abych ukázala, co všechno se dá s pomocí programu Cabri 3D vytvořit, a že je vhodné ho začlenit i do výuky na středních školách, aby studenti měli jiný pohled na geometrii, konkrétně stereometrii, a deskriptivní geometrii.

8.1 Průsečík přímky a roviny

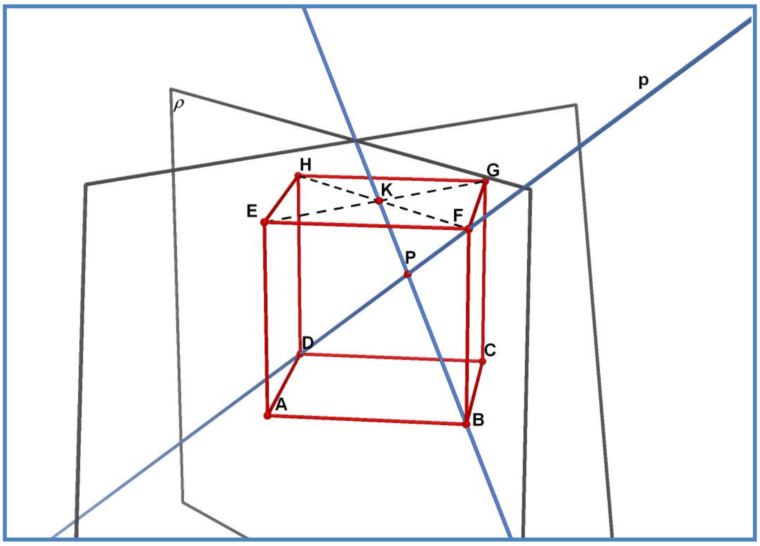
Toto téma jsem probírala již v třetí kapitole, proto ho zde nebudu více rozebírat.

8.1.1 Příklad 1

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Sestrojte průsečík P přímky $p = \leftrightarrow DF$ s rovinou $\rho = \leftrightarrow BEG$. (Odvárko [2], str. 310)

Řešení

Přímka p leží v rovině DBF (Obr. 7. 1). Průsečnicí rovin ρ a $\leftrightarrow DBF$ je přímka BK, kde K je průsečík přímky EG s přímkou FH. Přímka EG je průsečnicí rovin ρ a $\leftrightarrow EFG$. Hledaným průsečíkem přímky p s rovinou ρ je průsečík P přímky p s přímkou BK.



Obr. 7. 1 Příklad 1

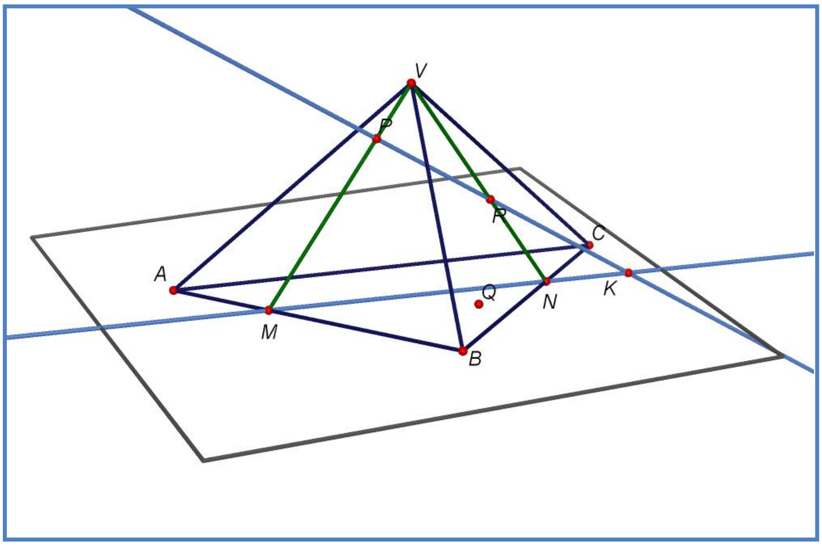
8.1.2 Příklad 2

Sestrojte řez trojbokého jehlanu $ABCV$ rovinou PQR, která je určena vnitřními body stěn ABV, ABC a BCV. (Odvárko [2], str. 313)

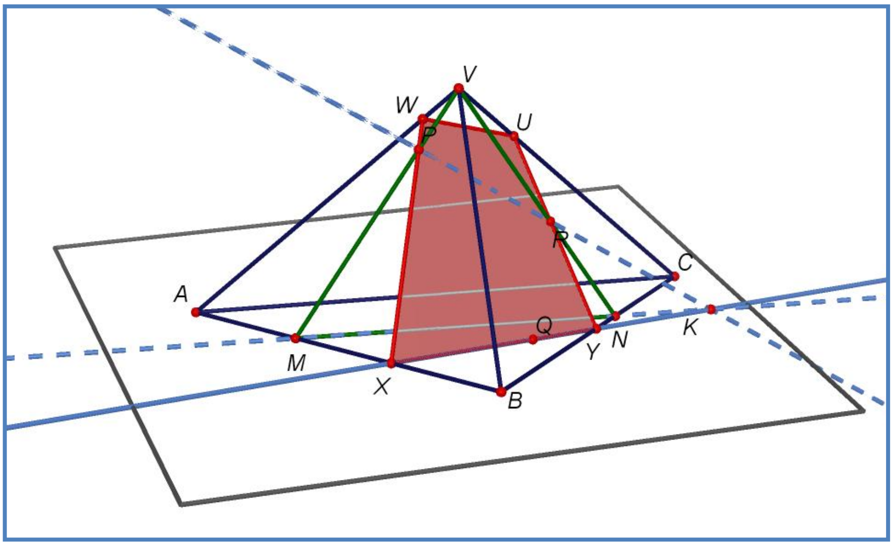
Řešení

Hledejme nejprve průsečík K přímky PR s rovinou ABC. Přímkou PR vedeme rovinu PRV, jejíž průnik s jehlanem $ABCV$ je trojúhelník MNV, $M \in AB$, $N \in BC$. Bod K je průsečík přímek PR a MN (Obr. 7. 2a).

Přímka KQ je průsečnice rovin PQR a ABC. Rovina PQR protíná stěnu ABC v úsečce XY, $X \in AB, Y \in BC$. Hledaným řezem je čtyřúhelník $XYUW$, $U \in VC, W \in AV$ (Obr. 7. 2b).



