



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ŘEŠENÍ DYNAMICKÝCH CHARAKTERISTIK JEDNODUCHÝCH MODELŮ HLASIVEK

DYNAMIC CHARACTERISTICS OBTAINED FROM SOLUTION OF SIMPLE VOCAL FOLDS MODELS

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Radek Kubíček

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Hájek

BRNO 2016



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Radek Kubíček</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Petr Hájek</b>
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Řešení dynamických charakteristik jednoduchých modelů hlasivek

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Průběh zvuku vokálním traktem člověka je podmíněn také charakterem kmitů hlasivek. Jejich povaha se dá studovat na modelech nejrůznější úrovně. Na jedné straně stojí jednoduché modely s diskrétními parametry řešitelné analyticky, na straně druhé komplexní konečnoprvkové modely, které často velmi realisticky postihují vybraný jev. Porovnání obou přístupů může ukázat jejich hlavní přednosti a rozdíly.

### Cíle bakalářské práce:

1. Vypracovat rešerši literatury obsahující popis funkce hlasivek a základů fonace a uvést přehled nejjednodušších modelů používaných k jejich studiu.
2. Vytvořit model hlasivky s diskrétními parametry.
3. Vytvořit jednoduchý konečnoprvkový model hlasivky.
4. Srovnat oba přístupy používané k řešení charakteru kmitů hlasivek.

### Seznam literatury:

K. Ishizaka and J. L. Flanagan, Synthesis of Voiced Sounds From a Two-Mass Model of the Vocal Cords, Bell Syst. Tech. J., vol. 51, no. 6, pp. 1233–1268, 1972.

B. H. Story and I. R. Titze, Voice simulation with a body-cover model of the vocal folds, J. Acoust. Soc. Am., vol. 97, no. 2, p. 1249, Feb. 1995.

J. Horáček, P. Šidlof, and J. G. Švec, Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with Hertz model of impact forces, J. Fluids Struct., vol. 20, no. 6, pp. 853–869, 2005.

V. Hruža, Modelování funkce hlasivek pomocí MKP, Brno University of Technology, 2008.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Bakalářská práce spadá do oblasti biomechaniky hlasu a jejím těžištěm je získání dynamických charakteristik jednoduchých analytických a konečnoprvkových modelů hlasivek. Práce obsahuje popis základních teorií tvorby hlasu a podrobný rozbor nejpoužívanějších výpočtových modelů. Nutností je také anatomický a fyziologický úvod včetně základních patologických poruch. Chování výpočtových modelů z rešeršní části demonstrují jejich základní charakteristiky obdržené pomocí modální analýzy a řešení pohybových rovnic. Obdržené hodnoty vlastních frekvencí spadají do rozmezí uvedených v literatuře. Cílem práce je srovnání analytického a numerického řešení a použitých výpočtových modelů.

## **Abstract**

Bachelor's thesis concerns the biomechanics of voice and its aim is to obtain dynamic characteristics of simple analytical and numerical vocal folds models. Thesis includes main theories of voice production and thorough analysis of the widest used computational models. Essential is an anatomical and physiological introduction including basic pathologies. Behaviour of computational models mentioned in the bibliographic research is demonstrated by the dynamics characteristics gained by modal analysis and by the solid mechanics equation solution. Eigenfrequencies come under range from literature. The aim of thesis is comparison of analytical and numerical solution and particular computational models.

## **Klíčová slova**

Výpočtové modelování, metoda konečných prvků, biomechanika hlasu, volné tlumené kmitání, model hlasivek s diskrétními parametry, modální analýza, vlastní frekvence hlasivek, vlastní tvary hlasivek, Reinkeho edém.

## **Keywords**

Computational simulation, finite element method, biomechanics of voice, free dumped oscillation, model of the vocal folds with discrete parameters, modal analysis, eigenfrequencies of vocal folds, eigenmodes of vocal folds, Reinke's edem.



**Bibliografická citace**

KUBÍČEK, R. *Řešení dynamických charakteristik jednoduchých modelů hlasivek*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 81 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Petr Hájek.





### **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Řešení dynamických charakteristik jednoduchých modelů hlasivek vypracoval samostatně a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu literatury.

V Brně dne 25. 5. 2016.

.....



## **Poděkování**

Rád bych poděkoval svému vedoucímu Ing. Petru Hájkovi za odbornou spolupráci, vedení, cenné připomínky a rady v průběhu řešení a tvorby bakalářské práce.



# OBSAH

ÚVOD.....	15
<b>1 REŠERŠNÍ STUDIE.....</b>	<b>17</b>
1.1 ANATOMIE HRTANU .....	17
1.1.1 Chrupavky hrtanu.....	17
1.1.2 Svaly hrtanu .....	18
1.1.3 Dutina hrtanu.....	19
1.1.4 Morfologie hlasivek.....	20
1.2 FYZIOLOGIE HRTANU .....	21
1.2.1 Dýchání .....	21
1.2.2 Tvorba hlasu, řeč.....	21
1.2.3 Teorie zdroje a filtru .....	23
1.2.4 Myoelasto-aerodynamická teorie fonace.....	23
1.3 PATOLOGIE HLASIVEK – HLASOVÉ PORUCHY.....	24
1.3.1 Funkční poruchy .....	24
1.3.2 Zánětlivé léze.....	24
1.3.3 Získané hlasivkové léze.....	25
1.3.4 Vrozené léze .....	26
1.3.5 Chronický zánět hrtanu a zhoubný nádor.....	26
1.3.6 Paréza (obrna) zvratného nervu.....	27
1.3.7 Vzácné a neobvyklé léze .....	27
1.3.8 Zjizvení hlasivek.....	27
1.4 VÝPOČTOVÉ MODEL Y HLASIVEK.....	27
1.4.1 Ewaldova píšťala .....	27
1.4.2 Jednohmotový model .....	28
1.4.3 Dvouhmotový model .....	29
1.4.4 Tříhmotový model.....	30
1.4.5 Tříhmotový model body-cover.....	31
1.4.6 Model slizniční vlny.....	31
1.4.7 Aeroelastický model.....	32
1.4.8 Výpočtové modelování kmitání hlasivek pomocí metody konečných prvků.....	33
<b>2 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL HLASIVKY .....</b>	<b>37</b>
2.1 GEOMETRIE MODELU HLASIVKY .....	37
2.2 MODEL MATERIÁLU HLASIVKY .....	38
2.3 VYTVOŘENÍ KONEČNOPRVKOVÉHO MODELU HLASIVKY.....	39
2.3.1 Volba modelu materiálu a jeho vlastností.....	39
2.3.2 Vytvoření modelu geometrie.....	39
2.3.3 Vytvoření sítě.....	39
2.3.4 Nastavení okrajových podmínek .....	40
2.3.5 Modální analýza.....	40
<b>3 ANALYTICKÉ MODEL Y HLASIVEK.....</b>	<b>43</b>
3.1 JEDNOHMOTOVÝ MODEL .....	43
3.1.1 Odvození pohybové rovnice.....	43
3.1.2 Parametry modelu.....	44
3.1.3 Výpočet vlastní frekvence a řešení pohybové rovnice.....	45
3.1.4 Průběhy výchylky a rychlosti.....	46
3.2 DVOUHMOTOVÝ MODEL .....	48
3.2.1 Odvození pohybových rovnic.....	48
3.2.2 Parametry modelu.....	48
3.2.3 Problém vlastních hodnot.....	49

3.2.4	<i>Stavový prostor</i>	49
3.2.5	<i>Výpočet vlastních frekvencí</i>	50
3.2.6	<i>Průběhy výchylek a rychlostí</i>	52
3.3	<b>TŘÍHMOTOVÝ MODEL</b>	54
3.3.1	<i>Odvození pohybových rovnic</i>	54
3.3.2	<i>Parametry modelu</i>	55
3.3.3	<i>Výpočet vlastních frekvencí</i>	55
3.3.4	<i>Průběhy výchylek a rychlostí</i>	56
<b>4</b>	<b>CITLIVOSTNÍ ANALÝZY</b>	<b>61</b>
4.1	JEDNOHMOTOVÝ MODEL	61
4.2	DVOUHMOTOVÝ MODEL	61
4.3	TŘÍHMOTOVÝ MODEL	62
<b>5</b>	<b>SIMULACE REINKEHO EDÉMU</b>	<b>65</b>
<b>6</b>	<b>SROVNÁNÍ PŘÍSTUPŮ</b>	<b>67</b>
<b>7</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>69</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ</b>	<b>71</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ</b>	<b>75</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b>	<b>77</b>
	<b>SEZNAM TABULEK</b>	<b>79</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH</b>	<b>81</b>
	<b>PŘÍLOHA A</b>	<b>83</b>
	<b>PŘÍLOHA B</b>	<b>87</b>
	<b>PŘÍLOHA C</b>	<b>97</b>

# ÚVOD

Lidský hlas je nutným základem pro tvorbu hlásek a je nejvíce rozšířeným komunikačním prostředkem. Již před několika miliony let se první lidé dorozumívali a vyjadřovali své pocity a nálady směsicí zvuků. Teprve postupem času se zavedla nepsaná skladba vět a jednotlivých slov v nich a tyto uspořádané zvukové signály daly základ nynějším jazykům. Jelikož se řeč vyvíjela v různých koutech světa odlišně, vzniklo několik druhů jazyků. Podle původu dělíme jednotlivé jazyky do rodin a v nich do odpovídajících skupin. Například český jazyk patří do skupiny slovanských jazyků indoevropské jazykové rodiny. Není pochyb o tom, že komunikovat mezi sebou neverbálně by přinášelo spoustu obtížností a problémů při přenosu informací.

Výkony a projevy lidského hlasu jsou zcela přizpůsobeny schopnostem lidského sluchu. Ke tvorbě hlasu je kromě sluchové zpětné vazby za potřebí také mnoha dalších funkčních pochodů jako například aktivace svalů pomocí nervů. Ke zkoumání a lepšímu chápání vzniku hlasu proto není nezbytný pouze fyzikální a matematický popis, ale i pohled lékařský. Matematicko-fyzikální popis totiž vychází ze znalosti zkoumané struktury a empirie. Můžeme říci, že studium hlasu spadá do mezioborově orientované biomechaniky hlasu, protože shrnuje poznatky z více studijních a vědeckých odvětví.

Základem tvorby hlasu jsou funkční hlasivky, v nichž vzniká první akustický signál, tzv. zdrojový hlas, který je filtrován tvarem vokálního traktu a horních cest dýchacích. Podobu výsledného hlasu tedy ovlivňuje nejen charakter kmitů hlasivek, ale i tvarování a elastické vlastnosti vokálního traktu a přilehlých dutin. Z důvodu co nejpřesnějšího a nejvěrohodnějšího fyzikálního popisu se znalci této problematiky snaží vytvořit jednoduché modely, které by vykazovaly vysokou shodu s chováním reálných lidských hlasivek a zároveň nebyly výpočtově obtížné a zdlouhavé. Proto je uvedená bakalářská práce zaměřena na úroveň jednotlivých modelů, vhodnost jejich řešení a srovnání používaných přístupů. Práce obsahuje i výpočtovou simulaci Reinkeho edému, jedné z hlasových poruch.



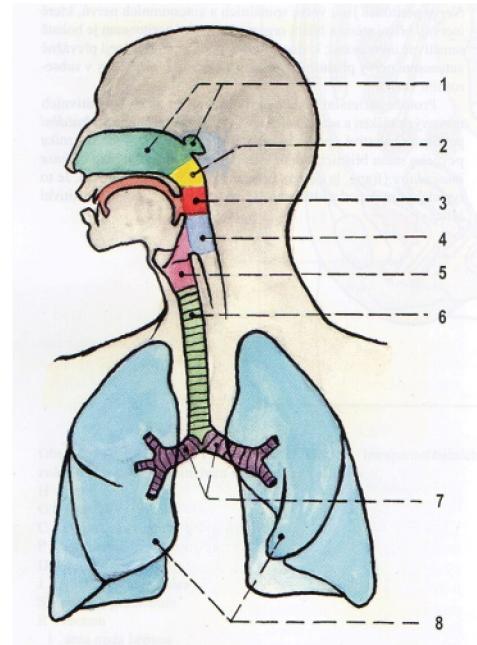


# 1 REŠERŠNÍ STUDIE

## 1.1 Anatomie hrtanu

Dýchací soustava, *apparatus respiratorius*, zajišťuje přenos dýchacích plynů mezi vnějším prostředím a krví. Při inspiraci, nádechu, proudí vzduch dýchacími cestami směrem dovnitř k plicím, naopak při expiraci, výdechu, směrem ven. Dýchací cesty rozdělujeme na horní cesty dýchací, do nichž patří dutina nosní a nosohltan, a dolní cesty dýchací, které označují průdušky, průdušnici a hrtan.

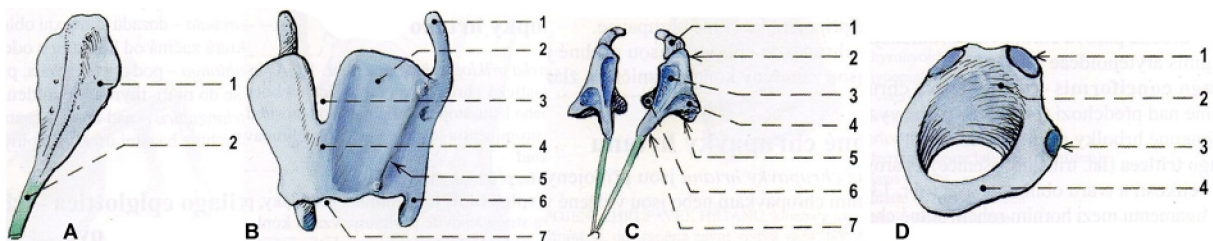
Prvním oddílem dolních cest dýchacích je právě hrtan (Obr. 1, pozice 5), *larynx*. Jedná se o nepárový orgán tvaru trojbokého jehlanu se základnou nahoře, který shora navazuje na hrtanovou část hltanu (Obr. 1, poz. 4), *pars laryngea pharyngis*, a směrem dolů pokračuje do průdušnice (Obr. 1, poz. 6). Obecně můžeme hrtan rozdělit na tkáň tvrdou (chrupavky) a tkáň měkkou (vazy, svaly a slizniční výstelka). Vazy a klouby zprostředkovávají vzájemnou pohyblivost chrupavek, kterou zajišťuje soubor svalů, *mm. laryngis*. [1, 2]



Obr. 1. Dýchací ústrojí [1]

### 1.1.1 Chrupavky hrtanu

Mezi chrupavky tvořící kostru hrtanu patří *cartilago thyroidea*, *cartilago cricoidea*, *cartilago arytenoidea*, *cartilago epiglottica* a další drobné chrupavky jako například *cartilago corniculata* či *cartilago cuneiformis*.



Obr. 2. Chrupavky hrtanu [1]

Nepárová **chrupavka štítná** (Obr. 2B), *cartilago thyroidea*, se skládá ze dvou plotének, které jsou vpředu spojené a tvoří podklad *prominentia laryngea* (lidově „ohryzku“, zvláště patrného u mužů). Ze zadního okraje obou plotének vystupují nahoru resp. dolů rohy štítné chrupavky (Obr. 2B, poz. 1 a 6). Horní rohy jsou vazem propojeny s jazyčkou. Dolní rohy jsou kratší a tvoří kloubní spojení (*articulatio cricothyroidea*) s prstencovou chrupavkou.

**Prstencová chrupavka** (Obr. 2D), *cartilago cricoidea*, je nepárová a má tvar pečetního prstenu s rozšířenou částí vzadu. Směrem dopředu přechází ploténka (Obr. 2D, poz. 2) do zúženého oblouku (Obr. 2D, poz. 4). Na tomto přechodu se nachází párová kloubní ploška (Obr. 2D, poz. 3) pro skloubení s dolními rohy štítné chrupavky. V horní části ploténky leží druhá párová kloubní ploška (Obr. 2D, poz. 1), která tvoří kloubní spojení (*articulatio cricoarytenoidea*) s hlasivkovou chrupavkou.

**Hlasivková chrupavka** (Obr. 2C), *cartilago arytenoidea*, je párová a má tvar trojbokého jehlanu s hrotem (Obr. 2C, poz. 2), *apex*, nahoru a základnou (Obr. 2C, poz. 6), *basis*, skloubenou s prstencovou chrupavkou. Z báze vybíhají dva výběžky – *processus vocalis* (Obr. 2C, poz. 7), na nějž je připojený hlasový vaz (*ligamentum vocale*), a *processus muscularis* (Obr. 2C, poz. 6), na který se upínají svaly.

Poslední větší chrupavkou je **chrupavka příklopky hrtanové** (Obr. 2A), *cartilago epiglottica*. Jedná se o nepárovou elastickou chrupavku tvaru rostlinného listu, která uzavírá hrtan při polykání. [1, 2]

Chrupavky jsou spojeny pomocí kloubů, vazů a membrán, čímž společně tvoří uzavřený trubcovitý útvar ([1], s. 201, obr. 135 a 136).

### 1.1.2 Svaly hrtanu

Pohyby chrupavek hrtanu jsou zajištěny hrtanovým svalstvem, které definuje napětí hlasových vazů a polohu příklopky hrtanové. Všechny svaly hrtanu jsou párové příčně pruhované svaly. Můžeme je rozdělit podle polohy na svaly přední, postranní a zadní (Obr. 3) nebo podle funkce na svaly ovládající příklopkou hrtanovou a svaly ovládající vazy hlasové. [1, 2]

Svaly ovládající vazy hlasové zodpovídají za fonační a respirační polohu hlasivek. Jestliže způsobují rozšíření hlasivkové mezery, nazýváme je abduktory, pokud hlasivkovou mezeru zužují, nazýváme je adduktory. [2]

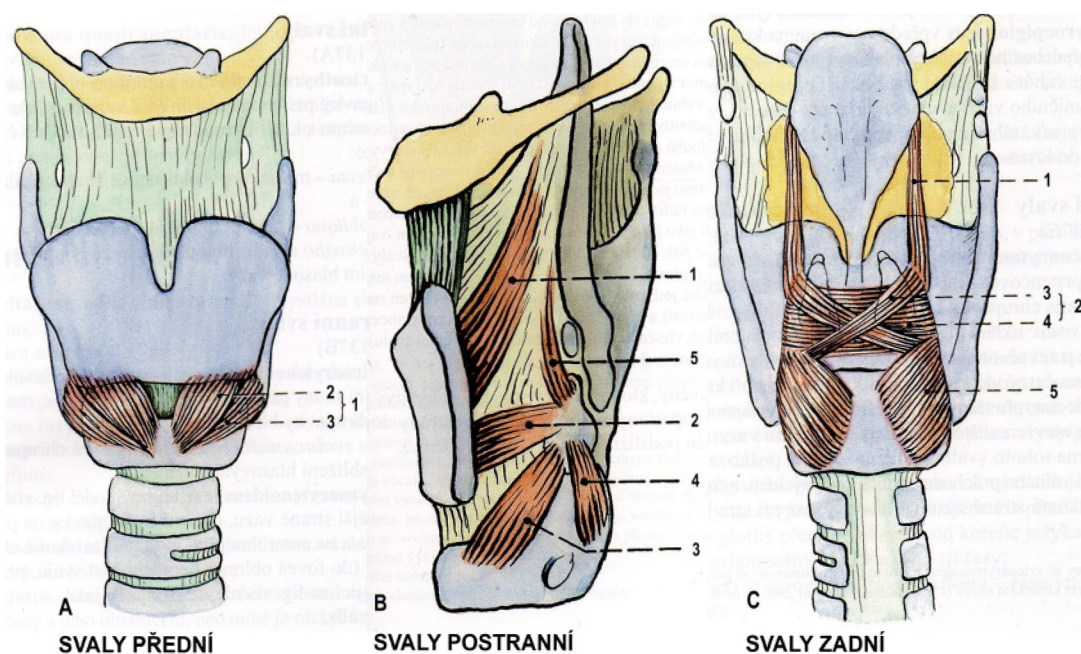
Primárním abduktorem hlasivek je **zadní rozvěrač hlasivkové štěrbin** (Obr. 3B, poz. 4), *musculus cricoarytenoideus posterior*. Začíná na ploténce prstencové chrupavky a upíná se zezadu na *processus muscularis* hlasivkové chrupavky.

Antagonistou primárního abduktoru je **boční hlasivkový napínač** (Obr. 3B, poz. 3), *m. cricoarytenoideus lateralis*, který začíná na oblouku prstencové chrupavky a upíná se zepředu na *processus muscularis*.

Nejsilnějším adduktorem je však **příčný sval spojující hlasivkové chrupavky** (Obr. 3C, poz. 2), *m. arytenoideus*, který zezadu spojuje obě hlasivkové chrupavky.

**Vnější napínač** (Obr. 3A, poz. 1), *m. cricothyroideus*, je upnutý mezi obloukem prstencové chrupavky a ploténkami štítné chrupavky. Způsobuje naklání štítné chrupavky dopředu, čímž napíná hlasové vazy.

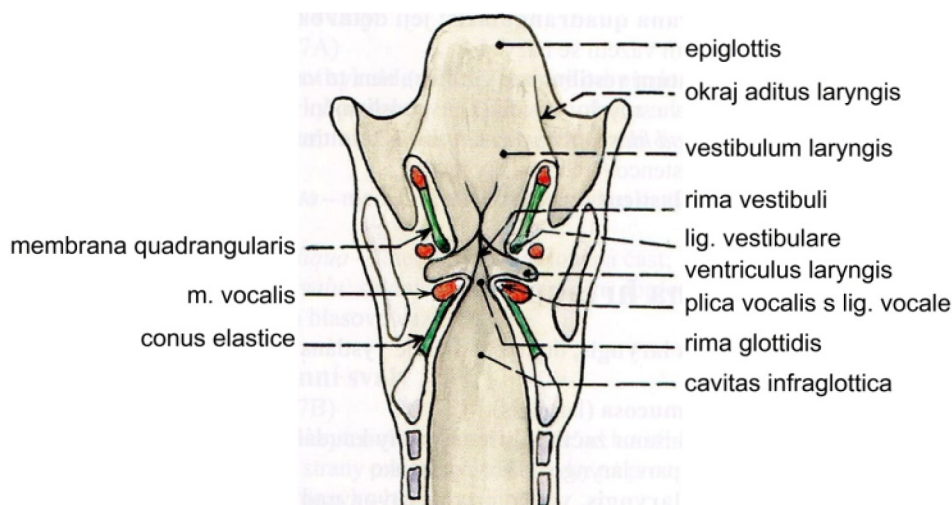
**Hlasivkový sval** (Obr. 3B, poz. 2), *m. thyroarytenoideus*, je antagonistou vnějšího napínače. Je napjatý podél vnější strany hlasového vazů od plotének štítné chrupavky k *processus vocalis* a *fovea oblonga* (Obr. 2C, poz. 4) hlasivkové chrupavky. Při kontrakci uvolňuje napětí hlasových vazů a naklání chrupavku štítnou dozadu. Jeho vnitřní část, která se částečně upíná na hlasový vaz, se nazývá *m. vocalis*. [1–3]



Obr. 3. Svaly hrtanu [1]

### 1.1.3 Dutina hrtanu

Dutina hrtanu, *cavitas laryngis*, je vystlána načervenalou sliznicí, která je kryta víceřadým cylindrickým řasinkovým epitelem, a v řezu má tvar přesýpacích hodin (Obr. 4). Nahore navazuje na hrtanovou část hltanu a dole plynule přechází do průdušnice. Dutinu hrtanu rozdělujeme do tří sekcí.



Obr. 4. Dutina hrtanu (převzato a upraveno z [1])

Prvním oddílem je předsíň hrtanová, *vestibulum laryngis*, jež se směrem dolů trychtýřovitě zužuje do *rima vestibuli* (štěrbina mezi nepravými řasami hlasovými, *plicae vestibulares*). Druhým oddílem je kaudální část hrtanu, *cavitas infraglottica*, která se naopak směrem dolů nálevkovitě rozšiřuje. Poslední část se nachází mezi zmíněnými oddíly hrtanu a nazývá se hlasivka, *glottis*. [1, 2]

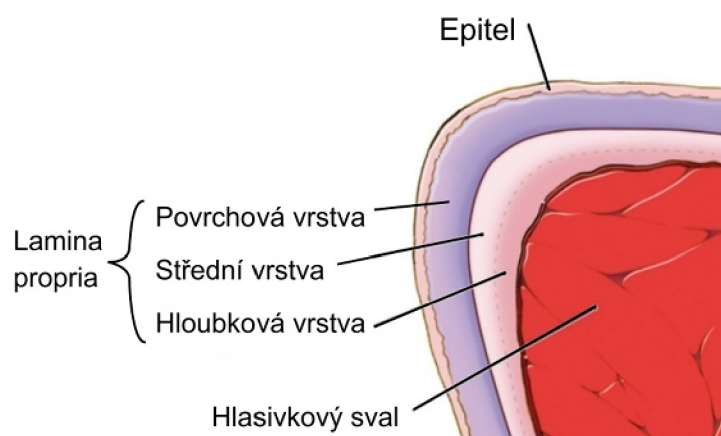
**Hlasivka** je zúžené místo hrtanové dutiny, které se nachází pod *plicae vestibulares*. Jedná se o sagitální štěrbinu, která je ohraničena párovými hlasovými řasami, *plicae vocales*, jejichž podkladem je hlasový vaz a hlasivkový sval, i s jejím ohraničením. Z důvodu velké mechanické námahy při proudění vzduchu při fonaci a kašli jsou hlasové řasy pokryty nažloutlou sliznicí, která je kryta odolnějším epitelem (vrstevnatým dlaždicovým). Štěrbina hlasivková, *rima glottidis*, je nejužším místem dýchacích cest. Rozlišujeme u ní přední část (*pars intermembranacea*), která se nachází mezi vlastními hlasovými vazy, a menší zadní část (*pars intercartilaginea*) nacházející se mezi hlasovými chrupavkami. Šířka štěrbiny se mění pomocí svalů hrtanu. Muži mají obvykle hlubší hlas díky delším hlasovým vazům (24 mm) než ženy (20 mm). [1, 2]

#### 1.1.4 Morfologie hlasivek

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.1.3, řasu hlasovou můžeme rozdělit do několika vrstev, z nichž každá má jiné mechanické vlastnosti (kapitola 1.4.8).

Vnější povrch tvoří vrstevnatý dlaždicový epitel o tloušťce 0,05 až 0,1 mm [4], který obklopuje měkkou tkáňovou tekutinu (lze si představit jako balónek naplněný vodou). Naopak nejhluběji se v hlasové řase nachází hlasivkový sval. Vrstva mezi ním a dlaždicovým epitelem se nazývá slizniční vazivo, *lamina propria*, a rozděluje se na tři nesvalové podvrstvy: povrchovou, střední a hloubkovou. Povrchovou vrstvu, též označovanou jako Reinkeho prostor, tvoří volně uspořádaná elastinová vlákna obklopená tkáňovou tekutinou. Uprostřed hlasivky dosahuje vrstva tloušťky kolem 0,5 mm [5]. Elastinová vlákna, která jsou již uspořádána rovnoměrně v podélném směru, tvoří s malým množstvím kolagenních vláken střední vrstvu slizničního vaziva. Kolagenní vlákna, která primárně tvoří hloubkovou vrstvu, limitují protažení hlasové řasy a zvyšují její tuhost. Spolu se střední vrstvou dosahuje vrstva hloubková 1 až 2 mm [5].

Pojmem sliznice, *mucosa*, se v lékařské terminologii označuje epitel společně s povrchovou vrstvou *laminae propriae*. Zbývající vrstvy slizničního vaziva tvoří *ligamentum vocale*. [1, 2, 6, 7]



Obr. 5. Morfologie hlasivek [7]

## 1.2 Fyziologie hrtanu

Hrtan má dvě velmi významné funkce:

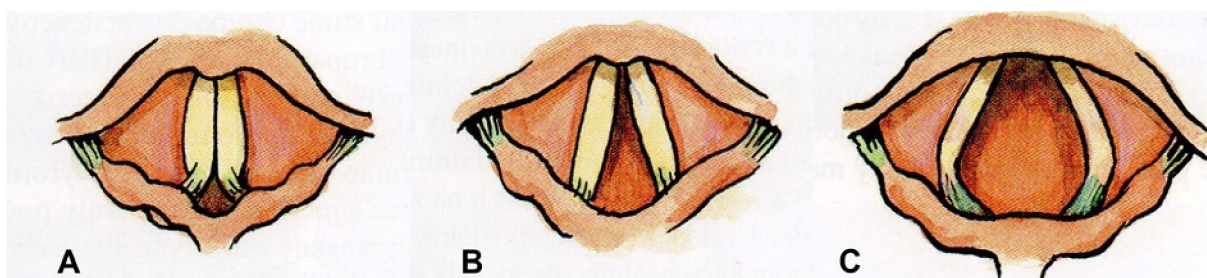
- dýchání (respirace),
- tvorba hlasu (fonace).

