

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky



Kateřina Kadlčíková

IV. ročník – prezenční studium

Obor: Učitelství pro I. stupeň základní školy

Komparace řešení matematických úloh u žáků primární školy

Diplomová práce

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Eva Hotová, Ph.D.

Olomouc 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

V Topolné dne 1. 4. 2010

.....

Děkuji vedoucí diplomové práce Mgr. Evě Hotové, Ph.D. za její cenné rady, připomínky, informace, obětavost i čas, a své rodině za morální a finanční podporu, trpělivost a pochopení, kterou mi po celou dobu poskytovala.

Obsah

ÚVOD	6
TEORETICKÁ ČÁST	
1 ÚLOHY VE VYUČOVÁNÍ MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY	8
1.1 Učební úlohy	8
1.1.1 Definice učebních úloh ve vyučování	8
1.1.2 Třídění učebních úloh	9
1.1.3 Posouzení a projektování souboru učebních úloh	10
1.2 Matematické učební úlohy	11
1.3 Tvořivé úlohy	13
1.4 Problémové úlohy	14
1.5 Logické úlohy a úlohy z kombinatoriky	15
2 TYPOLOGIE MATEMATICKÝCH ÚLOH	18
3 SLOVNÍ ÚLOHY	24
3.1 Historie slovních úloh	25
3.2 Jednoduché slovní úlohy	28
3.3 Složené slovní úlohy	32
3.4 Požadavky kladené na slovní úlohy	33
4 ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH	34
4.1 Postup řešení slovních úloh	36
4.2 Obtíže spojené s řešením slovních úloh	43
4.3 Výuka řešení slovních úloh a tvorba úloh nových	45
4.4 Taktiky řešení slovních úloh	48
PRAKTICKÁ ČÁST	
5 PRŮZKUMNÉ ŠETŘENÍ	50
5.1 Cíl průzkumného šetření	50
5.2 Metody průzkumného šetření	50
5.3 Charakteristika vzorku	52
5.4 Složení úloh v didaktickém testu	53

5. 5	Závěr průzkumného šetření	76
ZÁVĚR		77
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A PRAMENŮ		78
SEZNAM PŘÍLOH		81
ANOTACE		

Úvod

Matematika je součástí každodenního života. Slovní úlohy člověka doprovází v běžném životě na každém kroku. Každý z nás už zažil situaci, kdy si potřeboval vypočítat kolik korun stojí láhev vody, kolik korun ho bude stát benzin do auta, jak dlouho bude trvat cesta vlakem z místa na místo nebo jestli je starší ten či onen. Při mé praxi na základní škole mě zaujaly hodiny matematiky, kdy měli žáci za úkol vyřešit slovní úlohy různého typu. Soutěžili na čas i na rychlost a mě napadla myšlenka, že by bylo zajímavé zjistit, jestli jsou na tom s řešením slovních úloh úspěšněji dívky nebo chlapci. Pro komparaci jsem si tedy zvolila dívky a chlapce z jedné třídy prvního stupně ZŠ. A právě z tohoto důvodu jsem si vybrala toto téma pro mou diplomovou práci.

Rámcový vzdělávací program obsahuje vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Tato oblast je rozdělena na čtyři části, a to: Číslo a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. V poslední části Nestandardní aplikační úlohy a problémy se žáci učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života apod. To je také jedno z východisek proč píšu diplomovou práci na toto téma.

Stanovené cíle diplomové práce jsou:

- Shrnout dosavadní teoretické poznatky o matematických úlohách
- Analyzovat jednotlivé postupy řešení matematických úloh u žáků základní školy
- Porovnat výsledky dosažených v testu u dívek a chlapců
- Zjistit míru úspěšnosti dívek a chlapců při řešení matematických úloh

Uvedené cíle korespondují s logickým členěním mé práce. V teoretické části podrobně rozvíjím úlohy z několika pohledů, jejich druhy i rozdělení. Na co jsem se zaměřila nejvíce, jsou slovní úlohy, jejich metody řešení a postupy řešení. Soustředila

jsem se také na časté chyby, které žáci při řešení slovních úloh obvykle dělají, obtíže, které jsou spojené s řešením těchto úloh. V poslední části mé diplomové práce se zabývám tím, jak se správně vyučuje řešení slovních úloh, a také jakým způsobem se tvoří tyto úlohy.

Praktická část se skládá z didaktického testu, který řešili žáci 5. ročníku na ZŠ Topolná. Didaktický test je sestavený z jednoduchých a složených slovních úloh, které se řeší jak standardním způsobem, ale i způsobem netradičním, kdy úloha má více než jedno řešení. Úkolem žáků byl tento test vyřešit podle vlastního zvoleného postupu a dle vlastní zvolené metody řešení.

1. Úlohy ve vyučování matematiky na 1. stupni základní školy

1. 1 Učební úlohy

Učebními úlohami nazýváme všechna učební zadání, které užívá každý učitel ve své každodenní práci. Ve výuce plní všestranné funkce a jsou v úzkém vztahu k výukovým cílům, zároveň jsou nejúčinnějším prostředkem k ověřování jejich plnění. Při řešení učebních úloh je hlavní prioritou, aby žáci získávali nové vědomosti a dovednosti, současně opakovali a procvičovali již dříve probrané učivo a všechno postupně uváděli ve vědní systém daného předmětu, který by měl být žákovi přístupný a srozumitelný. (Kalhous, Obst, 2000)

„Učební úlohy by dále měly u žáků rozvíjet schopnost týmové spolupráce, dovednost pracovat s literaturou, volit vhodné metody práce, osvojovat si myšlenkové operace potřebné k řešení problémů a získávat osobní vlastnosti, zvláště cílevědomost, systematickosti, soustředěnost na práci, svědomitost, pomoc jednoho druhému atd.“
(Kalhous, Obst, 2000, s. 98)

1. 1. 1 Definice učebních úloh ve vyučování

D. Holoušová (In Kalhous, Obst, 2000) definuje učební úlohy jako širokou škálu všech učebních zadání, a to od nejjednodušších úkolů, vyžadující pouhou pamětní reprodukci poznatků, až po složité úkoly, které vyžadují tvořivé myšlení. Učební úlohy by měly být podřízené výukovému cíli, dále z něho vycházet a v závěru probraného tématu by měly hrát jednu z hlavních úloh zpětnovazebních prostředků, prostřednictvím nichž si učitel i žáci ověřují splnění příslušného výukového cíle.

Učební úlohy hrají velkou roli ve výuce:

- a) Měly by prostupovat celým vyučovacím procesem, neměly by být zařazované jen na začátek a konec vyučovací hodiny nebo tématického celku, ale měly by být použité i ve výkladové části vyučování. Má funkci vzdělávací a formativní.
- b) Ve vyučovacím procesu nesmí hrát autonomní roli, jsou pouze jednou z jeho složek, mají instrumentální charakter.
- c) Neměly by být podávány samostatně, ale v celých systémech, pokaždé se vzrůstající náročností, neměly by být monotónní, ale měly by vyvolávat celou řadu různých poznávacích aktivit.
- d) Při tvoření učebních úloh můžeme improvizovat, ale nikdy by neměly být vytvářené bezděčně. Sbírky učebních úloh by měly být dostatečně velké a otevřené, aby je učitel mohl přizpůsobit konkrétní či nepředpokládané situaci ve výuce.
- e) Pro tvoření učebních úloh je základní podmínkou správné a konkrétní určení výukových cílů, proto by, vzhledem k nim, měly být učební úlohy přesně projektované, aby v daných podmínkách účinně pomohly provést stanovené výukové cíle.
- f) Při tvoření učebních úloh se projevuje profesionalita učitele. Měl by se v rámci pregraduální i postgraduální přípravy v těchto dovednostech stále a záměrně zdokonalovat. (Kalhous, Obst, 2000)

1. 1. 2 Třídění učebních úloh

Podle D. Tollingerové (In Kalhous, Obst, 2000) se učební úlohy dělí na:

A) Úlohy, které vyžadují pamětní reprodukci poznatků.

Patří sem učební úlohy, které od žáka požadují pamětní operace, a to pamětné vyhledávání a vybavování, reprodukce vybavených faktů nebo jejich celků, tabulek apod. Nejčastěji převažují formulace typu: Jak zní? Definuj! Zopakujte! Co platí? atd.

B) Úlohy, které vyžadují jednoduché myšlenkové operace s poznatky.

Do této kategorie zařazujeme úlohy, u kterých je při řešení nutné použít jednoduché myšlenkové operace – analýzu, syntézu, komparaci apod. Zde převažují formulace: Uveď postup! Změřte! Vyjmenuj druhy ...! Porovnejte! Proč? atd.

C) Úlohy, které vyžadují složité myšlenkové operace s poznatky.

Zde jsou nutné náročné myšlenkové operace – indukce, dedukce, transformace,... Jejich slovní formulace začínají obvykle slovy: Vysvětli význam! Zdůvodni, proč je to dobré! Ověřte správnost! atd.

D) Úlohy, které vyžadují sdělení poznatků.

Do této kategorie patří úlohy, které ke svému vyřešení, kromě myšlenkových operací, potřebují i písemnou výpověď o nich. Kromě výsledku svého řešení, žák objasňuje i průběh, podmínky nebo fáze řešení. Formulujeme: Vypracujte přehled, referát, nakreslete schéma apod.

E) Úlohy, které vyžadují tvořivé myšlení.

Zde je nutný tvořivý přístup a tvořivé řešení na základě znalostí předešlých operací, předpokládá se schopnost tyto operace kombinovat do rozsáhlejších celků a dospívat k subjektivitě, případně i objektivitě novým závěrům. Používají se zde formulace: Vymysli praktický příklad! Navrhněte nové řešení! apod.

1. 1. 3 Posouzení a projektování souborů učebních úloh

Pro posuzování a záměrné projektování souborů učebních úloh je možné stanovit poznávací náročnost jednotlivých úloh, který se vymezuje tříděním, úlohy se zařazují pod jednotlivé kategorie; pestrost souboru úloh, ten má zabránit návykovému řešení, jednotvárnosti úloh a zajistit dostatečnou otevřenost souboru, aby mohl učitel volit různé typy úloh podle úrovně třídy nebo schopností žáků; poznávací (operační) hodnotu souboru, je daná podle toho, do které kategorie třídění patří převládající většina úloh

a poslední kritériem je didaktická hodnota souboru, kterou určíme díky porovnání poznávací hodnoty souboru s didaktickým cílem, který má soubor splnit. Libovolný soubor úloh můžeme, podle uvedených kritérií, hodnotit bez ohledu na obsah učiva, ale pro záměrné projektování souborů učebních úloh je potřeba opačného postupu, kdy si určíme nejprve didaktický cíl souboru, podle výukového cíle a daných podmínek vyučovacího procesu a sestavíme podle všech kritérií jeho obecné schéma a až do tohoto schématu zpracujeme a zařadíme vhodné učební úlohy. Při tvoření učebních úloh by měl učitel respektovat určité pravidla např. musí být vytvořen tak, aby obsahoval učební úlohy, které utváří vědomosti žáků, rozvíjí jejich kognitivní procesy a zároveň na ně působí výchovným aspektem; učební úlohy musí zahrnovat správný poměr faktů, zobecnění a emocionální působnosti; soubor učebních úloh musí být vytvořený tak, aby obsahoval i učební úlohy, které vyžadují dostatečně složitou myšlenkovou činnost. Řešení má být přiměřené, ale musí vyžadovat, aby žák vynaložil značné mentální úsilí; úlohy v souboru učebních úloh musí být vhodné pro osvojení nového učiva, pro domácí přípravu a také i pro zkoušení atd. (Kalhous, Obst, 2000)

1. 2 Matematické učební úlohy

Nejprve si objasníme pojem úloha. Ta ve vyučování matematice vystupuje ve dvou významech:

1. Úloha jako obecné označení pro určení neznámých složek problémové situace.
2. Úloha jako zadání, v problémové situaci dosud typově neřešené, kde nám k vyřešení postačí známé poznatky a známý aparát situace. Význam této úlohy dále pobízí řešitele k činnosti a směřuje k dosažení stanoveného cíle. (Květoň, 1982)

Je zaměřená na tři aspekty učení:

1. aspekt učení obsahový – žák objevuje nové matematické poznatky, opakuje matematické učivo nebo prověřuje jeho zvládnutí.
2. aspekt učení operační - zde se zaměřujeme na učební a poznávací činnosti a operace žáka.
3. aspekt učení motivační – potřeby a zájmy žáka.

Strukturu matematické úlohy tvoří tři základní elementy, a to předmětná komponenta, jedná se o množinu objektů, o kterých je v úloze řeč a vztahy mezi těmito objekty; požadavek na řešení úlohy, tj. pokyn k řešení úlohy nebo otázku úlohy; operátor, což je souhrn operací, které je nutné uskutečnit tak, aby byly v souladu s podmínkami úlohy, aby byl splněn požadavek úlohy. (Novák, Stopenová, 1993)

Dále je potřeba rozlišovat pojmy problém, cvičení a příklad. U problému se předpokládá maximální podíl řešitelovi tvořivosti a vynalézavosti. Cvičení, je úloha sloužící k procvičování již probraných stereotypů, algoritmů, vzorců apod. A příkladem rozumíme text úlohy, který je doplněn jedním nebo více řešeními, případně ilustrující příklad – pro tento případ je charakteristické, že žák má malý podíl na účasti na jeho řešení. (Květoň, 1982)

V každé matematické úloze je potřeba rozlišovat složitost matematické úlohy, rozumíme tím její objektivní vlastnost a obtížnost matematické úlohy, která vyjadřuje vztah mezi úlohou a jejím řešitelem. Stejná úloha, kterou bychom dali dětem k vyřešení, může být pro některé jedince velmi obtížná, ale jiným se může zdát lehká, proto pojem obtížnost úlohy má čistě pragmatický charakter. „*Vztah mezi obtížností a složitostí úlohy je možné zhruba, a pochopitelně nepřesně (pokud ani jeden z těchto pojmů není definován), vyjádřit následujícím způsobem: obtížnost dané úlohy (pro jisté žáky) je rovna složitosti této úlohy bez složitosti, těmito žáky, již dříve řešených úloh – složek.*“ (Květoň, 1982, s. 213)

Úloha má v jednotlivých fázích vyučovacího procesu různé cíle. Slouží k motivaci nového učiva – motivační úlohy, k ilustraci výkladu učiva – ilustrační úlohy, dále k získání nových poznatků – poznávací a rozvíjející úlohy, k procvičení učiva a upevnění získaných poznatků – cvičení a k prověřování zvládnutí učiva při zkoušení. (Květoň, 1982)

- motivační úlohy

Zařazujeme ji ve vyučování před výkladem nového učiva nebo na začátku tématického celku. Díky těmto úlohám usilujeme, abychom u žáků vzbudili zájem o následující výklad nebo o činnost, která bude následovat

- expoziční úlohy

Výklad nového učiva, objasnění nového pojmu či vytváření nové matematické dovednosti, umožňuje názorně vysvětlit podstatu vytvářeného pojmu, vytvořit představy o jeho obsahu a rozsahu, zařadit nový pojem do didaktického systému učiva a ilustrovat prostředek vyjádření dílčích kroků vytvářené dovednosti. Obsah i námět matematické úlohy, které jsou užité při vysvětlování nového učiva, musí být reálné, přiměřené, musí také být jasně formulované, srozumitelné a odpovídat skutečnosti. (Novák, Stopenová, 1993)

- procvičovací úlohy

Tyto úlohy se liší rozsahem matematického aparátu, který je potřebný k řešení úloh. K procvičení nových pojmů a vztahů, které následují po seznámení s novým učivem, je vhodné zvolit co nejjednodušší úlohy, které v ideálním případě, vyžadují k řešení jenom nové učivo. Naopak ke shrnutí učiva z několika vyučovacích hodin, volíme úlohy náročnější, které vyžadují k vyřešení více nově získaných poznatků. (Květoň, 1982)

- diagnostické úlohy

Tato funkce je nezastupitelným prostředkem pro kontrolu dosaženého stavu vědomostí, dovedností a vlastností osobnosti žáka, dále je také nástrojem pro zjištění výsledků učení při použití různých diagnostických metod. (Novák, Stopenová, 1993)

1. 3 Tvořivé úlohy

Je specifická situace, která nabádá žáka k jejímu řešení za použití nových, neobvyklých a efektivních metod. S tvořivými úlohami souvisí heuristické vyučování matematiky. Heuristika je univerzální metoda tvůrčího řešení problémů. Jedná se o významný způsob efektivnějšího a modernějšího procesu ve výchově a vzdělávání. Uplatňuje se při objevování, vynalézání, tvoření i specifikování pravidel a postupů.