Obr. 7. 2a Příklad 2



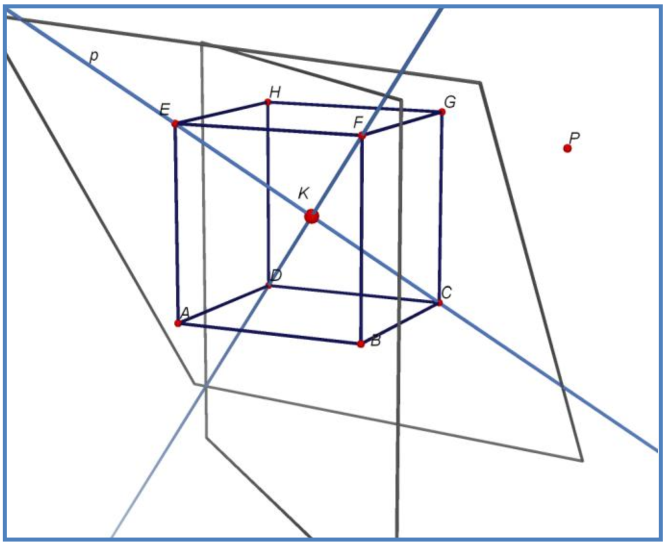
Obr. 7. 2b Příklad 2

8.1.3 Příklad 3

Je dána krychle $ABCDEFGH$ a bod P tak, že bod F je středem úsečky EP. Sestrojte průsečík přímky p s rovinou BDH, jestliže $p = \leftrightarrow EC$. (Odvárko [2], str. 314)

Řešení

Přímka p leží v rovině ECP (Obr. 7. 4). Průsečnicí rovin ECP a BDH je přímka DF. Hledaným průsečíkem přímky p s přímkou DF je průsečík K.



Obr. 7. 3 Příklad 3

8.2 Řez tělesa rovinou

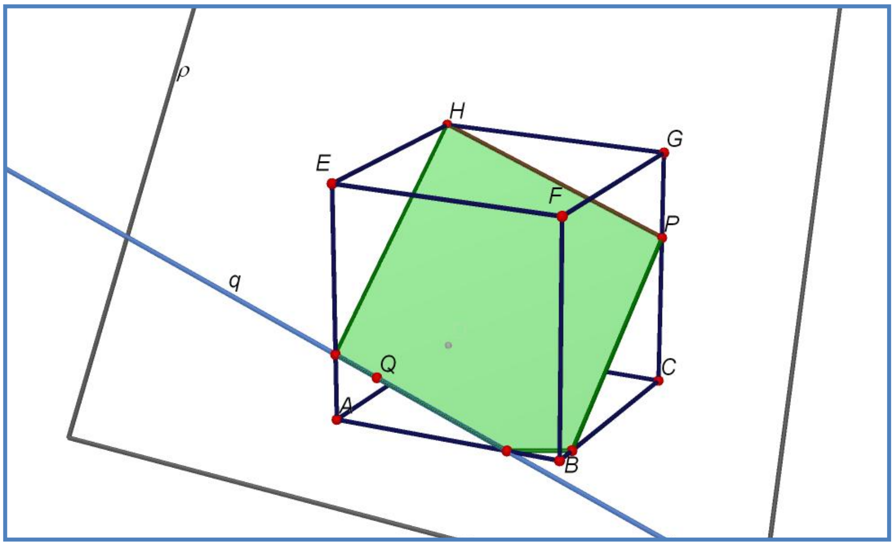
Viz třetí kapitola.

8.2.1 Příklad 1

Body P, Q jsou po řadě vnitřní body hrany CG a stěny $ABFE$ krychle $ABCDEFGH$. Sestrojte řez krychle rovinou $\rho = \leftrightarrow HPQ$. (Odvárko [2], str. 302)

Řešení

Průnikem roviny ρ a stěny $CDHG$ je úsečka HP. Rovina ρ protíná rovinu ABF v přímce q, která je rovnoběžná s přímkou HP a prochází bodem Q (Obr. 7. 4). Další postup závisí na tom, které strany čtverce $ABFE$ protíná přímka q.



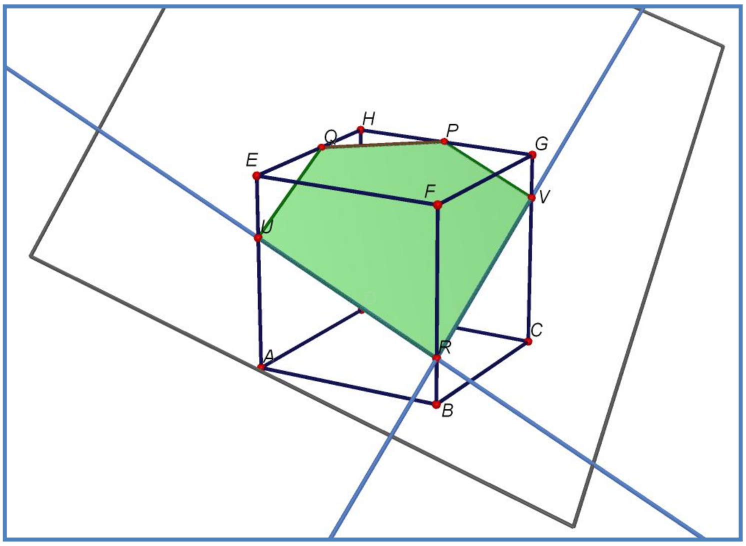
Obr. 7. 4 Příklad 1

8.2.2 Příklad 2

Body P, Q, R jsou po řadě vnitřními body hran HG, EH, BF krychle $ABCDEFGH$. Sestrojte řez krychle rovinou PQR. (Odvárko [2], str. 304)

Řešení

Průnik roviny PQR se stěnou $EFGH$ je úsečka PQ (Obr. 7. 5). Chceme najít průnik roviny PQR se stěnou $ABFE$. Jedním bodem průniku je bod R, druhý bod průniku sestrojíme s pomocí rovin EFG, ABE, PQR. Průsečnicemi rovin EFG, ABE a EFG, PQR jsou po řadě různoběžné přímky EF, PQ. Průsečík M přímek EF, PQ leží na průsečnici rovin ABE a PQR. Takto získáme průnik roviny PQR se stěnou $ABFE$, je to průnik přímky RM se čtvercem $ABFE$. Podobně sestrojíme průnik roviny řezu se stěnou $BCGF$. Hledaným řezem je pětiúhelník $PQURV$.



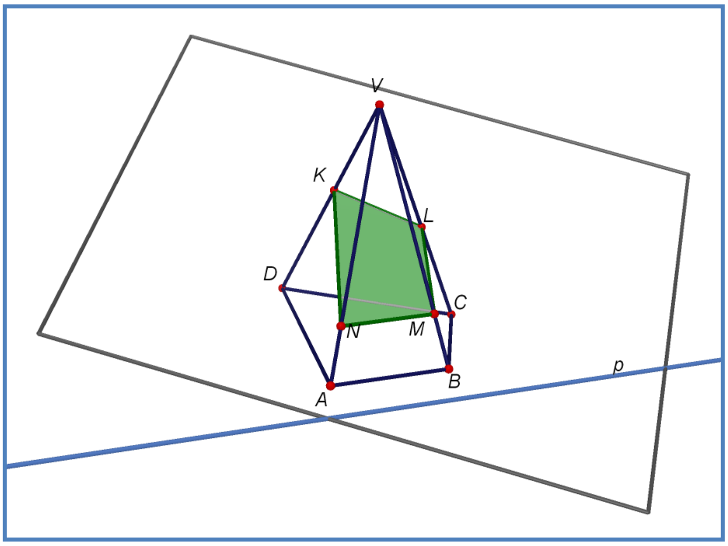
Obr. 7. 5 Příklad 2

8.2.3 Příklad 3

V rovině podstavy jehlanu $ABCDV$ je dána přímka p a uvnitř hrany DV bod K. Přímka p je rovnoběžná s hranou AB a různoběžná s ostatními podstavnými hranami jehlanu. Sestrojte řez jehlanu rovinou pK. (Odvárko [2], str. 306)

Řešení

Průnik stěny DCV s rovinou pK sestrojíme za pomoci roviny pK, ABC a CDV. Podobně sestrojíme průnik stěny CBV s rovinou pK. Průsečnicemi dvojic rovin pK, ABC a BAV, ABC jsou rovnoběžné přímky p a AB, proto je s nimi rovnoběžná též průsečnice rovin pK a BAV. Hledaným řezem je čtyřúhelník $KLMN$ (Obr. 7. 6).



