VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍHO ZKUŠEBNICTVÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF BUILDING TESTING

EXPERIMENTÁLNÍ STANOVENÍ FAKTORŮ OVLIVŇUJÍCÍCH STATICKÝ MODUL PRUŽNOSTI BETONU S VYUŽITÍM NEDESTRUKTIVNÍCH ZKUŠEBNÍCH METOD

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF FACTORS AFFECTING THE STATIC MODULUS OF ELASTICITY OF CONCRETE USING NON-DESTRUCTIVE TESTING METHODS

DISERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE — ING. DALIBOR KOCÁB
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — Ing. PETR CIKRLE, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2016

Abstrakt

Disertační práce se zabývá jednou z nejdůležitějších charakteristik ztvrdlého betonu, kterou je modul pružnosti. Klade si za cíl postihnout a popsat důležité faktory, které výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu ovlivňují, především pak ty, které je možné při výstavbě ovlivnit. Dalším cílem je nalézt možnosti zjištění statické hodnoty modulu pružnosti betonu pomocí nedestruktivních metod (především ultrazvuková impulzová metoda, rezonanční metoda a využití elektronických tvrdoměrů), tedy zjistit možnosti vytvoření kalibračních vztahů pro NDT určení modulu pružnosti.

Abstract

The Ph.D. thesis deals with one of the most important characteristics of hardened concrete; i.e. the modulus of elasticity. The thesis aims to describe and evaluate the important factors that affect the final value of concrete modulus of elasticity, especially those that can be influenced during construction. Another aim is to find ways to determine the static modulus of elasticity of concrete by non-destructive means (primarily ultrasonic pulse method, resonance method and use of electronic rebound hammers), thus to determine the possibility of creating calibration curve for NDT determination of the modulus of elasticity.

Klíčová slova

Modul pružnosti, beton, dynamický modul pružnosti, statický modul pružnosti, technologický vliv, zkušební vliv, ultrazvuková impulzová metoda, rezonanční metoda, kalibrační vztah

Keywords

Modulus of elasticity, concrete, dynamic modulus of elasticity, static modulus of elasticity, technological influence, test influence, ultrasonic pulse method, resonance method, calibration curve

Bibliografická citace VŠKP

Ing. Dalibor Kocáb *Experimentální stanovení faktorů ovlivňujících statický modul pružnosti betonu s využitím nedestruktivních zkušebních metod.* Brno, 2015. 113 s., 64 s. příl. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 17. 12. 2015

.....

podpis autora

Ing. Dalibor Kocáb

Poděkování

Na tomto místě bych nejdříve rád poděkoval vedoucímu disertační práce Ing. Petru Cikrlovi, Ph.D., zejména za inspirující nápady a náměty, za předávání zkušeností a informací, za kritické připomínky a konstruktivní návrhy změn a také za čas, který mi věnoval. Dále bych rád poděkoval kolegům z Ústavu stavebního zkušebnictví Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně, kteří mi na strastiplné cestě studiem pomáhali. Děkuji také celé rodině, zejména svým rodičům, že mne nejen morálně podporovali, ale také za to, že mi ukázali směr, kudy jít, a také kudy se raději nevydávat. Děkuji rovněž své manželce Evě za trpělivost a pevné nervy a dceři Marii za to, že je.

Obsah

A. Úvod ... 8

B. Cíle práce ... 9

C. Teoretická část ... 10

1. Modul pružnosti ... 11

1.1. Pružnost ... 11

1.2. Deformační diagramy ... 13

1.3. Význam modulu pružnosti betonu ... 18

1.4. Vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu ... 19

2. Technologické vlivy na modul pružnosti betonu ... 21

2.1. Beton dříve a dnes ... 21

2.1.1. Superplastifikátory ... 21

2.1.2. Kamenivo ... 21

2.1.3. Cement ... 23

2.2. Kamenivo ... 23

2.3. Cement ... 27

2.4. Přísady a příměsi ... 27

2.5. Ošetřování betonu ... 29

3. Zkušební vlivy na modul pružnosti betonu ... 34

3.1. Použitý zkušební postup ... 34

3.1.1. Statický modul pružnosti ze zkoušky v tlaku ... 35

3.1.2. Statický modul pružnosti ze zkoušky v tahu ohybem ... 41

3.1.3. Dynamický modul pružnosti – z ultrazvukové metody ... 43

3.1.4. Dynamický modul pružnosti – z rezonanční metody ... 45

3.1.5. Další metody stanovení modulu pružnosti ... 47

3.2. Tvar a velikost zkušebního tělesa ... 50

3.3. Způsob zakoncování tlačných ploch zkušebního tělesa ... 50

3.4. Způsob získání zkušebního tělesa ... 51

3.5. Ostatní vlivy ... 52

4. Predikce statické hodnoty modulu pružnosti ... 54

4.1. Teoretické vztahy ... 54

4.2. Převodní vztahy ... 55

4.3. Empirické vztahy ... 56

4.4. Kalibrační vztahy ... 58

D. Experimentální část 61

5. Technologické vlivy 62

5.1. Vliv provzdušnění 62

5.2. Vliv způsobu ošetřování 64

5.3. Vliv okolní teploty v počáteční fázi zrání betonu 69

6. Zkušební vlivy 74

6.1. Vliv použitého postupu 74

6.1.1. ČSN ISO 6784 (1920-10) vs. ČSN EN 12390-13 74

6.1.2. Zkouška v tlaku vs. zkouška v tahu ohybem 77

6.2. Vliv tvaru a velikosti zkušebního tělesa 79

6.3. Vliv horní meze zatěžovacího cyklu 82

7. Možnost tvorby kalibračních vztahů 86

7.1. Kalibrační vztah obecný 86

7.2. Kalibrační vztah určující 89

E. Závěr 94

Literatura 96

Použité zkratky a symboly 107

Seznam tabulek 109

Seznam obrázků 110

Přílohy 1

Příloha 1 – vliv provzdušnění 1

Příloha 2 – vliv způsobu ošetřování 13

Příloha 3 – vliv okolní teploty v počáteční fázi zrání betonu 34

Příloha 4 – vliv použitého postupu 46

Příloha 5 – vliv tvaru a velikosti zkušebního tělesa 49

Příloha 6 – vliv horní meze zatěžovacího cyklu 53

Příloha 7 – možnost tvorby kalibračních vztahů 58

A. Úvod

Beton se během své poměrně krátké existence stal jedním z nejhojněji používaných stavebních materiálů [1, 2]. Dynamický vývoj v této oblasti stavebnictví zapříčinil, že jsou na dnešní beton kladeny podstatně vyšší nároky, než tomu bylo před několika desetiletími [3].

V současné době již není u betonu podstatná pouze jeho pevnost v tlaku, jako tomu bylo dříve [4]. Do popředí zájmu se dostaly i jiné charakteristiky betonu, jejichž hodnoty jsou sledovány a především požadovány. Kromě např. velmi diskutované trvanlivosti jsou to především vlastnosti přetvárné, z nichž nejvýznamnější je modul pružnosti [5, 6, 7].

Vývoj nových druhů betonu (SCC, HSC, UHPC, FCC [8]) posouvá hranice jejich materiálových charakteristik a vlastností [9, 10, 11, 12, 13]. Použitím nejmodernějších přísad a příměsí je možné výrazně zvýšit pevnost betonu v tlaku (často převyšující hodnotu 200 N/mm^2), ale už ne tak snadno jeho modul pružnosti [14]. Pomyslné nůžky mezi pevností betonu v tlaku a jeho modulem pružnosti se tak oproti minulosti stále více rozevírají [4], [15] vs. [16].

B. Cíle práce

V poslední době se problematika týkající se modulu pružnosti betonu dostala do popředí zájmu odborné stavařské veřejnosti. Modul pružnosti betonu hraje významnou roli v odborných publikacích a vědecké činnosti, přičemž se jím začíná zabývat stále větší počet výzkumných laboratoří [17, 18, 19].

Hlavním cílem této práce je postihnout nejdůležitější vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu, především pak ty, které je možné při výstavbě (popř. při projektování) snadněji ovlivnit. V prvé řadě se jedná o způsob ošetřování betonu. Dále je to také vliv provzdušnění betonu, které se začalo masivně používat v posledních dvou až třech dekádách jako důsledek velkého důrazu na trvanlivost konstrukce a tím související mrazuvzdornost [20, 21].

Pro zjištění míry vlivu jednotlivých faktorů na modul pružnosti disertační práce využívá nedestruktivních metod pro stanovení této charakteristiky ztvrdlého betonu. Výhodou většiny v práci použitých nedestruktivních metod (NDT) je možnost jejich aplikace nejen na zkušebních tělesech při měření v laboratoři, ale také přímo na konstrukci. Jejich velkou devízou je, že beton (zkušební těleso, konstrukci) absolutně nepoškozují, dají se používat opakovaně, lze pomocí nich sledovat změnu kvality betonu v čase, tedy možný nárůst sledované veličiny, či naopak degradaci betonu (např. při porušování mrazem), a to na jednom zkušebním místě během několika dnů, týdnů, měsíců, anebo dokonce let. Aby tyto metody byly použitelné, musí existovat dostatečná statistická závislost mezi sledovanými vlastnostmi betonu (pevnost v tlaku, modul pružnosti) a parametry nedestruktivních metod (hodnota odrazu, rychlost šíření ultrazvukového vlnění betonem, apod.), kterou představují kalibrační vztahy. Kalibrační vztahy existují, týkají se však téměř výhradně určení pevnosti betonu v tlaku a navíc často nejsou u novějších betonů přesné [22].

Tato práce se proto pokusí zjistit možnosti vytvoření kalibračních vztahů pro stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu, v ideálním případě známého složení. Jako nedestruktivní parametry budou využity údaje z ultrazvukového měření a měření Schmidtovým tvrdoměrem. Značné naděje se upírají k moderním metodám, které využívají nové, např. energetické veličiny lépe vystihující vlastnosti nových, moderních betonů. Takovým příkladem je nový typ tvrdoměru firmy Proceq, kterým je SilverSchmidt N, jenž pracuje na principu měření vrácené energie.

Výstupy disertační práce snad pomohou rozšířit možnosti nedestruktivního zkoušení přímo na konstrukci a snad také přispějí k doplnění informací odborné veřejnosti o velmi zajímavém tématu, kterým modul pružnosti betonu bezesporu je.

C. Teoretická část

Beton je kompozitní látka, která vznikne smícháním a následným ztvrdnutím složek, přičemž ty základní tvoří cement jako nejčastěji používané pojivo, kamenivo jako plnivo a voda a dalšími možnými složkami mohou být nejrůznější přísady a příměsi [23]. Beton lze také definovat jako umělý kámen vzhledově podobný přírodnímu slepenci [24, 25].

První zmínky o použití stavebního materiálu, který bychom teoreticky mohli nazvat betonem, jsou staré přibližně 5 600 let. Přestože stavby z „betonu“ vznikaly i ve starém Římě, záznam o prvním použití cementového betonu, jak ho známe dnes, se datuje až do 2. poloviny 19. století [26]. Na území současné ČR byl nástup (železo)betonu pomalejší, přesto si i zde od počátku 20. století beton dobývá své místo. V porovnání s dalšími stavebními látkami je tedy beton poměrně novodobý, o to ale dynamičtěji se vyvíjející materiál. Přesto stále nejsou jeho návrh a výroba zcela ideální.

Při návrhu složení betonu a také při použití při stavbě se vždy nejčastěji upírala pozornost na jeho pevnost v tlaku, přičemž vliv prostředí a s tím související trvanlivost betonu a především u předpjatých konstrukcí modul pružnosti betonu se dostává do popředí diskuzí až poslední dobou [27]. Nezřídka je ale právě modul pružnosti betonu stejně důležitý jako jeho pevnost v tlaku [28].

A právě o modulu pružnosti betonu pojednává tato práce.

1. Modul pružnosti

Aby bylo možné pojem modul pružnosti důkladně vysvětlit, je nezbytné začít obecně, tedy teorií pružnosti.

1.1. Pružnost

Teorie pružnosti stejně jako teorie plasticity je nezbytná součást mechaniky kontinua pevné fáze – deformovatelných těles. Dvěma základními předměty zkoumání v teorii pružnosti jsou napětí v tělese a deformace tělesa. Napětí lze chápat jako intenzitu vnitřních sil v tělese (v konstrukci, pokud uvažujeme stavební praxi) a deformace, nebo-li přetvoření, jsou geometrické změny rozměrů a tvaru těles (konstrukcí). Kromě dvou výše uvedených pojmů je studována také stabilita, což je schopnost zachovat nebo obnovit původní rovnovážný stav soustavy, a to bez samovolného narůstání deformací [29].

Teorie pružnosti a plasticity využívá informací a znalostí z oborů, které se zabývají studiem pevnosti materiálu, což je schopnost materiálu bez porušení odolávat vnějším účinkům. V oboru stavebnictví vytváří teorie pružnosti a plasticity teoretický základ pro teorii konstrukcí. Konečným cílem stavebního inženýra je totiž navrhnout nosnou konstrukci, která by dostatečně spolehlivě odolávala vnějším účinkům, jako jsou např. zatížení, teplotní změny, vynucená přetvoření a jiné vlivy [29].

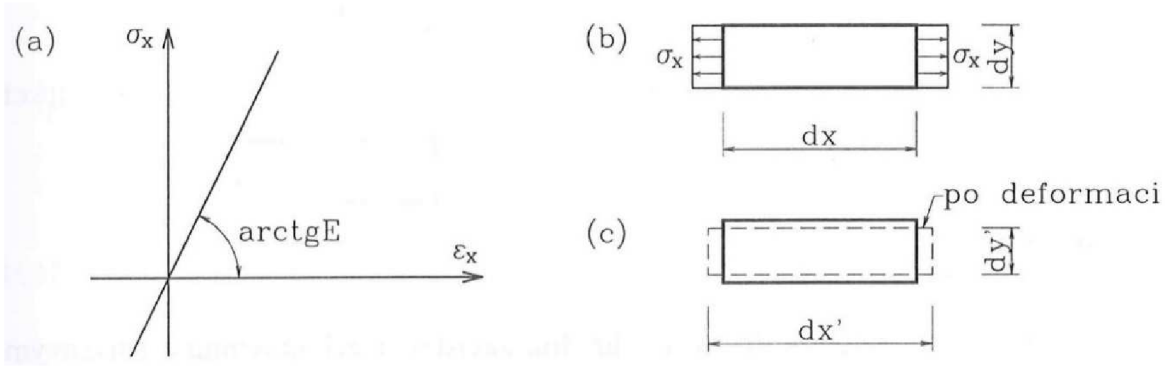
Pružnost je schopnost materiálu chovat se elasticky (pružně), tedy vrátit se do svého původního stavu ve chvíli, kdy na něj přestanou působit vnější deformační síly. Takové materiály lze nazývat elastické. Naopak materiály, které schopnost chovat se pružně nemají, označujeme jako plastické.

Pružnost je výsledkem působení mezimolekulárních sil. Pokud je těleso stlačováno nebo natahováno, jeho molekuly se pohybují blíže nebo naopak dále od sebe a výsledkem je působení odpudivých nebo přitažlivých sil. Vlivem těchto sil se molekuly po odstranění vnější síly působící na těleso vracejí do své původní polohy. Tato skutečnost platí jen do určité míry napětí (mez pružnosti), která je pro každý materiál individuální. Pokud napětí v tělese nabyde vyšších hodnot (překročí mez pružnosti), stávají se všechny materiály plastickými [30, 31].

Pro pružný materiál platí jednoznačná závislost mezi napětím a deformací, kterou napětí vyvolá, a to ve všech fázích působení, tedy při zatěžování, odlehčování, zatěžování v opačném smyslu apod. Tato závislost by teoreticky moha být i nelineární, praktický význam má však pružnost lineární. Pro elementární kvádr zobrazený na Obr. 1-1, který je namáhaný napětím ve směru osy x, je lineární vztah mezi poměrnou deformací ε_x a normálovým napětím σ_x vyjádřen Hookovým zákonem v tahu a tlaku [29]

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \tag{1}$$

kde je E modul pružnosti v tahu a tlaku (též Youngův modul) v MPa,
ε_x poměrné přetvoření,
σ_x normálové napětí v MPa.



Obr. 1-1 Hookův zákon v tahu a tlaku [29]

Aby bylo možné pospat reálné chování materiálů, které je složitější než na Obr. 1-1, je nejdříve nutné vysvětlit pojem deformační diagram.

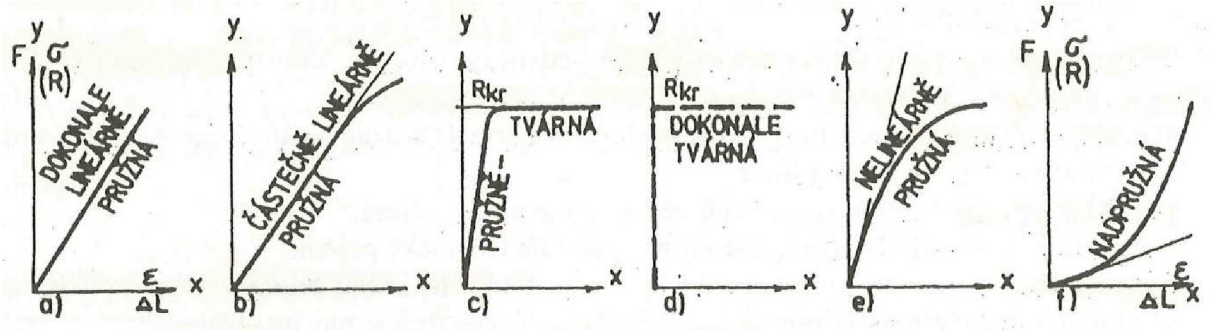
1.2. Deformační diagramy

Přesnou závislost mezi změnou tvaru a rozměrů pevného tělesa a namáháním reálného materiálu, které je vyvoláno působením vnějších sil, nelze nikdy předem přesně určit, protože závisí na mnoha faktorech, zejména vlastnostech materiálu. Není ji možné ani přesně odvodit z fyzikální podstaty zkoušené látky. Pro navrhování stavebních konstrukcí či prvků a zejména pro určení jejich deformací je však znalost výpočtových charakteristik použitých materiálů, odpovídající této závislosti, nutná. Proto se pro jednotlivé materiály stanovuje průměrnými hodnotami, které byly získány pomocí experimentálních zkoušek [32].

Závislost deformace *Δl* pevných látek na působení vnější síly *F* graficky vyjadřuje **pracovní diagram**. Závislost poměrné deformace *ε* na vneseném napětí do pevné látky *σ* poté graficky znázorňuje **deformační diagram**. V označení těchto diagramů však bohužel nepanuje v odborných publikacích jednota. Pro potřeby vysvětlení pojmu modul pružnosti je však dle autora této práce správné (snad lépe řečeno jednoznačné) názvosloví v této oblasti velmi důležité. Autor osobně se přiklání k výše uvedeným názvům pro tyto diagramy. Stejně jsou tyto termíny vysvětleny např. v [24, 31, 32, 33]. Název pracovní diagram vychází ze skutečnosti, že plocha pod křivkou je rovna vykonané práci [34]. Křivka *σ-ε* by tedy měla být nazývána jako deformační diagram, což u řady odborných publikací neplatí [29, 35, 36]. V některých textech je to jednou tak a podruhé jinak [37]. Pro zajímavost je možné podotknout,

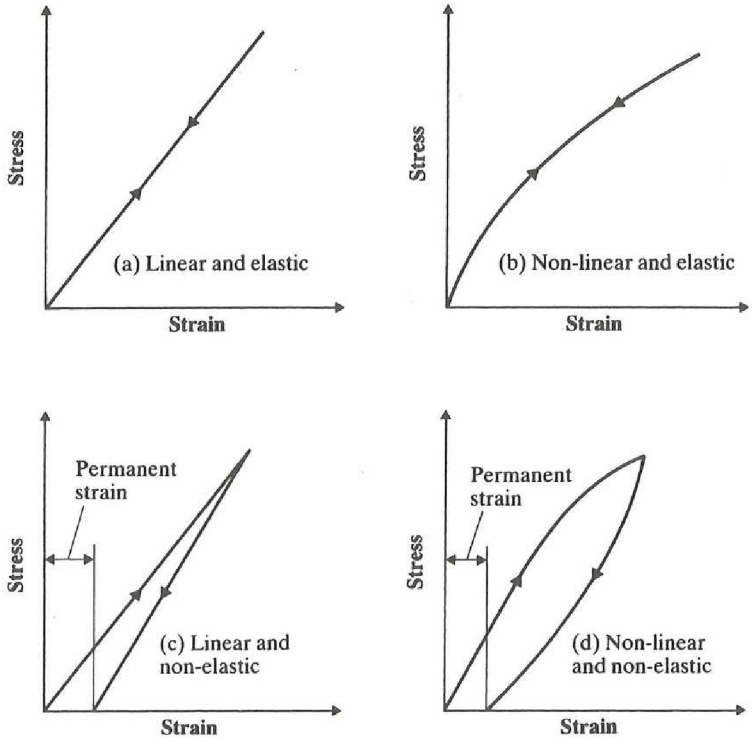
že v anglické literatuře tento problém nenastává, protože diagramy jsou nazývány jako křivky s označením závislých veličin, např. tedy „σ-ε curve“ [34, 38, 39].

Idealizované pracovní (deformační) diagramy jsou předmětem Obr. 1-2. Na Obr. 1-3 jsou poté znázorněny diagramy očekávaného chování materiálu při odlehčení.

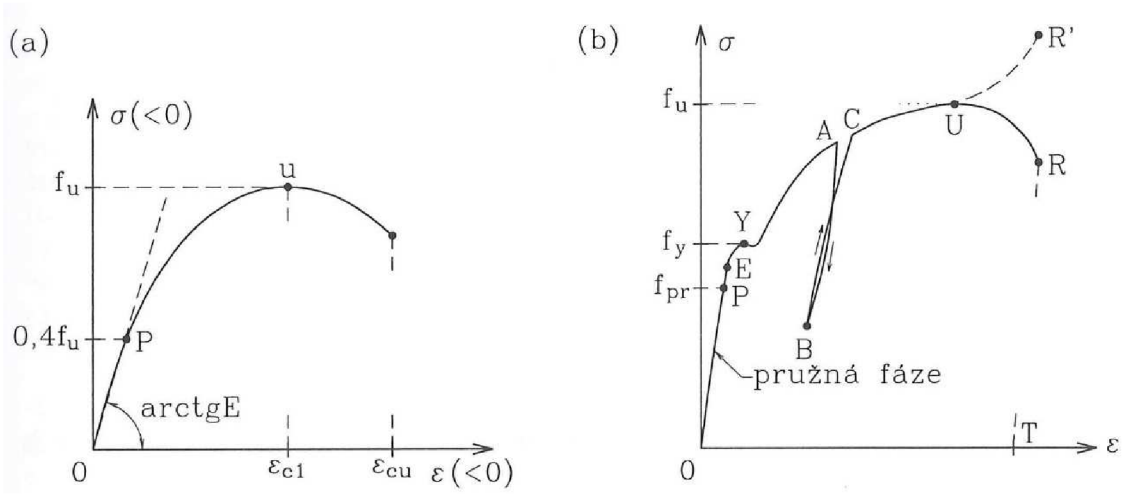


Obr. 1-2 Idealizované typy pracovních (deformačních) diagramů [32]

U skutečných látek jsou pracovní diagramy podstatně složitější. Jejich reálně zaznamenané průběhy obvykle lze na Obr. 1-2 uvedenými idealizovanými diagramy část po části aproximovat a nahradit. Příkladem takového částečného nahrazení je proložení přímky počáteční částí křivky deformačního diagramu betonu v tlaku, který je zobrazen na Obr. 1-4 (a). Poté je možné uvažovat, že v této části platí Hookův zákon [32], který je již vysvětlen pomocí Obr. 1-1.



Obr. 1-3 Idealizované deformační diagramy materiálů dle chování po odlehčení [40]



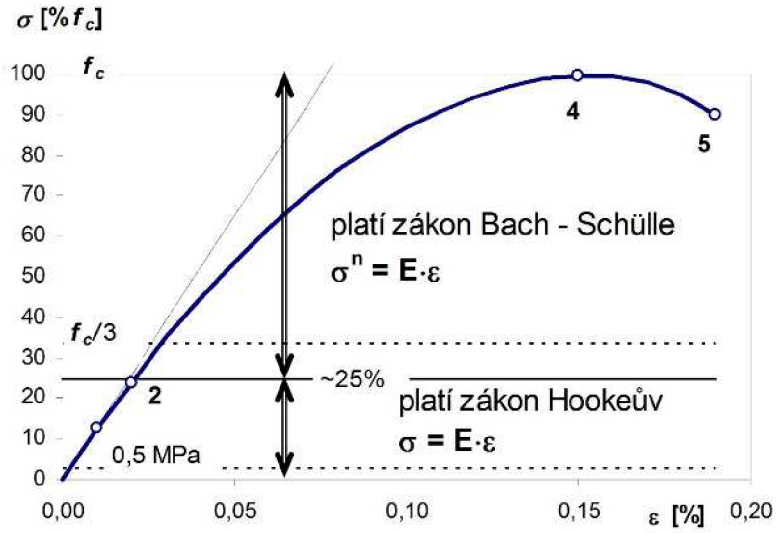
Obr. 1-4 Deformační diagram betonu v tlaku (a) a oceli v tahu (b) [29]

V mezích Hookova zákona je modul pružnosti konstantou úměrnosti normálového napětí a poměrného podélného přetvoření, u betonu tedy směrnicí přímky proložené počáteční částí deformačního diagramu betonu v tlaku. Obecně lze říci, že modul pružnosti je **měrná veličina tuhosti pevné látky** v tlaku (tahu) [32]. Pro vybrané stavební materiály jsou hodnoty modulu pružnosti uvedeny v Tab. 1-1 [33].

Tab. 1-1 Průměrné hodnoty modulu pružnosti vybraných stavebních materiálů [33]

Materiál	Modul pružnosti E [MPa]
ocel	210 000
sklo	50 000 až 85 000
hliník a lehké slitiny	65 000 až 73 000
beton obyčejný	15 000 až 60 000
pórobeton	4 000 až 13 000
pálená cihla	8 000 až 12 000
dřevo	7 000 až 73 000
sklený laminát	10 000 až 30 000
reaktoplasty (termosety)	4 000 až 13 000
termoplasty hutné	100 až 4 000
termoplasty pěnové	2 až 30
kaučuk	2 až 5

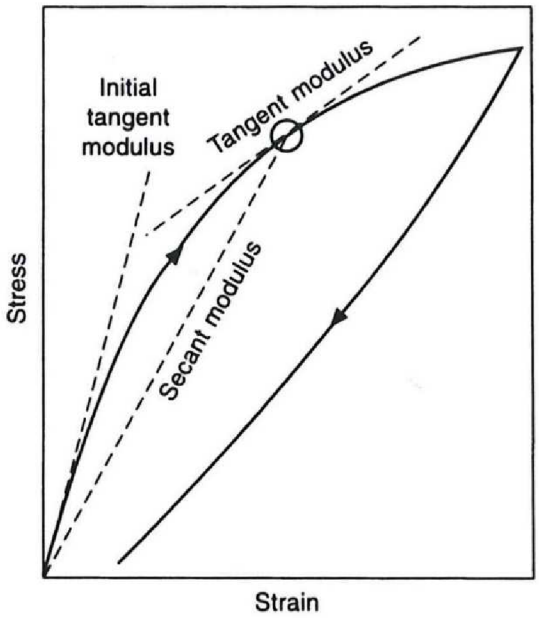
Reálné chování betonu je však složitější. Aby bylo možné použít pro výpočty deformací betonových konstrukcí modul pružnosti *E* v uvažované oblasti pružných přetvoření, byl Hookův lineární zákon nahrazen Bach-Schülleho mocninovým zákonem, viz Obr. 1-5, kde mocnina *n* je číslo blízké jedničce, ale pro beton vždy o málo větší než 1. V praxi se pro namáhání betonu do přibližně 30 % jeho pevnosti uvažuje *n = 1* [32].



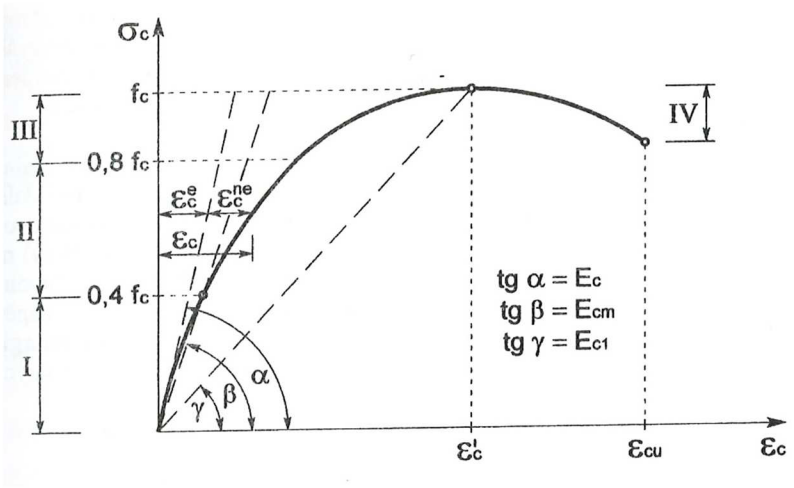
Obr. 1-5 Deformační diagram betonu v tlaku [41]

Jak již bylo řečeno, reálné chování betonu se od zidealizovaných diagramů přece jen liší. Lze tedy charakterizovat více druhů modulu pružnosti betonu v tlaku, a to v závislosti na skutečnosti, v jaké fázi deformačního diagramu se nacházíme a jaký typ přímky (tečna vs. sečna) prokládáme. Na deformačním diagramu na Obr. 1-6 je možné vidět tři základní druhy modulu pružnosti betonu – počáteční (tečnový), sečnový a tečnový [42]. V knize [40] autor uvádí ještě sečnový modul na sestupné části diagramu po odtížení, v knize [35] je poté uveden sečnový modul pružnosti z meze pevnosti, viz Obr. 1-7.

Počáteční modul pružnosti je v normě [15] stejně jako v [35] označován E_c, v normě [43] $E_{c,0}$ a v práci [31] E_0 (převzato z jiných zdrojů). Jedná se o modul pružnosti, který by měl beton vykazovat při velmi malých vnesených napětích. Jeho hodnotu lze dle normy [15] uvažovat jako 1,05 násobek sečnového modulu pružnosti E_{cm}.



Obr. 1-6 Typy modulu pružnosti zobrazené v deformačním diagramu betonu v tlaku [42]

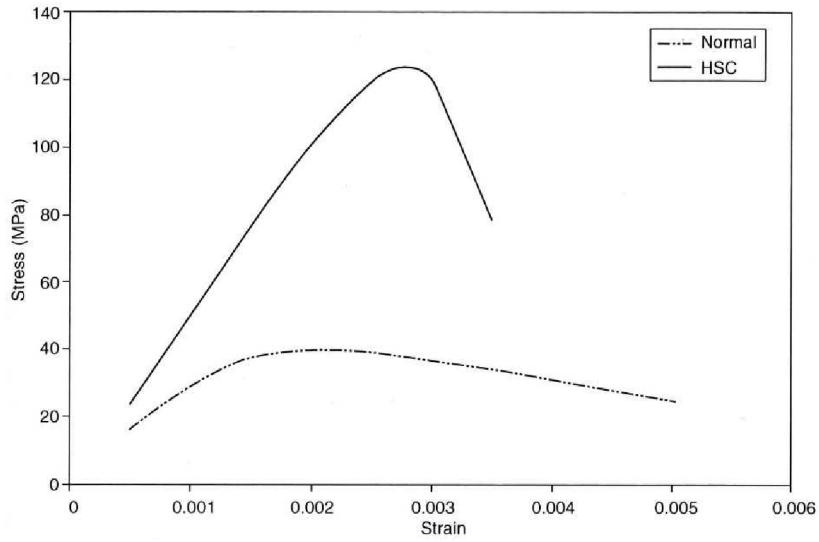


Obr. 1-7 Deformační diagram se znázorněnými typy modulu pružnosti betonu v tlaku [35]

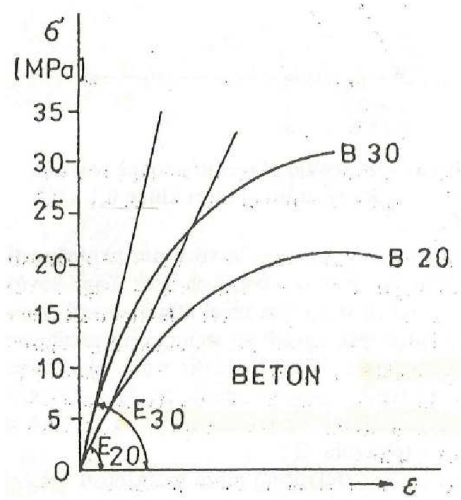
S přesnou definicí sečnového modulu pružnosti (dle [15] tzv. smluvní hodnota modulu pružnosti E_{cm} [35], dle normy [44] je značen E_c, dle normy [43] $E_{c,s}$) je to ale opět poněkud složitější. Norma [15] udává, že se jedná o sklon přímky mezi počátkem deformačního diagramu ($\sigma = 0$) a bodem, který odpovídá 40 % pevnosti v tlaku ($\sigma = 0{,}4 \cdot f_c$). Kniha [45] dokonce horní bod v deformačním diagramu udává jako 45 % pevnosti ($\sigma = 0{,}45 \cdot f_c$). V každém případě se však jedná o statický modul pružnosti, který se do loňského roku zjišťoval pomocí normy [46] a od letošního roku se stanovuje pomocí normy [43] nebo [44] – a všechny tyto tři předpisy uvažují horní úroveň zatížení jako 33 % pevnosti v tlaku ($\sigma = 1/3 \cdot f_c$). Jak je z diagramů na Obr. 1-5 až 1-7 jasně patrné, sečnový (statický) modul pružnosti betonu se vzrůstajícím napětím klesá. Je tedy otázka, zda všechny výše uvedené předpisy uvažují stejnou charakteristiku. Pro běžný beton se uvažuje hodnota statického modulu pružnosti v rozmezí 20 000 až 40 000 MPa [47].

Dynamický modul pružnosti betonu nabývá oproti statickému modulu pružnosti hodnot vyšších, udává se rozmezí 30 000 až 50 000 MPa pro běžný beton. Při určování dynamické hodnoty se pohybujeme na úplném začátku deformačního diagramu, protože do zkoušených těles nevnášíme v podstatě žádná napětí. Dynamický modul pružnosti tedy můžeme uvažovat jako tečnový [47]. Od počátečního (také tečnového) modulu pružnosti, tak jak je definován dle [15, 43], se však liší. Poměr mezi dynamickými a statickými hodnotami modulu pružnosti je totiž podstatně vyšší než uváděných 1,05.

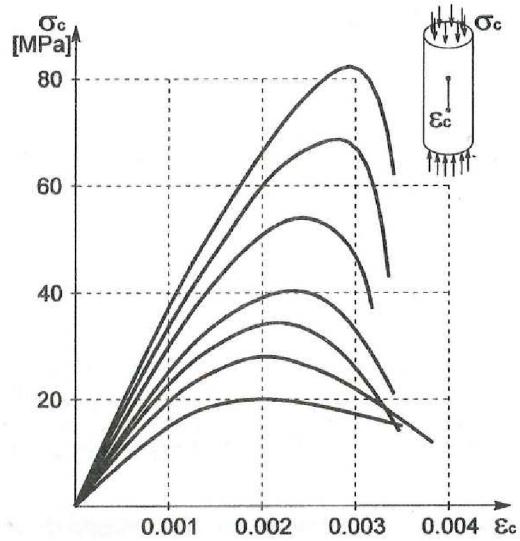
Po studii, která byla v krátkosti popsána v předcházejících odstavcích, by snad měl být pojem modul pružnosti dostatečně osvětlen. Je důležité si uvědomit, že na rozdíl od např. oceli není modul pružnosti betonu v tlaku jedno konkrétní číslo, ale může se vlivem různých aspektů lišit, a v určitých situacích se může lišit i poměrně výrazně. Je to dáno i znázorněním deformačních diagramů (sklonem první části diagramu) pro betony různých pevností. Na Obr. 1-8 až 1-10 jsou uvedena porovnání deformačních diagramů betonů, jak je uvádějí někteří autoři.



Obr. 1-8 Idealizované porovnání deformačního diagramu vysokopevnostního a normálního betonu v tlaku [48]



Obr. 1-9 Deformační diagram betonu různé jakosti (s naznačeným modulem pružnosti) [32]



Obr. 1-10 Ukázka skutečných deformačních diagramů betonu v tlaku [49]

1.3. Význam modulu pružnosti

Modul pružnosti je jednou z nejdůležitějších fyzikálních veličin, které daný materiál charakterizují. U betonu tato skutečnost platí bezpochyby také, zejména při statických výpočtech konstrukcí. Modul pružnosti je důležitým vstupním parametrem do výpočtů průhybů, při návrhu desek, a při výpočtech předem či dodatečně předpínaných konstrukcí [35, 50, 51].

Modul pružnosti vstupuje nejenom do výpočtu deformací, ale u staticky neurčitých konstrukcí též do výpočtu vnitřních sil – ovlivňuje tedy také hodnocení mezních stavů únosnosti. Modul pružnosti výrazně ovlivňuje deformační chování betonových konstrukcí, jako jsou průhyby, posuny, zkrácení či nadvýšení u předpjatých prvků [6].

Jako ukázka významu modulu pružnosti lze použít jednoduchý příklad stropní desky tloušťky 0,18 m z betonu C 30/37, který byl uveden v příspěvku [27]. Autoři vypočítali, že výsledné hodnoty průhybu desky od dlouhodobého účinku kvazistálé kombinace zatížení 7,1 kN/m^2 jsou:

a) 11,6 mm (uvažována tabulková hodnota E_{cm} = 32 GPa),

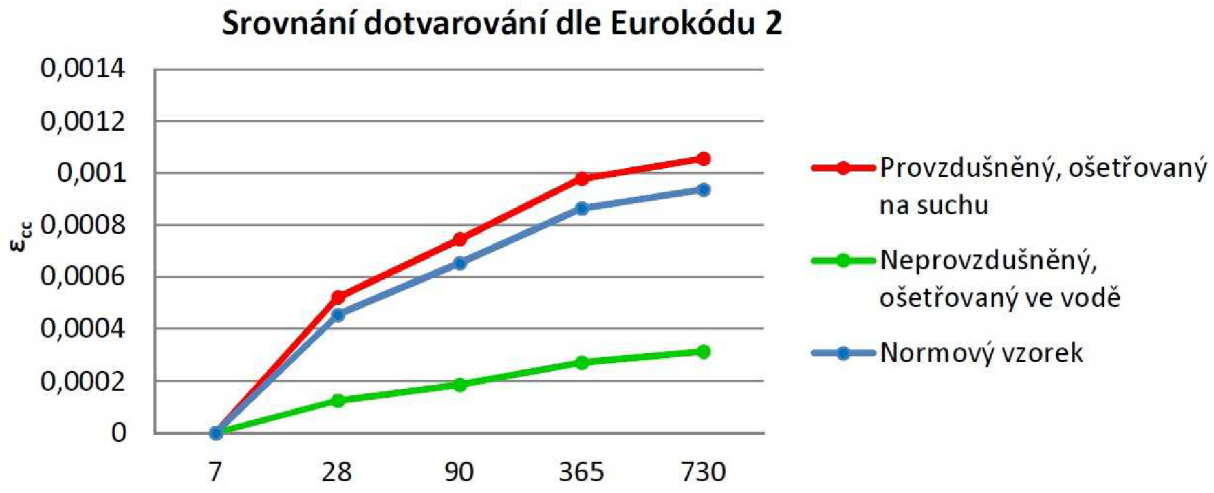
b) 20,2 mm (uvažována snížená hodnota o přibližně 30 % - E_{cm} = 22 GPa).

Pokud bylo do výpočtu průhybu železobetonové desky uvažováno vyšší zatížení 9,7 kN/m^2, průhyby by byly:

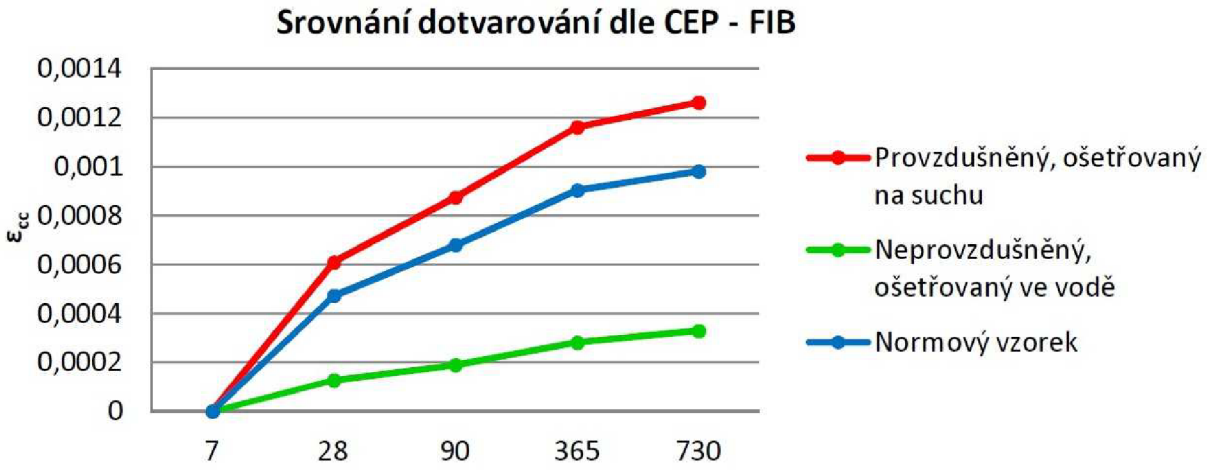
a) 31,5 mm,

b) 39,3 mm.

Skutečnost, že modul pružnosti betonu podstatným způsobem ovlivní dotvarování, potvrdila mimo jiné autorka v práci [52]. Na Obr. 1-11 a 1-12 jsou uvedeny výsledné grafy, v nichž jsou porovnány výpočtové hodnoty dotvarování konstrukce, přičemž jediným vstupním parametrem, který byl měněn, byl právě modul pružnosti betonu na základě provedených experimentálních měření.



Obr. 1-11 Porovnání průběhu přetvoření od dotvarování dle [15], na vodorovné ose je čas ve dnech [52]



Obr. 1-12 Porovnání průběhu přetvoření od dotvarování dle [51], na vodorovné ose je čas ve dnech [52]

Také autor ve své práci [31] uvádí dva jednoduché příklady, na kterých demonstruje důležitou roli modulu pružnosti při návrhu betonových konstrukcí. Dalším příkladem může být např. [23].

1.4. Vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu

Jak již bylo uvedeno dříve, modul pružnosti betonu není konkrétní číslo, ale naopak je to charakteristika s vysokou variabilitou výsledných hodnot.

Modul pružnosti betonu v tlaku (tahu) závisí především na konkrétním složení betonu, které do značné míry ovlivňuje všechny jeho vlastnosti [53, 54, 55]. Přesto nelze říci, že složení betonu je vlivem jediným. Faktorů, které mají na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu silný dopad, je celá řada [56].

Tyto faktory je možné rozdělit na dvě základní skupiny – na vlivy technologické a na vlivy zkušební (možná by bylo lepší označení zkušebnické) [57].

Mezi vlivy technologické lze bezpochyby zařadit složení čerstvého betonu. Modul pružnosti ovlivní zejména typ použitého hrubého kameniva [58], ale i další faktory mají nezanedbatelnou váhu – jako ty nejvýznamnější jmenujme např. použití přísad, zejména provzdušňovací [59], použití příměsí a jejich množství [60, 61], či výsledný vodní součinitel betonu [42, 50, 62].