(Zelina, 1990)

Dle Zeliny (1990) dělíme učení a výuky z hlediska metod:

- a) učení se pomocí pokusu a omylu
- b) učení se pomocí algoritmů
- c) učení se pomocí heuristiky

Tvořivost do svých postupů nejčastěji zařazují již zmíněné heuristické metody, a tím je nejvíce u žáků rozvíjí. Činnosti, které provádíme při tvořivém řešení praktických, poznávacích nebo výzkumných úkolů, jsou předmětem heuristiky. Ve vyučování se také uplatňuje heuristický dialog, kdy učitel vede rozhovor se žáky, což napomáhá objevovat nové poznatky, vztahy a zákony.

1. 4 Problémové úlohy

Jako problémovou úlohu neboli problémem označujeme takovou úlohu, která vytváří problémovou situaci. Zde žáci zjistí, že znalosti a zkušenosti, které se doposud naučili, jim k řešení nestačí a proto musí nalézat svou vlastní cestu k jejich překonání. Musí se ovšem rozpoznat jestli obtíže s úlohou jsou vyvolané právě problémovou situací nebo jsou způsobené nedostatkem znalostí. Tuto skutečnost si musí uvědomit sám žák. Další věc, nad kterou je potřeba se zamyslet, náleží vztahu mezi úlohou a tím, komu je zadána. Ze zkušeností víme, že jedna a táž úloha může být pro žáky jisté třídy problémovou a pro žáky jiné třídy, ať už vyšší nebo nižší třídy být problémovou nemusí, to platí i v jedné třídě, kdy stejná úloha nemusí být problém pro všechny žáky. Předpokladem pro zvládnutí takových úloh je, že žáci musí mít dostatečné znalosti, aby mohli úlohy tohoto typu vůbec řešit. (Květoň, 1986)

Zařazení vhodných problémových úloh do vyučování poskytuje mnoho možností k rozvoji myšlení žáků. Jsou pak schopni uplatňovat tvořivým způsobem získané vědomosti a postupné vedení žáků k jejich samostatnému řešení. Problémová úloha znázorňuje buď teoretickou nebo praktickou obtíž, kterou žáci zdolávají svým vlastním aktivním přístupem, čímž získávají nové zkušenosti i poznatky. Už v počátečním stavu,

kdy se žáci poprvé setkávají s problémovou úlohou, zvyšujeme náročnost na jejich samostatnost při řešení, a to ve 3 stupních:

- učitel stanoví problém, žákům pomáhá najít cestu k jeho vyřešení a žáci problém řeší
- učitel stanoví problém, žáci sami hledají cestu k jeho vyřešení a sami problém řeší
- v poslední fázi žáci sami stanoví problém, hledají cestu k vyřešení a problém řeší (Matoušková, Blažková, Vaňurová, 1992)

„Každou problémovou situaci je nutno analyzovat, zvážit všechny možnosti přístupu k řešení, zdůvodnit jednotlivé postupy řešení problémů. Žáci by měli umět formulovat problém matematicky, umět matematizovat reálnou situaci, a to vyžaduje solidní znalosti matematických pojmů, se kterými žáci pracují.“ (Matoušková, Blažková, Vaňurová, 1992, s. 61)

Pokud chce učitel zařadit problémové úlohy do vyučování, musí si uvědomit, že jsou velmi náročné na čas, proto je vhodné střídání standardních úloh s problémovými, kdy si stanoví cíl rozvíjet schopnosti všech žáků. Díky řešení problémových úloh se zvyšuje pracovní aktivita žáků a zároveň je učí racionálnímu přístupu k řešení matematických úloh. (Matoušková, Blažková, Vaňurová, 1992)

1. 5 Logické úlohy a úlohy z kombinatoriky

Do této kategorie řadíme úlohy na tzv. „zdravý rozum“. Jedná se o typy úloh, které rozvíjí logické myšlení. Dle Hechta a Sklenárikové (1992) se tyto úlohy mohou dělit na:

- školní logika

Př. Každý žák dostal 4 lístky. Na každém z nich je na jedné straně napsané přirozené číslo, na druhé straně je napsané písmeno. Z každého lístku žáci vidí jen jednu jeho stranu. Které lístky musí převrátit, aby zjistili, jestli je pravdivý výrok: Jestliže na jedné straně lístku je párové číslo, tak na druhé straně je samohláska.

Řešení: Žák musí převrátit lístky, na kterých je číslo 2 a písmeno B. Implikace je nepravdivá jen tehdy, kdy předpoklad je splněný a závěr ne. Z toho vyplývá, že lístek s dvojkou se obrátit musí a lístek s písmenem B musí žák také obrátit, aby byl předpoklad splněný.

- logické hlavolamy

Př. V jedné ulici v cizinecké čtvrti stojí vedle sebe pět domků různých barev. V každém z nich žije člověk jiné národnosti, každý pije jiný oblíbený nápoj, každý chová jiné zvíře a v každém z domků je oblíbený jiný sport. O domcích víme:

Angličan bydlí v červeném domku. Španěl chová psa; káva se pije v zeleném domku. Polák pije vodku. Zelený domek stojí vpravo vedle domku bílého (z pohledu pozorovatele domků). Fotbalista pěstuje hlemýžď. Ve žlutém domku bydlí cyklista. Mléko se pije v prostředním domku. V prvním domku bydlí Nor. Nesportovec bydlí vedle domku, v němž je chovaná liška. Domek cyklisty sousedí s domkem, v němž je chovaný kůň. Zápasník pije pomerančovou šťávu. Japonec je hokejista. Nor bydlí vedle modrého domku. V jednom domku se pije voda. V jednom domku je chována zebra. Otázka zní: Kdo chová zebra a kdo pije vodu?

Řešení: Je nutné, které domky stojí vedle sebe a doplňovat další údaje, kdy vyjde, že vodu pije Nor a zebra chová Japonec.

Tato úloha je velmi obtížná. Ve třídě by měla být vyvrcholením řešení sady úloh podobných.

- algebrogramy

Jedná se o úlohy různé obtížnosti. Zjednodušeně tyto úlohy nazýváme rébusy. Řešení se zakládá v doplňování čísel od 0 po 9 namísto písmen v naznačené číselné operaci tak, aby byl správný výsledek zapsaných početních úkonů.

Př. $LIK \times LIK = BUBLIK$. Když různá písmena znamenají různé číslice a stejná písmena stejné číslice, jaký je výsledek?

Řešení: $376 \times 376 = 141376$

- extrémní úlohy o množinách
- různé

Kombinatorika se zabývá studiem konečných množin; uplatnění nachází v řadě dalších odvětví matematiky, jako je algebra, teorie čísel, teorie her aj. Úlohy z kombinatoriky jsou většinou slovní úlohy, jež se řeší postupnou matematizací, někdy se může stát, že tato matematizace zůstane nedokončená čili pouze naznačená.

Nejčastější chyby při řešení kombinatorických úloh je, že řešitelé se snaží vyřešit úlohu tak, že rovnou začnou používat vzorce a zapomenou na důkladnou matematizační úvahu. (Odvárko a spol., 1990)

Př. Turnaje košíkové se zúčastnilo 6 družstev. Kolik zápasů bylo celkem odehráno, jestliže hrálo každé družstvo s každým?

2. Typologie matematických úloh

Při rozboru matematických úloh na 1.stupni ZŠ zjistíme řadu údajů, které popisují úlohy z různých stránek a umožňují volit různá kritéria pro třídění úloh, jimiž mohou být matematický obsah, způsob jazykového vyjádření, kognitivní náročnost, charakter požadavků na řešení nebo povaha objektů, které v úloze vystupují. (Novák, Stopenová, 1993)

1. Matematický obsah úlohy (odborně předmětové kritérium)

Tato analýza úlohy umožňuje odpověď na otázku, které matematické jevy, vědomosti, poznatky, dovednosti jsou obsahem úlohy. Úlohy členíme v různých rovinách, a to:

Matematické úlohy

- aritmetické – konstanty, symboly relací a operací.
- geometrické – žáci si osvojují matematické dovednosti a vědomosti.
- algebraické – zadány v matematickém jazyce; v jejich zadání se objevují proměnné.

Algebraické úlohy

- na sčítání
- na odčítání
- na násobení
- na porovnávání čísel

Úlohy na sčítání

- pamětné
- písemné (dle algoritmu)

Úlohy na pamětné sčítání

- bez přechodu přes desítku

- s přechodem přes desítku (Novák, Stopenová, 1993)

2. Kognitivní náročnost (operační náročnost)

Náročnost na myšlenkové operace řešitele potřebné při řešení, je důležitým kritériem tohoto třídění matematických úloh; jejím zjednodušením, tzv. taxonomie učebních úloh, je možné pro potřebu didaktiky matematiky rozlišit:

1. Úlohy, které vyžadují pamětní reprodukci matematických poznatků - pravidel, definic, vět apod. Nejčastější formulace vět: Jak se nazývá? Definujte! Co je to?

Př. Jaké pravidlo platí při krácení zlomků?

2. Úlohy, které vyžadují, aby byly provedené jednoduché myšlenkové operace s matematickými poznatky – jednoduché výpočty, porovnávání, zjištění matematických faktů, vyjmenování a popis faktů, rozlišování a třídění, syntéza a analýza, zjišťování vztahů mezi fakty, abstrakce, konkretizace, zobecnění. Nejčastější formulace vět: Zjistěte...! Popište...! Porovnejte...! Proč? Jakým způsobem?

Př. Narýsuj úsečky o velikosti $|AB| = 70 \text{ mm}$, $|CD| = 50 \text{ mm}$, $|EF| = 6 \text{ cm}$, $|GH| = 9 \text{ cm}$ a zjisti, jestli je některá z nich grafickým součtem narýsovaných úseček?

3. Úlohy, které vyžadují složitější myšlenkové operace s matematickými poznatky – transformace, indukce, dedukce, interpretace a zdůvodnění, verifikace a dokazování. Nejčastější formulace vět: Určete! Vysvětlete! Jak rozumíte...? Dokažte! Ověřte!

Př. Ověř, jestli platí: Součet dvou libovolných stran trojúhelníka je větší než strana třetí.

4. Úlohy, které vyžadují tvořivé myšlení – řešení problémových situací, kladení otázek a formulace úloh žáky, objevování na základě vlastního pozorování a vlastních úvah žáka. Nejčastější formulace vět: Vymysli praktický příklad! Sestavte úlohu! (Novák, Stopenová, 1993)

Př. V koši je 8 červených a 8 černých ponožek, kolik ponožek musím nejméně vytáhnout, abych vytáhl alespoň jeden pár ponožek?

Toto třídění matematických úloh může být využité učitelem ve školní praxi dvěma způsoby, a to:

- určit operační kvalitu a tím i myšlenkovou náročnost úloh v učebnici, v domácím cvičení aj. A při zadání úloh rozlišovat dle úrovně myšlení a schopností žáků
- tvořit matematické úlohy požadované náročnosti a jejich soubory podle didaktického systému (Novák, Stopenová, 1993)

3. Způsob jazykového vyjádření

Díky jazykové podobě matematické úlohy lze rozlišit dvě kategorie úloh:

1. Věta formulovaná větou rozkazovací má úloha formu pokynu.

Př. Vypočítej dvojnásobek čísla 12 a odečti číslo 7. Zapiš pomocí závorek.

2. Věta formulovaná větou tázací má úloha formu dotazu.

Př. Karel nakoupil čokolády za 65Kč a lízátko za 21Kč. Kolik Kč zaplatil celkem?

Takto se odlišují jazykové prostředky, pomocí nichž se žák (řešící subjekt) aktivizuje, zapojuje se soustava činností vedoucích k řešení úlohy. Tzv. spouštěcí funkcí je jen část jazykové formy úlohy - akční slovo. Nejčastěji to je sloveso v imperativu - vypočítejte, určete, sestrojte, ... nebo také tázací částice, zájmeno, příslovce či číslovka - proč, kolik, jak vypočítáme, pro které, ... (Novák, Stopenová, 1993)

4. Charakter požadavků na řešení

Vymezujeme tři typy matematických úloh:

1. Existenční úlohy

V takových úlohách se většinou rozhoduje o tom, jestli množina objektů s určitou vlastností, je prázdná nebo neprázdná.

Př. Má rovnice $5x + 4 = 12$ v množině přirozených čísel řešení?

2. Důkazové úlohy

Tyto úlohy řešíme metodami, které mají svůj logický základ.

Př. Dokažte, že součet velikostí vnitřních úhlů v trojúhelníku se rovná úhlu přímému.

3. Určovací úlohy

Jde o úlohy, které požadují nalezení, výpočet, sestrojení apod. všech matematických objektů daného druhu, které mají požadované vlastnosti, obecný význam této úlohy je zapotřebí objevovat procesem abstrakce z jednotlivých případů, které jsou v matematické učebnici zastoupené. Obsahují úlohy jako je řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav, vyšetřování množin bodů a úlohy konstrukční. Patří k nejstarším matematickým úlohám. Při řešení těchto úloh vznikaly nové matematické pojmy, metody, zápisy a algoritmy. (Odvárko a spol., 1990)

Př. Řešte v oboru přirozených čísel nerovnici $5x + 3 < 25$

Vypočítej obsah čtverce o straně délky 4cm.

Mezi všemi třemi typy úloh je úzký vzájemný vztah, např. řešení určovací úlohy je součástí zkouška, jejímž obsahem je důkaz. Základním typem úloh se obvykle pokládá úloha určovací, na kterou je možné převést ostatní typy matematických úloh. (Novák, Stopenová, 1993)

5. Povaha objektů, které v úloze vystupují

V tomto případě hraje důležitou roli struktura matematické úlohy; podle charakteru objektů, o kterých se v úloze jedná (předmětná komponenta), rozlišujeme:

- úlohy čistě matematické – zde vystupují matematické výrazy (čísla, konstanty, proměnné,...), které jsou vyjádřené odpovídající matematickou symbolikou.
- slovní úlohy (praktické, textové, námětové) – zde předmětnou komponentu tvoří reálné objekty z nematematické oblasti, z vlastní zkušenosti, které mnohdy popisují reálnou situaci; úlohy jsou srozumitelné a v přirozeném jazyce. Oproti čistě matematickým úlohám, které jsou vyjádřené matematickou symbolikou, jsou slovní úlohy vyjádřené slovy. Těmi vyjadřujeme vztahy mezi podmínkami úlohy a otázkou úlohy, ve které je obsažen požadavek na řešení. (Novák, Stopenová, 1993)

Matematizace slovních úloh

Jedná se o úlohy, jejichž text není zcela vyjádřený v matematickém jazyce, týká se to jejich daného vyjádření, za kterým se může ukrývat matematický obsah snadno patrný nebo jen mlhavě tušený. K nejúčinnějším prostředkům matematizace slovních úloh patří obecné matematické pojmy - jako je množina, zobrazení, relace, funkce, číslo, bod; složky matematického jazyka - tedy můžeme zařadit proměnné, parametry, rovnice, nerovnice apod.; a složky jazyka logiky např. logické spojky, výroky, výrokové formule apod. Díky uvedeným prostředkům text matematické úlohy zformulujeme tak, aby vystihoval podstatu dané slovní úlohy. (Odvárko a spol., 1990)

Matematické modely situací

Pro výsledky matematizace reálných situací se používá název matematický model reálné situace. Vytvoření matematického modelu situace je výnosné tím, že už hotový model umožňuje řešení mnoha úloh, které se k situaci vztahují. Zdrojem jednotlivých slovních úloh jsou často problémové situace. V rozsahu určité matematické struktury se vytvoří matematický model situace, který má svou třídu nebo množinu matematických objektů, a to čísel, bodů apod. a na něm vymezenou soustavu vztahů či podmnožin, operací aj. Můžeme to nazvat „prostředím“, ve kterém probíhá matematická činnost, jež řešíme matematické úlohy získané matematizací jiných situací. Vytváření vhodného matematického modelu složité situace je dovednost, která je součástí přípravy znalců všech profesí, kteří chtějí matematiku používat k řešení problémů. K tomu je potřeba dobrá znalost příslušné situace. Proto v rámci matematiky se úspěšně řeší slovní úlohy ze situací, které jsou běžně známé z každodenního života. (Odvárko a spol., 1990)

Separované a univerzální modely

„Soustředíme-li své úsilí při studiu problému na určitou jeho stránku, organizujeme své zkušenosti přirozeně tak, abychom ji co nejlépe poznali, vytváříme oddělené pohledy na problém, které vedou k separovaným modelům studovaných jevů.“
(Kuřina, Hejný, 2001, s.106)

Modelem rozumíme metodologickou pomůcku k tomu, abychom se vyznali v situaci. Separované modely jsou reprezentanty obecného pojmu, např. separovaný

model čísla 5 je 5 hrušek, 5 knoflíků, apod. Lidské poznání roste díky tomu, že se obvykle opírá o soubory separovaných modelů pojmu budoucího nebo poznatku. Můžeme u něho studovat čtyři stadia. V prvním stadiu se objevují první konkrétní zkušenosti s modelem. Rozumíme tím zárodek příštího pojmu či poznatku. Druhé stadium obsahuje seznámení se s dalšími separovanými modely pojmy či poznatku. Následující stadium je o poznání vzájemné spojitosti některých modelů, vytváření jejich skupin na základě tušených souvislostí. A v posledním, čtvrtém stadiu, studujeme vytváření komunit separovaných modelů, více či méně uvědomělé poznání jejich podstaty. V poznávacím procesu hraje základní roli vzájemná vazba separovaných modelů následujícího poznatku, bez této vazby nemůže být konstruován univerzální model. Pokud není znalost opřena o žádný separovaný model nebo žádnou konkrétní představu, můžeme říct, že je silně formální. Odstranění tohoto nedostatku se zakládá v dobudování chybějících představ, tj. separovaných a pak i univerzálních modelů. (Kuřina, Hejný, 2001)

Pokud budeme pokládat, že etapa separovaných modelů pojmu či poznatku je etapou hledání, potom etapa univerzálních modelů znamená etapou nalézání výsledků, nalézání společné podstaty separovaných modelů i jejich vzájemných souvislostí. Ve srovnání se separovaným modelem má model univerzální obecnější charakter. Jedná se takový popis situace ve vhodném jazyku umožňující předpovídání. K prvním počítařským poznatkům většinou slouží prsty jako univerzální model.

