

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NÁVRH METODY PRO USTAVOVÁNÍ SOUOSOSTI MALÝCH ROTORŮ VYUŽÍVAJÍCÍ DIGITÁLNÍ KORELACI OBRAZU

PROPOSAL OF SHAFT ALIGNMENT METHOD FOR SMALL ROTORS USING DIGITAL IMAGE CORRELATION

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. VLASTIMIL HRŮZA

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR Ing. BOŘEK ŠČERBA

BRNO 2024



Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Vlastimil Hrůza
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor:	Inženýrská mechanika
Vedoucí práce:	Ing. Bořek Ščerba
Akademický rok:	2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Návrh metody pro ustavování souososti malých rotorů využívající digitální korelaci obrazu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Zajištění souososti rotorů zejména ve vysokorychlostních aplikacích je zcela zásadní pro snížení provozních vibrací, které mohou vést ke snížení životnosti zařízení či náhlé poruše. Komerční zařízení pro ustavování souososti rotorů, například laserová, jsou nabízena pro hřídele o průměru vyšším než 20 mm. Aplikace, ve kterých jsou hřídele o menších průměrech, představují v této oblasti výzvu, v níž by mohla být využita digitální korelace obrazu.

Cíle diplomové práce:

 – Rešerše dostupných metod pro zajištění souososti hřídelů s důrazem na jejich přednosti a nedostatky

- Návrh metody pro ustavování souososti rotorů s využitím digitální korelace obrazu
- Verifikace metody pomocí vygenerovaných dat
- Validace metody s využitím běžně používaného laserového zařízení pro ustavování souososti

Seznam doporučené literatury:

SUTTON, Michael A. (Albert); ORTEU, Jean-José a SCHREIER, Hubert W. Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications. New York: Springer, 2009. ISBN 978-0-387-78746-6.

PIOTROWSKI, John. Shaft Alignment Handbook [online]. 3rd Edition. Boca Raton: CRC Press, 2006 [cit. 2023-02-10]. ISBN 9780429114359. Dostupné z: https://doi.org/10.1201/9781420017878

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Předložená práce se zabývá návrhem metody pro ustavování souososti malých rotorů, pro něž běžně dostupné metody nejsou vhodné. To je dáno prostorovými restrikcemi v okolí spojky, které mnohdy nedovolují montáž běžných ustavovacích systémů na hřídele. Navržená metoda proto využívá bezkontaktního měření povrchu hřídelů pomocí digitální korelace obrazu (DIC). Výpočet nesouososti a korekčních posuvů je navržen na principu proložení bodů naměřených na jednotlivých hřídelích válci a vyhodnocení vzájemné polohy jejich os. Pro určení oblasti použitelnosti navržené metody byla provedena citlivostní analýza, z níž vyplynulo, že pro povrchově přesné hřídele s rovnoměrně naneseným náhodným vzorem pro DIC měření dává metoda dobré výsledky. Validace metody byla poté provedena měřením na navrženém testovacím zařízení s využitím běžně dostupného laserového ustavovacího systému. Validační měření prokázalo funkčnost metody a potvrdilo závěry citlivostní analýzy.

Klíčová slova

Ustavení, nesouosost, digitální korelace obrazu, DIC

Abstract

The presented thesis deals with the design of a method for aligning small rotors, for which commonly available methods are not suitable. This is due to space restrictions around the coupling, which often do not allow installation of conventional alignment systems on the shafts. The proposed method therefore utilizes non-contact measurement of the surface of the shafts using digital image correlation (DIC). Calculation of misalignment and corrective moves is based on fitting the points measured on individual shafts with cylinders and evaluating the mutual position of their axes. To determine the area of applicability of the proposed method, sensitivity analysis was performed, which showed that the method gives good results for surface-accurate shafts with a uniformly applied speckle pattern for DIC measurement. Validation of the method was then carried out by measuring on a designed test rig using a commonly available laser alignment system. The validation measurement proved the functionality of the method and confirmed the conclusions of the sensitivity analysis.

Keywords

Alignment, misalignment, digital image correlation, DIC

Bibliografická citace

HRŮZA, Vlastimil. Návrh metody pro ustavování souososti malých rotorů využívající digitální korelaci obrazu. Online, diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2024. Dostupné z: https://www.vut.cz/studenti/zav-p race/detail/158005. [cit. 2024-05-17].

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Návrh metody pro ustavování souososti malých rotorů využívající digitální korelaci obrazu vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

17. května 2024

Vlastimil Hrůza

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat společnosti X-Sight s.r.o. za možnost psát diplomovou práci na toto zajímavé téma. Velké díky dále patří Ing. Bořku Ščerbovi za jeho vstřícnost a zejména čas věnovaný konzultacím, z nichž vzešlé cenné rady a připomínky vždy posunuly práci obrovský kus dopředu. Děkuji také Ing. Petru Nahodilovi, Ph.D. za jeho ochotu a pomoc při validačním měření. Největší poděkování pak patří mé rodině a zejména rodičům, bez jejichž podpory by tato diplomová práce nevznikla.

Obsah

Ú	vod		11							
1	Pro	blémová situace	12							
	1.1	Formulace problému	. 12							
	1.2	Cíle práce	. 12							
2	Ust	avování hřídelů rotačních strojů	13							
	2.1	Základní pojmy	. 13							
	2.2	2 Tolerance nesouososti								
		2.2.1 Vyjádření pomocí posunutí a úhlu	. 16							
		2.2.2 Vyjádření pouze pomocí úhlu	. 16							
	2.3	Postup ustavení	. 19							
	2.4	Konstrukční a montážní poměry ovlivňující ustavení	. 20							
		2.4.1 Měkká patka	. 20							
		2.4.2 Hřídele ohnuté a prohnuté	. 22							
		2.4.3 Nesouosost hřídele a spojky	. 23							
	2.5	Korekce nesouososti	. 24							
		2.5.1 Vertikální ustavení	. 24							
		2.5.2 Horizontální ustavení	. 25							
		2.5.3 Grafické modelování ustavení	. 27							
	2.6	Měření a kompenzace provozních vlivů	. 28							
		2.6.1 Teplotní vlivy	. 30							
		2.6.2 Mechanické vlivy	. 31							
		2.6.3 Měření provozních vlivů	32							
		2.6.4 Korekce provozních vlivů	. 34							
	2.7 Diagnostické zjišťování nesouososti									
		2.7.1 Vibrodiagnostika	35							
		2.7.2 Termografie \ldots	36							
3	Met	tody měření nesouososti	37							
0	3.1	Metody hrubého ustavení	37							
	3.2	Číselníkové úchylkoměry	37							
	0.2	3 2 1 Beverzní obvodová metoda	40							
		3.2.2 Čelně-obvodová metoda	42							
	33	Laserové systémy	44							
	3.4	Další metody měření	47							
	3.5	Výhody a nevýhody	48							
	0.0	3.5.1 Číselníkové úchylkoměry	48							
		3.5.2 Laserové systémy	49							
			10							

4	Náv	rh me	tody ustavování využívající DIC	50				
	4.1 Koncepce návrhu							
	4.2 Softwarové nástroje využité k návrhu							
	4.3 Měření pomocí DIC							
		4.3.1	Teplotní trend	53				
		4.3.2	Vyřazení extrémních hodnot	55				
		4.3.3	Tlouštka vzoru	56				
		4.3.4	Velikost snímané oblasti	57				
		4.3.5	Definování souřadného systému	58				
	4.4	Aprox	imace hřídelů válci	59				
		4.4.1	Filtrace vybočujících bodů	61				
		4.4.2	Parametrizace válce	62				
		4.4.3	Počáteční odhady parametrů	62				
		4.4.4	Proložení dat válcem	64				
	4.5	Výpoč	et nesouososti a korekce	65				
		4.5.1	Výpočet nesouososti	65				
		4.5.2	Výpočet korekčních posuvů	67				
5	Ver	ifikace	metody	69				
	5.1	Verifik	ace na přesných válcích	69				
	5.2	Citlive	ostní analýza	70				
		5.2.1	Vliv tloušťky náhodného vzoru	71				
		5.2.2	Vliv přesnosti měření	74				
		5.2.3	Vliv skutečných rozměrů a tvaru	77				
		5.2.4	Zhodnocení citlivostní analýzy	80				
6	Validace metody							
	6.1	Testov	vací zařízení	82				
	6.2	Valida	ční měření	83				
		6.2.1	Zhodnocení validačního měření	85				
7	Dis	kuze		88				
Zá	věr			91				
20				0.9				
Se	znar	n pouż	nitých zdrojú	93				
Se	znar	n přílo	h	98				
A	Výs	sledky	citlivostní analýzy na vliv nepřesnosti měření	99				
в	Výs	sledky	citlivostní analýzy na vliv skutečných rozměrů a tvaru	105				
\mathbf{C}	C Výsledky validačního měření 106							

Úvod

Bez velké nadsázky lze říci, že rotační strojní systémy stojí za úspěchem většiny průmyslových odvětví a jen těžko si lze představit průmyslový podnik, kde se rotační stroje nevyskytují. Rotační strojní systémy se v různých podobách využívají při výrobě naprosté většiny produktů, ať už se jedná o spotřebitelské produkty jako jídlo, oděvy, domácí a hygienické potřeby nebo třeba o elektroniku, dopravní prostředky či elektrickou energii. Je proto žádoucí, aby tyto stroje pracovaly spolehlivě a dosahovaly předepsané životnosti.

Jednou z příčin, proč požadovaná spolehlivost rotačních strojních systémů nemusí být po dobu technického života dosažena, je přítomnost nesouososti mezi komponentami strojního systému. Nesouosost je stav vzniklý mezi součástmi (zpravidla hřídeli) dvou (či více) rotačních strojů tvořících strojní systém, kdy vzájemná poloha součástí není v souladu s konstrukčními kritérii. Projevy přítomné nesouososti jsou zvýšené provozní vibrace a hluk, často uváděné je také snížení přenášeného výkonu. Následkem přítomnosti nadměrné nesouososti je pak snížení životnosti ovlivněných komponent, mezi které patří zejména spojky, ložiska, hřídele a těsnění.

S rostoucími otáčkami strojního systému se zvyšuje i význam správného ustavení. Namáhání strojních komponent způsobené nadměrnou nesouosostí v kombinaci s vysokými otáčkami může vést k rychlému vyčerpání životnosti a následné "náhlé" porušení bývá často devastující nejen pro daný strojní systém, ale i pro jeho blízké (a někdy také vzdálenější) okolí.

Přestože správné ustavení hraje klíčovou roli při zajištění spolehlivého provozu, existuje segment rotorů, pro který momentálně na trhu nejsou běžně dostupná vhodná řešení, a tím jsou malé rotory, které z důvodu nedostatečného prostoru v okolí spojky neumožňují provést ustavení pomocí běžně dostupných metod. Předložená diplomová práce se proto zabývá návrhem ustavovací metody, která by tento problém řešila. K měření je použita bezkontaktní metoda digitální korelace obrazu, která se vyznačuje velmi dobrou multiměřítkovostí, a proto by navržená ustavovací metoda měla být použitelná nejen pro rotory malé, ale pro rotory všech velikostí.

1 Problémová situace

Mezi běžně užívané nástroje k měření nesouososti hřídelů patří číselníkové úchylkoměry, laserové ustavovací systémy a ustavovací systémy využívající relativní snímače polohy, z nichž dnes nejpoužívanější jsou laserové ustavovací systémy. Všechny tři vyjmenované měřící nástroje vyžadují montáž přípravků nesoucích měřící systémy na hřídele, případně spojku, a tudíž i volný přístup ke hřídelům a spojce spolu s dostatečným prostorem v jejich okolí. Zejména u malých rotačních strojů je mnohdy montáž komerčních ustavovacích systémů nemožná z důvodu nedostatečného volného prostoru.

Příkladem malého rotačního strojního systému, u kterého nebylo možné provést ustavení běžně dostupným laserovým ustavovacím systémem právě z důvodu prostorových restrikcí, je Zařízení pro měření charakteristik ložisek Ing. Jana Pokorného, Ph.D., které se nachází v laboratoři Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky na Fakultě strojního inženýrství. Zařízení je navrženo až na otáčky 60 000 min⁻¹, při nichž je správné ustavení naprostou nutností k zajištění bezpečného provozu.

Možným řešením pro tyto malé strojní systémy je užití metody, která nebude vyžadovat montáž měřícího systému na hřídele, nesouosost bude měřit bezkontaktně z vhodné vzdálenosti a nebude tak omezena prostorovými restrikcemi v okolí spojky. Jako vhodná měřící metoda se jeví digitální korelace obrazu, jelikož splňuje požadavek bezkontaktnosti a dosahuje přesnosti srovnatelné s běžně užívanými metodami.

1.1 Formulace problému

Na základě problémové situace byl formulován následující problém:

Návrh metody pro posouzení nesouososti malých rotačních strojních systémů využívající bezkontaktního měření pomocí digitální korelace obrazu.

1.2 Cíle práce

- 1. Rešerše dostupných metod pro zajištění souososti hřídelů s důrazem na jejich přednosti a nedostatky.
- 2. Návrh metody pro ustavování souososti rotorů s využitím digitální korelace obrazu.
- 3. Verifikace metody pomocí vygenerovaných dat.
- Validace metody na navrženém testovacím zařízení s využitím běžně používaného laserového měřícího systému pro ustavování souososti.

2 Ustavování hřídelů rotačních strojů

"Souosost, ustavení nebo vyrovnání je stav, kdy osy komponent strojního systému jsou buď shodné, rovnoběžné, nebo kolmé v souladu s konstrukčními kritérii." [1]

Přestože nesouosost se ve strojním systému může vyskytovat na různých místech a mezi různými strojními součástmi (např. osy dvou a více ložisek), zpravidla se pod pojmem *ustavení* rozumí zajištění souososti hřídelů dvou horizontálních rotačních strojů spojených pomocí hřídelové spojky [2; 3]. Takto bude termín ustavení používán i v kontextu této práce. Typickým příkladem strojního systému, na kterém se běžně provádí ustavení, je systém motor–čerpadlo, znázorněný na obrázku 2.1.



Obrázek 2.1: Strojní systém motor-čerpadlo

2.1 Základní pojmy

Nesouosost se dělí na dva druhy [2; 3; 4]:

- Paralelní nesouosost, posunutí, případně radiální přesazení je stav, kdy osy rotace obou hřídelů jsou rovnoběžné, ale neleží na jedné přímce, viz obrázek 2.2a.
- Úhlová nesouosost, respektive axiální přesazení¹ je stav, kdy se osy rotace obou hřídelů protínají ve středu spojky, ale svírají spolu nenulový úhel, viz obrázek 2.2b.

V praxi se vyskytují oba druhy nesouososti současně. Aby bylo možné popsat celkovou prostorovou nesouosost hřídelů vůči sobě, je nutné znát paralelní a úhlovou nesouosost

 $^{^{1}}$ S tímto termínem se lze setkat například ve zdroji [4]. Autor této diplomové práce se však domnívá, že pro popis os svírajících mezi sebou úhel je tento termín méně vhodný a jeho význam může být nechtěně zaměněn s axiální vzdáleností kotoučů spojky, proto se bude držet prvního uvedeného termínu *úhlová nesouosost*.



Obrázek 2.2: a) Paralelní nesouosost, b) Úhlová nesouosost

ve dvou navzájem kolmých rovinách. Nejčastěji je jedna měřící rovina vertikální a druhá horizontální, což je výhodné vzhledem ke korekci nesouososti, jelikož se stroji je obvykle možné hýbat v horizontální rovině základové desky a pomocí podložek pak ve vertikální rovině.

Paralelní nesouosost, vyjádřená vzdáleností d na obrázku obrázku 2.2a, se udává v milimetrech (mm), nebo v mikrometrech (µm). Úhlovou nesouosost lze vyjádřit tradičně ve stupních (°), nebo v miliradiánech (mrad, 1 mrad = 0,001 rad). Ve většině podkladů pro ustavování rotačních strojů je však úhlová nesouosost vyjádřena jako poměr délek [3; 4] (o kolik se zvýší měřená paralelní nesouosost na dané délce referenční osy vůči této délce), což znázorňuje obrázek 2.3. Pak jsou jednotky v milimetrech na sto milimetrů (mm/100), případně mikrometrech na milimetr (µm/mm). Obě vyjádření úhlové nesouososti jsou na dané rozlišovací úrovni ekvivalentní, jelikož měřené úhly jsou velmi malé (při správném ustavení < 0,1°) a lze tedy využít linearizaci goniometrických funkcí. Přepočtové vztahy mezi jednotkami úhlové nesouososti udává tabulka 2.1. Pro příklad znázorněný na obrázku 2.3 je úhlová nesouosost vyjádřená v radiánech a ve stupních rovna

$$\phi = \arctan\left(\frac{0,28-0,1}{250}\right) = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,72 \text{ mrad} = 0,041^{\circ}$$

a při vyjádření poměrem délek nabývá hodnot



Obrázek 2.3: Příklad úhlové nesouososti

	x°	$x \mod$	x mm/100	$x \ \mu m/mm$
1°	1	$5,\overline{5}\cdot\pi$	$0,\overline{5}\cdot\pi$	$5,\overline{5}\cdot\pi$
1 mrad	$\frac{0,18}{\pi}$	1	$0,\!1$	1
$1 \mathrm{~mm}/100$	$\frac{1,8}{\pi}$	10	1	10
$1~\mu{ m m/mm}$	$\frac{0,18}{\pi}$	1	$0,\!1$	1

Tabulka 2.1: Přepočty mezi jednotkami úhlové nesouososti

Úhlovou nesouosost lze kromě úhlu, který spolu svírají osy obou hřídelů, definovat také jako poměr rozevření spojky ku jejímu pracovnímu průměru [4], jak je znázorněno na obrázku 2.4.

Při ustavování rotačních soustrojí se stroje často dělí na pohyblivý a stacionární [4]:

- **Pohyblivý stroj** je ten, jehož poloha je při korekci nesouososti upravena tak, aby byla nesouosost eliminována, tj. aby osa tohoto stroje byla ustavena v rámci daných tolerancí totožně s referenční osou stroje stacionárního. Zpravidla se jedná o stroj hnací (motor na obrázku 2.1).
- **Stacionární stroj** zůstává při korekci nesouososti na svém místě, osa jeho hřídele se pak nazývá referenční, nebo pevnou. Obvykle jde o stroj hnaný (čerpadlo na obrázku 2.1).

Důvodem tohoto rozdělení je fakt, že hnací stroj zpravidla není spojen s ničím jiným než se strojem hnaným, kdežto hnaný stroj je často napojen na další stroje nebo strojní součásti. Klasickým příkladem je čerpadlo spojené s potrubím. Při změně polohy čerpadla mohou začít působit silové účinky od potrubí, které se budou snažit vrátit čerpadlo do původní polohy. U stroje hnacího tento problém nenastává, proto je logické měnit při ustavování jeho polohu. Dalším důvodem pro toto rozdělení je jednoduchá programovatelnost korekčního postupu. Existuje totiž jen jedna varianta, jak hřídele správně ustavit, oproti nekonečnému počtu variant, pokud jsou stroje pohyblivé oba.

Ve zdroji [3] se však uvádí, že takovýto přístup je příliš omezující a mohou nastat situace, kdy bude nutná změna polohy obou strojů, jelikož změna polohy pohyblivého stroje



Obrázek 2.4: Vztah úhlové nesouososti k rozevření a pracovnímu průměru spojky

už nebude v daném směru dále možná. Názorným příkladem je situace, kdy je pohyblivý stroj ve vertikální rovině posazen výše než stroj stacionární a již není možné odebrat žádné další podložky. Pak je nutné buď odfrézovat kus základové desky, nebo podložit stroj stacionární. I přes zjevnou nesmyslnost prvního postupu autor uvádí, že se s ním už několikrát setkal. Dále dodává, že přítomnost napojeného potrubí by neměla bránit ustavení čerpadla. Naopak by potrubí mělo být umístěno na stavitelných podporách, aby bylo možné s čerpadlem hýbat bez vzniku nadměrného pnutí.

2.2 Tolerance nesouososti

V reálných podmínkách nikdy nemůže být dosaženo naprosto přesné souososti, proto je nutné stanovit tolerance nesouososti, které nemají být pro daný případ překročeny. Lze je vyjádřit dvěma způsoby popsanými níže.

Jelikož existuje velké množství rotačních strojů pro různé aplikace, o různých průměrech hřídelů, spojených různými typy spojek atd., jsou tolerance nesouososti vyjádřeny buď pro konkrétní strojní systém specificky, nebo obecně pro různé případy v závislosti zpravidla na jediném parametru, kterým jsou otáčky $n \pmod{\min^{-1}}$ daného strojního systému.

Tolerance nesouososti hřídelů jsou stanoveny s ohledem na celý strojní systém, proto je nelze zaměňovat s tolerancemi nesouososti spojek. Zejména pružné spojky mají povolené často vyšší hodnoty, než jsou hodnoty tolerancí nesouososti hřídelů, které budou prezentovány dále v této kapitole. Lze tak mylně nabýt dojmu, že nesouosost není při použití kvalitní pružné spojky třeba korigovat. To je však často závěr chybný a má za následek zvýšení opotřebení a snížení životnosti ostatních strojních součástí [3].

2.2.1 Vyjádření pomocí posunutí a úhlu

Prvním způsobem je vyjádření pomocí základního dělení nesouososti na paralelní a úhlovou. Pro čtyři naměřené hodnoty (posun a úhel ve dvou měřících rovinách) jsou pak dle příslušného doporučení/normy stanoveny dvě toleranční hodnoty – tolerance paralelní nesouososti (posunutí) a tolerance úhlové nesouososti.

Obecně doporučené hodnoty tolerancí lze zpravidla získat od výrobců ustavovacích zařízení. Dále je od roku 2017 v platnosti americká norma ANSI/ASA S2.75-2017 [5], která udává hodnoty tolerancí dle tabulky 2.2.

2.2.2 Vyjádření pouze pomocí úhlu

Mimo vyjádření tolerancí nesouososti jako paralelní a úhlové existuje i druhý způsob, který vychází ze skutečnosti, že velká část metod měření nesouososti neměří paralelní a úhlovou nesouosost, ale vzdálenosti mezi osami obou hřídelů ve dvou rovinách [3; 5]. Roviny, ve kterých se vzdálenosti měří, se nazývají roviny ohybu (*flexing planes*). Jsou to roviny,

	Toleranční třídy pro spojky se vzdáleností rovin ohybu $\geq 75~{\rm mm}$						
$n \left(\min^{-1} \right)$	Minimální		Standardní		Precizní		
	$d~(\mu m)$	$\phi \ (\mu { m m/mm})$	$d~(\mu m)$	$\phi \ (\mu { m m/mm})$	$d~(\mu m)$	$\phi \ (\mu { m m/mm})$	
900	191	1,5	106	0,8	51	$0,\!4$	
1200	178	$1,\!4$	97	0,7	46	$0,\!3$	
1800	157	$1,\!2$	87	$0,\!6$	41	$0,\!3$	
3600	122	$0,\!9$	66	$0,\!5$	30	$0,\!2$	

Tabulka 2.2: Toleranční třídy ustavení dle [5], převzato a upraveno

ve kterých je pružná spojka nucena přizpůsobit se přítomné nesouososti. Pozice těchto rovin závisí na konstrukčním řešení konkrétní spojky. Pro pružnou spojku složenou ze dvou kotoučů a vloženého pružného člene, který je v [5] nazýván *coupling mechanical link* (CML), lze zjednodušeně říci, že roviny ohybu jsou shodné s čely kotoučů, viz obrázek 2.5.