Jako technologické vlivy je možné zařadit i ošetřování betonu v rané fázi jeho tuhnutí a tvrdnutí. Zejména okolní teplota hraje v zrání betonu velkou roli. Ošetřování betonu především v problematických podmínkách – v zimním období (při betonáži v teplotách pod bodem mrazu je nutné beton zahřívat) nebo v letním období (při vysokých teplotách je nutné beton naopak chránit proti vysychání) – je velmi podstatným faktorem, který má na výslednou hodnotu modulu pružnosti vliv [63].

Do druhé kategorie vlivů patří např. to, jakou metodu pro stanovení modulu pružnosti zvolíme, na jakých zkušebních tělesech měření provádíme či jakým způsobem zkušební tělesa zakončujeme [31, 64].

Technologické vlivy na modul pružnosti betonu je možné vnímat jako vlivy skutečné, protože např. změnou kameniva dojde k reálnému posunu v hodnotě modulu pružnosti betonu. Zkušební vlivy mohou být naopak z větší části vnímány jako „zdánlivé“. Ačkoliv na válci zjistíme pravděpodobně jiný modul pružnosti než na hranolu, reálná hodnota modulu pružnosti toho konkrétního betonu zůstává pořád stejná.

Všechny podstatné vlivy, které byly v předešlých odstavcích nastíněny, se autor pokusí podrobněji popsat v následujících kapitolách.

2. Technologické vlivy na modul pružnosti betonu

Beton jako stavební materiál se neustále vyvíjí, během let se měnily nároky a požadavky na něj, co vyhovovalo např. před osmdesáti lety, může dnes být již nepoužitelné. Poměrně výrazným způsobem se během poslední doby mění také vstupní složky betonu a tím i jeho vlastnosti [2]. Abychom mohli důkladně rozebrat problematiku technologických vlivů na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu, měli bychom se nejdříve seznámit s historickými změnami technologie výroby betonu.

2.1. Beton dříve a dnes

Vývoj jde nezadržitelně kupředu, beton se neustále zlepšuje, dnes se běžně dosahuje hodnot pevnosti betonu v tlaku, o kterých mohli naši předkové jen snít. Existují určité typické aspekty, které ovlivňují rozdíl ve vlastnostech betonů dříve a dnes. Jejich stručným popisem se zabývají následující podkapitoly.

2.1.1. Superplastifikátory

Používání plastifikátorů a následně také superplastifikátorů se hlavně v posledních třiceti až padesáti letech velmi rozšířilo. Superplastifikátory byly ze začátku používány spíše pro ztekucení čerstvého betonu, než pro snížení vodního součinitele. Až postupným zvyšováním dávek superplastifikátorů nad doporučené hodnoty výrobců se zjistilo, že mohou být používány ve velkém množství. Tím bylo možné dosáhnout i v běžné výrobě velmi nízkých, dříve nemyslitelných hodnot vodního součinitele čerstvého betonu. Výrazně tak vzrostla nejen pevnost betonu v tlaku, ale také jeho odolnost vůči vnějším negativním vlivům [2, 23, 40, 42].

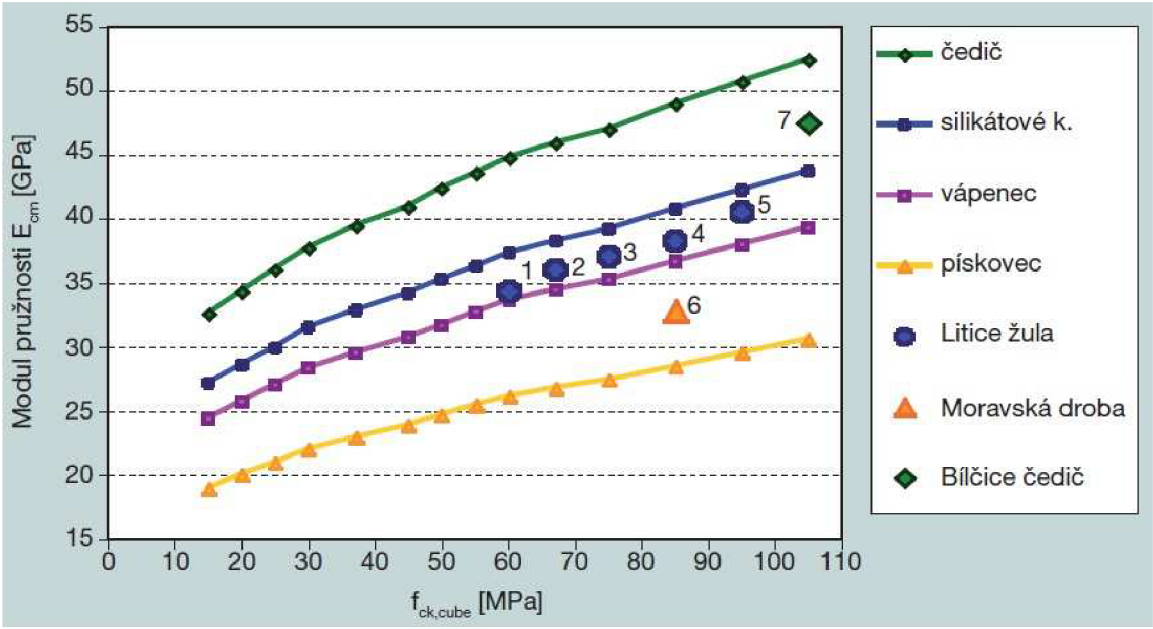
Současně se ale začaly objevovat určité negativní jevy. O nich se dříve také vědělo, ale více se o nich začalo diskutovat až právě s hojným používáním superplastifikátorů. Při velmi nízkém vodním součiniteli roste význam autogenního smrštění betonu [2, 23, 65]. Příčina samovysychání sice není stále jednoznačně objasněna a odborníci se v názorech na tento problém rozcházejí [66], že je příčinou vývoje mikrotrhlin, je však jisté. A právě mikrotrhliny negativně ovlivňují některé mechanické vlastnosti betonu a také jeho trvanlivost [67]. Při nízkém vodním součiniteli a současném použití hrubšího kameniva dochází vlivem smršťování nejen k mikrotrhlinám v cementovém kameni, ale také na rozhraní cementová pasta a zrno hrubého kameniva. Což opět způsobuje pokles některých mechanických vlastností [4].

2.1.2. Kamenivo

Poslední dobou může docházet při návrhu receptury betonu ke snižování obsahu kameniva v betonu oproti minulosti, a jednou z hlavních příčin tohoto jevu je používání minerálních

příměsí [68]. Ty mohou značným způsobem zlepšit vlastnosti betonu, ale přinášejí s sebou také problémy, jako je např. zvyšování objemu cementové pasty v betonu na úkor právě kameniva [4].

Hlavní funkcí kameniva v betonu je vytvoření relativně pevné a tlakově odolné kostry, která vzniká vzájemným opřením a zaklíněním jednotlivých zrn [24]. Je to jeden z majoritních vlivů na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu, což je dobře patrné z grafu na Obr. 2-1 [4], který znázorňuje směrné křivky pro modul pružnosti betonu s různým kamenivem tak, jak je doporučuje upravit norma [15].



Obr. 2-1 Směrné křivky dle [15] pro modul pružnosti betonu s různým druhem kameniva [4]

Dříve byla skladba kameniva v betonu prvořadá. Bylo daleko méně prostředků, jak dosáhnout vyšších pevností, a proto se na výběr kameniva upírala obrovská pozornost. S maximální péčí vyvážená křivka zrnitosti kameniva, stejně tak jako použitý druh kameniva, tvořily hlavní devízu betonu a určovaly jeho kvalitu nejen s ohledem na pevnost v tlaku, ale právě také na modul pružnosti [25].

V současné době, kdy pomocí superplastifikátorů a jimi sníženým vodním součinitelem a také pomocí minerálních příměsí je možné dosahovat pevností betonu v tlaku hravě přesahujících hodnotu 100 MPa, stojí problematika kameniva na okraji zájmu výrobců i většiny odborníků – stačí porovnat příslušné pasáže starší literatury [69] a literatury moderní [2, 7].

Negativní roli u v současnosti používaných drcených kameniv hraje dle příspěvku [4] také možnost, že toto kamenivo bude mít horší tvarový index, což opět ovlivňuje zaplnění prostoru kamenivem a vede k vyšší dávce cementové pasty nebo malty. Výrobě kvalitního betonu taktéž neprospívá, že se často kvalita dodávaného drceného kameniva mění v čase a jeho vlastnosti nejsou kontinuálně stejné [4].

2.1.3. Cement

Zřejmě nejvíce názorným příkladem, proč se dřívější betony liší od těch dnešních, je cement. Přesněji jeho vlastnosti, které se za posledních více než šedesát let podstatně změnily. Dobře je tato skutečnost ilustrována v [2], kde na straně 265 autor s odkazem na literaturu uvádí, že pro dosažení pevnost 30 MPa ve 28 dnech bylo v letech 1945 až 1947 třeba dávky cementu 300 kg/m^3 a vodního součinitele 0,47. Zatímco v letech 1975 až 1980 k dosažení stejné pevnosti bylo třeba jen 250 kg cementu a vodního součinitele 0,72! Je tedy zřejmé, že dříve se pevný beton rovnal trvanlivý beton. Pro vysokou pevnost v tlaku ve 28 dnech musela být použita vysoká dávka cementu, mimo jiné proto, aby poklesl vodní součinitel [4].

Navíc byly cementy tehdy mlety podstatně hruběji, než je tomu dnes. Hydratace cementu z toho důvodu probíhala pomalu, proto se také muselo dávkovat více cementu pro dosažení požadované pevnosti ve 28 dnech. Není tedy nijak překvapující, že tyto betony mají dnes pevnosti daleko vyšší, než tehdy požadovanou ve 28 dnech [2].

Tlak investorů na rychlé odformování betonu přinutil výrobce vyvíjet cement s rychlým nárůstem pevností. Cement je jednak jemněji mletý, jednak je upraveno jeho složení – má větší obsah dvou nejreaktivnějších složek (C_3S a C_3A). Důsledkem je vysoká pevnost v krátkém časovém úseku, ale také skutečnost, že je v betonu po 28 dnech málo nezhydratovaných zrn. Při použití hruběji mletých cementů obsahovaly betony po zastavení hydratace stále dost nezhydratovaných zrn, která tvořila rezervu pro tzv. samovyhojování betonu. Pokud z jakéhokoliv důvodu v takovém betonu vzniknou trhlinky, dojde k hydrataci nezhydratovaných zrn, jakmile se k nim trhlinami dostane voda. Tím dojde k zacelování trhlin, tedy k procesu samovyhojování betonu [2].

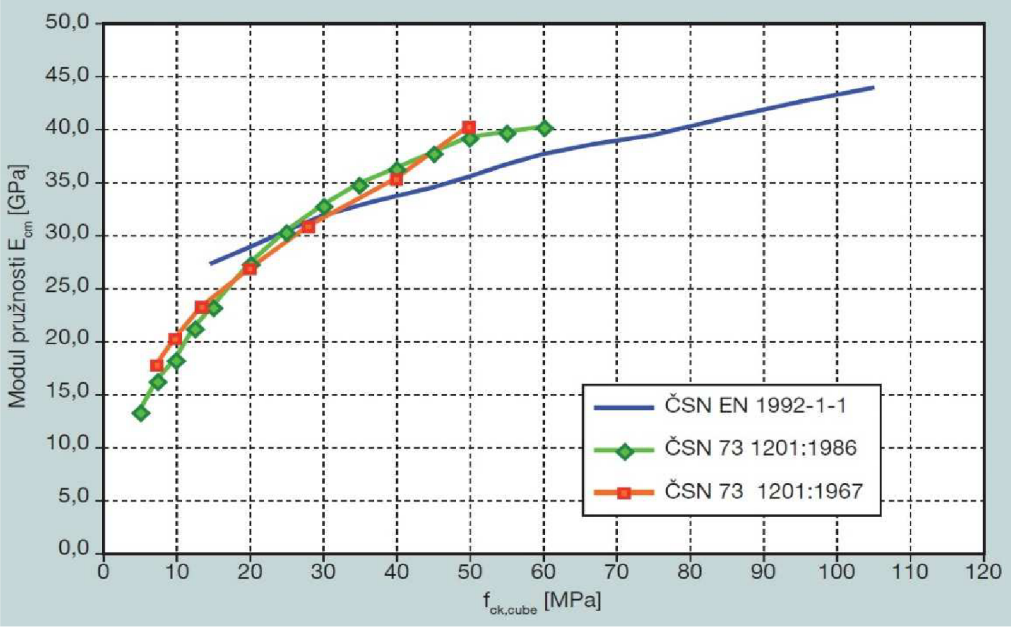
Výše uvedené údaje o změně návrhu a vstupních složek do čerstvého betonu velmi dobře dokumentuje porovnání směrných hodnot modulu pružnosti vzhledem k pevnostní třídě podle norem [15, 16, 70] z různých historických období. Grafické porovnání je zobrazeno na Obr. 2-2 [4], v Tab. 2-1 je porovnání číselné.

Tab. 2-1 Směrné hodnoty modulu pružnosti pro jednotlivé pevnostní třídy dle [15, 16]

Třída betonu	Eurokód 2	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
	ČSN 73 1201	B15	B20	B25	B30	-	B45	B50	B55	B60
Modul pružnosti E_c [MPa]	Eurokód 2	26 000	27 500	29 000	30 500	32 000	33 500	35 000	36 000	37 000
	ČSN 73 1201:1986	23 000	27 000	30 000	32 500	-	37 500	39 000	39 500	40 000

Z porovnání je velmi dobře patrné, že se návrhové hodnoty modulů pružnosti betonu podle současné normy [15] od hodnot v dřívějších normách podstatně liší. Moduly pružnosti nově vyráběných betonů pevnostních tříd C 30/37 až C 50/60 jsou výrazně nižší, než moduly pružnosti stejných pevnostních tříd betonů vyráběných před třiceti až šedesáti lety. Zatímco

modul pružnosti 40 GPa je podle současné normy [15] dosažen až u pevnostní třídy C 70/85, podle normy [16] z roku 1986 byla tato hodnota modulu pružnosti uvažována u pevnostní třídy C 50/60 (tehdy označena jako B 60) a podle normy [70] z roku 1967 dokonce u třídy betonu C 40/50 (tehdy označena VI)! Důvodem jsou především výše zmíněné důvody. Z Obr. 2-2 jednoznačně vyplývá, že se nůžky mezi pevností betonu v tlaku a jeho modulem pružnosti rozevírají stále více a více [4].



Obr. 2-2 Porovnání průměrných hodnot modulů pružnosti pro dané třídy betonu dle dřívějších norem [16, 70] a současné normy [15] – převzato z příspěvku [4]

Po vysvětlení rozdílů mezi dřívějšími betony a betony vyráběnými v současnosti (a jaké mají ty rozdíly dopad na modul pružnosti) lze přejít k jednotlivým technologickým aspektům, které modul pružnosti ovlivňují nejvíce.

2.2. Kamenivo

Kamenivo je především vzhledem ke svému obsahu v betonu (přibližně 70 – 80 % objemu) [23] pravděpodobně nejdůležitějším aspektem, který ovlivňuje výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu. Jak je vidět na Obr. 2-1, je tato skutečnost popsána také v normách, jako je např. [15].

Kamenivo výsledný modul pružnosti betonu ovlivňuje v zásadě dvěma způsoby – jednak je rozhodující druh a také lokalita horniny, ze které je kamenivo získáno, a jednak je to množství a frakce použitého hrubého kameniva [31].

Modul pružnosti horniny je stejně jako modul pružnosti betonu z hlediska výsledných hodnot poměrně vysoce variabilní. Nejvyšší hodnoty modulu pružnosti mají horniny vyvřelé

(jako jsou např. čedič, žula, granodiorit), horniny metamorfované mají modul pružnosti nižší a horniny sedimentární jsou na tom ještě hůře, viz Tab. 2-2 [71, 72].

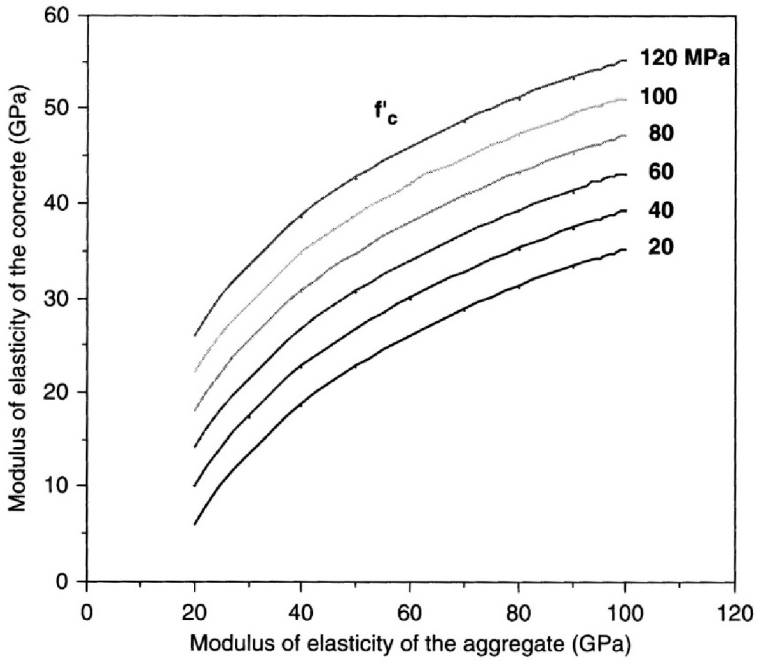
Tab. 2-2 Hodnoty modulu pružnosti vybraných hornin [71, 72]

	Hornina [lokalita]		Modul pružnosti [GPa]
Informativní průměrné hodnoty modulu pružnosti hornin [72]	Žula, syenit, granodiorit		70,0
	Diorit, gabro		90,0
	Pískovce hutné (droby)		23,0
	Pískovce pórovité, opuka		20,0
	Vápence krystalické a hutné		60,0
	Serpentinit (hadec)		90,0
Informativní hodnoty modulu pružnosti vybraných hornin v ČR [72]	Syenit	[Šluknov]	84,0
		[Hudčice]	65,0
	Žula	[Liberec]	65,0
		[Pavlov]	53,0
	Granodiorit	[Hlinsko]	69,0
		[Požáry]	70,0
	Mramor	[H. Lánov]	69,0
		[Slivenec]	83,0
		[Zbuzany]	74,0
Experimentálně zjištěné hodnoty modulu pružnosti hornin [71]	Čedič	[Bílčice]	81,5
	Žula	[Litice]	56,0
	Moravská droba	[Luleč]	36,5
	Krystalický vápenec	[Ondřejovice]	61,0

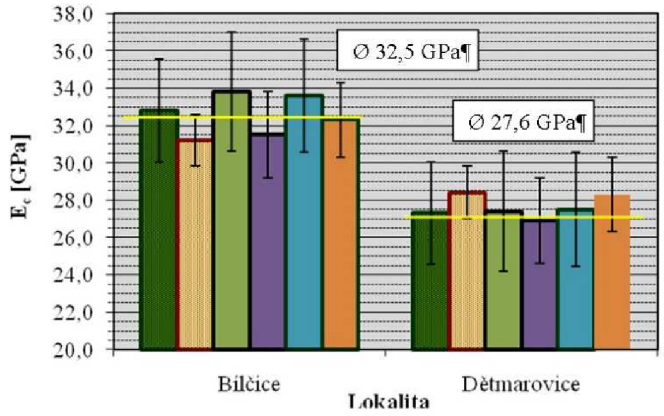
Pokud se pro výrobu betonu použije hrubé kamenivo z horniny s vyšším modulem pružnosti, modul pružnosti betonu bude obvykle také vyšší. Byla provedena celá řada experimentů, které tento trend potvrdily, viz např. publikace [2, 4, 25, 40, 58, 73]. Některé závěry uvedených experimentů jsou zobrazeny na Obr. 2-3 až 2-5.

Stejně jako modul pružnosti horniny, ze které bylo kamenivo získáno, hraje důležitou roli na modul pružnosti betonu také množství a frakce použitého kameniva. Autor ve své práci [31] na straně 60 cituje konkrétní experimentální výsledky, které potvrzují významnou závislost změny modulu pružnosti betonu na objemu hrubého kameniva v něm. Stejně jako se zvýšením objemu kameniva v betonu poroste jeho modul pružnosti, tak také s rostoucí frakcí kameniva se bude modul pružnosti zvyšovat.

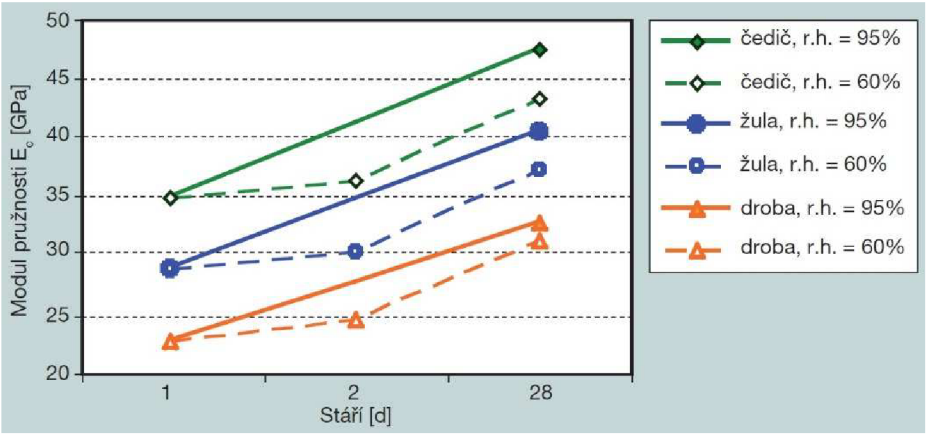
Na Obr. 2-3 až 2-5 je zcela jasně vidět, že kamenivo má zcela zásadní vliv na modul pružnosti betonu, což je zcela pochopitelné, pokud si uvědomíme, jaký objem kamenivo v betonu zaujímá a že de facto tvoří jeho základní kostru.



Obr. 2-3 Nomogram závislosti modulu pružnosti betonu na modulu pružnosti použitého kameniva a pevnosti betonu v tlaku [2]



Obr. 2-4 Porovnání naměřených hodnot statických modulů pružnosti betonu [GPa] po 28 dnech zrání zkušebních těles; kameniva z lokality Bílčice vs. Dětmarovice [58]



Obr. 2-5 Srovnání hodnot modulu pružnosti pro betony s kamenivem z různých hornin [4]

2.3. Cement

Modul pružnosti cementového kamene se obvykle pohybuje mezi hodnotami 10 až 20 GPa, pokud budeme uvažovat cementový tmel, tedy cement spolu s drobným kamenivem do velikosti zrn max. 4 mm, výsledné hodnoty modulu pružnosti budou dosahovat přibližně 20 až 40 GPa [50], což odpovídá vlastní zkušenosti autora vycházející z vlastnoručně provedených experimentálních měření.

Stejně jako u kameniva i u cementu lze konstatovat, že modul pružnosti betonu je ovlivněn dvěma způsoby – prvním je typ a pevnostní třída použitého cementu a druhým je jeho množství v 1 m^3 čerstvém betonu. Rozhodně není možné říci, že cement modul pružnosti betonu neovlivňuje, je však zřejmé, že vliv bude výrazně menší než např. u kameniva, což potvrzují výsledky publikované např. v [31, 74].

2.4. Přísady a příměsi

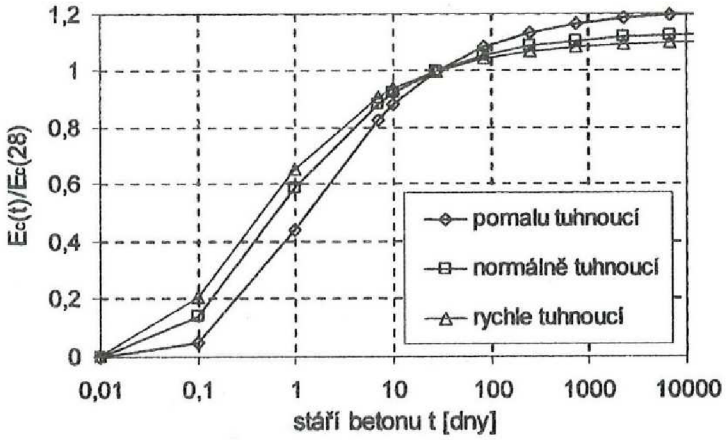
Vývoj v oblasti přísad do betonu zapříčinil vznik nových druhů betonů, jako jsou zejména betony vysokohodnotné, (ultra)vysokopevnostní či samozhutnitelné – obecně lze mluvit o moderním betonu [2, 7]. Přísad do betonu existuje celá řada, především jsou to různé plastifikátory, superplastifikátory, urychlovače tuhnutí a tvrdnutí, zpomalovače tuhnutí a provzdušňovací přísady [23].

Vzhledem k rozličnému chemickému složení různých přísad není možné přesně charakterizovat jejich vliv na modul pružnosti betonu. Superplastifikátory způsobují zejména výrazné ztekucení čerstvého betonu a s tím spojené značné snížení vodního součinitele betonu. Z tohoto pohledu mají superplastifikátory pozitivní vliv na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu, protože snížení vodního součinitele vede ke zkvalitnění betonu obecně [2, 23]. Protože je ale použitím takové přísady ovlivněno složení betonu celkově, není snadné definovat vliv přímo plastifikátoru.

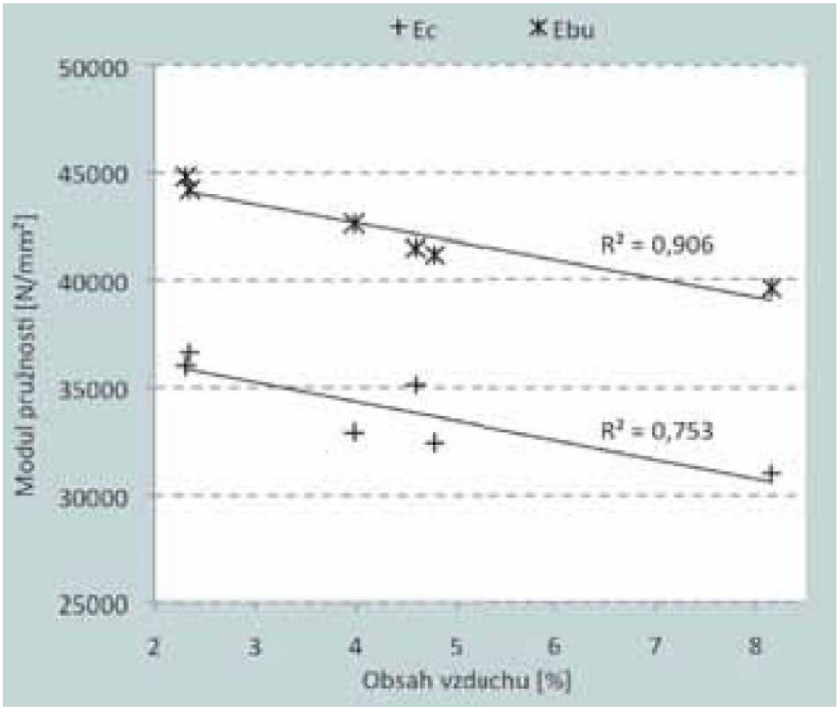
Urychlovače i zpomalovače tuhnutí betonu by na jeho výsledný modul pružnosti teoreticky vliv mít neměly, alespoň z dlouhodobého hlediska [31]. Předpis [51] však uvádí časový vývoj modulu pružnosti betonu v závislosti na rychlosti hydratace, viz Obr. 2-6.

Jedinou přísadou, u které je vliv na modul pružnosti jednoznačný a neoddiskutovatelný, je provzdušňovací přísada. Autor v knize [7] uvádí, že vnesením pórů provzdušnění do struktury cementového kamene se pevnost betonu v tlaku sníží až o 20 % oproti betonu bez provzdušnění. Tento fakt potvrzuje také kniha [2], kde je uvedeno, že v rozsahu od 4 do 6 % se zvýšením obsahu vzduchu o 1 % sníží pevnost v tlaku o 4 až 6 %, což je možné uvažovat i pro modul pružnosti. Autoři v příspěvku [59] publikovali výsledky experimentu, který výrazně negativní dopad provzdušnění na hodnotu modulu pružnosti betonu (a pevnosti v tlaku)

jednoznačně potvrdil. K obdobným závěrům došla také práce [62]. Na Obr. 2-7 je znázorněn graf závislosti míry provzdušnění betonu na jeho modul pružnosti.

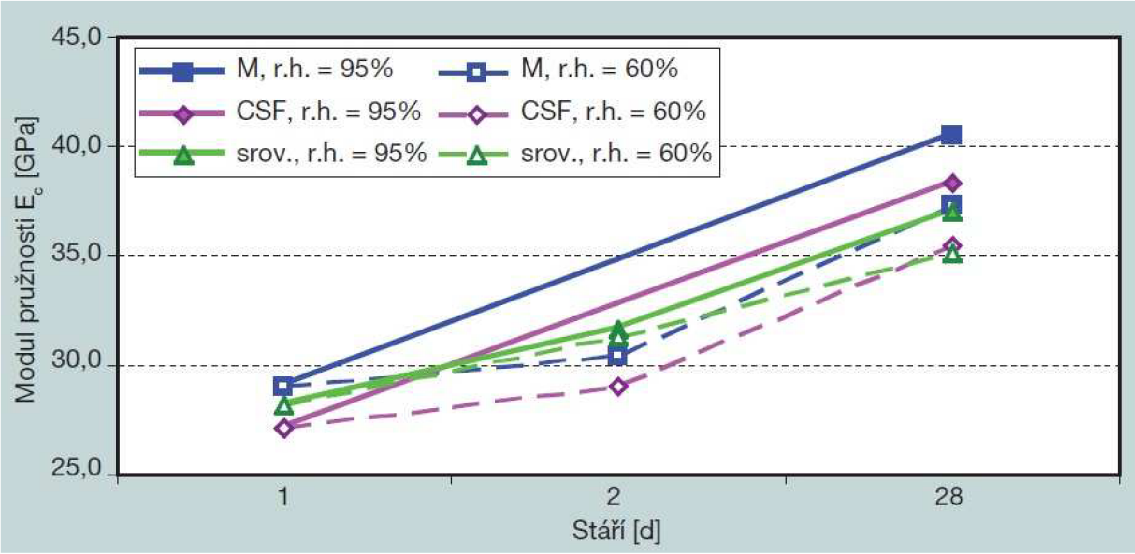


Obr. 2-6 Vývoj modulu pružnosti betonu v čase dle [51]; osa x má logaritmické měřítko [35]



Obr. 2-7 Grafické znázornění závislosti statického a dynamického modulu pružnosti na obsahu vzduchu [59]

Mezi nejčastěji používané příměsi při výrobě betonu jsou popílek, struska, mikrosilika, metakaolín a mletý vápenec. Ačkoliv byla provedena celá řada experimentů, o nichž pojednávají např. příspěvky [4, 7, 55, 60, 61, 68, 75], není vliv jednotlivých příměsí na finální modul pružnosti betonu přesně znám. Je možné pouze říci, že použití mikrosiliky a zejména metakaolínu bude mít pravděpodobně mírně kladný vliv na modul pružnosti betonu, zatímco v případě použití strusky pravděpodobně modul pružnosti betonu trochu poklese. Na Obr. 2-8 je představen příklad výstupu jednoho vybraného příspěvku z výše uvedených.



Obr. 2-8 Porovnání hodnot modulu pružnosti pro betony s minerálními příměsemi [4]

2.5. Ošetřování betonu

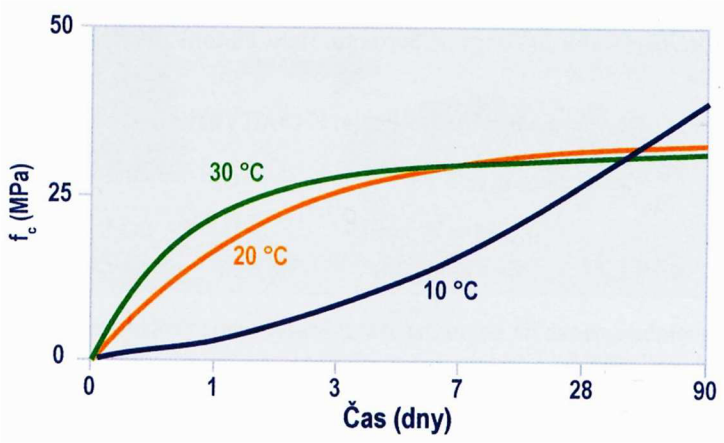
Zatím byly z technologických vlivů vyjmenovány pouze ty, které vstupují do popředí při návrhu receptury betonu. Kromě již uvedených by to mohl být ještě vodní součinitel a kvalita tranzitní zóny. Vodní součinitel je však přímo závislý na složení betonu, a tedy na jeho složkách, které byly popsány, a proto se o něm více nerozepisuji. Hodnocení kvality tranzitní zóny je natolik složitý problém, navíc s nejistým, téměř nezdokumentovaným vlivem na modul pružnosti [31], že se jí také nadále věnovat nebudu.

Dalšími vlivy, kterým bude naopak dále věnována významná pozornost, jsou faktory, které lze ovlivnit při betonáži či krátce po ní. Jedná se především o teplotu, vlhkost a ošetřování betonu během jeho tuhnutí a tvrdnutí. Bylo by možné uvažovat také stupeň zhutnění, ale podstatou je pouze míra snížení obsahu vzduchu v betonu, což má stejný efekt jako provzdušnění, jehož vliv byl již charakterizován.

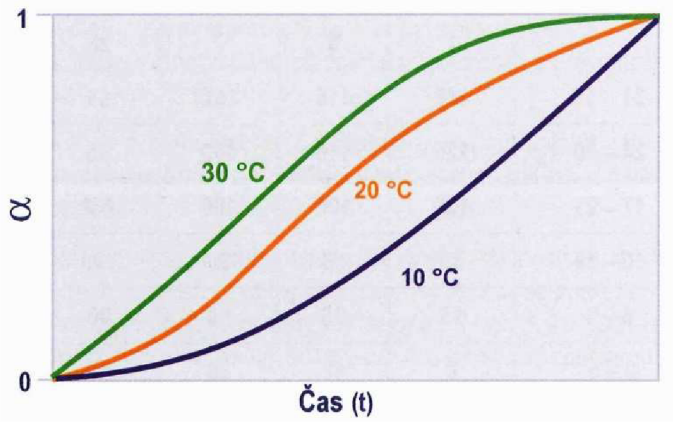
V některých případech výstavby betonových konstrukcí nebo prvků je důležitá hodnota modulu pružnosti betonu již v rané fázi zrání betonu. Velmi názorným příkladem mohou být prefabrikované předpjaté nosníky. Pokud v době předpínání (což může být již po 24 hodinách zrání betonu) nemá beton požadovaný modul pružnosti, může dojít ke znatelně větším deformacím, než s jakými projektant počítal. To může znamenat větší ztráty předpětí, větší nadvýšení nosníků a následné problémy při zabudování do konstrukce.

Získání požadovaných vlastností betonu je podmíněné jeho vhodným ošetřováním. To je úzce spojeno mimo jiné s kontrolou teploty během zrání betonu, neboť právě teplota okolního prostředí (obzvlášť v počátečních stádiích) hraje velmi důležitou roli ve vývoji betonu a má rozhodující vliv na chování betonu (či konstrukce) při jeho následném používání [2, 7, 23, 25, 40, 42, 76, 77]. Vliv teploty ošetřování na vývoj pevnosti betonu v tlaku je graficky

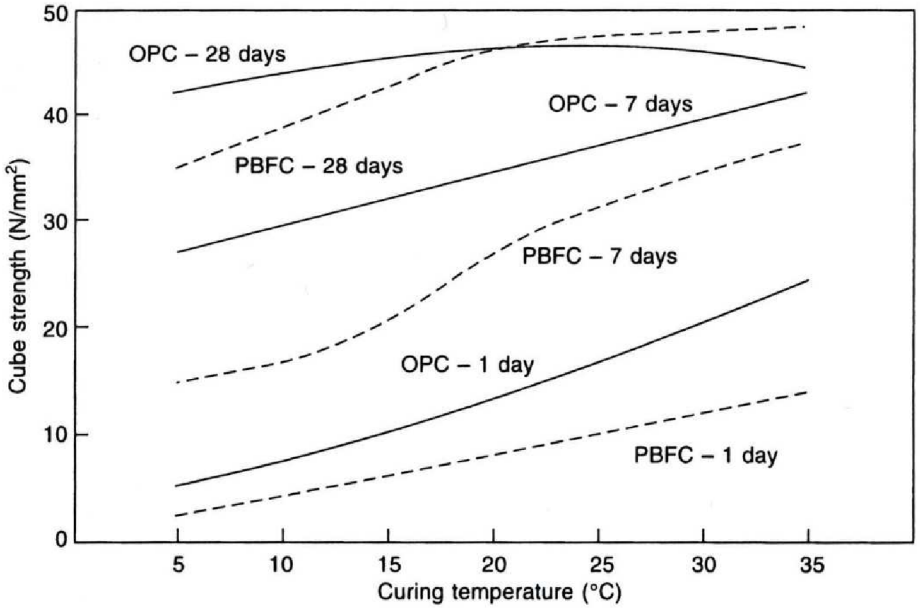
zobrazen v mnoha publikacích, na Obr. 2-9, 2-11 až 2-13 jsou uvedeny ty nejzajímavější. Různý vývoj pevnosti betonu v tlaku je způsoben rozdílnou rychlostí hydratačního procesu cementu, na který má okolní teplota zásadní vliv, viz Obr. 2-10.



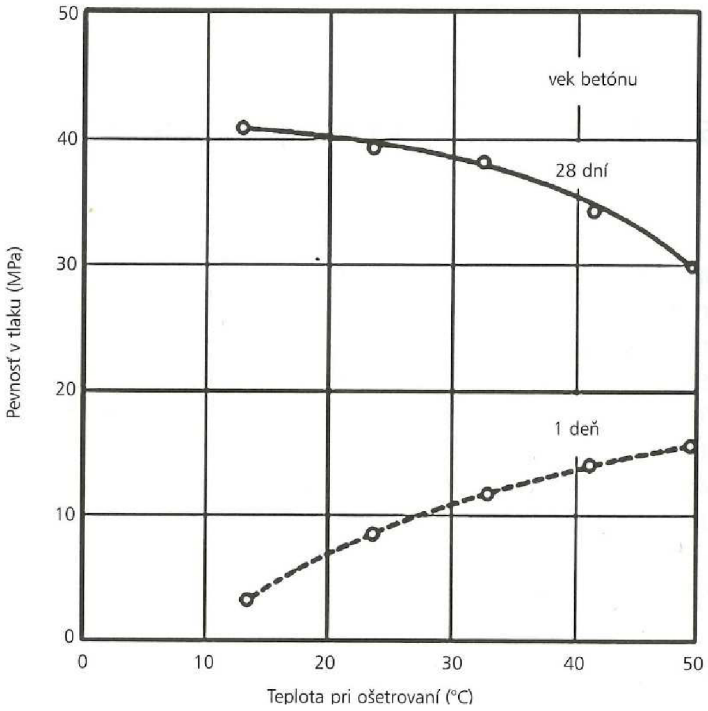
Obr. 2-9 Vliv teploty na vývoj pevnosti betonu v tlaku [7]



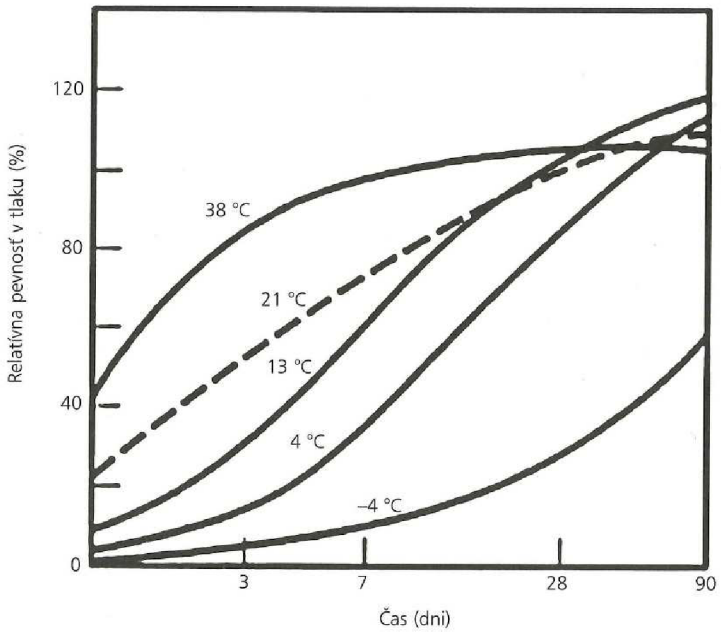
Obr. 2-10 Vliv teploty na stupeň hydratace [7]



Obr. 2-11 Vliv teploty zrání betonu na nárůst jeho pevnosti v talku – pro různé betony [76]



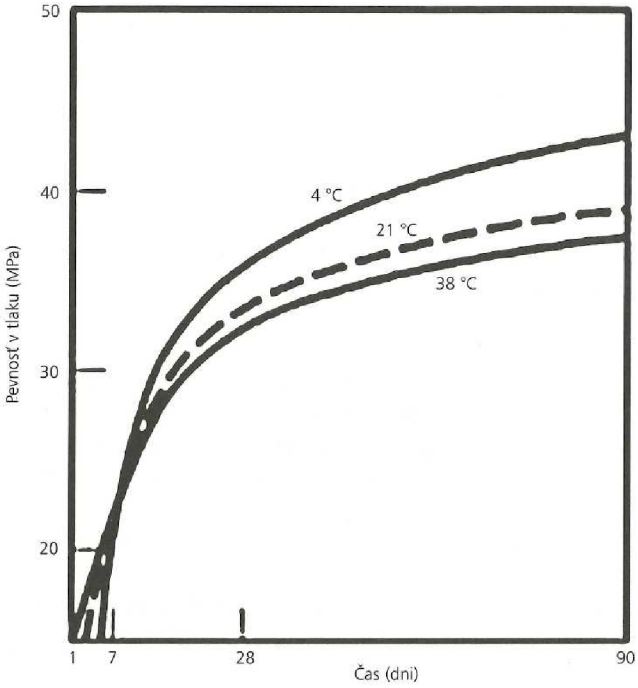
Obr. 2-12 Závislost pevnosti betonu v tlaku na teplotě ošetřování [25]



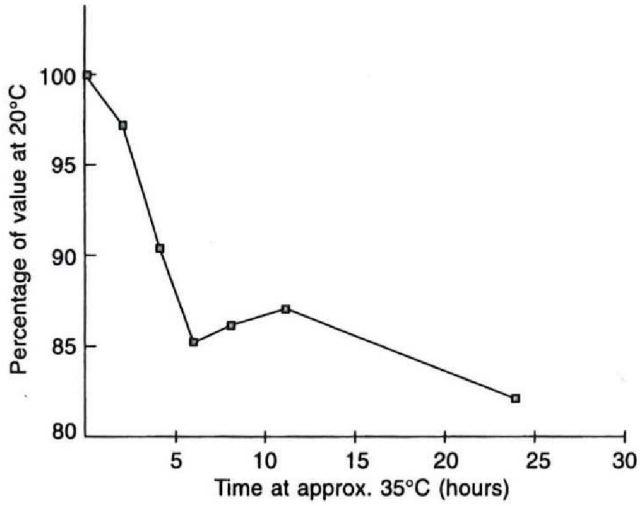
Obr. 2-13 Vliv dlouhodobého ošetřování betonu při rozdílných teplotách na jeho pevnost v tlaku [25]

Výše uvedené grafy platí pro jeho pevnost v tlaku, teoreticky je ovšem lze aplikovat také na modul pružnosti, což dokazuje příspěvek [78]. Podstatné je, že se vlastnosti betonu všeobecně zlepšují s délkou vhodného způsobu ošetřování. Zatímco jednodenní pevnost betonu v tlaku narůstá se zvyšující se teplotou, z výše uvedených grafů plyne, že 28denní pevnost v tlaku vykazuje se zvyšující se teplotou opačnou tendenci [24]. Je to dáno obecnými chemickými pravidly, kdy platí, že čím nižší je teplota, tím menší je rychlost reakce, což bylo

ukázáno na Obr. 2-10 [7]. Z toho vyplývá, že hydratační proces je při nízkých teplotách pomalejší, a proto je i pevnost betonu v tlaku nízká. Avšak v pozdějším období platí, že čím nižší je teplota okolí, tím vyšší je pevnost betonu. V tomto panuje mezi odborníky všeobecná shoda, ovšem vysvětlení této skutečnosti není jednoduché a názory se zde již rozcházejí, např. [7] vs. [24]. Další důkazy o obrovském vlivu okolní teploty na kvalitu betonu jsou uvedeny na Obr. 2-14 a 2-15.



