

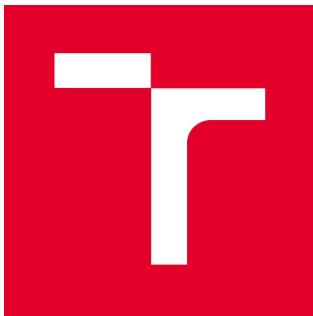
**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta stavební**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Brno, 2021**

**Bc. Jitka Uchytílová**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STAVEBNÍ**  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

**ÚSTAV STAVEBNÍHO ZKUŠEBNICTVÍ**

INSTITUTE OF BUILDING TESTING

## **VYUŽITÍ REGRESNÍ ANALÝZY A TVRDOMĚRNÝCH METOD PŘI VYHODNOCOVÁNÍ PEVNOSTI BETONU V TLAKU V PREFABRIKOVANÝCH DÍLCích**

DETERMINATION OF COMPRESSIVE STRENGTH OF CONCRETE IN PREFABRICATED UNITS USING NDT METHODS AND ADVANCED REGRESSION DIAGNOSTICS

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

DIPLOMA THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

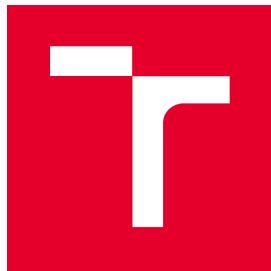
Bc. Jitka Uchytilová

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. PETR MISÁK, Ph.D.

**BRNO 2021**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

## FAKULTA STAVEBNÍ

**Studijní program**

N3607 Stavební inženýrství

**Typ studijního programu**

Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia

**Studijní obor**

3607T009 Konstrukce a dopravní stavby

**Pracoviště**

Ústav stavebního zkušebnictví

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Student**

Bc. Jitka Uchytilová

**Název**

Využití regresní analýzy a tvrdoměrných metod při vyhodnocování pevnosti betonu v tlaku v prefabrikovaných dílcích

**Vedoucí práce**

Ing. Petr Misák, Ph.D.

**Datum zadání**

31. 3. 2020

**Datum odevzdání**

15. 1. 2021

V Brně dne 31. 3. 2020

---

doc. Ing. Pavel Schmid, Ph.D.  
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **PODKLADY A LITERATURA**

KOCÁB, D.; MISÁK, P.; CIKRLE, P. Characteristic Curve and Its Use in Determining the Compressive Strength of Concrete by the Rebound Hammer Test. Materials, 2019, roč. 12, č. 17, s. 1-17. ISSN: 1996-1944.

SZILÁGYI, Katalin, Adorján BOROSNYÓI a István ZSIGOVICS. Extensive statistical analysis of the variability of concrete rebound hardness based on a large database of 60years experience. Construction and Building Materials. 2014, 53, 333-347. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2013.11.113. ISSN 09500618.

CIKRLE, P.; KOCÁB, D. Tvrdoměrné metody zkoušení betonu – část I. Beton TKS, 2018, roč. 18, č. 6, s. 44-47. ISSN: 1213-3116.

CIKRLE, P.; KOCÁB, D.; ČERVENKA, J. Tvrdoměrné metody zkoušení betonu – část II. Beton TKS, 2019, roč. 19, č. 2, s. 14-18. ISSN: 1213-3116.

KOCÁB, D.; CIKRLE, P.; MISÁK, P. Tvrdoměrné metody zkoušení betonu – část III. Beton TKS, 2019, roč. 19, č. 5, s. 42-47. ISSN: 1213-3116.

Normy ČSN EN 13791, ČSN EN 206, ČSN EN 12390-3, ČSN ISO 1920-10 a další.

## **ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ**

Teoretická část:

Shrnutí současných poznatků v oblasti technologie prefabrikace betonových dílců především s ohledem na rizikové faktory jejich výroby. Provedení rešerše zdrojů se zaměřením na tvrdoměrné metody zkoušení a využití regresní diagnostiky. Shrnutí teoretických poznatků o možnostech určení tzv. odhadovací pevnosti betonu prostřednictvím tvrdoměrných metod.

Experimentální část:

Návrh a popis experimentu, jehož cílem bude vytvoření empirických vztahů mezi výsledky zkoušek nedestruktivní tvrdoměrnou metodou a pevností betonu v tlaku. Na základě takto stanovených vztahů budou ověřovány aktuální pevnosti zhotovovaných prvků a možnosti jejich odhadnění. Dalším cílem experimentu bude posouzení stability výroby betonu na základě jeho vybraných charakteristik. Laboratorní zkoušky na odebraných vzorcích betonu. Vyhodnocení a shrnutí získaných výsledků experimentu.

## **STRUKTURA DIPLOMOVÉ PRÁCE**

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

## **ABSTRAKT**

Diplomová práce pojednává o tvrdoměrném měření jako o nástroji pro stanovení manipulační pevnosti betonu. Teoretická část se zabývá rešerší třech oblastí – tvrdoměrného zkoušení, problematiky prefabrikace a statistické analýzy dat. Následující praktická část obsahuje sestavení dvou jednoparametrických lineárních funkcí pro dva typy tvrdoměrů – SilverSchmidt L a SchmidtOriginal N. Statistické zpracování dat je doplněno o analýzu vlivných bodů pomocí Cookovy vzdálenosti. Výsledné statistické modely jsou porovnány s běžně používanými vztahy.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Nedestruktivní zkoušení, tvrdoměrné zkoušení, manipulační pevnost, regresní model, Cookova vzdálenost

## **ABSTRACT**

This thesis deals with the rebound hammer method as a tool for approximation of the time limit for handling the concrete. The theoretical part is focused on three fields of knowledge – rebound hammer test, production of precast concrete components and statistical data analysis. The following practical part deals with the design of two single-parameter linear functions for two types of rebound hammer testers – SilverSchmidt L and SchmidtOriginal N. Statistical data processing is completed by the analysis of influential points by using the Cook's distance. The resulting statistical models are compared with commonly used relationships.

## **KEYWORDS**

Non-destructive testing, rebound hammer test, handling strength, regression models, Cook's distance

UCHYTILOVÁ, Jitka. *Využití regresní analýzy a tvrdoměrných metod při vyhodnocování pevnosti betonu v tlaku v prefabrikovaných dílcích*. Brno, 2021, 84 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce: Ing. Petr Misák, Ph.D.

## **PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE**

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce s názvem *Využití regresní analýzy a tvrdoměrných metod při vyhodnocování pevnosti betonu v tlaku v prefabrikovaných dílcích* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 14. 1. 2021

---

Bc. Jitka Uchytilová  
autorka práce

## **PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Využití regresní analýzy a tvrdoměrných metod při vyhodnocování pevnosti betonu v tlaku v prefabrikovaných dílcích* zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 14. 1. 2021

---

Bc. Jitka Uchytilová  
autorka práce

## PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala vedoucímu diplomové práce panu Ing. Petru Misákovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále děkuji Bc. Martinu Preisnerovi za pomoc při výrobě zkušebních těles a jejich následném zkoušení v závodě S.O.K. stavební, s. r. o. v Třebíči.

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>10</b>
<b>1 Využití tvrdoměrných metod v praxi</b>	<b>12</b>
1.1 Tvrdoměrné metody . . . . .	12
1.2 Tvrdoměry typu Schmidt a rozsah jejich použití . . . . .	14
1.2.1 Original Schmidt . . . . .	14
1.2.2 SilverSchmidt PC . . . . .	14
1.2.3 Rozsah použití odrazových tvrdoměrů . . . . .	15
1.2.4 Převodní vztahy . . . . .	15
1.3 Normové postupy zkoušení . . . . .	20
1.3.1 Zkouška Schmidtovým tvrdoměrem dle ČSN EN 12504-2 . . . . .	20
1.3.2 Zkouška Schmidtovým tvrdoměrem dle ČSN 73 1373 . . . . .	21
1.4 Normové vyhodnocení charakteristické pevnosti betonu v tlaku . . . . .	21
1.4.1 Přístup dle evropských standardů . . . . .	21
1.4.2 Přístup dle ČSN . . . . .	23
1.5 Technologie prefabrikace betonových dílců . . . . .	25
1.5.1 Problematika výroby prefabrikovaných dílců . . . . .	25
1.5.2 Budoucnost prefabrikovaných dílců . . . . .	29
<b>2 Teorie statistické analýzy dat</b>	<b>30</b>
2.1 Statistická analýza jednorozměrných dat . . . . .	30
2.1.1 Popis dat . . . . .	30
2.1.2 Kontrola odlehlych dat . . . . .	30
2.1.3 Ověření normality . . . . .	32
2.2 Dvourozměrná analýza dat . . . . .	32
2.2.1 Korelační koeficient . . . . .	32
2.2.2 Regresní analýza . . . . .	33
<b>3 Praktická část</b>	<b>39</b>
3.1 Popis výrobního závodu . . . . .	39
3.2 Sběr dat . . . . .	41
3.2.1 Plán a způsob zkoušení . . . . .	41
3.2.2 Zhotovení zkušebních těles . . . . .	42
3.2.3 Měření a zkoušení těles . . . . .	43
3.3 Tvorba regresní křivky pro SilverSchmidt PC–L . . . . .	45
3.3.1 Zpracování a úprava dat . . . . .	45
3.3.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt L . . . . .	50

3.3.3	Porovnání vztahů . . . . .	55
3.4	Tvorba regresní křivky pro SchmidtOriginal N . . . . .	56
3.4.1	Zpracování a úprava dat . . . . .	56
3.4.2	Regresní křivka pro SchmidtOriginal N . . . . .	60
3.4.3	Porovnání vztahů . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Závěr</b>	<b>65</b>
	<b>Literatura</b>	<b>67</b>
	<b>Seznam symbolů, veličin a zkratek</b>	<b>71</b>
	<b>Seznam příloh</b>	<b>76</b>
<b>A</b>	<b>Úplné tabulky – SilverSchmidt PC–L</b>	<b>77</b>
<b>B</b>	<b>Úplné tabulky – SchmidtOriginal N</b>	<b>81</b>

# Úvod

Výroba prefabrikovaných dílců má různá specifika, která kladou zvyšující se nároky na jejich kontrolu již během výroby a následné manipulace. Snahou každého závodu je plné naplnění výrobních kapacit. To vede k brzkému odbednění dílců a rychlému přemístění z výrobní podložky na skládku. Přemístění bývá realizováno pomocí mostových jeřábů a háků. Háky jsou uchyceny za manipulační pouzdra, která jsou předem zabetonována v dílci. Nosnost těchto pouzder definují jejich výrobci. Aby mohla být nosnost garantována, je kladen požadavek na minimální tlakovou pevnost betonu v době manipulace.

V procesu výroby je tedy důležité ověřit aktuální pevnost betonu před započetím manipulace. Výhodné je použití nedestruktivních metod, převážně pak tvrdoměrné metody. Ty různými způsoby měří hodnotu odrazu. Jejich vyhodnocení, pomocí regresních modelů, vede k odhadu pevnosti betonu v tlaku [1]. Obecné regresní křivky jsou například uvedeny v normě ČSN 73 1373 [2]. Jejich použití je však omezeno a pro moderní betony nemusí vždy poskytovat relevantní údaje. Norma ČSN EN 13791 [3] uvádí dva alternativní postupy vyhodnocení. První postup je založen na přímé korelací s vývrty, druhý vychází z kalibrace stanoveného vztahu. Své regresní křivky udává pro některé tvrdoměry i jejich výrobce, švýcarská firma Proceq [4].

Výše zmíněné regresní křivky pracují pouze s jednoparametrickými vztahy. To znamená, že pevnost je odhadnuta pouze na základě výsledků tvrdoměrné zkoušky. Jak ale zmiňuje studie [5], měření ovlivňují i jiné faktory, jako je např. typ cementu a vodní coučinitel. Tato studie, která pracuje s několika tisíci testy získanými z laboratorních měření za posledních 60 let ukazuje, že pro nalezení univerzálního vztahu pro odhad pevnosti v tlaku je vhodnější pracovat s víceparametrickými funkcemi.

Tato diplomová práce se zaměřuje na využití a porovnání odrazových tvrdoměrů *OriginalSchmidt N* a *SilverSchmidt PC-L*. Teoretická část práce pojednává o možnostech jejich využití a způsobech vyhodnocení pevnosti. Dále jsou shrnuty současné poznatky z oblasti technologie prefabrikace betonových dílců. Práce také zahrnuje kapitolu věnovanou základům statistické analýzy dat, které jsou potřebné pro stanovení regresní závislosti mezi pevností a tvrdostí. Pozornost je věnována i stanovení tzv. charakteristické pevnosti, která zahrnuje potřebnou úroveň spolehlivosti převodního vztahu.

Diplomová práce vznikla na základě spolupráce s firmou S.O.K. stavební s. r. o., která se zabývá mimo jiné výrobou prefabrikovaných prvků. Navržený experiment, z kterého vychází praktická část práce, byl realizovaný ve výrobním závodu s využitím laboratorního zázemí firmy, která disponuje mimo jiné i hydraulickými zkušebními lisy pro zkoušky betonu v tlaku a v ohybu.

V první pasáži praktické části je popsán průběh experimentu, získání dat a jejich následné zpracování. Zpracování vede ke stanovení vztahů mezi pevností betonu  $f_c$  a výsledky tvrdoměrných metod. Hlavním úkolem regresního vztahu je určení odhadu pevnosti v tlaku v počátečních fázích vývoje pevnosti betonu. Vztahy jsou určeny vždy pro jeden konkrétní beton, není tedy nutné zavedení víceparametrického vyjádření. Součástí vyhodnocení je také analýza vlivných bodů v regresním modelu pomocí Cookovy vzdálenosti.

# 1 Využití tvrdoměrných metod v praxi

Tvrdoměrné metody jsou řazeny do skupiny nedestruktivních diagnostických metod (NDT metody). Lze je rozdělit na metody vizuální, metody pro stanovení pevnosti betonu a metody pro určení polohy výztuže. Nedestruktivní zkouška je normou definovaný pojem označující souhrn úkonů obsahující přípravu měření, nedestruktivní měření a jeho následné vyhodnocení.

Při výrobě prefabrikovaných dílců je mimo jiné zapotřebí sledovat shodu fyzikálně mechanických vlastností betonu. K této kontrole lze efektivně využít právě tvrdoměrných metod, ultrazvukových impulsových metod, nebo odtrhových zkoušek.

## 1.1 Tvrdoměrné metody

Tvrdoměrné metody jsou založeny na povrchovém zkoušení betonu pomocí tvrdoměru. Mohou být statického nebo dynamického rázu. Zkoušky jsou prováděny na zkušebním tělese, konstrukci nebo dílci a nedojde při nich k výraznému porušení betonu. Daná materiálová charakteristika je stanovena nepřímo na základně převodních vztahů. Lze tím rozumět normový vztah nebo převodní vztah uváděný výrobcem zkušebního zařízení, ale také může jít o přepočet stanovený pomocí nástrojů matematické statistiky. Takto vyhodnocené měření může být dle potřeby doplněno i o výsledky získané na porovnávacích zkušebních tělesech. Výsledek získaný nedestruktivní zkouškou na jednom zkušebním místě pak například odpovídá výsledku z destruktivního měření na jednom zkušebním tělese [6].

Tvrdost materiálu je obecně definována jako jeho odpor proti plastické deformaci. Tvrdost na rozdíl od pevnosti není fyzikální veličinou a k jejímu určení existují různé metodické přístupy. Tvrdoměrnými zkouškami bývá zpravidla hledán vztah mezi tvrdostí materiálu a jeho tlakovou pevností. Normou ČSN 73 1370 [7] definované vztahy jsou rozlišovány dle výchozího rozsahu dat na [7]:

**Obecný kalibrační vztah** Bývá uváděn výrobcem přístroje, popřípadě ho lze odvodit z vyhodnocení zkoušek z nejméně 300 zkušebních vzorků betonů různého složení, s použitím různé technologie, aby získané hodnoty byly stejnoměrně rozděleny v pravidelných intervalech v celém oboru sledovaných vlastností.

**Směrný kalibrační vztah** Lze ho odvodit z vyhodnocených zkoušek, provedených nejméně na 100 zkušebních vzorcích, které byly vyrobeny z daných druhů betonu

různého složení, jenž přicházejí v úvahu pro sledovanou vlastnost a zvolené technologie tak, aby hodnoty sledované vlastnosti byly stejnoměrně rozložené v pravidelných intervalech v celém oboru sledovaných vlastností.

**Úzký kalibrační vztah** Tento vztah se stanoví pro beton v rozsahu jedné třídy na základě vyhodnocených zkoušek. Počet zkušebních vzorků je takový, aby umožnily stanovení tří nebo čtyř sdružených bodů, stejnoměrně rozložených v oboru měřené vlastnosti. Pro každý sdružený bod tohoto kalibračního vztahu je třeba vyzkoušet nejméně šest zkušebních vzorků, pokud předpis pro zkušební metodu nestanovuje jinak. Minimální počet zkušebních vzorků je 18.

**Široký určující kalibrační vztah** Kalibrační vztah se pro beton daného rozsahu tříd odvodí z vyhodnocených zkoušek, které umožňují stanovení pěti až šesti sdružených bodů, stejnoměrně rozložených v oboru měřené vlastnosti. Je to určující kalibrační vztah, který je stanovený v rozsahu dvou nebo více sousedních tříd betonu. Minimální počet zkušebních vzorků je 30.

Dle způsobu měření plastické deformace jsou rozlišovány tyto základní metody:

- vrypové,
- vtiskové,
- vnikací,
- odrazové.

Norma ČSN EN 12 504-2 [8] uvádí pro stanovení tvrdosti pouze odrazové tvrdoměry, zato v normě ČSN 73 1373 [2] jsou uvedeny odrazové tvrdoměry typu N, L, M a také vnikací tvrdoměry (Špičákový tvrdoměr). V současné době je ve stavební praxi nejrozšířenější použití odrazových metod, konkrétně měření Schmidtovými sklerometry.

Výhodou tvrdoměrných zkoušek je cenová dostupnost, zachování konstrukce a velký počet naměřených dat. Při použití tvrdoměrných metod je zapotřebí pamatovat na tyto zásady [2]:

- je zapotřebí brát v potaz, že pomocí tvrdoměrů se zkouší pouze beton povrchových vrstev,
- při měření se předpokládá, že pevnost betonu v tlaku je stejná do hloubky 200 mm,
- použitelnost základních odrazových tvrdoměrů je udávána normou ČSN 73 1373 a konkrétními výrobci s ohledem na tloušťku, pevnost v tlaku a vlhkost betonu.

## 1.2 Tvrdoměry typu Schmidt a rozsah jejich použití

Renomovaným výrobcem tvrdoměrů typu Schmidt je švýcarská firma Proceq. První tvrdoměry Schmidt byly vyrobeny v roce 1954. Časem docházelo k jejich mnoha inovacím a vznikaly tak nové typy přístrojů, které se od sebe liší jak konstrukcí, tak velikostí vyvinuté energie. Nejběžnější je použití přístrojů Original Schmidt a SilverSchmidt.

### 1.2.1 Original Schmidt

Jedná se o mechanický tvrdoměr jehož princip spočívá v pružině a beranu, který je po uvolnění pružiny vymrštěn na ocelový razník. Při rázu beranu dojde díky vyvinuté energii k vtisku razníku do povrchu betonu a odrazu beranu zpět. Při odskoku beranu je měřena *velikost vratné dráhy odrazu* ( $R$ ), která je závislá na tvrdosti materiálu. Měření je ovlivněno úhlem, který svírá zařízení a měřená plocha [9].

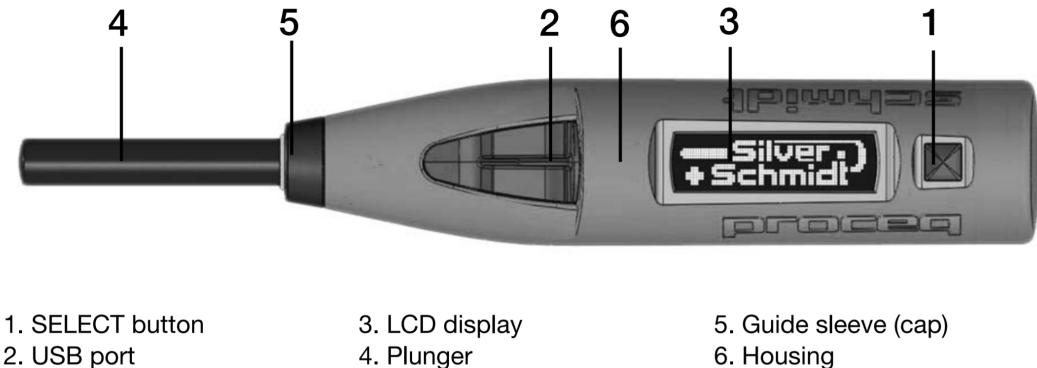
Nejnovější přístroj Original Schmidt OS8000 je vybaven operační jednotkou, která umožňuje digitální záznam, sdílení změrených dat včetně polohy a přímý tisk výsledků. Tvrdoměr je stále opatřen mechanickým displejem a lze ho tedy použít i bez baterie. Největším přínosem přístroje je rychlosť sdílení a vyhodnocení dat [10].

### 1.2.2 SilverSchmidt PC

SilverSchmidt PC (obr. 1.1) je elektronická varianta klasického tvrdoměru. Mechanickou část, která u originálního Schmidta měří délku odrazu, nahradila optická čidla, která měří rychlosť dopadu a odrazu beranu. Na základě změrených rychlostí je stanoven *koeficient vrácené energie* ( $Q$ ), ten udává podíl obnovené a vstupní energie. Koeficient odrazu je oproti hodnotě  $R$  méně závislý na vodící tyči, gravitaci a relativní rychlosti mezi přístrojem a měřenou plochou. Měření již také není ovlivněno úhlem, který svírá přístroj a měřená plocha. Dále je SilverSchmidt PC vybaven operační jednotkou a displejem. Díky předem nahranému kalibračnímu vztahu nebo pomocí vztahů nahraných výrobcem lze získaný koeficient odrazu přímo převést na pevnost betonu v tlaku  $f_c$  v požadovaných měrných jednotkách. Vyhodnocení měření lze rovněž provést po nahrání do počítače pomocí jednotky USB, v rozhraní výrobcem poskytnutého softwaru Hammerlink [11].

Součástí vybavení přístroje SilverSchmidt PC-L může být hřibovitý nástavec (Mushroom Plunger), díky kterému je možné měřit i betony s  $f_c$  od 5 MPa do 30 MPa a konstrukce od tl. 60 mm [12].

I přístroj SilverSchmidt byl modifikován na SilverSchmidt OS8200 (SilverSchmidt Live). Operační jednotka byla doplněna o funkce okamžitého sdílení změřených dat, polohy a bezdrátového připojení k tiskárně pro přímé vytisknutí výsledků testů [13].



Obr. 1.1: Tvrdoměr Silver Schmidt PC [11]

### 1.2.3 Rozsah použití odrazových tvrdoměrů

Na rozsah použitelnosti jednotlivých tvrdoměrů má vliv velikost vyvinuté energie. Ta také určuje hranici reálně změřitelných pevností a možnou minimální tloušťku betonové vrstvy. Jednotlivé typy přístrojů a jím odpovídající parametry jsou uvedeny v tabulce 1.1.

Tab. 1.1: Srovnání rozsahů použití Schmitových tvrdoměrů [2, 12]

Typ tvrdoměru	Energie rázu [Nm]	Pevnost $f_c$ [MPa]	Min. tl. betonové vrstvy [mm]
Schmidt N	2,207	17–60	100
SilverSchmidt N	2,207	10–100	100
SilverSchmidt L	0,735	10–100	60
Silver Schmidt LM s hřibovitým nástavcem	0,735	5–30	60

### 1.2.4 Převodní vztahy

Pro přístroje řady Silver Schmidt existují referenční křivky, které byly odvozeny z výsledků zkoušek na tělesech  $150 \times 150 \times 150$  mm. Zjištovanou hodnotu  $f_c$  lze opravit o tvarový faktor a faktor zohledňující karbonataci betonu. Křivky byly vytvořeny

během rozsáhlých testů Federálním institutem pro výzkum materiálů a testování v Berlíně – BAM, Německo [14]. Firma Proceq udává následující referenční křivky:

- 10% dolní křivka N,
- referenční – 50% křivka N,
- referenční – 50% křivka L,
- referenční – 50% křivka L+M.

Uvedené křivky jsou definovány jako jednoparametrické exponenciální vztahy. Základem je Eulerovo číslo umocněno násobkem hodnoty odrazu. Také v normě ČSN 73 1373 [2] jsou uvedeny obecné vztahy, tabulky a grafy pro výpočet  $f_c$  s nezaručenou přesností (uvedeno níže).

**10% dolní křivka N** Křivka, jejíž předpis je uveden rovnicí (1.1), byla vytvořena pro požadavky normy EN 13 791 [3]. Zahrnuje širokou variabilitu betonových směsí a byla stanovena tak, aby 90 % výsledků měření bylo nad křivkou a pouze 10 % výsledků pod křivkou. Průběh křivky je patrný z obr. 1.2 Poskytuje tedy velmi konzervativní odhad pevnosti v případě, že kladívko není kalibrováno na konkrétní betonovou směs. Rozsah odrazového koeficientu  $Q$  je 22 až 75. Rozsah měřitelné pevnosti je 8 až 100 MPa [4].

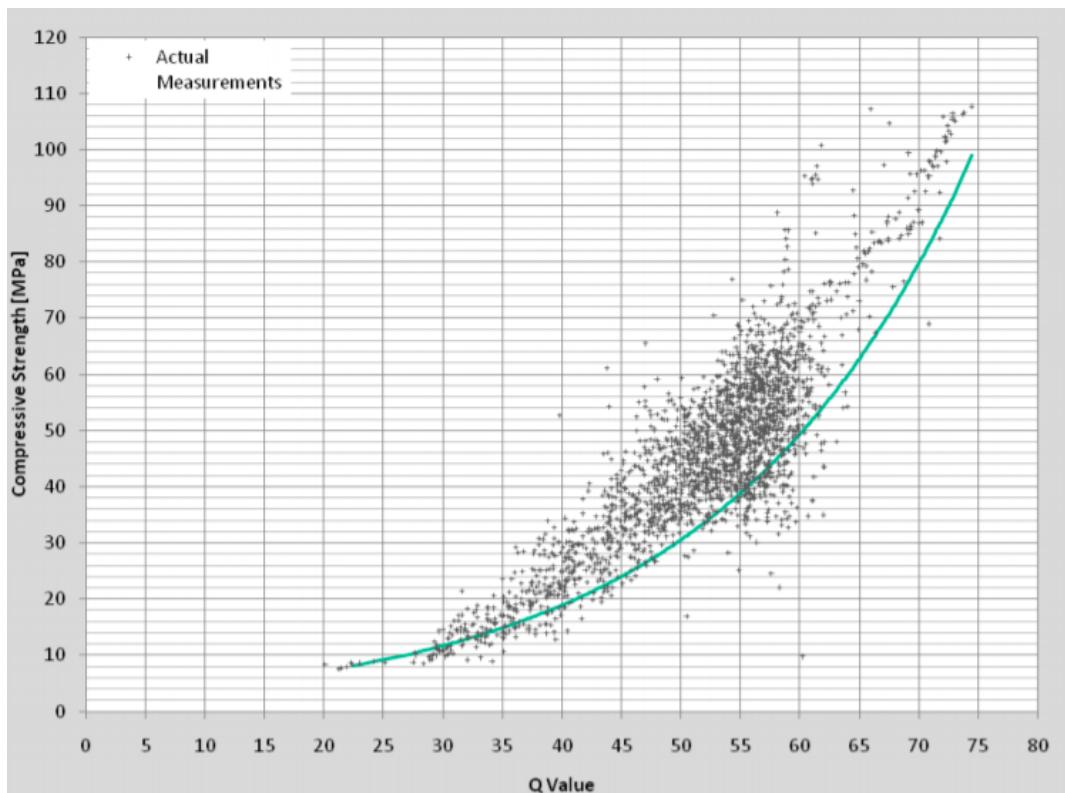
$$f_{ck} = 2,77 \cdot e^{0,048 \cdot Q} \quad (1.1)$$

**Referenční – 50% křivka N** Referenční křivka, jejíž předpis je uveden rovnicí (1.2), byla stanovena na 3 betonových směsích, které se lišily vodním součinitelem a podílem cementu. Průběh křivky je znázorněný na obr. 1.3. Rozsah odrazového koeficientu  $Q$  je 20 až 62. Rozsah měřitelné pevnosti je od 10 do 100 MPa [4].