Pro známou vzdálenost mezi rovinami ohybu je pak možné nesouosost v každé z měřících rovin (horizontální a vertikální) vyjádřit jako dvě úhlové nesouososti. Úhlové nesouososti při tomto vyjádření však nejsou shodné s úhlovou nesouosostí při vyjádření pomocí dvojice posun–úhel! Tyto dvě úhlové nesouososti budou dále značeny ζ a η . Vypočtou se jako podíl naměřené vzdálenosti v rovině ohybu a vzdálenosti mezi rovinami ohybu. Výhodou tohoto přístupu je, že je třeba pouze jedné toleranční hodnoty a tou je úhlová tolerance (opět není shodná s úhlovou tolerancí při vyjádření posun–úhel). Pro příklad znázorněný na obrázku 2.6 jsou úhlové nesouososti ζ a η rovny

$$\zeta = \frac{218 \ \mu m}{80 \ mm} = 2,725 \ \mu m/mm$$
$$\eta = \frac{54 \ \mu m}{80 \ mm} = 0,675 \ \mu m/mm$$



Obrázek 2.5: Roviny ohybu pružné spojky



Obrázek 2.6: Nesouosost měřená v rovinách ohybu pružné spojky

Úhlová tolerance nesouososti vztažená k nesouosostem ζ a η je v [5] dána vztahem

$$T = \frac{ALG}{\sqrt{\frac{n}{1000} + 1}}$$
(2.1)

kde $T (\mu m/mm)$ je tolerance nesouososti, $ALG (\mu m \cdot mm^{-1} \cdot min^{-1/2})$ je toleranční třída (Alignment Grade, nebo také Alignment Quality Grade) a $n (min^{-1})$ jsou otáčky. Jsou rozlišovány tři základní toleranční třídy: minimální $ALG = 4.5 \ \mu m \cdot mm^{-1} \cdot min^{-1/2}$; standardní $ALG = 2.2 \ \mu m \cdot mm^{-1} \cdot min^{-1/2}$ a precizní $ALG = 1.2 \ \mu m \cdot mm^{-1} \cdot min^{-1/2}$. Mimo tyto tři základní třídy může výrobce dle kvality svých výrobků stanovit vlastní toleranční třídu, například $ALG = 2.0 \ \mu m \cdot mm^{-1} \cdot min^{-1/2}$ [5]. Podle vzorce (2.1) lze toleranční třídy vyjádřit pro libovolný rozsah otáček, viz obrázek 2.7.



Obrázek 2.7: Tolerance nesouososti dle vzorce (2.1)

2.3 Postup ustavení

Níže je popsán postup ustavení dle [3]. Postup je rozdělen do osmi kroků. Ne všechny je nutné provádět při každém ustavení, nedoporučuje se však jednotlivé kroky přeskakovat či zanedbávat, pokud k tomu není pádný důvod.

Krok 1: Příprava nebo zakoupení měřící techniky a vyškolení pracovníků

Před samotným začátkem ustavování je nutné mít připravené všechny potřebné nástroje a měřící techniku. Je třeba zajistit její správnou funkci a kalibraci. Pracovníci provádějící jednotlivé činnosti popsané dále v nich musí být řádně vyškoleni.

Krok 2: Získání důležitých informací o ustavovaném strojním systému

K ustavení některých strojních systémů může být nutné použít speciální nástroje. Občas se lze setkat se stroji, jejichž poloha se při dosažení ustáleného provozního stavu změní vzhledem ke klidovému stavu (například vlivem teplotní roztažnosti). Pokud je tato skutečnost známa a je kvantifikována velikost daného pohybu, lze ji zahrnout do procesu ustavování zavedením cílené nesouososti, která se po rozběhu stroje vyrovná. Metodami kvantifikování změny polohy za provozu vůči klidovému stavu se zabývá kapitola 2.6. Dále je vhodné obstarat si historické záznamy o daném stroji, aby se předešlo objevu přítomných vad, které jsou již známy a lze je korigovat.

Krok 3: Zajištění bezpečnosti práce

Je nutné zajistit, aby stroje, na kterých je prováděno ustavení, nemohly ohrozit pracovníky provádějící dané činnosti. Stroje je zpravidla nutné vypnout, označit bezpečnostními štítky a ujistit se, že nemohou být zapnuty pomocí vzdáleného přístupu, případně tomuto zamezit.

Krok 4: Provedení předběžných kontrol

Předběžné kontroly, které je doporučeno provést k dosažení správného ustavení zahrnují kontrolu základu nebo základového rámu, měkkých patek, zatížení od potrubí, házení hřídelů a spojky. Dále je vhodné provést vizuální kontrolu pro zjištění případného poškození strojních součástí a další kontroly specifické pro daný strojní systém. Vybraným jevům vyžadujícím kontrolu a případnou korekci se věnuje kapitola 2.4.

Krok 5: Změření přítomné nesouososti

Nejprve je vhodné provést hrubé ustavení (např.: od oka, pomocí pravítka) a poté změřit nesouosost pomocí některé z dostupných metod. Z naměřených dat se určí, zda strojní systém splňuje předepsané tolerance nesouososti. Metody měření nesouososti jsou podrobně popsány v kapitole 3.

Krok 6: Korekce nesouososti

Pokud jsou hodnoty nesouososti zjištěné v kroku 5 větší než předepsané tolerance, je třeba provést korekci. Tomuto kroku je věnována kapitola 2.5. Nejprve je z naměřených dat třeba vyhodnotit pozici os obou hřídelů. Poté je již možné, s ohledem na daná pohybová omezení, určit nejvhodnější úpravu polohy strojů, která zajistí správné ustavení, a pak ji provést. Při rozdělení strojů na stacionární a pevný (viz kapitola 2.1) a použití ustavovacího zařízení s výpočtem korekce je velikost nutných posunutí pohyblivého stroje spočtena automaticky. Pořád je však třeba se ujistit, že vypočtené posunutí je možné provést. Pokud ne, je nutné provést vlastní výpočet. Po ustavení strojů je třeba opakovat krok 5 a ujistit se, že bylo dosaženo požadované tolerance. Po splnění této podmínky lze přistoupit k finálnímu záznamu dosažené tolerance a vykonaného pohybu pro uvedení ve zprávě.

Krok 7: Příprava strojního systému k rozběhu

Před odstraněním bezpečnostních štítků je, mimo další předepsané kontroly, nutné ujistit se, že všechny šrouby jsou řádně dotaženy a ve všech součástech vyžadujících mazání je přítomné příslušné mazivo ve správném množství. Potom je možné provést montáž, nebo spojení spojky a odstranění bezpečnostních štítků.

Krok 8: Rozběh stroje a kontrola provozního stavu

Po rozběhu stroje a dosažení provozních otáček je vhodné měřit vibrace stroje a ložisek, teplotu jednotlivých komponent atd. Tento krok by měl být součástí běžné diagnostiky a opakovat se po stanovených časových intervalech. Diagnostikou nesouososti za provozu se zabývá kapitola 2.7.

2.4 Konstrukční a montážní poměry ovlivňující ustavení

V předchozí kapitole v kroku 4 bylo uvedeno, že před začátkem ustavování je nutné provést kontroly, které zajistí, že správné a dostatečně přesné ustavení bude možné provést. Problémy popsané v této kapitole by však měly být vzaty do úvahy už při samotném návrhu, výrobě a montáži strojního systému, jelikož velkou část z nich lze korigovat pouze částečně, nebo vůbec, a poté je nutná náhrada vadných součástí novými.

2.4.1 Měkká patka

Z hlediska ustavování je klíčový správný kontakt mezi patkami stroje a základovou deskou, nebo rámem. Pokud je základová deska nerovná, zvlněná či ohnutá, nelze správného kontaktu dosáhnout. Problém může nastat i na druhé straně, pokud jsou patky stroje vyrobeny nerovnoměrně dlouhé, ohnuté nebo jinak deformované. Dotyk je v těchto případech

realizován pouze částí patky, na silně ohnutém povrchu nemusí některá z patek být v dotyku vůbec. Tento jev je označován jako **měkká patka** [3; 4].

Na jedné straně kontaktu jsou vždy **základy**, které se dělí na tuhé a plovoucí.

Tuhé základy jsou jsou zpravidla z armovaného betonu odděleného od zeminy izolační vrstvou. Zemina slouží jako podpěra tuhých základů a částečně také jako tlumič vibrací.

Plovoucí základy se používají u rotujících strojních systémů nacházejících se v patrech průmyslových objektů. Stroje jsou upevněny k základové desce, která je pružně uložena vůči desce betonové, aby byly izolovány vibrace od podlahy a stěn budovy.

Základové rámy jsou buď odlévané, nebo svařované [4].

Požadavek kladený na základy a základové rámy je zřejmý – jedná se o dostatečnou rovinnost v místě kontaktu rámu s patkami stroje. Měkké patky se výrazněji projevují u svařovaných rámů než u rámů odlévaných. Důvodem je obtížné dosažení precizní kolmosti a rovinnosti svařovaných dílců [3].

Řešením měkkých patek není pouhé dotažení šroubů, měly by být vždy korigovány, a to z následujících důvodů [3]:

- 1. Pozice osy rotace může být závislá na pořadí, v jakém jsou utahovány šrouby patek stroje, což značně ztěžuje proces ustavování.
- 2. Utažení šroubů patek, které nejsou v kontaktu se základovým rámem, je příčinou deformace pláště stroje. To ovlivňuje ložiskové vůle, pozice těsnění atd.
- 3. Působící vibrace mohou časem povolit utažení šroubů, což může mít za následek postupné vysmekávání podložek přítomných pod patkami.
- 4. U kritických míst (například napojení jednotlivých patek) na krytu stroje dochází ke snížení únavové životnosti při vibrační únavě.
- 5. Uvolněné patky a příslušné okolí krytu stroje jsou s postupem času náchylnější vůči třecí korozi.

Pro zjištění velikosti mezer mezi základovými deskami a patkami lze použít spárové měrky. Aby byla zajištěna správná kompenzace nerovnosti, je vhodné změřit tlouštku spáry pod všemi čtyřmi rohy patek (viz obrázek 2.9). Korekce se provádí pomocí podložek, které se dodávají v základním tvaru U. Pro potřebu vyrovnání rozdílné tlouštky spáry



Obrázek 2.8: Tvary podložek, překresleno dle [3]

v jednotlivých rozích patky je lze ustřihnout nebo oříznout na jeden z požadovaných tvarů [3], které jsou zobrazeny na obrázku 2.8. Tloušťka podložek závisí na výrobci, obvyklé tloušťky se pohybují v rozmezí od 0,025 mm do 3 mm. Schéma korekce měkkých patek je znázorněno na obrázku 2.9.



Obrázek 2.9: Korekce měkkých patek, rozměry v mm

2.4.2 Hřídele ohnuté a prohnuté

Další kontrolou, kterou je nutné provést, je kontrola házení spojky. Měření se provádí například pomocí číselníkového úchylkoměru dotýkajícího se spojky při postupném otáčení

hřídele [3]. Pokud je zjištěná orbita, kterou spojka opisuje, mimo tolerance házení, je třeba hledat příčinu. Jednou z nich může být ohnutí nebo prohnutí hřídele.

Ohnutý hřídel si zachovává zakřivení i při eliminaci ohybového zatížení od tíhového zrychlení (například při zavěšení ve vertikální poloze, kdy vlastní tíha hřídel naopak protahuje a narovnává). Ohnutý hřídel je prakticky vždy nežádoucí a měl by být vyměněn. Mimoto by měla být zjištěna příčina ohnutí, protože může ukazovat na závažný problém.

Naproti tomu osa **prohnutého hřídele** je zakřivená díky působení ohybového zatížení od tíhového zrychlení a při jeho eliminaci se napřímí (deformace by vždy měly být elastické). Velikost průhybu závisí na tuhosti hřídele, délce hřídele, vzdálenosti a typu ložiskových podpor a umístění hmoty rotoru (uprostřed nebo letmo). U většiny strojů je toto prohnutí nepatrné a nemusí být bráno v úvahu. Jsou však případy, kdy se uvažovat musí, a to zejména u velkých rotorů, mezi které se řadí například turbíny v elektrárnách či stroje s dlouhým vloženým hřídelem. Úhlová rychlost rotace má na prohnutí pozitivní vliv, při jejím zvýšení se osa rotace začíná narovnávat, nicméně nikdy není zcela přímá. V případech, kdy má osa rotace tvar průhybové čáry, je nutné ustavit hřídele tak, aby se osa průhybu dodržovala jako osa rotace [4].

2.4.3 Nesouosost hřídele a spojky

Další z příčin házení spojky je špatná výroba či montáž spojky. Mohou nastat dva případy, respektive jejich kombinace. Prvním případem je, že díra ve spojce je vyrobena excentricky, viz obrázek 2.10b. Na obrázku 2.10c je znázorněn druhý případ, kdy je díra vyrobena pod úhlem. Při montáži může dojít k excentricitě v případě, že průměr díry spojky je větší než průměr hřídele a stavěcí šrouby použité ke spojení jsou umístěny nesymetricky a tlačí hřídel k jedné straně díry [3].

Rozdíl mezi ohnutým/prohnutým hřídelem a vyosením spojky je patrný z obrázku 2.10. Při měření číselníkovým úchylkoměrem se od sebe budou tyto dva případy lišit v hodnotách naměřených na hřídeli a na spojce. V případě ohnutí/prohnutí hřídele bude házení naměřeno i na hřídeli, v případě vyosení spojky však nikoliv. Spojka nasazená se zkosením se od čistě excentricky nasazené spojky rozezná podle přítomnosti výrazného čelního házení.



Obrázek 2.10: Příčiny házení spojky: a) ohnutý/prohnutý hřídel, b) excentricita mezi osou hřídele a osou díry spojky, c) zkosená díra spojky

2.5 Korekce nesouososti

Před měřením nesouososti pomocí metod pro přesné ustavení je vhodné provést hrubé ustavení. Cílem je dosáhnout stavu, kdy jsou hřídele dostatečně blízko sebe, aby bylo možné zahájit proces přesného ustavení. Obecně lze za hrubé ustavení považovat stav, kdy paralelní nesouosost je menší než 0,05 inch (1,27 mm) a úhlová nesouosost je menší než 0,01 inch/inch (0,01 mm/mm) [4].

Po naměření nesouososti některou z metod, které budou uvedeny v kapitole 3, je třeba získat toleranční hodnoty pro daný strojní systém a vyhodnotit, zda jsou naměřené hodnoty nesouososti v příslušném tolerančním pásmu, nebo mimo něj. Ve druhém případě je nutné provést korekci nesouososti.

2.5.1 Vertikální ustavení

K ustavení ve vertikálním směru se nejvíce používají podložky, což jsou ploché plátky vyrobené nejčastěji z uhlíkové oceli, nerezové oceli a mosazi. Mohou však být vyrobeny prakticky z jakéhokoliv kovu nebo plastu dle potřeby. Výrobci ustavovacích zařízení často dodávají tyto podložky v předem vyřezaném tvaru U, viz obrázek 2.8, o různých rozměrech a tloušťkách. Nejběžnější tloušťky jsou uvedeny v tabulce 2.3. Tolerance tloušťky je obvykle $\pm 5\%$ jmenovité tloušťky [3].

Tabulka 2.3: Obvykle dodávané tloušťky podložek ve tvaru U

Tloušťka	0,025	$0,\!05$	0,1	0,2	$0,\!25$	0,4
(mm)	$0,\!5$	$0,\!7$	$0,\!8$	1	2	3

Doporučená pravidla pro podkládání strojů dle [3] jsou následující:

- 1. Mimo podložek korigujících měkkou patku by při ustavování nemělo být použito více než šest podložek pod jednou patkou.
- 2. Celková tloušťka svazku použitých podložek pod jednou patkou by neměla přesáhnout velikost poloměru šroubu držícího danou patku.

K nadzvednutí stroje pro umístění podložek se běžně užívají páčidla, hydraulické zvedáky, případně jeřáby u velkých strojů. Dalším, méně užívaným způsobem ustavení ve vertikálním směru jsou pohybové šrouby.

Omezení pohybu

Omezení pohybu ve vertikálním směru je prakticky přítomno pouze ze strany základové desky (za předpokladu, že ve velmi těsné blízkosti nad stroji se nic nenachází). Toto

omezení může být fatální, pokud lze pohybovat pouze s jedním strojem (rozdělení na pohyblivý a stacionární stroj bylo zavedeno v kapitole 2.1). Situaci, kdy pohyblivý stroj je výše než stroj stacionární a již není možné odebrat žádné podložky, je pak nutné řešit posunem stacionárního stroje. V tomto případě je nutné brát v úvahu potrubí a další strojní součásti na stacionární stroj napojené.

2.5.2 Horizontální ustavení

Nejjednodušším způsobem ustavování v horizontálním směru je metoda pokus–omyl, kdy je stroj posouván pouze dle citu a zkušeností technika. Je však zřejmé, že tato technika není nikterak přesná a tedy ani spolehlivá a rychlá.

Spolehlivější je použití číselníkových úchylkoměrů měřících horizontální posuv. V kombinaci s číselníkovými úchylkoměry se k dosažení pohybu často používá poklepávání kladivem (ideálně měkké gumové, případně s vloženým mezičlenem k absorpci energie nárazu od tvrdého kladiva). Této metodě je však také třeba se vyhnout, jelikož rázy mohou poškodit plášť stroje nebo jeho vnitřní části a při velkých rázech může dojít k ucuknutí číselníkového úchylkoměru a znehodnocení měření.

Jako nejvhodnější se pak jeví použití pohybových šroubů v kombinaci s číselníkovými úchylkoměry. Pohybové šrouby mohou být pevně navařeny či jinak připevněny k základové desce, viz obrázek 2.11, nebo jsou dodávány jejich přenosné sety.



Obrázek 2.11: K základové desce přivařený pohybový šroub pro horizontální ustavení

Schéma horizontálního ustavování pomocí pohybových šroubů a číselníkových úchylkoměrů znázorňuje obrázek 2.12. Po povolení šroubů motoru je postupně pomocí obou pohybových šroubů realizován předem vypočtený korekční posuv, který je kontrolován pomocí odečtu z číselníkových úchylkoměrů.

Omezení pohybu

Hlavním limitujícím faktorem při posouvání stroje v horizontální rovině je omezení pohybu šroubů v dírách (tzv. *bolt-bound condition*). Pokud jsou otvory pro šrouby vrtány například dle normy [6] a při montáži jsou všechny šrouby v dírách správně vycentrovány, pro



Obrázek 2.12: Horizontální ustavování pomocí pohybových šroubů a číselníkových úchylkoměrů

ukázkový příklad na obrázku 2.13 (použita díra střední řady, viz [6]) vychází maximální možný pohyb na každou stranu pouze 0,75 mm.

Možným řešením nedostatku radiální vůle je rozšíření díry. To však může být při probíhajícím ustavování mnohdy náročné, případně zcela nemožné. Druhým řešením je pak použití podřezaných šroubů, viz obrázek 2.14. Dřík by však po podřezání neměl mít průměr menší, než je malý průměr závitu šroubu [3].

Obě výše představená řešení do určité míry snižují únosnost šroubového spoje a je-li to možné, měly by být použity až jako poslední východisko. Nejvhodnější řešení je určit



Obrázek 2.13: Vůle mezi šroubem M16 a příslušnou dírou dle [6]



Obrázek 2.14: Šroub s podřezaným dříkem

rozsah možných pohybů (neboli obálky pohybu) obou strojů a identifikovat ten, který je možný, proveditelný a dosáhne požadovaného ustavení. K tomu se používá grafické modelování ustavení, jež bude představeno v následující kapitole.

2.5.3 Grafické modelování ustavení

Pokud je k ustavení strojního systému použita některá metoda využívající elektroniku (například laserové ustavovací zařízení), je pravděpodobné, že grafický model soustrojí spolu s vypočtenými korekcemi bude zobrazen automaticky na obrazovce počítače či tabletu. Jsou-li k měření použity číselníkové úchylkoměry, musí si pracovník provádějící ustavení model vytvořit ručně na papír, případně elektronicky ve vhodném počítačovém programu. Vždy je však žádoucí mít grafickou reprezentaci poloh os strojů, omezení pohybu patek strojů a vypočtených korekčních posuvů. Proto budou dále uvedeny vybrané základy grafického modelování ustavení. Podrobnější popis lze najít ve zdroji [3].

Základní výbavou při ručním vytváření grafického modelu je čtverečkovaný papír. Ten reprezentuje rovinu, ve které se provádí ustavení. Pro správnou reprezentaci poloh os obou strojů je nutné zvolit dvě vhodná měřítka. První slouží ke škálování důležitých rozměrů strojního systému, jedná se o:

- 1. Vzdálenost mezi páry šroubů u každého stroje.
- 2. Polohu míst, kde je měřena nesouosost.

Tyto rozměry se obvykle měří pomocí běžného svinovacího metru a měly by být určeny s přesností $\pm 1\%$ jejich součtu (tedy celkové délky strojního systému) [3].

Druhé měřítko je pro naměřené nesouososti, korekční posuvy a obálky pohybu. Obálky pohybu jednotlivých strojů vymezují maximální posuvy, které je možné realizovat v daném směru.

Důležitou zásadou je přehlednost. Polohy šroubů a místa, kde se měří nesouosost, je vhodné označit různými značkami. Pro odlišení os hřídelů od obálek pohybu a pomocných přímek je vhodné používat rozdílnou tloušťku čáry, jinou barvu atd. Vhodné je také označit si nad osy názvy příslušných strojů, zaznamenat, v jaké rovině je model vytvářen (případně směr pohledu – horizontální rovině odpovídá pohled shora a vertikální pohled zepředu), a určit směr orientace grafu. Ve vertikální rovině je orientace zřejmá a dá se označit například šipkou a popiskem "nahoře". V horizontální rovině (tj. pohledu shora) je možné směr označit například pomocí dvojice světových stran, viz označení "východ" na obrázku 2.15.

Příklad grafického modelu ustavení soustrojí v pohledu shora je znázorněn na obrázku 2.15. Jak uvádí legenda, černé úsečky znázorňují hřídele, černé čerchované čáry pak prodloužení jejich os. Polohy šroubů jsou zobrazeny pomocí křížků a polohy měřících míst pomocí kružnic s tečkou. Šedé horizontální kóty vyjadřují délkové rozměry klíčových prvků strojního systému a šedé vertikální kóty znázorňují naměřené nesouososti. Na hřídeli motoru byla (pomocí číselníkového úchylkoměru za použití reverzní obvodové metody, viz kapitola 3) naměřena nesouosost 280 µm a na hřídeli čerpadla 340 µm. Dále jsou na obrázku červeně vyneseny obálky pohybu. Oba stroje jsou ukotveny pomocí šroubů M16 v dírách střední řady, viz obrázek 2.13. Vůle mezi dírou a šroubem při vycentrovaném šroubu tedy činí 0,75 mm na každou stranu. Jak je však zřejmé z obálek pohybu, šrouby nejsou vycentrovány. Například levá dvojice šroubů motoru (případně jeden šroub z levé

Při použití konceptu pohyblivý stroj (motor) – stacionární stroj (čerpadlo) by byla finální společnou osou osa čerpadla, která je na obrázku 2.15 prodloužena až na úroveň motoru. Při porovnání polohy prodloužené osy čerpadla a obálky pohybu motoru je však zřejmé, že přesného ustavení by za této situace nemohlo být dosaženo, neboť osa čerpadla leží pod západní obálkou pohybu motoru.

Je tedy nutné zvolit některou z alternativních možností ustavení. Výhodné je volit možnosti, při kterých nebude nutné hýbat všemi dvojicemi šroubů. V tomto příkladu je vybrána varianta, kdy budou oba stroje pootočeny okolo dvojic šroubů vzdálenějších od spojky. Finální společná osa je pak spojnicí polohy obou hřídelů v místech těchto dvojic šroubů a na obrázku je znázorněna modře. Poté je možné vypočítat posuvy na vnitřních šroubech, případně je lze odečíst z grafu (k tomu je ovšem nutné mít vhodně zvolené měřítko, aby šly posuvy odečíst s dostatečnou přesností). Vypočtené posuvy jsou znázorněny modrými kótami, motor je nutné na vnitřní dvojici šroubů posunout o 670 µm na východ a čerpadlo o 600 µm ve stejném směru.

Takto dosažené ustavení s výhodou využívá možnosti pohybu pouze na jedné dvojici šroubů u každého stroje a je plně vyhovující. Nicméně je vidět, že finální společná osa se nachází velmi blízko východním obálkám pohybu u obou strojů. V případě, že by byl vznesen požadavek na přibližné vycentrování šroubů v dírách, musely by být posuvy realizovány na všech dvojicích šroubů.

2.6 Měření a kompenzace provozních vlivů

Téměř všechny rotující strojní systémy při rozběhu a za provozu mění svou polohu oproti klidovému stavu (nebo také stavu "za studena"), tato změna polohy se označuje anglickou zkratkou OL2R (*off-line to running*) [3; 4]. Pro správné ustavení je zásadní vědět, zda je tato změna natolik velká, že může významně narušit souosost dosaženou za klidu. Literatura [3] uvádí, že pro 60–70 % strojních systémů jsou OL2R změny polohy zane-



Obrázek 2.15: Grafický model ustavení

dbatelné a nemusí být při ustavování brány v úvahu. Vzápětí je však dodáno, že tento odhad vychází z měření na velmi malém počtu soustrojí a pro většinu provozovaných strojů nejsou hodnoty OL2R posuvů vůbec zjišťovány. Logicky platí, že čím přísnější tolerance jsou kladeny na ustavení strojního systému, tím zásadnější vliv může mít chybné zanedbání těchto provozních vlivů. Obecný přehled strojních systémů, u kterých je vysoká pravděpodobnost změny polohy za provozu, je uveden v následujícím seznamu [3]:

- 1. Rotující pohony s výkonem nad 150 kW a s otáčkami nad 1200 min⁻¹.
- 2. Stroje s významnými teplotními změnami pláště.
- 3. Soustrojí s připojeným potrubím, které je nedostatečně podepřené a jeho teplotní roztažnost vyvolává síly působící na pláště strojů, případně kdy tyto síly vyvolává proudění tekutiny špatně ukotveným potrubím.

