Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Fakulta pedagogická
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Užití systémů dynamické geometrie k určování kuželoseček a dalších křivek kolem nás

Vypracoval: Libor ten Hagen
Vedoucí práce: prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.

České Budějovice 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Užití systémů dynamické geometrie k určování kuželoseček a dalších křivek kolem nás jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .... ………………………….

Anotace

Tato bakalářská práce pojednává o kuželosečkách a jejich výskytu v okolním světě. Tím chceme poukázat na propojení geometrie se všedním životem, na propojení teorie s praktickým využitím kuželoseček.

První část se zabývá kuželosečkami, jejich rovnicemi a konstrukcemi. Text je doplněn o obrázky vytvořené v programu GeoGebra.

Druhá část se zabývá základními mostními konstrukcemi a popisuje jejich vlastnosti.

Třetí část je soubor fotografií různých kuželoseček, hlavně mostních oblouků. Křivky na fotografiích jsou analyzovány a zvýrazněny programem GeoGebra. Dále jsou k fotkám stručné popisky jednotlivých objektů a matematický výpočet dané křivky.

Abstract

This bachelor thesis concerns conics and their occurrence in the world around us. Its aim is to point out the connection between geometry and everyday life, between theory and practical use of conics.

The first part deals with conics, their equations and constructions. Some pictures made in software GeoGebra are given as well.

Second part deals with basic information about constructions of bridges and describes their properties.

The third part contains photographs of conics. Most of photographs depict bridges, which are analyzed in the software GeoGebra. Every photographed object is briefly described.

Poděkování

Chtěl bych moc poděkovat panu prof. RNDr. Pavlu Pechovi, CSc. za odborné vedení mé bakalářské práce, za jeho pomocnou ruku a za jeho inspirativní nápady.

Obsah

Úvod

Tato bakalářská práce pojednává o kuželosečkách, které jsou všude kolem nás. Nejprve jsem se chtěl věnovat všem možným kuželosečkám na možných i nemožných místech. Chtěl jsem zkoumat mosty, architekturu obytných budov, statků, kostelů, ale i továren, elektráren či víceúčelových hal. Chtěl jsem hledat kuželosečky i v přírodě, např. na zakřivených stromech, kamenech, kopcích, meandrech řeky a i na zvířatech. Když jsem začal zkoumat první mosty, velmi mě tyto impozantní stavby zaujaly a já se rozhodl se jim věnovat více, než jsem původně chtěl. Pro tuto práci se bohužel hodily jen mosty obloukové, nebo visuté a závěsné. U mostů deskových a trámových se nenacházely žádné kuželosečky, proto by na nich nebylo co zkoumat. Ani krásné holandské zvedací mosty z tohoto důvodu nemůžu použít.

První část práce se věnuje základní teorii kuželoseček. Je zde popsáno, jak vlastně kuželosečky vznikají, dále jsou zde jednotlivé kuželosečky se stručnou charakteristikou a obrázky pro snadnější orientaci. Tato část je důležitá pro poslední část práce, kde se snažím dané kuželosečky identifikovat.

Ve druhé části se věnuji mostním konstrukcím. Jsou zde rozebrány různé druhy mostních konstrukcí a nejvíce je zde věnováno obloukovým mostům. Toto je opět důležité pro další část, kde porovnávám plány mostů a jejich fotografie.

V poslední části se věnuji rozpoznávání kuželoseček na mnou pořízených fotografiích. K rozpoznání kuželosečky jsem používal výhradně program GeoGebra. V každé kapitole jsem nejprve stručně shrnul historii daného mostu, pak jsem vzal vlastní fotografii mostu, vložil do programu GeoGebra a použil funkci *kuželosečka daná pěti body*. Pro ověření tvarů kuželoseček, které mnohdy z obrázku nebyly patrny, jsem prováděl výpočty jejich determinantů, a to v programu wxMaxima. Poté jsem zjišťoval, zda výsledná kuželosečka odpovídá plánům.

V části věnované kuželosečkám je čerpáno a citováno z knihy [8], nebude-li uvedeno jinak. Veškeré obrázky jsou vytvořeny v programu GeoGebra a veškeré fotografie jsem pořídil sám, až na pár výjimek, které i se zdrojem naleznete v seznamu obrázků.

1. Kuželosečky

Jak je z názvu jistě patrno, kuželosečka vznikne, když sekneme rovinou nějakou kuželovou plochu, přesněji řečeno když provedeme řez rotačního kuželu. Tímto řezem dostaneme kružnici, elipsu, parabolu či hyperbolu, podle toho, pod jakým úhlem řez vedeme. Co vznikne při jakém řezu, nám říká *Quételetova-Dandelinova věta:*

Rovina б, která neprochází vrcholem kuželové plochy a která svírá s rovinou kolmou k ose rotační kuželové plochy úhel β menší než je úhel α, který svírají povrchové přímky kuželové plochy s rovinou kolmou k ose rotace, protíná kuželovou plochu v elipse. Je-li úhel α roven úhlu β, potom rovina б protíná kuželovou plochu v parabole. Je-li úhel β větší než úhel α, potom řezem roviny б a kuželové plochy je hyperbola. Ohniska jsou body dotyku kulových ploch vepsaných kuželové ploše, které se zároveň dotýkají roviny řezu б.

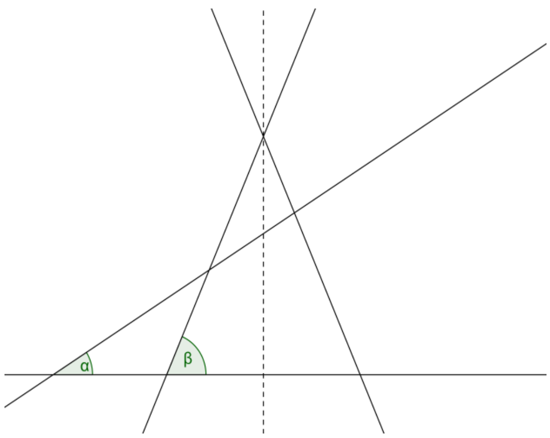
Z výše napsané věty tedy lze vyčíst, že při řezu rotační kuželové plochy vznikne:

1) Elipsa, pokud je $\alpha < \beta$

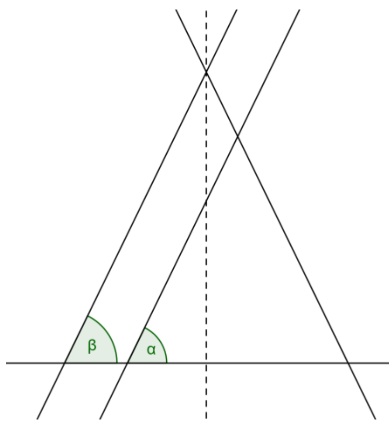
2) Parabola, pokud je $\alpha = \beta$

3) Hyperbola, pokud je $\alpha > \beta$

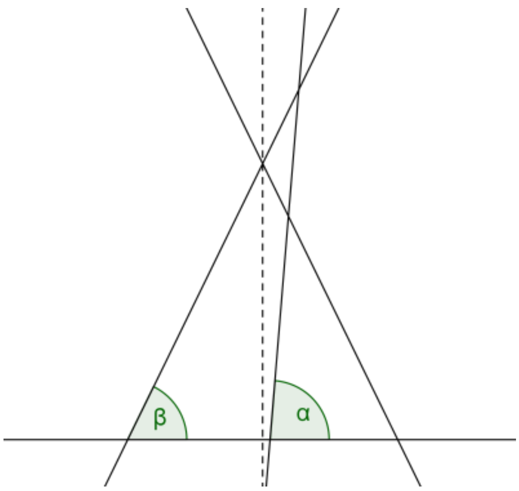
4) Kružnice, pokud je řez kolmý na osu rotace



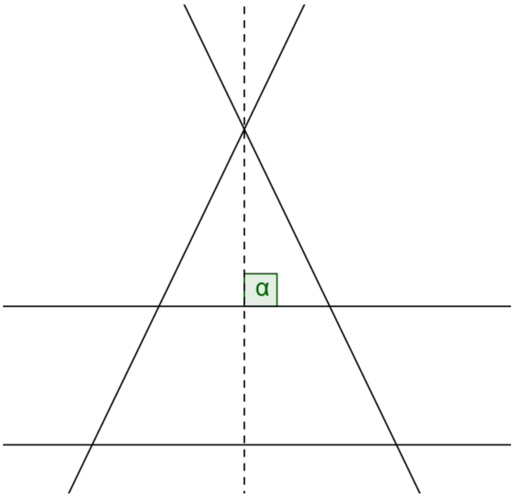
Obr. 1 Elipsa



Obr. 2 Parabola



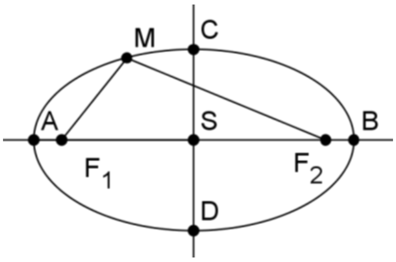
Obr. 3 Hyperbola



Obr. 4 Kružnice

1.1. Elipsa

Elipsou nazveme množinu bodů, které mají od bodů F_1 a F_2 konstantní součet vzdáleností. Body F_1 a F_2 nazveme ohnisky elipsy a body *A*, *B*, *C* a *D* nazveme vrcholy elipsy. Body *A* a *B* jsou hlavními vrcholy elipsy a leží na hlavní ose, body *C* a *D* jsou vedlejší vrcholy a leží na vedlejší ose. Úsečky *AB* a *CD* jsou kolmé a navzájem se půlí. V jejich průsečíku vzniká střed *S*, což je střed celé elipsy. Délka $|AS| = |BS| = a$ se nazývá dálka hlavní poloosy. To samé pak platí pro $|CS| = |DS| = b$. Číslo b se nazývá délka vedlejší poloosy. Na elipse můžeme zvolit libovolný bod *M*, kde úsečky spojující bod M s ohnisky se nazývají průvodiče bodu M a platí $|F_1M| + |F_2M| = 2a$. Pro libovolný bod X platí, že pokud $|F_1X| + |F_2X| > 2a$, pak se jedná o vnější bod elipsy a pokud $|F_1X| + |F_2X| < 2a$, pak se jedná o vnitřní bod elipsy.



Obr. 5 Elipsa

Vzdálenost ohnisek F_1 a F_2 od středu *S* značíme *e* a nazýváme excentricita. F_1 je od F_2 tedy vzdálen *2e*. Pokud *e=0*, pak $F_1 = F_2 = S$ a vznikne kružnice. Kružnice je tedy speciální druh elipsy, která má nulovou excentricitu a kde se délka hlavní poloosy rovná délce vedlejší poloosy, tedy $a = b$. Body CSF_1 tvoří tzv. charakteristický trojúhelník, pro který platí: $a^2 = e^2 + b^2$. Dále zde platí, že délka odvěsny se rovná délce a, tedy $|CF_1| = |CF_2| = |DF_1| = |DF_2| = a$.

1.1.1. Rovnice elipsy

Elipsa je množina bodů $X = [x, y]$, které vyhovují v nějaké kartézské soustavě souřadnic rovnici:

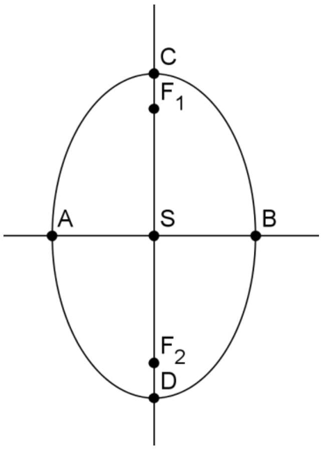
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Rovnice se nazývá kanonická rovnice elipsy, kde a značí délku hlavní poloosy a b značí délku vedlejší poloosy. Střed elipsy je v bodě $S = [0,0]$. Pro elipsu s jiným středem platí rovnice

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

kde je střed elipsy v bodě $S = [m, n]$. V případě kružnice z poloos dostaneme poloměr *r* a po upravení rovnic získáme rovnice pro kružnici $x^2 + y^2 = r^2$, resp. $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$.