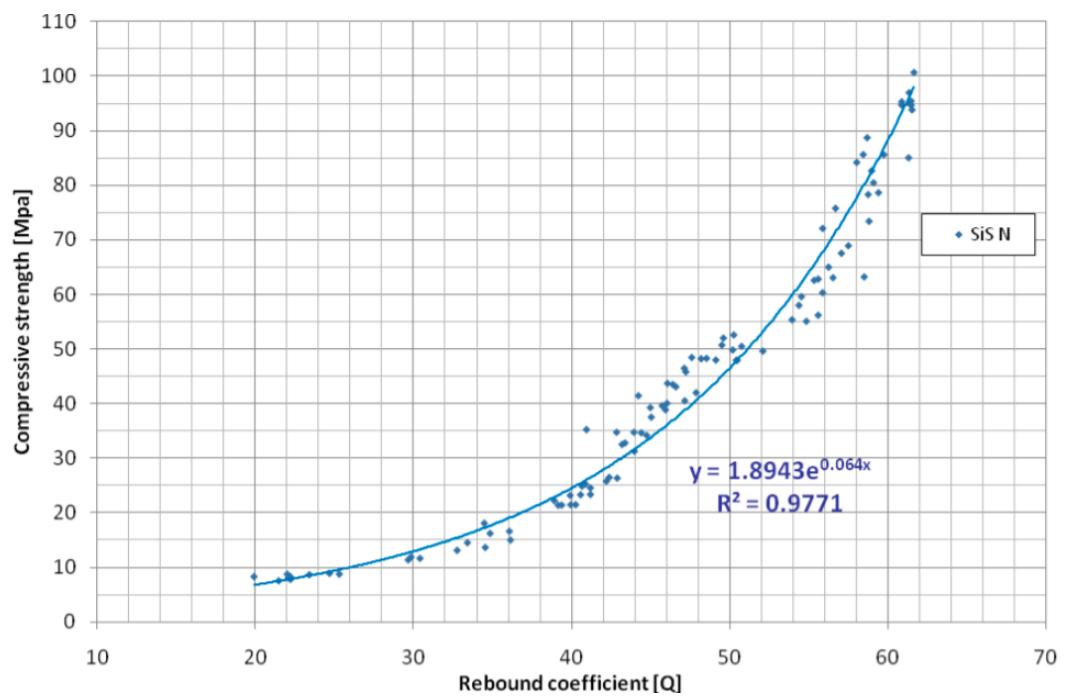
$$y = 1,8943 \cdot e^{0,064 \cdot x} \quad (1.2)$$

**Referenční – 50% křivka L** Křivka, jejíž předpis je uveden rovnicí (1.3), pro přístroj SilverSchmidt typ L, byla odvozena na stejných vzorcích jako referenční křivka pro typ N. Průběh křivky je znázorněn na obr. 1.4. Rozsah odrazového koeficientu  $Q$  je 20 až 62. Rozsah měřitelné pevnosti je od 10 do 100 MPa. [4].

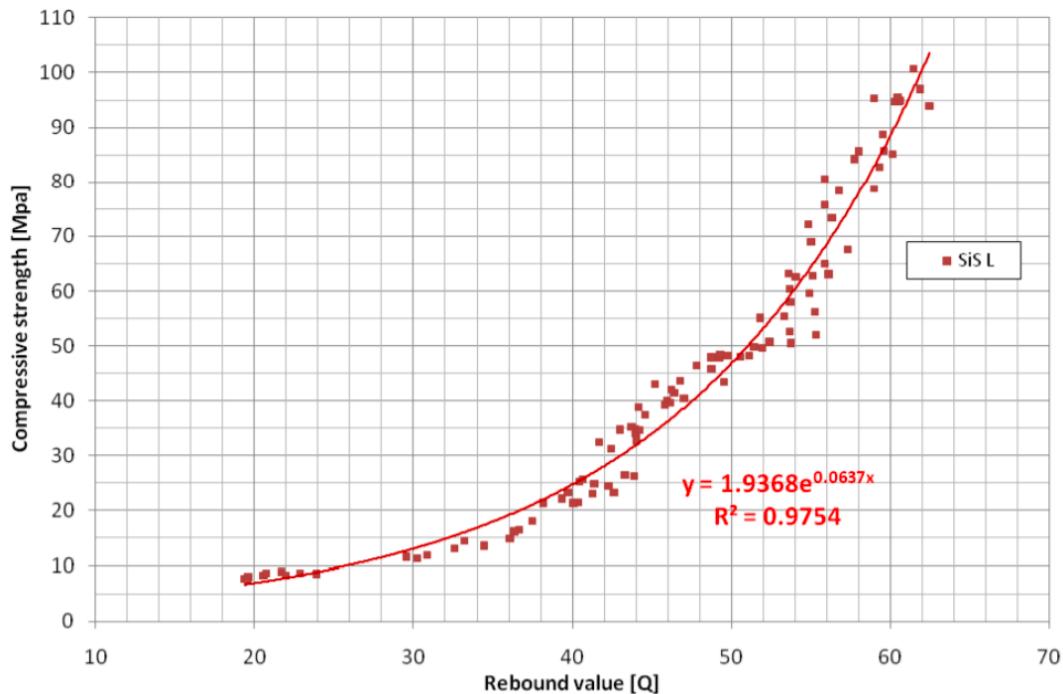
$$y = 1,9368 \cdot e^{0,0637 \cdot x} \quad (1.3)$$



Obr. 1.2: 10% dolní křivka SilverSchmidt typ N [4]



Obr. 1.3: Referenční – 50% křivka SilverSchmidt typ N [4]



Obr. 1.4: Referenční – 50% křivka SilverSchmidt typ L [4]

**Referenční křivky dle normy** V normě ČSN 73 1373 [2] je pro převodní vztahy zaveden termín „kalibrační vztah“. V daném kontextu jde však z pohledu statistiky o nesprávné použití. Korektním označením by bylo použití termínu „regresní závislost“. Vedle oněch kalibračních vztahů norma také uvádí tabulky a grafy pro výpočet  $f_c$  s nezaručenou přesností. Převodní postup je normou definován pouze pro originální Schmidtův tvrdomér typu N, L nebo M. V příloze B je uvedena i tabulka a graf pro špičákový tvrdomér.

Uvedené převodní vztahy jsou platné pouze pro obyčejný hutný beton, zhotovený z běžně používaného hutného kameniva a portlandského cementu, který nebyl vyštaven mimořádným vlivům prostředí. Vztahy rovněž platí pouze pro betony vlhké a přirozeně vlhké stáří 14 až 56 dnů. Obecné kalibrační vztahy neplatí pro betony [2]:

- z kameniva a cementu neobvyklých vlastností,
- zhotovené injektážním způsobem,
- nezhutněné nebo mezerovité.

Norma při vyhodnocení měření Schmidtovým tvrdoměrem typu N zohledňuje směr tvrdoměru při zkoušení. Pro stanovení pevnosti s nezaručenou přesností ( $f_{be}$ ) jsou v normě uvedeny následující vztahy [2]:

- Směr vodorovný
  - Přímka A  $f_{be} = 1,750 \cdot \alpha - 29,000$
  - Přímka B  $f_{be} = 1,786 \cdot \alpha - 30,440$

- Směr svisle dolů
  - Přímka A  $f_{be} = 1,562 \cdot \alpha - 17,813$
  - Přímka B  $f_{be} = 1,667 \cdot \alpha - 21,667$
- Směr svisle nahoru
  - Přímka A  $f_{be} = 1,857 \cdot \alpha - 40,708$
  - Přímka B  $f_{be} = 1,923 \cdot \alpha - 43,611$

kde:

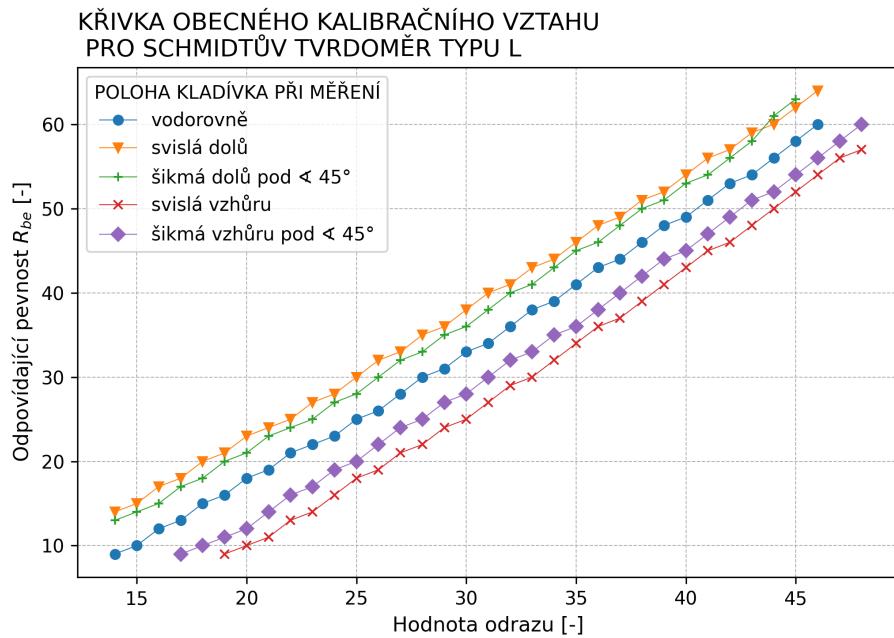
Přímka A je definována pro odrazy v intervalu 25–40 [-],

Přímka B je definována pro odrazy v intervalu 41–54 [-],

$\alpha$  je velikost odrazu [-],

$f_{be}$  je pevnost s nezaručenou přesností [MPa].

Pro vyhodnocení měření Schmidtovým tvrdoměrem typu L jsou uvedeny pro jednotlivé směry zkoušení pouze tabulka a graf viz obr. 1.5 [2].



Obr. 1.5: Křivky pro Schmidtův tvrdoměr typu L sestrojené podle normou uvedené tabulky [2]

## **1.3 Normové postupy zkoušení**

Při zkoušení tvrdoměrnými metodami se lze řídit normou ČSN EN 12504-2 [8] nebo normou ČSN 73 1373 [2]. Ta byla v novém vydání z roku 2011 harmonizována s přijatou evropskou normou z roku 2002.

### **1.3.1 Zkouška Schmidtovým tvrdoměrem dle ČSN EN 12504-2**

Součástí zkoušky je zkušební zařízení, tj. odrazový tvrdoměr, kalibrační kovadlina a brusný kámen. Tvrdost kalibrační kovadliny odpovídá nejméně 52 HRC. Hmotnost kovadliny je  $16 \pm 1$  kg a její průměr odpovídá přibližně 15 cm.

Zkušební místo se volí tak, aby jeho nejmenší tloušťka činila nejméně 100 mm a bylo spojeno s konstrukcí. U menších těles je požadováno pevné podepření. Brusným kamenem se upraví hrubé nebo měkké části povrchu, aby zkušební místo bylo hladké bez uvolněného materiálu. Velikost zkušební plochy má být přibližně 300 mm  $\times$  300 mm.

Před každým měřením je provedena příprava tvrdoměru a stanovena referenční kontrola velikosti odrazu na kalibrační kovadlině. Provede se nejméně 5 úderů na kovadlině a zaznamená se čtení dalších pěti úderů. Pokud se hodnota liší o  $\pm 3$  jednotky hodnoty uvedené výrobcem je nutné přístroj vyčistit seřítit a zkoušku opakovat. Referenční kontrola pomocí kovadliny se provádí rovněž po provedení zkoušky. Zkušební postup je následovný – razník tvrdoměru je přiložen kolmo na zkoušený povrch betonu a dochází k jeho pomalému plynulému stlačení, až dojde k vyvzení rázu. Následně se odečte na ukazateli tvrdoměru hodnota odrazu, vynaložené energie nebo rychlosť před a po nárazu beranu.

Na každé zkušební ploše se provede nejméně 9 platných měření. Minimální vzdálenost zkušebních bodů činí 25 mm od hrany konstrukce a 25 mm mezi jednotlivými body.

Výsledkem zkoušky je střední hodnota spočítaná ze všech měření z daného místa. Při úpravě čtení se bere v úvahu směr působení tvrdoměru. Pokud se více než 20 % všech čtení liší od střední hodnoty o více než 30 %, musí být zamítnuta celá sada měření.

Vyhodnocení zkoušek se dále provádí dle normy ČSN EN 13791 [3]. Norma obecně umožňuje použití nepřímých zkušebních metod po kalibraci se zkouškami vývrtů v následujících případech:

- samostatně,
- v kombinaci s nepřímými metodami,
- v kombinaci s nepřímými metodami a přímou metodou (vývrty).

### **1.3.2 Zkouška Schmidtovým tvrdoměrem dle ČSN 73 1373**

Zkušební zařízení, referenční kontrola zařízení a zkušební postup je totožný s postupem uvedeným v normě ČSN EN 12504-2 [8] viz kapitola 1.3.1.

Při použití Schmidtova tvrdoměru typu N nebo L musí mít zkušební místo plochu nejméně  $0,02\text{ m}^2$ . Vzdálenost zkušebního místa od hran tělesa nebo konstrukce činí nejméně 30 mm a mezi jednotlivými měřeními 20 mm.

Na každém místě se provede nejméně 7 platných měření, pokud jde o zkušební vzorky provede se 9 platných měření. Výsledek zkoušky se stanoví následovně – pro každou hodnotu měření se odečte hodnota pevnosti, podle obecného nebo směrného kalibračního vztahu. Hodnota pevností platných měření se nesmí lišit od aritmetického průměru všech měření o více jak 20 %. Pevnosti, které vybočují z těchto odchylek se vyloučí a ze zbývajících minimálně sedmi platných měření se vypočte nový aritmetický průměr.

Zkouška může být vyhodnocena jako zkouška s nezaručenou přesností nebo jako upřesněná zkouška.

## **1.4 Normové vyhodnocení charakteristické pevnosti betonu v tlaku**

K vyhodnocení charakteristické pevnosti lze přistoupit pomocí norem řady ČSN EN nebo ČSN. Charakteristická pevnost betonu  $f_{ck}$  je hodnota, která říká, že s 95% pravděpodobností bude měřená pevnost při dané zkoušce vyšší než  $f_{ck}$  [15].

### **1.4.1 Přístup dle evropských standardů**

Pro přístup dle ČSN EN jsou ustanoveny následující předpisy:

**ČSN EN 206 + A1** – Beton – Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda [16]

**ČSN EN 12504 – 1** – Zkoušení betonu v konstrukcích – Část 1: Vývrty – Odběr, vyšetření a zkoušení v tlaku [17]

**ČSN EN 12504 – 2** – Zkoušení betonu v konstrukcích – Část 2: Nedestruktivní zkoušení – Stanovení tvrdosti odrazovým tvrdoměrem [8]

**ČSN EN 12390 – 3** – Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles [18]

**ČSN EN 13791** – Posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a v prefabricovaných betonových dílcích [3]

**ČSN EN 1990** – Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí [19]

Norma ČSN EN 13791 [3] mimo jiné uvádí zásady a návody pro stanovení vztahů mezi výsledky zkoušek stanovených nepřímými zkušebními metodami a pevnostmi zjištěnými na vývrtech, norma uvádí dva alternativní postupy.

### **ČSN EN 13791 – přímá korelace s vývrty (Alternativa 1)**

Použití alternativy 1 je vhodné v případě, že dochází ke stanovení převodního vztahu mezi pevností betonu a výsledky získanými ze zkoušek vývrtů. Pro stanovení vztahu je zapotřebí nejméně 18 dvojic výsledků zkoušek – 18 výsledků z přímé metody a 18 výsledků z nepřímé metody.

Při tomto postupu je veličina nepřímého zkoušení (energie odrazu) uvažována jako proměnná a veličina pevnosti betonu v tlaku ( $f_c$ ), získaná přímým měřením, jako funkce proměnné veličiny. V dalším kroku se vypočítá standartní chyba odhadu a stanoví se meze pro nejvhodnější křivku. Výsledný vztah pro odhad pevnosti  $f_{is,1}$  má udávat 90% bezpečnost to znamená, že pouze 10 % hodnot se předpokládá nižších než odhadnutá hodnota pevnosti.

Takto stanovený vztah je dovoleno použít pouze pro konkrétní beton a za konkrétních podmínek při kterých byl vztah stanoven.

Při posuzování charakteristické pevnosti betonu v tlaku v konstrukci ( $f_{ck,is}$ ) jsou stanoveny následující podmínky:

- každá zkušební oblast je posouzena nejméně na 15 zkušebních místech,
- směrodatná odchylka má být vypočtena z výsledků zkoušek, nebo je uvažována hodnotou  $3,0 \text{ N/mm}^2$  (podle toho, která hodnota je větší).

Výsledná charakteristická pevnost betonu v tlaku se stanoví jako nejnižší hodnota získaná z následujících vztahů

$$f_{ck,is} = f_{m(n),is} - 1,48 \cdot s, \quad (1.4)$$

$$f_{ck,is} = f_{is,min} + 4, \quad (1.5)$$

kde:

- |               |   |
|---------------|---|
| $f_{ck,is}$   | je charakteristická pevnost betonu v tlaku [MPa],           |
| $f_{m(n),is}$ | je střední hodnota z $n$ výsledků zkoušek $f_{is,i}$ [MPa], |
| $f_{is,min}$  | je nejnižší výsledek zkoušky [MPa],                         |
| $s$           | je směrodatná odchylka výsledků zkoušek [MPa].              |

### **ČSN EN 13791 – kalibrace stanoveného vztahu (Alternativa 2)**

Alternativa 2 vychází z použití základní křivky definované v normě a jejího posunutí o  $\Delta f$  k úrovni hodnot zjištěných ze zkoušek vývrtů. Je vybrána zkušební oblast,

která obsahuje nejméně 9 zkušebních míst. Z každého místa se získá destruktivním a nedestruktivním měřením dvojice zkušebních výsledků. Ze získaných dvojcích sestrojí graf závislosti nepřímé veličiny (osa Y) na příslušné pevnosti získané přímou metodou (osa X). Pro každé zkušební místo se stanoví rozdíl  $\delta f_{1,\dots,n}$  (1.6), mezi hodnotou na základní křivce a hodnotou získanou na vývrtu. Dále se vypočte střední hodnota  $\delta f_{m(n)}$  a směrodatná odchylka  $s$ . Podle vztahu (1.7) se stanoví hodnota posunu základní křivky  $\Delta f$ .

$$\delta f_{1,\dots,n} = f_{is,1,\dots,n} - f_R, \quad (1.6)$$

$$\Delta f = \delta f_{m(n)} - k_1 \cdot s, \quad (1.7)$$

kde:

$\delta f_{1,\dots,n}$  je rozdíl pevností [MPa],

$f_{is,1,\dots,n}$  je pevnost vývrtu [MPa],

$f_R$  je tlaková pevnost určená nepřímou metodou [MPa],

$\delta f_{m(n)}$  je střední hodnota rozdílů pevností [MPa],

$s$  je směrodatná odchylka z  $\Delta f_{1,\dots,n}$  [MPa],

$k_1$  je součinitel závislý na počtu zkušebních dvojcích, definován tabulkou [-].

## 1.4.2 Přístup dle ČSN

Pro přístup dle ČSN jsou ustanoveny následující předpisy:

**ČSN 73 1370** – Nedestruktivní zkoušení betonu – společná ustanovení [7]

**ČSN 73 1373** – Nedestruktivní zkoušení betonu – Tvrdoměrné metody zkoušení betonu [2]

**ČSN 73 2011** – Nedestruktivní zkoušení betonových konstrukcí [6]

Hlavním předmětem normy ČSN 73 1373 [2] je zkoušení a hodnocení mechanických vlastností betonu, především krychelné pevnosti v tlaku.

### Vyhodnocení podle ČSN

Použitím vztahů podle řady norem ČSN lze pevnost vyhodnotit jako [2]:

1. Pevnost betonu s nezaručenou přesností. Ukazatel tvrdoměrného zkoušení je vyhodnocen dle obecného, popř. směrného kalibračního vztahu.
2. Upřesněná pevnost betonu. Ukazatel tvrdoměrného zkoušení je hodnocen dle:
  - (a) určujícího kalibračního vztahu, úzkého nebo širokého,
  - (b) obecného, nebo směrného kalibračního vztahu upřesněného součinitelem  $\alpha$ .

Upřesněná pevnost betonu v tlaku má stejnou vypovídající váhu jako pevnost zjištěná destruktivní zkouškou. Stanoví se dle vztahu

$$f_b = \alpha \cdot f_{be}, \quad (1.8)$$

kde:

- $f_b$  je upřesněná hodnota pevnosti [MPa],
- $f_{be}$  je hodnota pevnosti s nezaručenou přesností [MPa],
- $\alpha$  je upřesňující součinitel, viz (1.9) [-].

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n f_{bi}}{\sum_{i=1}^n f_{bei}} = \frac{\sum_{i=1}^n f_b \text{ destruktivní}}{\sum_{i=1}^n f_{be} \text{ nedestruktivní}}, \quad (1.9)$$

kde:

- $f_{bi}$  je pevnost v tlaku stanovená na i-tém zkušebním vzorku normalizovanou tlakovou zkouškou [MPa],
- $f_{bei}$  je pevnost betonu v tlaku s nezaručenou přesností, stanovená na stejném vzorku nedestruktivně [MPa],
- $n$  je počet měření [-].

Pro stanovení upřesňujícího součinitele  $\alpha$  je zapotřebí:

1. Nejméně 9 zkušebních těles, zhotovených ze stejných složek, stejným postupem, ošetřovaných stejným způsobem a stejného stáří, jako beton vyšetřované konstrukce nebo délce.
2. Nejmenší počty zkušebních těles vyjmutých přímo z konstrukce nebo dílců podle jejich objemu:
  - (a) Objem  $< 10 \text{ m}^3$  3 tělesa
  - (b) Objem  $< 50 \text{ m}^3$  6 těles
  - (c) Objem  $> 50 \text{ m}^3$  9 těles
  - (d) 3 tělesa, jestliže bylo provedeno nedestruktivní testování zkušebních míst a tělesa byla odebrána z míst, která po vyhodnocení neupřesněných zkoušek vykazovala nejmenší, průměrnou a nejvyšší pevnost.

Charakteristická pevnost betonu v tlaku v konstrukci se pro rovnoměrný beton stanoví dle vztahu (1.10). Obdobně pak pro nerovnoměrný, nebo vrstevnatý beton platí vztah (1.11) [6].

$$f_{ck,is} = \bar{f}_{m(n),is} - \beta_n \cdot s_r, \quad (1.10)$$

$$f_{ck,is} = \bar{f}_{is,min} - \beta_n \cdot s_r, \quad (1.11)$$

kde:

- $f_{ck,is}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku v konstrukci [MPa],
- $\bar{f}_{m(n),is}$  je aritmetický průměr pevností z jednotlivých zkušebních míst [MPa],
- $\bar{f}_{is,min}$  je aritmetický průměr pevností z oblastí s nejnižšími hodnotami [MPa],
- $\beta_n$  je součinitel odhadu 5% kvantilu [-],
- $s_r$  je výběrová směrodatná odchylka [MPa].

## 1.5 Technologie prefabrikace betonových dílců

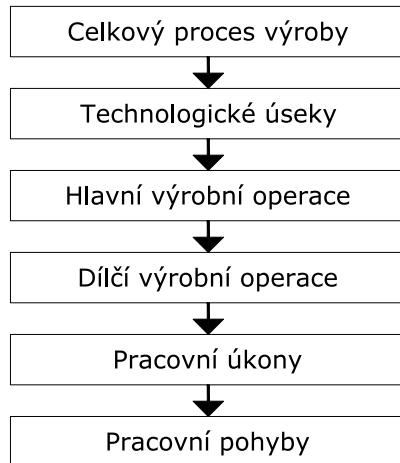
Současné betonové stavitelství zahájilo svůj vývoj již v 19. století. Konec průmyslové revoluce měl pak za následek rozšíření použití betonu ve výstavbě dělnických domů. Širší rozvoj prefabrikace je spjat s koncem 2. světové války, kdy bylo potřeba ve velmi krátké době znova obnovit mnoho mostních konstrukcí, bytových a průmyslových staveb.

Rozmach výroby prefabrikovaných dílců a celých konstrukčních soustav je charakteristický pro 2. polovinu 20. století. V této době vznikaly výrobní závody a společnosti zaměřující se na hromadnou výrobu dílců. Samotnou podstatou prefabrikace bylo a je přenesení výroby dílců do závodů, kde lze dosáhnout zrychlení prací a hospodárnosti. Dalším krokem byla typizace a unifikace samotných dílců. Potřebné bylo i zvýšení technické úrovně výroby při snížení materiálové a energetické náročnosti, pracnosti a zlepšení kvality. To vedlo k investicím do vývoje výroby dílců, kontrolních mechanizmů a systémů pro zabezpečování kvality. Právě kvalita výrobků je rozhodující pro odbyt a úspěšnost podniku i v dnešní době [20].

Ani dnes se vývoj této technologie nezastavuje a jedná se o stále dynamicky se rozvíjející prostředí. Při výrobě prefabrikovaných dílců jsou používány nové druhy betonu jako vysokopevnostní, samozhutnitelné, ultravysokopevnostní, nebo betony se samočistícími schopnostmi.

### 1.5.1 Problematika výroby prefabrikovaných dílců

Klasickou výrobu betonových stavebních dílců lze rozčlenit na jednotlivé systémy a ty pak na další podsystémy. Názorné je například vertikální členění výrobního procesu viz. obr. 1.6. Každý z výrobních úseků sestává z dalších operací (subsystémů). Toto členění umožňuje sledovat a ovlivňovat vzájemné vazby mezi procesy.



Obr. 1.6: Vertikální členění výrobního procesu [21]

Výrobní procesy lze také členit z hlediska technologických specifikací na [21]:

- vlastní výrobu,
- dopravu,
- skladování,
- kontrolu kvality – dodávaných materiálů, mezioperační, výstupní.

Podrobnější popis všech výrobních procesů není pro potřeby DP nutný, dále budou komentovány jen některé dílčí procesy.

### **Výroba betonu**

Beton je vyráběn v betonárně, ta může být součástí závodu nebo může být beton odebírána z externí betonárny. Při výrobě je důležité, aby bylo zabezpečeno recepturou předepsané dávkování jednotlivých složek betonu. Přidávání složek do míchaček je řízeno daným pořadím. Jednotlivé sypké složky jsou přidávány na základě hmotnostního dávkování. Voda může být dávkována průtokově, objemově nebo hmotnostně. Při dávkování vody je třeba brát v úvahu obsah vody v drobném kamenivu a provádět tedy korekci na vlhkost písku. Betonářské přísady se obvykle dávkují v roztoce o dané koncentraci a je vhodné jej přidat do záměsové vody. Samotné míchání má za účel dosáhnout rovnoměrné zhomogenizování všech složek [21].

## Doprava čerstvého betonu

V případě vnitropodnikové dopravy čerstvého betonu je několik možností. První možností je doprava nádobami (podvěsnými vozíky – bádiemi obr. 1.7) pomocí mostových jeřábů. Dalšími možnostmi jsou pásové dopravníky a korbové vozy. Při dopravě čerstvého betonu nesmí dojít k [21]:

- rozměšování a segregaci jednotlivých frakcí kameniva a cementového tmele,
- ztuhnutí či zatvrdenutí čerstvého betonu,
- nadměrnému odpaření vody,
- delšímu přerušení dopravy a vzniku pracovních spár,
- vystoupení záměsové vody či části cementového tmele.



