

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Diplomová práce

2022

Kristýna Pabišová

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Kristýna Pabišová

Výuka matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ s využitím  
prvků z matematiky profesora Hejného

(Teaching Mathematics with children with special educational needs  
at the 1st stage of primary school using elements from the mathematics of  
Professor Hejný)

Olomouc 2022

vedoucí práce: doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci na téma Výuka matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ s využitím prvků z matematiky profesora Hejného zpracovala samostatně, pod vedením doc. PhDr. Radky Dofkové, Ph.D. a použila jsem jen uvedené zdroje a literaturu.

V Olomouci dne

.....

Kristýna Pabišová

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí mé diplomové práce doc. PhDr. Radce Dofkové, Ph.D. za cenné rady, podnětné připomínky i za čas věnovaný mé práci a odbornému vedení. Dále děkuji panu řediteli a pedagogům na ZŠ Hranice, Tř. 1. máje za podporu a vstřícnost. Velké poděkování náleží samozřejmě také mé rodině a partnerovi, kteří mě podporovali po celou dobu studia a při psaní této práce.

# Obsah

Úvod .....	7
TEORETICKÁ ČÁST .....	9
1 Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami .....	9
1.1 Klasifikace žáků se SVP podle MŠMT .....	10
1.1.1 Žáci, kteří potřebují ve vzdělávání podporu z důvodu zdravotního stavu	10
1.1.2 Žáci s vadami řeči .....	12
1.1.3 Žáci se specifickými poruchami učení, pozornosti a chování .....	12
1.1.4 Žáci z odlišných kulturních a životních podmínek a žáci, jejichž mateřským jazykem není čeština .....	16
1.1.5 Žáci nadaní či mimořádně nadaní .....	16
2 Systém vzdělávání v české republice .....	17
2.1 Kurikulární dokumenty a jejich systém .....	17
2.2 Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami .....	17
2.3 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání .....	19
2.3.1 Klíčové kompetence.....	19
2.3.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace.....	19
2.3.3 Očekávané výstupy v matematice za 1. období prvního stupně ZŠ.....	20
3 Transmisivní a konstruktivistické pojetí vyučování matematiky.....	23
3.1 Transmisivní způsob výuky .....	23
3.2 Hejného metoda .....	25
3.2.1 Vývoj metody prof. Hejného .....	25
3.2.2 Koncept dvanácti klíčových principů .....	26
3.2.3 Pět výukových zásad .....	28
3.2.4 Očekávané výstupy .....	29
3.2.5 Didaktická prostředí .....	32

4	PRAKTICKÁ ČÁST .....	39
5	Charakteristika výzkumného šetření .....	39
5.1	Cíl výzkumu a výzkumné otázky .....	39
5.2	Metodologie výzkumného šetření .....	40
5.3	Výzkumný vzorek .....	42
5.4	Analýza a interpretace všech získaných dat u jednotlivých žáků .....	44
	Případová studie č. 1 – žák A .....	44
	Případová studie č. 2 – žák B .....	50
	Případová studie č. 3 – žák C .....	54
5.5	Komparace výsledků výzkumného šetření .....	59
6	Shrnutí výzkumného šetření .....	61
	ZÁVĚR .....	63
	Seznam literatury a odborných zdrojů .....	64
	Internetové zdroje a weby .....	66
	Učebnice .....	67
	Legislativa .....	68
	Seznam zkratk .....	69
	Seznam obrázků .....	70
	Seznam tabulek .....	71
	seznam Příloh .....	72
	Anotace .....	11

## Úvod

Ve školství se za posledních několik let začalo objevovat mnoho nových přístupů ke vzdělávání, a to i v oblasti matematiky. Velký rozruch vyvolal se svou metodou právě i prof. Hejný, který má na své straně mnoho příznivců, ale také stále existuje vůči jeho metodě řada skeptiků.

Ke vzniku diplomové práce na téma *Výuka matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ s využitím prvků z matematiky profesora Hejného* mne inspiroval můj malý bratranec, který před čtyřmi lety, na běžné základní škole na Novojičínsku, postoupil do třetí třídy. Tenkrát se právě jejich třída začala učit matematiku Hejného metodou. V té době jsem o metodě slýchávala čím dál tím častěji, a to jak spoustu pozitivních ohlasů, tak i těch negativních. Zajímalo mě, zda za ta negativní hodnocení může samotná metoda nebo je faktorů, které ovlivňují účinnost metody více včetně osobnosti a kvality proškolení pedagoga. Jelikož studuji obor *Učitelství pro 1. stupeň základních škol a speciální pedagogika*, tak jsem se na praxích setkávala s různými skupinami žáků se SVP včetně těch, kteří byli v rámci inkluze začleněni do běžných ZŠ. A právě zde mě začala napadat otázka, zda existuje nějaký lepší způsob, jak tyto žáky se SVP učit matematiku a jak jim vztah k matematice zlepšit, protože mnoho těchto žáků mělo k matematice dokonce až odpor. Tak se postupně z těchto všech zážitků, myšlenek a úvah vykrystalizoval nápad na téma této diplomové práce, jejíž název jsme si uvedli výše.

Diplomová práce je rozčleněna na teoretickou a praktickou část. V teoretické části se čtenář seznámí s uvedenou základní terminologií. Definujeme si kdo jsou žáci se SVP, jak je dle MŠMT dále klasifikujeme a jednotlivé skupiny žáků, kteří mají SVP si zároveň i blíže popíšeme. Jelikož výzkum realizujeme v České republice, považuje autor za vhodné uvést informace o zdejším systému vzdělávání, včetně vzdělávání žáků se SVP. Kapitola o transmisivním a konstruktivistickém pojetí vyučování matematiky nám pak blíže charakterizuje tyto přístupy s tím, že transmisivní způsob je popsán pouze okrajově, jelikož není hlavní myšlenkou této práce. Naproti tomu mezi konstruktivistické pojetí vyučování řadíme Hejného metodu, které se teoretická část z velké části věnuje, protože je to nosné téma práce.

Začátek praktické části seznamuje čtenáře s hlavním cílem práce a uvádí tři výzkumné otázky, na které se snažila odpovědět. V podkapitole Metodologie výzkumného šetření je pak popsáno, co je to případová studie a jaké metody byly použity při získávání dat. Čtenář se zde

dočte také informace o výzkumném vzorku, a to kde výzkum probíhal, kdy probíhal a kdo byl účastníkem sledovaného vzorku. Podkapitola Analýza a interpretace všech získaných dat u jednotlivých žáků pak již obsahuje tři případové studie žáků se SVP, které jsou vytvořeny na základě jednotlivých metod získávání informací pro tuto práci (rozhovory s pedagogy i žáky, pozorování ve výuce, výuka s využitím prvků matematiky prof. Hejného a v poslední řadě analyzování dat ze závěrečného pracovního listu, který žáci řešili).

Lze shrnout, že hlavním cílem této diplomové práce bylo zjistit, zda bude využití prvků Hejného metody pro žáky se SVP na 1. stupni ZŠ, kteří jsou v matematice vzdělávání běžným způsobem, přínosné.



# TEORETICKÁ ČÁST

## 1 Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami

Jelikož jsou žáci se speciálními vzdělávacími potřebami (dále jen SVP) tématem této diplomové práce, je potřeba si tuto širokou a velmi pestrou skupinu lidí nějakým způsobem definovat a seznámit se s ní.

V původním znění školského zákona ze dne 24. září 2004 v § 16 byly osoby se SVP, oproti nynější platné novelizaci, definovány více konkrétněji, a to následovně:

*„(1) Dítětem, žákem a studentem se speciálními vzdělávacími potřebami je osoba se zdravotním postižením, zdravotním znevýhodněním nebo sociálním znevýhodněním.*

*(2) Zdravotním postižením je pro účely tohoto zákona mentální, tělesné, zrakové nebo sluchové postižení, vady řeči, souběžné postižení více vadami, autismus a vývojové poruchy učení nebo chování.*

*(3) Zdravotním znevýhodněním je pro účely tohoto zákona zdravotní oslabení, dlouhodobá nemoc nebo lehčí zdravotní poruchy vedoucí k poruchám učení a chování, které vyžadují zohlednění při vzdělávání.*

*(4) Sociálním znevýhodněním je pro účely tohoto zákona*

*a) rodinné prostředí s nízkým sociálně kulturním postavením, ohrožení sociálně patologickými jevy,*

*b) nařízená ústavní výchova nebo uložená ochranná výchova, nebo*

*c) postavení azylanta, osoby požívající doplňkové ochrany a účastníka řízení o udělení mezinárodní ochrany na území České republiky podle zvláštního právního předpisu.“ (§ 16 školského zákona – původní verze z r. 2004)*

Dnes jsou, dle aktuálního znění školského zákona, žáci se SVP charakterizováni takto:

*„(1) Dítětem, žákem a studentem se speciálními vzdělávacími potřebami se rozumí osoba, která k naplnění svých vzdělávacích možností nebo k uplatnění nebo užívání svých práv na rovnoprávném základě s ostatními potřebuje poskytnutí podpůrných opatření. Podpůrnými opatřeními se rozumí nezbytné úpravy ve vzdělávání a školských službách odpovídající zdravotnímu stavu, kulturnímu prostředí nebo jiným životním podmínkám dítěte, žáka nebo studenta. Děti, žáci a studenti se speciálními vzdělávacími potřebami mají právo*

*na bezplatné poskytování podpůrných opatření školou a školským zařízením.*“ (§ 16 školského zákona)

Jak Kendíková (2017) uvádí, novelizovaný § 16 školského zákona již SVP dále nečlení, nicméně je podle ní vhodné si vyjmenovat alespoň ty nejčastější, se kterými se mohou učitelé na základní škole (dále jen ZŠ) setkat:

- *„Tělesné postižení,*
- *Zrakové postižení,*
- *Sluchové postižení,*
- *Lehké mentální postižení,*
- *Poruchy řeči,*
- *Poruchy autistického spektra,*
- *Kombinované vady,*
- *Poruchy chování,*
- *ADHD,*
- *Specifické poruchy učení – např. dyslexie, dysgrafie, dyskalkulie,*
- *Dlouhodobá závažná onemocnění.*“ (Kendíková, 2017, s. 8)

Hečková (2017) navíc uvádí, že zde spadají také žáci z odlišných kulturních a životních podmínek, žáci, kteří nemají češtinu jako mateřský jazyk a rovněž žáci nadaní i mimořádně nadaní.

## **1.1 Klasifikace žáků se SVP podle MŠMT**

V této podkapitole se podíváme, jak MŠMT klasifikuje žáky se SVP a zároveň si jednotlivé části blíže popíšeme.

### **1.1.1 Žáci, kteří potřebují ve vzdělávání podporu z důvodu zdravotního stavu**

Patří zde žáci se zrakovým, sluchovým, tělesným či mentálním postižením, dále pak žáci s kombinovanými vadami a rovněž žáci se zdravotním oslabením, nemocí dlouhodobého trvání nebo s lehčími zdravotními poruchami, které vedou k poruchám učení. (MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017 [online])

Z této kapitoly si blíže popíšeme pouze žáka s lehkým mentálním postižením a žáka s oslabením kognitivního vývoje, jelikož s těmito dvěma skupinami jedinců se na běžných ZŠ můžeme setkat nejčastěji.

- **Mentální postižení**

Mentální postižení je vývojová porucha rozumových schopností, která omezuje i oslabuje schopnost daného jedince se adaptovat a projevuje se hlavně snížením kognitivních, řečových i jiných schopností s etiologií prenatalní, perinatální i časně postnatální, která omezuje a oslabuje adaptační schopnosti jedince. Na základě zhodnocení struktury inteligence a schopnosti adaptačního chování, inteligenčního kvocientu a úrovně zvládnutí běžných sociálně-kulturních nároků na člověka, se určuje stupeň postižení. Podstatná je pro stanovení diagnózy i snížená úroveň intelektových funkcí, které vedou ke snížené schopnosti přizpůsobit se každodenním nárokům běžné společnosti. (Valenta a kol., 2015)

- **žák s lehkou mentální retardací**

Dle Mezinárodní statistické klasifikace nemocí a přidružených zdravotních problémů je lehká mentální retardace ohraničena rozmezím naměřené inteligence, kdy se IQ pohybuje zhruba mezi 50 až 69, přičemž taková hodnota u dospělého jedince odpovídá mentálnímu věku 9 až 12 let. Tito žáci již mívají ve škole při výuce znatelné problémy. (MKN-10, 2018)

- **Žák s oslabením kognitivního výkonu**

Za žáka s oslabením kognitivního výkonu je považován jedinec, jehož poznávání je na nižší úrovni, než se od běžného průměrného žáka čeká. (Valenta a kol., 2015)

Jedná se o snížení výkonosti tak, že ještě není na úrovni mentálního postižení, respektive mentální retardace, přesto však žáka při vzdělávání znevýhodňuje a je zapotřebí zavést podpůrná opatření vzdělávacího (případně psychosociálního) charakteru. (Valenta, Krejčová, Hlebová, 2020)

Pokud porovnááme žáka s populační normou jeho vrstevníků, jedná se v pojetí inteligence o jedince s podprůměrnými rozumovými schopnostmi nebo také tzv. hraničními rozumovými schopnostmi (hraniční pásmo mentální retardace). (Valenta a kol., 2015)

Sindelarová (2007) se ve spojitosti s oslabením kognitivního výkonu zabývá tzv. deficitem dílčích funkcí, což jsou jednotlivé složky procesů poznávání, ve kterých se ukazují oslabení, což má potom dopad i na komplexnější procesy učení a myšlení.

Oslabení kognitivního výkonu lze vnímat právě i jako dosti variabilní profil dílčích deficitů projevujících se u každého žáka určitým specifickým způsobem a v některých jiných oblastech poznávání mohou být recipročně doplněny silnými stránkami. (Valenta a kol., 2015)

### 1.1.2 Žáci s vadami řeči

Zde jsou myšleny poruchy při zpracování jazykové informace, kdy je problém při přijímání informace i jejím produkování. Poruchy mluvené řeči, jako třeba rotacismus (ráčkování) nebo balbutismus (kuktání), které nemají vliv na samotné porozumění jazyku a jsou způsobené jinými důvody, tady nepatří. (MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017 [online])

*„Spadá sem řada různých vad řeči, například:*

*a) Afázie: porucha produkce nebo porozumění řeči.*

*b) Dysfázie: porucha produkce nebo porozumění řeči (lehčí než afázie).*

*c) Dysartrie: porucha artikulace.*

*d) Dyslalie: patlavost dětí u opožděného vývoje řeči.*

*e) Mutismus: němota.*

*f) Ataktická (Skandovaná) řeč u poruch mozečku“*

(MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017, s. 1 [online])

### 1.1.3 Žáci se specifickými poruchami učení, pozornosti a chování

#### Specifické poruchy učení

Jak MŠMT (2017) uvádí, poruchy učení jsou takové poruchy, které zapříčiňují obtíže ve výuce během vzdělávacího procesu, v důsledku nedostatečně rozvinutých schopností žáků.

Michalová (2016) uvádí, že terminologie specifických poruch učení není v České republice jednotná a toto platí i ve světě.

Definice specifických poruch učení si procházejí za celou dobu své historie určitým vývojem. Pro představu Matějček (1995) uvádí dvě definice SPU, které pocházejí z anglicky

mluvících zemí. První byla publikována roku 1967 Úřadem pro výchovu v USA a zní následovně:

*„Specifické poruchy učení jsou poruchami v jednom nebo více psychických procesech, které se účastní v porozumění řeči nebo v užívání řeči, a to mluvené i psané. Tyto poruchy se mohou projevat v nedokonalé schopnosti naslouchat, myslet, mluvit, číst, psát nebo počítat. Zahrmují stavy jako je např. narušené vnímání, mozkové poškození, lehká mozková dysfunkce, dyslexie, vývojová dysfázie atd.“* (Matějček, 1995, s. 24)

Druhá definice je už podle Matějčka (1995) obsáhlejší a byla publikována roku 1980 skupinou expertů Národního ústavu zdraví ve Washingtonu spolu s dalšími experty a institucemi. Znění této definice bylo následovné:

*„Poruchy učení jsou souhrnným označením různorodé skupiny poruch, které se projevují zřetelnými obtížemi při nabývání a užívání takových dovedností, jako je mluvení, porozumění mluvené řeči, čtení, psaní, matematické usuzování nebo počítání. Tyto poruchy jsou vlastní postiženému jedinci a předpokládají dysfunkci centrálního nervového systému. I když se poruchy učení může vyskytnout souběžně s jinými formami postižení (jako např. smyslové vady, mentální retardace, sociální a emocionální poruchy) nebo souběžně s jinými vlivy prostředí (např. kulturní zvláštnosti, nedostatečná nebo nevhodná výuka, psychogenní činitelé), není přímým následkem takových postižení nebo nepříznivých vlivů.“* (Matějček, 1995, s. 24)

### **Patří zde:**

- **Dyslexie** neboli specifická porucha čtení.

Dyslektici, i když ne všichni, mívají v matematice problémy s písemným zadáním jednotlivých úkolů a rovněž s řešením slovních úloh, jelikož je zde velmi důležité správně porozumět textu. S tímto souvisí také obtíže, kdy je potřeba převést informace psané slovy do matematického jazyka. Někteří podle ní mohou mít dokonce problém i se symbolickým matematickým zápisem. (Blažková, 2017)

Prvotní je vždy správná diagnostika a tedy zjištění, odkud přičiny pramení. Příčiny mohou mít zdrojů více, proto jsou členěny dle několika oblastí, jako je technická stránka řeči, porozumění čtenému textu, podpora percepce a ostatních poznávacích funkcí, ale i pátrání po alternativních způsobech práce. (Krejčová, 2019)

- **Dysgrafie** neboli specifická porucha psaní.

Pro dysgrafiky bývá v matematice obtížné osvojit si jednotlivé znaky a číslice. Žák také může dělat chyby v zápise číslic na řádku (nedodržet stejnou velikost), zaměnění pořadí číslic nebo špatně zapíše čísla v algoritmech písemných operací. Také neupravený zápis nebo výrazná pomalost při psaní mohou mít za následek chyby v matematických operacích. (Blažková, 2017)

- **Dysortografie** neboli specifická porucha pravopisu, která se dle Michalové (2016) objevuje až v 95 % spolu s dyslexií.

Projevuje se například nerozlišováním sykavek, vynechávání, přidávání či přehození písmen či slabik, délky samohlásek nebo měkčení a rovněž záměna zvukově podobných hlásek či slabik. V matematice může být úskalí v diktování čísel. (Blažková, 2017)

- **Dyskalkulie** neboli specifická porucha matematických funkcí (počítání, práce s matematickými symboly), kdy žák dosahuje v matematice výrazně horších výsledků, než by se vzhledem k jeho inteligenci očekávalo. (Blažková, 2017)

V praxi se lze střetnout s několika formami dyskalkulií, jelikož se jedná o multifaktoriálně podmíněnou poruchu, kdy zde působí příčiny organické, psychické, sociální a didaktické. Matematická schopnost není celistvá, a proto se při řešení matematických úloh používá ve spojitosti s mluvenou a psanou řečí faktor verbální, u úkolů psaných a geometrie je to faktor prostorový, usuzování a s tím spojená matematická logika, faktor numerický atd. (Zelinková, 2015)

- **Dyspinxie** neboli specifická porucha výtvarných schopností. Její projevy jsou znatelné hlavně v geometrii při rýsování, ale problémy žákům dělá i pochopení obrázku znázorňujícího prostorovou situaci v rovině (Blažková, 2017).

- **Dysmúzie** neboli specifická porucha v získávání hudebních dovedností. Jedná se o snížení či úplnou ztrátu smyslu pro hudbu – melodii a rytmus, přičemž ztráta smyslu pro rytmus je pro matematiku problémem (Blažková, 2017).

- **Dyspraxie** neboli specifická porucha, která zasahuje osvojování, plánování a schopnost provádět složitější úkony, především motorická neobratnost. Pro matematiku to znamená možnou neupravenost číselných zápisů nebo rýsovaných obrázků (Blažková, 2017).

## Poruchy pozornosti

Zde řadíme především poruchu pozornosti s hyperaktivitou neboli ADHD a také bez hyperaktivity, kterým říkáme ADD.