Univerzální i separované modely se týkají mentálních transformací, které přichází do vědomí žáka postupně a může se stát, že i dlouhodobě. Úroveň separovaných modelů a univerzálních modelů odděluje jakýsi hraniční typ modelu nazývaný vzor, který můžeme použít jako prostředek k řešení úloh i k předpovídání. Nejedná se ale o plnohodnotný univerzální model z důvodu, že nebyl konstruovaný abstrakčním zdvihem ze separovaných modelů. (Kuřina, Hejný, 2001)

3. Slovní úlohy

Slovní úloha je úloha, ve které je souvislost mezi danými a hledanými údaji, vyjádřená slovní formulací. Vhodnými úvahami je nutné zjistit, jaké početní operace je potřeba provést se zadanými údaji, abychom správně odpověděli na otázku slovní úlohy. Ve vyučování matematiky mají tyto úlohy nezastupitelné místo i vzhledem k didaktickému významu:

- při řešení slovních úloh se rozvíjí myšlení, pozornost i představivost žáků
- díky slovním úlohám se lépe objasňují a konkretizují základní matematické pojmy
- řešení slovních úloh také upevňuje početní návyky a uvědomělé používání základních početních operací
- řešení slovních úloh má při vhodném využití významný výchovný význam
- v neposlední řadě řešení slovních úloh chystá žáky naučit se využívat matematiku v praktickém životě (Blažková a spol., 2002)

Cílem slovní úlohy je prohloubit zájem žáka o matematiku a rozvíjet jeho schopnost modelovat reálné situace. (Novotná, 2000)

Typologie slovních úloh dle Novotné:

a) Dělení podle oblasti matematiky

- Slovní matematické úlohy

Nejsou vyjádřené v příslušném symbolickém jazyce kalkulu, hlavní jsou čísla, rovnice apod. Řešitel nejdříve musí přeložit zadání úlohy do příslušného kalkulu. Tyto úlohy se dělí na: slovní aritmetické, slovní algebraické a slovní úlohy s geometrickým obsahem.

- Slovní úlohy s nematematickým obsahem

Jedná se o úlohy s textem, ve kterých se nachází aspoň jeden termín, který nepatří do žádné matematické teorie.

b) Dělení podle kontextu slovní úlohy

Toto dělení nemůžeme považovat za úplné a jednoznačné, vždy závisí na autorovi, jak si je sám vymezí.

- úlohy o pohybu – úlohy, kde jsou vyznačené informace o dráze, době pohybu a rychlosti daného objektu ve vzájemné kombinaci.
- úlohy o společné práci – úlohy, kde vystupují dva a více jedinců, kteří vykonávají společně nebo současně stejnou činnost, ale liší se v době, za kterou danou činnost udělají.
- úlohy o směsích – zde se zjišťuje optimální složení směsí nebo jejich jednotlivých složek.
- úlohy o obsahu – hlavní část tady zaujímá úvaha o obsahu rovinného obrazce, jako je čtverec, obdélník, rovnoběžník, lichoběžník, kruh apod. nebo jeho výpočet. Nepatří sem úlohy na výpočet povrchu těles, protože v takových úlohách se navíc využívá prostorová představivost.
- úlohy o dělení celku na části – v takových úlohách vystupuje celek a jeho části v některých z následujících vztahů:
 - a) zadaný celek vystupuje v zadání úlohy, otázka úlohy směřuje na velikosti jeho částí
 - b) velikosti částí jsou známy z textu úlohy, otázka úlohy směřuje na velikost celku
 - c) velikost celku a některých jeho částí jsou známy z textu úlohy, otázka úlohy směřuje na velikost zbývajících částí
 - d) velikost celku a velikost jeho částí známe z úlohy, otázka úlohy směřuje na počet částí celku (Novotná, 2000)

3. 1 Historie slovních úloh

Už ve starověku se objevovaly první slovní úlohy, tyto úlohy vznikaly z nutnosti řešit problémy reálného života např. vyměřovat pole, vybírat daně apod. Starověké, středověké i novověké úlohy mají bohatou nabídku. (Novotná, 2000)

Příklady některých slovních úloh z historie:

- období starého Egypta

Zde matematické úlohy vznikaly z potřeby provádění výpočtů při stavebních pracích, při vybírání daní, rozdělování majetku, při vyměřování polí nebo výpočtů vodních nádrží a sýpek. Úlohy se třídily podle metod řešení, nikoliv podle témat, kde se řešení podávalo bez jakéhokoliv vysvětlení, maximálně byla provedena zkouška nalezeného výsledku.

Příkladem úlohy ze starého Egypta může být tato: Pastýře, který hnal 70 býků, se zeptali: „Jak velkou část svého početného stáda býků ženeš?“ Odpověděl: „Ženu dvě třetiny z třetiny dobytka.“ Kolik býků bylo v celém stádu?

- Období Mezopotámie

V této době se při řešení úloh využívaly matematické tabulky obsahující druhé mocniny, třetí mocniny a třetí odmocniny z čísel apod. Slovně se zapisovaly úkony sčítání a odčítání.

Příklad úlohy: Má se rozdělit 26;15,45 měr stříbra pěti bratrům tak, aby každý dostal o pětinu více ve srovnání s množstvím stříbra, které obdrží jeho bratr následující za ním podle věku.

- Období Helénistické země a Římského císařství

V tomto období se narodilo mnoho významných osobností, které přispěly k rozvoji matematiky např. Eratosthenes z Kyreny, Archimédés nebo Diofantos z Alexandrie.

Příklad úlohy z tohoto období: Jeden umírající člověk si řekl: „Jestliže se mé ženě narodí syn, ať mu patří dvě třetiny jmění a zbytek ženě. Jestliže se narodí dcera, ať jí patří třetina a ženě dvě třetiny.“ Narodila se dvojčata – syn a dcera. Jak se mají rozdělit o jmění, aby se splnila závěť nebožtíka?

- Období Indie

V tomto období byla objevená matematická díla psaná většinou ve verších a v sanskrtu, což je jazyk posvátných knih brahmánů. Výklad byl bez náčrtků, důkazů

a vzorců, jsou zde formulované algoritmy pro určité operace s čísly, pravidla pro řešení úloh uvádějí vybrané cvičení a vzory, jak se řeší.

Příklad úlohy: Ze čtyř lidí, kteří obětovali v chrámu, druhý dal dvakrát více než první, třetí třikrát více než druhý a čtvrtý čtyřikrát více než třetí, a všichni dohromady dali 132. Kolik dal první?

- Období Číny

Čínští matematikové měli největší úspěch v řešení úloh, které vedou k soustavám n lineárních rovnic s n neznámými, tato jejich metoda se nazývá fang-čcheng. Podobně jako matematické znalosti jiných národů, tak i čínská matematika se nerozvíjela izolovaně, ale díky vzájemné kulturní výměně.

Příklad úlohy: Několik lidí společně kupuje berana. Když každý přispěje pěti penízi, bude chybět 45 penízů do ceny berana. Když každý přispěje sedmi penízi, budou chybět tři peníze. Kolik je lidí a jakou cenu má beran?

- Období Islámských zemí

„Učenci zaměřovali hlavní úsilí k řešení praktických úloh a na jejich základě rozvíjeli i teoretické oblasti matematiky, zejména aritmetiku, teorii čísel, algebru, geometrii a trigonometrii.“ (Konforovič, 1989, s.99)

Příklad úlohy: V sadu utrl první ze skupiny lidí jedno granátové jablko, druhý dvě a každý následující o jedno jablko více. Potom všichni, kdo trhali jablka, si je mezi sebou rozdělili rovným dílem a každý dostal šest granátových jablek. Kolik lidí trhalo jablka?

- Období ze středověké Evropy

Středověká Evropa dala matematice málo. Muselo uběhnout tisíciletí než se díky činností zastánců a propagátorů vědy podařilo zdolat odpor církevních činitelů, kteří měli k matematice nedůvěru.

Příklad úlohy z tohoto období: Pes se žene za králíkem, který je 150 stop před ním. Pes urazí každým skokem devět stop, zatímco králík urazí sedm stop. Kolik skoků musí udělat pes, aby dohonil králíka? (Konforovič, 1989)

3. 2 Jednoduché slovní úlohy

V jednoduché slovní úloze bývá nejčastěji vyjádřená reálná situace se dvěma známými údaji. Řeší se pouze jedním početním výkonem. Důležitá je otázka úlohy, která se zaměřuje na určení neznámého údaje, který je s danými údaji v nějakém vztahu. Tyto úlohy většinou převažují ve vyučování matematiky prvního ročníku základní školy, kde se žáci se slovními úlohami teprve seznamují. (Novák, Stopenová, 1993)

Dle Blažkové (2002) se jednoduché slovní úlohy dělí na:

V této části kapitoly jsem se dělení jednoduchých slovních úloh podle Blažkové (2002) rozhodla doplnit o konkrétní úlohy, které jsem vyhledala v učebnicích matematiky prvního stupně základních škol.

a) úlohy využívající operaci sčítání

- úlohy na určení součtu

Př. Na začátku školního roku měla škola 540 žáků. V průběhu školního roku se přistěhovalo 12 žáků. Kolik žáků měla škola na konci školního roku? (Molnár, Mikulenková, 2007)

- úlohy na zvětšení o daný počet jednotek

Alenka měla 12 panenek. Maminka jí koupila další dvě panenky. Kolik měla Alenka panenek dohromady?

- úlohy charakterizované vztahem „o n-více“

Př. Klárka udělala 28 chlebičků se šunkou. Chlebičků se sýrem udělala o 10 více. Kolik bylo chlebičků se sýrem? (Eichlerová a kol., 2008)

- úlohy charakterizované vztahem „o n-méně“ řešené sčítáním

Př. V obchodě měli 45 ananasů. Bylo to o 10 méně než pomerančů. Kolik bylo celkem pomerančů? (Eichlerová a kol., 2008)

b) úlohy využívající operace odčítání

- úlohy na určení rozdílu

Př. Na drátech sedělo 57 vlaštovek. 30 vlaštovek odletělo. Kolik vlaštovek zůstalo sedět na drátech? (Eichlerová a kol., 2008)

- úlohy na zmenšení o daný počet jednotek

Př. Dědeček vypěstoval 34 kg červené řepy. Dal nám 8 kg červené řepy. Kolik kg mu zůstalo? (Rosecká a kol., 2007)

- úlohy na porovnávání vztahem o několik méně

Př. V lesní oboře žilo 35 kusů srnčí zvěře. Muflonů tam bylo o 7 méně. Kolik muflonů žilo v lesní oboře? (Eichlerová kol., 2008)

- úlohy charakterizované vztahem „o několik více“ řešené odčítáním

Př. V lesní školce mají 490 semenáčků smrčků. Je to o 100 více než mají semenáčků borovice. Kolik je semenáčků borovice? (Molnár, Mikulenkova, 2007)

- úlohy na porovnávání rozdílem

Př. Višňových bonbonů je 25, oříškových bonbonů je 16. O kolik méně je oříškových bonbonů než višňových? (Kotyra, Sivošová, 2004)

c) úlohy využívající operaci násobení

- úlohy na určení součinu

Př. Maminka koupila 9 koláčů. Jeden koláč stál 3 Kč. Kolik za ně maminka celkem zaplatila? (Eichlerová a kol., 2008)

- úlohy charakterizované vztahem n-krát více

Př. Dvě veverky šli na šišky. První veverka nasbírala 3 šišky, druhá veverka nasbírala 3krát více šišek než první. Kolik šišek nasbírala druhá veverka? (Rosecká a kol., 2007)

- úlohy charakterizované vztahem n -krát méně řešené násobením

Př. Adam se za den naučil 10 anglických slovíček, to je 3krát méně slovíček, než se naučil Pavel za den. Kolik slovíček se za den naučil Pavel? (Molnár, Mikulenková, 2007)

d) úlohy využívající operace dělení

- úlohy na rozdělování na stejné části

Př. Karolínka přinesla ze zahrady 24 sněženek. Doma je rozdělila stejným dílem do 3 váziček. Kolik sněženek bylo v každé váze? (Eichlerová a kol., 2008)

- úlohy na dělení podle obsahu

Př. Klárka rozdala 18 sešitů tak, že každému žáku dala 3 sešity. Kolika dětem dala sešity? (Eichlerová a kol., 2008)

- úlohy charakterizované vztahem n -krát méně

Př. Dědeček vypěstoval 12 tulipánů. Babička vypěstovala 2krát méně tulipánů než dědeček. Kolik tulipánů vypěstovala babička? (Rosecká a kol., 2007)

- úlohy charakterizované vztahem n -krát více řešené dělením

Př. V sadu vysadili 25 jabloní, což bylo 5krát více než švestek. Kolik vysadili v sadu švestek? (Molnár, Mikulenková, 2007)

- úlohy na porovnávání podílem (Blažková a spol., 2002)

Př. Eva dostala k narozeninám 8 čokolád a 2 bonboniéry. Kolikrát má více čokolád než bonboniér? (Kotyra, Sivošová, 2004)

Jednoduché slovní úlohy rozlišujeme přímé a nepřímé.

V přímých slovních úlohách formulace zadání souhlasí s početním výkonem, kterým se úloha řeší např. formulace „o 3 méně“ vede na odčítání, „třikrát méně“ vede na dělení.

Př. Martin měl 6 autíček, Adam jich měl třikrát více než Martin. Kolik autíček měl Adam? - úloha se řeší násobením, formulace třikrát více vede k násobení.

V nepřímých slovních úlohách se řeší opačným početním výkonem, než naznačuje formulace zadání, texty nepřímých slovních úloh žáky většinou nabádají k použití nesprávného početního výkonu. Nepřímé úlohy dělají žákům mnohem větší potíže než úlohy přímé.

Př. Martin má 18 autíček, to je třikrát více než kolik má autíček Adam. Kolik má Adam autíček? - úloha se řeší dělením – formulace třikrát více vede k násobení. (Novák, Stopenová, 1993)

Důležité je, aby žáci správně určili úlohy na porovnávání rozdílem a na porovnávání podílem, tyto záměny, které způsobí i nesprávné řešení úlohy, patří k nejčastějším chybám žáků na 1. stupni ZŠ. Jedna z důležitých matematických dovedností žáků na 1. stupni ZŠ je, že žáci umí sami formulovat jednoduché slovní úlohy; hlavně v 1. ročníku žáci samostatně sestavují úlohy většinou díky obrázkům v pracovním sešitě, což má vazbu i s českým jazykem. (Novák, Stopenová, 1993)

A v poslední řadě se ve vyučování matematiky objevují slovní úlohy s nadbytečnými nebo chybějícími údaji, proto je jejich zadání potřeba pozorně rozebrat. Tyto úlohy se využívají pro rozvíjení úsudků žáků. Novák, Stopenová (1993) uvádí příklad takové úlohy: Kolik zaplatíme za oplocení zahrady, stojí-li jeden metr pletiva 80Kč?