Obr. 7. 6 Příklad 3

8.3 Průnik přímky s tělesem

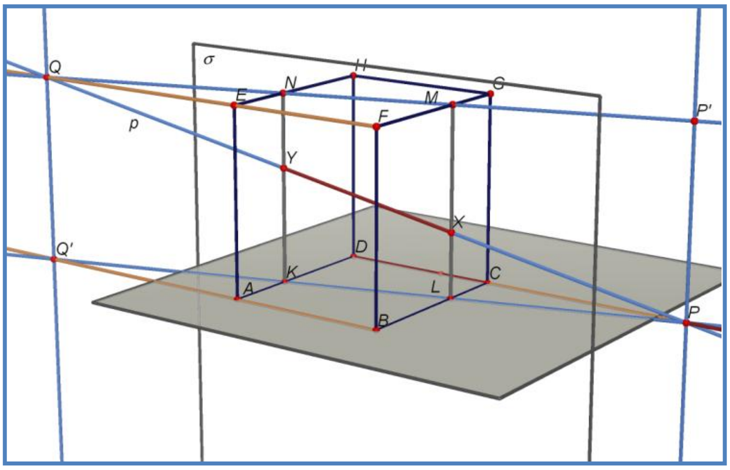
Průnik přímky s tělesem řešíme podobně jako průsečík přímky s rovinou, proto zde řeším jenom jeden ukázkový příklad.

8.3.1 Příklad 1

Je dán kvádr $ABCDEFGH$ se čtvercovou podstavou a přímka $p = \leftrightarrow PQ$. Bod P je bodem polopřímky DC, $|DP| = \frac{4}{3}|CD|$, bod Q je bodem polopřímky FE, $|FQ| = \frac{3}{2}|EF|$. Sestrojte průsečíky přímky p s povrchem kvádru. (Pomykalová [3], str. 46)

Řešení

Přímkou p vedeme rovinu σ rovnoběžnou s přímkou AE. Přímka PQ' je průsečnicí roviny σ a roviny podstavy. Řez kvádru rovinou σ je obdélník $KLMN$. Hledané průsečíky jsou body X, Y. Průnikem přímky s kvádrem je úsečky XY.



Obr. 7. 7 Příklad 1

8.4 Příčka mimoběžek

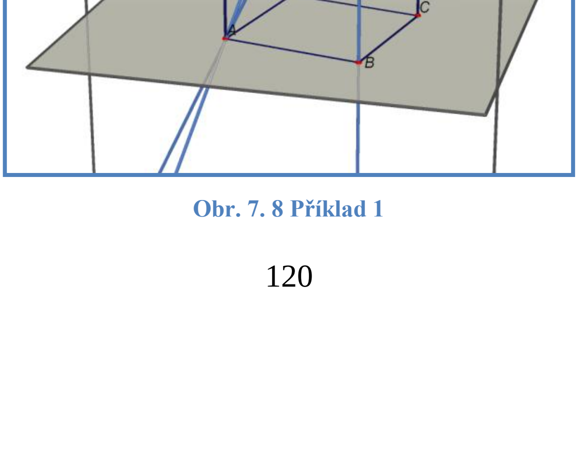
Viz třetí kapitola. Jako ukázku uvedu jeden příklad.

8.4.1 Příklad 1

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Najděte příčku mimoběžek AH a BF, která prochází bodem M, bod M je středem hrany EF. (Pomykalová [3], str. 48)

Řešení

Rovina určená přímkou BF a bodem M je rovina stěny $ABFE$. Její průsečík s přímkou AH je bod A. Hledaná příčka je přímka AM, přímku BF protne v bodě X.



Obr. 7. 8 Příklad 1

9 VYZKOUŠENÍ PRACOVNÍCH LISTŮ NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Po dokončení posledního návrhu pracovního listu bylo potřeba tyto pracovní listy vyzkoušet, a kde jinde by se měly tyto pracovní listy vyzkoušet, než na některé ze základních škol v příslušném ročníku, pro který byly vytvořeny.

Jelikož jsem vytvářela pracovní listy zabývající se stereometrií, která se vyučuje na druhém stupni základních škol, i když začátky stereometrie spadají již pod první stupeň základní školy, tak jsem hledala školu, která by mi umožnila vyzkoušení pracovních listů v některé ze šestých až devátých tříd.

Zkusila jsem se zeptat na základní škole v místě svého bydliště, tedy na Základní škole v Batelově, kde mi pan ředitel vyšel vstříc, jelikož jsem zde vykonávala i souvislou praxi a učitelé i žáci byli s mojí výukou spokojeni.

Po dohodě s panem ředitelem a s pani učitelkou matematiky Stanislavou Padělkovou jsme se domluvili na vyzkoušení pracovních listů v jedné třídě sedmého ročníku, konkrétně v VII. B, a v jedné třídě devátého ročníku, v IX. A.

Když jsem se domluvila i s panem učitelem informatiky Petrem Janouškem o nainstalování demo verze programu Cabri 3D do každého počítače, jelikož program Cabri 3D není síťový program, tak už nic nebránilo ve vyzkoušení, ale pro jistotu jsem přišla do školy o hodinu dříve, abych vyzkoušela funkčnost programu, aby mohla spolupráce se žáky proběhnout bez problémů.

9.1 Vyzkoušení v VII. B

Vyzkoušení pracovních listů jsem provedla ve dvou vyučovacích hodinách při hodinách matematiky v počítačové učebně. Jedna z nich byla ve středu 11. března od 9^{30} do 10^{15} a druhá hodina probíhala ve čtvrtek 12. března od 7^{30} do 8^{15}. Zúčastnilo se 16 žáků, z toho 8 dívek a 8 chlapců.

9.1.1 Průběh práce s programem Cabri 3D a pracovními listy

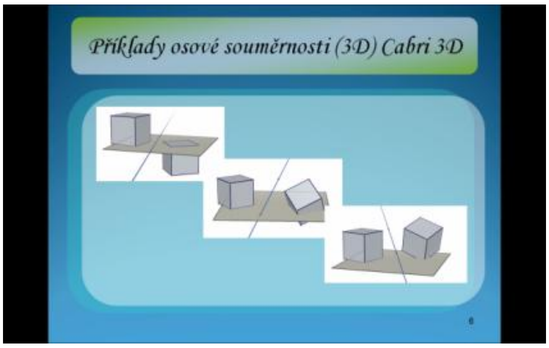
Po představení jsem žákům vysvětlila, že jim během následujících dvou hodin matematiky ukážu výuku matematiky z trochu jiného pohledu a to výuku za pomoci počítače, kde budou pracovat s programem Cabri 3D, který je vhodný pro výuku stereometrie a jehož předností je žákům usnadnit prostorový pohled na těleso.