- **ADHD** je porucha typická obtížemi s pozorností, hyperaktivitou a impulzivitou. Takový žák mnohdy nezvládá dodržovat pravidla chování či vykonávat určité pracovní činnosti opakovaně v delším časovém horizontu. (MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017)
- **ADD** je vývojová porucha, pro kterou jsou typické obtíže s udržením pozornosti při různých činnostech, ale také obtíže s organizací činností či řešení úkolů, které vyžadují koncentraci. Charakteristické je rovněž zapominání, problém vnímat instrukce, rozptylování okolními podmínkami nebo problémy pracovat dle pokynů a zadané úkoly dokončit. (MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017)

## Poruchy chování

Dle MŠMT je porucha chování termín, označující chování dítěte, které se odlišuje od příslušné věkové i kulturní normy. Takové chování má negativní dopad na školní výkon žáka, ovšem projevuje se i v prostředí rodinném a sociálním. Poruchové chování pak prý všeobecně vytyčují tyto tři znaky:

- a) chování, které nedodrhuje sociální normy, i přesto, že je žák chápe a rozumí jim
- b) neschopnost udržovat společenské vztahy v přijatelných mezích
- c) agresivita

(MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017)

#### **1.1.4 Žáci z odlišných kulturních a životních podmínek a žáci, jejichž mateřským jazykem není čeština**

Těmto jedincům říkáme také **žáci se sociálním znevýhodněním**, mezi které řadíme žáky pocházející z rodinného prostředí s nízkým sociálně kulturním postavením či žáky s nařízenou ústavní nebo ochrannou výchovou. Patří zde i jedinci, kteří nemají český jazyk jako svůj mateřský. Jde o žáky z rodin cizinců pobývajících v České republice. (MŠMT, Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami, 2017 [online])

#### **1.1.5 Žáci nadaní či mimořádně nadaní**

Tyto pojmy definuje Vyhláška o vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných následovně:

***„Nadaný a mimořádně nadaný žák***

*(1) Za nadaného žáka se pro účely této vyhlášky považuje především žák, který při adekvátní podpoře vykazuje ve srovnání s vrstevníky vysokou úroveň v jedné či více oblastech rozumových schopností, v pohybových, manuálních, uměleckých nebo sociálních dovednostech.*

*(2) Za mimořádně nadaného žáka se pro účely této vyhlášky považuje především žák, jehož rozložení schopností dosahuje mimořádné úrovně při vysoké tvořivosti v celém okruhu činností nebo v jednotlivých oblastech rozumových schopností, v pohybových, manuálních, uměleckých nebo sociálních dovednostech.“ (§ 27 vyhlášky č. 27/2016 Sb.)*



## 2 Systém vzdělávání v české republice

### 2.1 Kurikulární dokumenty a jejich systém

V České republice je vytvořen systém kurikulárních dokumentů určených pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let, který je sepsán v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (tzv. Bílá kniha) a zakotvený ve školském zákoně, tedy v **zákoně č. 561/2004 Sb.**, o *předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání*, ve znění pozdějších předpisů (novelizace – **zákon č. 261/2021 Sb.**). (RVP ZV, 2021)

V České republice jsou vytvářeny kurikulární dokumenty na státní a školní úrovni. V systému těchto dokumentů na státní úrovni stojí tzv. rámcové vzdělávací programy (dále RVP), kdy vymezují povinné rámce pro konkrétní fáze vzdělávání, jako jsou předškolní, základní a střední vzdělávání. Na jednotlivých školách se pak vzdělávání realizuje podle školního vzdělávacího programu (dále ŠVP), což představuje školní úroveň dokumentů. RVP a ŠVP jsou veřejnými dokumenty, které jsou volně přístupné pro širokou veřejnost. (RVP ZV, 2021)

RVP:

- vycházejí z nové strategie vzdělávání, kdy je vyzdvihována důležitost klíčových kompetencí (tj. soubor vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot) a jejich propojení s obsahem vzdělávání a následně v reálném životě umět tyto nabyté znalosti a dovednosti uplatnit;
- vycházejí z pojetí společného vzdělávání i celoživotního učení;
- vymezují očekávanou úroveň vzdělání určenou pro všechny absolventy jednotlivých fází vzdělávání;
- podporují pedagogickou samosprávu škol a učitelé přebírají profesní zodpovědnost za výsledky vzdělávání.

(RVP ZV, 2021)

### 2.2 Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami

V České republice je vzdělávání vykonáváno v souladu se **zákonem č. 561/2004 Sb.**, o *předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon)* (novelizace – **zákon č. 261/2021 Sb.**), kdy právo na vzdělání mají všechny děti bez výjimky.

Podrobněji se vzděláváním žáků se SVP zabývá **vyhláška č. 606/2020 Sb.**, kterou se mění **vyhláška č. 27/2016 Sb.**, *o vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných*. (Nahradily původní vyhlášku č. 73/2005 Sb., *o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných*.) Tato vyhláška blíže specifikuje oblasti jako jsou podpůrná opatření a jejich pět stupňů, které jsou konkretizovány a popsány v příloze č. 1 této vyhlášky. Rovněž pak Individuální vzdělávací plán (dále jen IVP), pedagogickou intervenci, asistenta pedagoga, ustanovení o vzdělávání žáků uvedených v § 16 odst. 9 školského zákona, ale i vzdělávání žáků nadaných a mimořádně nadaných.

V § 1 vyhlášky č. 73/2005 Sb. se uvádí, že ke vzdělávání žáků se SVP se využívají tzv. **vyrovnávací a podpůrná opatření**. → toto již v nové vyhlášce uvedeno není!

„(2) *Vyrovnávacími opatřeními při vzdělávání žáků se zdravotním nebo sociálním znevýhodněním se pro účely této vyhlášky rozumí využívání pedagogických, popřípadě speciálně pedagogických metod a postupů, které odpovídají vzdělávacím potřebám žáků, poskytování individuální podpory v rámci výuky a přípravy na výuku, využívání poradenských služeb školy a školských poradenských zařízení, individuálního vzdělávacího plánu a služeb asistenta pedagoga*2). Škola tato opatření poskytuje na základě pedagogického posouzení vzdělávacích potřeb žáka, průběhu a výsledků jeho vzdělávání, popřípadě ve spolupráci se školským poradenským zařízením.

(3) *Podpůrnými opatřeními při vzdělávání žáků se zdravotním postižením se pro účely této vyhlášky rozumí využití speciálních metod, postupů, forem a prostředků vzdělávání, kompenzačních, rehabilitačních a učebních pomůcek, speciálních učebnic a didaktických materiálů, zařazení předmětů speciálně pedagogické péče, poskytování pedagogicko-psychologických služeb 1), zajištění služeb asistenta pedagoga 2), snížení počtu žáků ve třídě nebo studijní skupině nebo jiná úprava organizace vzdělávání zohledňující speciální vzdělávací potřeby žáka.*“

(§ 1 vyhlášky č. 73/2005 Sb.)

Ve vztahu ke vzdělávání žáků se SVP je podstatná rovněž i **vyhláška č. 607/2020 Sb.**, kterou se mění **vyhláška č. 72/2005 Sb.**, *o poskytování poradenských služeb ve školách a školských zařízeních*. Tato vyhláška popisuje jednotlivá poradenská zařízení podle skupiny, na

kterou cílí, dle záměru jejich zřízení, ale také podmínek poskytnutí jejich služeb a běžných činností.

## **2.3 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání**

Povinnost školní docházky platí pro základní vzdělávání, kdy je následně dosaženo na základní škole tzv. úrovně základní vzdělání. Pro uskutečnění základního vzdělávání byl v souladu se školským zákonem vytvořen Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP).

Organizaci, průběh či podrobnosti o základním vzdělávání pak upravuje především tato legislativa: zákon č. 561/2004 Sb., *o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání* (tzv. školský zákon), ve znění pozdějších předpisů; vyhláška č. 48/2005 Sb., *o základním vzdělávání a některých náležitostech plnění povinné školní docházky*, ve znění pozdějších předpisů; vyhláška č. 27/2016 Sb., *o vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných*, ve znění pozdějších předpisů. (RVP ZV, 2021)

### **2.3.1 Klíčové kompetence**

Souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů, ale i hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti nazýváme klíčové kompetence. (RVP ZV, 2021)

Mezi klíčové kompetence patří:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální,
- kompetence občanské,
- kompetence pracovní,
- a nově přidaná kompetence digitální. (RVP ZV, 2021)

### **2.3.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace**

Matematika a její aplikace je vzdělávací oblast postavena hlavně na aktivních činnostech, důležitých pro práci s matematickými objekty i pro využití matematiky v běžném

životě. Umožňuje získat matematickou gramotnost, která je souborem vědomostí i dovedností a schopnosti aplikovat je v životě do praxe. (RVP ZV, 2021)

Důraz je při vzdělávání kladen na důkladné pochopení základních myšlenkových postupů a pojmů matematiky i jejich vztahů navzájem. Žáci si krok za krokem osvojují některé pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku i možnosti jejich použití. (RVP ZV, 2021)

### 2.3.3 Očekávané výstupy v matematice za 1. období prvního stupně ZŠ

Vzdělávací obsah tvoří očekávané výstupy a učivo. Vzdelávací obsah je pro 1. stupeň rozdělen na 1. období (tj. 1.–3. ročník) a 2. období (tj. 4.–5. ročník). (RVP ZV, 2021)

RVP ZV (2021) rozděluje tuto vzdělávací oblast pro 1. stupeň na následující čtyři tematické okruhy, u kterých jsou uvedeny jejich očekávané výstupy. V RVP ZV je vždy uvedena také tzv. „*minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření*“, která však není určena automaticky pro všechny žáky se SVP, jelikož ne vždy je toto opatření potřeba a aplikuje se až od vyššího stupně podpůrných opatření:

#### 1. Číslo a početní operace

V tomto okruhu si žáci osvojují aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět konkrétní operaci, algoritmické porozumění (neboli z jakého důvodu je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (tedy dokázat operaci propojit s reálnou situací). Žák se učí získávat číselné údaje prostřednictvím měření, odhadování, zaokrouhlováním a výpočtem, ale také poznává pojem proměnná a její úlohu při matematizaci situací z praxe. (RVP ZV, 2021)

*„Očekávané výstupy – 1. období*

*Žák*

- *používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků*
- *čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti*
- *užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose*
- *provádí z paměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly*
- *řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace“.* (RVP ZV, 2021, s. 31)

## 2. Závislosti, vztahy a práce s daty

Zde se žáci učí rozpoznávat jisté typy změn a závislostí, kterými se projevují běžné jevy v reálném životě. Postupně chápou změny a vazby známých jevů, uvědomují si, že růst i pokles mohou být změnou a změna může mít dokonce i nulovou hodnotu. Tyto změny a vazby žáci analyzují z grafů, tabulek či diagramů a v elementárních případech je sestavují a následně matematickým předpisem vyjadřují nebo je, je-li to možné, modelují v patřičném počítačovém programu. Všechny tyto činnosti spějí k pochopení pojmu funkce. (RVP ZV, 2021)

*„Očekávané výstupy – 1. období*

*Žák*

- *orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času*
- *popisuje jednoduché závislosti z praktického života*
- *doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.*“ (RVP ZV, 2021, s. 32)

## 3. Geometrie v rovině a v prostoru

Žáci v tomto okruhu určují i znázorňují geometrické útvary a skrze ně si modelují skutečné situace, pátrají po podobnostech i odlišnostech útvarů vyskytujících se všude okolo nás. Učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikosti úhlů, obvody a obsahy jednotlivých těles a zdokonalují svůj grafický projev. Polohové a metrické úlohy vycházejí z reálných životních situací, a právě zkoumání tvaru a prostoru směřuje žáky k řešení těchto úloh. (RVP ZV, 2021)

*„Očekávané výstupy – 1. období*

*Žák*

- *rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci*
- *porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky*
- *rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.*“ (RVP ZV, 2021, s. 33)

## 4. Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Zásadní roli v matematickém vzdělávání hrají také nestandardní aplikační úlohy a problémy, u kterých řešení do jisté míry nezávisí na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale uplatňuje se zde logické myšlení. Během

vzdělávání na základní škole by tyto úlohy měly prostupovat všemi tematickými okruhy, jelikož se zde žáci učí řešit problémové situace i úlohy ze života a zároveň pochopit a analyzovat problém, utřídit si zjištěné údaje, podmínky a udělat si případný náčrt. Řešení logických úloh s obtížností závislou na úrovni rozumové vyspělosti konkrétního žáka, posiluje jeho vědomí ve schopnosti uvažovat logicky a může podpořit i žáky méně úspěšné v matematice. Žáci si osvojují využívání prostředků výpočetní techniky jako jsou například kalkulátory nebo určité výukové programy a využívání některých ostatních pomůcek, čímž se nabízí přístup k matematice i žákům s nedostatky v numerickém počítání a technikách rýsování. (RVP ZV, 2021)

*„Očekávané výstupy – 2. období*

*Žák*

- *řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ (RVP ZV, 2021, s. 34)*

## **3 Transmisivní a konstruktivistické pojetí vyučování matematiky**

### **3.1 Transmisivní způsob výuky**

Dle Zormanové (2012) transmisivní vyučování (přenos, předávání) zprostředkovává žákům hotové poznatky, respektive předpřipravené vědomosti i dovednosti, které si následně osvojují.

Hodnocení žáků se nejčastěji uskutečňuje formou testování. Většinu času pracují žáci samostatně a hledají správné odpovědi. Skupinová práce či diskuze bývá ve výuce minimálně a namísto aktivního porozumění tak může snadno dojít jen k prostému memorování. (Zormanová, 2012)

Transmisivní vyučování lze také označit jakožto tzv. tradiční neboli klasické vyučování soustředící se na plnění učebních osnov a obsahu vyučování, přičemž pedagog zde sehrává dominantní úlohu (Zormanová, 2012).

Dle Stehlíkové (in Hejný, Novotná, Vondrová, 2004) je transmisivní vyučování zaměřeno především na výkon žáka než na jeho osobnostní rozvoj.

Jak Okón (1966) tvrdí, základem tradičního vyučování je výklad, což je způsob výuky starý jako lidstvo samotné, jelikož si lidé už od dávných dob předávají mezi sebou vlastní zkušenosti i pořad se rozšiřující vědomosti.

Zormanová (2012) však zároveň uvádí, že metoda výkladu se v pedagogické praxi většinou neobjevuje sama, ale ve spojení s dalšími metodami výuky, jako kupříkladu s popisem či názorně demonstračními metodami. V tradiční výuce se z organizačních forem výuky užívá hlavně výuka frontální.

V praxi se většinou neseťkáváme s transmisivní výukou v úplně čisté podobě, protože bývá propojena s dalšími způsoby vyučování.

Okón (1966) ve své knize uvádí charakteristické znaky tradičního vyučování následovně:

- 1) Hlavní roli tady hraje pedagog, který je v autoritativní pozici a zaměřuje se na učební osnovy a obsah vyučování, kdy učí převážně formou výkladu. Žáci se učí vesměs hotovým vědomostem od pedagoga a z učebnic. Přes kvantum předepsané

učební látky, které musí zvládnout, už nestíhá sledovat jednotlivé žáky, jejich motivace k učení, způsobu práce a zda mají nějaké potíže.

- 2) Je možné, že z mnoha důvodů vzniknou překážky, mezery a obtíže, kterým se nevyhneme. Např. zapomenout zmínit jistý bod, použít při výkladu slovo, kterému žáci nerozumí či ho přeslechly nebo kvůli dočasné nepozornosti žáků.
- 3) Nemožnost přizpůsobit tempo výuky všem žákům. Nejčastěji se přizpůsobuje průměrným žákům.
- 4) Mnohdy nastávají problémy při kontrole nabytých vědomostí, především pak pokud pedagog využívá tradiční metody. I při odhalení omylů či nedostatků je nelze v tradičním vyučování odbourat, protože se opravit a doplnit mohou jen málokdy.
- 5) Poslední rys shrnuje výše zmíněnou charakteristiku a říká, že tradiční vyučování nedokáže zajistit většině žáků zvládnutí veškerých vědomostí, jež jim pedagog a učebnice sdělují. Údajně už po ukončení vyučování nebo po vyhotovení domácích úkolů nejsou vědomosti úplné a co teprve po delší době. Výsledky jsou pak závislé na úrovni a postoji konkrétního žáka, kdy se odvíjí od jeho dřívějších vědomostí a zkušeností v daném oboru, na jeho umu zapamatování a dalších schopnostech, ale i na motivaci k učení, jeho aktivitě a míře úsilí.



## 3.2 Hejného metoda

Hejného metoda je inovativní způsob vyučování, který je za posledních několik let velmi diskutovaným tématem vzdělávání v oblasti matematiky a setkává se ve své praxi s kritikou na jedné straně a s nadšením na straně druhé. V této podkapitole se tedy s metodou blíže seznámíme.

Hejného metodu řadíme mezi netradiční konstruktivistické pojetí vyučování.

Konstruktivistický přístup v pedagogice se soustředí na úroveň znalostí, schopností a na proces učení jako takový. Toto pojetí výuky předpokládá použití adekvátních výukových strategií, konkrétně těch, které aktivizují poznávací procesy žáka a směřují ho k rozvoji samostatnosti, fantazie, kreativity a schopnosti logicky myslet. (Zormanová, 2012)

Metoda profesora Hejného je neobyčejná, neboť je autenticky zakotvena v matematické zkušenosti, ale i v poměrně detailní znalosti dětské psychiky, protože on sám několik let učil na ZŠ. Autor se snaží udržet živý kontakt se skutečnou matematickou zkušeností. Z řad některých matematiků se potýká s neporozuměním, jelikož je pro ně nepochopitelná vágnost a pomalé tempo při zavádění pojmů tam, kde je možné žákům předat přesnou a stručnou definici. Dle nich pak Hejný údajně uvádí nepřehledné množství příkladů, které označuje zvláštním termínem *izolované modely*. Někteří dětské psychologové zase kritizují to, že Hejný trvá na tom, aby si žáci na věci přicházeli sami ve zdoluhavém procesu pokusů a omylů, přitom oni by naopak žáky naučili jednoduché pravidlo nebo celou tabulku násobení, čímž by jim poskytli přesné informace, o které se mohou opřít. (Kvasz, 2016)

### 3.2.1 Vývoj metody prof. Hejného

Jednotlivé prvky metody prof. Hejného, která je typická svým specifickým přístupem k výuce matematiky, vznikaly postupně v době, kdy prof. Vít Hejný (1904-1977) začal pátrat po příčinách nízké účinnosti při výuce matematiky a hledal cestu ke zlepšení. Dle něj spočívala příčina ve způsobu vyučování, kdy jsou prostřednictvím učitele žákovi předkládány matematické poznatky, které jsou rovněž zapsány v učebnicích. Přišel na to, že vyučování postavené na autonomním řešení úloh žáky je mnohem efektivnější a že je potřeba začít s tímto stylem výuky co nejdříve. Starší žáci jsou totiž naučeni na konzumní způsob učení, který po žákovi požaduje jen reprodukci a imitaci a pouze ojediněle s libostí přijímají vyučování vyžadující od nich tvořivost. Podle něj dospěje žák ke skutečnému poznání matematiky pouze vlastním úsilím řešením vhodně zvolených úloh. (Hejný, 2014)

### 3.2.2 Koncept dvanácti klíčových principů

Metoda profesora Hejného stojí na respektování 12 klíčových principů (viz. níže), které jsou uvedeny na webových stránkách společnosti H-mat, o.p.s. (dostupné z: [www.h-mat.cz/principy](http://www.h-mat.cz/principy)), přičemž tyto principy mají ucelený koncept, kdy žák objevuje matematiku sám a s potěšením.

#### 1. Budování schémat

- Žák zná i to, co jsme ho neučili.

Schéma je souhrn vzájemně propojených znalostí (matematické jevy, pojmy a procesy) týkající se známého prostředí a při jejich budování se vychází z faktu, že v našem vědomí se nachází celá škála schémat (např. schéma školy, domu, hřiště).

#### 2. Práce v prostředích

- Žák se učí opakovanou návštěvou.

Pokud žáci znají prostředí, kde se cítí dobře a nerozptylují je neznámé věci, tak se mohou maximálně koncentrovat na daný úkol. Prostředí je více než 25 a každé funguje v něčem jinak. Každé prostředí se skládá ze série na sebe navazujících úloh se stejným tématem, jimiž se prolíná hned několik matematických jevů, které vyzývají k experimentování a k objevování.

#### 3. Prolínání témat

- Matematické zákonitosti se neizolují.

Informace a vlastní zkušenost, které spolu logicky souvisejí, si žák zapamatuje efektivněji než fakta a zkušenosti, s nimiž se ještě nesetkal. Matematické jevy a pojmy se neizolují, ale naopak se prolínají a zapojují se při jejich řešení různé strategie. Jestliže si konkrétní témata, která má žák zažitá i v praxi, dává do souvislostí, dokáže si je kdykoli vybavit či odvodit další poznatky

#### 4. Rozvoj osobnosti

- Podporuje samostatné přemýšlení žáků.