Obě tyto funkce souvisí s postavením *plicae vocales*.

### 1.2.1 Dýchání

Při dýchání je *rima glottidis* více rozevřena a *plicae vocales* jsou od sebe více vzdáleny. V závislosti na intenzitě dýchání můžeme rozlišovat tři respirační polohy (Obr. 6).

Při klidovém dýchání a šepotu (Obr. 6A) je hlasivková štěrbinu uzavřena v *pars intermembranacea* a mírně otevřena v *pars intercartilaginea*. Při středně intenzivním dýchání (Obr. 6B) je hlasivková štěrbinu rovnoměrně otevřena po celé své délce, zatímco při usilovném dýchání (Obr. 6C) jsou obě části hlasivkové štěrbinu výrazně otevřeny doširoka. [1, 2]

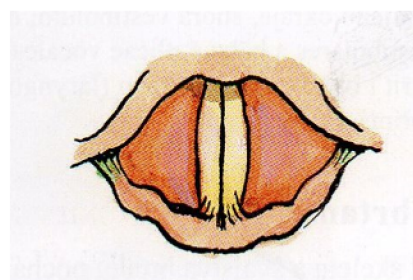


Obr. 6. Respirační polohy [1]

### 1.2.2 Tvorba hlasu, řeč

Při tvorbě hlasu se *rima glottidis* uzavírá jak v *pars intermembranacea*, tak i v *pars intercartilaginea*, a *plicae vocales* se vzájemně přibližují – mluvíme o fonační poloze (Obr. 7). [1, 2]

Proces vzniku hlasu, výsledného akustického signálu, spočívá v proudění vzduchu z průdušnice a plic skrze hlasivkovou štěrbinu, která se působením hrtanových svalů uzavírá, a v následném formování vzniklého akustického signálu ve výsledný akustický signál pomocí rezonančních dutin.<sup>1</sup> Při tomto cíleném výdechu se hlasivky (hlasové řasy a napjaté hlasové vazy) rozkmitají, a tím podélně rozechvějí sloupec vzduchu nad nimi. Zvuk se šíří tzv. podélným vlněním, při němž dochází k periodickému zhušťování a ředění vzduchu ve směru postupující vlny, tj. k pulzům vzduchu. [1, 2, 8]



Obr. 7. Fonační poloha [1]

<sup>1</sup> Více v kapitole 1.2.3 Teorie zdroje a filtru

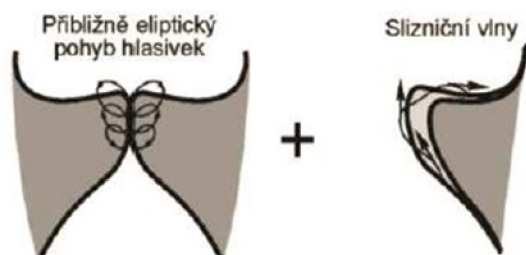
Vzniklý akustický signál vydávaný z našich úst je charakterizován:

- intenzitou (amplitudou kmitů),
- výškou (základní frekvencí),
- barvou (rezonujícími vyššími harmonickými frekvencemi).

O intenzitě tónu, tedy hlasitosti řeči, rozhoduje množství a síla proudícího vzduchu hlasivkovou štěrbinou. Čím intenzivněji vydechujeme, tím hlasitěji mluvíme. Výška tónu naopak závisí na délce a napětí hlasivek a také na šířce a tvaru hlasivkové štěrbiny. Charakteristickou barvu lidského hlasu utváří až rezonanční dutiny – hltan, dutina ústní, nosní a vedlejší nosní dutiny. Zvuk lidského hlasu je tedy velmi rozmanitý a je typický pro každého jedince. [1, 2, 8]

Tvorba samohlásek a souhlásek, jejichž speciální kombinací vzniká řeč, se uskutečňuje tvarováním hltanu a dutiny ústní za pomoci určitého postavení jazyka, rtů, zubů a patra. Charakteristickými samohláskami jsou A, U a I, které tvoří samohláskový trojúhelník ([8], s. 371, obr. D). Souhlásky můžeme podle místa tvorby rozdělit na:

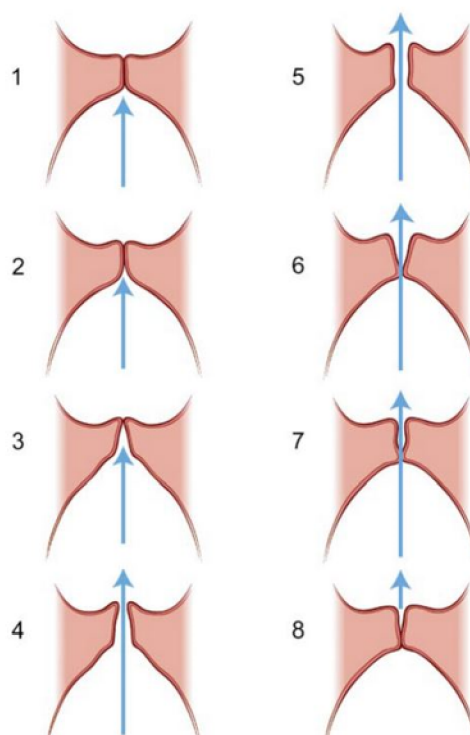
- labiální (p, b, w, f, m) – rty, zuby,
- dentální (d, t, s, n) – zuby, jazyk,
- linguální (l, š) – jazyk, přední patro,
- guturální (g, k) – jazyk, zadní patro. [8]



Obr. 8. Pohyby hlasivek [10]

Při fonaci se frekvence kmitání hlasivek pohybuje v rozmezí cca 80–200 Hz u mužů a cca 150–350 Hz u žen [9, 10]. Proudem vzduchu rozkmitané hlasivky se pohybují po přibližně eliptické trajektorii (Obr. 8). Tento pohyb doplňuje sekundární pohyb hlasivek, který je realizován vlnitým pohybem slizničního vaziva, též nazývaným jako slizniční vlna (Obr. 8). [1, 2, 8]

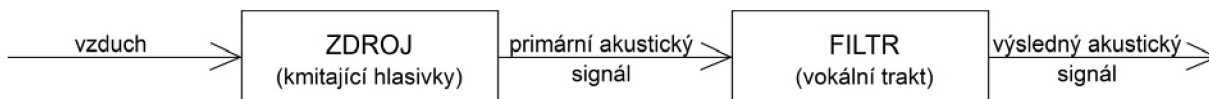
Na Obr. 9 můžeme vidět schematicky naznačený eliptický pohyb hlasivek znázorněný ve frontálním řezu, rozdělený do osmi fází. Při otevírání hlasivkové štěrbiny zaujímají hlasivky konvergentní tvar, naopak při zavírání mají tvar divergentní. [9]



Obr. 9. Schematicky naznačený pohyb hlasivek [7]

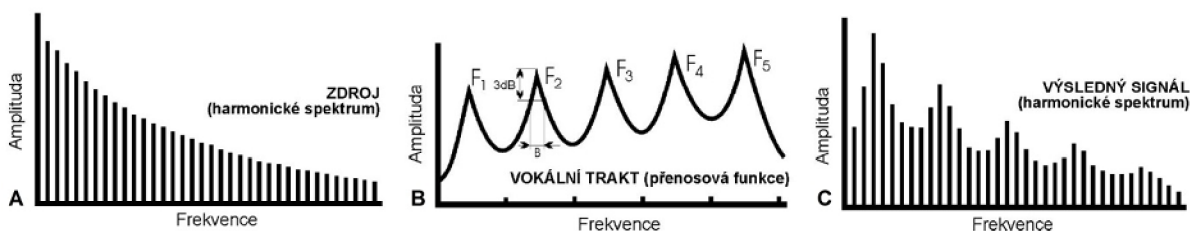
### 1.2.3 Teorie zdroje a filtru

Jedná se o teorii popisující tvorbu samohlásek<sup>2</sup> ve dvou stupních (Obr. 10). V prvním stupni prochází vzduch zdrojem, který představují kmitající hlasivky, čímž dochází ke vzniku primárního akustického signálu, zdrojového hlasu. Ve druhém stupni je tento zdrojový hlas transformován zejména v dutinách vokálního traktu, které se chovají jako akustické filtry, ve výsledný akustický signál. Vokální trakt je rezonanční prostor mezi hlasivkami a ústním otvorem – dutina ústní a hltanová.



Obr. 10 Teorie zdroje a filtru

Vznik výsledného akustického signálu můžeme sledovat pomocí formování frekvenčního spektra.<sup>3</sup> Zdrojový hlas má frekvenční spektrum znázorněné na Obr. 11A, ze kterého je patrné, že s vyššími harmonickými frekvencemi se snižuje amplituda. Při průchodu primárního akustického signálu dutinami vokálního traktu však dochází k zesílení určitých vyšších harmonických frekvencí. Jedná se o frekvence, které odpovídají vlastním frekvencím oscilujících dutin vokálního traktu. Dutiny se rozkmitají z důvodu průchodu pulsů vzduchu, které unikají při otevírání hlasivkové štěrbině. Tyto rezonanční frekvence vokálního traktu se nazývají formantové frekvence a jsou nezávislé na frekvenci hlasivek. Na přenosové funkci (Obr. 11B) rozeznáváme jednotlivé formanty v podobě lokálních maxim. Výsledný akustický signál se získá modifikací frekvenčního spektra zdrojového hlasu podle přenosové funkce (Obr. 11C).



Obr. 11 Formování frekvenčního spektra [10]

### 1.2.4 Myoelasto-aerodynamická teorie fonace

Myoelasto-aerodynamická teorie popisuje vznik zdrojového hlasu a mechanismus kmitů hlasivek. Teorie je založena na Bernoulliho rovnici. Důležitými parametry proudícího vzduchu jsou tlak, rychlost a hustota. Při dostatečném tlaku vzduchu dojde k rozevření hlasivkové štěrbině, naopak při následném vzniku podtlaku z důvodu proudění se štěrbině uzavírá. Tato teorie byla studována na analytických modelech, z nichž některé jsou zmíněné v kapitole 1.4. [3, 9–12]

<sup>2</sup> Na tvorbě souhlásek se může podílet více akustických zdrojů, např. jazyk, zuby nebo rty.

<sup>3</sup> Druhou možností je sledování procesu formování výsledné akustické vlny. Viz [10], s. 13–15

### 1.3 Patologie hlasivek – hlasové poruchy

Hlasovými poruchami jsou nazývány všechny odlišnosti vůči zdravému hlasovému projevu. Odlišnosti vznikají „*buďto chorobami hlasového orgánu nebo nesprávnou funkcí hlasového, dechového či artikulačního ústrojí*“<sup>4</sup>.

Neexistuje však jednoznačná definice popisující „zdravý hlas“. Například Libuše Válková ve své knize píše, že podmínkou „zdravého hlasu“ je „*dokonalá vzájemná funkční souhra činnosti hlasového, dechového a artikulačního ústrojí*.“<sup>5</sup> Naopak Wendell Johnson ve své knize specifickým způsobem definoval hlasitost, výšku a zabarvení hlasu, adekvátní flexibilitu a adekvátní udržitelnost, čímž popsal „zdravý hlas“.

Z důvodu neshod jednotlivých autorů zabývajících se touto tematikou existuje i několik variant dělení hlasových poruch. V literatuře jsou nejčastěji poruchy hlasu rozděleny na organické a funkční. Mezi oběma skupinami však není ostrá hranice a důkladněji jsou popsány v literatuře [13–16]. V této práci je rozdělení hlasových poruch převzato od G. Cornuta [17]: funkční poruchy, zánětlivé léze, získané hlasivkové léze, vrozené léze, chronický zánět hrtanu a zhoubný nádor, paréza zvrátaného nervu, vzácné a neobvyklé léze, jizvení hlasivek. České názvosloví bylo čerpáno z diplomové práce [9] Ing. Tomáše Martínka, na níž se podílel Jan G. Švec z Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

#### 1.3.1 Funkční poruchy

Funkční poruchy jsou nejčastěji způsobeny zvýšenou námahou hlasivek. Důvodem vzniku bývá nesprávná nebo nadměrná tvorba hlasu. Nejčastěji onemocněnou skupinou lidí jsou herci, zpěváci nebo prodavači.

#### Hyperkinetická dysfonie

Tento stav se projevuje zvětšením hlasivkového svalu, což má za následek horší uzavírání hlasivkové štěrbiny. Negativně k této poruše přispívá pobyt v prašném prostředí, pití alkoholu nebo kouření. Hlas se vyznačuje chrapotem, dyšným šelestem a v nejhorším případě dochází až k dočasné ztrátě hlasu (afonii). Jestliže se porucha neléčí, může dojít ke tvorbě hlasových uzlíků a polypů. [3, 9, 13, 16, 17]

#### Hypokinetická dysfonie

Jedná se o poruchu vrozenou nebo vzniklou sekundárně z hyperkinetické dysfonie. Vyznačuje se atrofií (odumíráním) hlasivkového svalu. Důsledkem je nedomykavost hlasivek a chraptivý hlas s omezeným frekvenčním rozsahem. [3, 9, 16, 17]

#### 1.3.2 Zánětlivé léze

##### Akutní laryngitida

Pojmem laryngitida se označuje zánět hrtanu. Akutní zánět hrtanu nejčastěji souvisí s virovou nebo mikrobiální infekcí a projevuje se mírným zánětem hlasivek, který do-

<sup>4</sup> Viz [13], s. 17

<sup>5</sup> Viz [13], s. 17

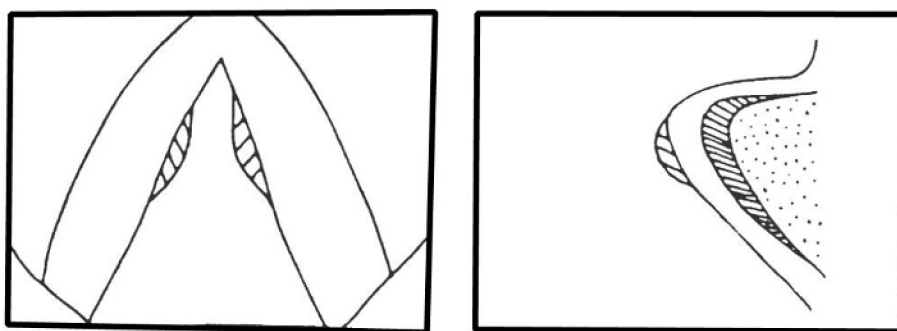


provází silné překrvení a velký otok hlasivek. Otok způsobuje odlišný tvar hlasivek, což má za následek nedokonalé uzavírání hlasivkové štěrbiny, čímž dochází k chrapotu. [3, 9, 14, 16, 17]

### 1.3.3 Získané hlasivkové léze

#### Hlasové uzlíky

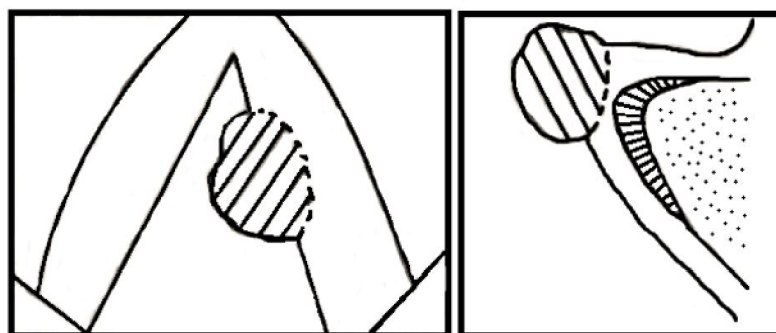
Hlasovými uzlíky (Obr. 12) jsou nazývány oblasti hlasivkové sliznice s větší tloušťkou. Nejsou nijak barevně od sliznice odlišeny a většinou se nachází na obou hlasivkách přímo proti sobě. Z tohoto důvodu se hlasivková štěrbina neuzavírá dokonale. [3, 9, 13, 16, 17]



Obr. 12. Hlasové uzlíky [17]

#### Polypy

Polypy (Obr. 13) se na rozdíl od hlasových uzlíků lokalizují většinou pouze na jedné straně hlasivek. Nabývají různých velikostí a často vznikají v místech hlasových uzlíků. Podle barvy rozlišujeme polypy na krvácivé (červené) a slizniční (ružové). [3, 9, 13, 17]



Obr. 13. Polypy [17]

### Reinkeho edém

Reinkeho edém (Obr. 14) je změna hlasivkové tkáně v důsledku kouření, přetěžování hlasu, alergie nebo hormonálních změn. Tento stav se projevuje destrukcí histologické stavby membrány, která odděluje epitel od spodních struktur. Hlavním příznakem této poruchy je zhrubění hlasu a chrápot. [3, 9, 16, 17]

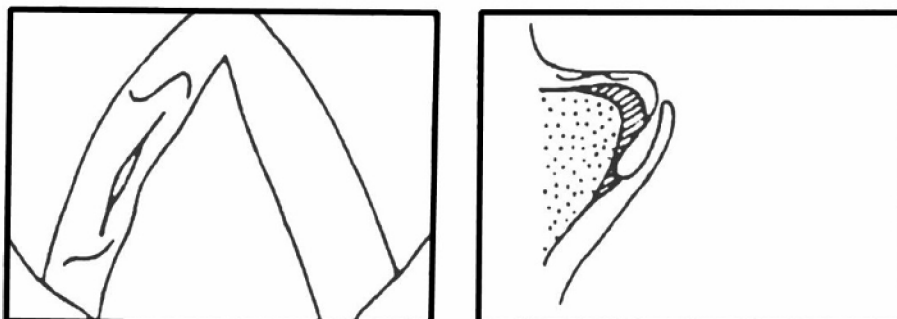


Obr. 14. Reinkeho edém [17]

### 1.3.4 Vrozené léze

#### Sulcus glottidis

Sulcus glottidis (Obr. 15) se vyznačuje vychlípáním krycího epitelu, čímž vznikají různě hluboké váčky, které jsou v přímém kontaktu s hlasovým vazem. [3, 9, 17]



Obr. 15. Sulcus glottidis [17]

### 1.3.5 Chronický zánět hrtanu a zhoubný nádor

#### Chronická laryngitida

Zánět hrtanu bývá způsoben například dlouhodobým kouřením nebo užíváním alkoholu. Je charakterizován změnou tloušťky sliznice a podslizničních vrstev. Tyto změny způsobují změnu tuhosti hlasivek, která poté ovlivňuje amplitudu kmitání a tvorbu slizniční vlny. [3, 9, 16, 17]

#### Karcinom (zhoubný nádor) hrtanu

Zhoubný nádor hrtanu se může nacházet buď v oblasti hlasivek, pod hlasivkami, nebo nad nimi. Poslední dvě oblasti jsou zvláště nebezpečné, protože je v nich obtížné poru-

chu při vyšetření objevit, což může později vést ke vzniku metastází, a dokonce k následnému chirurgickému odstranění hrtanu. [3, 9, 17]

### 1.3.6 Paréza (obrna) zvratného nervu

Obrnu zvratného nervu, jenž je párový a inervuje téměř všechny svaly v hrtanu, můžeme rozlišovat na jednostrannou, kdy je postižen jeden nerv, nebo oboustrannou, kdy jsou postiženy nervy oba. Podle stupně ochrnutí můžeme obrnu rozdělit na částečnou a úplnou, při níž není člověk prakticky schopen mluvit. [3, 9, 16, 17]

### 1.3.7 Vzácné a neobvyklé léze

#### Papilomatóza

Papilomatóza je benigní (nezhoubný) nádor virového původu způsobující chrapot, který může vyústit až v úplnou afonii. Příčinou jsou prorůstající papilomové výrůstky v oblasti hrtanu a hlasivek. [3, 9, 17]

### 1.3.8 Zjizvení hlasivek

Hlasivkové jizvy jsou ve většině případů způsobeny zásahem zvenčí. Jedná se zejména o chybné zákroky lékaře v oblasti hlasivek například při intubaci nebo při laserové mikrochirurgii hrtanu. Vzniklé jizvy mají vliv na tuhost hlasivek, což má za následek snížení amplitudy kmitání, asymetrické vibrace a nepatrnou slizniční vlnu. [3, 9, 17]

## 1.4 Výpočtové modely hlasivek

V této práci jsou modely hlasivek rozděleny podle matematicko-fyzikálního popisu pohybu hlasivek na:

- modely analytické,
- modely numerické.

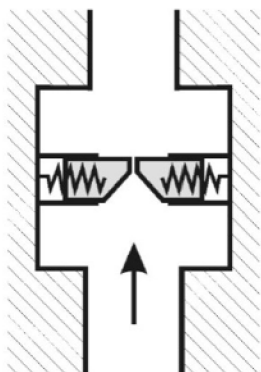
V případě analytických modelů byly nejdříve vytvořeny modely se soustředěnou hmotou a množstvím tlumících a pružných členů. První jednohmotové modely se postupně obohatily o další hmotné členy, a tak vznikaly modely dvouhmotové až n-hmotové. Všechny tyto analytické modely byly tvořeny malým počtem hmotných prvků a členů tlumících a pružných, jinak řečeno se jednalo o modely s málo stupni volnosti.

Modely s velkým počtem stupňů volnosti bylo velmi obtížné a časově nákladné matematicko-fyzikálním analytickým popisem řešit, proto byly řešeny numerickými metodami. Numerické metody však neposkytují teoreticky přesné řešení, ale řešení přibližné. Pomocí velkého počtu iterací jsme však schopni nepřesnost numerické metody téměř eliminovat. Momentálně bývají modely s velkým počtem stupňů volnosti řešeny metodou konečných či hraničních prvků. [3, 9]

### 1.4.1 Ewaldova píšťala

Ewaldova píšťala (Obr. 16) se považuje za historicky první model hlasivek, který v roce 1898 zkonstruoval a publikoval Ewald [18]. Nedokázal jej však matematicko-fyzikálně popsat. Jednalo se o mechanismus s protiraznými jazýčky, které k sobě byly přitlačeny

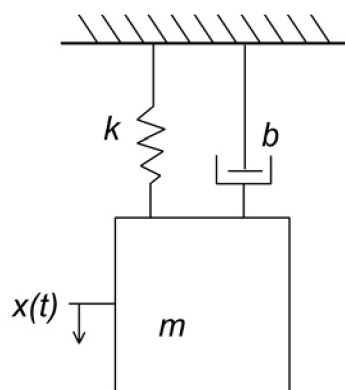
jedním párem pružin a odolávaly přiváděnému proudu vzduchu. Rostoucí tlak vzduchu však jazýčky vždy oddálil, vzduch unikl, čímž poklesl tlak, a pružiny následně jazýčky opět přiblížily k sobě. Tento periodický děj způsoboval opakované zhušťování a zředování vzdušného sloupce nad jazýčky, které vedlo ke vzniku zvuku. [3, 9, 10, 18]



Obr. 16. Ewaldova píšťala [10]

#### 1.4.2 Jednohmotový model

Tento model (Obr. 17), též nazývaný dle autorů Flanagana a Landgrafa [19], je matematicko-fyzikálním vyjádřením Ewaldovy píšťaly [18] za předpokladu symetrického pohybu jazýček. Hlasivku zde reprezentuje jeden hmotný prvek, odtud název jednohmotový model. Kmitání tohoto prvku je zaručeno pružným členem o určité tuhosti a tlumícím členem o intenzitě účinků brzdících sil. [3, 9, 19]



Obr. 17. Jednohmotový model

Pohyb hmotného prvku se realizuje pouze v jednom směru ( $x(t)$ ), jedná se tedy o model s jedním stupněm volnosti. K úplnému dynamickému popisu kmitů hlasivek je zapotřebí pouze jedna pohybová rovnice (1.1), ve které se vyskytují tři visko-elastické parametry:

- $m$  – hmotnost hmotného prvku,
- $k$  – tuhost pružiny,
- $b$  – tlumicí konstanta.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (1.1)$$

Na pravé straně pohybové rovnice by se kvůli proudění vzduchu hlasivkovou štěrbinou měl nacházet nenulový člen, který by blíže specifikoval sílu působící na vnitřní stranu hlasivek. Jelikož vlastní frekvence soustavy, řešené v této práci, nezávisí na vnějším působení, všechny další pohybové rovnice budeme zapisovat jako homogenní (pravá strana pohybové rovnice je nulová). Je-li soustava netlumená nebo tlumená (obsahuje tlumící člen), rozlišujeme:

- vlastní úhlovou frekvenci netlumené soustavy  $\omega_0$ ,
- vlastní úhlovou frekvenci tlumené soustavy  $\omega_d$ .

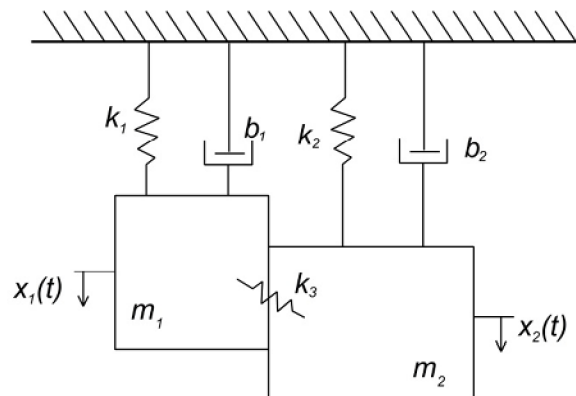
### 1.4.3 Dvuhmotový model

Dvuhmotový model (Obr. 18) vznikl na základě neuspokojivého srovnání chování jednohmotového modelu s chováním skutečných hlasivek. Tento model se též pojmenovává dle autorů Ishizaka a Flanagan [20]. Hlasivku zde reprezentují již dva hmotné prvky  $m_1$  a  $m_2$ , jejichž pohyb je fázově posunut. Každý hmotný prvek je spojen s pevnou stěnou nelineárním pružným členem, který je charakterizován nelineární silou pružného člene  $K_1(k_1, x_1)$  resp.  $K_2(k_2, x_2)$ , a lineárním tlumícím členem s tlumící konstantou  $b_1$  resp.  $b_2$ . Tělesa jsou vzájemně spojena lineárním pružným členem, čímž je modelován pohyb horního a dolního okraje hlasivky. [3, 9, 20, 21]

Dvuhmotový model tedy vykazuje nelineární chování a má dva stupně volnosti – posuv prvního hmotného prvku  $x_1(t)$  a posuv druhého hmotného prvku  $x_2(t)$ . Oba pohyby jsou podmíněny tzv. vnitřní spojovací tuhostí  $k_3$ , která umožňuje skutečné fázové posunutí na krajích hlasivky. Jedná se o nejpoužívanější vícehmotový model hlasivek [3]. K úplnému dynamickému popisu vlastních frekvencí jsou zapotřebí dvě pohybové rovnice (1.2), které obsahují sedm visko-elastických parametrů:

- $m_1, m_2$  – hmotnosti hmotných prvků,
- $k_1, k_2, k_3$  – lineární tuhosti pružin,
- $b_1, b_2$  – tlumící konstanty [3, 9, 20, 21].

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + K_1(k_1, x_1) + k_3(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + K_2(k_2, x_2) + k_3(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$



Obr. 18. Dvuhmotový model

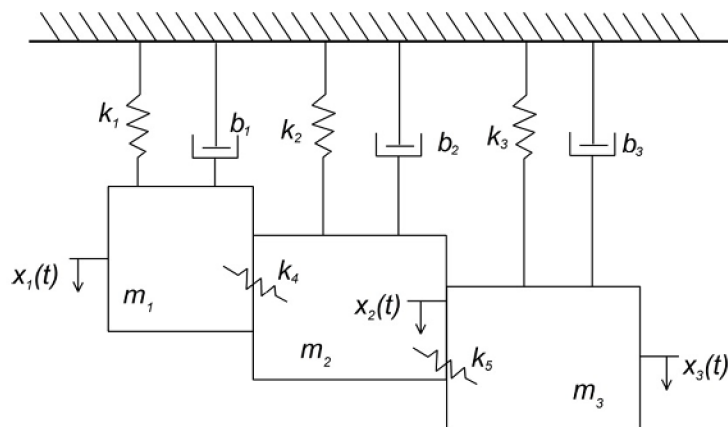
Dosud jsme mluvili o nejjednodušším dvoumotovém modelu, který reprezentuje symetricky kmitající hlasivky s lineárními i nelineárními prvky. Lucero a Koenig [22] však vymysleli zcela nelineární dvoumotový model kmitající symetricky. Jak je z názvu patrné, jedná se opět o model se dvěma hmotnými prvky, který kmitá symetricky k ose *rima glottidis*. Na rozdíl od modelu Ishizaka a Flanagan [20] přiřadili hlasivkám nelineární vlastnosti, které jsou charakterizovány členy  $B_i(b_i, x_i, \dot{x}_i)$  a  $K_i(k_i, x_i)$  pro  $i = 1; 2$ , a vytvořili odpovídající pohybové rovnice (1.3) popisující dynamické chování hlasivek.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + B_1(b_1, x_1, \dot{x}_1) + K_1(k_1, x_1) + k_3(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + B_2(b_2, x_2, \dot{x}_2) + K_2(k_2, x_2) + k_3(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Mezi další rozšíření jednoduchého dvoumotového modelu patří:

- lineární model kmitající nesymetricky,
- nelineární model kmitající nesymetricky.