3. 3 Složené slovní úlohy

Složené slovní úlohy jsou velmi různé, ale obvyklé, protože se tematika týká konkrétních reálných situací. V nesčetném množství slovních úloh můžeme sledovat některé shodné znaky a podle charakteru těchto znaků je dál můžeme zařazovat do různých skupin; společným znakem je například způsob řešení úlohy např. úlohy na porovnávání, určení zlomku z daného čísla atd. nebo téma slovní úlohy např. úlohy o pohybu, o množství atd. (Blažková a spol., 2002)

K řešení složené slovní úlohy je potřeba alespoň dvou početních výkonů, které nemusí být různé, kde každý početní výkon řeší jednu jednoduchou úlohu, můžeme tedy říct, že složenou slovní úlohu lze rozdělit na několik jednoduchých slovních úloh. Už bylo jednou zmíněné, že složené slovní úlohy jsou velmi rozmanité, jak počtem jednotlivých jednoduchých slovních úloh, tak jejich typem, proto je nemožné zařadit tyto úlohy do konkrétní typologie. (Novák, Stopenová, 1993)

Složené úlohy, které se řeší jenom dvěma početními výkony, jsou poměrně přehledné a nejsou příliš složité i když pro žáka 1.stupně základní školy se mohou zdát obtížné.

Př. V autobuse jelo 9 dětí a 25 dospělých. Na zastávce vystoupili 3 lidé a nikdo nenastoupil. Kolik osob pokračovalo v jízdě v autobuse?

$$(a + b) - c$$

Složené slovní úlohy, které vyžadují ke svému řešení tři nebo více početních výkonů, mají složitější strukturu, dílčí úlohy na sebe významově navazují a jsou vzájemně propojené, proto je důležité vést žáky k dovednosti řešit slovní úlohy určitého typu a volit uvážlivě postup řešení. (Novák, Stopenová, 1993)

Př. Martinův tatínek je 24let mladší než Martinova babička, které je 57let. Kolik let je Martinovi, když je třikrát mladší než tatínek?

3. 4 Požadavky kladené na slovní úlohy

Slovní úlohy mají ve vyučování matematice nezastupitelné místo a velký význam, a proto se na slovní úlohy a jejich řešení kladou tyto požadavky:

- Slovní úlohy se musí do vyučování zařazovat soustavně, ve všech tématech a ve všech fázích vyučovacího procesu.
- Je důležité, aby slovní úlohy tvořily systém, ve kterém se přihlíží k jejich obtížnosti, přiměřenosti věku, souladu s dalšími předměty, k řešení úlohy potřebnému matematickému aparátu. Musí se také vzít zřetel na námět úlohy a k možnostem jeho výchovného využití.
- Je nutné, aby obsah i námět slovní úlohy byl reálný, podmínky úlohy se musí pohybovat v reálných mezích.
- Snadno zjistitelné údaje nebo údaje, které jsou známe, mohou být v zadání úlohy vynechané. Nebo naopak se ve slovních úlohách mohou vyskytnout údaje, které jsou zbytečné.
- Po zkoušce správnosti řešení vždy musí následovat odpověď k úloze, nestačí jen podtrhnout výsledek numerického výpočtu. Zároveň už v rozboru uvažujeme o jednotkách, ve kterých počítáme a které se uvedou v odpovědi.
- Slovní úlohy musí být vždy srozumitelné a přesně formulované. (Květoň, 1982)

.

4. Řešení slovních úloh v matematice

Se slovními úlohami a jejich řešením se žáci setkávají už od 1. ročníku základní školy, i proto, že vyučování matematiky klade důraz na logické osvojování učiva a zároveň na schopnost uvědomělého využívání učiva při řešení situací reálného života. Hlavní zásadou pro řešení slovních úloh je vytvoření matematického modelu dané situace vyjádřené textem úlohy. S tím souvisí matematizace reálné situace, což znamená přechod od reálné situace k příslušnému matematickému modelu, tj. vyjádření vztahů mezi zadanými údaji a hledaným výsledkem v matematickém jazyce. Po vyřešení získané matematické úlohy dostaneme výsledek, který se musí srovnávat se zadáním slovní úlohy. (Blažková a spol., 2002)

Vzhledem ke svému významu mají slovní úlohy nezastupitelné místo ve vyučování matematice. Jejich řešením se rozvíjí myšlení, pozornost a představivost žáků, při vhodném využití může mít významný výchovný dosah a také tím žáky připravujeme na využívání matematiky v praktickém životě. Když žáci řeší slovní úlohy, upevňují si jak početní návyky, ale zároveň uvědoměle používají základní početní operace. V hodinách matematiky se hojně využívají učebnice, sbírky úloh nebo pracovní sešity, ve kterých nalezneme mnoho příkladů pro řešení slovních úloh; náměty úloh by měly být blízké dětem, pestré a srozumitelné. (Matoušková a spol., 1993)

Učit žáky řešit slovní úlohy je dlouhodobý proces, který hned od 1. stupně prochází postupným vývojem. V prvním ročníku ZŠ se žáci více než vyřešení úlohy, učí nácvik matematizace a pochopení grafického znázornění tzn., že daná situace se nejdříve vymodeluje, potom znázorní a nakonec jako výsledek těchto činností se nakreslí diagram; doplňování čísel do diagramů by mělo být poslední etapou tohoto nácviku. Tento postup by se měl dodržovat, aby žáci neulpívali na formální stránce věci bez zřetele k vnitřnímu obsahu. Zároveň se musí respektovat individualita žáků. Pokud je žák schopen řešit úlohu přímo, není třeba vyžadovat grafické znázornění. Dalším důležitým bodem při řešení slovních úloh, je přechod řešení jednoduchých úloh k úlohám složeným, kde se musí

zdůraznit rozdíly mezi oběma těmito druhy. Složené slovní úlohy vyžadují provést rozbor a grafické znázornění. (Matoušková a spol., 1993)

Vyučování matematiky obsahuje i učení, jak používat matematický aparát na řešení různých úloh, které vznikají uvnitř i venku matematiky, proto pod výukou řešení úloh se musí rozumět:

- učit žáky převádět nematematické úlohy na matematické
- učit žáky řešit matematické úlohy

Pokud se odtrhne teorie od praxe, projeví se tím, že pod praxí se často rozumí řešení „cvičných“ úloh, které jsou už zformulované díky matematickým pojmům, jež se v praktickém životě nevyskytují; výsledkem takového vyučování je, že i když žáci získávají určité návyky k řešení i složitých matematických úloh, před jednoduchou úlohou z nematematické oblasti jsou bezradní, protože ji nesvedou převést na matematickou. Ve sbírkách úloh se vyskytuje nedostatečný počet úloh, které jsou zformulované v nematematickém tvaru a pokud se najde výjimka a takové úlohy ve standardních sbírkách objevíme, jsou zastaralé, bohužel i těchto pár úloh se řeší velmi málo. (Květoň, 1982)

Hlavní zásadou pro řešení slovních úloh je: *„Žádnou slovní úlohu nelze řešit, pokud nebyla jasně formulovaná jako matematická úloha.“* (Květoň, 1982)

Poslední podstatnou věcí k řešení slovních úloh, jsou samozřejmě potřebné i naše vědomosti. Podle míry talentu a vůle pro vyřešení úlohy předvede žák vlastní větší nebo menší objev neboli krok vpřed. Velká část studentů umí vyřešit jen ty úlohy, které viděli již dříve vypočítané, proto k úspěšnému řešení úlohy potřebují mít hodně vědomostí. Jsou ale tací, kteří na základě i poměrně málo vědomostí úlohy vyřeší, systém jejich vědomostí je živá a stále se rozvíjející struktura. (Hecht, Sklenáriková, 1992)

4. 1 Postup řešení slovních úloh

Před sestavením slovní úlohy na matematickou, je potřeba si objasnit reálnou podstatu problému tzn., že se žákům připomenou některé přírodovědné či technické poznatky potřebné k pochopení textu úlohy. Poté je potřeba si určit neznámý matematický objekt a další pomocné neznámé objekty; vycházíme z otázky úlohy. Potom postupujeme tak, že si stanovíme podmínky vyslovené v textu úlohy; vedeme žáky, aby si objekty, o kterých je v úloze řeč, znázorňovali konkrétními předměty, samozřejmě přiměřeně svému věku a své vyspělosti tzn. konstrukce modelu situace. (Květoň, 1982)

K úspěšnému a správnému vyřešení slovní úlohy je vhodné si podrobně rozpracovat základní fáze zvoleného postupu. Rozdělení základních fází při postupu řešení slovních úloh dle Blažkové (2002):

1. porozumění textu
2. rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy
3. matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy
4. provedení odhadu výsledku
5. řešení matematické úlohy
6. zkouška správnosti
7. odpověď na otázku slovní úlohy

1. Porozumění textu

Tvoří základ úspěchu při řešení slovní úlohy; z tohoto důvodu je potřeba vést žáky k tomu, aby text úlohy četli tolikrát, až jí budou úplně rozumět. Za kritérium porozumění můžeme považovat to, že žáci jsou schopni vlastními slovy úlohu vysvětlit. Průměrně žákům stačí přečíst slovní úlohu dvakrát, prvním čtením získají představu o tom, co je podstatou úlohy, následným opětovným přečtením jsou schopni si z úlohy vypsát dané hodnoty veličin. (Pejsar, 1990)

Důležitou fází je, aby se žáci důkladně orientovali v textu zadání, pro žáky je složité sledovat text úlohy, pokud je velmi dlouhý nebo nerozumí pojmům, které

se ve slovní úloze vyskytují. Zásadní roli hraje i zápis číselných údajů ve slovní úloze např. 2 čokolády, dvě čokolády. Další problém jsou nepotřebné údaje, které se někdy v zadání vyskytují, žáci s tím mají obtíže při řešení úloh. Nejběžnější prostředek k pochopení slovní úlohy je stručný zápis zadání. (Blažková a spol., 2002)

2. Rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy

Této fázi je potřebné věnovat velkou pozornost. Je nutné sledovat zadané podmínky vztahující se k otázce, tj., které údaje jsou zadané a které se musí vypočítat. Pokud toto žák správně pochopí, zvolí i správné početní operace potřebné v řešení úlohy. Naopak nesprávný rozbor vede k tomu, že žák volí operace náhodně, jen hádá a tím pracuje beze smyslu. Sám učitel může žákům pomoci tím, že je učí klást si vhodné otázky, které jim usnadňují tzv. uchopení úlohy, protože někteří jedinci se potřebují opřít o předešlou zkušenost v řešení úloh určitého typu např. „Už jsme někdy řešili podobnou úlohu?“ Ke správnému pochopení úlohy napomáhá i to, že žák umí vlastními slovy vyjádřit zadání úlohy. Zadání úlohy lze znázornit i na konkrétním modelu nebo grafickým znázorněním, které je důležitou součástí rozboru. Znázorňovat se může pomocí konkrétních objektů jako jsou kroužky, kuličky, dále pak pomocí obdélníků, úseček, tabulky, množinového diagramu atd. Žáci by si měli vybrat a používat ten způsob, který jim nejvíc vyhovuje. Velkou roli hraje toto znázornění u úloh složených. Napomáhá žákům najít správné řešení, neboť postup řešení může vyčíst přímo z obrázku. Aby se žák vyvaroval chyb je podstatné mít na paměti, že grafické znázornění musí být funkční, rozmanité a mělo by vyhovovat mentalitě žáků a jejich matematické vyspělosti. (Blažková a spol., 2002)

Už tuto fázi považují žáci za problémovou - stanovení neznámých, proto je dobré žáky nasměrovat k otázce úlohy, ovšem někdy musíme žáky upozornit na to, že neznámá se může skrývat i v podmínkách úlohy. (Pejsar, 1990)

3. Matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy

Jak už jsem dříve uvedla, matematizace reálné situace znamená vyjádření vztahů mezi zadanými údaji a hledaným výsledkem v matematickém jazyce. Nutností je vhodné označení neznámých údajů a uvažovat nad každým údajem v textu a o jeho zápisu.

Hlavní podstatou je najít vztahy mezi tím, co je dané a tím, co je neznámé; pokud ale tento vztah není možné okamžitě objevit, musí se řešit pomocné úlohy. V závěru této fáze se vypracuje plán řešení. Uplatňujeme zde myšlenkové postupy typu: „Řešili jsme už někdy tuto úlohu nebo jí podobnou? Jaká poučka nebo věta zde platí, která by napomohla řešení? Můžeme úlohu formulovat i jinak? Využili jsme všech uvedených údajů?“ apod.

4. Provedení odhadu výsledku

Odhad výsledku je podstatný pro správné vyřešení některých úloh, tzn. je nutné určit přinejmenším řád čísla, které bude výsledkem řešení. Tímto bychom se měli řídit hlavně, pokud se k výpočtu využívá kalkulátor. Jestliže jsou zadane údaje fyzikální veličinou, určujeme také v jakých jednotkách bude výsledek vyjádřený.

5. Řešení matematické úlohy

Zde se provádí vypracovaný plán řešení, musí se kontrolovat krok po kroku, abychom se přesvědčili, že postup, který jsme si zvolili, je správný.

6. Zkouška správnosti

Pokud jsme v předchozí fázi dosáhli výsledku, v nynější fázi si musíme potvrdit, zda získané řešení je správné; dodržuje se nezbytnost zásady dvou zkoušek při řešení slovní úlohy, tzn. zkoušíme nejen správnost řešení úlohy, ale i celý matematizační postup. Ověřit si, zda jsme úlohu vyřešili správně, se může provést také tak, že se úloha řeší jiným způsobem, pokud ovšem nějaký jiný způsob existuje. Tato fáze se pokládá za důležitý výchovný prvek; vede k výchově ke kritičnosti a také k odpovědnosti za výsledek vlastní práce. (Matoušková a spol., 1993)

K interpretaci výsledku slovní úlohy si žák potřebuje připomenout podmínky, které se k úloze vztahují, proto se může opět vrátit k tomu, aby si znovu přečetl zadání úlohy, kterou řešil a poté provedl zkoušku správnosti. Ověřuje si, jestli výsledek slovní úlohy splňuje všechny podmínky této úlohy. (Pejsar, 1990)

7. Odpověď na otázku slovní úlohy

Konečnou fází je formulace odpovědi na otázku slovní úlohy. Žák sestaví odpověď pomocí formulace otázky úlohy a podmínky úlohy. (Pejsar, 1990)

Při řešení slovních úloh existuje metoda, kterou žáci při řešení slovních úloh hojně využívají. Nazývá se metoda úsudkem. Je založená na kladení si dílčích otázek, které se slovní úlohy týkají. Odpovědi na tyto otázky žáci hledají právě úvahou tj. nehledají rovnou přesný postup řešení jako například při řešení rovnic. Mnohokrát se stane, že odpověď na otázku žáci naleznou v úloze hned, bez toho aniž by dále uvažovali; v takovém případě „zapracovala“ jejich intuice. K pohotovému matematickému uvažování velmi prospívá, když si žáci v logickém sledu uvědomí jednotlivé úsudky, jež vedou k odpovědi a následně je slovně nebo písemně zaznamenali. Je ovšem na každém žákovi, kterou metodu zvolí, protože je potřeba si uvědomit, že každý z nás se narodil s určitými matematickými schopnostmi. Právě tyto schopnosti mnohokrát rozhodují, kterou metodu si zvolí. (Kotyra, Sivošová, 2004)

Příklad slovní úlohy, kterou lze řešit úsudkem, uvádím od Kotyry, Sivošové (2004), a to:

15 lesních dělnic mělo za 3 dny vysadit přidělené množství sazenic stromů. Hned první den ale do práce nepřišly 4 dělnice. Za kolik dní vysadily všechny stromky zbylé dělnice, když vydávaly stejný výkon?

Ze všeho nejdřív by si měl žák dát otázku, jak dlouho by celá práce trvala jedné dělnici. Vypočítají $15 \cdot 3 = 45$. Druhá otázka by měla směřovat jak dlouho bude celá práce trvat 11 dělnicím. Opět vypočítají $45 : 11 = 4,09$. Žákům by mělo vyjít, že práce bude trvat asi 4 dny. Ale úvaha zní: Dokončí dělnice práci hned nebo si ji nechají i na začátek dne pátého?

Dobrou metodologickou pomůckou při řešení slovních úloh je tabulka. Ta slouží jako nástroj k řešení úloh, která stojí na úrovni základní školy. Díky ní si žáci učiní přehled o situaci, evidují dosavadní zkušenosti, zapisují dílčí výsledky apod. Práce s tabulkou je však předběžným cvičením řady dalších matematických pojmů, jako např.

algebraického vyjadřování souvislostí, funkčního myšlení a rovnic. (Kuřina, Hejný, 2001)

Z výchovného hlediska je potřeba úkoly obměňovat či vytvářet úlohy nové, které odpovídají změnám v praxi i nově vzniklé situaci. Aby byla úloha pro žáky zajímavější, je dobré čerpat údaje z místa bydliště, okresu nebo ze situací, které jsou žákům blízké. Tím, že žáci řeší slovní úlohy, učí se poznávat matematickými prostředky různé stránky objektivní skutečnosti; ukazujeme jim jaké schopnosti má lidský rozum. Pro toto je základní podmínka, aby žáci údaje v zadání a řešení úlohy vnímali s porozuměním.