Tento princip klade důraz na to, aby se sebou žáci nenechali manipulovat a nepřijímali již hotové poznatky, ale aby argumentovali, diskutovali a vyhodnocovali. Tímto se učí i poznávat, co je pro mě správné, respektují druhé a zvládají se rozhodovat, ale i chápat důsledky svého chování a čelit jim, tedy nejen že objevují matematiku, ale učí se základy společenského chování a mravně rostou.

## **5. Skutečná motivace**

- Když žák „neví“, a „chce vědět“.

V Hejného metodě jsou všechny úlohy sestaveny tak, aby jejich řešení bylo pro žáky zábavné, jelikož nejlepší motivace je ta vnitřní a díky které žáci přicházejí na řešení úkolů svou vlastní snahou a zažívají úspěch.

## **6. Reálné zkušenosti**

- Staví se na vlastních zážitcích žáka.

Zkušenosti se nedají přenést, ale musejí se prožít (získat). Aby žák zkušenosti získal, musí řešit úlohy, přičemž zkušenost získá i v případě, že úlohu nevyřeší, protože přijde na to, že je potřeba vydat se jiným směrem. Žák si proto potřebuje konkrétní matematické situace prožít a získat maximum zkušeností k vytvoření představy, o kterou následně bude moci opřít určitý abstraktní pojem.

## **7. Radost z matematiky**

- Znatelně pomáhá při další výuce.

Matematická prostředí jsou koncipována tak, aby žákům umožňovala vlastní objevování. Obtížnost úloh je však nastavena tak, aby radost z úspěchu mohli prožít i slabší žáci. Princip hovoří o tom, že úloha by měla být tak snadná, aby ji žák dokázal vyřešit, ale současně náročná tak, aby na její řešení musel vynaložit jisté úsilí a z úspěšného dokončení měl radost.

## **8. Vlastní poznatek**

- Má daleko větší váhu než ten převzatý

Princip je postaven na názoru, že vlastní poznatek, kterého žák nabývá díky vlastnímu objevování matematiky je důležitý k získávání matematických vědomostí. Na cestě za poznatkem žák proplová množstvím zkušeností, kdy o nich promlouvá, diskutuje se spolužáky, popisuje jim své teorie, které si vzápětí ověřuje na dalších úlohách, až dojde k samotnému pojmu. Na této myšlence stojí i učebnice matematiky profesora Hejného.

## **9. Role učitele**

- Učitel je průvodcem a moderátorem diskusí.

Role učitele v běžné matematice se od role učitele v Hejného matematice dosti liší. Učitel zde neúčinkuje jako autorita, ale spíše rádce, který současně organizuje hodinu, hlídá, aby měl každý práci, individualizuje obtížnost konkrétní úlohy dle aktuálního úspěchu

jednotlivých žáků a umožňuje pracovat samostatně nebo ve skupinách. Učitel nehodnotí návrhy řešení žáků, ale osloví opět kolektiv s dotazem, zda souhlasím, nesouhlasí a proč. Tímto se žáci učí pracovat s chybou svou i druhých. Protože učitel pracuje se žáky na různých úrovních schopností a dovedností, tvoří pro ně úlohy různě obtížné - tzv. gradované úlohy.

## **10. Práce s chybou**

- Předcházení zbytečnému strachu u žáků.

V transmisivním způsobu výuky se chyby berou jako něco špatného a žáci mají z chybování strach. U Hejného je však chyba brána jako přirozený jev vyskytující se reálně životě, kdy je dokonce vítána a slouží jako prostředek k učení. Chybu by si měli žáci umět sami vysvětlit (proč se stala). Chybu můžeme vnímat jako prostředek k učení.

## **11. Přiměřené výzvy**

- Každému dítěti zvlášť podle jeho úrovně.

Učebnice zahrnují úlohy všech stupňů obtížností (viz. výše tzv. gradované úlohy odstupňované podle různé náročnosti na řešení) a díky tomu i slabší žáci dokážou některé příklady vyřešit a tím pádem místo možných pocitů hrůzy, nejistoty atd. zažijí naopak úspěch.

## **12. Podpora spolupráce**

- Zrod poznatků díky diskusi

Ve výuce se plně podporuje vzájemná spolupráce mezi žáky a dbá se i na konání diskusí, kde si žáci sami, ve dvojicích či v celém kolektivu třídy ověřují své výsledky, rozebírají chyby a možné nové postupy, učí se formulovat své názory.

### **3.2.3 Pět výukových zásad**

Hejného metoda zahrnuje pět zásad vyučování, které jsou dostupné na webových stránkách společnosti FRAUS učebnice a popsány jsou níže:

#### **1. Hierarchie cílů**

Jelikož kvalitu společnosti definují více mravní hodnoty než znalostní, jsou výchovné cíle nad cíli poznatkovými. Porozumění je důležitější než dovednost.

#### **2. Klima výuky**

Lidské myšlení blokuje strach. Klima, ve kterém si žáci a učitel vzájemně důvěřují, naopak podporuje tvořivost a radost z práce. V případě úspěchu žáka jej s ním učitel

spoluprožívá a naproti tomu žákovu chybu pomáhá bez emocí analyzovat a nalézt v ní ponaučení. Chyba není nic špatného, je to naopak ten nejúčinnější způsob nabývání znalostí.

### **3. Přiměřené možnosti pro každého**

Mnohdy se lze setkat s výrokem, že tato matematika je jen pro některé děti a ostatní ji nepochopí, ale právě i učebnice vytvořené k této metodě se snaží, aby si slabší zažili úspěch a tato matematika je nevyděsila a zároveň aby se ti nadanější nenudili. Je totiž všeobecně známo, že do 1. ročníku nastupují žáci lišící se svými předchozími znalostmi a schopnostmi matematiky a v důsledku toho je v tomto úloha učitele 1. ročníku nejnáročnější.

### **4. Poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý**

Učitel, vedoucí žáky k samostatnému pátrání po řešení, dává žákům mnohem více než učitel, který je učí, jak řešit jednotlivé typy úloh. První možnost vyžaduje trpělivost a čas, a i když se výsledky nedostavují tak rychle, tak jsou ale trvalé a schopné dalšího rozvoje. Druhá možnost je rychlejší, ale nenabízí žákovi skutečný poznatek, spíše jakousi náhradu poznatku.

### **5. Komunikace**

Učitel je v roli organizační a motivační, přičemž badatelská úloha patří žákům. Diskuze bude obsahovat spoustu názorů, podnětů, ale i chybné představy, což napomáhá všem žákům ve třídě vytvářet si vlastní plnohodnotný poznatek, který do již vzniklé struktury poznatků dobře zapadne.

(Matematika – metoda prof. M. Hejného. FRAUS učebnice, © 2022 [online])

#### **3.2.4 Očekávané výstupy**

Očekávané výstupy podle RVP ZV byly již popsány v kapitole číslo 2., v odstavci 2.3.3.

Níže si uvedeme očekávané výstupy, které jsou sepsány v příručce pro učitele k učebnicím Hejného metody pro 3. ročník, které vydal H-mat, o.p.s.:

Tabulka 1 - Očekávané výstupy RVP dle RVP ZV pro 3. ročník

<b>OČEKÁVANÉ VÝSTUPY RVP DLE RVP ZV PRO 3. ROČNÍK</b>	
<i>OČEKÁVANÉ VÝSTUPY (RVP)</i>	<i>OČEKÁVANÉ VÝSTUPY V TĚCHTO UČEBNICÍCH</i>
<b>ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE</b>	
<i>Žák používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků.</i>	<i>Rozumí přirozenému číslu v oboru do 1 000 v různých sémantických strukturálních situacích (stav, operátor, adresa), rozumí číslu jako počet i číslu jako veličina, odhaduje počet drobných prvků v reálném souboru představujícím velká čísla. Rozumí a aktivně používá kmenové zlomky (1/n) v různých modelech, řeší slovní úlohy v daném kontextu.</i>
<i>Čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti.</i>	<i>Porovnává dvojciferná čísla ve struktuře i v reálné situaci. Rozkládá číslo na jednotlivé řády v desítkové soustavě, tvoří čísla se stejným ciferným součtem. Rozumí významu číslice v pozičním zápise trojciferného čísla, užívá trojciferné číslo v různých sémantických významech.</i>
<i>Užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose.</i>	<i>Využívá číselnou osu k porovnávání malých přirozených čísel do 1 000. Zobrazí číslo na číselné ose. Užívá číselnou osu k zaokrouhlování na desítky. Znázorní na číselné ose jednociferná i dvojciferná čísla, rozumí uspořádání čísel podle velikosti.</i>
<i>Provádí z paměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly.</i>	<i>Užívá aditivní i multiplikativní triádu pro popis sémantické situace, rozumí vazbě mezi operacemi sčítání a odčítání a mezi operacemi násobení a dělení. Provádí pamětné aditivní početní operace v oboru do 100 a multiplikativní operace v oboru malé násobilky. Využívá komutativnost i asociativnost operace sčítání, používá pravidla pro přednost početních operací, rozumí významu závorek. Rozlišuje číslo a číslici v aditivní i multiplikativní struktuře, řeší a tvoří algebrogramy a hvězdičkogramy.</i>
<i>Řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace.</i>	<i>Řeší slovní úlohy z různých sémantických prostředí, včetně úloh vedoucích k porozumění řešení rovnic s jednou nebo se dvěma neznámými. Rozumí úlohám s antisignálem. Řeší a tvoří úlohy se dvěma různými početními operacemi v různém kontextu. Řeší úlohy z oblasti kombinatoriky, logiky, teorie grafů.</i>
<b>ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY</b>	
<i>Orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času.</i>	<i>Používá časové údaje jako procesuální záznam děje. Rozumí cyklickému významu hodin, dnů a týdnů v průběhu jednoho roku. Řeší jednoduché i složitější dynamické slovní úlohy o věku. Používá ciferník i časovou přímku pro řešení úloh s využitím času.</i>
<i>Popisuje jednoduché závislosti z praktického života.</i>	<i>Řeší slovní úlohy s využitím vztahů přímé i nepřímé úměrnosti. Využívá získané zkušenosti při řešení úloh z reálného života. Doplní další člen logické řady čísel v periodické číselné řadě (řada, která se láme). Rozumí jednoduchým vztahům v širší rodině (švagr, švagrová, teta, strýc).</i>

<i>Doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.</i>	<i>Používá tabulku pro evidenci statistických jevů (četnost) i pro evidenci probíhajícího děje (nastupování a vystupování cestujících – mužů i žen). Orientuje se ve schématech z reálného života (divadlo a plán sedadel s různými cenami vstupenek), používá více parametrů mezi jednotlivými body schématu (dětský park s časovými údaji, dvoupodlažní výstaviště), používá grafické symboly (šipky, písmena, barvy) k řešení úloh. Odhalí a využije zákonitost tabulky, schématu, grafu</i>
<b>GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU</b>	
<i>Rozezná, pojmemuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.</i>	<i>Rozliší a vymodeluje základní mnohoúhelníky (trojúhelníky a čtyřúhelníky) nezávisle na jejich poloze v rovině, určí jejich průvodní jevy (vrcholy, strany, úhlopříčky, výšky) i číselné charakteristiky (obvod, obsah). Rozlišuje jednotlivé typy trojúhelníků (rovnoramenný a rovnostranný) i čtyřúhelníků (lichoběžník, rovnoběžník), pozná další mnohoúhelníky (pětiúhelník, šestiúhelník). Rozumí pojmu přímo i nepřímá shodná rovinná útvary.</i>  <i>Využívá krychli jako základní jednotky objemu krychlové stavby. Vytvoří krychlovou stavbu a znázorní ji čtyřmi různými jazyky (model, portrét, plán, průměty, přechází z jednoho jazyka do druhého. Provádí přeměnu stavby přemístěním jedné krychle, rozhodne o shodnosti dvou staveb (posunutí, otočení v prostoru).</i>  <i>Používá různé sítě krychle k vyznačení protějších stěn.</i>  <i>Rozliší základní tělesa (krychle, kvádr, koule, válec, kužel a jehlan) a pojmenuje jejich obecné vlastnosti.</i>
<i>Porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky.</i>	<i>Měří a odhaduje délku stran různých mnohoúhelníků. Určí obvod rovinného útvaru jako součet délek všech jeho stran, používá pro určení obvodu vhodná zjednodušení (obecné vztahy).</i>  <i>Určí obsah pravoúhelníku jako součin dvou sousedních stran, určí obsah složeného obrazce jako součet navzájem se nepřekrývajících obsahů.</i>
<i>Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.</i>	<i>Rozliší souměrné a nesouměrné rovinné útvary. Dokreslí druhou polovinu souměrného obrazce bez ohledu na pozici osy souměrnosti.</i>
<b>NADSTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY</b>	
<i>Řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.</i>	<i>Při řešení úloh používá metodu „pokus-omyl“. Řeší úlohy za pomoci náčrtku, obrázku, dramatizace.</i>

*(Matematika pro 3. ročník základní školy: Příručka učitele, 2020, s. 6-7)*

### 3.2.5 Didaktická prostředí

Podle Málkové (2014) existuje celkem 26 specifických prostředí, která si níže pro představu vypíšeme. V této práci si nebudeme všechna tato prostředí blíže specifikovat, ale stručně si popíšeme pouze ta, která budou v praktické části využita.

Na následujícím odkazu na stránky Blog o Hejného metodě, společnosti H-mat, o. p. s. si o jednotlivých prostředích, kterých je zde uvedeno dokonce čtyřicet, můžete nastudovat detailnější informace: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>

Např. Málková ve své příručce pro rodiče uvádí tyto typy prostředí:

- |                                 |                             |                                    |
|---------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| 1. <i>Krokování a Schody</i>    | 11. <i>Papírové tvary</i>   | 21. <i>Šipkový diagram</i>         |
| 2. <i>Autobus</i>               | 12. <i>Děda Lesoň</i>       | 22. <i>Násobilkové obdélníky a</i> |
| 3. <i>Krychlové stavby</i>      | 13. <i>Biland</i>           | <i>Indické násobení</i>            |
| 4. <i>Neposedové</i>            | 14. <i>Rodokmen</i>         | 23. <i>Výstaviště</i>              |
| 5. <i>Pavučiny a hadi</i>       | 15. <i>Bludiště</i>         | 24. <i>Cyklotrasy</i>              |
| 6. <i>Součtové trojúhelníky</i> | 16. <i>Deska geoboard</i>   | 25. <i>Šipky – mříž</i>            |
| 7. <i>Barevné trojice</i>       | 17. <i>Vývojový diagram</i> | 26. <i>Algebrogramy</i>            |
| 8. <i>Sousedé</i>               | 18. <i>Slovní úlohy</i>     | (Málková, 2014, s. 9)              |
| 9. <i>Dřívkové stavby</i>       | 19. <i>Oblékání krychle</i> |                                    |
| 10. <i>Parkety</i>              | 20. <i>Hra Sova</i>         |                                    |

Na následujících řádcích si blíže popíšeme pouze ta prostředí, která jsme jakožto prvky z Hejného matematiky aplikovali do hodin v praktické části této práce:

#### **Tradiční písemné násobení a Indické násobení**

##### ➤ **Písemné násobení**

Žák učící se algoritmus písemného násobení rozvíjí dovednost koordinace čtyř kognitivních funkcí, které jsou následovné:

- 1) **strategie řízení procesu** – žák přemýšlí, jaká čísla počítá první a co s nimi má dělat,
- 2) **krátkodobá paměť** – potřebujeme ji v momentě, kdy nám dílčí výsledek vyjde dvojciferné číslo a druhou číslici (jednotky) zapíšeme, ale první (desítky) musíme krátkodobě uložit do paměti,
- 3) **dlouhodobá paměť** – musíme znát malou násobilku a sčítací spoje,



4) **operace nižší úrovně** – operace sčítání i odčítání, číselný rozklad.

(Hejný a kol., 2020a)

### ➤ Indické násobení

Jak lze vidět výše, proces písemného násobení je velmi náročný, a tak metoda profesora Hejného nabízí snadnější postup, který objevili Indové. Při tomto postupu jsou minimalizovány kognitivní funkce strategie řízení procesu a krátkodobá paměť, čímž žák rychleji postupuje v oblasti dlouhodobé paměti. (Hejný a kol., 2020a)

2	8	7	
			3

Obr. 1: Indické násobení – příklad

Na obrázku č. 1 vidíme zadání příkladu v tabulce pro indické násobení. Jedná se o násobení dvojciferného čísla jednociferným a níže si popíšeme postup řešení.

2	8	7	
			3

6  
24  
21

861

Obr. 2: Indické násobení – řešení

V příručce pro 3. ročník Hejný a kol. (2020a) uvádějí postup násobení zleva doprava, ale lze při řešení postupovat také zprava doleva tak, jako u tradičního písemného násobení, což zamezuje zmatenosti žáků, kteří by si nepamatovali, kterou stranou začít a pletlo by se jim to. Takto si to tedy i níže ukážeme, ale všechny ostatní postupy budou zachovány.

Začneme tedy počítat  $7 \cdot 3 = 21$  a číslici 2 (desítky) zapíšeme pod číslici 7 vlevo nahoru a číslici 1 (jednotky) vpravo dolů. Stejně pokračujeme v počítání  $8 \cdot 3 = 24$ , kdy výsledek opět zapisuje stejným způsobem jako předtím a také  $2 \cdot 3 = 6$ .

Takto zapsaná čísla následně sčítáme v šikmém směru. Číslo 1 pouze přepíšeme, následně sečteme  $2 + 4$ , což je 6 a zapíšeme a naposledy sečteme  $2 + 6$ , kdy se součet rovná číslu 8 a opět zapíšeme na příslušné místo.

## Algebrogramy

Algebrogramy navazují na tzv. hvězdičkogramy, ale na rozdíl od nich mají určitá pravidla. Prvním pravidlem je, že nulu neuvažujeme jako možné řešení jen v případě, že by měla stát jako první vlevo. Druhé pravidlo spočívá v tom, že v rámci jednoho algebrogramu musí být dvě různá písmena taky dvě různé číslice. (Hejný a kol., 2020a)

Algebrogramy připomínají šifry a jsou jedny z nejnáročnějších úloh, se kterými přijdou žáci na 1. stupni do styku. Podporují však schopnost žáka porozumět desítkové soustavě a dávají jim možnost odkrývat vzájemné hlubší vztahy aritmetiky. Dále pak rozvíjejí kombinatorické myšlení i dovednost argumentace. Úlohy bývají gradované, což znamená, že jedna úloha obsahuje podúlohy a), b), c), atd., přičemž roste jejich náročnost. Tato gradace úloh dává možnost každému žákovi, najít si přiměřeně náročnou úlohu. Nejjednodušší jsou algebrogramy s jedním písmenem. (Didaktická prostředí: Algebrogramy a hvězdičkogramy. In: Blog o Hejného metodě, © 2018 [online]).

