

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra systémového inženýrství**



**Bakalářská práce**

**Teorie hromadné obsluhy**

**David Chvojka**

© 2013 ČZU v Praze

**ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE**

Katedra systémového inženýrství

Provozně ekonomická fakulta

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Chvojka David

Systémové inženýrství

Název práce

**Teorie hromadné obsluhy**

Anglický název

**The queuing theory**

## Cíle práce

Cílem práce je analýza zavedeného systému obsluhy v pobočce České pojišťovny a optimalizace systému z hlediska tvoření front a výše nákladů na obsluhu. Dílčím cílem je přehled a podstata modelů teorie hromadné obsluhy, výběr a aplikace vhodného modelu.

## Metodika

Podle literárních pramenů a analýzy reálné situace bude proveden výběr vhodného matematického modelu. Podle vybraného modelu budou zjištěna a upravena reálná data. Na základě reálných dat budou dopočteny hlavní parametry modelu, které jsou nezbytné pro splnění stanovených cílů. Vypočtené řešení bude porovnáno se současným stavem řešení v organizaci.

## Harmonogram zpracování

Do konce listopadu 2012 - Úvod + teoretické vymezení hromadné obsluhy.

Do konce ledna 2013 - Práce na řešeném příkladě (Popis získání, zpracování a vyhodnocení dat, návrhy na vylepšení zavedených systémů ve vybraném podniku).

Do konce března 2013 - Zhodnocení, závěr práce a odevzdání práce.

**Rozsah textové části**

30 - 40 stran

**Klíčová slova**

Teorie hromadné obsluhy, fronta, intenzita vstupu, intenzita obsluhy, počet kanálů obsluhy

**Doporučené zdroje informací**

[1] Houška, M.: Simulační modely I. ČZU, Praha 2005

[2] Dömeová, L.; Beránková, M.: Systémy hromadné obsluhy I, ročník 1.vydání. ČZU - PEF, Praha, 2004

[3] Lukáš, L. Pravděpodobnostní modely v managementu Markovovy řetězce a systémy hromadné obsluhy. 1. vyd. Praha: Nakladatelství Academia, 2009. ISBN 978-80-200-1704-8.

[4] Kořenař, V.: Stochastické procesy. VŠE Praha, 2002

**Vedoucí práce**

Dömeová Ludmila, doc. Ing., CSc.

**Termín odevzdání**

březen 2013

**doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.**

Vedoucí katedry



**prof. Ing. Jan Hron, DrSc., dr.h.c.**

Děkan fakulty

V Praze dne 22.10.2012

### Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Teorie hromadné obsluhy" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15. března 2013

\_\_\_\_\_

### Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval doc. Ing. Ludmile Dömeové, CSc. za její čas, ochotný a trpělivý přístup, podporu a především za užitečné rady, které mi byly velmi nápomocné při vypracovávání této práce.

# Teorie hromadné obsluhy

---

## The queuing theory

### Souhrn

Bakalářská práce je zaměřena na problematiku hromadné obsluhy v pobočce České pojišťovny. Seznamuje čtenáře se základními pojmy teorie hromadné obsluhy a zabývá se popisem základních charakteristik modelů a jejich klasifikací. Druhá část práce obsahuje popis získávání dat o vstupech jednotek do systému, stručné představení podniku a především analýzu obslužného systému v pobočce České pojišťovny a následné porovnání s navrhnutým obslužným systémem. Na základě výsledných hodnot základních charakteristik obou systémů je cílem rozhodnout, která z možností je, z hlediska tvoření front, pro pobočku vhodnější.

### Summary

The bachelor thesis is focused on problems of queuing in the branch of the Czech Insurance Company. Introduces the reader to the basic concepts of the queuing theory and applies with the description of the basic characteristics of models and their classifications. The second part contains a description of input data acquisition units to the system, a brief presentation of the company and especially the analysis of service system in the branch of the Czech Insurance Company and compared with the nominated service system. Based on the resulting values of the basic characteristics of both systems, my aim is to decide which of the options in terms queues for branch preferable.

**Klíčová slova:** Obslužné linky, obslužný systém, požadavky, fronta, intenzita příchodů, intenzita obsluhy, intenzita provozu

**Keywords:** Servers, service system, requirements, queue, intensity of arrivals, service intensity, traffic intensity

# Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b> .....	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>CÍL A METODIKA</b> .....	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>CHARAKTERISTIKA MODELŮ HROMADNÉ OBSLUHY</b> .....	<b>8</b>
3.1	PRVKY CHARAKTERIZUJÍCÍ SYSTÉMY HROMADNÉ OBSLUHY .....	10
3.2	CÍLE MODELOVÁNÍ.....	12
3.3	REŽIMY FRONTY .....	13
3.4	KLASIFIKACE MODELŮ HROMADNÉ OBSLUHY .....	14
3.5	ANALÝZA SYSTÉMŮ HROMADNÉ OBSLUHY .....	15
3.6	ANALYTICKÉ A SIMULAČNÍ ŘEŠENÍ SYSTÉMŮ HROMADNÉ OBSLUHY .....	18
3.7	OPTIMALIZACE NÁKLADŮ V MODELECH HROMADNÉ OBSLUHY .....	18
3.8	MODEL TYPU M/M/M A JEHO ZÁKLADNÍ MATEMATICKÉ VÝRAZY .....	19
<b>4</b>	<b>PŘÍPADOVÁ STUDIE</b> .....	<b>21</b>
4.1	O PODNIKU .....	21
4.2	SBĚR DAT .....	21
4.3	OBSLUŽNÝ PROCES VYBRANÉ POBOČKY ČESKÉ POJIŠŤOVNY .....	22
4.4	VÝPOČET .....	25
4.4.1	<i>Výpočet základních charakteristik systému M/M/3</i> .....	26
4.4.2	<i>Výpočet základních charakteristik systému M/M/4</i> .....	29
4.4.3	<i>Stanovení optimalizace nákladů</i> .....	34
<b>5</b>	<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>SEZNAM LITERATURY</b> .....	<b>36</b>
<b>7</b>	<b>PŘÍLOHY</b> .....	<b>37</b>

# 1 Úvod

Teorie hromadné obsluhy zkoumá modely, v nichž do nějakého systému, který může mít jednu, či více linek obsluhy vstupují jednotky, které mají být těmito linkami obslouženy. V obslužných systémech velmi často dochází k tvoření front, tedy k jevu, kdy obsluha nestíhá obsloužit všechny jednotky, které se v daný moment v systému nachází. Jistě mi dá každý za pravdu, že čekání ve frontě je činnost velmi únavná, nezábavná až otravná. Každý z nás tuto situaci již někdy zažil. Bohužel čekání ve frontě je téměř každodenní situací, které se jen těžko vyhneme. Čekáme v obchodě u pokladny, na poště či bance na přepážku, v autě na křižovatce či při dopravní zácpě, na letišti čekáme na odbavení apod. Fronty se samozřejmě netýkají jen lidí. Čekat například může auto v servisu na opravu nebo součástky stroje čekají na smontování. Všichni a všechno čeká. Otázkou ovšem zůstává proč tomu tak je? Fronty se tvoří v místech či zařízeních, kde existuje větší poptávka po uspokojení služeb než je toto zařízení schopno uspokojit. To může být například zapříčiněno nedostatkem obsluhujícího personálu. V tomto případě se nabízí varianta zapojení další obsluhující jednotky. Ovšem z ekonomického hlediska, se ne vždy takové zapojení obsluhující jednotky musí vyplatit. Teorie hromadné obsluhy řeší mnoho otázek, které se netýkají jen tvoření front, ale například také intenzity obsluhy, funkčnosti systému či nákladových problémů. Pokouší se, a v mnoha případech úspěšně, dát odpovědi na tyto otázky skrze detailní matematické analýzy.

Tato práce představuje problematiku hromadné obsluhy, jakožto disciplínu operačního výzkumu a poukazuje na problémy s ní spojené a navrhuje jejich řešení. Práce by měla posloužit všem těm, kteří se zajímají o využívání modelů hromadné obsluhy v praxi. Těm, kteří by si rádi udělali obraz o tom, jak, kde a zda vůbec se v současné době této teorie využívá.



## 2 Cíl a metodika

Souhrnným cílem této práce je načerpat teoretické poznatky problematiky modelů hromadné obsluhy, které poté budou aplikovány na konkrétním praktickém příkladu. Celá práce je rozvržena na část teoretickou a část praktickou.

Teoretická část seznamuje čtenáře se základními pojmy teorie hromadné obsluhy, popisem základních charakteristik modelů a jejich klasifikací. V první části práce jsou také uvedeny příklady, kde se modelů hromadné obsluhy využívá a popsány zákonitosti, na základě nichž hromadná obsluha funguje.

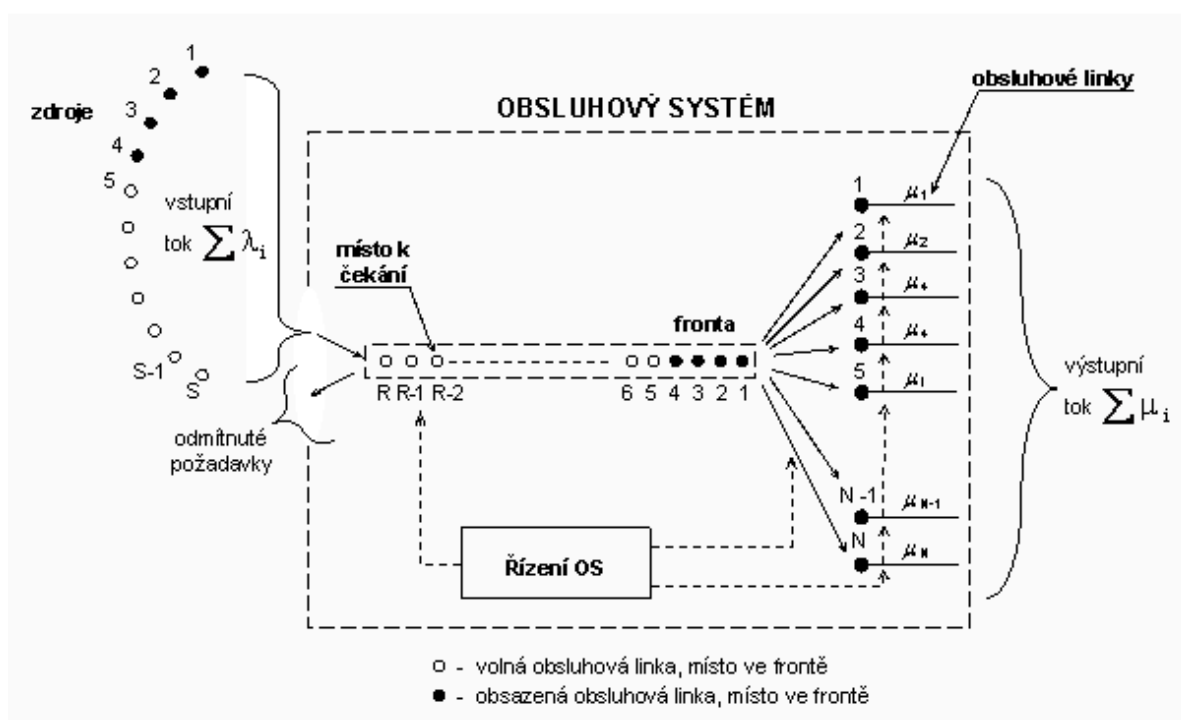
Druhá, praktická část začíná krátkým představením podniku, na kterém bude prováděna analýza systému hromadné obsluhy. Kapitola rovněž obsahuje popis metody sběru dat a konkrétní naměřené údaje. Cílem pro praktickou část je zanalyzovat zaběhnutý systém vybrané pobočky České pojišťovny, vyhodnotit výsledky a případně navrhnout jistá opatření, která by vedla ke zlepšení chodu obslužného systému.