Základního rozdělení procesu řešení úloh je:

- uchopování
- stanovování strategie
- realizace strategie
- interpretace výsledků

Podobné rozdělení procesu řešení úloh do etap zavedla J. Novotná:

- Etapa uchopování

Tato etapa obsahuje uchopování všech objektů a vztahů a identifikaci těch, které se týkají řešené situace, a vyloučení těch, které jsou navíc. Dále hledá a nalézá všechny vztahy týkající se řešitelského procesu; hledá a nalézá sjednocující pohled a získává celkový vzhled do struktury problému.

- Etapa transformace odhalených vztahů do matematického jazyka a následné vyřešení odpovídajícího matematického problému.
- Etapa, kdy se vracíme do kontextu zadání úlohy

Celý tento proces nemusí probíhat lineárně, někdy se řešitel může vracet k některým etapám nebo některou etapu může přeskočit. (Novotná, 2000)

Jiné rozdělení procesu řešení slovních úloh uvádí Odvárko (1990), ten tento proces roztřídil na:

- matematizace situace
- řešení matematické úlohy

- návrat do kontextu zadání

Samozřejmě toto rozdělení se týká úloh s textem, ve kterém se nachází alespoň jeden termín, který nepatří do jazyka žádné matematické teorie. *„Každá slovní matematická úloha se nachází v rámci matematiky a transformuje se na jinou matematickou úlohu, přitom se překonává jen jazyková bariéra uvnitř matematiky.“* (Odvárko a spol., 1990, s. 216)

Všechny slovní úlohy s nematematickým textem stojí už stranou od oblasti matematiky, v takovém případě nejde o transformaci úlohy, nýbrž o sestavení matematické úlohy, která vystihuje něco ze slovní úlohy, ale není vždy její přesnou kopií. Přechodu od slovní úlohy s nematematickým obsahem k matematické úloze, která pomáhá k vyřešení původní úlohy, se říká matematizace slovní úlohy; opačný přechod od výsledku matematické úlohy k výsledku slovní úlohy, nazýváme interpretace výsledku matematické úlohy v původní situaci. Matematická úloha se vyjadřuje díky matematickým pojmům. Vyjadřuje proto z plné reality slovní úlohy jen to, co matematické pojmy vůbec vyjadřují z reálného světa. Jsou to hlavně kvantitativní vztahy a údaje, prostorové formy a polohové vztahy – rozmístění, uspořádání, spojitost, dále pak vyčleňování souhrnů předmětů s určitými vlastnostmi, strukturální stavbu objektů aj.

I když je v matematické úloze vystižená jen necelá část plné reality slovní úlohy, dojde k tomu, že stejná slovní úloha může být matematizovaná rozlišnými metodami, a proto může vést k různým matematickým úlohám nebo stejnou matematickou úlohu můžeme získat matematizací různých slovních úloh. (Odvárko a spol., 1990)

V jeho druhé fázi řešení matematické úlohy probíhá v rámci matematiky jako určovací nebo důkazová matematická úloha. Vzhledem k závažnosti mnohých výsledků pro praxi se doporučuje provést zkoušku i v případě, kdy není logicky nutná tzn., není součástí metody řešení. Snadno se tak odhalí a napraví náhodné chyby, které se udělají z nepozornosti nebo neúplných zápisů. *„Před konečným stanovením výsledku matematické úlohy je buď logicky nutné, nebo takticky vhodné provést zkoušku správnosti řešení matematické úlohy.“* (Odvárko a spol., 1990, s.228)

Poslední fáze se týká interpretace výsledku matematické úlohy v původní situaci. Pokud jsme při matematizaci přiřadili nematematickým objektům matematické objekty, dojde k tomu, že se vrátíme zpět a vymezíme význam matematického výsledku ve výchozí situaci. Díky tomu, že víme, co jsme si označili písmeny, snadno zformulujeme výsledek slovní úlohy. (Odvárko a spol., 1990)

Odvárko a spol. (1990) také zdůrazňuje význam dvojí zkoušky; správnosti řešení matematické úlohy a kontextové správnosti. První zkouška ověřuje správnost výsledku matematické úlohy a druhá zkouška ověřuje, jestli tento výsledek, který je interpretovaný do výchozí situace, dává výsledek slovní úlohy. Zda první zkouška ukáže, že matematická úloha nemá řešení, stejný závěr dáme i ve slovní úloze. Je však dobré, aby se znovu důkladně prověřila matematizace slovní úlohy nebo, aby se zvolil jiný způsob jejího řešení, který dá jinou matematickou úlohu; pokud ale první zkouška potvrdí aspoň jedno řešení matematické úlohy a druhá zkouška vyloučí existenci z něho získaného řešení slovní úlohy, je nutné opět prověřit činnosti matematizace a interpretace, které jsou mimo matematiku. Pokud se v nich nenajdou žádné závady a pokud i další varianty matematizace slovní úlohy dají prázdný výsledek slovní úlohy, potom slovní úloha obsahuje údaje nebo podmínky, které se vylučují.

Cíle řešení slovních úloh

Při řešení slovních úloh se snažíme, abychom s žáky dospěli k těmto stanoveným cílům:

- rozvíjí se u nich schopnosti analýzy situace, umí nutné a vyhovující podmínky, které poslouží k zodpovězení otázky
- rozlišují fakta od domněnek, formulují své vlastní hypotézy a ověřují jejich správnost
- žáky v práci vedeme k systematickosti a plánovitosti
- u žáků se snažíme vypěstovat schopnost objevování nových vědomostí, umění zobecňovat tyto vědomosti a aplikovat je
- matematizace reálné situace
- učíme žáky, aby byli samostatní, což je potřeba pro další sebevzdělávání

- při řešení úloh u žáků vytváříme návyk sebekontroly a tím se u nich dál rozvíjí pocit odpovědnosti za vykonanou práci (Květoň, 1982)

4. 2 Obtíže spojené s řešením slovních úloh

Mezi základní problémy při řešení slovních úloh patří to, že se žáci nedostatečně orientují v zadání slovní úlohy. K pochopení textu hraje zásadní roli i to, jestli jsou podmínky úlohy vyjádřené slovně nebo pomocí cifer např. pět kuliček, 5 kuliček. Nebo jestli se v zadání objevují údaje, které žák k výpočtu nepoužije např. Babička má 4 vnoučata, dvěma vnoučatům dala po desetikoruně a dalším dvěma vnoučatům dala po pětikoruně. Kolik peněz celkem rozdala? (Matoušková a spol., 1993)

Žákova nedostatečná jazyková zdatnost významně ovlivňuje to, jak porozumí zadání slovní úlohy a od toho se odvíjí celý proces řešení úlohy. Tato překážka se nazývá nedostatečně rozvinuté čtení s porozuměním. Ovšem existují případy, kdy žák text dokáže přečíst a rozumí mu, ale v zadání úlohy se vyskytují slova, která nezná. Proto je dobré, když učitel před samotným řešením slovní úlohy, s žáky vede rozhovor nad zadáním. (Novotná, 2000)

Problém nastává i tehdy, kdy žák nezvládne fázi rozboru slovní úlohy. Pokud správně pochopí vztah mezi podmínkou a otázkou, nabádá to žáka i k tomu, že správně zvolí početní operace, které jsou potřeba k řešení úlohy. Ovšem na druhou stranu, pokud žák nezvládne provést správně rozbor, početní operace zvolí náhodně čili hádá, jakou operaci se zadanými údaji provede. K usnadnění řešení napomáhá, již dříve zmíněné, grafické znázornění situace, které vyplývá z rozboru. Hlavně slabším žákům někdy přímo umožňuje řešení. Vhodné je, aby žáci využívali více možných forem názoru – množinové diagramy, obdélníky, úsečky, apod. Tím žákům umožňujeme uplatňovat jejich individuální zvláštnosti a přirozený vztah k reálné skutečnosti.

Jedním z velkých problémů je, že žáci nezvládají přepsat text slovní úlohy do matematického vyjádření. Proto je důležité systematicky a cílevědomě stále procvičovat zápis slovního vyjádření matematickým výrazem.

K úspěšnému vyřešení slovních úloh souvisí i stupeň zvládnutí řešení rovnic, nerovnic nebo jejich soustav. Ve vyšších ročnících na 1. stupni ZŠ navíc přibývají problémy se zvládnutím početních operací v oboru přirozených čísel větších než 100.

K poslednímu problému, který mají žáci při řešení slovních úloh, patří že žáci pravidelně neprovádí zkoušku správnosti. Problémy nastávají už při odhadu výsledku řešení ve fázi rozboru. Žákům také dělá velké obtíže provádět porovnání výsledku úlohy s reálnou situací. V jednoduchých slovních úlohách se může zkouška správnosti nahradit řešením jedné ze dvou úloh obrácených, ve kterých se postupně za neznámou považuje některý z daných údajů. U složených úloh už je situace složitější, proto i tady by se zkouška správnosti měla považovat za nezbytnou část řešení slovní úlohy.

Pokud žáci mají problémy na 1. stupni ZŠ s řešením slovních úloh, je pravděpodobné, že tyto obtíže bohužel budou převládat i na 2. stupni základní školy. (Matoušková a spol., 1993)

Obtíže s řešením slovních úloh se vyskytují na každé škole, ať už základní nebo střední. Proto je na učiteli, aby se snažil porozumět schopnostem podporující žákovu úspěšnost při řešení slovních úloh. *„Jedním ze základních úkolů, před nimiž učitel stojí, je diagnostikovat hloubku žákových znalostí/dovedností a rozvíjet ty, která žák již má, reedukovat ty, které jsou uchopeny nesprávně nebo pouze v omezeném rozsahu, a doplnit ty, které u žáka prozatím rozvinuty nejsou.“* (Novotná, 2000, s.59)

Jak už jsem uváděla výše, žáci mají problém porozumět textu. Tento proces nemá mechanický charakter. Porozumění textu vyžaduje myšlenkovou aktivitu, která má povahu řešení problémové úlohy. Mezi jednoduché a účinné metody patří základní diagnostické a reedukační prostředky pro čtení s porozuměním. Jedná se o to, že žáka požádáme, aby vlastními slovy zopakoval zadání úlohy. Další obtíž, která se u žáků vyskytuje, je nedostatečně rozvinutá schopnost uchování dat. Prostředky, které slouží k rozvoji a reedukaci této schopnosti, jsou:

- žáci opakovaně čtou zadání s důrazem na části sdělení obsahující důležité informace pro správné uchopení zadání úlohy,
- zkrácená a přehledná verze záznamu důležitých údajů,
- další prostředek se uvádí, když žáci řeší slovní úlohy s jednodušší strukturou,
- posledním prostředkem je, když žáci řeší vhodně uspořádané série slovních úloh s postupně se zvyšující obtížností. (Novotná, 2000)

4. 3 Výuka řešení slovních úloh a tvorba úloh nových

„Výuka řešení slovních úloh je procesem, který prolíná výukou matematiky od 1. ročníku základní školy. Každý učitel musí ve své pedagogické práci v matematice sledovat cíl, kterým je nejen izolovaně řešit jednotlivé slovní úlohy, ale naučit žáky metodě řešení slovních úloh.“ (Matoušková a spol., 1993, s. 43)

Důležitým měřítkem matematických schopností žáků je jejich schopnost řešit slovní úlohy a dále schopnost používat teoretické poznatky v praxi. Podle toho, jak žáci přistupují k řešení slovních úloh, je můžeme rozdělit do tří skupin:

1. Žáci přistupující samostatně k řešení slovních úloh, i těch, které ještě nikdy neřešili. Jsou schopní zdárně nalézt řešení a řešení vidět i v obecnějších souvislostech. Většinou nepotřebují žádné zvláštní metodické vedení. Mají tvořivé myšlení i tvořivý přístup k řešení úloh. Tito žáci bývají většinou úspěšní v různých matematických soutěžích.
2. Žáci způsobili samostatně řešit jen takové úlohy, které jsou podobné těm, které už v dřívějšku řešili pod vedením učitele. Pro tyto žáky je příhodné vypracovat sérii vhodných slovních úloh s podobnými tématy a se stále větší náročností. To, že se sestaví takto metodické řady úloh, přispíváme k tomu, že se u žáků zvyšuje samostatnost při řešení slovních úloh.
3. Žáci neschopní řešit slovní úlohy bez toho, aniž by je vedl učitel. Tito žáci potřebují vedení učitele vždy, když řeší slovní úlohy. Takové vedení však musí být důkladně

promyšlené a systematické. I pro takové žáky je vhodné sestavovat zadání slovních úloh do metodických řad. (Matoušková a spol., 1993)

Pro řešení slovních úloh je podstatné si uvědomit, jaký druh myšlení při jejich řešení převládá, proto můžeme z tohoto hlediska rozdělit úlohy dle Květoně (1982) na:

- algoritmické
- semialgoritmické (semiheuristické)
- heuristické

Mezi úlohy algoritmické patří cvičení, kde je řešení jednoznačně určené vzorcem nebo pravidlem. Nebo může patřit i mezi úlohy semialgoritmické, kde řešení není určené daným předpisem. Poznávací úlohy, na kterých se žáci seznamují s novou látkou, jsou úlohy algoritmické a rozvíjející úlohy patří k heuristickým úlohám. Pro učitele je však nejdůležitější rozdíl mezi úlohami standardními a nestandardními.

Standardní úloha se řeší dle známého algoritmu, k vyřešení vyžaduje jednoduché použití dobře známého pravidla. Standardní úlohy mohou být užitečné a nezbytné v případě, že se žákům dávají včas a v potřebném množství. Opačným případem je úloha nestandardní, která se neřeší dle známého algoritmu, ale vyžaduje k vyřešení míru žákovy tvořivosti a originality. Tato úloha může napomáhat k intelektuálnímu rozvoji žáků. Hranice mezi těmito úlohami není přesně definovaná, jasné jsou jen krajní případy.

Mnoho učitelů si klade otázku jak naučit žáky řešit slovní úlohy. Tento dotaz patří k velmi složitým pedagogickým problémům.

Složitost spočívá v tom, že chybí obecná metoda neboli algoritmus. Ovládnutí takové metody by zajišťovalo řešení libovolné úlohy. Algoritmy k vyřešení jen určitých typů úloh existují, ale pro úlohy, které jsou typově odlišné, algoritmy nejsou možné nebo jsou do této doby neznámé. Žáky však pedagogové musí učit oba takové typy úloh. Podstatné je, že by se algoritmy neměly představovat žákům v hotovém tvaru. Žáci by sami měli takové algoritmy objevovat tzn. hledání algoritmu je úloha heuristická. Až žáci algoritmus naleznou, měli by si ho osvojit a naučit se ho používat při řešení jiných úloh

na podobné téma. Jestliže se jedná o výuku řešení nestandardních úloh, které vyžadují tvůrčí přístup, učitelé musí nasměrovat žáky na hledání řešení s pomocí několika užitečných doporučení. Tato doporučení pomáhají nalézt řešení úlohy. (Květoň, 1982)

K úspěšnému řešení úloh musí žáci dodržovat jisté pravidlo, a to: nesmí začínat řešit úlohu nebo nehledat řešení dříve než se přesvědčí, že zadání úlohy naprosto rozumí a že je mu úplně jasné, které údaje jsou dané, co má určit a také, že si ujasnil vztahy mezi hledanou veličinou a známými údaji. Je dobré si vícekrát přečíst úlohu, která má složitější zadání. Učitel se pak pomocí otázek sám přesvědčuje, zda žáci v úloze mají jasno a pochopili ji opravdu dobře. V hlavní fázi řešení úlohy je cílem najít cestu řešení, nejefektivnější je používat takové metody a přístupy, které žáci musí postupně ovládat. Právě na tuto věc musí učitel přikládat důraz a dávat pozor, protože zvykem žáků je používání metod, které jsou pro nalezení řešení nevhodné. Aby žáci našli řešení, napomůže jim i názorná představa o podmínkách úlohy, kterou můžeme získat díky různým grafickým prostředkům.

Mezi důležité úkoly při řešení úloh se řadí naučit žáky samostatnému řešení úloh. S tím souvisí i to, že učitel nikdy nesmí odmítat žákovo originální řešení i když například nezapadá do oblasti probíraného učiva. (Květoň, 1982)

Většinou čerpáme slovní úlohy z učebnic nebo materiálů, které máme k dispozici, ale je důležité, aby i sám učitel tvořil žákům vlastní úlohy, které potom se třídou počítá. Důvodů, proč by se měl zapojit učitel do tvorby úloh, je mnoho, já uvedu dle Hechta a Sklenárikové (1992) alespoň ty nejzákladnější:

- Učitel má k úlohám, které sám vymyslel, lepší citový vztah; sleduje řešení, navazuje na něho.
- Učitel má k vlastní úlohy lépe promyšlené, vidí více souvislostí, případně jiných řešení.
- Navíc jde o tvořivou práci, která pomáhá matematickému růstu.
- Ne vždy jsou „po ruce“ vhodné úlohy, a proto je třeba sáhnout k vlastní tvorbě.