Následující dvě hodiny výuky jsem rozdělila takto: v první hodině jsem s žáky pracovala s pomocí počítače a v druhé hodině žáci vyplňovali pracovní listy a v závěru hodiny i dotazník, hodnotící průběh této výuky.

9.1.2 První hodina

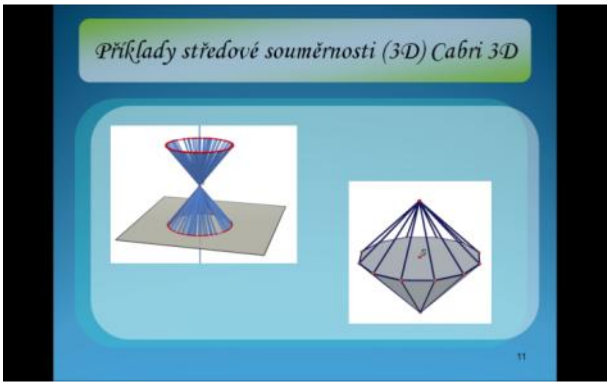
Na začátku první hodiny jsem žákům nejprve promítla prezentaci na téma „Osová a středová souměrnost“, kterou probírali v šestém ročníku, abych jim trochu představila program Cabri 3D a ukázala jim jednu z možností využití tohoto programu.

Obr. 8. 1 Osová souměrnost (2D) z praxe



Obr. 8. 2 Osová souměrnost (3D) Cabri 3D

Obr. 8. 3 Středová souměrnost (3D) z praxe

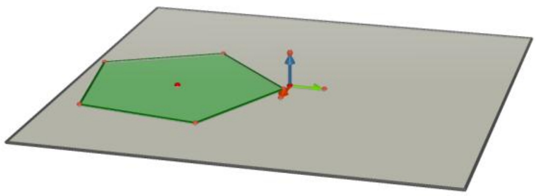


Obr. 8. 4 Středová souměrnost (3D) Cabri 3D

Potom jsme přešli k části, kdy měli žáci sami začít pracovat s programem Cabri 3D. Nejdříve jsem se jich zeptala na rozdíl mezi kvádrem a hranolem. Od pani učitelky jsem věděla, že žáci hranoly teprve budou probírat, tak jsem jim na jednom příkladu ukázala, jak vypadá kvádr a pravidelný pětiboký hranol. Jelikož kvádr patří mezi hranoly, tak jsem se na tomto příkladu snažila vysvětlit žákům, že rozdíl mezi kvádrem a hranolem je v tom, že podstavu kvádru může tvořit buď obdélník, anebo čtverec, a podstavu hranolu může tvořit jakýkoli mnohoúhelník, ať už pravidelný, jako je například pravidelný pětiúhelník, nebo nepravidelný, např. obecný trojúhelník.

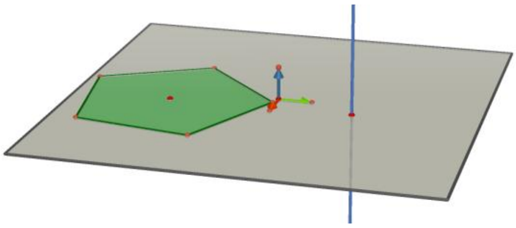
Následně jsme společně vytvořili pravidelný pětiboký hranol. Nebylo to zrovna jednoduché, ale žáci to dobře zvládli. Postupovali jsme takto:

- *Vytvořili jsme si podstavu hranolu, která má tvar pravidelného pětiúhelníku.*



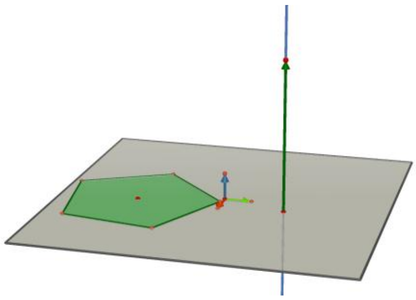
Obr. 8. 5 Podstava hranolu

- *Abychom dosáhli kolmosti hranolu, tak jsme si vytvořili přímku kolmou k rovině.*



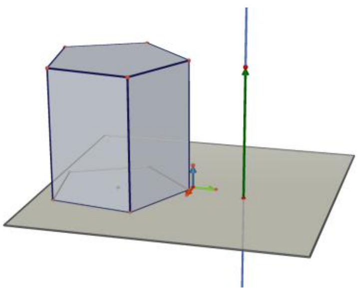
Obr. 8. 6 Kolmice

- *Výšku hranolu jsme si vytvořili tak, že jsme na kolmici nanesli vektor, který bude určovat naši výšku hranolu. Vektor jsme nanesli tak, že počáteční bod vektoru byl v červeném bodě na přímce (to je průsečík přímky s rovinou) a druhý bod jsme vynesli libovolně na přímce.*



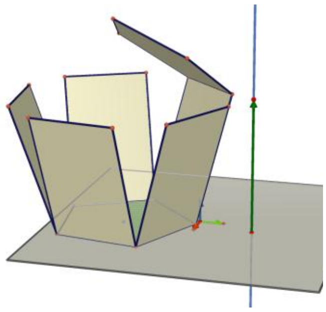
Obr. 8. 7 Vektor představující výšku hranolu

- *Nakonec jsme vytvořili hranol za pomoci nástroje Hranol a to tak, že jsme postupně klepli na podstavu (pravidelný pětiúhelník) a vektor.*



Obr. 8. 8 Pravidelný pětiboký hranol

- *K vytvoření sítě hranolu nám pomohl nástroj Síť mnohostěnu.*



Obr. 8. 9 Síť pravidelného pětibokého hranolu

Když jsem potom žákům ukázala, jak mohou s tímto hranolem pohybovat a že si ho tak prohlédnou ze všech stran, tak se jim to velmi líbilo. Když jsem jim ale řekla, že si společně ještě vytvoříme síť hranolu, tak na mě koukali trochu vyděšeně, protože si asi každý z nich představil, jak musel vytvářet doma na papír síť krychle a následně ji slepit. Ale po zjištění, že jim na vytvoření sítě stačí jenom zmáčknutí jednoho tlačítka a to nástroje „Síť mnohostěnu", jsem uviděla v jejich očích nadšení.

Do konce první hodiny zbývalo ještě několik minut, tak žáci dostali za úkol vytvořit pravidelný trojboký hranol, jehož podstavu tvořil rovnostranný trojúhelník, a jeho síť. Ke konci hodiny jsem jim ještě ukázala, že si mohou změnit i barvu plochy hranolu, tloušťku čáry, styl plochy apod.

9.1.3 Druhá hodina

Jelikož se žáci ještě hranoly neučili, tak jsem jim rozdala pracovní list na kvádr. Ale hned na začátku vyvstal jeden problém. Žáci totiž učivo o kvádru opakovali na začátku sedmého ročníku, v rámci opakování na předchozí ročník, a jelikož to neměli v současnosti znovu zopakované a tedy vžité, tak jim v pochopení zadání jednotlivých příkladů nepomohly ani vzorečky napsané na tabuli.