Veškeré výpočty uvedené v práci byly prováděny pomocí programu QSB, který mj. slouží právě pro výpočet modelů hromadné obsluhy. Dodatečné výpočty a především tabulky byly vytvořeny pomocí programu Microsoft Office Excel 2007.

### 3 Charakteristika modelů hromadné obsluhy

Se systémy hromadné obsluhy se setkáváme v reálném životě doslova na každém kroku. Jedná se o systémy, ve kterých dochází k realizaci požadavků, které do systému za účelem této obsluhy přicházejí. V systémech hromadné obsluhy se v podstatě vyskytují dva druhy jednotek. Za prvé jsou to požadavky, které do systému přicházejí za účelem realizace obsluhy a za druhé obslužné zařízení (obslužné linky), která tuto obsluhu zabezpečují. Je samozřejmé, že obslužné linky mají většinou omezenou kapacitu obsluhy a stejně tak požadavky přicházejí do systému s různou intenzitou. V závislosti na vztahu těchto dvou veličin, kapacity obslužných zařízení a intenzity příchodů požadavků, může docházet před obslužnými linkami k hromadění požadavků (vytváření front). Cílem při zkoumání systémů hromadné obsluhy je často jejich analýza s ohledem na efektivní fungování celého systému, tzn. s ohledem na to, aby se před obslužnými linkami nevytvářely “příliš velké“ fronty čekajících požadavků a na druhé straně, aby nedocházelo k neefektivním prostojeům při práci obslužných linek. V některých případech lze postoje obslužných linek, jejich provoz nebo i čekání požadavků nákladově ohodnotit. V takových případech lze celý systém hromadné obsluhy optimalizovat vzhledem k jeho celkovým nákladům.

Obrázek 1 -Schéma systému hromadné obsluhy<sup>1</sup>



Z obrázku 1 je patrné, že systémem hromadné obsluhy se rozumí všechno, co je mezi příchodem a odchodem požadavků do nebo ze systému. Je to tedy především fronta nebo fronty čekajících požadavků a obslužné linky, které obsluhu zabezpečují.

Se systémy hromadné obsluhy se lze setkat skutečně všude, i když samozřejmě ne vždy se používají k jejich analýze nějaké modelové prostředky.

Tabulka 1 - Příklady využití hromadné obsluhy<sup>2</sup>

systém	obslužné linky	požadavky
ordinace lékaře	lékař	pacienti
samoobsluha	pokladny, nákupní vozíky	zákazníci
výrobní linka	místa na výrobní lince	výrobky
dopravní systém	křižovatka se semaforey	vozidla
nádraží	pokladny	cestující
pojišťovna	úředníci	pojistné případy

<sup>1</sup>Zdroj: Kendallova klasifikace obsluhových systémů. Access.feld.cvut.cz [online].

<sup>2</sup>Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum*

I jednoduché příklady uvedené v Tabulka 1 ukazují, že systémy hromadné obsluhy mají různou strukturu. Od těch nejjednodušších, ve kterých je pouze jedna obslužná linka (ordinace lékaře) až po systémy s komplikovanější strukturou (výrobní linky). Struktura systému však není pouze jedinou veličinou, která systém popisuje.

### 3.1 Prvky charakterizující systémy hromadné obsluhy

#### *Zákazník*

Představuje pasivní prvek systému, požadující obsluhu. U zákazníka se hodnotí jeho chování ve frontě, tj. trpělivost při čekání na obsluhu. **Míra netrpělivosti** je vyjádřena délkou ochoty jednotky čekat ve frontě na obsluhu. Jednotky se rozlišují na trpělivé a netrpělivé.<sup>3</sup>

#### *Zdroj požadavků*

Jednou z charakteristik, které hrají důležitou roli při analýze systému hromadné obsluhy, je popis zdroje požadavků. Zdroj požadavků je skupina lidí, která vstupuje do systému s přáním být obsloužena. Může být jeden i více zdrojů, které jsou konečné nebo nekonečné. V ordinaci lékaře či samoobsluze je zdroj požadavků sice konečný (počet registrovaných pacientů, počet obyvatel v okruhu samoobsluhu), ale vzhledem k tomu, že se jedná o stovky nebo tisíce požadavků, lze jej považovat za nekonečný. Na druhé straně, například ve výrobní hale, ve které je několik málo desítek strojů, které je třeba udržovat a opravovat, je zdroj požadavků konečný.<sup>4</sup>

#### *Příchod požadavků do systému*

Důležitou charakteristikou, která má vliv na fungování celého systému je popis příchodů požadavků do systému. Příchody požadavků lze popsat buď pomocí **intenzity příchodů (vstupů)**, což je počet požadavků, které do systému přijdou za časovou jednotku, nebo pomocí **intervalu mezi příchody**, což je charakteristika udávající čas mezi dvěma po sobě následujícími příchody. Je zřejmé, že obě veličiny mezi sebou úzce souvisejí. Pokud například za hodinu přijde do systému průměrně deset požadavků, potom

---

<sup>3</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum*

<sup>4</sup> Zdroj: ŠUBRT, Tomáš a kolektiv. *Ekonomicko-matematické metody*

je průměrný interval mezi příchody 1/10 hodiny = 6 minut. Obě veličiny mohou být v zásadě dvojího druhu:

1. Deterministické, jestliže jsou intervaly mezi příchody fixní, stále stejné. Typickým případem takové situace je automatická výrobní linka, ve které lze skutečně fixní intervaly mezi příchody požadavků zabezpečit. V ostatních příkladech uvedených v Tabulka 1 patrně příchody požadavků deterministické nejsou.

2. Pravděpodobnostní, ve kterých jsou intervaly mezi příchody proměnlivé. Typický případ pro zbývající příklady z Tabulka 1. Intervaly mezi příchody jsou v tomto případě popisovány pomocí některého z pravděpodobnostních rozdělení. Jsou tedy charakterizovány typem tohoto rozdělení a jeho parametry.

Určení toho, jaké rozdělení, v tom kterém konkrétním případě popisuje rozdělení intervalů mezi příchody, je třeba provádět na základě statistické analýzy empirických údajů. Ukazuje se však, že v mnoha praktických aplikacích vyhovuje pro tento popis rozdělení exponenciální. Exponenciální rozdělení s jedním parametrem ( $\lambda$ ). Střední hodnota( $E(X)$ ) tohoto rozdělení je rovna:

$$E(X) = 1/\lambda$$

Pokud tedy zjistíme například, že střední hodnota intervalů mezi příchody do systému hromadné obsluhy je  $E(X)=1/\lambda = 6\text{minut} = 1/10\text{ hodiny}$ , potom parametr  $\lambda$  je roven buď 1/6, pokud budeme uvažovat časovou jednotku minuty, nebo  $\lambda=10$ , pokud jako časovou jednotku zvolíme hodiny. Parametr  $\lambda$  lze potom interpretovat, jako střední počet požadavků, které do systému přijdou za časovou jednotku. Parametr  $\lambda$  se proto označuje jako intenzita příchodů požadavků do systému.<sup>5</sup>

### ***Doba trvání obsluhy***

Stejně jako intervaly mezi příchody požadavků do systému, tak i doba trvání obsluhy na obslužné lince může být buď *deterministická*, nebo *pravděpodobnostní*. Pro

---

<sup>5</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*

popis pravděpodobnostní doby trvání obsluhy se přitom nejčastěji používá exponenciální rozdělení. Střední doba trvání obsluhy je tedy  $E(X) = 1/\mu$  a parametr  $\mu$  je možné označit jako intenzitu obsluhy, protože jej lze interpretovat jako průměrný počet obslužených požadavků za časovou jednotku za předpokladu, že linka je plně vytížena.<sup>6</sup>

### ***Sít' obslužných linek***

Počet a uspořádání obslužných linek ovlivňuje samozřejmě fungování celého systému. Nejjednodušší jsou ty systémy, ve kterých je pouze jedna obslužná linka. V případě více obslužných linek má smysl mluvit o jejich uspořádání. To může být buď paralelní, nebo sériové.

**Paralelní** je takové, kdy je “vedle sebe“ několik linek, které všechny poskytují stejnou obsluhu. Potom nezáleží, k jaké obslužné lince požadavek půjde, protože jsou všechny stejné (pokladny v samoobsluze). U paralelně uspořádaných linek záleží dále na tom, zda se před každou linkou vytváří samostatná fronta nebo zda je pouze fronta, ze které přechází do obsluhy první požadavek po uvolnění libovolné linky. Podle toho se mluví o systémech s jednou frontou nebo systémech s více frontami.

**Sériové** uspořádání obslužných linek je jejich uspořádání “za sebou“. To znamená, pokud má být požadavek uspokojen, musí postupně projít všemi obslužnými linkami (výrobní linka). V reálných systémech hromadné obsluhy se vyskytuje běžně kombinace obou typů.<sup>7</sup>

## **3.2 Cíle modelování**

Cílem teorie hromadné obsluhy je poznání zákonitostí, podle kterých systém funguje. Činnost systému je posuzována ze dvou hledisek.

**Z hlediska zákazníka**, který se zajímá především o dobu strávenou ve frontě a rozhoduje se, zda se do fronty zařadit a vyčkat na obsluhu nebo odejít do jiného systému, který mu poskytne stejné služby.

**Z hlediska obsluhy** se posuzuje více kritérií, na jejichž základě obsluha funguje.

---

<sup>6</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum*

<sup>7</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum*

Hodnotí se, jak jsou obslužné linky vytížené, jak velké jsou jejich prostoje, jaký zisk plyne z obsluhy, jakou ztrátu představuje odchod zákazníka do jiného systému, jaké jsou náklady na případné zvýšení obslužných linek nebo prodloužení pracovní doby.

Snahou je tedy vytvořit efektivní fungování celého systému hromadné obsluhy. Což konkrétně znamená minimalizovat celkové náklady, dobu čekání jednotek ve frontě, prostoje obslužných linek apod.<sup>8</sup>

### 3.3 Režimy fronty

Režim fronty určuje způsob přechodu požadavků z fronty k obsluze. Základní typy jsou:

**FIFO** (First In First Out) představuje situaci, kdy požadavky přecházejí z fronty k obsluze v tom pořadí, v jakém do systému přišly. Jedná se o případ, který se vyskytuje v systémech hromadné obsluhy nejčastěji (samoobsluha, pojišťovna).