Vysvětlení na praktickém příkladu:

*„Když ve vztahu  $26 + 6 = 32$  zašifrujeme číslice 2 a 6 písmeny A a B, dostaneme algebrogram  $AB + B = 32$ . Za stejná písmena dosazujeme stejné číslice, za různá písmena různé číslice. První číslice dvojmístného a vicemístného čísla nesmí být nula.*

*Vyřešit algebrogram znamená najít číslice, které se za písmeny skrývají, a najít všechna řešení. Náš algebrogram má dvě řešení  $AB = 26$  a  $AB = 31$ , neboť i  $31 + 1 = 32$ . Hledání řešení vede k mnohým výpočtům, které žáci nepocítí jako nudu. Algebrogramy lze řešit metodou pokus-omyl, protože každé písmeno může nabývat nejvýš deseti hodnot: 0, 1... 9.“ (Didaktická prostředí: Algebrogramy a hvězdičkogramy. In: Blog o Hejného metodě, © 2018 [online], Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/algebrogramy-hvezdickogramy>)*

Ukázkové příklad a jejich řešení:

- a)  $14 + A = 17 \rightarrow$  řešení:  $A = 3$
- b)  $45 - B = 44 \rightarrow$  řešení:  $B = 1$
- c)  $CC = 40 + C \rightarrow$  řešení:  $C = 4$

## **Krokování**

Krokování je aktivita rozvíjející schopnost počítání, kdy se žák učí sčítat, odčítat, absolutní hodnotu, řešit rovnice a otevírá se tady i oblast záporných čísel. Žák se zde učí i rytmus, jelikož se u něj rozvíjí dovednost synchronizace pohybu a slova. (Didaktická prostředí: Krokování. In: *Blog o Hejného metodě*, © 2018 [online])

V prostředí Krokování využíváme krokovací pás, který je řadou značek ležících na podlaze, po kterém se žák pohybuje. Vzdálenost mezi jednotlivými dvěma značkami je krok žáka. Všechny značky vypadají stejně, jen jedna výchozí značka je barevně odlišena. Žák se po krokovacím pásu pohybuje dle příkazů a učí se tak sčítat a odčítat. Konkrétní číslo reprezentuje počet kroků (tzv. operátor změny) a zápis těchto pohybů provádíme pomocí šipek. Šipka ukazující vpravo je krok dopředu a šipka vlevo značí pohyb dozadu. (Hejný, 2014)

Proces implementace prostředí Krokování je rozčleněn na celkem 13 etap, kdy první tři lze provést už v mateřské škole a dalších šest pak v prvním ročníku. Konkrétní etapy nejsou časově oddělené úseky už jen proto, že jsou ve třídě žáci matematicky vyspělejší i žáci matematikou zatím nepolíbení. Proto mezitím co někteří žáci budou potřebovat na zvládnutí prvních třech etap více času, dojdou rychle někteří žáci až do osmé etapy. Jednotlivé etapy jsou tedy jakýmsi mustrem, které žákům představují pořadí prezentace jednotlivých myšlenek. (Hejný, 2014)

### **Jednotlivé etapy dle Hejného (2014):**

- 1) Vynoření krokování** – potřeba synchronizace pohybové a zvukové složky. Pohyby uskutečňované krokováním za doprovodu písničky nebo básničky se záměrem vytvořit synchronu.
- 2) Vstup matematiky** – Písnička či básnička, které doprovázely kroky jsou zde nahrazeny slovy („Jedna, dvě, tři, ...“), která říká žák i učitel.
- 3) Funkce kolektivu** – Jeden žák krokuje a zbytek třídy ho doprovází slovy „Jedna, dvě, tři, ...“ a tleskáním do rytmu.
- 4) Krokování dle povelů** – Ke krokování se připojují povely, kdy pedagog např. příkazuje: „Petře, čtyři kroky dopředu, začni, teď!“ Žák krokuje a třída počítá do rytmu od jedné do pěti. Stejně cvičení pak provádíme se dvěma a více žáky stojícími vedle sebe, kteří kráčí společně, přičemž může nastat problém v různé délce kroků, což řeší další etapa.

- 5) **Normování kroků** – Vyučující rozprostře na podlahu pás dlouhý 6 až 7 metrů složený ze značek zhruba 15 cm širokých, kdy jsou si dvě sousední značky vzdálené jedním krokem.
- 6) **Rozšíření typů povelů** – Do této doby byly povelu tzv. jednoduché („čtyři kroky dopředu“), ale nyní pedagog zavede tzv. dvojdílné povelu obsahující dvě čísla („Čtyři kroky, pak tři kroky, začni, teď!“). Žák ujde čtyři kroky, stojí na místě a následně udělá tři kroky, přičemž třída mu počítá: „Jeden, dva, tři, čtyři, (pauza), jeden, dva, tři.“
- 7) **Krokování dozadu** – Ke krokování přidáme krokování pozpátku. Začínáme povelu jednoduchými („Tři kroky dozadu.“) a následně povelu dvojdílnými až vícedílnými („Pět kroků dopředu, pak tři kroky dozadu a dva kroky dopředu.“)
- 8) **Jazyk šipek** – Někteří žáci mohou mít s narůstající délkou povelů problém si povel zapamatovat, a tak jim vyučující poradí zapsat si ho. Po diskuzi nad nápady žáků jim představí pedagog šipkový záznam, který obsahuje šipky (zastupují kroky), směřující doprava (pokyn „dopředu“) či doleva (pokyn „dozadu“) a dělítka představující slovo „pak“ či pauzu jež předchází další části povelu.
- 9) **Triáda modelovaná krokováním** – Vyučující sehraje představení se dvěma žáky, kteří stojí vedle sebe na výchozí pozici, kdy prvnímu žákovi poručí: „Udělej tři kroky dopředu, pak čtyři kroky dopředu, začni, teď!“ Druhý žák dostane povel: „Udělej sedm kroků dopředu, začni, teď!“ Jakmile druhý žák povel vykoná, stojí oba dva zase vedle sebe. Toto je krokový model vztahu  $3 + 4 = 7$ . Pokud vyučující nyní skryje, vykryštalizuje se nám úloha: a)  $3 + 7 = ?$ , b)  $3 + ? = 7$ , nebo c)  $? + 4 = 7$ .  
Očividně nejjednodušší se nám jeví úloha a), která je na sčítání, těžší je pak úloha b), kde je potřeba dopočítávat a nejtěžší je úloha c), která má charakter rovnice. Takovýmto úlohám budeme přezdívat tzv. krokové rovnice.

Poslední tři etapy jsou věnovány desémantizaci prostředí Krokování, protože někteří žáci dokážou už v prvním ročníku řešit úlohy typu a) až c) jen ve své představě bez krokování. Tímto se ve vědomí těchto žáků začíná proces desémantizace prostředí Krokování.

- 10) **Krokové rovnice** – Oproti předchozí etapě již formulujeme úlohu bez slovního doprovodu. Situace vycházející z předchozí reálné zkušenosti je přeměněna do

matematické podoby, ale ještě pořád je vzhledem k hercům (první a druhý žák) sémantizovaná.

- a) První žák:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$ , Druhý žák:  $|\quad\quad\quad?|\quad\quad\quad|$   
 b) První žák:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\quad\quad\quad?|\quad\quad\quad|$ , Druhý žák:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$   
 c) První žák:  $|\quad\quad\quad?|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$ , Druhý žák:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

**11) Desémantizace** – Na úrovni zápisu i procesu řešení se uskutečňuje posun od sémantického vnímání úloh typu c) k jejich znakovému vnímání. V prvním kroku formalizace nahradí konvenci znaménko rovnosti a slovní zápis (První žák a Druhý žák) zaměníme za písmena A a B. Takto a dostaneme úlohu, která je matematicky srozumitelnější, přesto ve druhém kroku odstraníme i toto sémantické značení.

První krok formalizace:

Druhý krok formalizace:

- a) A:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|=$  B:  $|\quad\quad\quad?|\quad\quad\quad|$  d)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|=|\quad\quad\quad?|\quad\quad\quad|$   
 b) A:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\quad\quad\quad?|=$  B:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  e)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\quad\quad\quad?|=|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$   
 c) A:  $|\quad\quad\quad?|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|=$  B:  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  f)  $|\quad\quad\quad?|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|=|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

**12) Rovnice v prostředí krokování** – Úlohám po druhé formalizaci říkáme šipkové rovnice, ke kterým žák dojde někdy ve druhém ročníku, kde ho čekají i rovnice na řešení složitější.

**13) Soustavy rovnic v prostředí krokování**

### Slovní úlohy a mince

#### ➤ Slovní úlohy

Slovních úloh se obává spousta žáků kvůli dvěma hlavním příčinám. Jednou z nich je čtenářská gramotnost (oblast čtení a psaní) na nízké úrovni a druhá je ryze matematická, kdy žákům chybí schopnost propojit strukturální číselné vazby (sčítání, odčítání, násobení, dělení) se zkušenostmi z praxe, ve kterých má své sémantické ukotvení. Vhodný způsob, jak naučit žáky tyto úlohy, je pomoci jim vytvořit správnou představu o situaci, kterou daná úloha vyjadřuje. (Hejný a kol., 2020a)

Žáci k řešení velmi často využívají také jednotlivá matematická prostředí, kde jsou zvyklí se pohybovat. Matematická obtížnost slovních úloh se postupně navyšuje. (Didaktická prostředí: Slovní úlohy. In: *Blog o Hejného metodě*, © 2018 [online])

➤ **Mince**

Zde číslo vystupuje jako počet, ale i hodnota. V tomto prostředí tedy žák získá představu o tom, jaký je rozdíl mezi hodnotou a počtem. Např. dvacetikoruna má větší hodnotu než pět dvoukorunových mincí, i když je jejich počet vyšší. (Didaktická prostředí: Mince. In: *Blog o Hejného metodě*, © 2018 [online])

**Krychlové stavby**

Toto prostředí se opírá o zkušenosti žáků s kostkami, přičemž zasahuje do aritmetiky a u žáků podněcuje prostorovou představivost. Krychlové stavby žák nejprve staví z reálných kostek a poté řeší rovněž úlohy na papíře. (Didaktická prostředí: Krychlové stavby. In: *Blog o Hejného metodě*, © 2018 [online]).

## 4 PRAKTICKÁ ČÁST

Jak jste již zjistili, v teoretické části diplomové práce jsme si mimo jiné popsali i transmisivní pojetí výuky matematiky a rovněž jsme si blíže definovali inovativní Hejného metodu, která spadá pod konstruktivistické pojetí vyučování. Jelikož by mělo být cílem učitele matematiky žákovi daný předmět přiblížit v takovém světle, aby si žák matematiku oblíbil a řešil ji rád, tak se domnívám, že vhodně zvolené inovace v metodách, formách a přístupech by pro žáky mohly být velmi přínosné, a to právě i pro žáky se SVP.

## 5 Charakteristika výzkumného šetření

Praktická část této práce byla realizována prostřednictvím případové studie, která je zaměřena na problematiku v oblasti výuky matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ, kde je výuka matematiky realizována běžným způsobem s následným využitím prvků z matematiky profesora Hejného.

V této kapitole je také vysvětlen pojem případová studie a metody, které byly použity během výzkumu. Je zde popsán i sběr dat a výzkumný vzorek.

### 5.1 Cíl výzkumu a výzkumné otázky

#### Cíl výzkumu

Hlavním cílem praktické části práce bylo zjistit, zda bude využití prvků Hejného metody pro žáky se SVP na 1. stupni ZŠ, kteří jsou v matematice vzdělávání běžným způsobem, přínosné.

#### Výzkumné otázky

Výzkumné otázky pro praktickou část této práce byly zformulovány na podle stanoveného cíle, ze kterého otázky vycházejí.

Na základě použitých metod (pozorování, rozhovor a test – pracovní list) byly následně tyto výzkumné otázky ověřovány.

**Výzkumná otázka č. 1:** Je pro žáky se SVP přínosné využívání prvků Hejného matematiky ve výuce?

**Výzkumná otázka č. 2:** Jaký je rozdíl v efektivitě využívání prvků Hejného metody u jednotlivých pozorovaných typů žáků se SVP?

**Výzkumná otázka č. 3:** Jak se využívání prvků Hejného metody projevuje ve vztahu žáka se SVP k matematice?

## 5.2 Metodologie výzkumného šetření

Tato část kapitoly je určena pro definici případové studie a popsání metod sběru dat.

### Případová studie

Případová studie je dle odborníků „výzkumná metoda v empirickém pedagogickém výzkumu, zpravidla kvalitativním, při níž je zkoumání podroben jednotlivý případ (např. žák, malá skupina žáků, učitelů, jednotlivá třída, škola). Ten je detailně popsán a vysvětlován, takže se dochází k takovému typu objasnění, jehož při zkoumání těchto objektů v hromadném souboru nelze dosáhnout.“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2013, s. 231)

### Metody sběru dat

#### - Rozhovor

Metoda rozhovoru byla zvolena kvůli získání přesnějších a důležitých informací o každém účastníkovi studie, což nám pomohlo je blíže poznat.

Dle našich potřeb jsme rozhovor, jak také Ferjenčík (2010) ve své knize popisuje, využili jako nástroj pro získávání informací (tzv. poznávací rozhovor nebo také interview).

Ferjenčík (2010) dále dělí interview na pět typů: volné asociace, interview nestrukturované, polostrukturované, strukturované a formální test.

My jsme si zvolili typ polostrukturovaného rozhovoru, kdy má podle Ferjenčíka (2010) interviewující dopředu promyšlený seznam otázek, přičemž to, jakým způsobem či formou dotazovaný odpoví na tyto otázky záleží na něm.

Na začátku tedy proběhly rozhovory s pedagogy ohledně osobnosti každého dítěte, jeho anamnézy, fungování v kolektivu spolužáků a v hodinách matematiky. Během působení v kolektivu žáků jsme se jich také ptali na jejich aktuální pocity, jak se jim matematika líbí, zda je baví, co jim jde a co jim naopak dělá problém.

#### - Pozorování

Ferjenčík (2010) uvádí, že pozorování je nejstarší a nejznámější technika sběru dat, kdy může jít o pozorování laické či vědecké. Laické pozorování se liší tím, že člověk v běžném životě při pozorování vnímá jen ty věci, které ho tzv. udeří do očí svou zajímavostí,



nezvyklostí, přičemž pro vědce je předmětem pozorování to, co si dopředu pečlivě naplánoval, že bude pozorovat a co nejlhodněji důkladně definoval a vymezil. Vědec si při tomto plánování a organizování musí odpovědět na dvě důležité otázky pozorování, a to CO? a JAK? bude pozorovat. Aby se naše pozornost nesoustředila na věci a události nesouvisející s objektem pozorování, je důležité přesně a jasně definovat to, co se má stát cílem vědeckého pozorování.

Toto pozorování se uskutečnilo v běžné ZŠ, kterou žáci účastníci se pozorování navštěvují. Záměrem bylo pozorování žáků vzdělávaných v jejich přirozeném prostředí při výuce matematiky běžným způsobem. Toto pozorování bylo uskutečněno v několika vyučovacích hodinách během školního roku, kdy jsem viděla, jak se žáci učí násobit a dělit v oboru malé násobilky, sčítat a odčítat dvojciferná čísla z paměti i písemně (později již v oboru do 1 000), zaokrouhlovat, písemně násobit jednociferným činitelem a řešit slovní úlohy. Pozorovala jsem také, jak se žáci při výuce chovají, jak pracují, zda se soustředí a sledovala jsem i to, jaké pocity při řešení matematických úloh zažívají a jak řešení prožívají.

V době mnou realizovaných hodin, kdy jsem do výuky aplikovala prvky z Hejného matematiky, jsem žáky také současně pozorovala a všímala si opět toho, jak se žáci při výuce chovají, jak pracují, zda se soustředí a sledovala jsem opět i to, jaké pocity při řešení matematických úloh zažívají a jak řešení prožívají.

#### **- Přímá výuka**

Primární zdroj informací k výzkumu jsem čerpala z přímé výuky hodin matematiky, kdy jsem se na ní i sama aktivně podílela. Do těchto hodin jsem aplikovala prvky Hejného matematiky, přičemž jsme se pohybovali v následujících prostředích: Tradiční písemné násobení a Indické násobení, Algebrogramy, Krokování, Slovní úlohy a Mince a Krychlové stavby, které jsme již nestihli v rámci geometrie probrat více do hloubky, jelikož se v září, v důsledku distanční výuky, opakovalo a dobíralo učivo z druhé třídy. Proto jsou Krychlové stavby v závěrečném pracovním listu až na konci jako taková bonusová úloha.

Materiály do výuky, ve které jsme využívali prvky z Hejného matematiky jsme čerpali z učebnice a dvou pracovních sešitů, které vytvořil Milan Hejný spolu s kol. autorů Darinou Jirotkovou, Janou Slezákovou a Annou Kuřík Sukniak. a které vydal H-mat o. p. s.

- *Matematika pro 3. ročník základní školy: učebnice*
- *Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit 1. díl*

- *Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit 2. díl*

- **Závěrečný pracovní list s prvky Hejného matematiky**

V poslední části pak nakonec proběhlo otestování sledovaných žáků se SVP pomocí sestaveného pracovního listu (vypracovávali všichni žáci ve třídách, ale sledovali jsme pouze náš výzkumný vzorek), který měl ověřit jejich nabyté vědomosti, dovednosti a schopnosti z hodin, do kterých byly aplikovány prvky matematiky profesora Hejného. Tento list obsahoval úlohy ze všech sedmi prostředí, která byla s žáky postupně v jednotlivých vyučovacích hodinách probrána, přičemž prostředí Mince a Slovní úlohy se vzájemně prolínaly. Na řešení pracovního listu měli všichni žáci dostatečné množství času, a tedy nehrozilo stresování kvůli jeho nedostatku. Vyřešené pracovní listy se následně dále analyzovaly.

Úlohy v závěrečném pracovním listu (obě jeho části) autor tvořil za pomoci publikací, které vypracoval Hejný a kol. (2020b, c): *Matematika pro 3. ročník základní školy: učebnice, Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit a 1. díl a Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit 2. díl*. A také se řídil pokyny pro tvorbu a řešení úloh, které popisuje publikace rovněž od Hejného a kol. (2020a) *Matematika pro 3. ročník základní školy: Příručka učitele*. Publikace autorovi sloužili jako vzor při tvoření pracovního listu, aby měl vše dle Hejného metody správně, jelikož na tuto metodu není speciálně proškolen, a proto si chtěl být při využívání prvků matematiky prof. Hejného ve výuce jistý správností.

### **5.3 Výzkumný vzorek**

Výzkum byl realizován na běžné základní škole v Hranicích (Olomoucký kraj), která se nachází v centru města a nese název Základní škola Hranice, Tř. 1. máje, příspěvková organizace. Škola je velká s kapacitou přes 700 žáků, je rozdělena na první a druhý stupeň a vzdělává žáky od 1. do 9. ročníku. Má družinu a součástí komplexu je i školní jídelna. Škola má zpracovaný svůj školní vzdělávací program s názvem „Vzdělávejme se, ať porozumíme světu“, který vychází z RVP ZV. Škola se účastní mnoha různých projektů, nabízí širokou škálu kroužků od rukodělných, přes pohybové až po kroužek se zaměřením na výuku jazyků. Škola je také výjimečná tím, že zde od září 2014 probíhá bilingvní výuka v českém a anglickém jazyce s maximální kapacitou 16 žáků na třídu. Na škole je výuka matematiky realizována běžným způsobem.

Na této škole ve 3. třídě vyučující využívali učebnice, které vytvořil kolektiv autorek Růžena Blažková, Milena Vaňurová a Květoslava Matoušková a které jsou níže vypsané:

- *Matematika pro 3. ročník základních škol 1. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*
- *Matematika pro 3. ročník základních škol 2. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*
- *Matematika pro 3. ročník základních škol 3. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*

Měli jsem také možnost nahlédnout do metodických příruček k těmto učebnicím:

- *METODICKÝ NÁVOD: k Matematice pro 3. ročník ZŠ a OŠ 2. díl*
- *METODICKÝ NÁVOD: k Matematice pro 3. ročník ZŠ a OŠ 3. díl*

Výzkum probíhal od školního roku 2020/2021, kdy byl přerušena pandemií koronaviru, což mělo za následek distanční výuku a museli jsem zde svou činnost přerušit. Jelikož jsme výzkum realizovali ve třetích třídách a původní žáci v novém školním roce 2021/2022 postoupili do vyššího ročníku nebo ze školy v průběhu výzkumu přestoupili na jinou školu, museli jsme tedy výzkum z velké části začít v podstatě znovu.

Pro tuto případovou studii byly ze třetích tříd vybrány tři typy žáků se SVP, se kterými se můžeme v praxi častokrát setkat: žák s oslabením kognitivního výkonu, žák se sociálním znevýhodněním (cizinci) a žák se specifickou poruchou učení – dyslexií.

### **Etický aspekt výzkumu**

Práce se snažila dbát na etické aspekty výzkumu, kdy například právě Ferjenčík (2020) ve své knize na stranách 62 a 63 ve zkratce cituje „Etické principy při výzkumu s lidmi“, které v roce 1982 přijala Americká psychologická asociace. Jedná se o respekt a ohled ve vztahu k účastníkům výzkumu, právo na informace (tedy moci vědět čeho se účastní, jaké jsou cíle výzkumu a jeho smysl), právo na soukromí i ochranu informací o účastnících a právo od výzkumu odstoupit.

Zákonní zástupci žáků, kteří byli účastníky výzkumné práce, dostali k podpisu informovaný souhlas, kdy jim zároveň bylo vysvětleno, čeho a za jakých podmínek se jejich děti účastní, jaký má výzkum cíl a smysl a zda z výzkumu plynou nějaká rizika či naopak

výhody. Zákonní zástupci si přáli, aby vzhledem k úzkému vzorku byla dodržena anonymita žáků, tedy toto přání bylo ve výzkumu respektováno a nikde nejsou uvedena jejich jména. Místo jmen byli tedy žáci označeni jako žák A, žák B a žák C. Jelikož se právě jednalo o malý vzorek účastníků, nebylo pro jistotu uvedeno ani jejich pohlaví.

## 5.4 Analýza a interpretace všech získaných dat u jednotlivých žáků

Tato podkapitola obsahuje tři případové studie žáků se SVP, které byly vytvořeny na základě rozhovorů s pedagogy i žáky, pozorování ve výuce, zjištění z realizace několika hodin výuky s využitím prvků matematiky prof. Hejného a analyzování dat ze závěrečného pracovního listu, který žáci řešili.