Obr. 1.7: Plnění bádie čerstvým betonem

## Výroba dílců

Tento proces zahrnuje ukládání, rozprostírání čerstvého betonu a jeho zhutnění. Zajišťuje se kvalita a tvar výsledného dílce. Hlavním účelem je dosáhnout co nejstejnomořnější hutnosti materiálu v celém objemu.

## Kontrola kvality a řízení kvality

Součástí výrobního závodu je také proces prokazování souladu s předpisy tzv. „posuzování shody“. Prefabrikované stavební dílce musí také splňovat požadavky nařízení vlády č. 163/2002 Sb. [22].

Proces kontroly shody je souborem činností a rozhodnutí prováděných v souladu s přijatými pravidly pro kontrolu shody betonu se specifikací. Proces kontroly shody

se řídí platnou normou ČSN EN 206+A1 [16]. Tato norma uvádí například kritéria pro kontrolu:

- shody pevnosti v tlaku, nebo v příčném tahu,
- shody pro stupně konzistence, vlastnosti SCC, obsahu vzduchu a homogenity rozložení vláken v čerstvém betonu v místě dodání,
- shody pro obsah vláken, objemovou hmotnost, maximální vodní součinitel a minimální obsah cementu,
- shody pro mezní hodnoty konzistence a viskozity.

Jednotlivá kritéria a sestavované plány odběrů vzorků zpravidla rozlišují [16]:

- *počáteční výrobu*: do doby získání nejméně 35 výsledků zkoušek,
- *průběžnou výrobu*: po získání nejméně 35 výsledků zkoušek během období 1 roku.

Kontrolní vzorky se odebírají náhodně v souladu s EN 12350-1 [23]. Kritéria shody pro pevnost betonu v tlaku jsou uvedena v tab. 1.2.

Tab. 1.2: Přehled kritérií shody pro pevnost betonu v tlaku [16]

Výroba	Min. počet výsledků zkoušek pevnosti v tlaku ve skupině	Kritérium pro jednotlivé výsledky zkoušky $f_{ci}$ [MPa]	Kritérium pro průměr z výsledků zkoušek $f_{cm}$ [MPa]
Počáteční	3	$f_{ci} \geq (f_{ck}^{(1)} - 4)$	$f_{cm} \geq (f_{ck}^{(1)} + 4)$
Průběžná	15	$f_{ci} \geq (f_{ck}^{(1)} - 4)$	$f_{cm} \geq (f_{ck}^{(1)} + 1,48\sigma^{(2)})$

<sup>(1)</sup>  $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku [MPa].

<sup>(2)</sup>  $\sigma$  je vyhovující zavedená stanovená směrodatná odchylka základního souboru. Na počátku se musí směrodatná odchylka vypočítat z nejméně 35 po sobě jdoucích výsledků za období delší než 3 měsíce (výsledky z počáteční výroby). Na koncích posuzovacích období se pak ověří, zda se tato hodnota podstatně nezměnila.

## Rizikové faktory výroby

Přesun výroby betonových dílců do prostor výrobních závodů umožňuje zvýšení jejich kvality, ale i přesto je celý pracovní postup vystaven rizikovým faktorům. Tyto faktory mohou mít negativní vliv, jak na vlastnosti výsledného dílce, tak na celkovou dobu výroby.

Problematice výrobního procesu je například věnován článek [24]. V článku jsou hodnoceny závislosti mezi jednotlivými pracovními činnostmi. Pomocí Pearsonova korelačního koeficientu jsou vytypovány činnosti (čištění formy, pokládání bednění, osazení armokoše atd.), které mohou mít významný vliv na celkovou dobu výroby.

Výsledné fyzikálně mechanické vlastnosti prefabrikovaného dílce jsou z velké míry závislé na vlastnostech betonu. To je mimo jiné ovlivněno těmito faktory:

- vhodný návrh receptury (podíl jednotlivých složek),
- kvalita a vlastnosti vstupních surovin,
- teplota čerstvého betonu,
- teplota a vlhkost okolního prostředí v době zhotovení a zrání,
- způsob ukládání čerstvého betonu,
- způsob ošetřování zatvrzlého betonu.

Pro zajímavost budou některé faktory dále komentovány.

Návrh receptury betonu je prováděn s určitou mírou spolehlivosti a požadovaná pevnost tak bývá zvyšována. Pro návrh byly sestaveny různé metody a postupy. Nejnovější metody návrhu pracují s využitím recyklovaného kameniva, rozptýlenou výzvuží, nebo zpracováním popílků a strusky.

Nezanedbatelný vliv na výsledné pevnosti betonu má i vzdušná teplota. Důsledkem vysoké teploty okolí je i vyšší teplota čerstvého betonu, to vede k rychlejší hydrataci, zrychlenému tuhnutí a snížení dlouhodobé pevnosti. Prudké zvýšení teploty v první fázi tuhnutí také způsobuje vnitřní napětí, které při překročení aktuální tahové pevnosti vede k praskání. Naopak nižší teplota okolí v prvních fázích tuhnutí má za následek nižší prvotní pevnosti, ale téměř stejné finální hodnoty pevnosti [25, 26].

### 1.5.2 Budoucnost prefabrikovaných dílců

Dnes už bývá standardem využití automatizace při výrobě výztužních košů a snahou je posunout stupeň automatizace na další úroveň. Příkladem jsou dále uvedeny již vyvíjené procesy.

Pro zajištění potřebné rozměrové stálosti je vyvýjen proces automatizovaného ověření rozměrové kvality prefabrikovaných dílců. Tato automatizace využívá laserové skenování a informační model budovy tzv. BIM [27].

Jednou z dalších možných oblastí automatizace je výroba atypických dílců. Jejich klasická výroba pomocí bednění je neekonomická. Rovněž snahy o redukci vzniklých odpadů vedly k propojení digitálních technologií a nových poznatků o materiálech. Příkladným výsledkem je robotický proces výroby tzv. *Smart Dynamic Casting (SDC)*. Způsob výroby je založen na principu postupného vytahování bednění. Výroba využívá 6-ti osého robotického ramene s připevněným bedněním a systémem pro sledování stavu čerstvého betonu. Sledován je především proces tuhnutí a tvrdnutí. Konkrétní příklady experimentů a jejich výsledky lze nalézt v [28].

## 2 Teorie statistické analýzy dat

V kapitolách 1.2 až 1.4 byly shrnuty aktuální možnosti a doporučení pro zkoušení a stanovení pevnosti betonu v tlaku na základě tvrdoměrného měření. Bylo zmíněno, že použití normou definovaných vztahů je omezeno pouze na betony daných parametrů a při jejich vytvoření nebyly ještě brány v úvahu změny, které sebou přinesly moderní technologie výroby betonu. Tyto změny kladou ve výrobě prefabrikovaných dílců mnohem vyšší nároky na objektivní zhodnocení změrených dat.

Jednou z pomůcek kvalifikovaného pracovníka je i využití matematických metod statistické analýzy dat. Základní nástroje upotřebitelné v praxi jsou dále rozebrány.

### 2.1 Statistická analýza jednorozměrných dat

#### 2.1.1 Popis dat

Hlavním účelem analýzy jednorozměrných dat je jejich přehledné znázornění – grafické, tabulkové nebo popsání dané skupiny hodnot popisnými statistikami. Pro grafické znázornění jsou vhodnými nástroji histogramy nebo krabicové grafy. Tyto grafy mohou znázornit tendenze dat a odhalit odlehlá pozorování. Způsob konstrukce těchto grafů lze najít například v [29].

Číselný popis datového souboru umožnuje vystihnutí typické hodnoty dat, nebo to, jak jsou data proměnlivá. Mezi míry centrální tendence typicky patří aritmetický průměr  $\bar{x}$ , medián  $\tilde{x}$  a modus. Míra rozptylenosti bývá vyjadřována pomocí rozptylu  $\sigma^2$ , směrodatné odchylky  $s$  a variačního koeficientu  $VK$ . Způsob výpočtu těchto charakteristik lze najít například v [29].

Informaci o datovém souboru poskytují i míry založené na empirických kvantilech  $x_q$ . Hladina kvantilu  $q$  určuje relativní podíl hodnot pod kvantilem [29]. Ve stavební praxi se při popisu charakteristických hodnot vlastností materiálů a výrobků pracuje s 5% a 95% kvantilem [19].

#### 2.1.2 Kontrola odlehlých dat

Na základě zobrazených krabicových grafů lze vytypovat výběry, ve kterých se může nacházet odlehlá hodnota. Extrémní hodnoty mohou být pro daný výběr typické, ale mohou také vzniknout jako důsledek chybného odečtení hodnoty z přístroje, dalšího přepisu dat, nebo mohou vzniknout vlivem lokálních odlišností. Lokálními odlišnostmi může být u tvrdoměrných měření chápán odraz od dutinky (nižší hodnota), nebo odraz od zrna kameniva (vyšší hodnota). Při přímém měření pevnostní

charakteristiky na zhotoveném tělese může dojít ke zkreslení výsledku špatným odberem. Vlivem segregace kameniva mohou vzniknout dvě odlišná tělesa, která se liší podílem hrubé frakce kameniva.

Při hledání odlehlych hodnot v množině dat jedné proměnné existují základní pravidla:

**Orienteční vyloučení extrémní hodnoty** Stanoví se průměr  $\bar{x}$  a výběrová směrodatná odchylka  $s_r$  souboru, bez podezřelé hodnoty. Pokud je podezřelá hodnota vzdálena od vypočteného  $\bar{x}$  o více jak  $3s_r$ , lze ji ze souboru vyřadit [29].

**Vyloučení extrémní hodnoty pomocí krabicového grafu** Krabicový graf popisuje centrální tendenci dat a pracuje s kvartily. Na základě vypočteného interkvartilového rozpětí  $Q = Q_{III} - Q_I$  lze sestrojit tzv. anténky, které slouží k identifikaci odlehlych hodnot [29].

**Grubbsův test extrémních hodnot** Test lze použít pro testování dat s normálním rozdělením. Princip spočívá ve výpočtu testovacího kritéria  $T_n$  (2.1) a následného porovnání s kritickou hodnotou  $T_{n,\alpha}$  danou tabulkově. Postup testu probíhá následovně – vypočte se  $\bar{x}$  a  $s_r$  ze všech hodnot souboru. Směrodatná odchylka je brána jako výběrová. Stanoví se testovací kritérium  $T_n$  pro podezřelé  $n$ -té hodnoty souboru. Podezřelou hodnotou se rozumí hodnota s největší absolutní odchylkou od průměru [30].

$$T_n = \frac{x_n - \bar{x}}{s_r} \quad (2.1)$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.2)$$

Testovací kritérium  $T_n$  se porovná s tabulkovou hodnotou  $T_{n,\alpha}$ . Ta odpovídá příslušnému  $n$  výběrového souboru a zvolené hladině významnosti. Pro jednostranný test jsou hodnoty  $T_{n,\alpha}$  uvedeny v tab. 2.1. Vyjde-li  $T_n > T_{n,\alpha}$  lze podezřelou hodnotu ze souboru vyřadit a vypočítají se nové hodnoty  $\bar{x}$ ,  $s_r$  apod. [30]

Tab. 2.1: Některé kritické hodnoty  $T_{n,\alpha}$  pro Grubbsův test [31]

n	8	9	10	11	12	13	14	15
$\alpha = 0,05$	2,0317	2,1096	2,1761	2,2339	2,2850	2,3305	2,3717	2,4090
$\alpha = 0,01$	2,2208	2,3231	2,4097	2,4843	2,5494	2,6070	2,6585	2,7049

**Dixonův test extrémních hodnot** Tento test lze použít v případě souboru s neznámým rozdělením. Při výpočtu testovacího kritéria se použije variační rozpětí. Vyhodnocení testu je obdobné jako u Grubbsova testu[30].

### 2.1.3 Ověření normality

Velké množství sledovaných proměnných lze popsat normálním rozdělením. Matematický zápis normálního rozdělení  $\mathbf{X} \sim N(\mu; \sigma^2)$  uvádí střední hodnotu  $\mu$  a rozptyl  $\sigma^2$  náhodné veličiny  $\mathbf{X}$  [29]. Mnohé statistické metody a testy byly odvozeny právě pro toto rozdělení. Jejich použití je podmíněno ověřením normality, to lze provést graficky nebo numericky [32].

Mezi základní grafické nástroje patří histogram četností a diagram  $Q - Q$ . Diagram  $Q - Q$  je jednoduchým diagnostickým prostředkem pro subjektivní kontrolu oné normality dat. Graf je založen na porovnání kvantilů teoretického rozdělení s naměřenými kvantily. Vyhodnocení grafu pak spočívá v porovnání chování dat vůči zvolenému rozdělení. Data ležící okolo přímky značí, že pozorované a teoretické kvantily jsou si blízké. Pokud se tvar diagramu od přímky výrazně liší, lze hypotézu normality zamítou pouhým pohledem [33].

V případě, že nelze graf jednoznačně vizuálně posoudit, je na místě využití objektivních statistických testů, jako je například test Shapiro-Wilkův, Anderson-Darlingův nebo Kolmogorov-Smirnovův. Výhodné je použití statistického softwaru s již zabudovanými testy. Například v jazyce python je Shapirův-Wilkův test k dispozici pomocí příkazu `scipy.stats.shapiro()`. Pro objektivní zhodnocení výsledku testu je nutné porovnat výslednou  $p$ -hodnotu se zvolenou hladinou významnosti  $\alpha$ . Je-li  $p < \alpha$  znamená to, že zvolenou hypotézu o normalitě dat zamítáme [29, 33].

## 2.2 Dvouzměrná analýza dat

Při tvorbě převodního vztahu pro stanovení jedné veličiny na základě parametrů jiné veličiny, je zkoumán jejich vzájemný vliv a je prováděna dvouzměrná analýza dat.

### 2.2.1 Korelační koeficient

Jedním z ukazatelů, zda je mezi měřenými veličinami nějaký vztah, je korelační koeficient. Toto číslo vyjadřuje sílu a směr asociace dvou proměnných veličin  $x$  a  $y$ . Koeficient leží v intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$  a lze ho stanovit pro každý shluk bodů u kterých předpokládáme normální rozložení.

Pro měření korelace lze využít řadu koeficientů. V případě normálního rozdělení náhodných veličin je používán Pearsonův koeficient  $r$  (2.4). Spočítá se pomocí kovariace  $s_{xy}$  (2.3) a směrodatných odchylek  $s_x$  a  $s_y$  obou proměnných[29].

$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1} \quad (2.3)$$

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (2.4)$$

Pearsonův korelační koeficient může vyjadřovat pouze sílu lineárního vztahu. Koeficient je rovněž výrazně ovlivněn odlehlými hodnotami. Podle velikosti korelačního koeficientu lze posoudit míru asociace viz. tab. 2.2.

Tab. 2.2: Pásma síly asociace podle velikosti korelačního koeficientu  $r$  [29]

Síla asociace	$ r $
Malá	0,1 – 0,3
Střední	0,3 – 0,7
Velká	0,7 – 1,0

Je-li vztah mezi dvěma veličinami nelineární, nebo se vyskytují odlehlé hodnoty, lze použít Spearmanův korelační koeficient. Ten je vůči odlehlým hodnotám a odchylkám od normality méně citlivý [33].

### 2.2.2 Regresní analýza

Závislost mezi dvěma a více proměnnými lze popsat regresní funkcí v níž vystupují závislé proměnné (regresandy) a nezávisle proměnné (regresory).

Pro potřeby diplomové práce bude dále rozepsán postup pro aplikaci jednoparametrické lineární regrese. V případě závislosti tvrdoměrného měření na změrené pevnosti je výhodné použítí lineární funkce. Rovněž vztahy definované v ČSN 73 1373 [2] uvedené v 1.2.4 vycházejí z lineárního regresního modelu. Do analýzy tedy vstupuje  $n$  dvojic dat  $[x_i, y_i] = [Q_i, f_{c,i}]$ , které jsou vhodně proloženy přímkou, například pomocí metody nejmenších čtverců.

Konkrétní postup vyhodnocení lineární regrese, který bude použit v praktické části této práce, je proveden dle [34, 35]. Tento postup byl také aplikován a popsán v článku[36], kde je pomocí provedených experimentů dokázána vysoká shoda zavedeného lineárního modelu s daty získanými pomocí tvrdoměru SilverSchmidt L s hřibovitým nástavcem. Koeficient determinace se v provedených experimentech pochyboval okolo 0,9 což značí velkou sílu asociace daného modelu. Článek také zmiňuje

potřebu získání jednostranného odhadu pevnosti s 95% spolehlivostí. Tato úroveň spolehlivosti je ve stavební praxi brána jako charakteristická.

### Lineární regrese

V regresním modelu se předpokládá, že pro náhodný vektor  $Y = (Y_1, \dots, Y_n)'$  platí  $Y = X\beta + e$ , kde  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$  je vektor neznámých parametrů a  $e = (e_1, \dots, e_n)'$  je náhodný vektor. Platí, že  $Y$  závisí na  $\beta$  lineárně [34].

Při tvorbě tohoto modelu jsou další výsledky korektní jsou-li splněny následující předpoklady [29]:

- střední hodnota náhodné složky je nulová,
- rozptyl náhodné složky je konstantní,
- náhodné složky  $e_i$  mají pro  $i = 1, 2, \dots, n$  normální rozložení,
- regresní parametry mohou nabývat libovolných hodnot,
- regresní model je v parametrech lineární.

Obecný matematický zápis lineárního regresního modelu je

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \dots + \beta_n x_n + e_i, \quad i = 1 \dots n. \quad (2.5)$$

Pomocí koeficientů  $b_i$ , jejichž hodnotu je potřeba najít, lze tvar přímky zapsat funkčním předpisem

$$y(x) = b_0 + b_1 x. \quad (2.6)$$

Dále lze uvažovat [34]:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}, \mathbf{H} = \mathbf{X}' \mathbf{X} = \begin{pmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix}, \mathbf{X}' \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum Y_i \\ \sum x_i Y_i \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\det \mathbf{H} = n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2. \quad (2.8)$$

Při stanovení odhadů hodnot regresních koeficientů ( $b_0$  a  $b_1$ ) lze postupovat různými metodami. V praktické části této práce je použita metoda nejmenších čtverců. Při výpočtu se vychází ze soustavy normálních rovnic  $\mathbf{X}' \mathbf{X} \mathbf{b} = \mathbf{X}' \mathbf{Y}$ . Jejichž řešením jsou získány vztahy

$$b_1 = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\det \mathbf{H}}, \quad (2.9)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \quad (2.10)$$

Dále je získán minimální součet čtverců  $S_{min}^*$

$$S_{min}^* = \sum (y_i - y(x_i))^2 = \sum (y_i - b_i - b_2 \cdot x_i)^2. \quad (2.11)$$

Následně pak bodový odhad rozptylu  $s^2$  vzhledem k přímce  $y(x)$  [35]

$$s^2 = \frac{S_{min}^*}{n - 2}. \quad (2.12)$$

Regresní koeficienty a střední hodnotu je možné také vyjádřit pomocí intervalových odhadů. Proto je třeba stanovit diagonální prvky matice  $\mathbf{H}^{-1}$  (2.13) a (2.14), následně pak hodnotu  $h^*$  (2.15) [35]

$$h^{11} = \frac{\sum x_i^2}{\det \mathbf{H}}, \quad (2.13)$$

$$h^{22} = \frac{n}{\det \mathbf{H}}, \quad (2.14)$$

$$h_i^* = \frac{1}{n} + \frac{n(x_i - \bar{x})^2}{\det \mathbf{H}}. \quad (2.15)$$

Odhad středních hodnot regresních koeficientů  $b_i$  lze zapsat i intervalově. V těchto intervalech je kvantilem Studentova  $t$ -rozdělení s  $n - 2$  stupni volnosti uvažováno s hladinou významnosti  $\alpha$ . Je tak vyjádřena míra pravděpodobnosti, že daný regresní koeficient do intervalu náleží. Výsledný zápis intervalu má tvar [35]

$$\langle b_i - t_{1-\alpha} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^{ii}}; b_i + t_{1+\alpha} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^{ii}} \rangle. \quad (2.16)$$

Intervalový odhad střední přímky je vymezen regresními pásy. Jde o oblast, kde se může nacházet skutečná regresní přímka  $y(x)$  s danou spolehlivostí. Pásma spolehlivosti se stanoví jako [34]

$$\langle (b_0 + b_1 \cdot x) - t_{1-\alpha/2} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*}; (b_0 + b_1 \cdot x) + t_{1+\alpha/2} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*} \rangle. \quad (2.17)$$

Pro individuální hodnoty se definuje regresní pás predikce, v každém bodě  $x_i$ , intervalu

$$\langle (b_0 + b_1 \cdot x) - t_{1-\alpha/2} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; (b_0 + b_1 \cdot x) + t_{1+\alpha/2} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*} \rangle. \quad (2.18)$$

Míra shody zvolené regresní funkce s daným souborem dat je vyjadřována koeficientem determinace  $r^2$ . Tento koeficient vyjadřuje kolik procent rozptylu proměnné je modelem vysvětleno. Může nabývat hodnot z intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$  a stanoví se jako [35]

$$r^2 = 1 - \frac{S_{min}^*}{\sum y_i^2 - n (\bar{y})^2}. \quad (2.19)$$

## Charakteristická regresní křivka

Jak bylo zmíněno na začátku této kapitoly, ve stavebnictví se nejběžněji zavádí 95% kvantil. Je to z toho důvodu, že míra variability, jak vlastnosti stavebních materiálů, tak i zatížení, je velmi vysoká, a je zapotřebí zajistit potřebnou úroveň spolehlivosti.

V případě lineární regrese lze pomocí jednostranného intervalového odhadu určit hranici, nad níž se nachází 95 % naměřených hodnot. Tuto hranici můžeme nazvat charakteristickou regresní křivkou. Ta vychází ze vztahu (2.18) a intervalově je zapsána ve tvaru [36]

$$\left\langle (b_0 + b_1 \cdot x) - t_{1-\alpha} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; +\infty \right\rangle. \quad (2.20)$$

## Analýza reziduí

Do procesu hledání regresního vztahu by mělo být také zařazeno ověření předpokladů o náhodné složce prostřednictvím analýzy reziduí. Rezidua modelu ( $e_i$ ) jsou odchylky pozorované (skutečné) hodnoty  $y_i$  od predikovaných (modelem odhadnutých) hodnot. Čím větší jsou hodnoty reziduí, tím menší je schopnost modelu vysvětlit cílovou proměnnou [33].

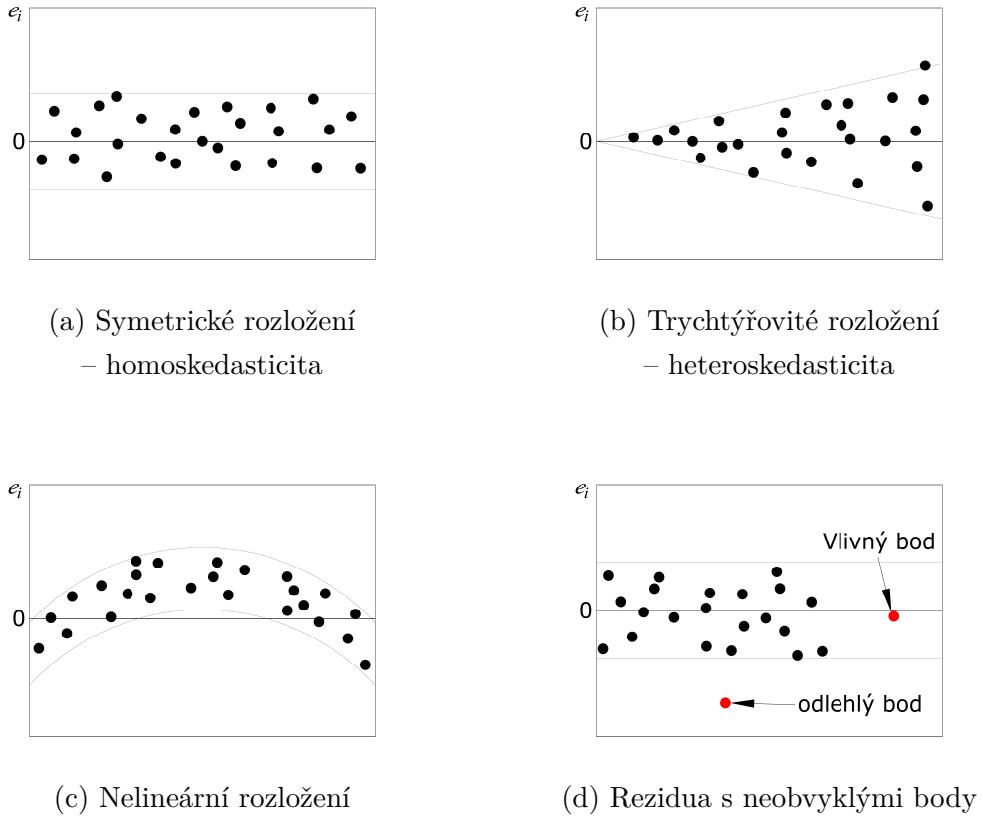
Rezidua by měla splňovat tyto podmínky [33]:

- jsou náhodná a nezávislá,
- mají normální rozdělení  $N(0; \sigma^2)$ ,
- jejich rozptyl je konstantní — homoskedasticita.

Výhodné je rezidua graficky znázornit a následně vizuálně posoudit. Možné situace jsou uvedeny na obrázku 2.1. Při vizuální kontrole je dobré zaměřit se na to, zda graf nevykazuje určité anomálie. Obrázek 2.1a znázorňuje náhodné rozmístění reziduí kolem přímky s konstantním rozptylem. Není tedy porušen předpoklad homoskedasticity a zvolený model je správný. Na obrázku 2.1b je patrné, že s rostoucí hodnotou proměnné se rezidua vzdalují od hodnoty 0. Data tedy vykazují heteroskedasticitu. Na obrázku 2.1c jsou rezidua, která nejsou náhodná, ale mají systematický nelineární průběh (zvolený model je špatný). Grafické znázornění také umožňuje odhalit odlehlá a vlivná pozorování, která mohou mít na zvolený model výrazný vliv, viz obr. 2.1d [29].

## Detekce vlivných bodů

V základním souboru dat se mohou vyskytnout hodnoty výrazně odlišné od hodnot ostatních. Tyto hodnoty pak mohou ovlivnit výsledný regresní model. K sestavení modelu lze tedy přistoupit za pomoci metod robustní statistiky, které jsou necitlivé na výskyt ojedinělých dat, nebo použít nástroje regresní diagnostiky pro detekci



Obr. 2.1: Vzory reziduálních grafů podle [29]

těchto hodnot [32]. Ojedinělé hodnoty pak mohou být v souboru ponechány, nebo je lze vyřadit.

Ojedinělé body jsou děleny na *odlehlá pozorování* (outliers) a *vlivná pozorování* (leverage points), příkladné znázornění je uvedeno na obr. (2.2) [32]. Odlehlá pozorování jsou vzdálené od očekávané hodnoty a může jít o extrémní hodnoty závisle proměnné. Vlivné pozorování výrazně ovlivňuje výsledný model. Může jít o extrémní hodnoty nezávisle proměnné a atypické hodnoty závisle proměnné. S vlivným pozorováním se také pojí pojem pákového efektu – bod je daleko od těžiště dat a výrazně tak ovlivňuje směr výsledné přímky.