**LIFO** (Last In First Out) je opačný režim fronty. Požadavky jsou obsluhované v opačném pořadí, než v jakém do systému vstoupily. Ilustrací může být případ, kdy se na výrobní lince hromadí polotovary tak, že jsou ukládány na sebe. Následně jsou poté odebírány v opačném pořadí, než v jakém byly uloženy.

**SIRO** (Service In Random Order) označuje režim fronty, kdy dochází k náhodnému přechodu z fronty k obsluze.

**PRI** (Priority) vyjadřuje přechod z fronty k obsluze podle zadaných priorit. V tomto režimu jsou požadavky obsluhovány podle definovaných priorit. Pokud se vyskytne ve frontě současně několik požadavků s nejvyšší prioritou, potom jsou tyto obsluhovány ve zvoleném režimu (například FIFO).<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> Zdroj: DŮMEOVÁ, L.; BERÁNKOVÁ, M.: Systémy hromadné obsluhy

<sup>9</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*

## Speciální režimy systému hromadné obsluhy

K výše uvedeným charakteristikám systémů hromadné obsluhy je možné doplnit ještě celou řadu dalších. Patří sem například **omezení na kapacitu systému**.

Jedná se o omezení, které určuje maximální počet požadavků, které může být v systému přítomno. Pokud je systém naplněný, potom se k němu nově příchozí požadavek nemůže připojit a odchází. Speciálním případem systému s omezenou kapacitou jsou systémy bez čekacích míst (počet míst ve frontě je nulový) – takovým systémem je například parkoviště, u kterého zpravidla není obvyklé, v případě jeho naplnění, čekat, nebo telefonní centrála – pokud jsou všechny linky obsazené, nelze se dovolat a nový požadavek se k systému nemůže připojit. Systémy hromadné obsluhy mohou být dále s omezenou a neomezenou trpělivostí požadavků.

U systémů s **neomezenou trpělivostí** čekají požadavky bez ohledu na čas tak dlouho, dokud není obsluha realizována.

V systémech s **omezenou trpělivostí** může například pravděpodobnost zařazení do fronty záviset na počtu požadavků v této frontě.<sup>10</sup>

### 3.4 Klasifikace modelů hromadné obsluhy

Podle základních charakteristik jsou modely hromadné obsluhy jednotným způsobem klasifikovány. Pro tuto klasifikaci se používá posloupnost šesti symbolů zapsaná obecně následujícím způsobem:

**A/B/C/D/E/F**

Význam těchto znaků je následující:

**A** – charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení popisující intervaly mezi příchody požadavků do systému. Pro exponenciální rozdělení intervalů mezi vstupy je používán symbol **M**, pro Erlangovo rozdělení intervalů mezi vstupy požadavků symbol **E<sub>k</sub>**, pro konstantní intervaly mezi příchody symbol **D**, pro nespecifikované rozdělení s nějakou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou symbol **G**.

---

<sup>10</sup> Zdroj: LUKÁŠ, L. Pravděpodobnostní modely v managementu. Markovovy řetězce a systémy hromadné obsluhy.



**B** – charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení popisující dobu trvání obsluhy. Používají se stejné symboly, jako při popisu intervalů mezi příchody (**A**).

**C** – je číslo udávající počet paralelně uspořádaných obslužných linek.

**D** – je číslo udávající kapacitu systému hromadné obsluhy – pokud není tato kapacita omezena, použije se symbol  $\infty$

**E** – je číslo udávající početnost zdroje požadavků – pokud je zdroj požadavků nekonečný, použije se opět symbol  $\infty$

**F** – je režim fronty (FIFO, LIFO, SIRO, PRI) <sup>11</sup>

Pro ujasnění, například zápis **M/M/5/20/ $\infty$ /FIFO** představuje tedy model hromadné obsluhy, ve kterém mají intervaly mezi příchody požadavků, stejně jako doby obsluhy exponenciální rozdělení. V systému je 5 paralelně řazených obslužných linek. Jedná se o systém s režimem fronty FIFO, s celkovou kapacitou 20 míst s tím, že potenciální zdroj požadavků je neomezený.

V uvedeném obecném zápisu se někdy používají pouze první tři symboly. V takovém případě to znamená, že režim fronty je FIFO a že kapacita systému i zdroj požadavků není omezený.

### 3.5 Analýza systémů hromadné obsluhy

Při analýzách systémů hromadné obsluhy zajímají uživatele především konkrétní charakteristiky popisující fungování daného systému. Tyto charakteristiky je možné rozdělit do několika skupin.

---

<sup>11</sup> Zdroj: ŠUBRT, Tomáš a kolektiv. Ekonomicko-matematické metody

### **1. Časové charakteristiky týkající se požadavků**

Jedná se především o průměrnou dobu čekání požadavků ve frontě před tím, než začnou být obsluhovány (označíme je symbolem  $T_q$ ) a o průměrnou dobu strávenou v celém systému ( $T$ ).

### **2. Charakteristiky týkající se počtu požadavků**

Zde poskytuje zajímavou informaci průměrná délka fronty (označíme  $L_q$ ) nebo průměrný počet požadavků v systému ( $L$ ).

### **3. Pravděpodobnostní charakteristiky**

Důležitými otázkami při zkoumání systémů hromadné obsluhy jsou, z hlediska pravděpodobnostních analýz, následující:

- jaká je pravděpodobnost, že obslužná linka nepracuje – není využita či naopak, jaká je pravděpodobnost, že linka pracuje – je využita,
- jaká je pravděpodobnost, že požadavek, který do systému přijde, bude muset čekat ve frontě,
- jaká je pravděpodobnost toho, že v systému je  $n$  požadavků,
- v systémech s omezenou kapacitou míst ve frontě je důležitá pravděpodobnost toho, že požadavek se nebude moci k systému, kvůli jeho naplnění, připojit a být tedy obsloužen.

### **4. Nákladové charakteristiky**

V případě, že je uživatel schopen nákladově ohodnotit čekání požadavků, postoj a provoz obslužných linek, potom je možné systém optimalizovat s ohledem na jeho nákladovou efektivnost. Je možné určit například:

- minimální náklady související s fungováním celého systému za časovou jednotku,
- optimální počet obslužných linek v provozu vedoucí k dosažení minimálních nákladů.

Posuzování všech uvedených charakteristik je zvláště důležité například při budování nových nebo rekonstrukci stávajících systémů hromadné obsluhy a pomáhá odpovědět na to, jaký počet obslužných linek je rozumné zahrnout do projektu výstavby či rekonstrukce tak, aby nedocházelo ke zbytečným prostojům obslužných linek, ale ani

k nadměrným frontám požadavků vedoucím ke ztrátám zákazníků, a tím ke ztrátám zisku.

Mezi některými výše uvedenými charakteristikami existují bezprostřední vazby, o kterých se je potřeba se zmínit. Předpokládejme přitom neomezený počet míst ve frontě i neomezený zdroj požadavků. Budeme používat následující zavedené značení:

$\lambda$  pro intenzitu příchodů požadavků do systému

$\mu$  pro intenzitu obsluhy

Převrácené hodnoty těchto charakteristik  $1/\lambda$  a  $1/\mu$  udávají průměrnou dobu mezi příchody požadavků a průměrnou dobu trvání obsluhy.

Na základě uvedeného lze vyjádřit průměrnou dobu, kterou stráví požadavek v systému  $T$  jako součet průměrné doby, kterou stráví ve frontě  $T_q$  a průměrné doby trvání obsluhy  $1/\mu$

$$T = T_q + 1/\mu$$

Mezi časovými charakteristikami a charakteristikami počtu požadavků existuje v jednodušších modelech hromadné obsluhy rovněž přímý vztah, který udává, že průměrný počet požadavků v systému je roven průměrnému času, který požadavek stráví v systému, vynásobenému  $\lambda$ , tzn.

$$L = \lambda T$$

$$L_q = \lambda T_q$$

Z předešlých dvou vztahů plyne, že stačí znát pouze jednu z charakteristik  $T$ ,  $T_q$  a  $L$ ,  $L_q$  a zbývající lze z těchto vztahů snadno dopočítat (za předpokladu znalosti  $\lambda$  a  $\mu$ ).<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum*

### 3.6 Analytické a simulační řešení systémů hromadné obsluhy

Řešení modelů hromadné obsluhy, tzn. získání všech nebo alespoň některých z výše uvedených charakteristik, lze dosáhnout v zásadě dvojím způsobem – analyticky nebo pomocí simulace.

**Analytické řešení** spočívá v tom, že analytik zná nebo je schopen odvodit pro jednotlivé charakteristiky systému konkrétní vztahy, do kterých poté stačí dosadit parametry systému ( $\lambda$ ,  $\mu$ ). Charakteristiky systému jsou tedy v tomto případě definovány jako hodnoty závislé na jeho parametrech. Ovšem analytické řešení je možné použít pouze u nejjednodušších modelů. Nelze je použít například u sériově řazených obslužných linek, stejně jako ne u modelů s nějakými speciálními rysy (omezená trpělivost požadavků, systém s preferenčním přechodem z fronty k obsluze apod.). Analytické řešení v těchto případech nelze použít, protože není možné odvodit obecně příslušné vztahy pro charakteristiky analyzovaného systému. Jedinou cestou jak přistupovat k řešení složitějších systémů hromadné obsluhy je jejich simulační řešení.