Velký problém jim také činilo rozeznat, kdy zvolit vzoreček pro výpočet povrchu a kdy pro výpočet objemu kvádru. Když už se poprali s tímto problémem, tak další problém nastal v pochopení zadání. Sice jsem vybírala příklady z učebnic pro sedmý ročník, ale už jsem nepočítala s tím, že když budou mít žáci zadání typu (zadání prvního úkolu):

„*Kvádr* A,B,C,D,E,F,G,H *má rozměry* 24 *cm*, 6 *dm*, 12 *cm*.

Vypočítej: a) obsah stěny B, C, F, G,

b) povrch kvádru.“, tak že nebudou vědět, jak mají popsat daný kvádr. Tedy že hrana *a* je *24 cm,* hrana *b* je *6 dm* a výška kvádru, tedy hrana *c* je *12 cm.* Sice jsem předpokládala, že některé z nich nenapadne, aby si např. decimetry převedli na centimetry, protože potřebují všechny hodnoty ve stejných jednotkách, ale tento problém mě dost zaskočil.

Tento příklad mělo celý správně devět žáků z šestnácti. Tři žáci měli správně pouze obsah stěny a další čtyři žáci měli správně jenom povrch kvádru.

U druhého příkladu, jehož zadání znělo: *„Děvčata z 6. třídy budou hrát pro malé děti divadlo. Divadelní „sál“ upravují z prázdného skladiště, které je* 6 *m dlouhé,* $4\,m$ *široké a* $2{,}5\,m$ *vysoké. Místnost potřebuje vymalovat všechny stěny a strop. Bude stačit jeden nátěr. Kolik plechovek barvy mají koupit, když v jedné plechovce je* 5 *kg barvy a* 1 *kg vystačí na* $6\,m^2$*?* “, se vyskytl stejný problem, jako u předchozího příkladu, tedy že žáci nedovedli popsat daný kvádr, ale s tím se nakonec dobře vypořádali. Ale další problém na sebe nenechal dlouho čekat, vyskytl se v této podobě, žáci nemohli přijít na to, co je myšleno tím, že mají vymalovat všechny stěny a strop. Vysvětlila jsem jim to na místnosti, ve které jsme zrovna byli, takže žáci tento příklad řešili následovně, nejprve vypočítali povrch celé místnosti a potom od ní odečetli obsah podlahy.

Tento příklad nedořešilo devět žáků z šestnácti. Ze zbylých sedmi žáků měli výsledek správně tři žáci a zbývající čtyři žáci dopočítali povrch, ale již nestačili dopočítat, kolik plechovek bude potřeba.

Třetí příklad, který měli žáci spočítat, byl na objem kvádru. Jeho zadání zní: *„Výkop pro základy domu bude* 20 *metrů dlouhý,* 11 *metrů široký a* 3 *metry hluboký. Kolik krychlových metrů hlíny je třeba vykopat?“.* Tento příklad vyřešili pouze tři žáci a jenom dva žáci z těchto třech měli správný výsledek.

9.1.4 Hodnocení výuky

Během první hodiny jsem viděla v očích žáků nadšení, že mohou v průběhu výuky matematiky pracovat s počítačem, ale následná hodina mě velmi zklamala. S největší pravděpodobností to bylo asi tím, že žáci neměli danou látku zopakovanou, proto jim činila velké potíže a to se asi nejvíc odrazilo v hodnocení.

9.2 Vyzkoušení v IX. A

Pracovní listy jsem vyzkoušela ve dvou následujících vyučovacích hodinách, a to při hodině matematiky a hodině občanské výchovy, které v této třídě vyučovala pani učitelka Stanislava Padělková. Obě se konali ve čtvrtek 12. března a to v časech: od 8^{25} do 9^{10} a od 9^{30} do 10^{15}. Zúčastnilo se 10 žáků, z toho 7 dívek a 3 chlapci. Do této třídy chodí 15 žáků, ale pět chlapců bylo omluveno z důvodu účasti na soutěži v basketbalu.

9.2.1 Průběh práce s programem Cabri 3D a pracovními listy

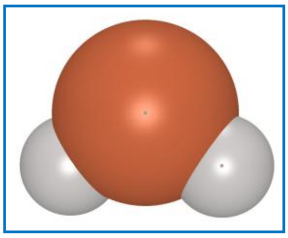
Po představení jsem žákům vysvětlila, že jim během následujících dvou hodin matematiky ukážu výuku matematiky z trochu jiného pohledu, a to výuku za pomoci počítače, kde budou pracovat s programem Cabri 3D, který je vhodný pro výuku stereometrie a jehož předností je žákům usnadnit prostorový pohled na těleso.

Následující dvě hodiny výuky jsem rozdělila takto: v první hodině jsem s žáky pracovala s pomocí počítače a v druhé hodině žáci vyplňovali pracovní listy a v závěru hodiny i dotazník hodnotící průběh této výuky.

9.2.2 První hodina

Na začátku první hodiny jsem žákům ukázala příklad na propojení mezipředmětových vztahů, konkrétně matematiky s chemií, a to příklad, který znázorňoval molekulu vody vytvořenou v programu Cabri 3D za pomoci nástroje Koule a osové souměrnosti. Tento příklad jsme si s žáky společně vyzkoušeli vytvořit.

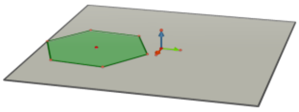
Molekula vody se skládá z jedné molekuly kyslíku (tu představuje červená koule) a ze dvou molekul vodíku (tu představují dvě bílé koule). Viz Obr. 8. 10



Obr. 8. 10 Molekula vody

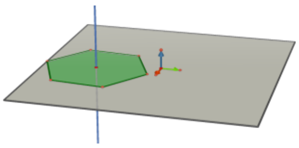
Po dokončení prvního příkladu jsem společně s žáky začala vytvářet pravidelný šestiboký jehlan a jeho síť. Postup byl následující:

- *Nejprve jsme si vytvořili podstavu, kterou představuje pravidelný šestiúhelník.*



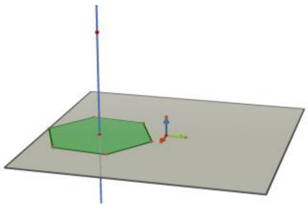
Obr. 8. 11 Podstava

- *Abychom docílili kolmosti jehlanu, vytvořili jsme si kolmici k pravidelnému šestiúhelníku, procházející středem šestiúhelníku.*



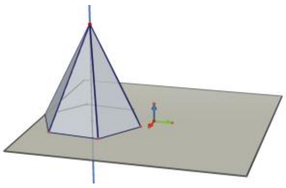
Obr. 8. 12 Kolmice

- *Následně jsme zvolili na kolmici bod, jehož vzdálenost od středu pravidelného šestiúhelníku představovala výšku jehlanu.*



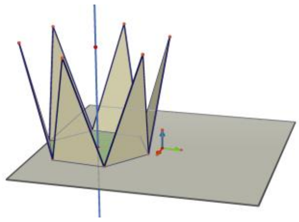
Obr. 8. 13 Výška jehlanu

- *Nakonec jsme vytvořili jehlan za pomoci nástroje Jehlan a to tak, že jsme klepli na podstavu (pravidelný šestiúhelník) a pak na vrchol.*



Obr. 8. 14 Pravidelný šestiboký jehlan

- *K vytvoření sítě jehlanu nám pomohl nástroj Síť mnohostěnu.*



Obr. 8. 15 Síť pravidelného šestibokého jehlanu

Na závěr jsem ještě žákům ukázala, že mohou některé nepotřebné útvary skrýt a že mohou měnit barvu plochy, čáry, styl plochy a čáry apod.