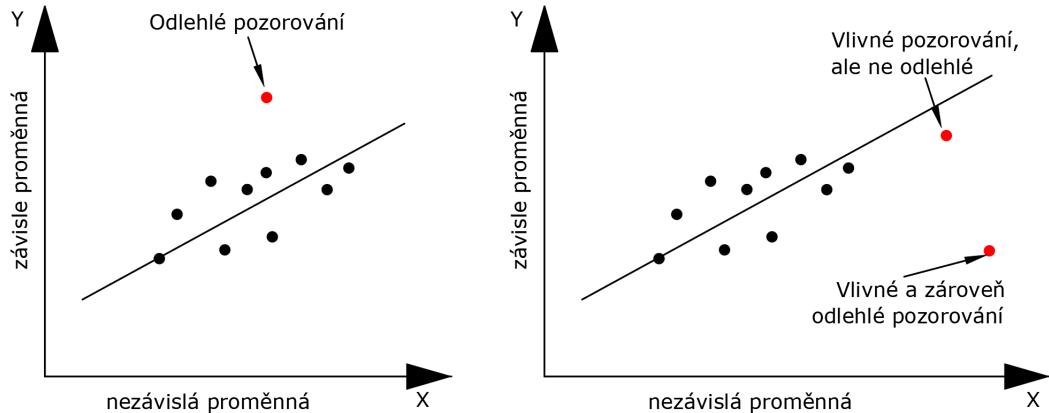
Jednou z možností detekce vlivných bodů je stanovení tzv. *Cookovy vzdálenosti*. Cookova vzdálenost je skalární míra, která vyjadřuje vliv jednoho pozorování na hodnotu odhadu vektoru  $\beta$  získaného metodou nejmenších čtverců [32]. Lze tedy říct, že body s velkou hodnotou Cookovy vzdálenosti mohou být vlivné, a je tedy nutné je prozkoumat. Hranicí pro detekci může být kvantil Fisherova rozdělení, hodnota  $2p/n$ , kde  $p$  je počet paramterů regresního modelu, nebo mohou být posuzovány

všechny hodnoty s  $D_i > 1$  [37]. Hodnota  $D_i$  je stanovena podle vztahu

$$D_i = \frac{(\hat{Y} - \hat{Y}_i)'(\hat{Y} - \hat{Y}_i)}{ps^2} = \frac{(\hat{\beta} - \hat{\beta}_i)'X'X(\hat{\beta} - \hat{\beta}_i)}{ps^2} = \frac{e_i^2}{ps^2} \frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}, \quad (2.21)$$

kde:

- $\hat{Y}$  je vektor předpovězených náhodných veličin,
- $\hat{Y}_i$  je vektor předpovězených náhodných veličin při vynechání  $i$ -tého pozorování,
- $\hat{\beta}$  odhad vektoru neznámých parametrů metodou nejmenších čtverců,
- $e_i$  je reziduální odchylka,
- $p$  je počet parameterů regresního modelu,
- $s$  je směrodatná odchylka,
- $h_{ii}$  jsou diagonální hodnoty matice  $\mathbf{H}$  2.7.



Obr. 2.2: Znázornění odlehlých a vlivných bodů, podle [32]

## Aplikace

Výše uvedené metody pro sestavení regresního modelu jsou aplikovány v praktické části práce. Za nezávisle proměnnou  $x$  je uvažován aritmetický průměr z  $Q$  popřípadě  $R$ -hodnot z daného tělesa. Závisle proměnná je dána přímo změřenou pevností v tlaku  $f_c$ .

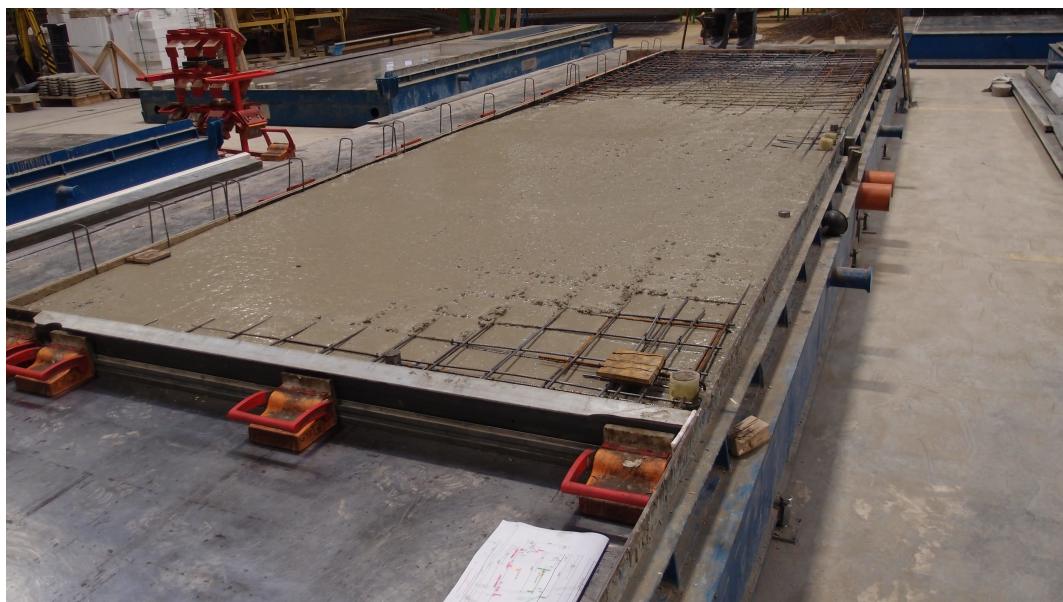
Aplikována je i analýza reziduí pro ověření předpokladů regresního modelu. V případě, že analýza prokáže porušení homoskedasticity, které je dále ignorováno, může výsledný model hodnotu pevnosti v tlaku podhodnocovat (zejména hodnoty vyšší pevnosti) [36].

### 3 Praktická část

Praktická část je zaměřena na vyhodnocení experimentu provedeného ve výrobě betonových prefabrikovaných dílců. Předmětem experimentu byla jedna daná receptura betonu, používaná při výrobě dílců pro bytovou a zemědělskou výstavbu. Úkolem bylo stanovit převodní vztah pro vyhodnocení manipulační pevnosti na základě tvrdoměrného měření.

#### 3.1 Popis výrobního závodu

Výroba betonových dílců se v daném závodě skládá z několika fází. První fáze spočívá ve zhotovení výztužného koše a jeho osazení do bednění, které je sestaveno na ocelové podložce. V druhé fázi je koš zalit čerstvým betonem (obr. 3.1), který se připravuje v betonárně, která je součástí závodu. Čerstvý beton se do bednění přepravuje pomocí podvěsného vozíku zavěšeného na mostovém jeřábu, vzdálenost přepravy nepřekračuje 50 m. Ve výrobě je použita receptura pro samozhutnitelný beton, aby mohl být vynechán proces hutnění. Použitím této receptury jsou povrchy zhotovovaných dílců hladké a vysoké kvality a částečně odpadá pracnost spojená se zhotovením jádrové omítky.



Obr. 3.1: Výroba prefabrikovaného dílce

Beton nejčastěji používaný pro prefabrikované dílce v závodě, kde byla data pro praktickou část této práce získána, je zatřízen a klasifikován jako SCC C30/37–XC2–D<sub>max</sub> 16 mm–F6, složení betonu je uvedeno v tab. 3.1.

Tab. 3.1: Receptura použité betonové směsi SCC C30/37 XC2–D<sub>max</sub> 16 mm–F6

Složka	Množství [kg/m <sup>3</sup> ]
Cement CEM I 52,5R - Prachovice	360
Vápenec VJM7/V – Mokrá	115
Kamenivo 0/4 - Ledce	850
Kamenivo 8/16 - Vícenice	905
Voda	194
Isoflow 7850	3,6

Aby byla uspokojena poptávka a plně využita kapacita výroby je na vyráběné dílce kladen nárok na možnost manipulace ihned následující den po zhotovení. K první manipulaci tedy dochází v letních měsících zpravidla 18 až 20 hodin po zalití. Prvek je zvednut z podložky a přemístěn na deponii. Z tohoto důvodu je receptura nastavena na rychlý nárůst pevností a jejich následné pomalé doběhnutí. Manipulace s prvkem je zajištěna pomocí přepravních úchyttů různých typů. Používané jsou úchyty od firmy HALFEN [38] – typ DEHA s kulatou hlavou a typ TPA. Dále je používán RD závitový systém od firmy Kontakt-SK [39]. Tito výrobci udávají ve svých katalogových listech požadavky na minimální pevnost betonu v tlaku. Mohou pak deklarovat únosnost pouzder při daném tahovém působení kotvy na dané tloušťce, nebo výšce prvku. Požadavek minimální tlakové pevnosti, který je kontrolován, vychází z typu použité kotvy a hmotnosti vyráběných dílců (viz tab. 3.2).

Tab. 3.2: Přehled požadovaných tlakových pevností pro manipulaci s dílcí

Typ závěsu	Hmotnostní skupina [-] nebo průměr [mm]	Požadovaná pevnost betonu v tlaku [MPa]	Typ prefab. prvku
(HA) Deha KKT	1,3	15	
(HA) Deha KKT	2,5	15	stropy
(HA) Deha KKT	4,0	35	
TPA	2,5	15	stěny
RD	ø12–20	15	různé

V přechodných obdobích, jako je jaro a konec léta, je velký rozdíl mezi denními a nočními teplotami a výrobní hala není plně temperována. Je tedy obzvlášť nutné ověřit aktuální tlakovou pevnost betonu před zahájením manipulace. Standartně byla pevnost vyhodnocována pomocí tvrdoměrného měření přístrojem SchmidtOriginal N a normové křivky. Jak vyplýnulo z části 1.2.4 není tento přístup pro hodno-

cení samozhutnitelného moderního betonu příliš vhodný. Do výroby byl tedy pořízen nový přístroj SilverSchmit PC-L, ale bylo zapotřebí provést jeho upřesnění dle alternativy 1 normového přístupu ČSN EN 13791 [3].

Na deponii, kde je dílec skladován, je provedeno zapravení hran a částečná finální úprava povrchů. K další manipulaci s dílcem dochází v následujících dnech, kdy jsou nakládány na dopravní auta a převáženy na stavbu. Na stavbě dochází k jejich další manipulaci, smontování a finálnímu působení. Dílce pro zemědělskou výstavbu bývají přepravovány a montovány zpravidla po 7. dni od výroby.

## 3.2 Sběr dat

Data pro praktickou část byla sbírána přímo ve výrobě prefabrikovaných dílců. Zde došlo ke zhotovení zkušebních vzorků, jejich zrání a i následnému zkoušení. Během zhotovení těles a jejich následném zkoušení byly zaznamenány a tabelovány tyto údaje:

- číslo sady,
- označení tělesa v sadě,
- datum a čas zhotovení,
- datum a čas zkoušení,
- hmotnost tělesa,
- provedená zkouška,
- síla při porušení tělesa během zkoušky,
- hodnoty změrených odrazů ( $Q$  nebo  $R$ ),
- úprava dávky vody v čerstvém betonu oproti receptuře,
- číslo dodacího listu,
- velikost rozlití,
- teplota a vlhkost při betonáži,
- teplota čerstvého betonu.

### 3.2.1 Plán a způsob zkoušení

Původním zadáním firmy bylo provést měření vždy jedné krychle na pevnost betonu v tlaku, jedné na pevnost betonu v příčném tahu a jednoho trámce na pevnost betonu v tahu za ohybu. Měření mělo probíhat následující den do 18 hodin po zhotovení, poté ve stáří 7 a 28 dní.

V rámci celého experimentu bylo celkem zhotoveny 39 sad těles pro zkoušení. Převážná část sad byla zhotovována od července do září roku 2019. 2 sady pak byly pro doplnění zhotoveny v lednu roku 2020.

V průběhu experimentu došlo k modifikaci zkušebního plánu a pevnost betonu v tlaku byla zkoušena také ve stáří 18, 24, 40 a 48 hodin. K tomuto kroku bylo přistoupeno z důvodu snahy získat více ranných hodnot, které jsou pro vyhodnocení manipulační pevnosti stěžejní.

V této diplomové práci bylo při vyhodnocení pracováno pouze s hodnotami získanými na krychlích zkoušených na pevnost betonu v tlaku. Vyhodnocení bylo také omezeno na určité stáří vzorků (do 48 hodin). Toto omezení bylo provedeno z důvodu, aby stanovený regresní model nebyl zbytečně zkreslen hodnotami získanými na starších vzorcích a přesněji popisoval ranné stádium pevnosti.

### 3.2.2 Zhotovení zkušebních těles

Zkušební tělesa byla zhotovována z čerstvého betonu, který byl odebraný z podvěsného vozíku používaného ve výrobě. Beton byl nalit do nádoby (obr. 3.2) a byla změřena jeho teplota a konzistence pomocí rozlivu kužele dle ČSN EN 12350-8 [40]. Zaznamenána byla i aktuální teplota a vlhkost ve výrobní hale. Zhotovení vzorků probíhalo od pondělí do čtvrtka v odpoledních hodinách, společně s posledním betonovaným prvkem z dané receptury. Ke každé sadě vzorků byl vystaven dodací list záměsi, který obsahoval údaje o celkovém objemu dané záměsi a množství vody, která byla přidána nebo odebrána oproti stanovené receptuře.



Obr. 3.2: Odběr čerstvého betonu

V co nejkratším čase od odběru betonu byla vybetonována zkušební tělesa (obr. 3.3). Sada těles pro experiment byla sestavena z 6 krychlí a 3 trámců. Zkušební krychle rozměru  $150 \times 150 \times 150$  mm byly zhotoveny pomocí plastových forem. Zkušební trámce rozměru  $100 \times 100 \times 400$  mm byly odlity do ocelových rozebíratelných forem. Všechny formy byly předem očištěny a opatřeny nátěrem odbedňovacího oleje.

Vzorky nebyly hutněny, povrch byl pouze seříznut do roviny čistou zednickou lžící. Takto zhotovené vzorky byly uloženy ve výrobní hale (obr. 3.4), kde zrály ve stejných podmínkách jako zhotovované dílce. Několik vzorků bylo v letních měsících uloženo do chladícího boxu pro zpomalení nárůstu pevnosti, byla tak možnost změřit hodnoty odrazu při nízkých pevnostech. Následující den byly vzorky odbedněny, povrchově očištěny a převezeny do laboratoře firmy.



Obr. 3.3: Právě odebraná zkušební tělesa



Obr. 3.4: Uložení zkušebních těles ve výrobní hale

### 3.2.3 Měření a zkoušení těles

V laboratoři firmy probíhalo následné zkoušení všech těles. Před každým měřením byla tělesa zvážena. Na základě předchozích zkoušeností pracovníků betonárny byla odhadnuta předpokládaná tlaková pevnost betonu v době zkoušení. Krychle se umísťila na střed lisu a byla postupně zatížena. V lisu byl udržován konstantní tlak odpovídající předpokládané 10% pevnosti daného vzorku. Následně proběhlo na dvou protilehlých stranách rovnoběžných se směrem hutnění tvrdoměrné měření. Na jedné

straně se provedlo 15 měření přístrojem SilverSchmidt L a na druhé straně 10 měření přístrojem SchmidtOriginal N.

Po provedeném měření byla krychle zatěžována konstatním náruštem nepětí 0,6 MPa/s až do porušení (obr. 3.5) a byla tak zjištěna její reálná pevnost v tlaku. Zkouška probíhala dle normy ČSN EN 12390-3 [18]. Po změření tlakové pevnosti následovalo v některých případech měření na dalších tělesech. Bylo provedeno stanovení pevnosti v tahu za ohybu dle ČSN EN 12390-5 [41] a pevnosti v příčném tahu dle ČSN EN 12390-6 [42]. Tato měření nejsou předmětem diplomové práce a do vyhodnocení tedy nebyla zahrnuta. Pro ilustraci jsou však měřené parametry za období červenec až srpen 2019 uvedeny v tabulkách 3.3 a 3.4 ve formě dlouhodobých charakteristik (průměr, výběrová směrodatná odchylka, počet hodnot).



Obr. 3.5: Příklad porušení tlakem – krychle K26-A

Tab. 3.3: Tabulka změrených charakteristik čerstvého betonu

	Průměr	$s_r$
Rozliv [mm]	660	29,9
Teplota čerstvého betonu [°C]	27,7	1,5
Teplota na hale[°C]	25,1	2,4
Vlhkost na hale[%]	49,0	8,8

Získáno z 35 měření při odběru čerstvého betonu.

Tab. 3.4: Změřené pevnostní charakteristiky a objemová hmotnost ztvrdlého betonu

	Stáří	Průměr	$s_r$	n [-]
Pevnost tlaku $f_c$ [MPa]	18 h. 24 h. 48 h. 7 dní 28 dní	28,7 35,3 43,3 55,2 61,0	3,13 3,6 2,15 2,61 4,52	33 8 9 39 48
Pevnost v příčném tahu $f_{ct}$ [MPa]	18 h. 7 dní 28 dní	2,5 3,5 3,9	0,24 0,27 0,40	13 10 11
Pevnost v tahu za ohybu $f_{cf}$ [MPa]	18 h. 7 dní 28 dní	3,1 3,8 4,7	0,37 0,34 0,49	16 21 32
Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	–	2390	47,88	240

### 3.3 Tvorba regresní křivky pro SilverSchmidt PC-L

#### 3.3.1 Zpracování a úprava dat

Během měření byly přístrojem zaznamenány velikosti odrazu, ty byly následně zaneseny do tabulky. Tyto hodnoty byly dále zpracovány. Nejdříve byla provedena kontrola odlehlych měření pomocí Grubbsova testu. Jako rozhodující byla zvolena hladina významnosti  $\alpha = 0,01$ , hodnoty překračující tuto mez byly následně vyřazeny a test byl zopakován. Současně byl také stanoven průměr, výběrová směrodatná odchylka a byla ověřena normalita dat pomocí  $p$ -hodnoty získané Shapiro-Wilkovým testem se zvolenou hladinou významnosti 0,05.

Pro stanovení regresní křivky byly vyfiltrovány hodnoty získané na vzorcích, které byly zkoušeny v maximálním stáří 48 hodin. V tab. 3.5 jsou uvedeny numerické charakteristiky získané z vyfiltrovaných  $Q$ -hodnot a změřených hodnot  $f_c$ .

Pro ilustraci výsledků a přehlednost je uveden pouze výsek (tab. 3.6) z celkové tabulky. Jedná se o měření různých skupin, která byla vybrána, jelikož na nich lze názorně demonstrovat způsob opravy dat. V tabulce je uvedeno označení těles a jednotlivé  $Q$ -hodnoty, na konci každého řádku je pak uvedena změřená pevnost, konečná  $p$ -hodnota Shapiro-Wilkova testu a průměr  $Q$ -hodnot daného měření. Tyto hodnoty byly stanoveny po vyřazení odlehlych měření Grubbsovým testem, nebo na základě krabicového grafu. Kompletní tabulka změřených hodnot je uvedena

v příloze A.

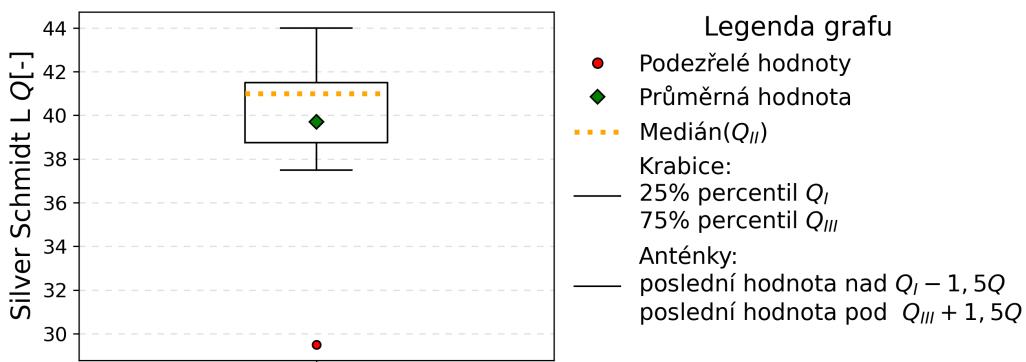
Tab. 3.5: Numerické charakteristiky – SilverSchmidt PC–L

	$Q$ [-]	$f_c$ [MPa]
počet měření $n$	69	69
průměr $\bar{x}$	38,7	29,5
směrodatná odchylka $s_r$	4,81	8,47
<b>min</b>	25,50	10,67
<b>max</b>	47,07	47,49
$x_{25}$	36,57	23,24
$x_{50}$	39,83	30,16
$x_{75}$	41,03	32,39

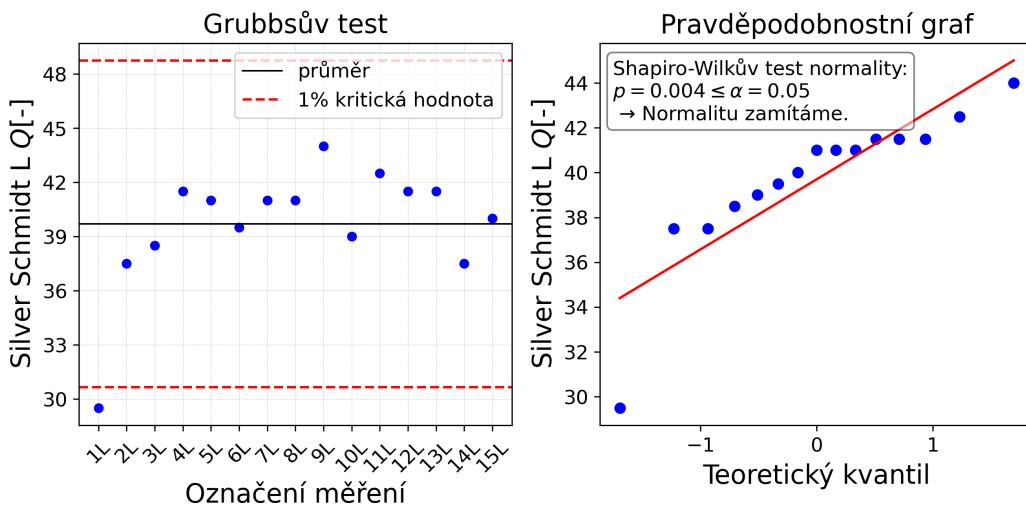
Tab. 3.6:  $Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt PC–L(výsek tabulky)

Ozn.	1L	2L	3L	4L	5L	6L	7L	8L	9L	10L	11L	12L	13L	14L	15L	$f_c$ [MPa]	$p$ [-]	$\bar{Q}$ [-]	
K-2A	41	39	41	37,5	39	38,5	39	37,5	36	38	37,5	36,5	39	40	40,5	30,9	0,572	38,7	
K-15A	29,5	37,5	38,5	41,5	41	39,5	41	41	44	39	42,5	41,5	41,5	37,5	40	32,7	0,616	40,4	
K-17A	40	38	40	41,5	39,5	38,5	36	41,5	41	45,5	44	44,5	39	42	38,5	31,4	0,834	40,6	
K-18A	36	36	38,5	39,5	36,5	40	41	40	40,5	41	39,5	40	41,5	34,5	41,5	28,5	0,033	39,1	
K-18B	47	39,5	41	45	49	38	42,5	41,5	41,5	41,5	40,5	41,5	41,5	41	41	50,5	37,1	0,054	42,7
K-18D	41,5	44	44	43,5	45	46	42,5	41,5	41,5	42	42	44	42,5	49,5	44	47,5	0,151	43,1	
K-30A	40	40,5	39	41	45,5	46,5	41,5	44	42	37,5	40	37,5	40,5	38	40,5	30,9	0,186	40,9	
K-30B	39,5	38,5	40	38,5	39,5	45	41,5	45,5	40	42,5	40	40	40,5	39,5	41	30,9	0,357	40,8	
K-30C	39	39,5	40	39	42,5	39	40,5	40	41	39,5	41	39,5	39	42,5	40	31,9	0,016	40,1	

U některých měření jsou detekovány odlehlé hodnoty, což může být patrné na uvedených grafech. Například měření provedené na krychli K-15A vykazuje dle kramicového grafu (obr.3.6) jednu odlehlou hodnotu, rovněž Grubbsův test (obr.3.7) detekuje měření 1L pod zvolenou kritickou hodnotou. Tato hodnota je v tabulce 3.6 červeně zvýrazněna. Po jejím odebrání je Shapiro-Wilkovým testem stanovená  $p$ -hodnota již nad hladinou významnosti a i pravděpodobnostní graf (obr. 3.8) potvrzuje předpoklad o normálním rozdělení.

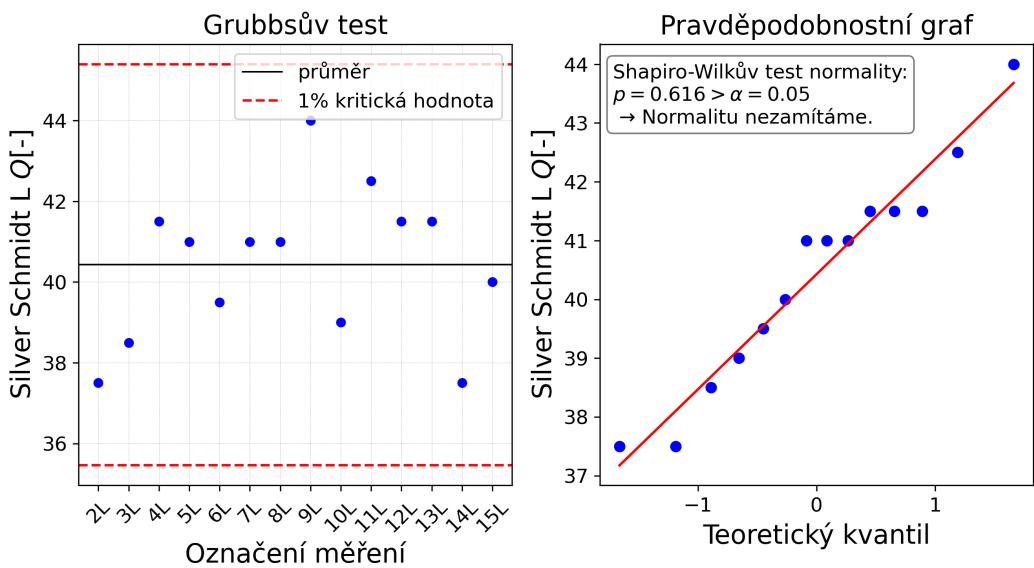


Obr. 3.6: Krabicový graf  $Q$ -hodnot – krychle K-15A

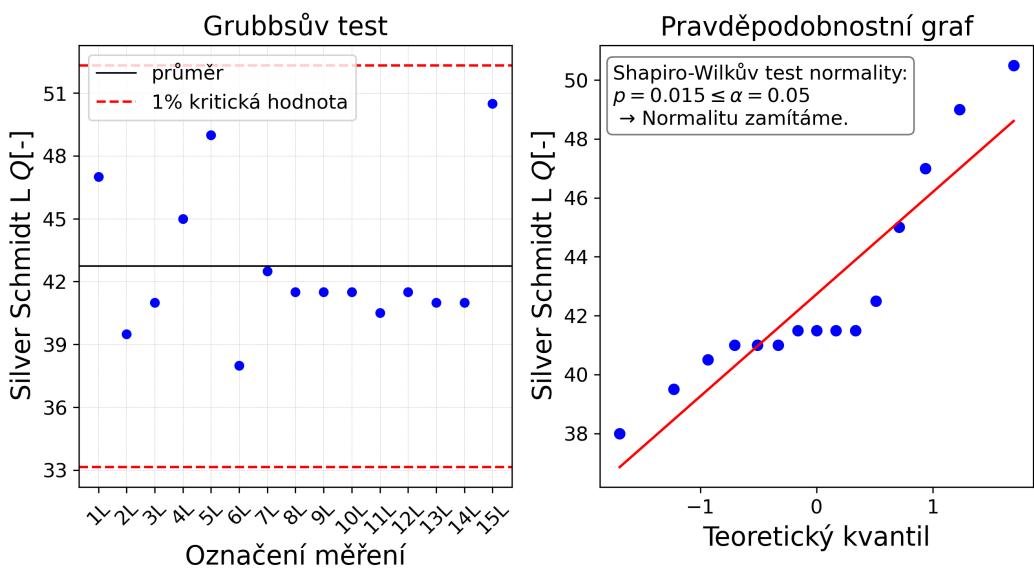


Obr. 3.7: Grubbsův test a test normality  $Q$ -hodnot – krychle K-15A

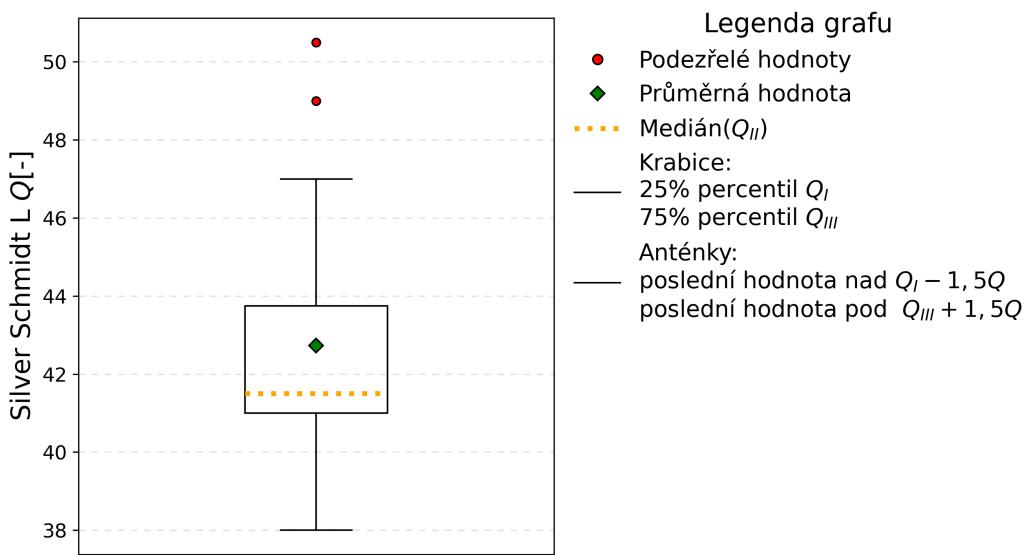
Jiná měření vykazovala  $p$ -hodnotu pod hladinou významnosti to znamenalo, že hypotézu o jejich normalitě zamítáme. V tomto okamžiku není možné Grubbsovu testu důvěrovat. Například krychle K18-B porušovala předpoklad normality, ale odlehlá hodnota nebyla Grubbsovým testem detekována (obr. 3.9), avšak krabicový graf (obr. 3.10) odhaluje dvě podezřelé hodnoty, opět v tabulce červeně zvýrazněno. Výsledný průběh Grubbsova testu a pravděpodobnostního grafu je znázorněn na obr. 3.11. V tomto a podobných případech byly podezřelé hodnoty vyrazeny na základě velikosti interkvartilového rozpětí  $Q$ .