**Simulační řešení** spočívá v experimentování s modelem daného systému na počítačích. Na počítačích se pomocí vhodných programových prostředků simuluje chod reálného modelovaného systému. Díky počítačům je možné simulaci provádět ve zrychleném nebo zpomaleném čase, což je velká výhoda. Na základě sběru dat v průběhu simulačního běhu lze potom aproximativně odvodit charakteristiky simulovaného systému, které zajímají uživatele. Tímto způsobem lze analyzovat velmi složité systémy hromadné obsluhy.<sup>13</sup>

### 3.7 Optimalizace nákladů v modelech hromadné obsluhy

Při modelování výše uvedených systémů hromadné obsluhy je prostor pro optimalizaci především v analýze toho, kolik paralelně řazených obslužných linek je efektivní provozovat s ohledem na minimalizaci nákladů související s tímto provozem. Tato optimalizace se tedy týká modelů  $M/M/m$ , a jedná se přitom o diskrétní hodnoty  $m$

---

<sup>13</sup> Zdroj: LUKÁŠ, L. Pravděpodobnostní modely v managementu. Markovovy řetězce a systémy hromadné obsluhy

tak, aby náklady na provoz systému byly minimální. Realizace optimalizačních propočtů předpokládá, že je uživatel schopen nějakým způsobem ohodnotit náklady provozu obslužných linek a případně náklady související s pobytem požadavků v systému. Pokud si zavedeme následující značení,

$k_1$  náklady související s pobytem jeho požadavků v systému hromadné obsluhy za jednotku času,

$k_2$  náklady provozu jedné obslužné linky za jednotku času,

$L$  průměrný počet jednotek v systému

$m$  počet paralelně řazených obslužných linek,

potom je možné definovat nákladovou funkci

$$LF(m) = k_1L + k_2m .$$

Hodnota funkce  $LF(m)$  závisí pouze na hodnotě parametru  $m$  (za předpokladu, že považujeme  $\lambda$ ,  $\mu$  za konstanty). Výsledná hodnota se skládá ze dvou částí. První z nich -  $k_1L$ - je celkovým ohodnocením nákladů souvisejících s pobytem požadavků v systému za jednotku času. Druhá část -  $k_2m$  – představuje celkové náklady na provoz všech obslužných linek za časovou jednotku. Je zřejmé, že při zvýšení počtu obslužných linek dojde i ke zvýšení hodnoty  $k_2m$  a naopak se sníží průměrný počet požadavků v systému  $N$ , a tím se sníží i hodnota  $k_1L$ . Při snížení počtu obslužných linek je nákladová změna u obou položek samozřejmě opačná. <sup>14</sup>

### 3.8 Model typu M/M/m a jeho základní matematické výrazy

Model typu M/M/m představuje systém hromadné obsluhy, kde se rozdělení vstupního toku řídí poissonovým počtem výskytů požadavků za časovou jednotku a exponenciálním rozdělením intervalů mezi těmito příchody. Exponenciální rozdělení má také intenzita obsluhy. Počet obslužných kanálů je roven výrazu  $m$ . Všechny kanály jsou homogenní a mají stejnou intenzitu obsluhy. Je-li intenzita obsluhy každého kanálu rovna

---

<sup>14</sup> Zdroj: JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*

$\mu$ , potom je intenzita obsluhy všech kanálů rovna  $m\mu$  a intenzita provozu celého systému bude:

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

Intenzita provozu ( $\rho$ ) vyjadřuje vytíženost obslužných kanálů. Pro zajištění fungování systému musí být menší než jedna. To přesněji znamená, že kanály obsluhy musí mít vždy nějakou rezervu. Pokud by se hodnota intenzity provozu rovnala jedné, znamenalo by to 100% vytíženost obslužných kanálů, tím pádem by obsluha musela pracovat nepřetržitě, a to by bylo možné jen tehdy, pokud by v systému byl neustále nějaký zákazník. Ovšem nepravidelnost příchodů jednotek do systému způsobuje, že v určitém časovém úseku je systém prázdný, a tím pádem nemůže obsluha pracovat. Tím je vyvrácena 100% vytíženost obsluhy. Pro praktické účely fungování systému není doporučována intenzita provozu větší než 0,8.<sup>15</sup>

Pravděpodobnosti, že v systému je právě  $n$  jednotek, je:

$$p_n = \begin{cases} \frac{p_0 m^n}{n!}; \text{ pro } n \leq m \\ \frac{p_0 p^n m^m}{c!}; \text{ pro } n > m \end{cases}$$

Kde  $p_0$  je:

$$p_0 = \left[ \frac{(m\rho)^m}{(1-\rho)m!} + \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^j}{j!} \right]^{-1}$$

Systémy tohoto typu jsou v praxi časté. Jako příklad bych uvedl pokladny v samobluzě a samozřejmě také pobočka České pojišťovny, na které tento model konkrétně představím.

---

<sup>15</sup> Zdroj: ŠUBRT, Tomáš a kolektiv. Ekonomicko-matematické metody

## 4 Případová studie

Pro případovou studii této práce byl zvolen podnik z prostředí, ve kterém jsem měl možnost nějaký čas působit a byl vhodný pro praktické uplatnění načerpaných teoretických poznatků z teorie hromadné obsluhy. Konkrétně se jedná o pobočku České pojišťovny. Analyzovat problém hromadné obsluhy se všemi detaily resp. přesnými hodnotami však bylo nereálné. A to především z důvodů, že jsem pochopitelně neměl přístup ke všem interním záležitostem. Některá data tedy odpovídají jen přibližným hodnotám. Proto je nutno brát závěry práce s ohledem na tuto skutečnost a považovat je za obecný nástin dané problematiky.

### 4.1 O podniku

Česká pojišťovna a.s., je univerzální pojišťovnou s více než 180letou bohatou tradicí poskytování životního i neživotního pojištění. Poskytuje jak individuální životní a neživotní pojištění, tak i pojištění pro malé, střední a velké klienty v oblasti průmyslových, podnikatelských rizik a zemědělství. Přibližně 3900 zaměstnanců a 5600 obchodních zástupců se na více než 3000 obchodních místech stará o maximální spokojenost klientů. Česká pojišťovna spravuje téměř osm a půl milionu pojistných smluv a její tržní podíl na domácím trhu dosahuje 26,9 procent. Dle společnosti Reader's Digest, která provádí hodnocení, je Česká pojišťovna nejdůvěryhodnější značkou ve své kategorii a též získala ocenění Pojišťovna desetiletí.<sup>16</sup>

### 4.2 Sběr dat

Pro praktickou úlohu, která jednoduše představí využití teorie hromadné obsluhy v praxi, byla vybrána pobočka České pojišťovny v Poděbradech. Jednak se podnik nachází v místě mého bydliště, a také jsem zde již v minulých letech pracoval jako brigádník. Tím pádem jsem znal prostředí a měl jsem již i přehled o činnosti obsluhy.

Jednotlivá měření byla prováděna v týdnu od 2. července do 6. července 2012. Toto

---

<sup>16</sup> Zdroj: Profil. Ceskapojistovna.cz [online].

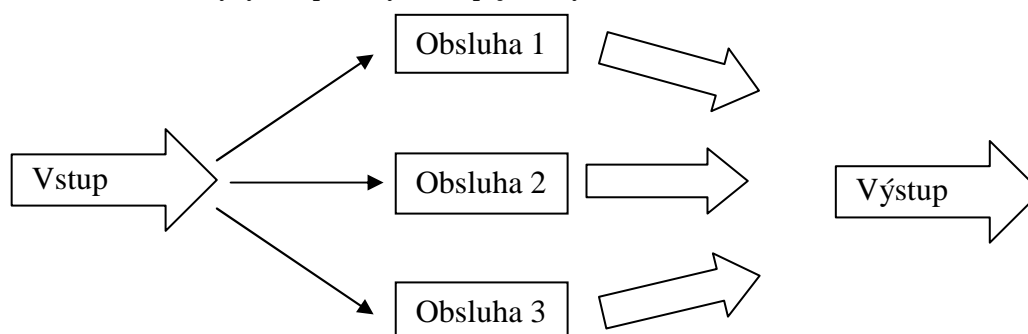
časové rozmezí jsem si vybral úmyslně, protože ze zkušeností z minulých let, jsem věděl, že v období letních prázdnin, tedy i dovolených, je intenzita příchodů zákazníků o něco vyšší. Tím pádem jsem i získal více dat, než za běžného provozu.

Snahou bylo zachytit čas vstupu každého zákazníka do systému, jeho dobu strávenou čekáním, dobu strávenou u obsluhy a čas výstupu každého daného zákazníka ze systému. Měření bylo prováděno 2x denně. Vždy od 10:00 do 11:00 hodin a poté od 13:00 do 14:00 hodin. U každého jedince, který přistoupil k obsluze, jsem navíc získal informaci o jeho požadavku, tedy s jakou potřebou k obsluze přichází. Česká pojišťovna samozřejmě nabízí velkou škálu pojistných produktů. Proto jsem požadavky, po konzultaci s pracovníky České pojišťovny, rozdělil do pěti následujících kategorií: Platby, Informace, Sjednání smluv, Změny ve smlouvě a Hlášení pojistných událostí. Ve svém měření, jsem si vedl záznamy o četnosti zvolených kategorií požadavků, a také době, která byla potřeba pro jejich vyřízení. Celkově bylo provedeno 153 měření.

### 4.3 Obslužný proces vybrané pobočky České pojišťovny

Zákazníci po vchodu do budovy přistupují se svým požadavkem k obsluze. Každá ze tří obslužných linek poskytuje stejné služby, tudíž není důležité, kterou si zákazníci vyberou. Po uspokojení služeb zákazník odchází vchodovými dveřmi.

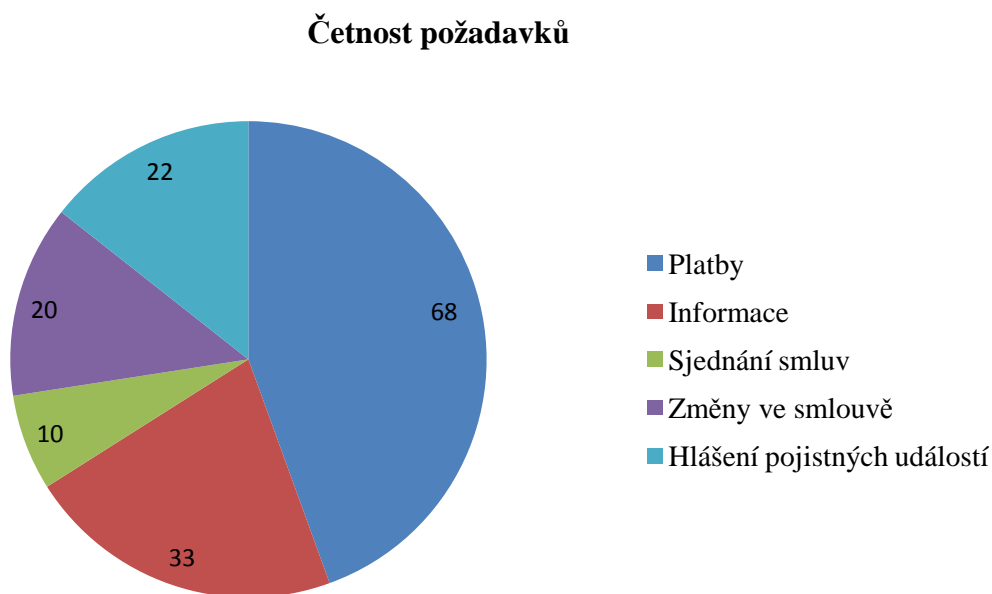
Obrázek 2 – Obslužný systém pobočky České pojišťovny





Celková maximální kapacita systému je neomezená. Průměrná návštěvnost za jednu hodinu činí 15,3 osob (pro výpočet hodnota 15). Průměrná doba potřebná na odbavení jednoho zákazníka byla změřena na 8 minut a 42 vteřin. Tzn. schopnost jedné obslužné linky odbavit 7 zákazníků za hodinu. Samozřejmě je tento údaj, díky zprůměrování hodnot, lehce zavádějící. Protože jak ukáže následující obrázek 3 a tabulka 2, každý požadavek má zcela odlišnou dobu potřebnou k vyřízení.