Obr. 2-14 Závislost pevnosti v tlaku betonu vyrobeného při rozličných teplotách a následně ošetřovaného při 21 °C [25]



Obr. 2-15 Vliv doby zrání betonu při teplotě 35 °C na 28denní pevnost v tlaku [79]

Normy [80, 81] přesně definují teplotu (20 C), při které se ověřují vlastnosti betonu. Tato termální podmínka patří mezi ustálená, obecně známá pravidla, která mají zabránit spekulacím a nedorozuměním při ověřování kvality betonu [7]. V praxi je však beton míchán,

ukládán a ošetřován při různých teplotách. Betonáž při nízkých teplotách má svá specifika a je nutné dodržovat určitá opatření. Teplota čerstvého betonu v době dodání nesmí být menší než +5 °C [81]. Při teplotách nižších než +5 °C se výrazným způsobem zpomaluje hydratace a pokud teplota klesne pod bod mrazu, hydratace se dokonce zcela zastaví. Velkým problémem je pak mrznoucí voda, která zvětšuje svůj objem o přibližně 9 %, v důsledku čehož mohou v betonu s nedostatečnou pevností vznikat trhliny. Tím může dojít k nevratnému zhoršení mechanických vlastností betonu [7, 23, 82]. Při nízkých teplotách musí být tedy beton ošetřován (zahříváním, opatřením tepelné izolace) tak, aby teplota jeho povrchu neklesla pod 0 °C, a to do doby, než jeho pevnost v tlaku nedosáhne hodnoty alespoň 5 MPa [81, 83]. V případě, že se konstrukce přestane předčasně zahřívat, či se dříve odbední, může dojít k jejímu poškození v důsledku nedostatečné pevnosti betonu [25].

Stejně podstatné jako správné ošetřování betonu při betonáži v zimních měsících je také optimální ošetřování betonu při betonáži v letním období. Vliv vysoké teploty na kvalitu betonu je taktéž velký a byl již snad důkladně vysvětlen, zejména pomocí Obr. 2-12, 2-13 a 2-15.

Kromě udržování teploty ve správných mezích je při ošetřování betonu důležité zaměřit se také na vlhkost betonu. Zejména při betonáži ve vysokých teplotách je nutné beton prvních několik hodin až dnů důkladně ošetřovat, aby bylo zamezeno vysokému stupni odpařování vody z povrchu betonu, což by mohlo způsobit vážné problémy (masivní smršťování apod.). Na výsledné hodnoty modulu pružnosti má vliv také délka ošetřování betonu. Teplota, vlhkost a délka ošetřování betonu v rané fázi jeho zrání jsou vzájemně provázány a je možné je považovat za jediný, o to ale významnější vliv na hodnotu modulu pružnosti – více o tomto fenoménu např. v [52, 57, 61, 63, 84, 85, 86].

3. Zkušební vlivy na modul pružnosti betonu

Podobně jako je velké množství technologických faktorů, které mají vliv na modul pružnosti betonu, je také nepřeberné množství vlivů zkušebních. Výstižnější, či možná přesnější, by bylo označení zkušebnické vlivy, ale protože jednak čeština takové slovo nezná a jednak je označení „zkušební vliv“ vžité, budu nadále v práci používat výhradně termín zkušební vliv.

Zkušební vlivy na finální hodnotu modulu pružnosti betonu nelze jednoduše rozdělit do několika základních kategorií. Téměř je možné říci, že každý jednotlivý zkušební vliv je svou vlastní kategorií. Právě proto se pokusím v následujících kategoriích vyzdvihnout jen ty nejpodstatnější a ty méně významné shrnout do kapitoly „ostatní“.

Pokud bychom přece jen chtěli zkušební vlivy roztřídit, mohli bychom je rozdělit do dvou základních skupin – ty, které můžeme ovlivnit (např. úprava zkušebních těles, rychlost zatěžování, apod.), a ty, které ovlivnit nemůžeme (metoda pro stanovení dynamické hodnoty modulu pružnosti vs. metoda pro stanovení statického modulu pružnosti).

Je dobré si také uvědomit, že zjištěný modul pružnosti E_c na zkušebním tělese nebude nikdy zcela přesně odpovídat skutečnému modulu pružnosti betonu zabudovaného v konstrukci – beton těles zraje jiným způsobem než beton v konstrukci. A pokud zjišťujeme E_c přímo na konstrukci, narážíme na limity kalibračních vztahů a použitých metod samotných.

3.1. Použitý zkušební postup

Zkušebních postupů, pomocí kterých můžeme stanovit hodnotu modulu pružnosti betonu, je celá řada. V současné době jsou v platných českých normách uvedeny celkem čtyři metodiky, podle kterých lze určit modul pružnosti betonu. Dvě z nich jsou založeny na zatěžování zkušebního tělesa v zatěžovacím lisu a jedná se o **metody statické**. První metoda využívá zkoušku tlakem, druhá poté zkoušku tahu ohybem. Další dva normové postupy jsou založeny na nedestruktivních elektroakustických metodách a souhrnně se nazývají **dynamické metody**. Využívají fyzikálního zákona pro rychlost šíření pružného vlnění v hmotě a konkrétně se jedná o ultrazvukovou metodu a metodu rezonanční [31].

Další zkušební postupy, díky nimž lze vypočítat hodnotu modulu pružnosti betonu, oporu v platných českých normách nemají, a to ať už se jedná o dynamické či statické metody. V kapitole 1.2. byl vysvětlen pojem modul pružnosti a bylo uvedeno, že druhů modulu pružnosti je více. Dynamický modul pružnosti je vždy vyšší než statický modul pružnosti. Poměr mezi dynamickou a statickou hodnotou závisí především na kvalitě a stáří betonu. Obecně platí, že čím je beton méně kvalitní (nebo velmi mladý), tím je poměr mezi statickým a dynamickým modulem nižší (může dosahovat hodnot nižších než 0,6). Zatímco velmi kvalitní betony mohou mít tento poměr relativně vysoký (číslo přesahující hodnotu 0,9).

Je tedy zřejmé, že pokud použijeme ke stanovení např. rezonanční metodu, jejímž výsledkem je dynamický (tečnový) modul pružnosti, získáme jiné číslo než při použití např. metody v tlaku, jejímž výsledkem je statický (sečnový) modul pružnosti. Navíc platí, že ani obě statické metody (tlak vs. tah ohybem) ani obě dynamické metody (ultrazvuková vs. rezonanční) nedávají shodné výsledky [64]. Rozdíly ve výsledcích dynamických modulů z obou standardizovaných postupů připouští i norma [87], ve které jsou uvedeny odlišné zmenšovací součinitele κ_u a κ_r pro stejné pevnostní třídy betonu, viz Tab. 3-1.

Tab. 3-1 Zmenšovací koeficienty κ_u a κ_r pro přepočet dynamické hodnoty modulu pružnosti betonu na hodnotu statickou pro zjištěné třídy betonu [87]

Třída betonu	Zmenšovací koeficient κ_u	Zmenšovací koeficient κ_r
C 8/10	0,62	0,81
C 12/15	0,71	0,86
C 16/20	0,76	0,88
C 25/30	0,81	0,90
C 30/37	0,83	0,91
C 35/45	0,86	0,93
C 40/50	0,88	0,94
C 45/55	0,90	0,95

V následujících kapitolách budou jednotlivé metody určené ke stanovení modulu pružnosti betonu popsány podrobněji, mimo jiné také proto, že byly využity při měřeních popsaných v experimentální části této práce.

3.1.1. Statický modul pružnosti ze zkoušky v tlaku

Podstatou zkoušky statického modulu pružnosti je cyklické zatěžování zkušebního tělesa za současného odečtu deformací tělesa. Zkušební těleso je vystaveno základnímu napětí 0,5 N/mm^2 (MPa) a poté se napětí plynule zvyšuje do hodnoty jedné třetiny očekávané pevnosti betonu v tlaku. Zaznamenají se poměrná přetvoření při odpovídajících napětích a modul pružnosti se vypočítá jako podíl rozdílu základního napětí a horního zatěžovacího napětí a rozdílu odpovídajících poměrných přetvoření dle vztahu

$$E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b} \qquad (2)$$

kde je E_c modul pružnosti v tlaku v MPa,
σ_a horní zatěžovací napětí v MPa,
σ_b základní zatěžovací napětí, tj. 0,5 MPa,
ε_a průměrné poměrné přetvoření při horním zatěžovacím napětí,
ε_b průměrné poměrné přetvoření při základním zatěžovacím napětí.

Statický modul pružnosti betonu v tlaku lze v současné době stanovit podle dvou platných předpisů. Prvním je norma ČSN ISO 1920-10 [44] a druhým je norma ČSN EN 12390-13 [43].

Situace je navíc trochu komplikovaná faktem, že do ledna 2014 bylo možné zkoušet modul pružnosti v tlaku pouze podle normy ČSN ISO 6784 [46], tudíž je podle ní prováděna drtivá většina měření popsaných v experimentální části této práce. Od února 2014 je možné využít [43] a od ledna 2015 přestala platit [46], kterou nahradila [44]. V současně době tedy dochází k souběhu norem. Dobrou zprávou je, že se [44] od [46] liší pouze v detailech. Horší zprávou je, že [43] přináší jednu změnu výraznou, a tou je možnost zkoušet modul pružnosti podle dvou metod. Metoda A umožňuje kromě stanovení klasického statického modulu pružnosti (kompletně je označen jako ustálený sečnový statický modul pružnosti $E_{c,s}$) určit také počáteční sečnový modul pružnosti betonu v tlaku $E_{c,0}$. Druhá možnost zjištění modulu pružnosti, metoda B, je poté jen mírně upravený postup dle [44].

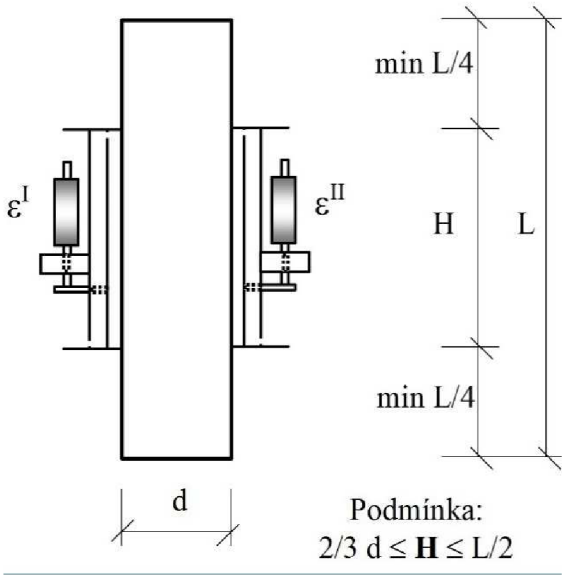
Nyní se krátce věnujme změnám, které norma [43] přinesla [88]. Požadavky na zkušební zařízení jsou specifikována podrobněji než u normy [44], např. zkušební lis musí udržet zvolené konstantní zatížení s odchylkou max. 5 %. Norma [43] uvádí, že je vhodné používat zkušební lisy s možností nastavení automatického zatěžování.

V otázce požadavků na zkušební tělesa jsou změny dle [43] pouze kosmetické. Stejně jako [44] uvádí i [43] jako základní zkušební těleso válec 150 × 300 mm, přičemž použity mohou být také hranoly a tělesa získaná pomocí jádrového vrtání. Štíhlost zkušebních těles, tedy poměr výšky L a příčného rozměru d (průměr u válce nebo hrana u hranolu), musí být v mezích 2 až 4. Jediná změna je podmínka, že d musí být větší než 3,5 × D_{max} (maximální zrno použitého kameniva), přičemž [44] udává, že d musí být větší než 4,0 × D_{max}. V poznámce je také v normě [43] správně uvedeno, že rozměr použitého zkušebního tělesa může mít vliv na výslednou hodnotu modulu pružnosti. Bohužel není tato informace více rozvedena.

Co se týče délky měřící základny l_0, na které je určována deformace tělesa při zatěžování, uvádí nová norma [43] podmínky dvě. Stejně jako v [44] je uvedeno, že l_0, musí být větší než 2/3 příčného rozměru d a menší než 1/2 délky zkušebního tělesa L. Současně ale platí, že l_0, musí být větší než 3 × D_{max}. U zkušebních těles se štíhlostí mezi 3,5 a 4,0 se může délka měřící základny l_0 navýšit až na hodnotu 2/3 × L. U hranolu 100 × 100 × 400 mm je tedy povolena měřící základna délky 67 až 267 mm! Je otázkou, zda je takto široké rozmezí optimálním řešením. Osazení tenzometrů na zkušební těleso je znázorněno na Obr. 3-1 a je pro obě platné normy i neplatnou [46] stejné.

Ke zjištění předpokládané pevnosti betonu v tlaku f_c je dle [43] nejlepší použít srovnávací zkušební tělesa stejného tvaru a velikosti, jak tomu bylo u [46]. Norma [44] nově uvádí, že pevnost v tlaku se musí zjišťovat na válcích 150 × 300 mm, a to vždy. Zatímco [46] povolovala odhad pevnosti v tlaku pouze ve výjimečných případech, norma [43] na srovnávacích

zkušebních tělesech tak striktně netrvá. Je možné pevnost f_c zjistit na zkušebních tělesech, která se tvarově či rozměrově od zkoušených odlišují a tento fakt potom zohlednit nebo lze pevnost v tlaku zjistit pomocí NDT měření či pomocí národních předpisů. Je tedy možné k určení f_c použít např. normu [89]. Horní napětí zatěžovacího cyklu σ_a je definováno stále jako 1/3 f_c.

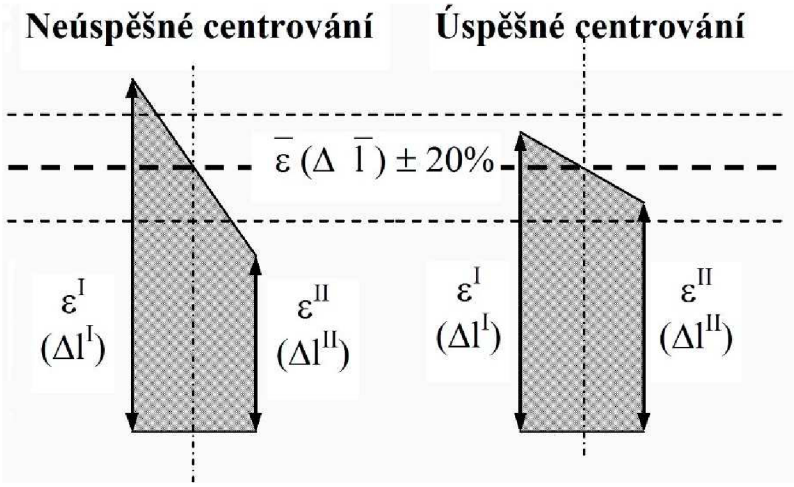


Obr. 3-1 Umístění tenzometrů na zkušební těleso [47]

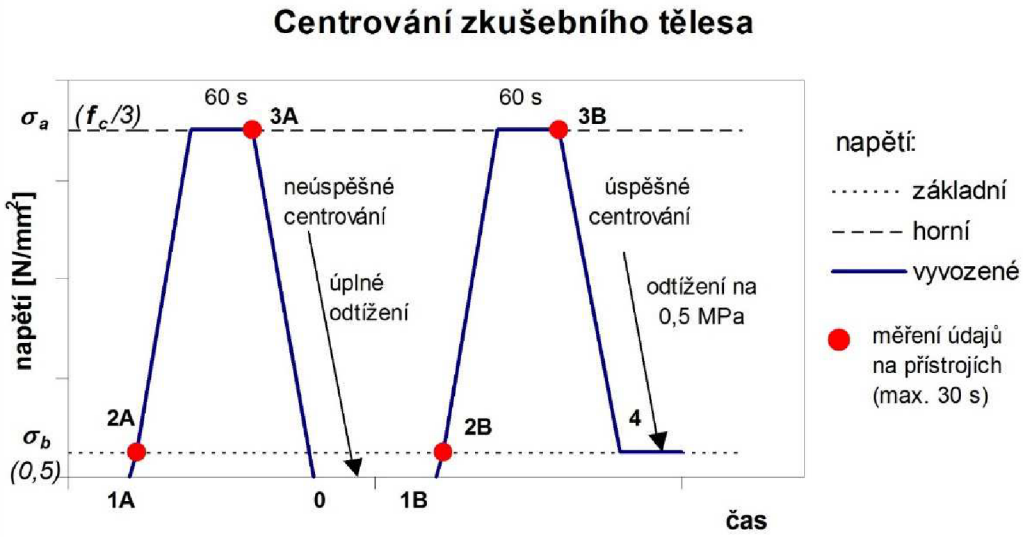
Rychlost zatěžování zkušebního tělesa je dle normy [43] oproti širokému intervalu 0,6 ± 0,4 MPa/s dle [44] zúžena na hodnotu 0,6 ± 0,2 MPa/s. Výsledná hodnota modulu pružnosti se dle platných norem [43, 44] zaokrouhluje vždy na nejbližších 100 MPa, což je rozdíl oproti [46], kde to bylo na nejbližších 500 MPa. Požadavek na skutečnou pevnost v tlaku zkušebních těles se u norem [43, 46, 44] neliší – hodnota zjištěné pevnosti zkušebního tělesa po zkoušce statického modulu pružnosti by se neměla od předpokládané pevnosti betonu v tlaku f_c lišit o více než 20 %.

Norma [43] přinesla také jednu novou podmínku pro osazení tělesa ve zkušebním lisu během zkoušení. Kromě kontroly centrace zkušebního tělesa, což je přehledně zobrazeno na Obr. 3-2 a 3-3, je nově nezbytné ověřit také změnu průměrného přetvoření mezi druhým a třetím zatěžovacím cyklem. U metody A je první kontrolou změna přetvoření. Pokud se hodnota ε_b (poměrné přetvoření při působení dolní hladiny napětí) při třetím cyklu liší od hodnoty ε_b při druhém cyklu o více než 10 %, je nutné polohu zkušebního tělesa upravit a zkoušku provést znovu. U metody A se tato kontrola provádí při předzatěžovacích cyklech a musí být provedena do 60 sekund. Více o průběhu cyklování bude uvedeno v další části této kapitoly. Druhou kontrolou je poté centrace zkušebního tělesa. Jednotlivá přetvoření ε_b ve třetím zkušebním cyklu se nesmí lišit o více než 20 % od své průměrné hodnoty. U metody B je pořadí kontrol prohozeno – nejdříve je třeba ověřit podmínku vycentrování tělesa, kdy jednotlivá přetvoření ε_a (při horní hladině napětí) se během prvního cyklu nesmí od své

průměrné hodnoty lišit o více než 20 %, a až poté přichází na řadu kontrola změny poměrného přetvoření, kdy změna ε_a mezi druhým a třetím cyklem nesmí překročit 10 %. O platnosti zkoušky, či naopak nutnosti zkoušku opakovat, se tedy rozhodne až po jejím kompletním provedení. Aby mohly být výše popsané podmínky ověřeny, musí být při prvním cyklu měřiče deformací vynulovány, což [43] předepisuje.



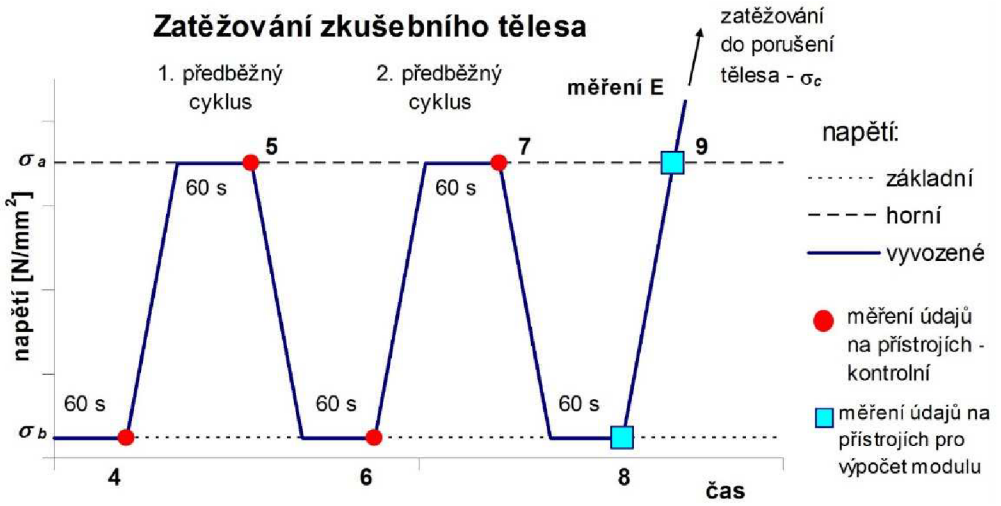
Obr. 3-2 Znázornění neúspěšného a úspěšného centrování zkušebního tělesa [47]



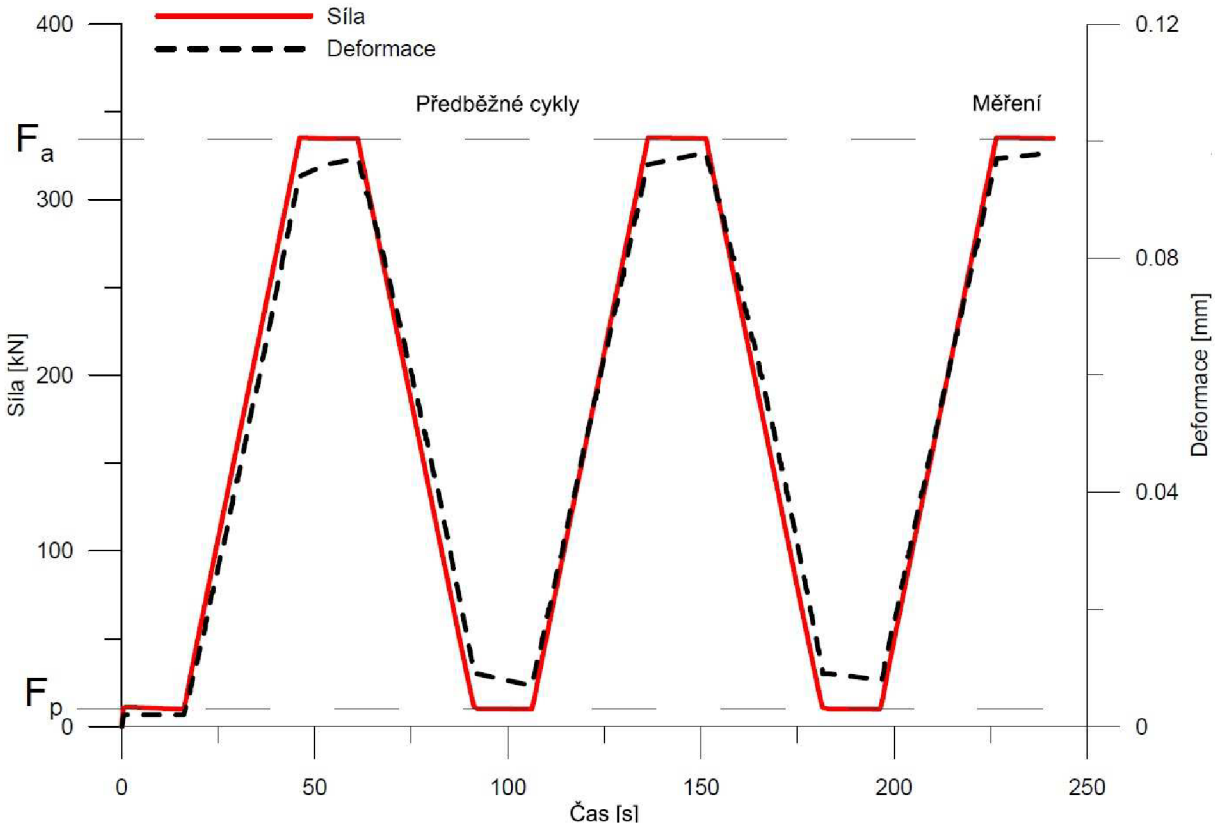
Obr. 3-3 Grafické znázornění průběhu centrování zkušebního tělesa dle [44] v čase [47]

Nejdůležitější změnou, kterou orma [43] oproti [44] nabízí, je možnost zkoušet statický modul pružnosti betonu v tlaku podle dvou postupů – dle metody A „Určení počátečního a ustáleného sečnového modulu pružnosti“ a dle metody B „Určení ustáleného sečnového modulu pružnosti“. Nejdříve se věnujme metodě B, která se od [46], jejíž postup je předmětem Obr. 3-4, liší jen v detailech. Průběh zkoušky dle metody B, tedy jednotlivé cykly, jsou zachyceny na Obr. 3-5. Jednou změnou oproti postupu v normě [44] je délka držení hladin napětí – z doby 60 sekund se v [43] stala doba maximálně 20 sekund. Druhou změnou je definice základního napětí. V normě [43] je toto napětí označeno jako předzatěžovací (preload

stress, označeno σ_p) a je dána možnost jeho zvýšení z fixní hodnoty 0,5 MPa dle [44] až na hodnotu dolního napětí σ_b, které je rovno (0,1 až 0,15) × f_c.



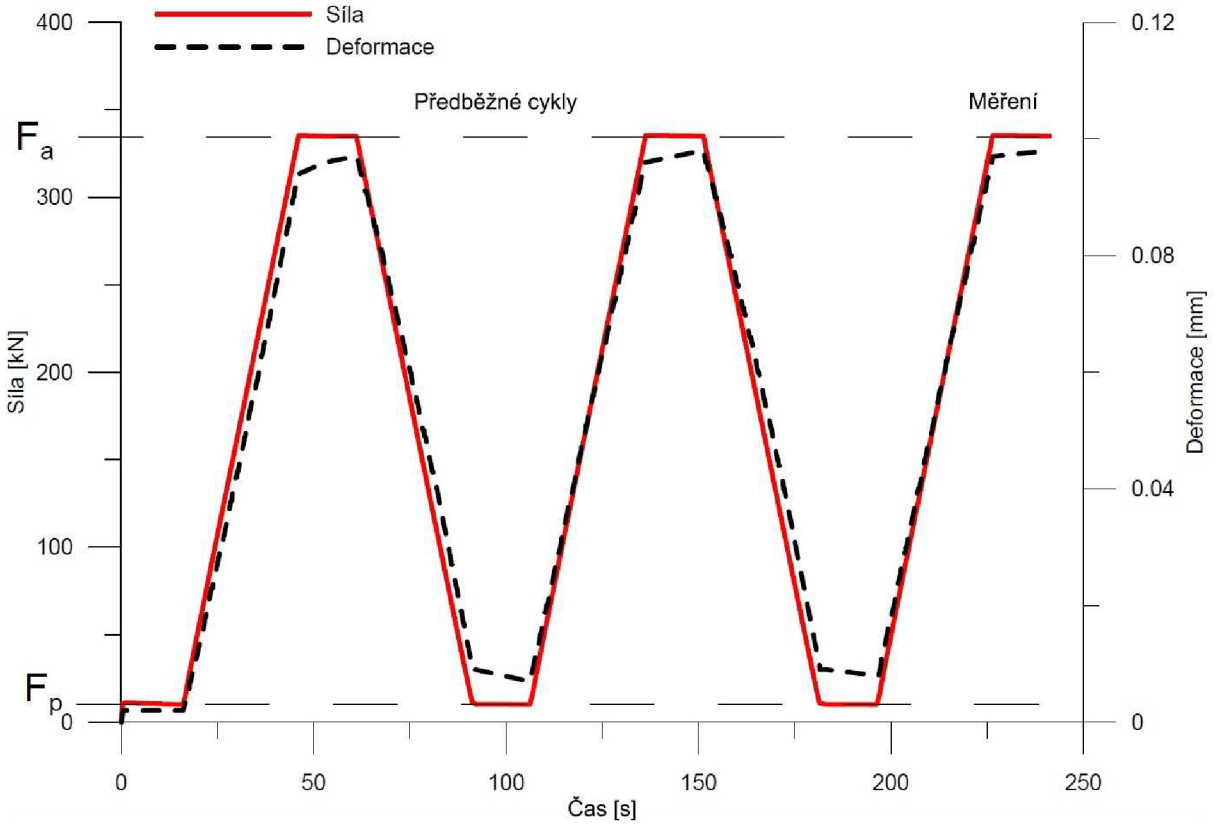
Obr. 3-4 Grafické znázornění průběhu zkoušky dle [46] v čase; v současné době platné normě [44] je jediná změna – v měřícím cyklu se stejně jako v předběžných cyklech čeká na horním zatěžovacím napětí 60 s a až poté se odečítají hodnoty [47]



Obr. 3-5 Grafické znázornění reálného průběhu zatěžovací síly a deformace – norma [43], metoda B [88]

Metoda A [43] je zajímavá tím, že umožňuje určit kromě ustáleného sečnového modulu pružnosti $E_{c,s}$ také počáteční sečnový modul pružnosti $E_{c,0}$. Průběh cyklování dle metody A je

zachycen na Obr. 3-6. Zkouška se skládá ze 3 předběžných cyklů (mezi předzatěžovací hladinou napětí σ_p a dolní hladinou napětí σ_b), po nichž následuje výše popsaná kontrola správnosti osazení zkušebního tělesa v lisu a poté samotné měření. Během prvního zatěžovacího cyklu (mezi dolním napětím σ_b a horním napětím σ_a) se určí počáteční modul pružnosti $E_{c,0}$. Pro zjištění ustáleného modulu pružnosti $E_{c,s}$ slouží poslední, tedy třetí cyklus. Bohužel v normě [43] není přesně definován čas, ve kterém se mají odečítat hodnoty napětí a deformací. V textu je uvedeno, že tak má být učiněno na konci daného zatěžovacího cyklu, ovšem v příslušném obrázku znázorňujícím cyklování je u počátečního modulu pružnosti čerchovanou čárou vyznačen jako bod odečtu počátek horního napětí. Nehledě ke skutečnosti, že doba držení napětí není přesně stanovena, je pouze uvedeno, že musí být menší než 20 s, tzn. může se pohybovat v rozmezí 1 až 20 s. I kdyby se tedy text shodoval s obrázkem, může být doba odečtu zvolena zcela libovolně za předpokladu, že nepřekročí dobu 20 s po dosažení předepsané hladiny napětí. Avšak jak je popsáno v experimentální části, právě zvolené místo (doba držení meze napětí) odečtu hodnot napětí a deformací z grafu hraje při výpočtu nezanedbatelnou roli.



Obr. 3-6 Grafické znázornění reálného průběhu zatěžovací síly a deformace – norma [43], metoda A [88]

V experimentální části bude ukázáno, že zvolený postup zjišťování statické hodnoty modulu pružnosti betonu pomocí zkoušky v tlaku má vliv na výslednou hodnotu modulu

pružnosti, což je značně nešťastná situace. Je pochopitelné, že jiné postupy mohou vést k jiným finálním hodnotám, ale stejná metoda by (i přesto, že je definována dvěma normativními předpisy) nikdy neměla vykazovat statisticky rozdílné výsledky – a přesně k tomu momentálně dochází (!).

Výsledky výše popsané, pro stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu nejpoužívanější metody mohou být navíc ovlivněny dalšími faktory, které budou uvedeny v kapitole 3.5. Pro zajímavost je možné podotknout, že v době odevzdání této práce (konec roku 2015) je text obou platných českých norem stále pouze v angličtině, přestože norma [43] je platná již téměř dva roky a norma [44] je platná rok.

3.1.2. Statický modul pružnosti ze zkoušky v tahu ohybem

Tato zkouška je prováděna podle normy ČSN 73 6174 [90]. Principem postupu je stanovení modulu pružnosti a modulu přetvárnosti betonu namáhaného napětím v tahu ohybem pomocí výpočtu z naměřeného průhybu trámce, který je zatěžován tzv. čtyřbodovým ohybem (dvě břemena ve třetinách rozpětí).

Zkušební zařízení musí umožnit měření průhybu betonového hranolu s přesností alespoň na 0,001 mm. Ze zjištěných hodnot se určí průhyb trámce. Doporučeným průhyboměrem je tuhá kovová tyč délky zkoušeného trámce, která je pevně podepřená nad jednou podporou a v polovině rozpětí, přičemž snímač průhybu je umístěn nad druhou podpěrou a měří tak dvojnásobné hodnoty průhybu trámce uprostřed rozpětí [90]. Schéma zkoušky je zobrazeno na Obr. 3-7. Ústav stavebního zkušebnictví Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně disponuje jiným typem průhyboměru – jedná se o kovový rámeček, jenž je zobrazen v praktické části této práce.

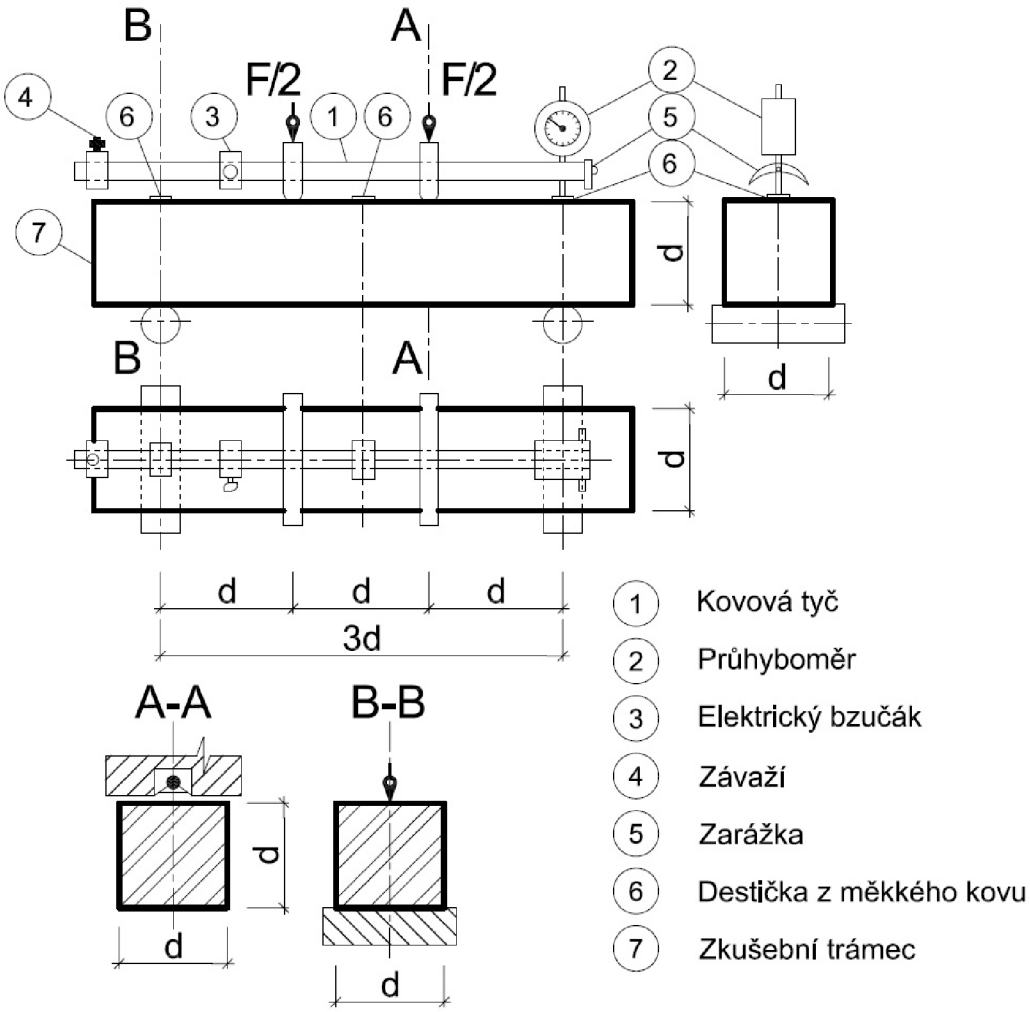
Pro zkoušku je referenčním tělesem betonový trámec jmenovitých rozměrů 150 × 150 × 700 mm, ale lze použít i trámce o rozměrech 150 × 150 × 600 mm nebo 100 × 100 × 400 mm. Samotná zkouška je koncipována jako cyklické zatěžování vzrůstajícím napětím. Zatěžuje se po stupních F_1 až F_n, které vyvozují napětí zvyšující se po 10 % předpokládané maximální síly R_i a po každém zvýšení se zatížení vrací na základní úroveň F_1, a to vše za současného odečítání průhybů.

Jedná se o výrazně méně využívanou zkoušku statického modulu pružnosti betonu. Lze téměř říci, že se tato metoda používá pouze výjimečně. Důvodů je více. V normě je např. špatně uveden vztah pro výpočet pružného průhybu uprostřed trámce, na což upozornila již práce [91] před téměř deseti roky. Zkouška je také poměrně náročná na provedení a poměrně výrazným nedostatkem je absence údaje o přesně specifikované době odečtu průhybů během zatěžování. Navíc je pro zjednodušení dosazena do výpočtového vztahu (3) konstantní hodnota Poissonova poměru (μ = 0,15) bez možnosti její změny [91]. Modul pružnosti betonu E se vypočte ze vzorce [90]

$$E = \frac{F \cdot l}{f_e \cdot b \cdot h} \cdot \left(0{,}213 \cdot \frac{l^2}{h^2} + 0{,}46\right) \quad (3)$$

kde je E modul pružnosti v MPa,
F zatížení trámce v N,
f_e pružný průhyb v mm,
b šířka trámce v mm,
h výška trámce v mm,
l rozpětí trámce v mm.

Modul pružnosti se určuje pro napětí rovné 2/3 pevnosti v tahu ohybem [90].



Obr. 3-7 Grafické znázornění osazení doporučovaného průhyboměru a zkušebního tělesa v průběhu zatěžování [90]

3.1.3. Dynamický modul pružnosti – z ultrazvukové metody

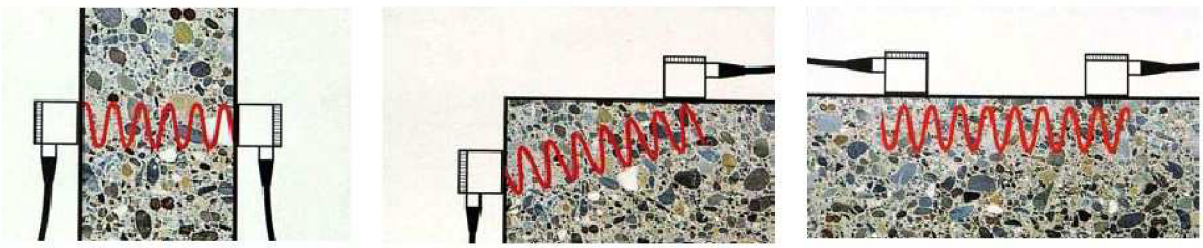
Stanovení dynamického modulu pružnosti betonu pomocí ultrazvukové (dále též UZ) metody se provádí podle normy ČSN 73 1373 [92]. Princip metody je výpočet modulu pružnosti E_{cu} z rychlosti šíření UZ vlnění betonem v_L, která se stanoví podle normy [93]. Pro hlubší pochopení vyhodnocování této metody je lepší prostudovat také původní normu [94].

Ve stavebnictví se používá UZ vlnění s frekvencí v rozmezí od 20 kHz do 500 kHz. Výhodou ultrazvukového vlnění je, že se šíří i relativně silnými vrstvami materiálu, kde se např. slyšitelné vlnění rychle utlumí. Ačkoliv je již i u betonových objektů možné využít metodu ultrazvukovou odrazovou (Obr. 3-8), v drtivém množství případů se používá ultrazvuková impulzová metoda průchodová (Obr. 3-9). Ta je založena na opakovaném vysílání UZ impulzů do zkoušeného materiálu a zjištění doby jejich průchodu, z čehož se následně vypočte rychlost v_L. Je nutné podotknout, že rychlost šíření UZ impulzu betonem je do jisté míry konvencí, neboť délka dráhy, po které UZ impulz probíhá, není přesně známa [95].

Obr. 3-8 Ultrazvukový přístroj Pundit PL – 200PE firmy Proceq s odrazovou sondou [143]

Obr. 3-9 Ultrazvukový přístroj Pundit PL – 200 firmy Proceq se sondami pro přímé prozvučování [143]

Základní způsoby prozvučování betonové konstrukce nebo zkušebního tělesa jsou na Obr. 3-10. Doporučované je jednoznačně přímé prozvučování, protože základna se dá nejlépe změřit a také útlum vlnění je nejmenší [92, 95].



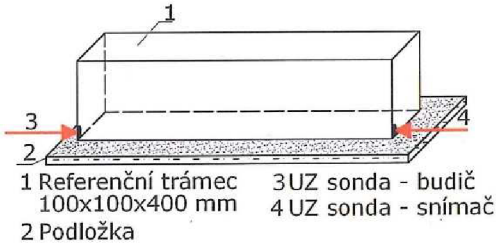
Obr. 3-10 Způsoby měření UZ přístrojem pomocí dvojice sond; vlevo přímé, uprostřed polopřímé a vpravo nepřímé (povrchové) [96]

Při měření na zkušebním tělese se postupuje podle Obr. 3-11 až 3-13, následně se vypočte rychlost v_L a dynamický modul pružnosti je stanoví podle vztahu

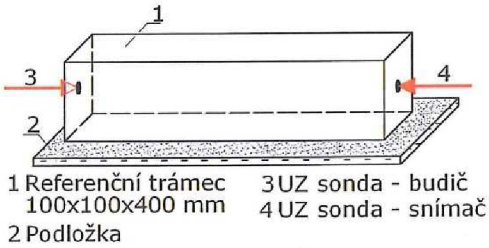
$$E_{cu} = \rho \cdot v_L^2 \cdot \frac{1}{k^2} \cdot 10^{-6} \qquad (4)$$

kde je E_{cu} dynamický modul pružnosti v MPa,
ρ objemová hmotnost materiálů v kg/m^3,
v_L rychlost šíření ultrazvuku v m/s,
k koeficient rozměrnosti prostředí.

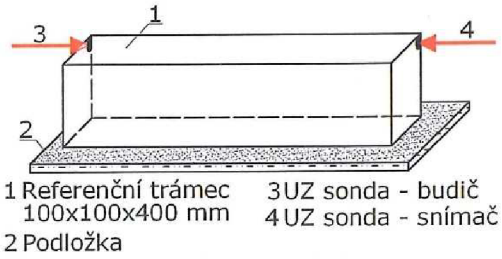
Koeficient rozměrnosti *k* je pro jednorozměrné prostředí roven 1, pro dvojrozměrné a trojrozměrné prostředí je závislý na hodnotě Poissonova poměru *μ*.