Elipsa nemusí být jen naležato, ale muže být i postavena na hlavičku. Pak se hlavní poloosou stane poloosa b a vedlejší poloosou se stane poloosa a a platí, že $a < b$. Rovnice této elipsy zůstávají stejné, jen v rovnici pro výpočet ohniskové vzdálenosti se prohodí a a b, aby pod odmocninou nevzniklo záporné číslo. Tato rovnice pak vypadá takto: $e = \sqrt{b^2 - a^2}$.



Obr. 6 Elipsa postavená na hlavičku

Na závěr si ukážeme obecnou rovnici elipsy, která vypadá následovně:

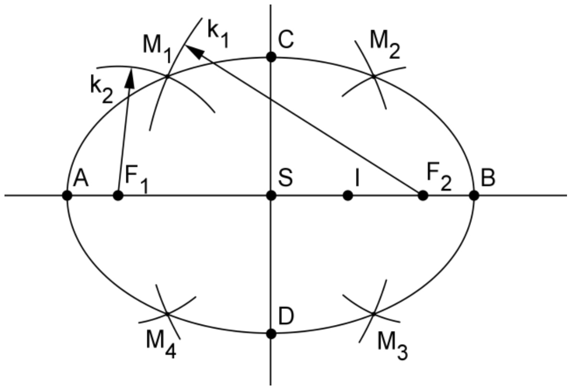
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

O nějakou křivku půjde, bude-li splněno $\frac{C^2}{4A} + \frac{D^2}{4B} - E > 0$

V případě elipsy musí $A \cdot B > 0$

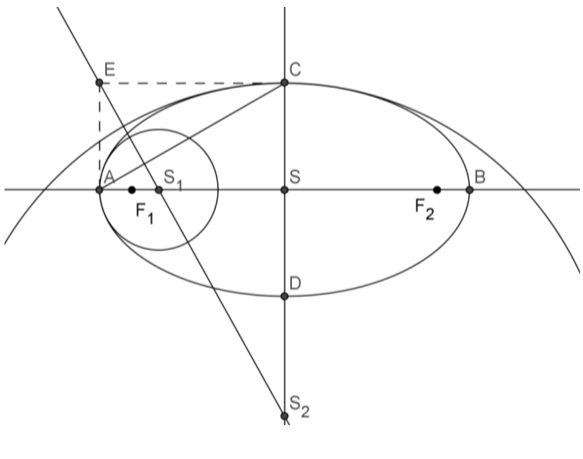
1.1.2. Konstrukce elipsy

Prvním a nejpoužívanějším způsobem je tzv. bodová konstrukce elipsy. Potřebujeme k tomu znát e a a. Narýsujeme přímku, na ní naneseme bod F_1, podle něj určíme střed S, F_2, A a B. Na úsečce mezi body F_1 a F_2 si libovolně zvolíme bod I a sestrojíme kružnice k_1 a k_2 s poloměrem $|AI|$ a $|BI|$ a se středy v ohniscích. V průsečících těchto kružnic získáváme body M_1 a M_2.



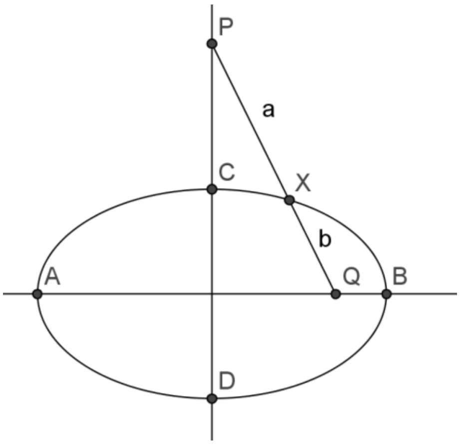
Obr. 7 Bodová konstrukce elipsy

V okolí vrcholů nahrazujeme elipsu tzv. oskulačními kružnicemi, které nejvěrněji kopírují její skutečný tvar. Získáme je tak, že trojúhelník ASC doplníme na obdélník $ASCE$. Z vrcholu E spustíme kolmici na úhlopříčku AC a v místech, kde protne hlavní a vedlejší poloosy nám vzniknou body S_1 a S_2. Tyto body jsou středy oskulačních kružnic, které budou mít poloměr $|S_1A|$ a $|S_2C|$.

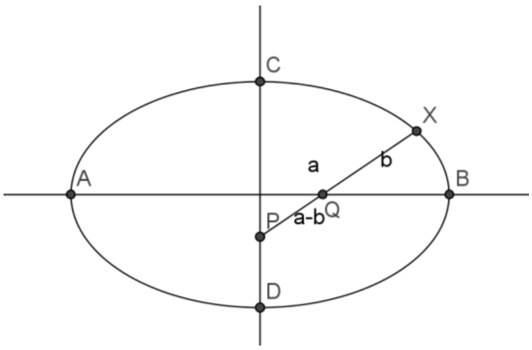


Obr. 8 Oskulační kružnice elipsy

Další způsob, jak sestrojit elipsu, je proužková konstrukce elipsy. Tento postup se dělí ještě na součtový a rozdílový. Při součtové konstrukci elipsy se nám po poloosách svými koncovými body pohybuje úsečka PQ, jejíž délka je $a + b$. Bodem X rozdělíme tuto úsečku v poměru $a\colon b$. Když budeme bodem P pohybovat po vedlejší poloose a bodem Q po hlavní poloose, bude nám bod X opisovat elipsu. Při rozdílové konstrukci elipsy nám po poloosách také jezdí úsečka PQ, ale s délkou $a - b$.



Obr. 9 Proužková konstrukce elipsy-součtová



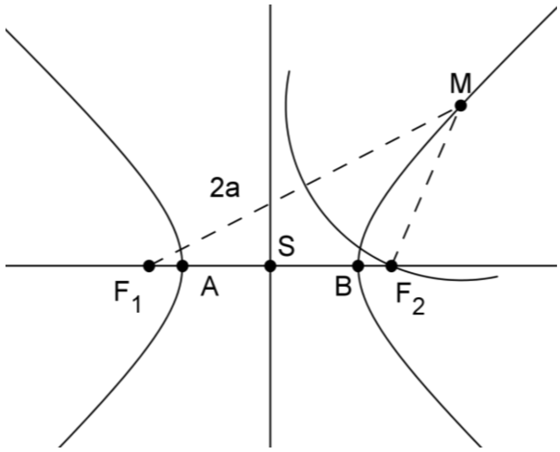
Obr. 10 Proužková konstrukce elipsy-rozdílová

1.2. Hyperbola

Hyperbolou nazveme množinu bodů, která má od bodů F_1 a F_2 konstantní rozdíl vzdáleností nazývaný $2a$. Body F_1 a F_2 nazveme ohnisky hyperboly a jsou od sebe vzdáleny $2e$. Tuto vzdálenost nazveme ohniskovou vzdáleností. Číslo a značí délku hlavní poloosy a číslo $b = \sqrt{e^2 - a^2}$ značí délku vedlejší poloosy. Z definice vyplívá, že na vedlejší ose žádné body hyperboly neleží. Ohniska F_1 a F_2 leží na hlavní ose hyperboly. Body hyperboly A a B ležící na hlavní ose se nazývají vrcholy hyperboly a platí pro ně $|AS| = |BS| = a$. Ekvivalentně pak platí $|F_1S| = |F_2S| = e$. Číslo e se nazývá délková výstřednost neboli excentricita a značí vzdálenost ohnisek od středu S hyperboly. Dále platí, že $a < e$. Pokud $e = a\sqrt{2}$, pak $a = b$. Takové hyperbole se říká rovnoosá.

Vezmeme-li libovolný bod hyperboly značený M, spojnice bodu M s ohnisky F_1, F_2 nazveme průvodiče bodu M, pak rozdíl těchto průvodičů bude $2a$, tedy $\left||MF_1| - |MF_2|\right| = 2a$. Jestliže $\left||XF_1| - |XF_2|\right| < 2a$, pak je X vnější bod hyperboly, naopak pokud $\left||XF_1| - |XF_2|\right| > 2a$, pak je bod X vnitřním bodem hyperboly. Rovina je tedy hyperbolou rozdělena na vnitřní body, vnější body a body hyperboly.

Z výše uvedeného je jasné, že hyperbola se skládá ze dvou disjunktních částí nazývanými větvemi. Tyto větve jsou souměrné podle středu *S*. Mezi těmito větvemi jsou asymptoty u_1, u_2, které prochází středem S hyperboly a s hlavní osou svírají úhel φ, pro který platí $tan\,\varphi = \frac{e}{a}$.



Obr. 11 Hyperbola

1.2.1. Rovnice hyperboly

Hyperbola je množina bodů $X = [x, y]$, které vyhovují v nějaké kartézské soustavě souřadnic rovnici:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

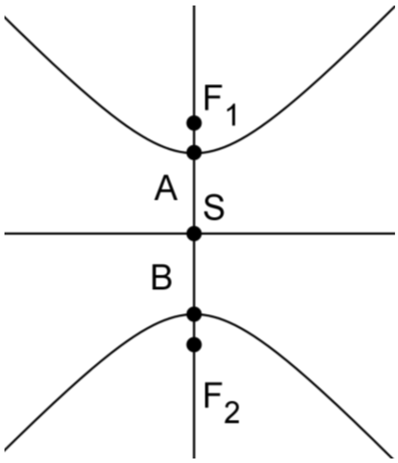
Tato rovnice se nazývá kanonická rovnice hyperboly a platí pro hyperboly se středem $S = [0,0]$ a s hlavní osou rovnoběžnou s osou *x*. Pro hyperboly se středem $S = [m, n]$ platí

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

Pro hyperboly s hlavní osou rovnoběžnou s osou *y* se změní znaménko na pravé straně, tedy

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

pro hyperboly se středem $S = [0,0]$. Ekvivalentně to platí pro hyperboly se středem $S = [m, n]$

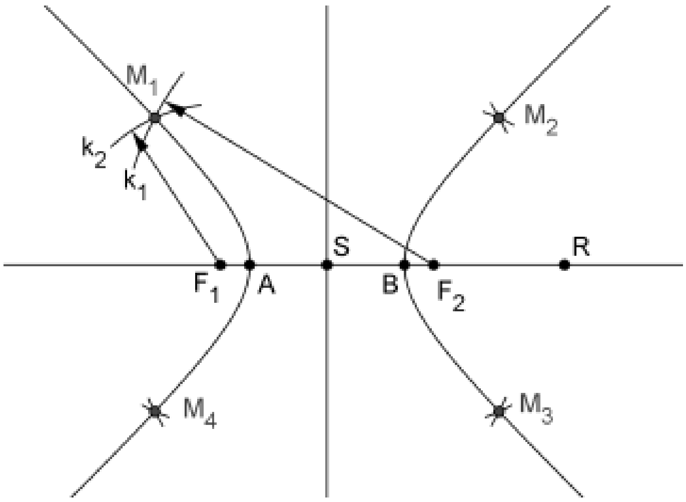


Obr. 12 Hyperbola s hlavní osou rovnoběžnou s osou *y*

Obecná rovnice hyperboly bude $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$, kde $A \cdot B < 0$.