Obrázek 3 – Celková četnost požadavků zákazníků



Obrázek 3 zobrazuje četnost požadavků, s kterými zákazníci přicházeli k obsluze. Jak vidno nejčastější je položka Platby (68). To především díky období, ve kterém bylo měření provedeno. Mnoho lidí přicházelo s požadavkem nechat se pojistit před odjezdem na zahraniční dovolenou.

Tabulka 2 – Časové vymezení na odbavení požadavku

	Platby	Informace	Sjednání smluv	Změny ve smlouvách	Hlášení pojistných událostí
<b>Průměrná doba na odbavení</b>	0:04:29	0:12:52	0:14:44	0:10:16	0:11:21

Z tabulky 2 lze vyčíst zprůměrované hodnoty času, pro každou kategorii požadavků zvlášť, který potřebovala obsluha k vyřízení požadavku zákazníka. Srovnám-li výsledky

této tabulky s výsledkem z předchozího měření, kde průměrná doba na odbavení jednoho zákazníka vyšla 8 minut a 42 vteřin, což činí 7 zákazníků za hodinu, tak pouze požadavek Platby se vejde do této normy. V ostatních případech by systém vykazoval čekání ve frontě. To ovšem pouze za předpokladu, že by během měřené hodiny nepřišel ani jeden zákazník s požadavkem Platby. Avšak tuto podmínku vyvrací následující tabulka.

**Tabulka 3 – Průměrná četnost požadavků za 1 hodinu**

	<b>Platby</b>	<b>Informace</b>	<b>Sjednání smluv</b>	<b>Změny ve smlouvách</b>	<b>Hlášení pojistných událostí</b>
<b>Průměrná četnost požadavků</b>	6,8	3,3	1	2	2,2

Tabulka 3 znázorňuje průměrný počet požadavků, které zákazníci požadovali. Hodnoty jsou přepočítané na jednu hodinu. Předchozí obrázek 3 (graf) zobrazuje počet daného požadavku z celkových 153 měření. A jelikož bylo měření prováděno pět dní v týdnu, dvakrát denně vždy po jedné hodině, byly hodnoty každého požadavku poděleny číslicí 10. Tím jsem dostal průměr za jednu hodinu. Hodnoty z tabulky tedy dokazují, že v průměru byl každou hodinu zastoupen alespoň jednou každý požadavek. Samozřejmě je to jen matematický důkaz. Ve skutečnosti se stalo, že jeden požadavek byl během dané hodiny zastoupen více či méněkrát.

**Tabulka 4 – Celková průměrná doba požadavku za 1 hodinu**

	<b>Platby</b>	<b>Informace</b>	<b>Sjednání smluv</b>	<b>Změny ve smlouvách</b>	<b>Hlášení pojistných událostí</b>
<b>Celková průměrná doba požadavku</b>	0:30:29	0:42:28	0:14:44	0:20:32	0:24:58

V tabulce 4 je uvedena celková průměrná doba za jednu hodinu, kterou zákazníci strávili v systému s vyřizováním vlastního požadavku u obsluhy. Údaje v tabulce odpovídají součinu hodnot z tabulky 2 a tabulky 3. Jak vidno, průměrně nejvíce času obsluze zabralo vyřizování požadavku “Informace“. Vzhledem k četnosti a času potřebného na vyřízení, to není nijak překvapivý fakt. Lidé raději navštíví pobočku České

pojišťovny osobně, než aby si museli hledat dostupné informace na internetu či pomocí telefonických služeb a poté je na obsluze, aby dané informace poskytla. Naopak v průměru nejméně času strávila obsluha vyřizováním požadavku “Sjednání smluv“. To je dáno především nízkou četností. Když jsem u obsluhy a manažerů pobočky zjišťoval, proč právě sjednávání nových smluv je zastoupeno nejméněkrát, dostal jsem odpověď, že Česká pojišťovna má mnoho zákazníků, kteří již mají s pobočkou smlouvu podepsanou. Vzhledem k popularitě České pojišťovny v naší republice, je to myslím pravdivá a i logická odpověď.

Suma hodnot z tabulky 4 se rovná 2 hodiny 13 minut a 11 vteřin. Tento časový údaj představuje celkovou průměrnou dobu všech pěti kategorií požadavků, s kterými zákazníci strávili svůj čas u obsluhy v průběhu jedné hodiny. Samozřejmě je nutné, vzhledem k třem kanálům obsluhy, tento časový údaj podělit číslem 3. Poté je výsledek 44 minut a 24 vteřin. To je čas odpovídající vytiženosti jedné obslužné linky během jedné hodiny. Převodem na procenta dostáváme číslo 74%. Tento údaj potvrzuje, i když s menší odchylkou, v dalších výpočtech i program QSB výpočtem intenzity provozu. Odchylka je dána již výše zmíněnou intenzitou příchodů, která se rovná 15,3, ovšem pro výpočet v programu QSB je nutné zadávat celá čísla, tedy jsem počítal s hodnotou 15.

#### **4.4 Výpočet**

Výpočty byly prováděny pomocí programu QSB+ (Quantitative Systems for Business Plus) a MS Excel 2007. Program QSB je schopný na základě údajů o intenzitě příchodů, intenzitě obsluhy a počtu kanálů obsluhy, vypočítat všechny základní charakteristiky modelů hromadné obsluhy. Data o zmíněných třech charakteristikách byly získány na základě vlastního měření.

**Tabulka 5 – Výchozí soubor naměřených hodnot**

	Vstup do systému	Vstup k obsluze	Výstup ze systému	Platby	Informace	Sjednání smluv	Změny ve smlouvách	Hlášení poj. událostí
1	10:04:15	10:04:15	10:11:23	1	0	0	0	0
2	10:05:37	10:05:37	10:15:47	0	1	0	0	0
3	10:07:22	10:07:22	10:14:11	1	0	0	0	0
4	10:09:53	10:11:23	10:19:51	0	0	0	1	0
5	10:09:59	10:14:11	10:26:15	0	1	0	0	0
6	10:13:05	10:15:47	10:20:18	1	0	0	0	0
7	10:13:20	10:19:51	10:24:37	1	0	0	0	0
8	10:18:44	10:20:18	10:33:53	0	0	1	0	0
9	10:21:58	10:24:37	10:34:11	0	1	0	0	0
10	10:22:07	10:26:15	10:31:07	0	0	0	1	0

Tabulka 5 představuje jen malou část celého souboru naměřených hodnot. Kompletní měření (153) je uvedeno v příloze. V levé části tabulky jsou uvedeny časy vstupů jednotek do systému resp. k obsluze a následně i jejich časy výstupů ze systému. Z těchto údajů lze lehce dopočítat například dobu zákazníka strávenou ve frontě či u obsluhy. Prává strana zobrazuje požadavek, s kterým zákazník přišel k obsluze. Hodnota 1 znamená “ano“, hodnota 0 znamená “ne“.

#### 4.4.1 Výpočet základních charakteristik systému M/M/3

**Tabulka 6 – Souhrn hodnot základních charakteristik**

Intenzita příchoďů ( $\lambda$ )	Intenzita obsluhy ( $\mu$ )	Počet kanálů obsluhy ( $m$ )
15	7	3

Tabulka 6 souhrnně znázorňuje vypočtené hodnoty základních charakteristik, které mi posloužily k dalším výpočtům vybraného systému hromadné obsluhy.

Pro značení jednotlivých charakteristik jsem vycházel ze studijních materiálů<sup>17</sup>

#### Intenzita provozu

$$\rho = 0,71428571$$

<sup>17</sup> Zdroj: Systémy hromadné obsluhy. [online].

Intenzita provozu se tedy rovná hodnotě 0,71428571, což značí funkčnost systému. Pokud by počet obslužných kanálů byl snížen na dva, intenzita provozu by se rovnala 1,07142857. Tato hodnota je větší než jedna, a tím pádem není přípustná. Znamenalo by to, že obsluha pracuje na 107%, a to v praxi není možné.

#### **Pravděpodobnost, že v systému není žádná jednotka**

$$P_0 = 0,089457$$

Hodnota  $P_0$ , která udává pravděpodobnost, že bude jednotka ve frontě čekat nulovou dobu, vyšla 0,089457. To znamená, že v průběhu hodiny nebude v systému žádný zákazník průměrně po dobu 5,37 minut neboli 5 minut a 22 vteřin.

#### **Pravděpodobnost, že přicházející zákazník bude čekat**

$$P_w = 0,513464$$

Výsledek charakteristiky  $P_w$  se rovná 0,513464, čili 51,35 %. To nám říká, že více než každý druhý vstupující zákazník bude muset strávit určitou dobu ve frontě, než na něj přijde řada.

#### **Střední počet jednotek v systému**

$$L = 3,426517$$

Střední počet jednotek v systému vyjadřuje průměrný stav jednotek resp. zákazníků v systému. To znamená od doby vstupu do systému po výstup ze systému. Hodnota 3,426517 znamená, že v systému se průměrně vyskytují více než tři jednotky.

#### **Střední počet jednotek ve frontě**

$$L_q = 1,283660$$

Střední počet jednotek ve frontě v podstatě udává průměrnou délku fronty. Čili počet jednotek čekajících na odbavení. Výsledek 1,283660 tedy znamená, že průměrně ve

frontě čekal více než jeden zákazník.

### **Střední doba strávená jednotkou v systému**

$T = 0,228434 \text{ h} = 13,70604 \text{ min} = 13 \text{ minut a } 42 \text{ vteřin}$

Výsledek charakteristiky  $T$  vyjadřující průměrnou dobu, kterou jeden zákazník setrvá v systému, čili od vstupu po výstup ze systému, se rovná 0,228434 hodin. Po přepočtu na minuty tento údaj odpovídá 13 minutám a 42 vteřinám.