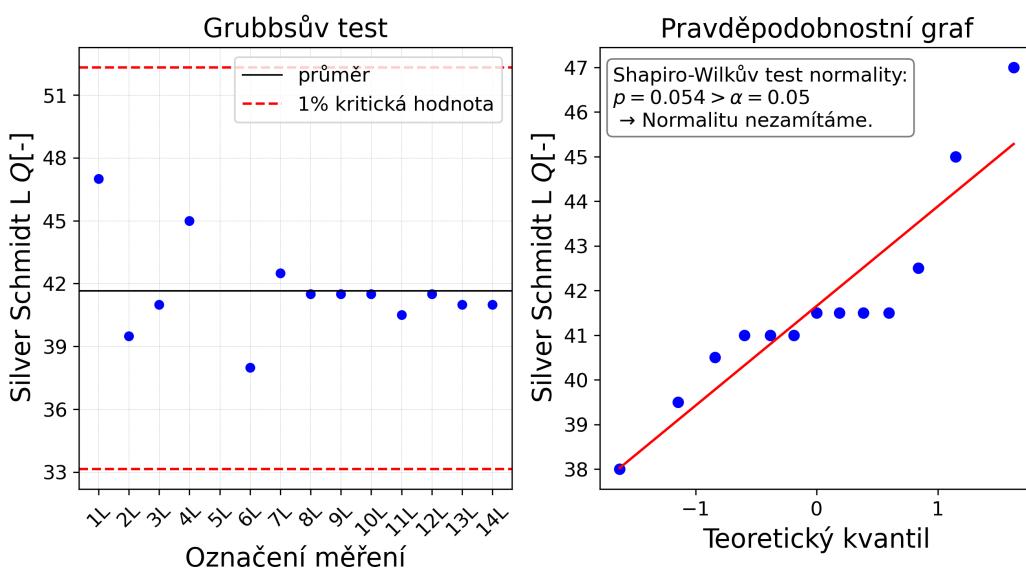
Obr. 3.8: Testy  $Q$ -hodnot po odstranění odlehlé hodnoty – krychle K-15A



Obr. 3.9: Grubbsův test a test normality  $Q$ -hodnot – krychle K-18B



Obr. 3.10: Krabicový graf  $Q$ -hodnot – krychle K-18B

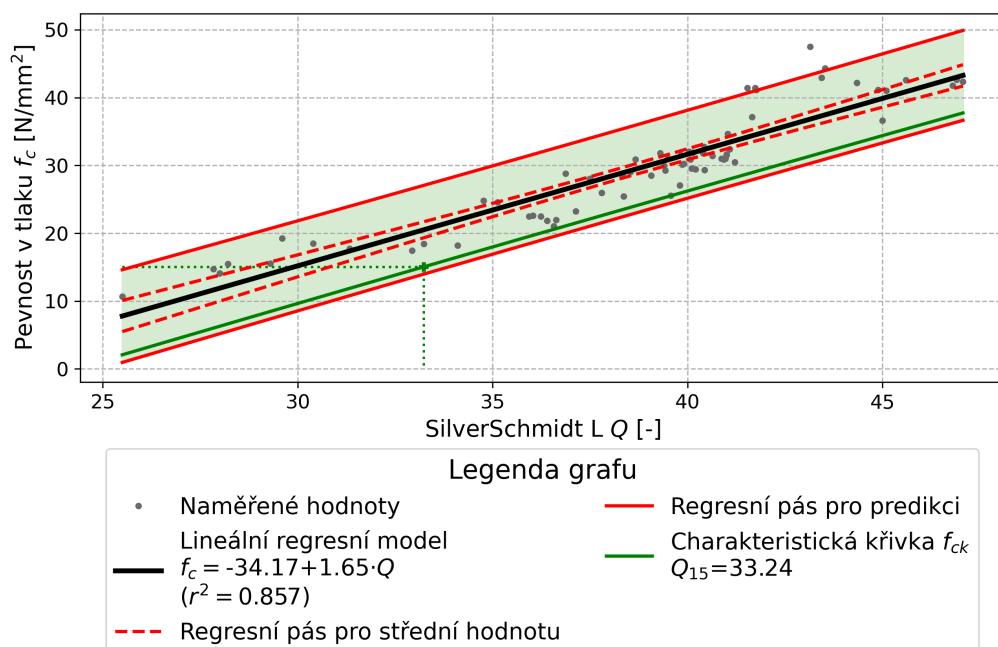


Obr. 3.11: Testy  $Q$ -hodnot po odstranění odlehlých hodnot – krychle K-18B

### 3.3.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt L

Na získaných dvojicích hodnot  $[Q_i, f_{ci}]$  byla dále provedena regresní analýza. Nejdříve byly hodnoty vyneseny do grafu a pomocí metody nejmenších čtverců proloženy přímkou (obr. 3.12). Dle postupu popsaného v kapitole 2.2.2 byly do grafu také vyneseny regresní pásy pro střední přímku a predikční pás.

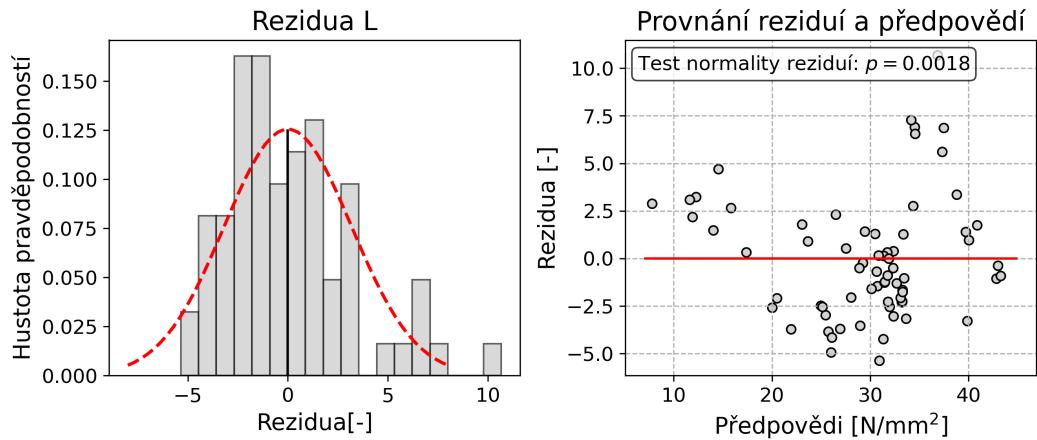
Norma ČSN EN 13791 [3] uvádí hranici spolehlivosti 90 %, jak ale bylo zmíněno v kapitole 2, je jako charakteristická hranice ve stavební praxi brána 95% spolehlivost. Grafické znázornění tedy bylo doplněno o 95% charakteristickou křivku. Při použití této křivky pro určení  $f_c$  je pouze 5% pravděpodobnost, že skutečná pevnost bude nižší. Jako manipulační pevnost byla určena hodnota 15 MPa, tato pevnost je v grafu také vyznačena zeleným bodem. Její hodnota vychází z požadavků výrobců manipulačních závěsů viz. tab. 3.2. V případě výroby prefabrikovaných dílců stačí, aby mistr naměřil průměrnou hodnotu odrazu vyšší jak  $Q_{15}$  a ví, že s daným dílcem může bezpečně manipulovat. Křivku lze také nahradit lineární funkcí, nahrát do přístroje a měřit odhad aktuální charakteristické pevnosti.



Obr. 3.12: 1. regresní model – SilverSchmidt PC–L

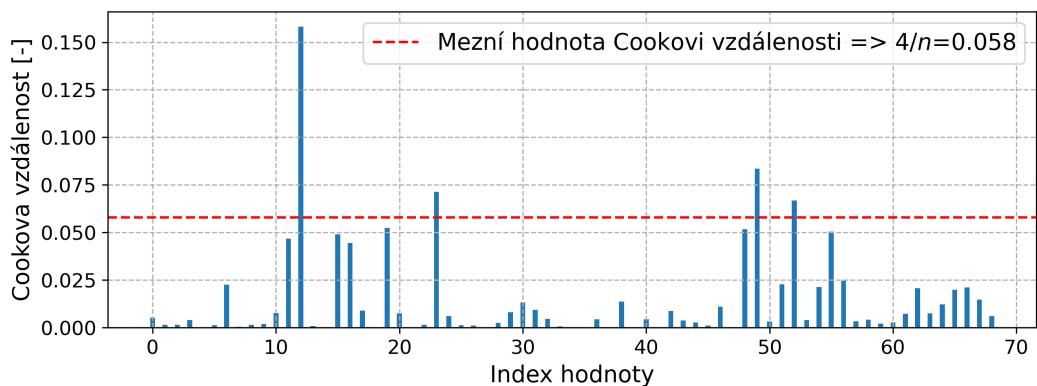
Ačkoliv koeficient determinace  $r^2$  ukazuje na poměrně velkou míru asociace je regresní pás dosti široký. Rovněž analýza reziduí (obr. 3.13) vykazuje body s vysokou hodnotou rezidua a test normality reziduí je pod hladinou významnosti. Z histogramu reziduí je také patrný shluk odlehlých bodů. O tom, zda budou tyto body ze

souboru vyřazeny, bylo rozhodnuto pomocí analýzy vlivních bodů s využitím Cookovy vzdálenosti.

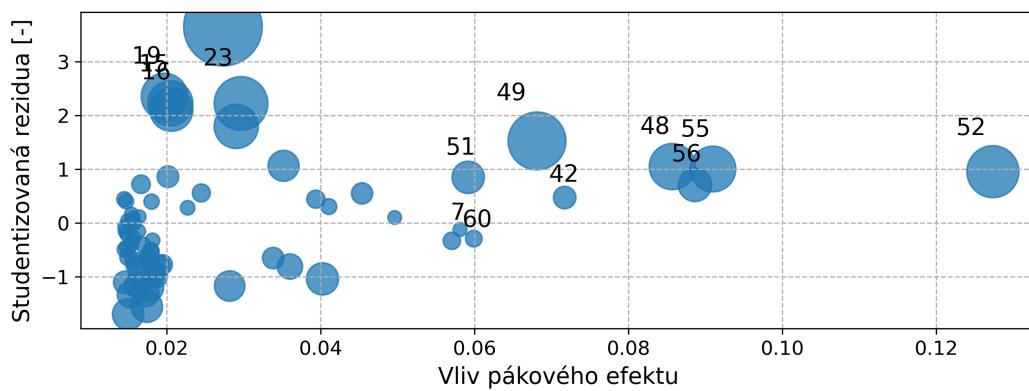


Obr. 3.13: Analýza reziduů lineární regrese (1. model) – SilverSchmidt PC–L

Hodnoty Cookovy vzdálenosti byly stanoveny pomocí knihovny `statsmodels` a následně vyneseny do grafu (obr. 3.14). Pro přehlednost byly data indexována od 0 do 68. Do grafu byla zanesena i hodnota  $4/n$  jako hranice významnosti. Zajímavé je i zobrazení vlivů jednotlivých hodnot na výsledný regresní model pomocí bublinového grafu vlivů (obr. 3.15). Každý vynesený bod je zde zobrazený plochou, která je dána velikostí Cookovy vzdálenosti. Z obou grafů je pak patrný velký vliv bodů 12, 23, 49 a 52, tyto body byly ze základního souboru odebrány a znova byla provedena regresní analýza.

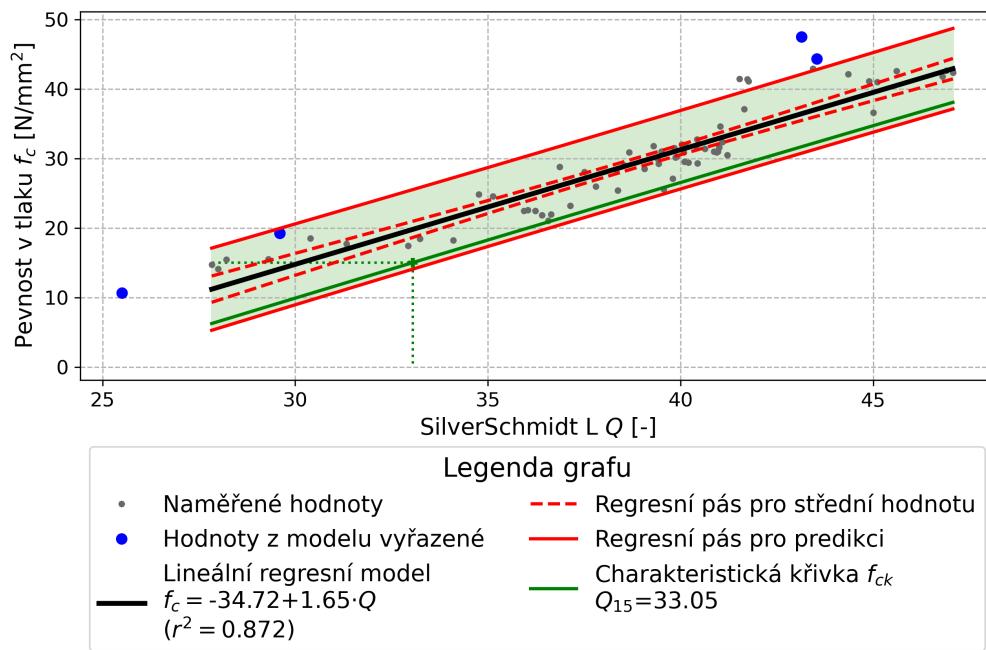


Obr. 3.14: Zobrazení Cookovy vzdálenosti (1. model) – SilverSchmidt PC–L



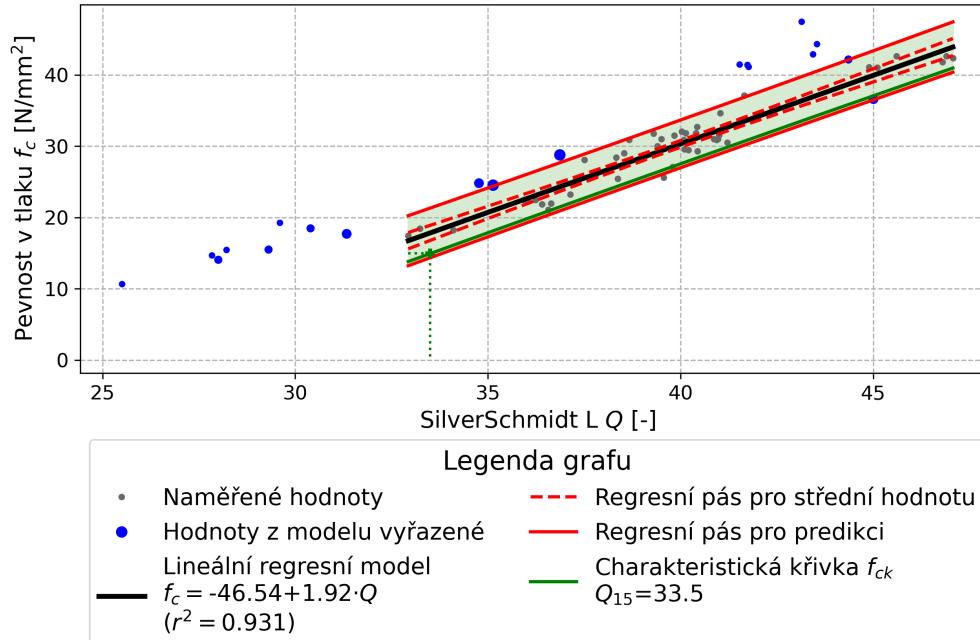
Obr. 3.15: Graf vlivů jednotlivých bodů (1. model) – SilverSchmidt PC–L

2. regresní model (obr. 3.16) vykazuje o něco vyšší míru asociace daných veličin. V grafu jsou pro ukázku modře zobrazeny i hodnoty, které byly ze souboru vyřazeny. Znovu byla spočítána Cookova vzdálenost a rovněž byly detekovány další vlivné body. Tyto body byly ze souboru vyřazeny a postup vyhodnocení se opakoval. Analýza vlivných bodů byla opakována, dokud nebyly vyřazeny všechny vlivné body.



Obr. 3.16: 2. regresní model – SilverSchmidt PC–L

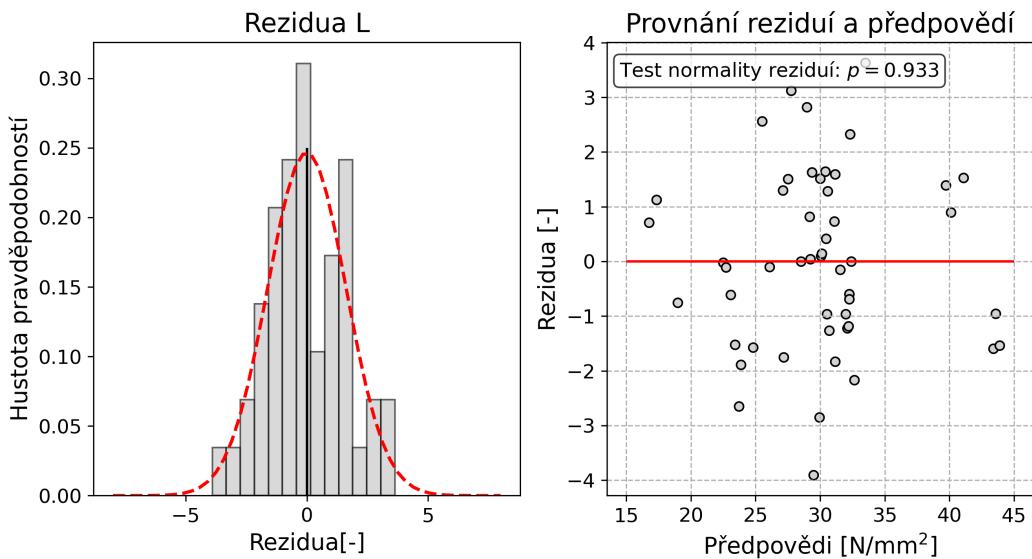
V 6. iteračním kroku byl získán finální regresní model (obr. 3.17). V tomto grafu jsou modře zakresleny vyřazené body, velikost bodu rozlišuje pořadí jejich vyřazení. Nejmenší body byly vyřazeny jako první, největší body byly odebrány po předchozím iteračním kroku. Z grafu je patrné, že z modelu byly vyřazeny body s nízkou hodnotou odrazu. Tyto body vykazovaly silný pákový efekt. To znamená, že mají tendenci otáčet s odhadnutou střední přímkou a hodnotu pevnosti v ranném stádiu nadhodnotit.



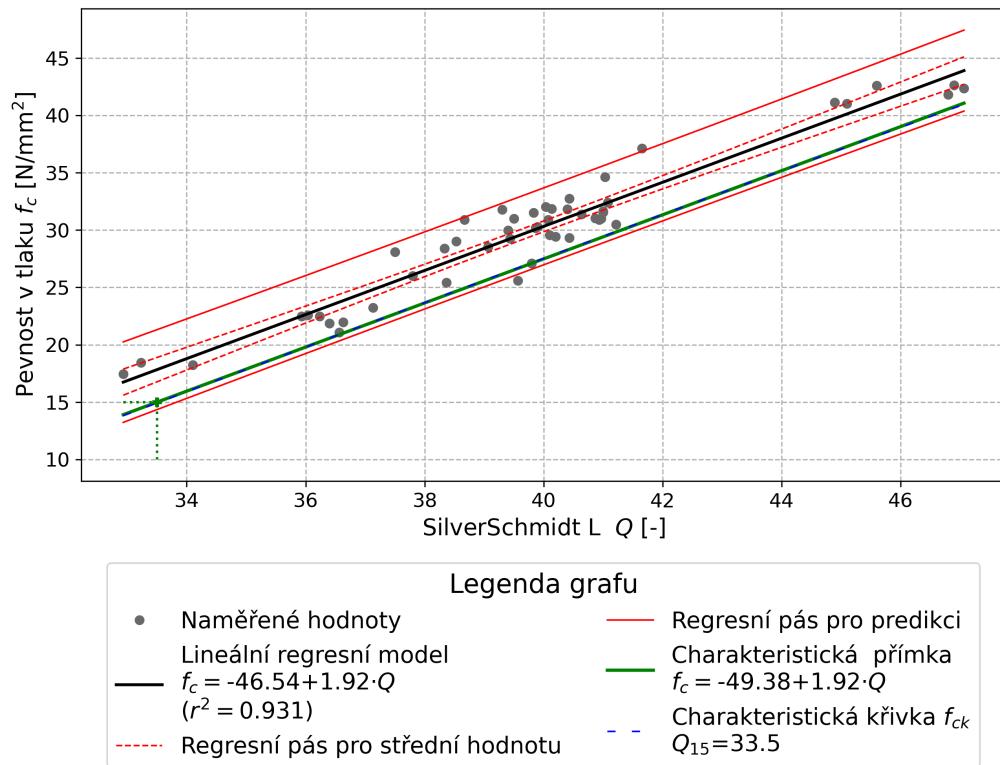
Obr. 3.17: 6. regresní model – SilverSchmidt PC–L

Koeficient determinace je v 6. iteračním kroku již roven 0,931, což ukazuje na vysokou shodu stanoveného modelu s naměřenými daty. Test normality reziduů vyšel nad hladinou významnosti. S normálním rozložením reziduů koresponduje i sestavený histogram (obr. 3.18). Byla vyjádřena rovnice přímky (3.1), která vhodně approximuje charakteristickou křivku. Charakteristická přímka je zeleně znázorněna na obr. 3.19. Nakonec byly znovu stanoveny Cookovy vzdálenosti jednotlivých bodů a již žádné nebyly detekovány jako vlivné.

$$f_c = -49,38 + 1,92 \cdot Q \quad (3.1)$$



Obr. 3.18: Analýza reziduů lineární regrese (6. model) – SilverSchmidt PC–L



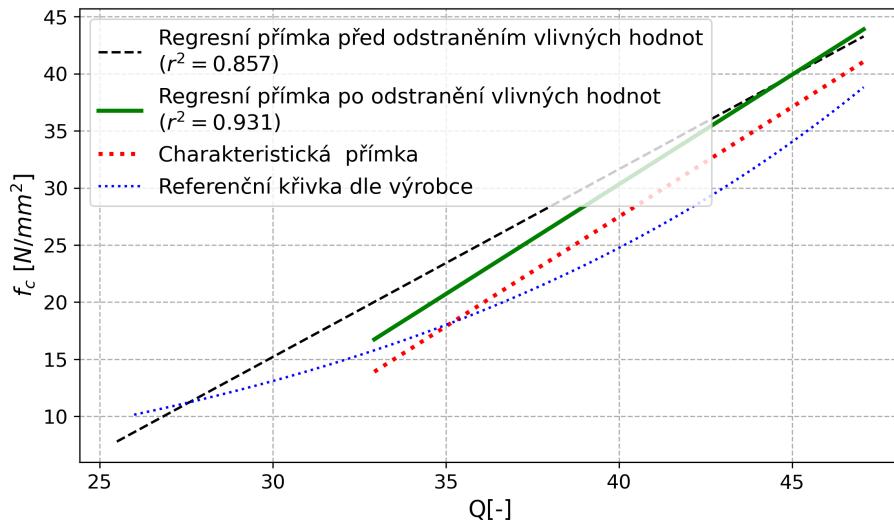
Obr. 3.19: Finální regresní model – SilverSchmidt PC–L

### 3.3.3 Porovnání vztahů

Byl stanoven převodní vztah pro SilverSchmidt PC–L pro konkrétní recepturu a stáří betonu. Jak bylo uvedeno v kap. 1.2.4, své vztahy udává i výrobce tvrdoměru. Vztah pro 50% regresní křivku je uveden v tab. 3.7. Srovnání křivek je vykresleno v grafu na obr. 3.20. Z grafu je patrné, že použití výrobcem udávané křivky by vedlo, oproti stanovené regresní přímce, k mírnému podhodnocení. Zato vyhodnocení podle křivky získané ze všech dat (včetně vybočujících bodů) by výsledky, hlavně u nízkých hodnot odrazu, nadhodnotilo. Zeleně je pak vykreslena finální přímka po odstranění všech vlivných hodnot. Nutno podotknout, že ačkoliv se křivka uvedená výrobcem a modelem stanovená charakteristická přímka vizuálně liší, ve skutečnosti se v hodnotě 15 MPa liší pouze o velikost odrazu 1,36.

Tab. 3.7: Srovnání regresních křivek SilverSchmidt PC–L

Regresní vztah	$f_c$ [MPa]	$r^2$ [-]	$Q_{15}$ [-]
Referenční křivka SilverSchmidt PC–L	$1,9368 \cdot e^{0,0637 \cdot Q}$	–	<b>32,14</b>
Stanovený regresní vztah - všechny hodnoty	$-33,7 + 1,63 \cdot Q$	0,857	29,88
Stanovený regresní vztah - bez vlivných hodnot	$-44,98 + 1,88 \cdot Q$	0,931	32,03
Vyjádřená charakteristická přímka	$-49,38 + 1,92 \cdot Q$	–	<b>33,50</b>



Obr. 3.20: Srovnání regresních přímek – SilverSchmidt PC–L

## 3.4 Tvorba regresní křivky pro SchmidtOriginal N

### 3.4.1 Zpracování a úprava dat

Zpracování a úprava dat získaných tvrdoměrným měření přístrojem SchmidtOriginal N byla provedena obdobně jako měření přístrojem SilverSchmidt PC-L.

Pro stanovení manipulační pevnosti byly vyfiltrovány hodnoty získané na vzorcích v maximálním stáří 48 hodin a zkoušené na pevnost v tlaku. V tab. 3.8 jsou uvedeny numerické charakteristiky získané z vyfiltrovaných  $R$ -hodnot a změrených hodnot  $f_c$ .

Tab. 3.8: Numerické charakteristiky – OriginalSchmidt N

	$R$ [-]	$f_c$ [MPa]
počet měření $n$	48	48
průměr $\bar{x}$	38,4	30,7
směrodatná odchylka $s_r$	2,80	7,07
<b>min</b>	29,75	14,09
<b>max</b>	42,60	47,49
$x_{25}$	37,16	28,33
$x_{50}$	38,73	30,88
$x_{75}$	40,06	32,12

Pro ilustraci výsledků je pro přehlednost rovněž uveden pouze výsek (tab. 3.9) z celkové tabulky. Kompletní tabulka změrených hodnot je uvedena v příloze B.