Do jedné či více z těchto tří kategorií často spadají elektromotory a generátory, parní a plynové turbíny, spalovací motory, převodovky, kompresory, ventilátory a čerpadla.

Obecně lze vlivy zapříčiňující OL2R změny polohy strojů rozdělit na dva typy [4]:

- 1. Teplotní vlivy.
- 2. Mechanické vlivy.

Při měření změny polohy z klidového do provozního stavu se doporučuje provést nejen OL2R měření, ale i měření při opačném procesu, tedy chladnutí stroje po vypnutí (*running to off-line* – R2OL). Cílem je ubezpečit se, že po vypnutí se stroje vrátí do stejné klidové polohy, ve které byly před zapnutím.

2.6.1 Teplotní vlivy

Při zahřívání materiálu dochází k jeho rozpínaní a naopak při ochlazování se materiál smršťuje. Tuto skutečnost popisuje rovnice délkové teplotní roztažnosti

$$\Delta L = \alpha \, L \, \Delta T \tag{2.2}$$

kde $\Delta L(\mathbf{m})$ je změna délky (prodloužení, či zkrácení), $\alpha(\mathbf{K}^{-1})$ je součinitel délkové teplotní roztažnosti, $L(\mathbf{m})$ je původní délkový rozměr a $\Delta T(\mathbf{K})$ je změna teploty (ohřátí, nebo ochlazení).

Pokud dochází k volnému rozpínání strojů, nejsou generována žádná napětí, která by zatěžovala části strojů. Tento případ se však v praxi nevyskytuje. Naopak velmi časté je, že rozdílné strojní součásti i plášť stroje a rám, v němž je stroj uchycen, jsou z jiného materiálu. Jelikož součinitel délkové teplotní roztažnosti má pro různé materiály různé hodnoty, materiály dilatující pomaleji brání v rozpínaní materiálům s vyšším α , což má za

následek vznik napětí. Z hlediska ustavení jsou však zásadnější teplotní posuvy vyvolané změnou rozměrů stroje.

Kdyby docházelo k rovnoměrnému rozpínaní celého stroje, bylo by generováno pouze paralelní posunutí hřídelů vůči sobě. Z důvodů uvedených v předchozím odstavci a také proto, že stroji často protékají kapaliny a plyny o vysokých teplotách, které více ohřívají stroj na vstupu a tvoří tak teplotní gradienty napříč strojem, však k rovnoměrnému rozpínání nedochází a nesouosost generovaná teplotními vlivy je zcela obecného charakteru.

Důležitým teplotním účinkem je osové (axiální) rozpínání hřídelů, které může generovat axiální zatížení ložisek přenášené hřídeli i na protější stroj. Je tedy důležité správně nastavit osovou mezeru ve spojce [4].

Teplotní zdroje, které se podílejí na nárůstu teploty, se dělí na **vnitřní** (**zdroje sys**tému) a **vnější** [4].

Vnitřní zdroje lze zpravidla předvídat a informace o teplotách jimi generovaných lze získat od výrobců. Patří mezi ně [4]:

- Teploty ložisek.
- Teploty oleje a chladicích směsí.
- Teploty procesních plynů a kapalin.

Také je třeba si uvědomit, že ke zvýšení teploty například v ložiscích významně přispívá nesouosost samotná, jelikož generuje radiální zatížení způsobující nadměrné zahřívání jedné strany ložiska.

Vnější zdroje jsou například [4]:

- Světlo a stín.
- Spojené stroje.
- Blízkost provozu a procesů.

2.6.2 Mechanické vlivy

Tyto vlivy jsou v mnoha případech předvídatelné. Na druhou stranu však existují i vlivy, které mají prudký a jednorázový dopad na ustavení, což může být například pohyb podloží a základů. Vlivy z této kategorie související s opotřebením mají v čase sílící tendenci. Ta část vlivů, která je proměnlivá v čase a předvídat nelze, je často příčinou špatné opakovatelnosti měření.

Napětí od potrubí

Nesouosost způsobená tímto vlivem je dána nevhodným ukotvením potrubí, případně špatnou kompenzací teplotní dilatace potrubí, což má za následek vznik zatížení působícího na připojený stroj.

Olejový klín

Polohy hřídelů v ložiscích se liší za klidu a za rotace. Rotující hřídel je v ložiscích podpírán olejovým filmem, který hřídel nadzvedává. U těžších strojů (například parní turbíny) se používá tzv. zvedací/nosná kapalina, která umožňuje snadné otáčení rotoru, který může být oproti statické poloze nadzvednut až o 0,1 mm [4]. Tento vliv se dá předem kvantifikovat a kompenzovat.

Vůle a opotřebení v převodech

Ustavování převodových skříní často přináší nejsložitější problémy. Opotřebené ozubení, elipticky osekané převody nebo mechanické uvolnění mnohdy nedovolují provést přesné ustavení a nelze kvůli nim dosáhnout opakovatelnosti měření [4].

Opotřebení a špatné uložení ložisek

Další z vlivů v čase sílících a způsobujících špatnou opakovatelnost měření.

Pohyb základů, základových desek a základových rámů

Jedná se o vlivy, které mohou mít na začátku kapitoly zmiňovaný prudký a jednorázový dopad, například pohyb a porušení základů z důvodu zemětřesení. Postupným vlivem z této kategorie je například sedání základů, které je o to větší, čím těžší je strojní systém na základech umístěný. Dalšími příčinami pohybů základů jsou působení mrazu, stoupání a klesání podzemních vod a vliv přílivu v přímořských provozech [4].

2.6.3 Měření provozních vlivů

Existuje velké množství různých přístupů k měření OL2R posuvů. Jelikož měření na rotujících hřídelích je velmi obtížné, většina metod měří pohyby v dobře definovatelných místech pláštů strojů, zpravidla blízko osy rotace hřídele.

Jednou z metod, jak zjistit účinek provozních vlivů přímo na nesouosost hřídelů, je měření nesouososti standardními metodami bezprostředně po doběhu soustrojí. Lze provést několik měření v různých časech od vypnutí a zjistit tak závislost měřených nesouosostí na čase ochlazování. Tento přístup je však v několika ohledech problematický [3]:

- 1. Strojní systém už není v chodu, takže část mechanických vlivů přestala působit.
- 2. U velkých rotačních strojů přenášejících vysoké hodnoty momentů trvá doběh hřídelů až několik minut a poté je nutné měření připravit. Mezitím však dochází k ochlazování strojů a tedy již probíhá R2OL pohyb, tedy skutečné hodnoty posunutí při provozu nelze zjistit. Je možné provést několik měření a závislost extrapolovat, nicméně většinou bývá značně nelineární a nelze dosáhnout přesné extrapolace.

3. Při práci na horkém stroji a ve spěchu se významně zvyšuje bezpečnostní riziko.

Z vyjmenovaných důvodů se obecně nedoporučuje měření provozních vlivů touto metodou provádět. Pokud je však tento přístup jediným dostupným, doporučuje se použít automatizovaná měřící zařízení (například laserové systémy), které umožní provést měření rychle a v krátkém časovém rozmezí za sebou.

Další způsob, jak určit OL2R pohyb, je měření teplot. Teploty naměřené na pláštích strojů za provozu a v klidu, například pomocí termokamery, lze dosadit do rovnice pro délkovou teplotní roztažnost (rovnice (2.2)) a vypočítat teplotní OL2R posunutí. Problém s tímto přístupem byl již naznačen výše a je jím nerovnoměrné rozložení teploty po plášti stroje. V případech, kdy je znám dominantní zdroj ohřevu (například strojem procházející ohřátá kapalina o známé vstupní teplotě), je možné provést numerickou simulaci posuvů stroje pomocí metody konečných prvků, případně jiných dostupných numerických metod.

Měření za chodu stroje se dělí na čtyři kategorie [3]:

- Měření pohybu osy stroje vzhledem k základové desce či rámu.
- Měření pohybu osy stroje vzhledem k definovanému referenčnímu bodu.
- Měření pohybu jednoho stroje vůči druhému.
- Měření pohybu jednoho hřídele vůči druhému.

Dále budou uvedeny metody spadající do jednotlivých kategorií. Pro detailní popis jednotlivých metod je možné vyhledat zdroj [3].

Měření pohybu osy stroje vzhledem k základové desce či rámu

Základní princip všech metod v této kategorii je měření polohy bodů blízko osy stroje (případně osy rotace hřídele, pokud je od ní osa stroje výrazně vzdálena) na konci pláště přilehlému spojce a na konci protějším. Referenčním bodem je základová deska, případně rám stroje. Mezi metody spadající do této kategorie patří:

- Měřící sestava vnitřní mikrometr nástrojová koule přístroj pro měření úhlů.
- Relativní snímače polohy s vodou chlazeným stojánkem.

Měření pohybu osy stroje vzhledem k definovanému referenčnímu bodu

Princip funkce metod v této kategorii je stejný jako v kategorii předchozí, jediný rozdíl je v referenčním bodu, který je umístěn s ohledem na zvolenou metodu. Řadí se mezi ně:

- Optické ustavovací systémy (například laserové).
- Laserové systémy vysílač–detektor, které nespadají pod předchozí odrážku.
- Fotometrické systémy (například digitální korelace obrazu), digitální teodolity.

V souvislosti s touto prací stojí za zmínku digitální korelace obrazu. Ta má oproti ostatním uvedeným metodám tu výhodu, že dokáže měřit posuvy na všech místech v zorném poli (tzv. plně-polní měření).

Měření pohybu jednoho stroje vůči druhému

Tato kategorie je založena na měření relativní vzdálenosti obou strojů vůči sobě navzájem a zahrnuje:

- Relativní snímače polohy upevněné k jednomu ze strojů.
- Laserové systémy vysílač-detektor, upevněné k plášťům strojů.
- Spojovací systém tyč-kulička-trubka a relativní snímače polohy.

Měření pohybu jednoho hřídele vůči druhému.

Jelikož primárními objekty zájmu jsou hřídele, nejvhodnějším způsobem zjišťování jejich OL2R posuvů je měření přímo na nich. Měření na rotujících hřídelích je však jen velmi obtížně proveditelné. Dvě metody, které ho umožňují, jsou:

- Systém Vernier (nonius) stroboskop.
- Instrumentované spojky.

2.6.4 Korekce provozních vlivů

Po zjištění OL2R posuvů na konkrétních místech stroje je nutné tyto posuvy přepočítat na posuvy hřídele v místech patek stroje. Přepočtené posuvy pak mohou být zahrnuty do procesu ustavování jako záměrně vyvolaná nesouosost v klidovém stavu, která se v ustáleném provozním stavu vyrovná a budou dosaženy požadované tolerance ustavení.

Při výpočtu korekčních posuvů je nutné pamatovat na obálky pohybu stroje a tyto zmenšit o hodnoty OL2R posuvů stroje, protože omezení OL2R pohybu stroje by mělo za následek vznik přídavných napětí.

Dále je při výpočtech korekčních posuvů opět možné použít grafického modelu ustavení. Více o problematice tvorby grafického modelu ustavení pro různé metody měření OL2R posuvů lze najít ve zdroji [3].

2.7 Diagnostické zjišťování nesouososti

Zjistit, zda se na daném rotačním strojním systému vyskytuje nesouosost, je možné i pomocí diagnostiky soustrojí za provozu. Při špatném ustavení hřídelů dochází ke vzniku silového zatížení spojky a dalších strojních součástí, zejména ložisek. Působení těchto sil se pak za chodu strojního systému může projevovat vibracemi a mařením přenášené energie tepelnými ztrátami.

Měřením uvedených projevů se zabývají dvě diagnostické metody, přičemž prvním uvedeným projevem – vibracemi – se zabývá vibrodiagnostika a zvýšenou teplotu povrchů strojních součástí, která je projevem tepelných ztrát, měří termografie.

Při diagnostickém zjišťování nesouososti je třeba brát v potaz, že rotační soustrojí je komplexní systém a zvýšené vibrace i nárůst teploty spojky mohou mít různé příčiny nesouvisející se špatným ustavením. Tyto příčiny se často vyskytují současně a nesouosost může, ale také nemusí, být jednou z nich. Byť jsou tedy ve vibrodiagnostice známy charakteristické projevy nesouososti, nelze stanovit obecnou funkční závislost velikosti naměřených vibrací na přítomné nesouososti, jelikož nesouosost je pouze jedním z parametrů vibrace ovlivňujících (a podobně to platí i pro termografii). Jak bude dále uvedeno, vibrace mohou s rostoucí nesouosostí i klesat a zahřívání spojek je rozdílné v závislosti na mechanismu, s jakým pružná spojka kompenzuje nesouosost.

Zásadní poučkou tedy je, že diagnostika může pouze upozornit na přítomnou nesouosost, ale nemůže určit její velikost.

2.7.1 Vibrodiagnostika

Vibrace jsou mechanické kmity okolo rovnovážné polohy [7]. Vyhodnocovanými veličinami jsou výchylka, rychlost a zrychlení měřené relativními snímači výchylky, snímači rychlosti respektive akcelerometry [3; 7]. Měření se provádí ve třech vzájemně kolmých směrech a měřící místa se nachází na ložiskách, případně na konstrukčních částech, které jsou ložiskům co nejblíže a významně reagují na dynamické síly z ložisek přenášené [8]. Příklad měřících míst pro elektromotor dle [8] je znázorněn na obrázku 2.16. Pozice snímačů ukazují červené šipky. Měřící místa pro radiální směr jsou co nejblíže ložiskům (na obrázku 2.16 je pozice ložisek podél osy hřídele shodná s pozicí šroubů). Snímače měřící vibrace v axiálním směru se umístují na čela pláště elektromotoru.

Po vyhodnocení dat je možné sledovat několik charakteristických projevů, které ukazují na přítomnou nesouosost. Patří mezi ně [2]:

- Zvýšená amplituda na otáčkové frekvenci a zejména na jejích násobcích (většinou do trojnásobku, občas až do šestinásobku otáčkové frekvence).
- Velké axiální vibrace.
- Fázový rozdíl 180° mezi měřícími místy.
- Teplotní závislost vibrací (změna velikosti vibrací při rozběhu stroje).
- Neměnná úroveň vibrací s měnící se úhlovou rychlostí (síly vyvolané nesouosostí zůstávají při měnící se úhlové rychlosti přibližně konstantní).



Obrázek 2.16: Pozice snímačů na malých elektrických strojích dle [8]

Zdroj [3] dodává, že ne všechny tyto projevy se vždy u nesouosých rotačních strojů vyskytují, a zdůrazňuje závislost těchto projevů na použitém typu spojky. Dále je zde vysvětleno a na provedených experimentech dokázáno, že s rostoucí nesouosostí mohou vibrace klesat. Důvodem je, že síly vyvolané nesouosostí jsou statické, tj. neměnní se jejich směr a velikost. Vibrace jsou však generovány pouze dynamickými silami, které mění svůj směr nebo velikost. Typickým příkladem dynamických sil jsou síly způsobené nevyvážením rotoru. Statické síly způsobené nesouosostí potom mohou mít vyztužující efekt a snižovat úroveň vibrací.

2.7.2 Termografie

Infračervená termografie dokáže zachytit infračervené záření z povrchu objektu a pomocí Stefanova–Boltzmannova zákona z něj určit teplotu objektu [9]. S využitím infračervené kamery je možné získat infračervený teplotní snímek objektu – termogram, který popisuje teplotní pole na povrchu objektu.

Při využití této metody pro zjištění nesouososti se jako vhodné místo jeví spojka. Ve zdrojích [3] a [4] jsou uvedeny studie zkoumající vliv nesouososti na teplotu spojky. Obě studie ukazují, že při rostoucí nesouososti teplota spojky narůstá. Zdroj [3] však poukazuje na to, že nárůst teploty je závislý na typu spojky a mechanismu, s jakým spojka vzniklou nesouosost kompenzuje, protože množství vyvinutého tepla mj. souvisí s mírou tření ve spojce při vyrovnávání nesouososti. U spojek, které nevykazují velké tření, pak vůbec nemusí docházet k výraznému nárůstu teploty.
3 Metody měření nesouososti

Hlavním krokem při ustavování os komponent strojního systému je správné a dostatečně přesné zjištění přítomné nesouososti. V této kapitole budou představeny nejpoužívanější měřící metody a jejich hlavní výhody i nevýhody.

3.1 Metody hrubého ustavení

Jak již bylo uvedeno v kapitole 2.5, před začátkem měření je vhodné provést hrubé ustavení, aby byly hřídele dostatečně blízko sebe pro umožnění kvalitního měření v měřícím rozsahu některé z metod přesného zjištění nesouososti. Často je v tomto kroku použito pouhé ustavení "od oka", lepšího výsledku lze však dosáhnout použitím příměrného pravítka, lístkového spároměru nebo kuželového kalibru [4]. Tyto nástroje pro hrubé ustavení jsou zobrazeny na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Nástroje pro hrubé ustavení

3.2 Číselníkové úchylkoměry

Číselníkové úchylkoměry jsou spolu s metodami hrubého ustavení nejstaršími nástroji používanými k ustavování hřídelů soustrojí. Dostupné jsou v klasické variantě s ciferníkem i ve variantě s digitálním displejem. Dosahují přesnosti až 10 µm [4] a mají velmi dobrý měřící rozsah, daný maximálním pohybem plunžru 5 mm i více [3].

Základní princip funkce číselníkového úchylkoměru znázorňuje obrázek 3.2. Při zatlačení plunžru do pouzdra se ručička otáčí ve směru hodinových ručiček a ukazuje kladné hodnoty. Při vysunutí plunžru z pouzdra se pak ručička otáčí proti směru hodinových ručiček a ukazuje hodnoty záporné. Ciferník lze natáčet a vynulovat tak naměřené hodnoty, nulu je zpravidla vhodné nastavit při zhruba polovičním vysunutí plunžru. Na měření nesouososti pomocí číselníkových úchylkoměrů má významný vliv průhyb nosné tyče (držáku, konzoly) [3; 4], na které je úchylkoměr uchycený, viz obrázek 3.3. Nosná tyč slouží k překlenutí spojky a v závislosti na hmotnosti úchylkoměru, rozměrech tyče, umístění úchylkoměru na tyči a tuhosti tyče bude vždy docházet k průhybu, který zpravidla dosahuje hodnot, které jsou řádově stejně velké jako naměřená nesouosost a nemohou být tedy zanedbány. Velikost průhybu nosné tyče se v provozních podmínkách zjišťuje namontováním na rovnou trubku, vynulováním úchylkoměru v poloze 12 hodin a provedením odečtů v poloze 3 hodiny,



Obrázek 3.2: Princip fungování číselníkového úchylkoměru

9 hodin (obě hodnoty by měly být stejně velké) a 6 hodin [3]. Naměřené hodnoty jsou v tomto případě záporné a korekce při měření se provádí odečtem těchto hodnot od hodnot naměřených.

Měření nesouososti se provádí v polohách 12 hodin a 6 hodin, což reprezentuje vertikální rovinu ustavení, a 3 hodiny a 9 hodin, tedy v horizontální rovině ustavení. Je nutné mít na paměti, že naměřené hodnoty při otočení o 180° (tj. například z polohy 12 hodin do polohy 6 hodin ve vertikální rovině) reprezentují dvojnásobek skutečné nesouososti, viz obrázek 3.4. Dále je vhodné provádět vynulování číselníkového úchylkoměru vždy v poloze, která je v grafickém modelu ustavení pro danou rovinu "nahoře". Kladné hodnoty pak znamenají, že hřídel, na kterém se měření provádí, je níže než hřídel, na kterém je uchycena nosná tyč. Kontrolu správnosti měření lze provést ověřením platnosti rovnice

$$d_6 + d_{12} = d_3 + d_9 \tag{3.1}$$



Obrázek 3.3: Schematické znázornění uchycení číselníkového úchylkoměru při měření nesouososti na obvodu



Obrázek 3.4: Schematické znázornění vztahu mezi naměřenou hodnotou (2d) a skutečnou nesouosostí (d), překresleno dle [3] a upraveno

kde d_3, d_6, d_9 a d_{12} (µm) jsou hodnoty naměřené v polohách 3, 6, 9, respektive 12 hodin. Rovnice (3.1) v podstatě říká, že při rotaci úchylkoměru o 360° musí být na konci rotace naměřena stejná hodnota jako na počátku. Pokud je tedy v poloze 12 hodin úchylkoměr vynulován, tak se hodnota naměřená v poloze 6 hodin musí rovnat součtu hodnot v polohách 3 a 9 hodin. Podle této rovnice je také možné ze znalosti zbylých tří hodnot dopočítat hodnotu v libovolné poloze, kam se například z důvodu konstrukčního řešení soustrojí není možné dostat. Typicky se jedná o polohu 6 hodin, pokud se hřídele nenacházejí v dostatečné výšce nad podložkou. V reálných podmínkách však rovnice (3.1) často nebývá přesně splněna, a to nejčastěji z důvodu odečtu mimo polohy 3, 6, 9, 12 nebo z důvodu nesplnění podmínky kolmosti plunžru na měřený povrch. Odchylka by však neměla přesahovat 10 % největšího z naměřených čísel [3].

Mimo dosud diskutovaného umístění úchylkoměru na obvodu hřídele, případně kotouče spojky, je možné měřit i na čele spojky. Při tomto měření je velikost úhlové odchylky rovna odečtené hodnotě podělené poloměrem kružnice, která je úchylkoměrem opsána [4]. Měření na čele spojky je znázorněno na obrázku 3.5.

Podle kombinace uchycení úchylkoměrů dle obrázků 3.3 a 3.5 se rozlišují různé metody ustavování, která mají svá specifika týkající se výpočtů potřebných korekčních po-



Obrázek 3.5: Schematické znázornění uchycení číselníkového úchylkoměru při čelním měření úhlové nesouososti

suvů a tvorby grafického modelu ustavení. Dvě nejběžnější metody budou představeny v následujících kapitolách.

3.2.1 Reverzní obvodová metoda

Tato metoda využívá obvodového měření na obou hřídelích dle obrázku 3.6. Případně je možné pracovat pouze s jedním číselníkovým úchylkoměrem a měření na obou hřídelích provádět postupně. Mezi výhody této metody patří to, že je obecně přesnější než čelně obvodová metoda prezentovaná dále a pro axiálně volně uložené hřídele dává dobré výsledky i při vyvolání axiálního pohybu při rotaci hřídelů [3].



Obrázek 3.6: Reverzní obvodová metoda při měření dvěma číselníkovými úchylkoměry současně

Pro tvorbu grafického modelu ustavení a výpočet korekčních posuvů je nutné znát následující vzdálenosti [3]:

- 1. Vzdálenost mezi páry šroubů u levého stroje.
- 2. Vzdálenost mezi vnitřním párem šroubů a místem, kde je na levém stroji uchycena nosná tyč.
- 3. Vzdálenost mezi místem, kde je na levém stroji uchycena nosná tyč a místem, kde je na levém stroji měřena nesouosost. Tato vzdálenost může být nulová za předpokladu, že obě místa splývají, což je možné zejména při měření jedním úchylkoměrem, pokud je při měření na druhém hřídeli nosná tyč uchycena přesně tam, kde předtím bylo prováděno měření.
- 4. Vzdálenost mezi místy měření na obou strojích.
- 5. Vzdálenost mezi místem, kde je na pravém stroji uchycena nosná tyč a místem, kde je na pravém stroji měřena nesouosost. Tato vzdálenost může být opět i nulová.
- 6. Vzdálenost mezi místem, kde je na pravém stroji uchycena nosná tyč a vnitřním párem šroubů na pravém stroji.
- 7. Vzdálenost mezi páry šroubů u pravého stroje.

Tyto vzdálenosti jsou na obrázku 3.7 postupně podle pořadí označeny a-g (mm).