### Případová studie č. 1 – žák A

#### Osobnost dítěte, jeho anamnéza a fungování v kolektivu spolužáků

Žák A navštěvoval tuto školu od 1. třídy a v kolektivu spolužáků byl docela oblíbený, i když s některými (stále ti stejní) míval často konflikty, které mnohdy vyústily až do nepřiměřených reakcí jeho chování. Míval občas výkyvy nálad, kdy pak nedodržel pravidla slušného chování a nerespektoval ani autority. Byl spíše introvertní typ a velmi rád si maloval a tvořil. U žáka A bylo diagnostikováno **oslabení kognitivního vývoje**. To se u něj dle vyučující projevovalo pomalejším psychomotorickým tempem, kdy rychlost zpracování a upevňování informací nebyla taková, jako u ostatních spolužáků. Větší potíže mu činila také samostatná práce, kdy často tápal v zadání a porozuměl mu mnohdy až při čtenější pročetení nebo byla potřeba vysvětlení pedagogem či ve skupinové práci spolužáky. V matematice se u něj projevovala i snížená zraková percepce, kdy pro něj bylo obtížné rychle diferencovat vjemy tvarů, předmětů, grafických značek i barev, ale pokud dostal dostatek času, tak méně náročné úkoly na tyto vjemy poměrně obstojně zvládal. U žáka A se projevovala nízká úroveň koncentrovanosti, což se násobilo v případech, kdy ho učivo nebavilo (nebyl pro jeho plnění dostatečně zapálený) nebo v momentě, kdy učivo neměl dostatečně pochopené a osvojené, a tedy mu to nešlo. Potřeboval podpurné a oceňující vedení, aby věřil, že má šanci uspět, a naopak bylo nutné s citem tlumit výkyvy roztěkanosti a nepozornosti. Ve výuce vyučující musela co nejvíce využívat názornost. Žák nepotřeboval žádné speciální pomůcky, měl sestaven IVP a byl vzděláván dle ŠVP ZV bez úprav s tím, že bylo třeba dbát na individuální přístup a jako podporu přípravy na vyučování měl jednu hodinu týdně pedagogickou intervenci.

### Práce žáka „A“ v hodinách matematiky realizovaných běžným způsobem

Žák A byl v hodinách matematiky oproti svým spolužákům podprůměrný, což se odráželo nejen na jeho známkách, ale také na jeho vztahu k tomuto předmětu. Na dotaz, co ho v matematice baví nám odpověděl, že nic.

V případě, že si nebyl jistý výsledkem příkladu, tak jej tipl nebo se řešení pokoušel opsat od spolužáků okolo své lavice. Tempo práce bylo závislé na tom, jak moc probíranou látku žák A ovládá. Pokud v daném učivu zrovna tápal a nedařilo se mu, začal rušit spolužáky za sebou a nepracoval. Při samostatné práci vyučující žákovi poskytovala zvýšenou pozornost hlavně v počátku dané činnosti a dostatečný klid k soustředění. Žák rád pracoval ve dvojici, ale ve skupinách měl pak naopak tendence se vézt a nechat práci na ostatních.

Co se týče zvládnutí učiva, v hodinách matematiky, které jsme měli možnost sledovat, měl žák obtíže násobit a dělit v oboru malé násobilky z paměti, především násobky čísla 6,7 a 8 mu dělaly největší problém. Toto se pak odráželo i v příkladech zaměřených na písemné násobení, jelikož musel zpracovat hned několik procesů, respektive zkoordinovat čtyři kognitivní funkce od strategie přes krátkodobou i dlouhodobou paměť až po operace nižší úrovně. Do toho navíc neměl pořádně zvládnuté základy malé násobilky, což pak zvyšovalo jeho chybovost. Při násobilce i sčítání a odčítání si téměř vždy pomáhal na prstech. To, že žák používal prsty nevadilo, důležité bylo, aby mu tato metoda usnadnila práci a byla pro něj efektivní. Sčítání a odčítání dvojciferných čísel do 100 bez přechodu přes desítku a později jednoduchých příkladů do 1 000 (např.:  $350 + 210 =$ ) zvládal bez výraznějších obtíží. U zaokrouhlování mu bylo nutné zopakovat pravidlo kdy zaokrouhlujeme nahoru a kdy dolů, protože to v případě, že učivo opakovali po delší pauze, zapomněl. Jakmile si však toto pravidlo připomněl, tak zaokrouhlovat na desítky dobře zvládal. U zaokrouhlování na stovky míval problém s tím, jaký řád zaokrouhluje, ale pokud se soustředil a měl při sobě paní učitelku, která mu poskytovala určitý pocit ujištění, tak dokázal číslo zaokrouhlit správně, ale i přes to sem tam chyboval. Největším problémem byly pro žáka A slovní úlohy, kdy si neuměl text přeložit do matematického jazyka nebo také pokud slovní úloha obsahovala pojmy „o tři větší“ (přičítám), nebo „zaplatili“ (naznačuje odčítání) atd. Jestliže slovní úloha obsahovala dvě otázky (např.: Kolik korun si vybral? Kolik korun mu na bankovním účtu zůstalo?), tak většinou odpověděl pouze na jednu a druhou už neřešil. Žák A při dotazu

učitelky, proč neodpověděl i na druhou otázku konstatoval, že si jí nevšiml, což u těchto typů úloh u něj bylo časté.

### Práce žáka „A“ v hodinách matematiky se zavedením prvků Hejného metody

Žák A byl v hodinách, do kterých jsme zavedli prvky Hejného metody aktivnější, dokonce se mnohdy hlásil a sám chtěl prozradit řešení. I když nebyl úspěšný ve všech úlohách a často chyboval tak věděl, že chyba zde není nic špatného. Fakt, že si žák A zažíval i chvíle úspěchu a radosti z matematiky ho motivoval k dalším činnostem. Bavily ho např. praktické úkoly realizované v prostoru třídy při nácviku Krokování na krokovacím páse, kdy nemusel sedět v lavici a přitom se učil, i když si myslel, že si hraje. Když měl pak na papíře řešit úlohu krokování pomocí šipek, vzpomněl si na svou vlastní zkušenost. Radost měl i z indického násobení, protože doposud v klasickém písemném násobení velmi chyboval, jelikož neměl pořádně upevněnou malou násobilku. Tím, že si u indického násobení nemusel pamatovat další matematické procesy, se mohl více soustředit na samotné násobení, a tak i méně chybovat. Krychlové stavby zvládal v hodinách s prvky Hejného matematiky, kdy stavěl stavby ze skutečných kostek, ale při převedení zažité praxe do prostoru na papíře mu už některá náročnější cvičení na krychlové stavby začala činit obtíže. Problémem bylo také řešení slovních úloh a algebrogramů.

### Závěrečný pracovní list s prvky Hejného matematiky a jeho rozbor

Zde si rozebereme řešení jednotlivých cvičení zaměřených na konkrétní prostředí.

#### ➤ **Písemné násobení a Indické násobení**

**Doplň násobení:**

a) 38                      b) 152                      c) 384

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \\ \hline 114 \end{array} \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .7 \\ 1174 \\ \hline 1064 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .9 \\ 2786 \\ \hline 3456 \end{array}$$

**Doplň indické násobení:**

5	8	
<del>3</del>	<del>5</del>	7
4	1	3
4	0	6

4	7
<del>3</del>	<del>6</del>
4	2
4	2

2	8	7
0	2	2
6	4	1
8	6	7

3	1	6
2	0	5
7	9	4
2	8	4

Obr. 3: Prac. list žák A – Písemné a Indické násobení

Jak lze vidět na obrázku číslo 3, při písemném násobení vypočítal žák A pouze první příklad správně. U příkladu b) žák chyboval, protože násobky sedmi mu dělaly problém i v klasické výuce, jelikož je neměl dostatečně zafixované a ve spojitosti s náročností algoritmu písemného násobení příklad vyřešit nezvládl. U příkladu c) žák počítal správně součin  $9 \cdot 4 = 36$  kdy 6 zapsal a 3 si držel a pak pravděpodobně správně počítal  $9 \cdot 8 = 72$  a  $72 + 3 = 75$ , kdy napsal č. 5 a počítal  $9 \cdot 3 = 27$  a zde již zřejmě zapomněl, že si měl držet číslo 7 a napsal 27.

V úloze Indického násobení žák chyboval pouze v prvním příkladu, kdy mu asi opět činilo zásadní obtíže to, že neznal dobře násobky sedmi a jak lze vidět, ani indické násobení mu v tomto nepomohlo ke správnému výsledku. Ovšem následující tři příklady měl již všechny správně, tedy se zdá, že Indické násobení žákovi vyhovovalo mnohem více a byl v něm úspěšnější.

### ➤ Algebrogramy

**Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.**

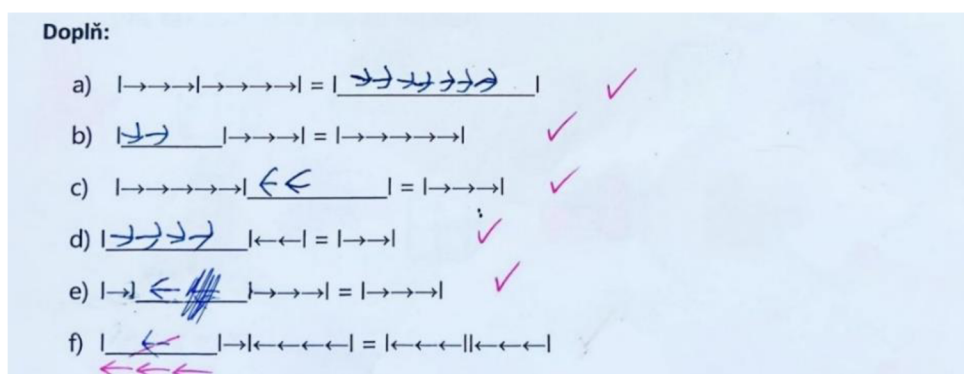
a) $14 + A = 17$	<u><math>74 + 3 = 77</math></u> ✓	d) $CC - C = 80$	<del>✓</del> <u><math>88 - 8 = 80</math></u>
b) $AA = 30 + A$	<del>✓</del> <u><math>33 = 30 + 3</math></u>	e) $D \cdot D = D + D$	<del>✓</del> <u><math>2 \cdot 2 = 2 + 2</math></u>
c) $42 - B = 37$	<u><math>42 - 5 = 37</math></u> ✓	f) $E \cdot E + E = 20$	<del>✓</del> <u><math>4 \cdot 4 + 4 = 20</math></u>

Obr. 4: Prac. list žák A – algebrogramy

Algebrogramy jsou jedno z nejnáročnějších prostředí a jelikož žákovi A dělalo do jisté míry logické uvažování, které je zde potřeba, problém vidíme, že nevyřešil téměř nic. Podle pozorování žáka při řešení pracovního listu i dle viditelných výsledku lze konstatovat, že žáka A algebrogramy na začátku zaujaly, ale po chvíli snahy o řešení a následného nezdaru řešení úloh vzdal a pronesl, že vůbec neví, co má dělat.

Na obrázku číslo 4 můžeme dále pozorovat, že žák vyřešil pouze dva typově stejné příklady, kdy znal podobný postup již z běžné výuky matematiky a chyběla mu zde doplnit místo neznámé (písmene) pouze jedna číslice. U úlohy a) se zřejmě ptal 14 a kolik mi chybí do 17 nebo  $17 - 14 = 3$  a u příkladu c) se mohl ptát 42 mínus kolik je 37 nebo  $42 - 37 = 5$ .

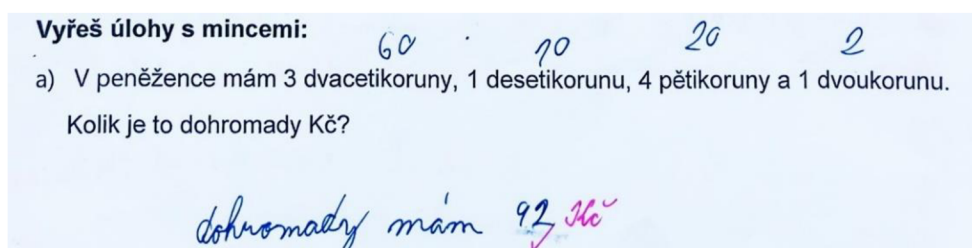
## ➤ Krokování



Obr. 5: Prac. list žák A – Krokování

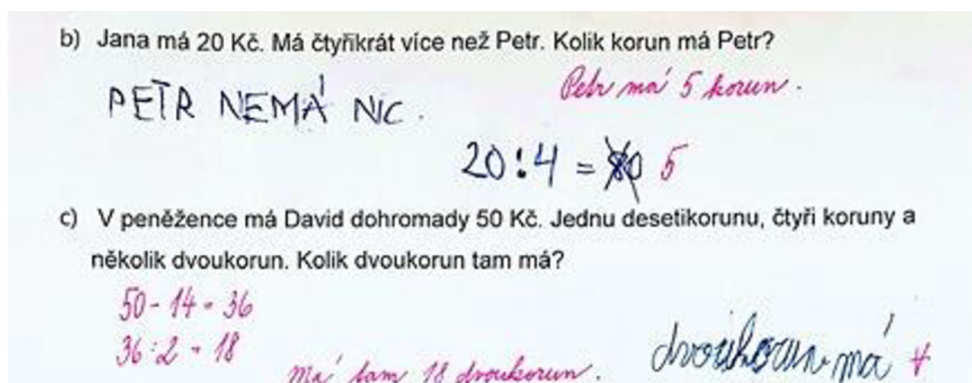
Z obrázku číslo 5 můžeme usuzovat, že žák prostředí a učivo krokování pochopil, ale problém mu činila úloha f), která pracuje se záporným číslem a zde již cvičení vyřešil chybně.

## ➤ Slovní úlohy a prostředí Mince



Obr. 6: Prac. list žák A – Slovní úlohy a Mince 1

Obrázek číslo 6 obsahuje první slovní úlohu z prostředí Mince, kterou žák vyřešil správně, jen nezapsal celý postup řešení a nezvládl napsat správně odpověď.



Obr. 7: Prac. list žák A – Slovní úlohy a Mince 2



Z obrázku b) je patrné, že šel žák při řešení úlohy správným směrem, kdy příklad 20 : 4 zapsal správně, ale následně asi místo dělení násobil, a když mu vyšel výsledek 80 tak jej škrtl a celé řešení uzavřel odpovědí: „Petr nemá nic“.

Se slovní úlohou c) si žák A patrně nevěděl rady vůbec, jelikož zde není ani náznak pokusu o řešení úlohy, pokud nepočítáme předeepsání si části odpovědi.

### ➤ Krychlové stavby



Obr. 8: Prac. list žák A – Krychlové stavby

Z obrázku číslo 8 můžeme vyčíst, že první úloha, kdy měl žák různě kombinovat dvě modré a jednu červenou kostku, mu nečinila obtíže a zvládl ji výborně. V praxi si rád stavěl modely z kostek a z pozorování ve výuce můžeme usoudit, že ho to i velice bavilo. S čím měl žák A problém, byly stejné stavby překlopené různými směry a jejich následné spárování, což ve druhém cvičení i vidíme. Přesto cvičení poměrně zvládl, a vše z toho co určil, bylo správně.

## **Případová studie č. 2 – žák B**

### Osobnost dítěte, jeho anamnéza a fungování v kolektivu spolužáků

Žák B navštěvoval tuto školu od prvního ročníku, kdy se do České republiky přistěhoval se svou rodinou z Vietnamu. Byl považován za **osobu se sociálním znevýhodněním – konkrétně cizinec**. V kolektivu své třídy fungoval od samotného začátku povinné školní docházky a byl zde všemi spolužáky oblíbený. Byl nekonfliktní extrovert, který nemá problém spřátelit se s někým novým. Jeho čeština se zdála již velmi dobrá. Gramatika mu v českém jazyce vůbec nedělala obtíže, vše se rychle učil a při různých gramatických cvičení nebo diktátech nemíval problém a býval téměř vždy hodnocen známkou jedna. S čím měl ale občas potíže bylo porozumění textu, které pro něj bylo v určitých situacích poměrně náročné, což se často odráželo právě i v hodinách matematiky tam, kde se nacházel složitější slovní pokyn nebo při řešení slovních úloh.

### Práce žáka „B“ v hodinách matematiky realizovaných běžným způsobem

Žák B byl v matematice velmi dobrý, počítal bez větších obtíží i složitější příklady a oproti svým vrstevníkům byl ve výkonu někde nad průměrem. Matematika byla jeho oblíbeným předmětem. Tempo práce měl velmi rychlé, býval častokrát mezi prvními, kdo zadané úkoly vyřešil. Pokud chyboval, tak pouze v případech nepozornosti nebo přílišné snahy být první. Vyhovovala mu samostatná práce, ale i práci ve skupině zvládal dobře a byl jedním z těch, kteří skupinu vedli k lepšímu výkonu.

Co se týče zvládnutí učiva, v hodinách matematiky, které jsem měla možnost sledovat, měl žák B stoprocentně zvládnutou malou násobilku a pamětné násobení či dělení v oboru malé násobilky mu nedělalo vůbec žádný problém. Při sčítání a odčítání do 100 a následně do 1 000 dokázal spočítat i složitější příklady s přechodem přes desítku. Zaokrouhlování mu zpočátku příliš nešlo, ale jakmile pochopil princip a pravidlo, jak zaokrouhlovat nahoru či dolů tak zvládal zaokrouhlování na desítky i stovky výborně. Písemné násobení mu také nečinilo komplikace, jen někdy z nepozornosti a snahy být nejrychlejší zapomněl přičíst číslo, které si držel, což vedlo ke špatnému výsledku. Obtíže nastávaly až v případech složitějších slovních zadání úkolů či právě v již zmiňovaných slovních úlohách, kdy mu dělalo problém porozumět textu a přeložit si ho do matematického jazyka. Stejně tak mu u některých slovních úloh dělalo potíže vymyslet odpověď. Žákovi B ve slovních úlohách činily komplikace třeba pojmy koupil nebo zaplatil (signalizují odčítání), úlohy s výškou, váhou, vzdáleností (např.: Katka měří 147 cm. Tatínek je o 35 cm vyšší. Kolik centimetrů měří tatínek?) atd.

## Práce žáka „B“ v hodinách matematiky se zavedením prvků Hejného metody

Žák B měl, jako jeden z mála jeho spolužáků ve třídě, matematiku rád již před zavedením prvků Hejného metody, ale přesto ho některá prostředí zaujala a byla to pro něj nová zkušenost, jak může výuka matematiky vypadat. Nejvíce ho zaujaly Algebrogramy, které pro něj byly jistou výzvou a pátrání po kombinacích čísel, která se skrývají za písmeny, ho velmi bavilo. Zvládal obstojně řešit všechna cvičení, jen výše zmiňované slovní úlohy mu činily obtíže.

### Závěrečný pracovní list s prvky Hejného matematiky a jeho rozbor

Zde si rozebereme řešení jednotlivých cvičení zaměřených na konkrétní prostředí.

#### ➤ **Písemné násobení a Indické násobení**

Doplň násobení:

a) 38      b) 152      c) 384

$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \end{array} \checkmark$        $\begin{array}{r} .7 \\ 1064 \end{array} \checkmark$        $\begin{array}{r} .9 \\ 3456 \end{array} \checkmark$

Doplň indické násobení:

5	8		
5	5	6	7
4	0	6	

4	7		
3	6	6	9
4	2	3	

2	8	7	
0	2	2	3
0	8	6	1

3	1	6	
2	7	9	9
2	8	4	4

Obr. 9: Prac. list žák B – Písemné a Indické násobení

Z obrázku číslo 9 je jasné, že žák látku dokonale ovládal, měl upevněnou malou násobilku a zvládl bezchybně jak složitější algoritmus tradičního písemného násobení, tak i jednodušší Indické násobení. Zde je tedy pro něj indické násobení jako forma ulehčení od náročnějšího písemného násobení zbytečné, ale i tak se domníváme, že nový způsob řešení žáka mohl v určitých ohledech obohatit, minimálně třeba o novou zkušenost.