Oba tyto modely jsou podrobněji popsány, včetně svých pohybových rovnic, v článcích [21, 23].



Obr. 19. Tříhmotový model

#### 1.4.4 Tříhmotový model

Tento tříhmotový model (Obr. 19), který publikoval Tokuda a kol. [24], vznikl pouze přidáním jednoho hmotného prvku k modelu Ishizaka a Flanagan [20]. Celý model je popsán jedenácti visko-elastickými parametry:

- $m_1, m_2, m_3$  – hmotnosti hmotných prvků,
- $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  – tuhosti jednotlivých pružin,
- $b_1, b_2, b_3$  – tlumící konstanty.

Více informací a příslušné pohybové rovnice tříhmotového modelu Tokudy a kol. jsou uvedeny v článcích [23, 24].

Obecně platí, že přidáváním hmotných prvků do modelů získáváme stále výraznější geometrickou podobnost se skutečnými hlasivkami a více oscilačních režimů. Velkou výhodou vícehmotových modelů je možný detailní popis anatomické a fyziologické

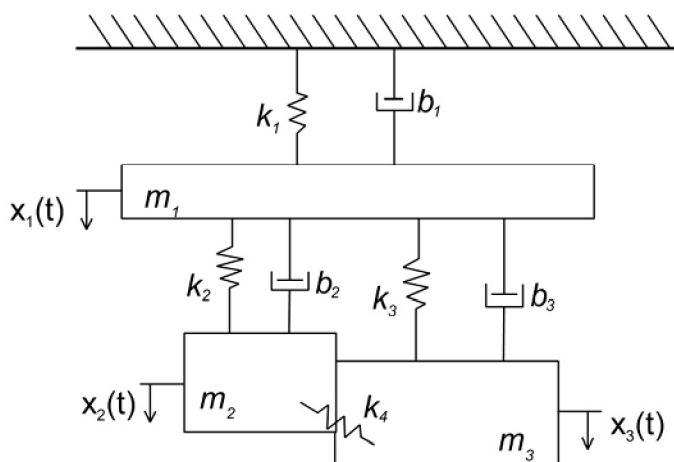
struktury skutečných hlasivek. Například Titze [25, 26] vytvořil šestnáctihmotový model, který se skládal z osmi dvouhmotových sekcí, nebo Wong a kol. [27] vytvořili deseti-hmotový model, který měl sloužit ke studiu hlasových patologií. [23]

#### 1.4.5 Tříhmotový model body-cover

Story a Titze [28] navázali na model Ishizaka a Flanagana [20] a vytvořili nový tříhmotový model hlasivek (Obr. 20). Hmotné prvky o hmotnostech  $m_2$  a  $m_3$ , které reprezentují obal hlasivek (cover), jsou laterálně spojeny pomocí lineárního pružného členu. Třetí hmotný prvek ( $m_1$ ), též nazýván tělo (body), představuje svalovou tkáň, která je k pevné stěně (chrupavce) spojena nelineárním pružným členem a tlumícím členem. V podstatě se jedná o dvouhmotový model Ishizaka a Flanagana [20] nacházející se na třetím hmotném prvku. Hmoty  $m_2$  a  $m_3$  jsou spojeny s hmotou  $m_1$  pomocí nelineárních pružných členů a tlumících členů. [9, 28]

Model má tři stupně volnosti a k jeho úplnému dynamickému popisu jsou zapotřebí tři pohybové rovnice, které obsahují deset visko-elastických parametrů:

- $m_1, m_2, m_3$  – hmotnosti hmotných prvků,
- $k_1, k_2, k_3, k_4$  – lineární tuhosti pružin,
- $b_1, b_2, b_3$  – tlumící konstanty.



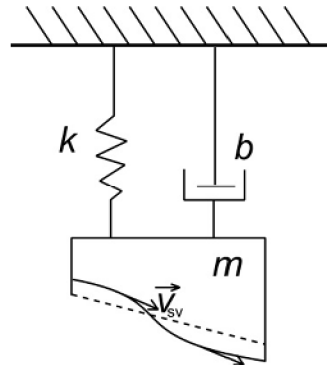
Obr. 20. Tříhmotový model body-cover

#### 1.4.6 Model slizniční vlny

Model slizniční vlny (Obr. 21), který popisuje její pohyb, byl vyvinut z modelu Ishizaka a Flanagana [20]. Tento model popisuje Titze ve své práci [29]. Skládá se pouze z jednoho hmotného prvku a počet visko-elastických parametrů se zredukoval na čtyři:

- $m$  – hmotnost hmotného prvku,
- $k$  – tuhost pružiny,
- $b$  – tlumící konstanta,
- $v_{sv}$  – rychlost slizniční vlny.

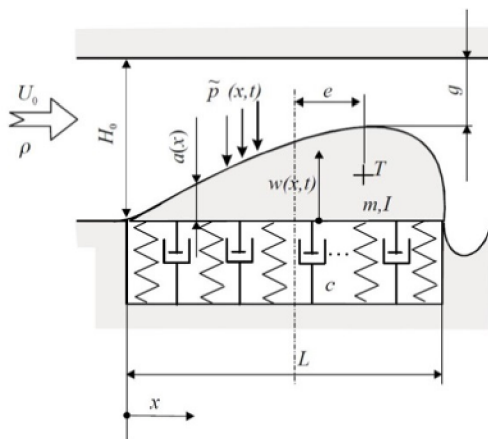
Parametr rychlosti slizniční vlny zde způsobuje fázové zpoždění pohybu horní části hmoty vůči pohybu dolní části při kmitání, což modeluje slizniční vlnu.



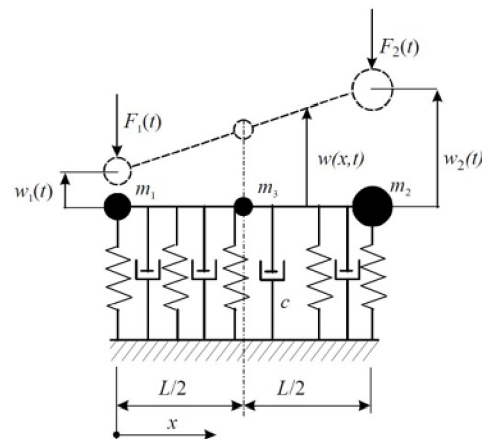
Obr. 21. Model slizniční vlny

### 1.4.7 Aeroelastický model

Aeroelastický model (Obr. 23), publikovaný v roce 2002 Horáčkem a kol. [30], je jednohmotový model, který kopíruje vnější tvar skutečné hlasivky. Protože se jedná o jeden hmotný celek, není zde umožněna simulace pohybu slizniční vlny, jako je tomu u vícehmotových modelů. Tuhá hmota o proměnné tloušťce  $a(x)$  je k pevné stěně připojena pružnými a tlumícími členy. Takto navržená dynamická soustava má dva stupně volnosti – umožňuje translační a rotační pohyb. Kmitání je realizováno opět průchodem vzduchu, který tlakově působí na hmotný člen. Z důvodu snazší matematicko-fyzikální interpretace se hmota ekvivalentně rozdělila do tří spojených diskretních hmot, které kmitají na elastickém kontinuu (Obr. 22). [3, 9, 30]



Obr. 23. Aeroelastický model [30]



Obr. 22. Ekvivalentní aeroelastický model [30]

V roce 2005 Horáček a kol. rozšířili svůj aeroelastický model o řešení kolize hlasivek pomocí Hertzova modelu [31].



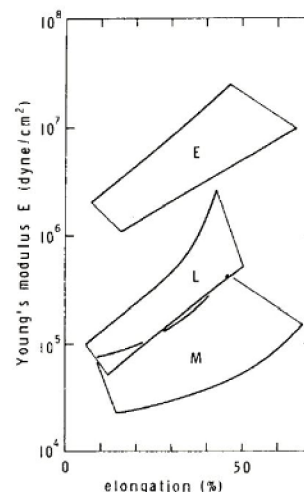
### 1.4.8 Výpočtové modelování kmitání hlasivek pomocí metody konečných prvků

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.1.4, hlasivku běžně rozdělujeme až na pět vrstev: epitel, povrchová, střední a hloubková vrstva slizničního vaziva a hlasivkový sval. Sloučením určitých vrstev vznikají jednodušší méněvrstvá schémata (Obr. 24).

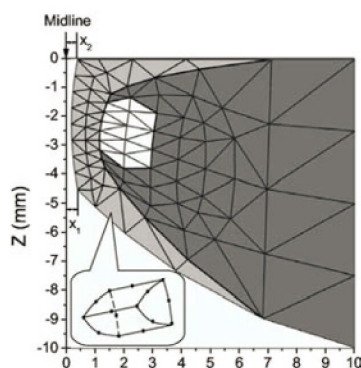
Třívrstvé schéma	Čtyřvrstvé schéma	Pětivrstvé schéma	Dvouvrstvé schéma
Sliznice	Epitel Povrchová vrstva l. p.	Epitel Povrchová vrstva l. p.	Obal
Vaz	Vaz	Střední vrstva l. p. Hloubková vrstva l. p.	
Sval	Sval	Sval	Tělo

Obr. 24. Schémata pro označování vrstev hlasivek

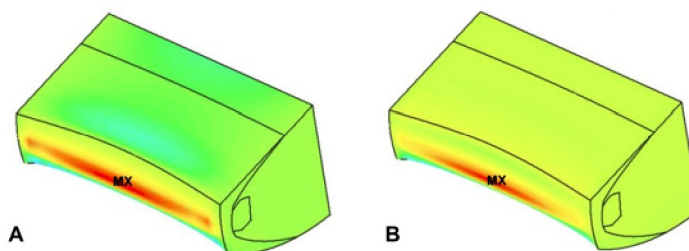
Všechna tato schémata můžeme vymodelovat například v programovém systému ANSYS a simulovat na nich kmitání hlasivek. Vlastní frekvence hlasivek výrazně závisí na elastických vlastnostech jednotlivých vrstev. Ve většině konečnoprvkových modelů jsou tyto vrstvy pro jednoduchost uvažovány jako homogenní lineárně izotropní materiály, které charakterizuje Youngův modul pružnosti  $E$  spolu s Poissonovým poměrem  $\mu$ . Ve skutečnosti se mohou materiálové vlastnosti v různých směrech lišit. Zmíněné materiálové parametry se získávají z materiálových zkoušek na vyjmutých vzorcích hlasivek. Měření na jednotlivých vzorcích provedli v roce 1981 Kakita, Hirano a Ohmaru. Získané hodnoty Youngova modulu pružnosti u epitelu (E), hlasového vazy (L) a hlasivkového svalu v neaktivním stavu (M) jsou znázorněny na Obr. 27. [3, 9, 10, 32]



Obr. 27. Závislost Youngova modulu pružnosti na přetvoření hlasivek [10]



Obr. 26. Třívrstvý model podle Tao a kol. [33]

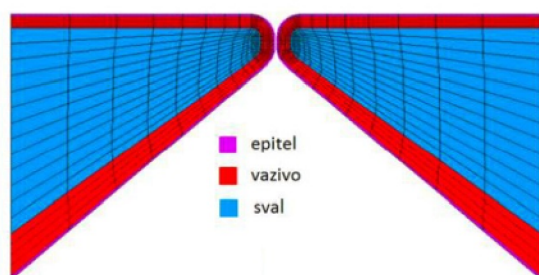


Obr. 25. Rozložení normálového napětí [34]: (A) normálové napětí  $\sigma_x$ , (B) normálové napětí  $\sigma_z$

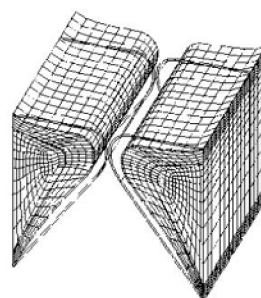
## Třívrstvé modely

Třívrstvý MKP model vytvořili například Tao a kol., kteří ve svých pracích [33] a [34] používali k simulaci vibrací hlasivek model kombinující tekutinu a strukturu včetně fluid-strukturální interakce a kolize hlasivkových řas (Obr. 26). Výsledkem jejich zkoumání byl časový průběh mechanického namáhání jednotlivých míst hlasivek. Bylo zjištěno, že nominální napětí je nejvyšší ve středu mediální plochy řasy hlasové (na Obr. 25 označeno: „MX“) a že ke snížení namáhání je zapotřebí nižšího tlaku vzduchu z plic. [3, 9, 33, 34]

Model Václava Hružy v jeho disertační práci [35] byl symetrický vůči *rima glottidis* a skládal se ze tří vrstev – epitelu, vaziva a svalu. Pro jednoduchost výpočtů (pohyb hlasivek a proudění vzduchu) zvolil homogenní lineární izotropní materiál. Všem vrstvám přiřadil stejnou hustotu  $\rho = 1040 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a stejný Poissonův poměr  $\mu = 0,49$ . Epitel, vaz a sval od sebe odlišil různou hodnotou modulu pružnosti  $E$ , která směrem hlouběji do struktury klesala. Výpočty prováděl jak na rovinném modelu (Obr. 29), tak i na prostorovém modelu, který vznikl pouze vytažením rovinného modelu do prostoru (Obr. 28). [35]

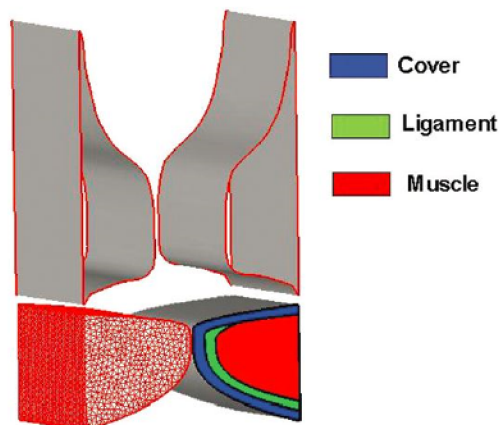


Obr. 29. Hružův třívrstvý rovinný model [35]



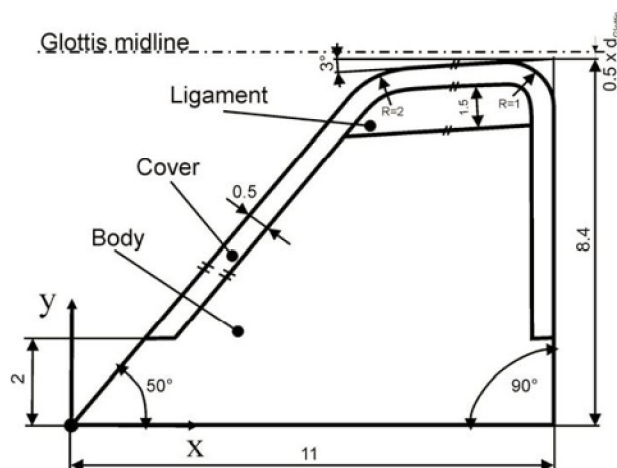
Obr. 28. Hružův třívrstvý prostorový model [35]

Mírně odlišný prostorový konečnoprvkový model (Obr. 30) vytvořil Zheng a kol. [36]. Obsahoval třívrstvou strukturu hlasivek a vokální trakt byl rozšířen o nepravé řasy hlasové, které byly uvažovány jako tuhé a které ovlivnily proudění vzduchu za hlasivkami. [9, 32, 36]



Obr. 30. Zhengův třívrstvý prostorový model [36]

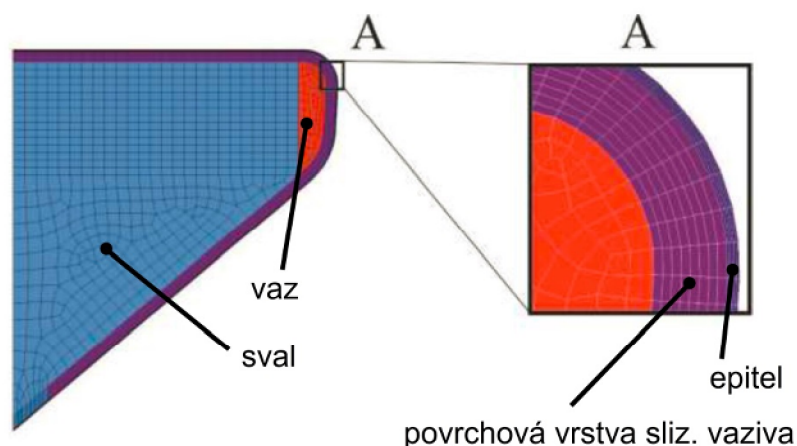
Poslední třívrstvý model, který bude zmíněn v této práci, je Shererův model M5 [37]. Opět je složený z obalu, vazy a svaly. Přesná geometrie modelu je znázorněna na Obr. 31. Moduly pružností pro sval, obal a vaz jsou 40, 10 a 100 kPa a Poissonův poměr je pro všechny vrstvy 0,4. Použitím těchto vlastností materiálu a při dané geometrii je první vlastní frekvence hlasivek 100 Hz. Jedná se tedy o model simulující kmitání mužských hlasivek. [3, 9, 32, 37, 38]



Obr. 31. Shererův model M5 (v mm) [38]

### Čtyřvrstvé schéma

Tento nový čtyřvrstvý model (Obr. 32) vznikl modifikací třívrstvého Shererova M5 modelu a objevuje se například v pracích [3], [9], [32] a [39]. Hlavní změnou je rozdělení obalové vrstvy na dvě nové vrstvy: epitel a povrchovou vrstvu slizničního vaziva. Druhá jmenovaná může dále sloužit k simulaci kmitání hlasivek s Reinkeho edémem<sup>6</sup>.



Obr. 32. Čtyřvrstvý model (převzato a upraveno z [9])

<sup>6</sup> Více v kapitole 1.3.3



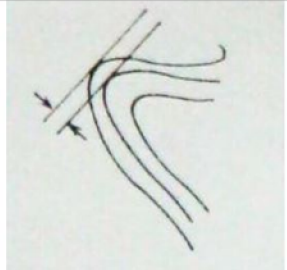
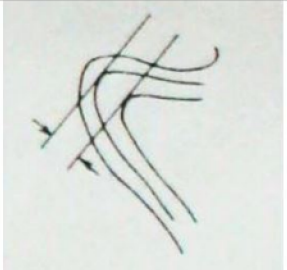
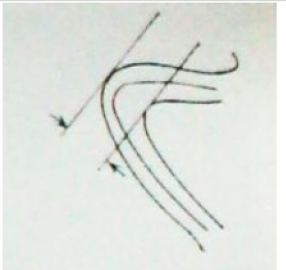
## 2 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL HLASIVKY

V této práci bude využit čtyřvrstvý model zmíněný v kapitole 1.4.8, který je převzatý z prací [3, 9, 32, 39]. Jedná se o verifikovaný a v literatuře používaný model.

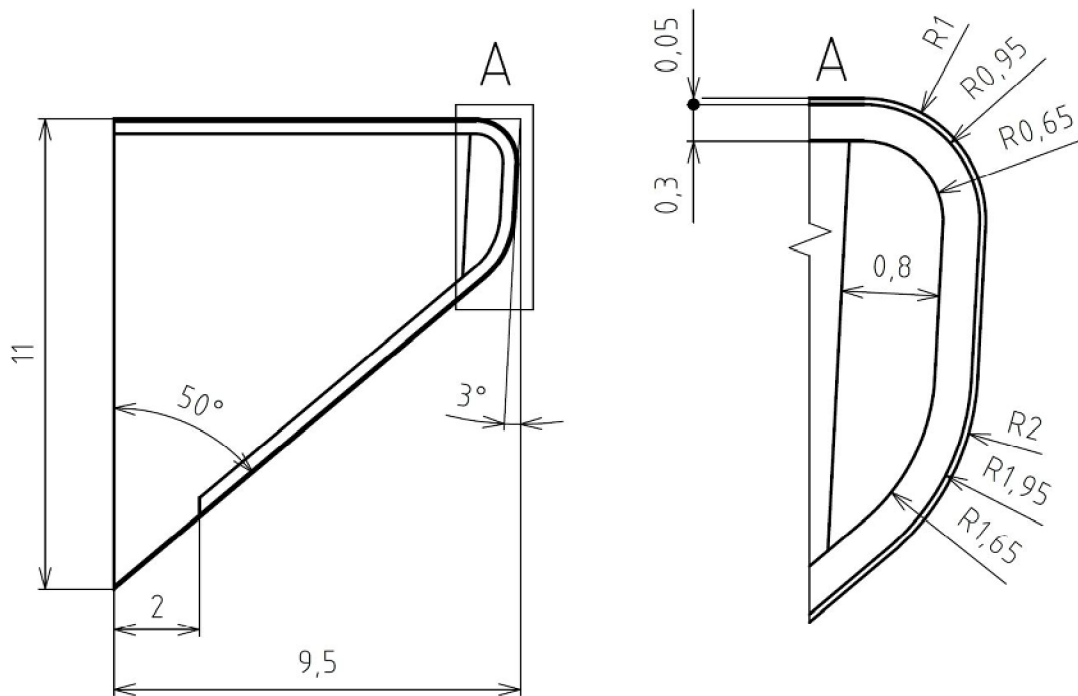
### 2.1 Geometrie modelu hlasivky

Geometrie modelu hlasivky na Obr. 34 je převzata z prací [3, 9]. Základem pro jejich vytvoření byla geometrie Shererova modelu M5. Čtyřvrstvý model zachoval výšku hlasivky 11 mm, vazbu hlasivky v hrtanu i veškeré velikosti vnitřních úhlů a zaoblení modelu. Délka hlasivky od levého k pravému okraji se zvýšila na 9,5 mm. Protože čtyřvrstvý model obsahoval oproti Shererovu modelu M5 navíc i povrchovou vrstvu slizničního vaziva, *lamina propria superficialis* (SLP), bylo potřeba získat nové hodnoty tloušťek vaziva, epitelu a SLP.

Tloušťka vrstvy epitelu byla stanovena na 0,5 mm. Hodnota je v souladu s rozmezím tloušťky epitelu zmíněné v kapitole 1.1.4. Hodnoty tloušťek SLP 0,3 mm a vaziva 0,8 mm byly získány jako aritmetický průměr deseti naměřených hodnot, které v roce 1975 stanovil Hirano [40] na deseti vyoperovaných lidských hlasivkách (Obr. 33).

Číslo měření	Tloušťka vrstev		
	Lamina propria	Ligament	Lamina propria a ligament
			
1	0,3	0,9	1,2
2	0,4	0,5	0,9
3	0,2	1,1	1,3
4	0,5	0,8	1,3
5	0,3	0,6	0,9
6	0,4	0,5	0,9
7	0,2	1,0	1,2
8	0,3	1,0	1,3
9	0,3	1,0	1,3
10	0,3	0,9	1,1
Průměr	0,3	0,8	1,1

Obr. 33. Tloušťky vrstev SLP a vaziva [32]



Obr. 34. Geometrie modelu hlasivky

## 2.2 Model materiálu hlasivky

Jak bylo řečeno v kapitole 1.4.8, čtyřvrstvá tkáň hlasivky je pro jednoduchost modelována homogenním izotropním lineárně-pružným modelem materiálu.

V diplomové práci Ing. Jaromíra Klímy [41] byla stanovena pevná hodnota modulu pružnosti epitelu  $E_{\text{epitel}} = 25000 \text{ Pa}$  a následně se testovala změna první vlastní frekvence hlasivek v závislosti na změně modulu pružnosti vazy  $E_{\text{vaz}}$  a svalů  $E_{\text{sval}}$ . Ze vzniklé závislosti se na základě první vlastní frekvence hlasivek o velikosti kolem 100 Hz, která odpovídá frekvenci kmitání mužských hlasivek, získaly tyto materiálové charakteristiky:

Tab. 1. Materiálové charakteristiky třívrstvého modelu hlasivky

	Modul pružnosti	Poissonův poměr	Hustota
<b>Epitel</b>	25000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>
<b>Vaz</b>	8000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>
<b>Sval</b>	65000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>

Z těchto materiálových charakteristik vycházeli i v pracích [3, 9, 32, 39], avšak navíc uvažovali i povrchovou vrstvu slizničního vaziva. Výsledné materiálové charakteristiky čtyřvrstvého modelu hlasivky se získaly citlivostní analýzou, podobně jako v práci [41], a jsou uvedeny v Tab. 2.

Tab. 2. Materiálové charakteristiky čtyřvrstvého modelu hlasivky

	Modul pružnosti	Poissonův poměr	Hustota
<b>Epitel</b>	25000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>
<b>SLP</b>	2000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>
<b>Vaz</b>	8000 Pa	0,49	1040 kg·m <sup>-3</sup>
<b>Sval</b>	65000 Pa	0,40	1040 kg·m <sup>-3</sup>

## 2.3 Vytvoření konečnoprvkového modelu hlasivky

K vytvoření konečnoprvkového modelu hlasivky podle uvedených parametrů bude využit programový systém ANSYS Workbench 16.2. Tvorba modelu bude posloupností těchto operací:

- výběr modální analýzy (panel nástrojů, „Modal“),
- volba modelu materiálu a jeho vlastností,
- vytvoření modelu geometrie,
- vytvoření sítě,
- nastavení okrajových podmínek,
- modální analýza – řešení.

### 2.3.1 Volba modelu materiálu a jeho vlastností

V sekci „Engineering Data“ se vytvoří čtyři nové materiály: epitel, podpovrchová vrstva slizničního vaziva, vaz a sval. Všem se následně přiřadí odpovídající materiálové charakteristiky uvedené v Tab. 2.

### 2.3.2 Vytvoření modelu geometrie

Před vytvářením samotné geometrie se v pokročilých možnostech zvolí analyzovaný typ 2D, protože se vytváří rovinný model vyjadřující frontální řez hlasivkou. Ze stejného důvodu se v sekci „2D Behavior“ zvolí rovinná napjatost, která je charakteristická nulovým napětím ve směru kolmém na rovinný model (přetvoření může být obecně prostorové).

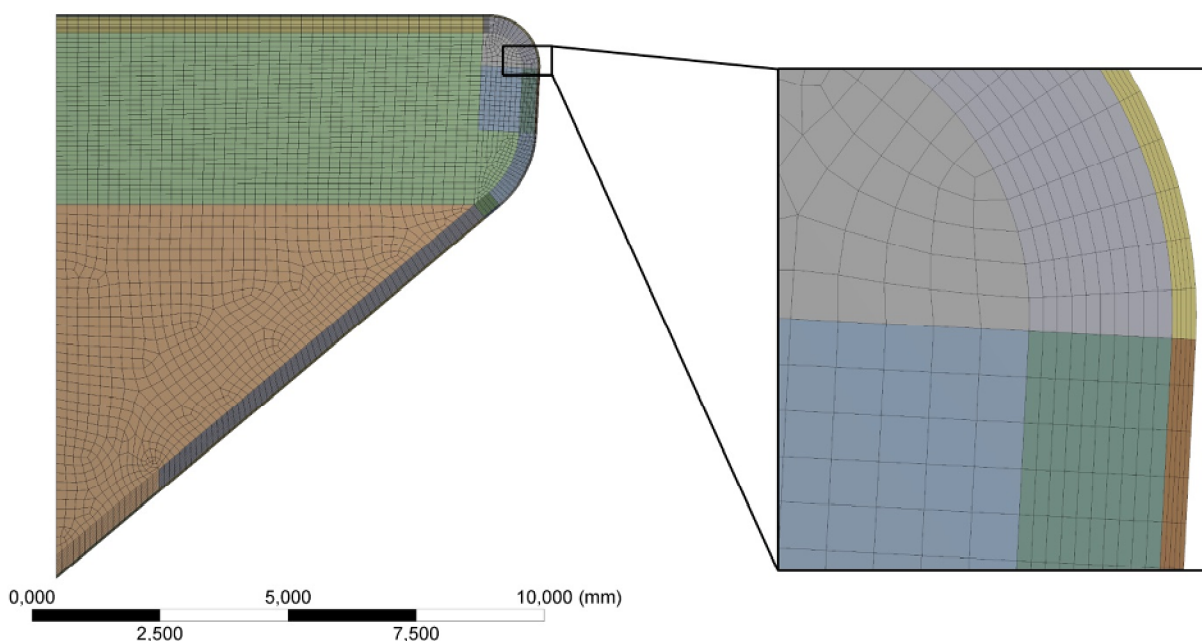
Poté se začne definovat samotná geometrie. Jako první se v rovině XY vytvoří obrys celé hlasivky podle geometrie na Obr. 34. Obrysu se přiřadí povrch, který se následně rozřeže novými náčrtky tak, aby vznikly jednotlivé povrchy všech čtyř vrstev. Z důvodu budoucího vytváření sítě se povrch ještě navíc rozřeže vhodným způsobem, aby se mohla definovat síť zvláště pro oblasti jednotlivých zaoblení a pro obdélníkové oblasti. Tyto oblasti budou moci být mapované a jejich síť bude tvořena převážně čtyřhrannými prvky.