1.2.2. Konstrukce hyperboly

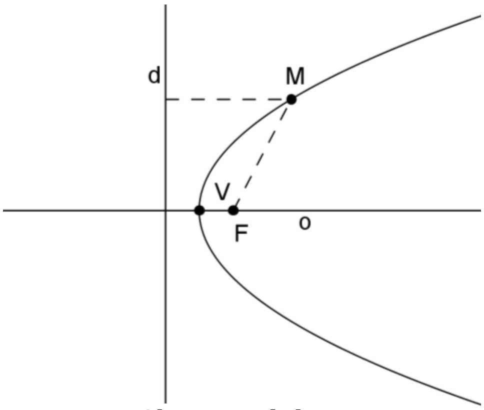
K sestrojení hyperboly se nejčastěji používá bodová konstrukce hyperboly. Na ose o mimo úsečku F_1F_2 zvolíme libovolný bod R. Z ohnisek F_1, F_2 vykreslíme kruhové oblouky k_1 o poloměru $|AR|$ a k_2 o poloměru $|BR|$. Protnutím kruhových oblouků k_1 a k_2 získáme body M_1, M_2, M_3 a M_4, které náleží hyperbole. Okolí vrcholů lze vykreslit oskulačními kružnicemi. Z vrcholu A vztyčíme kolmici k hlavní ose o, a v místě, kde se tato kolmice protne s asymptotou, nám vznikne bod E. Z bodu E pak vedeme kolmici k asymptotě a v místě, kde protne hlavní osu o, vzniká střed S_1 oskulační kružnice, která bude mít poloměr $|S_1A|$.



Obr. 13 Bodová konstrukce hyperboly

1.3. Parabola

Parabola je množina bodů v rovině, které mají od bodu F a dané přímky d stejnou vzdálenost. Bod F nazveme ohniskem paraboly a přímku d řídící přímkou paraboly. Řídící přímka d je kolmá na osu o paraboly. Vzdálenost ohniska F, ležícím na ose o, od řídící přímky d značíme p a nazýváme parametr. Parabola protíná osu o v bodě V nazývaném vrchol paraboly. Vrchol paraboly půlí vzdálenost ohniska F od řídící přímky d. Vezmeme-li libovolný bod M náležící parabole, pak spojnice tohoto bodu s ohniskem F a spojnice kolmá na řídící přímku d nazveme průvodiče bodu M. Tyto průvodiče mají stejnou délku, tedy $|MF| = |Md|$. Kdyby $|MF| < |Md|$, bod M by nenáležel parabole a jednalo by se o vnitřní bod, naopak kdyby $|MF| > |Md|$, jednalo by se o vnější bod. Parabola tak dělí rovinu na tři části, a to na body paraboly, vnější body paraboly a vnitřní body paraboly. Parabola je souměrná dle osy o.



Obr. 14 Parabola

1.3.1. Rovnice paraboly

Parabola je množina bodů $X = [x, y]$, které vyhovují v nějaké kartézské soustavě souřadnic rovnici:

$$y^2 = 2px$$

Tato rovnice se nazývá kanonická rovnice paraboly a platí pro paraboly otevřené doprava a s vrcholem $V = [0,0]$. Pro paraboly s vrcholem v bodě $V = [m, n]$ platí rovnice

$$(y - n)^2 = 2p(x - m)$$

Tato rovnice je opět pro parabolu otevřenou doprava. Pokud bychom chtěli parabolu otevřenou doleva, museli bychom na pravé straně změnit znaménko, tedy

$$y^2 = -2px$$

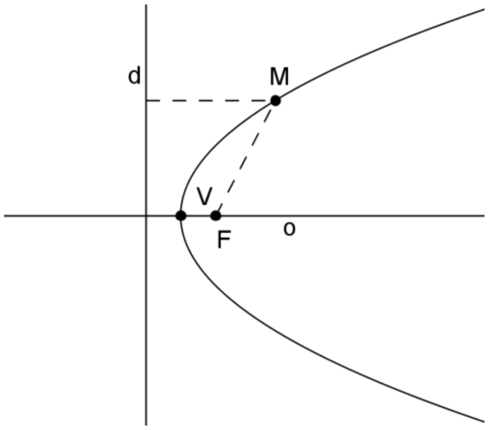
Pokud bychom chtěli parabolu otevřenou nahoru, či dolu, museli bychom prohodit *x* a *y*, tedy

$$x^2 = 2py$$

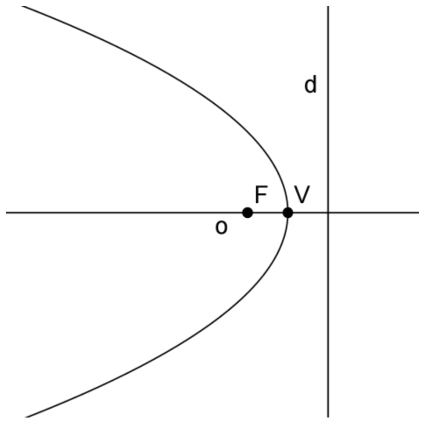
pro parabolu otevřenou nahoru a

$$x^2 = -2py$$

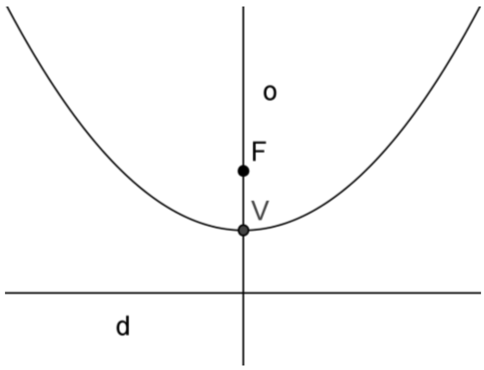
pro parabolu otevřenou dolu. Ekvivalentně to pak platí pro paraboly s vrcholem $V = [m, n]$.



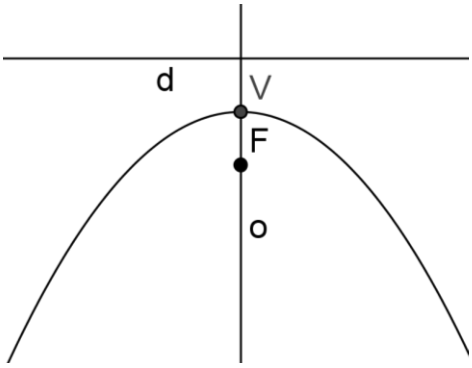
Obr. 15 Parabola $y^2 = 2px$



Obr. 16 Parabola $y^2 = -2px$



Obr. 17 Parabola $x^2 = 2py$



Obr. 18 Parabola $x^2 = -2py$

Parabolu můžeme zadat také obecnou rovnicí

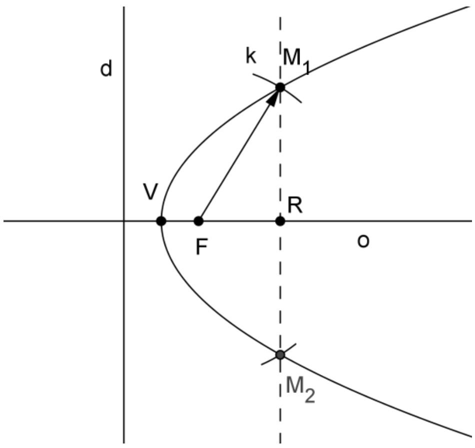
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

kde buď $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$, nebo $B = 0, A \neq 0, D \neq 0$

1.3.2. Konstrukce paraboly

K sestavení paraboly se používá bodová konstrukce paraboly. Nejprve si na osu o naneseme body V a F a řídící přímku d. Poté si na ose o zvolíme libovolný bod R, kterým povedeme kolmici r k ose o. Sestrojením kružnice k se středem v ohnisku F a poloměrem $|Rd|$ získáme průsečíky s kolmicí r nazvané M_1 a M_2, které náleží parabole.

Dále se při konstrukci paraboly používá oskulační kružnice. Tato kružnice má poloměr roven parametru p a její střed S leží na ose o ve vzdálenosti p od vrcholu V.



Obr. 19 Bodová konstrukce paraboly

2. Mosty

V dnešním světě jich je mnoho a my si ani neuvědomujeme jejich důležitost. Dnešní svět by bez mostů sotva mohl existovat. Tato stavební díla sloužící k překonání nějaké překážky v podobě např. řeky nebo údolí tu ale samozřejmě nejsou odjakživa. První mosty vznikaly tak, že přes potok či říčku padl strom, po kterém pak člověk mohl přejít. Později se člověk naučil tyto mosty stavět sám. Čím více pokročila technologie na obdělávání dřeva, tím lepší mohly mosty být. Postupem času se začaly stavět i mosty kamenné, které mohly přemostit delší úsek a vydržely delší dobu. Nejstarší dochované kamenné mosty vznikly ještě před naším letopočtem. Kamenné konstrukce nebyly po dlouhou dobu překonány. Až v roce 1781 byl postaven první most z litiny, a to Iron Bridge v Anglii. Mosty a jejich oblouky se do konce 17. století stavěly bez jakýchkoli výpočtů. Jejich tvar a nosnost byly založeny pouze na zkušenosti a na citu.

Obr. 20 Iron Bridge z roku 1781

Dnešních mostů je spoustu druhů a dají se dělit dle nejrůznějších kritérií. Dělení mostů je převzato z [5]. Z tohoto zdroje bude také v této kapitole citováno.

Mosty se dělí:

- podle použitého materiálu

  dřevěné, kamenné, cihelné, betonové, ocelové

- podle druhu dopravy

  silniční, železniční, kombinované, pro chodce, průmyslové, zvláštní (potrubní, průplavní, jezové…)

- podle překážky

  nadjezdy, říční (přes řeku, přehradu…), inundační (přes záplavovou oblast), viadukty (nad údolími)

- podle polohy mostovky

  horní mostovka (např. řetězové mosty, nosná konstrukce je nad vozovkou), dolní mostovka (betonové mosty, nosná konstrukce je pod vozovkou), mezilehlá mostovka (část nosné konstrukce je pod vozovkou, část nad vozovkou)

- podle typu konstrukce

  deskové, trámové, obloukové, závěsné, visuté

Poslední kategorie určuje, jaké vlastnosti bude most mít, proto je zvolení vhodné konstrukce nejdůležitějším krokem.

2.1. Mosty deskové

U tohoto typu mostu je deska mostovky zároveň i nosnou konstrukcí. Většinou jsou tyto mosty z betonu. Tyto mosty mají jednoduché vyztužení a snadnou betonáž, nevýhodou je naopak velké množství betonu potřebné k dosažení dostatečné tloušťky mostu. Jejich délka bývá do $L = 15m$, tloušťka pak bývá *1/10* až *1/8L*.

2.2. Mosty trámové

Tento typ konstrukce se používá jak u mostů betonových, ocelobetonových a u ocelových, tak i u mostů dřevěných. Díky použití trámu se mostu odlehčí a může překlenout i větší vzdálenost. Tyto mosty můžou vést i do zatáčky. Stavba těchto mostů bývá celkem jednoduchá a finančně celkem výhodná, není tedy divu, že většina mostů využívá právě tuto konstrukci. Délka těchto mostů se velmi liší. Mosty s betonovým trámem dosahují délky až 45 metrů, zatímco ocelové mohou být dlouhé od 30 až po 500 metrů.

2.3. Mosty visuté a závěsné

Visuté a závěsné mosty slouží k překlenutí velkých vzdáleností. Nejdůležitější prvek takového mostu je visutý pás (řetěz, nebo ocelové lano), který je namáhán tahem. U visutých mostů jsou lana většinou kotvena do základových bloků. Na tyto lana či řetězy jsou připevněny další lana či jiný závěsný systém, na kterém pak visí mostovka. Tyto mosty mívají většinou dva pylony, které mohou být i na břehu (jak tomu je u Stádleckého mostu, viz dále), a které slouží k podepření lana. Lano má vždy tvar oblouku, často parabolického tvaru. Vysuté mosty umožňují překlenutí největších rozpětí. Výhodné jsou zejména u rozpětí minimálně 300 metrů, mohou však být i kratší. U těchto mostů ale není výjimkou rozpětí přes 1000 metrů a nejdelší most má dokonce rozpětí skoro 2500 metrů. Asi nejznámějším visutým mostem je Golden Gate v San Franciscu z roku 1937(viz Obr. 21).