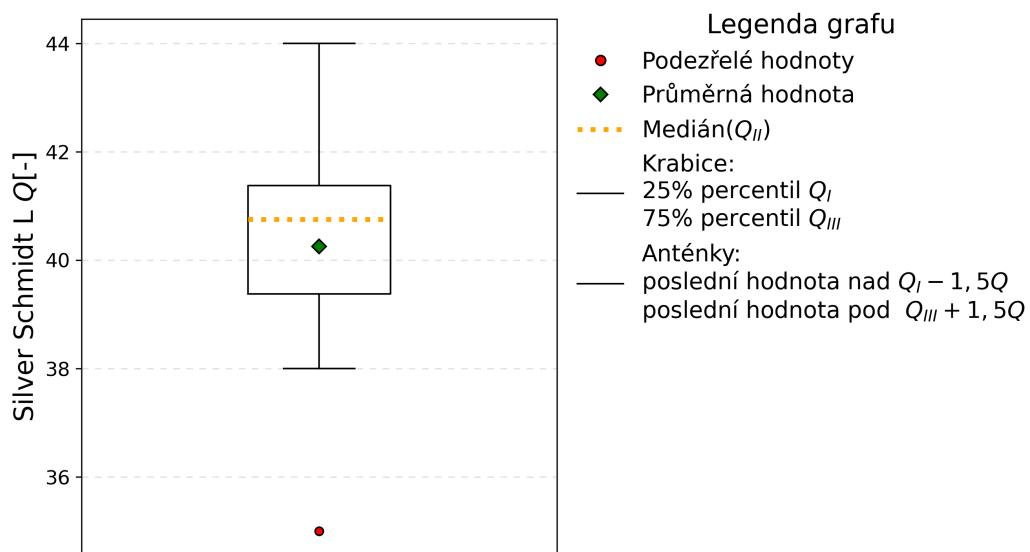
Je patrné, že některá měření nesplňují kritéria normálního rozložení. U jiných měření jsou pak detekovány odlehlé hodnoty. To je také zřejmé na příslušných grafech. Jako příkladné měření lze uvést krychli K-15A. Ačkoliv krabicový graf (obr. 3.21) detekuje podezřelou hodnotu, celý soubor neporušuje předpoklad normálního rozložení. Ani Grubbsovým testem (obr. 3.22) nebyla zjištěna odlehlá hodnota.

V měření z krychle K-5A je označena jedna odlehlá hodnota (v tabulce červeně zvýrazněna), která naruší předpoklad normálního rozdělení (obr. 3.23). Po jejím odebrání je Shapiro-Wilkovým testem stanovená  $p$  hodnota již nad hladinou významnosti (obr. 3.24).

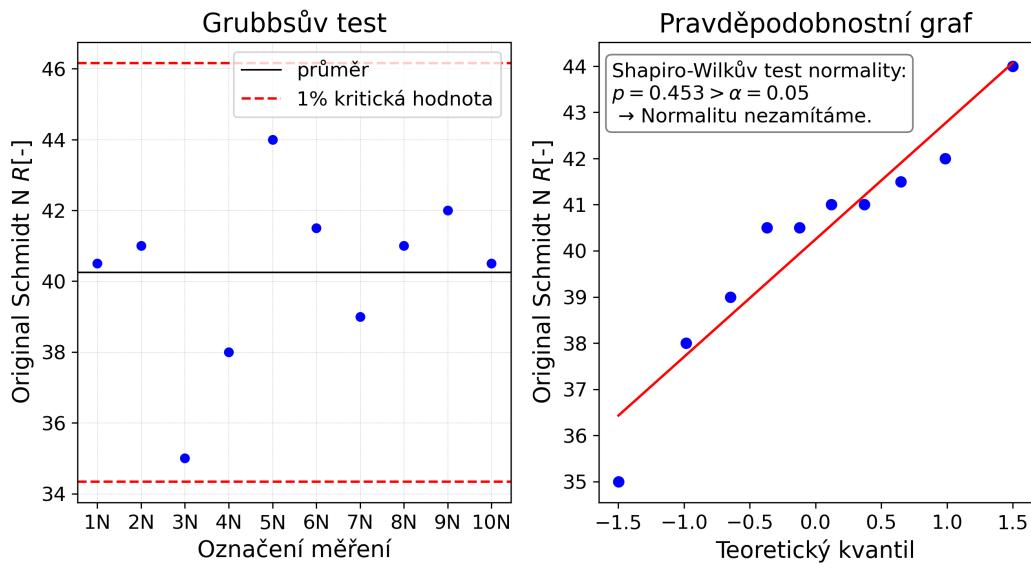
Zajímavé je i zobrazení z K-30C, stanovená  $p$ -hodnota je rovněž nízká, změřené odrazy však nevykazují přílišnou variabilitu, s čímž koresponduje i krabicový graf (obr. 3.25). Rozložení měření odpovídá spíše rovnoměrnému rozdělení.

Tab. 3.9:  $R$ -hodnoty tvrdoměru OriginalSchmidt N (výsek tabulky)

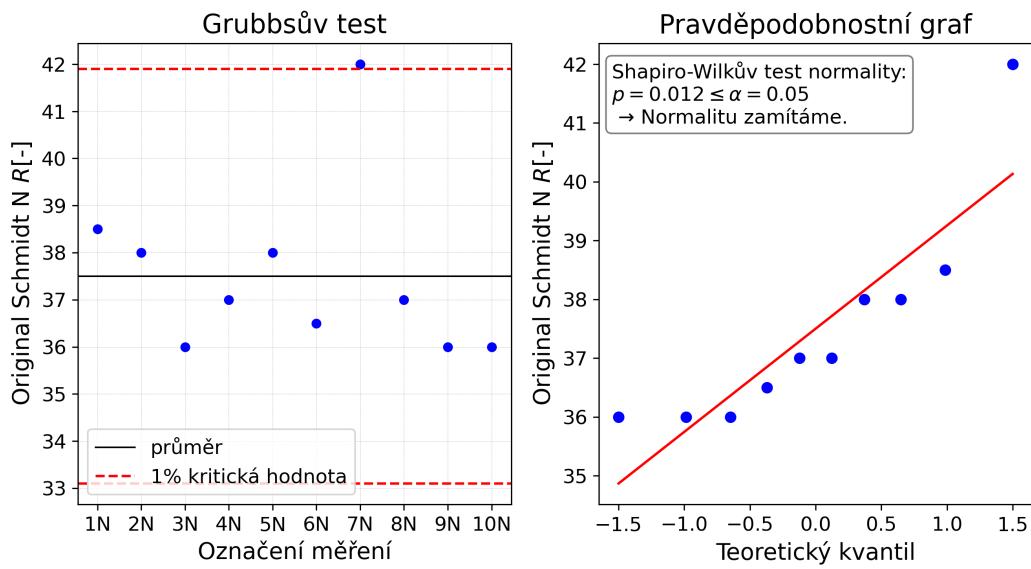
Ozn.	Stáří [hod]	1N	2N	3N	4N	5N	6N	7N	8N	9N	10N	$p$ [-]	$f_c$ [MPa]	$\bar{R}$ [-]
K-4A	18,6	38	37	40,5	38	42	37	41	42	42	40,5	0,0472	29,27	39,80
K-5A	18,3	38,5	38	36	37	38	36,5	42	37	36	36	0,1446	24,83	37
K-15A	18,3	40,5	41	35	38	44	41,5	39	41	42	40,5	0,4526	32,74	40,30
K-16B	25,5	42	42	41	46	42	44	41	40,5	42	40,5	0,0233	36,6	42,1
K-20A	16,5	36	36	35,5	38,5	37,5	42	36,5	38,5	38,5	36	0,0490	25,43	37,5
K-26A	16,7	38	36	41	37	35,5	37	38	37	37	36,5	0,3448	29,99	36,9
K-30A	17,2	38,5	38	38	42	38	38	36,5	40,5	38	38	0,0000	30,89	38,0
K-30B	17,3	39,5	38	36	39	38	38	39	39	36,5	36	0,0917	30,88	37,9
K-30C	17,3	37,5	39,5	40	40	40,5	40	37	41	36,5	40	0,0332	31,86	39,2
K-31A	17,2	38	37,5	40	37,5	41	38	37	37,5	34	41	0,1952	30,99	38,2
K-31B	17,1	41	36	40,5	36,5	36	36,5	37	36	38	39	0,0336	31	37,70
K-37F	16,8	32	31	29	29	32	32	32	31	29	31	0,0069	14,72	30,8



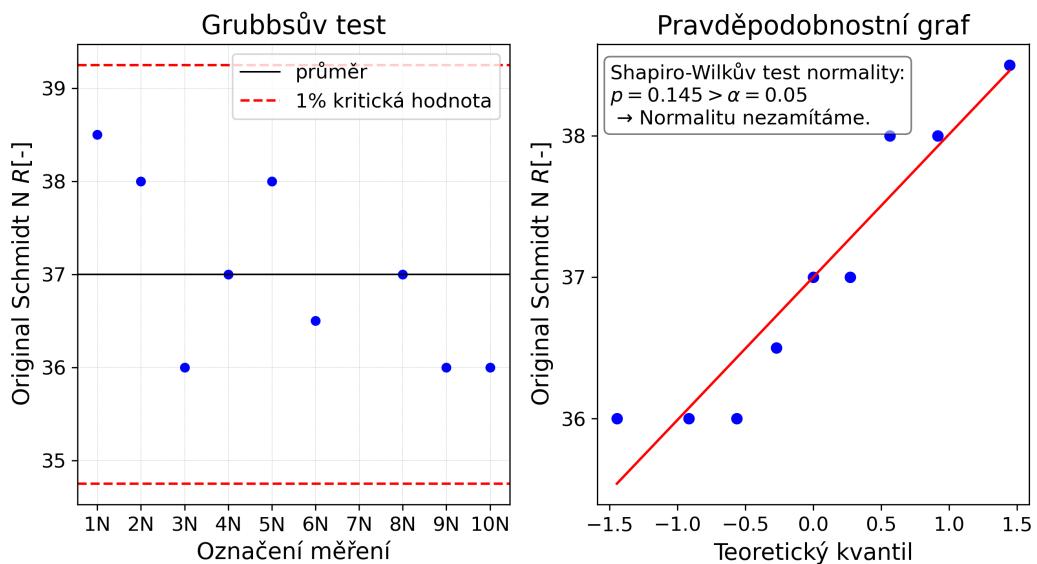
Obr. 3.21: Krabicový graf  $R$ -hodnot – krychle K-15A



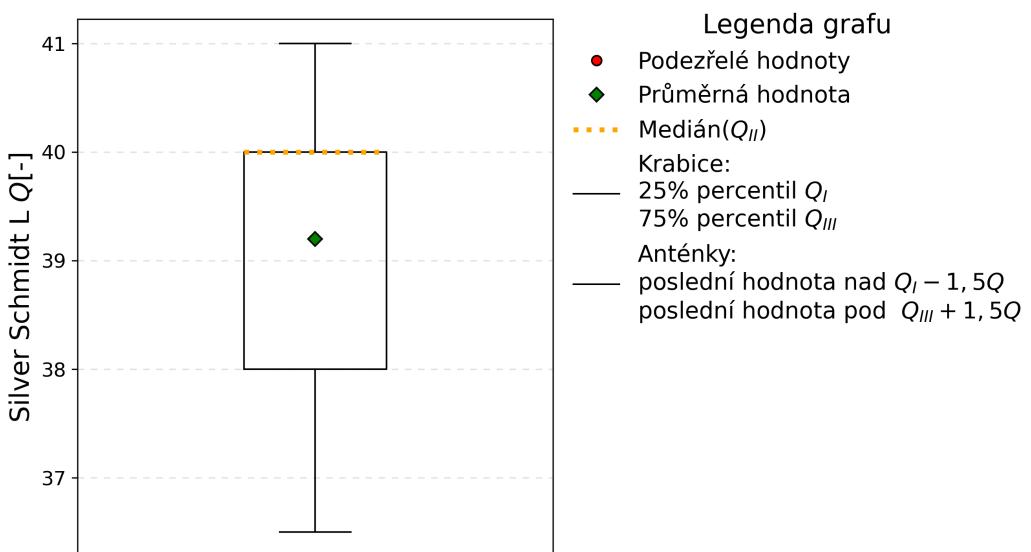
Obr. 3.22: Grubbsův test a test normality  $R$ -hodnot – krychle K-15A



Obr. 3.23: Grubbsův test a test normality  $R$ -hodnot – krychle K-5A



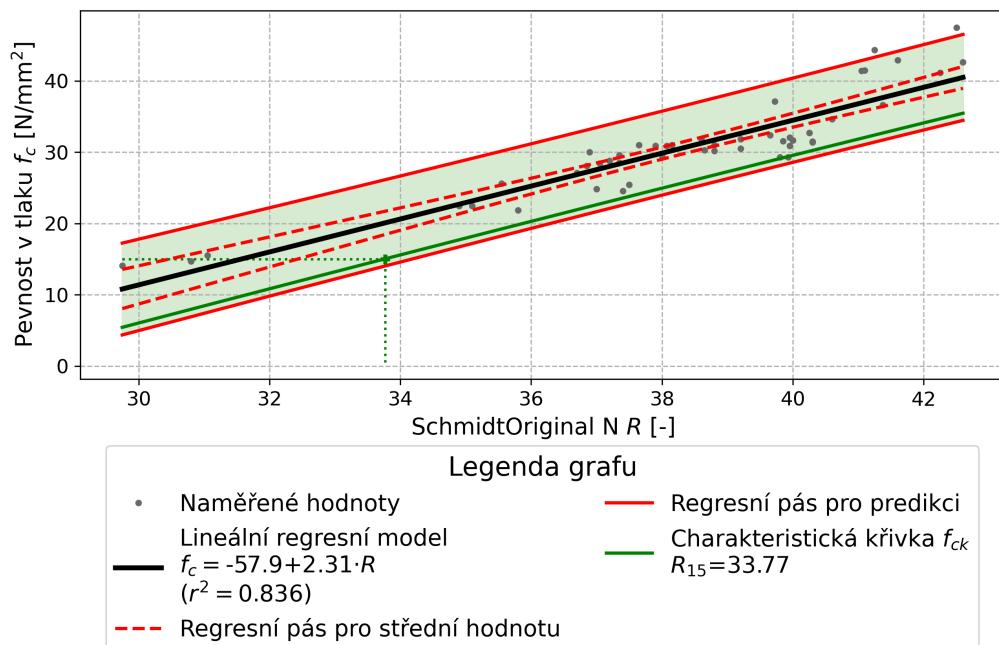
Obr. 3.24: Testy  $R$ -hodnot po odstranění odlehlé hodnoty – krychle K-5A



Obr. 3.25: Krabicový graf  $R$  hodnot – krychle K-30C

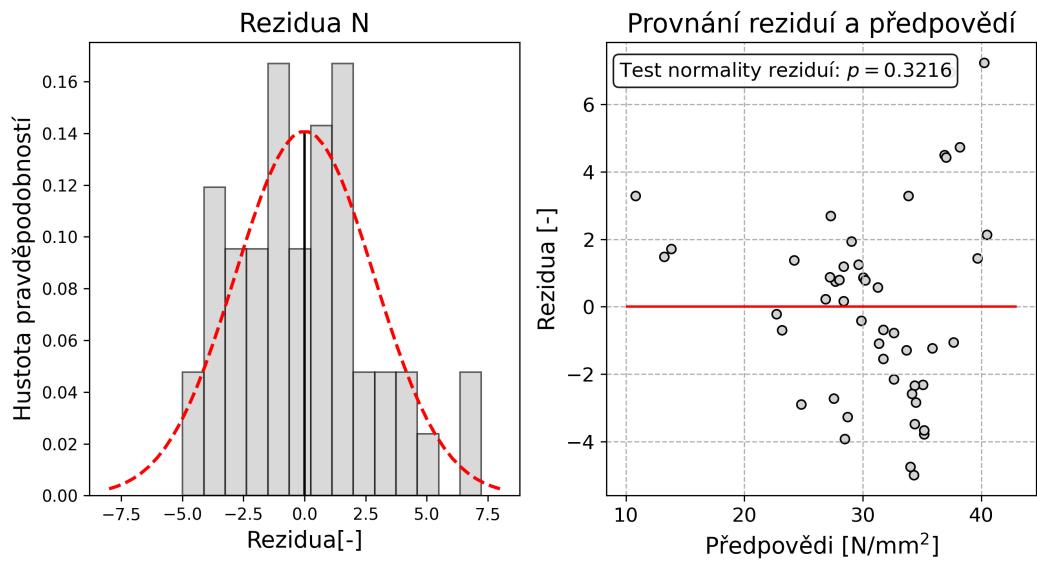
### 3.4.2 Regresní křivka pro SchmidtOriginal N

Na získaných dvojicích hodnot  $[Q_i, f_{ci}]$  byla provedena regresní analýza stejným způsobem jako při předchozím vyhodnocení. Sestaven byl 1. regresní model (obr. 3.26). Tento model doplňuje analýza reziduů (obr. 3.27). Z grafu porovnání reziduů a předpovědí je patrné, že v analyzovaném souboru chybí hodnoty změřené na vzorcích s nízkou pevností, rovněž se zde vyskytují odlehlé hodnoty. Test normality reziduů sice vyšel nad hladinou významnosti 0,05, ale v grafu je patrné trychtýřovité rozložení reziduů, což značí porušení předpokladu homoscedasticity.

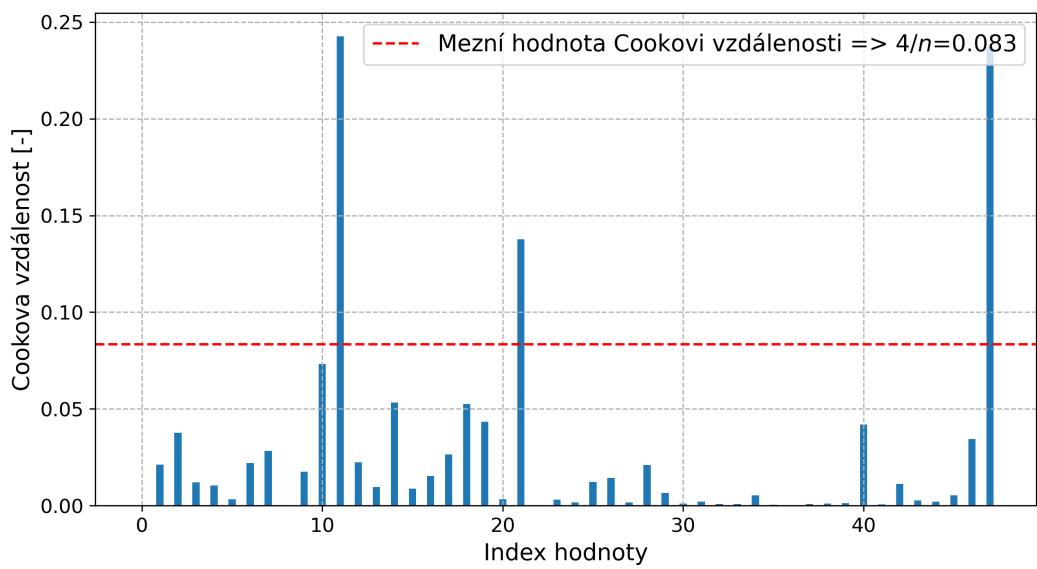


Obr. 3.26: 1. regresní model – SchmidtOriginal N

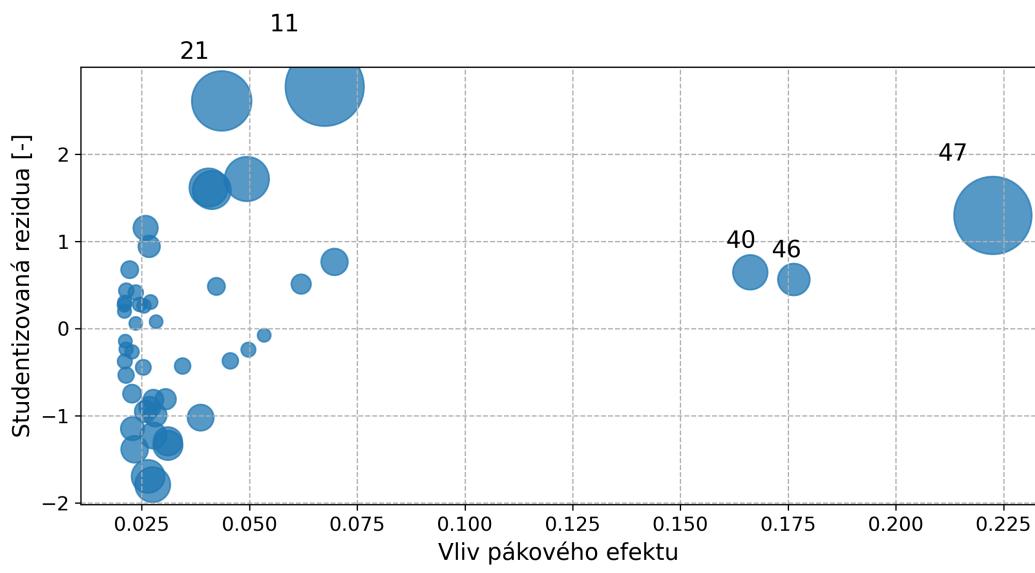
Opět byla provedena analýza vlivných hodnot (obr. 3.28, 3.29). Z uvedených grafů vyplývá, že se v souboru vlivné hodnoty nacházejí. Tyto hodnoty byly tedy vyřazeny a znova se provedla regresní analýza, iterační postup měl v tomto případě 5 kroků. Podle koeficientu determinace je nejlepší shody dosaženo 5. modelem (obr. 3.30). V tomto grafu jsou modře vyznačeny hodnoty, které byly vyřazeny. Velikost značky bodu odpovídá iteračnímu kroku, ve kterém byl bod vyřazen. Vyřazeny byly body s vysokými hodnotami  $f_c$  a  $R$ . Opět se jednalo o body se silným pákovým efektem, které v tomto případě měly tendenci celý model nadhodnocovat v pravé části.



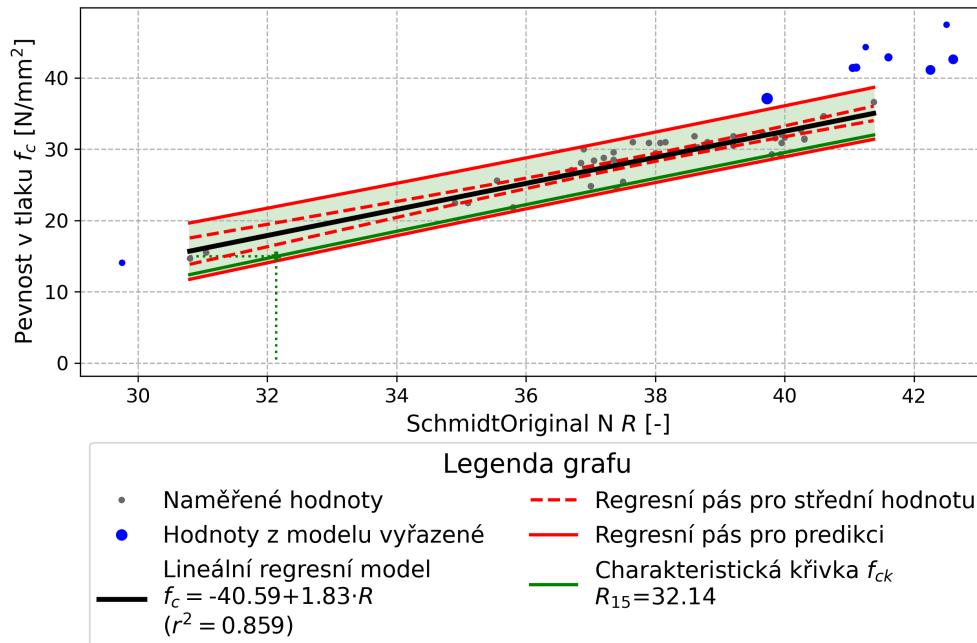
Obr. 3.27: Analýza reziduí lineární regrese (1. model) – SchmidtOriginal N



Obr. 3.28: Zobrazení Cookovy vzdálenosti (1. model) – SchmidtOriginal N

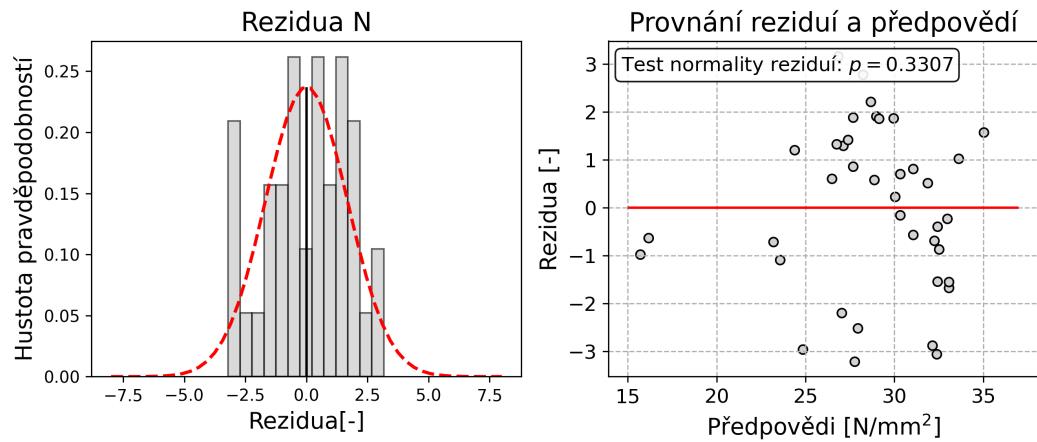


Obr. 3.29: Graf vlivů jednotlivých bodů (1. model) – SchmidtOriginal N

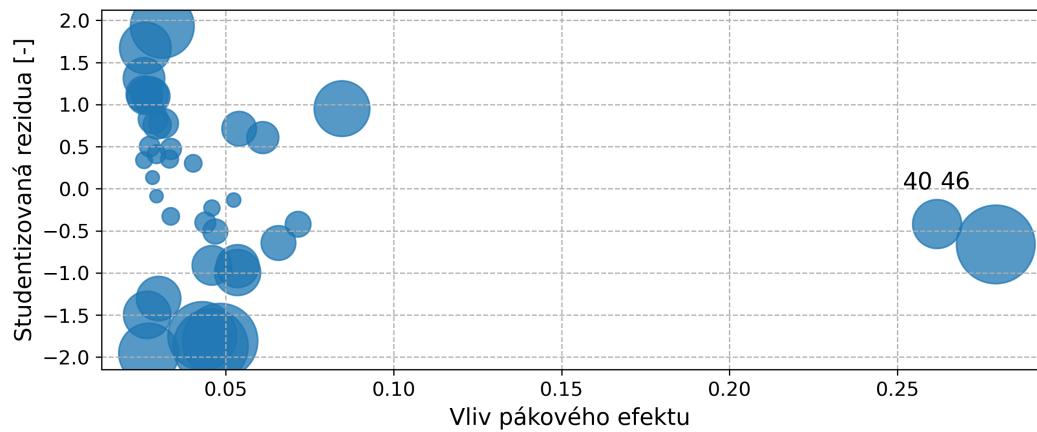


Obr. 3.30: 5. (finální) regresní model – SchmidtOriginal N

Vyřazení hodnot mělo vliv na výsledné zobrazení reziduů (obr. 3.31). Porovnání reziduů a předpovědí je nyní orientačně omezeno na pás v intervalu  $\langle -3; 3 \rangle$ . Výrazněji se tedy snížil jejich rozptyl, ale stále je patrné trychtýřovité rozložení. Pro zkvalitnění modelu by tedy bylo dobré jej doplnit o hodnoty odrazu získané na vzorcích o pevnosti 15 až 25 MPa. Obrázek 3.32 zobrazuje finální vlivy jednotlivých bodů na stanovený regresní model. Objevují se zde dva body s výrazným pákovým efektem, které byly v modelu ponechány. Hodnota jejich rezidua je totiž poměrně nízká a Cookova vzdálenost nepřekračuje stanovenou mez.