Obr. 3-11 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – dole [95]



Obr. 3-12 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – uprostřed [95]



Obr. 3-13 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – nahoře; je důležité, aby měření probíhalo po diagonále (čtvercového průřezu) [95]

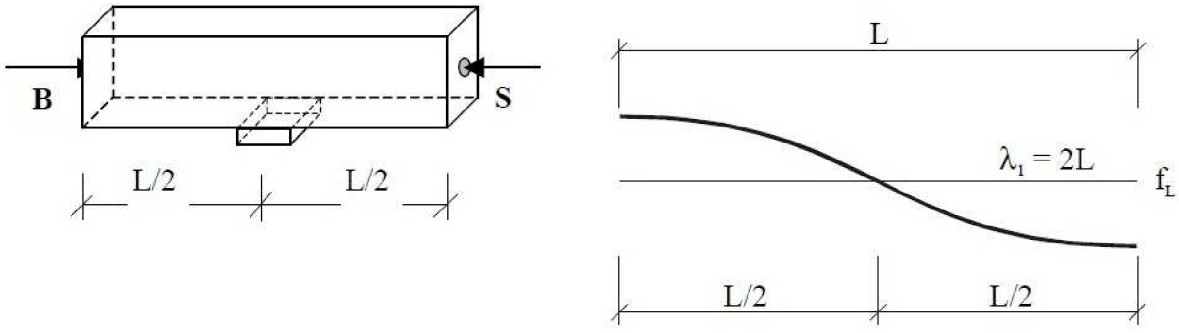
Ultrazvuková zkouška je rychlá, poměrně jednoduchá a lze ji kromě laboratorního měření použít i při měření in situ. Norma [93] poměrně podrobně rozebírá faktory, které mohou mít na měření rychlosti šíření impulzu vliv. Jedná se zejména o vlhkost betonu, délku měřící základny a přítomnost výztuže v betonovém prvku.

Kromě výpočtu dynamické hodnoty modulu pružnosti se ultrazvuková impulzová metoda s úspěchem používá pro stanovení rovnoměrnosti betonu [95]. Více o této metodě lze nalézt např. v [64, 96, 97].

3.1.4. Dynamický modul pružnosti – z rezonanční metody

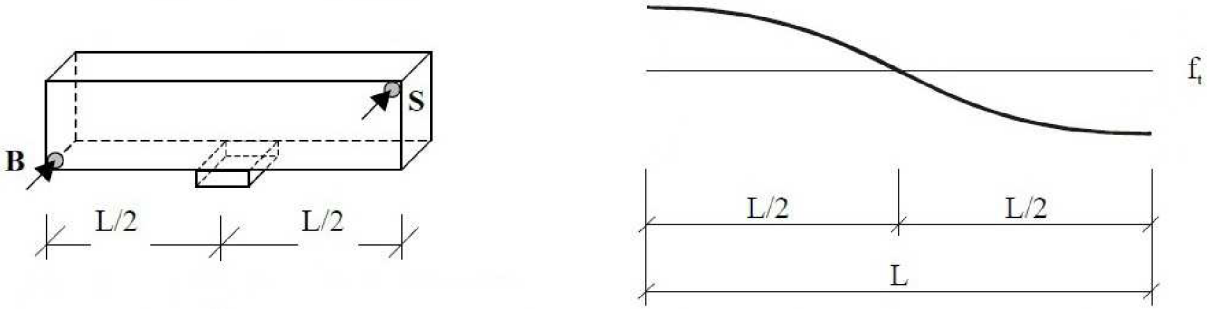
Stanovení dynamického modulu pružnosti betonu pomocí rezonanční metody se provádí podle normy ČSN 73 1372 [98]. Pro hlubší pochopení vyhodnocování této metody doporučuji nahlédnout do původní normy [99]. Princip metody je výpočet modulu pružnosti z vlastních (rezonančních) frekvencí (kmitočtů) zkušebního tělesa.

Každý předmět z tuhého materiálu se po mechanickém impulzu rozkmitá. Toto kmitání se může uskutečnit mnoha způsoby, k vyhodnocení dynamických materiálových charakteristik těles pravidelných geometrických tvarů používáme vlastní frekvence podélného kmitání f_L, kroutivého kmitání f_t, a příčného kmitání f_f. Způsob měření vlastních frekvencí jednotlivých kmitání, tedy způsob podepření zkušebního tělesa a umístění budiče i snímače, je znázorněn na Obr. 3-14 až 3-16.

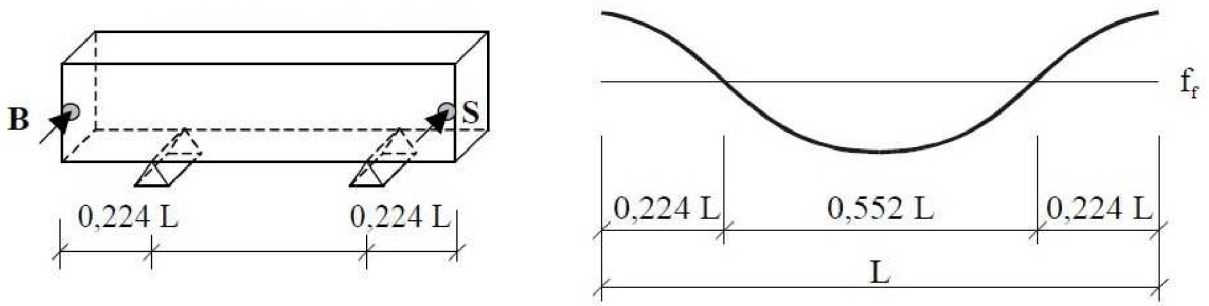


Obr. 3-14 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence podélného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence podélného kmitání – vpravo [95]

Jako vlastní frekvenci označujeme jev vzrůstu amplitudy vynucených kmitů zkoušeného tělesa na maximum, ke kterému dochází, když je frekvence vnější budicí síly shodná s vlastní frekvencí tělesa. Ze zjištěných vlastních frekvencí jsme poté schopni vypočítat dynamické moduly pružnosti v tahu a tlaku E_{crL} (z podélného kmitání) a E_{crf} (z příčného kmitání) a ve smyku G_{cr} a také dynamický Poissonův poměr μ_{cr} [95].



Obr. 3-15 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence kroutivého kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence kroutivého kmitání – vpravo [95]



Obr. 3-16 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence příčného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence příčného kmitání – vpravo [95]

Hodnoty dynamického modulu pružnosti betonu v tlaku určíme pomocí podélného kmitání ze vztahu

$$E_{crL} = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho \qquad (5)$$

kde je E_{crL} dynamický modul pružnosti v tlaku (tahu) v MPa,
L délka zkušebního tělesa v m,
f_L naměřená vlastní frekvence podélného kmitání v kHz,
ρ objemová hmotnost materiálů v kg/m^3.

Hodnoty dynamického modulu pružnosti betonu v tlaku určíme pomocí příčného kmitání ze vztahu

$$E_{crf} = 0{,}0789 \cdot c_1 \cdot L^4 \cdot f_f^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{i^2} \quad (6)$$

kde je E_{crf} dynamický modul pružnosti v tlaku (tahu) v MPa,
L délka zkušebního tělesa v m,
c_1 korekční součinitel, více v [98],
f_f naměřená vlastní frekvence příčného kmitání v kHz,
ρ objemová hmotnost materiálů v kg/m^3,
i poloměr setrvačnosti průřezu zkušebního tělesa v m.

Hodnoty dynamického modulu pružnosti betonu ve smyku určíme ze vztahu

$$G_{cr} = 4 \cdot k \cdot L^2 \cdot f_t^2 \cdot \rho \quad (7)$$

kde je G_{cr} dynamický modul pružnosti ve smyku v MPa,
k součinitel závislý na tvaru průřezu zkušebního tělesa,
L délka zkušebního tělesa v m,
f_t naměřená vlastní frekvence kroutivého kmitání v kHz,
ρ objemová hmotnost materiálů v kg/m^3.

Hodnoty dynamického Poissonova poměru betonu určíme ze vztahu

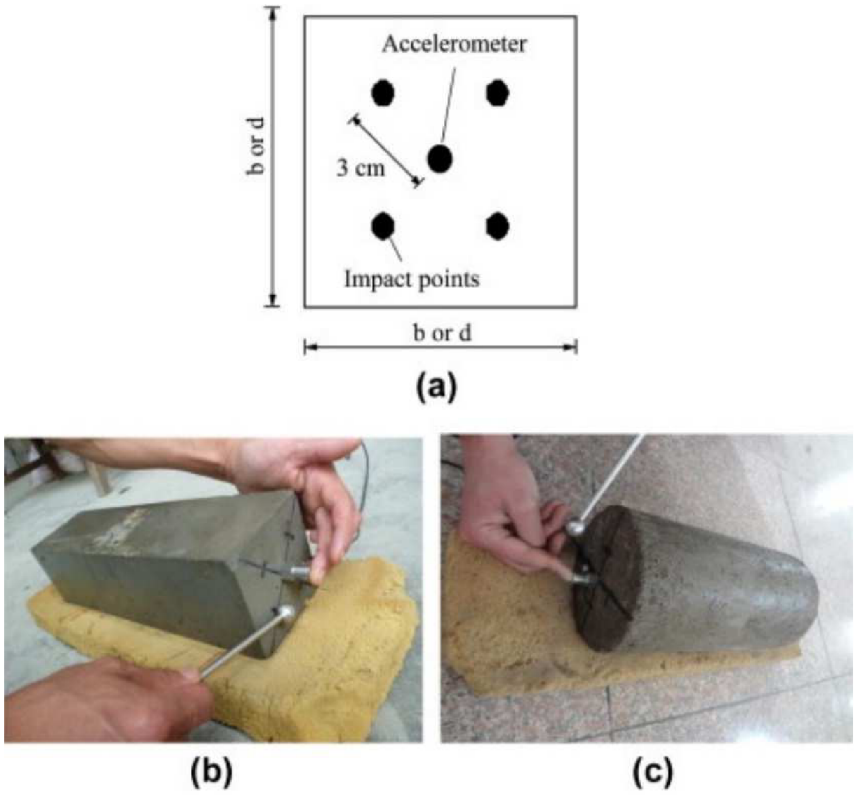
$$\mu_{cr} = \frac{E_{crL}}{2 \cdot G_{cr}} - 1 \quad (8)$$

Kromě výpočtu dynamické hodnoty modulu pružnosti se rezonanční metoda používá pro stanovení odolnosti betonu proti zmrazování a rozmrazování dle [67] a pro zkoušení mrazuvzdornosti přírodního kamene dle [100]. Více o této úžasné metodě citlivé na sebemenší porušení vnitřní struktury materiálu lze nalézt ve velmi podrobném a poutavém příspěvku [101].

3.1.5. Další metody stanovení modulu pružnosti

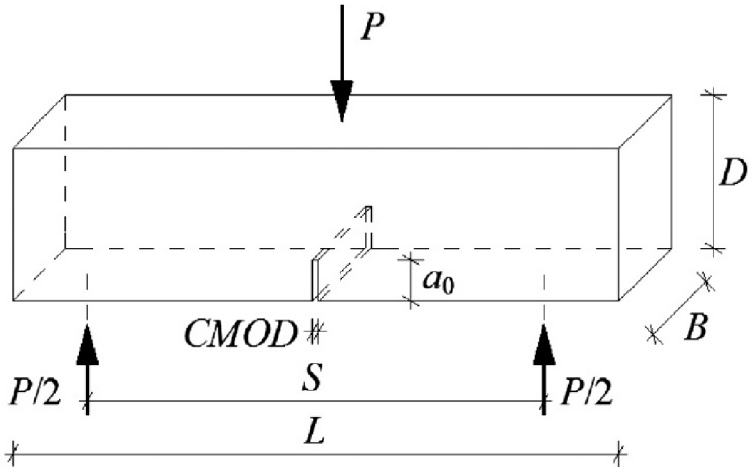
Kromě čtyř výše uvedených metod, které jsou řešeny v platných českých normám, existuje celá řada jiných postupů, ze kterých je možné modul pružnosti betonu stanovit. Za všechny budu jmenovat tři z nich.

První je dynamická metoda impact-echo, která je podrobně popsána v příspěvku [102] a princip měření je zobrazen na Obr. 3-17.

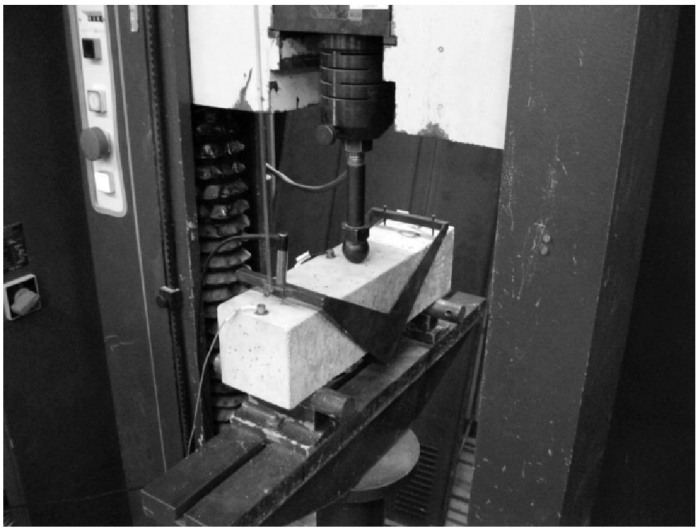


Obr. 3-17 Princip měření dynamického modulu pružnosti betonu pomocí metody impact-echo; (a) schéma měření, (b) měření na hranolu, (c) měření na válci [102]

Další dvě metody vhodné pro určení modulu pružnosti jsou statické. Jedná se o standardní metodu pro určení lomové energie pomocí tříbodového ohybu zkušebního tělesa (Obr. 3-18 a 3-19), ze které lze modul pružnosti vypočíst. Hodnoty takto zjištěného modulu pružnosti však mají poměrně vysokou variabilitu. Více o této metodě např. v [103, 104].

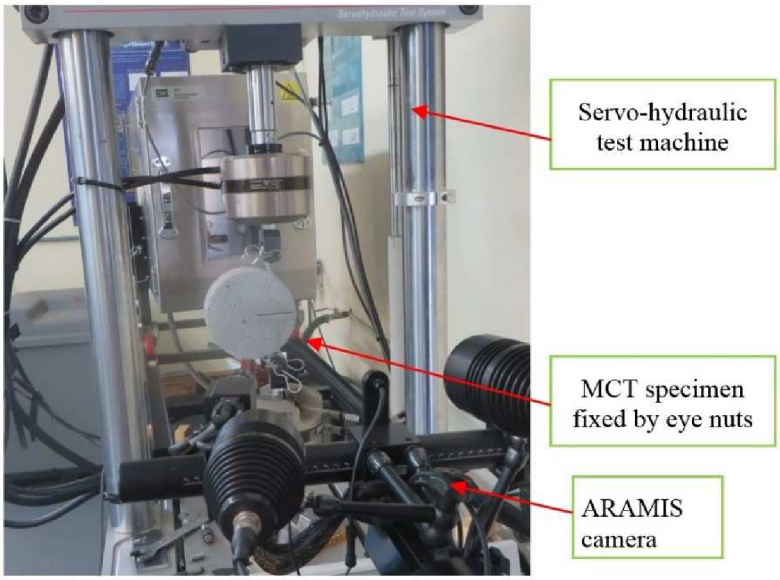


Obr. 3-18 Schéma zkoušky pro stanovení lomové energie pomocí tříbodového ohybu betonového hranolu [105]



Obr. 3-19 Průběh zkoušky stanovení lomové energie [105]

Poslední zmíněnou metodou je modifikovaná zkouška excentrickým tahem (MCT), která by podle příspěvků [106, 107] mohla v budoucnu představovat stabilní zkoušku pro vyhodnocování lomově-mechanických parametrů nebo také únavového chování kompozitních materiálů jako je beton. Těleso pro MCT zkoušku s kruhovým průměrem může být snadno odebráno z jádrového vývrtu se zvolenou tloušťkou a velikostí průměru a zkouška samotná je zobrazena na Obr. 3-20.



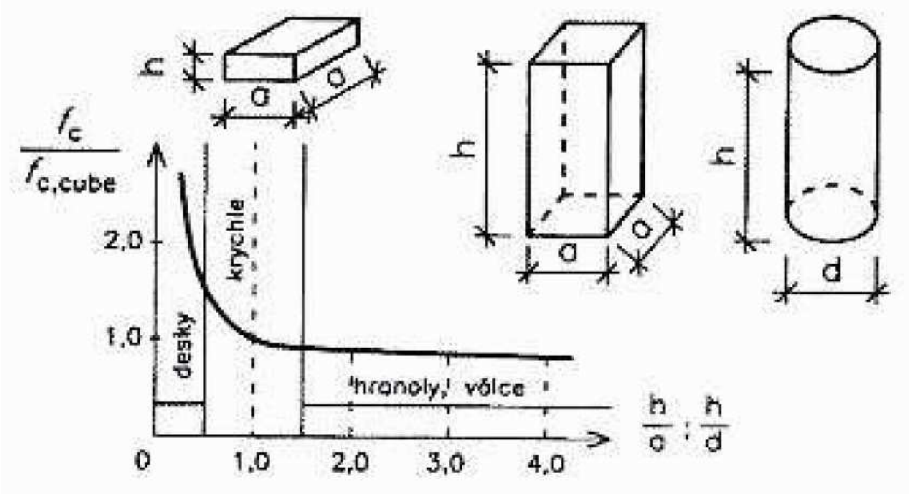
Obr. 3-20 Schéma zkoušky MCT [108]

Výše popsané zkušební postupy jsou nejvýznamnějším zkušebním vlivem, rozhodně však nejsou vlivem jediným. V následujících kapitolách se pokusím v krátkosti uvést další zkušební vlivy, které vstupují přímo do vyhodnocování jednotlivých postupů. Zkušební vlivy jsou tedy často spolu úzce provázány a jeden ovlivňuje jiný. Proto je někdy obtížné stanovit míru a důležitost jednotlivých faktorů. Můžeme si být jisti pouze tím, že všechno souvisí se vším a žádný zkušební aspekt by se neměl podceňovat.

3.2. Tvar a velikost zkušebního tělesa

Pro stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu v tlaku se používají tělesa se štíhlostí 2 až 4, což znamená, že poměr délky zkušebního tělesa *L* k příčnému rozměru *d* (průměr u válce nebo hrana u hranolu) musí být v rozmezí $2 \leq L/d \leq 4$. Těmto podmínkám vyhovují např. hranoly 100 × 100 × 400 mm nebo válce 150 × 300 mm.

Je dobře známa skutečnost, že štíhlost tělesa má vliv na pevnost betonu v tlaku, viz Obr. 3-21. Důvodem je rozdílné rozložení napětí ve zkušebním tělese po jeho výšce. Stejně tak má štíhlost tělesa vliv i na výsledný modul pružnosti betonu [2, 31, 57, 109]. Platí, že čím je těleso štíhlejší, tím je výsledný modul pružnosti vyšší. Na hranolech je tedy průměrně dosahováno vyšších hodnot modulu pružnosti, v závislosti na složení betonu tento rozdíl může být až několik GPa [31].



Obr. 3-21 Poměr pevnosti betonu v tlaku k pevnosti krychelné v závislosti na štíhlosti zkušebního tělesa [110]

Samotný tvar zkušebního tělesa (válec × hranol) na výsledky zkoušek statického modulu pružnosti vliv téměř nemá, pokud mají zkušební tělesa stejnou štíhlost [57]. Pouze je nutné u dynamických metod dbát na určité aspekty – volba správné frekvence sond u ultrazvukové impulzové metody s ohledem na rozměrnost prostředí, ve kterém se UZ vlnění šíří [92], či překrytí vlastních příčných a kroutivých frekvencí kmitání při měření na válci s poměrem výšky ku průměru 2:1 (nehledě na značně obtížné vyvolání kroutivého kmitání u zkušebního tělesa tvaru válce) [95].

3.3. Způsob zakoncování tlačných ploch zkušebního tělesa

Referenční zkušební tělesa pro statickou zkoušku modulu pružnosti betonu v tlaku jsou válce 150 × 300 mm. Normy [111, 112] předepisují požadavky na formy pro výrobu zkušebních i na

zkušební tělesa samotná. Jedním ze základních požadavků je rovinnost a rovnoběžnost tlačných ploch zkušebního tělesa.

U válce je jedna tlačná plocha vždy hlazená, tedy nesplňující požadavky normy. Autor v knize [2] uvádí, že pevnost v tlaku těles s vyrovnanými tlačnými plochami může být až o 20 % vyšší než pevnost v tlaku zkušebních těles s neupravenými plochami. Pro modul pružnosti betonu by měly platit podobné závěry. Autor ve své práci [31] zjišťoval vliv různého způsobu zakoncování zkušebních válců (koncování sirnou maltou, koncování cementem CEM I 42,5 R, koncování rychle tuhnoucí sádrou, neoprenové podložky, hobrové podložky, ruční hlazení a zaříznutí kotoučovou pilou) s výsledkem, že způsob koncování na výsledný modul pružnosti betonu vliv má. O problematice vlivu tvaru zkušebního tělesa pojednává také příspěvek [113].

U hranolů, které se také pro zkoušku statického modulu pružnosti betonu používají, většinou problém koncování tlačných ploch nenastává. Pokud jsou trámce vyrobeny pomocí kvalitních forem, tlačné konce se koncovat vůbec nemusí.

Také pro dynamická měření by plocha měla být pokud možno rovinná, zejména při ultrazvukovém měření musí být sondy v kontaktu s povrchem tělesa celou plochou.

3.4. Způsob získání zkušebního tělesa

V případech, kdy je nutné ověřit statický modul pružnosti betonu přímo na konstrukci, nastává problém se zkušebními tělesy. Standardně používaná tělesa tvaru válce o průměru 150 mm a délce 300 mm většinou není možné získat, přičemž důvody jsou různé, např. husté vyztužení betonového prvku, možnost narušení statiky konstrukce, estetické hledisko, apod. Většinou se tedy pomocí jádrového vrtání odebírají z konstrukce (dle normy [114]) vývrty menších průměrů, na nichž se modul pružnosti stanovuje. A do hry vstupuje celá řada faktorů, které mohou výsledek zkoušky ovlivnit – průměr zkušebního tělesa, jeho poměr mezi délkou a průměrem (ne vždy může být dodržena minimální štíhlost tělesa 2), poměr mezi průměrem a maximální velikostí použitého kameniva, (otevřený) povrch zkušebního tělesa, kdy jádrovým vrtáním dojde k řezu přes kamenivo, atd.

Norma [115] udává, že pevnost betonu v tlaku zjištěná na vývrtech průměru 100 mm a štíhlosti 1 může být považována za pevnost krychelnou. Podobný údaj pro zkoušky modulu pružnosti není snadné dohledat. Obecně by mělo platit, že rozhodujícím vlivem na modul pružnosti je u zkoušení vývrtů jejich štíhlost a ostatní vlivy můžeme zanedbat. Přestože totiž může být výsledek zkoušky statického modulu pružnosti na jádrových vývrtech ovlivněn mnoha faktory, stále se jedná o nejpřesnější hodnotu, které jsme schopni dosáhnout a jiné určení (neověřené nedestruktivní měření, přepočet ze zjištěné pevnosti v tlaku) je nepřesné daleko více.

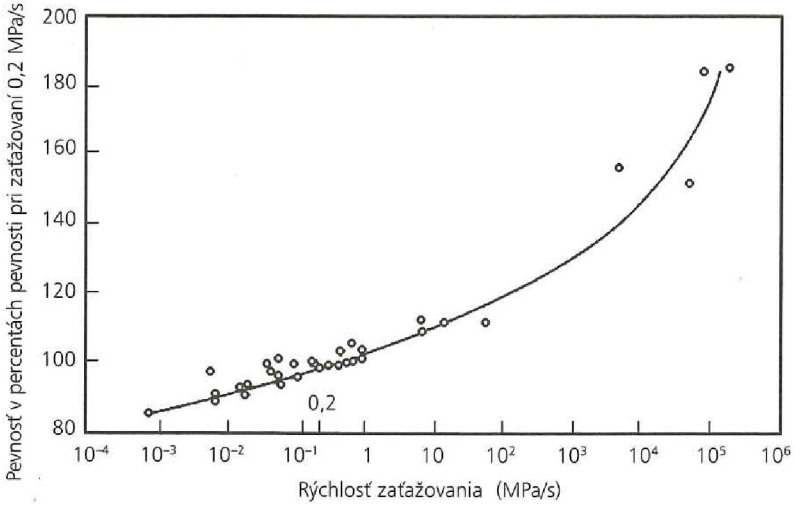
3.5. Ostatní vlivy

V oblasti zkoušení existuje nepřeberné množství dalších faktorů, které mají na výsledný modul pružnosti vliv. Většinou se jedná o ovlivnění poměrně malého rozsahu, anebo lze snadno daný faktor upravit, aby k ovlivnění nedošlo.

Pro úplnost je však nutné jednotlivé vlivy uvést. Zcela jistě bude mít na výsledky zkoušek vliv to, jaké formy byly pro výrobu zkušebních těles použity. V příspěvku [116] je tato problematika důkladně popsána, kdy rozhodující není pouze tvarová přesnost, ale také materiál, ze kterého jsou formy vyrobeny.

Dalším vlivem je typ použitého zařízení, pomocí kterého se zkouška provádí. Může se jednat o přístroj, pomocí kterého jsou zjišťovány vlastní frekvence kmitání tělesa. V příspěvku [101] je uvedeno, že je potřeba Fourierův analyzátor, což může být software v libovolném počítači. V takovém případě je důležitá kalibrace, zda snímač zrychlení posílá do softwaru reálné hodnoty frekvencí (úskalí může být např. zvukový procesor počítače). Při zkoušce statického modulu pružnosti betonu v tlaku je nutné dbát při výběru zkušebního lisu na skutečnost, zda je schopen udržet požadovanou sílu konstantně a zda je vhodný poměr mezi poloměrem kloubu desky lisu a rozměrem zkušebního tělesa [2]. Při měření poměrných deformací je důležité použít správný celý systém měření. Tedy použít správný tenzometr a současně jej také správně připevnit na těleso. Vlivu použitého snímače deformací se podrobně věnuje např. [31, 57, 117]. Když se poté spojí nevhodný přípravek k zjišťování deformací na atypických zkušebních tělesech (válce průměru 80 mm a výšky 300 mm) s určitou nezkušeností autora, může dojít ke stanovení zcela nereálných hodnot statického modulu pružnosti betonu v tlaku [118].

Také rychlost zatěžování má na modul pružnosti vliv. Lze předpokládat, že u modulu pružnosti dojde k podobnému ovlivnění jako u pevnosti v tlaku, o čemž pojednává např. [25] (Obr. 3-31). Tento vliv zkoumal také autor ve své práci [31].



Obr. 3-21 Závislost mezi pevností betonu v tlaku a rychlostí zatěžování [25]

Podstatným faktorem, který má vliv na finální hodnotu modulu pružnosti betonu při statickém zkoušení v tlaku, je úroveň horní zatěžovací hladiny napětí. O tomto fenoménu pojednává např. příspěvek [119] především z pohledu technologa. Ze zkušebního hlediska se na problém dívají např. [31, 120]. Zajímavé také je, jak definují statický modul pružnosti různé předpisy, což je uvedeno již v kapitole 1.2. Norma [43] uvádí horní napětí rovné 40 % z pevnosti v tlaku, kniha [45] dokonce jako 45 % z pevnosti v tlaku. Tomu české platné předpisy [43, 44] pro zkoušení modulu pružnosti neodpovídají, protože horní úroveň napětí je stanovena jako 33 % pevnosti v tlaku. Naopak americká norma [39] zatěžuje na horní napětí rovnajícímu se právě 40 % pevnosti. Zajímavé je, že u této normy je dáno základní (spodní) napětí hodnotou dosaženého poměrného přetvoření ($\varepsilon = 0{,}000050$), pro různě kvalitní betony je tedy vždy jiné. V experimentální části je ukázáno, že skutečná hladina horního zatěžovacího napětí výslednou hodnotu modulu pružnosti ovlivní.

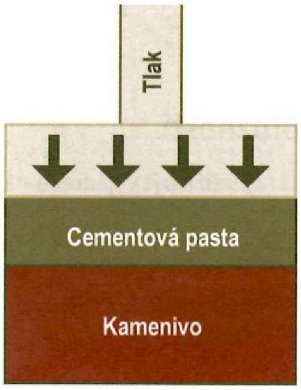
Dalšími vlivy mohou ještě být např. stáří zkušebního tělesa, anebo vícenásobné zatěžování betonu, o čemž pojednává např. [84, 121].

4. Predikce statické hodnoty modulu pružnosti

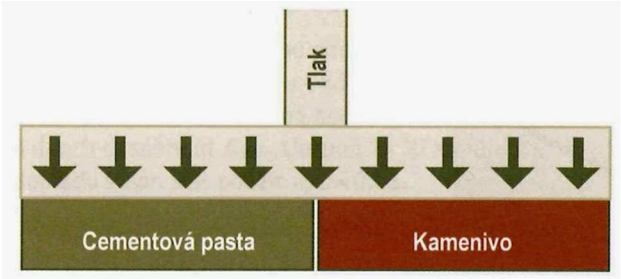
Hodnota modulu pružnosti betonu do jisté míry záleží na tom, jak je definován, a jak již bylo uvedeno, v různých předpisech je definován různě. Samotná zkouška statického modulu pružnosti betonu v tlaku (tahu) je podstatně náročnější než zkouška pevnosti betonu v tlaku. Experimentálně se z tohoto důvodu zkouší modul pružnosti méně často a v praxi se můžeme setkat se snahou o predikci hodnoty modulu pružnosti, ať už pomocí převodních vztahů, empirických dat nebo teoretických úvah. Příspěvků o hledání vztahů a závislostí modulu pružnosti betonu na jiných (známých) veličinách, nejčastěji na pevnosti v tlaku, bylo publikováno velké množství [2, 6, 7, 24, 25, 40, 122].

4.1. Teoretické vztahy

Teoretických způsobem může být modul pružnosti vypočítán z různých modelů. Dva základní typy (nejjednodušší modely) jsou zobrazeny na Obr. 4-1 a 4-2. Je v nich uvažován modul pružnosti malty, modul pružnosti hrubého kameniva a také jejich relativní objem v betonu.

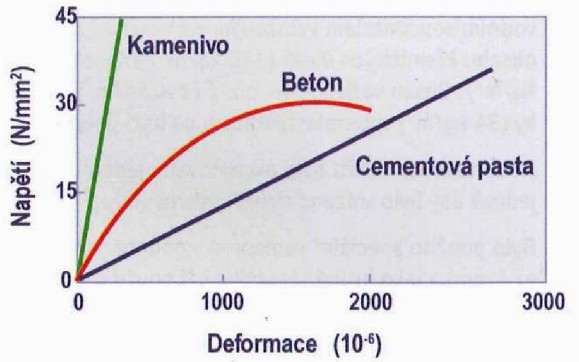


Obr. 4-1 Sériový model – deformace cementové pasty a kameniva při stejném napětí [7]

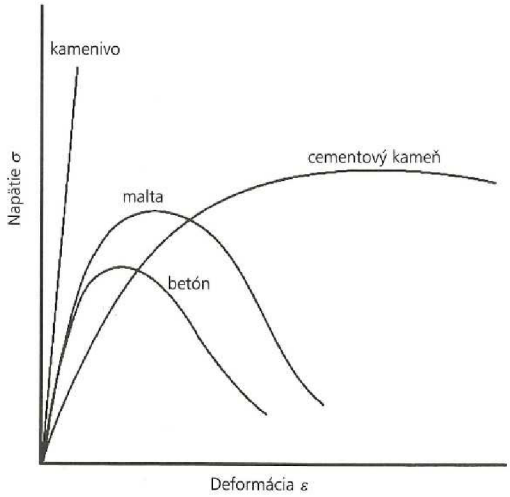


Obr. 4-2 Paralelní model – napětí působí na cementovou pastu a kamenivo pro získání stejné deformace [7]

Oba modely vycházejí z deformačního chování ztvrdlé cementové pasty a kameniva. V knize [7] je uvedeno, že složky betonu – kamenivo a cementová pasta – se chovají jako tuhý materiál s lineárním deformačním diagramem, viz Obr. 4-3. V knize [25] je stejné chování složek betonu zobrazeno mírně jinak, viz Obr. 4-4.



Obr. 4-3 Deformační chování kameniva, betonu a cementové pasty [7]



Obr. 4-4 Charakteristické závislosti mezi napětím a deformací kameniva, ztvrdlé cementové pasty, malty a ztvrdlého betonu [25]

V knize [7] je uvedeno několik především jednodušších modelů. Naopak v knize [2] autor na stranách 248 až 252 těchto modelů nabízí obrovské množství. Ale ať je model sebesložitější a sebesofistikovanější, reálné chování betonu dokáže předpovědět pouze přibližně. Výsledky modelů se tedy od skutečné hodnoty statického modulu pružnosti betonu mohou významně lišit, a to až o ±20 % (!) [2].

4.2. Převodní vztahy

Převodní vztahy udávají poměr mezi dynamickou a statickou hodnotou modulu pružnosti. Souvislost mezi těmito hodnotami byla již popsána v kapitole 3.1., kde byla uvedena také Tab. 3-1 se zmenšovacími koeficienty pro přepočet dynamického modulu pružnosti na statický modul pružnosti dle [87]. Tyto koeficienty jsou pouze orientační a od skutečné hodnotyse mohou lišit. Pokud je ale provedeno upřesnění pomocí statické zkoušky na zkušebním tělese, přepočet dynamické hodnoty modulu pružnosti na hodnotu statickou může dobře fungovat,

což je výhodné při ověřování modulu pružnosti betonu v konstrukci – stačí menší počet „dlouhých jádrových vývrtů“.

Pro zajímavost uvádím jeden vztah z odborné literatury [40]:

$$E_c = 1{,}25 \cdot E_d - 19 \tag{9}$$

kde je E_c statický modul pružnosti v tlaku v GPa,
E_d dynamický modul pružnosti v tlaku v GPa.

4.3. Empirické vztahy

Empirický přístup využívá pro určení modulu pružnosti jinou známou vlastnost betonu. Nejčastěji se modul pružnosti betonu počítá z jeho pevnosti v tlaku, ale využívá se také objemová hmotnost či nejrůznější koeficienty (vycházející např. z typu použitého kameniva apod.). Např. v [45] je pro modul pružnosti uveden vztah

$$E_c = 57000 \cdot \sqrt{f_c'} \tag{10}$$

kde je E_c statický modul pružnosti v tlaku v psi,
f_c' uvedená pevnost betonu v tlaku v psi.

Norma [87] vychází při stanovení hodnoty modulu pružnosti ze zjištěné pevnosti betonu v tlaku. Používá přitom vztah (11) z normy [15]. Ještě před několika lety však předchozí vydání této normy [123] uvádělo hodnoty modulu pružnosti jiné, vycházející z [16], viz Tab. 4-1, což odpovídá Obr. 2-2.

Tab. 4-1 Hodnoty modulu pružnosti v závislosti na pevnosti betonu v tlaku dle [87, 123]

Zjištěná hodnota pevnosti betonu v tlaku zkušebního místa v MPa	E_c [MPa] (ČSN 73 2011:1986) [123]	E_c [MPa] (ČSN 73 2011:2012) [87]
10	18 000	-
15	23 000	27 000
20	27 000	29 000
30	30 000	30 000
35	32 500	31 000
40	34 500	33 000
45	36 000	34 000
50	37 500	35 000
55	39 000	36 000
60	40 000	37 000

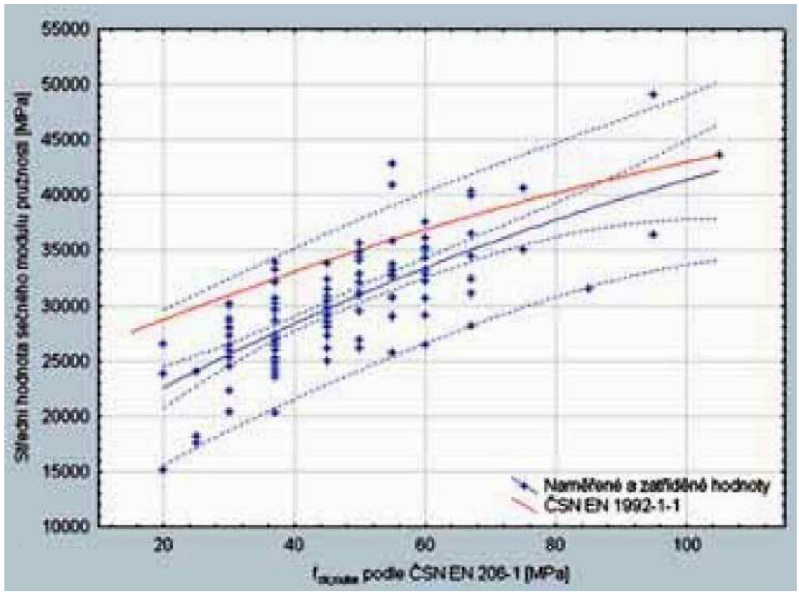
Empirických vztahů existuje opět celá řada, z nichž velkou část uvádí práce [31]. Zde bude uveden již jen jeden vztah, který uvádí norma pro navrhování betonových konstrukcí [15] a normové hodnoty statického modulu pružnosti E_{cm} jsou dány vztahem

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \tag{11}$$

kde je E_{cm} statický modul pružnosti v tlaku v GPa,
f_{cm} (charakteristická válcová pevnost v tlaku + 8) v MPa.

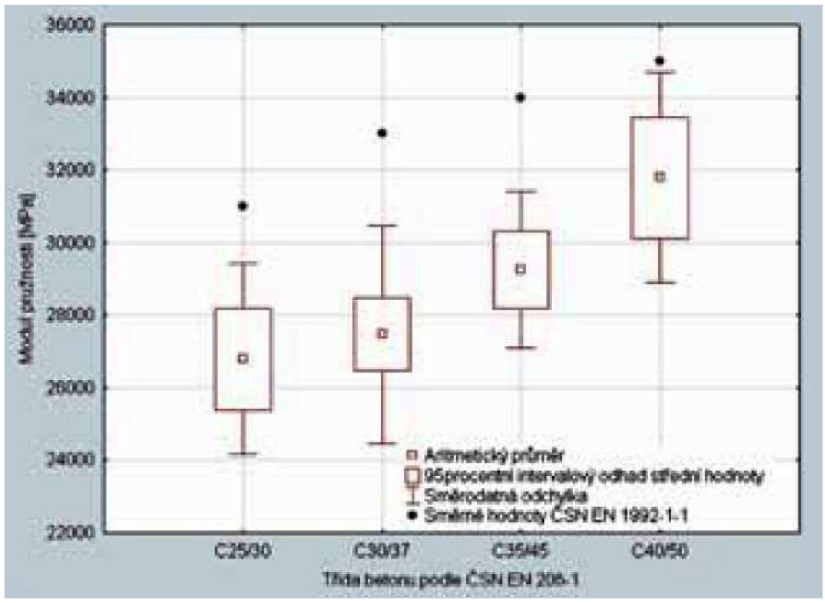
Pevnost f_{cm} je poněkud netradiční hodnota charakteristické válcové pevnosti betonu v tlaku zvýšená o 8 (tedy např. pro beton pevnostní třídy C 30/37 by to bylo 30 + 8, tedy 38 MPa), což může být matoucí a i odborníci v mohou v tomto bodě chybovat [124].

Je nutné pochopit, že hodnoty modulu pružnosti E_{cm} (pro jednotlivé pevností třídy jsou vedeny v Tab. 2-1) jsou průměrné směrné (tedy nikoliv charakteristické) a platí pro obecné použití. Pro konstrukce citlivé na deformace se mají hodnoty modulu pružnosti stanovit přesněji [15]. Současně si tvůrci normy byli vědomi velkého vlivu kameniva na modul pružnsoti, a proto doplnili informaci o úpravě směrné hodnoty modulu pružnosti při použití jiného než běžného silikátového kameniva (pro vápencové kamenivo snížit hodnoty o 10 %, pro pískovcové kamenivo snížit hodnoty o 30 %, pro čedičové kamenivo zvýšit hodnoty o 20 %). Vysokou variabilitu modulu pružnosti v rámci jedné pevnostní třídy [4, 55, 61, 122, 125, 126, 127] však norma neřeší.



Obr. 4-5 Porovnání směrných hodnot sečného modulu pružnosti dle [15] s reálně naměřenými daty [125]

Zřejmě právě proto v praxi stále dochází k nedorozuměním, kdy projektanti uvažují jiné hodnoty modulu pružnosti, než dodaný beton skutečně má. Problém se skutečnými hodnotami modulu pružnosti, které jsou často výrazně nižší než hodnoty průměrné směrné z [15], viz Obr. 4-5 a 4-6, důkladně popisuje příspěvek [125]. Rozdíly modulu pružnosti v rámci stejné pevnosti betonu v tlaku mohou být podle autorů tohoto příspěvku větší než 15 (!) GPa.



Obr. 4-6 Krabicový graf hodnot modulu pružnosti ve vybraných pevnostních třídách [125]

4.4. Kalibrační vztahy

Kalibrační vztahy vycházejí z naměřených bodů (dvojic vstupních údajů tvořených souřadnicemi ukazatele nedestruktivního měření a ukazatele vlastnosti získané destruktivním zjištěním na zkušebním tělese) a stanovují se metodami matematické statistiky, např. regresní analýzou. Rozsah kalibračního vztahu dle [128] musí být takový, aby umožňoval stanovení hodnot sledované vlastnosti všech velikostí, které při zkoušení mohou přicházet v úvahu.

Kalibrační vztahy se rozlišují na obecný (stanovený pomocí minimálně 300 měření na betonech různého složení), směrný (stanovený pomocí minimálně 100 měření na betonech obvyklých pro sledovanou vlastnost) a určující (dosažený na zkušebních tělesech z betonů ze stejných složek a vyrobených stejnou technologií) Obecný a směrný kalibrační vztah lze upřesnit pomocí součinitele α, což je poměr součtu ukazatelů destruktivního měření a součtu ukazatelů nedestruktivního měření (při stejném počtu měření) [128].

Nejjednodušší metodou pro stanovení kalibračního vztahu je lineární regresní analýza, která představuje aproximaci daných hodnot přímkou pomocí metody nejmenších čtverců. Principem je proložit naměřenými body přímku tak, aby součet druhých mocnin odchylek jednotlivých bodů od přímky (ve směru osy y) byl minimální. Na ose x musí být vynášena hodnota ukazatele nedestruktivního měření, na ose y hodnota zjišťované charakteristiky.