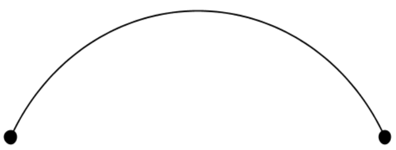
U závěsných mostů bývají lana vedena z pylonů a jsou ukotvena přímo do mostovky. Tato lana vedou rovně. U kratších mostů bývá obvykle jen jeden pylon, který bývá šikmý. Závěsný most bývá většinou kratší, než visutý most, ale stejně patří k druhu mostů s větším rozpětím. Jeho rozpětí se často pohybuje v rozmezí 300-400 metrů. Co ale u těchto mostů dosahuje velkých rozměrů, jsou pylony. Tyto pylonu se pohybují v rozmezí 1/5 až 1/8 rozpětí mostu, ale může se objevit i pylon s výškou 1/3 mostu. Ukázkovým závěsným mostem je most vedoucí přes Korintský záliv a spojuje tak Peloponés s pevninou (viz Obr. 22).

Obr. 21 Visutý most Golden Gate v San Francisku

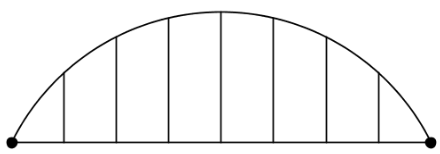
Obr. 22 Závěsný most z Peloponésu na pevninu

2.4. Mosty obloukové

Tento typ je vhodný zejména díky jeho statickým výhodám, které vyplývají z jejich tvaru. Ten se volí *blízký tvaru výslednicové čáry od vnějšího zatížení*. Z tohoto důvodu je nejvhodnější parabola. Nevýhodou naopak může být nákladnější a náročnější stavba. Oblouky se dělí na pravé a nepravé, a to podle tlaku na opěry. Pravé oblouky vykazují šikmé podpůrné tlaky, zatímco nepravé mající táhla vykazují svislé tlaky na podpěru.



Obr. 23 Pravý oblouk



Obr. 24 Nepravý oblouk

Obloukové mosty lze dělit ještě podle horní, či dolní mostovky s tím, že mosty s dolní mostovkou mívají oblouk nepravý, zatímco mosty s horní mostovkou mívají oblouk pravý. Jak již bylo řečeno, nejvýhodnější tvar pro tyto mosty je parabola, ale může být i elipsa či kružnice.

Obloukové mosty slouží většinou k přemostění jednoho pole střední délky. Jejich rozpětí bývá 100 až 300 metrů a nejčastěji se setkáme s ocelovými a betonovými. Betonové mosty bývají kratší s obloukem o rozpětí 70 až 300 metrů, existují však i s rozpětím nad 400 metrů. Volba správně křivky je u nich důležitější, než u ocelových mostů, kvůli snaze eliminovat velké ohybové momenty. Ocelové mosty mají širší možnost použití. Jejich rozpětí se pohybuje mezi 60 a 300 metry výjimečně i nad 500 metrů. Nejdelší ocelový obloukový most se nachází v Šanghaji a jeho hlavní oblouk má rozpětí 550 metrů. Celková délka tohoto mostu pak činí 3,9 kilometru. Svou celkovou délkou tak patří i k nejdelším mostům světa.

3. Praktická část

V praktické části jsem analyzoval vyfotografované kuželosečky. Kromě analýzy jsou zde i stručné informace o daných objektech.

Analýzu jsem prováděl v programu GeoGebra, což je dynamický matematický software určený zejména pro geometrické úlohy. V tomto programu jsem využíval zejména funkci *kuželosečka daná pěti body*, ale i třeba funkci *kružnice daná středem a poloměrem*. Také jsem používal vstupní řádek, kam jsem napsal obecnou rovnici kuželosečky, kterou jsem chtěl zobrazit. Nejprve jsem ale musel vytvořit několik posuvníků a to pro obě souřadnice středu zvlášť, u elipsy a hyperboly další dva pro a a b, a v případě paraboly jeden posuvník pro parametr. Těmito posuvníky jsem měnil rovnici kuželosečky a tím pádem i samotnou kuželosečku tak, aby kopírovala tvar na fotografii. Při používání funkce *kružnice daná středem a poloměrem* jsem musel opět využít posuvník, a to pro poloměr.

3.1. Bechyňský most

Jako první bych zde chtěl rozebrat Bechyňský, též zvaný Duhový most. Původně zde byl jen malý most těsně nad řekou v bechyňském předměstí Zářečí a až ve 20. letech 20. století zde byl postaven známý Bechyňský most.

V roce 1903 byla dostavena železniční trať z Tábora do Bechyně, která byla navrhnuta Františkem Křižíkem, a jednalo se o první elektrifikovanou dráhu v Rakousko-Uhersku. Tato trať ale končila na levém břehu Lužnice. Cestující, kteří chtěli do města či do lázní, museli pak sejít dolů do údolí, přejít přes most v Zářečí a pak serpentinami kolem bechyňského zámku nahoru do města. Tato trasa měřila celé 2 km. I z tohoto důvodu bylo v roce 1924 rozhodnuto postavit nový most, a to ve výši města i nádraží. Projekt měl vypracovat ing. dr. Ed. Viktor. Se stavbou se začalo v květnu 1926 a 28. října 1928 k 10. výročí samostatnosti republiky byl most otevřen. Most tak velmi zjednodušuje a urychluje automobilovou dopravu do Tábora či do Týna nad Vltavou. Zároveň prodloužil železniční dráhu na druhý břeh, kde ve městě vzniklo nové nádraží. Koleje jsou zapuštěny přímo ve vozovce, stává se tedy, že vlak jede přímo mezi auty (viz Obr. 25) V letech 2003 až 2004 proběhla rozsáhlá rekonstrukce mostu.

Obr. 25 Sdružený Bechyňský most

Pro analyzování tvaru křivky mostního oblouku jsem použil čelní fotku mostu, kterou jsem musel pořídit přímo z vodní hladiny. Fotku mostu jsem vložil do programu GeoGebra a snažil se najít, jaká křivka je v mostu obsažena. Při použití funkce kuželosečka dána pěti body mi vyšla elipsa s rovnicí:

$$-5{,}78x^2 - 0{,}1xy - 2{,}34y^2 + 0{,}48x - 19{,}74y + 23{,}83 = 0$$

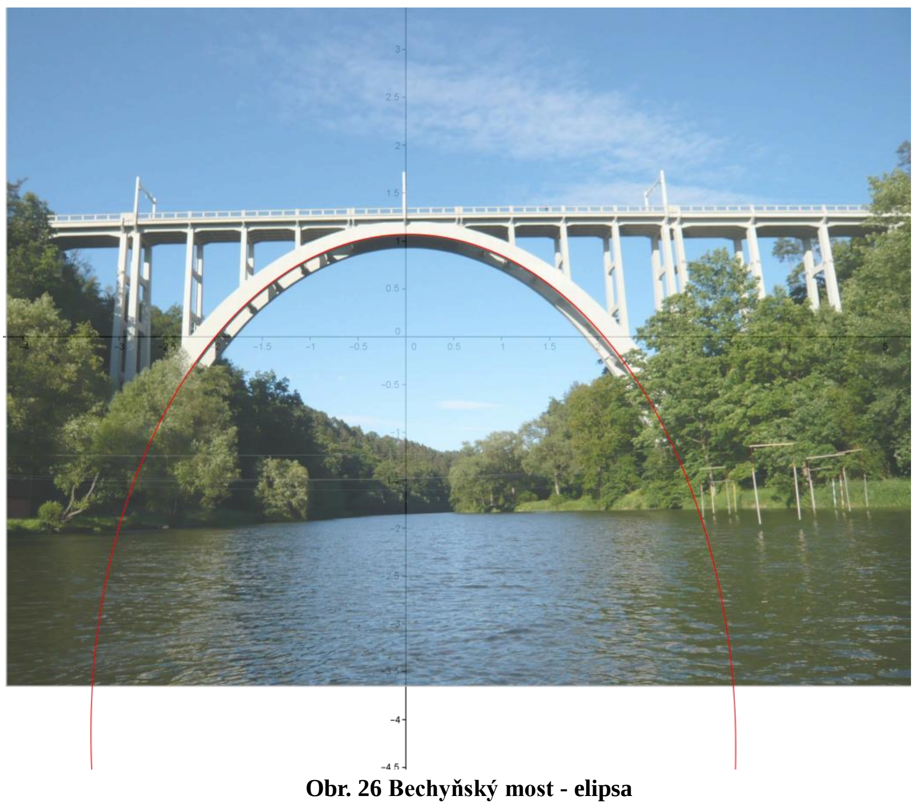
Její determinant je:

$$det\begin{pmatrix} -5{,}78 & -0{,}05 & 0{,}24 \\ -0{,}05 & -2{,}34 & -9{,}87 \\ 0{,}24 & -9{,}87 & 23{,}83 \end{pmatrix} = 885{,}69$$

Z toho vyplívá, že je kuželosečka regulární. Malý determinant je pak ve tvaru

$$det\begin{pmatrix} -5{,}78 & -0{,}05 \\ -0{,}05 & -2{,}34 \end{pmatrix} = 13{,}52$$

Číslo $13{,}52 > 0$, což potvrzuje, že se jedná o elipsu.



Obr. 26 Bechyňský most - elipsa

Předpokládal jsem, že ke stavbě mostů se používá parabola, proto mě velmi překvapilo, když mi vyšla elipsa. Zkoušel jsem různě posouvat body, ale parabola nevyšla. Zkusil jsem tedy ručně napsat rovnici paraboly, kterou jsem pak pomocí posuvníku posouval po obrázku. Nepodařilo se mi však parabolu udělat tak, aby dokonale seděla (viz Obr. 27). Tato parabola mi vychází s rovnicí:

$$x^2 - 0{,}08x + 4{,}1y - 4{,}39 = 0$$

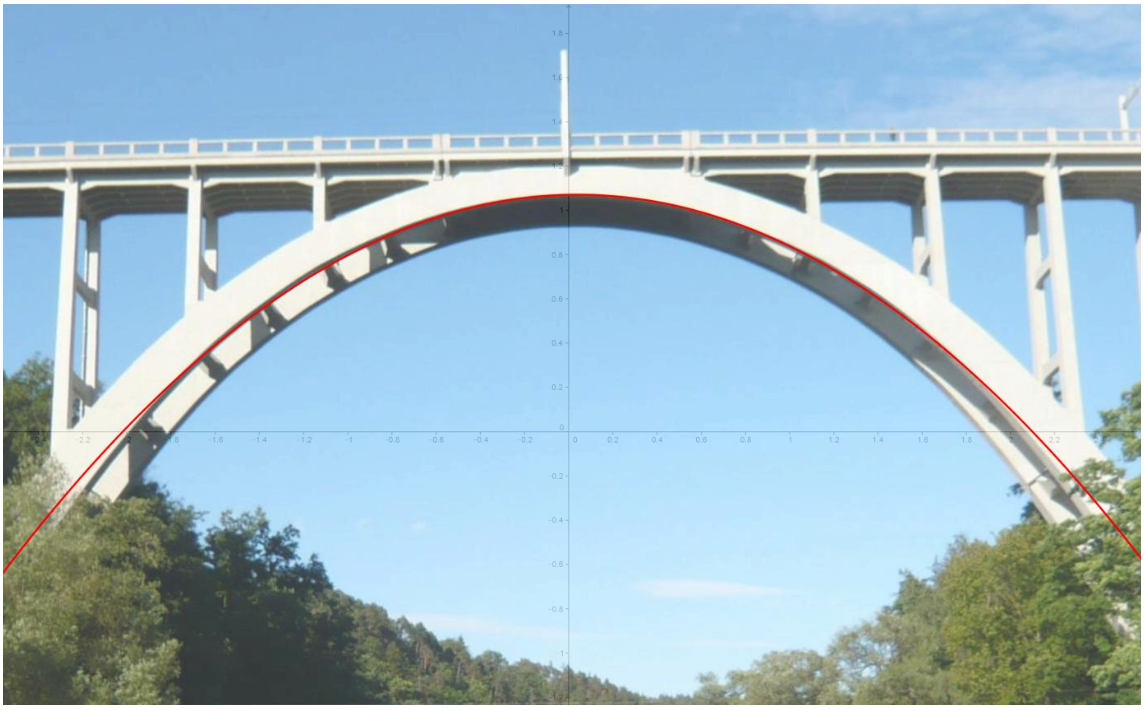
Determinant bude tedy vycházet takto:

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0{,}04 \\ 0 & 0 & 2{,}05 \\ -0{,}04 & 2{,}05 & -4{,}39 \end{pmatrix} = -4{,}2$$

Kuželosečka je tedy regulární.