Při rozdělení pohyblivý stroj – stacionární stroj je možné korekční posuvy v dané rovině vypočítat pomocí vztahů [3]

$$k_{\text{vnitřní}} = \frac{(b+c+d)(x+y)}{d} - y$$
 (3.2)

$$k_{\rm vnější} = \frac{(a+b+c+d)(x+y)}{d} - y$$
(3.3)

kde $k_{\text{vnitřní}}$ (µm) je korekční posuv v místě vnitřního páru šroubů, $k_{\text{vnější}}$ (µm) je korekční posuv v místě vnějšího páru šroubů, x (µm) je polovina hodnoty naměřené číselníkovým



Obrázek 3.7: Rozměry potřebné pro reverzní obvodovou metodu

úchylkoměrem na hřídeli levého stroje a y (µm) je polovina hodnoty naměřené na hřídeli pravého stroje. Vztahy (3.2) a (3.3) jsou platné pro posuv levého stroje. Při zachování polohy levého stroje a posuvu pravého stroje je nutné užít vztahy [3]

$$k_{\text{vnitřní}} = \frac{(d+e+f)(x+y)}{d} - x$$
(3.4)

$$k_{\rm vnější} = \frac{(d+e+f+g)(x+y)}{d} - x$$
(3.5)

Pro reverzní obvodovou metodu existují dva způsoby tvorby grafického modelu [3]. Metoda bod-bod je znázorněna na obrázku 2.15, přičemž se jedná o případ, kdy vzdálenosti *c* a *e* jsou nulové. Sestrojení os probíhá tak, že se v místě měření vynese hodnota nesouososti (polovina hodnoty naměřené na úchylkoměru). Pokud je hodnota záporná, vynese se kolmo nad středovou čáru grafu a naopak. Osa se poté sestrojí spojením bodu uchycení nosné tyče (je přímo na středové čáře a zároveň se v případě na obrázku 2.15 jedná o místo měření na opačném hřídeli) a bodu vzniklého vynesením nesouososti v místě měření.

Druhá metoda se nazývá přímka-bod a spočívá v tom, že se osa jednoho libovolně zvoleného stroje vynese přímo na středovou čáru grafu a určuje se pouze poloha osy druhého stroje. V tomto případě není nutné rozlišovat mezi vzdálenostmi b a c, které mohou být nahrazeny jedinou vzdáleností b' = b + c. Totéž platí pro vzdálenosti e a f. Detailní popis tvorby grafického modelu ustavení pro tuto metodu lze najít ve zdroji [3].

3.2.2 Čelně-obvodová metoda

Jedná se o nejstarší metodu ustavování pomocí číselníkových úchylkoměrů [4]. Měření se u této metody provádí pouze na jednom hřídeli, viz obrázek 3.8, což je výhodou v situacích, kdy je obtížné s jedním z hřídelů rotovat. Další výhodou je jednoduchá interpretovatelnost měření, tedy že obvodově měřící úchylkoměr ukazuje paralelní nesouosost a čelně měřící úchylkoměr indikuje nesouosost úhlovou. Nevýhodou je závislost přesnosti měření na poloměru dráhy opsané čelně měřícím úchylkoměrem. Dle zdroje [3] je tato metoda vhodná k užití na čelech spojek s průměrem větším než 8 inch ($\approx 200 \text{ mm}$). Přesností se přibližuje reverzní obvodové metodě v situacích, kdy se průměr opsaný čelním úchylkoměrem blíží vzdálenosti mezi místem uchycení nosné tyče a místem měření úchylkoměru u reverzní obvodové metody. [3]. Další nevýhodou je obtížné využití u strojů, jejichž hřídele jsou podepřeny axiálně pohyblivě, jelikož jakýkoliv nechtěně vyvolaný osový pohyb ovlivní čelní měření.

Rozměry potřebné k výpočtu korekčních posuvů a tvorbě grafického modelu ustavení jsou téměř totožné rozměrům uvedeným v kapitole 3.2.1, jejich počet je však oproti reverzní obvodové metodě omezen kvůli měření pouze na jednom hřídeli. Dále je nutné znát



Obrázek 3.8: Čelně-obvodová měřící metoda

průměr D (mm), na kterém probíhá měření čelním úchylkoměrem. Potřebné rozměry jsou uvedeny na obrázku 3.9.

Pro situaci na obrázku 3.9 a při užití konceptu stacionární stroj – pohyblivý stroj lze pro levý stroj vypočítat korekční posuvy ve zvolené rovině pomocí vzorců [3]

$$k_{\text{vnitřní}} = \frac{x(b+c)}{D} - y \tag{3.6}$$

$$k_{\rm vnější} = \frac{x(a+b+c)}{D} - y \tag{3.7}$$

kde $k_{\text{vnitřní}}$ (µm) je korekční posuv v místě vnitřního páru šroubů, $k_{\text{vnější}}$ (µm) je korekční posuv v místě vnějšího páru šroubů, x (µm) je hodnota naměřená čelním číselníkovým úchylkoměrem (celá, nikoliv polovina) a y (µm) je polovina hodnoty naměřené obvodově měřícím úchylkoměrem. Pro posuv pravého stroje platí vztahy [3]



Obrázek 3.9: Rozměry potřebné pro čelně-obvodovou metodu

$$k_{\rm vn\check{e}j\check{s}i} = \frac{x(d+e)}{D} + y \tag{3.9}$$

Tvorba grafického modelu pro čelně-obvodovou metodu probíhá metodou přímka– bod. Hřídel, ke kterému byla připevněna nosná tyč, je vynesen na středovou čáru grafu. K vynesení hřídele, na kterém bylo prováděno měření, se nejprve použijí hodnoty naměřené obvodovým úchylkoměrem pro posuv od středové čáry při zachování rovnoběžnosti a poté se provede natočení dle hodnot naměřených čelním úchylkoměrem. Detailní popis tvorby grafického modelu ustavení lze nalézt ve zdroji [3].

3.3 Laserové systémy

Laser (akronym z dlouhého anglického názvu *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, česky "zesílení světla vynucenou emisí záření") našel přes půlstoletí své existence využití v mnoha odvětvích a bylo o něm, jakožto jednom ze zásadních vynálezů dvacátého století, napsáno značné množství knih, jako dva široce uznávané příklady lze uvést [10; 11].

Pro pochopení souvislostí mezi lasery a ustavováním strojních systémů je vhodné vyjmenovat základní vlastnosti laserových paprsků, kterými jsou [10]:

- Monochromatičnost laserový paprsek se vyznačuje velice malou šířkou spektrální linie, tj. obsahuje pouze velmi malý interval vlnových délek.
- Koherence koherentní vlnění je vlnění o neměnné frekvenci a fázovém rozdílu vyzařovaných paprsků. Koherence se dělí na prostorovou a časovou.
- Směrovost je charakterizována úhlem rozbíhavosti (divergencí) vyzařovaných paprsků, který je u fokusovaných laserů v řádech jednotek úhlových vteřin [4].
- Intenzita vysoká intenzita laserového záření je popsána velkým měrným výkonem záření.
- Krátká doba trvání možnost dosáhnout světelných pulsů o dobách trvání až jednotky nanosekund krátkých.

V metrologii, pod kterou spadá i měření nesouososti hřídelů, se využívá zejména třetí uvedené vlastnosti – směrovosti. Laserový paprsek o dostatečné intenzitě si i v běžných podmínkách, kdy dochází k rozptylu světla na částicích vzdušné vlhkosti, zachovává svou nízkou rozbíhavost, a proto je vhodný pro měření přímosti, kolmosti nebo rovinnosti i na vzdálenosti delší, než jaké se běžně vyskytují mezi hřídeli strojních systémů. Z bezpečnostních důvodů se však u laserových ustavovacích systémů používají lasery o výkonech < 1 mW, a výrobci tedy zpravidla uvádí maximální použitelnou měřící vzdálenost do 10 m [12; 13; 14].

Díky velmi dobré směrovosti u laserových měřících systémů také odpadá jedna z hlavních nevýhod měření pomocí číselníkových úchylkoměrů, a to průhyb nosných tyčí.

Laserové měřící systémy se skládají ze tří základních komponent, kterými jsou:

- Laser.
- Detektor, často označovaný anglickou zkratkou PSD Position Sensing Detector.
- Zobrazovací jednotka s aplikačním softwarem.

Dnes užívané **lasery** vyzařují paprsky z viditelné části spektra (o vlnových délkách v rozmezí 630–680 nm v závislosti na výrobci) [3; 12; 13], avšak první laserový ustavovací systém uvedený na trh v Německu v roce 1984 užíval z důvodu nedostupnosti viditelných laserů o požadovaných parametrech lasery infračervené [3]. Průměry vyzařovaných paprsků se pohybují v řádu jednotek milimetrů [3; 12; 13].

Detektory jsou optické senzory skládající se z fotodiod reagujících na dopadené světlo. Při ozáření určitého místa na povrchu senzoru laserovým paprskem je v tomto místě produkován elektrický proud. Při pohybu laserového paprsku po povrchu senzoru se pohybuje i místo na senzoru, kde je produkováno nejvíce proudu. Nesouosost je pak možné vypočítat z charakteristických rozměrů soustrojí a vzdáleností uražených při pohybu paprsku po povrchu senzoru. Používají se jednosměrné fotodiody, které měří pohyb paprsku po povrchu senzoru pouze v jednom směru, případně i dvousměrné fotodiody, které měří pohyb paprsku po povrchu senzoru ve dvou směrech [3].

Pro ustavování se používají dvě základní uspořádání systémů laser-detektor [4]:

- 1. Jeden laser s jedním cílem měří paralelní i úhlovou nesouosost současně.
- Dva lasery a dva cíle pracují na principu reverzní obvodové metody, toto uspořádání používá většina komerčně dostupných systémů [4; 12; 13; 14], schematické znázornění viz obrázek 3.10d.

Bod 1. lze dále rozdělit na uspořádání jeden laser – jeden detektor [15], viz obrázek 3.10b, jeden laser – dva detektory [16], znázorněné na obrázku 3.10c, a speciální případ, užitý u prvního komerčně dostupného laserového systému [3], zahrnující jeden laser, jeden detektor a střechový optický hranol, obrázek 3.10a.

Laserové měřící systémy se zpravidla drží konceptu rozdělení na pohyblivý a stacionární stroj, jednotky proto bývají značeny písmeny S (jednotka určená k montáži na hřídel stacionárního stroje) a M (jednotka určená k montáži na hřídel pohyblivého stroje) [12; 13; 14]. Některé laserové systémy však umožňují i funkci *feet lock*, kterou lze užít v případě, že některá z dvojic šroubů je omezena v pohybu. Dvojice šroubů, na kterou byla aplikována funkce *feet lock*, je brána jako pevná a je dopočítán posuv zbylých dvojic šroubů [12]. To je výhodné zejména v případech, kdy je po pohyblivém stroji vyžadován příliš velký korekční posuv, který stroj není schopen vykonat. Není pak nutné manuálně tvořit grafický model ustavení a určovat vhodné korekční posuvy.



Obrázek 3.10: Rozdělení laserových systémů dle uspořádání: a) laser a detektor ve společné jednotce, druhá jednotka tvořena optických hranolem, b) jeden laser a jeden detektor, c) jeden laser a dva detektory, d) dvojice laserů a detektorů

Rozměry potřebné k výpočtu korekčních posuvů jsou stejné jako na obrázku 3.9, pouze místa připevnění nosné tyče a měření číselníkovým úchylkoměrem jsou nahrazena místy, kde jsou připevněny S a M jednotky¹. Vzdálenost mezi oběma jednotkami je také většinou nutné rozdělit na dvě a zadávat jako vzdálenost jedné a druhé jednotky ke středu spojky.

Přesnost měření se pohybuje v rozmezí $\pm 10 \ \mu m$ až $\pm 1 \ \mu m$ v závislosti na konkrétním výrobci systému [12; 13; 14]. V nejlepším případě je tedy možné dosáhnout přesnosti až o řád vyšší než při měření číselníkovými úchylkoměry.

Aplikační software může mimo automatický výpočet korekčních posuvů přinášet i další rozšiřující funkce jako je např. korekce cílových hodnot o OL2R posuvy, nebo kontrola měkkých patek [12; 13; 14].

 $^{^1 \}rm Rozměry stacionárního stroje (například<math display="inline">d$ aena obrázku 3.9) nejsou potřebné, pokud není použita funkce feet lock.

3.4 Další metody měření

Dvě metody měření prezentované výše, tj. číselníkové úchylkoměry a laserové systémy, téměř zcela dominují oblasti ustavování strojních systémů, byť každá z jiných důvodů. Číselníkové úchylkoměry se i přes nástup laserových systémů s plně automatizovanými výpočty stále užívají, a to zejména kvůli jejich nízké ceně, všestrannosti použití (lze s nimi měřit například i házení spojky, což laserové systémy nedokáží) a v neposlední řadě osvědčenosti dané mnoha desetiletími užití v praxi. Laserové systémy oproti tomu za vyšší pořizovací náklady nabízí zlepšení v přesnosti, uživatelský komfort a redukci času potřebného k ustavení (i díky eliminaci hrubých chyb při odečtech/výpočtech způsobených lidským faktorem). Není tedy divu, že mezi těmito dvěma póly je obtížné prorazit s novými metodami.

Méně známou metodou měření, která již není na trhu nabízena, bylo měření pomocí systému MAC-10 [17] využívající optického enkodéru. Jednalo se v podstatě o elektronický číselníkový úchylkoměr, který byl pomocí kabeláže propojen se zobrazovací jednotkou s výpočetním softwarem, jenž automaticky počítal korekční posuvy. Postup měření a výpočtu byl založen na bázi reverzní obvodové metody [3].

Aktuálně na trhu dostupná metoda, která si klade za cíl zkombinovat kladné vlastnosti číselníkových úchylkoměrů a laserových systémů, tedy cenovou dostupnost úchylkoměrů a automatizaci výpočtu spolu s nízkou časovou náročností laserového ustavení, je metoda implementující bezkontaktní relativní snímače polohy využívající magnetické indukce [18; 19]. Je založena na principu dvojité obvodové metody (tuto metodu je možné užít i s číselníkovými úchylkoměry a je popsána ve zdroji [3]), kdy na stacionární hřídel je připevněna konzola držící plochou tyč z magnetického materiálu a na pohyblivý hřídel je připevněna konzola nesoucí měřící jednotku sestávající ze dvou bezkontaktních relativních snímačů polohy, viz obrázek 3.11.



Obrázek 3.11: Metoda měření nesouososti využívající relativní snímače polohy a dvojitou obvodovou metodu

Z hlediska tématu této diplomové práce je velmi zajímavé zjištění, že jediná aplikace CCD/CMOS kamer v oblasti ustavování hřídelů soustrojí, která se autorovi podařila dohledat, byla představena v roce 1989 jako dizertační práce Bradleyho Carmana na University of South Carolina [20]. Text práce však není dostupný online a autora se nepodařilo kontaktovat.

Specifická kategorie ustavování se týká rotačních soustrojí o velkých výkonech, u kterých hraje významnou roli elastický průhyb hřídelů, viz kapitola 2.4.2. Jedná se například o turbogenerátory či lodní pohony složené z několika hřídelů. U těchto strojních systémů je cílem zajistit, aby osa průhybu byla osou rotace, nedocházelo k nadměrnému namáhání vlivem spojování hřídelů o různě orientovaných tečnách v bodě spojení a aby se zatížení rozložilo rovnoměrně na všechna ložiska. Tento typ ustavení se častěji týká pouze vertikální roviny, jelikož zde působí tíhové zrychlení, avšak v některých případech se může týkat i roviny horizontální, pokud v této rovině působí na hřídele významné zatížení, například od převodovky. Správné počáteční ustavení je pak předmětem vhodného návrhu soustrojí. Užívané metody měření slouží zejména k validaci daného návrhu, případně k jeho korekci dosažené pomocí změn polohy ložiskových podpor. Často užívanou metodou je kombinace měření pomocí odporových tenzometrů [21; 22; 23] spolu s výpočtem průhybů a zatížení hřídelů pomocí prutové teorie a metody přenosových matic [21], případně metody konečných prvků [22].

3.5 Výhody a nevýhody

Z informací uvedených v kapitole 3 lze vyvodit hlavní výhody a nevýhody obou nejužívanějších metod měření, tedy pomocí číselníkových úchylkoměrů a laserových systémů. Tato kapitola slouží k jejich krátkému shrnutí. Co se týče svých silných a slabých stránek, obě metody se doplňují a jedna se často užívá k ověření výsledků druhé [3].

3.5.1 Číselníkové úchylkoměry

Nejprve hlavní výhody:

- Nízká cena v porovnání s laserovými systémy.
- Letitá osvědčenost.
- Univerzálnost použití (měření házení spojky, měkkých patek, ...).
- Možnost ověření výsledků použitím více metod s různě uspořádanými úchylkoměry.
- Přesnost měření odpovídající korekčním možnostem (tloušťka nejtenčích podložek řádově stejná jako přesnost úchylkoměrů).
- Velký měřící rozsah.

A nyní nevýhody:

- Nutnost provádět korekci na průhyb nosné tyče.
- Manuální výpočet korekčních posuvů.
- Riziko hrubých chyb u manuálně prováděných operací (odečet hodnot a jejich interpretace, výpočet).
- Delší čas potřebný k ustavení oproti laserovým systémům.
- Vyšší nároky na znalosti pracovníků provádějících ustavení.

3.5.2 Laserové systémy

Výhodami laserových systémů jsou:

- Lepší přesnost oproti číselníkovým úchylkoměrům.
- Automatický odečet hodnot a výpočet.
- Softwarový průvodce navádějící pracovníka ustavovacím procesem.
- Možnost automatické korekce cílových hodnot o OL2R posuvy.
- Možnosti doplňkových funkcí (měření měkkých patek, měření v reálném čase pro snazší horizontální korekci, ...).
- Snížení času potřebného k ustavení.

A jejich nevýhody:

- Vysoká cena v porovnání s úchylkoměry.
- Menší měřící rozsah oproti úchylkoměrům.
- Není možné změřit házení spojky.
- Některé systémy jsou schopny vypočítat posuvy pouze pro pohyblivý stroj.
- Nutnost rotovat oběma hřídeli.
- Potíže se zachycením paprsku detektorem na přímém slunci či v silně osvětlených prostorách.

4 Návrh metody ustavování využívající DIC

Na základě rešerše zpracované v kapitolách 2 a 3 bylo zjištěno, že metoda digitální korelace obrazu (anglicky *Digital Image Correlation*, dále jen DIC) není v současné době k ustavování hřídelů rotačních strojů užívána. Stejně tak nebyly v souvislosti s ustavováním nalezeny žádné zdroje (s výjimkou [20], viz kapitola 3.4), ve kterých by bylo popsáno užití digitálních kamer jako měřících snímačů ve spojitosti s některou z metod užívaných k ustavování hřídelů.

Metoda DIC se i navzdory výše uvedenému jeví jako vhodný kandidát na měření nesouososti hřídelů, jelikož při použití kamer s dostatečným rozlišením a při vhodných podmínkách měření (náhodný vzor, osvětlení) dosahuje běžně přesnosti pod 10 µm [24], která je lepší než u číselníkových úchylkoměrů a srovnatelná s laserovými měřícími systémy.

Zásadní rozdíl mezi metodou DIC a metodami běžně užívanými k měření nesouososti spočívá v tom, že všechny nyní dostupné metody, tedy v předchozím odstavci již zmíněné úchylkoměry a laserové systémy, ale také méně rozšířená metoda využívající relativní snímače polohy, měří **relativní polohu** os hřídelů vůči sobě navzájem. Naproti tomu při měření pomocí DIC je nutné stanovit souřadný systém a zjišťuje se **absolutní poloha** měřených bodů v tomto souřadném systému. Tento fakt přináší výhody, mezi které se může řadit znalost absolutní polohy os obou hřídelů a tudíž snazší výpočet korekčních posuvů, ale zároveň s tím spjaté omezení, jež je dané nutností vhodné definice souřadného systému. Je však třeba zdůraznit, že tyto výhody a nevýhody jsou závislé na konkrétní formulaci navržené metody.

Je také zřejmé, že pro získání informací o poloze dvou hřídelů v prostoru je nutné použít 3D DIC neboli stereo/prostorovou DIC.

4.1 Koncepce návrhu

Koncepce navržené metody je následující. Hřídele rotačních strojů lze na dané rozlišovací úrovni nahradit elementárními geometrickými tělesy – válci – jež jsou charakterizovány svou osou a poloměrem. S využitím 3D DIC lze určit souřadnice dostatečného množství bodů na povrchu hřídelů a pomocí navrženého algoritmu provést proložení těchto bodů válci. Při znalosti rovnic os obou válců a charakteristických rozměrů strojního systému je možné dopočítat korekční posuvy. Aby tyto posuvy bylo možné určit v rovinách, ve kterých probíhá ustavování, je nutná vhodná definice souřadného systému, kde jedna z os aproximuje společnou fiktivní osu soustrojí (je také možné ji interpretovat jako středovou čáru v grafickém modelu ustavení, viz obrázek 2.15), druhá osa má pak směr vertikální a je kolmá k základové desce a třetí osa leží v horizontální rovině a je přibližně rovnoběžná se spojnicí šroubů u vnitřní či vnější dvojice šroubů jednoho či druhého stroje. Schematické znázornění vhodné definice souřadného systému je zobrazeno na obrázku 4.1.

Výhodou tohoto návrhu je, že mimo přípravek držící kalibrační destičku (bude popsán dále) je k měření nutné pouze běžné experimentální vybavení využívané při jakémkoliv jiném měření pomocí DIC. Není třeba žádných přípravků užívaných k upínaní měřících jednotek na hřídele, a proto odpadá omezení na minimální průměr hřídelů 20 mm zmíněné v zadání diplomové práce, které je dané rozsahem upínacích přípravků dodávaných k některým laserovým měřícím systémům [14]. Dále také není třeba uvažovat konstrukční poměry omezující upevnění měřících jednotek (nedostatek prostoru), pouze je třeba zajistit, že v zorném poli mezi kamerami a snímanými hřídeli se nenachází žádný objekt, který by kamerám stínil.

Nevýhodou oproti konvenčním metodám je nutnost demontáže spojky, která bude zpravidla nutná k tomu, aby byla pro kamery viditelná dostatečně velká část hřídelů a bylo tak umožněno nasnímání povrchu a proložení válci. Samozřejmým krokem daným



Obrázek 4.1: Schematické znázornění vhodné definice souřadného systému při měření nesouososti pomocí DIC

volbou metody DIC je nutnost opatřit hřídele náhodným kontrastním vzorem. Nutnou podmínkou pro správné určení polohy os hřídelů je dostatečná podobnost hřídelů s válci, tedy přesná výroba při zachování předepsaných tolerancí. Plochy hřídelů, na kterých jsou spojky, by měly mít předepsány vhodné délkové a geometrické tolerance i drsnost povrchu.



Obrázek 4.2: Vývojový diagram popisující hlavní kroky algoritmu

Zjednodušený vývojový diagram algoritmu je znázorněný na obrázku 4.2. Algoritmus metody lze rozdělit na tři dílčí kroky. V kroku 1 je provedeno měření polohy bodů na površích obou hřídelů a počáteční úprava dat. V kroku 2 jsou pak naměřená data proložena válci a výstupem jsou rovnice os obou válců v definovaném souřadném systému. Krok 3 slouží pro výpočet nesouososti a provedení případné korekce, pokud je nutná. Jednotlivé kroky budou podrobněji rozepsány v následujících kapitolách.

4.2 Softwarové nástroje využité k návrhu

Pro měření pomocí DIC byl využit komerční software Alpha od společnosti X-Sight s.r.o. ve verzi 2023.1.21 obsahující implementaci 3D DIC [25]. Při zpracování naměřených dat byl využíván programovací jazyk Python ve verzi 3.11.3 a jeho knihovny, zejména NumPy, SciPy, Pandas a Matplotlib. Jako kódový editor bylo použito Visual Studio Code.

4.3 Měření pomocí DIC

Získání kvalitních dat z měření, viz krok (1) v algoritmu metody zobrazeném na obrázku 4.2, je klíčové k úspěšnému provedení ustavení. Tato kapitola si neklade za cíl popsat zásady správného a přesného měření pomocí DIC, ale pouze upozornit na určité jevy relevantní pro navrhovanou metodu, upřesnit, jak probíhá definice souřadného systému v praxi, a představit, jak vypadají data na výstupu z měření. Pro popis zásad správného měření, faktorů ovlivňujících přesnost, případně i teoretického základu metody DIC je čtenář odkázán na některý z mnoha dostupných zdrojů, například [26; 27; 28].

Jak napovídá název jedné z nejznámějších knih o metodě DIC [26], metoda slouží k měření tvaru, pohybu a deformace. Tato diplomová práce aplikuje zejména prvně zmíněné měření tvaru, jelikož pomocí DIC mapuje povrchy hřídelů rotačních strojů. Při rozšíření metody na měření v reálném čase, které je užitečné zejména při korekci nesouososti v horizontální rovině, lze pak říci, že se využívá i měření pohybu.

4.3.1 Teplotní trend

Při měření statického objektu, který se nepohybuje ani nepodléhá deformaci, lze přesto s narůstajícím časem měření pozorovat zdánlivý pohyb jednotlivých bodů. Tento pohyb je dán zahříváním digitálních kamer s CCD/CMOS čipy na počátku měření, což je nežádoucí jev a způsobuje mimo jiné i temný proud – teplotní šum snižující poměr signálu k šumu v obraze [29]. Pro měření vyžadující velkou přesnost jsou proto užívány chlazené kamery.