4. 4 Taktiky řešení slovních úloh

Při analýze strategií řešení slovních úloh u žáku je potřeba dle Novotné zohlednit tyto pohledy:

1. Řešení bylo nalezené jen náhodně

Tím rozumíme strategii pokus – omyl. Důležité je, jak řešitel dál pokračuje. Mohou nastat tři situace. Prvním případem je, že řešitel prohlásí za výsledek řešení z prvního pokusu bez toho, aniž by provedl zkoušku správnosti, jestli vyhovuje podmínkám v zadání úlohy, ani nehledá další možná řešení. Pokud je výsledek správný je jediným východiskem učitele vést diskuzi s žákem, aby zjistil, zda žák strukturu problému rozumí nebo zda měl při řešení jenom štěstí a výsledek je náhodný. Další případ nastává tehdy, kdy řešitel provede zkoušku správnosti svého výsledku, zjistí, že výsledek podmínkám v zadání úlohy vyhovuje a řešení označí za správné. Potom závisí jen na řešiteli, zda další možná řešení nehledá nebo se naopak se snaží zjistit, jestli má úloha ještě jiné řešení, většinou při předchozích úlohách získal náhled do problému a jeho další úvahy nejsou náhodné. Poslední situace, která může nastat je, že řešitel provede zkoušku správnosti svého výsledku, zjistí, že jeho výsledek podmínkám úlohy nevyhovuje. Tady se řešitel může rozhodnout, zda další řešení úlohy už hledat odmítá a s tím jeho řešení končí nebo se právě správné řešení úlohy snaží najít a to buď strategií pokus – omyl nebo na základě předchozí zkušenosti hledá cíleně jinou cestu k nalezení, tj. volí jinou strategii řešení úlohy.

Většina učitelů tuto strategii ve vyučování označují za nevhodnou protože to u žáků přispívá k pocitu, že řešení úloh je záležitostí náhody a řešiteli stačí mít pouze štěstí, zároveň tato taktika nepodporuje rozvoj žákova strategického myšlení. Je sporné zda souhlasit nebo nesouhlasit. Pokud žák tuto metodu používá jen jako pokus – omyl a nevěnuje pozornost jakýmkoliv vztahům v zadání úlohy, můžeme se s těmito námitkami shodovat. „*Jakmile si však přitom uvědomuje zákonitosti dané zadáním, případně provádí zpětnou kontrolu správnosti výsledku, je použitá strategie pokus – omyl pro řešitele přínosné a účelné.*“ (Novotná, 2000, s. 40)

2. Řešení je založené na identifikaci slov nebo slovních spojení v zadání, jež jsou pro řešitele signálem, aby použil vzorec či postup. Nebo naopak je řešení založeno na porozumění struktuře úlohy do takové míry, že je řešitel schopný převést úlohu na jednu jednodušší. Tuto metodu nazýváme transformace a využití předchozí zkušenosti. Jevy, které se týkají uchopování zadání úlohy jsou uvedené výše.

3. Řešitel využívá aritmetický nebo algebraický aparát.

Podle použitého matematického aparátu se strategie dělí nejčastěji dělí na strategie aritmetické - k výpočtu výsledku úlohy se nepoužívá rovnice; strategie algebraické – v této strategii se při řešení úlohy používá jedna nebo i více rovnic. Řešitelé, kteří zvládli aparát řešení rovnic, často volí řešení algebraické. Nejčastější příčina této volby je, že samotné řešení rovnic a jejich soustav má algoritmický charakter, avšak často úspornější a srozumitelnější než řešení algebraické může být řešení úsudkem. Sám učitel může u žáků ovlivnit, kterou strategii má zvolit, jestli aritmetickou nebo algebraickou, a to tak, že žákům přímo řekne, kterou strategii mají zvolit nebo zvolí vhodné otázky, které žáka k volbě navodí. Mezi aritmetické strategie ještě patří významná podskupina strategií, kde žáci hledají vlastní postupy, které nejsou typické. Tyto strategie se nazývají netradiční nebo neškolské.

4. Při stejném zadání může řešitel volit různé zpracování zadaných vztahů tzn., jak žák úlohu uchopuje z hlediska vzájemných vazeb, které jsou uvedené v zadání. Takové dělení závisí na typu úlohy, kterou řešíme. (Novotná, 2000)

5. Průzkumné šetření

V praktické části diplomové práce jsem se rozhodla vytvořit didaktický test, který použiji u žáků 5. ročníku ZŠ. Vyhodnocení tohoto testu mi pomůže zjistit, které pohlaví u žáků této třídy, je na tom s řešením matematických úloh úspěšnější.

5. 1 Cíl průzkumného šetření

Pro průzkumné šetření jsem si stanovila následující cíle:

- Analyzovat postupů řešení matematických úloh u žáků základní školy
- Porovnat výsledky dosažených v testu u dívek a chlapců
- Zjistit míru úspěšnosti dívek a chlapců při řešení matematických úloh

5. 2 Metody průzkumného šetření

Metodu, kterou jsem zvolila pro průzkumné šetření v praktické části diplomové práce, se nazývá didaktický test. Didaktickým testem rozumíme zkoušku orientující se na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny lidí a od běžné zkoušky se liší především tím, že je navrhovaný, ověřovaný, hodnocený a interpretovaný dle určitých a předem stanovených pravidel. Jednotlivé didaktické testy mají své specifické vlastnosti a liší se tím, jaké informace díky nim získáváme. (Chráska, 1999)
Dle Byčkovského (In Chráska, 1999) rozlišujeme tyto druhy testů:

- testy rychlosti
- testy úrovně
- testy standardizované
- nestandardizované didaktické testy

- testy kognitivní a psychomotorické
- testy výsledků výuky a studijních předpokladů
- testy rozlišující (testy relativního výkonu)
- testy ověřující (testy absolutního výkonu)
- testy vstupní, průběžné a výstupní
- testy monotematické a polytematické
- testy objektivně skórovatelné a subjektivně skórovatelné

Didaktický test je tvořený z jednotlivých testových úloh tj. otázka, úkol nebo problém, který je obsažený v testu. Podle kvality testových úloh se odráží kvalita celého didaktického testu.

Rozlišují se různé typy testových úloh, které se používají v didaktických testech, a to:

1. úlohy otevřené

a) se širokou odpovědí

- nestrukturované
- se strukturou

Zde se po žácích požaduje rozsáhlejší odpověď. Využívá se hlavně pro ověření osvojených vědomostí a dovedností v delším časovém období.

b) se stručnou odpovědí

- produkční
- doplňovací

2. úlohy uzavřené

a) dichotomické

b) s výběrem odpovědi

c) přiřazovací

d) uspořádací

V didaktickém testu, který jsem vytvořila pro žáky 5. ročníku, jsem využila otevřených širokých úloh. V takovém testu se po žácích požaduje rozsáhlejší odpověď, vyřešení určitého problému, popis určitého procesu apod.; rozsah odpovědi se žákovi naznačuje velikostí vynechaného místa v testovém zadání. (Chrásková, 2007)

5.3 Charakteristika vzorku

Průzkumné šetření bylo zaměřeno na žáky 5. ročníku ZŠ Topolná, která se nachází ve Zlínském kraji, okresu Uherského Hradiště. Jedná se o plně organizovanou školu, navštěvují ji žáci prvního stupně a jednotlivé ročníky jsou zde po jedné třídě. Pátý ročník ZŠ Topolná momentálně navštěvuje dvacet žáků, a to jedenáct dívek a devět chlapců. Průzkumného šetření se zúčastnilo celkem jedenáct dívek a osm chlapců. V rámci mé pětítýdenní praxe na této základní škole jsme se po dobu čtyř týdnů seznamovali a já jsem získávala informace potřebné k tomu, abych mohla sestavit didaktický test, který by žákům, z oblasti dosavadně získaných vědomostí a dovedností, vyhovoval. Poslední týden v hodině matematiky jsem žákům tyto testy rozdala, žák měl 45 minut na vyřešení šesti slovních úloh. Úlohy byly aritmetické, divergentní, diofantovská, kombinatorická a logická. Každý žák měl stejnou variantu testu. Průzkumné šetření bylo zaměřeno na dosavadních získaných znalostech a dovednostech žáků v oblasti řešení matematických úloh.

5. 4 Složení úloh v didaktickém testu

Didaktický test, určený pro žáky 5. ročníku ZŠ, je složený ze šesti slovních úloh.

Zadání úlohy č. 1

Tatínek s maminkou se rozhodli koupit televizi. Původní cena televize byla 15 390 Kč, potom ale byla zlevněna o $\frac{1}{3}$ ceny. O kolik korun byla televize zlevněná? Kolik Kč stojí nyní?

První slovní úloha je úloha složená. Jedná se o úlohu aritmetickou. Úkolem žáků bylo nejprve vypočítat o kolik korun byl předmět zlevněný, žáci využili operaci dělení. Poté, co vypočítali tuto částku, následovala část druhá, kdy měli žáci dále vypočítat nynější cenu zlevněného zboží. Tady se prováděla operace odčítání. Žáci počítali standardním způsobem.

Správné řešení:

Původní cena ... 15 390 Kč

Zlevněna o ... $\frac{1}{3}$ z 15 390 Kč

Zlevněna o ... ? Kč

Nyní stojí ... ? Kč

1 bod

Výpočet:

$$\frac{1}{3} \text{ z } 15\,390 = 15\,390 : 3 = \underline{5\,130 \text{ Kč}}$$

$$15\,390 - 5\,130 = \underline{10\,260 \text{ Kč}}$$

2 body

Odpověď :

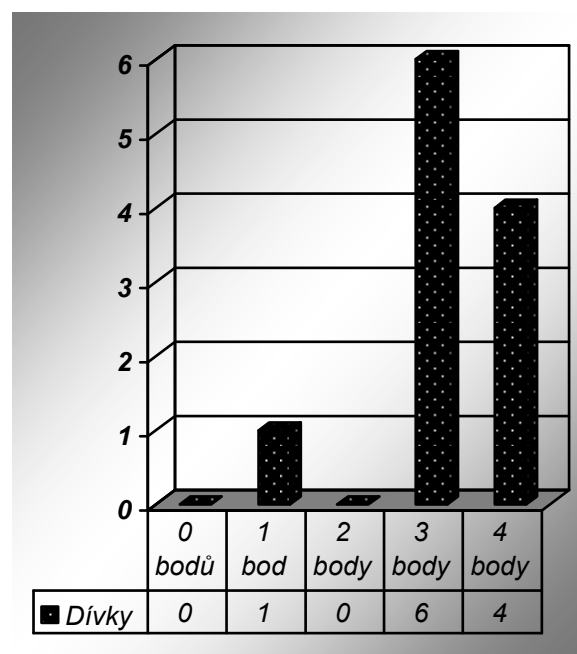
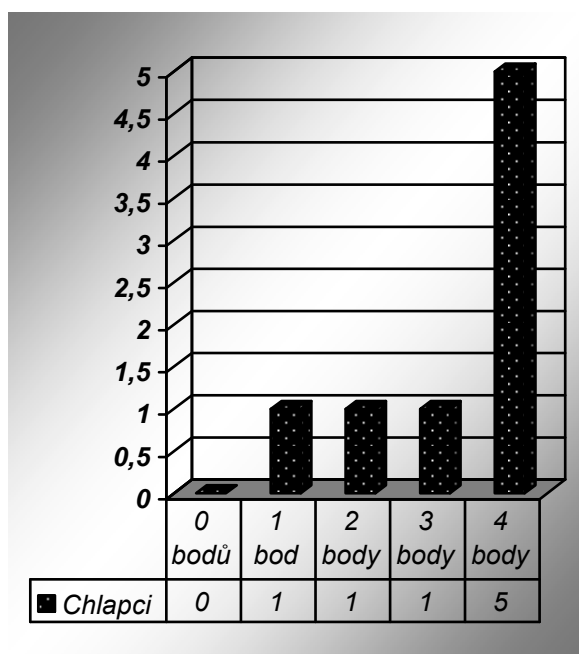
Televize byla zlevněná o 5 130 Kč. Nyní stojí 10 260 Kč.

1 bod

Tabulka č. 1: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 1. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	0	0
1	1	1
2	1	0
3	1	6
4	5	4

Graf č. 1: Bodové vyjádření úspěšnosti chlapců v 1. úloze Graf č. 2: Bodové vyjádření úspěšnosti dívek v 1. úloze



Tato úloha pro žáky nebyla složitá. První úlohu počítalo jedenáct děvčat a osm chlapců. Deset děvčat tuto úlohu vypočítalo, body ztrácely kvůli zapomenutému zápisu

nebo odpovědi, jedna dívka měla výpočty špatně. Více jak polovině chlapců se tento úkol také povedl. Jen jeden chlapec si s touto úlohou nevěděl rady. Každý jednotlivec mohl v této úloze získat maximálně 4 body, a to jeden bod za správný zápis, dva body za správný výpočet a jeden bod za správnou odpověď.

Ukázka řešení č. 1

Handwritten student solution for a math problem. The solution is written on a piece of paper and includes the following:

- A list of items and their prices:

Pivovárni ..	15 390 Kč.
Klepnárna ..	1/3.
Klepnárna ..	2
Mayná ..	2
- A multiplication calculation:

$$15\,390 \cdot 3 = 51\,300$$
- A subtraction calculation:

$$\begin{array}{r} 15\,390 \\ - 5\,130 \\ \hline 10\,260 \end{array}$$
- Final answers:

Klepnárna byla 5 130 Kč.
Mayná stojí 10 260 Kč.

Zadání úlohy č. 2

Prázdná přepravka má hmotnost 2 kg. Můžeme do ní dát 30 konzerv o hmotnosti 450 g, když její celková hmotnost nesmí přesáhnout 15 kg?

Druhá slovní úloha byla opět aritmetická slovní úloha. Zde ovšem žáci využívali opačných operací než v první úloze. Jejich úkolem bylo nejprve vypočítat hmotnost určitého počtu předmětů, jedná se o operaci násobení a následně k této hmotnosti přičíst ještě hmotnost dalšího předmětu, jedná se o operaci sčítání.

Správné řešení:

Prázdná přepravka ... 2 kg

1 konzerva ... 450 g

hmotnost nesmí přesáhnout ... 15 kg

Můžeme dát 30 konzerv?

1 bod

Výpočet:

$$450 \cdot 30 = 13\,500$$

$$2\text{ kg} = 2\,000\text{ g}$$

$$13\,500 + 2\,000 = 15\,500$$

$$15\,500\text{ g} = \underline{15,5\text{ kg}}$$

2 body

Odpověď:

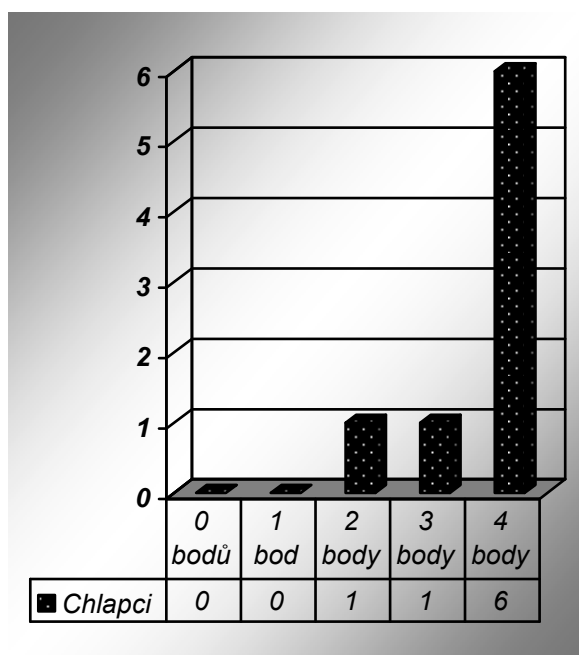
Do přepravky nemůžeme dát 30 konzerv, protože by hmotnost 15,5 kg přesáhla její celkovou hmotnost 15 kg.