Obr. 3.31: Analýza reziduů lineární regrese (5. model) – SchmidtOriginal N



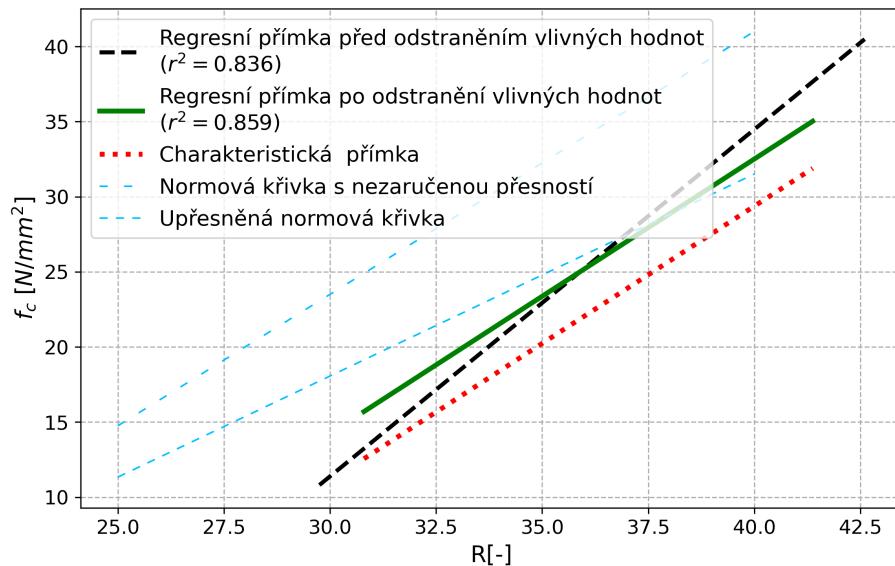
Obr. 3.32: Graf vlivů jednotlivých bodů (5. model) – SchmidtOriginal N

### 3.4.3 Porovnání vztahů

Vztahy stanovené pro SchmidtOriginal N uvedené v tab. 3.10 jsou graficky porovnány na obr. 3.33. Stanovené regresní přímky před odstraněním vlivných hodnot a po odstranění vlivných hodnot jsou porovnány s normou v křivkou dle ČSN 73 1373 [2] před a po upřesnění. Pro konkrétní beton, který byl použit, porovnání dokazuje nevhodnost aplikace normových vztahů pro vyhodnocení pevnosti. Oproti vztahům stanovených pro přístroj SilverSchmidt PC-L vykazují regresní přímky o něco menší koeficient determinace (0,836 a 0,859).

Tab. 3.10: Srovnání regresních křivek SchmidtOriginal N

Regresní vztah	$f_c$ [MPa]	$r^2[-]$	$R_{15} [-]$
Stanovený regresní vztah - všechny hodnoty	$-57,9 + 2,31 \cdot R$	0,836	31,57
Stanovený regresní vztah - bez vlivných hodnot	$-40,59 + 1,83 \cdot R$	0,859	30,42
Vyjádřená charakteristická přímka	$-43,73 + 1,83 \cdot R$	–	<b>32,14</b>
Normová křivka s nezaručenou přesností $f_{be}$	$-39,00 + 1,75 \cdot R$	–	25,14
Upřesněná normová křivka $f_b$	$0,77 \cdot f_{be}$	–	27,72



Obr. 3.33: Srovnání regresních přímek – SchmidtOriginal N

## 4 Závěr

Tato diplomová práce měla dva hlavní cíle. Prvním cílem bylo provedení rešerše zdrojů zaměřených na tvrdoměrné metody zkoušení, oblast technologie prefabrikace a nástroje regresní analýzy. Druhým cílem bylo vytvoření empirických vztahů pro stanovení odhadu manipulační pevnosti betonu v prefabrikovaných dílcích na základě tvrdoměrného měření.

Teoretická část pojednávala o tvrdoměrných metodách a jejich využití v hodnocení. Popisány byly běžně používané přístroje, způsob měření a aktuální možnosti využití v hodnocení dle norem a pokynů výrobce. Dále byly komentovány současné poznatky z oblasti technologie prefabrikace. Teoretická část byla uzavřena shrnutím znalostí o analýze dat a regresní analýze. Byl popsán způsob sestavení lineárního regresního modelu, včetně možností definování intervalových odhadů. Rozebrány byly i způsoby hledání odlehlych hodnot jak v jednorozměrném výběru, tak v zavedeném regresním modelu.

Poznatky uvedené v teoretické části byly aplikovány při využití experimentu, jenž je náplní praktické části diplomové práce. Experiment byl naplánován a realizován v rámci výrobního závodu betonových prefabrikovaných dílců společnosti S.O.K. stavební s. r. o. v Třebíči. Předmětem experimentu byla konkrétní receptura betonu, z níž bylo zhotoveno několik sad těles. Na krychlích bylo v určitém stáří provedeno tvrdoměrné měření a následné destruktivní stanovení pevnosti v tlaku. Sběr dat probíhal v letním období přímo v závodě. Veškeré využití dat bylo prováděno v prostředí editoru Visual Studio Code, pomocí skriptovacího jazyka Python a příslušných knihoven.

Pro měření tvrdosti byly použity přístroje SilverSchmidt PC—L a Schmidt Original N. Na základě změrených hodnot pak byly sestaveny regresní modely popisující závislost mezi tvrdostí povrchu a pevností v tlaku. Modely byly doplněny o charakteristickou regresní křivku s 95% spolehlivostí odhadu. Rovněž byla stanovena hodnota odrazu, při které je odhadnutá charakteristická pevnost rovna minimální manipulační pevnosti.

První model sestavený na základě 69 měření přístroje SilverSchmidt PC—L vyzkoušel body odlehle od střední přímky a normalita reziduí modelu byla zamítнутa. Model byl podroben analýze vlivných bodů pomocí Cookovy vzdálenosti. V několika iteračních krocích bylo z modelu odstraněno 19 vlivných hodnot a přesnost modelu se zvýšila. Stanovené přímky byly porovnány s křivkou udávanou výrobcem. Ačkoliv vizuálně se křivky lišily, tak technický rozdíl nebyl příliš významný. V případě stanovení manipulační pevnosti 15 MPa byly hodnoty odrazu velmi podobné.

Model sestavený z 48 měření přístroje SchmidtOriginal N vyzkoušel menší koeficient determinace. Opět byla provedena analýza vlivných hodnot a bylo vyřazeno

9 pozorování. Ačkoliv nebyla zamítnuta normalita reziduí modelu jejich výsledné rozložení porušovalo předpoklad homoskedasticity. Jelikož je regresní vztah určen pro stanovení nízké manipulační pevnosti, lze toto porušení zanedbat, aniž by došlo k výraznému nadhodnocení odhadu manipulační pevnosti. Stanovená přímka byla porovnána s normovými křivkami.

V této diplomové práci byl demonstrován jeden z možných způsobů identifikace odlehlých a vlivných bodů při vyhodnocování výsledků zkoušek tvrdoměrných NDT metod. Vyřazení odlehlých bodů z regresního modelu vedlo k jeho upřesnění. Existují i další způsoby, které by mohly vést ke zpřesnění regresních modelů, např. jiný způsob proložení dat křivkou (metoda úplných nebo vážených nejmenších čtverců). Zajímavé by bylo i zjištění vlivu teploty na míru preciznosti regresního modelu. Pro tuto analýzu by bylo nutné provést měření v zimním období a výsledné vztahy porovnat a vyhodnotit.

# Literatura

1. KOCÁB, D.; CIKRLE, P.; MISÁK, P. TVRDOMĚRNÉ ZKOUŠENÍ BETONU – ČÁST III. *Beton: technologie - konstrukce - sanace*. 2019, roč. 19, č. 5, s. 42–47. ISSN 1213-3116. Dostupné také z: <https://www.betontks.cz/archiv/52019>.
2. ČSN 73 1373 (731373) *Nedestruktivní zkoušení betonu - Tvrdoměrné metody zkoušení betonu*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
3. ČSN EN 13791 (731303) *Posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a v prefabrikovaných betonových dílcích*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
4. *The SilverSchmidt Reference Curve* [online]. PCTE - Papworths Construction Testing Equipment, c2020 [cit. 2020-07-18]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/downloads/>.
5. SZILÁGYI, K.; BOROSNYÓI, A.; ZSIGOVICS, I. Extensive statistical analysis of the variability of concrete rebound hardness based on a large database of 60years experience. *Construction and Building Materials*. 2014, roč. 53, s. 333–347. ISSN 0950-0618. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.11.113>.
6. ČSN 73 2011 (732011) *Nedestruktivní zkoušení betonových konstrukcí*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2012. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
7. ČSN 73 1370 (731370) *Nedestruktivní zkoušení betonu - Společná ustanovení*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
8. ČSN EN 12504-2 (731303) *Zkoušení betonu v konstrukcích. Část 2: Nedestruktivní zkoušení - Stanovení tvrdosti odrazovým tvrdoměrem*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2013. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
9. PAVLÍK, A.; DOLEŽEL, J. *Nedestruktivní vyšetřování betonových konstrukcí*. Praha : Státní nakladatelství technické literatury, 1977. Dostupné také z: <http://www.digitalniknihovna.cz/mzk/uuid/uuid:d9f24490-2d0f-11e4-8e0d-005056827e51>.

10. *Concrete Strength Evaluation, Uniformity, Optical Rebound Hammer* [online]. Switzerland : Proceq [cit. 2020-07-18]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/product/original-schmidt-os8000/>.
11. *Operating Instructions SilverSchmidt & Hammerlink* [online]. Switzerland : Proceq AG [cit. 2020-07-18]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/downloads/>.
12. *Schmidt Rebound Hammers, Concrete Test Hammers, NDT Concrete Strength Test* [online]. Switzerland : Proceq AG [cit. 2020-07-18]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/compare/schmidt-hammers/>.
13. *Concrete Strength Evaluation, Uniformity, Optical Rebound Hammer* [online]. Switzerland : Proceq [cit. 2020-07-18]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/product/silver-schmidt-os8200/>.
14. *BAM : Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung* [online]. Berlin, 2020 [cit. 2021-01-08]. Dostupné z: <https://www.bam.de/Navigation/DE/Home/home.html>.
15. COLLEPARDI, M. *Moderní beton*. Praha : Pro Českou komoru autorizovaných inženýrů a techniků činných ve výstavbě (ČKAIT) vydalo Informační centrum ČKAIT, 2009. ISBN 978-80-87093-75-7.
16. *ČSN EN 206 +A1 (732403) : Beton - Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2018. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
17. *ČSN EN 12504-1 (731303) Zkoušení betonu v konstrukcích - Část 1: Vývrty - Odběr, vyšetření a zkoušení v tlaku*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2019. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
18. *ČSN EN 12390-3 (731302) Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
19. *ČSN EN 1990 ed. 2 (730002) A Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2015. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
20. ČÍŽEK, P. Pět let prefabrikace na prahu třetího milénia. *Beton: technologie - konstrukce - sanace*. [Online]. 2006, roč. 2006, č. 1, s. 3–9 [cit. 2020-11-30]. ISSN 12133116. Dostupné z: <https://www.betontks.cz/archiv/12006>.
21. HELA, R. *Technologie stavebních dílců. Modul M01 : BJ 09 Technologie stavebních dílců*. Brno : Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2005. Studijní opory.

22. *Narízení vlády č. 163/2002 Sb., nařízení vlády, kterým se stanoví technické požadavky na vybrané stavební výrobky*. [Online]. ČESKO, 2002 [cit. 2021-01-12]. Č. Zákony pro lidi.cz. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2002-163>.
23. *ČSN EN 12350-1 (731301) Zkoušení čerstvého betonu - Část 1: Odběr vzorků a zkusební zařízení*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkusebnictví, 2020. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
24. CHEN, J.-H.; HSU, S.-C.; CHEN, C.-L.; TAI, H.-W.; WU, T.-H. Exploring the association rules of work activities for producing precast components. *Automation in Construction*. 2020, roč. 111, s. 103059. ISSN 0926-5805. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2019.103059>.
25. KIM, J.-K.; MOON, Y.-H.; EO, S.-H. Compressive strength development of concrete with different curing time and temperature. *Cement and Concrete Research*. 1998, roč. 28, č. 12, s. 1761–1773. ISSN 0008-8846. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(98\)00164-1](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(98)00164-1).
26. ORTIZ, J.; AGUADO, A.; AGULLÓ, L.; GARCÍA, T. Influence of environmental temperatures on the concrete compressive strength: Simulation of hot and cold weather conditions. *Cement and Concrete Research*. 2005, roč. 35, č. 10, s. 1970–1979. ISSN 0008-8846. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.01.004>.
27. KIM, M.-K.; WANG, Q.; PARK, J.-W.; CHENG, J. C.; SOHN, H.; CHANG, C.-C. Automated dimensional quality assurance of full-scale precast concrete elements using laser scanning and BIM. *Automation in Construction*. 2016, roč. 72, s. 102–114. ISSN 0926-5805. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2016.08.035>.
28. LLORET, E.; SHAHAB, A. R.; LINUS, M.; FLATT, R. J.; GRAMAZIO, F.; KOHLER, M.; LANGENBERG, S. Complex concrete structures: Merging existing casting techniques with digital fabrication. *Computer-Aided Design* [online]. 2015, roč. 60 [cit. 2020-11-30]. ISSN 0010-4485. Dostupné z DOI: [10.1016/j.cad.2014.02.011](https://doi.org/10.1016/j.cad.2014.02.011).
29. HENDL, J. *Přehled statistických metod : analýza a metaanalýza dat*. Páté, rozšířené vydání. Praha : Portál, 2015. ISBN 978-80-262-0981-2.
30. BEDÁŇOVÁ, I. *Vylučování extrémních hodnot souboru* [online]. Brno : Veternírní a farmaceutická univerzita Brno, 2015 [cit. 2020-11-26]. Dostupné z: <https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/Predn2/extremy.htm>.

31. *Grubbs' Outlier Test* [online]. Epina e-Book Team, 2012 [cit. 2020-09-30]. Dostupné z: [http://www.statistics4u.info/fundstat\\_eng/ee\\_grubbs\\_outliertest.html](http://www.statistics4u.info/fundstat_eng/ee_grubbs_outliertest.html).
32. ANTOCH, J.; VORLÍČKOVÁ, D. *Vybrané metody statistické analýzy dat*. Praha : Academia, 1992. ISBN 80-200-0204-9.
33. HOLČÍK, J.; KOMENDA, M. *Matematická biologie: e-learningová učebnice [online]*. 1. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-8095-9. Dostupné také z: <http://portal.matematickabiologie.cz/>.
34. ANDĚL, J. *Základy matematické statistiky*. Vyd. 3. Praha : Matfyzpress, 2011. ISBN 978-80-7378-162-0.
35. KARPÍŠEK, Z. *Regresní analýza* [online]. Brno : Ústav matematiky FSI VUT Brno, 2005 [cit. 2020-10-16]. Dostupné z: <https://mathonline.fme.vutbr.cz/Regresni-analyza/sc-1159-sr-1-a-185/default.aspx>.
36. KOCÁB, D.; MISÁK, P.; CIKRLE, P. Characteristic Curve and Its Use in Determining the Compressive Strength of Concrete by the Rebound Hammer Test. *Materials* [online]. 2019, roč. 12, č. 17 [cit. 2020-10-16]. ISSN 1996-1944. Dostupné z DOI: 10.3390/ma12172705.
37. GLEN, S. *Cook's Distance / Cook's D: Definition, Interpretation* [online] [cit. 2020-10-16]. Dostupné z: <https://www.statisticshowto.com/cooks-distance/>.
38. HALFEN [online]. Halfen GmbH [cit. 2021-01-12]. Dostupné z: <https://www.halfen.com/cz/>.
39. *Kontakt-SK* [online]. Staškov : Kontakt-SK, 2021 [cit. 2021-01-12]. Dostupné z: <http://www.kontakt-sk.com/>.
40. ČSN EN 12350-8 (731301) *Zkoušení čerstvého betonu - Část 8: Samozhutnitelný beton - Zkouška sednutí-rozlití*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
41. ČSN EN 12390-5 (731302) *Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 5: Pevnost v tahu ohybem zkušebních těles*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.
42. ČSN EN 12390-6 (731302) *Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 6: Pevnost v příčném tahu zkušebních těles*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2010. Dostupné také z: <http://csnonline.agentura-cas.cz/>.

# Seznam symbolů, veličin a zkratek

$\alpha$	velikost odrazu (ČSN)
$\alpha$	upřesňující součinitel
$\alpha$	hladina významnosti
$\beta_n$	součinitel odhadu 5%kvantilu
$\beta$	vektor neznámých parametrů
$\hat{\beta}$	odhad vektoru neznámých parametrů metodou nejmenších čtverců
$\Delta f$	posun základní křivky (ČSN EN)
$\delta f$	rozdíl mezi pevností vývrtu a hodnotou pevnosti podle základního vztahu
$\delta f_{m(n)}$	střední hodnota n hodnot $\delta f$
$\mu$	očekávaná hodnota náhodné proměnné
$\sigma$	směrodatná odchylka náhodné veličiny
$\sigma^2$	rozptyl náhodné veličiny
<b>ČSN</b>	Česká technická norma
<b>ČSN EN</b>	Česká verze převzaté (harmonizované) evropské normy
<b>EN</b>	Evropská norma
$e$	náhodný vektor
$e$	Eulerovo číslo
$E(X)$	střední hodnota náhodné proměnné
$f_b$	upřesněná pevnost betonu v tlaku [MPa]
$f_{be}$	pevnost betonu v tlaku s nezaručenou přesností [MPa]
$f_c$	pevnost betonu v tlaku [MPa]
$f_{ck}$	charakteristická pevnost betonu v tlaku normového tělesa [MPa]
$f_{ck,is}$	charakteristická pevnost betonu v tlaku v konstrukci [MPa]
$f_{is,1}$	odhadovaná pevnost betonu v tlaku v konstrukci na základě NDT metod, pomocí vztahu stanoveného ze zkoušek vývrtů (Alternativa 1) [MPa]
$f_{is,min}$	nejnižší výsledek zkoušky pevnosti betonu v tlaku v konstrukci [MPa]
$f_{m(n),is}$	střední hodnota z $n$ výsledků zkoušek pevnosti betonu v tlaku v konstrukci [MPa]
$f_R$	pevnost betonu v tlaku v konstrukci určená odrazovým tvrdoměrem pomocí základní křivky [MPa]
<b>HRC</b>	tvrdost podle Rockwella určená diamantovým kuželem
<b><math>\mathbf{H}^{-1}</math></b>	inverzní matice $\mathbf{H}$
$h_{ii}$	diagonální hodnoty matice $\mathbf{H}$
$k_1$	součinitel závislý na počtu zkušebních dvojic
<b>MPa</b>	jednotka tlaku v soustavě SI (též $N/mm^2$ )

$n$	počet měření
<b>NDT</b>	nedestruktivní zkušební metody - non-destructive testing
$Q$	koeficient vrácené energie
$Q_I$	25 % percentil – kvartil
$Q_{II}$	75 % percentil – kvartil
$R$	velikost vratné dráhy odrazu
$r$	Pearsonův koeficient
$r^2$	koeficinet determinace
$s$	směrodatná odchylka
$s_{xy}$	kovariace veličin $x$ a $y$
$s_r$	výběrová směrodatná odchylka
$s_r^2$	výběrový rozptyl
<b>SDC</b>	Smart dynamic casting - inteligentní dynamické odlévání
$S_{min}^*$	minimální součet čtverců
$T_n$	vypočtené testovací kriterium Grubbsova testu
$T_{n,\alpha}$	tabulkově dána kritická hodnota Grubbsova testu
$t_n$	Studentovo rozdělení pravděpodobnosti s $n$ stupni volnosti
$VK$	variační koeficient
$X$	náhodná proměnná
$\mathbf{X}, \mathbf{Y}$	vektory náhodných veličin
$\mathbf{X}, \mathbf{H}$	značení matic
$\mathbf{X}'$	transponovaná matice $\mathbf{X}$
$\bar{x}$	aritmetický průměr
$\tilde{x}$	medián
$x_q$	empirický kvantil hodnot $x$ s hladinou $q$
$\hat{\mathbf{Y}}$	vektor předpovězených náhodných veličin

# Seznam obrázků

1.1	Tvrdoměr Silver Schmidt PC [11] . . . . .	15
1.2	10% dolní křivka SilverSchmidt typ N [4] . . . . .	17
1.3	Referenční – 50% křivka SilverSchmidt typ N [4] . . . . .	17
1.4	Referenční – 50% křivka SilverSchmidt typ L [4] . . . . .	18
1.5	Křivky pro Schmidtův tvrdoměr typu L sestrojené podle normou uvedené tabulky [2] . . . . .	19
1.6	Vertikální členění výrobního procesu [21] . . . . .	26
1.7	Plnění bádie čerstvým betonem . . . . .	27
2.1	Vzory reziduálních grafů podle [29] . . . . .	37
2.2	Znázornění odlehlých a vlivných bodů, podle [32] . . . . .	38
3.1	Výroba prefabrikovaného dílce . . . . .	39
3.2	Odběr čerstvého betonu . . . . .	42
3.3	Právě odebraná zkušební tělesa . . . . .	43
3.4	Uložení zkušebních těles ve výrobní hale . . . . .	43
3.5	Příklad porušení tlakem – krychle K26-A . . . . .	44
3.6	Krabicový graf $Q$ -hodnot – krychle K-15A . . . . .	47
3.7	Grubbsův test a test normality $Q$ -hodnot – krychle K-15A . . . . .	47
3.8	Testy $Q$ -hodnot po odstranění odlehlé hodnoty – krychle K-15A . . . . .	48
3.9	Grubbsův test a test normality $Q$ -hodnot – krychle K-18B . . . . .	48
3.10	Krabicový graf $Q$ -hodnot – krychle K-18B . . . . .	49
3.11	Testy $Q$ -hodnot po odstranění odlehlých hodnot – krychle K-18B . . . . .	49
3.12	1. regresní model – SilverSchmidt PC-L . . . . .	50
3.13	Analýza reziduí lineární regrese (1. model) – SilverSchmidt PC-L . . . . .	51
3.14	Zobrazení Cookovy vzdálenosti (1. model) – SilverSchmidt PC-L . . . . .	51
3.15	Graf vlivů jednotlivých bodů (1. model) – SilverSchmidt PC-L . . . . .	52
3.16	2. regresní model – SilverSchmidt PC-L . . . . .	52
3.17	6. regresní model – SilverSchmidt PC-L . . . . .	53
3.18	Analýza reziduí lineární regrese (6. model) – SilverSchmidt PC-L . . . . .	54
3.19	Finální regresní model – SilverSchmidt PC-L . . . . .	54
3.20	Srovnání regresních přímek – SilverSchmidt PC-L . . . . .	55
3.21	Krabicový graf $R$ -hodnot – krychle K-15A . . . . .	57
3.22	Grubbsův test a test normality $R$ -hodnot – krychle K-15A . . . . .	58
3.23	Grubbsův test a test normality $R$ -hodnot – krychle K-5A . . . . .	58
3.24	Testy $R$ -hodnot po odstranění odlehlé hodnoty – krychle K-5A . . . . .	59
3.25	Krabicový graf $R$ hodnot – krychle K-30C . . . . .	59
3.26	1. regresní model – SchmidtOriginal N . . . . .	60
3.27	Analýza reziduí lineární regrese (1. model) – SchmidtOriginal N . . . . .	61

3.28	Zobrazení Cookovy vzdálenosti (1. model) – SchmidtOriginal N . . . . .	61
3.29	Graf vlivů jednotlivých bodů (1. model) – SchmidtOriginal N . . . . .	62
3.30	5. (finální) regresní model – SchmidtOriginal N . . . . .	62
3.31	Analýza reziduů lineární regrese (5. model) – SchmidtOriginal N . . . . .	63
3.32	Graf vlivů jednotlivých bodů (5. model) – SchmidtOriginal N . . . . .	63
3.33	Srovnání regresních přímek – SchmidtOriginal N . . . . .	64

# Seznam tabulek

1.1	Srovnání Smidt . . . . .	15
1.2	Přehled kritérií shody pro pevnost betonu v tlaku [16] . . . . .	28
2.1	Některé kritické hodnoty $T_{n,\alpha}$ pro Grubbsův test [31] . . . . .	31
2.2	Pásma síly asociace podle velikosti korelačního koeficientu r [29] . . . . .	33
3.1	Receptura použité betonové směsi SCC C30/37 XC2–D <sub>max</sub> 16 mm–F6	40
3.2	Přehled požadovaných tlakových pevností pro manipulaci s dílci . . . . .	40
3.3	Tabulka změrených charakteristik čerstvého betonu . . . . .	44
3.4	Změřené pevnostní charakteristiky a objemová hmotnost ztvrdlého betonu . . . . .	45
3.5	Numerické charakteristiky – SilverSchmidt PC–L . . . . .	46
3.6	$Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt PC–L(výsek tabulky) . . . . .	46
3.7	Srovnání regresních křivek SilverSchmidt PC–L . . . . .	55
3.8	Numerické charakteristiky – OriginalSchmidt N . . . . .	56
3.9	$R$ -hodnoty tvrdoměru OriginalSchmidt N (výsek tabulky) . . . . .	57
3.10	Srovnání regresních křivek SchmidtOriginal N . . . . .	64
A.1	Popisné statistiky . . . . .	77
A.2	Úplná tabulka $Q$ -hodnot (SilverSchmidt PC–L) . . . . .	78
B.1	Popisné statistiky . . . . .	81
B.2	Úplná tabulka $R$ -hodnot (SchmidtOriginal N) . . . . .	82

## **Seznam příloh**

A Úplné tabulky – SilverSchmidt PC–L	77
B Úplné tabulky – SchmidtOriginal N	81

## A Úplné tabulky – SilverSchmidt PC–L

Tab. A.1: Popisné statistiky

	ze všech hodnot		bez vlivných hodnot	
	$Q$ [-]	$f_c$ [MPa]	$Q$ [-]	$f_c$ [MPa]
$\bar{x}$	38,70	29,50	39,73	29,76
$\tilde{x}$	39,83	30,16	39,88	30,38
$s$	4,76	8,47	3,05	6,03
$\sigma$	22,69	71,67	9,29	36,34
Rozdíl max-min	21,57	36,82	14,13	25,16
Min	25,50	10,67	32,93	17,45
Max	47,07	47,49	47,07	42,61
$x_{25}$	36,57	23,24	38,34	26,26
$x_{50}$	39,83	30,16	39,88	30,38
$x_{75}$	41,03	32,39	40,96	31,81
n	69	69	50	50

Tab. A.2: Úplná tabulka  $Q$ -hodnot (SilverSchmidt PC-L)