Zdroj [30] uvádí, že teplotní trend v naměřených datech závisí na daném typu kamery, ale obecně lze říci, že se ustálí po 1–2 hodinách s dosažením tepelné rovnováhy. Nárůst teploty kamery je obvykle okolo 10 °C. Dále je zde pro 2D DIC představen model o šesti

parametrech popisujících pohyb obrazu jako tuhého celku a jeho deformaci a navrženy tři možné způsoby korekce. Nejjednodušší způsob je nechat kamery předehřát dostatečnou dobu, tj. alespoň dvě hodiny. Pokud tento způsob z časových důvodů nepřichází v úvahu, je možné zjistit časové průběhy zmíněných parametrů pro danou kameru a tyto používat pro kompenzaci při každém měření. Při měření přetvoření je pak možné, podobně jako u odporových tenzometrů, měřit zároveň referenční nezatížený vzorek a odečtem od hodnot naměřených na zatíženém vzorku eliminovat přetvoření způsobené nárůstem teploty čipu.

Při analýze teplotního trendu v experimentech prováděných v rámci této práce byl zkoumán pohyb měřených bodů v průběhu ohřívání kamer a bylo zjištěno, že směr i velikost pohybu měřených bodů na obou hřídelích je přibližně stejná, viz obrázek 4.3. Jelikož pro měření nesouososti je důležitá pouze relativní poloha obou hřídelů, není pohyb obou hřídelů jako tuhých celků pro výpočet překážkou.

V experimentech prováděných v této práci bylo přesto s ohledem na eliminaci teplotního trendu prováděno předehřátí kamer po dobu alespoň 2–3 hodin. V praxi však není vždy možné předehřátí provést, případně se teplotní trend může po dvou hodinách pouze zpomalit a nikoliv plně odeznít, proto je nutné teplotní trend řešit v rámci algoritmu.

Souřadnice bodů užitých pro další výpočty jsou počítány průměrováním většího množství časových okamžiků, přičemž hodnoty, které se výrazně vymykají, se do průměrování nezahrnují. K průměrování je vhodné provést odstranění teplotního trendu, což je usku-



Obrázek 4.3: Teplotní trend vybraných bodů, velikost pohybu zvětšena tisíckrát

tečněno pomocí odečtení polynomu druhého stupně a následného zpětného přičtení aritmetického průměru dat spočteného přes daný časový interval, viz rovnice

$$\hat{x}(t) = x(t) - y(t) + \bar{x}$$
(4.1)

kde $\hat{x}(t)$ je hodnota souřadnice po odstranění trendu, x(t) je naměřená hodnota souřadnice, y(t) je hodnota proloženého polynomu 2. stupně popisujícího teplotní trend a \bar{x} je aritmetický průměr souřadnice přes daný časový interval. Příklad odstranění teplotního trendu je znázorněn na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Odstranění teplotního trendu ze statického měření: a) naměřená data a teplotní trend, b) data po odstranění trendu

4.3.2 Vyřazení extrémních hodnot

Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, souřadnice jednotlivých bodů jsou pro další využití průměrovány přes určitý časový úsek, jelikož v měření se vždy vyskytuje šum, viz obrázek 4.4b. V některých situacích se stává, že se hodnota změřená v určitém časovém okamžiku odlišuje od střední hodnoty výrazně více než ostatní hodnoty. Příčin může být mnoho, jednou z typických je například zvýšení okolních vibrací v důsledku nešetrného chování měřícího pracovníka (dupnutí, posunutí židle atd.). Pokud je napříč časovým intervalem měření takovýchto odlehlých hodnot malé množství, dají se vyfiltrovat. Filtrace zabudovaná v algoritmu zpracování dat funguje na jednoduchém principu, kdy se po odstranění teplotního trendu formulují absolutní hodnoty odchylek souřadnic v jednotlivých časových okamžicích od aritmetického průměru $|x(t) - \bar{x}|$, provede se jejich seřazení a předepsané procento s největší odchylkou je vyřazeno. Postačující množství vyřazených hodnot je < 1 %, použití vyššího procenta může být naopak nežádoucím ovlivněním dat.

4.3.3 Tloušťka vzoru

Pro měření pomocí DIC je nutné snímaný povrch opatřit náhodným, vysoce kontrastním a anizotropním vzorem. To se nejčastěji provádí pomocí nástřiku matnou bílou podkladovou barvou a na ni rozprášených drobných skvrnek černé barvy. Zásadám tvorby vhodného vzoru je věnováno mnoho publikací, například [31; 32; 33], jelikož nanesený vzor významně ovlivňuje výslednou dosažitelnou přesnost.

Z hlediska statického měření povrchu hřídelů a jejich prokládání válci je nutné brát v potaz tlouštku naneseného vzoru a zejména její rovnoměrnost. Ve zdroji [34] je pomocí ultrazvukového tloušťkoměru zkoumána tloušťka vzorů běžně nanášených za použití barvy ve spreji. Je porovnáváno devět vzorů nanesených pěti různými uživateli DIC, viz obrázek 4.5. Průměrná tloušťka naneseného vzoru je 11,98 µm se směrodatnou odchylkou 5,66 µm. Pro statické měření povrchů hřídelů z toho vyplývá důležité zjištění, že je třeba dbát na rovnoměrnost nástřiku, aby nedocházelo k výrazným rozdílům po délce hřídele a tudíž se nevychylovala osa proloženého válce. Rovnoměrnost nástřiku může být zjištěna například naměřením tloušťky v několika různých místech pomocí ultrazvukového tloušť-



Obrázek 4.5: Střední hodnoty a směrodatné odchylky tlouštěk nástřiků vytvořených pěti různými uživateli, převzato z [34] a upraveno

koměru. Výrazně odlišné tloušťky $(> 10 \ \mu m)$ jsou však zpravidla rozeznatelné i okem, viz fotodokumentace ve zdroji [34].

4.3.4 Velikost snímané oblasti

K získání dostatečného množství dat pro přesné proložení hřídelů válci je nutné snímat dostatečně velkou část hřídelů, a to po délce i po obvodu. Příklad snímané oblasti, pokryté sondou DIC area v programu Alpha, je znázorněn na obrázku 4.6. Snímaná délka je zpravidla limitována délkou hřídele. Vhodná délka snímané oblasti bude dále diskutována v následujících kapitolách, zjednodušeně je však možné



Obrázek 4.6: Sonda DIC area na povrchu hřídele

říci, že čím větší délka hřídele je nasnímána, tím lepší budou výsledky. Velikost snímané oblasti po obvodu hřídele je možné charakterizovat úhlem svíraným dvěma nejvzdálenějšími měřenými površkami, který dosahuje hodnot až okolo 140°, viz obrázek 4.7, na kterém je znázorněn pohled ve směru osy hřídele po proložení, y_v a z_v jsou osy souřadného systému, ve kterém osa x_v je rovnoběžná s osou válce. Sondu není vhodné umísťovat až na úplné horní a dolní okraje hřídele v obraze, jelikož v těchto místech se rychle mění hodnoty globální souřadnice z, což způsobuje vyšší chybu měření.



Obrázek 4.7: Maximální úhel bodů měřených pomocí jednoho páru kamer

Pro zvětšení snímaného úhlu byla provedena dvě měření se dvěma páry kamer, přičemž jeden pár snímal hřídele zepředu a druhý shora. Takovéto měření však naráží na problém, že pro definici souřadného systému musí být kalibrační destička viditelná oběma páry kamer zároveň, což neumožňuje souřadný systém definovat požadovaným způsobem znázorněným na obrázku 4.1. Dále je problematický teplotní pohyb bodů, který probíhá u bodů naměřených různými páry kamer různými směry a bylo by třeba provádět jeho korekci pro oba páry kamer samostatně. Také bylo zjištěno, že v místech, kde se překrývají sondy použité na snímcích z obou párů kamer, se souřadnice bodů naměřených jedním a druhým párem kamer liší, jak je vidět na obrázku 4.8. Použití dvou párů kamer bylo tedy pro další měření zavrženo.



Obrázek 4.8: Detailní pohled na překrývající se oblast měřenou dvěma páry kamer

4.3.5 Definování souřadného systému



Obrázek 4.9: Kalibrační destička

Jak je popsáno v kapitole 4.1 a graficky znázorněno na obrázku 4.1, souřadný systém je pro výpočet korekčních posuvů nutné definovat vhodným způsobem. Při měření pomocí DIC se souřadný systém definuje snímkem kalibrační destičky. Kalibrační destička je složena z černého pozadí a bílých, do pravidelného obdélníkového pole rozmístěných bodů o známé velikosti, viz obrázek 4.9. Tři body destičky mají větší velikost než ostatní a právě tyto body definují osy x a y.

Destičku je tedy pro pořízení definičního snímku nutné správně napozicovat. Toho je docíleno užitím 3D tištěného přípravku, který stojí na základové desce, čímž definuje

vertikální směr osy y. Správného směřování os x a z v rovině základové desky lze dosáhnout více způsoby v závislosti na konstrukci soustrojí. Nejjednodušším způsobem je opřít boční stěnu podstavy přípravku o stěnu jednoho ze strojů kolmou na společnou fiktivní osu soustrojí. Další způsob je upevnění přípravku ve vhodně orientované drážce. Přípravek s kalibrační destičkou je schematicky znázorněn na obrázku 4.10.



Obrázek 4.10: Definice souřadného systému pomocí vhodně pozicovaného přípravku držícího kalibrační destičku

4.4 Aproximace hřídelů válci

Stěžejním krokem navržené metody je krok (2), ve kterém jsou pomocí naměřených dat hřídele aproximovány válci a jsou zjištěny rovnice jejich os. Nejznámější metody fitování válců na experimentální data jsou [35]:

- RANSAC (RANdom SAmple Consensus) [36].
- Houghova transformace [37].
- Nelineární metoda nejmenších čtverců (dále jen MNČ).

První dvě zmíněné metody se používají zejména na data s významným množstvím vybočujících bodů (také outlierů z anglického termínu *outliers*), které jsou zatíženy velkou chybou a tudíž nereprezentují hledaný válec. Zvýšený výskyt těchto bodů je běžný například při měření pomocí 3D skenerů v průmyslovém prostředí.

Data naměřená pomocí DIC však dosahují dobré přesnosti a vybočující body se v nich téměř nevyskytují, proto je vhodnější použít MNČ. Jak bude odvozeno dále, suma čtverců určená k minimalizaci je nelineární vzhledem k parametrům válce a je tedy nutné výpočet provést iterativně. Ke konvergenci iterativního výpočtu je nezbytné mít dobré počáteční odhady hledaných parametrů, jelikož při velmi špatných počátečních odhadech výsledek nekonverguje ke správnému řešení. Krok (2) ve vývojovém diagramu na obrázku 4.2 je tedy možné dále rozdělit na dílčí kroky znázorněné na obrázku 4.11. Souborem dat se rozumí souřadnice bodů získané měřením na jednom hřídeli.



Obrázek 4.11: Vývojový subdiagram pro krok (2)

Přestože metoda DIC běžně dosahuje mikrometrické přesnosti a častější než vybočující body je ztráta bodů v průběhu měření, může se stát, že v naměřených datech se bude vyskytovat malé množství vybočujících bodů, proto je do algoritmu zahrnuta i filtrace těchto bodů.

4.4.1 Filtrace vybočujících bodů

Jak již bylo zmíněno výše, vybočující body se v datech naměřených pomocí DIC zpravidla nevyskytují. Přesto se však objevit mohou, viz příklad z reálného měření na obrázku 4.12, a proto je do algoritmu následujícím jednoduchým způsobem zahrnuta jejich filtrace:

- 1. Určí se vzdálenosti všech po sobě následujících bodů v matici souřadnic (program Alpha body indexuje postupně "po sloupcích" pravidelné čtvercové sítě v obraze).
- Sestaví se histogram získaných vzdáleností a určí se třída s nejvyšší četností, počet tříd pro soubory dat o 200–500 bodech, užívaných v této práci, byl zvolen 100.
- 3. Poté je stanovena toleranční hodnota t, což je střed třídy následující třídu s nejvyšší četností.
- 4. Všechny body jsou otestovány na přítomnost alespoň jednoho dalšího bodu v okolí menším, než je koule s poloměrem t.
- 5. Body, v jejichž okolí neleží žádný další bod, jsou označeny jako vybočující a vyloučeny z datového souboru.



Obrázek 4.12: Příklad vybočujících bodů

4.4.2 Parametrizace válce

Pro úplný popis válce je třeba znát [38]:

- Bod $P_0[x_0, y_0, z_0]$ ležící na ose válce.
- Směrový vektor osy $\boldsymbol{u} = (a, b, c)$.
- Poloměr válce r.

Grafická reprezentace parametrů je znázorněna na obrázku 4.13.

Dle výše uvedeného se může zdát, že k popisu válce je třeba znát sedm parametrů. U směrového vektoru osy lze však

jednu složku zafixovat na libovolnou hod-



Obrázek 4.13: Parametry popisující válec

notu a hledat pouze zbylé dvě. Pokud má válec osu velmi blízkou ose x, což je případ řešený v této práci, je vhodné položit a = 1 [38], tedy $\boldsymbol{u} = (1, b, c)$. Obdobně lze zafixovat i x-ová souřadnice bodu P_0 , pro kterou je vhodným kandidátem x-ová souřadnice těžiště dat x_T , tedy P_0 [x_T, y_0, z_0], kde x_T je známé a y_0 a z_0 jsou hledané parametry. Počet hledaných parametrů se takto zredukuje ze sedmi na pět.

Alternativně lze parametrizaci provést užitím směrnicového tvaru rovnice přímky [39], tedy y = a x + b a z = c x + d. Hledané parametry jsou pak $\{a, b, c, d, r\}$ a jejich počet je opět roven pěti.

4.4.3 Počáteční odhady parametrů

Tato kapitola se zabývá čtyřmi kroky v diagramu na obrázku 4.11 následujícími po filtraci vybočujících bodů a postup v ní uvedený je inspirován zdrojem [40].

Prvním krokem je analýza hlavních komponent (*Principal Component Analysis*, dále jen PCA) základního datového souboru obsahujícího souřadnice všech bodů. PCA je metoda obecně sloužící k redukci dimenze datového souboru při současné minimalizaci ztráty informace. Toho je dosaženo vytvořením nových, nekorelovaných souřadnic, které jsou sestupně seřazeny podle klesajícího rozptylu [41]. Souřadnice s největším rozptylem dat se tedy nazývá první hlavní komponenta atd. Nalezení hlavních komponent datového souboru se provede vyřešením problému vlastních hodnot pro kovarianční matici datového souboru.

Příklad hlavních komponent (neboli vlastních vektorů kovarianční matice) dat z DIC měření je znázorněn na obrázku 4.14. Třetí vlastní vektor není na obrázku viditelný, jelikož odpovídající vlastní číslo má velmi malou velikost.

Největší vlastní vektor kovarianční matice, podělený svou x-ovou složkou tak, aby ona složka byla rovna jedné, je dobrým počátečním odhadem směrového vektoru osy za následujících předpokladů:



Obrázek 4.14: Hlavní komponenty naměřených dat

- 1. Rozptyl souřadnic je největší podél osy hřídele, tj. měřená délka hřídele je větší než vzdálenost dvou nejvzdálenějších měřených površek.
- 2. Síť bodů je dostatečně pravidelná.

Předpoklad 1. by v případě svého nesplnění mohl být v programu upraven záměnou první a druhé vlastní komponenty, avšak pro přesnost metody je vhodné měřit co nejdelší část hřídele. Předpoklad 2. je splněn, pokud je síť vhodně nadefinovaná při vyhodnocení snímků v programu Alpha a zároveň nedochází ke ztrátě bodů v průběhu měření. Ztráta velkého množství bodů indikuje nízkou kvalitu měření, která by měla být vždy posouzena a případně provedeno nové měření.

Počáteční odhad bodu ležícího na ose válce a poloměru válce je proveden projekcí naměřených bodů do roviny kolmé na největší vlastní vektor a aproximací dat kružnicí. Projekce se provede posunutím počátku souřadného systému do těžiště datového souboru, rotací osy x do směru největšího vlastní vektoru a položením x' = 0 pro všechny body. Rovnice kružnice v rovině posunutých a orotovaných souřadnic y' a z' má tvar

$$(y' - y'_0)^2 + (z' - z'_0)^2 = r^2$$
(4.2)

kde y'_0 a z'_0 jsou souřadnice středu kružnice a r je její poloměr. Aproximace orotovaných dat kružnicí je provedena pomocí MNČ, přičemž suma čtverců k minimalizaci je definována

$$F = \sum_{i=1}^{m} f_i^2 = \sum_{i=1}^{m} (r_i - r)^2$$
(4.3)

kde m je počet bodů, f_i je vzdálenost i-tého bodu od kružnice a r_i je vzdálenost i-tého bodu od středu kružnice. Z rovnice vzdálenosti f_i

$$f_{i} = (y'_{i} - y'_{0})^{2} + (z'_{i} - z'_{0})^{2} - r^{2} =$$

= $-2 y'_{i} y'_{0} - 2 z'_{i} z'_{0} + [(y'_{0})^{2} + (z'_{0})^{2} - r^{2}] + [(y'_{i})^{2} + (z'_{i})^{2}]$ (4.4)

je zřejmé, že bude nutné užít nelineární variantu MNČ, jelikož rovnice (4.4) je nelineární vzhledem k hledaným parametrům y'_0, z'_0 a r. Rovnici lze však linearizovat zavedením substituce $\rho = (y'_0)^2 + (z'_0)^2 - r^2$ [38] a poté pomocí MNČ řešit soustavu m lineárních rovnic

$$\begin{bmatrix} 2 y'_{1} & 2 z'_{1} & -1 \\ 2 y'_{2} & 2 z'_{2} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2 y'_{m} & 2 z'_{m} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_{0} \\ z'_{0} \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y'_{1})^{2} + (z'_{1})^{2} \\ (y'_{2})^{2} + (z'_{2})^{2} \\ \vdots \\ (y'_{m})^{2} + (z'_{m})^{2} \end{bmatrix}$$
(4.5)

Poloměr kružnice se následně vypočte ze substitučního vzorce $r = \sqrt{(y'_0)^2 + (z'_0)^2 - \rho}$ a slouží jako počáteční odhad poloměru válce. K získaným souřadnicím středu kružnice y'_0 a z'_0 se přidá posunutá a orotovaná souřadnice těžiště dat $x'_T = 0$ a provede se zpětná rotace následovaná zpětným posunutím souřadného systému, čímž vznikne počáteční odhad bodu P_0 .

4.4.4 Proložení dat válcem

Po získání počátečních odhadů hledaných parametrů je již možné přistoupit k fitování válce pomocí nelineární MNČ. Obdobně jako u kružnice lze sumu čtverců k minimalizaci vyjádřit

$$E = \sum_{i=1}^{m} e_i^2 = \sum_{i=1}^{m} (r_i - r)^2$$
(4.6)

kde e_i je vzdálenost *i*-tého bodu od povrchu válce, r_i je vzdálenost *i*-tého bodu od osy válce a r je poloměr válce. Vzdálenost r_i lze definovat jako

$$r_i = \frac{\|\boldsymbol{v}_i \times \boldsymbol{u}\|}{\|\boldsymbol{u}\|} \tag{4.7}$$

kde $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{P}_0 \boldsymbol{A}_i$, viz obrázek 4.15, A_i je *i*-tý bod získaný měřením a $\|\boldsymbol{u}\| = \sqrt{1^2 + b^2 + c^2}$ je eukleidovská norma vektoru \boldsymbol{u} . K sestavení soustavy rovnic je dále třeba Jacobiho matice \boldsymbol{J} , pro jejíž prvky platí [38]

$$J_{ij} = \frac{\partial e_i}{\partial \beta_j} \tag{4.8}$$



Obrázek 4.15: Grafické znázornění proměnných v rovnici (4.7)

přičemž $\boldsymbol{\beta} = [b \ c \ y_0 \ z_0 \ r]^T$ je vektor hledaných parametrů. K řešení je použita implementace Levenbergova–Marquardtova altoritmu v knihovně SciPy [42]. Soustava k řešení pro Levenbergův–Marquardtův algoritmus má tvar [43]

$$\left[\boldsymbol{J}^{T}\boldsymbol{J} + \lambda \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{J}^{T}\boldsymbol{J}\right)\right] \boldsymbol{\Delta\beta} = \boldsymbol{J}^{T}\boldsymbol{e}$$
(4.9)

kde $\lambda > 0$ je tlumící faktor, který je v každé iteraci vhodně zvolen, $\boldsymbol{\beta}^{k+1} = \boldsymbol{\beta}^k + \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\beta}^k$ a $\boldsymbol{e} = [e_1 \ e_2 \ \cdots \ e_m]^T$ je vektor vzdáleností jednotlivých bodů od povrchu válce.

4.5 Výpočet nesouososti a korekce

Posledním krokem navrženého algoritmu je krok (3) na obrázku 4.2, ve kterém je vypočtena nesouosost vyskytující se mezi osami hřídelů, posouzena nutnost korekce a v případě potřeby vypočteny korekční posuvy. Jelikož výstupem kroku (2) navržené metody jsou rovnice os obou hřídelů v souřadném systému vhodně definovaném vzhledem ke korekčním rovinám a směrům, je výpočet korekčních posuvů oproti běžně užívaným metodám výrazně jednodušší a redukuje se na prosté zjištění rozdílu souřadnic y a z v místech šroubů definovaných pomocí souřadnice x.

4.5.1 Výpočet nesouososti

Jak bylo uvedeno v kapitole 2.1, celková prostorová nesouosost mezi dvěma hřídeli se vyjádří pomocí paralelní a úhlové nesouososti známé ve dvou navzájem kolmých rovinách. Paralelní nesouosost se zpravidla určuje ve středu spojky, který je třeba definovat. Toho je dosaženo pomocí značek, které se po nástřiku vzorem potřebným k DIC měření vynesou na dobře identifikovatelná místa hřídelů a pomocí Point probe v programu Alpha se určí jejich x-ové souřadnice. Z těchto se poté dopočte x-ová souřadnice středu spojky x_S . Ilustrativní příklad je znázorněn na obrázku 4.16, kde x_1 je x-ová souřadnice bodu vyneseného na levém



Obrázek 4.16: Určení *x*-ové souřadnice středu spojky

hřídeli a x_p je souřadnice bodu na pravém hřídeli. Střed spojky S poté leží mezi těmito dvěma souřadnicemi, tj. $x_S = (x_1 + x_p)/2$. Vyznačené body není vhodné umisťovat na samý okraj hřídelů, jelikož by mohlo docházet k jejich ztrátám v průběhu měření z toho důvodu, že polovina subsetu (okolí sondy sloužící ke korelaci) příslušné sondy leží mimo náhodný vzor. Vzdálenost od okraje je naopak vhodné zvolit tak, aby subset sondy ležel celý na náhodném vzoru.

Paralelní nesouososti v osách yazse poté vypočtou

$$d_y = |y_S^{\rm l} - y_S^{\rm p}| \tag{4.10}$$

$$d_z = |z_S^{\rm l} - z_S^{\rm p}| \tag{4.11}$$

kde d_y a d_z jsou paralelní nesouososti v osách y a z, y_S^l a z_S^l jsou souřadnice bodu na ose levého hřídele, který má x-ovou souřadnici rovnu x_S , a y_S^p a z_S^p jsou souřadnice bodu s totožnou souřadnicí x na ose pravého hřídele.

Úhlové nesouososti se nejsnáze vyjádří v úhlových jednotkách a platí pro ně

$$\phi_{xy} = \arccos \frac{\boldsymbol{u}_{xy}^{\mathrm{l}} \, \boldsymbol{u}_{xy}^{\mathrm{p}}}{\|\boldsymbol{u}_{xy}^{\mathrm{l}}\| \|\boldsymbol{u}_{xy}^{\mathrm{p}}\|} \tag{4.12}$$

$$\phi_{xz} = \arccos \frac{\boldsymbol{u}_{xz}^{\mathrm{l}} \, \boldsymbol{u}_{xz}^{\mathrm{p}}}{\|\boldsymbol{u}_{xz}^{\mathrm{l}}\| \|\boldsymbol{u}_{xz}^{\mathrm{p}}\|} \tag{4.13}$$

kde ϕ_{xy} je úhlová nesouosost v rovině xy a ϕ_{xz} úhlová nesouosost v rovině xz. Horní index vektoru značí, zda se jedná o směrový vektor osy levého (l), nebo pravého (p) hřídele. Dolní index vektoru označuje rovinu, do níž je vektor promítnut (tj. komponenty vektoru užité k výpočtu). Pro porovnání s požadovanými tolerancemi lze hodnoty vypočtené v radiánech, případně ve stupních, přepočítat na poměry délek dle tabulky 2.1.