Další úkol vypracovávali žáci samostatně. Jejich úkolem bylo vytvořit pravidelný čtyřboký jehlan a jeho síť. Když žáci tento úkol splnili, tak do konce hodiny zbývalo ještě několik minut, tak jsem jim nechala možnost, aby si vyzkoušeli sami, co některé nástroje dovedou.

9.2.3 Druhá hodina

V devátém ročníku se ze stereometrie probírají tato tělesa: jehlan, válec a kužel. Na základě domluvy s pani učitelkou, jsem v této hodině rozdala žákům pracovní list s příklady na jehlan. V průběhu hodiny se nevyskytl žádný vážný problém a asi to bylo z toho důvodu, že žáci podobné typy úloh řešili nedávno během výuky.

U prvního příkladu, jehož znění je: *„Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany* 10 *cm a tělesovou výšku* 12 *cm. Vypočítej jeho povrch. Napovíme: Využij Pythagorovu větu k výpočtu stěnové výšky.“*, dělalo některým žákům problém si uvědomit rozdíl mezi tělesovou a stěnovou výškou, tak jsem pozastavila na chvíli vyplňování a vysvětlili jsme si, kudy prochází tělesová a stěnová výška.

Tento příklad správně vyřešilo osm žáků z deseti, jedna z dívek si spletla právě jmenované výšky, proto jí výsledek vyšel jinak a jeden z chlapců si s tímto příkladem vůbec nevěděl rady.

Druhý příklad byl na výpočet objemu a jeho zadání bylo: *„Urči objem jehlanu, který má obdélníkovou podstavu o rozměrech* $8\ cm$ *a* $7\ cm$ *a výšku* $9\ cm$. *“*, při jeho výpočtu žáci neměli žádné problémy.

Tento příklad úspěšně vyřešilo osm žáků z deseti, jedna z dívek špatně pochopila obrázek a tak počítala objem komolého jehlanu a chlapec, který nevyřešil předešlý úkol, nevyřešil ani tento. Když jsem se na to ptala pani učitelky, tak mi řekla, že i během její výuky nemá dobré výsledky.

9.2.4 Hodnocení výuky

Když jsem v první hodině ukázala žákům první příklad, ve kterém byla znázorněná molekula vody, tak jsem neviděla moc velké nadšení mezi žáky, ale když jsme pak začali vytvářet další příklad a v závěru hodiny si mohli žáci sami vyzkoušet jednotlivé nástroje, tak jsem viděla jejich nadšení. Většina z nich by proto souhlasila, aby se program Cabri 3D používal při výuce. Menší problémy při vyplňování pracovních listů měly za následek kladnější hodnocení v dotazníku než u sedmé třídy.

10 HODNOCENÍ S POMOCÍ DOTAZNÍKU

V závěru druhé hodiny jsem žákům rozdala dotazníky, v nichž měli zhodnotit tyto dvě hodiny výuky s pomocí programu Cabri 3D a pracovních listů. Na vyplnění dotazníku měli žáci deset minut. Vyplňování dotazníků bylo anonymní, protože mi měly poskytnout zpětnou vazbu od žáků. Důležité pro mě bylo zjistit, zda používají počítače při výuce v dalších předmětech, jestli používali při výuce matematiky již nějaký jiný program a jestli se jim výuka s pomocí programu Cabri 3D a pracovních listů líbila a zda by jí uvítali i v dalších předmětech.

10.1 Dotazník pro žáky

Dotazník

Po vyzkoušení práce s programem Cabri 3D a vyplnění některého z pracovních listů, bych Tě chtěla poprosit o vyplnění tohoto dotazníku, který mi posloužení pro vyhodnocení výsledků do mé diplomové práce. Děkuji Ti za vyplnění.

Své odpovědi zakroužkuj, případně napiš.

I. **Obecné použití výukového programu**

a) *Používali jste někdy v nějakém předmětu při výuce počítač (kromě výpočetní techniky)?*

ano ne

b) *Pokud ano, v jakém předmětu to bylo (napiš tento předmět/y):*

....

c) *Pomohlo ti použití počítače v tomto předmětu k lepšímu pochopení probírané látky?*

ano ne

d) *Použil/a jsi někdy ve svém volném čase nějaký výukový program, se kterým jste nepracovali ve škole?*

ano ne

e) *Pokud ano, jaký program to byl?* ....

f) *Pomohl ti tento program zlepšit přípravu do školy?*

ano ne

II. **Použití matematického programu**

1. *Použili jste někdy nějaký matematický program*
   a. *při výuce matematiky* ano ne
   b. *ve svém volném čase* ano ne

2. *Jaký program to byl?* ....

3. *Pomohl ti tento program k lepšímu pochopení probírané látky?*

ano ne

III. **Program Cabri 3D a pracovní listy**

1. *Pomohlo ti použití programu Cabri 3D v pochopení daného tématu?*

ano ne

2. *Líbily se ti úlohy na opakování?* (1 = líbily, 5 = nelíbily)

1 2 3 4 5

3. *Líbí se ti grafické zpracování pracovních listů?* (1 = líbí, 5 = nelíbí)

1 2 3 4 5

4. *Líbila se ti výuka s použitím programu Cabri 3D a pracovních listů?* (1 = líbila, 5 = nelíbila)

1 2 3 4 5

5. *Co ti dělalo největší problémy při použití programu Cabri 3D?*

....

6. *Jaké klady nebo zápory vidíš na použití Cabri 3D?*

....

IV. **Poznámky**

Tento prostor je určen pro tvé názory a nápady.

....

....

....

....

....

....

....

....

10.2 Vyhodnocení dotazníků

Při vyhodnocování dotazníků se potvrdili mé pocity z výuky, kdy jsem zjistila, že žákům sedmé třídy vyplňování pracovních listů dělalo větší problémy než žákům deváté třídy, a to se odrazilo i v hodnocení.

10.2.1 Vyhodnocení dotazníků VII. B

První tabulka obsahuje otázky týkající se první části dotazníku, tedy „Obecné použití výukového programu“. Vynechala jsem zde otázky I b) a I e). U otázky I b) měli žáci uvést, v jakém jiném předmětu (kromě výpočetní techniky) používají při výuce počítač. Žáci uvedli tyto předměty: český jazyk, anglický jazyk, německý jazyk, dějepis, rodinná výchova a občanská výchova. Otázka I e) se týkala toho, zda žáci používají někdy ve svém volném čase nějaký výukový program a pokud ano, tak jaký. Žáci uvedli výukové programy, které jim pomáhají při výuce matematiky, českého jazyka především v podobě cvičení pro zlepšení v diktátech a při výuce jazyků. Ale nikdo z nich si nevzpomněl na přesný název daného programu.