1 bod

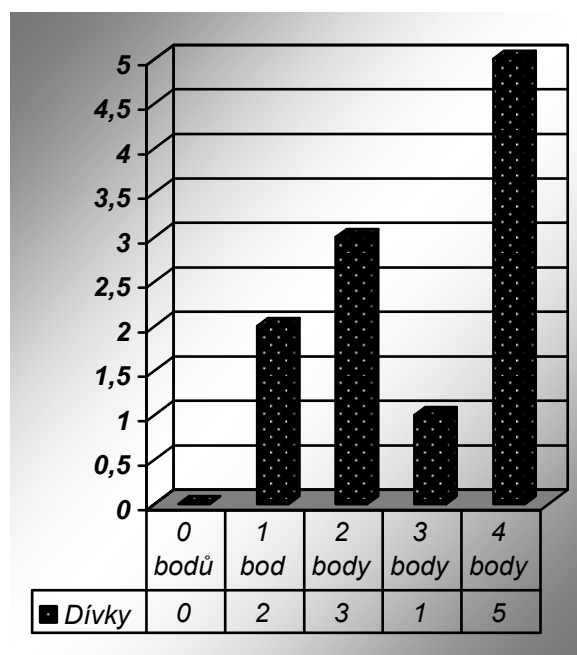
Tabulka č. 2: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 2. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	0	0
1	0	2
2	1	3
3	1	1
4	6	5

Graf č. 3: Bodové vyjádření úspěšnosti chlapců ve 2. úloze



Graf č. 4: Bodové vyjádření úspěšnosti dívek ve 2. úloze



V tomto úkolu se více dařilo chlapcům, celkem ztratili pouze 3 body. Dívky bohužel zapomínaly na převody jednotek. Tato úloha byla již pro žáky obtížnější, ale většina z nich si s ní velmi dobře poradila. Nejčastější chyba byla u převodů jednotek, kdy někteří žáci ke gramům připočítávali kilogramy bez ohledu na to, že se jedná o odlišné jednotky. Žáci také zapomínali k výsledku přičíst hmotnost přepravky, a proto ztráceli body. Maximální počet bodů této úlohy byl opět 4 body. Žáci mohli získat jeden bod za správný zápis, dva body za správný výpočet a jeden bod za správnou odpověď.

Ukázka řešení č. 2

pravidelná přeprava... 2 kg	450	13500
Whorver o imobiliti... 450 g	<u>30</u>	<u>2000</u>
resmi přesahovat... 15 kg	000	15500
	<u>1350</u>	
	13500	

Resmi přesahovat 15 kg.

Zadání úlohy č. 3

V obchodě mají dva druhy balíčků kapesníků a to za 4 Kč a za 6 Kč. Kolik kterých balíčků kapesníků mohla maminka koupit, když za ně chtěla utratit přesně 50Kč?

Ve třetí slovní úloze žáci hledali více než jedno řešení. Ne každý z žáků ovšem tolik možností našel, a proto vypočítal pouze jedno řešení. Třetí slovní úloha je diofantovskou úlohou, řešení této rovnice se hledá v oboru celých. Úkolem žáků bylo využít operací sčítání, násobení, dělení i odčítání, aby našli všechna možná řešení.

Správné řešení:

1. druh ... 4 Kč

2. druh ... 6 Kč

útrata ... 50 Kč

Koupila ...? balíčků kapesníků

1 bod

Výpočet:

Počet balíčků kapesníků za 6 Kč	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena balíčků kapesníků za 6 Kč	6 Kč	12 Kč	18 Kč	24 Kč	30 Kč	36 Kč	42 Kč	48 Kč
Počet balíčků kapesníků za 4 Kč	11	-	8	-	5	-	2	-
Cena balíčků kapesníků za 4 Kč	44 Kč	-	32 Kč	-	20 Kč	-	8 Kč	-

Když maminka koupila jeden balíček kapesníčků za 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 6 \text{ Kč} = 44 \text{ Kč}$.

Jelikož číslo 44 je násobek čísla 4, mohla ještě koupit 11 balíčků kapesníčků za 4 Kč →

1. možné řešení.

Když koupila 2 balíčky kapesníčků po 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 12 \text{ Kč} = 38 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 38 není násobek čísla 4, **řešení neexistuje.**

Když koupila 3 balíčky kapesníčků po 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 18 \text{ Kč} = 32 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 32 je násobek čísla 4, mohla ještě koupit 8 balíčků kapesníčků po 4 Kč → **2. možné řešení**

Když koupila 4 balíčky kapesníčků za 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 24 \text{ Kč} = 26 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 26 není násobek čísla 4, **řešení neexistuje.**

Když koupila 5 balíčků kapesníčků za 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 30 \text{ Kč} = 20 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 20 je násobek čísla 4, mohla ještě koupit 5 balíčků kapesníčků po 4 Kč → **3. možné řešení**

Když koupila 6 balíčků kapesníčků po 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 36 \text{ Kč} = 14 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 14 není násobek čísla 4, **řešení neexistuje.**

Když koupila 7 balíčků kapesníčků za 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 42 \text{ Kč} = 8 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 8 je násobek čísla 4, mohla ještě koupit 2 balíčky kapesníčků po 4 Kč → **4. možné řešení.**

Když koupila 8 balíčků kapesníčků za 6 Kč, tak ji zbylo $50 \text{ Kč} - 48 \text{ Kč} = 2 \text{ Kč}$. Jelikož číslo 2 není násobek čísla 4, **řešení neexistuje.**

Dál už není nutné uvažovat, protože cena balíčků kapesníčků po 6 Kč převyšuje 50 Kč.

4 body

Odpověď:

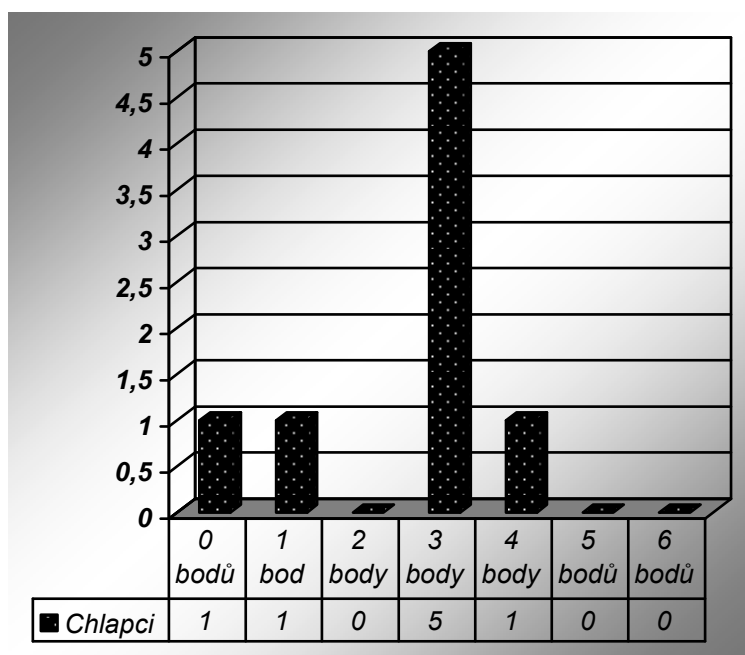
Úloha má 4 možná řešení.

1 bod

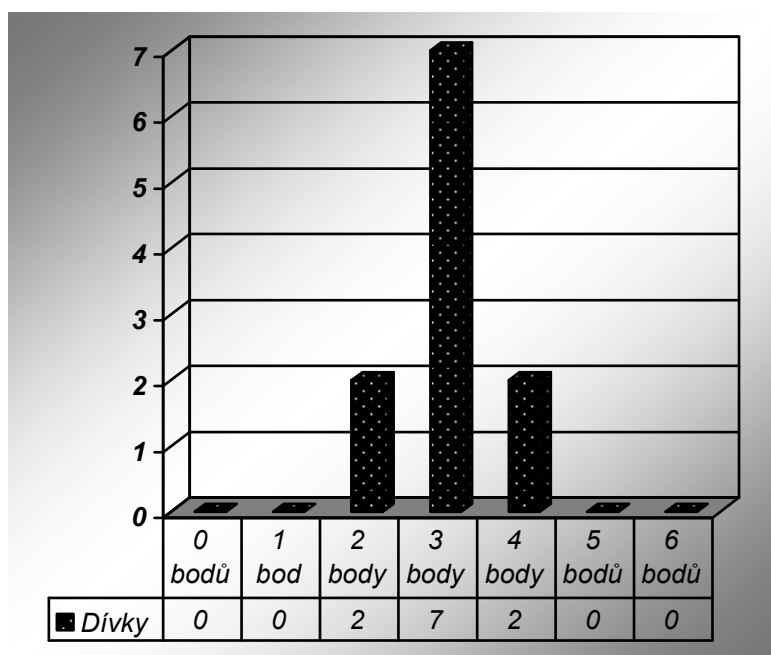
Tabulka č. 3: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 3. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	1	0
1	1	0
2	0	2
3	5	7
4	1	2
5	0	0
6	0	0

Graf č. 5: Bodové vyjádření úspěšnosti chlapců ve 3. úloze



Graf č. 6: Bodové vyjádření úspěšnosti dívek ve 3. úloze



V této úloze byl maximální počet 6 bodů, opět se přiděloval bod za správný zápis, bod za správnou odpověď, a protože se jedná o diofantovskou úlohu, která má více než jedno řešení, mohli žáci získat po bodu za každé možné řešení. Úloha má čtyři řešení tzn., že v této části mohli žáci získat 4 body. Ve třídě byla jen malá část žáků, která našla více než jedno řešení. Dívky si s touto úlohou poradily lépe, tři dívky našly více řešení této úlohy, zbylých osm dívek počítalo standardním způsobem. Z chlapců byli jen dva, kteří počítali s více řešeními, jeden chlapec nevypočítal úlohu vůbec. Chlapci bohužel nejčastěji ztráceli body kvůli zapomenutému zápisu či odpovědi.

Ukázka řešení č. 3

drůbež . . . 2
1 sa . . . 4 Kč
2 sa . . . 6 Kč
ubrat do . . . 50 Kč
Může koupit . . . ?

$5 \cdot 6 = 30$
 $5 \cdot 4 = 20$ $30 + 20 = 50$

Muminka může koupit 2 druhy kapesnic

Zadání úlohy č. 4

Otcí je 39 let, dědeček je o 26 let starší. Strýc je starší než otec, ale mladší než dědeček. Kolik je strýci let?

Čtvrtá slovní úloha je, stejně jako třetí slovní úloha, úlohou divergentní. Žáci měli opět několik možností, jak vyřešit slovní úlohu. Zde většina žáků našla všechna řešení slovní úlohy.

Správné řešení:

Otec ... 39 let

Dědeček ... o 26 let více než otec

strýc ... starší než otec

strýc ... mladší než dědeček

strýc ... ? let

1 bod

Výpočet:

$39 + 26 = 65$ let – dědečkův věk

$39 < 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64 > 65$

2 body

Odpověď:

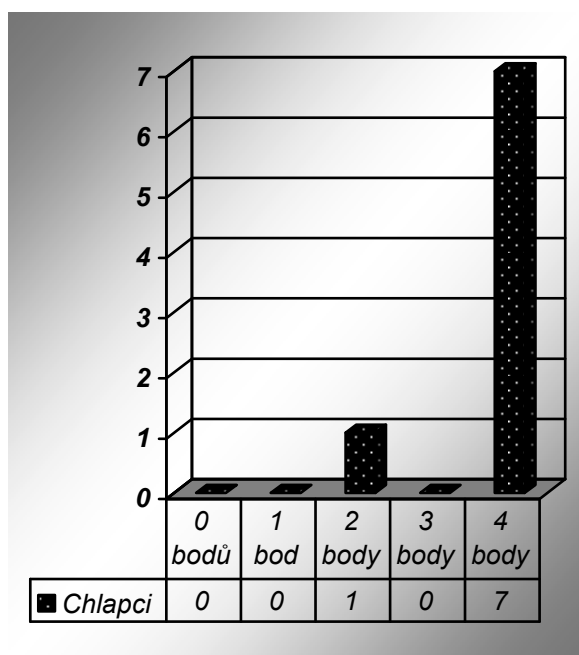
Strýci může být mezi 40 až 64 lety.

1 bod

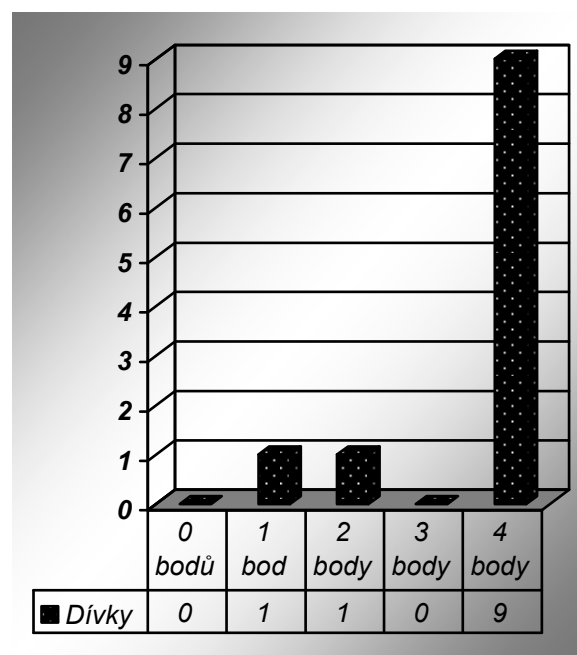
Tabulka č. 4: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 4. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	0	0
1	0	1
2	1	1
3	0	0
4	7	9

Graf č. 7: Bodové vyjádření úspěšnosti chlapců ve 4. úloze



Graf č. 8: Bodové vyjádření úspěšnosti dívek ve 4. úloze



Ve čtvrté úloze mohli žáci získat maximálně 4 body, opět jeden bod za zápis, dva body za správný výpočet a jeden za odpověď. Tato úloha žáky opět nabádala k více řešením. Čtyři dívky našly všechna řešení, chlapců bylo pět. Ostatní počítali jen s jedním řešením. Tato úloha byla ze všech daných úloh nejúspěšnější. Obě skupiny, jak dívky, tak chlapci ztratily při řešení minimální počet bodů. Jak dívky, tak chlapci byli v této úloze velmi úspěšní.

Ukázka řešení č. 4

Otec ... 39 let. ↖ ↗
Dědeček ... o 26 let star. ↖ ↗
Strýc starší ... ab mlad než
Strýcovi let ... ?

Otec ... 39 let	39
DEDEČEK ... 65 let	26
STRÝC ...	<u>65</u>

Strýcovi může být od 40 let do 64 let.

Zadání úlohy č. 5

Turnaje košíkové se zúčastnilo 6 družstev. Kolik zápasů bylo celkem odehráno, jestliže hrálo každé družstvo s každým?

Pátá slovní úloha je úlohou kombinatorickou, která dělala žákům největší problémy. Jejich úkolem bylo, na základě uvedených údajů, vypočítat počet zápasů, kterých se odehrálo mezi jednotlivými družstvy. Řešení úlohy žáci našli netradičním způsobem, a to tabulkou.

Správné řešení:

Družstev ... 6

Každý s každým ... ? zápasů

1 bod

Výpočet:

$$6 \cdot 5 = 30$$

$$30 : 2 = \underline{15}$$

další možnost řešení, kterou počítala většina žáků, je tato:

družstva	1.	2.	3.	4.	5.	6.
1.		1. – 2.	1. – 3.	1. – 4.	1. – 5.	1. – 6.
2.	2. – 1.		2. – 3.	2. – 4.	2. – 5.	2. – 6.
3.	3. – 1.	3. – 2.		3. – 4.	3. – 5.	3. – 6.
4.	4. – 1.	4. – 2.	4. – 3.		4. – 5.	4. – 6.
5.	5. – 1.	5. – 2.	5. – 3.	5. – 4.		5. – 6.
6.	6. – 1.	6. – 2.	6. – 3.	6. – 4.	6. – 5.	

Každé družstvo s každým – zelená barva v tabulce = 15 zápasů.

2 body

Odpověď:

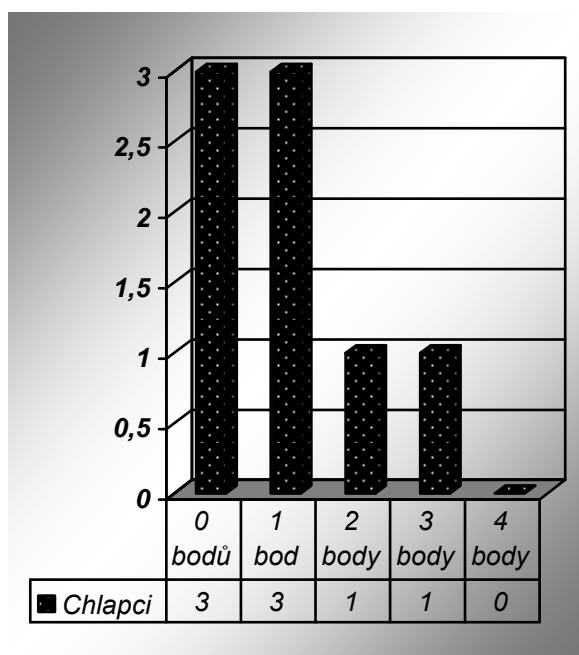
Jestliže hrálo každé družstvo s každým, odehrálo se 15 zápasů.