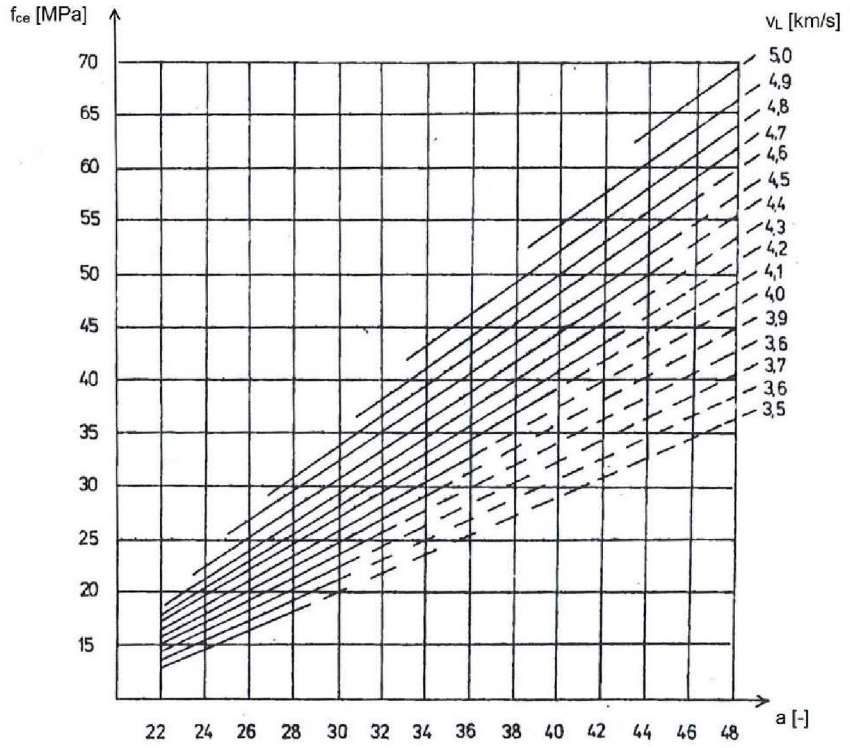
Výsledným vztahem je rovnice přímky, která má v obecném zápisu tvar

$$Y = a \cdot X_1 + c \tag{12}$$

$$Y = a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c \tag{13}$$

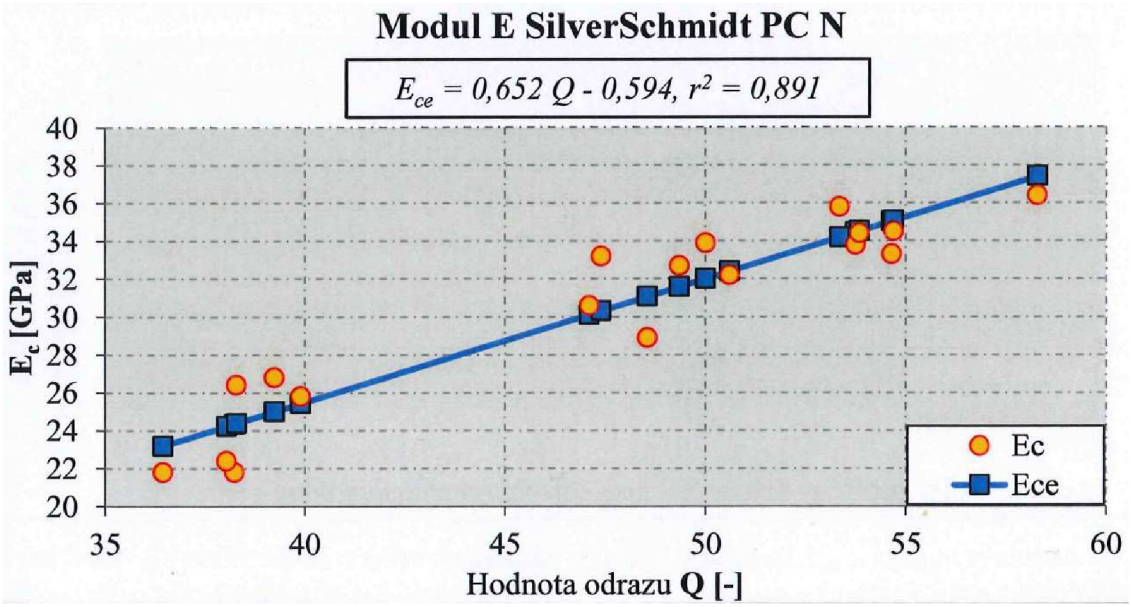
kde je Y závisle proměnná (vstupní parametr z destruktivního měření),
X_n vektor nezávisle proměnných (vstupní parametr z NDT měření),
a,b,c regresní součinitelé jako odhady neznámých parametrů teoretických regresních funkcí.

Vztah (13) platí pro víceparametrickou analýzu (viz Obr. 4-7), která je výsledkem zkoušení určité charakteristiky betonu (např. pevnost v tlaku, modul pružnosti) kombinací více nedestruktivních metod (např. ultrazvuková impulzová metoda a metoda tvrdoměrná).



Obr. 4-7 Grafické znázornění kalibračního vztahu pro stanovení pevnosti betonu v tlaku pomocí dvou nedestruktivních metod [128]

Tvorbě kalibračních vztahů se věnovali např. [129, 130, 131]. Na Obr. 4-8 je ukázka kalibračního vztahu pro stanovení modulu pružnosti betonu v tlaku pomocí měření tvrdoměrem SilverSchmidt PC N. V grafu jsou uvedeny kromě hodnot kalibračního vztahu také reálně určené hodnoty statického modulu pružnosti betonu. Kalibrační vztah byl vytvořen v rámci bakalářské práce na ÚSZK Fakulty stavební VUT v Brně. Jednalo se o měření na stejném betonu v různé fázi jeho zrání.



Obr. 4-8 Ukázka kalibračního vztahu pro určení hodnoty modulu pružnosti pomocí nového přístroje SilverSchmidt PC N [131]

D. Experimentální část

Při statistických výpočtech bylo v experimentální části této disertační práce postupováno podle publikací [132, 133, 134].

Pokud jsou v textu uvedeny charakteristiky čerstvého betonu, jejich hodnoty byly vždy zjišťovány v souladu s normami [135, 136, 137, 138, 139].

Při zkoušení ztvrdlého betonu bylo postupováno podle norem [111, 112, 114, 115, 140]. Při stanovení dynamického modulu pružnosti byly měření a výpočet prováděny podle toho času platných norem [92, 93, 98], při stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu bylo postupováno dle [46, 90]. Poté, co byla norma [46] nahrazena normou [44], bylo měření prováděno výhradně podle ní. Statický modul pružnosti betonu byl podle normy [43] stanoven pouze pro potřeby zjištění vlivu použité zkušební metody na hodnotu modulu pružnosti.

Všechna zkušební zařízení, která byla použita v rámci experimentálních měření publikovaných v této disertační práci, byla řádně metrologicky navázána.

Experimentální část je rozdělena na tři kapitoly. V první kapitole jsou zhodnoceny technologické vlivy na modul pružnosti, ve druhé jsou poté řešeny vlivy zkušební a třetí kapitola se zabývá možnostmi stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu pomocí nedestruktivních zkušebních metod, tedy možností určení kalibračních vztahů.

5. Technologické vlivy

V teoretické části práce byly technologické vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti podrobně definovány. Z celé řady těchto vlivů byly pro experimentální část vybrány ty nejpodstatnější, pouze snad s výjimkou vlivu použitého kameniva – zkoumání tohoto faktoru je totiž samo o sobě téma na celou disertační práci, viz [58].

5.1. Vliv provzdušnění

Podstatou popisovaného experimentu, který byl naplánován a proveden v rámci výzkumné spolupráce s firmou OHL ŽS, a.s., bylo stanovit dynamický i statický modul pružnosti provzdušněného a neprovzdušněného betonu určeného pro mostní konstrukce. Z hlediska metodiky zkoušek byly využity všechny čtyři normované metody pro stanovení dynamických a statických modulů pružnosti.

Pro experiment byly vyrobeny dvě sady zkušebních těles. Konkrétně se jednalo o normové hranoly jmenovitých rozměrů 100 × 100 × 400 mm pro stanovení modulů pružnosti a normové krychle 150 × 150 × 150 mm pro zjištění pevnosti v tlaku. První sada zkušebních těles byla zhotovena dne 29. 10. 2009 z provzdušněného konstrukčního betonu C 30/37 XF4 a druhá sada hranolů byla vybetonována o den později 30. 10. 2009 z konstrukčního betonu C 30/37 XF1, tentokrát ovšem bez provzdušnění. De facto se jednalo o stejné betony, jen jednou s provzdušněním a podruhé bez provzdušnění. Oba betony byly objednány s konzistencí S3.

Tělesa vyrobená z provzdušněného betonu byla označena písmenem ***P*** a tělesa zhotovená z obyčejného betonu byla popsána písmenem ***O***. Z důvodu zajištění co největší možné stejnoměrnosti betonu byla zkušební tělesa každé série vyrobena vždy pouze z jednoho autodomíchávače (objem betonu přibližně 2 m^3), viz Obr. P1. Z každého betonu bylo vyrobeno 33 ks hranolů a 6 ks krychlí. Hranoly z 29. 10. 2009 byly popsány P1 až P33 a hranoly z 30. 10. 2009 byly analogicky označeny O1 až O33. Krychle byly označeny P1 až P6 a O1 až O6.

U obou čerstvých betonů (dále též ČB) byla zjištěna jeho objemová hmotnost, sednutí kužele a procentuální množství vzduchu, viz Obr. P2 až P5 v příloze 1. Zjištěné hodnoty vlastností čerstvých betonů jsou vypsány v Tab. 5-1.

Tab. 5-1 Zjištěné vlastnosti čerstvého obyčejného i provzdušněného betonu

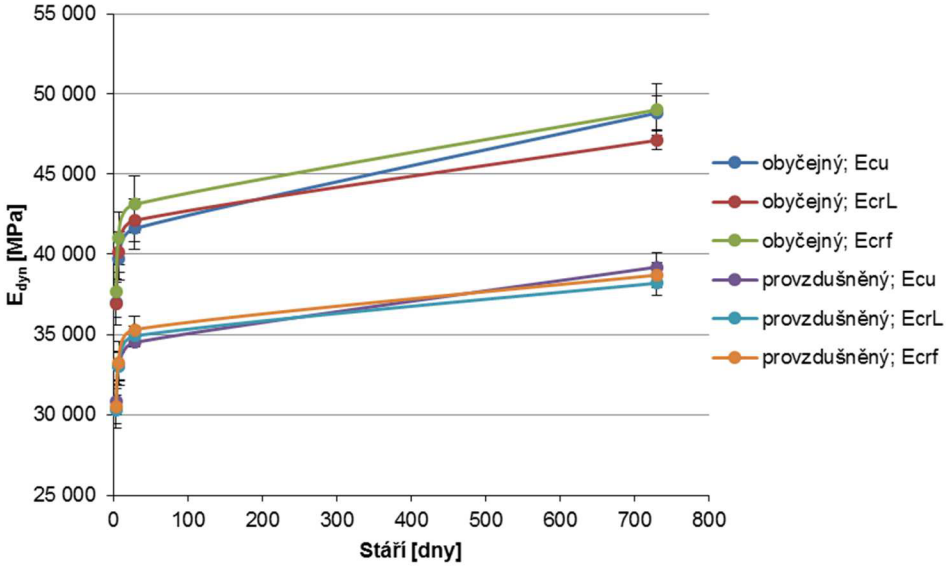
Vlastnost ČB	obyčejný beton **O**	Provzdušněný beton **P**
objemová hmotnost [kg/m^3]	2 340	2 190
sednutí [mm]	200	120
obsah vzduchu [%]	2,2 - 2,3	9,5 - 10,0

Míra provzdušnění byla záměrně u provzdušněného betonu požadována co největší. Zkušební hranoly a krychle byly druhý den po betonáži odformovány a uloženy do prostředí s relativní vlhkostí 100 %. Hranoly P1 až P15 a hranoly O1 až O15 byly následně poslány do jiné zkušební laboratoře a použity pro jiné účely.

Na všech zbývajících hranolech byl nejdříve určen dynamický modul pružnosti betonu po 3, 7 a 28 dnech zrání betonu, a to jak ultrazvukovou metodou (modul pružnosti E_{cu}) pomocí přístroje TICO s použitím sond o frekvenci 82 kHz, tak metodou rezonanční z naměřených hodnot podélných frekvencí (E_{crL}) a příčných frekvencí (E_{crf}). Zkoušky jsou zdokumentovány na fotografii v příloze 1 (Obr. P6), stejně tak naměřené hodnoty na hranolech jsou vypsány v Tab. P1 až P3, P5 a P6 v příloze 1.

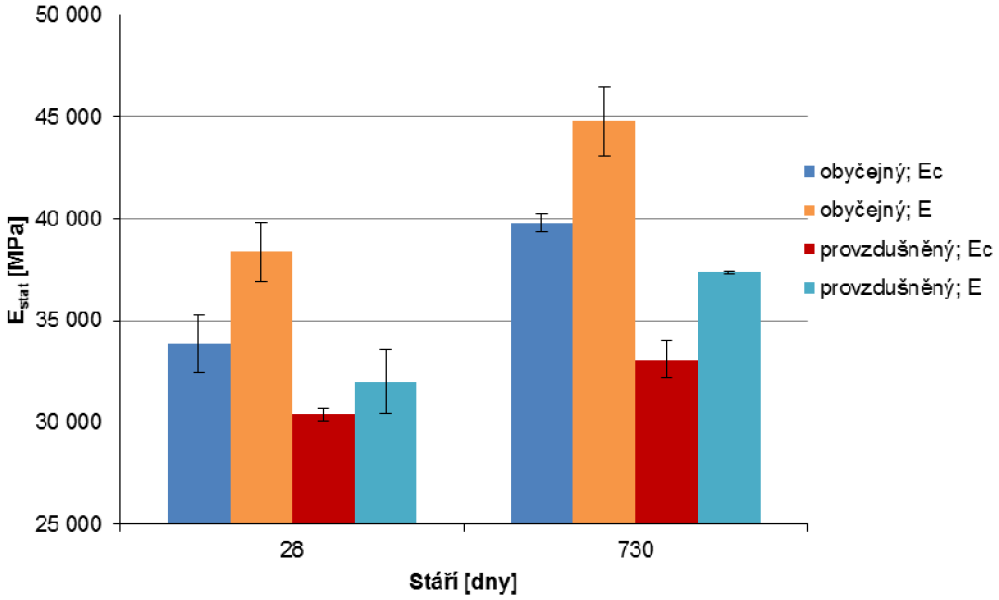
Na šesti hranolech od každého betonu (P16 až P21 a O16 až O21) byl po 28 dnech zrání betonu stanoven statický modul pružnosti betonu v tlaku E_c. Ke zjištění pevnosti betonu v tlaku a z ní plynoucí horní mez zatěžovacího cyklu statického modulu pružnosti byly použity tři krychle z provzdušněného a tři krychle z obyčejného betonu (P1 až P3, O1 až O3).

Na šesti hranolech od každého betonu (P22 až P27 a O22 až O27) byl po 28 dnech zjišťován statický modul pružnosti betonu pomocí zkoušky v tahu ohybem E. Zbývající zkušební tělesa byla ponechána pro dlouhodobé zkoušky po 2 letech (730 dnech) zrání betonu. V tento termín zkoušení byl na všech zbývajících hranolech stanoven dynamický modul pružnosti ultrazvukovou impulzovou i rezonanční metodou a poté na polovině těles byl zjištěn statický modul pružnosti pomocí tlakové zkoušky a na druhé polovině těles statický modul pružnosti ze zkoušky v tahu ohybem. Výsledky modulů pružností jsou předmětem Tab. P4 a P7, zkoušky samotné jsou zachyceny na Obr. P7 až P10. Graficky jsou výsledky zobrazeny na Obr. 5-1 a 5-2.



Obr. 5-1 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti provzdušněného a obyčejného betonu

Výsledky zkoušek provedených na zkušebních tělesech tvaru krychle jsou uvedeny v příloze 1 v Tab. P8.



Obr. 5-2 Statický modul pružnosti provzdušněného i obyčejného betonu po 28 a 730 dnech zrání

Podrobnější grafická znázornění rozdílu mezi modulem pružnosti provzdušněného a obyčejného betonu jsou na Obr. P11 až P15.

Výsledky experimentu jasně prokázaly poměrně výrazný **pokles** modulu pružnosti betonu **vlivem provzdušnění**. V tomto konkrétním případě, kdy byl použit beton pevnostní třídy C 30/37 s provzdušněním a bez něj, byl pokles o téměř 11 % (3,5 GPa) u 28denních hodnot statického modulu pružnosti z tlakové zkoušky E_c a o téměř 17 % (6,4 GPa) u 28denních hodnot statického modulu ze zkoušky v tahu ohybem E. Po 2 letech zrání betonu byl rozdíl u obou statických modulů pružnosti téměř 17 % (6,7 GPa u E_c, 7,4 GPa u E).

Tento pokles mohl být zřejmě ještě výraznější, ovšem ve fázi tuhnutí provzdušněného betonu došlo pravděpodobně k úniku vzduchu a plastickému sednutí betonu. Značná shoda byla zjištěna u dynamických modulů pružnosti, 28denní zmenšovací součinitele pro přepočet dynamických modulů na statický modul v tlaku E_c vyšly pro ultrazvuk $\kappa_u = 0{,}81$ a pro podélnou rezonanční frekvenci také $\kappa_r = 0{,}81$ pro obyčejný beton, $\kappa_u = 0{,}88$ a $\kappa_r = 0{,}87$ pro beton provzdušněný.

5.2. Vliv způsobu ošetřování

Podstatou tohoto experimentu, který byl opět naplánován a proveden v rámci výzkumné spolupráce s firmou OHL ŽS, a.s., bylo stanovit časový vývoj dynamického i statického modulu pružnosti mostního betonu s různým ošetřováním.

Pro experiment byly vyrobeny 4 série zkušebních těles tvaru hranolu o jmenovitých rozměrech 100 × 100 × 400 mm. Všechna zkušební tělesa byla vybetonována při výstavbě mostu na ulici Hradecké, který je součástí mimoúrovňové křižovatky ulic Žabovřeské a Hradecké v místě portálů tunelů Dobrovského I a II. První série zkušebních těles byla vyrobena při betonáži opěry mostu z provzdušněného betonu C 30/37 XF4 dne 17. 3. 2009. Druhá série zkušebních těles byla vyrobena při betonáži mostovkové desky pole 3-H3 přímé části mostu v rámci 2. etapy výstavby, a to z neprovzdušněného betonu C 30/37 XF1 dne 1. 5. 2009. Třetí a čtvrtá série zkušebních těles byla vyrobena také z neprovzdušněného betonu při výstavbě mostovkové desky dne 23. 5. 2009 (pole 2-H3), respektive 30. 5. 2009 (pole 1-H3). Fotodokumentace výroby zkušebních těles v rámci výstavby mostu je součástí přílohy 2, konkrétně se jedná o Obr. P16 až P20. Teoretické složení betonů je vypsáno v Tab. P9.

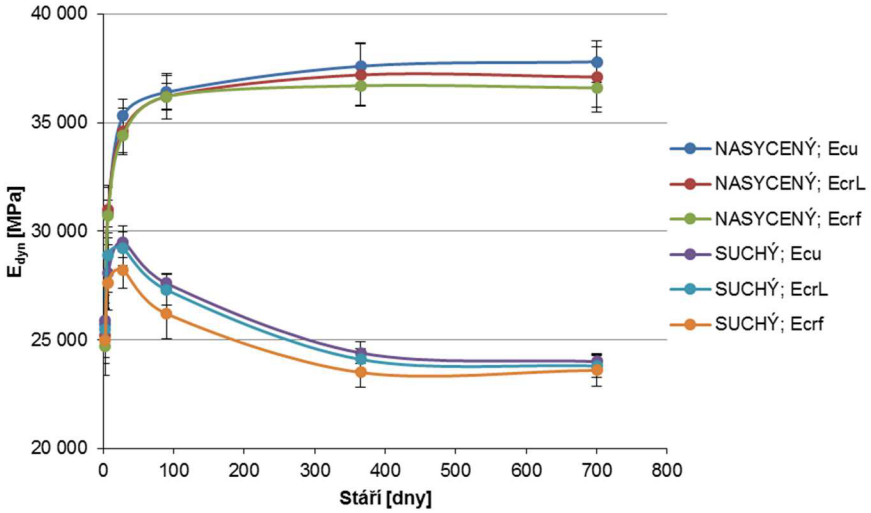
Všechna tělesa byla po betonáži (po zavadnutí betonu) pokropena vodou, uložena na vodorovnou plochu na staveništi a poté přikryta vlhkou geotextilií a PE fólií. Po třech dnech byla dopravena do laboratoře Ústavu stavebního zkušebnictví FAST VUT v Brně, kde byla následně odformována, změřena a zvážena, viz Tab. P10 až P13 v příloze 2.

Zkušební hranoly každé série byly rozděleny na dvě skupiny po šesti kusech. Zkušební tělesa první skupiny byla označena jako N1 až N6 a byla uložena do vodní lázně. Zkušební hranoly druhé skupiny byly označeny jako S1 až S6, byly pokropeny vodou a poté byly uloženy v normálním laboratorním prostředí již bez dalšího ošetřování vodou. Případné zbývající hranoly byly záložní – byly označeny Z (N) nebo Z (S) dle způsobu uložení. Návrh experimentu si kladl za cíl zjistit míru vlivu délky ošetřování betonu po betonáži na výslednou hodnotu modulu pružnosti. Zkušební tělesa s označením S (uložená v normálním laboratorním prostředí) měla představovat beton, u kterého skončí po třetím dnu ošetřování, a zkušební tělesa s označením N (uložená ve vodní lázni) měla představovat beton, který je nadále ošetřován. Současně bylo uvažováno, že všechna tělesa ve formách pod vlhkou geotextilií a PE fólií byla během prvních tří dnů ošetřována.

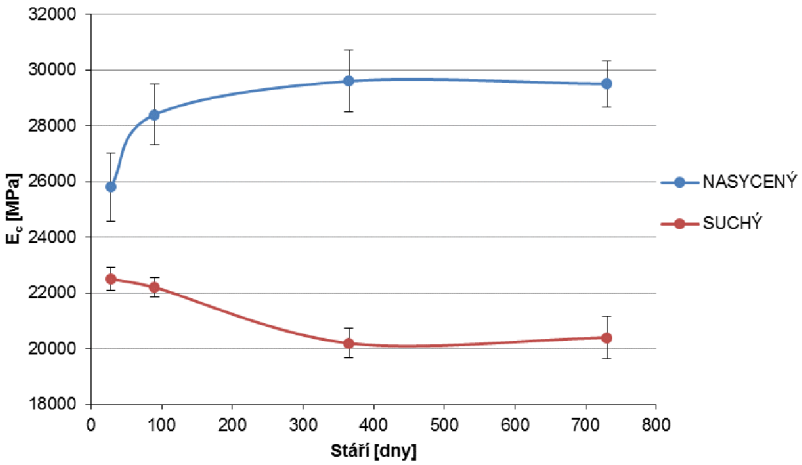
Na všech zkušebních hranolech všech sérií (z betonu 1 vyrobených při výstavbě opěry a z betonů 2 až 4 postupně vyrobených při betonáži mostovkové desky jednotlivých polí mostu) byl stanoven dynamický modul pružnosti pomocí ultrazvukové impulzové metody (E_{cu}) a také pomocí rezonanční metody (E_{rcL} z vlastní frekvence podélného kmitání a E_{rcf} z vlastní frekvence příčného kmitání) po 3, 7, 28, 90, 365 a 730 dnech zrání. Na vybraných hranolech byl také stanoven statický modul pružnosti betonu v tlaku (tahu) E_c po 28, 90, 365 a 730 dnech zrání. Po zkoušce statického modulu pružnosti v tlaku byla zkoušce pevnosti v tlaku podrobena jen některá tělesa – aby byla ověřena správnost nastavené hladiny horního zatěžovacího napětí – ostatní tělesa bylo po zkoušce E_c ponechána pro pozdější termíny zkoušení. Průběh zkoušek modulů pružnosti je zdokumentován v příloze 2 na Obr. P21 až

P23. Naměřené charakteristiky všech zkušebních těles ze všech betonů ve všech stářích betonu jsou v téže příloze vypsány v Tab. P14 až P21.

Výsledné hodnoty modulů pružnosti jsou uvedeny v Tab. P22 až P25 v příloze 2. Grafická znázornění vývoje dynamických modulů pružnosti jednotlivých sérií zkušebních těles v čase jsou zobrazena na Obr. 5-3 až 5-10. Podrobnější časové vývoje jednotlivých dynamických modulů pružnosti jsou znázorněny na Obr. P24 až P35.

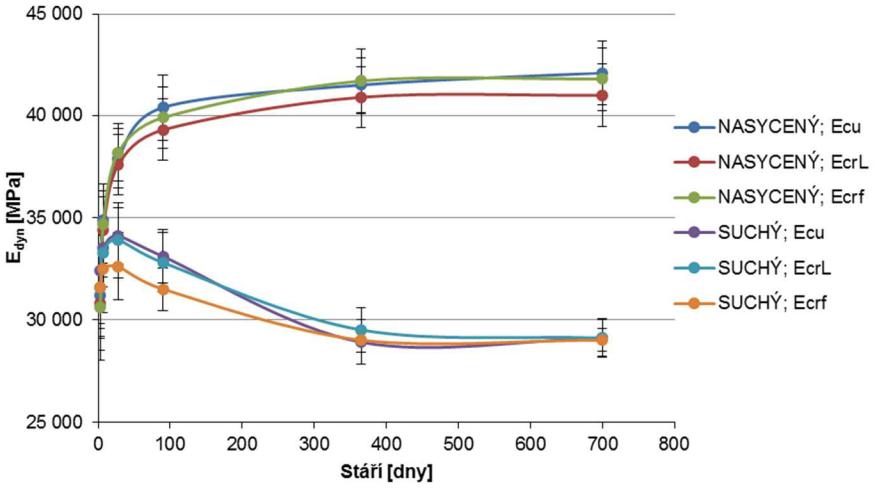


Obr. 5-3 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 1 (ze dne 17. 3. 2009)

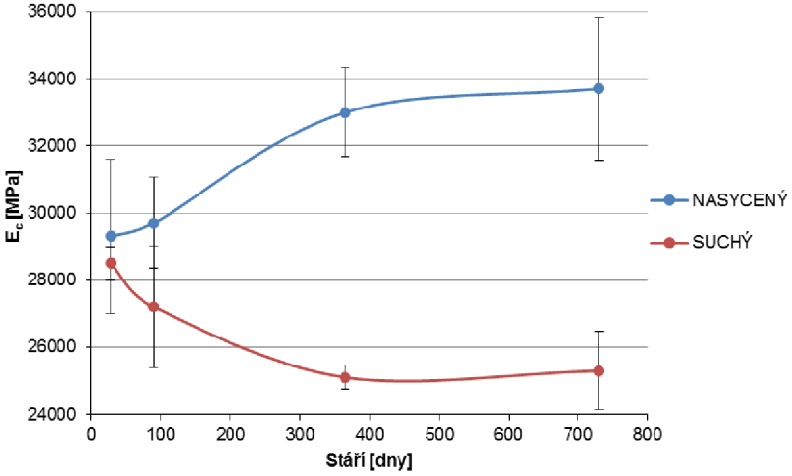


Obr. 5-4 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 1 (ze dne 17. 3. 2009)

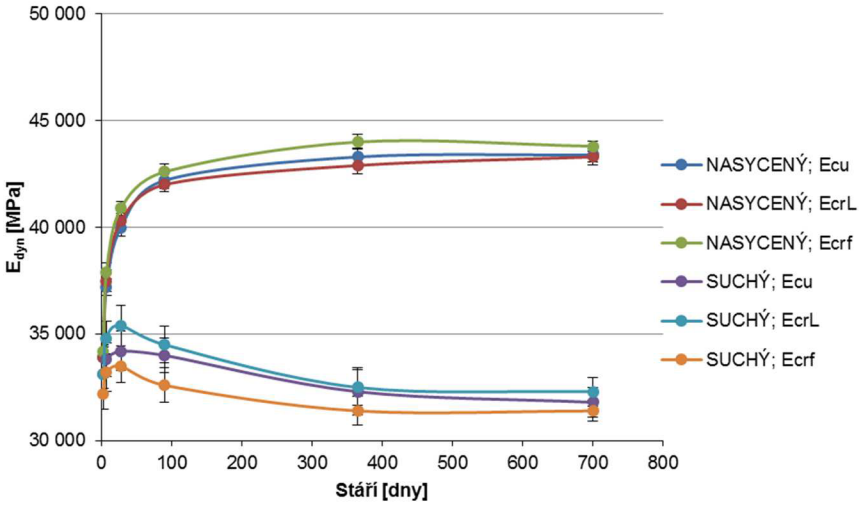
Dynamický modul pružnosti 3 dny starého betonu byl zkoušen po odformování, tedy před uložením poloviny těles do vodní lázně a poloviny těles do laboratorních podmínek, a proto jsou jeho průměrné hodnoty téměř identické, a to u všech 4 sérií. Ovšem již po dalších čtyřech dnech (ve stáří betonu 7 dnů) je dobře patrný kladný vliv „ošetřování“ (uložení betonu ve vodní lázni), který se projevil vyšším nárůstem dynamického modulu pružnosti betonu u těchto ošetřovaných zkušebních těles. Tento trend lze dobře pozorovat i po 28 dnech stáří betonu.



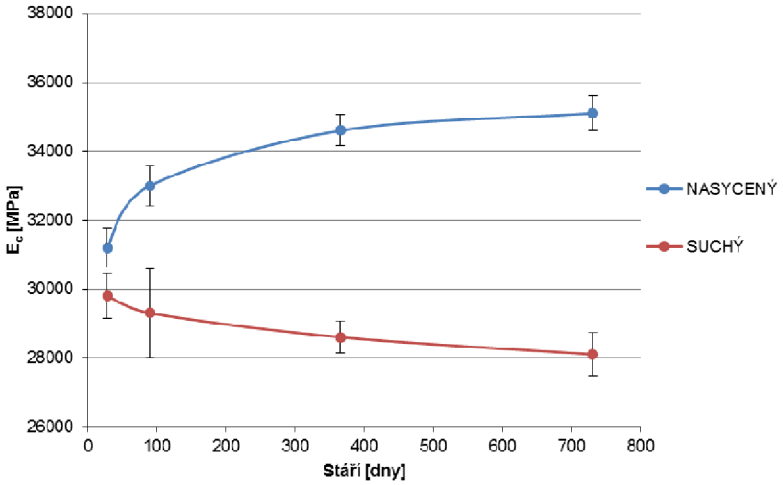
Obr. 5-5 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 2 (ze dne 1. 5. 2009)



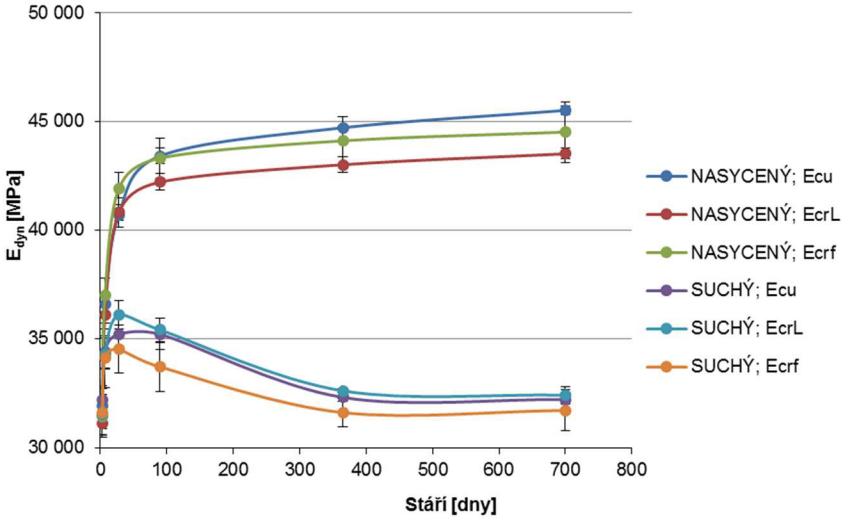
Obr. 5-6 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 2 (ze dne 1. 5. 2009)



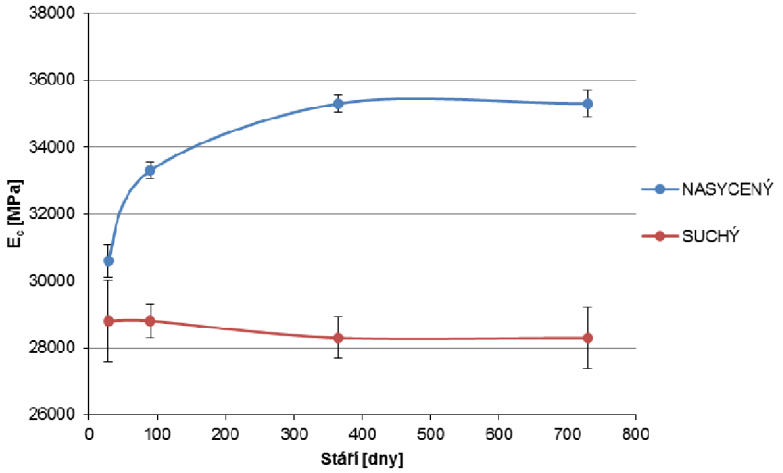
Obr. 5-7 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 3 (ze dne 23. 5. 2009)



Obr. 5-8 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 3 (ze dne 23. 5. 2009)



Obr. 5-9 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 4 (ze dne 30. 5. 2009)



Obr. 5-10 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 4 (ze dne 30. 5. 2009)

Zajímavý je rozdíl v chování těles ošetřovaných a neošetřovaných po uplynutí 28 dní od betonáže. Zatímco beton uložený ve vodní lázni nadále vykazuje nárůst hodnot modulu pružnosti (dynamického i statického), u betonu neošetřovaného je tomu jinak. Průměrné hodnoty statických i dynamických modulů pružnosti neošetřovaného betonu po 28 dnech nejen že nerostou, ale naopak se snižují (!), a to až téměř na úroveň 3denních výsledků (pozorováno u dynamických modulů pružnosti).

Z naměřených hodnot vyplývá, že se pravděpodobně po 1 roce stáří betonu jeho modul pružnosti pomalu ustaluje. U ošetřovaných těles už nadále tak výrazně neroste (spíše lze hovořit o stagnaci), u neošetřovaných těles naopak výrazně neklesá (spíše také stagnuje). Stejný (nebo alespoň velmi, opravdu velmi podobný) trend vývoje modulu pružnosti v čase byl zaznamenán jak u ošetřovaného, tak u neošetřovaného betonu u všech sérií.

Zajímavý fakt je, že u betonů 2 až 4 (tedy u neprovzdušněných) nebyl po 28 dnech zjištěn nijak markantní rozdíl ve statických modulech pružnosti mezi betonem ošetřovaným a neošetřovaným – chybové úsečky tvořené výběrovou směrodatnou odchylkou se téměř (nebo dokonce úplně) překrývají – výrazný rozdíl ve statických hodnotách modulu pružnosti lze pozorovat až po 90 dnech zrání betonu. Avšak u betonu 1, který byl jako jediný provzdušněný, je rozdíl mezi výsledky statického modulu pružnosti ošetřovaného a neošetřovaného betonu poměrně výrazný již po 28 dnech od betonáže.

Je možné konstatovat, že dosažené výsledky jednoznačně dokazují **kladný vliv ošetřování** betonu **na** jeho výsledný **modul pružnosti**. U ošetřovaného betonu (uloženého ve vodní lázni) dynamický i statický modul pružnosti v čase uspokojivě roste, přičemž tento proces probíhá i po 90 dnech stáří betonu. Naopak u neošetřovaného betonu (uloženého v standardním laboratorním prostředí) roste modul pružnosti v čase jen zpočátku a méně než o ošetřovaného betonu, mezi 28 a 90 dnem stáří se nárůst zastavuje a modul pružnosti začíná naopak klesat.

5.3. Vliv okolní teploty v počáteční fázi zrání betonu

Cílem tohoto experimentu, který byl naplánován ve spolupráci s firmou ŽPSV, a.s., bylo ověřit míru vlivu nízké teploty při tuhnutí a tvrdnutí betonu na jeho výslednou hodnotu modulu pružnosti. Byl také sledován vývoj této charakteristiky betonu v čase právě v závislosti na teplotě okolního prostředí.

Pro zkoušky byl použit beton pevnostní třídy C 35/45, který se používá pro výrobu předpjatých mostních nosníků a jehož přesné složení je vypsáno v Tab. 5-2. V rámci experimentu byl sledován vývoj modulu pružnosti betonu zrajícího při třech různých teplotách. První (referenční) typ zkušebních těles byl po betonáži přikryt PE fólií, uložen do standardních laboratorních podmínek a po 24 hodinách odformován. Po vyjmutí z forem byla zkušební

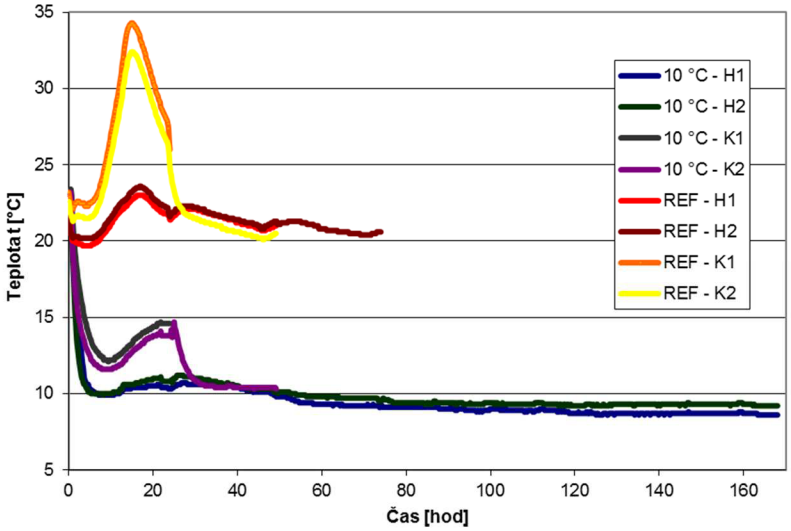
tělesa uložena do prostředí s relativní vlhkostí vyšší než 95 %. Druhý typ zkušebních těles byl ihned po vybetonování přikryt PE fólií a uložen do automatické zmrazovací skříně KD-20 s nastavenou konstantní teplotou +10 °C. Po 24 hodinách byla tělesa také rychle odformována, byla opětovně zabalena do PE fólie a uložena zpět do prostředí s teplotou +10 °C. Poslední třetí sada zkušebních těles byla opět ihned po vybetonování přikryta PE fólií a uložena do automatické zmrazovací skříně KD-20 s nastavenou konstantní teplotou +5 °C. Po 24 hodinách byla tělesa také rychle odformována, byla opětovně zabalena do PE fólie a uložena zpět do prostředí s teplotou +5 °C. Zabalením zkušebních těles do fólie mělo být zamezeno nadměrnému smršťování betonu vlivem vysychání, které by bylo způsobeno intenzivně proudícím vzduchem ve skříni KD-20 vlivem častého zapínání ventilátoru (nutnost k udržení nastavené konstantní teploty).

Tab. 5-2 Receptura použitého betonu C 35/45 – hmotnost složek v 1 m^3 ČB

Složka	kg/m^3
Cement CEM I 42,5 R	450
Kamenivo 0-4 mm	690
Kamenivo 4-8 mm	220
Kamenivo 8-16 mm	845
Voda	170
Plastifikátor	4,50

Z důvodu malé kapacity automatické zmrazovací skříně, do níž se najednou vejde pouze 6 ks forem tvaru hranolu a 2 ks forem krychlí, probíhal experiment po celý rok 2011. V jednom každém termínu betonáže byl beton vyroben ve třech po sobě jdoucích míchačkách. Bylo vyrobeno vždy 12 zkušebních těles tvaru hranolu jmenovitých rozměrů 100 × 100 × 400 mm a minimálně 8 zkušebních krychlí o hraně 150 mm. O krychlích však bude v této práci pojednáno pouze okrajově, protože stěžejní jsou zkoušky na hranolech. Polovina zkušebních trámců (6 ks) byla uložena v referenčních podmínkách, druhá polovina do zmrazovací skříně s teplotou +10 °C nebo +5 °C. Ke konci experimentu již byly vyráběny pouze zkušební tělesa určená do nižších teplot, protože referenčních hranolů bylo již dost.

Průběh betonáží je zachycen na fotografiích uvedených v příloze 3 (Obr. P36 až P38), zkoušky ČB a uložení zkušebních těles poté ve stejné příloze na Obr. P39 až P42. Z každé betonáže byla zkušební tělesa zkoušena po jednom v jednotlivých předem zvolených termínech – po 1, 2, 3, 7, 14 a 28 dnech zrání betonu. Vzhledem k vytíženosti přístroje KD-20 a velké časové náročnosti experimentu, byla zkušební tělesa druhé a třetí sady ponechána při nízké teplotě prvních 14 dní stáří, na zbylých 14 dní již byla uložena do prostředí s relativní vlhkostí převyšující 95 %. Kromě záznamu teploty okolního prostředí byla zaznamenávána také teplota betonu ve zkušebních tělesech. Reprezentativní záznam teplot je zobrazen na Obr. 5-11, další vybrané záznamy teplot jsou uvedeny na Obr. P43 až P50 v příloze 3.

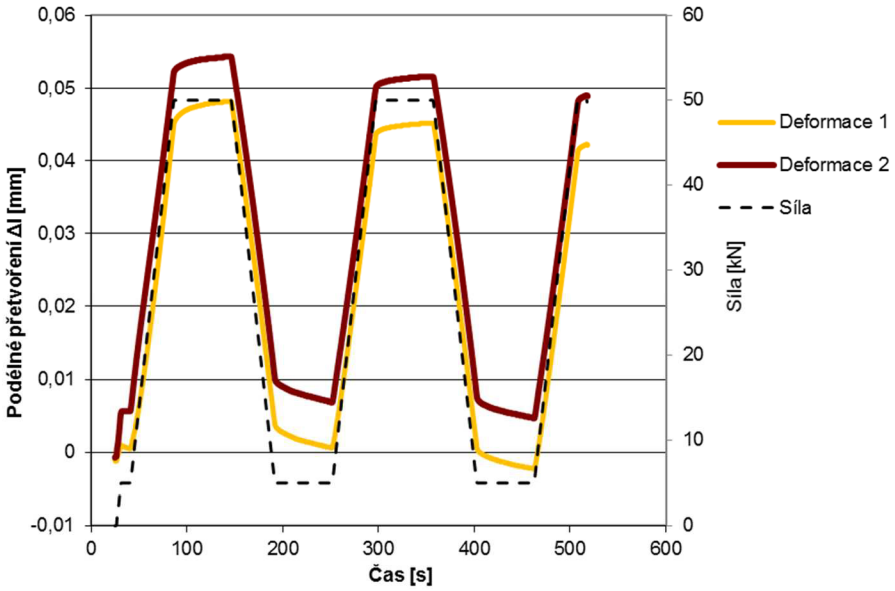


Obr. 5-11 Záznam teploty betonu ve zkušebních tělesech uložených v referenčním prostředí a v prostředí +10 °C během 7 dnů zrání – druhá betonáž

Při takto nastaveném experimentu je kontrola stejnoměrnosti betonu velmi důležitá. Kromě ověřování aktuální vlhkosti kameniva (zejména písku) před každou betonáží a následné úpravě množství vody, byl jako jeden z ověřovacích parametrů stanoveno sednutí kužele betonu všech míchaček všech termínů betonáží. Hodnota sednutí se kompletně u všech vyrobených betonů pohybovala v rozmezí 160 – 200 mm, což je velmi dobrý výsledek. Průměrná objemová hmotnost ČB ze všech míchaček byla stanovena na 2 380 kg/m^3 s maximální odchylkou 30 kg/m^3.

Jak již bylo výše zmíněno, z každé betonáže byla zkušební tělesa rovnoměrně rozdělena do šesti časů zkoušení. Celkem byly v jednom stáří (1, 2, 3, 7, 14 a 28 dní) zkoušeny vždy tři hranoly z jednotlivých sad. Každé zkušební těleso bylo odzkoušeno pomocí ultrazvukové impulzové metody, rezonanční metody a metody tvrdoměrné odrazové pomocí Schmidtu N a nového přístroje SilverSchmidt PC N [141], viz Obr. P51 až P54 – měření pomocí posledně jmenované metody bude využito v kapitole 7. Po nedestruktivním zkoušení byl u každého hranolu stanoven statický modul pružnosti E_c s výjimkou 1denních zkoušek na hranolech z betonu uloženého v prostředí s teplotou +5 °C, které vykazovaly pevnost v tlaku pouze 0,8 MPa a stanovení modulu pružnosti nebylo možné. Zkoušky statického modulu pružnosti betonu probíhaly ve zkušebním lisu FORM-TEST ALPHA 3-3000 pomocí elektronických tenzometrů, které jsou příslušenstvím lisu (Obr. 5-12). Výjimkou byly 2denní zkoušky betonu uloženého v prostředí s teplotou +5 °C, kdy byly použity odporové tenzometry. Záznam zkoušky prvního hranolu s označením 5°C-D2-A je na Obr. 5-13, záznamy zkoušky zbylých dvou hranolů 5°C-D2-B a 5°C-D2-C jsou na Obr. P55 a P56. Naměřené hodnoty na všech zkušebních hranolech jsou podrobně uvedeny v Tab. P26 až P29, vypočtené hodnoty modulů pružnosti jsou uvedeny v Tab. P30.