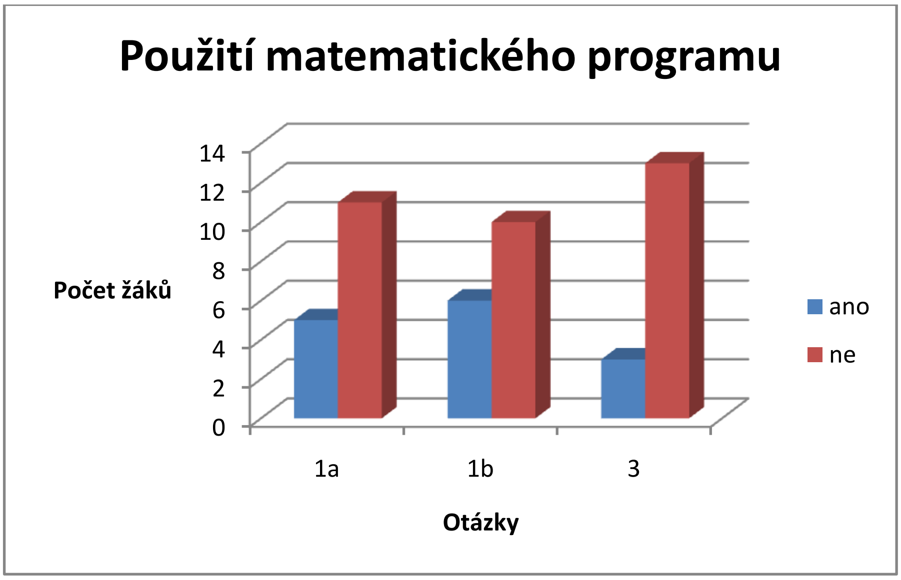
Hodnocení žáků	Otázka			
	a	**c**	**d**	**f**
ano	16	12	6	5
ne	0	4	10	11

Tab. 1 Obecné použití výukového programu

Druhá tabulka v sobě zahrnuje otázky druhé části dotazníku na téma „Použití matematického programu." V tabulce je vynechána druhá otázka, jež se žáků ptá, jaký program použili při výuce matematiky nebo ve svém volném čase. Žáci odpovídali, že použili buď matematický program na násobení a dělení, anebo si na název nevzpomněli.

Hodnocení žáků	Otázka		
	1a	1b	3
ano	5	6	3
ne	11	10	13

Tab. 2 Použití matematického programu



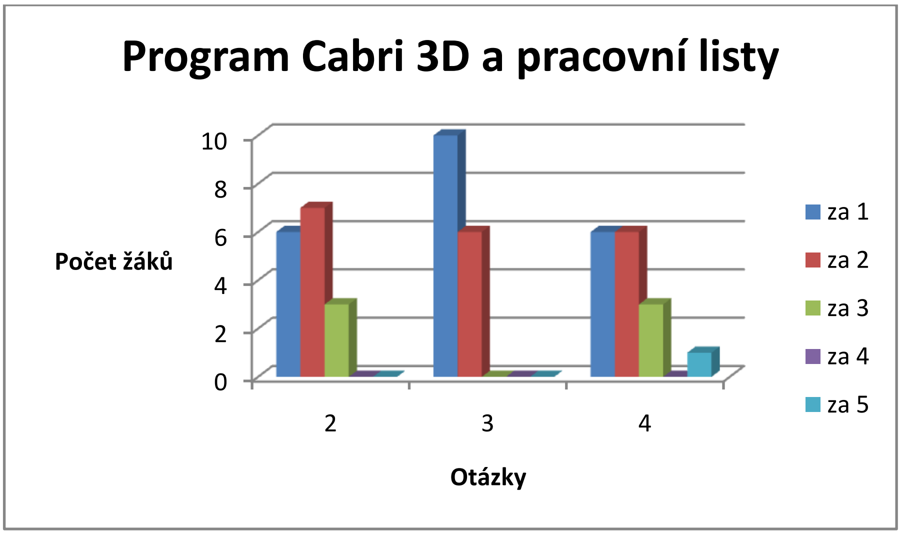
V třetí tabulce jsem hodnotila otázky týkající se „Programu Cabri 3D a pracovních listů." V tabulce jsem vynechala otázky 1, 5 a 6. V otázce č. 1 jsem se ptala žáků, jestli jim pomohlo použití programu Cabri 3D v pochopení daného tématu. Dvanáct žáků odpovědělo ano, tři žáci odpověděli ne a jeden z žáků nezaškrtl žádnou odpověď.

Otázka č. 5 byla „Co ti dělalo největší problémy při použití programu Cabri 3D?“. Někteří žáci odpověděli, že jim největší problémy dělalo rozložení sítě, použití Cabri 3D při výpočtu pracovních listů (žáci se domnívali, že budou nějak více používat program Cabri 3D při výpočtu, ale jednotlivé soubory s tělesy k danému příkladu měly sloužit pouze jako pomůcka pro vybavení tělesa) a dalším problémem bylo, že tři počítače nefungovaly, proto nevyšel počítač na dva žáky, kteří proto museli být ve dvojici.

V otázce č. 6 měli žáci napsat, jaké klady nebo zápory vidí na použití Cabri 3D. Žáci se vyjádřili takto: „Častěji používat při výuce.“ „Je to zábava.“ „Dobré zpestření výuky.“ „Použití Cabri 3D je lepší pro pochopení látky.“ „Lepší než výuka ve třídě.“

Hodnocení žáků	Otázka		
	2	**3**	**4**
za 1	6	10	6
za 2	7	6	6
za 3	3	0	3
za 4	0	0	0
za 5	0	0	1

Tab. 3 Program Cabri 3D a pracovní listy



10.2.2 Vyhodnocení dotazníků IX. A

První tabulka obsahuje otázky týkající se první části dotazníku, tedy „Obecné použití výukového programu“. Vynechala jsem zde otázky I b) a I e). U otázky I b) měli žáci uvést, v jakém jiném předmětu (kromě výpočetní techniky) používají při výuce počítač. Žáci uvedli tyto předměty: český jazyk, anglický jazyk, německý jazyk, zeměpis, přírodopis. Otázka I e) se týkala toho, zda žáci používají někdy ve svém volném čase nějaký výukový program a pokud ano, tak jaký. Žáci uvedli výukové programy, které jim pomáhají při výuce jazyků např. Langmaster a při výuce češtiny, ale přesný název neví.