### 2.3.3 Vytvoření sítě

Ještě před tvořením sítě konečnoprvkového modelu se v pokročilých možnostech vybere prvek. Prvkem v MKP rozumíme nosič, což je geometricky jednoduchá oblast,

a bázovou funkci, která je aproximačním polynomem na dané oblasti. Pro rovinný model se může zvolit buď lineární prvek PLANE182, který je tvořen čtyřmi uzly, nebo kvadratický prvek PLANE183, který je tvořen 8 uzly (obsahuje vždy jeden nový uzel uprostřed každé hraniční čáry), přičemž v obou případech mají uzly vždy dva stupně volnosti, a to posuvy v ose  $x$  a  $y$ . V této práci bude použit prvek PLANE183.

Hustota sítě (Obr. 35) je volena v jednotlivých vrstvách tak, aby model dostatečně přesně vystihoval tvar kmitání skutečné lidské hlasivky i pohyb slizniční vlny. Tvorba sítě je inspirována sítěmi modelů hlasivek v pracích [3, 9, 39]. Například po tloušťce epitelu je nastaveno pět prvků, ve vrstvách epitelu a SLP je definována rovnoměrná síť, aby nedošlo ke zhroucení sítě z důvodu velkých posuvů uzlů a k přílišné deformaci prvku. Navíc většina oblastí byla vytvořena tak, aby v nich byla síť převážně tvořena obdélníkovými prvky, viz kapitola 2.3.2. Model tvoří 15424 uzlů a 5053 elementů.



Obr. 35. Vytvořená síť modelu hlasivek

### 2.3.4 Nastavení okrajových podmínek

Jedinou okrajovou podmínkou, která se pro tento model zavádí, je vetknutí všech uzlů ležících na svislé čáře vlevo, která má délku 11 mm. Vetknutí zde reprezentuje uchycení hlasivky v hrtanu. Musí zde být tudíž zamezen posuv ve všech směrech. V prostředí Workbench 16.2 je toto vetknutí nazváno jako „Fixed Support“.

### 2.3.5 Modální analýza

Modální analýza slouží k charakterizování chování volně kmitajícího tělesa nebo soustavy těles. Výstupem jsou vlastní frekvence a vlastní tvary kmitajících objektů. Princip výpočtu je založen na diskretizaci kontinua do konečného počtu uzlů, které nesou informace o kinetické, potenciální a disipační energii. V podstatě se jedná o soustavu hmot, pružin a tlumičů. [39]

V následujících obrázcích jsou zobrazeny první tři vlastní tvary čtyřvrstvého modelu hlasivky s příslušnou vlastní frekvencí. Vlastní frekvence všech deseti vyhodno-

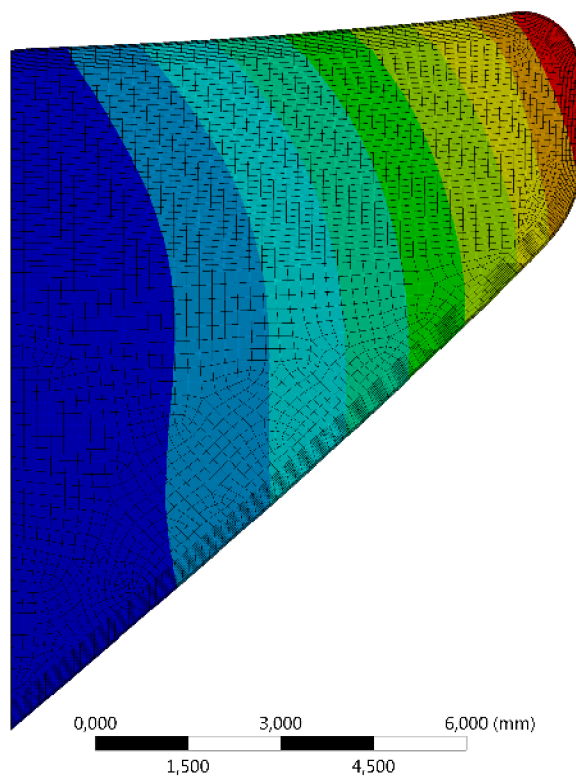
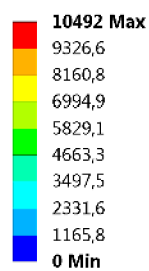


covaných módů jsou vypsány v Tab. 3, obrázky zbylých vlastních tvarů jsou uvedeny v příloze A.

Tab. 3. Vlastní frekvence

Mód	Vlastní frekvence
1	101,21 Hz
2	220,53 Hz
3	242,73 Hz
4	363,28 Hz
5	442,75 Hz
6	490,09 Hz
7	513,75 Hz
8	545,41 Hz
9	550,86 Hz
10	579,06 Hz

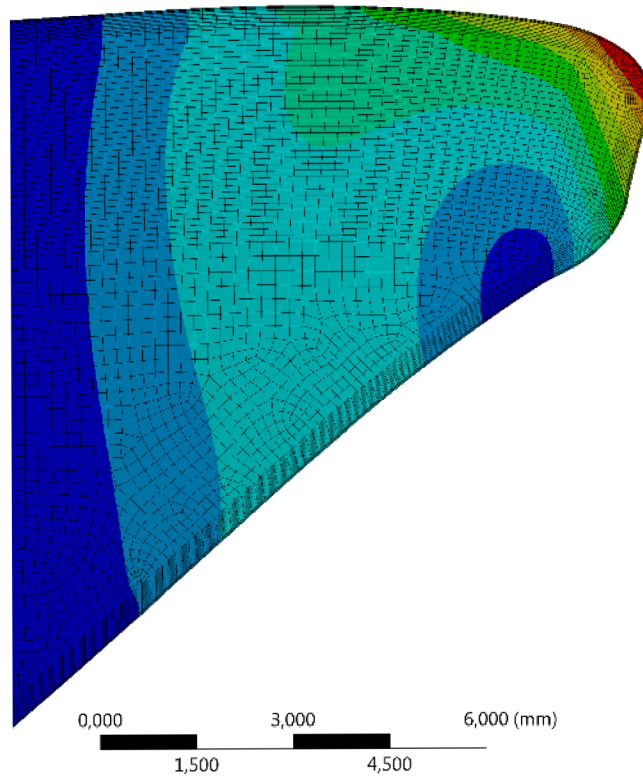
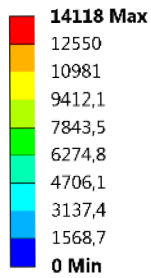
**A: Hlasivky**  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Frequency: 101.21 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:51



Obr. 36. První vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 101,21 Hz

**A: Hlasivky**

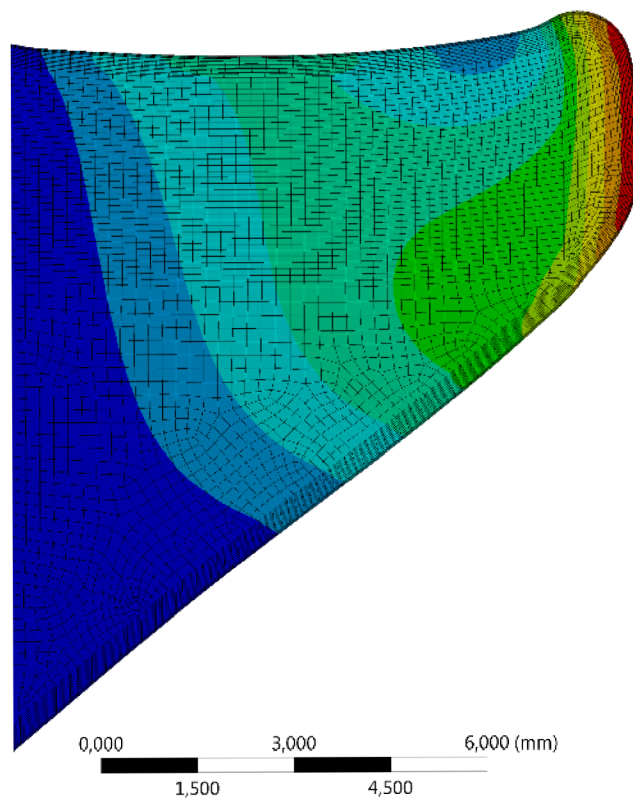
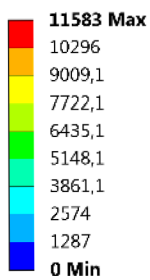
Total Deformation 2  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 220,53 Hz  
 Unit: mm  
 23.4.2016 22:12



Obr. 37. Druhý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 220,53 Hz

**A: Hlasivky**

Total Deformation 3  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 242,73 Hz  
 Unit: mm  
 23.4.2016 21:52



Obr. 38. Třetí vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 242,73 Hz

### 3 ANALYTICKÉ MODELY HLASIVEK

Cílem této kapitoly je získat a ověřit dynamické charakteristiky analytických modelů zmíněných v kapitolách 1.4.2, 1.4.3 a 1.4.5. Veškeré parametry popisující chování modelů se převezmou z příslušné literatury, která se danou problematikou zabývá. První dynamickou charakteristikou jsou vlastní frekvence. Jelikož se ve všech případech jedná o tlumené soustavy, řešením budou vlastní úhlové frekvence tlumené soustavy  $\omega_d$ , které budeme přepočítávat pomocí vztahu (3.1) na vlastní frekvence vyjádřené v jednotkách Hz. Počet vlastních frekvencí odpovídá vždy počtu hmot daného modelu. Dalšími dynamickými charakteristikami budou závislosti výchylky a rychlosti jednotlivých hmot modelů na čase při vychýlení modelu z rovnovážné polohy.

$$f = \frac{\omega_d}{2\pi} \quad (3.1)$$

#### 3.1 Jednohmotový model

Tento model je znázorněn na Obr. 17 a byl popsán v kapitole 1.4.2. Protože se jedná o model s jedním hmotným prvkem a uvažován je pouze jeho translační pohyb, má tudíž jeden stupeň volnosti, řešením diferenciální rovnice (1.1) získáme pouze jednu vlastní frekvenci  $f$ .

##### 3.1.1 Odvození pohybové rovnice

Pohybová rovnice může být odvozena pomocí druhého Newtonova zákona nebo aplikací Lagrangeovy rovnice II. druhu.

##### Newtonův princip

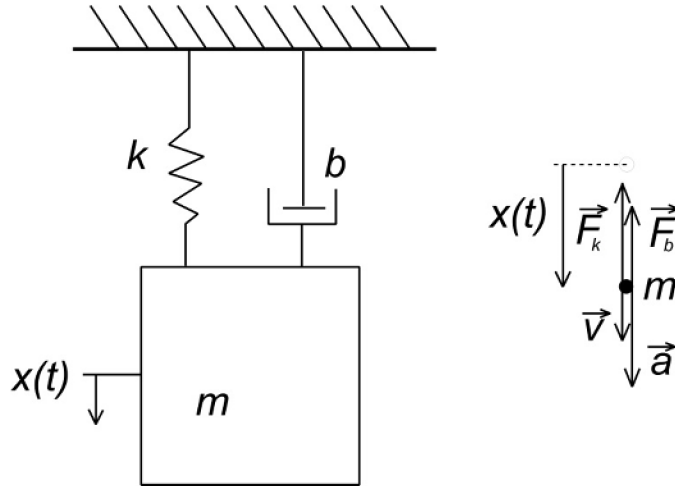
Na Obr. 39 je znázorněno silové působení na hmotný bod reprezentující hmotný prvek modelu hlasivky. Síla od pružiny  $\vec{F}_k$  je lineárně závislá na výchylce hmotného bodu z rovnovážné polohy, její hodnota je dána vztahem  $F_k = kx$ , přičemž její směr je vždy opačný vůči výchylce. Síla  $\vec{F}_b$  reprezentuje tlumící sílu, která je úměrná rychlosti. Její velikost je rovna  $F_b = bv$  a je vždy opačného směru, než je vektor příslušné rychlosti. Při dosazení sil působících na hmotný bod do pohybové rovnice (3.2) se získá rovnice (3.3) resp. (3.4). Při vyjádření rychlosti a zrychlení pomocí výchylky  $x$  vznikne pohybová rovnice (3.5), která je totožná s diferenciální rovnicí (1.1).

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \quad (3.2)$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_k + \vec{F}_b \quad (3.3)$$

$$ma = -kx - bv \quad (3.4)$$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (3.5)$$



Obr. 39. Jednohmotový model – silové působení

### Aplikace Lagrangeovy rovnice II. druhu

Lagrangeovy rovnice II. druhu (3.6) představují v dnešní době nejvíce používanou metodu analytické mechaniky k sestavení pohybových rovnic modelových těles a modelových soustav těles. Jednou z výhod je nezávislost tvorby rovnic na volbě souřadného systému. Pohybové rovnice se sestaví pouze na základě parciálních derivací kinetické energie  $E_k$ , potenciální energie  $E_p$  a disipativní energie  $E_b$  a výkonu vnějších sil  $P$  nebo práce vnějších sil  $A$ . [42]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_b}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = \frac{\partial P}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial A}{\partial q_i} \quad (3.6)$$

Veličina  $q$  se nazývá zobecněná souřadnice a reprezentuje buď výchylku  $x$ , v případě translačního pohybu, nebo natočení  $\varphi$ , které se užívá pro pohyb rotační. U jednohmotového modelu konajícího kmitavý pohyb pouze v jednom směru existuje jeden stupeň volnosti a příslušnou zobecněnou souřadnicí je výchylka  $x$ .

Kinetická, potenciální a disipativní energie a výkon vnějších sil jsou vyjádřeny v rovnicích (3.7) až (3.10). Následnými parciálními derivacemi podle (3.6) se získá pohybová rovnice (3.11).

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (3.7)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (3.8)$$

$$E_d = \frac{1}{2}bv^2 = \frac{1}{2}b\dot{x}^2 \quad (3.9)$$

$$P = 0 \quad (3.10)$$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (3.11)$$

#### 3.1.2 Parametry modelu

Protože v literatuře [19] nejsou zveřejněny přesné hodnoty parametrů  $m$ ,  $k$ ,  $b$  příslušné diferenciální rovnice, pro výpočet jsme využili hodnoty parametrů  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_1$ ,

$k_2, k_3, b_1, b_2$  z kapitoly 3.2.2 z dvouhmotového modelu Ishizaka a Flanagana [20]. Pro jednotlivé hodnoty platí vztahy:

$$m = m_1 + m_2, \quad (3.12)$$

$$k = k_1 + k_2, \quad (3.13)$$

$$b = b_1 + b_2. \quad (3.14)$$

Hodnoty parametrů jsou vypsány v Tab. 4.

Tab. 4. Parametry jednohmotového modelu

Veličina	Hodnota
$m$	0,15000 g
$k$	88,00000 N·m <sup>-1</sup>
$b$	0,03697 Ns·m <sup>-1</sup>

### 3.1.3 Výpočet vlastní frekvence a řešení pohybové rovnice

Řešení pohybové rovnice hledáme ve tvaru

$$x(t) = C \cdot e^{\lambda t}. \quad (3.15)$$

První a druhá časová derivace polohy mají tvar

$$\dot{x}(t) = \lambda C \cdot e^{\lambda t}, \quad (3.16)$$

$$\ddot{x}(t) = \lambda^2 C \cdot e^{\lambda t}. \quad (3.17)$$

Dosazením předpokládaného řešení (3.15) do pohybové rovnice (3.11) získáme

$$C \cdot (m\lambda^2 + b\lambda + k\lambda) \cdot e^{\lambda t} = 0. \quad (3.18)$$

Netriviálním řešením je řešení tzv. charakteristické rovnice (3.19), která je napsána v závorce vztahu (3.18). Jedná se tudíž o výpočet kvadratické rovnice, která má dva obecně komplexní kořeny:

$$m\lambda^2 + b\lambda + k\lambda = 0, \quad (3.19)$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm i \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}. \quad (3.20)$$

Dosazením kořenů (3.20) do předpokládaného řešení (3.15) pohybové rovnice se získá řešení ve tvaru

$$x(t) = e^{-\frac{b}{2m}t} \cdot (C_1 \cdot \sin(\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \cdot t) + C_2 \cdot \cos(\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \cdot t)) \quad (3.21)$$

nebo

$$x(t) = C \cdot e^{-\frac{b}{2m}t} \cdot (\sin(\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \cdot t) + \varphi_0). \quad (3.22)$$

Rovnice (3.22) popisuje harmonický kmitavý pohyb, kde konstanta  $C$  představuje amplitudu, neboli výkmit, a konstanta  $\varphi_0$  je fázový úhel, který vyjadřuje výchylku v čase  $t=0$ . Poměr  $b/2m$  se nazývá konstantou doznívání a značí se  $\delta$ .

Vlastní úhlová frekvence tlumeného kmitání  $\omega_{\text{tl}}$  je rovna imaginární části komplexního čísla (3.20)

$$\omega_{\text{tl}} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}. \quad (3.23)$$

Následným užitím rovnice (3.1) se získá vlastní frekvence jednohmotového modelu

$$f = \frac{\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}}{2\pi}. \quad (3.24)$$

Po dosazení hodnot jednotlivých parametrů z Tab. 4 je vlastní frekvence rovna

$$f = \frac{\sqrt{\frac{88}{0,15 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{0,03697}{2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}}\right)^2}}{2\pi} = 120,32 \text{ Hz}. \quad (3.25)$$

Pro vyjádření průběhu výchylky a rychlosti jednohmotového modelu hlasivky v čase jsou zapotřebí dvě počáteční podmínky. Počáteční podmínky budou reprezentovat vychýlení hmotného prvku do středu hlasivkové štěrbiny s nulovou rychlostí, tedy okamžik, kdy se hlasivky vzájemně dotýkají. Tímto předpokladem bude zaručeno, že v následném tlumeném harmonickém kmitavém pohybu nedojde ke kolizi pravé a levé hlasivky. Hodnota této počáteční výchylky je převzata z literatury [20].

$$x(0) = 1,785714 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (3.26)$$

$$\dot{x}(0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3.27)$$

Rychlost získáme první derivací výchylky podle času

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -\frac{b}{2m} \cdot C \cdot e^{-\frac{b}{2m}t} \cdot \left( \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \cdot t\right) + \varphi_0 \right) + \\ & + C \cdot e^{-\frac{b}{2m}t} \cdot \left( \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \cdot t\right) + \varphi_0 \right) \cdot \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dosazením počátečních podmínek (3.26) a (3.27) do rovnic (3.22) a (3.28) se obdrží konstanty  $C$  a  $\varphi_0$ , jejichž hodnoty nabývají:

$$\varphi_0 = 90^\circ, \quad (3.29)$$

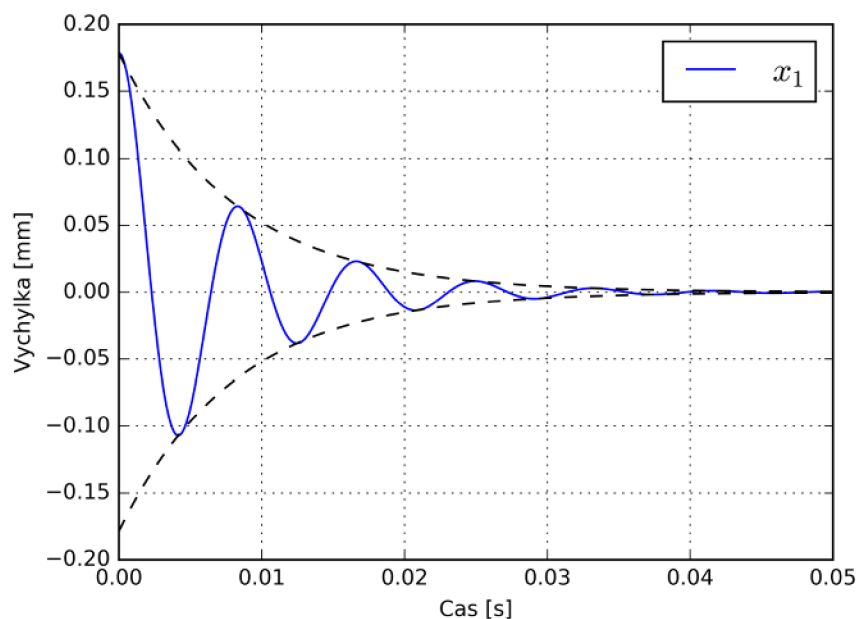
$$C = x(0) = 1,785714 \cdot 10^{-4} \text{ m}. \quad (3.30)$$

### 3.1.4 Průběhy výchylky a rychlosti

Průběhy výchylky (3.22) a rychlosti (3.28) jednohmotového modelu hlasivky byly vytvořeny v objektovém programovacím jazyku Python a jsou znázorněny na Obr. 40 a Obr. 41. Z Obr. 40 je patrné, že výchylka se v čase exponenciálně zmenšuje, a to podle vztahu

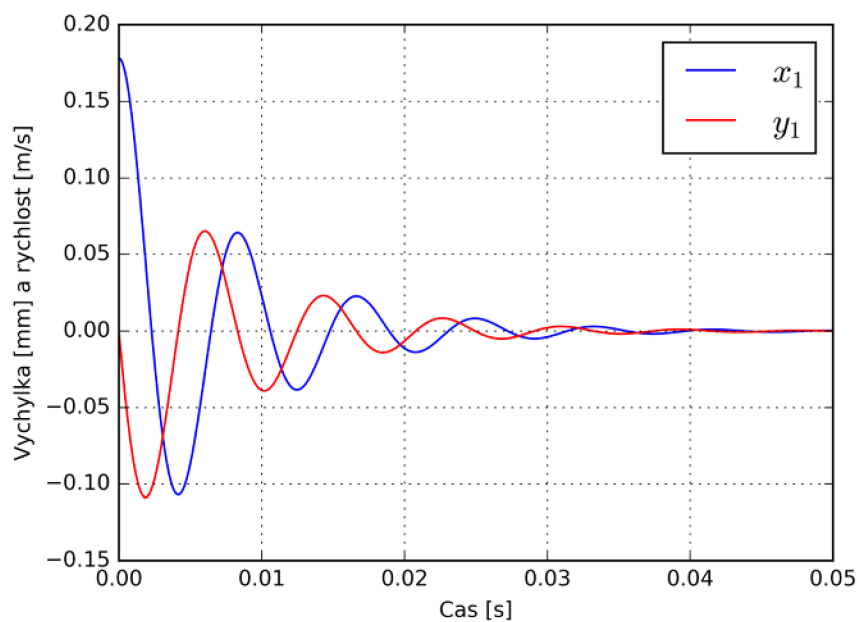
$$x(t) = C \cdot e^{-\frac{b}{2m}t}. \quad (3.31)$$

Exponenciální průběh je v Obr. 40 znázorněn černou přerušovanou křivkou.



Obr. 40. Výchylka jednomotového modelu

Z Obr. 41 je patrný fázový posun mezi výchylkou  $x_1$  a rychlostí  $y_1$  jednomotového modelu, který nabývá hodnoty  $\pi/2$ . Výchylka se za rychlostí opožďuje přesně o jednu čtvrtinu periody. V rovnovážné poloze dosahují velikosti rychlostí hmotného prvku nejvyšších hodnot, zatímco výchylky jsou nulové, a naopak v bodech zvratu, kdy jsou velikosti rychlostí nulové, nabývají výchylky lokálních maximálních absolutních hodnot.



Obr. 41. Výchylka a rychlost jednomotového modelu

## 3.2 Dvouhmotový model

Tento model je znázorněn na Obr. 18 a byl popsán v kapitole 1.4.3. Reprezentují ho dva hmotné prvky pohybující se pouze v jednom směru – model má dva stupně volnosti. Autoři tohoto modelu hlasivky charakterizovali kmitání hmotných prvků pomocí nelineárních tuhostí, což má za následek nelineární chování modelu. V této práci z důvodu jednoduššího výpočtu nebude uvažována nelinearita pružných členů spojujících hmotné prvky s pevnou stěnou. Pohybové rovnice dvouhmotového modelu vykazujícího lineární chování jsou odvozeny v kapitole 3.2.1.

### 3.2.1 Odvození pohybových rovnic

K odvození pohybových rovnic dvouhmotového modelu se využijí Lagrangeovy rovnice II. druhu (3.6). K jejich sestavení je zapotřebí vyjádřit kinetickou, potenciální a disipativní energii a výkon vnějších sil. Jelikož má dvouhmotový model dva stupně volnosti, Lagrangeovy rovnice II. druhu obsahují dvě zobecněné souřadnice – výchylku prvního hmotného prvku  $x_1$  a výchylku druhého hmotného prvku  $x_2$ . Následnými partiálními derivacemi jednotlivých energií a výkonu (3.32) až (3.35) podle obou zobecněných souřadnic se získají pohybové rovnice (3.36) popisující chování dvouhmotového modelu z Obr. 18.

$$E_k = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 \quad (3.32)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \quad (3.33)$$

$$E_d = \frac{1}{2}bv_1^2 + \frac{1}{2}bv_2^2 = \frac{1}{2}b\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}b\dot{x}_2^2 \quad (3.34)$$

$$P = 0 \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_3(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + b_2\dot{x}_2 + k_2x_2 + k_3(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

### 3.2.2 Parametry modelu

Hodnoty hmotností hmotných prvků, lineárních tuhostí pružin a tlumící konstanty jsou převzaty z literatury [20]. Veškeré potřebné parametry popisující dvouhmotový model jsou uvedeny v Tab. 5. Pro tlumící konstanty  $b_1$  a  $b_2$  odvodili autoři Ishizaka a Flanagan vztahy (3.37) a (3.38), ze kterých je patrné, že velikost tlumící konstanty je přímo úměrná druhé odmocnině součinu příslušné hmotnosti a tuhosti pružného člene. V případě, že při kmitání hlasivek nedojde k jejich vzájemné kolizi, hodnoty tlumících koeficientů jsou rovny  $\xi_1 = 0,1$  a  $\xi_2 = 0,6$ . Pokud by se uvažovala situace, kdy nastane uzavření hlasivkové štěrbině, jinými slovy by tedy došlo ke kolizi, tlumící koeficienty by dosáhly hodnot  $\xi_1 = 1,1$  a  $\xi_2 = 1,6$ . V této práci se uvažuje kmitání hlasivek bez vzájemné kolize.

$$b_1 = 2\xi_1\sqrt{m_1k_1} \quad (3.37)$$

$$b_2 = 2\xi_2\sqrt{m_2k_2} \quad (3.38)$$



Tab. 5. Parametry dvouhmotového modelu

Veličina	Hodnota
$m_1$	0,12500 g
$m_2$	0,02500 g
$k_1$	80,00000 N·m <sup>-1</sup>
$k_2$	8,00000 N·m <sup>-1</sup>
$k_3$	25,00000 N·m <sup>-1</sup>
$b_1$	0,02000 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_2$	0,01697 Ns·m <sup>-1</sup>

### 3.2.3 Problém vlastních hodnot

Podle literatury [43] rozlišujeme dva typy problémů vlastních hodnot – standardní a zobecněný. Standardní problém vlastních hodnot vychází ze soustavy algebraických rovnic ve tvaru  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ . Vlastní čísla matice  $\mathbf{A}$  se označují  $\lambda$  a platí pro ně rovnice (3.39).

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}) = 0 \quad (3.39)$$

Zobecněný problém vlastních hodnot vychází z pohybových rovnic (3.40) pro volné netlumené kmitání. Řešení těchto rovnic se hledá ve tvaru (3.41). Dosazením předpokládaného řešení do pohybových rovnic se získá homogenní soustava lineárních algebraických rovnic (3.42), která bude mít nenulové netriviální řešení pouze v případě, že matice soustavy  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E}$  bude singulární, tj. její determinant, označovaný jako frekvenční determinant, musí být nulový. Vztah (3.43) je charakteristická rovnice soustavy (3.40) a její kořeny (vlastní hodnoty) se nazývají vlastní úhlové frekvence kmitání dynamického systému. [43]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \cdot e^{i\Omega t} \quad (3.41)$$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E})\mathbf{q}_0 = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

$$\det(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E}) = 0 \quad (3.43)$$

### 3.2.4 Stavový prostor

Volné kmitání tlumené soustavy popisují pohybové rovnice (3.44). Převodem do stavového prostoru se snižuje řád této soustavy diferenciálních rovnic. Převod se uskutečňuje pomocí tzv. vhodné nuly (3.45) a je vyjádřen maticovým zápisem (3.46) nebo zkráceným zápisem (3.47). Zkrácený zápis pohybových rovnic ve stavovém prostoru představuje homogenní soustavu lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu. Její řešení hledáme ve tvaru (3.48). Dosazením předpokládaného řešení do pohybových rovnic a následné řešení vzniklé soustavy lineárních algebraických rovnic vede na zobecněný problém vlastních hodnot. Vlastní čísla  $\lambda$  jsou komplexní, jejich reálná část představu-

je tlumení a část imaginární vlastní úhlovou frekvenci tlumeného kmitání. Horní podtržítka označují tzv. rozšířené veličiny. [43]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\overline{\mathbf{M}}\overline{\mathbf{q}}' + \overline{\mathbf{K}}\overline{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.47)$$

$$\overline{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{q}}_0 e^{\lambda t} \quad (3.48)$$

### 3.2.5 Výpočet vlastních frekvencí

Vlastní frekvence dvoumotového modelu lze získat převedením pohybových rovnic představujících diferenciální rovnice druhého řádu do stavového prostoru a následným řešením zobecněného problému vlastních hodnot. Dalším způsobem je převedení soustavy diferenciálních rovnic druhého řádu na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu.