#### ➤ **Algebrogramy**

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$        $14 + 3 = 17 \checkmark$       d)  $CC - C = 80$        $80 - 0 = 80 \checkmark$

b)  $AA = 30 + A$        $33 = 30 + 3 \checkmark$       e)  $D \cdot D = D + D$        $2 \cdot 2 = 2 + 2 \checkmark$

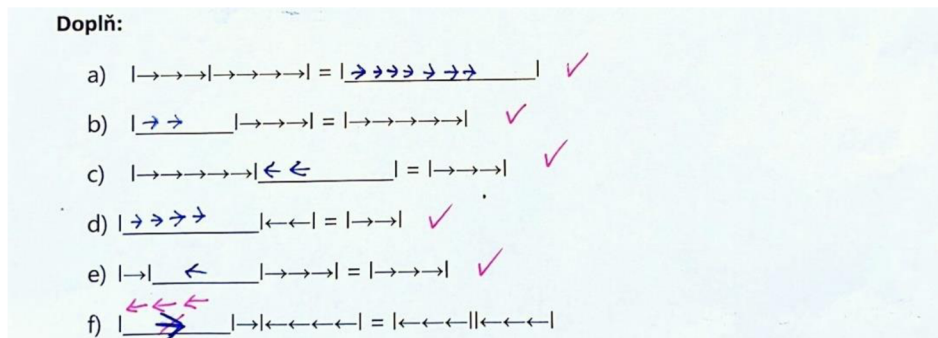
c)  $42 - B = 37$        $42 - 5 = 37 \checkmark$       f)  $E \cdot E + E = 20$        $8 \cdot 5 + 5 = 20$

Obr. 10: Prac. list žák B – Algebrogramy

Obrázek číslo 10 ukazuje, že žák náročné prostředí Algebrogramy zvládl. Jedinou chybu udělal v posledním příkladu f), kdy sice dospěl ke správnému výsledku, že  $3 \cdot 5 + 5 =$

20, ale pravděpodobně zapomněl, že se v úloze vyskytovalo třikrát písmeno E, a tedy měl použít pouze jednu číslici, kterou byla při správném postupu řešení čtyřka.

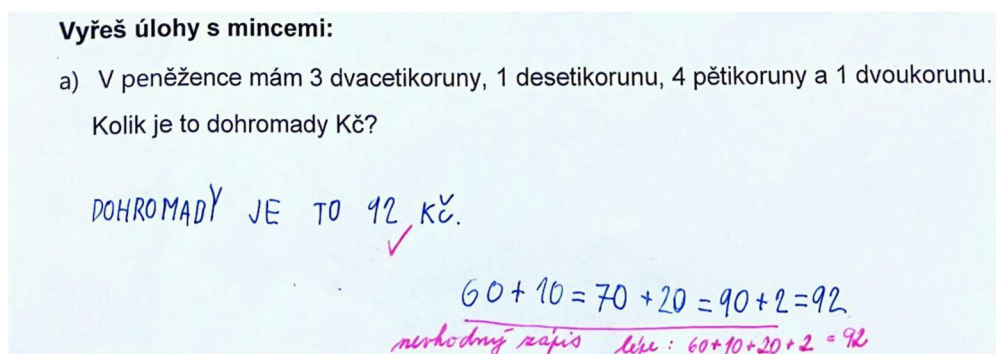
### ➤ Krokování



Obr. 11: Prac. list žák B – Krokování

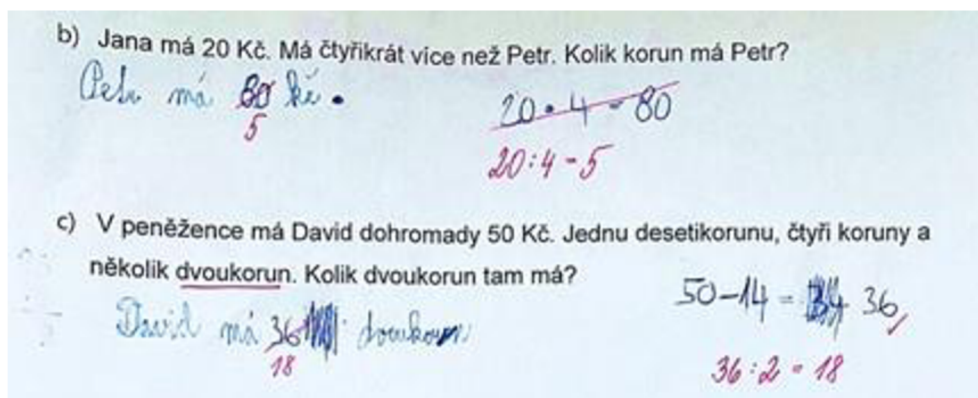
Úlohu z prostředí Krokování, kterou lze vidět na obrázku číslo 11, zvládl žák B bez komplikací. Domníváme se tedy, že potřebná pravidla k úspěšnému řešení těchto úloh pochopil. Chybně vyřešil až poslední úlohu, která pracuje se záporným číslem a zde si již asi nevěděl rady, protože záporná čísla v matematice, kterou se učili běžným způsobem zatím neprobírali, a i když jsme si v hodinách s aplikací prvků Hejného metody několik úloh ukazovaly, tak si žák B přesto zřejmě tuto zkušenost nevybavil.

### ➤ Slovní úlohy a prostředí Mince



Obr. 12: Prac. list žák B – Slovní úlohy a Mince

Z první slovní úlohy z prostředí Mince na obrázku číslo 12 je patrné, že žák B příklad vyřešil a dopracoval se ke správnému výsledku. Jen jeho postup řešení není zapsán matematicky správně, kdy vždy po sečtení dvou hodnot přidal za rovnítko jednu další, kterou k výsledku přičetl a takto postup opakoval až do finálního výsledku. Odpověď na otázku zde napsal dobře.



Obr. 13: Prac. list žák B – Slovní úlohy a Mince č. 2

Následující dvě slovní úlohy z obrázku číslo 13 již žák vyřešil chybně. V úkolu b) nepochopil správně ze slovního zadání úlohy, že čtyřikrát více má Jana, a nikoliv Petr a místo dělení proto násobil. V úloze c) počítal správně, ale v závěru neudělal poslední výpočet, kdy měl výsledek 36 ještě vydělit dvěma, protože otázka zněla: „Kolik dvoukorun tam má?“ Z toho vyplývá, že žák zjistil celkovou hodnotu zbylých dvoukorun, ale ne jejich počet. Tento nedostatek patrně opět pramení z potíží porozumět textu a obzvlášť pak převést si jej navíc do matematického jazyka.

### ➤ Krychlové stavby



Obr. 14: Prac. list žák B – Krychlové stavby

Na obrázku číslo 14 vidíme, že první úlohu žák vyřešil správně, i když na chvíli z nepozornosti vybarvil i čtvrtý sloupec krychlí, ale poté si asi uvědomil, že v zadání dvě červené krychle nejsou, a tedy je nemůže ve svém řešení použít. Druhou úlohu řešil dobře, ale zmátlo ho, že by i přes zadání hledat dvojice staveb, našel trojici, respektive tato trojice mezi sebou tvoří konkrétní dvojice, každopádně stavby k sobě patří. Jinak bylo vše v pořádku a při řešení pracovního listu jsme viděli, že žák tuto úlohu řešil poměrně rychle a sebejistě.

## **Případová studie č. 3 – žák C**

### Osobnost dítěte, jeho anamnéza a fungování v kolektivu spolužáků

Žák C je jedinec se **specifikou poruchou učení, konkrétně dyslexií**. Do jejich třídy chodí od prvního ročníku, tedy spolužáky dobře zná, v kolektivu je velice oblíbený a našel si přátele i v jiných třídách. Mezi spolužáky je nekonfliktní. Rád kreslí, maluje, tvoří i sportuje. V matematice podle vyučující většinou příliš velké problémy nemá, až na delší slovní zadání a slovní úlohy. U slovních úloh je pro žáka C obtížné přečíst si zadání a porozumět mu, hlavně pokud je potřeba si jej ještě navíc přeložit do matematického jazyka. V momentě, kdy se přestane na řešení úkolů plně soustředit, mívá potíže při rozlišování tvarově podobných číslic (hlavně 6 a 9) nebo při přepisování příkladu do sešitu zamění pořadí číslic. Při písemném sčítání a odčítání mu dělalo problém zapsání číslic správně pod sebe. Matematické symboly čte dobře. Obecně učivo podle paní učitelky zvládá, jen potřebuje více času, aby si text a vizuální stránku pořádně zpracoval. Žák C má sestaven IVP a je vzděláván dle ŠVP ZV bez úprav, kdy je potřeba dbát na individuální přístup, ponechat mu na práci více času a častěji ho kontrolovat a povzbuzovat. Žák má jednu vyučovací hodinu pedagogické intervence týdně, jako podporu přípravy na vyučování českého jazyka.

### Práce žáka „C“ v hodinách matematiky realizovaných běžným způsobem

Žák C byl v matematice ve srovnání s kolektivem spolužáků někde v průměru. Matematika prý není jeho oblíbený předmět, ale většinou učivo zvládal. Žák byl v hodinách matematiky klidný a úkoly řešil svědomitě. U činnostech, které mu nešly tak dobře (slovní úlohy), se jevil nejistý. Tempo práce bylo pomalejší. Rád pracoval ve dvojici se svým spolužákem v lavici.

Co se týče zvládnutí učiva, v hodinách matematiky, které jsem měla možnost sledovat, uměl žák C dobře násobit i dělit v oboru malé násobilky, i když si někdy ukazoval na prstech, což vůbec nevadilo, pokud to žákovi pomáhalo. Sčítání a odčítání dvojciferných čísel z paměti v oboru do 100 a později jednodušších do 1000 žák C, až na malé chyby z nepozornosti, zvládal. Zaokrouhlování na desítky mu nedělalo problém a po plném pochopení principu, jak zaokrouhlovat nahoru nebo dolů, všechny úlohy řešil bezchybně. Pro žáka toto učivo začalo být mírně obtížné, až když přešli k zaokrouhlování na stovky, jelikož si často pletl, které číslo zaokrouhluje a podle kterého se při tom řídí. Princip písemného násobení žák ovládal a když chyboval, tak spíše z nepozornosti nebo proto, že si příklad špatně přepsal do sešitu a zaměnil

některé číslice. Hlavní problém nastal až se slovními úlohami. Žák A měl u složitějšího zadání slovních úloh problémy s porozuměním textu, který si měl pak následně přeložit do matematického jazyka. Stejně jako žák A i B, měl u některých slovních úloh potíže vymyslet odpověď. Také žákovi C ve slovních úlohách dělaly problémy pojmy koupil či zaplatil (odčítání), úlohy s výškou, váhou a vzdáleností.

### Práce žáka „C“ v hodinách matematiky se zavedením prvku Hejného metody

Žák C se nového přístupu nejdříve bál, ale po chvíli společné práce ve skupině zjistil, že je matematika realizována hravou formou a že učení může být i zábavné. Největší problém měl žák při vypracovávání slovních úloh a algebrogramy také úplně nezvládal, jelikož si pod jednotlivými písmeny ne vždy dokázal představit určité číslo. Co ho ale velice bavilo, bylo Indické násobení a krychlové stavby.

### Závěrečný pracovní list s prvky Hejného matematiky a jeho rozbor

Zde si rozebereme řešení jednotlivých cvičení zaměřených na konkrétní prostředí.

#### ➤ **Písemné násobení a Indické násobení**

**Doplň násobení:**

a) 38                      b) 152                      c) 384

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \end{array} \quad \begin{array}{r} .7 \\ 1064 \end{array} \quad \begin{array}{r} .9 \\ 3856 \\ 4 \end{array}$$

**Doplň indické násobení:**

5	8	
4	0	6

4	7	
4	2	3

2	8	7	
0	8	6	1

3	1	6	
2	8	4	4

Obr. 15: Prac. list žák C – Písemné a Indické násobení

Na obrázku číslo 15 vidíme, že žák C řešil písemné násobení úspěšně, ale u posledního příkladu chyboval, pravděpodobně z nepozornosti při přičítání čísla 7, které si měl držet v krátkodobé paměti.

Indické násobení bylo vyřešeno bezchybně, tedy výsledky ukazují, že žák toto prostředí výborně ovládal a tento zjednodušený algoritmus mu vždy pomohl dopočítat se ke správnému výsledku.

## ➤ Algebrogramy

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a) $14 + A = 17$	$14 + 3 = 17$ ✓	d) $CC - C = 80$	$88 - 8 = 80$ ✓
b) $AA = 30 + A$	$33 = 30 + 3$ ✓	e) $D \cdot D = D + D$	<del>4</del> $2 \cdot 2 = 2 + 2$
c) $42 - B = 37$	$42 - 5 = 37$ ✓	f) $E \cdot E + E = 20$	<del>4</del> $4 \cdot 4 + 4 = 20$

Obr. 16: Prac. list žák C – Algebrogramy

Podle řešení úloh na obrázku číslo 16 se zdá, že žák dokázal vyřešit úlohy, které obsahovaly pouze jednu početní operaci (sčítání či odčítání). Jakmile měl na jedné straně rovnice násobit a na druhé sčítat, jak je tomu v úloze e), již řešení nenašel, což platí i o úloze f), kde jsou na jedné straně rovnice rovnou dvě operace, a to násobení a sčítání.

## ➤ Krokování

Doplň:

a) $  \rightarrow \rightarrow \rightarrow   \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow   =   \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow  $	✓
b) $  \rightarrow \rightarrow   \rightarrow \rightarrow \rightarrow   =   \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow  $	✓
c) $  \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow   \leftarrow \leftarrow   =   \rightarrow \rightarrow \rightarrow  $	✓
d) $  \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow   \leftarrow \leftarrow   =   \rightarrow \rightarrow  $	✓
e) $  \rightarrow   \leftarrow   \rightarrow \rightarrow \rightarrow   =   \rightarrow \rightarrow \rightarrow  $	✓
f) $  \rightarrow \rightarrow \rightarrow   \rightarrow   \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow   =   \leftarrow \leftarrow \leftarrow   \leftarrow \leftarrow \leftarrow  $	

Obr. 17: Prac. list žák C – Krokování

Na obrázku číslo 17 vidíme, že žák C úspěšně vyřešil všechny krokovací úlohy a v prostředí se do značné míry orientuje. Jediná chyba byla ve cvičení f), která spočívala v neschopnosti vyřešit záporné číslo.

## ➤ Slovní úlohy a prostředí Mince

Vyřeš úlohy s mincemi:

a) V peněžence mám 3 <sup>3 · 20</sup> dvacetikoruny, 1 desetikorunu, 4 pětikoruny a 1 dvoukorunu. Kolik je to dohromady Kč?

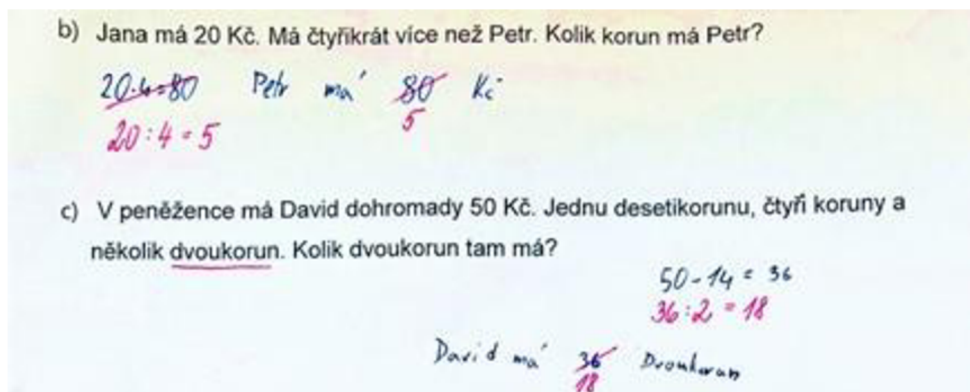
$$\frac{3 \cdot 20}{36} + \frac{10}{10} + \frac{4}{20} + \frac{2}{2} = 68 \text{ Kč}$$

✓ peněžence mám 68 Kč

Obr. 18: Prac. list žák C – Slovní úlohy a Mince



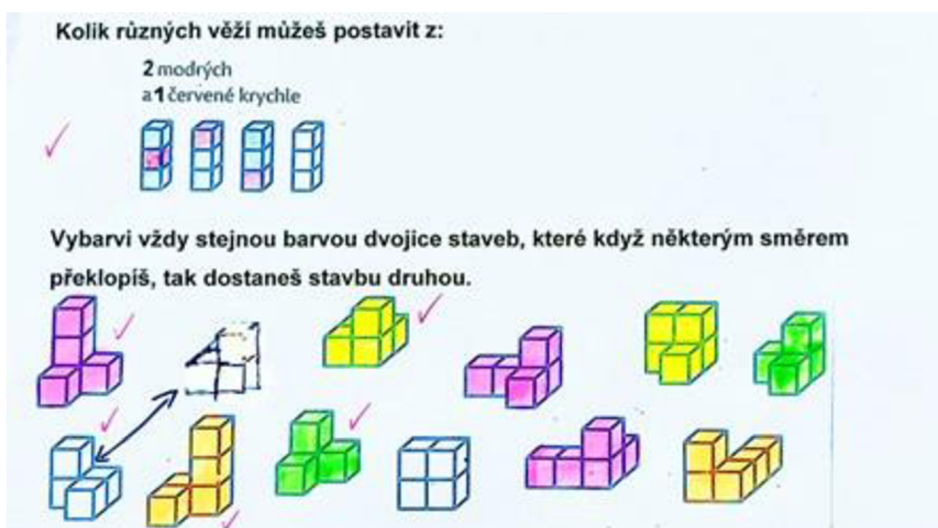
Slovní úlohu na obrázku číslo 18 žák nedokázal správně vyřešit, jelikož si zřejmě špatně přečetl číslo v zadání a místo dvacet si do příkladu zapsal číslo 12 a díky tomu, mu vyšel celý výsledek špatně. Odpověď také nenapsal správně dle otázky.



Obr. 19: Prac. list žák C – Slovní úlohy a Mince č. 2

Na obrázku číslo 19 vidíme, že byly chybně vyřešeny obě úlohy. V úloze b) žák místo dělení násobil, jelikož pravděpodobně nepochopil zadání slovní úlohy, přesněji řečeno nepochopil, že čtyřikrát více má Jana a ne Petr, a proto místo dělení násobil. V úloze c) postupoval při řešení správně, ale vypočítal jen hodnotu zbylých dvoukorun, a ne jejich počet, kdy měl číslo 36 dělit dvěma, což s největší pravděpodobností také plyne z nedostatečného porozumění textu.

### ➤ Krychlové stavby



Obr. 20: Prac. list žák C – Krychlové stavby

Prostředí Krychlové stavby žák C očividně ovládal, protože jak je patrné z obrázku číslo 20, tak obě cvičení vyřešil de facto bez chyby. Lze tedy předpokládat, že nácvik

prostorové představivosti a kombinatoriky pomocí skutečných kostek žákovi pomohl k tomu, že si následně věděl v úloze rady téměř bez sebemenšího zaváhání, o čemž také vypovídala rychlost vyřešení úlohy.

## 5.5 Komparace výsledků výzkumného šetření

Skupina účastníků výzkumu byla složena ze třech žáků, kdy každý žák měl jiné SVP. U žáka A bylo diagnostikováno oslabení kognitivního vývoje, žák B byl jedinec se sociálním znevýhodněním – konkrétně cizinec a žák C byla osoba se specifickou poruchou učení, přesněji s dyslexií.

Na následujících řádcích jsme se pokusili komparovat výsledky výzkumu ve vztahu ke všem zmíněným účastníkům v rámci jednotlivých prostředí. Pohybovali jsme se v těchto prostředích: Tradiční písemné násobení a Indické násobení, Algebrogramy, Krokování, Slovní úlohy a Mince a Krychlové stavby

### ➤ **Tradiční písemné násobení a Indické násobení**

Z výsledků se zdá, že tradiční písemné násobení bez větších problémů zvládali žáci B a C, ale pro žáka A bylo dopracovat se k výsledku mnohem obtížnější, jelikož náročnost tohoto způsobu násobení na myšlenkové operace je vysoká.

Ukazuje se však, že Indické násobení bylo pochopeno a zvládnuto všemi třemi žáky. Především žák A byl velmi šťastný, že se mu konečně násobení daří, což ho namotivovalo k dalším aktivitám. Stejně tak žák C, který sice tradiční písemné násobení ovládal, ale občas v něm v důsledku dyslexie chyboval, byl z Indického násobení nadšený a počítání ho začali dokonce i bavit, jak sám pronesl. U žáka B jsme zjistili, že pro něj indické násobení bylo jako prostředek k ulehčení si od náročnějšího písemného násobení zbytečné, protože měl dokonale zvládnutý algoritmus písemného násobení. Nicméně i tak se domníváme, že nový způsob řešení žáka přece jen mohl v určitých ohledech obohatit, minimálně třeba o novou zkušenost či pochopení nového způsobu, jak lze násobit.