4.5.2 Výpočet korekčních posuvů

Po vypočtení přítomných nesouosostí je tyto nutné porovnat s povolenými tolerančními hodnotami. Pokud je alespoň jedna ze čtyř vypočtených hodnot vyšší než příslušná toleranční hodnota, je nutné provést korekci. Při užití konceptu pohyblivý stroj – stacionární stroj je ke korekci nutné znát pouze rozdíl mezi souřadnicemi osy levého a pravého hřídele v místech obou dvojic šroubů pohyblivého stroje. Charakteristické rozměry soustrojí, které je nutné znát ke stanovení *x*-ových souřadnic obou dvojic šroubů, jsou znázorněny na obrázku 4.17. První rozměr je vzdálenost mezi vyznačeným bodem (viz předchozí kapitola) na pohyblivém stroji a vnitřní dvojicí šroubů. Druhý rozměr je vzdálenost mezi oběma dvojicemi šroubů.



Obrázek 4.17: Rozměry potřebné pro navrženou metodu při použití konceptu stacionární stroj – pohyblivý stroj

Při výpočtu x-ových souřadnic obou dvojic šroubů je důležitá orientace souřadného systému a pozice pohyblivého stroje. Nachází-li se při orientaci souřadného systému dle obrázku 4.17 pohyblivý stroj při pohledu proti směru osy z vlevo, pak se x-ové souřadnice vnější a vnitřní dvojice šroubů vypočtou

$$x_{\text{vnitřní}} = x_{\text{l}} - b \tag{4.14}$$

$$x_{\rm vn\check{e}j\check{s}i} = x_{\rm l} - a - b \tag{4.15}$$

Analogicky, pokud by se pohyblivý stroj nacházel vpravo, b by byla vzálenost mezi místem měření na pravém stroji a vnitřní dvojicí šroubů pravého stroje a a vzdálenost mezi oběma dvojicemi šroubů pravého stroje, došlo by k záměně x_1 za x_p a také ke změně znamének

$$x_{\text{vnitřní}} = x_{\text{p}} + b \tag{4.16}$$

$$x_{\rm vn\check{e}j\check{s}i} = x_{\rm p} + a + b \tag{4.17}$$

Znaménková konvence je důležitá i u výpočtu a provádění korekčních posuvů. Kladný korekční posuv pohyblivého stroje je prováděn ve směru příslušné osy a záporný proti jejímu směru. V ose y platí (výpočet je nutné provést pro souřadnice x odpovídající vnitřní i vnější dvojici šroubů)

$$k_y = y_{\text{stacionární}} - y_{\text{pohyblivý}} \tag{4.18}$$

kde k_y je korekční posuv v ose y, $y_{\text{stacionární}}$ je y-ová souřadnice bodu na ose stacionárního stroje v místě dané dvojice šroubů a $y_{\text{pohyblivý}}$ je y-ová souřadnice bodu na ose pohyblivého stroje v místě dané dvojice šroubů. V ose z pak platí

$$k_z = z_{\text{stacionární}} - z_{\text{pohyblivý}} \tag{4.19}$$

přičemž významy veličin jsou analogické rovnici (4.18).

5 Verifikace metody

Prvním krokem k ověření funkčnosti navržené metody je verifikace pomocí uměle vygenerovaných dat. V této kapitole je proto nejprve provedeno ověření správnosti funkce metody na datech přesně ležících na válcích a poté jsou navrženy modely zahrnující chyby měření, vliv reálného povrchu a vliv tloušťky vzoru. Na těchto modelech je pak vyhodnocováno, zda je navržená metoda schopna měřit nesouosost s přesností vyhovující požadovaným tolerancím.

5.1 Verifikace na přesných válcích

Generování dat ležících na válcích je založeno na volbě několika parametrů, kterými jsou pro oba válce bod P_0 ležící na ose válce, směrový vektor osy válce \boldsymbol{u} a poloměr válce r, které byly představeny v kapitole 4.4.2. Dalším parametrem je pak délka válce L. Příklad hodnot těchto vstupních parametrů je uveden v tabulce 5.1. Postup tvorby válce je následující:

- 1. Nejprve se vytvoří část kružnice o poloměru r, úhel příslušný dané výseči je 140° v souladu s experimentálními daty, viz obrázek 4.7. Počet bodů lze volit obdobně jako při měření.
- 2. Poté se bodům na kružnici přidá třetí rozměr v intervalu $\langle -\frac{L}{2}; \frac{L}{2} \rangle$. Počet kopií původní kružnice se volí tak, aby celkový počet bodů odpovídal počtu bodů užitých v experimentech, tj. 200–500 bodů. Takto vzniklá pravidelná mřížka bodů ležících na válci odpovídá pravidelné čtvercové síti v sondě DIC area v programu Alpha.
- 3. Dále jsou body orotovány tak, aby osa vzniklého válce byla orientována ve směru vektoru $\boldsymbol{u}.$
- 4. Nakonec je k souřadnicím všech bodů je přičtena příslušná souřadnice bodu P_0 tak, aby střed válce byl v bodě P_0 .

Parametr	Levý válec	Pravý válec
$P_0 (\mathrm{mm})$	[-40; 7; 0]	[40; 9; 0]
$oldsymbol{u} \ (\mathrm{mm})$	(1; 0, 11; 0)	(1; 0, 1; 0)
$r ({ m mm})$	6	6
$L \ (mm)$	30	30

Tabulka 5.1: Vstupní parametry pro verifikaci pomocí přesných dat

Po vytvoření zkušebních dat se na tato data aplikuje algoritmus představený v kapitole 4. Výsledné nesouososti a korekční posuvy jsou pak porovnány s analytickým řešením. Pro vstupy dané tabulkou 5.1 a levý stroj zvolený jako pohyblivý je porovnání výsledků znázorněno v tabulce 5.2. Jako střed spojky je brán bod se souřadnicí $x_S = 0$.

Výsledek	Navržená metoda ¹	Analytické řešení
$d_y \ (\mathrm{mm})$	$6,\!4$	6,4
$d_z \ (\mathrm{mm})$	0	0
$\phi_{xy} \; (\mu { m m/mm})$	$9,\!89$	$9,\!89$
$\phi_{xz} \; (\mu { m m/mm})$	0	0
$k_y^{\mathrm{vnit\check{r}ni}} \ \mathrm{(mm)}$	-5,3	-5,3
$k_y^{\mathrm{vn}\check{e}j\check{s}i} \; (\mathrm{mm})$	-4,3	-4,3
$k_z^{\mathrm{vnit\check{rni}}}$ (mm)	0	0
$k_z^{\mathrm{vn}\check{e}j\check{s}i}~(\mathrm{mm})$	0	0

Tabulka 5.2: Porovnání výsledků pro vstupní data z tabulky 5.1

Z výsledku je patrné, že pro data přesně odpovídající válcům algoritmus nalezne správné řešení, i pokud je y-ová či z-ová složka vektoru u nulová. Jelikož je algoritmus konstruován pro osy válců blízké globální ose x, není pro osy výrazně odlišné od směru osy x zaručena konvergence. Při správném stanovení souřadného systému u reálného měření se však nevyskytují takové odchylky, aby algoritmus divergoval.

5.2 Citlivostní analýza

Jelikož reálná data nikdy neodpovídají přesným válcům, je nutné určit robustnost metody vůči odchylkám od tohoto ideálního modelového případu. K tomu je nejprve třeba stanovit podstatné odchylky a poté definovat parametry popisující tyto odchylky. Jako významné byly stanoveny tyto tři odchylky od ideálního modelového případu:

- Nerovnoměrnost tloušťky náhodného vzoru.
- Přesnost metody měření.
- Vliv skutečných rozměrů a tvaru součásti.

Vlivem nerovnoměrnosti tloušťky náhodného vzoru se zabývá kapitola 4.3.3. Na obrázku 4.5 jsou zde uvedeny tloušťky, kterých je možné běžně dosahovat při nástřiku

 $^{^{1}}$ Prezentované výsledky jsou zaokrouhleny. Ve skutečnosti je z důvodu numerického výpočtu přítomna odchylka od analytického řešení, která se však nachází až na 15. desetinném místě a není proto z hlediska metody vůbec podstatná.

měřené součásti barvou ve spreji, což je postup využívaný u velké části experimentů. Z uvedených hodnot v řádech jednotek až nižších desítek mikrometrů lze odhadnout, že nerovnoměrnost nástřiku může mít na výslednou naměřenou nesouosost vliv.

Dostatečná **přesnost měřící metody** je klíčová ke správnému ustavení. V kapitole 4 je uvedeno, že běžná přesnost dosažitelná metodou DIC je pod 10 µm [24], což je srovnatelná přesnost s laserovými ustavovacími systémy. Je však třeba si uvědomit, že tato přesnost se týká změření polohy jednoho konkrétního bodu, nikoliv vypočtené nesouososti, proto je třeba určit výsledný vliv na vypočtenou nesouosost.

Skutečný tvar součásti dosažitelný běžnými výrobními postupy nebude nikdy odpovídat přesnému válci, od ideálního modelového případu by se však neměl lišit více, než je dovoleno předepsanými délkovými a geometrickými tolerancemi spolu s texturou povrchu.

Společné parametry válců užitých k citlivostní analýze jsou uvedeny v tabulce 5.3, kde θ je středový úhel měřené části válce, určený z provedených měření, viz obrázek 4.7. Délka válce L není v tabulce uvedena, jelikož bude ve všech analýzách proměnnou veličinou. Souřadnice x bodu na ose pravého válce je vždy dopočítána vztahem $x_{P_0}^{\rm p} = x_{P_0}^{\rm l} + 10 + L$, kde hodnota 10 mm udává mezeru mezi oběma válci. Souřadnice $y_{P_0}^{\rm p}$ a $z_{P_0}^{\rm p}$ jsou poté dopočteny vždy tak, aby počáteční osy obou válců před zahrnutím vlivu zkoumané odchylky byly totožné.

Parametr	Levý válec	Pravý válec
$P_0 (\mathrm{mm})$	$[-11,\!3;7,\!68;0,\!23]$	$\left[x_{P_0}^\mathrm{p};y_{P_0}^\mathrm{p};z_{P_0}^\mathrm{p}\right]$
$oldsymbol{u} \ (\mathrm{mm})$	$(1; 0,\!011; 0,\!007)$	(1; 0, 011; 0, 007)
$r ({ m mm})$	6	6
heta (°)	140	140
Počet bodů	200	200

Tabulka 5.3: Vstupní parametry válců pro citlivostní analýzu

5.2.1 Vliv tloušťky náhodného vzoru

Z důvodu nedostupnosti měřícího zařízení pro měření tloušťky vzoru nebylo možné získat data o tloušťkových poměrech vzorů používaných u experimentů v této práci. Proto bylo využito dat ze zdroje [34] zobrazených na obrázku 4.5, kde černě vyznačené chybové úsečky reprezentují směrodatnou odchylku z 20 měření tloušťky na různých místech jednotlivých vzorků. Odhadem lze říci, že největší chybová úsečka je vykreslena na vzorku číslo 5 a má velikost přibližně 3 µm po zaokrouhlení, z čehož plyne, že směrodatná odchylka pro vzorek 5 má hodnotu okolo 1,5 µm.

Jelikož není k dispozici žádná informace o rozložení tloušťky po délce ani po obvodu měřených hřídelů, bude dále použit deterministický model rozložení tloušťky reprezentující jednu z nejnepříznivějších situací, jaká může nastat. Bude uvažováno konstantní rozložení po obvodu a lineární rozložení po délce snímané oblasti postupně rostoucí od nuly až na hodnotu maximální tloušťky $t_{\rm max}$. Nulová hodnota tloušťky na jednom konci hřídele není pro skutečný vzor reálná, pro navrhovanou metodu však není podstatná konstantní složka tloušťka vrstvy, která ovlivní pouze poloměr, jenž nemá vliv na zjištěnou nesouosost, ale proměnná složka celkové tloušťky vrstvy. Tento modelový vzor lze proto interpretovat jako složku celkové tloušťky vzoru reprezentující nerovnoměrnost. Rozložení tloušťky je znázorněno na obrázku 5.1a.

Hodnoty t_{max} byly voleny dle informací uvedených v prvním odstavci. Jelikož interval $\langle -\sigma; \sigma \rangle$ pro normální rozdělení pravděpodobnosti obsahuje pouze 68,2 % hodnot náhodné veličiny, byla maximální v analýze užitá hodnota t_{max} rovna 5 µm. Hodnoty t_{max} užité v analýze se pohybovaly v rozsahu $\langle 0; 5 \rangle$ µm s krokem 0,05 µm. Další proměnnou veličinou ve výpočtu byla délka válce L, jelikož, jak již bylo zmíněno, očekává se závislost dosažené přesnosti na délce měřené oblasti. Předepsaná délka byla totožná pro oba válce a pohybovala se v rozmezí $\langle 20; 120 \rangle$ mm s krokem 1 mm.



Obrázek 5.1: Modelový případ rozložení tloušťky náhodného vzoru pro citlivostní analýzu: a) geometrické poměry, b) nesouhlasná orientace nárůstu tloušťky na jednotlivých válcích – případ dominantní úhlové nesouososti, c) souhlasná orientace nárůstu tloušťky na jednotlivých válcích – případ dominantní paralelní nesouososti
Výpočet lze rozdělit na dvě varianty. Ve variantě 1, znázorněné na obrázku 5.1b, je orientace nárůstu tloušťky vzoru po délce válců nesouhlasná. V tomto případě by měla být dominantní úhlová nesouosost a nesouosost paralelní by měla být jen málo významná. Varianta 2, viz obrázek 5.1c, je charakterizována souhlasnou orientací nárůstu tloušťky vzoru po délce válců. Významnou roli zde, v kontrastu s variantou 1, hraje paralelní nesouosost, a naopak úhel mezi oběma osami by měl být minimální.

Výsledky analýzy jsou zobrazeny na obrázku 5.2. Pro variantu 1 je zobrazena pouze úhlová nesouosost v obou měřících rovinách, viz obrázek 5.2a, jelikož po zaokrouhlení na tři desetinná místa je paralelní nesouosost v mm nulová. Podobně pro variantu 2, obrázek 5.2b, je vykreslena jen paralelní nesouosost v obou osách, protože po zaokrouhlení na tři desetinná místa je úhlová nesouosost v μ m/mm v obou rovinách také nulová.

Z výsledků je patrné, že úhlová i paralelní nesouosost v rovině xy, respektive v ose y jsou řádově menší než nesouososti v rovině xz, respektive v ose z. To je dáno orientací souřadného systému, viz obrázky 5.1 a 4.1, v kombinaci s definicí nerovnoměrnosti



Obrázek 5.2: Výsledky analýzy: a) varianta 1, b) varianta 2

tloušťky. Jelikož nerovnoměrnost se nevyskytuje po obvodu a oblast vzoru je symetrická vůči rovině xz, je vliv na nesouososti v rovině xy a v ose y minimální.

Při porovnání nesouososti ϕ_{xz} ve variantě 1 pro minimální hodnotu délky a nejvyšší hodnotu t_{max} s tolerančními hodnotami v tabulce 2.2 je zřejmé, že precizní toleranční třída není splněna pro žádný otáčkový rozsah a pro otáčky 3 600 min⁻¹ není splněna ani standardní toleranční třída. Úhlová nesouosost tedy vykazuje velkou citlivost na nerovnoměrnost vzoru, a to zejména při malých délkách měřené oblasti. S rostoucí délkou však nesouosost rychle klesá až pod nejpřísnější hodnotu tolerance z tabulky 2.2.

Paralelní nesouosost d_z ve variantě 2 je naproti tomu pro jakoukoliv kombinaci hodnot vstupních parametrů o řád níže, než je nejpřísnější toleranční hodnota v tabulce 2.2. Je tedy zřejmé, že citlivost paralelní nesouososti na proměnnou tloušťku vzoru i délku válce je výrazně nižší.

5.2.2 Vliv přesnosti měření

V naměřených datech se vždy nachází šum, jak je vidět v časovém průběhu měřené souřadnice na obrázku 4.4. I přesto, že v algoritmu dochází k průměrování těchto dat, není zaručeno, že průměr odpovídá skutečné souřadnici měřeného povrchu (spolu s vrstvou vzoru), jelikož i tento průměr může být zatížen nějakou chybou měření. Ta může svou velikost měnit v průběhu měření, a tedy být závislá na tom, jaký a jak velký časový úsek zprůměrujeme, ale i v prostoru, tj. může být pro různé body různě velká.

Vzhledem k tomu, že měřící řetězec 3D DIC je komplexní a nelineární [44], je mnoho faktorů, které mohou ovlivňovat přesnost 3D DIC měření. Patří mezi ně například ohnisková vzdálenost objektivu, velikost pixelu, stereo úhel, pracovní vzdálenost, ale také vnější podmínky jako úroveň vibrací a samozřejmě kvalita provedené kalibrace [44; 45]. Cílem této práce není je všechny obsáhnout, nýbrž pouze určit, jak se chyby měření souřadnic jednotlivých bodů promítají do chyb vypočtených nesouosostí.

Podstatou této části citlivostní analýzy tedy je zvolit různé velikosti chyb, kterými jsou zatížené jednotlivé body, a na základě těchto předepsaných chyb vyhodnotit celkové chyby vypočtených nesouosostí. Pro chyby platí:

- 1. Chyby jsou charakterizovány normálním rozdělením $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ s nulovou střední hodnotou $\mu = 0$ a předepsanou směrodatnou odchylkou σ .
- 2. Směrodatná odchylka je vždy shodná pro všechny souřadnice.

Předpoklad 2 je zjednodušením, které však v praxi nebývá splněno, jelikož chyba ve směru hloubky (osy z pro souřadný systém užitý v této práci) bývá větší (mnohdy o řád) než zbylé dvě chyby souřadnic v rovině obrazu [24; 44; 45]. Zavedením tohoto předpokladu dojde k ovlivnění poměru nesouosostí v rovinách xy a xz, respektive osách y a z, avšak vzhledem ke skutečnosti, že důležitá je vždy zejména vyšší hodnota z dané dvojice, je tento předpoklad i s přihlédnutím k jednoduššímu vyhodnocení analýzy opodstatněný.

Proměnné vstupní veličiny do provedené analýzy byly opět dvě, a to směrodatná odchylka nabývající hodnot $\sigma = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ µm a délka válců $L = \{20; 30; 40;$ 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120\} mm shodná pro oba válce. Pro každou kombinaci směrodatné odchylky a délky bylo provedeno 10 000 realizací výpočtu, přičemž v každé realizaci byla každé jednotlivé souřadnici všech bodů náhodně přiřazena chyba z normálního rozdělení s předepsanou směrodatnou odchylkou.

Při analýze výsledků bylo nejprve zkoumáno rozdělení pravděpodobnosti vypočtených veličin. Rovnice (4.10)–(4.13) dávají pouze kladné výsledky, což je vhodné pro porovnání s tolerančními hodnotami, ale ztrácí se informace o směru nesouososti, která je obsažena až v rovnicích (4.18) a (4.19) pro korekční posuvy. Z tohoto důvodu bylo předpokládáno, že výsledné nesouososti nebudou mít normální rozdělení, ale polonormální rozdělení. Jeli-kož testy statických hypotéz o rozděleních nejsou vhodné pro velmi velké datové soubory (> 5 000 hodnot), a to z důvodu detekce sebemenších odchylek od daného rozdělení a následného zamítnutí nulové hypotézy [46; 47], byl pro získání informací o rozdělení použit histogram, viz obrázek 5.3a, a Q-Q graf pro polonormální rozdělení, znázorněný na obrázku 5.3b.

Jak je vidět na obrázku 5.3b, mimo úplný okraj rozdělení je vzniklá závislost lineární, což značí, že data skutečně odpovídají polonormálnímu rozdělení. Obdobně je tomu i u zbylých nesouosostí a dalších kombinací vstupních parametrů.



Obrázek 5.3: Test polonormálního rozdělení veličiny ϕ_{xy} získané pro L = 120 mm a $\sigma = 10$ µm: a) histogram, b) Q-Q graf

Výsledky analýzy jsou znázorněny na obrázku 5.4. Jelikož veličiny se řídí rozdělením s kladným koeficientem šikmosti, jsou zde zobrazeny jejich mediány – označené vlnovkou – oproti aritmetickým průměrům, které nabývají vyšších hodnot, jelikož jsou ovlivněny extrémními hodnotami na konci rozdělení. Krabicové grafy znázorňující soubory dat jsou uvedeny v příloze A.



Obrázek 5.4: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření, zobrazeny mediány vypočtených statistických souborů

Jak je z obrázku 5.4 patrné, citlivost paralelních nesouosostí na chyby měření je menší než nesouosostí úhlových. Mediány \tilde{d}_y a \tilde{d}_z mají hodnoty o řád nižší, než je nejpřísnější toleranční hodnota v tabulce 2.2, a ani maximální hodnoty d_y a d_z pro libovolný soubor nedosahují této toleranční hodnoty, jak je vidět na krabicových grafech v příloze A.

Naopak při pohledu na grafy pro úhlové nesou
ososti na obrázcích A.1–A.10 je vidět, že při nižších hodnotách
 La vyšších hodnotách σ je nejpřísnější toleranční mez v tabulce 2.2 některými hodnotami překročena. Proto byla na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ testována statistická hypotéza, že 90 % hodnot v populaci nepřekročí toleranční mez 0,2 µm/mm.

Byl použit kvantilový test [48], nulová hypotéza H_0 a alternativní hypotéza H_1 byly formulovány následovně:

$$H_0: Q_{0,9} \ge 0,2 \text{ µm/mm}$$

 $H_1: Q_{0,9} < 0,2 \text{ µm/mm}$

 H_0 nebyla zamítnuta pro populace ϕ_{xy} odpovídající kombinacím $(L \text{ (mm)}; \sigma \text{ (µm)})$: {(20; 5), (20; 6), (20; 7), (20; 8), (20; 9), (20; 10), (30; 8), (30; 9), (30; 10), (40; 10)}, a pro populace ϕ_{xz} odpovídající těmto kombinacím: {(20; 6), (20; 7), (20; 8), (20; 9), (20; 10), (30; 9), (30; 10)}. Vzhledem k velikosti použitých souborů je možné po zamítnutí nulové hypotézy přijmout hypotézu alternativní, tedy že pro zbylé populace je 90 % hodnot menších než toleranční mez 0,2 µm/mm.

5.2.3 Vliv skutečných rozměrů a tvaru

V této části citlivostní analýzy byly uvažovány pouze délková a geometrická přesnost. Drsnost povrchu byla zanedbána vzhledem k překrytí povrchu součásti vrstvou barvy tvořící náhodný vzor². Byly uvažovány dvě varianty:

- 1. Varianta s předepsanou rozměrovou i geometrickou tolerancí.
- 2. Varianta pouze s rozměrovou tolerancí, geometrická tolerance byla určena nepředepsanými geometrickými tolerancemi.

Pro variantu 1 byla zvolena délková tolerance $h6^3$. Pro poloměr daný tabulkou 5.3 má toleranční pole IT6 velikost 11 µm a toleranční pole pro předepsanou válcovitost o relativní geometrické přesnosti A–normální má velikost 3 µm [49].

Ve variantě 2 byla délková tolerance totožná s variantou 1, ale geometrická tolerance válcovitosti byla definována nepředepsanými geometrickými tolerancemi dle ČSN ISO 2768-2, podle které úchylka válcovitosti zahrnuje tři složky: úchylku kruhovitosti, úchylku přímosti a úchylku rovnoběžnosti protilehlých tvořících čar. Nepředepsaná tolerance kruhovitosti je rovna toleranci průměru. Pro přímost byla užita nejnižší třída přesnosti L (nejméně příznivý případ), pro niž je normou předepsaná hodnota 0,2 mm. Tolerance rovnoběžnosti je pak dána buď tolerancí rozměru, nebo přímosti dle toho, která z nich je větší. V tomto případě je tedy tolerance rovnoběžnosti totožná s tolerancí přímosti [50].

Pro tvorbu modelu součásti bylo nutné definovat odchylky od ideálního válce. K tomu bylo užito normální rozdělení pravděpodobnosti, jež se běžně užívá při analýze výrobních

 $^{^{2}}$ Vrstva barvy ovlivní i délkovou a geometrickou přesnost, ale nepředpokládá se, že dojde k úplné eliminaci jejich vlivu, jelikož jejich tolerance jsou řádově vyšší než drsnost povrchu, jejíž vliv může být při běžných hodnotách po překrytí vrstvou barvy zcela utlumen.