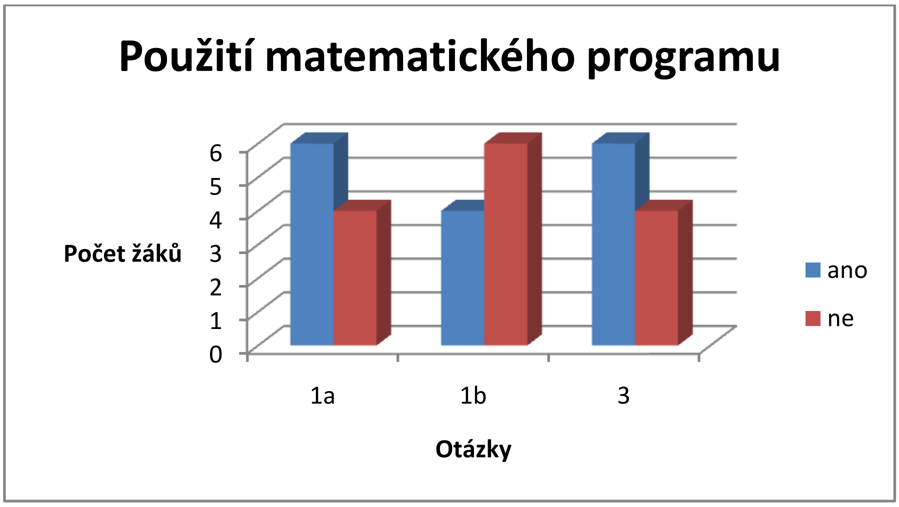
Hodnocení žáků	Otázka			
	a	c	d	f
ano	10	9	4	3
ne	0	1	6	7

Tab. 4 Obecné použití výukového programu

Druhá tabulka v sobě zahrnuje otázky druhé části dotazníku na téma „Použití matematického programu.“ V tabulce je vynechána druhá otázka, jež se žáků ptá, jaký program použili při výuce matematiky nebo ve svém volném čase. Žáci odpovídali, že použili program SCIO testy.

Hodnocení žáků	Otázka		
	1a	**1b**	**3**
ano	6	4	6
ne	4	6	4

Tab. 5 Použití matematického programu



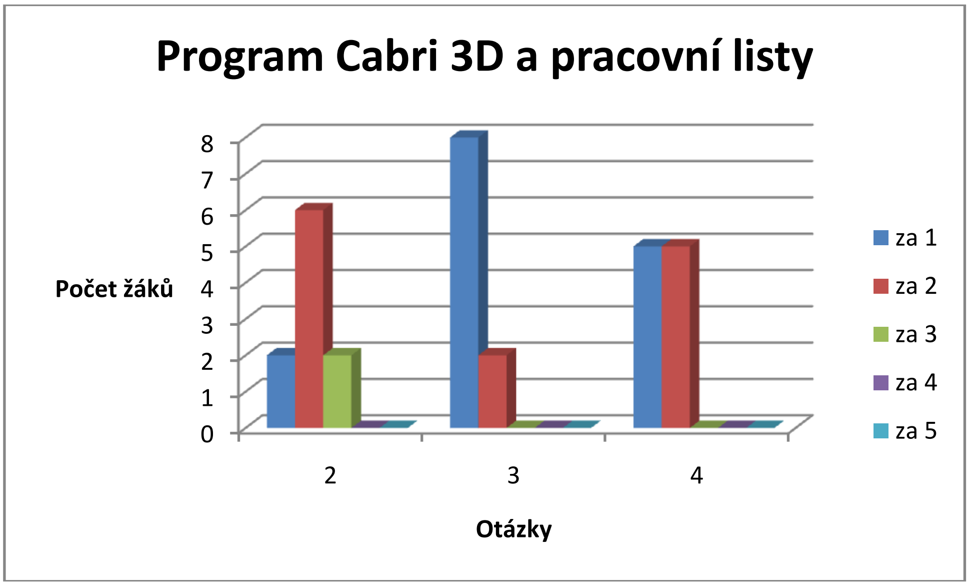
V třetí tabulce jsem hodnotila otázky týkající se „Programu Cabri 3D a pracovních listů.“ V tabulce jsem vynechala otázky 1, 5 a 6. V otázce č. 1 jsem se ptala žáků, jestli jim pomohlo použití programu Cabri 3D v pochopení daného tématu. Všech deset žáků odpovědělo ano.

Otázka č. 5 byla „Co ti dělalo největší problémy při použití programu Cabri 3D?“. Nikdo z žáků se na tuto otázku nevyjádřil.

V otázce č. 6 měli žáci napsat, jaké klady nebo zápory vidí na použití Cabri 3D. Žáci se vyjádřili takto: „Zajímavější než klasická výuka.“ „Je to 3D a můžeme se na to podívat ze všech stran.“ „Vidíme to v reálu a ne na papíru.“ „Procvičení látky.“ „Dobrá grafika, složité ovládání.“ „3D obraz.“ „Lepší pochopení dané látky.“

Hodnocení žáků	Otázka		
	2	**3**	**4**
za 1	2	8	5
za 2	6	2	5
za 3	2	0	0
za 4	0	0	0
za 5	0	0	0

Tab. 6 Program Cabri 3D a pracovní listy



11 ZÁVĚR

Tyto pracovní listy jsem vytvářela proto, aby je mohli používat učitelé při výuce (ať už v podobě domácích úloh nebo v hodinách) na procvičení látky, a aby žáci měli možnost si vyzkoušet i jinačí formu výuky.

Když jsem je zkoušela na Základní škole v Batelově, tak z nich sedmá třída moc nadšená nebyla, ale v deváté třídě se žákům práce s pracovními listy líbila. V sedmé třídě to asi s největší pravděpodobností zapříčinilo, že žáci danou látku opakovali na začátku ročníku a v současné době už ji zapomněli. Pani učitelce matematiky se pracovní listy líbily, a tak mě poprosila o jejich zanechání na CD, aby je mohla žákům dát vypracovat i v dalších ročnících.

Řekla bych, že se pracovní listy při výuce osvědčily, tak bych je ráda přenechala i jiným školám na ozkoušení.

Reference

[1] BOŽEK, Miloš, et al. *Matematika pro gymnázia : Sešit 4, 2. část*. [s.l.] : [s.n.], 1980. 128 s.

[2] Odvárko, O. a kol.: *Matematika pro II. ročník gymnázií*, Praha: SPN, 1985

[3] Pomykalová, E.: *Matematika pro gymnázia – Stereometrie*, Praha: Prometheus, 2004

[4] René de Cotret, S. a P.: *Užívateľská príručka Cabri 3D*, Bratislava: EDU3000 s. r. o., 2006

[5] Riečan, B. a kol.: *Matematika pro IV. ročník gymnázií*, Praha: SPN, 1987

[6] Odvárko, O. a kol.: *Sbírka úloh z matematiky pro 6. ročník základní školy*, Praha: Prometheus s. r. o., 1998

[7] Odvárko, O. a kol.: *Matematika pro 9. ročník základní školy – Jehlan, kužel, koule, finanční matematika*, Praha: Prometheus s. r. o., 2001

[8] Šarounová, A. a kol.: *Matematika 7 II. díl*, Praha: Prometheus s. r. o., 1998

[9] Odvárko, O. a kol.: *Pracovní sešit z matematiky – Soubor úloh pro 9. ročník základní školy*, Praha: Prometheus s. r. o., 2001

[10] Vidermanová K.: *Disertačná práca*, Bratislava, 2008

[11] Leischner P.: *Disertační práce – Rozvíjení prostorové představivosti žáků středních škol*, Praha: Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy, 2003

[12] Hejný M. a kol.: *Teória vyučovania matematiky 2*, Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, 1990

[13] Polák J.: *Přehled středoškolské matematiky*, Praha: Prometheus s. r. o., 1991

11.1 Internetové zdroje

Matematika_geometrie_ii.pdf [online]. [2000-] [cit. 2008-03-21]. Dostupný z WWW: <http://www.gym669ova.cz/opory/matematika_geometrie_ii.pdf>.