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří [hod]	1L	2L	3L	4L	5L	6L	7L	8L	9L	10L	11L	12L	13L	14L	15L	$p$ [-]	s [-]	$\bar{Q}$ [-]	$f_c$ [MPa]			
$\infty$	–	vzd.	0	K-1A	18,50	39,0	40,5	40,0	38,0	41,5	38,5	44,5	37,5	43,0	39,5	42,0	38,0	41,5	39,0	40,5	0,581	2,01	40,20	29,44		
	–	vzd.	1	K-2A	21,25	41,0	39,0	41,0	37,5	39,0	38,5	39,0	37,5	36,0	38,0	37,5	36,5	39,0	40,0	40,5	0,572	1,53	38,67	30,88		
	–	vzd.	2	K-4A	18,58	37,5	42,0	36,0	39,5	39,5	41,0	40,5	41,0	39,0	38,5	38,0	40,0	39,0	39,5	40,5	0,905	1,53	39,43	29,27		
	X	vzd.	3	K-5A	18,25	35,0	36,5	34,5	36,5	34,0	33,0	34,0	34,5	34,0	35,0	35,5	33,0	37,5	34,5	34,0	0,222	1,28	34,77	24,83		
	–	vzd.	4	K-15A	18,25	29,5 <sup>3</sup>	37,5	38,5	41,5	41,0	39,5	41,0	41,0	44,0	39,0	42,5	41,5	41,5	37,5	40,0	0,616	1,87	40,43	32,74		
	–	vzd.	5	K-16A	17,75	39,0	39,5	37,0	38,5	40,5	41,0	39,0	41,5	42,5	38,0	40,0	40,0	40,0	34,5	38,5	0,572	1,93	39,30	31,80		
	–	vzd.	6	K-16B	25,50	44,5	43,5	47,0	46,0	51,0	48,5	43,5	43,5	44,0	44,5	46,5	43,5	46,0	42,0	41,0	0,428	2,56	45,00	36,60		
	X	vzd.	7	K-16C	42,00	44,0	46,0	48,0	46,5	44,5	52,0	46,0	49,5	47,5	45,5	48,5	48,5	44,5	44,0	48,5	0,353	2,30	46,90	42,63		
	–	vzd.	8	K-17A	16,67	40,0	38,0	40,0	41,5	39,5	38,5	36,0	41,5	41,0	45,5	44,0	44,5	39,0	42,0	38,5	0,834	2,61	40,63	31,39		
	–	vzd.	9	K-18A	16,50	36,0	36,0	38,5	39,5	36,5	40,0	41,0	40,0	40,5	41,0	39,5	40,0	41,5	34,5	41,5	0,033 <sup>4</sup>	2,25	39,07	28,53		
	–	vzd.	10	K-18B	24,00	47,0	39,5	41,0	45,0	49,0 <sup>3</sup>	38,0	42,5	41,5	41,5	41,5	40,5	41,5	41,0	41,0	50,5 <sup>3</sup>	0,054	2,26	41,65	37,13		
	X	vzd.	11	K-18C	40,67	43,5	42,0	44,0	43,5	44,0	45,0	45,0	42,5	42,5	44,0	44,0	43,5	43,0	43,5	43,5	43,0	0,45	0,75	43,43	42,92	
	X	vzd.	12	K-18D	47,67	41,5	44,0	44,0	43,5	45,0	45,0	46,0	42,5	41,5	41,5	42,0	42,0	42,0	44,0	42,5	49,5 <sup>3</sup>	44,0	0,151	1,42	43,14	47,49
	X	vzd.	13	K-19A	16,25	38,0	35,5	35,5	38,0	33,5	35,5	37,0	33,0	35,0	35,0	37,5	34,0	34,0	33,0	32,5	0,258	1,84	35,13	24,55		
	–	vzd.	14	K-19B	23,42	41,5	41,0	39,5	40,5	40,0	43,0	40,0	40,5	39,5	38,0	39,0	40,0	38,0	40,5	39,5	0,495	1,27	40,03	32,03		
	X	vzd.	15	K-19C	40,58	42,0	42,5	43,5	41,0	42,5	43,0	42,0	41,5	42,0	40,5	41,0	44,0	39,5	41,0	40,0	0,98	1,27	41,73	41,41		
	X	vzd.	16	K-19D	47,75	41,0	42,0	41,5	44,0	43,0	42,5	42,0	42,0	42,5	40,0	40,0	40,5	42,0	41,5	42,0	0,473	1,08	41,77	41,12		
	–	vzd.	17	K-20A	16,50	36,5	38,5	38,5	38,5	38,5	39,5	43,0	40,0	36,5	37,5	37,5	39,5	38,0	35,0	38,5	0,242	1,83	38,37	25,43		
	–	vzd.	18	K-20B	23,83	39,0	41,0	39,0	40,0	39,5	42,5	39,0	41,0	43,0	38,5	38,0	38,0	39,5	40,0	39,5	0,118	1,48	39,83	31,51		
	X	vzd.	19	K-20C	39,50	42,5	40,5	40,0	42,5	40,5	42,5	43,5	41,0	39,0	43,0	42,0	43,5	41,0	41,0	40,5	0,393	1,36	41,53	41,45		
	–	vzd.	20	K-21A	15,67	39,5	35,0	38,0	44,0	41,5	41,5	41,0	42,0	40,0	40,5	39,0	39,0	40,5	48,0	37,0	0,438	3,02	40,43	29,32		
	–	vzd.	21	K-22A	17,50	38,0	40,0	38,5	38,0	37,5	37,0	37,5	39,5	38,0	39,5	39,0	39,5	38,5	40,0	37,5	0,209	0,99	38,53	29,01		
	–	vzd.	22	K-22B	24,25	41,0	41,0	43,0	40,5	44,5	41,0	40,0	41,5	41,0	39,5	40,0	38,5	42,0	42,0	40,0	0,581	1,47	41,03	34,63		
	X	vzd.	23	K-22C	42,18	46,0	44,0	43,0	43,0	45,0	43,5	44,5	44,0	42,5	42,5	40,5	47,5	44,5	42,0	0,876	1,88	43,53	44,33			

Pokračování na další straně

Tab. A.2 – Pokračování z předešlé strany

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří [hod]	1L	2L	3L	4L	5L	6L	7L	8L	9L	10L	11L	12L	13L	14L	15L	p [-]	s [-]	$\bar{Q}$ [-]	$f_c$ [MPa]	
–	vzd.	24	K-23A	16,50	38,0	37,5	38,5	36,5	37,0	35,5	38,5	36,5	35,5	33,0	32,5	33,0	36,0	34,0	37,0	0,186	2,00	35,93	22,48	
–	vzd.	25	K-24A	17,00	38,5	39,5	41,5	40,0	40,0	40,0	41,5	40,5	40,0	40,5	39,0	39,0	38,5	39,0	40,5	0,268	0,95	39,87	30,16	
–	vzd.	26	K-25A	16,78	40,5	38,0	40,0	42,5	41,0	41,0	38,0	38,5	43,0	45,0	39,0	39,5	37,0	36,5	39,0	0,746	2,33	39,90	30,27	
–	vzd.	27	K-26A	16,65	39,0	41,0	40,0	36,0	40,0	39,0	38,5	41,0	40,0	40,0	38,0	41,5	40,0	38,0	39,0	0,305	1,42	39,40	29,99	
–	vzd.	28	K-27A	17,78	41,5	42,5	43,5	40,5	40,5	41,5	41,5	40,5	43,5	40,0	39,0	41,0	40,0	40,5	39,0	0,245	1,38	41,00	31,64	
–	vzd.	29	K-28A	17,45	37,5	39,0	36,5	38,0	39,5	40,0	37,0	32,0	35,5	33,5	33,5	31,5	36,5	35,5	38,0	0,493	2,64	36,23	22,47	
–	vzd.	30	K-28B	17,58	39,0	33,0	34,0	40,0	33,5	37,0	35,5	36,0	33,5	35,0	39,5	40,5	36,0	38,5	35,0	0,213	2,54	36,40	21,88	
–	vzd.	31	K-29A	17,42	42,5	42,5	41,0	46,5 <sup>3</sup>	42,0	43,0	41,0	42,0	40,0	42,5	40,5	40,0	39,0	40,0	41,0	0,356	1,22	41,21	30,48	
–																								
–	vzd.	32	K-30A	17,22	40,0	40,5	39,0	41,0	45,5	46,5	41,5	44,0	42,0	37,5	40,0	37,5	40,5	38,0	40,5	0,186	2,69	40,93	30,89	
–	vzd.	33	K-30B	17,28	39,5	38,5	40,0	38,5	39,5	45,0 <sup>3</sup>	41,5	45,5 <sup>3</sup>	40,0	42,5	40,0	40,0	40,5	39,5	41,0	0,357	1,12	40,08	30,88	
–	vzd.	34	K-30C	17,33	39,0	39,5	40,0	39,0	42,5	39,0	40,5	40,0	41,0	39,5	41,0	39,5	39,0	42,5	40,0	0,016 <sup>4</sup>	1,17	40,13	31,86	
–	vzd.	35	K-31A	17,18	38,0	37,5	38,0	37,5	38,5	41,0	40,0	44,0	41,5	41,5	40,0	39,0	40,0	40,0	36,0	0,781	2,03	39,50	30,99	
–	vzd.	36	K-31B	17,13	39,0	39,5	40,5	41,0	44,0	41,5	39,5	44,5	44,5	43,5	38,5	44,0	39,5	39,0	39,5	41,0	0,027 <sup>4</sup>	2,07	40,97	31,00
–	vzd.	37	K-31C	16,50	38,0	39,0	39,5	41,5	40,0	40,0	43,5	41,0	41,0	40,5	42,0	43,0	39,0	38,0	40,0	0,74	1,64	40,40	31,82	
–	vzd.	38	K-32A	16,92	39,0	40,0	40,5	41,5	40,0	40,0	38,0	40,0	40,5	39,0	40,0	39,5	38,0	41,0	40,0	0,219	0,98	39,80	27,08	
–	vzd.	39	K-33A	16,82	37,5	38,5	36,0	38,0	39,0	39,0	37,5	38,5	38,5	42,0	40,5	39,5	34,0	38,0	38,5	0,283	1,82	38,33	28,41	
X	vzd.	40	K-33B	16,75	36,5	37,5	34,0	41,0	34,5	35,5	41,5	39,5	36,0	37,0	41,5	40,5	36,0	30,0	32,0	0,507	3,47	36,87	28,81	
–	vzd.	41	K-33C	16,68	35,0	36,5	39,0	36,0	39,0	40,0	36,0	38,5	47,0 <sup>3</sup>	37,0	38,0	38,0	37,5	36,5	38,0	0,948	1,40	37,50	28,08	
X	led.	42	K-34A	17,33	29,5	28,0	27,5	30,0	28,5	31,5	29,0	29,0	31,5	28,0	27,5	28,5	30,0	31,0	30,0	0,284	1,35	29,30	15,52	
–	led.	43	K-34B	17,50	44,5	39,5	38,0	40,0	40,0	40,0	42,5	40,0	39,5	45,0	40,5	40,5	38,0	42,5	42,5	0,11	2,10	40,87	31,02	
–	led.	44	K-34C	17,67	41,5	42,5	41,5	45,0	40,5	42,5	41,0	40,0	40,5	40,0	39,0	38,5	39,0	44,0	39,5	0,409	1,87	41,00	31,55	
–	vzd.	45	K-34D	17,83	47,0 <sup>3</sup>	40,0	39,0	41,5	40,0	41,0	43,0	42,5	39,5	41,0	47,5 <sup>3</sup>	41,0	41,0	38,5	46,0	0,145	1,96	41,08	32,39	
–	vzd.	46	K-35A	16,57	35,5	33,5	37,5	39,0	40,0	37,0	39,0	37,0	36,0	37,5	36,0	40,0	36,5	38,0	34,5	0,869	1,89	37,13	23,24	
X	led.	47	K-35B	23,67	36,0	28,5	26,5	30,0	33,0	35,5	30,5	37,0	31,0	31,5	26,5	35,0	30,0	29,5	29,5	0,329	3,31	31,33	17,72	

Pokračování na další straně

Tab. A.2 – Pokračování z předešlé strany

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří [hod]	1L	2L	3L	4L	5L	6L	7L	8L	9L	10L	11L	12L	13L	14L	15L	<i>p</i> [-]	s [-]	$\bar{Q}$ [-]	$f_c$ [MPa]
X	led.	48	K-35C	23,75	29,5	36,0 <sup>3</sup>	30,5	28,5	28,0	28,0	27,0	27,5	28,5	28,5	26,0	30,0	29,0	24,5	29,5	0,481	1,60	28,21	15,49
X	led.	49	K-35D	23,85	31,5	30,0	30,0	29,5	33,5	29,5	29,0	27,5	31,0	29,0	29,0	28,0	28,5	29,5	28,5	0,122	1,50	29,60	19,24
-	vzd.	50	K-36A	17,38	39,0	40,0	40,0	37,5	39,5	39,0	36,5	37,0	37,0	35,5	38,0	35,0	38,0	37,0	38,0	0,635	1,52	37,80	25,99
X	led.	51	K-36B	17,53	31,0	30,0	29,5	35,5 <sup>3</sup>	31,5	31,5	31,5	29,5	29,0	30,0	30,0	30,5	30,5	29,5	31,5	0,088	0,88	30,39	18,51
X	led.	52	K-36C	17,62	28,0	26,0	29,5	25,5	26,0	27,0	24,5	23,5	25,0	21,5	21,0	21,5	26,5	28,0	29,0	0,443	2,70	25,50	10,67
-	vzd.	53	K-37A	16,47	38,5	41,0	42,5	40,5	41,5	40,0	41,0	40,5	37,5	39,5	39,0	39,0	40,5	40,5	40,0	0,927	1,26	40,10	29,55
-	led.	54	K-37E	16,63	37,0	41,5	37,5	40,5	45,0	43,5	39,5	41,0	38,5	38,0	37,0	37,0	38,0	38,0	41,5	0,062	2,51	39,57	25,58
X	led.	55	K-37F	16,82	29,0	27,0	31,0	33,0	26,5	31,5	27,0	25,0	26,0	25,5	27,5	25,0	32,5	26,5	24,5	0,046 <sup>4</sup>	2,86	27,83	14,72
X	led.	56	K-37G	16,87	28,5	28,0	30,5	28,5	29,5	30,5	30,0	27,0	28,5	25,0	25,5	26,5	27,5	29,0	25,5	0,427	1,80	28,00	14,09
-	vzd.	57	K-38A	42,42	46,0	47,0	47,0	48,5	47,5	46,0	46,0	45,5	49,5	44,5	44,0	45,0	47,0	49,5	49,0	0,512	1,75	46,80	41,80
-	vzd.	58	K-38B	42,60	47,0	45,5	49,0	43,0	43,0	43,5	44,0	43,5	45,0	45,5	46,5	44,5	45,0	51,0 <sup>3</sup>	43,5	0,132	1,72	44,89	41,11
-	vzd.	59	K-38C	42,72	47,0	44,5	44,5	43,0	42,0	44,5	40,0	49,5	47,0	41,0	46,5	50,0	49,5	44,5	43,0	0,502	3,10	45,10	41,01
-	vzd.	60	K-38D	47,67	53,5	49,5	45,0	48,0	42,5	46,5	50,0	44,5	48,5	48,0	48,0	42,5	49,0	43,0	47,5	0,422	3,09	47,07	42,36
-	vzd.	61	K-38E	47,75	49,0	45,5	47,5	47,0	45,0	43,5	42,5	51,5	48,0	46,5	44,5	44,0	42,5	44,0	43,0	0,319	2,61	45,60	42,61
X	vzd.	62	K-38F	47,83	43,5	44,5	43,5	45,5	43,0	44,5	43,0	44,0	46,5	45,5	43,5 <sup>3</sup>	43,5	52,0 <sup>3</sup>	47,0	42,5	0,3	1,41	44,35	42,17
-	vzd.	63	K-39A	17,63	30,5	31,0	35,0	37,5	37,0	31,0	28,0	32,5	36,0	32,5	35,5	32,5	36,0	30,5	33,0	0,48	2,80	33,23	18,44
-	vzd.	64	K-39B	17,57	32,0	34,0	33,0	36,0	31,0	32,0	31,0	34,5	37,0	31,5	31,0	34,5	31,5	34,0	31,0	0,042 <sup>4</sup>	1,96	32,93	17,45
-	vzd.	65	K-39C	17,70	35,0	36,5	35,5	34,5	32,0	33,0	30,0	38,0	37,0	31,0	32,0	34,5	32,0	31,0	39,5	0,622	2,83	34,10	18,23
-	vzd.	66	K-39D	18,68	39,5	37,5	37,5	38,5	37,0	40,0	33,5	37,0	34,0	33,0	34,0	43,0	35,0	36,5	32,5	0,571	2,95	36,57	21,07
-	vzd.	67	K-39E	18,83	40,0	41,0	40,0	42,0	36,5	32,5	34,5	32,5	36,0	38,0	33,5	36,5	33,5	37,0	36,0	0,384	3,07	36,63	21,96
-	vzd.	68	K-39F	18,92	40,0	37,5	34,5	35,5	37,5	36,0	35,0	27,0	33,5	40,0	41,0	36,0	36,5	33,0	37,5	0,166	3,42	36,03	22,59

<sup>1</sup> Hodnoty z řádků označené písmenem X, byly důsledkem analýzy Cookovi vzdálenosti označeny za vlivné a z finálního regresního modelu byly vyřazeny.

<sup>2</sup> Sloupec obsahuje informaci o způsobu uložení tělesa při zrání, vzd. = zrání na vzduchu, led. = zrání v lednici.

<sup>3</sup> Červeně zvýrazněné hodnoty jsou hodnoty, které byly vyřazeny na základě Grubbsova testu, nebo krabicových krafů.

<sup>4</sup> Červeně zvýrazněné a podbarvené *p*-hodnoty jsou hodnoty pod hladinou významnosti  $\alpha = 0,05$ .

## B Úplné tabulky – SchmidtOriginal N

Tab. B.1: Popisné statistiky

	ze všech hodnot		bez vlivných hodnot	
	R [-]	$f_c$ [MPa]	R [-]	$f_c$ [MPa]
$\bar{x}$	38,36	30,69	37,94	28,74
$\tilde{x}$	38,73	30,88	38,07	30,16
$s$	2,80	7,07	2,30	4,53
$\sigma$	7,82	49,91	5,28	20,54
Rozdíl max-min	12,85	33,40	10,58	21,88
Min	29,75	14,09	30,80	14,72
Max	42,60	47,49	41,38	36,60
$x_{25}$	37,16	28,33	37,03	27,58
$x_{50}$	38,73	30,88	38,07	30,16
$x_{75}$	40,06	32,12	39,83	31,45
n	48	48	39	39

Tab. B.2: Úplná tabulka  $R$ -hodnot (SchmidtOriginal N)

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří	1N	2N	3N	4N	5N	6N	7N	8N	9N	10N	$p$ [-]	$s$ [-]	$\bar{R}$ [-]	$f_c$ [MPa]
			[hod]															
—	vzd.	0	K-1A	18,50	38,0	39,0	38,0	37,0	36,0	38,0	39,0	38,0	37,0	40,0	0,703	1,15	38,00	29,44
—	vzd.	1	K-2A	21,25	40,0	38,0	38,5	40,5	38,5	42,0	38,0	43,0	41,0	40,0	0,380	1,72	39,95	30,88
—	vzd.	2	K-4A	18,58	38,0	37,0	40,5	38,0	42,0	37,0	41,0	42,0	42,0	40,5	0,047 <sup>4</sup>	2,08	39,80	29,27
—	vzd.	3	K-5A	18,25	38,5	38,0	36,0	37,0	38,0	36,5	42,0 <sup>3</sup>	37,0	36,0	36,0	0,145	0,97	37,00	24,83
—	vzd.	4	K-15A	18,25	40,5	41,0	35,0	38,0	44,0	41,5	39,0	41,0	42,0	40,5	0,453	2,45	40,25	32,74
—	vzd.	5	K-16B	25,50	42,0	42,0	41,0	46,0 <sup>3</sup>	42,0	44,0 <sup>3</sup>	41,0	40,5	42,0	40,5	0,014 <sup>4</sup>	0,69	41,38	36,60
X	vzd.	6	K-16C	42,00	44,0	42,0	41,5	40,0	42,0	43,5	45,5	42,0	44,0	41,5	0,589	1,61	42,60	42,63
—	vzd.	7	K-17A	16,67	40,0	41,5	40,0	41,0	41,5	40,5	39,5	40,0	40,0	39,0	0,351	0,82	40,30	31,39
—	vzd.	8	K-18A	16,50	37,0	36,5	35,0	38,0	37,5	39,0	38,0	38,0	37,5	37,0	0,430	1,08	37,35	28,53
X	vzd.	9	K-18B	24,00	38,3	36,0	40,5	40,0	42,5	37,5	41,0	38,0	43,0	40,5	0,803	2,24	39,73	37,13
X	vzd.	10	K-18C	40,67	39,5	41,5	38,0	42,0	44,5	43,0	42,0	42,0	42,0	41,5	0,206	1,78	41,60	42,92
X	vzd.	11	K-18D	47,67	42,0	40,5	46,0	45,0	41,5	40,0	42,0	44,0	42,0	42,0	0,236	1,91	42,50	47,49
—	vzd.	12	K-19A	16,25	38,0	38,0	36,5	36,5	37,0	36,5	37,5	38,5	38,0	37,5	0,158	0,74	37,40	24,55
—	vzd.	13	K-19B	23,42	40,0	37,0	38,5	42,0	40,0	42,0	40,0	41,0	40,0	39,0	0,472	1,54	39,95	32,03
X	vzd.	14	K-19C	40,58	40,0	39,0	40,0	42,0	41,0	40,5	43,0	40,5	42,5	42,0	0,729	1,28	41,05	41,41
X	vzd.	15	K-19D	47,75	43,0	43,5	43,0	42,0	42,0	40,5	42,0	42,0	42,0	42,5	0,142	0,82	42,25	41,12
—	vzd.	16	K-20A	16,50	36,0	36,0	35,5	38,5	37,5	42,0	36,5	38,5	38,5	36,0	0,049 <sup>4</sup>	1,97	37,50	25,43
—	vzd.	17	K-20B	23,83	39,0	43,0	40,0	39,5	42,0	44,0	39,5	39,0	39,0	38,0	0,071	1,99	40,30	31,51
X	vzd.	18	K-20C	39,50	42,0	40,5	41,0	40,0	42,0	41,0	40,5	41,0	41,0	42,0	0,115	0,70	41,10	41,45
—	vzd.	19	K-21A	15,67	41,0	39,8	40,0	40,5	41,0	37,0	39,0	39,0	42,0	40,0	0,636	1,38	39,93	29,32
—	vzd.	20	K-22B	24,25	35,5	39,5	38,0	42,0	40,5	41,5	44,0	41,0	40,0	44,0	0,715	2,59	40,60	34,63
X	vzd.	21	K-22C	42,18	42,0	39,5	38,0	42,5	42,0	43,0	42,0	41,5	42,0	40,0	0,064	1,57	41,25	44,33
—	vzd.	22	K-23A	16,50	34,0	35,0	34,0	34,5	35,5	34,0	37,0	35,0	38,0	32,0	0,584	1,68	34,90	22,48
—	vzd.	23	K-24A	17,00	37,5	38,5	37,5	38,5	38,0	39,0	40,0	38,5	40,0	40,5	0,289	1,06	38,80	30,16

Pokračování na další straně

Tab. B.2 – Pokračování z předešlé strany

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří	1N	2N	3N	4N	5N	6N	7N	8N	9N	10N	<i>p</i>	<i>s</i>	$\bar{R}$ [-]	<i>f<sub>c</sub></i> [MPa]
				[hod]														
—	vzd.	24	K-25A	16,78	39,0	38,0	35,0	38,0	40,0	38,5	38,5	39,0	41,0	39,5	0,221	1,58	38,65	30,27
—	vzd.	25	K-26A	16,65	38,0	36,0	41,0 <sup>3</sup>	37,0	35,5	37,0	38,0	37,0	37,0	36,5	0,345	0,82	36,89	29,99
—	vzd.	26	K-27A	17,78	38,0	43,5	38,0	40,5	42,0	40,0	41,0	39,0	38,5	39,5	0,515	1,80	40,00	31,64
—	vzd.	27	K-28A	17,45	34,0	34,5	37,5	37,0	34,0	35,0	32,0	35,0	36,0	36,0	0,855	1,61	35,10	22,47
—	vzd.	28	K-28B	17,58	36,0	36,0	37,0	36,0	35,5	35,5	34,5	34,5	34,0	39,0	0,225	1,44	35,80	21,88
—	vzd.	29	K-29A	17,42	40,5	40,0	39,0	40,0	37,5	37,0	41,5	40,0	39,5	37,0	0,225	1,55	39,20	30,48
—	vzd.	30	K-30A	17,22	38,5	38,0	38,0	42,0 <sup>3</sup>	38,0	38,0	36,5 <sup>3</sup>	40,5 <sup>3</sup>	38,0	38,0	0,000 <sup>4</sup>	0,19	38,07	30,89
—	vzd.	31	K-30B	17,28	39,5	38,0	36,0	39,0	38,0	38,0	39,0	39,0	36,5	36,0	0,092	1,31	37,90	30,88
—	vzd.	32	K-30C	17,33	37,5	39,5	40,0	40,0	40,5	40,0	37,0	41,0	36,5	40,0	0,033 <sup>4</sup>	1,58	39,20	31,86
—	vzd.	33	K-31A	17,18	38,0	37,5	40,0	37,5	41,0	38,0	37,0	37,5	34,0	41,0	0,195	2,10	38,15	30,99
—	vzd.	34	K-31B	17,13	41,0	36,0	40,5	36,5	36,0	36,5	37,0	36,0	38,0	39,0	0,034 <sup>4</sup>	1,90	37,65	31,00
—	vzd.	35	K-31C	16,50	42,0	41,0	40,0	39,0	37,5	37,0	38,0	38,0	37,0	36,5	0,271	1,85	38,60	31,82
—	vzd.	36	K-32A	16,92	36,0	35,5	38,0	40,0	39,0	40,0	35,0	35,0	34,5	34,0	0,096	2,32	36,70	27,08
—	vzd.	37	K-33A	16,82	40,0	39,0	34,5	38,5	36,0	36,0	37,0	39,0	35,5	35,0	0,353	1,94	37,05	28,41
—	vzd.	38	K-33B	16,75	39,5	36,0	36,5	37,0	38,0	38,0	36,5	39,0	35,5	36,0	0,384	1,36	37,20	28,81
—	vzd.	39	K-33C	16,68	37,0	39,5	36,0	36,0	37,5	36,5	35,0	38,0	37,5	35,5	0,828	1,33	36,85	28,08
—	led.	40	K-34A	17,33	33,0	31,0	31,0	32,0	32,0	31,0	30,0	30,5	30,0	30,0	0,180	1,01	31,05	15,52
—	led.	41	K-34B	17,50	39,0	41,0	41,0	36,0	38,0	39,0	42,0	38,0	37,0	37,0	0,530	1,99	38,80	31,02
—	led.	42	K-34C	17,67	41,0	36,0	41,0	42,0	40,5	40,0	38,0	40,0	40,0	40,0	0,059	1,70	39,85	31,55
—	vzd.	43	K-34D	17,83	40,0	41,0	40,5	37,0	40,0	40,0	40,0	42,5	38,0	37,5	0,347	1,68	39,65	32,39
—	vzd.	44	K-37A	16,47	36,0	35,5	39,5	36,5	38,0	38,0	39,5	38,0	36,0	36,5	0,178	1,45	37,35	29,55
—	led.	45	K-37E	16,63	34,5	34,0	35,5	35,0	36,0	35,0	38,0	35,0	36,0	36,5	0,493	1,14	35,55	25,58
—	led.	46	K-37F	16,82	32,0	31,0	29,0	29,0	32,0	32,0	32,0	31,0	29,0	31,0	0,007 <sup>4</sup>	1,32	30,80	14,72
X	led.	47	K-37G	16,87	31,0	31,0	29,5	28,0	28,5	31,0	30,0	29,5	30,0	29,0	0,365	1,06	29,75	14,09

Pokračování na další straně

Tab. B.2 – Pokračování z předešlé strany

Poz. <sup>1</sup>	Poz. <sup>2</sup>	Index	Ozn.	Stáří	1N	2N	3N	4N	5N	6N	7N	8N	9N	10N	<i>p</i>	<i>s</i>	$\bar{R}$ [-]	$f_c$ [MPa]
				[hod]														

<sup>1</sup> Hodnoty z řádků označené písmenem X, byly důsledkem analýzy Cookovi vzdálenosti označeny za vlivné a z finálního regresního modelu byly vyřazeny.

<sup>2</sup> Sloupec obsahuje informaci o způsobu uložení tělesa při zrání, vzd. = zrání na vzduchu, led.= zrání v lednici.

<sup>3</sup> Červeně zvýrazněné hodnoty jsou hodnoty, které byly vyřazeny na základě Grubbsova testu, nebo krabicových krafů.

<sup>4</sup> Červeně zvýrazněné a podbarvené *p*-hodnoty jsou hodnoty pod hladinou významnosti  $\alpha = 0,05$ .