 $^{^{3}}$ Odpovídá toleranci hřídelů na stroji pro testování ložisek v laboratoři Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, na kterém bylo prováděno měření.

procesů. Jako střední hodnota μ je brán střed tolerančního intervalu a výrobní proces se v běžné strojírenské praxi považuje za způsobilý, pokud horní i dolní mez jsou od střední hodnoty vzdáleny o 3σ , viz obrázek 5.5, což odpovídá výtěžnosti výrobního procesu 99,73 % [51].



Obrázek 5.5: Rozdělení pravděpodobnosti výskytu rozměrů v tolerančním poli

Ve variantě 1 byla tedy při tvorbě válce ve válcovém souřadném systému přičtena k poloměru každého bodu chyba s normálním rozdělením se střední hodnotou $\mu = 0$ a směrodatnou odchylkou rovnou třetině poloviny velikosti tolerančního pole pro válcovitost, tj. $\sigma = (3/2)/3 = 0.5$ µm.

Jelikož ve variantě 2 je nepředepsaná tolerance válcovitosti složená z kruhovitosti a přímosti, byly k poloměru přičítány dvě chyby s $\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2)$. První chyba byla společná pro všechny body se shodnout souřadnicí x ve stavu před rotací do směru vektoru \boldsymbol{u} (osa x v tomto kroku byla osou válce) a reprezentovala přímost. Hodnota její směrodatné odchylky byla rovna třetině poloviny tolerance přímosti, tj. $\sigma_{\text{přímost}} = (0, 2/2)/3 = 0,033$ mm. Druhá chyba byla pro každý bod rozdílná a reprezentovala kruhovitost, její směrodatná odchylka byla $\sigma_{\text{kruhovitost}} = (11/2)/3 = 1,833$ µm. Obě toleranční pole jsou znázorněna na obrázku 5.6.



Obrázek 5.6: Toleranční pole pro kruhovitost a přímost

Vyhodnocení bylo u obou variant provedeno pro délky válců $L = \{20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120\}$ mm a pro každou délku v obou variantách bylo provedeno 10 000 výpočtů.

Výsledky pro variantu 1 jsou znázorněny na obrázku 5.7, kde jsou vykresleny mediány jednotlivých nesouosostí (vysvětlení volby mediánu viz předchozí kapitola). Chybové úsečky vyjadřují 95% intervaly spolehlivosti daných mediánů a jelikož rozdělení není



Obrázek 5.7: Výsledky analýzy vlivu skutečných rozměrů a tvaru, varianta 1, zobrazeny mediány s 95% intervaly spolehlivosti

normální, byly spočteny neparametrickou metodou *bootstrap*. Jak je na obrázku vidět, vypočtené paralelní i úhlové nesouososti jsou řádově menší než toleranční hodnoty v tabulce 2.2. Z pohledu na krabicové grafy vypočtených datových souborů, uvedených na obrázku B.1 v příloze B, je zřejmé, že i maximální hodnoty jednotlivých souborů jsou stále řádově nižší než předepsané tolerance.

Na obrázku 5.8 jsou zobrazeny výsledky pro variantu 2. Z obrázku je zřejmé, že mezi dvojicemi $\tilde{\phi}_{xy}$ a \tilde{d}_y , respektive $\tilde{\phi}_{xz}$ a \tilde{d}_z je významný rozdíl. Zatímco $\tilde{\phi}_{xy}$ a \tilde{d}_y se oproti variantě 1 zvýšily ani ne desetkrát, $\tilde{\phi}_{xz}$ a \tilde{d}_z narostly významně, a to v případě $\tilde{\phi}_{xz}$ vysoce nad toleranční hodnoty. Tento nárůst je způsoben zejména nepředepsanou tolerancí přímosti, jejíž hodnota 0,2 mm je vůči tolerancím nesouososti relativně velká. Geometrická nepřesnost se projeví násobně více v rovině xz, respektive ose z, a to kvůli orientaci měřené oblasti, která je přibližně symetrická vůči rovině xz. Tato symetrie má za následek významné snížení citlivosti v rovině xy a v ose y, což může být vysvětleno vzájemnou pozitivní interferencí chyb nad a pod rovinou symetrie. Z porovnání obrázku 5.8 s tabulkou 2.2 je také zřejmé, že $\tilde{\phi}_{xz}$ je pro všechny délky větší než nejpřísnější tolerance, avšak \tilde{d}_z nikoliv, což potvrzuje nižší citlivost paralelních nesouosostí na chyby demonstrovanou již v předchozích dvou kapitolách. Nicméně při pohledu na obrázek B.2 v příloze B je



Obrázek 5.8: Výsledky analýzy vlivu skutečných rozměrů a tvaru, varianta 2, zobrazeny mediány s 95% intervaly spolehlivosti

zjevné, že třetí kvartil souborů d_z je i pro největší zkoumané délky velmi blízko toleranční hodnotě 0,03 mm, tj. okolo 25 % hodnot tuto toleranci nesplňuje.

Z porovnání obou variant vyplývá, že pro dosažení požadované přesnosti je nutné, aby na měřených hřídelích byly předepsány rozměrové i geometrické tolerance.

5.2.4 Zhodnocení citlivostní analýzy

Z provedené citlivostní analýzy na odchylky od případu ideální válcové geometrie a dokonale přesného měření je možné vyvodit následující závěry:

- Úhlová nesouosost je na všechny tři typy odchylek více citlivá než nesouosost paralelní.
- Úhlová nesouosost je silně závislá na délce měřené oblasti a pro malé délky měřené oblasti je její chyba významná. Naproti tomu paralelní nesouosost vykazuje pouze mírnou závislost na délce měřené oblasti.
- Vzhledem k orientaci měřené oblasti ve stanoveném souřadném systému jsou nesouososti ϕ_{xz} a d_z na většinu odchylek citlivější než nesouososti ϕ_{xy} a d_y .

• Nejvyšší citlivost na vliv nástřiku a vliv skutečného povrchu vykazuje úhlová nesouosost ϕ_{xz} , přičemž její chyba v obou analýzách byla násobně větší než u zbylých tří nesouosostí.

Je třeba si uvědomit, že u analýz všech tří vlivů byly přijaty zjednodušující předpoklady, které zpravidla nebudou odpovídat realitě. V analýze vlivu tloušťky vzoru je uvažováno rozložení barvy, které by u skutečného měření nemělo nastat, ale je konzervativním odhadem nejnepříznivějších případů. Naopak v analýze vlivu chyb měření je uvažováno zcela náhodné rozložení chyb v prostoru, což opět neodpovídá reálnému prostorovému rozložení, které je ovlivněno měřícím aparátem, pozicí snímaného bodu v obrazu a nutně nemusí mít nulovou střední hodnotu. V poslední analýze zaměřené na vliv rozměrové a geometrické přesnosti výroby je uvažována možná až příliš nerealistická nahodilost povrchu, která nemusí být u skutečného povrchu přítomna. Pozice většiny bodů na hřídeli v tolerančním poli může kupříkladu být přibližně stejná a tedy může docházet pouze ke změně poloměru bez ovlivnění polohy osy.

Uvedené předpoklady bylo nutné přijmout z důvodu nedostatku informací o skutečném nástřiku, přesnosti měření i povrchu, analýzy jsou však koncipovány tak, aby pokryly i málo pravděpodobné nepříznivé případy. Budoucí zpřesnění analýz je možné, budou-li získány přesnější vstupy, tj. budou-li provedena reprezentativní měření tlouštěk nástřiků a rovnoměrnosti povrchů hřídelů spolu se získáním bližších informací o přesnosti 3D DIC při použití konkrétního měřícího vybavení, což je však již nad rámec této práce.

6 Validace metody

Po verifikaci pomocí uměle vygenerovaných dat bylo provedeno také validační měření s využitím laserového ustavovacího systému. Pro měření bylo navrženo jednoduché testovací zařízení, které díky dostatečným průměrům hřídelů a okolnímu prostoru umožňuje měření pomocí laserového systému a zároveň díky dostatečné délce hřídelů umožňuje zkoumat vliv délky měřených oblastí na výsledky získané pomocí navržené metody.

6.1 Testovací zařízení

Navržené testovací zařízení je znázorněné na obrázku 6.1, kde jsou také popsány jeho hlavní součásti. Základním cílem zařízení je možnost pohybovat s hřídeli ve směru horizontálním i vertikálním. K tomuto účelu jsou bloky nesoucí ložiskové jednotky připevněny k základně, kterou lze po podkladové desce v horizontálním směru (myšlen směr kolmý na osu hřídele, na obrázku 4.1 směr osy z) pohybovat v dobrém rozsahu díky prodlouženým drážkám pro šrouby spojené s T-maticemi. Axiální polohu lze taktéž nastavit posuvem základny po podkladové desce. Ve směru vertikálním je pak možné základnu zvedat na stavěcích šroubech. Ložiskové jednotky jsou připevněny na blocích, jejichž účelem je vyvýšit hřídele, aby mezi nimi a podkladovou deskou bylo dost místa pro laserové měřící zařízení.



Obrázek 6.1: Navržené testovací zařízení

Výkres hřídelů, na kterých bylo prováděno měření, je zobrazen na obrázku 6.2. Měřeným průměrem je průměr 48 mm. Velikost průměru byla volena tak, aby na hřídele šel jednoduše připevnit laserový ustavovací systém. Měřený průměr má předepsanou rozměrovou toleranci h6. Jelikož byl však do výroby zadáván v říjnu 2023, kdy ještě nebylo zřejmé, jak významnou roli hrají tolerance geometrické, viz kapitola 5.2.3, geometrická tolerance nebyla předepsána, což má negativní vliv na kvalitu měření. Délka hřídele byla navržena tak, aby bylo možné vyšetřovat délky měřených oblastí až po téměř 130 mm.



Obrázek 6.2: Měřený hřídel, rozměry v mm

6.2 Validační měření

Validační měření bylo provedeno s použitím zapůjčeného laserového ustavovacího systému, který je na obrázku 6.3 umístěn na hřídelích. Lze si povšimnout, že hřídele jsou spojeny páskou. Spojení bylo provedeno za účelem možnosti otáčet oběma hřídeli současně, což je vyžadováno při měření daným laserovým ustavovacím systémem.

Bylo realizováno celkem pět měření, přičemž při každém měření se náhodně nastavila nesouosost posunutím jedné základny po podložce nebo jejím zvednutím. Vyhodnocení DIC měření bylo provedeno vždy pro délky měřených oblastí $L = \{50; 60; 70; 80; 90; 100\}$ mm. První vyhodnocovaná délka měla hodnotu až 50 mm proto, že hřídele mají průměr 48 mm, a tedy je třeba předepsat hodnotu délky měřené oblasti tak, aby první vlastní vektor přibližně odpovídal směrovému vektoru osy hřídele. Počet bodů měřených na každé hřídeli byl vždy 300.

Aritmetické průměry přes délky měřených oblastí pro jednotlivá měření jsou uvedeny v tabulce 6.1. Kompletní neprůměrované výsledky pak udává tabulka C.1 v příloze C.



Obrázek 6.3: Testovací zařízení při měření, na hřídelích umístěn laserový ustavovací systém, v popředí kamery pro DIC měření

Pro porovnání výsledků získaných navrženou metodou s tolerančními hodnotami z tabulky 2.2 byly vypočteny směrodatné odchylky pro jednotlivá měření dle vzorce¹

$$s(\phi_{xy}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\phi_{xy,i} - \bar{\phi}_{xy})^2}$$
(6.1)

kde *n* je počet měření, v tomto případě vždy 6 (počet délek měřených oblastí), $\phi_{xy,i}$ je konkrétní vypočtená hodnota úhlové nesouososti ve vertikální rovině a $\bar{\phi}_{xy}$ je aritmetický průměr úhlové nesouososti ve vertikální rovině. Pro ostatní nesouososti ϕ_{xz} , d_y a d_z se výpočet provede analogicky. Směrodatné odchylky pro všechna měření jsou znázorněny v tabulce 6.2.

Č. měření	$\bar{\phi}_{xy} \; (\mu \mathrm{m}/\mathrm{mm})$	$ar{\phi}_{xz}~(\mu{ m m/mm})$	$\bar{d}_y \ (\mathrm{mm})$	\bar{d}_z (mm)
1	9,6	6,1	0,96	$0,\!13$
2	9,4	$_{3,1}$	1,00	$0,\!22$
3	$13,\!1$	$6,\!6$	2,21	$0,\!57$
4	$13,\!2$	2,2	2,20	$0,\!17$
5	9,3	$5,\!1$	0,36	1,24

Tabulka 6.1: Aritmetické průměry nesouosostí pro jednotlivá měření

¹Uvedený vzorec zde slouží k popisu variability statistického souboru, nikoliv pro odhad směrodatné odchylky normálního rozdělení, pro nějž by ve jmenovateli bylo n-1 [52]. Vzorec je v textu uveden, aby bylo zřejmé, která z jeho variant byla užita.

Č. měř.	$s(\phi_{xy})~(\mu{ m m/mm})$	$s(\phi_{xz}) ~(\mu m/mm)$	$s(d_y) \pmod{2}$	$s(d_z) \pmod{2}$
1	$0,\!2$	$0,\!1$	0,01	0,03
2	$0,\!1$	$0,\!2$	$0,\!01$	$0,\!03$
3	$0,\!1$	$0,\!1$	$0,\!01$	$0,\!02$
4	$0,\!1$	$0,\!1$	$0,\!01$	$0,\!02$
5	$0,\!1$	$0,\!2$	$0,\!01$	$0,\!02$

Tabulka 6.2: Směrodatné odchylky nesouosostí pro jednotlivá měření

Při porovnání směrodatných odchylek z tabulky 6.2 s nejnižší toleranční hodnotou pro úhlovou nesouosost – 0,2 µm/mm – a s nejnižší toleranční hodnotou pro paralelní nesouosost – 30 µm – viz tabulka 2.2, je vidět, žádná z vypočtených hodnot tyto tolerance nepřesahuje, což je vzhledem k podmínkám měření, tj. nepředepsaným geometrickým tolerancím, viz citlivostní analýza na vliv skutečných rozměrů a tvaru v kapitole 5.2.3, velmi dobrý výsledek. S výsledky citlivostní analýzy se shoduje také to, že směrodatné odchylky jsou zpravidla větší v horizontální rovině, tj. pro nesouososti ϕ_{xz} a d_z .

Porovnání aritmetických průměrů nesouosostí vypočtených navrženou metodou s nesouosostmi naměřenými laserovým ustavovacím systémem je znázorněno na obrázku 6.4 a také v tabulce C.2.

6.2.1 Zhodnocení validačního měření

Z porovnání výsledků validačního měření získaných navrženou metodou a laserovým ustavovacím systémem, viz obrázek 6.4, je možné vyvodit následující závěry:

- Nejlepších výsledků bylo dosaženo pro úhlovou nesouosost ϕ_{xy} , kdy rozdíl mezi oběma metodami nepřekročil nejpřísnější toleranční hodnotu pro 4/5 měření.
- Úhlová nesouosost $\bar{\phi}_{xz}$ vypočtená navrženou metodou byla, s výjimkou měření 2, vždy výrazně vyšší než ϕ_{xz} naměřená laserovým ustavovacím systémem. To lze vysvětlit velkou variabilitou výsledků ϕ_{xz} pro nepředepsané geometrické tolerance, viz kapitola 5.2.3.
- Naopak výsledky pro paralelní nesouosost dz se mezi oběma metodami shodují více (rozdíl u 3/5 měření nepřekračuje nejpřísnější toleranční hodnotu) než pro dy (rozdíl u 1/5 měření nepřekračuje nejpřísnější toleranční hodnotu), což indikuje přítomnost více vlivů, než jen nepřesnosti povrchu, která se projevuje zejména v horizontální rovině.
- Rozdíly mezi odpovídajícími nesouosostmi splňují nižší toleranční třídy z tabulky 2.2 pro téměř všechna měření (s výjimkou ϕ_{xz}).



Obrázek 6.4: Grafické znázornění aritmetických průměrů nesouosostí vypočtených navrženou metodou a nesouosostí získaných pomocí laserového ustavovacího systému

Jak již bylo dříve zmíněno, měření bylo negativně ovlivněno nepředepsáním geometrické tolerance a lze se domnívat, že pokud by tato byla předepsána, mohlo být dosaženo výrazně lepších výsledků (zejména pro ϕ_{xz}).

Mimo tuto skutečnost bylo měření ovlivněno řadou dalších faktorů, z nichž mnohé nelze jednoduše kvantifikovat. Pro důkladné porovnání obou metod by tedy bylo vhodné provést validačních měření výrazně více než pouhé jedno, což však nebylo v dané práci možné z důvodu nedostupnosti laserového ustavovacího systému. Provedené validační měření bylo realizováno s laserovým ustavovacím systémem, který byl zapůjčen Ing. Petrem Nahodilem, Ph.D.

Jednou z dalších změn, kterou by bylo u budoucích měření vhodné provést, je měření menších nesouosostí. Poloha hřídelů vůči sobě byla mezi měřeními měněna náhodně ručním posuvem, což vyústilo v přítomnost relativně velkých nesouosostí, z nichž některé byly na hraně měřícího rozsahu použitého laserového ustavovacího systému, což mohlo ovlivnit jeho přesnost měření a může být potenciálním vysvětlením toho, proč největší rozdíly mezi oběma metodami v naměřených paralelních nesouosostech jsou u měření, kde je daná paralelní nesouosost největší.

Zajímavé je také porovnat mezi sebou hodnoty pro konkrétní délky měřených oblastí a hodnoty naměřené laserovým ustavovacím systémem. Při pohledu na tabulku C.1 je vidět, že nesouososti se s rostoucí délkou často snižují (platí pro většinu, ale ne úplně všechna měření), což například pro úhlovou nesouosost ϕ_{xz} znamená, že hodnoty vypočtené pro větší délky měřených oblastí se přibližují hodnotám získaným laserovým ustavovacím systémem.

7 Diskuze

Verifikace navržené metody na přesných válcích ukázala, že metoda dává správné výsledky. V následující citlivostní analýze bylo zjištěno, že nejistoty způsobené nepřesností měření neovlivňují výsledky tolik, jako nejistoty způsobené nerovnoměrně naneseným vzorem a zejména pak nepřesnostmi skutečného povrchu hřídelů.

Vliv nerovnoměrnosti náhodného vzoru zpravidla nemusí být při aplikaci zkušeným uživatelem omezující, ale i přesto by mohl být snížen použitím jiných technik nanášení, než je běžně užívaná barva ve spreji. Nalezení vhodnější techniky by pro navrženou metodu bylo velmi přínosné, jelikož příprava náhodného vzoru pro měření pomocí DIC je časově náročná a při užití běžné barvy ve spreji vyžaduje jisté zkušenosti. Barva ve spreji není v této aplikaci vhodná i z toho důvodu, že hřídele zpravidla není možné demontovat, což přináší nutnost zakrýt okolní komponenty, aby vzor nebyl nanesen i na ně.

Příkladem techniky, která by řešila některé nevýhody barvy ve spreji, může být počítačově vygenerovaný vzor vytištěný na přenosový ("tetovací") papír [53; 54]. Tato technika by řešila rychlost nanášení, kvalitu vzoru a její opakovatelnost a ovlivnění okolních komponent, ale stále by zůstávala nutnost vzor smýt.

Techniky nanášení náhodných vzorů jsou navrhovány tak, aby vzor byl dokonale přilnavý k povrchu i při deformacích vzorku [53; 54]. Při měření nesouososti je však měřena pouze poloha a k žádné deformaci nedochází, proto by od požadavku na adhezi vzoru k povrchu i po deformaci mohlo být upuštěno. Mohl by tak vzniknout prostor pro využití technik, které by kombinovaly všechny výhody přenosového papíru a přidaly by jednoduché odstranění vzoru, což by vedlo ke značnému zjednodušení měření a zvýšení uživatelské přívětivosti navržené metody. Nalezení takovýchto technik by vyžadovalo další rešerši a výzkum, nicméně jedním z vhodných kandidátů by mohly být odstranitelné přilnavé folie.

Největší vliv na přesnost výsledků se ukázal mít povrch měřených hřídelů. Provedená citlivostní analýza demonstrovala, jak je důležité, aby snímané hřídele co nejvíce odpovídaly válcům. To je dosaženo předepsáním vhodných délkových a zejména geometrických tolerancí, při jejichž předepsání dosahuje metoda velmi dobrých výsledků. Naopak pokud geometrické tolerance předepsány nejsou, je použitelnost metody redukována na pouhé hrubé ustavení.

Zde je potřebné upozornit na zásadní rozdíl mezi navrženou metodou a metodami běžně používanými. Běžně dostupné nástroje měří nesouosost spolurotací s hřídely, viz obrázek 7.1a, což mimo mnohokrát skloňovanou nevýhodu kontaktnosti přináší i jednu velkou výhodu, kterou je měření skutečné osy rotace. Tedy pokud špičku plunžru úchylkoměru umístíme do povrchové prohlubně na hřídeli, jako je tomu na obrázku 7.1a, a při měření rotujeme oběma hřídeli, špička plunžru stále zůstává v dané prohlubni a měření jí tedy není ovlivněno. Naproti tomu pokud kamery snímají prohlubeň a její okolí, jako je



Obrázek 7.1: Měření na hřídelích s geometrickými nepřesnostmi: a) běžně dostupné metody – číselníkové úchylkoměry a laserové systémy, b) navržená metoda – měření pomocí DIC

tomu na obrázku 7.1b, proložení dat z měření válcem nebude příliš kvalitní a získaná osa nebude odpovídat ose hřídele, natož ose rotace.

V návaznosti na předchozí odstavec je třeba upozornit na rozdíl mezi osou rotace a osou hřídele, respektive osou snímané části hřídele. Zatímco běžně dostupné metody měří vztah mezi osami rotace, což je žádoucí, navržená metoda měří pouze osy daných částí jednotlivých hřídelů, což lze vnímat jako daň za bezkontaktnost navržené metody.

Jak již bylo vícekrát zmíněno u popisu validačního měření, hřídelům, na kterých bylo měření prováděno, geometrická tolerance předepsána nebyla. S ohledem na to lze výsledky validačního měření považovat za velmi dobré. Z důvodu nedostupnosti laserového ustavovacího systému také nemohlo být provedeno měření více, což by bylo vhodné a mělo by být předmětem dalšího vývoje metody, který touto diplomovou prací zcela jistě nelze považovat za ukončený.

Další možné náměty k navazujícímu vývoji metody zahrnují:

- Zjištění a posouzení přesnosti DIC měření souřadnic bodů na výrazně zakřiveném horním a dolním konci hřídele (pro hřídel s horizontální osou). Tato přesnost je mimo jiné závislá na tvarových funkcích použitých v dané implementaci metody DIC, přičemž lineární tvarové funkce nejsou vhodné k popisu silně zakřivených povrchů [55]. Při použití tvarových funkcí neschopných popsat velké zakřivení je pro zachování přesnosti nutné používat malé subsety.
- Pro vyrovnání rozdílů v přesnosti mezi horizontální a vertikální rovinou by mohly kamery být napozicovány tak, že společná rovina jejich optických os bude s horizontální i vertikální rovinou svírat úhel 45°. Tím by došlo k rozdělení chyby DIC měření v ose kolmé na rovinu obrazu, která je vždy větší než chyba v rovině obrazu [45], rovnoměrně do os y a z globálního souřadného systému.

- Ověření použitelnosti metody při měření v reálném čase a případné nalezení vhodného počtu měřených bodů, který bude dávat dobré výsledky a zároveň bude pro měření v reálném čase použitelný.
- Je možné prozkoumat využití jiných optimalizačních algoritmů, zde autor nicméně neočekává zásadní zlepšení v přesnosti z hlediska algoritmu je dána zejména nastavením stop kritérií ani zásadní snížení výpočetního času.

Závěr

Předložená diplomová práce se zabývá návrhem metody pro ustavování souososti rotačních strojních systémů. Její přínos by měl být zejména v oblasti ustavování malých rotorů, která je komerčně běžně dostupnými nástroji opomíjena.

Pro hlubší porozumění řešené problematice byla nejprve provedena rešerše, jejíž první část byla zaměřena na základy ustavování, doporučené tolerance a důležité konstrukční, montážní a provozní poměry ovlivňující ustavení. Druhá část rešerše se zabývala metodami měření nesouososti a vyplynulo z ní, že veškeré běžně používané metody měření jsou kontaktní ve smyslu montáže měřícího systému na hřídele, a tedy nevhodné pro malé rotační stroje s nedostatkem prostoru v okolí spojky. V této části rešerše nebyly, mimo odkaz na dizertační práci Bradleyho Carmana (viz kapitola 3.4), ke které autor nemá přístup, nalezeny žádné zmínky o využití bezkontaktního optického měření pro ustavování souososti.