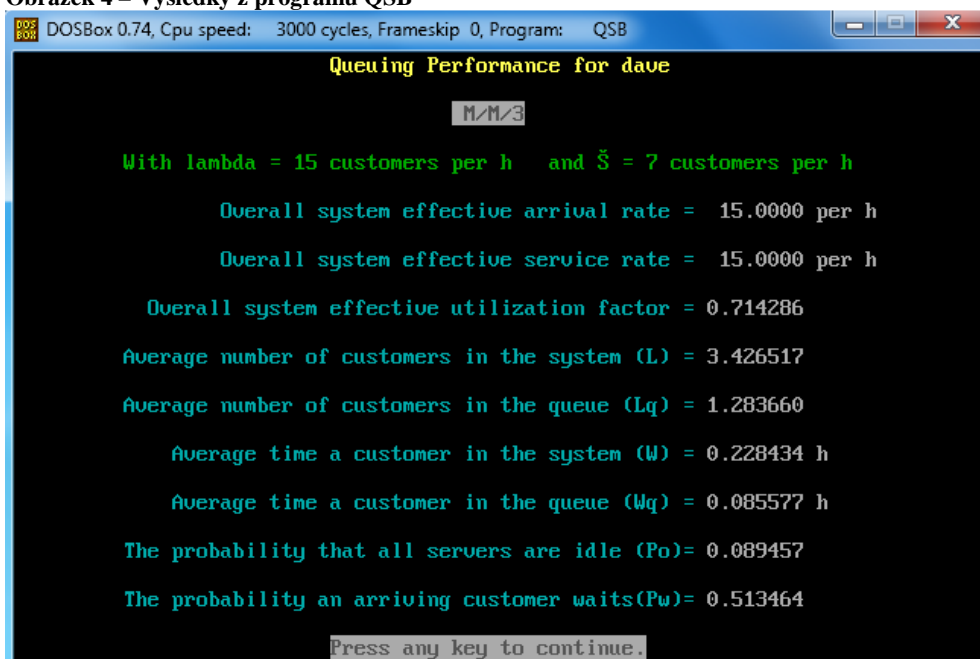
### **Střední doba strávená jednotkou ve frontě**

$T_q = 0,085577 \text{ h} = 5,13462 \text{ min} = 5 \text{ minut a } 8 \text{ vteřin}$

Údaj o střední době strávené jednotkou ve frontě vystihuje průměrný čas, který jednotka stráví od vstupu do systému po vstup k obsluze. Což znamená dobu strávenou čekáním ve frontě. Hodnota  $T_q$  mi vyšla 0,085577 hodin. Opět po přepočtu na minuty, je výsledek roven 5 minutám a 8 vteřinám.

Jako důkaz, že jde o skutečně vypočítané hodnoty, uvádím obrázek z programu QSB, kde jsou zobrazeny všechny výše zmíněné charakteristiky i s výsledky.

Obrázek 4 – Výsledky z programu QSB



```
DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: QSB
Queuing Performance for dave
M/M/3
With lambda = 15 customers per h and S = 7 customers per h
Overall system effective arrival rate = 15.0000 per h
Overall system effective service rate = 15.0000 per h
Overall system effective utilization factor = 0.714286
Average number of customers in the system (L) = 3.426517
Average number of customers in the queue (Lq) = 1.283660
Average time a customer in the system (W) = 0.228434 h
Average time a customer in the queue (Wq) = 0.085577 h
The probability that all servers are idle (Po) = 0.089457
The probability an arriving customer waits (Pw) = 0.513464
Press any key to continue.
```

V následující tabulce 7 jsou ještě uvedeny jednotlivé pravděpodobnosti výskytu počtu jednotek v systému. V programu QSB jsem nastavil výpočet pro deset jednotek. Měření je ale zobrazeno celkem dvanáct. A to z důvodu hodnoty  $P_0$ , která je již vysvětlena v předcházejících výpočtech a hodnoty  $P_{11-\infty}$ . Ta vyjadřuje pravděpodobnost výskytu jedenácti a více (nekonečno) jednotek v systému. Ostatní pravděpodobnosti  $P_1 - P_{10}$  představují výskyt jedné až deseti jednotek v systému najednou.

**Tabulka 7 – Pravděpodobnosti stavů systému**

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11-∞
0,08946	0,19169	0,20539	0,1467	0,10479	0,07485	0,05346	0,03819	0,02728	0,01948	0,01392	0,03479

Pravděpodobnosti jednotlivých stavů systému také vyjadřují poměrné části časových jednotek, po které systém v daných stavech setrvává. Pomocí nich lze vypočítat i časové charakteristiky vztažené k pobytu zákazníka v systému, tedy jeho prostoj. Za předpokladu, že intenzita vstupního toku je rovna 15 zákazníkům, intenzita obsluhy je 7 zákazníkům za hodinu a máme tři obslužné kanály, vyšla pravděpodobnost, že systém je prázdný 0,08946. Uvedená hodnota znamená, že průměrně 5 minut a 22 vteřin nebude v průběhu hodiny v systému žádná jednotka. Nejvyšší pravděpodobnost představuje stav  $P_2$  s hodnotou 0,20539. To znamená, že během hodiny v systému průměrně 12 minut a 19 vteřin setrvávají dvě jednotky. S postupným výpočtem pravděpodobností pro více jednotek v systému ( $P_3 - P_{10}$ ) hodnoty, a tím pádem i časové jednotky klesají.

#### 4.4.2 Výpočet základních charakteristik systému M/M/4

V této kapitole bude proveden totožný výpočet základních charakteristik, jako v té předcházející. Jen s rozdílem, že počet obslužných kanálů nebude tři, nýbrž čtyři. Cílem tohoto výpočtu bude zjistit, zda by, z hlediska tvoření front, nebylo pro vybranou pobočku vhodnější využívat čtyři obslužné linky. Intenzita příchodu ( $\lambda$ ) a intenzita obsluhy ( $\mu$ ) zůstávají neměnné.

**Tabulka 8 - Souhrn hodnot základních charakteristik 2**

<b>Intenzita příchodů (<math>\lambda</math>)</b>	<b>Intenzita obsluhy (<math>\mu</math>)</b>	<b>Počet kanálů obsluhy (<math>m</math>)</b>
15	7	4

### **Intenzita provozu**

$$\rho = 0,535714$$

Intenzita provozu se tedy rovná hodnotě 0,535714, což opět značí funkčnost systému. Ovšem vytíženost každého z obslužných kanálů klesla na 53,6% za hodinu. To znamená, že by bezmála polovinu pracovní doby nebyla obsluha využívána.

### **Pravděpodobnost, že v systému není žádná jednotka**

$$P_0 = 0,111471$$

Hodnota  $P_0$ , která udává pravděpodobnost, že bude jednotka ve frontě čekat nulovou dobu, vyšla 0,111471. To znamená, že v průběhu hodiny nebude v systému žádný zákazník průměrně po dobu 6,69 minut neboli 6 minut a 41 vteřin.

### **Pravděpodobnost, že přicházející zákazník bude čekat**

$$P_w = 0,210930$$

Výsledek charakteristiky  $P_w$  se rovná 0,210930, čili 21,1 %. To nám říká, že z celkových 153 příchodících zákazníků bude pouze 32 z nich čekat ve frontě. Oproti výpočtu se třemi obslužnými kanály, je tento výsledek velkým posunem k lepšímu.

### **Střední počet jednotek v systému**

$$L = 2,386237$$

Střední počet jednotek v systému vyjadřuje průměrný stav jednotek resp. zákazníků v systému. To znamená od doby vstupu do systému po výstup ze systému. Hodnota 2,386237 znamená, že v systému se průměrně vyskytují více než dvě jednotky. Snížení



průměrného počtu jednotek oproti předcházejícímu výpočtu je dáno přidaným kanálem obsluhy, a tím pádem schopností systému odbavit více zákazníků za danou časovou jednotku.

### **Střední počet jednotek ve frontě**

$$L_q = 0,243380$$

Střední počet jednotek ve frontě v podstatě udává průměrnou délku fronty. Čili počet jednotek čekajících na odbavení. Výsledek 0,243380 tedy znamená, že by průměrně ve frontě čekal méně než jeden zákazník, neboli matematicky vyjádřeno, jeho čtvrtina.

### **Střední doba strávená jednotkou v systému**

$$T = 0,159083 \text{ h} = 9,54498 \text{ min} = 9 \text{ minut a } 33 \text{ vteřin}$$

Výsledek charakteristiky  $T$  vyjadřující průměrnou dobu, kterou jeden zákazník setrvává v systému, čili od vstupu po výstup ze systému, se rovná 0,159083 hodin. Po přepočtu na minuty tento údaj odpovídá 9 minutám a 33 vteřinám. Opět i zde díky rychlejšímu odbavování zákazníků, klesá průměrná doba pobytu v systému.

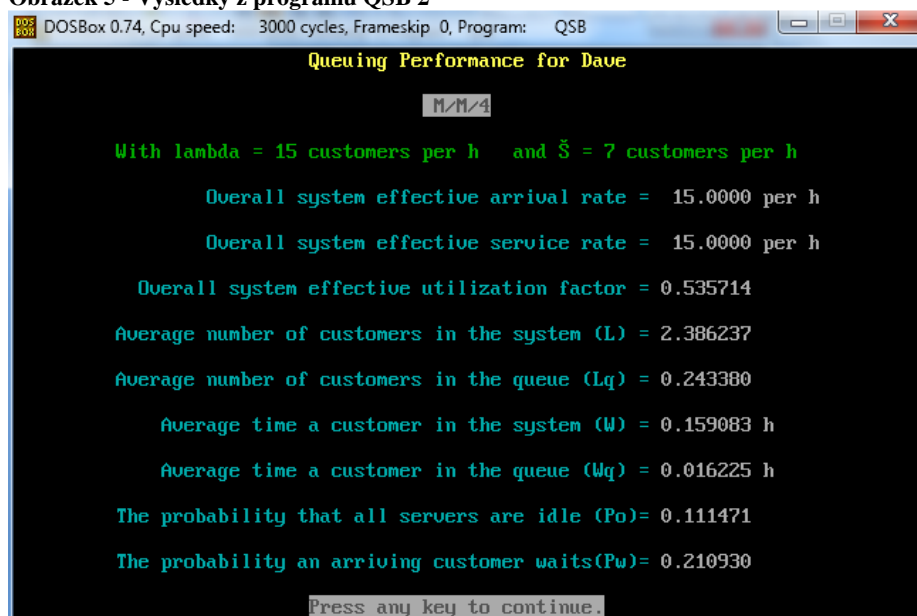
### **Střední doba strávená jednotkou ve frontě**

$$T_q = 0,016225 \text{ h} = 58,41 \text{ vteřin}$$

Údaj o střední době strávené jednotkou ve frontě vystihuje průměrný čas, který jednotka stráví od vstupu do systému po vstup k obsluze. Což znamená dobu strávenou čekáním ve frontě. Hodnota  $T_q$  mi vyšla 0,016225 hodin. Opět po přepočtu na minuty resp. vteřiny, je výsledek roven 58,41 vteřinám. Čekat ve frontě necelou minutu je již zanedbatelná ztráta času a opět i tento údaj podporuje volbu čtyř obslužných linek.

Pro potvrzení výsledků opět obrázek výpočtu programu QSB:

Obrázek 5 - Výsledky z programu QSB 2



Tabulka 9 - Porovnání pravděpodobností stavů systému

	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11-∞
M/M/3	0,08946	0,19169	0,20539	0,1467	0,10479	0,07485	0,05346	0,03819	0,02728	0,01948	0,01392	0,0347
M/M/4	0,11147	0,23887	0,25593	0,18281	0,09793	0,05246	0,02811	0,01506	0,00807	0,00432	0,00231	0,0026

Význam jednotlivých stavů systému je již popsán v kapitole výpočtu základních charakteristik systému M/M/3. Nyní bych se raději zaměřil na rozdíly v hodnotách porovnávaných systémů M/M/3 a M/M/4.