#### Aplikace stavového prostoru a zobecněného problému vlastních hodnot

Pohybové rovnice dvoumotového modelu (3.36) lze přeuspořádat na tvar (3.49) a následně zapsat maticově (3.50). Pomocí vhodné nuly (3.51) vznikne soustava diferenciálních rovnic ve stavovém prostoru (3.52), kterou lze zapsat ve zkráceném tvaru (3.53). Pokud se do ní dosadí předpokládané řešení (3.54) a jeho první derivace (3.55), vznikne soustava lineárních algebraických rovnic (3.57).

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_3)x_1 - k_3 x_2 &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 - k_3 x_1 + (k_2 + k_3)x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (3.51)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\overline{\mathbf{M}}\overline{\mathbf{x}}' + \overline{\mathbf{K}}\overline{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (3.53)$$

$$\overline{\mathbf{x}} = \overline{\mathbf{u}} e^{\lambda t} \quad (3.54)$$

$$\overline{\mathbf{x}}' = \lambda \overline{\mathbf{u}} e^{\lambda t} \quad (3.55)$$

$$(\lambda \mathbf{M} + \mathbf{K})\overline{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} + \lambda \mathbf{E})\overline{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (3.57)$$

Řešení problému vlastních hodnot bylo provedeno v jazyku Python pomocí příkazu `numpy.linalg.eig(A)`, který počítá vlastní čísla a pravé vlastní vektory matice  $\mathbf{A}$ . Vlastní čísla jsou komplexní a jejich imaginární části představují vlastní úhlové frekvence tlumeného kmitání soustavy  $\omega_{u,1}$  a  $\omega_{u,2}$ , které se užitím vzorce (3.1) přepočítávají na vlastní frekvence  $f_1$  a  $f_2$  dvoumotového modelu.

Tab. 6. Vlastní frekvence dvoumotového modelu

Veličina	Hodnota
$\omega_{tl,1}$	763,32 rad·s <sup>-1</sup>
$\omega_{tl,2}$	1195,23 rad·s <sup>-1</sup>
$f_1$	121,49 Hz
$f_2$	190,23 Hz

### Převod na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu

Pohybové rovnice (3.49) lze pomocí vztahů (3.58) až (3.61) přepsat na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu (3.62).

$$x_1 = x_1 \quad (3.58)$$

$$y_1 = \dot{x}_1 \quad (3.59)$$

$$x_2 = x_2 \quad (3.60)$$

$$y_2 = \dot{x}_2 \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 \\ \dot{y}_1 &= -\frac{k_1+k_3}{m_1}x_1 - \frac{b_1}{m_1}y_1 + \frac{k_3}{m_1}x_2 \\ \dot{x}_2 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= \frac{k_3}{m_2}x_1 - \frac{k_2+k_3}{m_2}x_2 - \frac{b_2}{m_2}y_2 \end{aligned} \quad (3.62)$$

Charakteristická rovnice této soustavy má tvar

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1+k_3}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1}-\lambda & \frac{k_3}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ \frac{k_3}{m_2} & 0 & -\frac{k_2+k_3}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2}-\lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3.63)$$

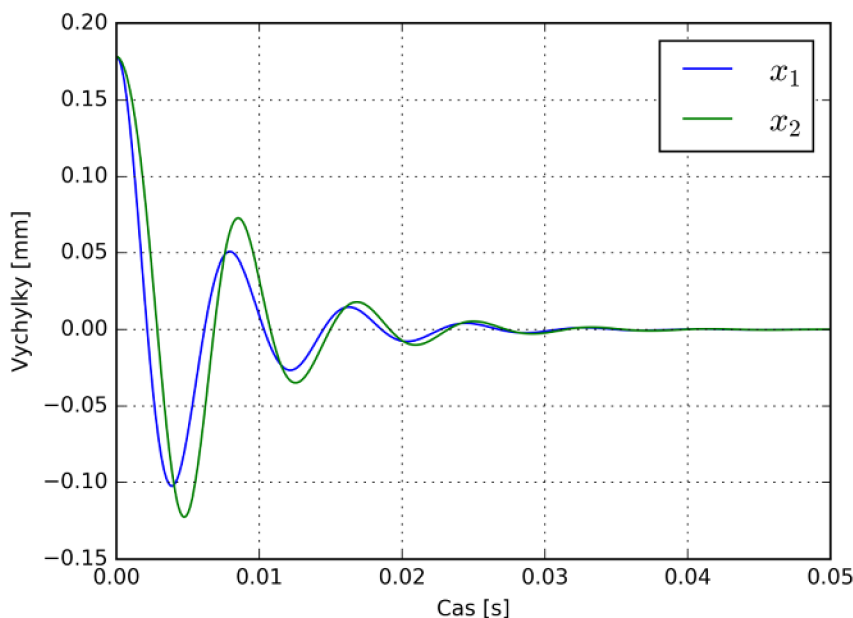
Protože se jedná o rovnici čtvrtého řádu, nalezení jejích kořenů bylo provedeno v jazyku Python pomocí příkazu **findroot()** importovaného z knihovny **mpmath**. Tato možnost výpočtu vlastních frekvencí je v souboru `Analyticke_modely.py` označena jako „způsob C“. Jelikož se kořeny charakteristické rovnice shodují s vlastními čísly, které se získaly řešením zobecněného problému vlastních hodnot s použitím stavového prostoru („způsob A“), vlastní frekvence jsou také totožné s frekvencemi uvedenými v Tab. 6. V souboru `Analyticke_modely.py` se nachází navíc „způsob B“, který spojuje obě zmíněné varianty nalezení vlastních frekvencí – počítají

se vlastní čísla matice soustavy diferenciálních rovnic (3.62) pomocí příkazu *numpy.linalg.eig(A)*.

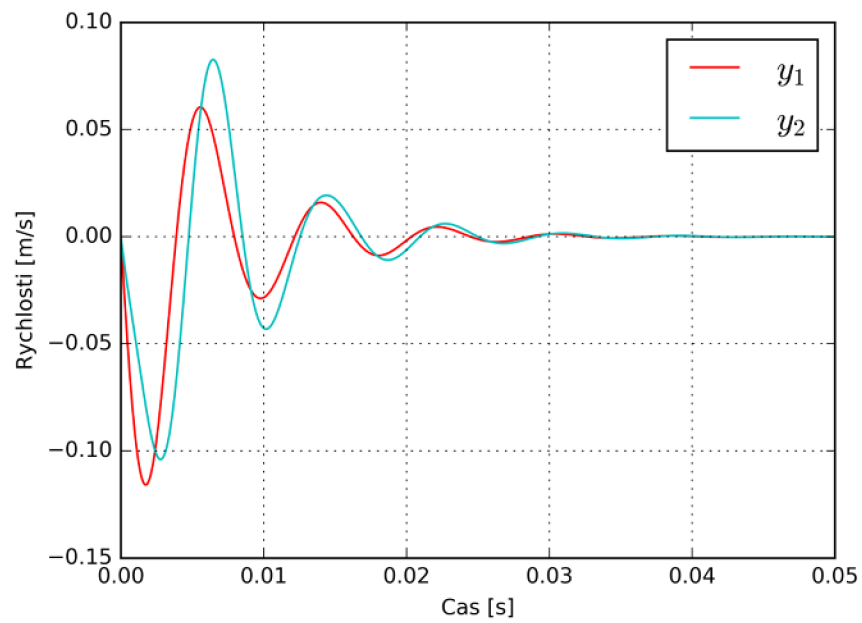
### 3.2.6 Průběhy výchylek a rychlostí

Průběhy výchylek a rychlostí byly spočítány a vykresleny v objektovém programovacím jazyku Python pomocí příkazu *odeint()*, který slouží k řešení obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu. Vstupními parametry jsou definované vektorové pole, počáteční podmínky a čas. Vektorové pole představuje řešenou soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu. Protože pohybové rovnice dvouhmotového modelu jsou diferenciálními rovnicemi druhého řádu, využije se soustava diferenciálních rovnic (3.62), která byla odvozena v kapitole 3.2.5 a díky vztahům (3.58) až (3.61) má řád jedna.

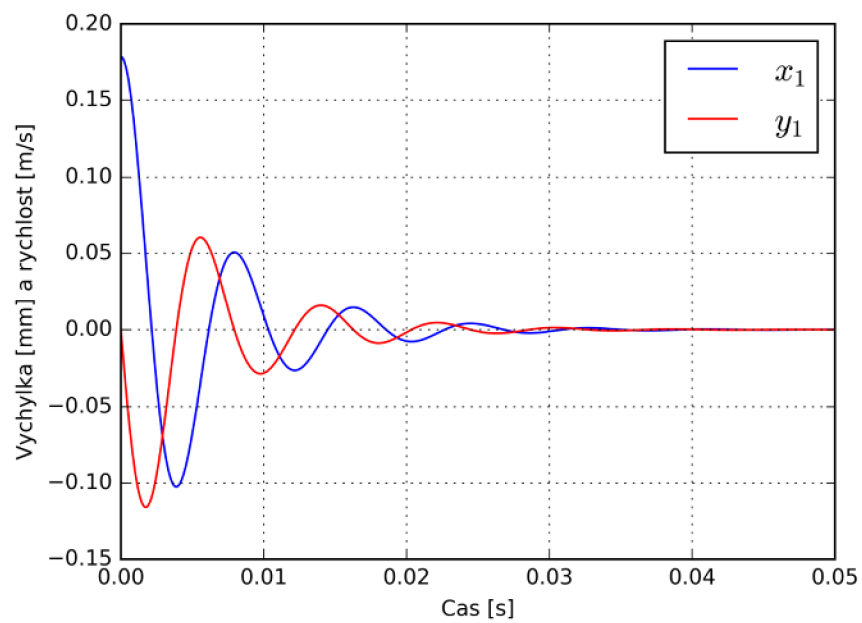
Na Obr. 42 až Obr. 43 jsou vykresleny průběhy výchylek a rychlostí těles dvouhmotového modelu. Pohyb tělesa o hmotnosti  $m_2$  se mírně opoždí za pohybem prvního tělesa o hmotnosti  $m_1$ , což simuluje pohyb slizniční vlny, který u jednohmotového modelu nebyl možný. Důvodem fázového posunu jsou vyšší hodnoty tuhosti  $k_1$  a tlumící konstanty  $b_1$ , které charakterizují pružný a tlumící člen spojující první těleso s pevnou stěnou. Protože má druhý hmotný prvek nižší parametry obou členů, jeho výchylky a rychlosti dosahují vyšších lokálních maxim než je tomu u prvního tělesa. Obr. 44 a Obr. 45 znázorňují okamžité výchylky a rychlosti daných hmotných prvků. Z průběhů je patrný stejný fázový posun, jako tomu bylo u jednohmotového modelu – výchylky se za rychlostmi opoždí vždy o čtvrtinu periody, což znamená, že maximální velikost rychlostí je při nulové výchylce a že při nulové rychlosti dochází ke změně směru pohybu.



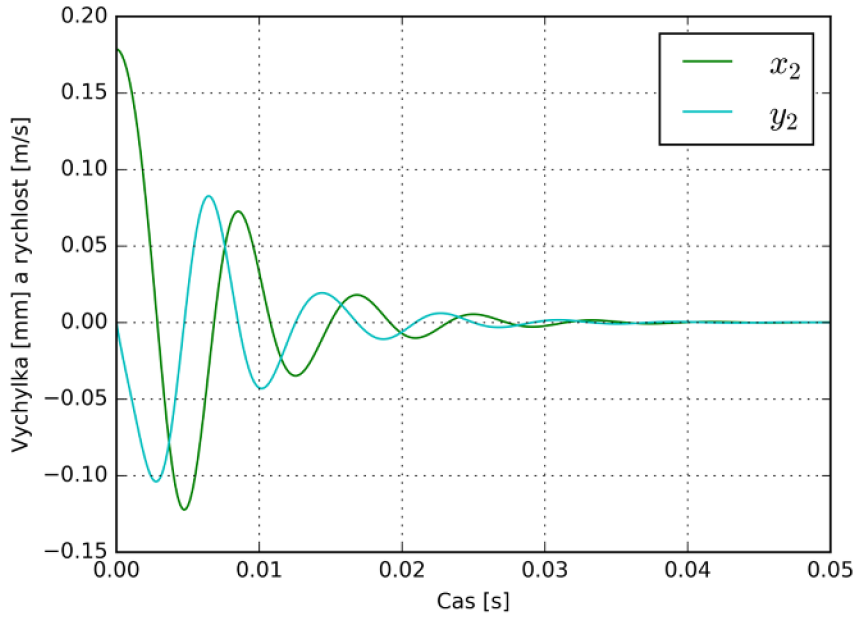
Obr. 42. Výchylky těles dvouhmotového modelu



Obr. 43. Rychlosti těles dvouhmotového modelu



Obr. 44. Výhyška a rychlost prvního tělesa dvouhmotového modelu



Obr. 45. Výchylka a rychlost druhého tělesa dvouhmotového modelu

### 3.3 Tříhmotový model

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.4.5, tříhmotový model body-cover (Obr. 20) vykazuje nelineární chování z důvodu nelineárních pružných členů, které spojují oba hmotné prvky reprezentující obal hlasivky s třetí hmotou, tzv. tělem, a tělo s pevnou stěnou. Z důvodu jednoduššího výpočtu bude v této práci uvažováno lineární chování modelu. Veškeré členy budou popsány lineárními vztahy a příslušné pohybové rovnice popisující takový model budou odvozeny v kapitole 3.3.1.

#### 3.3.1 Odvození pohybových rovnic

Pohybové rovnice tříhmotového modelu body-cover vykazující lineární chování se odvodí aplikací Lagrangeových rovnic II. druhu. Parciálními derivacemi energie kinetické (3.64), potenciální (3.65) a disipativní (3.66) a výkonu vnějších sil (3.67) podle zobecněných souřadnic  $x_1$ ,  $x_2$  a  $x_3$  se získají příslušné pohybové rovnice (3.68) popisující kmitání dynamického systému na Obr. 20.

$$E_k = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_3^2 \quad (3.64)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}kx_3^2 \quad (3.65)$$

$$E_d = \frac{1}{2}bv_1^2 + \frac{1}{2}bv_2^2 + \frac{1}{2}bv_3^2 = \frac{1}{2}b\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}b\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}b\dot{x}_3^2 \quad (3.66)$$

$$P = 0 \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + b_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + b_3(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) + k_3(x_1 - x_3) &= 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) + k_4(x_2 - x_3) &= 0 \\ m_3\ddot{x}_3 + b_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) + k_3(x_3 - x_1) + k_4(x_3 - x_2) &= 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

### 3.3.2 Parametry modelu

Veškeré hodnoty parametrů tříhmotového modelu jsou převzaty z literatury [28] a jsou sepsány v Tab. 7. Hmotnost obalu hlasivky, součet hmotností  $m_2$  a  $m_3$ , byla získána součinem aproximovaného objemu epitelu spolu s povrchovou vrstvou slizničního vaziva, které tvoří sliznici hlasivky, a hustoty sliznice, kterou uvažovali  $1,02 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Stejným principem se spočítala i hmotnost těla. Pro tlumící konstanty  $b_1$ ,  $b_2$  a  $b_3$  byly odvozeny vztahy (3.69) až (3.71), které jsou jako u dvouhmotového modelu přímo úměrné odmocnině součinu hmotnosti daného tělesa a příslušné tlumící konstantě. V případě, že hlasivky kmitají bez vzájemné kolize, tlumící koeficienty nabývají hodnot  $\xi_1 = 0,2$ ,  $\xi_2 = 0,4$  a  $\xi_3 = 0,4$ .

$$b_1 = 2\xi_1\sqrt{m_1k_1} \quad (3.69)$$

$$b_2 = 2\xi_2\sqrt{m_2k_2} \quad (3.70)$$

$$b_3 = 2\xi_3\sqrt{m_3k_3} \quad (3.71)$$

Tab. 7. Parametry tříhmotového modelu

Veličina	Hodnota
$m_1$	0,050000 g
$m_2$	0,010000 g
$m_3$	0,010000 g
$k_1$	100,000000 N·m <sup>-1</sup>
$k_2$	5,000000 N·m <sup>-1</sup>
$k_3$	3,500000 N·m <sup>-1</sup>
$k_4$	2,000000 N·m <sup>-1</sup>
$b_1$	0,028284 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_2$	0,005657 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_3$	0,004733 Ns·m <sup>-1</sup>

### 3.3.3 Výpočet vlastních frekvencí

K výpočtu vlastních frekvencí bude využit převod do stavového prostoru a řešení problému vlastních hodnot. Přeuspořádané pohybové rovnice (3.72) lze zapsat v maticovém tvaru (3.73) resp. (3.74), který s použitím vhodně zvolené nuly (3.75) vytvoří soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu ve stavovém prostoru (3.76), která se zapisuje ve zkráceném tvaru (3.77). Po dosazení předpokládaného řešení ve tvaru (3.78) vzniká soustava algebraických rovnic (3.79). Dostáváme se tak k řešení zobecněného problému vlastních hodnot.

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + (b_1 + b_2 + b_3)\dot{x}_1 - b_2\dot{x}_2 - b_3\dot{x}_3 + (k_1 + k_2 + k_3)x_1 - k_2x_2 - k_3x_3 &= 0 \\
m_2\ddot{x}_2 - b_2\dot{x}_1 + b_2\dot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_4)x_2 - k_4x_3 &= 0 \\
m_3\ddot{x}_3 - b_3\dot{x}_1 + b_3\dot{x}_3 - k_3x_1 - k_4x_2 + (k_3 + k_4)x_3 &= 0
\end{aligned} \tag{3.72}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 + b_2 + b_3 & -b_2 & -b_3 \\ -b_2 & b_2 & 0 \\ -b_3 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} +
\tag{3.73}$$

$$+ \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 \\ -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 \\ -k_3 & -k_4 & k_3 + k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\tag{3.74}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{3.75}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}
\tag{3.76}$$

$$\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{x}}' + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{3.77}$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{u}}e^{\lambda t} \tag{3.78}$$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} + \lambda\mathbf{E})\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \tag{3.79}$$

Řešení vlastních čísel matice  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$  bylo opět provedeno pomocí příkazu *numpy.linalg.eig(A)*. Obdržené vlastní úhlové frekvence tříhmotového modelu  $\omega_{\text{tl},1}$ ,  $\omega_{\text{tl},2}$  a  $\omega_{\text{tl},3}$  včetně vlastních frekvencí  $f_1$ ,  $f_2$  a  $f_3$  v jednotkách Hz jsou sepsány v Tab. 8

Tab. 8. Vlastní frekvence tříhmotového modelu

Veličina	Hodnota
$\omega_{\text{tl},1}$	586,96 rad·s <sup>-1</sup>
$\omega_{\text{tl},2}$	875,07 rad·s <sup>-1</sup>
$\omega_{\text{tl},3}$	1388,32 rad·s <sup>-1</sup>
$f_1$	93,42 Hz
$f_2$	139,27 Hz
$f_3$	220,96 Hz

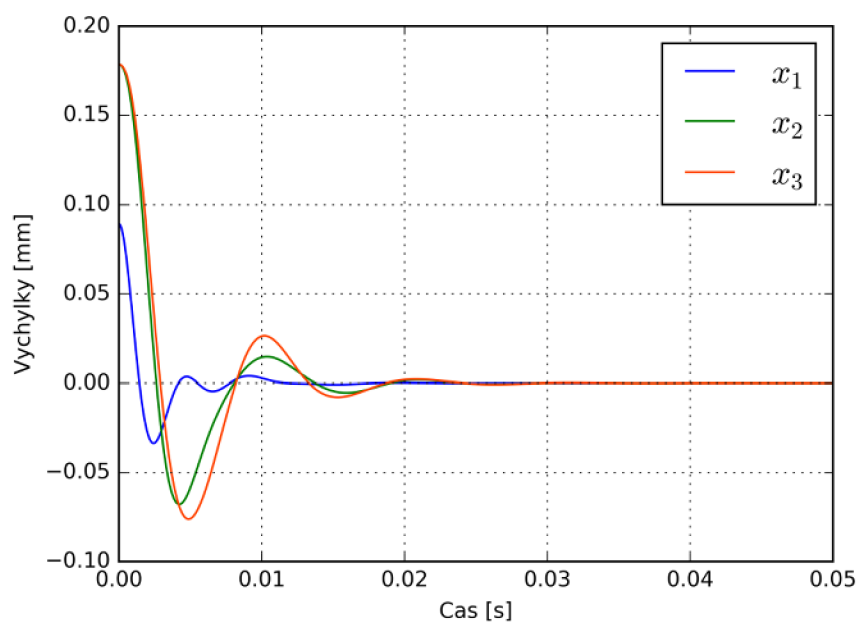
### 3.3.4 Průběhy výchylek a rychlostí

Stejným způsobem, tj. příkazem *odeint()*, jako tomu bylo u dvouhmotového modelu hlasivky, byly vypočteny průběhy výchylek a rychlostí všech hmotných prvků tříhmotového modelu na Obr. 20. Počátečním stavem bylo vychýlení hmotných prvků představujících obal přibližně do středu hlasivkové štěrby. Protože příkaz *odeint()* slouží pouze pro řešení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu, pohybové rovnice (3.68) se musí odpovídajícím způsobem převést na tvar (3.80).

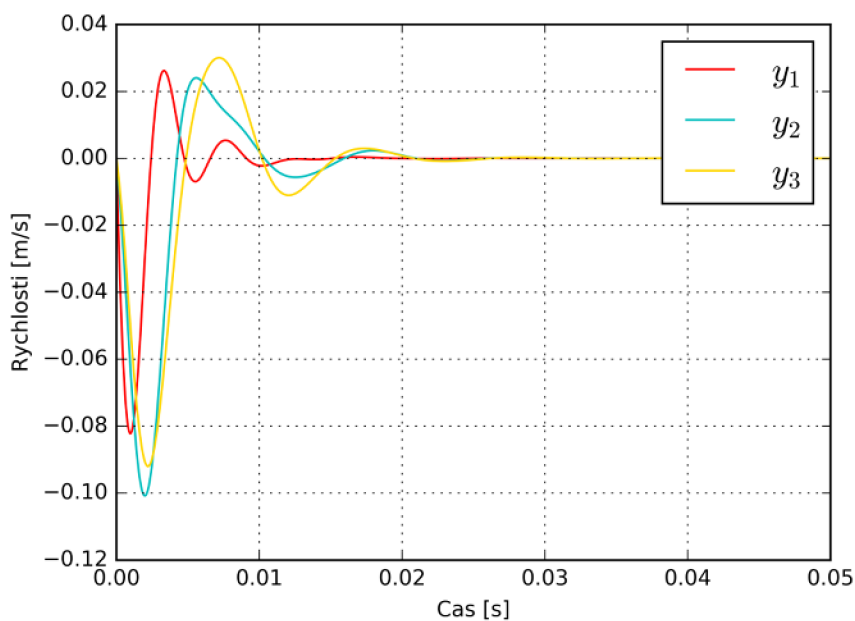


$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= y_1 \\
 \dot{y}_1 &= \frac{-b_1 y_1 - b_2(y_1 - y_2) - b_3(y_1 - y_3) - k_1 x_1 - k_2(x_1 - x_2) - k_3(x_1 - x_3)}{m_1} \\
 \dot{x}_2 &= y_2 \\
 \dot{y}_2 &= \frac{-b_2(y_2 - y_1) - k_2(x_2 - x_1) - k_4(x_2 - x_3)}{m_2} \\
 \dot{x}_3 &= y_3 \\
 \dot{y}_3 &= \frac{-b_3(y_3 - y_1) - k_3(x_3 - x_1) - k_4(x_3 - x_2)}{m_3}
 \end{aligned} \tag{3.80}$$

Pohyb slizniční vlny je patrný z Obr. 46, kde pohyb hmotného prvku o hmotnosti  $m_3$ , který spojuje s tělem modelu hlasivky slabší pružný i tlumící člen, se fázově odlišuje od pohybu tělesa s hmotností  $m_2$ .

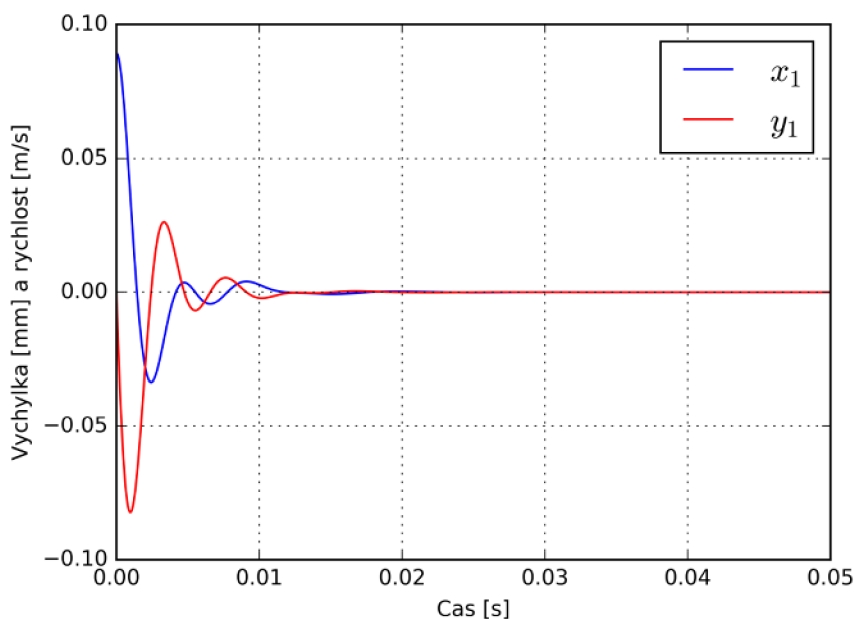


Obr. 46. Výchylky těles tříhmotového modelu

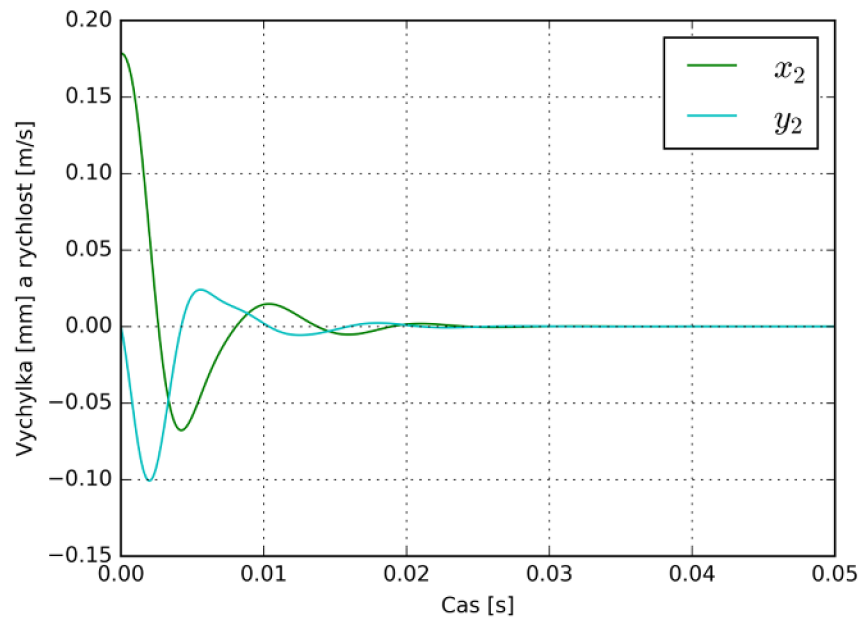


Obr. 47. Rychlosti těles tříhmotového modelu

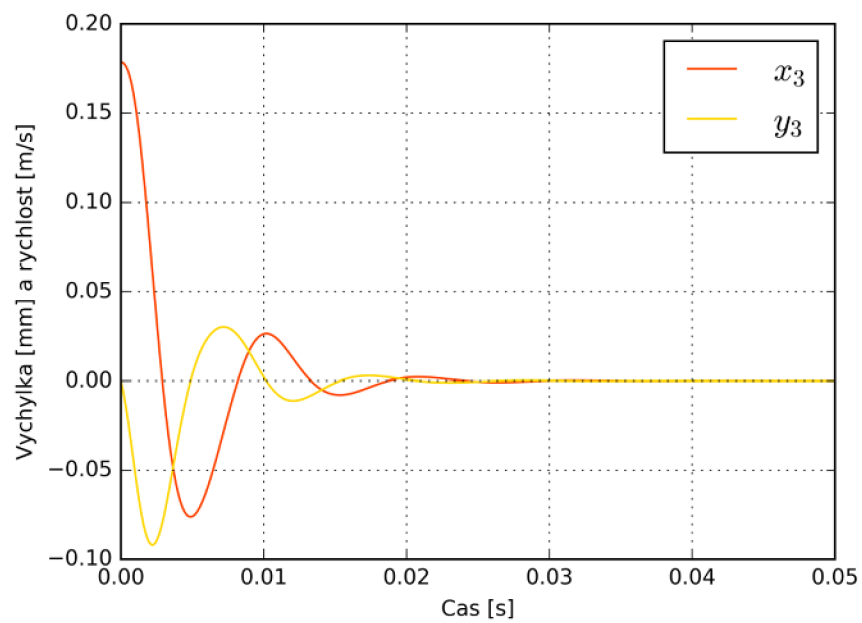
Obr. 48, Obr. 49 a Obr. 50 znázorňují výchylky a rychlosti daného hmotného prvku. Při nulové rychlosti vždy dochází ke změně směru pohybu, avšak oproti předchozím modelům s méně hmotami zde obecně neplatí, že v rovnovážné poloze má těleso maximální rychlost. Důvodem je značné vzájemné ovlivňování všech tří hmotných prvků, zejména tělesa o hmotnosti  $m_1$ , který v podstatě představuje pohyblivou kmitající stěnu.