Stěžejním cílem práce byl návrh metody pro ustavování souososti, která by nebyla závislá na prostorových dispozicích daného strojního systému. K tomu bylo využito bezkontaktní měření pomocí DIC. Metoda funguje na principu proložení bodů naměřených na hřídelích válci, určení rovnic os těchto válců a vyhodnocení jejich vzájemných poloh v souřadném systému vhodně zvoleném tak, aby odpovídal rovinám, ve kterých se ustavení provádí, a umožnil tak jednoduchý výpočet korekčních posuvů.

Úspěšné ověření funkčnosti navržené metody bylo provedeno verifikací na vygenerovaných datech odpovídajících přesným válcům. Pro zjištění oblasti použitelnosti navržené metody byla provedena citlivostní analýza, ve které byly posuzovány vlivy tří nejistot – nerovnoměrnosti náhodného vzoru pro DIC měření, přesnosti DIC měření a vlivu skutečného povrchu hřídelů. Shrnutí závěrů citlivostní analýzy je následující:

- Pro běžně dosahovanou rovnoměrnost náhodného vzoru dává navržená metoda dobré výsledky, vysoká nerovnoměrnost však může přesnost metody limitovat.
- Standardně dosahovaná přesnost metody DIC nemá na požadovanou přesnost vypočtených nesouosostí vliv.
- Odchylka hřídelů od přesných válců má významný vliv na přesnost metody. Je tedy nutné měřit na hřídelích s vhodně předepsanými délkovými a geometrickými tolerancemi.

Posledním z cílů práce byla validace metody pomocí běžně používaného laserového ustavovacího systému. K tomuto účelu bylo navrženo testovací zařízení, na kterém bylo měření možné provádět pomocí obou metod. Jelikož však vyrobeným hřídelům nebyly předepsány geometrické tolerance, byly rozdíly ve výsledcích často větší než požadované toleranční hodnoty. Validační měření nicméně potvrdilo zjištění citlivostní analýzy, že nesouososti v horizontální rovině jsou na vliv skutečného povrchu citlivější. Celkově lze validační měření hodnotit jako úspěšné, neboť se potvrdila funkčnost navržené metody. Lze se též domnívat, že při měření na hřídelích s předepsanými geometrickými tolerancemi by se přesnost navržené metody významně zlepšila.

Závěrem je možné konstatovat, že cíle vytyčené pro tuto diplomovou práci byly splněny. Vývoj metody však nelze považovat za ukončený. Pro experimentální ověření přesnosti metody bude nutné provést více validačních měření za lepších podmínek (předepsané geometrické tolerance). Dále by bylo vhodné se více zaměřit na nejistoty negativně ovlivňující přesnost metody a možnosti jejich eliminace, z nichž některé jsou nastíněny v kapitole 7.

Seznam použitých zdrojů

- [1] ÚŘAD PRO TECHNICKOU NORMALIZACI, METROLOGII A STÁTNÍ ZKU-ŠEBNICTVÍ [ÚNMZ]. ČSN ISO 13372, Monitorování stavu a diagnostika strojů – Slovník. 2. vydání. 2013.
- [2] DE SILVA, Clarence W. Vibration Monitoring, Testing, and Instrumentation. 1st edition. Boca Raton: CRC Press, 2007. ISBN 978-1420053197.
- [3] PIOTROWSKI, John. Shaft Alignment Handbook. 3rd edition. Boca Raton: CRC Press, 2006. ISBN 978-1574447217.
- [4] HRABEC, Ladislav; HELEBRANT, František; MAZALOVÁ, Jana. Technická diagnostika a spolehlivost III. – Ustavování strojů. VŠB-TUO, 2006.
- [5] ACOUSTICAL SOCIETY OF AMERICA [ASA]. ANSI/ASA S2.75-2017/Part 1, Shaft Alignment Methodology, Part 1: General Principles, Methods, Practices, and Tolerances. 1st edition. 2017.
- [6] ČESKÝ NORMALIZAČNÍ INSTITUT [ČNI]. ČSN EN 20273, Spojovací součásti. Díry pro šrouby (ISO 273:1979). 1. vydání. 1996.
- [7] ÚŘAD PRO TECHNICKOU NORMALIZACI, METROLOGII A STÁTNÍ ZKU-ŠEBNICTVÍ [ÚNMZ]. ČSN ISO 2041, Vibrace, rázy a monitorování stavu – Slovník.
 4. vydání. 2020.
- [8] ÚŘAD PRO TECHNICKOU NORMALIZACI, METROLOGII A STÁTNÍ ZKU-ŠEBNICTVÍ [ÚNMZ]. ČSN ISO 20816-1, Vibrace – Měření a hodnocení vibrací strojů – Část 1: Obecné pokyny. 1. vydání. 2017.
- [9] BAGAVATHIAPPAN, S.; LAHIRI, B.B.; SARAVANAN, T.; PHILIP, John; JAYA-KUMAR, T. Infrared thermography for condition monitoring A review [online]. 2013, roč. 60, s. 35–55 [cit. 2023-11-26]. ISSN 13504495. Dostupné z DOI: 10.1016 /j.infrared.2013.03.006.
- [10] SVELTO, Orazio. Principles of Lasers [online]. 5th ed. New York: Springer, 2010
 [cit. 2024-01-20]. ISBN 978-1-4419-1302-9. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4419-1302-9.
- [11] MILONNI, Peter W.; EBERLY, Joseph H. Laser Physics [online]. 1st ed. Hoboken: Wiley, 2010 [cit. 2024-01-20]. ISBN 978-0-470-40971-8. Dostupné z DOI: 10.1002/9 780470409718.
- [12] ACOEM. USER MANUAL AT [online]. Ed. 2.2. 2021. [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: https://fixturlaser.com/wp-content/uploads/2021/06/P-0347-GB-User-Manual-AT-ed-2.2.pdf.
- [13] EASY-LASER. User Manual XT [online]. Rev. 9.0.0. 2023. [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: https://easylaser.com/Files/Files/Downloads/Manuals/XT/05-08 35%20XT%20Manual%209.0.0%20EN_lores.pdf.

- [14] SKF. SKF TKSA 71 & TKSA 71/PRO: Instructions for use [online]. 2017. [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: https://cdn.skfmediahub.skf.com/api/public/090 1d19680536b43/pdf_preview_medium/0901d19680536b43_pdf_preview_medium .pdf%5C#cid-280401.
- [15] XINWEI, Wang; LI, Mu. The Design of a Simple Laser Shaft Alignment Instrument. In: 2010 International Conference on Digital Manufacturing & Automation [online]. IEEE, 2010, s. 653–655 [cit. 2024-01-21]. ISBN 978-0-7695-4286-7. Dostupné z DOI: 10.1109/ICDMA.2010.85.
- [16] JIAO, Guo-hua; LI, Yu-lin; ZHANG, Dong-bo; LI, Tong-hai; HU, Bao-wen. A laser shaft alignment system with dual PSDs. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A* [online]. 2006, roč. 7, č. 10, s. 1772–1776 [cit. 2024-01-21]. ISSN 1673-565X. Dostupné z DOI: 10.1631/jzus.2006.A1772.
- [17] SPM INSTRUMENT. Produktkatalog [online]. 2003. [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: https://www.yumpu.com/de/document/view/3942411/produktkatalog-2003-0 2-spm-instrument%5C#.
- [18] MENDOZA, Iván; ZURITA, Grover. Shaf Alignment Measurement Systen Developed for Industrial Applications. *Investigación & Desarrollo* [online]. 2018, roč. 18, č. 1, s. 91–102 [cit. 2024-01-21]. ISSN 18146333. Dostupné z DOI: 10.23881/idupbo.018.1-7i.
- [19] SKF. SKF TKSA 11: Instructions for use [online]. 2017. [cit. 2024-01-21]. Dostupné z: https://cdn.skfmediahub.skf.com/api/public/0901d196803dd4fb/pdf_pr eview_medium/0901d196803dd4fb_pdf_preview_medium.pdf%5C#cid-248116.
- [20] CARMAN, Bradley D. Measurement of Shaft Alignment Using Computer Vision. Columbia, 1989. Dissertation. University of South Carolina.
- [21] ZHANG, Wanfu; YANG, Jiangang; LI, Chun; DAI, Ren; YANG, Ailing. Theoretical and experimental research on turbo-generator shaft alignment using strain gauge method. Journal of Vibration and Control [online]. 2017, roč. 23, č. 7, s. 1183–1192 [cit. 2024-01-22]. ISSN 1077-5463. Dostupné z DOI: 10.1177/1077546315590908.
- [22] BATRA, Lt Cdr Amit; SHANKAR, K; SWARNAMANI, S. Propulsion shaft alignment measurements on warships afloat and alignment solution using multi-objective optimisation. *Journal of Marine Engineering & Technology* [online]. 2014, roč. 6, č. 1, s. 39–49 [cit. 2024-01-22]. ISSN 2046-4177. Dostupné z DOI: 10.1080/20464177.2007.11020200.
- [23] LEE, Jae-ung. Application of strain gauge method for investigating influence of ship shaft movement by hydrodynamic propeller forces on shaft alignment. *Measurement* [online]. 2018, roč. 121, s. 261–275 [cit. 2024-01-22]. ISSN 02632241. Dostupné z DOI: 10.1016/j.measurement.2018.02.067.

- [24] KE, X.-D.; SCHREIER, H. W.; SUTTON, M. A.; WANG, Y. Q. Error Assessment in Stereo-based Deformation Measurements. *Experimental Mechanics* [online]. 2011, roč. 51, č. 4, s. 423–441 [cit. 2024-03-13]. ISSN 0014-4851. Dostupné z DOI: 10.100 7/s11340-010-9450-3.
- [25] X-SIGHT. X-Sight 3D DIC system [online]. Brno, 2022 [cit. 2024-02-10]. Dostupné z: https://www.xsight.eu/digital-image-correlation-optical-measuringsystem-system-xsight-3d-dic/.
- [26] SUTTON, Michael A.; ORTEU, Jean-José; SCHREIER, Hubert W. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications. 1st ed. New York: Springer, 2009. ISBN 978-0-387-78746-6.
- [27] INTERNATIONAL DIGITAL IMAGE CORRELATION SOCIETY. A Good Practices Guide for Digital Image Correlation [online]. Ed. JONES, E. M. C.; IADI-COLA, M. A. 2018. [cit. 2024-02-10]. Dostupné z DOI: 10.32720/idics/gpg.ed1.
- [28] PAN, Bing. Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals. *Measurement Science and Technology* [online]. 2018, roč. 29, č. 8 [cit. 2024-02-10]. ISSN 0957-0233. Dostupné z DOI: 10.1088/1361-6501/aac55b.
- [29] WIDENHORN, Ralf; BLOUKE, Morley M.; WEBER, Alexander; REST, Armin; BODEGOM, Erik; BLOUKE, Morley M.; CANOSA, John; SAMPAT, Nitin. Temperature dependence of dark current in a CCD. In: *Proceedings of SPIE* [online]. Vol. 4669. 2002, s. 193–201 [cit. 2024-02-11]. Dostupné z DOI: 10.1117/12.463446.
- [30] MA, Shaopeng; PANG, Jiazhi; MA, Qinwei. The systematic error in digital image correlation induced by self-heating of a digital camera. *Measurement Science and Technology* [online]. 2012, roč. 23, č. 2 [cit. 2024-02-11]. ISSN 0957-0233. Dostupné z DOI: 10.1088/0957-0233/23/2/025403.
- [31] DONG, Y.L.; PAN, B. A Review of Speckle Pattern Fabrication and Assessment for Digital Image Correlation. *Experimental Mechanics* [online]. 2017, roč. 57, č. 8, s. 1161–1181 [cit. 2024-02-11]. ISSN 0014-4851. Dostupné z DOI: 10.1007/s11340-017-0283-1.
- [32] SU, Yong; ZHANG, Qingchuan; XU, Xiaohai; GAO, Zeren. Quality assessment of speckle patterns for DIC by consideration of both systematic errors and random errors. Optics and Lasers in Engineering [online]. 2016, roč. 86, s. 132–142 [cit. 2024-02-11]. ISSN 01438166. Dostupné z DOI: 10.1016/j.optlaseng.2016.05.019.
- [33] SZALAI, Szabolcs; DOGOSSY, Gábor. Speckle pattern optimization for DIC technologies. Acta Technica Jaurinensis [online]. 2021, roč. 14, č. 3, s. 228-243 [cit. 2024-02-11]. ISSN 2064-5228. Dostupné z DOI: 10.14513/actatechjaur.00573.

- [34] PÉREZ, Jesús A.; COPPIETERS, Sam; DEBRUYNE, Dimitri. Influence of the Paint Coating Thickness in Digital Image Correlation Experiments. World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering [online]. 2015, roč. 9, s. 1660–1664 [cit. 2024-02-11]. Dostupné z: https://api.semanticscholar.org /CorpusID:16717615.
- [35] YU, Changzhi; JI, Fang; XUE, Junpeng. Cutting Plane Based Cylinder Fitting Method With Incomplete Point Cloud Data for Digital Fringe Projection. *IEEE Access* [online]. 2020, roč. 8, s. 149385–149401 [cit. 2024-02-18]. ISSN 2169-3536. Dostupné z DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3016424.
- [36] FISCHLER, Martin A.; BOLLES, Robert C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM [online]. 1981, roč. 24, č. 6, s. 381–395 [cit. 2024-02-18]. ISSN 0001-0782. Dostupné z DOI: 10.1145/358669.358692.
- [37] DUDA, Richard O.; HART, Peter E. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures. *Communications of the ACM* [online]. 1972, roč. 15, č.
 1, s. 11–15 [cit. 2024-02-18]. ISSN 0001-0782. Dostupné z DOI: 10.1145/361237.36 1242.
- [38] FORBES, Alistair B. Least-squares best-fit geometric elements [online]. 1991. Rev. ed. Feb. 1991 [cit. 2024-02-18]. NPL report, DITC 140/89. National Physical Laboratory. Dostupné z: https://eprintspublications.npl.co.uk/5050/1/DITC140.pdf.
- [39] LICHTBLAU, Daniel. Cylinders Through Five Points: Computational Algebra and Geometry. Journal of Mathematics Research [online]. 2012, roč. 4, č. 6, s. 53–64 [cit. 2024-02-18]. ISSN 1916-9809. Dostupné z DOI: 10.5539/jmr.v4n6p65.
- [40] LALONDE, Jean-Francois; VANDAPEL, Nicolas; HEBERT, Martial. Automatic Three-Dimensional Point Cloud Processing for Forest Inventory [online]. Pittsburgh, PA, 2006 [cit. 2024-02-19]. Tech. Report, CMU-RI-TR-06-21. Carnegie Mellon University. Dostupné z: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub4/lalonde_jean_ francois_2006_3/lalonde_jean_francois_2006_3.pdf.
- [41] JOLLIFFE, Ian T.; CADIMA, Jorge. Principal component analysis: a review and recent developments. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* [online]. 2016, roč. 374, č. 2065 [cit. 2024-02-19]. ISSN 1364-503X. Dostupné z DOI: 10.1098/rsta.2015.0202.
- [42] THE SCIPY COMMUNITY. Scipy.optimize.least_squares [online]. SciPy v1.12.0 Manual, 2024. [cit. 2024-02-19]. Dostupné z: https://docs.scipy.org/doc/scip y/reference/generated/scipy.optimize.least_squares.html.
- [43] GAVIN, Henri P. The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems [online]. 2022. [cit. 2024-02-19]. Duke University, Department of Civil and Environmental Engineering. Dostupné z: https://people.duke.edu /~hpgavin/ExperimentalSystems/lm.pdf.

- [44] BALCAEN, R.; REU, P.L.; LAVA, P.; DEBRUYNE, D. Stereo-DIC Uncertainty Quantification based on Simulated Images. *Experimental Mechanics* [online]. 2017, roč. 57, č. 6, s. 939–951 [cit. 2024-03-17]. ISSN 0014-4851. Dostupné z DOI: 10.100 7/s11340-017-0288-9.
- [45] ZHU, Chengpeng; YU, Shanshan; LIU, Cong; JIANG, Pengfei; SHAO, Xinxing; HE, Xiaoyuan. Error estimation of 3D reconstruction in 3D digital image correlation. *Measurement Science and Technology* [online]. 2019, roč. 30, č. 2 [cit. 2024-03-17]. ISSN 0957-0233. Dostupné z DOI: 10.1088/1361-6501/aaf846.
- [46] KIM, Eric. Comprehensive Confidence Intervals for Python Developers [online]. Pythonic Excursions, 2018. [cit. 2024-03-17]. Dostupné z: https://aegis4048.githu b.io/comprehensive_confidence_intervals_for_python_developers.
- [47] GREENER, Robert. Stop testing for normality: Normality tests are misleading and a waste of your time! [online]. Medium, 2020-04-04. [cit. 2024-03-17]. Dostupné z: https://towardsdatascience.com/stop-testing-for-normality-dba96bb73f 90.
- [48] THE SCIPY COMMUNITY. Scipy.stats.quantile_test [online]. SciPy v1.12.0 Manual, 2024. [cit. 2024-03-20]. Dostupné z: https://docs.scipy.org/doc/scipy/r eference/generated/scipy.stats.quantile_test.html.
- [49] SVOBODA, Pavel; BRANDEJS, Jan. Výběry z norem pro konstrukční cvičení. Vydání šesté, přepracované a doplněné. Brno: CERM, akademické nakladatelství, 2019. ISBN 978-80-7623-010-1.
- [50] ČESKÝ NORMALIZAČNÍ INSTITUT [ČNI]. ČSN ISO 2768-2, Všeobecné tolerance. Část 2: Nepředepsané geometrické tolerance. 1. vydání. 1994.
- [51] Toleranční analýza lineárních rozměrových řetězců [online]. MITCalc, © 2003-2024.
 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: https://www.mitcalc.com/doc/tolanalysis1d/h
 elp/cz/tolanalysis1d.htm.
- [52] KARPÍŠEK, Zdeněk. Matematika IV. 4., přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014. ISBN 978-80-214-4858-2.
- [53] QUINO, Gustavo; CHEN, Yanhong; RAMAKRISHNAN, Karthik Ram; MARTÍ-NEZ-HERGUETA, Francisca; ZUMPANO, Giuseppe et al. Speckle patterns for DIC in challenging scenarios: rapid application and impact endurance. *Measurement Science and Technology* [online]. 2020, roč. 32, č. 1 [cit. 2024-05-05]. ISSN 0957-0233. Dostupné z DOI: 10.1088/1361-6501/abaae8.
- [54] CHEN, Zhenning; QUAN, Chenggen; ZHU, Feipeng; HE, Xiaoyuan. A method to transfer speckle patterns for digital image correlation. *Measurement Science and Technology* [online]. 2015, roč. 26, č. 9 [cit. 2024-05-05]. ISSN 0957-0233. Dostupné z DOI: 10.1088/0957-0233/26/9/095201.
- [55] REU, Phillip. Hidden Components of DIC: Calibration and Shape Function Part
 1. Experimental Techniques [online]. 2012, roč. 36, č. 2, s. 3–5 [cit. 2024-05-09]. ISSN 07328818. Dostupné z DOI: 10.1111/j.1747-1567.2012.00821.x.

Seznam příloh

- Příloha A Výsledky citlivostní analýzy na vliv nepřesnosti měření
- Příloha B Výsledky citlivostní analýzy na vliv skutečných rozměrů a tvaru
- Příloha C Výsledky validačního měření

A Výsledky citlivostní analýzy na vliv nepřesnosti měření

Na obrázcích A.1–A.10 jsou vykresleny krabicové grafy dat nesouosostí v závislosti na délce, a to vždy pro konkrétní hodnotu směrodatné odchylky chyb. Oranžová úsečka značí medián, zářezy okolo ní pak jeho 95% interval spolehlivosti. Vzhledem k velikosti souborů (vždy 10000 hodnot) jsou intervaly spolehlivosti velmi malé a ve většině krabicových grafů sotva pozorovatelné. Vousy reprezentují rozpětí $Q_1 - 1,5 IQR$ až $Q_3 + 1,5 IQR$, kde $IQR = Q_3 - Q_1$ je mezikvartilové rozpětí. Jelikož se nad hranicí $Q_3 + 1,5 IQR$ nachází velké množství odlehlých hodnot, je z nich vykresleno vždy pouze maximum. Stejnými pravidly se řídí i obrázky B.1 a B.2 v příloze B.



Obrázek A.1: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 1 \ \mu m$



Obrázek A.2: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 2 \ \mu m$



Obrázek A.3: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 3 \ \mu m$



Obrázek A.4: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma=4~\mu{\rm m}$



Obrázek A.5: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 5 \ \mu m$



Obrázek A.6: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 6 \ \mu m$



Obrázek A.7: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 7 \ \mu m$



Obrázek A.8: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma=8~\mu{\rm m}$



Obrázek A.9: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 9 \ \mu m$



Obrázek A.10: Výsledky analýzy vlivu nepřesnosti měření pro $\sigma = 10 \ \mu m$

B Výsledky citlivostní analýzy na vliv skutečných rozměrů a tvaru



Obrázek B.1: Výsledky analýzy vlivu skutečných rozměrů a tvaru pro variantu 1



Obrázek B.2: Výsledky analýzy vlivu skutečných rozměrů a tvaru pro variantu 2

C Výsledky validačního měření

Č. měření	L (mm)	$\phi_{xy} \; (\mu m/mm)$	$\phi_{xz} \; (\mu m/mm)$	$d_y \ (\mathrm{mm})$	$d_z \ (\mathrm{mm})$
1	50	9,4	6,1	0,95	0,16
	60	9,8	6,3	$0,\!98$	$0,\!15$
	70	9,3	6,1	$0,\!95$	0,16
	80	$9,\!6$	$_{6,2}$	$0,\!98$	0,10
	90	9,7	6,0	$0,\!95$	0,10
	100	9,6	5,9	0,98	0,08
2	50	9,5	2,9	$1,\!00$	0,19
	60	$9,\!6$	2,9	$1,\!00$	$0,\!20$
	70	$9,\!4$	$_{3,2}$	$0,\!99$	$0,\!20$
	80	9,5	$_{3,0}$	$0,\!99$	$0,\!24$
	90	9,3	3,3	1,01	$0,\!25$
	100	9,3	$3,\!3$	0,99	$0,\!25$
	50	12,9	6,7	2,20	$0,\!58$
	60	13,2	6,8	$2,\!22$	$0,\!58$
2	70	12,9	6,6	$2,\!20$	$0,\!59$
J	80	13,0	6,5	$2,\!20$	$0,\!57$
	90	13,2	6,6	$2,\!21$	$0,\!53$
	100	13,1	6,4	2,21	0,54
4	50	13,1	$2,\!2$	$2,\!19$	0,19
	60	13,5	2,3	$2,\!21$	$0,\!20$
	70	13,2	2,3	$2,\!20$	$0,\!18$
	80	13,2	2,2	$2,\!21$	$0,\!17$
	90	13,2	2,0	$2,\!20$	$0,\!15$
	100	13,1	2,0	2,20	0,13
5	50	9,4	5,2	0,36	$1,\!25$
	60	9,4	5,3	$0,\!37$	$1,\!26$
	70	9,3	5,3	$0,\!37$	$1,\!25$
	80	9,3	5,1	$0,\!37$	$1,\!23$
	90	9,3	4,9	0,36	$1,\!21$
	100	9,4	4,9	$0,\!35$	1,20

Tabulka C.1: Výsledky validačního měření – navržená metoda

Č. měření	Navržená metoda					
	$\bar{\phi}_{xy}~(\mu{ m m/mm})$	$\bar{\phi}_{xz}~(\mu{ m m/mm})$	$\bar{d}_y \ (\mathrm{mm})$	$\bar{d}_z \ (\mathrm{mm})$		
1	9,6	6,1	0,96	$0,\!13$		
2	9,4	3,1	1,00	$0,\!22$		
3	$13,\!1$	$6,\!6$	2,21	0,57		
4	$13,\!2$	2,2	$2,\!20$	$0,\!17$		
5	9,3	$5,\!1$	0,36	$1,\!24$		
Č. měření	Laserový ustavovací systém					
	$\phi_{xy} \; (\mu m/mm)$	ϕ_{xz} (µm/mm)	$d_y \ (\mathrm{mm})$	$d_z \ (\mathrm{mm})$		
1	8,8	5,0	0,88	0,06		
2	9,5	$4,\!4$	0,96	0,21		
3	$13,\!3$	4,8	2,04	$0,\!60$		
4	$13,\!2$	0,8	$2,\!15$	0,19		
5	9,4	$3,\!8$	0,36	1,02		

Tabulka C.2: Porovnání nesou
osostí vypočtených navrženou metodou a získaných pomocí laserového ustavovacího systému