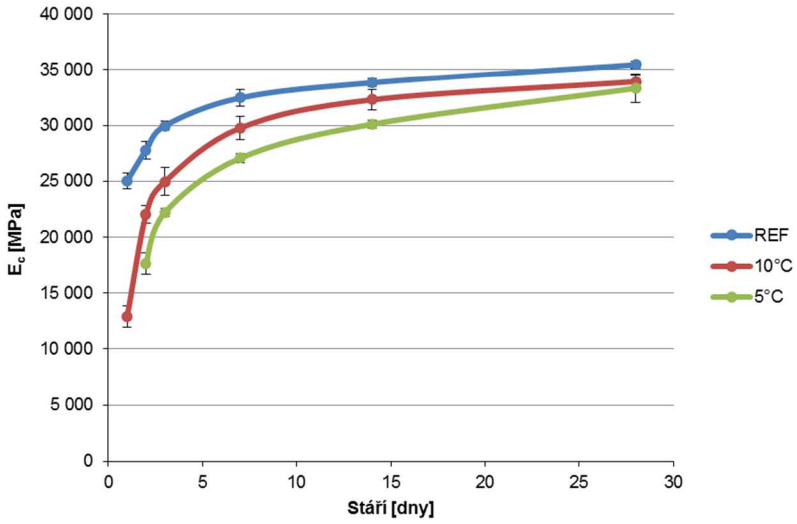
Obr. 5-12 Zkoušení statického modulu pružnosti pomocí zkušebního lisu FORM-TEST



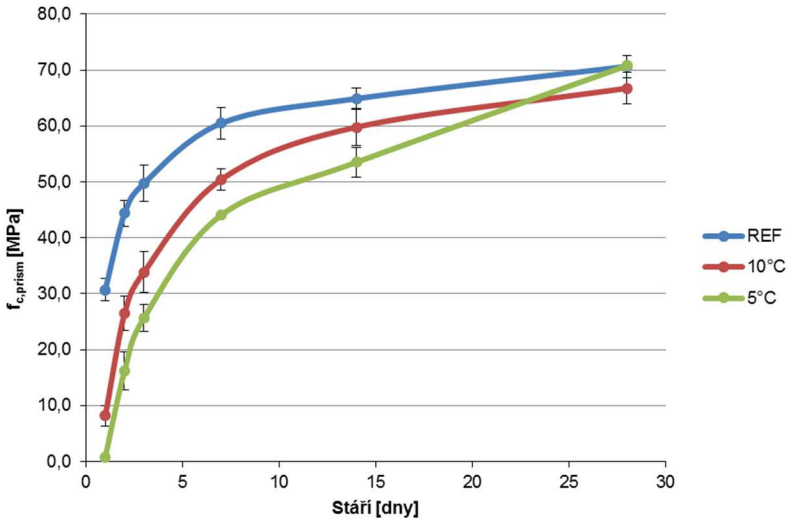
Obr. 5-13 Záznam zkoušky statického modulu pružnosti v tlaku E_c u hranolu 5°C-D2-A

Vývoj statického modulu pružnosti betonu v tlaku pro všechny tři zvolené teploty okolního prostředí při zrání betonu v čase jsou graficky uvedeny na Obr. 5-14. Stejné vývoje v čase, pouze pro modulu pružnosti dynamické, jsou zobrazeny v příloze 3 na Obr. P57 až P60.

Vývoj hranolové pevnosti betonu v tlaku pro všechny tři zvolené teploty okolního prostředí při zrání betonu v čase jsou graficky uvedeny na Obr. 5-15. Je zajímavé porovnat reálně zjištěné křivky s těmi teoretickými, jak byly uvedeny na Obr. 2-9 a 2-13. Lze konstatovat, že teoretické křivky zcela neodpovídají experimentálně zjištěným. Teoretické rozdíly ve vývoji pevnosti betonu zrajícího při různých teplotách jsou uváděny pravděpodobně mírně zveličeně, aby dobře vynikly diference mezi nimi. Je také možné, že teoretické křivky byly určeny pomocí betonů nižších pevností, než byl beton použitý pro tento experiment – to by mohlo vysvětlovat trochu jiné sklony křivek, zejména u vývoje pevnosti betonu zrajícího při +5 °C.



Obr. 5-14 Časový vývoj statického modulu pružnosti E_c betonu zrajícího při různých teplotách



Obr. 5-14 Časový vývoj pevnosti v tlaku $f_{c,\,prism}$ betonu zrajícího při různých teplotách

Na základě provedení tohoto experimentu je možné konstatovat, že dosažené výsledky jednoznačně potvrzují skutečnost, že **teplota** okolního prostředí, v němž beton zraje, **má významný vliv na** jeho aktuální **hodnotu modulu pružnosti**. Pro experiment byl záměrně použit beton určený pro výrobu přepjatých nosníků, protože ve chvíli předpínání hraje modul pružnosti značný vliv na chování celého dílce. Při betonáži v zimním období by tedy okolní teplota měla být rozhodujícím faktorem pro určení doby vnesení předpětí do betonu.

U betonů zrajících při nižší teplotě okolního prostředí se potvrdily počáteční nízké hodnoty modulu pružnosti spojené s pozdějším výrazně strmějším nárůstem těchto hodnot, protože po 28 dnech vykazují všechny sledované moduly pružnosti téměř stejných výsledků. Je možné, že po 90 dnech by betony uložené v prostředí s okolní teplotou +5 °C dosahovaly nejlepším parametrů. Při použití betonu nižší pevnostní třídy by rozdíly ve výstupech experimentu byly pravděpodobně ještě výraznější, zřejmě by ovšem nastal problém se stanovováním charakteristik betonu zrajícího při teplotě +5 °C ještě několik dní po betonáži.

6. Zkušební vlivy

V teoretické části této disertační práce byly zkušební vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu zevrubně popsány. Z nich byly vybrány ty pravděpodobně významnější, čemuž odpovídaly navržené experimenty.

6.1. Vliv použitého postupu

V této kapitole disertační práce se budu zabývat pouze postupy, které definují stanovení statického modulu pružnosti. V současné době je možné použít dva předpisy pro zjištění modulu pružnosti betonu pomocí zkoušky v tlaku. Bylo by logické, aby se výsledky obou zkoušek statisticky nelišily. Opak je však, bohužel, pravdou, což bude dokázáno v následující podkapitole. Kromě zkoušky v tlaku je pro stanovení statického modulu pružnosti betonu použít také zkoušky v tahu ohybem. Porovnání výsledků obou zkoušek je druhou podkapitolou této části.

6.1.1. ČSN ISO 6784 (1920-10) vs. ČSN EN 12390-13

V únoru roku 2014 vešla v platnost norma ČSN EN 12390-13 [43], která novým způsobem popisuje zkoušení modulu pružnosti betonu v tlaku. Na základě tohoto experimentu bylo zjištěno, že se její výsledky od hodnot zjištěných dle tehdejší dlouhodobě platné normy ČSN ISO 6784 [46] poměrně výrazně liší. Současně jsou určité pasáže normy [43] formulovány tak, že mohou nastat problémy s jejich interpretací.

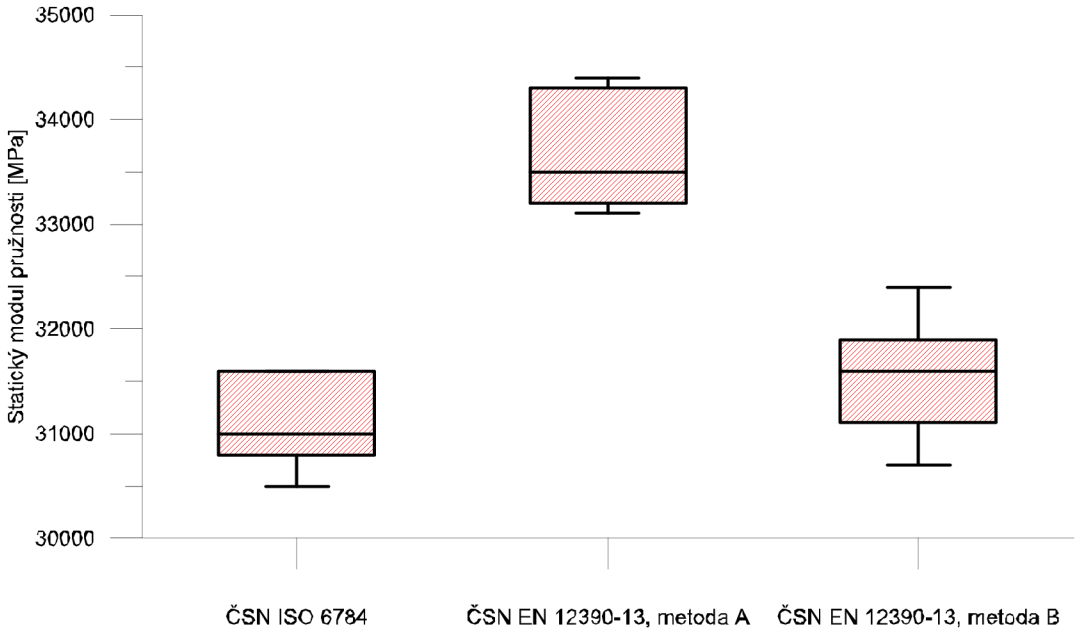
V současné době již norma [46] neplatí, jelikož byla v lednu roku 2015 nahrazena normou ČSN ISO 1920-10 [44]. Norma [44] naštěstí oproti normě [46] nepřináší žádné revoluční změny, naopak se liší pouze v několika málo bodech. Právě proto jsem si mohl dovolit jistého zjednodušení, které se ocitlo již v nadpisu této podkapitoly, kterým je tvrzení, že výsledky norem [46] a [44] se statisticky neliší.

Za účelem porovnání zkušebních postupů uvedených v [46] a [43] bylo vyrobeno celkem 25 zkušebních těles tvaru válce o průměru 150 mm a výšce 300 mm. Tvar zkušebních těles byl zvolen na základě doporučení zmiňovaných norem. Všechna zkušební tělesa byla vyrobena z jedné výrobní dávky čerstvého betonu na betonárně ve spolupráci s firmou BETOTECH, s.r.o., pobočka Brno. Tělesa byla uložena do stejného typu forem a ošetřována stejným způsobem po dobu 28 dní. Složení betonu C 45/55, který byl k experimentu použit, je vypsáno v Tab. P31, vlastnosti ČB jsou uvedeny Tab. P32 v příloze 4.

Pevnost v tlaku betonu pro definování zatěžovacích hladin zkoušek statického modulu pružnosti byla určena na krychlích o hraně 150 mm, které byly vyrobeny ze stejné dávky čerstvého betonu. Získaná hodnota krychelné pevnosti v tlaku byla přepočtena na válcovou

pevnost a ověřena zjištěním pevnosti v tlaku na jednom válci, tedy zkušebním tělese stejného tvaru a velikosti jako tělesa určená pro zkoušky statického modulu pružnosti.

Před samotným stanovením statického modulu pružnosti bylo provedeno určení dynamických modulů pružnosti ultrazvukovou a rezonanční metodou. Výstupy jsou uvedeny v Tab. P33 a P34. Zkušební tělesa byla na základě dynamických zkoušek rozdělena do tří skupin po osmi kusech tak, aby průměrná hodnota dynamických modulů pružnosti v každé skupině byla přibližně stejná. Tímto způsobem bylo minimalizováno riziko ovlivnění výsledků zkoušek rozdílností kvality zkušebních těles. Na válcích první skupiny byl statický modul pružnosti určen podle [46], na zkušebních tělesech druhé skupiny podle metody A popsané v [43] a zbylých 8 válců bylo odzkoušeno dle metody B normy [43]. Ve všech případech byla délka měřící základny 150 mm. Výsledky zkoušek dynamických i statických modulů pružnosti jsou uvedeny v Tab. 6-1 a P35. Grafické znázornění statických modulů pružnosti betonu prostřednictvím krabicového diagramu je uvedeno na Obr. 6-1.



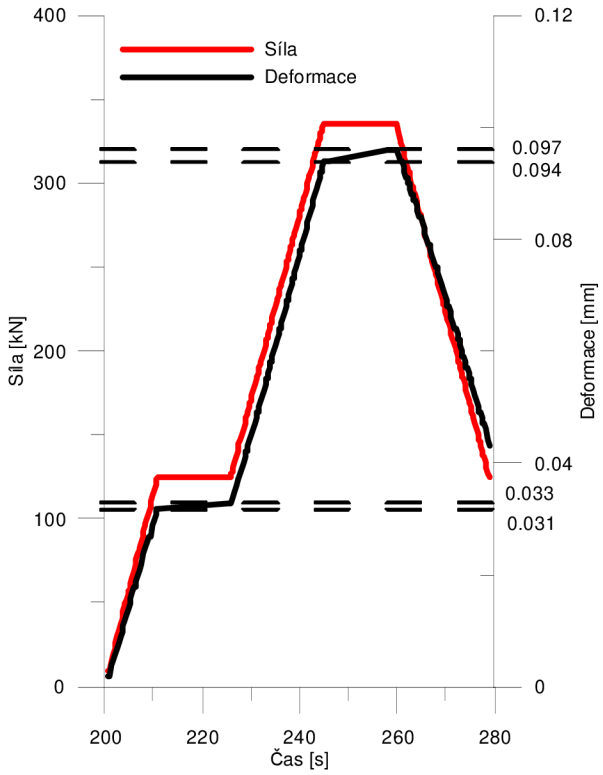
Obr. 6-1 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného podle norem [46] a [43]

Prvním krokem statistického vyhodnocení výsledků zkoušek bylo testování normality dat. Všechny sady výsledků těmto testům vyhověly. Statistickým testem ANOVA (analýza rozptylu) byla testována hypotéza o rovnosti středních hodnot modulů pružnosti zjištěných třemi zmiňovanými zkušebními postupy. Rovnost středních hodnot byla zamítnuta na hladině významnosti 0,05. Dále bylo provedeno porovnání výsledků zkoušek provedených metodou [46] a metodou B z normy [43] dvouvýběrovým t-testem. Na hladině významnosti 0,05 nebyla zamítnuta rovnost středních hodnot těchto dvou sad výsledků zkoušek. Oproti tomu byla zamítnuta rovnost středních hodnot výsledků zkoušek zjištěných metodou A z normy [43] a ostatními posuzovanými metodami.

Norma [43] navíc neuvádí u metody A zcela přesně okamžik, ve kterém se má provést odečet síly (napětí) a deformace (poměrného přetvoření) pro stanovení počátečního modulu pružnosti $E_{c,0}$. Graf na Obr. 6-2 ukazuje, že nárůst deformace při konstantním zatížení po dobu 15 s není zanedbatelný. Rozdíl ve změně deformace je v tomto případě až 0,005 mm, což odpovídá poměrnému přetvoření 33,3 μm/m. Rozdíly v určení okamžiku, kdy jsou odečítány hodnoty do výpočtu $E_{c,0}$, mohou znamenat v průměru změnu tohoto modulu pružnosti až o 1,5 GPa. Statistické vyhodnocení těchto rozdílů navíc ukázalo, že se nejedná pouze o změny způsobené zkušebními tělesy, ale že rozdíl v hodnotách modulu pružnosti je statisticky významný na hladině významnosti 0,05 [88].

Tab. 6-1 Výsledky zkoušek statického modulu pružnosti stanoveného různými postupy; šedým podbarvením jsou označeny odlehlé hodnoty, které nejsou zahrnuty do výpočtů

Zkušební postup	Těleso	E_{cu} [MPa]	E_{crL} [MPa]	E_{crf} [MPa]	E_c [MPa]
ČSN ISO 6784	1	42 800	40 490	42 480	30 800
	2	42 890	40 690	42 990	31 600
	3	43 390	41 160	43 580	31 200
	4	42 110	39 610	42 000	30 500
	8	43 050	41 210	43 790	31 600
	10	42 790	40 100	42 270	31 100
	12	42 490	40 700	43 340	30 900
	21	41 830	39 970	42 540	30 800
	průměr:	**42 700**	**40 500**	**42 900**	**31 100**
	sm.odch.:	**510**	**570**	**650**	**390**
ČSN EN 12390-13 metoda A	5	42 110	39 530	41 910	33 200
	6	42 920	40 510	43 340	33 600
	9	42 680	40 450	42 770	33 400
	11	43 040	41 460	43 300	34 400
	14	42 310	40 390	42 510	33 100
	16	42 010	39 900	42 610	33 300
	18	43 530	41 070	44 210	34 300
	23	42 720	40 420	42 920	33 600
	průměr:	**42 700**	**40 500**	**42 900**	**33 600**
	sm.odch.:	**510**	**600**	**690**	**490**
ČSN EN 12390-13 metoda B	13	42 320	39 850	42 020	30 700
	15	43 100	41 240	43 910	31 700
	17	43 130	41 140	44 070	31 600
	19	41 550	39 250	41 180	30 500
	20	42 950	40 490	42 720	31 900
	22	43 180	41 130	43 330	32 400
	24	42 780	40 620	42 940	31 100
	25	42 660	40 200	42 690	31 500
	průměr:	**42 700**	**40 500**	**42 900**	**31 600**
	sm.odch.:	**550**	**700**	**950**	**550**
Srovnávací těleso	7	42 580	39 590	42 530	-



Obr. 6-2 Ukázka nárůstu deformace při konstantní síle – měření podle [43], metoda A

Z výsledků provedeného jednoznačně vyplývá, že stanovení statického modulu pružnosti podle metody A v [43] vede k nadhodnocení této veličiny oproti metodě B a oproti postupům uvedeným v normě [46], tedy i normě [44].

Výsledky zkoušek statického modulu pružnosti provedených podle [46] (respektive [44]) a metodou B v [43] nenaznačují statisticky významné rozdíly. Je tedy možné říci, že výsledky těchto zkoušek jsou vzájemně srovnatelné.

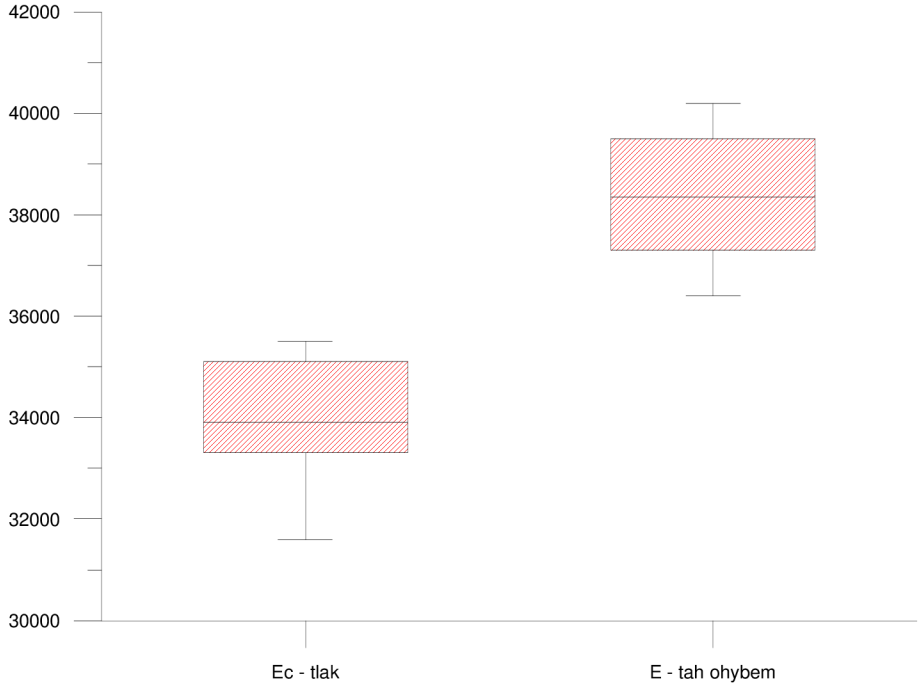
Jak bylo na základě výsledků provedeného experimentu jednoznačně prokázáno, **hodnoty** statického modulu pružnosti **se výrazně liší** v závislosti na použité **zkušební metodě**, což osobně považuji za malou zkušebnickou tragédii. Jeví se tedy jako nezbytné, aby při požadavku na statický modul pružnosti betonu ze strany projektanta byl přesně definován zkušební postup, podle kterého má být statický modul pružnosti určen.

6.1.2. Zkouška v tlaku vs. zkouška v tahu ohybem

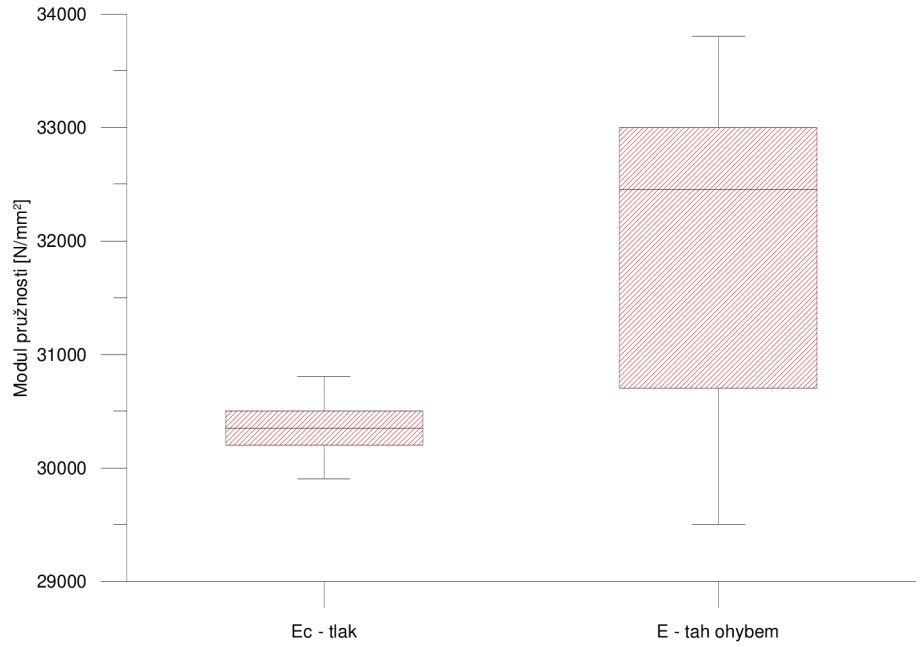
Pro potřeby porovnání výsledků zkoušky statického modulu pružnosti betonu pomocí metody tlakové a metody tahové ohybem byla použita data z experimentu popsaného v kapitole 5.1.

Naměřené hodnoty statických modulů pružnosti ze zkoušky v tlaku E_c a ze zkoušky v tahu ohybem E jsou uvedeny v Tab. P36. Jednalo se o hodnoty dosažených po 28 dnech zrání obyčejného a provzdušněného betonu. Zkouška v tlaku byla prováděna na samostatné šestici zkušebních těles tvaru hranolu s jmenovitými rozměry 100 × 100 × 400 mm a zkouška v tahu ohybem na jiné šestici zkušebních těles týchž rozměrů a tvarů – obě zkoušky tedy

nebyly prováděny na stejných tělesech. Grafické znázornění statických modulů pružnosti obyčejného betonu E_c a E je uvedeno prostřednictvím krabicového diagramu na Obr. 6-3, stejné znázornění výsledků u provzdušněného betonu na Obr. 6-4.



Obr. 6-3 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného ze zkoušky v tlaku (E_c) a ze zkoušky v tahu ohybem (E) – obyčejný beton



Obr. 6-4 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného ze zkoušky v tlaku (E_c) a ze zkoušky v tahu ohybem (E) – provzdušněný beton

Hypotéza rovnosti středních hodnot byla testována dvouvýběrovým t-testem na hladině významnosti 0,05. Alternativní hypotéza byla nastavena tak, aby bylo možné posoudit, zda

statický modul pružnosti betonu zjištěný ze zkoušky v tahu ohybem *E* vykazuje vyšší hodnoty než statický modul pružnosti betonu zjištěný ze zkoušky v tlaku E_c. Nulová hypotéza byla zamítnuta, a to jak u obyčejného betonu, tak u betonu provzdušněného. Z tohoto závěru vyplývá, že **výsledky** zkoušek modulu pružnosti betonu ***E*** (zkouška v ohybu) **vykazují** statisticky **vyšší hodnoty než výsledky** zkoušek modulu pružnosti betonu $\boldsymbol{E_c}$ (zkouška v tlaku). Tento závěr potvrzuje již v teoretické části zmíněnou skutečnost, že do výpočtů modulu pružnosti *E* je nezměnitelně implementována pro beton dnes již nereálná hodnota Poissonova poměru 0,15.

Je ovšem nutné také podotknout, že pro jednoznačnější závěry by bylo nutné provést rozsáhlejší experiment.

6.2. Vliv tvaru a velikosti zkušebního tělesa

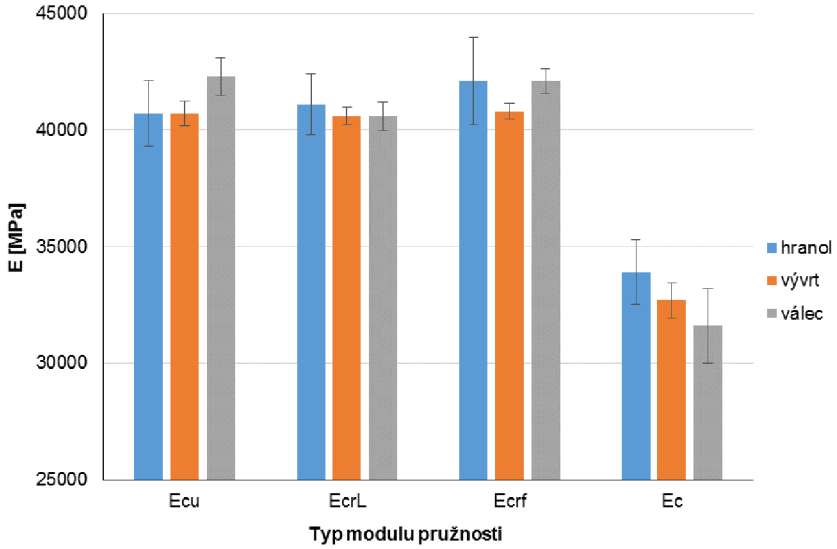
Pro potřeby popisovaného experimentu byla opět částečně použita data z experimentu popsaného v kapitole 5.1. Výsledky dosažené na zkušebních tělesech tvaru hranolu byly doplněny o hodnoty modulů pružnosti betonu zjištěných na zkušebních tělesech tvaru válce a také na zkušebních tělesech získaných z jádrových vývrtů.

Pro experiment byly vyrobeny dvě sady zkušebních těles. První sada zkušebních těles byla zhotovena dne 29. 10. 2009 z provzdušněného konstrukčního betonu C 30/37 XF4 (byla označena písmenem ***P***) a druhá sada zkušebních těles byla vybetonována o den později 30. 10. 2009 z konstrukčního neprovzdušněného betonu C 30/37 XF1 (byla popsána písmenem ***O*** jako obyčejný). Zjištěné hodnoty vlastností čerstvých betonů jsou vypsány v Tab. 5-1.

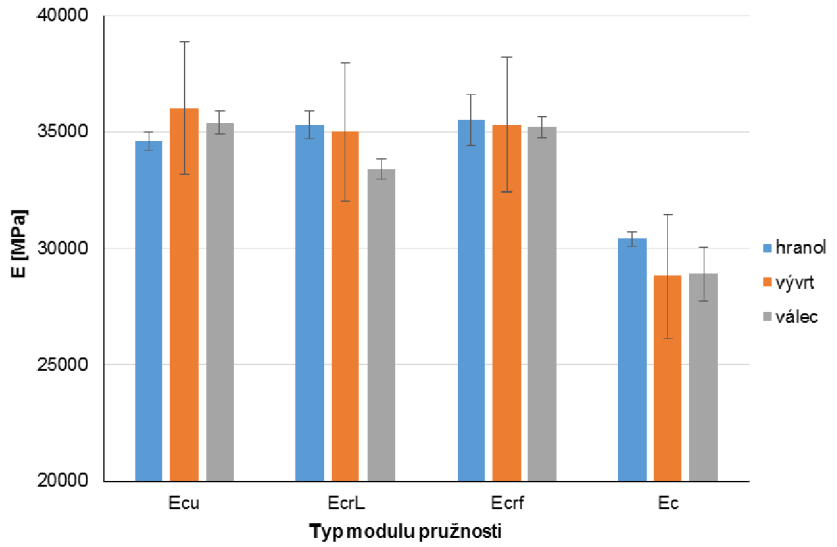
Kromě hranolů, viz kapitola 5.1., bylo z obou betonů vyrobeno 6 ks zkušebních válců průměru 150 mm a výšky 300 mm (jsou zobrazené na Obr. P61 a P62 v příloze 5) a také jeden kvádr větších rozměrů. Ten sloužil pro získání zkušebních těles pomocí jádrového vrtání. Odebrané jádrové vývrty průměru 100 mm a délky 300 mm z kvádrů jsou zobrazeny na Obr. P63. Hranoly a válce byly odformovány 24 hodin po vybetonování a poté byly uloženy do prostředí s relativní vlhkostí více než 95 %. Kvádry určené pro jádrové vrtání byly po dobu 7 dní ošetřovány vodou a poté byl ponechány pod PE fólií. Odformovány byly až po 27 dnech zrání betonu, byla na nich zjištěna stejnoměrnost betonu pomocí UZ měření (výsledky viz [142]) a poté z nich byly odebrány jádrové vývrty.

U všech zkušebních těles (hranoly, válce i vývrty) byla ve stáří 28 dní určena jejich hmotnost a také rozměry. Poté byly stanoveny doby průchodu UZ vlnění pomocí ultrazvukové impulzové metody a vlastní frekvence podélného, příčného a kroutivého kmitání pomocí rezonanční metody. Všechny zjištěné údaje jsou vypsány v Tab. P37 až P39 v příloze 5. Po nedestruktivním měření následovalo stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu

v tlaku. Vypočtené hodnoty modulů pružnosti jsou vypsány v Tab. P40. Grafické znázornění výsledků modulů pružnosti na hranolech, válcích a vývrtech jsou zobrazeny na Obr. 6-5 pro obyčejný beton a na Obr. 6-6 pro beton provzdušněný.



Obr. 6-5 Výsledné průměrné hodnoty modulů pružnosti obyčejného betonu zjištěného po 28 dnech zrání na zkušebních tělesech tvaru hranolu, válce a jádrového vývrtu



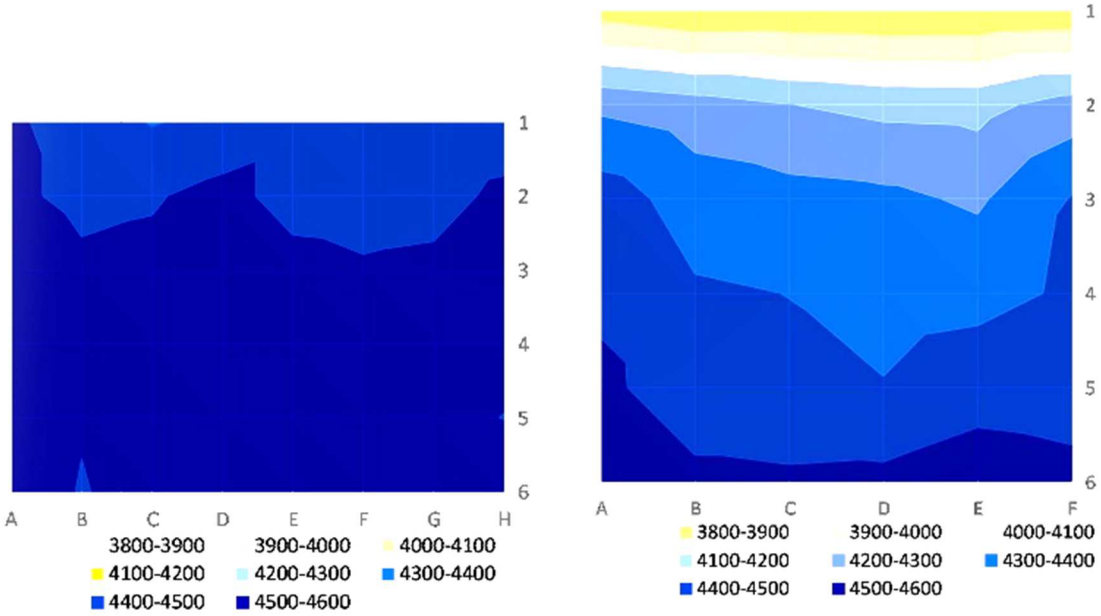
Obr. 6-6 Výsledné průměrné hodnoty modulů pružnosti provzdušněného betonu zjištěného po 28 dnech zrání na zkušebních tělesech tvaru hranolu, válce a jádrového vývrtu

Z výsledků výše popsaného experimentu je poměrně složité učinit jednoznačný závěr. Na hodnoty dynamických modulů pružnosti by teoreticky tvar a velikost zkušebního tělesa neměly mít vliv. To se v podstatě potvrdilo.

U provzdušněného betonu je značně problematické najít určitý trend závislosti tvaru a velikosti zkušebního tělesa na výslednou hodnotu modulu pružnosti, a to zejména z důvodu nerovnoměrnosti betonového kvádru, viz [142] (Obr. 6-8). Vysoká variabilita výsledků u jádrových vývrtů z provzdušněného betonu je vidět také na příslušných chybových úsečkách

(tvoří je výběrové směrodatné odchylky) na Obr. 6-6. Důvodem je vysoká (záměrná) míra provzdušnění (viz Obr. 6-7), která je při hutnění betonu problematická. Ve spodní třetině provzdušněného kvádru po hutnění ponorným vibrátorem pravděpodobně téměř žádný vzduch nezůstal, zatímco v horní třetině kvádru bylo provzdušnění naopak ještě výraznější. Průměrný dynamický modul pružnosti E_{cu} se liší v závislosti na tvaru zkušebního tělesa o 1,4 GPa, přičemž nejvyšší hodnota byla zjištěna u vývrtů a nejnižší u hranolů. Průměrný dynamický modul pružnosti E_{crL} a E_{crf} se liší v závislosti na tvaru zkušebního tělesa o 1,9 GPa, respektive o 0,3 GPa – tentokrát je nejvyšší hodnota u hranolů a nejnižší u válců. Statický modul pružnosti nabývá nejvyšší průměrné hodnoty u hranolů, u válců a vývrtů je přibližně stejný, o 1,5 až 1,6 GPa nižší než u hranolů.

Obr. 6-7 Co největší provzdušnění betonu bylo záměrné – detail povrchu kvádru z provzdušněného betonu po setření zednickou lžící



Obr. 6-8 Rychlost šíření UZ vlnění kvádrem – změna barvy izovel znázorňuje změnu rychlosti o 100 m/s; vlevo obyčejný beton (rovnoměrný), vpravo provzdušněný beton (nerovnoměrný) [142]

U obyčejného betonu je situace při vyhodnocení dynamických modulů pružnosti betonu obdobná. Rozdíl v průměrné hodnotě E_{cu} je v závislosti na velikosti a tvaru zkušebního tělesa 1,6 GPa, nejvyšší hodnota byla zjištěna u válců, u hranolů a vývrtů byla výsledná hodnota shodná. Průměrný dynamický modul pružnosti E_{crL} a E_{crf} se liší v závislosti na tvaru zkušebního tělesa o 0,5 GPa, respektive o 1,3 GPa – nejnižší hodnoty byly tentokrát zjištěny u vývrtů a nejvyšší u hranolů, respektive u válců. Výsledky statických modulů pružnosti u obyčejného betonu vykazují nejjednoznačnější trend – čím je štíhlost zkušebního tělesa vyšší, tím je výsledný statický modul pružnosti vyšší. U hranolů (poměr $L/d = 4$) byl modul pružnosti nejvyšší, u vývrtů (poměr $L/d = 3$) o 1,2 GPa nižší a u válců (poměr $L/d = 2$) dokonce o 2,3 GPa nižší. Je pravděpodobné, že pokud by provzdušněné vývrty neměly tak vysokou variability výsledků, stejný trend by nastal také u provzdušněného betonu.

Pro jednoznačnější závěry by bylo nutné experiment výrazně rozšířit. Bylo by pravděpodobně výhodnější použít pouze neprovzdušněný beton a podstatně zvýšit počet zkušebních těles. Na základě prezentovaných výsledků lze velmi opatrně konstatovat, že **tvar a velikost** zkušebního tělesa **nemá na** výsledný **dynamický modul pružnosti** podstatnější **vliv**. **Na statický modul** pružnosti **má** nejvýraznější **vliv štíhlost** zkušebního tělesa – čím je vyšší štíhlost tělesa, tím jsou výsledné hodnoty modulu pružnosti také vyšší.

6.3. Vliv horní meze zatěžovacího cyklu

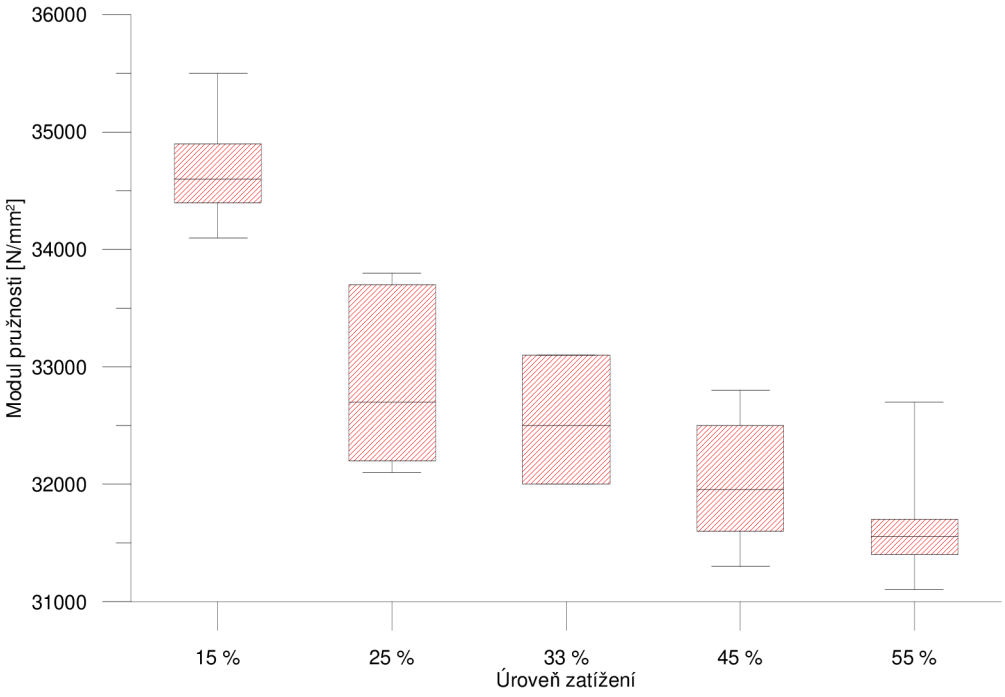
V normách [44] a [43], které popisují postup stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu v tlaku, je uvedeno, že horní zatěžovací úroveň má být rovna 1/3 předpokládané pevnosti zkušebního tělesa v tlaku. Po provedení zkoušky modulu pružnosti má být zkušební těleso zatěžováno až do porušení a skutečná pevnost v tlaku by se od té očekávané neměla lišit o více než 20 %. Pokud se liší, měla by tato skutečnost uvedena v protokolu. Dále ovšem nic, žádné vyřazení výsledku či něco podobného – výsledek zkoušky je platný, ať už se skutečná pevnost v tlaku od očekávané liší libovolným způsobem.

Volba horní meze zatěžovacího cyklu je však pro správné provedení zkoušky statického modulu pružnosti betonu poměrně důležitá, zjištěním míry jejího vlivu se zabývá popisovaný experiment. Za účelem jeho provedení bylo vyrobeno celkem 37 zkušebních těles tvaru hranolu 100 × 100× 400 mm. Všechna zkušební tělesa byla vyrobena ze stejné výrobní dávky čerstvého betonu jako tělesa pro experiment popisovaný v podkapitole 6.1.1., tedy na betonárně ve spolupráci s firmou BETOTECH, s.r.o., pobočka Brno. Tělesa byla uložena do stejného typu forem a ošetřována stejným způsobem po dobu 28 dní. Složení betonu je vypsáno v Tab. P31, vlastnosti ČB jsou uvedeny Tab. P32 v příloze 4.

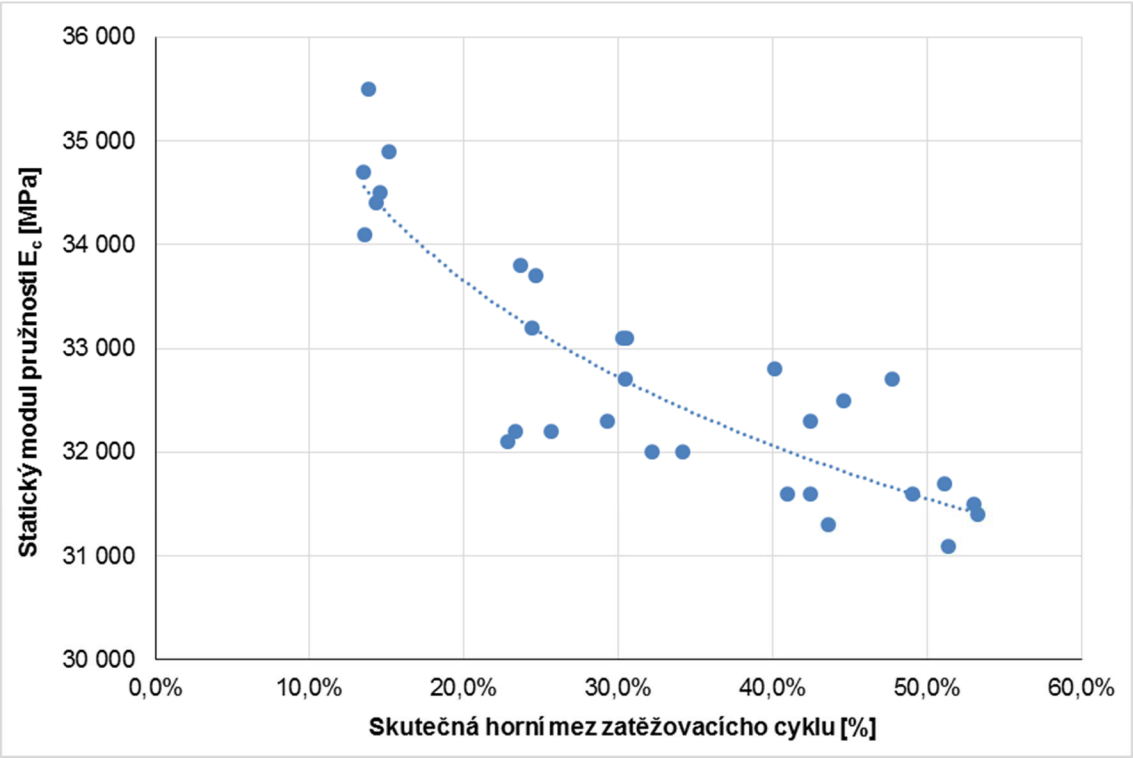
Nejdříve byly na všech 37 zkušebních hranolech určeny rozměry a hmotnost (viz Tab. P41 v příloze 6). Poté bylo na všech tělesech provedeno určení dynamických modulů

pružnosti ultrazvukovou impulzovou a rezonanční metodou. Výstupy jsou uvedeny v Tab. P42. Následně byla zkušební tělesa na základě dynamických zkoušek rozdělena do šesti skupin po šesti kusech tak, aby průměrná hodnota dynamických modulů pružnosti v každé skupině byla přibližně stejná. Tímto způsobem bylo minimalizováno riziko ovlivnění výsledků zkoušek rozdílností kvality zkušebních těles. Poslední, nezařazený hranol sloužil ke zjištění pevnosti betonu v tlaku za současného měření podélných deformací pomocí odporových tenzometrů – průběh zkoušky je předmětem Obr. P64 a P65. Z naměřených dat byl zhotoven deformační diagram betonu v tlaku.

Zkušební tělesa první sady byla tzv. srovnávací – sloužila ke stanovení hranolové (očekávané) pevnosti betonu v tlaku. Zbylé sady zkušebních hranolů sloužily ke stanovení statického modulu pružnosti E_c s různě zvoleným horním zatěžovacím napětím. Druhá sada byla zatěžována na horní napětí, které odpovídalo 15 % očekávané pevnosti v tlaku, třetí sada na napětí rovnajícímu se 25 % očekávané pevnosti, čtvrtá na 33 % (normová hodnota), pátá na 45 % a poslední šestá na 55 % očekávané pevnosti betonu v tlaku. Výsledky experimentu jsou uvedeny v Tab. P43 a P44, jejich grafické znázornění prostřednictvím krabicového diagramu je uvedeno na Obr. 6-9. Po stanovení skutečné pevnosti v tlaku všech zkušebních těles byla u každého hranolu vypočtena skutečná úroveň zatěžování. Závislost skutečného horního zatěžovacího napětí na výsledný modul pružnosti je zobrazen na Obr. 6-10.