### ➤ **Algebrogramy**

Zdá se, že algebrogramy, nejlépe zvládl žák B, který má logické myšlení na výborné úrovni, ale i žák C i přes úskalí dyslexie dokázal vyřešit velkou část úloh bez problémů. Myslíme si, že algebrogramy nejsou příliš vhodné pro žáka A, jelikož v jejich řešení nebyl úspěšný a také na něm při řešení bylo znát, že většinu těchto úloh vůbec nerozuměl a nevěděl co s nimi má dělat.

### ➤ **Krokování**

Krokování, se dle úspěšnosti řešení všech žáků, jeví jako zvládnuté a oblíbené prostředí, což bylo vidět i na jejich motivaci při řešení jednotlivých úloh. Problém nastal u

všech žáků pouze při řešení poslední úlohy, která vyšla jako záporné číslo a žáci si s úlohou nevěděli rady. Tento typ úloh by bylo potřeba více procvičit, jelikož se žáci prozatím v jejich klasických hodinách výuky matematiky běžným způsobem s tímto typem čísla nesetkali.

### ➤ **Slovní úlohy a Mince**

První slovní úlohu vyřešili žák A a B, žák C se z nepozornosti při čtení zadání ke správnému výsledku nedopočítal.

Druhou úlohu nevypočítal ani jeden žák, všichni počítali chybně, a i když měl žák A příklad napsaný správně, výsledek vypočítal místo dělení stejně, jako druzí dva žáci, tedy prostřednictvím násobení. Žáci B a C při řešení úlohy neporozuměli textu a proto oba ze zadání chybně vydedukovali, že to Petr má čtyřikrát více peněz než Jana a následkem toho oba dva místo dělení ( $20 : 4 = 5$ ) příklad násobili ( $20 \cdot 4 = 80$ ) a dospěli tak k nesprávnému závěru.

Třetí slovní úlohu úspěšně nevyřešil nikdo i přesto, že žáci B a C byli k vyřešení blízko. Oba však vypočítali pouze hodnotu mincí, ale ne jejich počet. Tento fakt pramení z toho, že žáci nedokázali plně porozumět slovnímu zadání úlohy a nepřevodli si tak pojem „dvoukoruny“ do matematického jazyka. Poněvadž z otázky („Kolik dvoukorun tam má?“) plyne, že žáci musí hodnotu, kterou vypočítali následně vydělit dvěma, aby zjistili onen počet mincí v hodnotě 2 Kč, a nikoliv hodnotu samotnou. Žák A úlohu neřešil vůbec, protože jak vyplynulo z pozorování jeho práce, zadání vůbec nepochopil.

### ➤ **Krychlové stavby**

První úlohu zvládli úspěšně vyřešit všichni tři žáci, ale celou druhou úlohu vyřešil pouze žák C. Žák B udělal jednu chybu, kdy pravděpodobně znejistil při výskytu jedné záludné trojice staveb v řešení, kdy zadání znělo hledat dvojice. Tato naše domněnka pramení z toho, že při dlouhodobějším pozorování žáka C ve výuce jsme zjistili, že se v určitých situacích, tam kde je jasně napsané zadání, řídí dle daných pravidel a jakékoli zdánlivé porušení instrukce ho rozhodí.

## 6 Shrnutí výzkumného šetření

Zařazení prvků Hejného matematiky do výuky žáků se SVP na 1. stupni základní školy se nám ukázalo jako kvalitní zpestření výuky a nabídlo žákům, ale i vyučujícím nový pohled na řešení matematiky jinou, mnohdy zábavnou formou.

Žáci si vyzkoušeli práci v prostředí klasického písemného násobení, ale i Indického násobení, kdy si mohly sami porovnat, zda jim Indické násobení vyhovuje více nežli o něco náročnější násobení písemné.

S Algebrogramy se žáci setkali prvně, ale až na žáka A učivo pochopili a vyřešili vše správně, tedy kromě posledního jednoho až dvou cvičení této gradované úlohy, kdy si již nedokázali poradit s kombinací dvou početních operací – sčítání a násobení a k správnému výsledku se nedopracovali.

Stejně tak prostředí Krokování, bylo pro žáky zcela nové, ale zde jsme se u všech žáků setkali s velmi kladnými reakcemi na práci v tomto prostředí, která žáky bavila a zde skutečně platilo známé heslo našeho Jana Amose Komenského: „Škola hrou.“ Žáci si prostřednictvím hry na krokovacím páse rozvíjeli schopnost počítání, ale cit pro rytmus.

Slovní úlohy v prostředí Mince se pro naše účastníky jeví jako nejnáročnější, o čem svědčí také celková míra úspěšnosti žáků. Při celkovém počtu devíti slovních úloh vyřešili všichni tři žáci celkem pouze dvě úlohy. Domníváme se, že takováto neúspěšnost při řešení slovních úloh u všech tří žáků pramenila z potíží porozumět psanému textu a přeložit si potřebné údaje do matematického jazyka. Faktorů, proč žáci se SVP často při řešení slovních úloh selhávají může být více, jak také ve své knize popisuje Růžena Blažková. Blažková (2017) uvádí, že nepochopení zadání slovní úlohy může pramenit z délky textu, nevhodně zvolených výrazů, z formy zadaných číselných údajů, působením poruch učení jako je dyslexie či nesoustředěnosti na zadaný text.

Poslední dvě úlohy byly z prostředí Krychlových staveb, které žáci, i když nevědomě, znají alespoň částečně z dětství, kdy si stavěli věže z dřevěných či plastových kostek. Tyto úlohy je prověřili ve schopnosti prostorové představivosti a zasahují taktéž do aritmetiky.

Hlavním cílem praktické části této práce bylo zjistit, jestli bude využití prvků Hejného metody pro žáky se SVP na 1. stupni ZŠ, kteří jsou v matematice vzdělávání běžným způsobem, přínosné.

- V rámci výzkumného šetření se zdá, že i žáci se SVP mohou být v Hejného metodě úspěšní a aplikace této metody do běžného vyučování na ZŠ může být pro tyto žáky dokonce přínosné.

Nyní si zodpovíme výzkumné otázky, které jsme si stanovili, a které vychází ze stanoveného cíle. Tyto výzkumné otázky byly ověřovány na základě použitých metod (pozorování, rozhovor a test – pracovní list).

**Výzkumná otázka č. 1:** Je pro žáky se SVP přínosné využívání prvků Hejného matematiky ve výuce?

- Domníváme se, že ano také z toho důvodu, protože i žáci A a C, kteří matematiku u nich ve škole rádi neměli, začali v hodinách s prvky Hejného metody řešit většinu prostředí aktivně, zapojovali se do skupinových prací, ale nevadila jim ani práce samostatná, jelikož zjistili, že zde zažívají velmi často úspěch, a že je za chyby nikdo nesoudí a chyba je naopak vítána.

**Výzkumná otázka č. 2:** Jaký je rozdíl v efektivitě využívání prvků Hejného metody u jednotlivých pozorovaných typů žáků se SVP?

- Tuto otázku nám blíže popisuje a zároveň na ni odpovídá kapitola 5.5 Komparace výsledků výzkumného šetření, kde jsou jednotlivá prostředí rozebrána ve vztahu ke všem třem účastníkům výzkumného šetření.

**Výzkumná otázka č. 3:** Jak se využívání prvků Hejného metody projevuje ve vztahu žáka se SVP k matematice?

- Ukázalo se, že právě i žáci, kteří matematiku na jejich škole neměli v oblibě, začali v našich hodinách s prvky Hejného metody řešit většinu prostředí aktivně, zapojovali se do práce ve skupině a vítali i práci samostatnou, jelikož zjistili, že zde zažívají velmi často úspěch, a že je za chyby nikdo nesoudí a chyba něco vítaného. I ten nejslabší žák si zde našel tu svou úlohu, kterou dokázal úspěšně vyřešit a pocítit radost.

## ZÁVĚR

V teoretické části jsme se seznámili se základní terminologií, kdy jsme si definovali, kdo jsou žáci se SVP, jak se dle MŠMT dále klasifikují a jednotlivé skupiny žáků, kteří mají SVP jsme si následně blíže popsali. Jelikož jsme výzkum realizovali v České republice, uvedli jsme i informace o zdejším systému vzdělávání, včetně vzdělávání žáků se SVP. Kapitola o transmisivním a konstruktivistickém pojetí vyučování matematiky blíže charakterizovala tyto přístupy s tím, že transmisivní způsob byl popsán pouze stručně, jelikož nebyl hlavní myšlenkou závěrečné práce. Popsali jsme si Konstruktivistické pojetí vyučování, kde se řadí i Hejného metoda, které se teoretická část z většiny věnovala, respektive jejím prvkům aplikovaným do běžné výuky matematiky na ZŠ.

Začátek praktické části seznámil čtenáře s hlavním cílem práce a vytyčil tři výzkumné otázky, na které jsme se po získání všech potřebných dat snažil odpovědět. V podkapitole Metodologie výzkumného šetření bylo pak popsáno, co je to případová studie a jaké metody byly použity při získávání dat. Čtenář se zde dozvěděl také informace o výzkumném vzorku, a to kde a kdy výzkum probíhal a kdo byl účastníkem sledovaného vzorku. Podkapitola Analýza a interpretace výsledků obsahuje tři případové studie žáků se SVP, které byly vytvořeny na základě jednotlivých metod získávání informací pro tuto práci.

Při hodinách s prvky Hejného matematiky jsme vždy mysleli na konkrétního žáka a při nácviku dbaly na maximální názornost. Chyby byly vítány a v kolektivu všech žáků prodiskutovány. Ukázalo se, že žáky pro matematiku ještě stále můžeme nadchnout, jen je potřeba zvolit zajímavé a různorodé činnosti a typy úloh tak, aby se zde každý jeden žák dokázal najít.

Hlavním cíl i na něj navázané výzkumné otázky této práce podle nás byly naplněny.

## Seznam literatury a odborných zdrojů

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno: Masarykova univerzita, 2017. Matematika a didaktika matematiky. ISBN 978-80-210-8673-9.

FERJENČÍK, Ján. *Úvod do metodologie psychologického výzkumu: jak zkoumat lidskou duši*. Vyd. 2. Přeložil Petr BAKALÁŘ. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-815-9.

HEČKOVÁ, Lenka. ŽÁCI SE SPECIÁLNÍMI VZDĚLÁVACÍMI POTŘEBAMI [online]. In: 16.10.2017, s. 3 [cit. 2021-7-1]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/file/44243?highlightWords=%C5%BE%C3%A1ci+speci%C3%A1ln%C3%ADmi+vzd%C4%9BI%C3%A1vac%C3%ADmi+pot%C5%99ebami>

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Nad'a VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3. Dostupné z: <http://mdisk.pedf.cuni.cz/SUMA/MaterialyKeStazeni/PublikaceKnihy/25KapitolZDM.pdf>

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN isbn978-80-7290-776-2.

KENDÍKOVÁ, Jitka. *Školák se speciálními vzdělávacími potřebami*. Ilustroval Anna TROUSILOVÁ. Praha: Raabe, [2017]. Dobrá škola. ISBN 978-80-7496-305-6.

KREJČOVÁ, Lenka. *Dyslexie: psychologické souvislosti*. Praha: Grada, 2019. Psyché (Grada). ISBN 978-80-247-3950-2.

KVASZ, Ladislav. Princípy genetického konstruktivismu. *Orbis Scholae* [online]. 2016, 10(2), 15-45 [cit. 2021-11-07]. ISSN 18024637. Dostupné z: <http://doi.org/10.14712/23363177.2017.1>

MÁLKOVÁ, P. Příručka pro rodiče žáků s výukou matematiky podle metody prof. Milana Hejného [online]. Ždírec nad Doubravou, 2014 [cit. 2021-06-20]. Dostupné z: <https://ucebnice.fraus.cz/cs/nezavisle-stranky/matematika-metoda-prof.-hejneho>

MATĚJČEK, Zdeněk. *Dyslexie: specifické poruchy čtení*. 3. upr. a rozšíř. vyd. Jinočany: H & H, 1995. ISBN isbn80-85787-27-x.



MICHALOVÁ, Zdeňka. *Specifické poruchy učení*. Havlíčkův Brod: Tobiáš, 2016. ISBN 978-80-7311-166-3.

*MKN-10: mezinárodní statistická klasifikace nemocí a přidružených zdravotních problémů: desátá revize: obsahová aktualizace k 1.1.2018*. Praha: Ústav zdravotnických informací a statistiky ČR, 2018. ISBN 978-80-7472-168-7. Dostupné z: <https://www.uzis.cz/res/f/008319/mkn-10-tabelarni-cast-20210101.pdf>

MŠMT (MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY). *Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami* [online]. Publikováno 16.10.2017. [cit. 2021-11-01]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/file/44243?highlightWords=%C5%BE%C3%A1ci+speci%C3%A1ln%C3%ADmi+vzd%C4%9B%C3%A1vac%C3%ADmi+pot%C5%99ebami>

OKOŇ, Wincenty. *K základům problémového učení*. Přeložil Jaroslav MÜLLER. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1966, 222 s.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2021. 164 s. [cit. 2021-03-17]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/4983/>

RENDL, Miroslav a Nad'a VONDROVÁ. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013. ISBN 978-80-7290-723-6. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/profile/Nada-Vondrova/publication/308959439\\_Kriticka\\_mista\\_matematiky\\_na\\_zakladni\\_skole\\_ocima\\_ucitelu/links/57fa44ba08ae886b8985f026/Kriticka-mista-matematiky-na-zakladni-skole-ocima-ucitelu.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Nada-Vondrova/publication/308959439_Kriticka_mista_matematiky_na_zakladni_skole_ocima_ucitelu/links/57fa44ba08ae886b8985f026/Kriticka-mista-matematiky-na-zakladni-skole-ocima-ucitelu.pdf)

SINDELAROVA, B. Deficity dílčích funkcí. Příčiny poruch učení a chování u dětí a jejich náprava. Bratislava – Brno: Psychodiagnostika, 2007.

VALENTA, Milan a kol. *Katalog podpůrných opatření pro žáky s potřebou podpory ve vzdělávání z důvodu mentálního postižení nebo oslabení kognitivního výkonu: dílčí část*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. ISBN 978-80-244-4614-1. Dostupné z: <http://katalogpo.upol.cz/wp-content/uploads/katalog-mp.pdf>

VALENTA, Milan, Lenka KREJČOVÁ a Bibiána HLEBOVÁ. *Znevýhodněný žák: deficitní dílčích funkcí a oslabení kognitivního výkonu*. Praha: Grada, 2020. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-271-0621-9.

ZELINKOVÁ, Olga. *Poruchy učení: dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dyspraxie, ADHD*. Vyd. 12. Praha: Portál, 2015. ISBN 978-80-262-0875-4.

ZORMANOVÁ, Lucie. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod*. Praha: Grada, 2012. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4100-0.

## Internetové zdroje a weby

Didaktická prostředí: Algebrogramy a hvězdičkogramy. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-13]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/algebrogramy-hvezdickogramy>

Didaktická prostředí: Krokování. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-14]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/krokovani>

Didaktická prostředí: Krychlové stavby. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-14]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/krychlove-stavby>

Didaktická prostředí: Mince. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-14]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/mince>

Didaktická prostředí: Slovní úlohy. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-14]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/slovni-ulohy>

Hejného metoda: didaktická prostředí. In: *Blog o Hejného metodě* [online]. H-mat, © 2018 [cit. 2022-05-13]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>

Matematika – metoda prof. M. Hejného. FRAUS učebnice [online]. Nakladatelství Fraus, s.r.o., © 2022 [cit. 2021-10-09]. Dostupné z: <https://ucebnice.fraus.cz/cs/nezavisle-stranky/matematika-metoda-prof.-hejneho>

MŠMT (MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY). *Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami* [online]. Publikováno 16.10.2017. [cit. 2021-11-01].

Dostupné z: <https://www.msmt.cz/file/44243?highlightWords=%C5%BE%C3%A1ci+speci%C3%A1ln%C3%ADmi+vzd%C4%9BI%C3%A1vac%C3%ADmi+pot%C5%99ebami>

12 klíčových principů. Hejného metoda: Zasloužená radost z poznávání, *H-mat, o.p.s.* [online]. [cit. 2021-10-09]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/principy>

## Učebnice

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *METODICKÝ NÁVOD: k Matematice pro 3. ročník ZŠ a OŠ 2. díl.* Všeň: Alter, 1997a.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *METODICKÝ NÁVOD: k Matematice pro 3. ročník ZŠ a OŠ 3. díl.* Všeň: Alter, 1997b.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Hana STAUDKOVÁ. *Matematika pro 3. ročník základních škol 2. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace.* Vyd. 4. Všeň: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-233-0.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Hana STAUDKOVÁ. *Matematika pro 3. ročník základních škol 1. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace.* Vyd. 4. Všeň: Alter, 2012. ISBN 978-80-7245-232-3.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Hana STAUDKOVÁ. *Matematika pro 3. ročník základních škol 3. díl: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace.* Vyd. 4. Všeň: Alter, 2013. ISBN 978-80-7245-234-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ, Anna Kuřík SUKNIÁK, Václav STRNAD a Štěpán ROČÁK. *Matematika pro 3. ročník základní školy: Příručka učitele.* Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, [2020a]. ISBN 978-80-88247-24-1.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ, Anna Kuřík SUKNIÁK, Václav STRNAD a Štěpán ROČÁK. *Matematika pro 3. ročník základní školy: učebnice* Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, [2020b]. ISBN 978-80-88247-21-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ, Anna Kuřík SUKNIÁK, Václav STRNAD a Štěpán ROČÁK. *Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit 1. díl.* Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, [2020c]. ISBN 978-80-88247-22-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ, Anna Kuřík SUKNIÁK, Václav STRNAD a Štěpán ROČÁK. *Matematika pro 3. ročník základní školy: pracovní sešit 2. díl.* Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, [2020d]. ISBN 978-80-88247-23-4.

## Legislativa

ČESKO. Zákon č. 261/2021 Sb., kterým se mění zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů – znění účinné od 1. 2. 2022. In: *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [cit. 18. 2. 2022]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/dokumenty/skolsky-zakon-ve-zneni-ucinnem-ode-dne-1-2-2022>

ČESKO. Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon) - znění od 10. 11. 2004. In: <i>Zákony pro lidi.cz</i> [online]. © AION CS 2010-2022 [cit. 18. 2. 2022]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2004-561/zneni-0>

Vyhláška č. 607/2020 Sb., kterou se mění vyhláška č. 72/2005 Sb., o poskytování poradenských služeb ve školách a školských poradenských zařízeních. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2021-03-20]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/dokumenty-3/vyhlaskey-ke-skolskemu-zakonu>

Vyhláška č. 606/2020 Sb., kterou se mění vyhláška č. 27/2016 Sb., o vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných. (nahrazena bývalá vyhláška č. 73/2005 Sb., o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných) *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2021-03-19]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/dokumenty-3/vyhlaskey-ke-skolskemu-zakonu>

## **Seznam zkratk**

**atd.** – a tak dále

**apod.** – a podobně

**atp.** – a tak podobně

**IVP** – Individuální vzdělávací plán

**MŠMT** – Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

**např.** – například

**RVP ZV** – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

**str.** – strana

**SVP** – Speciální vzdělávací potřeby

**ŠVP** – školní vzdělávací program

**tj.** – to je

**tzv.** – takzvaný, takzvaně

**ZŠ** – základní škola, základní školy

## Seznam obrázků

Obr. 1: Indické násobení – příklad	33
Obr. 2: Indické násobení – řešení	33
Obr. 3: Prac. list žák A – Písemné a Indické násobení	46
Obr. 4: Prac. list žák A – algebrogramy	47
Obr. 5: Prac. list žák A – Krokování	48
Obr. 6: Prac. list žák A – Slovní úlohy a Mince 1	48
Obr. 7: Prac. list žák A – Slovní úlohy a Mince 2	48
Obr. 8: Prac. list žák A – Krychlové stavby	49
Obr. 9: Prac. list žák B – Písemné a Indické násobení	51
Obr. 10: Prac. list žák B – Algebrogramy	51
Obr. 11: Prac. list žák B – Krokování	52
Obr. 12: Prac. list žák B – Slovní úlohy a Mince	52
Obr. 13: Prac. list žák B – Slovní úlohy a Mince č. 2	53
Obr. 14: Prac. list žák B – Krychlové stavby	53
Obr. 15: Prac. list žák C – Písemné a Indické násobení	55
Obr. 16: Prac. list žák C – Algebrogramy	56
Obr. 17: Prac. list žák C – Krokování	56
Obr. 18: Prac. list žák C – Slovní úlohy a Mince	56
Obr. 19: Prac. list žák C – Slovní úlohy a Mince č. 2	57
Obr. 20: Prac. list žák C – Krychlové stavby	57

## **Seznam tabulek**

Tabulka 1 - Očekávané výstupy RVP dle RVP ZV pro 3. ročník

30

## **seznam Příloh**

Příloha 1 Závěrečný pracovní list – prázdný 1. část

Příloha 2 Závěrečný pracovní list – prázdný 2. část

Příloha 3 Závěrečný pracovní list – správná řešení 1. část

Příloha 4 Závěrečný pracovní list – správná řešení 2. část

Příloha 5 Závěrečný pracovní list – Žák A (1. část)

Příloha 6 Závěrečný pracovní list – Žák A (2. část)

Příloha 7 Závěrečný pracovní list – Žák B (1. část)

Příloha 8 Závěrečný pracovní list – Žák B (2. část)

Příloha 9 Závěrečný pracovní list – Žák C (1. část)

Příloha 10 Závěrečný pracovní list – Žák C (2. část)



## Příloha 1 Závěrečný pracovní list – prázdný 1. část

Doplň násobení:

a)  $38$

b)  $152$

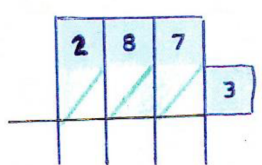
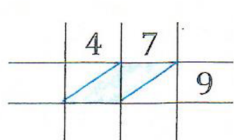
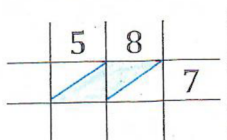
c)  $384$

$\cdot 3$

$\cdot 7$

$\cdot 9$

Doplň indické násobení:



Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$  \_\_\_\_\_

d)  $CC - C = 80$  \_\_\_\_\_

b)  $AA = 30 + A$  \_\_\_\_\_

e)  $D \cdot D = D + D$  \_\_\_\_\_

c)  $42 - B = 37$  \_\_\_\_\_

f)  $E \cdot E + E = 20$  \_\_\_\_\_

Doplň:

a)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |$  \_\_\_\_\_  $|$

b)  $|$  \_\_\_\_\_  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

c)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  \_\_\_\_\_  $| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

d)  $|$  \_\_\_\_\_  $|\leftarrow\leftarrow| = |\rightarrow\rightarrow|$

e)  $|\rightarrow|$  \_\_\_\_\_  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

f)  $|$  \_\_\_\_\_  $|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\leftarrow\leftarrow\leftarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|$

Vyřeš úlohy s mincemi:

a) V peněženke mám 3 dvacetikoruny, 1 desetikorunu, 4 pětikoruny a 1 dvoukorunu.