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Což potvrzuje, že jde o parabolu.



Obr. 27 Bechyňský most - parabola

3.2. Most v Bechyni- Zářečí

V Bechyni ještě chvíli zůstaneme. Dalším zajímavým, leč velmi mladým mostem je již zmíněný most v předměstí Bechyně zvaném Zářečí. Na tomto místě stával most od roku 1885, který ale kvůli velkému vytížení dosloužil. V roce 2003 bylo třeba rekonstruovat Duhový most a k této události bylo třeba zajistit objízdnou trasu. Takové vytížení by most nevydržel a bylo tedy rozhodnuto o jeho přestavbě. Oprava by vyšla velmi draho, proto byl postaven zcela nový a odlišný most. *Příspěvek představuje jeho obloukovou mostní konstrukci s předpjatou monolitickou deskou mostovky, ocelovými oblouky a síťovým uspořádáním závěsů. Tento typ mostní konstrukce je ojedinělý a v České republice byl použit poprvé* [12]. Dále zde stojí: *Ocelová konstrukce mostu se skládá ze dvou mostních oblouků ve tvaru kvadratické paraboly s táhly, zabetonovanými v mostovce z předpjatého betonu.*

Opět jsem most proložil pěti body, ale parabola mi bohužel nevyšla. Body jsem pak ještě poupravil tak, že mi křivka všude dokonale seděla, ale opět vyšla elipsa.

Obr. 28 Most v Bechyni – Zářečí - elipsa

GeoGebra její rovnici generuje takto:

$$-6{,}92x^2 + 1{,}01xy - 0{,}94y^2 - 8{,}02x - 95{,}39y + 502{,}42 = 0$$

Determinant je

$$det\begin{pmatrix} -6{,}92 & 0{,}51 & -4{,}01 \\ 0{,}51 & -0{,}94 & -42{,}7 \\ -4{,}01 & -42{,}7 & 502{,}42 \end{pmatrix} = 15945{,}23$$

Kuželosečka je tedy regulární. Malý determinant pak vychází

$$det\begin{pmatrix} -6{,}92 & 0{,}51 \\ 0{,}51 & -0{,}94 \end{pmatrix} = 6{,}25$$

Číslo $6{,}25 > 0$, což potvrzuje, že daná kuželosečka je elipsa.

Jelikož má vyjít parabola, opět jsem ručně zadal rovnici paraboly a pomocí posuvníků jí přibližoval mostu.

Obr. 29 Most v Bechyni - Zářečí - parabola

Parabola téměř seděla, pouze na jednom místě se odchylovala. Je zvláštní, že na levé polovině sedí celou plochou, na pravé polovině na kuse nesedí, ale u paty mostu zas sedí dobře.

Rovnice této paraboly vychází:

$$x^2 + 0{,}58x + 15{,}07y - 75{,}57 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0{,}29 \\ 0 & 0 & 7{,}54 \\ 0{,}29 & 7{,}54 & -75{,}57 \end{pmatrix} = -56{,}85$$

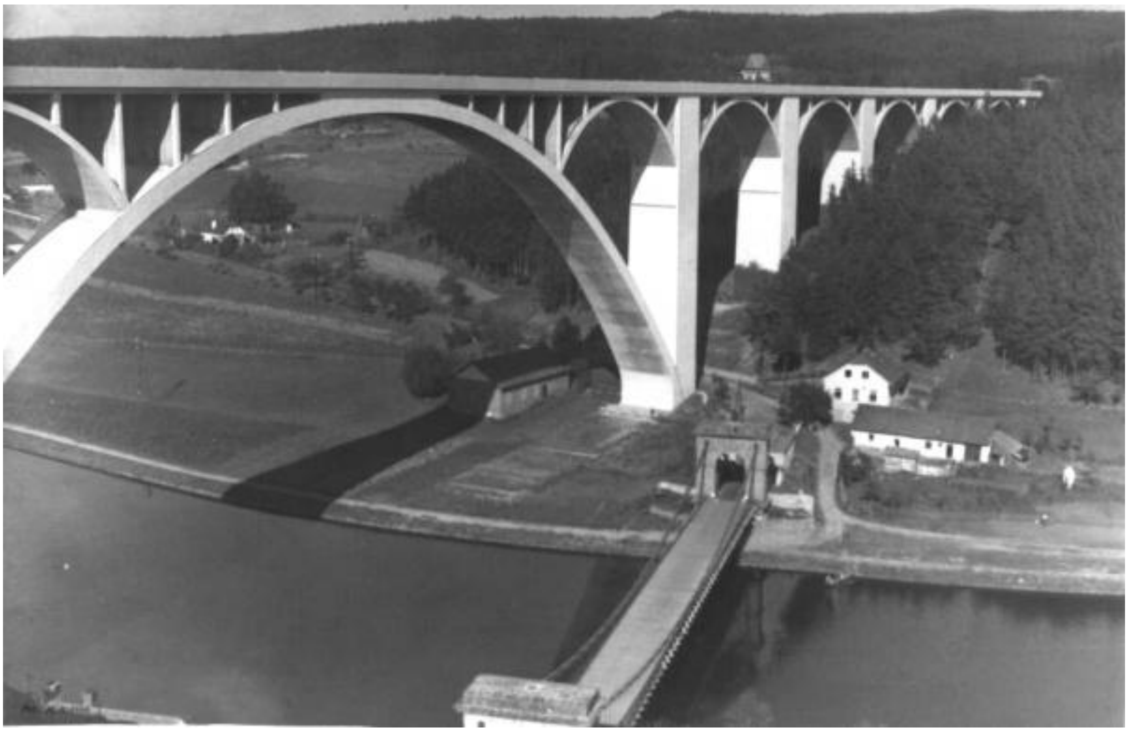
Kuželosečka je regulární. Malý determinant je

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

To potvrzuje, že to je skutečně parabola.

3.3. Stádlecký most

Z Bechyně se přesuneme kousek proti proudu, a to ke Stádleckému mostu. Ten je jediný dochovaný empírový řetězový most v České republice. Původně stál u vesnice Podolí, 10 km od Písku směr Tábor. Místo něj dnes stojí Podolský most, o kterém se dočtete níže. Stádlecký most byl postaven v letech 1847 – 1948 Vojtěchem Lannou podle plánů Ing. Gassnera a Ing. Bedřicha Schnircha. Na jeho místě býval dřív pouze přívoz, který nestačil na vzrůstající dopravu a navíc při povodních či v zimě byl nepoužitelný. Nejbližší mosty byly v Týně nad Vltavou a na druhou stranu dokonce až v Praze. Otevřel tak novu, důležitou obchodní cestu z Bavorska do Haliče. Doprava tou dobou šla prudce nahoru, tak ani ne za 100 let již nedostačoval. V roce 1942 nad ním byl vybudován již zmíněný Podolský most.



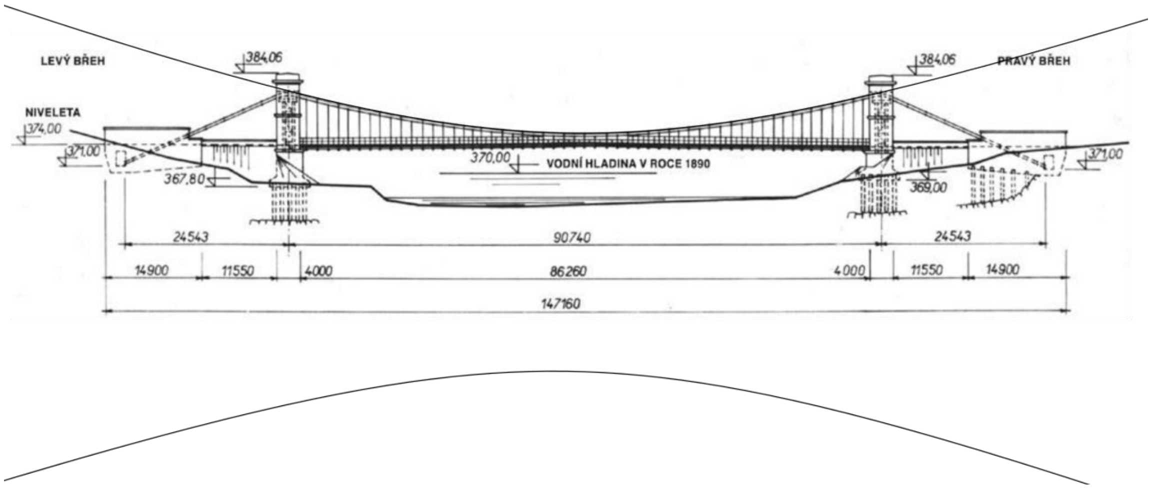
Obr. 30 Stádlecký a Podolský most vedle sebe

Do roku 1960 zde stáli oba dva mosty vedle sebe. Tou dobou byla také stavěna Orlická přehrada a hrozilo, že most bude zbořen a nechán na dně přehrady. Naštěstí bylo rozhodnuto o přesunutí mostu. Most se celý rozebral a každá část se očíslovala, aby pak mohl být znovu složen. Z několika možných lokalit se vybrala jedna, a to u obce Stádlec. Most zde byl opět otevřen až v roce 1975. Od té doby slouží dopravě na malé silničce 3. třídy.

Most se skládá ze dvou dvojic řetězů, které jsou vedeny nad sebou, dvou věží a mostovky. Řetězy ústí do dvou bran, kde jsou kluzná ložiska, přes které řetězy vedou ke kotvení. To se skládá z osmi kotevních desek, z nichž každá váží 2,3 tuny.

K tomuto mostu se mi podařilo sehnat i plán. Na plánu je krom délky uvedené v milimetrech vidět i nadmořská výška a výška hladiny vody v roce 1890 při povodních. Tento údaj určil to, v jaké výšce se bude most stavět.

Tvar mostu jsem zkoumal nejprve na tomto nákresu. Opět jsem k tomu použil funkci kuželosečka dána pěti body. Vyšla hyperbola.



Obr. 31 Plán Stádleckého mostu - hyperbola

GeoGebra rovnici této křivky generuje takto:

$$-0{,}25x^2 + 0{,}04xy - 0{,}52x + 1{,}81y^2 - 1{,}9y - 2{,}03 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} -0{,}25 & 0{,}02 & -0{,}26 \\ 0{,}02 & 1{,}81 & -0{,}95 \\ -0{,}26 & -0{,}95 & -2{,}03 \end{pmatrix} = 1{,}03$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -0{,}25 & 0{,}02 \\ 0{,}02 & 1{,}81 \end{pmatrix} = -0{,}45$$

Číslo je menší, než nula, což potvrzuje tvrzení, že jde o hyperbolu.