Hodnoty  $P_0 - P_3$  systému se čtyřmi obslužnými kanály představují oproti systému se třemi obslužnými kanály narůst pravděpodobností. To znamená zvýšení průměrné doby pro stavy, kdy se v systému nachází 0, 1, 2 a 3 jednotky. Pravděpodobnosti od stavu  $P_4$  až do stavu  $P_{10}$  resp. nekonečna, naopak znamenají pokles oproti původnímu systému. Tedy i pokles průměrného času pro stavy, kdy v systému bude čtyři a více zákazníků. Význam přidání čtvrtého obslužného kanálu spočívá v tom, že systém bude schopen odbavit více zákazníku za stejnou dobu, tím pádem se sníží počet jednotek v systému, a tím i pravděpodobnosti pro výskyt čtyř a více zákazníku v systému současně.

Tabulka 10 – Souhrnné výsledky základních charakteristik

	$\rho$	$P_0$	$P_w$	L	$L_q$	T [min]	$T_q$ [min]
M/M/3	0,714286	0,089457	0,513464	3,426517	1,28366	13:42	5:08
M/M/4	0,535714	0,111471	0,21093	2,386237	0,24338	9:33	00:58,4

Po výpočtu základních charakteristik obou zvolených systémů, bylo dosaženo následujících výsledků.

Rozhodující či nejdůležitější charakteristikou, podle které by se měl podnik řídit, je dle mého, střední počet jednotek ve frontě ( $L_q$ ). Tedy hodnota vypovídající o průměrné délce fronty za danou časovou jednotku. Z údajů tabulky 10 lze vyčíst, že díky přidání čtvrtého obslužného kanálu klesla průměrná délka fronty o jednoho zákazníka a blíží se hodnotě 0. Tedy v podstatě stavu, kdy se neexistuje žádná fronta. Ve prospěch systému M/M/4 mluví také střední doba strávená jednotkou ve frontě ( $T_q$ ), která význam předchozí charakteristiky ještě umocňuje. Zatímco v systému se třemi obslužnými linkami musel zákazník v průměru čekat více než pět minut ve frontě, nyní po přidání čtvrtého kanálu průměrná doba klesla těsně pod hranici jedné minuty. Čili co se týká front, máme frontu o délce jedné “čtvrtiny“ zákazníka čekajícího necelou minutu na obsluhu. Tedy údaje vyjadřující, jak pro podnik, tak i pro zákazníka, téměř ideální stav. Ovšem navýšení počtu kanálů obsluhy s sebou samozřejmě nepřináší jen samé pozitivní hodnocení. Stejně tak je to i v případě pobočky České pojišťovny. Výpočet intenzity provozu ( $\rho$ ) jasně dokazuje rozdíl v pracovním vytížení obou systémů. Tato charakteristika jasně hovoří ve prospěch systému M/M/3, kde je obsluha vytížena ze 71,4 %. Kdežto v systému M/M/4 obsluha pracuje pouze 53,6 % pracovní doby. Na vyhodnocení této charakteristiky je potřeba koukat především z pohledu zaměstnavatele a nákladového zatížení. Je jasné, že zaměstnavatel bude mít raději v provozu méně zaměstnanců obsluhy, kteří budou pracovat intenzivněji, než aby platil o zaměstnance víc, kteří pracují jen něco nad polovinu své pracovní doby.

Výsledek je tedy takový, že z pohledu podniku upřednostňující zákazníka, bych volil zavedení systému M/M/4 a z pohledu podniku dbajícího především na vytíženost zaměstnanců a finanční nároky, bych volil systém M/M/3.

#### 4.4.3 Stanovení optimalizace nákladů

Pro stanovení optimalizace hromadné obsluhy, neboli kolik paralelně řazených obslužných linek je efektivní provozovat s ohledem na minimalizaci nákladu provozu, je nutné znát alespoň tři údaje. Jednak výši nákladů na provozu jedné obslužné linky za jednotku času, náklady související s pobytem zákazníka v systému za jednotku času, a také průměrný počet jednotek v systému. V případě pobočky České pojišťovny by náklady na provoz jedné obslužné linky zahrnovaly hodinovou mzdu zaměstnance a náklady na spotřebu energie. Obě položky jsou velmi interními záležitostmi podniku, a tak jsem byl schopen zjistit pouze intervalové rozmezí. Ovšem vyčíslení nákladů na pobyt jednotky v systému je velmi složité. Při představě, že zákazník vchází do pobočky a buď si sedá k obsluze, nebo případně nějakou dobu tráví čekáním ve frontě, mě nenapadají žádné reálné náklady, které bych s tímto úkonem dokázal spojit. Mohl bych pouze odhadovat, což by znevážilo věrohodnost výpočtu. Proto si myslím, že moudřejší bude tento výpočet vynechat. Jen dodám kratší úvahu o efektivním počtu obslužných kanálů.

Snížení počtu kanálů obsluhy by logicky znamenalo snížení nákladů, ovšem dle výpočtů by systém nefungoval, resp. by nezvládal odbavit všechny jednotky v systému. Naopak navýšení počtu kanálů obsluhy znamená vyšší náklady na provoz a vzhledem k intenzitě příchodů i nižší intenzitu provozu, a tím pádem větší prostoje v činnosti obsluhy.

## 5 Závěr

Předložená bakalářská práce se věnovala načerpání teoretických poznatků týkající se hromadné obsluhy, dále analýze systému obsluhy, analýze vstupu zákazníků do systému a na konec také návrhy pro zlepšení funkčnosti obslužného systému na pobočce České pojišťovny.

Obslužný systém pobočky České pojišťovny je založen na práci tří obslužných kanálů. Analýza funkčnosti celého systému byla prováděna v období, kdy bývá nejvíce vytížen. Tedy v době, kdy v průběhu roku navštěvuje pobočku nejvíce lidí. Dle výpočtu intenzity provozu, která se rovná 71,4 %, se ukázal tří-linkový provoz, jako funkční. Ovšem za situace, kdy v systému bývá v průměru více zákazníků současně, než je schopna obsluha odbavit a dochází tak tedy k vytváření front. Výpočet dokázal, že průměrně čeká ve frontě vždy alespoň jeden člověk po dobu 5 minut a 8 vteřin. Z toho vyplývá, že problematika tvoření front není nijak závažná. Ovšem, jak výpočet ukázal, případný systém se čtyřmi kanály obsluhy, by si vedl o poznání lépe. Alespoň tedy z hlediska tvoření front a počtu odbavených zákazníků. Průměrný počet jednotek vyskytujících se v systému v daný okamžik, by se v režimu M/M/4 snížil z předchozích 3,43 na 2,39. Stejně tak by i klesla délka fronty a čas strávený čekáním ve frontě. Ve výsledku by systém zvládl odbavovat zákazníky tak rychle, že by téměř nedocházelo k vytváření front. Negativem zavedení čtyř-kanalového obslužného systému by byly náklady potřebné k provozu dalšího kanálu. Pro rozhodnutí, který z těchto dvou systémů vybrat, mám následující řešení.

V době zvýšené intenzity příchodů zákazníků na pobočku, což se týká především letních měsíců, by bylo vhodnější řešení zavést další kanál obsluhy a fungovat na systému M/M/4. Sice by to bylo řešení pravděpodobně nákladnější, avšak pro činnost systému a i pro zákazníky přívětivější. A ve zbývajícím období roku, kdy četnost příchodů není tak intenzivní, nechat již zaběhnutý systém M/M/3.

## 6 Seznam literatury

- 1 DÖMEOVÁ, L.; BERÁNKOVÁ, M.: Systémy hromadné obsluhy I, ročník 1.vydání. Česká zemědělská univerzita, Provozně ekonomická fakulta, Praha, 2004.
- 2 JABLONSKÝ, J. Operační výzkum. 3. vyd. Praha: VŠE, 2001. 305 s. ISBN 80-245-0162-7.
- 3 JABLONSKÝ, J. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3.
- 4 KOŘENÁŘ, V.: Stochastické procesy, 1. vydání VŠE, Praha 2002, ISBN 80-245-0311-5
- 5 LUKÁŠ, L. Pravděpodobnostní modely v managementu. Markovovy řetězce a systémy hromadné obsluhy. Praha: ACADEMIA ČMT, 2009. 135s. ISBN 978-80-200-1704-8.
- 6 ŠUBRT, Tomáš a kolektiv. Ekonomicko-matematické metody. 1. vyd. PEF: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.
- 7 Kendallová klasifikace obsluhových systémů. Access.feld.cvut.cz [online]. [cit. 2013-03-04]. Dostupné z:  
<http://access.feld.cvut.cz/view.php?cisloclanku=2005111601>
- 8 Profil. Ceskapojistovna.cz [online]. [cit. 2013-03-04]. Dostupné z:  
<http://www.ceskapojistovna.cz/profil>
- 9 Systémy hromadné obsluhy. [online]. [cit. 2013-03-04]. Dostupné z:  
pef.czu.cz/~domeova/EMMISYI/prednasky/p7\_HO.doc
- 10 Systémy hromadné obsluhy. [online]. [cit. 2013-03-04]. Dostupné z:  
pef.czu.cz/~domeova/EMMISYI/prednasky/prednaska7\_fronty.ppt
- 11 Teorie hromadné obsluhy. [online]. [cit. 2013-03-04]. Dostupné z:  
<http://pef.czu.cz/~BROZOVA/CASESTUDY/THO1.html>

## 7 Přílohy

### Seznam tabulek

- Tabulka 5 – Příklady využití hromadné obsluhy  
Tabulka 6 – Časové vymezení na odbavení požadavku  
Tabulka 7 – Průměrná četnost požadavků za 1 hodinu  
Tabulka 8 – Celková průměrná doba požadavku za 1 hodinu  
Tabulka 5 – Výchozí soubor naměřených hodnot  
Tabulka 6 – Souhrn hodnot základních charakteristik  
Tabulka 7 – Pravděpodobnosti stavů systému  
Tabulka 8 – Souhrn hodnot základních charakteristik 2  
Tabulka 9 – Porovnání pravděpodobností stavů systému  
Tabulka 10 – Souhrnné výsledky základních charakteristik

### Seznam obrázků

- Obrázek 6 – Schéma systému hromadné obsluhy  
Obrázek 7 – Obslužný systém pobočky České pojišťovny  
Obrázek 8 – Celková četnost požadavků zákazníků  
Obrázek 9 – Výsledky z programu QSB  
Obrázek 10 – Výsledky z programu QSB 2

### Základní soubor naměřených hodnot

	Vstup do systému	Vstup k obsluze	Výstup ze systému	Platby	Informace	Sjednání smluv	Změny ve smlouvách	Hlášení poj. událostí
1	10:04:15	10:04:15	10:11:23	1	0	0	0	0
2	10:05:37	10:05:37	10:15:47	0	1	0	0	0
3	10:07:22	10:07:22	10:14:11	1	0	0	0	0
4	10:09:53	10:11:23	10:19:51	0	0	0	1	0