Obr. 48. Výchylka a rychlost prvního tělesa tříhmotového modelu



Obr. 49. Výchylka a rychlost druhého tělesa tříhmotového modelu



Obr. 50. Výchylka a rychlost třetího tělesa tříhmotového modelu



## 4 CITLIVOSTNÍ ANALÝZY

Cílem této kapitoly je naladit parametry analytických modelů hlasivek z Obr. 17, Obr. 18 a Obr. 20 tak, aby jednotlivé dynamické systémy kmitaly s vlastními frekvencemi stejnými jako konečnoprvkový model vytvořený v kapitole 2. Vlastní frekvence se budou získávat s přesností minimálně na jedno desetinné místo. Stejně vlastní frekvence nám umožní vzájemné srovnání analytických a numerických modelů.

### 4.1 Jednohmotový model

Protože se jedná o model s jedním hmotným prvkem pohybujícím se pouze translačním pohybem v jednom směru, má jeden stupeň volnosti, tudíž kmitá pouze s jednou vlastní frekvencí. Při použití parametrů s hodnotami z Tab. 4 kmitá model s vlastní frekvencí 120,32 Hz. První vlastní frekvence konečnoprvkového modelu v Tab. 3 je ovšem 101,21 Hz. Této frekvence lze lehce dosáhnout buď změnou tuhosti pružiny  $k$ , tlumící konstanty tlumícího prvku  $b$ , nebo změnou hmotnosti hmotného prvku  $m$ .

V programovacím jazyku Python jsme vytvořili závislosti první vlastní frekvence na zmíněných parametrech  $k$ ,  $b$  a  $m$ . Výsledné grafy jsou na obrázcích v příloze B, přičemž černými svislými čárkovanými čarami jsou znázorněny původní hodnoty proměnných parametrů jednohmotového modelu z kapitoly 3.1.2. Z jednotlivých grafů je patrné, že s rostoucí tuhostí pružného členu se první vlastní frekvence zvyšuje a naopak s rostoucí hmotností tělesa nebo tlumící konstanty tlumícího členu se snižuje.

Aby jednohmotový model kmital s vlastní frekvencí přibližně 101,21 Hz a měl původní hodnoty parametrů  $b$  a  $m$ , musí se tuhost pružiny  $k$  snížit na hodnotu 62,94100 N·m<sup>-1</sup>. Pokud potřebujeme změny vlastní frekvence dosáhnout pouze změnou tlumící konstanty  $b$ , je potřeba ji zvýšit na hodnotu 0,12807 Ns·m<sup>-1</sup>. Poslední možností získání frekvence 101,21 Hz je zvýšení hmotnosti  $m$  na hodnotu 0,21364 g. Přesné vlastní frekvence při všech třech možných změnách jsou sepsány v Tab. 9.

Tab. 9. Změny parametrů jednohmotového modelu

Změněný parametr		První vlastní frekvence $f$
Veličina	Hodnota	
$k$	62,94100 N·m <sup>-1</sup>	101,21 Hz
$b$	0,12807 Ns·m <sup>-1</sup>	101,21 Hz
$m$	0,21364 g	101,21 Hz

### 4.2 Dvouhmotový model

Dvouhmotový model na Obr. 18 s parametry z Tab. 5 má dvě vlastní frekvence, které jsou uvedeny v Tab. 6. V jazyku Python byly spočítány a vykresleny závislosti obou vlastních frekvencí na všech parametrech modelu. Protože při zkoumání citlivosti vlastních frekvencí na hmotnosti hmotného prvku  $m_1$  byla zachována celková hmotnost

modelu, nebylo potřeba zavádět i závislost vlastních frekvencí na hmotnosti druhého tělesa. Veškeré grafy ukazující tyto závislosti se nachází v příloze B.

K dosažení příslušných frekvencí uvedených v Tab. 3 se využily zejména změny jednotlivých tuhostí. Například při měnící se hodnotě tuhosti  $k_1$  se mění zejména první vlastní frekvence, zatímco druhá zůstává přibližně neměnná. Zcela opačné chování nastává při zvyšování tuhosti  $k_3$ , první vlastní frekvence je konstantní a druhá se lineárně zvyšuje. Hodnoty původních a nových parametrů a vlastních frekvencí odpovídajících aktuálním hodnotám parametrů dvoumotového modelu jsou uvedeny v Tab. 10 a Tab. 11.

Tab. 10. Původní a nové parametry dvoumotového modelu

Veličina	Původní hodnota	Nová hodnota
$m_1$	0,12500 g	0,12500 g
$m_2$	0,02500 g	0,02500 g
$k_1$	80,00000 N·m <sup>-1</sup>	49,60000 N·m <sup>-1</sup>
$k_2$	8,00000 N·m <sup>-1</sup>	12,00000 N·m <sup>-1</sup>
$k_3$	25,00000 N·m <sup>-1</sup>	33,07000 N·m <sup>-1</sup>
$b_1$	0,02000 Ns·m <sup>-1</sup>	0,02000 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_2$	0,01697 Ns·m <sup>-1</sup>	0,01697 Ns·m <sup>-1</sup>

Tab. 11. Vlastní frekvence upraveného dvoumotového modelu

Veličina	Hodnota
$f_1$	101,24 Hz
$f_2$	220,53 Hz

### 4.3 Třímotový model

Vlastní frekvence třímotového modelu na Obr. 20 jsou při použití parametrů z Tab. 7 uvedeny v Tab. 8. Byla provedena citlivostní analýza všech tří vlastních frekvencí na jednotlivých parametrech  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_3$ . Veškeré grafy ukazující tyto závislosti se nachází v příloze B začínající na straně 87.

K dosažení prvních tří vlastních frekvencí konečnoprvkového modelu se využily pouze změny parametrů  $k_1$ ,  $k_3$  a  $k_4$ . Zvýšením tuhosti  $k_3$  se docílilo první vlastní frekvence 101,21 Hz. Při zvýšení tuhosti  $k_4$  nad hodnotu cca 7 Ns·m<sup>-1</sup> došlo k záměně původní první a třetí vlastní frekvence a zároveň původní druhá vlastní frekvence dosáhla nejvyšší hodnoty ze všech tří, a tudíž se stala novou třetí vlastní frekvencí laděnou na hodnotu 242,73 Hz. Zvýšením tuhosti  $k_1$  se již docílilo poslední, tj. druhé, vlastní frekvence konečnoprvkového modelu o velikosti 220,53 Hz. Srovnání původních a nových

hodnot parametrů se nachází v Tab. 12 a nově získané vlastní frekvence tříhmotového modelu jsou sepsány do Tab. 13.

Tab. 12. Původní a nové parametry tříhmotového modelu

<b>Veličina</b>	<b>Původní hodnota</b>	<b>Nová hodnota</b>
$m_1$	0,050000 g	0,050000 g
$m_2$	0,010000 g	0,010000 g
$m_3$	0,010000 g	0,010000 g
$k_1$	100,000000 N·m <sup>-1</sup>	97,690000 N·m <sup>-1</sup>
$k_2$	5,000000 N·m <sup>-1</sup>	5,000000 N·m <sup>-1</sup>
$k_3$	3,500000 N·m <sup>-1</sup>	4,700000 N·m <sup>-1</sup>
$k_4$	2,000000 N·m <sup>-1</sup>	9,558000 N·m <sup>-1</sup>
$b_1$	0,028284 Ns·m <sup>-1</sup>	0,028284 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_2$	0,005657 Ns·m <sup>-1</sup>	0,005657 Ns·m <sup>-1</sup>
$b_3$	0,004733 Ns·m <sup>-1</sup>	0,004733 Ns·m <sup>-1</sup>

Tab. 13. Vlastní frekvence upraveného tříhmotového modelu

<b>Veličina</b>	<b>Hodnota</b>
$f_1$	101,21 Hz
$f_2$	220,53 Hz
$f_3$	242,73 Hz

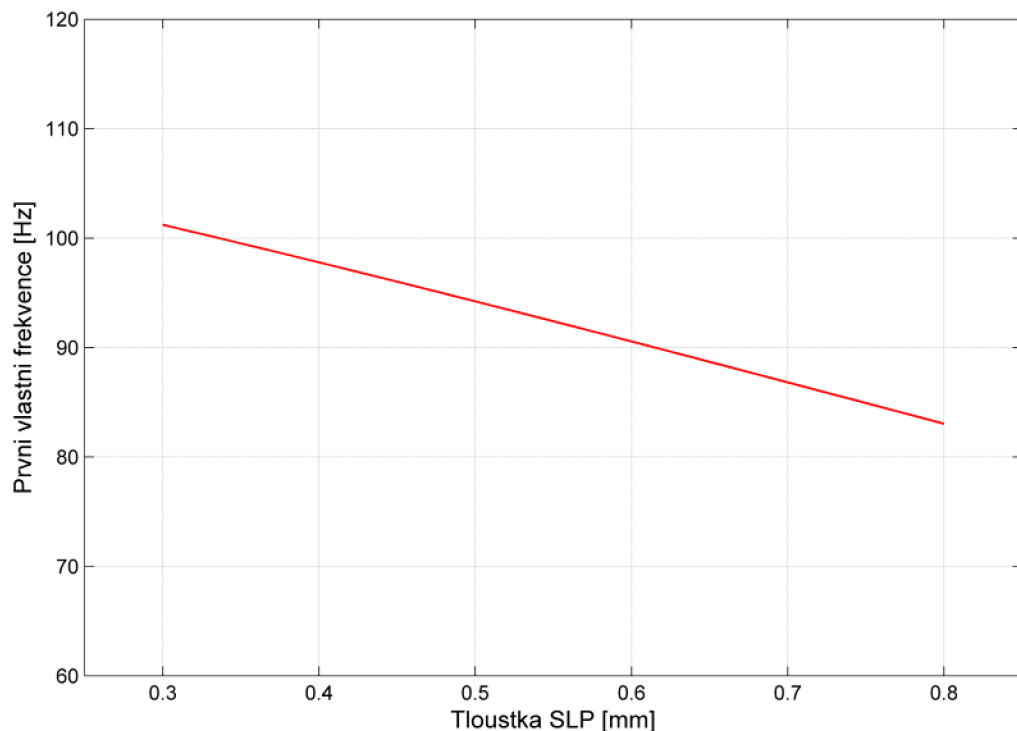




## 5 SIMULACE REINKEHO EDÉMU

Cílem této kapitoly je simulace kmitání hlasivky s Reinkeho edémem vytvořené v programovém systému ANSYS Workbench 16.2. Tato hlasivková porucha se projevuje zvětšením povrchové vrstvy slizničního vaziva (SLP), což vede k chrapotu a zhrubění hlasu, viz hlasové poruchy v kapitole 1.3. K modální analýze se využije konečnoprvkový model z kapitoly 2. Reinkeho edém lze simulovat dvěma způsoby. Prvním z nich je rozšiřování tloušťky SLP a druhým je změna Youngova modulu pružnosti  $E_{\text{SLP}}$  této vrstvy.

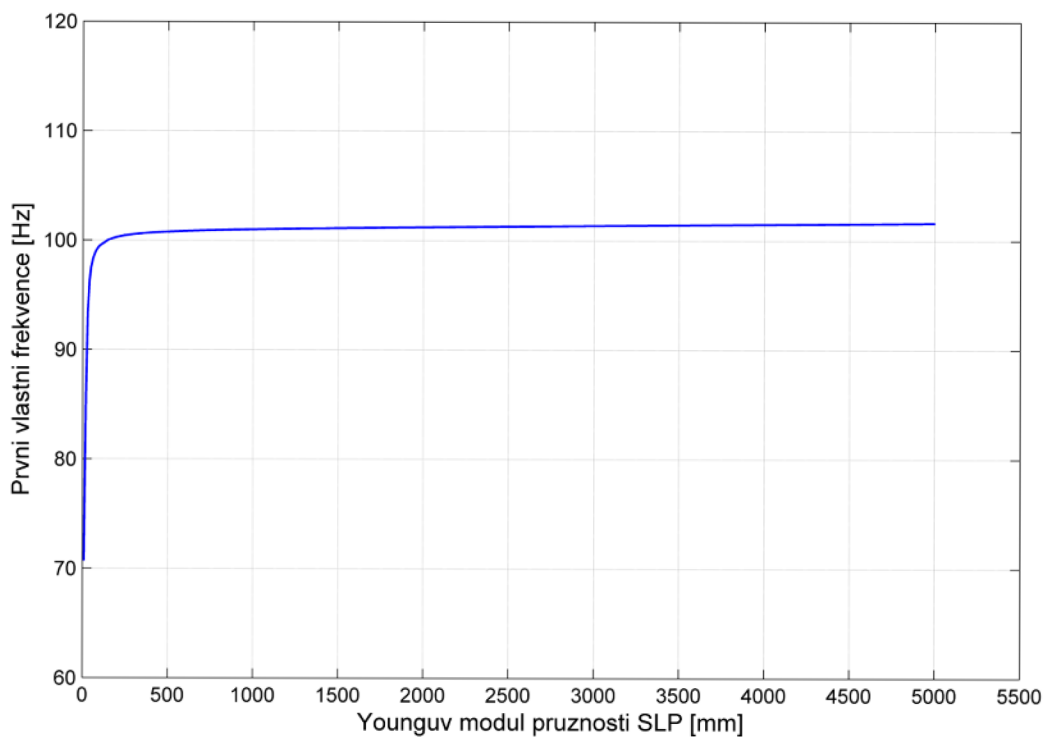
Přibližně lineární klesající charakter na Obr. 51 vykazuje závislost první vlastní frekvence čtyřvrstvého konečnoprvkového modelu s rostoucí tloušťkou vrstvy SLP. Hodnoty jednotlivých frekvencí byly získány v prostředí ANSYS Workbench 16.2, který umožňuje nastavení vstupních proměnných parametrů a hledaných výstupních parametrů na nich závislých. Vstupním parametrem byla tloušťka povrchové vrstvy slizničního vaziva, jejíž hodnoty se nastavily od 0,30 mm do 0,80 mm s krokem 0,01 mm. Výstupním parametrem se označila první vlastní frekvence. Získaný průběh potvrzuje projevy hlasivky s Reinkeho edémem, protože s nižší první vlastní frekvencí dochází ke snížení výšky hlasu, tj. ke zhrubění hlasu [17].



Obr. 51. Závislost první vlastní frekvence na tloušťce SLP

Obr. 52 představuje změnu první vlastní frekvence v závislosti na Youngově modulu pružnosti vrstvy SLP. Hodnota první vlastní frekvence se v podstatě nemění, výraznější pokles nastává až při hodnotě  $E_{\text{SLP}} = 100 \text{ Pa}$  a nižší. I když v rozsahu měře-

ných tuhostí vrstvy SLP (podle Obr. 27) vlastní frekvence není ovlivněna, frekvence samobuzených kmitů hlasivek při interakci s prouděním tuhostí ovlivněna je. [9]



Obr. 52. Závislost první vlastní frekvence na Youngovu modulu pružnosti SLP

## 6 SROVNÁNÍ PŘÍSTUPŮ

Na základě rešeršní části a řešených úloh v této bakalářské práci jsme mohli porovnat a sami ověřit analytické a numerické řešení dynamických charakteristik hlasivek. Výhody a nevýhody těchto přístupů jsou shrnuty v Tab. 14 a Tab. 15.

Tab. 14. Výhody a nevýhody numerických modelů hlasivek

Výhody	Nevýhody
Jednoduchá tvorba modelů vysoké úrovně	Složitá formulace úlohy
Detailní popis chování modelu	Operačně náročné výpočty
Možnost použití velkého počtu stupňů volnosti	Velké množství ukládaných dat
Snadná simulace hlasových poruch	Obvykle delší výpočetní čas
Existence komerčních softwarů	

Tab. 15. Výhody a nevýhody analytických modelů hlasivek

Výhody	Nevýhody
Jednoduchá formulace úlohy	Malý počet stupňů volnosti
Výpočty s malým počtem operací	Obvykle modely nižší úrovně
Názorný výukový model	Nutnost formulace úlohy svépomocí
Menší množství ukládaných dat	Nutná znalost nějakého programovacího jazyka
Snadné ladění výstupních dynamických charakteristik modelu	Nároky na znalost analytické matematiky



## 7 ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce bylo srovnání přístupů používaných při řešení dynamických charakteristik jednoduchých modelů hlasivek.

V rešeršní části je kromě anatomického a fyziologického popisu a výčtu patologií hlasivek a hrtanu uveden soupis a podrobný rozbor nejpoužívanějších výpočtových modelů hlasivek. Obecným problémem u všech výpočtových modelů je určení vlastností materiálu tkáně, které jsou u každého jedince odlišné. Výsledné hodnoty vlastností struktury z tahových zkoušek se nachází v určitých oblastech, ze kterých se empiricky stanovují materiálové charakteristiky výpočtových modelů.

V praktické části bakalářské práce proběhlo ověření poznatků získaných z rešerše. Došlo k vytvoření čtyřvrstvého konečnoprvkového modelu s verifikovanými vlastnostmi materiálu a v literatuře často používanou M5 geometrií. Dále byly v praktické části odvozeny a vyřešeny pohybové rovnice pro analytické modely (jednohmotový, dvouhmotový a tříhmotový model) s diskrétními parametry publikovanými vždy v příslušné literatuře. První vlastní frekvence všech zkoumaných modelů spadaly do rozmezí pro mužské hlasivky.

Analytické modely byly dále naladěny na stejné vlastní frekvence jako vytvořený konečnoprvkový model a analytický a numerický přístup byly vzájemně srovnány.

Výpočtové modely řešené numerickou metodou jsou při velkém počtu stupňů volnosti většinou obtížně matematicky formulovatelné. Z tohoto důvodu existují komerční softwary (jako například systém ANSYS), které úlohu formulují, aniž by ji uživatel musel programovat vlastnoručně. Naopak u analytických modelů je v možnostech jedince snadno vytvořit odpovídající počet pohybových rovnic a následně je řešit.

Velkou výhodou konečnoprvkového modelu je jeho jednoduchá tvorba při zachování vysoké úrovně. Lze jej rozdělit na různé strukturní podoblasti, které můžeme popisovat odlišnými vlastnostmi i modely materiálu získanými na základě výzkumu skutečných hlasivek. Z těchto modelů se dá získat poměrně detailní popis chování skutečných hlasivek. Například v uvedeném modelu lze jednoduše obdržet tvary kmitů. Bezespornou výhodou konečnoprvkového modelu je možnost použití velkého počtu stupňů volnosti, čímž můžeme docílit modelu vyšší úrovně. Model uvedený v této práci má v každém uzlu dva stupně volnosti (posuvy ve dvou kolmých osách), obsahuje tedy 30640 stupňů volnosti. Použité analytické modely mají řádově jednotky stupňů volnosti (posuvy nebo natočení pro každou hmotu). Konečnoprvkové modely umožňují navíc jednoduše simulovat možné hlasové poruchy. Jedním z takových případů je Reinkeho edém, kterému byla věnována celá kapitola.

Velký počet neznámých parametrů má však za následek obvykle delší výpočtový čas z důvodu velkého počtu výpočtových operací. Zapotřebí je také většího úložného prostoru na disku než u analytických modelů.

Z hlediska výuky jsou analytické modely názornější a potřebují menší počet výpočtových operací. Na úkor těchto výhod nepopisují takové modely detailně charakter kmitů skutečných hlasivek, mluvíme tedy o modelech nižší úrovně. V případě řešení

kmitání hlasivek analyticky musí být autor schopný formulovat úlohu svépomocí, musí znát programovací jazyk a musí mít i odborné znalosti z analytické matematiky.

Můžeme říci, že výhody konečnoprvkových modelů převažují nad jeho negativními vlastnostmi, které nejsou v nynější době závažným omezením. Operačně náročné výpočty se s novými přicházejícími technologiemi stávají široce využívanými, celkový výpočetní čas se neustále snižuje a zvyšují se úložné prostory i na běžných počítačích. Nejen tyto, ale i další technologické novinky umožnily vzestup numerických výpočtových modelů na úroveň, jakou známe dnes.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] ČIHÁK, Radomír a Miloš GRIM. *Anatomie 2*. 3. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2013.
- [2] PÁČ, Libor. *Anatomie člověka II: splachnologie, kardiovaskulární systém, žlázy s vnitřní sekrecí*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2007. ISBN 978-80-210-4291-9.
- [3] MATUG, Michal. *Náhradní hlasivky pro generování zdrojového hlasu: počítačové modelování funkce hlasivek*. B.m., 2015. Vysoké učení technické v Brně.
- [4] SAWASHIMA, Masayuki a Franklin S. COOPER. *Dynamic aspects of speech production: current results, emerging problems, and new instrumentation*. Tokyo: University of Tokyo Press, 1977. ISBN 0860081923.
- [5] STEVENS, Kenneth N. a Minoru HIRANO. *Vocal fold physiology*. Tokyo: University of Tokyo Press, 1981.
- [6] TITZE, Ingo R. *Principles of voice production*. Englewood Cliffs, N.J.: B.m.: Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1994. ISBN 0-13-717893-X.
- [7] ROSEN, C. A. a C. B. SIMPSON. *Operative techniques in laryngology: Anatomy and physiology of the larynx*. Berlin: Springer, 2008. ISBN 978-3-540-25806-3.
- [8] SILBERNAGL, Stefan a Agamemnon DESPOPOULOS. *Atlas fyziologie člověka*. 6. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2004. ISBN 978-80-247-0630-6.
- [9] MARTÍNEK, Tomáš. *Využití metody konečných prvků pro modelování patologických změn v tkáni lidských hlasivek a jejich projev ve videokymogramu*. B.m., 2013. Vysoké učení tehcnické v Brně.
- [10] ŠVEC, J. *Studium mechanicko-akustických vlastností zdroje lidského hlasu*. B.m., 1996. Univerzita Palackého v Olomouci.
- [11] TITZE, Ingo R. *The myoelastic aerodynamic theory of phonation*. Iowa: National center for voice and speech, 2006. ISBN 0-87414-156-7.
- [12] VAN DER BERG, Janwillem. Myoelastic-Aerodynamic Theory Of Voice Production. *Journal of Speech and Hearing Research*. 1958, roč. 1, č. 3, s. 227–244.
- [13] VÁLKOVÁ, Libuše. *Hlasové poruchy*. 2. vyd. B.m.: DDM Rokycany. 2008
- [14] KUČERA, Mudr Martin, Rndr Marek FRIČ a Mgr Martin HALÍŘ. *Rehabilitace a Reedukace*. 2010.
- [15] ARONSON, Arnold E. a Diane M. BLESS. *Clinical Voice Disorders*. 4th ed. New York: Thieme, 2009. ISBN 978-1-58890-662-5.

- [16] BORKOVÁ, Alena. *Možnosti hlasové terapie u funkčních poruch hlasu*. B.m., 2010. Masarykova univerzita.
- [17] CORNUT, Guy a Marc BOUCHAYER. Assessing Dysphonia: The Role of Videostroboscopy. 2004. ISSN 10217762.
- [18] EWALD, R. Zur Konstruktion der Polsterpfeifen. *Pflügers Archiv*. 1898, roč. 152, s. 171–186.
- [19] FLANAGAN, J. L. a L. L. LANDGRAF. Self-Oscillating Source for Vocal-Tract Synthesizers. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*. 1968, roč. AU-16, s. 57–64.
- [20] ISHIZAKA, K. a J. L. FLANAGAN. Synthesis of Voiced Sounds From a Two-Mass Model of the Vocal Cords. *Bell System Technical Journal* [online]. 1972, roč. 51, č. 6, s. 1233–1268. ISSN 0005-8580. Dostupné z: doi:10.1002/j.1538-7305.1972.tb02651.x
- [21] CVETICANIN, L. Review on Mathematical and Mechanical Models of the Vocal Cord. *Journal of Applied Mathematics* [online]. 2012, roč. 2012. ISSN 1110757X. Dostupné z: doi:10.1155/2012/928591
- [22] LUCERO, Jorge C. a Laura L. KOENIG. Simulations of temporal patterns of oral airflow in men and women using a two-mass model of the vocal folds under dynamic control. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2005, roč. 117, č. 3, s. 1362–1372.
- [23] ALIPOUR, Fariborz, C BRUCKER, D D COOK, E NAUMAN, R SCHWARZE, I TOKUDA a Et AL. Mathematical Models and Numerical Schemes for the Simulation of Human Phonation. *Current Bioinformatics* [online]. 2011, roč. 6, č. 3, s. 323–343. ISSN 15748936. Dostupné z: doi:10.2174/157489311796904655
- [24] TOKUDA, Isao, Jaromir HORÁČEK, Jan G. ŠVEC a Hanspeter HERZEL. Comparison of biomechanical modeling of register transitions and voice instabilities with excised larynx experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2007, roč. 122, č. 1, s. 519–531. ISSN 1520-8524.
- [25] TITZE, Ingo R. The Human Vocal Cords: A Mathematical Model, Part I. *Phonetica*. 1973, roč. 28, s. 129–170.
- [26] TITZE, Ingo R. The human vocal cords: A mathematical model, part II. *Phonetica*. 1974, roč. 29, s. 1–21.
- [27] WONG, D., M. R. ITO, N. B. COX a I. R. TITZE. Observation of perturbations in a lumped-element model of the vocal folds with application to some pathological cases. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1991, roč. 89, č. 1, s. 383–394.
- [28] STORY, Brad H. a Ingo R. TITZE. Voice simulation with a body-cover model of



- the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1995, roč. 97, č. 2, s. 1249–1260. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.412234
- [29] TITZE, Ingo R. The physics of small-amplitude oscillation of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1988, roč. 83, č. 4, s. 1536–1552. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.395910
- [30] HORÁČEK, J. a J. G. ŠVEC. Aeroelastic model of vocal-fold-shaped vibrating element for studying the phonation threshold. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2002, roč. 16, č. 7, s. 931–955. ISSN 0889-9746. Dostupné z: doi:DOI: 10.1006/jfls.2002.0454
- [31] HORÁČEK, J., P. ŠIDLOF a J.G. ŠVEC. Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with Hertz model of impact forces. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2005, roč. 20, č. 6, s. 853–869. ISSN 08899746. Dostupné z: doi:10.1016/j.jfluidstructs.2005.05.003
- [32] ŠÍBL, Michal. *Využití metody konečných prvků pro modelování pohybu a napjatosti hlasivek při nastavování do fonačního postavení*. B.m., 2014. Vysoké učení tehcnické v Brně.
- [33] TAO, C., J. J. JIANG a Y. ZHANG. Simulation of vocal fold impact pressures with a self-oscillating finite-element model. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2006, roč. 119, č. 6, s. 3987–3994. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.2197798
- [34] TAO, Chao a Jack J. JIANG. Mechanical stress during phonation in a self-oscillating finite-element vocal fold model. *Journal of Biomechanics*. 2007, roč. 40, s. 2191–2198. ISSN 00219290.
- [35] HRŮZA, Václav. *Modelování funkce hlasivek pomocí MKP*. B.m., 2007. Vysoké učení technické v Brně.
- [36] ZHENG, X, R MITTAL, Q XUE a S BIELAMOWICZ. Direct-numerical simulation of the glottal jet and vocal-fold dynamics in a three-dimensional laryngeal model. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2011, roč. 130, č. 1, s. 404–415. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3592216
- [37] SHERER, Ronald C., Daoud SHINWARI, Kenneth J. DE WITT, Chao ZHANG, Bogdan R. KUCINSCHI a Abdollah A. AFJEH. Intraglottal pressure profiles for a symmetric and oblique glottis with a divergence angle of 10 degrees. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2001, roč. 109, č. 4, s. 1616–1630.
- [38] LINK, G., M. KALTENBACHER, M. BREUER a M. DÖLLINGER. A 2D finite-element scheme for fluid-solid-acoustic interactions and its application to human phonation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [online]. 2009, roč. 198, s. 3321–3334. Dostupné z:

<http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2009.06.009>

- [39] PAVLICA, Ondřej. *Výpočtové modelování interakce kmitajících hlasivek s proudem vzduchu*. B.m., 2011. Vysoké učení technické v Brně.
- [40] HIRANO, Minoru. Official report: phonosurgery, basic and clinical investigations. *The 76th Annual Convention of the Oto-Rhino-Laryngological Society of Japan*. 1975.
- [41] KLÍMA, Jaromír. *Výpočtové modelování funkce lidských hlasivek*. B.m., 2008. Vysoké učení technické v Brně.
- [42] KRATOCHVÍL, Ctirad a Jaromír SLAVÍK. *Mechanika těles: dynamika*. 4. vyd. Brno: Akademickém nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3446-2.
- [43] MALENOVSKÝ, Eduard. *Studijní opora z předmětu Počítačové metody mechaniky v dynamice*. nedatováno.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$A$	[J] .....	práce vnějších sil,
$a(x)$	[mm] .....	tloušťka aeroelastického modelu,
$b$	[Ns · m <sup>-1</sup> ] .....	tlumicí konstanta tlumícího členu,
$B(b, x, \dot{x})$	[N] .....	nelineární síla tlumícího členu v ose x,
$E$	[Pa] .....	Youngův modul pružnosti,
$E_b$	[J] .....	disipativní energie,
$E_k$	[J] .....	kinetická energie,
$E_p$	[J] .....	potenciální energie,
$f$	[Hz] .....	vlastní frekvence kmitání hlasivek,
$k$	[N · m <sup>-1</sup> ] .....	tuhost pružného členu,
$K(k, x)$	[N] .....	nelineární síla pružného členu v ose x,
$m$	[g] .....	hmotnost hmotného prvku,
$P$	[W] .....	výkon vnějších sil,
$q, \dot{q}, \ddot{q}$	[mm, m · s <sup>-1</sup> , m · s <sup>-2</sup> ] .....	zobecněná souřadnice a její časové derivace,
$x$	[mm] .....	výchylka hmotných prvků v ose x,
$\dot{x}$	[m · s <sup>-1</sup> ] .....	první časová derivace výchylky hmotného prvku $x$ ,
$\ddot{x}$	[N · m <sup>-1</sup> ] .....	druhá časová derivace výchylky hmotného prvku $x$ ,
$y$	[m · s <sup>-1</sup> ] .....	velikost rychlosti hmotného prvku v ose x,
$\vec{a}$	[m · s <sup>-2</sup> ] .....	zrychlení hmotného prvku,
$\vec{F}_b$	[N] .....	lineární síla tlumícího členu,
$\vec{F}_k$	[N] .....	lineární síla pružného členu,
$\vec{v}$	[m · s <sup>-1</sup> ] .....	rychlost hmotného prvku,
$\vec{v}_{sv}$	[m · s <sup>-1</sup> ] .....	rychlost slizniční vlny,
$\mathbf{B}$	[Ns · m <sup>-1</sup> ] .....	matice tlumících konstant,
$\mathbf{E}$	[–] .....	jednotková matice,

<b>K</b>	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$ ..... matice tuhostí,
$\bar{\mathbf{K}}$	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1}, \text{Ns} \cdot \text{m}^{-1}]$ ..... rozšířená matice tuhostí,
<b>M</b>	$[\text{kg}]$ ..... matice hmotností,
$\bar{\mathbf{M}}$	$[\text{kg}, \text{Ns} \cdot \text{m}^{-1}]$ ..... rozšířená matice hmotností,
$\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{q}}'$	$[\text{mm}, \text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ ..... rozšířený vektor zobecněných souřadnic a jejich první derivace,
$\delta$	$[\text{s}]$ ..... konstanta doznívání,
$\varphi_0$	$[\text{rad}]$ ..... fázový úhel,
$\lambda$	$[-]$ ..... vlastní čísla,
$\mu$	$[-]$ ..... Poissonův poměr,
$\rho$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$ ..... hustota,
$\omega_0$	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$ ..... vlastní úhlová frekvence netlumené soustavy,
$\omega_{\text{tl}}$	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$ ..... vlastní úhlová frekvence tlumené soustavy,
$\xi$	$[-]$ ..... tlumící koeficient.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Dýchací ústrojí [1].....	17
Obr. 2. Chrupavky hrtanu [1].....	17
Obr. 3. Svaly hrtanu [1] .....	19
Obr. 4. Dutina hrtanu (převzato a upraveno z [1]) .....	19
Obr. 5. Morfologie hlasivek [7].....	20
Obr. 6. Respirační polohy [1] .....	21
Obr. 7. Fonační poloha [1] .....	21
Obr. 8. Pohyby hlasivek [10] .....	22
Obr. 9. Schematicky naznačený pohyb hlasivek [7] .....	22
Obr. 10 Teorie zdroje a filtru.....	23
Obr. 11 Formování frekvenčního spektra [10].....	23
Obr. 12. Hlasové uzlíky [17].....	25
Obr. 13. Polypy [17] .....	25
Obr. 14. Reinkeho edém [17] .....	26
Obr. 15. Sulcus glottidis [17].....	26
Obr. 16. Ewaldova píšťala [10] .....	28
Obr. 17. Jendohmotový model.....	28
Obr. 18. Dvouhmotový model.....	29
Obr. 19. Tříhmotový model.....	30
Obr. 20. Tříhmotový model body-cover .....	31
Obr. 21. Model slizniční vlny .....	32
Obr. 22. Ekvivalentní aeroelastický model [30].....	32
Obr. 23. Aeroelastický model [30] .....	32
Obr. 24. Schémata pro označování vrstev hlasivek .....	33
Obr. 25. Rozložení normálového napětí [34]: (A) normálové napětí $\sigma_x$ , (B) normálové napětí $\sigma_z$ .....	33
Obr. 26. Třívrstvý model podle Tao a kol. [33] .....	33
Obr. 27. Závislost Youngova modulu pružnosti na přetvoření hlasivek [10] .....	33
Obr. 28. Hrůzův třívrstvý prostorový model [35] .....	34
Obr. 29. Hrůzův třívrstvý rovinný model [35] .....	34
Obr. 30. Zhengův třívrstvý prostorový model [36] .....	34
Obr. 31. Shererův model M5 (v mm) [38].....	35
Obr. 32. Čtyřvrstvý model (převzato a upraveno z [9]).....	35
Obr. 33. Tloušťky vrstev SLP a vazy [32].....	37
Obr. 34. Geometrie modelu hlasivky .....	38

Obr. 35. Vytvořená síť modelu hlasivek .....	40
Obr. 36. První vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 101,21 Hz.....	41
Obr. 37. Druhý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 220,53 Hz .....	42
Obr. 38. Třetí vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 242,73 Hz.....	42
Obr. 39. Jednohmotový model – silové působení.....	44
Obr. 40. Výchylka jednohmotového modelu.....	47
Obr. 41. Výchylka a rychlost jednohmotového modelu .....	47
Obr. 42. Výchylky těles dvouhmotového modelu.....	52
Obr. 43. Rychlosti těles dvouhmotového modelu .....	53
Obr. 44. Výchylka a rychlost prvního tělesa dvouhmotového modelu.....	53
Obr. 45. Výchylka a rychlost druhého tělesa dvouhmotového modelu .....	54
Obr. 46. Výchylky těles tříhmotového modelu .....	57
Obr. 47. Rychlosti těles tříhmotového modelu.....	58
Obr. 48. Výchylka a rychlost prvního tělesa tříhmotového modelu .....	58
Obr. 49. Výchylka a rychlost druhého tělesa tříhmotového modelu.....	59
Obr. 50. Výchylka a rychlost třetího tělesa tříhmotového modelu .....	59
Obr. 51. Závislost první vlastní frekvence na tloušťce SLP .....	65
Obr. 52. Závislost první vlastní frekvence na Youngovu modulu pružnosti SLP .....	66

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1. Materiálové charakteristiky třívrstvého modelu hlasivky.....	38
Tab. 2. Materiálové charakteristiky čtyřvrstvého modelu hlasivky.....	39
Tab. 3. Vlastní frekvence .....	41
Tab. 4. Parametry jednohmotového modelu .....	45
Tab. 5. Parametry dvouhmotového modelu.....	49
Tab. 6. Vlastní frekvence dvouhmotového modelu.....	51
Tab. 7. Parametry tříhmotového modelu .....	55
Tab. 8. Vlastní frekvence tříhmotového modelu .....	56
Tab. 9. Změny parametrů jednohmotového modelu.....	61
Tab. 10. Původní a nové parametry dvouhmotového modelu.....	62
Tab. 11. Vlastní frekvence upraveného dvouhmotového modelu .....	62
Tab. 12. Původní a nové parametry tříhmotového modelu .....	63
Tab. 13. Vlastní frekvence upraveného tříhmotového modelu.....	63
Tab. 14. Výhody a nevýhody numerických modelů hlasivek.....	67
Tab. 15. Výhody a nevýhody analytických modelů hlasivek .....	67





## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A

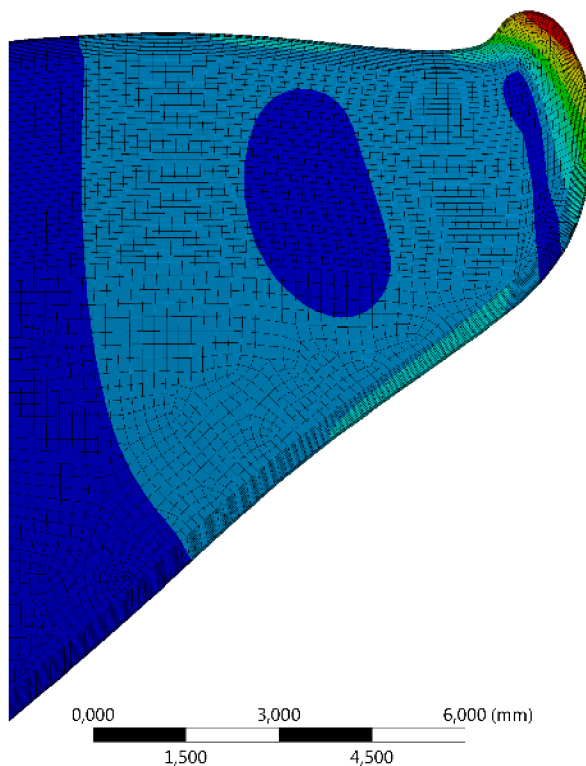
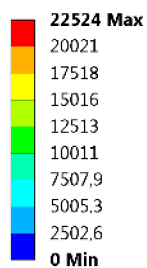
Příloha B

Příloha C



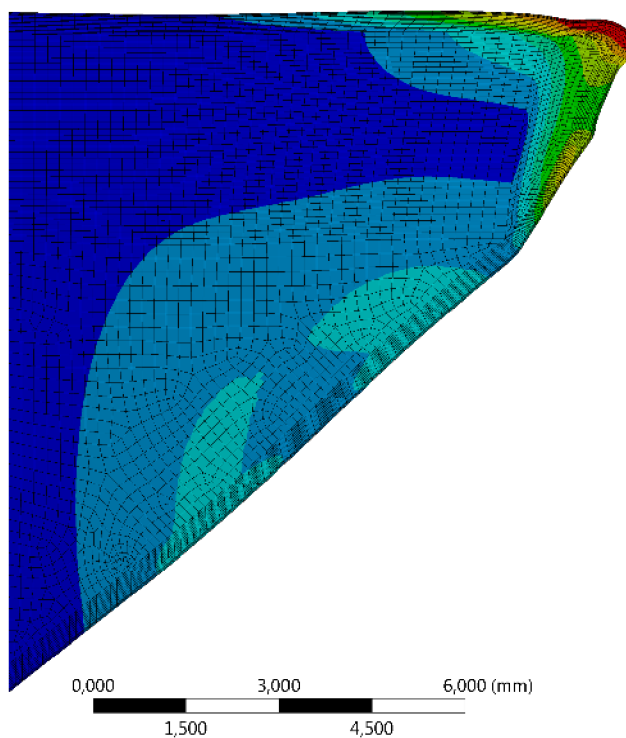
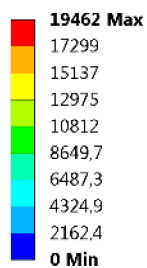
# PŘÍLOHA A

**A: Hlasivky**  
Total Deformation 4  
Type: Total Deformation  
Frequency: 363,28 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:53



Obr. A-1. Čtvrtý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 363,28 Hz

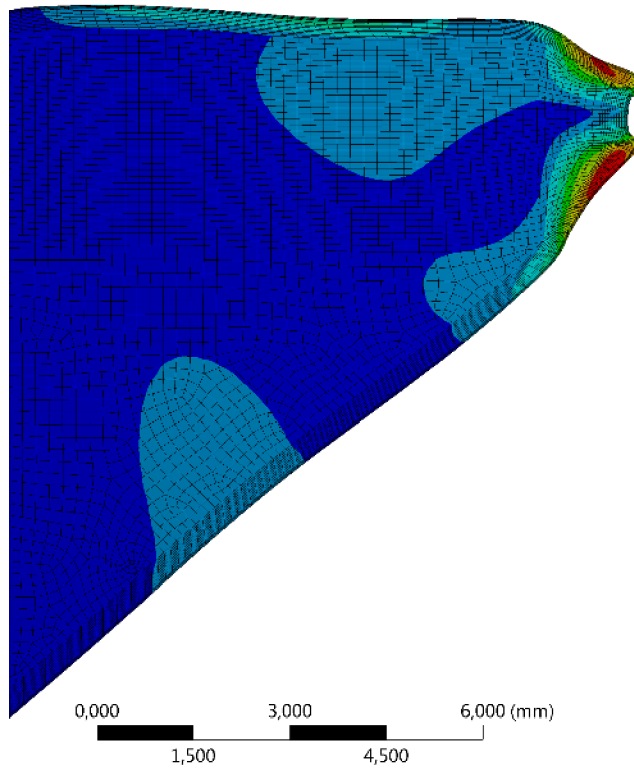
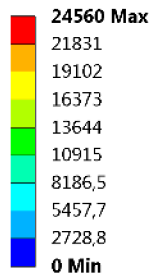
**A: Hlasivky**  
Total Deformation 5  
Type: Total Deformation  
Frequency: 442,75 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:53



Obr. A-2. Pátý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 442,75 Hz

**A: Hlasivky**

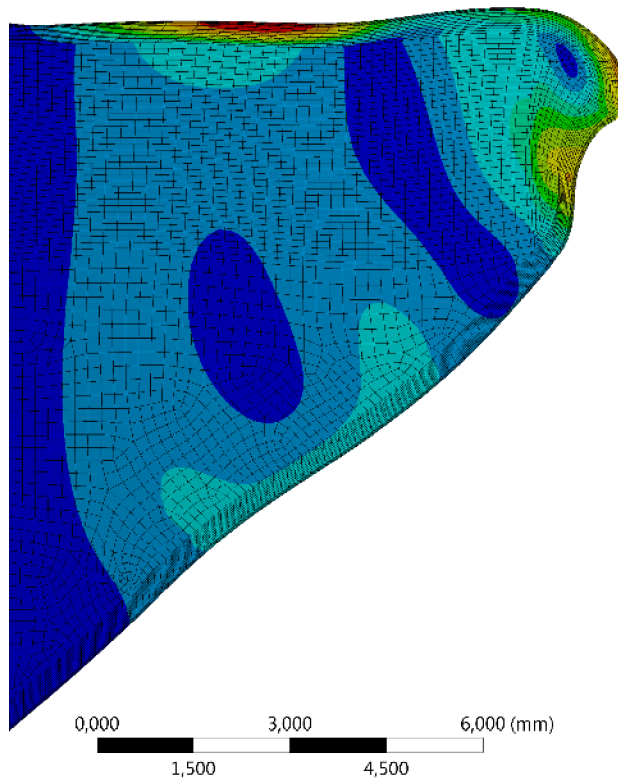
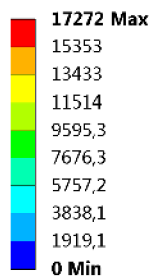
Total Deformation 6  
Type: Total Deformation  
Frequency: 490,09 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:54



Obr. A-3. Šestý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 490,09 Hz

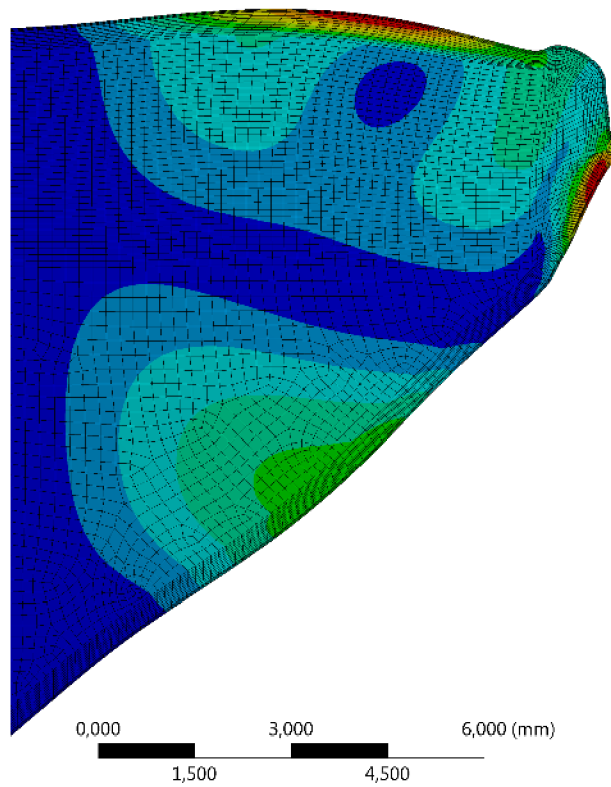
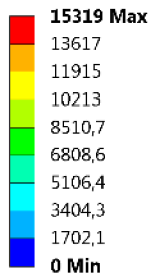
**A: Hlasivky**

Total Deformation 7  
Type: Total Deformation  
Frequency: 513,75 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:54



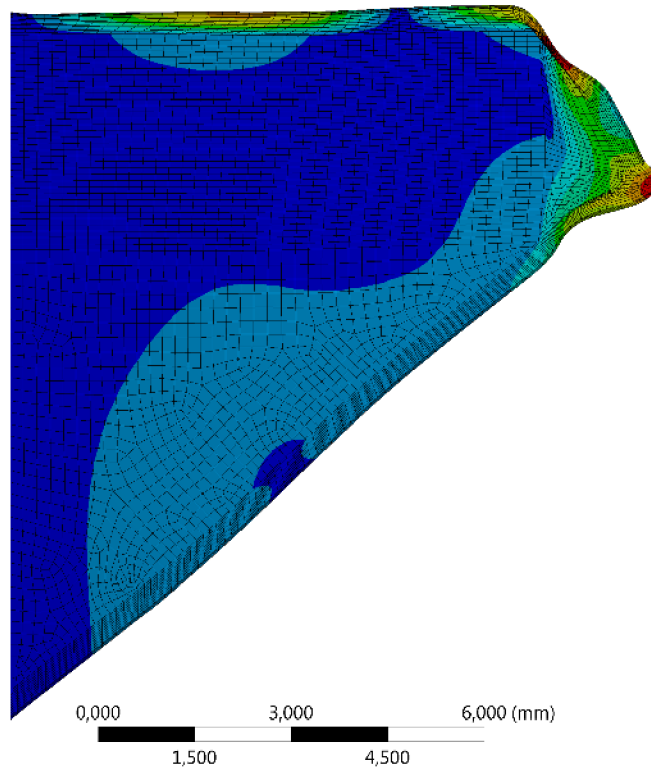
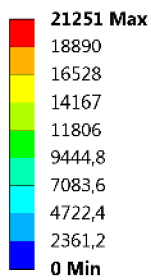
Obr. A-4. Sedmý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 513,75 Hz

**A: Hlasivky**  
Total Deformation 8  
Type: Total Deformation  
Frequency: 545,41 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:54



Obr. A-5. Osmý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 545,41 Hz

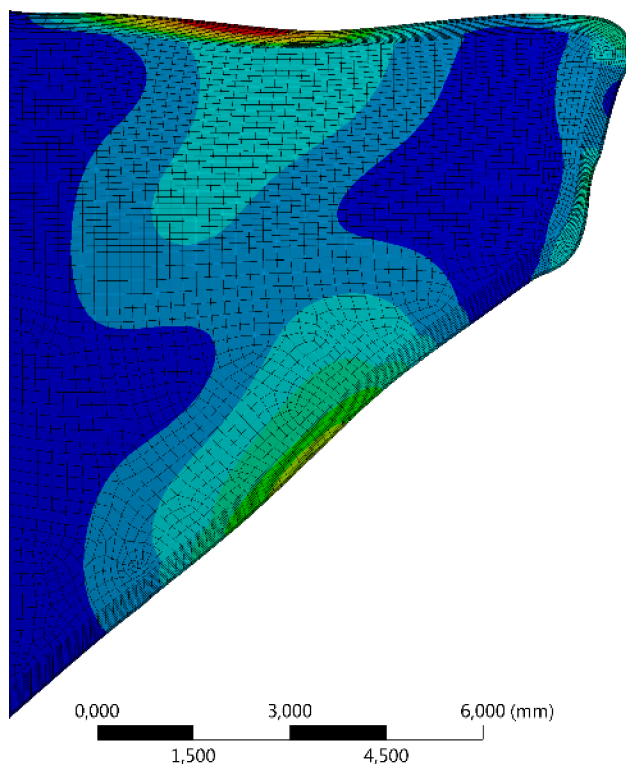
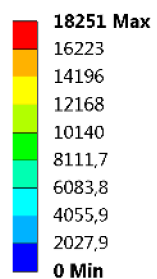
**A: Hlasivky**  
Total Deformation 9  
Type: Total Deformation  
Frequency: 550,86 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:54



Obr. A-6. Devátý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 550,86 Hz

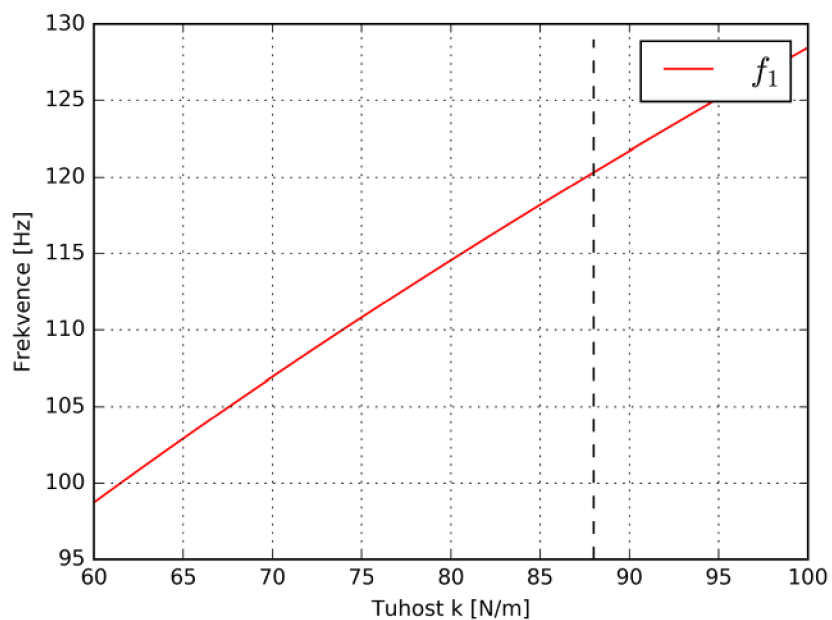
**A: Hlasivky**

Total Deformation 10  
Type: Total Deformation  
Frequency: 579,06 Hz  
Unit: mm  
23.4.2016 21:55

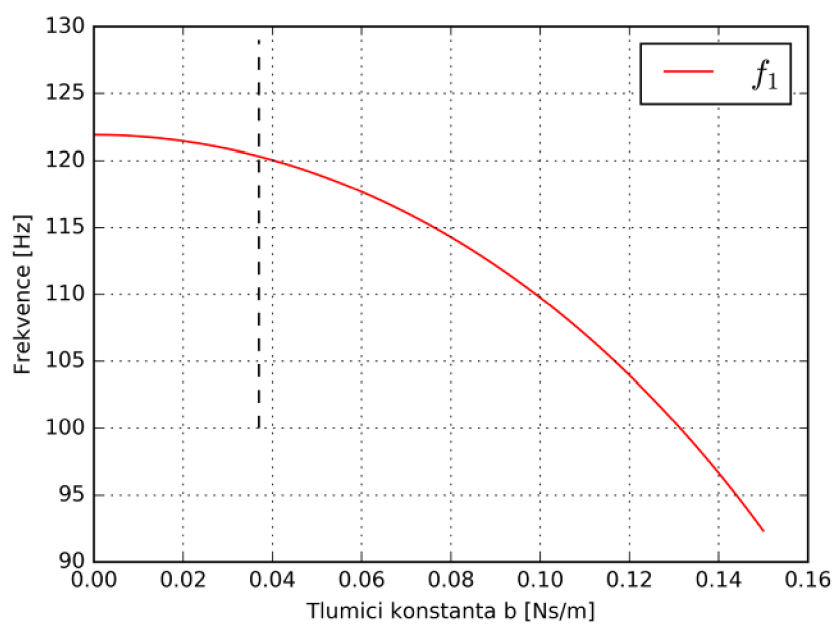


Obr. A-7. Desátý vlastní tvar kmitů modelu při frekvenci 579,06 Hz

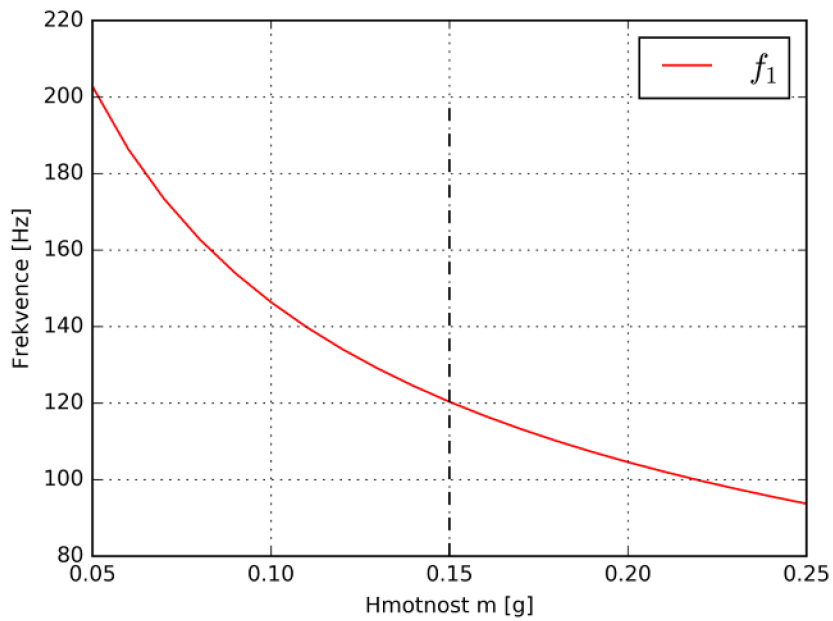
## PŘÍLOHA B



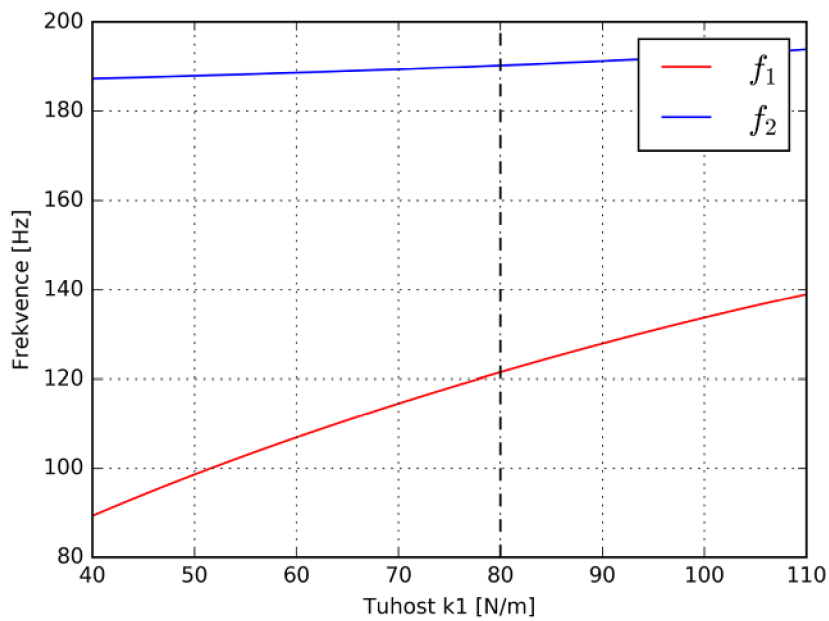
Obr. B-1. Závislost první vlastní frekvence jednohmotového modelu  $f$  na tuhosti  $k$