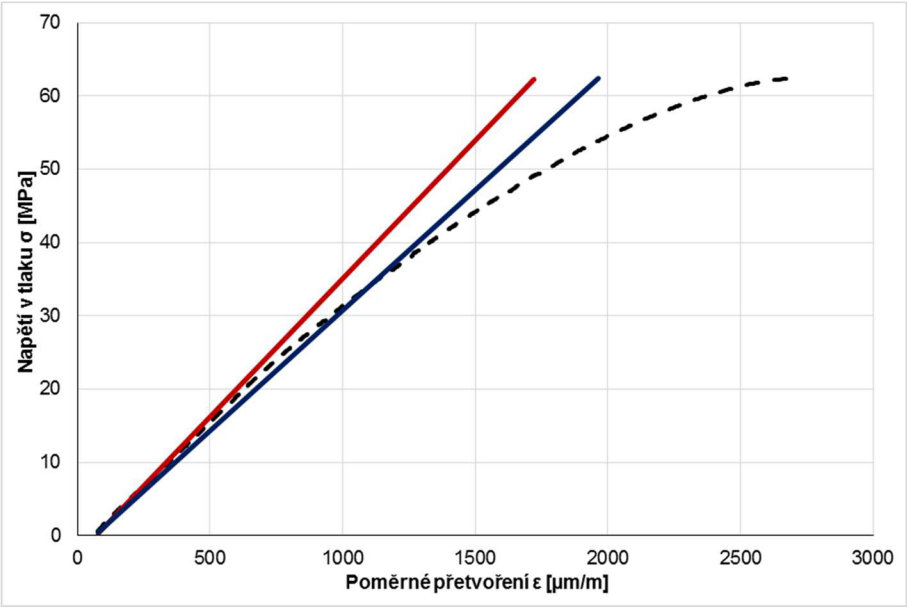
Obr. 6-9 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného pomocí různě nastavených horních zatěžovacích napětí



Obr. 6-10 Závislost skutečné hladiny zatěžovaní na statický modul pružnosti betonu

Nejdříve byla provedena statistická analýza rozptylu ANOVA, prostřednictvím které byla porovnána rovnost středních hodnot statických modulů pružnosti betonu měřených pomocí různých zatěžovacích úrovní. Hypotéza rovnosti středních hodnot byla zamítnuta na hladině významnosti 0,05. Dalším předpokladem bylo, že výraznější změnu výsledné hodnoty statického modulu pružnosti způsobí až velmi podstatná změna zatěžovací hladiny. Za účelem tohoto posouzení byla provedena analýza rozptylu hodnot modulu pružnosti měřených na zatěžovacích hladinách 25 %, 33 % a 45 %. Hypotéza takto sestaveného testu nebyla zamítnuta na hladině významnosti 0,05. Na základě těchto zjištění lze konstatovat, že hodnota statického modulu pružnosti se statisticky významně liší až při výraznější změně horní zatěžovací hladiny při zkoušce. Tento závěr by však bylo vhodné potvrdit rozsáhlejším experimentem s vyšší vypovídací hodnotou.

Zajímavý je graf reálně zjištěného deformačního diagramu betonu v tlaku na Obr. 6-11. Proložené sečny křivkou diagramu zcela podporují závěry experimentu. Červená přímka je sečnou proloženou body odpovídajícím dolnímu zatěžovacímu napětí ($\sigma_B = 0{,}5$ MPa) a hornímu zatěžovacímu napětí napětí $\sigma_A = 15$ % z f_c (skutečná pevnost zkušebního tělesa). Modrá přímka je sečnou proloženou body odpovídajícím $\sigma_B = 0{,}5$ MPa a $\sigma_A = 55$ % z f_c. Směrnice přímek, které odpovídají statické hodnotě modulu pružnosti betonu, se liší o 4,9 GPa.



Obr. 6-11 Deformační diagram betonu v tlaku (čárkovaná černá křivka) stanovený pomocí tlakové zkoušky hranolu č. 18; červená přímka je sečna křivky v bodech 0,5 MPa a 15 % z pevnosti v tlaku, modrá přímka je sečna křivky v bodech 0,5 MPa a 55 % z pevnosti v tlaku

Z výsledků provedeného experimentu vyplývá, že **výrazná změna** hladiny **horního** zatěžovacího **napětí** zatěžovacího cyklu (tedy odchylka od 1/3 skuteční pevnosti v tlaku) **má** statisticky **významný vliv** na hodnotu statického modulu pružnosti betonu v tlaku.

7. Možnost tvorby kalibračních vztahů

Kalibračních vztahů pro zjištění určité charakteristiky ztvrdlého betonu pomocí nedestruktivních metod zkoušení (NDT) existuje celá řada (např. jako součást příslušenství nových produktů firmy Proceq, jako jsou tvrdoměry SilverSchmidt, v normě [128], apod.), téměř výhradně se však jedná o pevnost v tlaku. Není se ovšem čemu divit, když i v nejzákladnější normě pojednávající o specifikaci, vlastnostech, výrobě a shodě betonu [81] se o modulu pružnosti vůbec (!) nepíše.

V praxi však existují situace, kdy by bylo nedestruktivní zjištění přibližné hodnoty statického modulu pružnosti betonu v tlaku velmi výhodné. Typickým příkladem je chvíle vnášení předpětí do prvku či celé konstrukce, zvlášť pokud panují, např. vzhledem k nízké okolní teplotě, pochybnosti o skutečné aktuální hodnotě modulu pružnosti betonu – předpětí je totiž často vnášeno velmi brzy po betonáži (ve stáří betonu např. pouhých 24 hodin).

V disertační práci, která pojednává o modulu pružnosti betonu, by ověření možnosti tvorby kalibračního vztahu pro zjištění statického modulu pružnosti betonu pomocí NDT nemělo chybět.

7.1. Kalibrační vztah obecný

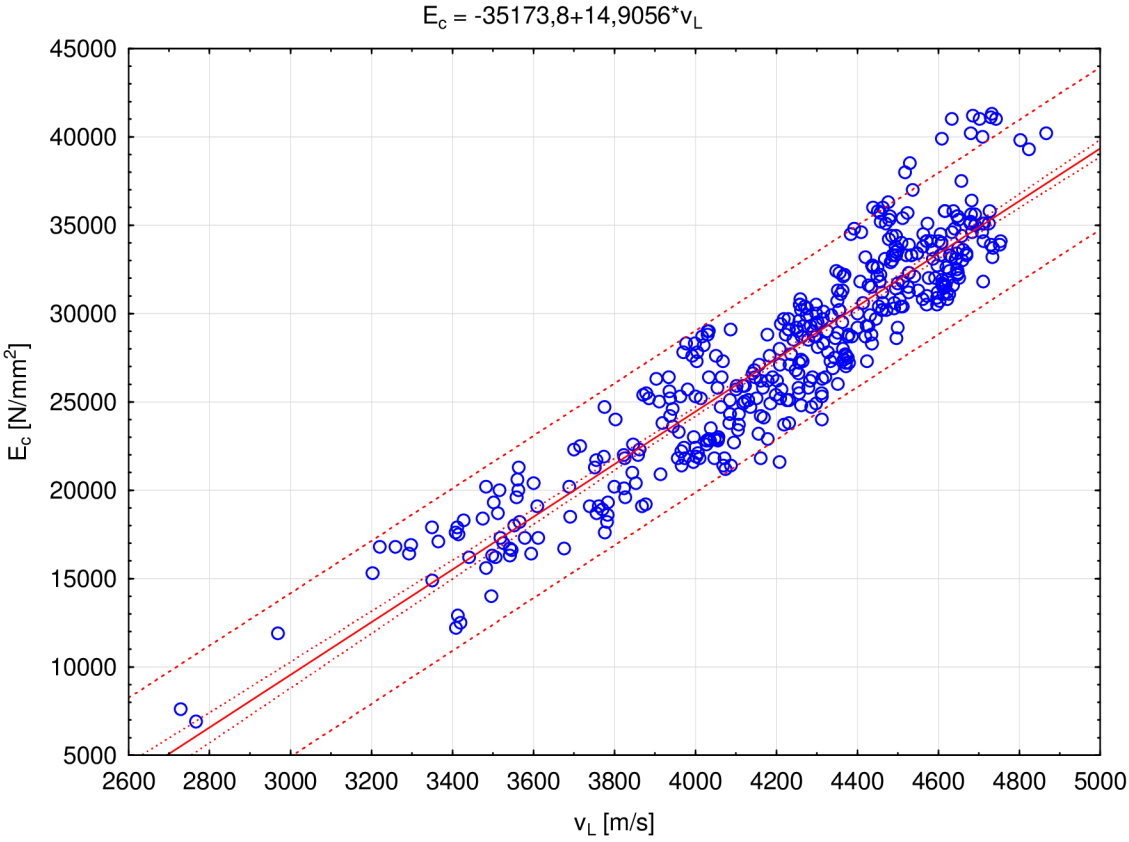
V teoretické části bylo uvedeno, že se kalibrační vztahy dělí na obecné, směrné a určující. Stanovení obecného kalibračního vztahu je možné pomocí minimálně 300 měření na betonech různého složení.

Pro stanovení statické hodnoty modulu pružnosti betonu E_c byla jako NDT parametr zvolena rychlost šíření UZ vlnění v_L, zejména z důvodu snadnosti použití ultrazvukové impulzové metody a možnosti její aplikace in situ.

K tvorbě kalibračního vztahu bylo použito celkem 440 zkušebních těles, na kterých byla současně určena rychlost v_L a hodnota E_c. Počet měření tedy s rezervou vyhovuje podmínkám obecného kalibračního vztahu. Měření proběhla během posledních 7 let. Všechna zkušební tělesa byla vyrobena z obyčejného betonu, všechna měla tvar hranolu o rozměrech 100 × 100 × 400 mm, měření UZ metodou bylo vždy provedeno pomocí přístroje TICO, hodnota E_c byla zjištěna pomocí normy [46], respektive [44] pomocí 200 mm dlouhých tenzometrů, tedy stejným postupem, a co je podstatné především, všechna měření prováděla pouze jedna jediná osoba, konkrétně autor této disertační práce.

Na dosažených výsledcích byla provedena regresní analýza E_c v závislosti na v_L, přičemž v_L byla uvažována jako nezávisle proměnná a E_c byla uvažována jako závisle proměnná. Nejdříve byl proveden výpočet Pearsonova korelačního koeficientu, jehož hodnota *0,9246* se i podle provedených statistických testů významným způsobem liší od nuly. Lze tedy

prohlásit, že korelace mezi sledovanými veličinami je statisticky významná, což vyplývá také z grafu, který je uveden na Obr. 7-1.

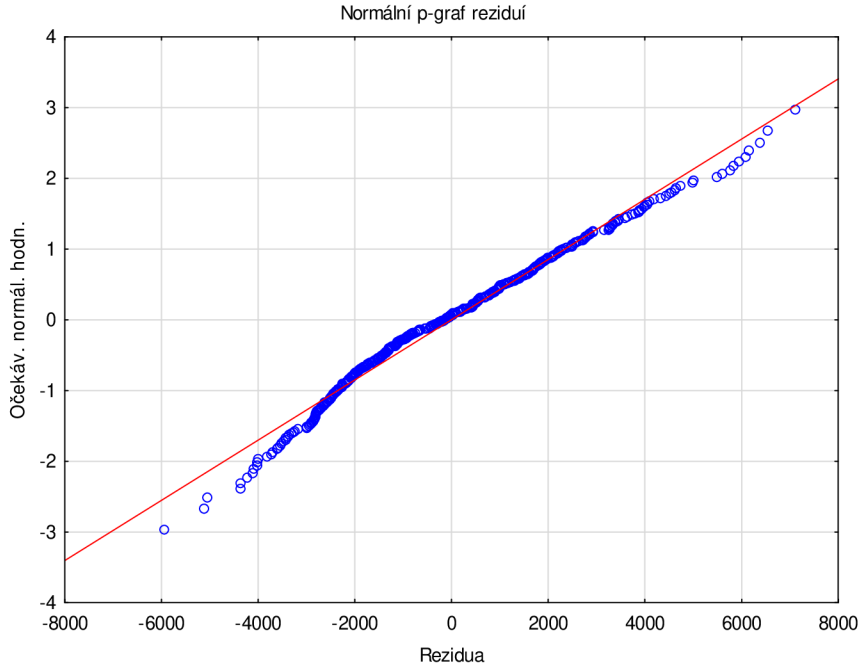


Obr. 7-1 Lineární regresní model závislosti E_c na v_L včetně spolehlivostního a predikčního pásu na hladině významnosti 0,95

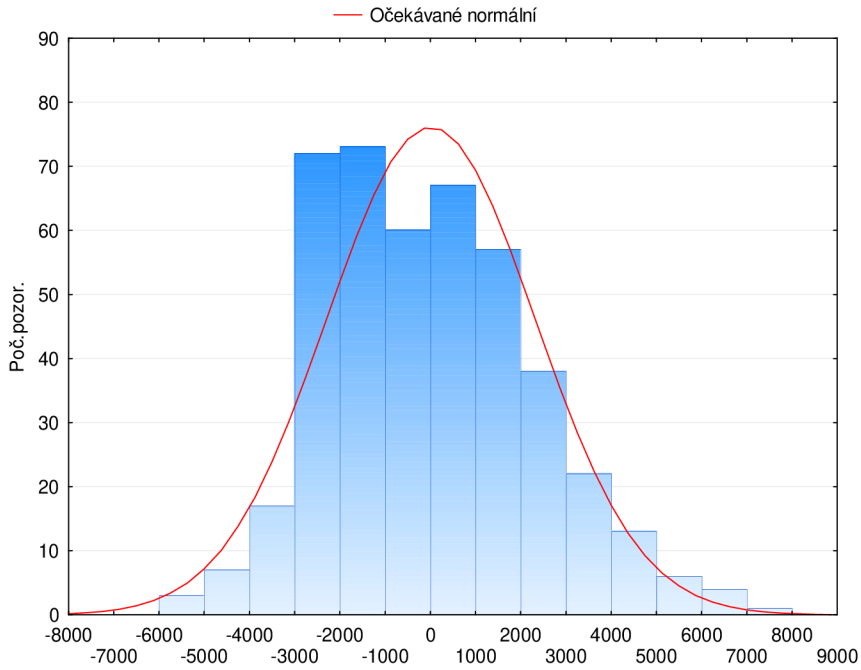
Jako nejvhodnější regresní model se jeví jednoduchý lineární model. Koeficient vícenásobné korelace $R = 0,9246$ a koeficient determinace $R^2 = 0,8549$ popisují, do jaké míry se podařilo lineárním modelem popsat variabilitu experimentálních dat. Pro posouzení vhodnosti tohoto modelu je však nutné provést i další analýzy, jako např. analýzu reziduí. Na Obr. 7-2 je znázorněn normální pravděpodobnostní graf reziduí a na Obr. 7-3 je znázorněn jejich histogram. Tyto grafy ukazují mírnou nesymetričnost hodnot reziduí, kterou potvrdil i Shapiro-Wilkův test normality. Tato mírná nesymetričnost reziduí může do značné míry ovlivnit správnost určení konfidenčních pásů (spolehlivostní a predikční pás). Obr. 7-4 ukazuje graf závislosti reziduí na předpovězených hodnotách. Charakter rozložení těchto hodnot naznačuje porušení jednoho z důležitých předpokladů regresní analýzy, a to předpokladu homoskedasticity.

Tyto a další skutečnosti ukazují, že mezi veličinami E_c a v_L sice pravděpodobně závislost existuje, ale ze statistického hlediska vykazuje vysokou variabilitu. V grafu na Obr. 7-1 je možné vidět, že predikční regresní pásy stanovené na hladině významnosti *0,95* jsou u takto sestaveného modelu na hranici technické použitelnosti. Při zjištění rychlosti prostupu

UZ vlnění betonem zkušebního tělesa např. $v_L = 4\,000\ m/s$ můžeme s pravděpodobností *95 %* určit statický modul pružnosti betonu na interval přibližně *20 000* až *30 000 N/mm²*. Horní hranice tohoto intervalu je tedy o celých *50 %* vyšší než hranice dolní.



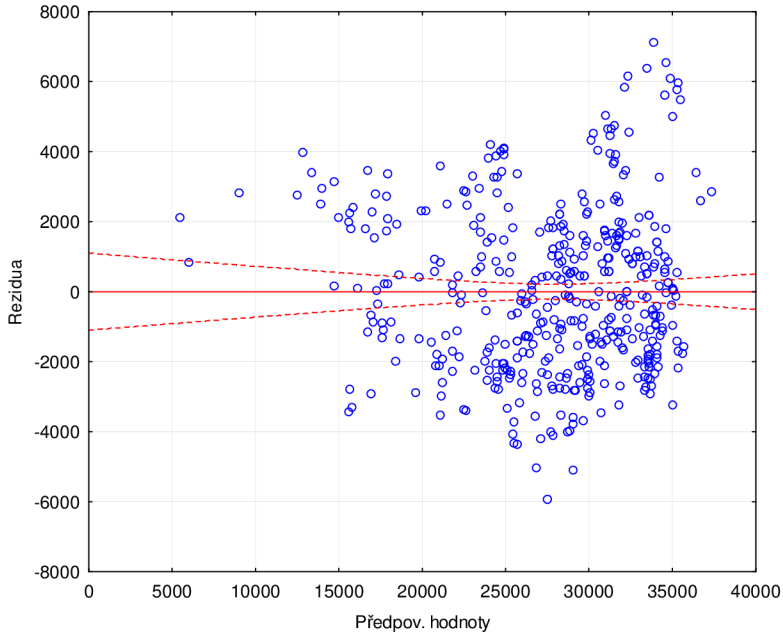
Obr. 7-2 Normální pravděpodobnostní graf reziduí – test normality reziduí



Obr. 7-3 Histogram reziduí lineárního modelu

Z výstupů statistických analýz vyplývá, že vytvořit obecný kalibrační vztah pro zjištění statické hodnoty modulu pružnosti pomocí nedestruktivního měření ultrazvukovou impulzovou metodou jednoznačně možné je. Problém však nastává s přesností zjištěných hodnot, přesněji

řečeno s vysokou variabilitou souboru dat. Bez upřesnění pomocí destruktivních zkoušek je tedy obecný kalibrační vztah pro přesné zjištění modulu pružnosti nevhodný, stejně jako u obecných kalibračních vztahů pro pevnosti betonu v tlaku. Po upřesnění by však bylo možné uvedený obecný kalibrační vztah bez problémů používat.



Obr. 7-4 Graf předpovězených hodnot a reziduí

7.2. Kalibrační vztah určující

Pro tvorbu určujícího kalibračního vztahu bylo využito údajů, které byly získány při provádění experimentu popsaného v kapitole 5.3. Tím byla splněna podmínka nutná podmínka, kterou je dosažení hodnot na zkušebních tělesech z betonů ze stejných složek a vyrobených stejnou technologií.

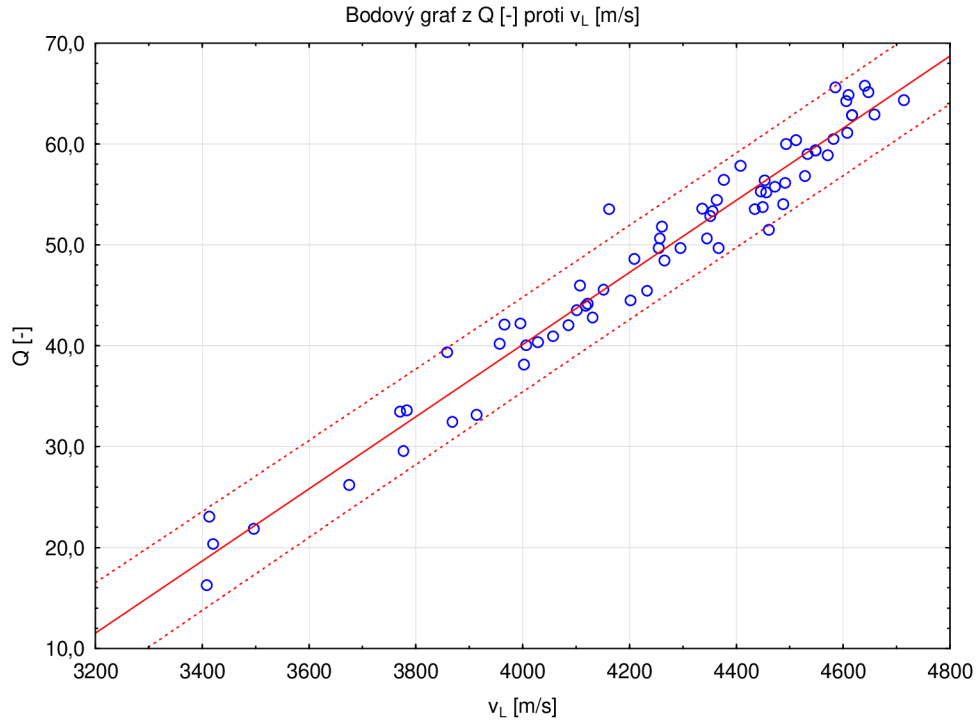
Experiment z kapitoly 5.3. byl navržen poměrně odvážně. Jednalo se o dlouhodobou záležitost, kdy betonáže probíhaly kontinuálně po většinu roku 2011, a provádění se neobešlo bez problémů, jako jsou např. o víkendu vypadnuté pojistky vedoucí k vypnutí automatické zmrazovací skříně KD-20 apod. Základní počet zkušebních těles, který sestával ze tří sad 18 hranolů (celkově tedy o 54 zkušebních těles), byl tedy doplněn také o „nepovedená“ zkušební tělesa, kterých bylo 18. Nepovedená neznamená, že by byl nekvalitní beton či rozměry, ale nebyla dodržena naplánovaná teplota okolního prostředí. Celkově bylo tedy pro tvorbu určujícího kalibračního vztahu použito 72 zkušebních těles. Na každém zkušebním tělese byl stanoven statický modul pružnosti betonu v tlaku E_c, dále byla stanovena rychlost šíření ultrazvukového vlnění betonem v_L, míra odrazu a tvrdoměru Schmidt N a míra vrácené energie Q pomocí tvrdoměru SilverSchmidt PC N. Vše je podrobně vypsáno v Tab. P45a až P47b.

Při tvorbě kalibračního vztahu bylo nejprve nutné provést ověření předpokladů pro použití metody nejmenších čtverců. Vhodný model předpokládal závislost modulu pružnosti E_c (závisle proměnná) na rychlosti v_L, odrazu a a vrácené energii Q (nezávisle proměnné). Vzhledem k charakteru dat byla nejdříve zkoumána možnost tzv. multikolinearity, tedy silné korelace mezi vstupními proměnnými modelu. Korelační matice (viz Tab. 7-1) ukazuje, že silná korelace mezi vstupními veličinami opravdu existuje, neboť všechny prvky této matice se blíží hodnotě 1. Silná korelace je také patrná i na Obr. 7-5 a 7-6. Na základě těchto zjištění je možné konstatovat, že takto vytvořený kalibrační vztah by byl zatížen velkými statistickými chybami, neboť velmi malá změna vstupních parametrů by způsobila velké změny výstupní proměnné E_c.

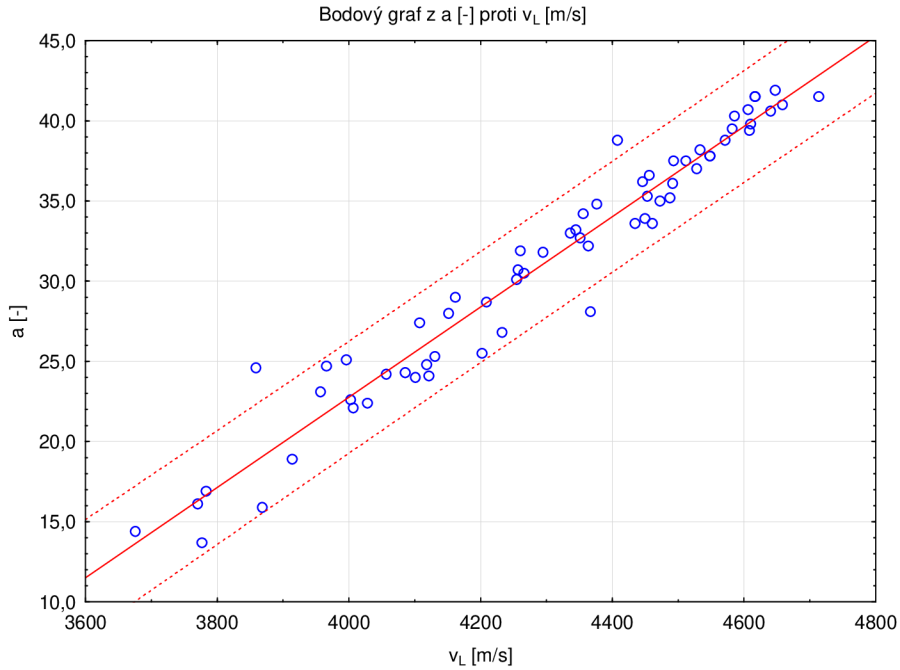
Tab. 7-1 Korelační matice nezávisle proměnných

	v_L	a	Q
v_L	1	0,975	0,972
a	0,975	1	0,985
Q	0,972	0,985	1

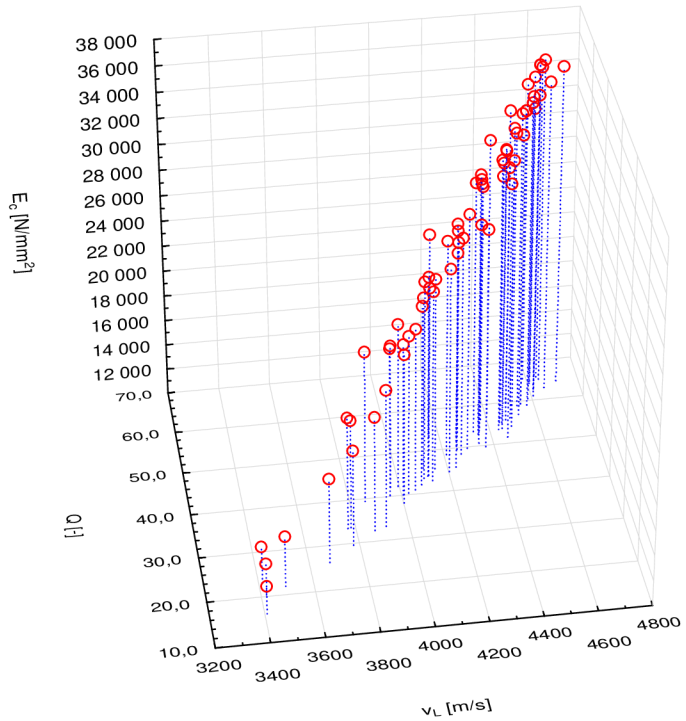
Na Obr. 7-7 a 7-8 jsou znázorněny 3D bodové grafy hodnot E_c vždy v závislosti na dvou vstupních veličinách. Z těchto grafů a z výše uvedených zjištění je zřejmé, že nejvhodnější způsob popisu veličiny E_c je prostřednictvím veličin v_L, a a Q samostatně.



Obr. 7-5 Bodový graf závislosti nezávisle proměnných rychlosti v_L a vrácené energie Q

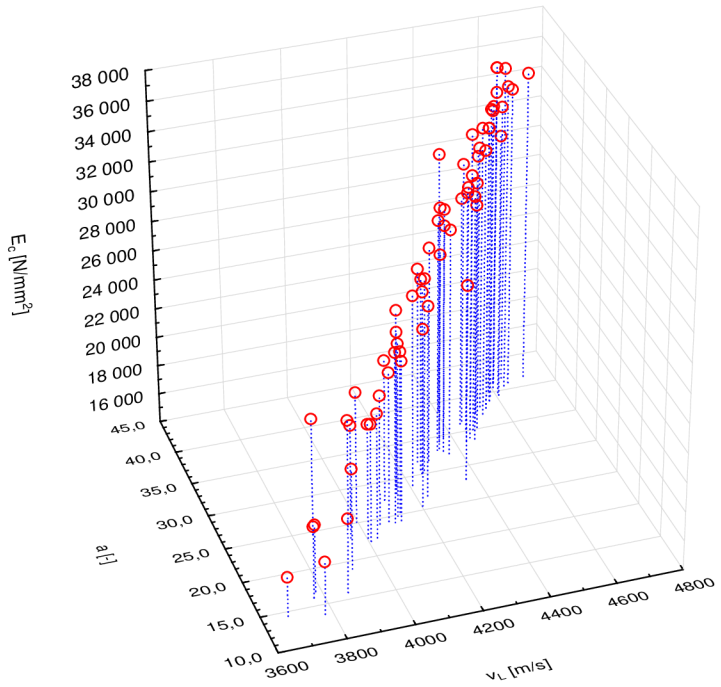


Obr. 7-6 Bodový graf závislosti nezávisle proměnných rychlosti v_L a odrazu a

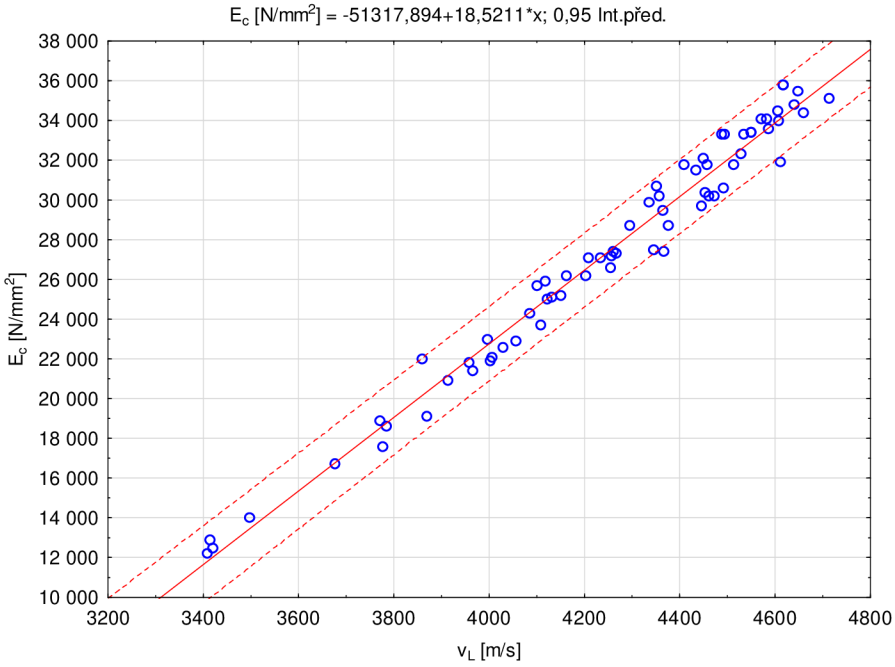


Obr. 7-7 Prostorové znázornění závislosti hodnot E_c v závislosti na rychlosti v_L a vrácené energii Q

Histogramy reziduí takto provedené regresní analýzy jsou uvedeny na Obr. P66 v příloze 7. Závislost statického modulu pružnosti betonu E_c na jednotlivých NDT veličinách je znázorněna na grafech uvedených na Obr. 7-9 až 7-11.



Obr. 7-8 *Prostorové znázornění závislosti hodnot E_c v závislosti na rychlosti v_L a odrazu a*

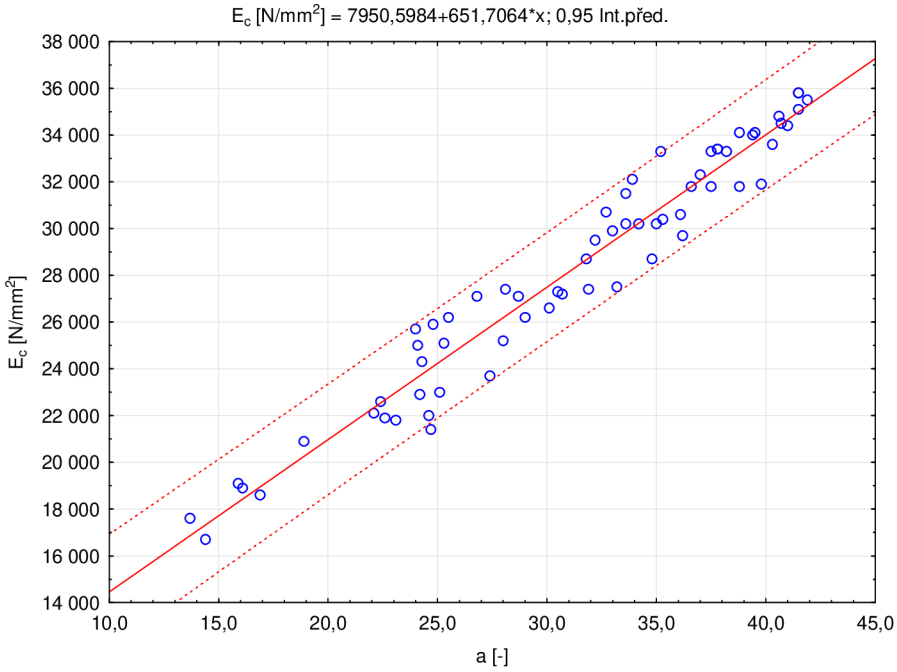


Obr. 7-9 Závislost statického modulu pružnosti betonu E_c na rychlosti UZ vlnění v_L

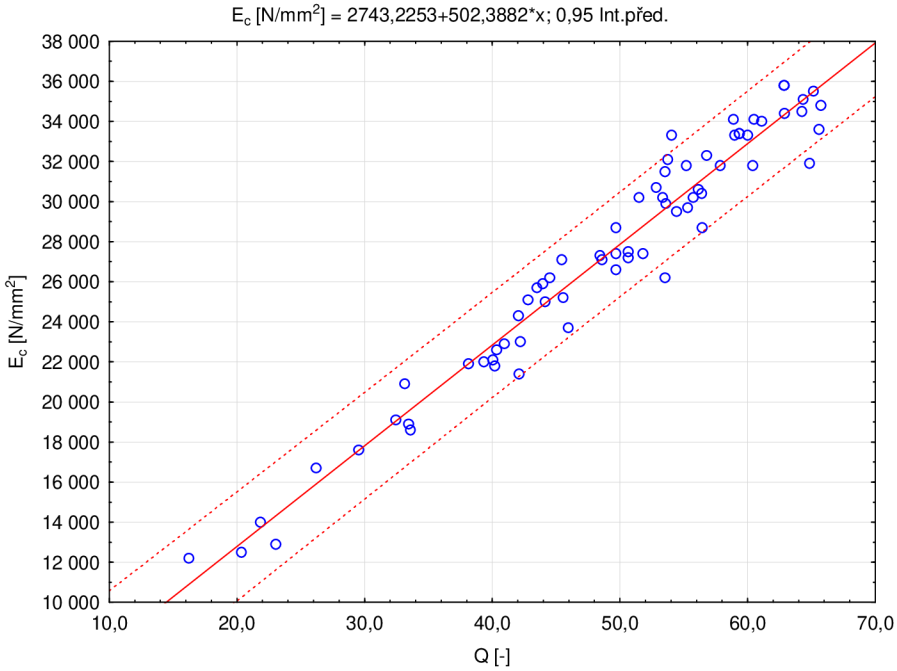
Z uvedených výstupů vyplývá, že tvorba určujících kalibračních vztahů pro zjištění statické hodnoty modulu pružnosti pomocí NDT je možná. Z naměřených údajů také plyne, že v tomto případě víceparametrická analýza nemá smysl, tudíž k určení E_c stačí znát jeden NDT parametr. Beton použitý pro popisovaný experiment je určen pro výrobu předpjatých mostních

nosníků, což je ideální případ, kdy je tvorba určujícího kalibračního vztahu výhodná. Pro ověření aktuální hodnoty E_c by stačilo určit buď rychlost šíření UZ vlnění betonem, nebo míru odrazu (vrácené energie) Schmidtova tvrdoměru. Při požadované hodnotě E_c např. 26,0 GPa by bylo nutné zjistit v_L = *4 200 m/s*, pro 95% jistotu poté v_L = *4 300 m/s*, atd.

Takto zjištěný určující kalibrační vztah pro stanovení E_c neovlivní ani stáří betonu, ani okolní teplota, při které beton zraje. Platí však pouze pro daný beton známého složení.



Obr. 7-10 Závislost statického modulu pružnosti betonu E_c na průměrné hodnotě odrazu a



Obr. 7-11 Závislost statického modulu pružnosti betonu E_c na průměrné hodnotě vrácené energie Q

E. Závěr

V disertační práci jsou popsány nejdůležitější aspekty, které ovlivňují výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu v tlaku (tahu). Na základě provedených experimentů a analýz jejich výsledků byla zhodnocena míra vlivu jednotlivých faktorů.

Modul pružnosti betonu je však fascinujícím fenoménem sám o sobě. Čím hlouběji se podařilo autorovi práce do problematiky modulu pružnosti betonu proniknout, tím více zjišťoval, že toho ví méně, protože objevoval stále nová kvanta nezodpovězených otázek a problémů k řešení. Zajímavá je bezesporu skutečnost, že modul pružnosti betonu nemá jednotnou definici. V základní normě popisující beton, jeho specifikaci a vlastnosti [81] není o této důležité charakteristice ani zmínka (!), což je minimálně zvláštní. Vzhledem k absolutní absenci jakýchkoliv kritérií shody, či definování charakteristických hodnot pro modul pružnosti betonu, vychází veškeré požadavky na modul pružnosti z hodnot uvedených v Eurokódu 2 [15]. Tyto hodnoty přiřazené k pevnostním třídám betonu jsou však pouze směrné (tedy průměrné, či informativní) a zdaleka neodpovídají vysoké variabilitě reálných výsledků modulu pružnosti. Přesné vymezení termínu modul pružnosti, včetně charakteristických hodnot a kritérií shody, je velmi důležité, přesto však v současných platných předpisech chybí. Z toho plynoucí nejasnosti a nedorozumění jsou samostatným aspektem, modul pružnosti může podstatně ovlivnit.

Z technologických vlivů byly zkoumány ty pravděpodobně nejpodstatnější (s výjimkou vlivu množství a druhu hrubého kameniva – tento problém popisuje disertační práce [58]). Všechny tři ověřované faktory, konkrétně provzdušnění, délka a kvalita ošetřování a teplota okolního prostředí při zrání betonu, vykazují na modul pružnosti významný vliv.

Provzdušnění betonu sice zlepší jeho mrazuvzdornost, ovšem poměrně výrazným způsobem sníží hodnoty jeho pevnostních a zejména pružnostních charakteristik. Na základě provedených experimentů bylo zjištěno, že modul pružnosti může vlivem vysoké hodnoty provzdušnění klesnout o více než 15 %.

Ošetřování betonu, zejména jeho kvalita a délka, jsou také významným vlivem na hodnotu modulu pružnosti betonu. Bylo zjištěno, že pokud beton nemá dlouhodobě možnost odebírat vodu z vnějšího prostředí (např. déšť, sníh apod.), může jeho modul pružnosti poměrně výrazně klesat oproti modulu pružnosti betonu kvalitně ošetřovanému.

Z analýzy provedených zkoušek také vyplývá, že pro počáteční hodnoty modulu pružnosti (v prvních několika hodinách až dnech zrání betonu) je nejdůležitější teplota okolního prostředí. Čím je okolní teplota nižší, tím je počáteční modul pružnosti betonu nižší, což je zejména v případě betonáže v zimním období podstatná informace. Zajímavé je, že přestože jsou počáteční hodnoty modulu pružnosti teplotou výrazně ovlivněny, u 28denních hodnot tento jev již neplatí.

Ze zkušebních vlivů stojí za zmínku bezpochyby vliv použitého postupu. Bylo ověřeno, že zvolený postup stanovení statického modulu pružnosti betonu ovlivní výsledek. Pokud uvažujeme dvě různé metody (zkouška v tlaku vs. zkouška v tahu ohybem), lze rozdílné výstupy pochopit. Pokud ovšem stejná metoda (statický modul pružnosti ze zkoušky v tlaku), pouze prováděná podle jiných norem, vykazuje statisticky odlišné výsledky, je to problém. Je tedy nutné, aby byl při požadavku na statický modul pružnosti betonu ze strany projektanta přesně určen zkušební postup, podle kterého má být statický modul pružnosti určen.

V závěru experimentální části byly stanoveny dva kalibrační vztahy pro určení statické hodnoty modulu pružnosti betonu z nedestruktivních měření. Obecný kalibrační vztah, který byl vytvořen pomocí měření ultrazvukovou impulzovou metodou, se potýká s problémem vysoké variability souboru dat, zejména z důvodu rozdílného složení použitých betonů. Zvláště typ a frakce použitého kameniva mění vztah mezi rychlostí UZ vlnění a modulem pružnsoti. Pro praktické užívání stanoveného obecného kalibračního vztahu by bylo nutné zjištěné hodnoty modulu pružnosti upřesnit pomocí destruktivních zkoušek. To však není významný problém, neboť upřesňování kalibračních vztahů (zjištění pevnosti betonu v tlaku na základě NDT) pomocí destruktivních zkoušek na tělesech se běžně používá. Zajímavý výsledek disertační práce představuje stanovený určující kalibrační vztah, který by mohl na betonu známého složení fungovat i bez upřesnění.

Posledním výstupem disertační práce je celkové zhodnocení problematiky transformované do určitých doporučení:

- do normativního systému zavést definici modulu pružnosti betonu, charakteristické hodnoty a kritéria shody;
- přesně stanovit, podle jakého postupu se bude modul pružnosti zkoušet (doporučuji buď ČSN ISO 1920-10 [44], anebo metodu B normy ČSN EN 12390-13 [43]);
- stanovit, na jakých tělesech se bude modul pružnosti zkoušet (osobně navrhuji hranol 100 × 100 × 400 mm, ačkoliv vím, že většina odborné veřejnosti bude tvrdě proti – má to však své důvody – odpadne problém s koncováním tlačných ploch, směr zkoušení je kolmý na směr hutnění betonu a výrazně snáze se určuje vlastní frekvence kroutivého kmitání);
- zhodnotit, zda je pro danou konstrukci hodnota modulu pružnosti podstatná – pouze pokud ano, řídit se údaji z prvního bodu a body následujícími;
- rekognoskace receptury betonu vzhledem k místním podmínkám (zejména druh kameniva) a případná optimalizace receptury, pokud se finančně vyplatí (dovoz surovin, např. čedič nebo žula, atd.);
- důkladné ošetřování betonu – dbát na kvalitní dlouhodobé ošetřování vodou (klidně i více než týden), v zimních období proteplovat.

Literatura

[1] ABDELGADER, H.S.; ELBADEN, A.S.; DIOURI, A.; KHACHANI, N.; ALAMI TALBI, M. Concreting method that produce high modulus of elasticity. *MATEC Web of Conferences* [online]. 2014, **11**: 03012- [cit. 2015-10-21]. DOI: 10.1051/matecconf/20141103012. ISSN: 2261236x. Dostupné z: http://www.matec-conferences.org/10.1051/matecconf/20141103012.

[2] AÏTCIN, P.-C. *Vysokohodnotný beton*. český překlad Bílek, V., ČKAIT, Praha, 2005, ISBN: 80-86769-39-9.

[3] TSAI, CH.-H.; HSU, D.-S. Diagnosis of Reinforced Concrete Structural Damage Base on Displacement Time History using the Back-Propagation Neural Network Technique. *Journal of Computing in Civil Engineering* [online]. 2002, **16**(1): 49-58 [cit. 2015-07-17]. ISSN: 08873801.

[4] CIKRLE, P.; BÍLEK, V. Modul pružnosti vysokopevných betonů různého složení. *Beton TKS,* 2010, roč. 2010, č. 5, s. 40-44. ISSN: 1213- 3116.