5	10:09:59	10:14:11	10:26:15	0	1	0	0	0
6	10:13:05	10:15:47	10:20:18	1	0	0	0	0
7	10:13:20	10:19:51	10:24:37	1	0	0	0	0
8	10:18:44	10:20:18	10:33:53	0	0	1	0	0
9	10:21:58	10:24:37	10:34:11	0	1	0	0	0
10	10:22:07	10:26:15	10:31:07	0	0	0	1	0
11	10:26:13	10:31:07	10:38:22	0	0	0	1	0
12	10:32:38	10:33:53	10:37:09	1	0	0	0	0
13	10:34:49	10:34:49	10:47:28	0	1	0	0	0
14	10:37:11	10:37:11	10:41:42	1	0	0	0	0
15	10:44:33	10:44:33	10:56:42	0	0	1	0	0
16	10:46:58	10:46:58	10:58:09	0	1	0	0	0
17	10:50:12	10:50:12	10:53:56	1	0	0	0	0
18	10:54:05	10:56:42	11:07:19	0	0	0	0	1
19	10:56:16	10:56:16	11:00:32	1	0	0	0	0
20	10:58:27	10:58:27	11:06:41	0	0	0	1	0
21	13:03:28	13:03:28	13:10:35	0	0	0	1	0
22	13:07:49	13:07:49	13:12:11	1	0	0	0	0
23	13:10:11	13:10:11	13:19:55	0	1	0	0	0
24	13:11:32	13:11:32	13:14:38	1	0	0	0	0
25	13:17:47	13:17:47	13:29:20	0	0	0	0	1
26	13:21:21	13:21:21	13:35:17	0	0	1	0	0
27	13:24:45	13:24:45	13:29:04	1	0	0	0	0
28	13:26:51	13:29:04	13:40:15	0	1	0	0	0
29	13:29:11	13:29:20	13:44:37	0	1	0	0	0
30	13:34:05	13:35:17	13:44:59	0	1	0	0	0
31	13:43:15	13:43:15	13:54:16	0	0	0	0	1
32	13:47:41	13:47:41	13:52:42	1	0	0	0	0
33	13:50:12	13:50:12	13:53:05	1	0	0	0	0
34	13:53:17	13:53:17	13:57:41	1	0	0	0	0
35	13:56:57	13:56:57	14:04:39	0	0	0	1	0
36	13:58:14	13:58:14	14:07:11	0	1	0	0	0
37	10:01:22	10:04:53	10:08:22	1	0	0	0	0
38	10:04:31	10:07:01	10:22:45	0	0	1	0	0
39	10:08:45	10:08:45	10:13:54	1	0	0	0	0
40	10:15:26	10:15:26	10:19:33	1	0	0	0	0
41	10:17:34	10:17:34	10:20:44	1	0	0	0	0
42	10:20:04	10:20:04	10:35:32	0	1	0	0	0
43	10:25:54	10:25:54	10:36:14	0	0	0	0	1
44	10:28:36	10:28:36	10:32:48	1	0	0	0	0
45	10:30:47	10:32:48	10:37:06	1	0	0	0	0
46	10:34:12	10:35:32	10:42:55	0	0	0	1	0
47	10:37:22	10:37:22	10:42:10	1	0	0	0	0



48	10:41:16	10:41:16	10:48:55	0	1	0	0	0
49	10:49:09	10:49:09	11:06:13	0	1	0	0	0
50	10:52:41	10:52:41	11:01:32	0	1	0	0	0
51	13:08:54	13:08:54	13:18:06	0	0	0	0	1
52	13:11:27	13:11:27	13:14:58	1	0	0	0	0
53	13:12:50	13:12:50	13:24:12	0	0	0	1	0
54	13:15:12	13:15:12	13:20:44	1	0	0	0	0
55	13:27:42	13:27:42	13:32:15	1	0	0	0	0
56	13:34:18	13:34:18	13:38:20	1	0	0	0	0
57	13:37:58	13:37:58	13:54:11	0	0	1	0	0
58	13:41:31	13:41:31	13:46:55	1	0	0	0	0
59	13:42:47	13:42:47	13:55:36	0	0	0	1	0
60	13:44:56	13:46:55	14:01:23	0	1	0	0	0
61	13:49:18	13:49:18	13:53:27	1	0	0	0	0
62	13:51:59	13:53:27	13:59:02	1	0	0	0	0
63	13:58:05	13:58:05	14:07:13	0	1	0	0	0
64	10:04:01	10:04:01	10:08:33	1	0	0	0	0
65	10:06:52	10:06:52	10:11:53	1	0	0	0	0
66	10:09:22	10:09:22	10:21:12	0	0	0	1	0
67	10:16:24	10:16:24	10:22:05	1	0	0	0	0
68	10:20:29	10:20:29	10:23:11	1	0	0	0	0
69	10:23:48	10:23:48	10:28:15	1	0	0	0	0
70	10:24:23	10:24:23	10:30:19	1	0	0	0	0
71	10:29:46	10:29:46	10:40:58	0	0	0	0	1
72	10:32:12	10:32:12	10:37:40	1	0	0	0	0
73	10:45:54	10:45:54	10:58:19	0	0	0	0	1
74	10:51:18	10:51:18	11:06:32	0	1	0	0	0
75	10:54:34	10:54:34	10:58:39	1	0	0	0	0
76	10:57:07	10:58:19	11:02:24	1	0	0	0	0
77	10:59:20	10:59:20	11:11:02	0	1	0	0	0
78	13:09:28	13:09:28	13:24:33	0	1	0	0	0
79	13:13:41	13:17:45	13:21:22	1	0	0	0	0
80	13:15:14	13:19:02	13:30:45	0	0	0	1	0
81	13:24:57	13:24:57	13:31:21	0	1	0	0	0
82	13:28:06	13:28:06	13:33:54	1	0	0	0	0
83	13:30:34	13:30:45	13:37:39	0	0	0	0	1
84	13:31:56	13:31:56	13:46:17	0	0	1	0	0
85	13:34:39	13:34:39	13:45:03	0	1	0	0	0
86	13:38:15	13:38:15	13:43:01	1	0	0	0	0
87	13:40:06	13:43:01	13:52:38	0	0	0	1	0
88	13:48:17	13:48:17	14:05:51	0	0	1	0	0
89	13:51:42	13:51:42	13:56:40	1	0	0	0	0
90	13:51:58	13:51:58	13:55:11	1	0	0	0	0

91	13:53:16	13:55:11	13:59:47	1	0	0	0	0
92	10:05:21	10:05:21	10:17:12	0	0	0	0	1
93	10:06:44	10:06:44	10:15:08	0	0	0	0	1
94	10:09:53	10:12:44	10:28:39	0	1	0	0	0
95	10:13:27	10:15:08	10:19:51	1	0	0	0	0
96	10:19:24	10:19:24	10:23:17	1	0	0	0	0
97	10:21:49	10:21:49	10:26:36	1	0	0	0	0
98	10:25:37	10:25:37	10:39:54	0	0	0	1	0
99	10:37:11	10:37:11	10:41:35	1	0	0	0	0
100	10:42:58	10:42:58	10:47:09	1	0	0	0	0
101	10:44:32	10:44:32	10:58:21	0	0	0	0	1
102	10:47:41	10:47:41	10:53:46	1	0	0	0	0
103	10:49:52	10:49:52	11:02:18	0	1	0	0	0
104	10:55:02	10:55:02	11:09:12	0	0	0	1	0
105	10:57:23	10:58:21	11:12:24	0	0	1	0	0
106	13:03:18	13:03:18	13:15:34	0	0	0	1	0
107	13:10:16	13:10:16	13:29:17	0	1	0	0	0
108	13:13:45	13:13:45	13:30:49	0	1	0	0	0
109	13:19:29	13:19:29	13:24:55	1	0	0	0	0
110	13:20:48	13:24:55	13:38:11	0	0	0	0	1
111	13:22:34	13:29:17	13:33:31	1	0	0	0	0
112	13:28:49	13:30:49	13:41:15	0	0	0	1	0
113	13:29:18	13:33:31	13:45:58	0	1	0	0	0
114	13:36:45	13:38:11	13:42:47	1	0	0	0	0
115	13:38:21	13:41:15	13:54:09	0	0	0	0	1
116	13:39:06	13:42:47	13:53:10	0	0	0	0	1
117	13:44:13	13:45:58	13:49:22	1	0	0	0	0
118	13:47:40	13:49:22	14:01:50	0	0	0	1	0
119	13:53:36	13:53:36	14:02:38	0	0	0	0	1
120	13:55:41	13:55:41	14:08:55	0	1	0	0	0
121	13:58:39	14:01:50	14:14:39	0	0	0	0	1
122	10:01:50	10:01:50	10:04:13	1	0	0	0	0
123	10:06:42	10:06:42	10:10:18	1	0	0	0	0
124	10:09:05	10:09:05	10:21:39	0	0	0	0	1
125	10:10:42	10:10:42	10:20:08	0	0	0	1	0
126	10:14:47	10:14:47	10:35:30	0	1	0	0	0
127	10:21:37	10:21:37	10:36:59	0	0	1	0	0
128	10:24:18	10:24:18	10:29:21	1	0	0	0	0
129	10:29:36	10:29:36	10:33:47	1	0	0	0	0
130	10:34:47	10:34:47	10:39:28	1	0	0	0	0
131	10:35:58	10:35:58	10:40:11	1	0	0	0	0
132	10:37:06	10:37:06	10:50:02	0	0	0	0	1
133	10:39:51	10:39:51	10:45:00	1	0	0	0	0

134	10:43:17	10:43:17	10:47:14	1	0	0	0	0
135	10:45:08	10:45:08	10:58:41	0	0	0	0	1
136	10:49:33	10:49:33	11:03:51	0	0	1	0	0
137	10:51:16	10:51:16	10:56:22	1	0	0	0	0
138	10:54:01	10:54:01	11:05:36	0	0	0	0	1
139	13:12:54	13:12:54	13:24:15	0	1	0	0	0
140	13:17:42	13:17:42	13:37:39	0	1	0	0	0
141	13:20:15	13:20:15	13:31:18	0	0	0	0	1
142	13:25:19	13:25:19	13:30:01	1	0	0	0	0
143	13:27:05	13:30:01	13:44:56	0	1	0	0	0
144	13:30:34	13:31:18	13:36:23	1	0	0	0	0
145	13:31:08	13:36:23	13:49:48	0	0	0	1	0
146	13:33:49	13:37:39	13:50:06	0	0	0	0	1
147	13:34:50	13:44:56	13:49:13	1	0	0	0	0
148	13:38:27	13:49:13	14:03:53	0	1	0	0	0
149	13:42:36	13:49:48	14:00:49	0	1	0	0	0
150	13:44:18	13:50:06	13:54:51	1	0	0	0	0
151	13:51:12	13:54:51	14:05:17	0	0	0	1	0
152	13:57:13	14:00:49	14:05:03	1	0	0	0	0
153	13:58:49	14:03:53	14:07:31	1	0	0	0	0