Křivka všude sedí velmi dobře a nikde se mi nepodařilo zjistit, jaký tvar řetěz skutečné má, neměl jsem tedy důvod zkoušet něco jiného. V jednom článku časopisu Stavebnictví, kde se obšírně zabývali rekonstrukcí tohoto mostu, se o tvaru psalo pouze toto*: Obtížným úkolem bylo stanovit přesný geometrický tvar řetězů, který závisel nejenom na vypnutí, ale také na délce jednotlivých závěsů vozovky, která musí mít plynulý tvar s mírným nadvýšením ve středu rozpětí. Zaměření mostu před jeho rozebíráním zachytilo pouze délkové kóty a výšky kamenných pylonů a kotevních bloků, ale řetěz kromě koncového kotevního čepu nebyl výškově zaměřen. Úloha byla ztížena tím, že z 218 závěsů jich nakonec 13 zcela chybělo a 27 bylo poškozeno. Ve snaze použít nový materiál co nejméně, byly poškozené závěsy upraveny na kratší a na jejich místo vloženy závěsy vyrobené z dnešní oceli 11 373. Přelomené závěsy byly opraveny původní technologií, tj. kovářským svarem na přeplátování.*

Geometrický tvar řetězů byl stanoven postupným přibližováním na takový konečný tvar, že při rozpětí krajních ok na ložiscích 88 714 mm byl průvěs horního řetězu bez zatížení mostovkou 5917 mm. To znamenalo pro mostovku ve středu rozpětí nadvýšení oproti mostovce u pylonů 560 mm [10].

Stejným způsobem jsem rozebral i fotku Stádleckého mostu.

Obr. 32 Stádlecký řetězový most - elipsa

Rovice této křivky vychází

$$-0{,}98x^2 - 0{,}26xy + 5{,}5x - 1{,}71y^2 + 45{,}4y - 146{,}39 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} -0{,}98 & -0{,}13 & 2{,}75 \\ -0{,}13 & -1{,}72 & 22{,}7 \\ 2{,}75 & 22{,}7 & -146{,}39 \end{pmatrix} = 257{,}48$$

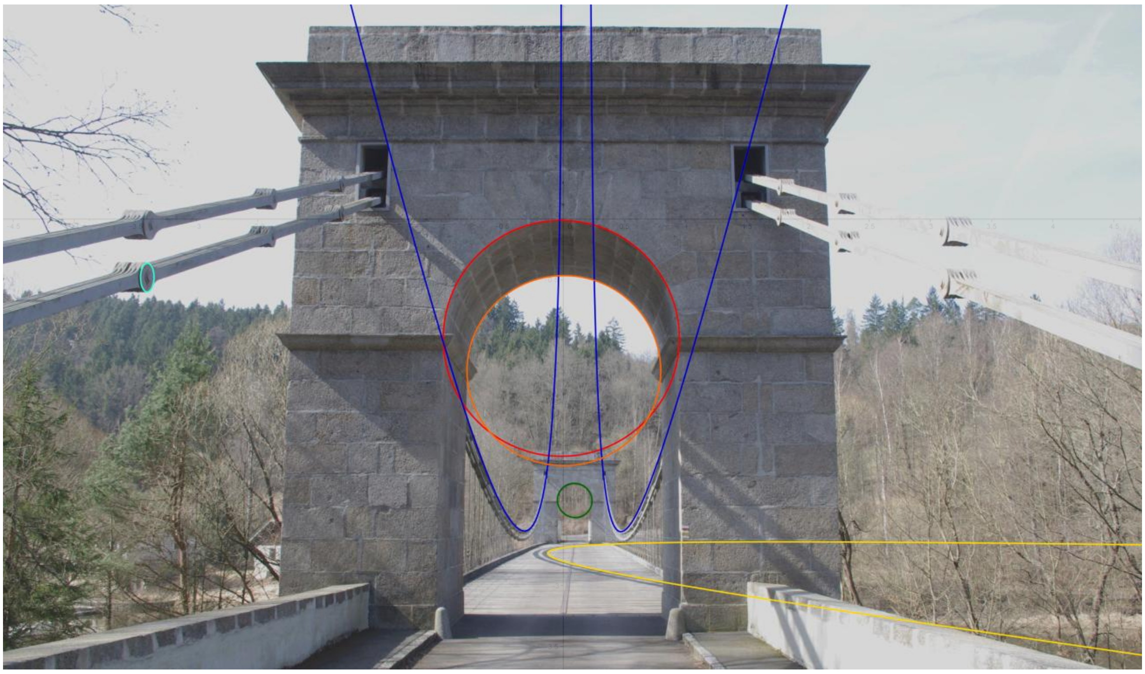
Kuželosečka je regulární. Malý determinant je

$$det\begin{pmatrix} -0{,}98 & -0{,}13 \\ -0{,}13 & -1{,}72 \end{pmatrix} = 1{,}67$$

Číslo $1{,}67 > 0$ z čehož vyplývá, že jde o elipsu.

Snažil jsem se body elipsy posouvat tak, aby vyšla hyperbola a nepovedlo se. Pokusil jsem se i ručně zadat rovnici hyperboly, ale ani trochu neseděla.

K tomuto mostu neodmyslitelně patří i jeho brány, které nesou celou konstrukci. Jsou 10,25 metrů vysoké a stojí na půdorysu 9x4 metry. Průjezdní profil brány je 3,8 metru. I tyto brány jsem zahrnul do svého výzkumu.



Obr. 33 Brána a zároveň nosný pilíř Stádleckého mostu

Na této fotce je možno najít spoustu kuželoseček. Je zde vidět řetěz mostu, který se z tohoto úhlu jeví jako hyperbola, jeho stín je opět hyperbola, a samotná brána, u které je velmi pravděpodobné, že se jedná o půlkruhy, ale při funkci kuželosečka dána pěti body mi GeoGebra hlásí elipsy. Zkusil jsem tedy použít nástroj pro vytvoření kružnice a tu jsem upravil tak, že všude seděla. Rozdíl mezi kružnicí a elipsou je v tomto případě tak nepatrný, že se pouhým okem ani nedá poznat. Na obrázku je vidět obojí. Kružnice je vyznačena červenou barvou, elipsa oranžovou. Na zadní bráně jsem vyznačil pouze elipsu.

Abych poznal, že oranžová kuželosečka je opravdu elipsa, rozepsal jsem si opět její rovnici, která vypadá takto:

$$-1{,}83x^2 - 1{,}89y^2 + 0{,}01x - 4{,}7y - 1{,}77 = 0$$

Její determinant vypadá takto:

$$det\begin{pmatrix} -1{,}83 & 0 & 0{,}01 \\ 0 & -1{,}89 & -4{,}7 \\ 0{,}01 & -4{,}7 & -1{,}77 \end{pmatrix} = 34{,}3$$

Kuželosečka je regulární, malý determinant je

$$det\begin{pmatrix} -1{,}83 & 0 \\ 0 & -1{,}89 \end{pmatrix} = 3{,}46$$

Číslo $3{,}46 > 0$, což potvrzuje, že jde o elipsu.

V případě červené kružnice nebylo ani třeba dělat výpočet. GeoGebra mi napsala rovnici

$$(x + 0{,}02)^2 + (y + 0{,}98)^2 = 0{,}93$$

ze které je jasně patrno, že se jedná o kružnici.

Dále jsou na tomto obrázku tři hyperboly. Rozeberu jen jednu z nich, a to žlutou hyperbolu stínu řetězu. Její rovnice je

$$-0{,}01x^2 - 0{,}21xy - 0{,}55x - 1{,}36y^2 - 7{,}45y - 10{,}22 = 0$$

Determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -0{,}003 & -0{,}11 & -0{,}28 \\ -0{,}11 & -1{,}36 & -7{,}45 \\ -0{,}28 & -7{,}45 & -10{,}22 \end{pmatrix} = -0{,}1$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant je

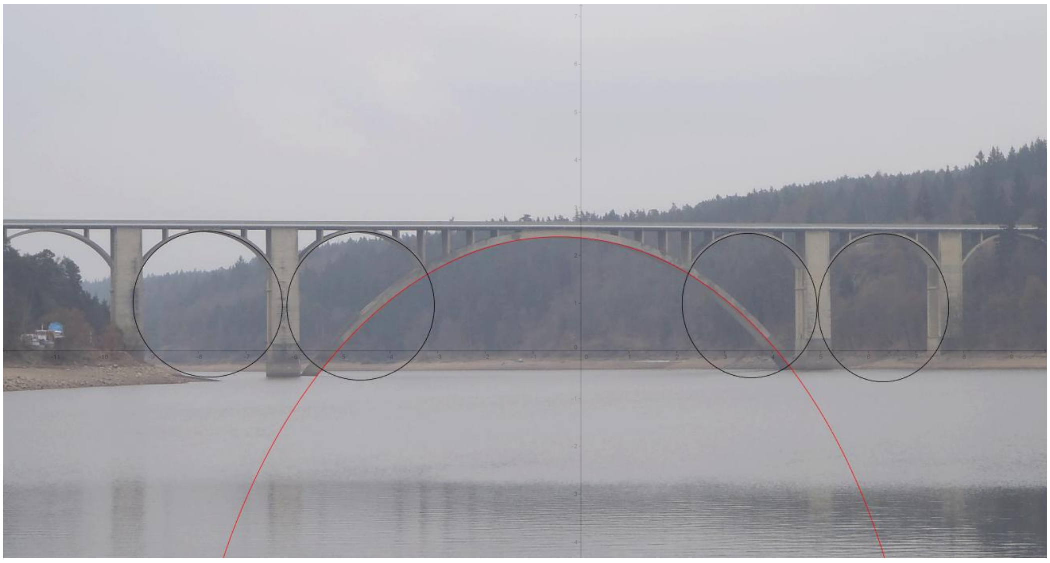
$$det\begin{pmatrix} -0{,}003 & -0{,}11 \\ -0{,}11 & -1{,}36 \end{pmatrix} = -0{,}01$$

Malý determinant vychází menší než nula, což potvrzuje, že jde o hyperbolu.

3.4. Podolský most

Od původního umístění Stádleckého mostu se přesuneme jen o pár metrů, a to k Podolskému mostu, který ho nahradil. Podolskému mostu se také někdy říká „Brána do nebe“. Jak již bylo zmíněno, na jeho místě stál dříve řetězový most, který byl později rozebrán a přesunut k vesnici Stádlec. Již v roce 1923 bylo uvažováno o přestavění řetězového mostu, nebo o postavení nového mostu kvůli vzrůstající dopravě a kvůli plánované přehradě. Jelikož by hladina vody při stavbě přehrady stoupla o 19 metrů, muselo se přistoupit ke stavbě nového mostu. Rozhodlo se, že most bude téměř 60 metrů nad původní hladinou řeky, což vyžadovalo mostovku dlouhou 510 metrů. Most projektovali V. Janák, J. Brebera a I. Pacholík za spolupráce s ing. J. Blažka. Stavba se připravovala od roku 1935, se stavbou se ale začalo až o 3 roky později.

To, že se bude jednat o vskutku neobyčejný most, potvrzuje i skutečnost, že v roce 1937 ještě před začátkem stavby vyhrál plán tohoto mostu v Paříži zlatou medaili a byl nazván „Le beau pont de l´Europe“ (Krásný most Evropy). Další ocenění získal v roce 1939 na výstavě v belgickém Lutychu. V době dostavění patřil k největším v Evropě, větší mosty byly pouze ve Španělsku, Švédsku a ve francouzské Bretani, v Čechách však neměl konkurenci a nesporně zde patří k vrcholům českého mostního stavitelství před 2. světovou válkou. Most byl slavnostně dokončen v roce 1942 a celých 18 let zde stály řetězový most a Podolský most vedle sebe, než byl řetězový most přesunut k obci Stádlec.



Obr. 34 Podolský most - elipsy

Jako vždy jsem nejprve použil funkci kuželosečka daná pěti body. Jak u hlavní klenby, tak u vedlejších kleneb mi vyšly elipsy. U hlavní klenby vyšla rovnice

$$-570{,}13x^2 - 229{,}08y^2 + 18{,}06xy - 567{,}31x - 4483y + 11892{,}35 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} -570{,}13 & 9{,}03 & -233{,}66 \\ 9{,}03 & -229{,}08 & -2241{,}5 \\ -233{,}66 & -2241{,}5 & 11892{,}35 \end{pmatrix} = 4{,}43 \cdot 10^9$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant je

$$det\begin{pmatrix} -570{,}13 & 9{,}03 \\ 9{,}03 & -229{,}08 \end{pmatrix} = 130523{,}84$$

Číslo $130523{,}84 > 0$, což potvrzuje, že jde o elipsu.