Obr. B-2. Závislost první vlastní frekvence jednohmotového modelu  $f$  na tlumící konstantě  $b$

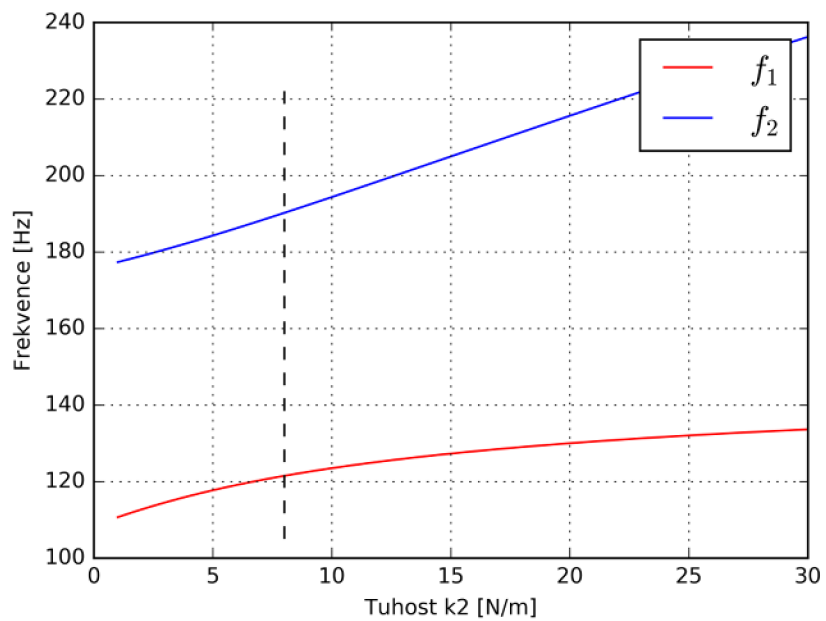


Obr. B-3. Závislost první vlastní frekvence jednohmotového modelu  $f$  na hmotnosti hmotného prvku  $m$

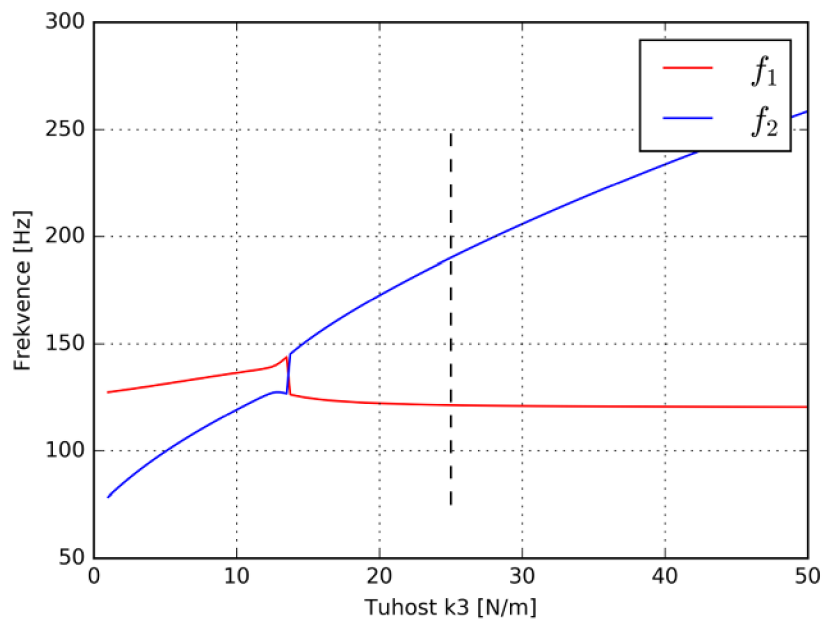


Obr. B-4. Závislost vlastních frekvencí dvouhmotového modelu na tuhosti  $k_1$

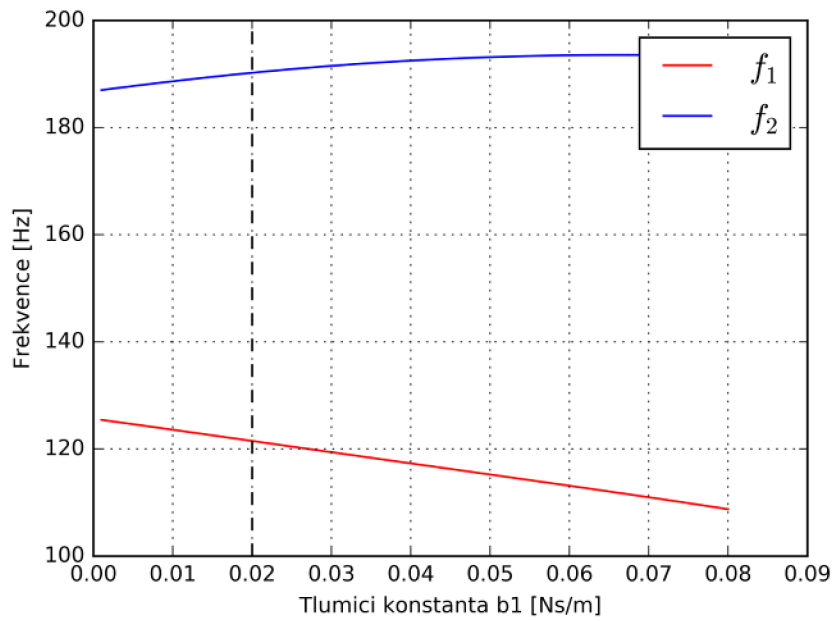




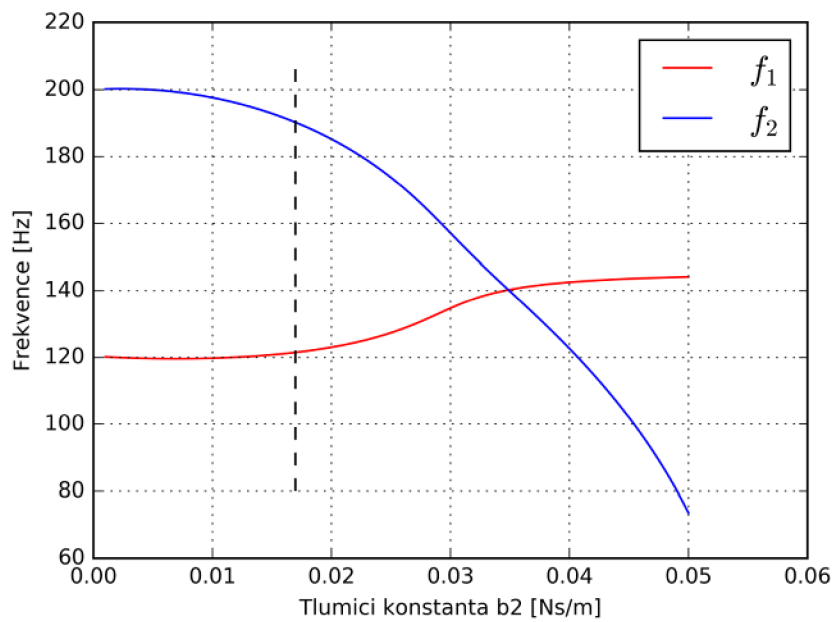
Obr. B-5. Závislost vlastních frekvencí dvouhmotového modelu na tuhosti  $k_2$



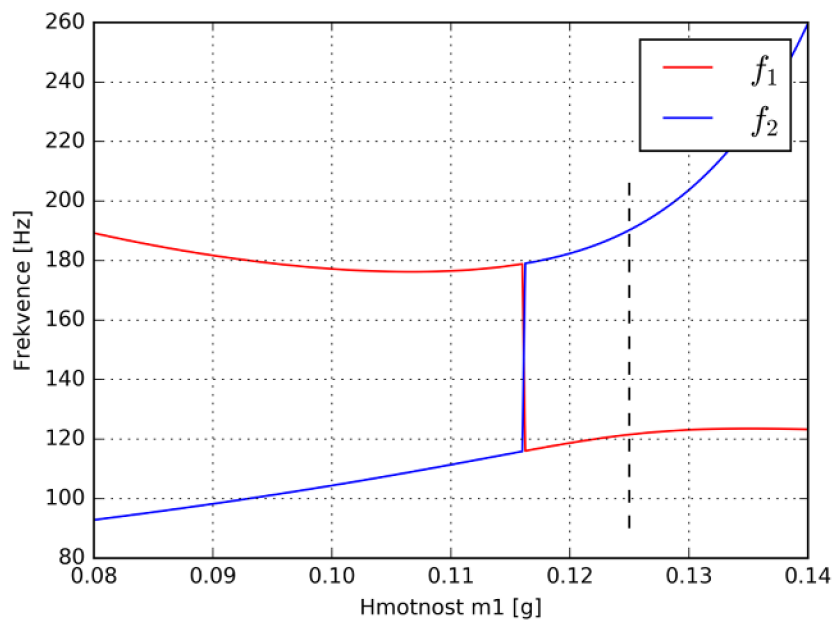
Obr. B-6. Závislost vlastních frekvencí dvouhmotového modelu na tuhosti  $k_3$



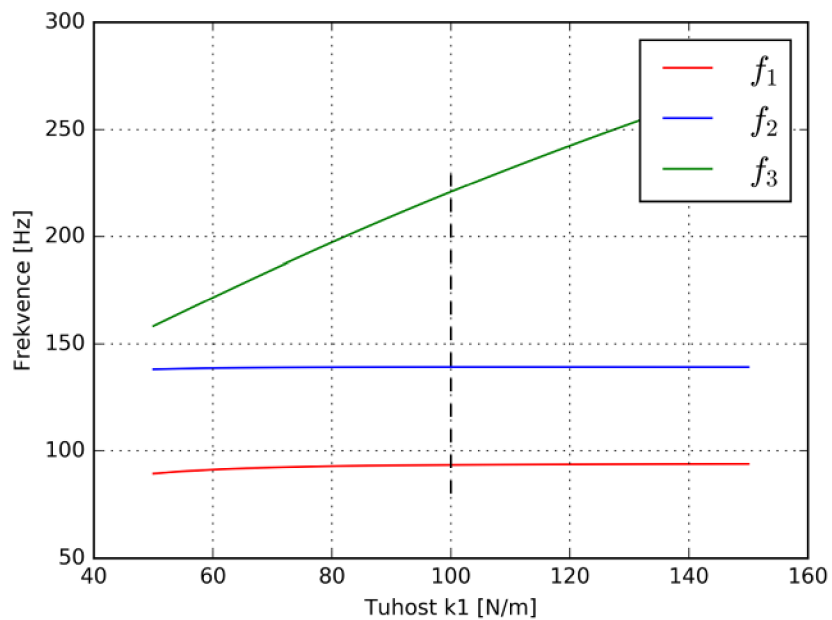
Obr. B-7. Závislost vlastních frekvencí dvouhmotového modelu na tlumicí konstantě  $b_1$



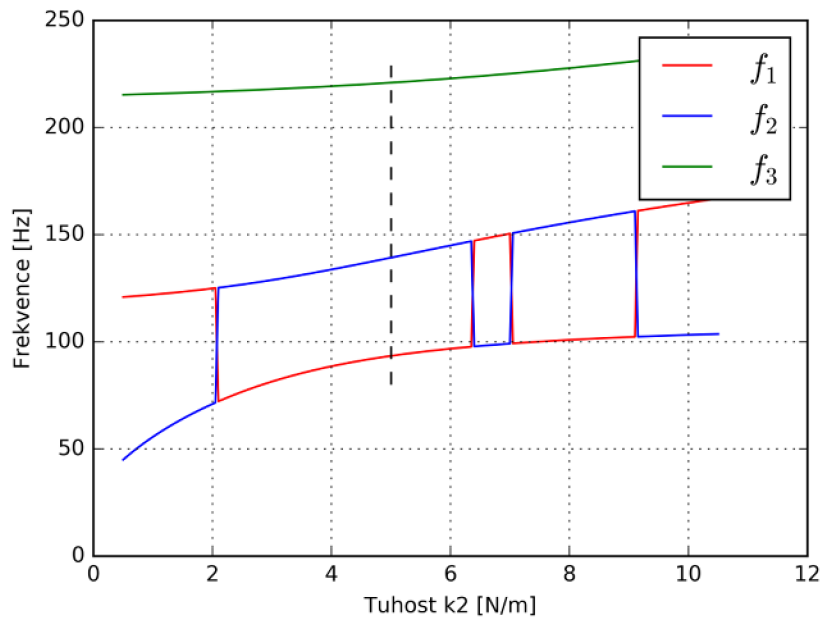
Obr. B-8. Závislost vlastních frekvencí dvouhmotového modelu na tlumicí konstantě  $b_2$



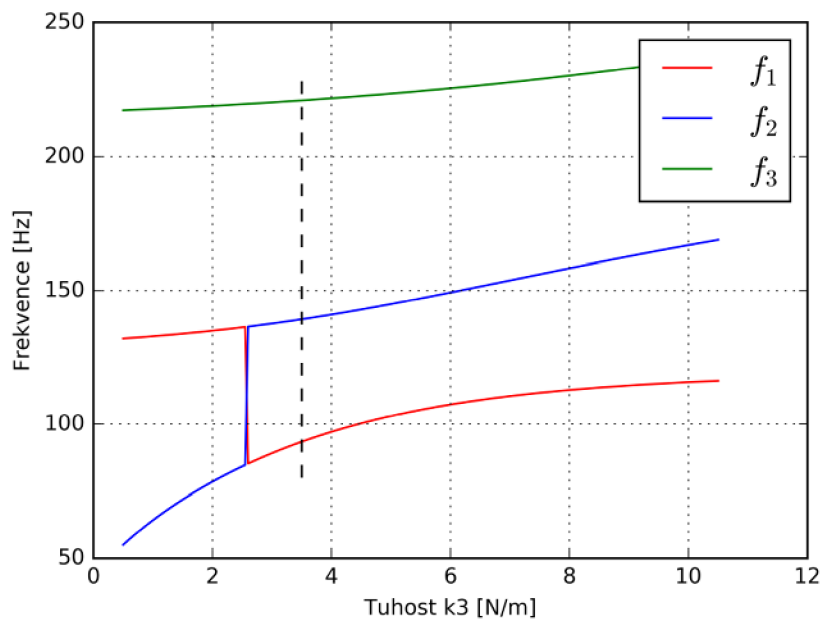
Obr. B-9. Závislost vlastních frekvencí dvoumotového modelu na hmotnosti tělesa  $m_1$



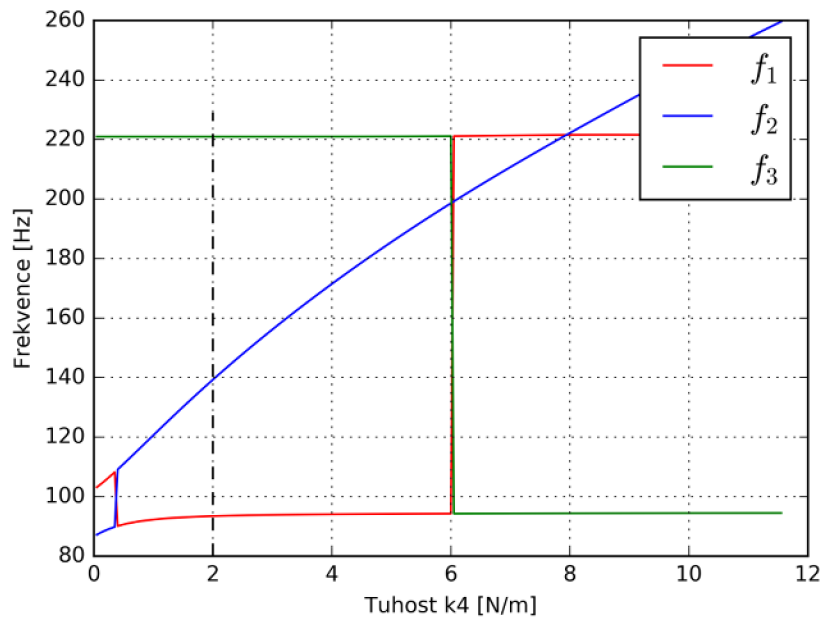
Obr. B-10. Závislost vlastních frekvencí třímotového modelu na tuhosti  $k_1$



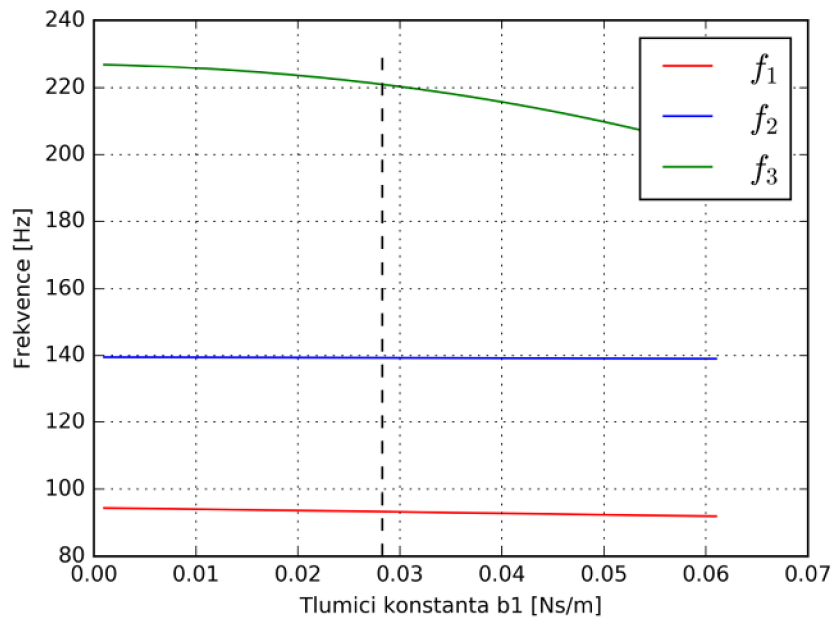
Obr. B-11. Závislost vlastních frekvencí třímotového modelu na tuhosti  $k_2$



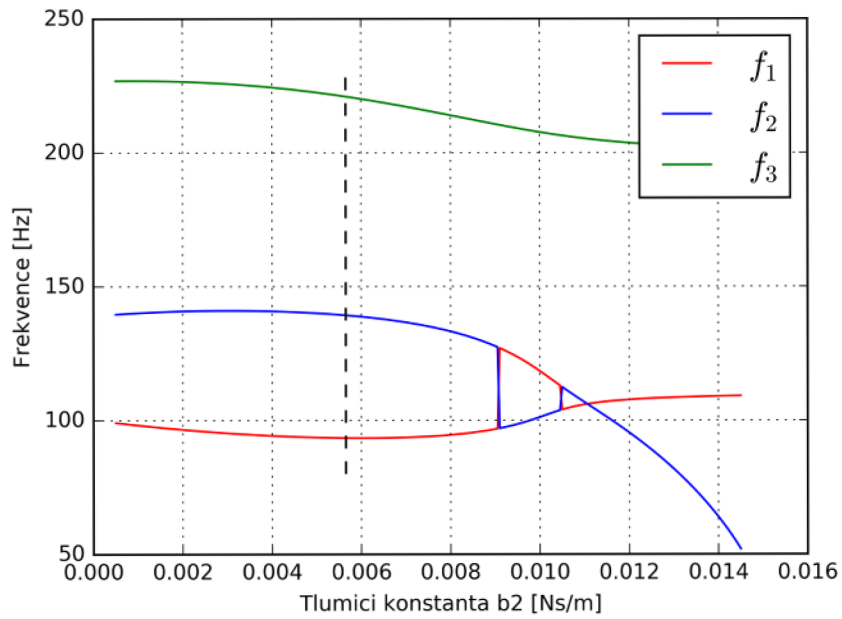
Obr. B-12. Závislost vlastních frekvencí třímotového modelu na tuhosti  $k_3$



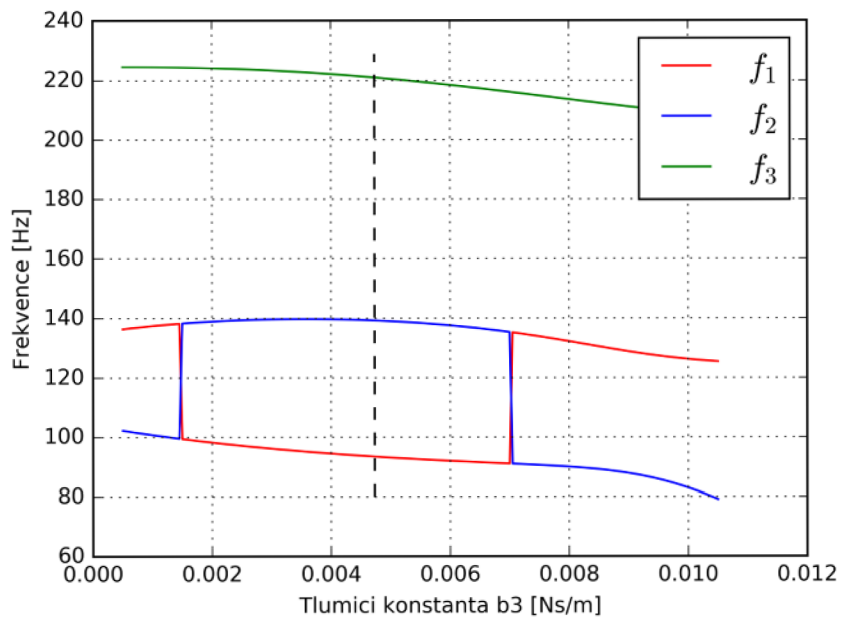
Obr. B-13. Závislost vlastních frekvencí tříhmotového modelu na tuhosti  $k_4$



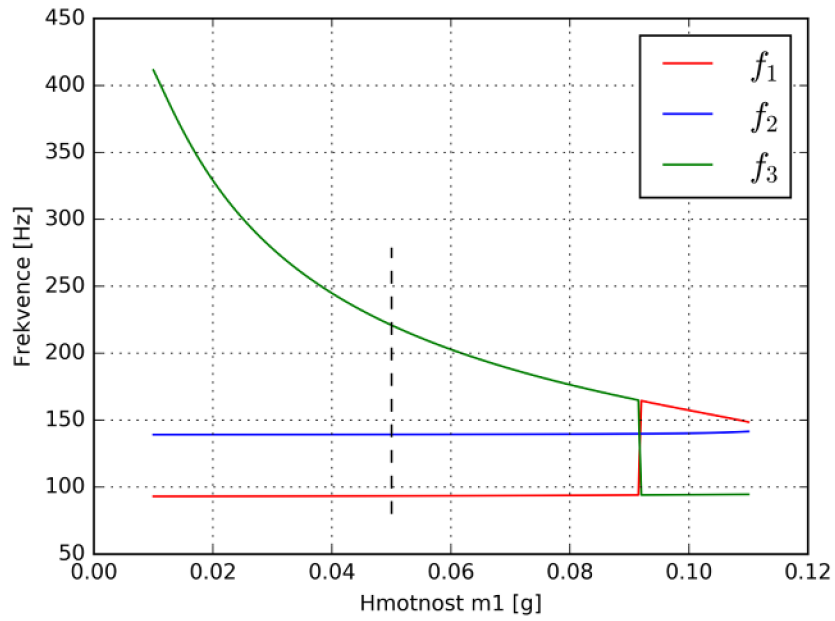
Obr. B-14. Závislost vlastních frekvencí tříhmotového modelu na tlumicí konstantě  $b_1$



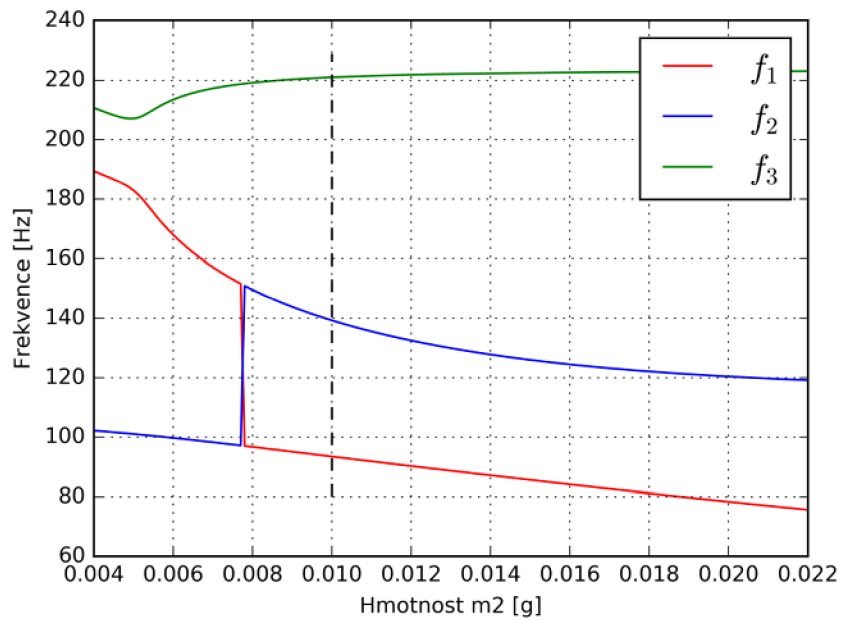
Obr. B-15. Závislost vlastních frekvencí třímotového modelu na tlumící konstantě  $b_2$



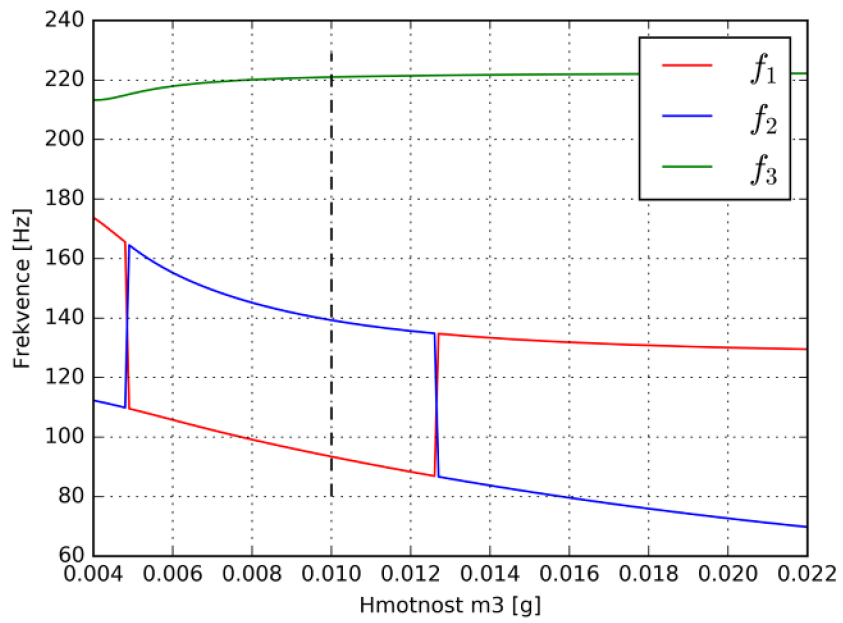
Obr. B-16. Závislost vlastních frekvencí třímotového modelu na tlumící konstantě  $b_3$



Obr. B-17. Závislost vlastních frekvencí tříhmotového modelu na hmotnosti tělesa  $m_1$



Obr. B-18. Závislost vlastních frekvencí tříhmotového modelu na hmotnosti tělesa  $m_2$



Obr. B-19. Závislost vlastních frekvencí tříhmotového modelu na hmotnosti tělesa  $m_3$



# PŘÍLOHA C

Součástí bakalářské práce je jedno CD, které obsahuje následující složky.

- **Analyticke\_modely**
  - obsahuje soubor Analyticke\_modely.py vytvořený v objektovém programovacím jazyku Python, průběhy výchylek a rychlostí a složku Citlivostni\_analyza
- **Konecnoprvkovy\_model**
  - obsahuje soubor Model\_hlasivek\_numericky\_vypocet.wbpz vytvořený v prostředí ANSYS Workbench 16.2 a složku Videa\_vlastnich\_tvaru s animacemi jednotlivých vlastních tvarů
- **Simulace\_Reinkeho\_edemu**
  - obsahuje soubor Simulace\_Reinkeho\_edemu.m vytvořený v programovacím jazyku Matlab a získané závislosti
- **VUT\_FSI\_Brno**
  - obsahuje elektronickou verzi bakalářské práce