[5] TANG, S.W.; YAO, Y.; ANDRADE, C.; LI, Z.J. Recent durability studies on concrete structure. *Cement and Concrete Research* [online]. 2015, **78**: 143-154 [cit. 2015-12-07]. DOI: 10.1016/j.cemconres.2015.05.021. ISSN: 00088846. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0008884615001581.

[6] TEPLÝ, B. Ještě k modulu pružnosti. *Beton TKS,* 2008, roč. 2008, č. 1, s. 74-75. ISSN: 1213- 3116.

[7] COLLEPARDI, M. *Moderní beton*. český překlad Bílek, V., ČKAIT, Praha, 2009, ISBN: 978-80-87093-75-7.

[8] NEMATZADEH, M.; NAGHIPOUR, M. Compressive strength and modulus of elasticity of freshly compressed concrete. *Construction and Building Materials* [online]. 2012, **34**: 476-485 [cit. 2015-06-10]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2012.02.055. ISSN 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061812001328.

[9] DEHESTANI, M.; NIKBIN, I.M.; ASADOLLAHI, S. Effects of specimen shape and size on the compressive strength of self-consolidating concrete (SCC). *Construction and Building Materials* [online]. 2014, **66**: 685-691 [cit. 2015-10-21]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.06.008. ISSN: 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095006181400614X.

[10] MA, CH.; AWANG, A.; OMAR, W. Flexural ductility design of confined high-strength concrete columns: Theoretical modelling. *Measurement* [online]. 2016, **78**: 42-48 [cit. 2015-12-14]. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.09.039. ISSN: 02632241. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263224115005060.

[11] GU, CH.; YE, G.; SUN, W. Ultrahigh performance concrete-properties, applications and perspectives. *Science China Technological Sciences* [online]. 2015, **58**(4): 587-599 [cit. 2015-12-07]. DOI: 10.1007/s11431-015-5769-4. ISSN: 16747321. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1007/s11431-015-5769-4.

[12] PROCHÁZKA, D.; KŘÍŽOVÁ, K.; BROŽOVSKÝ, J. High- Strength Modulus of Elasticity Evaluation. In *New approaches in numerical analysis in civil engineering.* Iasi: Academic society Matei Teiu Botez, 2011. p. 5-16. ISBN: 978-606-582-006- 7.

[13] PARRA, C.; VALCUENDE, M.; GÓMEZ, F. Splitting tensile strength and modulus of elasticity of self-compacting concrete. *Construction and Building Materials* [online]. 2011, **25**(1): 201-207 [cit. 2014-10-24]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2010.06.037. ISSN: 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061810002862.

[14] PROCHÁZKA, D.; KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R. Problematika modulů pružnosti u vysokopevnostních betonů. In *17. betonářské dny 2010.* Hradec Králové: ČBS Servis, s.r.o., 2010. s. 417-420. ISBN: 978-80-87158-28-9.

[15] ČSN EN 1992-1-1 *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ÚNMZ, 2011.

[16] ČSN 73 1201 *Navrhování betonových konstrukcí*. ÚNM, 1986.

[17] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R.; KEPRDOVÁ, Š. Development of elasticity modulus in time for concrete containing mineral admixtures. *An international Journal of Science, Engineering and Technology, World Academy of Science Engineering and Technology,* 2013, vol. 2013, no. 81, p. 1210-1212. ISSN: 2010- 376X.

[18] HUŇKA, P.; KOLÍSKO, J.: Studium vlivu tvaru, velikosti a způsobu přípravy zkušebního tělesa na výsledek zkoušky statického modulu pružnosti betonu v tlaku. *Časopis Beton TKS*, 2011, roč. 2011, č. 1, s. 69 – 71, ISSN: 12133116.

[19] CIKRLE, P. Porovnání statických a dynamických modulů pružnosti. In *Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2008*, Kloknerův ústav ČVUT, Praha, 2008, ISBN: 978-80-01-04123-9.

[20] SHANG, H.-S.; SONG, Y.-P. Behavior of air-entrained concrete under the compression with constant confined stress after freeze–thaw cycles. *Cement and Concrete* Composites, 30 (2008) 9, p. 854-860, ISSN: 09589465.

[21] SHANG, H.-S.; CAO, W.-Q.; WANG, B. Effect of Fast Freeze-Thaw Cycles on Mechanical Properties of Ordinary-Air-Entrained Concrete. *The Scientific World Journal* [online]. 2014, [cit. 2015-07-08]. DOI: 10.1155/2014/923032. Dostupné z: http://www.hindawi.com/journals/tswj/2014/923032/.

[22] BREYSSE, D.; MARTÍNEZ-FERNÁNDEZ, J. Assessing concrete strength with rebound hammer: review of key issues and ideas for more reliable conclusions.

Materials and Structures [online]. 2014, **47**(9): 1589-1604 [cit. 2015-11-16]. DOI: 10.1617/s11527-013-0139-9. ISSN: 13595997. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1617/s11527-013-0139-9.

[23] PYTLÍK, P. *Technologie betonu*. 2. vydání Brno, VUTIUM, 2000, 390 s., ISBN: 80-214-1647-5.

[24] SVOBODA, L. a kol., *Stavební hmoty* [on-line]. [cit. 2015-07-08], Praha, 2013, 3. vydání, 950 s., ISBN: 978-80-260-4972-2. Dostupné z: http://people.fsv.cvut.cz/~svobodal/sh/.

[25] BAJZA, A.; ROUSEKOVÁ, I. *Technológia betónu*. JAGA, Bratislava, 2006, ISBN: 80-8076-032-2.

[26] VEENENDAAL, D.; WEST, M.; BLOCK, P. History and overview of fabric formwork: using fabrics for concrete casting. *Structural Concrete* [online]. 2011, **12**(3): 164-177 [cit. 2015-11-16]. DOI: 10.1002/suco.201100014. ISSN: 14644177. Dostupné z: http://doi.wiley.com/10.1002/suco.201100014.

[27] VAŠKOVÁ, J.; ŠTEVULA, M.; VESELÝ, V. Modul pružnosti automaticky?. *Beton TKS,* 2007, roč. 2007, č. 6, s. 57-59. ISSN: 1213- 3116.

[28] ZHOU, Y.; GAO, J.; SUN, Z.; QU, W. A fundamental study on compressive strength, static and dynamic elastic moduli of young concrete. *Construction and Building Materials* [online]. 2015, **98**: 137-145 [cit. 2015-11-14]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2015.08.110. ISSN: 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061815303275.

[29] ŠMIŘÁK, S. *Pružnost a plasticita I*. CERM, Brno, 2006, 3. vydání, ISBN: 80-7204-468-0.

[30] BAŽANTOVÁ, Z.; SVOBODA, L.; NOVÁK, J.; TOBOLKA, Z. *Nauka o materiálech 10*. ČVUT, Praha, 1991, 1. vydání, 121 s.

[31] HUŇKA, P. *Modul pružnosti betonu – možnosti stanovení, technologické a zkušební vlivy*. Disertační práce. Praha, 2014, 161 s., České vysoké učení technické v Praze, Kloknerův ústav, školitel: Doc. Ing. Karel Kolář, CSc.

[32] ADÁMEK, J.; NOVOTNÝ, J.; KOUKAL, J. *Stavební materiály*, CERM, Brno, 1997, ISBN: 80-214-0631-3.

[33] VYMAZAL, T. *Vlastnosti stavebních látek*. [on-line], přednáška v předmětu BI01 Stavební látky, [cit. 2015-09-29], dostupné z: http://www.szk.fce.vutbr.cz/index.php?id=vyuka&predmet=BI01.

[34] http://www.s-cool.co.uk/a-level/physics/stress-and-strain/revise-it/energy-in-stress-strain-graphs [cit. 2015-11-13].

[35] NAVRÁTIL, J. *Předpjaté betonové konstrukce*, CERM, Brno, 2008, 2. vydání, ISBN: 978-80-7204-561-7.

[36] CIKRLE, P.; AMBROSOVÁ, V.; HAVLÍKOVÁ, D. *Zkoušení stavebních materiálů*. CERM, Brno, 1997, 1. vydání, ISBN: 90-214-0641-0.

[37] ADÁMEK, J. a kol. *Vlastnosti a zkoušení stavebních materiálů*. CERM, Brno, 1995, 1. vydání, ISBN: 80-214-0609-7.

[38] http://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-11-mechanics-of-materials-fall-1999/modules/ss.pdf [cit. 2015-11-13].

[39] ASTM Standard C469/C469M - 10, 2010, "Standard Test Method for Static Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression", ASTM International, West Conshohocken, U.S., DOI: 10.1520/C0469_C0469M-10.

[40] NEVILLE, A.M. *Properties of Concrete*. 5th edition, London: Pearson, 2011. ISBN: 978-0-273-75580-7.

[41] ANTON, O. a kol., *Zkušebnictví a technologie – Laboratorní cvičení*, Zkušebnictví a technologie – modul BI02 – M02.

[42] NEWMAN, J.; CHOO, B.S. *Advanced Concrete Technology – Concrete properties*. GB: Elsevier Ltd. 2003, ISBN: 0-7506-5104-0.

[43] ČSN EN 12390-13 Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 13: Stanovení sečnového modulu pružnosti v tlaku. ÚNMZ, 2014.

[44] ČSN ISO 1920-10 Zkoušení betonu – Část 10: Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku. ÚNMZ, 2014.

[45] Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary. American Concrete Institute, U.S., ISBN: 978-0-87031-744-6, 2011, 503 p.

[46] ČSN ISO 6784 Beton – Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku. FÚNM, 1993.

[47] CIKRLE, P. *Dynamické a statické moduly pružnosti betonu*. [on-line], přednáška v předmětu BI02 Zkušebnictví a technologie, [cit. 2015-09-29], dostupné z: http://www.szk.fce.vutbr.cz/index.php?id=vyuka&predmet=BI02.

[48] NEWMAN, J.; CHOO, B.S. *Advanced Concrete Technology – Processes*. GB: Elsevier Ltd. 2009, ISBN: 0-7506-5105-9.

[49] NILSON, A.H.; WINTER, G. *Design of Concrete Structures*. EleventhEdition, McGraw-Hill, Singapore, 1991.

[50] NEVILLE, A.M.; BROOKS, J.J. *Concrete Technology*. Second edition. England: Prentice Hall, 2010. 442 s. ISBN: 978-0-273- 3219-8.

[51] CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. Thomas Telford, U.K., 1993, 437 p. ISBN: 0-7277-1696-4.

[52] BARTULÍKOVÁ, R. *Vliv provzdušnění a ošetřování na vývoj modulu pružnosti betonu*. Brno, 2013. 105 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Dalibor Kocáb.

[53] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R. Influence of Concrete Curing on Modulus of Elasticity. In *Binders, Materials and Technologies in Modern Construction. Advanced Materials Research.* Switzerland: Trans Tech Publications, 2015. p. 120-123. ISBN: 978-3-03835-452- 9. ISSN: 1022- 6680.

[54] HELA, R.; KŘÍŽOVÁ, K. *Comparison of static elasticity modulus of Conventional and Self- Compacting Concrete.* Italy: L.E.G.O. spa, 2011. p. 1-8.

[55] YILDIRIM, H.; SENGUL, O.. Modulus of elasticity of substandard and normal concretes. *Construction and Building Materials* [online]. 2011, **25**(4): 1645-1652 [cit. 2015-03-17]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2010.10.009. ISSN 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061810005040.

[56] LYDON, F.D.; IACOVOU, M. Some factors affecting the dynamic modulus of elasticity of high strength concrete. *Cement and Concrete Research* [online]. 1995, **25**(6): 1246-1256 [cit. 2015-12-16]. DOI: 10.1016/0008-8846(95)00117-U. ISSN 00088846. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/000888469500117U.

[57] HUŇKA, P.; KOLÍSKO, J.; ŘEHÁČEK, S.; VOKÁČ, M.: Zkušební a technologické vlivy na modul pružnosti betonu – rekapitulace. *Časopis Beton TKS*, 2012, roč. 2012, č. 4, s. 62 – 67, ISSN: 12133116.

[58] MITRENGA, P. *Vliv kameniva na hodnoty modulu pružnosti kameniva*. Disertační práce, Brno, 2011, 259 s., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví, vedoucí disertační práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

[59] VYMAZAL, T.; ŽALUD, O.; MISÁK, P.; KUCHARCZYKOVÁ, B.; JANOUŠEK, P. Vliv obsahu vzduchu ve ztvrdlém provzdušněném betonu na hodnotu statického modulu pružnosti a pevnosti v tlaku stanovenou NDT metodami. *Beton TKS,* 2011, roč. 2011, č. 4, s. 73-75. ISSN: 1213- 3116.

[60] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R.; KEPRDOVÁ, Š. Long- term monitoring of the modulus of elasticity depending on the composition of the concrete. In *Recenzovaný sborník příspěvků vědecké interdisciplinární mezinárodní vědecké konference doktorandů a odborných asistentů QUAERE 2013.* Hradec Králové: 2013. p. 2523-2527. ISBN: 978-80-905243-7- 8.

[61] CIKRLE, P.; BÍLEK, V.; JUŘINOVÁ, E. Zkoušení modulu pružnosti pro prefabrikaci. In *Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2009.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2009. s. 61-65. ISBN: 978-80-214-3951-1.

[62] TERZIJSKI, I. Technologické aspekty vývoje a aplikace vysokopevnostního betonu v podmínkách České republiky – část I. Úvod a složky vysokopevnostního betonu. *Beton TKS,* 2011, roč. 2011, č. 1, s. 54-63. ISSN: 1213- 3116.

[63] REITERMAN, P.; HUŇKA, P.; KOLÁŘ, K. Vliv způsobu ošetřování na dlouhodobý vývoj modulu pružnosti. In *17. betonářské dny 2010.* Hradec Králové: ČBS Servis, s.r.o., 2010. s. 425-428. ISBN: 978-80-87158-28- 9.

[64] CIKRLE, P.; HUŇKA, P. Porovnání metodik zkoušení modulu pružnosti betonu, In *Technologie, provádění a kontrola betonových konstrukcí 2006*, Česká betonářská společnost ČSSI, Praha, 2006, ISBN: 80-903502-4-0.

[65] POWERS, T.C.; BROWNYARD, T.L. Studies of the physical properties of hardened portland cement paste. *ACI Journal 8/1947*, reprinted in Concrete International, Vol. 25, No. 9, pp. 31–42.

[66] WITTMANN, F.H. Heresis on shrinkage and creep mechanisms. Proc. Creep, *Shrinkage and Durability of Concrete and Concrete Structures*, Tanabe Ed., Japan, Taylor&Francis, London, 2008, pp. 3–10. ISBN: 978-0-415-48508-1.

[67] ČSN 73 1380 *Zkoušení odolnosti betonu proti zmrazování a rozmrazování – Porušení vnitřní struktury*. ČNI, 2007.

[68] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R.; PROCHÁZKA, D. Modul pružnosti betonů obsahujících práškové příměsi. In *IX. Odborná konference o vědě, výzkumu a aplikacích v oboru maltoviny MALTOVINY 2010.* Brno: FAST VUT v Brně, 2010. s. 94-98. ISBN: 978-80-214-4204- 7.

[69] BECHYNĚ, S. *Technologie betonu, sešit první Složky betonu*. edice Betonové stavitelství, Praha, 1954, Státní nakladatelství technické literatury.

[70] ČSN 73 1201 *Navrhování betonových konstrukcí*. ÚNM, 1967.

[71] CIKRLE, P.; KOCÁB, D.; MITRENGA, P. Modul pružnosti hornin určených pro výrobu hrubého kameniva. In *Zkoušení a jakost ve stavebnictví. Sborník recenzovaných příspěvků konference.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2010. s. 273-278. ISBN: 978-80-214-4144-6.

[72] ČSN 73 3251 Navrhování konstrukcí z kamene, ÚNM, 1986.

[73] BATELKA, M.; ADÁMEK, J. Porovnání modulu pružnosti a trvanlivosti betonů při užití nového druhu umělého kameniva s běžně vyráběnými betony. In *Technologie betonu 2012.* Pardubice: 2012. s. 85-91. ISBN: 978-80-87158-31- 9.

[74] REITERMAN, P.; HUŇKA, P.; KOLÁŘ, K.; KLEČKA, K. Dlouhodobý vliv druhu cementu a dávky příměsi na vývin modulu pružnosti. In 9. *konference TECHNOLOGIE BETONU 2010.* Pardubice: ČBS Servis, s.r.o., 2010. s. 12-15. ISBN: 978-80-87158-23- 4.

[75] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R. Moduly pružnosti v závislosti na návrhu složení betonů. In *8. konference TECHNOLOGIE BETONU. Pardubice:* ČBS Servis, s.r.o., 2009. s. 143-148. ISBN: 978-80-87158-13-5.

[76] HARRISON, T.A.; SPOONER, D.C. *The properties and use of concretes made with composite cements*. Int. Tech. Note 10. Cement and Concrete Association, London, 1986.

[77] BLAŽEK, M. *Vliv počátečních podmínek na modul pružnosti mostního betonu*. Brno, 2012. 58 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

[78] KOCÁB, D.; CIKRLE, P. Modul pružnosti betonu prefabrikovaných mostních nosníků. In *konference Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2010.* Brno, Vysoké učení technické v Brně, 2010, s. 83-90. ISBN: 978-80-214-4144- 6.

[79] PITCHER, D.C. *An investigation of the influence of casting and initial curing temperature on the strength of 28-day cubes*. ACT Project Report, Institute of Concrete Technology.

[80] ČSN EN 197-1 ed. 2 *Cement – Část 1: Složení, specifikace a kritéria shody cementů pro obecné použití*. ÚNMZ, 2012.

[81] ČSN EN 206 *Beton – Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda*. ÚNMZ, 2014.

[82] *Příručka technologa – BETON – suroviny, výroba, vlastnosti*, Českomoravský beton, a.s., 2010, 1. vydání.

[83] ČSN EN 13670 *Provádění betonových konstrukcí*. ČNI, 2010.

[84] BECHYNĚ, S. *Technologie betonu, sešit čtvrtý Pružnost betonu*. edice Betonové stavitelství, Praha, 1959, Státní nakladatelství technické literatury.

[85] KOCÁB, D.; CIKRLE, P.; ZAHRADA, J. Vliv ošetřování mostního betonu na modul pružnosti. In *Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2009.* Brno, VUT v Brně, 2009, s. 141-148. ISBN: 978-80-214-3951-1.

[86] BRODŇAN, M.; BAHLEDA, F.; JOŠT, J.; KOTEŠ, P. Vplyv pôsobenia nízkej teploty na hodnotu modulu pružnosti betónu. In Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2013. Brno, Vysoké učení technické v Brně, 2013, s. 17-24. ISBN: 978-80-214-4777-6.

[87] ČSN 73 2011 *Nedestruktivní zkoušení betonových konstrukcí*. ÚNMZ, 2012.

[88] KOCÁB, D.; MISÁK, P.; CIKRLE, P.; KOMÁRKOVÁ, T.; MORAVCOVÁ, B. Statický modul pružnosti betonu v tlaku dle ČSN ISO 6784 a ČSN EN 12390-13. *Beton TKS*, 2014, roč. 2014, č. 3, s. 74-79. ISSN: 1213- 3116.

[89] ČSN 73 1373 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Tvrdoměrné metody zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2011.

[90] ČSN 73 6174 *Stanovení modulu pružnosti a přetvárnosti betonu ze zkoušky v tahu ohybem*. ČNI, 1994.

[91] HUŇKA, P. Sledování růstu modulu pružnosti vysokohodnotného betonu. Brno, 2006. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

[92] ČSN 73 1373 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Ultrazvuková impulzová metoda zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2011.

[93] ČSN EN 12504-4 *Zkoušení betonu – Část 4: Stanovení rychlosti šíření ultrazvukového impulsu*. ČNI, 2005.

[94] ČSN 73 1371 *Ultrazvuková impulsová metóda skúšania betónu*. ÚNM, 1983.

[95] CIKRLE, P.; ANTON, O.; DANĚK, P.; KUCHARCZYKOVÁ, B.; MISÁK, P.; GROHOVÁ, T. *NDT zkoušení ve stavebnictví*. Ústav stavebního zkušebnictví, Brno, 2015, Příručka kurzu CŽV, verze 2015.

[96] HOBST, L.; ADÁMEK, J.; CIKRLE, P.; SCHMID, P. *Diagnostika stavebních konstrukcí: Průvodce předmětem*. Brno, FAST VUT v Brně, 2005.

[97] KOPEC, B. a kol., *Nedestruktivní zkoušení materiálů a konstrukcí*, CERM, Brno, 2008, ISBN: 978-80-7204-591-4.

[98] ČSN 73 1372 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Rezonanční metoda zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2012.

[99] ČSN 73 1372 *Rezonančná metóda skúšania betónu*. ÚNM, 1983.

[100] ČSN EN 12371 *Zkušební metody přírodního kamene – Stanovení mrazuvzdornosti*. ÚNMZ, 2010.

[101] CIKRLE, P.; POSPÍCHAL, O. Nový způsob stanovení mrazuvzdornosti betonu s využitím metod pro sledování poruch struktury. *Beton TKS,* 2011, roč. 2011, č. 3, s. 56-61. ISSN: 1213- 3116.

[102] LU, X.; SUN, Q.; FENG, W.; TIAN, J. Evaluation of dynamic modulus of elasticity of concrete using impact-echo method. *Construction and Building Materials* [online]. 2013, **47**: 231-239 [cit. 2014-10-23]. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2013.04.043. ISSN 09500618. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095006181300384X.

[103] MONTEIRO, P.J.M.; HELENE, P.R.L.; KANG, S.H. Designing concrete mixtures for strength, elastic modulus and fracture energy. *Materials and Structures* [online]. 1993, **26**(8): 443-452 [cit. 2015-09-03]. DOI: 10.1007/BF02472804. ISSN 00255432. Dostupné z: http://www.springerlink.com/index/10.1007/BF02472804.

[104] ŠIMONOVÁ, H.; HAVLÍKOVÁ, I.; DANĚK, P.; LEHKÝ, D.; KUCHARCZYKOVÁ, B.; KERŠNER, Z. Effect of Cement Dosage on Selected Mechanical Fracture Parameters of Concretes. In *Dynamics of Civil Engineering and Transport Structures and Wind Engineering. Applied Mechanics and Materials.* Switzerland: Trans Tech Publictions Inc., 2014. p. 239-242. ISBN: 978-3-03835-197- 9. ISSN: 1660- 9336.

[105] ŠIMONOVÁ, H.; HAVLÍKOVÁ, I.; DANĚK, P.; KERŠNER, Z.; VYMAZAL, T. The Effect of a Superplasticizer Admixture on the Mechanical Fracture Parameters of Concrete. *Materiali in tehnologije,* 2015, vol. 49, no. 3, p. 417-421. ISSN: 1580-2949.

[106] FERNÁNDEZ-CANTELI, A.; CASTANÓN, L.; NIETO, B.; LOZANO, M.; HOLUŠOVÁ, T.; SEITL, S. Determining fracture energy parameters of concrete from the modified compact tension test. *Frattura ed Integrita Strutturale,* 2014, vol. 30, no. 1, p. 383-393. ISSN: 1971-8993.

[107] HOLUŠOVÁ, T.; SEITL, S.; FERNÁNDEZ-CANTELI, A. Numerical Simulation of Modified Compact Tension Test depicting of Experimental Measurement by ARAMIS. *Key Engineering Materials (print)*, 2015, vol. 627, no. 1, p. 277-280. ISSN: 1013-9826.

[108] HOLUŠOVÁ, T.; LOZANO, M.; KOMÁRKOVÁ, T.; KOCÁB, D.; SEITL, S. Modified compact tension test: evaluation of the experiments of cylindrical specimens from cementitious composites. In *Modelování v mechanice 2015.* Ostrava, Česká republika, 2015. p. 1-9. ISBN: 978-80-248-3756-7.

[109] HUŇKA, P; KOLÍSKO, J. Studium vlivu tvaru, velikosti a způsobu přípravy zkušebního tělesa na výsledek zkoušky statického modulu pružnosti betonu v tlaku. In *Betonářské dny 2008*. Hradec Králové, ČBS servis, s.r.o., 2008. ISBN: 978-80-87158-11-1.

[110] PROCHÁZKA, J.; ŠTĚPÁNEK, P.; KRÁTKÝ, J.; KOHOUTKOVÁ, A.; VAŠKOVÁ, J. *Navrhování betonových konstrukcí 1: Prvky z prostého a železového betonu*. Praha, ČBS Servis, 2009, 3. vydání. ISBN: 978-80-903807-5-2.

[111] ČSN EN 12390-1 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 1: Tvar, rozměry a jiné požadavky na zkušební tělesa a formy*. ÚNMZ, 2013.

[112] ČSN EN 12390-2 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 2: Výroba a ošetřování zkušebních těles pro zkoušky pevnosti*. ÚNMZ, 2009.

[113] VILARDELL, J.; AGUADO, A.; AGULLO, L.; GETTU, R. Estimation of the Modulus of Elasticity for Dam Concrete. *Cement and Concrete Research* [online]. 1998, **28**(1): 93-101 [cit. 2015-06-10]. DOI: 10.1016/S0008-8846(97)00214-7. ISSN 00088846. Dostupné z: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0008884697002147.

[114] ČSN EN 12504-1 *Zkoušení betonu v konstrukcích – Část 1: Vývrty – Odběr, vyšetření a zkoušení v tlaku*. ÚNMZ, 2009.

[115] ČSN EN 12390-3 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles*. ÚNMZ, 2009.

[116] VYMAZAL, T.; ŽALUD, O.; MISÁK, P.; KUCHARCZYKOVÁ, B.; RUMEL, I. Vliv zkušebních forem a ošetřování těles na výsledky zkoušek fyzikálně- mechanických a trvanlivostních charakteristik ztvrdlého betonu. *Beton TKS,* 2011, roč. 2011, č. 4, s. 76-79. ISSN: 1213- 3116.

[117] ARAÚJO, S. S.; GUIMARÃES, G. N.; GEYER, A. L. B. Influence of the type of measuring device in determining the static modulus of elasticity of concrete. [online]. 2012, **5**(2): 0-0 [cit. 2014-10-24]. DOI: 10.1590/S1983-41952012000500001. ISSN

19834195. Dostupné z: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-41952012000500001&lng=en&nrm=iso&tlng=en.

[118] VESELÝ, J. *Zkoušky modulu pružnosti betonu*. Diplomová práce, Praha, 2012, 128 s., České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, Katedra betonových a zděných konstrukcí, vedoucí práce: Ing. Hana Hanzlová, CSc.

[119] TERZIJSKI, I. Technologické aspekty vývoje a aplikace vysokopevnostního betonu v podmínkách České republiky – část II. Vlastnosti vysokopevnostního betonu a jejich zkoušení. *Beton TKS,* 2011, roč. 2011, č. 4, s. 44-53. ISSN: 1213- 3116.

[120] BUBENÍČEK, O. *Vliv zatěžovacích úrovní na hodnotu statického modulu pružnosti betonu*. Brno, 2015. 47 s., 2 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Dalibor Kocáb.

[121] POTOČKOVÁ, M. *Posouzení vlivu cyklického zatěžování na přetvárné charakteristiky ztvrdlého betonu*. Brno, 2014, 44 s., 10 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Misák.

[122] KŘÍŽOVÁ, K.; HELA, R. Evaluation of Static Modulus of Elasticity Depending on Concrete Compressive Strength. *World Academy of Science, Engineering and Technology,* 2015, vol. 9, no. 5, p. 599-602. ISSN: 1307- 6892.

[123] ČSN 73 2011 *Nedeštruktívne skúšanie betónových konštrukcií*. ÚNM, 1986.

[124] ŠIMONOVÁ, H.; HAVLÍKOVÁ, I.; KERŠNER, Z. Modul pružnosti a lomová energie vybraných betonů: experiment vs. predikce. In *Trvanlivost 2015.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví, 2015. s. 134-139. ISBN: 978-80-214-5245- 9.

[125] MISÁK, P.; VYMAZAL, T. Modul pružnosti vs. pevnost v tlaku. *Beton TKS,* 2009, roč. 2009, č. 2, s. 58-59. ISSN: 1213- 3116.

[126] KŘÍŽOVÁ, K.; PROCHÁZKA, D. Statický modul pružnosti současných betonů - standardizované vs. reálné naměřené hodnoty. In *Sborník anotací ke konferenci JUNIORSTAV 2012.* Brno: VUT v Brně, FAST, 2012. s. 1-3. ISBN: 978-80-214-4393-8.

[127] RIEGER, P.; ŠTĚRBA, A. Znovu k údajným problémům s modulem pružnosti betonu, možnost jeho specifikace dle změny Z3 ČSN EN 206-1. *Beton TKS,* 2009, roč. 2009, č. 4, s. 88-91. ISSN: 1213- 3116.

[128] ČSN 73 1370 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Společná ustanovení*. ÚNMZ, 2011.

[129] VRBA, P. *Kalibrace nepřímých metod pro zjišťování vlastností alkalicky aktivovaných betonů*. Brno, 2013. 75 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Vlastimil Bílek, Ph.D.

[130] HOLBOVÁ, M. *Zkoušení počáteční pevnosti betonu elektronickým tvrdoměrem*. Brno, 2015. 54 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

[131] VRBA, P. *Zjišťování pevnosti v tlaku a modulu pružnosti betonu nepřímými metodami*. Brno, 2011. 56 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

[132] KARPÍŠEK, Z. *Matematika IV Statistika a pravděpodobnost*. CERM, Brno, 2002, ISBN: 80-214-2055-3.

[133] ZICHOVÁ, J. *Plánování experimentů a predikční vícerozměrná analýza*. Nakladatelství Karolinum, Praha, 2007, 1. vydání, ISBN: 978-80-246-1407-6.

[134] MELOUN, M.; MILITKÝ, J. *Kompendium statistického zpracování dat – metody a řešené úlohy včetně CD*. : Academia, Praha, 2002, 1. vydání, 764 s., ISBN: 80-200-1008-4

[135] ČSN EN 12350-1 *Zkoušení čerstvého betonu – Část 1: Odběr vzorků*. ÚNMZ, 2009.

[136] ČSN EN 12350-2 *Zkoušení čerstvého betonu – Část 2: Zkouška sednutím*. ÚNMZ, 2009.

[137] ČSN EN 12350-5 *Zkoušení čerstvého betonu – Část 5: Zkouška rozlitím*. ÚNMZ, 2009.

[138] ČSN EN 12350-6 *Zkoušení čerstvého betonu – Část 6: Objemová hmotnost*. ÚNMZ, 2009.

[139] ČSN EN 12350-7 *Zkoušení čerstvého betonu – Část 7: Obsah vzduchu – Tlakové metody*. ÚNMZ, 2009.

[140] ČSN EN 12390-7 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 7: Objemová hmotnost ztvrdlého betonu*. ÚNMZ, 2009.

[141] *SilverSchmidt* [online]. [cit. 2015-09-24]. Dostupné z: http://www.proceq.com/fileadmin/images/products/Concrete/SilverSchmidt/SilverSchmidt_instrument_copy.jpg.

[142] CIKRLE, P.; KOCÁB, D. *Zkušební postupy pro zkoušení betonu v konstrukcích*. [online], přednáška na Beton Univerzity, [cit. 2015-11-27], dostupné z: http://www.betonuniversity.cz/stahnout-soubor?id=1536.

[143] *Ultrasonic NDT Inspection Device: Pundit PL-200* [online]. [cit. 2015-05-24]. Dostupné z: http://www.directindustry.com/prod/proceq/ultrasonic-ndt-inspection-devices-7242-1354737.html.

Použité zkratky a symboly

ČR	Česká republika
VUT	Vysoké učení technické
FAST	Fakulta stavební
ÚSZK	Ústav stavebního zkušebnictví
SCC	samozhutnitelný beton
HSC	vysokopevnostní beton
UHPC	ultravysokohodnotný beton
FCC	fresh compressive concrete (zatím zřejmě není český ekvivalent)
NDT	nedestruktivní zkoušení
UZ	ultrazvuk
ČB	čerstvý beton
ZB	zatvrdlý beton
MCT	modifikovaná zkouška excentrickým tahem
CEM	cement
σ	napětí
ε	poměrné přetvoření
μ	Poissonův poměr
κ_u, κ_r	zmenšovací součinitel pro přepočet dynamického modulu pružnosti na statický modul pružnosti
E	modul pružnosti v tahu (tlaku)
E_c, $E_{c,s}$	statický modul pružnosti v tlaku
E_{cu}, E_{crL}, E_{crf}	dynamický modul pružnosti tlaku (zjištěný pomocí ultrazvukové metody, podélného kmitání rezonanční metody, příčného kmitání rezonanční metody)
G_{cr}	dynamický modul pružnosti ve smyku (zjištěný pomocí rezonanční metody)
f_L, f_f, f_t	vlastní frekvence podélného, příčného, kroutivého kmitání
Δl	změna délky, deformace
F	síla
f_c	pevnost betonu v tlaku
D, ρ	objemová hmotnost
v_L	rychlost šíření ultrazvukového vlnění
L	délka zkušebního tělesa
D_{max}	maximální velikost zrna kameniva
l_0	měřící základna při zkoušce E_c
d	příčný rozměr zkušebního tělesa

α	součinitel upřesnění
°C	stupeň Celsia
m	metr
s	sekunda
N	newton
kg	kilogram
Hz	herz
MPa	megapascal (= N/mm^2)
GPa	gigapascal

Seznam tabulek

1-1 Průměrné hodnoty modulu pružnosti vybraných stavebních materiálů [33] 14
2-1 Směrné hodnoty modulu pružnosti pro jednotlivé pevnostní třídy dle [15, 16] 23
2-2 Hodnoty modulu pružnosti vybraných hornin [71, 72] 25
3-1 Zmenšovací koeficienty κ_u a κ_r pro přepočet dynamické hodnoty modulu pružnosti betonu na hodnotu statickou pro zjištěné třídy betonu [87] 35
4-1 Hodnoty modulu pružnosti v závislosti na pevnosti betonu v tlaku dle [87, 123] 56
5-1 Zjištěné vlastnosti čerstvého obyčejného i provzdušněného betonu 62
5-2 Receptura použitého betonu C 35/45 – hmotnost složek v 1 m^3 ČB 70
6-1 Výsledky zkoušek statického modulu pružnosti stanoveného různými postupy; šedým podbarvením jsou označeny odlehlé hodnoty, které nejsou zahrnuty do výpočtů 76

Seznam obrázků

1-1 Hookův zákon v tahu a tlaku [29] 12
1-2 Idealizované typy pracovních (deformačních) diagramů [32] 13
1-3 Idealizované deformační diagramy materiálů dle chování po odlehčení [40] 13
1-4 Deformační diagram betonu v tlaku (a) a oceli v tahu (b) [29] 14
1-5 Deformační diagram betonu v tlaku [41] 15
1-6 Typy modulu pružnosti zobrazené v deformačním diagramu betonu v tlaku [42] 15
1-7 Deformační diagram se znázorněnými typy modulu pružnosti betonu v tlaku [35] 16
1-8 Idealizované porovnání deformačního diagramu vysokopevnostního a normálního betonu v tlaku [48] 17
1-9 Deformační diagram betonu různé jakosti (s naznačeným modulem pružnosti) [32] ... 17
1-10 Ukázka skutečných deformačních diagramů betonu v tlaku [49] 17
1-11 Porovnání průběhu přetvoření od dotvarování dle [15], na vodorovné ose je čas ve dnech [52]. 18
1-12 Porovnání průběhu přetvoření od dotvarování dle [51], na vodorovné ose je čas ve dnech [52]. 19
2-1 Směrné křivky dle [15] pro modul pružnosti betonu s různým druhem kameniva [4] ... 22
2-2 Porovnání průměrných hodnot modulů pružnosti pro dané třídy betonu dle dřívějších norem [16, 70] a současné normy [15] – převzato z příspěvku [4] 24
2-3 Nomogram závislosti modulu pružnosti betonu na modulu pružnosti použitého kameniva a pevnosti betonu v tlaku [2] 26
2-4 Porovnání naměřených hodnot statických modulů pružnosti betonu [GPa] po 28 dnech zrání zkušebních těles; kameniva z lokality Bílčice vs. Dětmarovice [58] 26
2-5 Srovnání hodnot modulu pružnosti pro betony s kamenivem z různých hornin [4] 26
2-6 Vývoj modulu pružnosti betonu v čase dle [51]; osa x má logaritmické měřítko [35] 28
2-7 Grafické znázornění závislosti statického a dynamického modulu pružnosti na obsahu vzduchu [59] 28
2-8 Porovnání hodnot modulu pružnosti pro betony s minerálními příměsemi [4] 29
2-9 Vliv teploty na vývoj pevnosti betonu v tlaku [7] 30
2-10 Vliv teploty na stupeň hydratace [7] 30
2-11 Vliv teploty zrání betonu na nárůst jeho pevnosti v talku – pro různé betony [76] 30
2-12 Závislost pevnosti betonu v tlaku na teplotě ošetřování [25] 31
2-13 Vliv dlouhodobého ošetřování betonu při rozdílných teplotách na jeho pevnost v tlaku [25]. 31

2-14 Závislost pevnosti v tlaku betonu vyrobeného při rozličných teplotách a následně ošetřovaného při 21 °C [25] 32
2-15 Vliv doby zrání betonu při teplotě 35 °C na 28denní pevnost v tlaku [79] 32
3-1 Umístění tenzometrů na zkušební těleso [47] 37
3-2 Znázornění neúspěšného a úspěšného centrování zkušebního tělesa [47] 38
3-3 Grafické znázornění průběhu centrování zkušebního tělesa dle [44] v čase [47] 38
3-4 Grafické znázornění průběhu zkoušky dle [46] v čase; v současné době platné normě [44] je jediná změna – v měřícím cyklu se stejně jako v předběžných cyklech čeká na horním zatěžovacím napětí 60 s a až poté se odečítají hodnoty [47] 39
3-5 Grafické znázornění reálného průběhu zatěžovací síly a deformace – norma [43], metoda B [88] 39
3-6 Grafické znázornění reálného průběhu zatěžovací síly a deformace – norma [43], metoda A [88] 40
3-7 Grafické znázornění osazení doporučovaného průhyboměru a zkušebního tělesa v průběhu zatěžování [90] 42
3-8 Ultrazvukový přístroj Pundit PL – 200PE firmy Proceq s odrazovou sondou [143] 43
3-9 Ultrazvukový přístroj Pundit PL – 200 firmy Proceq se sondami pro přímé prozvučování [143] 43
3-10 Způsoby měření UZ přístrojem pomocí dvojice sond; vlevo přímé, uprostřed polopřímé a vpravo nepřímé (povrchové) [96] 44
3-11 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – dole [95] 44
3-12 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – uprostřed [95] 44
3-13 Umístění sond pro měření doby průchodu UZ vlnění betonem – nahoře; je důležité, aby měření probíhalo po diagonále (čtvercového průřezu) [95] 45
3-14 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence podélného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence podélného kmitání – vpravo [95] 45
3-15 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence kroutivého kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence kroutivého kmitání – vpravo [95] 46
3-16 Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence příčného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence příčného kmitání – vpravo [95] 46
3-17 Princip měření dynamického modulu pružnosti betonu pomocí metody impact-echo; (a) schéma měření, (b) měření na hranolu, (c) měření na válci [102] 48
3-18 Schéma zkoušky pro stanovení lomové energie pomocí tříbodového ohybu betonového hranolu [105] 48

3-19 Průběh zkoušky stanovení lomové energie [105] 49
3-20 Schéma zkoušky MCT [108] 49
3-21 Poměr pevnosti betonu v tlaku k pevnosti krychelné v závislosti na štíhlosti zkušebního tělesa [110] 50
3-22 Závislost mezi pevností betonu v tlaku a rychlostí zatěžování [25] 52
4-1 Sériový model – deformace cementové pasty a kameniva při stejném napětí [7] 54
4-2 Paralelní model – napětí působí na cementovou pastu a kamenivo pro získání stejné deformace [7] 54
4-3 Deformační chování kameniva, betonu a cementové pasty [7] 55
4-4 Charakteristické závislosti mezi napětím a deformací kameniva, ztvrdlé cementové pasty, malty a ztvrdlého betonu [25] 55
4-5 Porovnání směrných hodnot sečného modulu pružnosti dle [15] s reálně naměřenými daty [125] 57
4-6 Krabicový graf hodnot modulu pružnosti ve vybraných pevnostních třídách [125] 58
4-7 Grafické znázornění kalibračního vztahu pro stanovení pevnosti betonu v tlaku pomocí dvou nedestruktivních metod [128] 59
4-8 Ukázka kalibračního vztahu pro určení hodnoty modulu pružnosti pomocí nového přístroje SilverSchmidt PC N [131] 60
5-1 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti provzdušněného a obyčejného betonu 63
5-2 Statický modul pružnosti provzdušněného i obyčejného betonu po 28 a 730 dnech zrání… 64
5-3 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 1 (ze dne 17. 3. 2009) 66
5-4 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 1 (ze dne 17. 3. 2009) 66
5-5 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 2 (ze dne 1. 5. 2009) 67
5-6 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 2 (ze dne 1. 5. 2009) 67
5-7 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 3 (ze dne 23. 5. 2009) 67
5-8 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 3 (ze dne 23. 5. 2009)… 68

5-9 Grafické znázornění časového vývoje dynamických modulů pružnosti ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 4 (ze dne 30. 5. 2009) 68
5-10 Grafické znázornění časového vývoje statického modulu pružnosti v tlaku E_c ošetřovaného (nasyceného) a neošetřovaného (suchého) betonu 4 (ze dne 30. 5. 2009)… 68
5-11 Záznam teploty betonu ve zkušebních tělesech uložených v referenčním prostředí a v prostředí +10 °C během 7 dnů zrání – druhá betonáž 71
5-12 Zkoušení statického modulu pružnosti pomocí zkušebního lisu FORM-TEST 72
5-13 Záznam zkoušky statického modulu pružnosti v tlaku E_c u hranolu 5°C-D2-A 72
5-14 Časový vývoj statického modulu pružnosti E_c betonu zrajícího při různých teplotách .. 73
5-15 Časový vývoj pevnosti v tlaku $f_{c,\,prism}$ betonu zrajícího při různých teplotách 73
6-1 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného podle norem [46] a [43] 75
6-2 Ukázka nárůstu deformace při konstantní síle – měření podle [43], metoda A 77
6-3 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného ze zkoušky v tlaku (E_c) a ze zkoušky v tahu ohybem (E) – obyčejný beton 78
6-4 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného ze zkoušky v tlaku (E_c) a ze zkoušky v tahu ohybem (E) – provzdušněný beton 78
6-5 Výsledné průměrné hodnoty modulů pružnosti obyčejného betonu zjištěného po 28 dnech zrání na zkušebních tělesech tvaru hranolu, válce a jádrového vývrtu 80
6-6 Výsledné průměrné hodnoty modulů pružnosti provzdušněného betonu zjištěného po 28 dnech zrání na zkušebních tělesech tvaru hranolu, válce a jádrového vývrtu 80
6-7 Co největší provzdušnění betonu bylo záměrné – detail povrchu kvádru z provzdušněného betonu po setření zednickou lžící 81
6-8 Rychlost šíření UZ vlnění kvádrem – změna barvy izovel znázorňuje změnu rychlosti o 100 m/s; vlevo obyčejný beton (rovnoměrný), vpravo provzdušněný beton (nerovnoměrný) [142] 81
6-9 Krabicové grafy výsledků zkoušek statického modulu pružnosti betonu stanoveného pomocí různě nastavených horních zatěžovacích napětí 83
6-10 Závislost skutečné hladiny zatěžovaní na statický modul pružnosti betonu 84
6-11 Deformační diagram betonu v tlaku (čárkovaná černá křivka) stanovený pomocí tlakové zkoušky hranolu č. 18; červená přímka je sečna křivky v bodech 0,5 MPa a 15 % z pevnosti v tlaku, modrá přímka je sečna křivky v bodech 0,5 MPa a 55 % z pevnosti v tlaku 85