Z malých kleneb rozeberu jen jednu.

$$-1{,}56x^2 - 0{,}06xy - 1{,}61y^2 - 24{,}34x + 2{,}61y - 92{,}41 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} -1{,}56 & -0{,}03 & -12{,}17 \\ -0{,}03 & -1{,}61 & 1{,}31 \\ -12{,}17 & 1{,}31 & -92{,}41 \end{pmatrix} = 10{,}08$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -1{,}56 & -0{,}03 \\ -0{,}03 & -1{,}61 \end{pmatrix} = 2{,}51$$

Malý determinant je větší, než nula, což potvrzuje tvrzení GeoGebry, že jde o elipsu.

Jelikož mi zatím vždy u parabolických mostů vyšla elipsa, i nyní jsem pochyboval o výsledku a zkusil se dopídit skutečného tvaru a v Encyklopedii mostů jsem našel toto: *Jeho celková délka činí 510 metrů, 8 menších polí má každé světlost 35,65 metru. Na pravém vltavském břehu je 6 polí, na levém jen dvě. Volná šířka mostu - dnes už nedostačující - je 8,5 metru, z čehož 6,5 metru připadá na vozovku a na pěší chodník po obou stranách 1 metr. Tvar hlavního oblouku je parabolický, vetknutý - původní záměr byl údajně postavit klenbu kruhovou. Obavy projektantů, že po změně klenby na parabolickou už nebude most působit tak monumentálně, se naštěstí nepotvrdily. Šířka parabolické klenby ve vrcholu je 7,5 metru, v patkách 9,5 metru, vzepětí klenby je 41,8* *metru. Hlavní klenba pak nese další dvě menší, polokruhové klenby stejné šířky - 7,5 metru. Vzepětí osmi menších kleneb je pak 9,8 metru. Střednice hlavního oblouku je složena ze tří parabol třetího stupně a sleduje přibližně obloukovou sílu stálého zatížení. Tloušťky kleneb jsou u jednotlivých částí vždy stejné - u hlavní klenby činí 2 metry, u vedlejších 0,75 metru. Mostovka probíhá ve výšce 58 metrů nade dnem Orlické přehrady* [2].

Ručně jsem tedy zadal rovnici paraboly a zkusil, jestli jí dokážu přiložit tak, aby všude seděla. Nepovedlo se. Parabola sedí jen místy.

Obr. 35 Podolský most - parabola (červeně) a kružnice (černě)

Rovnice této paraboly je

$$x^2 + 0{,}97x + 8{,}77y - 20{,}81 = 0$$

Její determinant je

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0{,}49 \\ 0 & 0 & 4{,}39 \\ 0{,}49 & 4{,}39 & -20{,}81 \end{pmatrix} = -19{,}27$$

Kuželosečka je singulární. Malý determinant je

$$det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Z toho vychází, že daná kuželosečka je opravdu parabola.

V citovaném textu je také psáno, že malé oblouky jsou půlkruhové. Použil jsem nástroj pro vložení kružnice a upravil jí tak, aby seděla. Na rozdíl od paraboly seděla celkem dobře. Její rovnice je

$$(x + 4{,}62)^2 + (y - 0{,}94)^2 = 2{,}37$$

Z rovnice je jasné patrné, že se jedná o kružnici.

3.5. Žďákovský most

Po vodě poputujeme nyní kolem soutoku Vltavy s Otavou, kolem zříceniny hradu Zvíkov až téměř k zámku Orlík. Pár stovek metrů před tímto zámkem se nachází mostní velikán Žďákovský most. Leží na trase Tábor-Milevsko-Mirovice-Březnice-Plzeň mezi obcemi Kostelec nad Vltavou a Staré Sedlo. Známý je hlavně díky své velikosti. Dodnes se v knihách i na internetu vedou spory o jeho prvenství. Zajisté to je největší jednoobloukový most u nás. Někteří kritici tvrdí i to, že jde o *největší prostý plnostěnný dvoukloubový ocelový obloukový most na světě* [2]. Jinde se tvrdí, že je až osmý největší jednoobloukový most. Každopádně svou délkou 542 metrů, rozpětím hlavního oblouku 379 metrů a výškou 50 metrů od hladiny a 100 metrů ode dna přehrady patří ke světové špičce. Tento most proslul i ve slavném případu orlických vrahů, kteří z něj shodili 5 těl v sudech.

První projekt byl již z roku 1941, ale kvůli válce se projekt posunul. Po válce tento projekt nešel využít, protože již byla plánovaná stavba Orlické přehrady. Další projekt vznikl v roce 1954, kdy byl navržen ocelový obloukový most o dvou polích se střední betonovou podporou, která by se postavila ještě před napuštěním přehrady. I tento návrh zkrachoval kvůli zpoždění prací a napuštění přehrady. Nakonec byl vybrán projekt ing. J. Zemana. Stavba mostu probíhala v letech 1958- 1967 (zdroj (časopis) uvádí počátek stavby už v roce 1956). Most byl pak dlouhá léta v plném provozu a moc nevykazoval známky opotřebení, proto bylo velmi překvapující, když se v roce 1998 objevila v trámu mostovky trhlina. Most byl z preventivních důvodů odstaven, což velmi komplikovalo dopravu. Autobusové společnosti to ale vyřešily velmi vtipně. Cestující na jedné straně mostu vystoupili, přešli most pěšky a na druhé straně již čekal jiný autobus. Most bylo samozřejmě potřeba opravit. Po prozkoumání byly nalezeny další dvě trhliny. Bylo rozhodnuto poškozená místa přeplátovat. Dalším krokem k záchraně mostu bylo zjistit příčiny vzniku trhlin. Celkem brzy se zjistilo, že za trhliny mohla zamrzající voda, která natekla do uzavřené výztuhy stojny již netěsnícími sváry. Problém se vyřešil jednoduše. Do stojen se ve spodní části vyvrtala dírka, aby voda mohla odtékat.

K tomuto mostu se mi také podařilo získat jistý plán, začnu ale rozborem fotografií.

Obr. 36 Žďákovský most - elipsa

GeoGebra mi k této křivce generuje rovnici

$$-1{,}8x^2 - 0{,}23xy - 0{,}58y^2 - 0{,}18x - 22{,}63y + 1{,}26 = 0$$

Její determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -1{,}8 & -0{,}12 & -0{,}09 \\ -0{,}12 & -0{,}58 & -11{,}62 \\ -0{,}09 & -11{,}62 & 1{,}26 \end{pmatrix} = 244{,}09$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -1{,}8 & -0{,}12 \\ -0{,}12 & -0{,}58 \end{pmatrix} = 0{,}61$$

Číslo $0{,}61 > 0$. Z toho vychází, že daná křivka je elipsa.

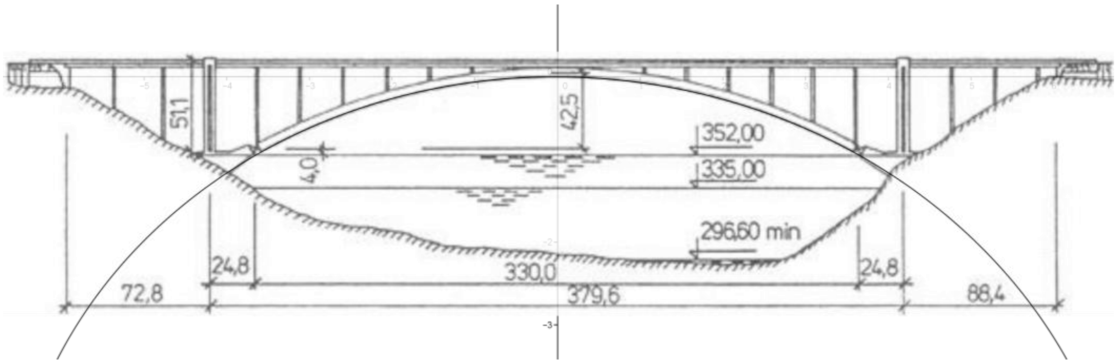
V časopisu stavebnictví však píšou toto: *Geometrický tvar střednice oblouku je složen ze tří kružnic* [11]. Zkusil jsem tedy proložit most kružnicí.

Obr. 37 Žďákovský most - kružnice

Při přiblížení kružnice je vidět, že ne všude dokonale sedí. Její rovnice je generována takto:

$$x^2 + (y + 6{,}67)^2 = 45{,}16$$

Z rovnice je patrno, že se jedná o kružnici. Když se mi nepodařilo najít takovou kružnici, která by všude seděla na fotce mostu, zkusil jsem jí najít na plánu mostu. Nejprve jsem použil funkci kuželosečka daná pěti body.



Obr. 38 Plán Žďákovského mostu - elipsa

Rovnice vychází takto

$$-1{,}88x^2 - 0{,}09xy - 2{,}39y^2 - 0{,}09x - 28{,}65y = 0$$

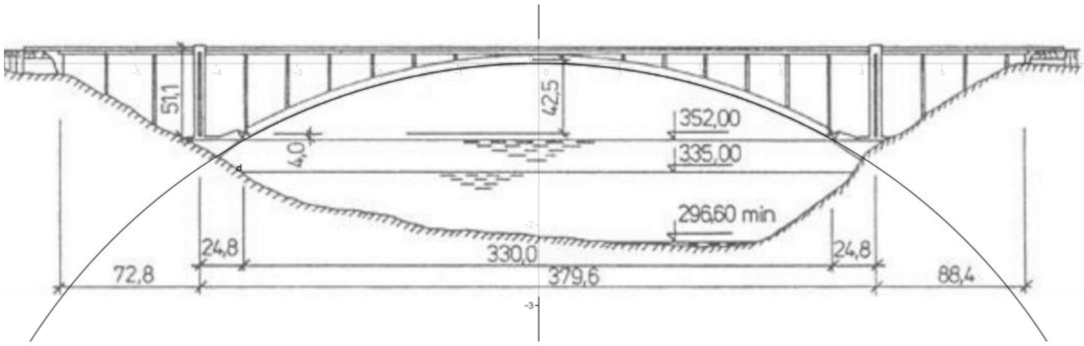
Velký determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -1,88 & -0,05 & -0,05 \\ -0,05 & -2,39 & -14,33 \\ -0,05 & -14,33 & 0 \end{pmatrix} = 385,99$$

Kuželosečka je regulární. Malý determinant vychází

$$det\begin{pmatrix} -1,88 & -0,05 \\ -0,05 & -2,39 \end{pmatrix} = 4,49$$

Z výsledku vyplívá, že jde o elipsu. Opět jsem tedy musel proložit most kružnicí.