Kolik je to dohromady Kč?

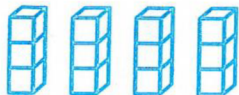
## Příloha 2 Závěrečný pracovní list – prázdný 2. část

b) Jana má 20 Kč. Má čtyřikrát více než Petr. Kolik korun má Petr?

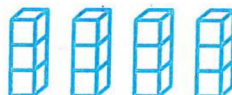
c) V peněžence má David dohromady 50 Kč. Jednu desetikorunu, čtyři koruny a několik dvoukorun. Kolik dvoukorun tam má? G h g

**Kolik různých věží můžeš postavit z:**

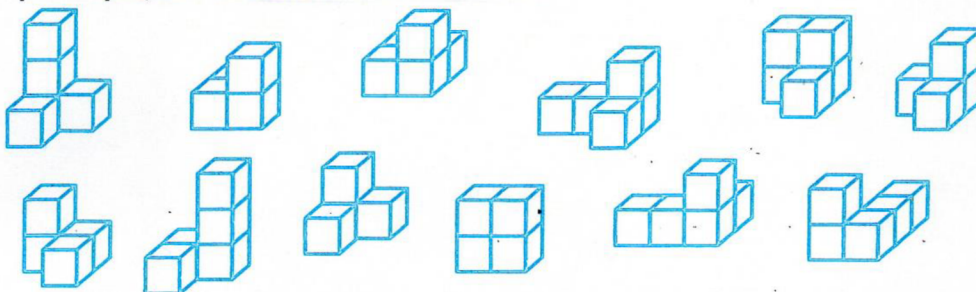
a) 2 modrých  
a 1 červené krychle



b) 1 modré  
a 3 červených krychlí



**Vybarvi vždy stejnou barvou dvojice staveb, které když některým směrem překlopíš, tak dostaneš stavbu druhou.**



### Příloha 3 Závěrečný pracovní list – správná řešení 1. část

Doplň násobení:

a) 38

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \end{array}$$

b) 152

$$\begin{array}{r} .7 \\ 1064 \end{array}$$

c) 384

$$\begin{array}{r} .9 \\ 3456 \end{array}$$

Doplň indické násobení:

	5	8		
	3	5	5	6
4	0	6		

	4	7		
	3	6	6	3
4	2	3		

2	8	7		
0	6	2	4	2
8	6	1		3

3	1	6		
2	7	0	9	5
2	8	4	4	5

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$       $14 + 3 = 17$

d)  $CC - C = 80$       $88 - 8 = 80$

b)  $AA = 30 + A$       $33 = 30 + 3$

e)  $D \cdot D = D + D$       $2 \cdot 2 = 2 + 2$

c)  $42 - B = 37$       $42 - 5 = 37$

f)  $E \cdot E + E = 20$       $4 \cdot 4 + 4 = 20$

Doplň:

a)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

b)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

c)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

d)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\rightarrow\rightarrow|$

e)  $|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

f)  $|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow||\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|$

Vyřeš úlohy s mincemi:

a) V peněžence mám <sup>3·20</sup> 3 dvacetikoruny, <sup>1·10</sup> 1 desetikorunu, <sup>4·5</sup> 4 pětikoruny a <sup>1·2</sup> 1 dvoukorunu.

Kolik je to dohromady Kč?

$$60 + 10 + 20 + 2 = 92$$

Dohromady je to 92 Kč.

## Příloha 4 Závěrečný pracovní list – správná řešení 2. část

b) Jana má 20 Kč. Má čtyřikrát více než Petr. Kolik korun má Petr?

$$20 : 4 = 5$$

*Petr má 5 Kč.*

c) V peněžence má David dohromady 50 Kč. Jednu desetikorunu, čtyři koruny a několik dvoukorun. Kolik dvoukorun tam má?

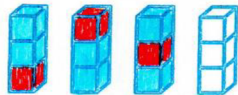
$$50 - 14 = 36$$

$$36 : 2 = 18$$

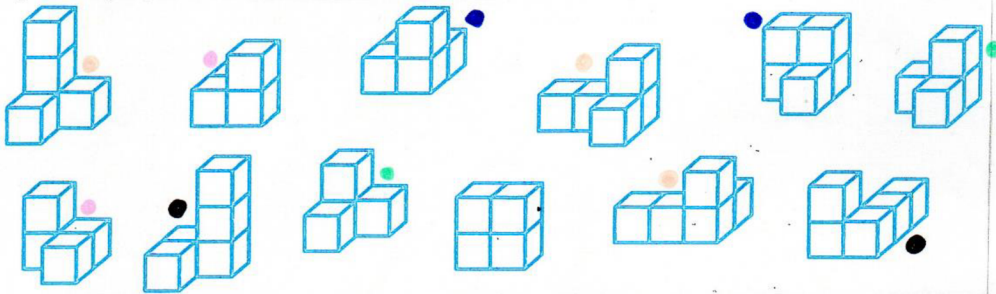
*Má tam 18 dvoukorun.*

**Kolik různých věží můžeš postavit z:**

2 modrých  
a 1 červené krychle



**Vybarvi vždy stejnou barvou dvojice staveb, které když některým směrem překlopíš, tak dostaneš stavbu druhou.**



## Příloha 5 Závěrečný pracovní list – Žák A (1. část)

Doplň násobení:

a) 38

b) 152

c) 384

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \\ \hline \end{array} \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .7 \\ 1174 \\ \hline 1064 \end{array} \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .9 \\ 2756 \\ \hline 3456 \end{array} \checkmark$$

Doplň indické násobení:

5	8	
<del>3</del>	<del>5</del>	7
4	1	3

4 · 0 6

4	7	
<del>3</del>	<del>6</del>	9
4	2	?

✓

2	8	7	
<del>0</del>	<del>2</del>	<del>2</del>	3
6	4	1	
8	6	1	

✓

3	1	6	
<del>2</del>	<del>0</del>	<del>5</del>	3
2	7	9	4
2	8	4	4

✓

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$       $7+3=17$  ✓

d)  $CC - C = 80$       $88 - 8 = 80$  ✓

b)  $AA = 30 + A$       $33 = 30 + 3$  ✓

e)  $D \cdot D = D + D$       $2 \cdot 2 = 2 + 2$  ✓

c)  $42 - B = 37$       $42 - 5 = 37$  ✓

f)  $E \cdot E + E = 20$       $4 \cdot 4 + 4 = 20$  ✓

Doplň:

a)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

b)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

c)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

d)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

e)  $| \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

f)  $| \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow |$  ✓

Vyřeš úlohy s mincemi:

60

70

20

2

a) V peněžence mám 3 dvacetikoruny, 1 desetikorunu, 4 pětikoruny a 1 dvoukorunu.

Kolik je to dohromady Kč?

dohromady mám 92 Kč

**Příloha 6 Závěrečný pracovní list – Žák A (2. část)**

b) Jana má 20 Kč. Má čtyřikrát více než Petr. Kolik korun má Petr?

PETR NEMÁ NIC.

*Petr má 5 korun.*

$$20 : 4 = \cancel{5} 5$$

c) V peněžence má David dohromady 50 Kč. Jednu desetikorunu, čtyři koruny a několik dvoukorun. Kolik dvoukorun tam má?

$$50 - 14 = 36$$

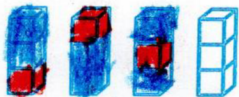
$$36 : 2 = 18$$

*Má tam 18 dvoukorun.*

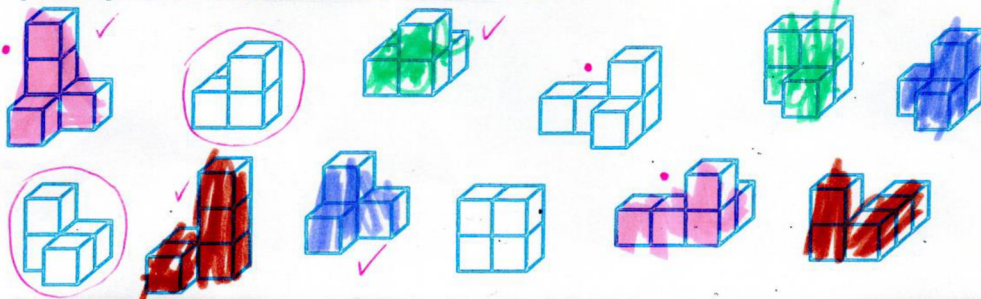
*dvoukorun má 4*

**Kolik různých věží můžeš postavit z:**

2 modrých  
a 1 červené krychle



**Vybarvi vždy stejnou barvou dvojice staveb, které když některým směrem překlopíš, tak dostaneš stavbu druhou.**



## Příloha 7 Závěrečný pracovní list – Žák B (1. část)

Doplň násobení:

a) 38

b) 152

c) 384

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \\ \hline \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .7 \\ 1064 \\ \hline \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .9 \\ 3456 \\ \hline \end{array} \quad \checkmark$$

Doplň indické násobení:

5	8	
3	5	6
4	0	6

✓

4	7	
3	6	3
4	2	3

✓

2	8	7	
0	2	2	3
0	6	4	1
0	8	6	1

✓

3	1	6	
2	0	5	3
2	7	9	4
2	8	4	4

✓

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$       $14 + 3 = 17$  ✓

d)  $CC - C = 80$       $80 - 0 = 80$  ✓

b)  $AA = 30 + A$       $33 = 30 + 3$  ✓

e)  $D \cdot D = D + D$       $2 \cdot 2 = 2 + 2$  ✓

c)  $42 - B = 37$       $42 - 5 = 37$  ✓

f)  $E \cdot E + E = 20$       $8 \cdot 8 + 8 = 20$

Doplň:

a)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

b)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

c)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

d)  $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow \rightarrow |$  ✓

e)  $| \rightarrow | \leftarrow \leftarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$  ✓

f)  $| \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow |$

Vyřeš úlohy s mincemi:

- a) V peněžence mám 3 dvacetikoruny, 1 desetikorunu, 4 pětikoruny a 1 dvoukorunu. Kolik je to dohromady Kč?

DOHROMADY JE TO 92 Kč. ✓

$60 + 10 = 70 + 20 = 90 + 2 = 92$   
*nerhodný zápis lépe:  $60 + 10 + 20 + 2 = 92$*

## Příloha 8 Závěrečný pracovní list – Žák B (2. část)

b) Jana má 20 Kč. Má čtyřikrát více než Petr. Kolik korun má Petr?

Petr má ~~80~~ Kč.  
5

$$\begin{aligned} 20 \cdot 4 &= 80 \\ 20 : 4 &= 5 \end{aligned}$$

c) V peněžence má David dohromady 50 Kč. Jednu desetikorunu, čtyři koruny a několik dvoukorun. Kolik dvoukorun tam má?

35  
David má ~~36~~ dvoukorun  
18

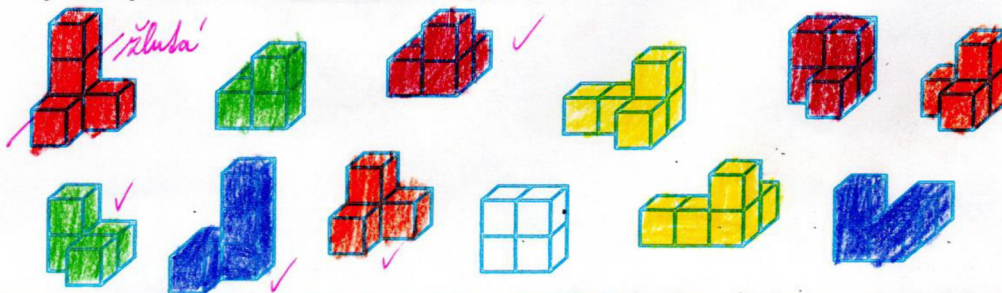
$$\begin{aligned} 50 - 14 &= 36 \\ 36 : 2 &= 18 \end{aligned}$$

Kolik různých věží můžeš postavit z:

2 modrých  
a 1 červené krychle



Vybarvi vždy stejnou barvou dvojice staveb, které když některým směrem překlopíš, tak dostaneš stavbu druhou.





## Příloha 9 Závěrečný pracovní list – Žák C (1. část)

Doplň násobení:

a) 38

b) 152

c) 384

$$\begin{array}{r} .3 \\ 114 \\ \hline \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .7 \\ 1064 \\ \hline \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} .9 \\ 3856 \\ \hline 4 \end{array}$$

Doplň indické násobení:

5	8	
4	0	6
4	0	6

✓

4	7	
4	2	3
4	2	3

✓

2	8	7	
0	8	6	1
0	8	6	1

✓

3	7	6	
2	7	4	4
2	8	4	4

✓

Vyřeš algebrogramy. Zapiš na linku.

a)  $14 + A = 17$

$14 + 3 = 17$  ✓

d)  $CC - C = 80$

$88 - 8 = 80$  ✓

b)  $AA = 30 + A$

$33 = 30 + 3$  ✓

e)  $D \cdot D = D + D$

$2 \cdot 2 = 2 + 2$  ✓

c)  $42 - B = 37$

$42 - 5 = 37$  ✓

f)  $E \cdot E + E = 20$

$4 \cdot 4 + 4 = 20$  ✓

Doplň:

a)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  ✓

b)  $|\rightarrow\rightarrow| \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  ✓

c)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  ✓

d)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  ✓

e)  $|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| = |\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$  ✓

f)  $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow| = |\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|$

Vyřeš úlohy s mincemi:

a) V peněžence mám 3 <sup>3·20</sup> dvacetikoruny, 1 desetikorunu, 4 pětikoruny a 1 dvoukorunu.

Kolik je to dohromady Kč?

$$\frac{12}{36} + \frac{10}{10} + \frac{4}{20} + \frac{2}{2} = 68 \text{ Kč}$$

✓ peněžence mám 68 Kč

**Příloha 10 Závěrečný pracovní list – Žák C (2. část)**

b) Jana má 20 Kč. Má čtyřikrát více než Petr. Kolik korun má Petr?

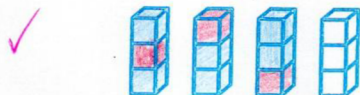
~~$20 \cdot 4 = 80$~~  Petr má ~~80~~ Kč  
 $20 : 4 = 5$  5

c) V peněžence má David dohromady 50 Kč. Jednu desetikorunu, čtyři koruny a několik dvoukorun. Kolik dvoukorun tam má?

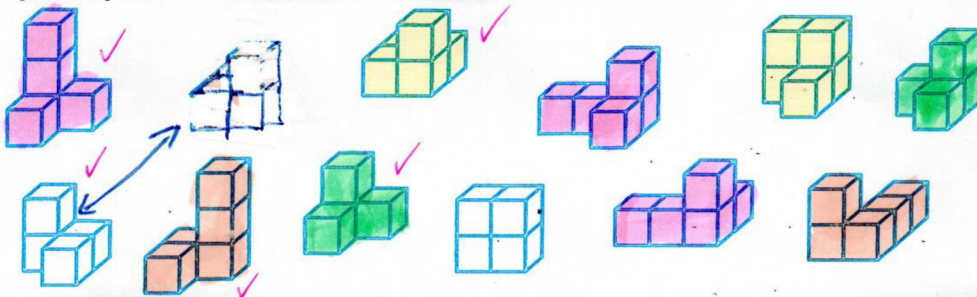
$50 - 14 = 36$   
 $36 : 2 = 18$   
David má ~~36~~ 18 Dvoukorun

**Kolik různých věží můžeš postavit z:**

2 modrých  
a 1 červené krychle



**Vybarvi vždy stejnou barvou dvojice staveb, které když některým směrem překlopíš, tak dostaneš stavbu druhou.**



## Anotace

<b>Jméno a příjmení:</b>	Kristýna Pabišová
<b>Katedra nebo ústav:</b>	Katedra matematiky
<b>Vedoucí práce:</b>	doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
<b>Rok obhajoby:</b>	2022

Název práce:	Výuka matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ s využitím prvků z matematiky profesora Hejného
Název v angličtině:	Teaching Mathematics with children with special educational needs at the 1st stage of primary school using elements from the mathematics of Professor Hejný
Anotace práce:	<p>Diplomová práce se zabývá výukou matematiky žáků se SVP na 1. stupni ZŠ s využitím prvků z matematiky profesora Hejného. Část teoretická charakterizuje žáky se speciálními vzdělávacími potřebami, popisuje systém vzdělávání v České republice a popisuje transmisivní způsob vyučování a metodu Hejného matematiky.</p> <p>Praktická část zahrnuje kvalitativní výzkum a je realizována prostřednictvím případové studie. Cílem bylo zjistit, zda bude využití prvků Hejného metody pro žáky se SVP na 1. stupni ZŠ, kteří jsou v matematice vzděláváni běžným způsobem, přínosné.</p> <p>Prostřednictvím metody rozhovoru, pozorování, přímé výuky a závěrečného pracovního listu byly informace analyzovány, zpracovány a vyhodnoceny.</p>
Klíčová slova:	Žák se SVP, vzdělávání žáků se SVP, specifické poruchy učení, poruchy intelektu, transmisivní vyučování, Konstruktivismus, Hejného metoda, Vyučování orientované na budování schémat, základní škola, první stupeň, matematika.
Anotace v angličtině:	<p>The diploma thesis deals with the teaching of mathematics to pupils with special educational needs at the 1st stage of primary school with the use of elements from the mathematics of Professor Hejný. The theoretical part characterizes pupils with special educational needs, describes the education system in the Czech Republic and describes the transmissive teaching method and the method of Hejný mathematics.</p> <p>The practical part includes qualitative research and is implemented through a case study. The aim was to find out whether the use of elements of the Flock Method will be beneficial for pupils with special educational needs at the 1st stage of primary school, who are educated in mathematics in the usual way. Through the methods of interview, observation, direct teaching and the final worksheet, the</p>

	information was analyzed, processed and evaluated.
Klíčová slova v angličtině:	Pupil with special needs, education of pupils with special needs, specific learning disabilities, intellectual disability, transmissive approach, Constructivism, Hejny method, Scheme – oriented education, the first stage of primary school, mathematics.
Přílohy vázané v práci:	10
Rozsah práce:	72 s. (+ 10 s. příloh a 2 s. anotace)
Jazyk práce:	český