Obr. 39 Plán Žďákovského mostu - kružnice

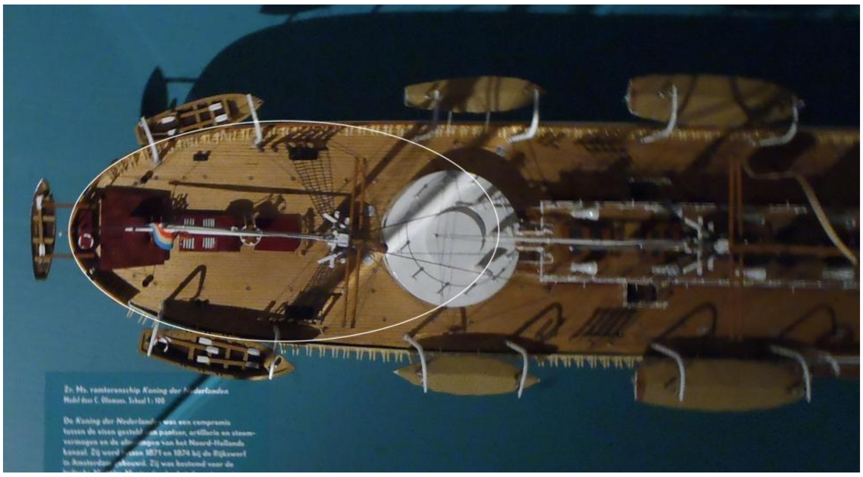
Kružnice všude sedí dokonale. Její rovnice vychází

$$x^2 + (y + 7,49)^2 = 56,1$$

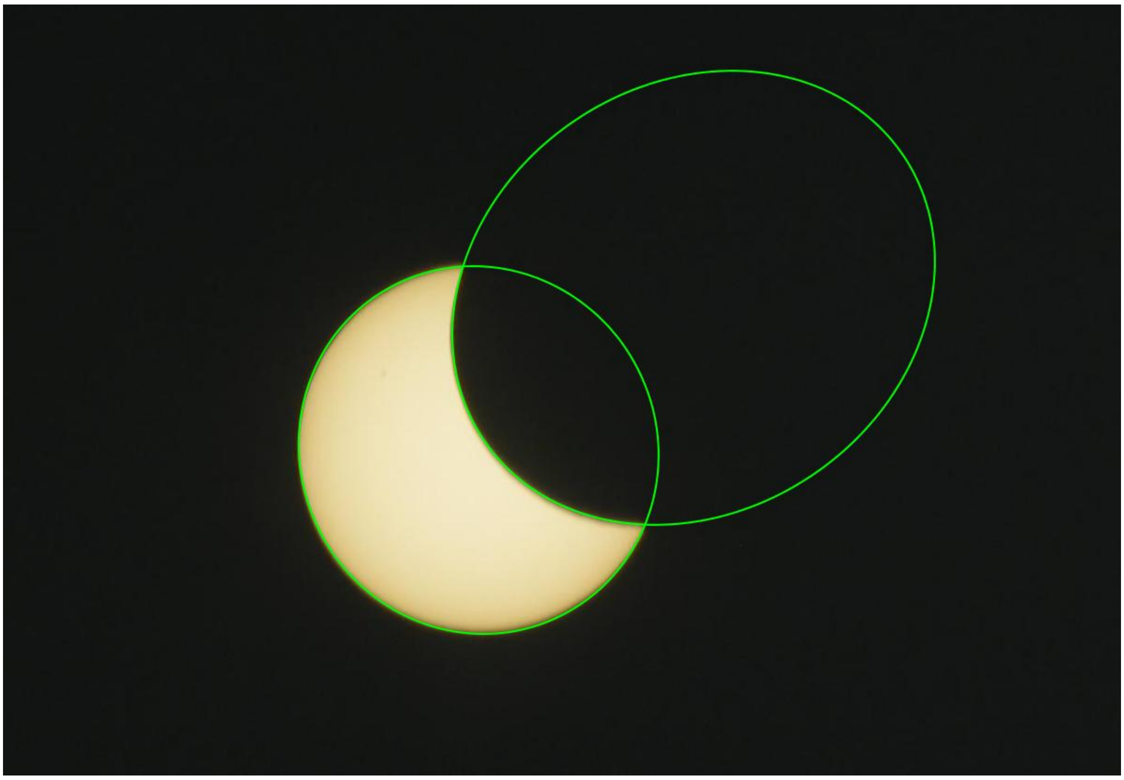
3.6. *Jiné kuželosečky*

Tato kapitola ukazuje, že kuželosečky jsou téměř všude a obsahuje pouze fotky se zvýrazněnými kuželosečkami bez žádných informací a bez výpočtů.

Obr. 40 Hřbitov v Albrechticích nad Vltavou - 2 kružnice



Obr. 41 Záď modelu lodě - elipsa



Obr. 42 Zatmění slunce 20.3.2015 - elipsa a kružnice

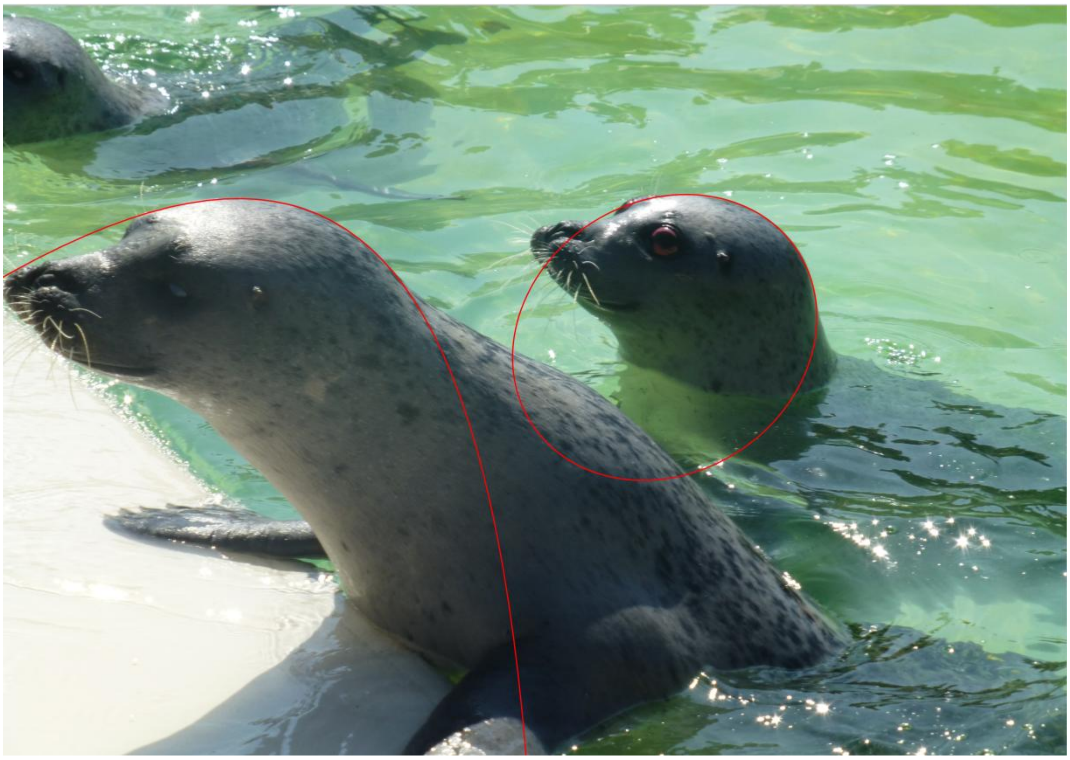
Obr. 43 Gerbera - elipsy

Obr. 44 Dům na náměstí v Bechyni - 3 elipsy a kružnice

Obr. 45 Budova v Praze- elipsy

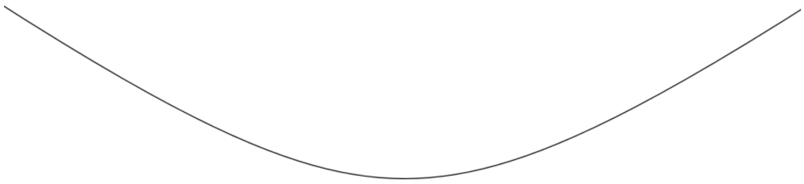
Obr. 46 Boží muka ve Varvažově - kružnice

Obr. 47 Dub v obci Orlík na Vltavou - hyperbola



Obr. 48 Tuleňové - elipsa a hyperbola

Obr. 49 Kostel Sv. Anny v Mikulově - 5 elips



Obr. 50 Autobusová zastávka v obci Žár - hyperbola

Obr. 51 Temelín - hyperboly

4. Závěr

V této práci by mělo být vidět, že kuželosečky najdeme vskutku všude a že jsou nedílnou součástí našeho života. Bez kuželoseček by třeba nebyly tak odolné mosty, neměli bychom reflektory či satelitní vysílače a přijímače, neměli bychom ani chladicí věže reaktorů. Všechny tyto tvary obsahují kuželosečku, která je přesně určena a vypočítána, a díky které má daný objekt ty vlastnosti, které má.

Když je tato kuželosečka tak přesně určena, proč je tak těžké jí znovu určit pomocí fotografie a programu GeoGebra? Podle mě to má dva hlavní důvody.

Prvním je fakt, že při fotografii se nedá přesně určit to místo, kudy kuželosečka prochází. Když si fotku nepřiblížíme a někam na objekt vložíme bod, který vypadá, že je přesně na kuželosečce, po přiblížení zjistíme, že je trochu vedle. Bod nemůžeme nikdy trefit, protože i na sebelepší fotce se můžeme o několik centimetrů, možná i desítek centimetrů splést kvůli malému rozlišení. Když si místo co nejvíc přiblížíme, nemusí být již třeba vidět, kde je daná hrana a je vidět jen změť barevných pixelů. Aby bylo hranu možné dobře určit a bod přesně umístit, musela by tato fotografie být stejně velká, jako most samotný, a i přesto by určování kuželosečky bylo problematické.

Druhým důvodem je opět fakt, že se jedná o fotografii. Z matematického hlediska je fotografie středové promítání, při kterém se některé tvary a velikosti můžou měnit.

5. Seznam použité literatury

[1] HESKOVÁ, Marie. *Unikátní technické atraktivity jižních Čech*. 1. české vyd. Praha: Profess Consulting, 2006. ISBN 80-725-9053-7

[2] JANDA, Tomáš. Brána do nebes: Železobetonový obloukový most přes Vltavu v Podolsku, *Silnice železnice, 2004* dostupné na http://www.silnice-zeleznice.cz

[3] JOSEF, Dušan. *Encyklopedie mostů v Čechách, na Moravě a ve Slezsku*. 1. vyd. Praha: Libri, 1999. ISBN 80-859-8374-5

[4] KAŇKOVÁ, Jana. *Kvadratické plochy a křivky kolem nás*. České Budějovice, 2013. Bakalářská práce.

[5] KARMAZÍNOVÁ, Marcela. *Konstrukce a dopravní stavby*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2006.

[6] KONRÁD, Jan. *Bechyňské mosty a jejich rekonstrukce*. Tábor, 2005. Závěrečná ročníková práce

[7] MOŠNA, Václav. *Krásné mosty České republiky*. 1. české vyd. Praha: Slovart, 2012. ISBN 978-80-7391-617-6.

[8] PECH, Pavel. *Kuželosečky*. 1. vyd. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2004. ISBN 80-704-0755-7

[9] ŘÍHOVÁ, Helena. *Kuželosečky*. 2006. Dostupné na http://dagles.klenot.cz/rihova/kuzelosecky.pdf

[10] STEJSKAL, František. Přemístění historického mostu Podolsko – Stádlec, *Časopis Stavebnictví*, Brno: EXPO DATA spol. s r.o., 09/07. ISSN 1802-2030

[11] STUDNIČKA, Jiří. Čtyřicet let Žďákovského mostu, *Časopis Stavebnictví*, Brno: EXPO DATA spol. s r.o., 06-07/07. ISSN 1802-2030

[12] ŠAŠEK, Ladislav. Most přes Lužnici v Bechyni – Zářečí, *Konstrukce*, Dostupné na www.konstrukce.cz

6. Seznam stažených obrázků

Obr. 20 - Iron Bridge - http://en.wikipedia.org/wiki/File:Ironbridge002.JPG

Obr. 21 Golden Gate - http://hqwallbase.com/images/big/golden_gate_bridge_san_francisco_california-1492293.jpg

Obr. 22 Visutý most z Peloponésu na pevninu - http://img.ceskatelevize.cz/program/porady/10248824665/gallery/27318.jpg

Obr. 30 Stádlecký a Podolský most vedle sebe - http://www.pribramsko.eu/retezovy-most-u-obce-stadlec-pohled-do-historie-4658

Obr. 31 Stádlecký most plán – http://www.casopisstavebnictvi.cz/UserFiles/File/0709/18_most_velky.jpg

Obr. 38, Obr. 39 Žďákovský most plán - http://www.casopisstavebnictvi.cz/ctyricet-let-zdakovskeho-mostu_N228