1 bod

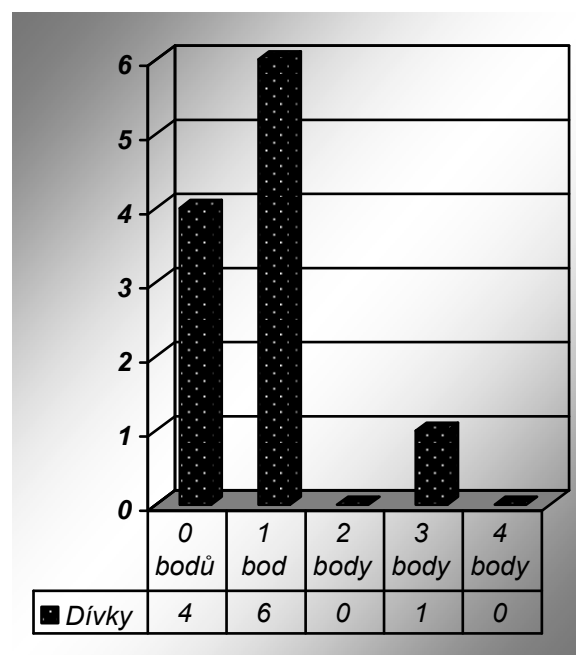
Tabulka č. 5: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 5. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	3	4
1	3	6
2	1	0
3	1	1
4	0	0

Graf č. 9: Bodové vyjádření úspěšnosti
chlapců v 5. úloze



Graf č. 10: Bodové vyjádření úspěšnosti
dívek v 5. úloze



Předposlední slovní úloha byla pro obě skupiny nejproblémovější. Z dívek byla jen jedna, která dokázala vypočítat celý příklad, bod ztratila pouze proto, že zapomněla na zápis slovní úlohy, čtyři dívky měly bohužel celou úlohu špatně, ostatní získaly body pouze za zápis, nikoliv za výpočet. U chlapců byli tři, kteří úlohu nevypočítali, jen jeden

chlapec byl úspěšný, i když zapomněl na zápis úlohy, a proto ztratil jeden bod. Mnozí žáci nepočítali standardním způsobem, ale využili netradiční řešení, kdy si vytvořili tabulku. Největší chybou, kterou žáci dělali, bylo, že správně vyplnili tabulku, ale zapomněli vydělit výsledek dvěma, protože například zápas, kde hrálo první družstvo s druhým, je stejný jakoby hrálo druhé družstvo s prvním. Maximálně mohly obě skupiny za tento příklad získat čtyři body, stejně jako v předchozích úlohách jeden bod za zápis, dva body za správné řešení a bod za odpověď.

Ukázka řešení žáků č. 5:

	1	2	3	4	5	6
1		2-1	3-1	4-1	5-1	6-1
2	2-1		3-2	4-2	5-2	6-2
3	3-1	2-2		4-3	5-3	6-3
4	4-1	2-4	3-4		5-4	6-4
5	5-1	2-5	3-5	4-5		6-5
6	6-1	2-6	3-6	4-6	5-6	

Bylo odehráno 15 zápasů.
Vytvořila jsem si tabulku.

V této ukázce si žákyně vytvořila tabulku, kde vypsala všechny zápasy, které se mohly uskutečnit. V tabulce správně viděla, že zápasy 2-1, 1-2, 3-1, 1-3,..., jsou stejné, jen v jiném pořadí, tudíž vydělila třicet zápasů, které získala z tabulky, dvěma.

Ukázka řešení žáků č. 6:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Celkem se hraje 15 zápasů

Ve druhé ukázce si žák nevypisoval pořadí družstev, ale vyznačil si zápasy barevně. I zde získal správný výsledek 15 zápasů.

Ukázka řešení č. 7:

1	0	2	3	4	5	6
2	1	0	2	3	4	5
3	2	1	0	2	3	4
4	3	2	1	0	2	3
5	4	3	2	1	0	5
6	5	4	3	2	1	0
	7	8	9	10	11	12

kvůli se 70 roků

V poslední ukázce si žák v tabulce zaškrtoval zápasy družstev, zapomněl ovšem na dělení dvěmi.

Úloha č. 6

Jana, Filip, Adam, Lucka a Tomáš jsou kamarádi. Adam je vyšší než Tomáš.

Tomáš je vyšší než obě děvčata. Filip je o 15 centimetrů menší než Adam. Kdo je nejvyšší?

Poslední slovní úlohu jsem zvolila na logické uvažování žáků. Žáci v této úloze uspěli, úloha jim nedělala velké problémy. Pomáhali si grafickým znázorněním, které jim usnadnilo řešení.

Správné řešení:

Adam ... vyšší než Tomáš

Tomáš ... vyšší než děvčata

Filip ... o 15 cm menší než Adam

Nejvyšší ... ?

1 bod

Výpočet:

Grafické znázornění

ADAM

FILIP

TOMÁŠ

JANA

LUCKA

Adam je vyšší Filip, Filip je vyšší než Tomáš, Tomáš je vyšší než Jana a Lucka. 2 body

Odpověď:

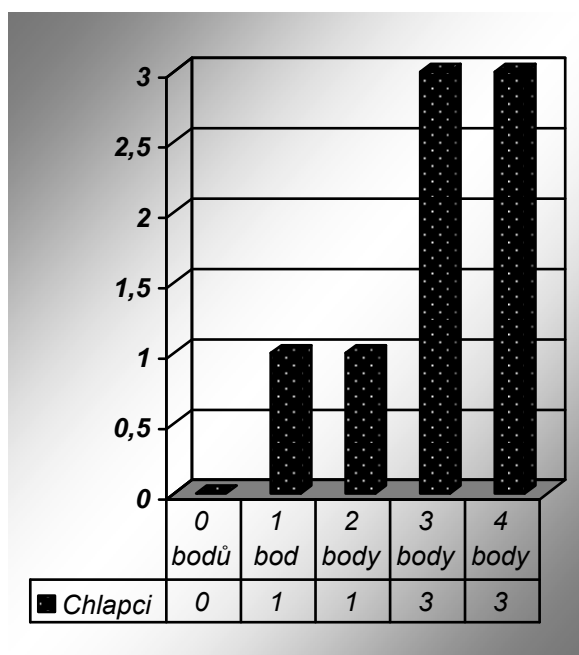
Adam je ze všech kamarádů nejvyšší.

1 bod

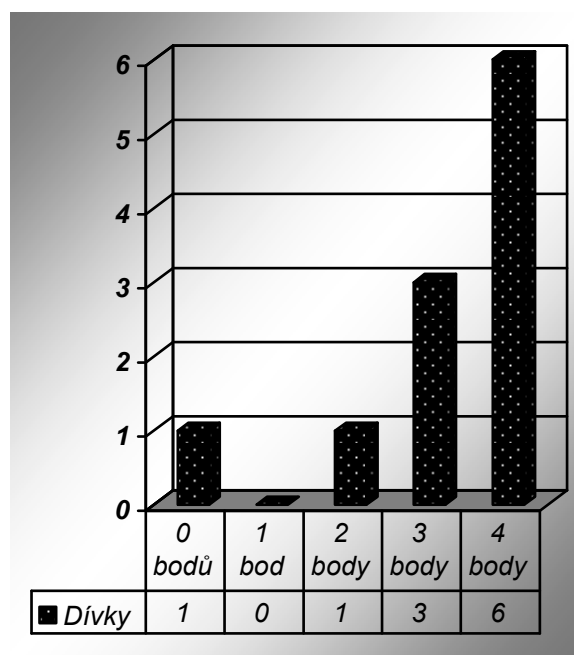
Tabulka č. 6: Bodové hodnocení chlapců a dívek za 6. úlohu

Dosažené body	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
0	0	1
1	1	0
2	1	1
3	3	3
4	3	6

Graf č. 11: Bodové vyjádření úspěšnosti
chlapců v 6. úloze



Graf č. 11: Bodové vyjádření úspěšnosti
dívek v 6. úloze



S poslední slovní úlohou si většina žáků věděla rady. Body ztráceli kvůli chybějícímu zápisu nebo řešení. Dívky i chlapci si pomáhali grafickým znázorněním, který jim usnadnil řešení, dále dle logického úsudku zvolili pořadí všech dětí. Obě

skupiny mohly získat v této úloze maximálně 4 body, a to bod za správný zápis, dva body za správné vyřešení úlohy a bod za správnou odpověď.

Ukázka řešení č. 8

kamarádů ... 5
Adam je vyšší než ... Tomáš
Tomáš vyšší než ... Jana Lucka
Filip je menší než ... Adam
Kdo je nejvyšší ... ?

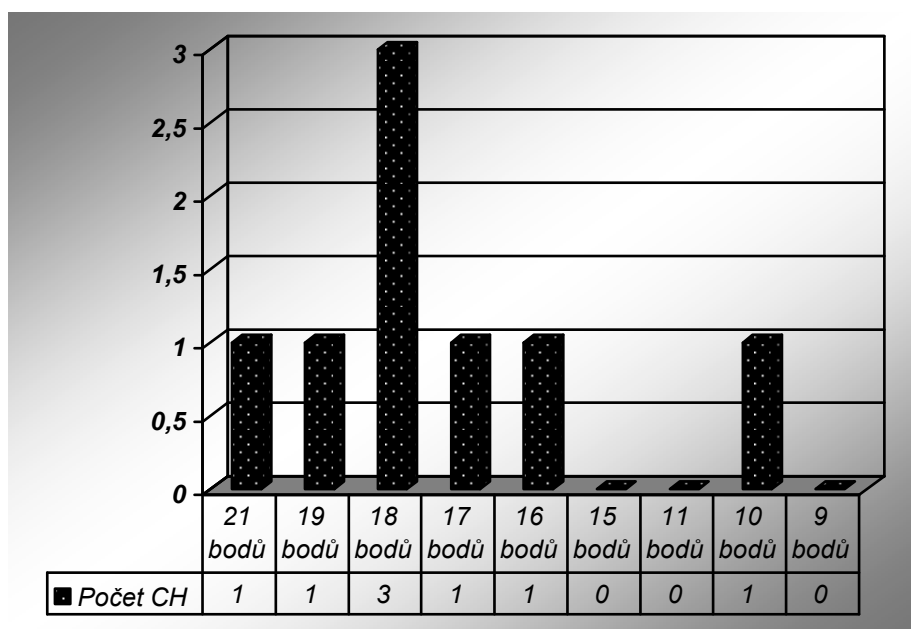
ADAM FILIP TOMÁŠ JANA LUCKA
○ ○ ○ ○ ○

Celkové hodnocení

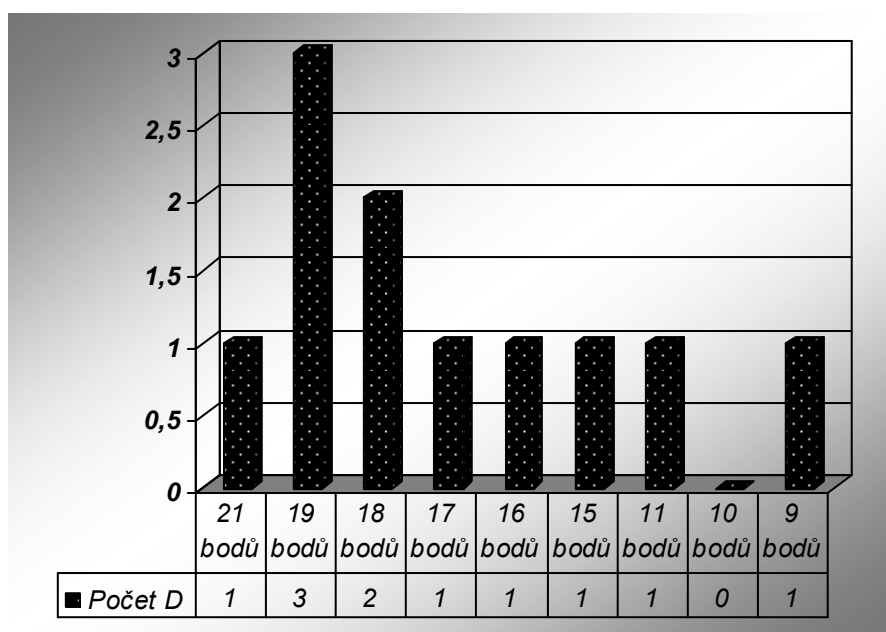
Tabulka č. 7: Celkový počet bodů chlapců a dívek v jednotlivých úlohách

Celkový počet bodů	Četnosti (chlapci)	Četnosti (dívky)
21	1	1
19	1	3
18	3	2
17	1	1
16	1	1
15	0	1
11	0	1
10	1	0
9	0	1

Graf č. 13: Celkové bodové vyjádření úspěšnosti chlapců ze všech úloh



Graf č. 14: Celkové bodové vyjádření úspěšnosti dívek ze všech úloh



Chlapci v první úloze mohli získat maximálně 32 bodů, s minimální ztrátou bodů získali 26 bodů. Ve druhé úloze získali 29 bodů z celkového počtu 32 bodů. Ve třetí úloze byl maximální počet bodů u chlapců 48, z toho chlapci získali 20 bodů. Čtvrtá úloha nabízela maximálně 32 bodů. Zde chlapci získali 30 bodů. Pátá úloha, stejně jako šestá, byla maximálně obodovaná 32 body. Chlapci v páté úloze získali 8 bodů a v šesté úloze 24 bodů.

Dívky v první úloze mohly získat maximálně 44 bodů, získaly 35 bodů. Druhá úloha byla opět s maximálním počtem bodů 44, zde dívky získaly 31 bodů. Ve třetí úloze mohly dívky získat nejvíce 66 bodů a získaly 33 bodů. Čtvrtá úloha, pátá úloha i šestá úloha byla s maximálním počtem bodů 44. Ve čtvrté úloze dívky získaly 39 bodů. V páté úloze dívky získaly 9 bodů a v šesté úloze měly dívky celkem 35 bodů.

Nejmenší počet bodů získali obě skupiny v páté úloze, a to chlapci 8 bodů a dívky 9 bodů.

5. 5 Závěr průzkumného šetření

Didaktický test psalo dohromady osm chlapců a jedenáct dívek. Na základě vyhodnocení didaktického testu jsem zjistila, že dívky i chlapci byli v první úloze úspěšní stejně. Druhá úloha ale byla úspěšnější pro chlapce. Naopak ve třetí úloze se dařilo více dívkám, stejně jako ve čtvrté úloze. Kombinatorická úloha se lépe povedla chlapcům a úlohu na logické uvažování opět úspěšněji řešily dívky. Z tabulky celkového počtu bodů, který byl jednotlivci dosažený, lze vidět, že ve čtyřech případech dosáhly dívky více bodů než chlapci, ve třech případech získali dívky i chlapci stejný počet bodů a pouze ve dvou případech získali chlapci větší počet bodů. Žáci byli schopní vyřešit úlohy dle vlastního logického úsudku.

Závěr

Ve své diplomové práci jsem se zabývala srovnáním řešení matematických úloh u žáků primární školy. Cílem mé diplomové práce bylo shrnout dosavadní teoretické poznatky o matematických úlohách, analyzovat jednotlivé postupy řešení matematických úloh u žáků základní školy, porovnat výsledky dosažených v testu u dívek a chlapců, zjistit míru úspěšnosti dívek a chlapců při řešení matematických úloh.

Matematickými úlohami jsem se zabývala v teoretické části mé diplomové práce. Díky odborné literatuře jsem se snažila přiblížit co jsou matematické úlohy, slovní úlohy, jejich rozdělení, zabývala jsem se metodami řešení těchto úloh, postupy, které se využívají při řešení slovních úloh.

Druhá část diplomové práce byla praktická. Skládá se z vyhodnocení didaktických testů, které jsem vytvořila pro žáky 5. ročníku ZŠ a které žáci jedné třídy této základní školy, během vyučovací hodiny tj. 45 minut, řešili. Slovní úlohy byly různého typu. V jejich didaktických testech se objevily úlohy standardní, které řešili podle jím známého postupu, větší obtíže žákům dělaly úlohy kombinatorické a divergentní, které v didaktickém testu měly také své zastoupení a které žáci mohli řešit netradičním způsobem.

Po vyhodnocení těchto testů jsem dospěla k názoru, že žáci 5. ročníku ZŠ Topolná, kde jsem prováděla průzkumné šetření, jsou sice schopní řešit matematické úlohy dle vlastního úsudku, ale více upřednostňují standardní způsoby řešení před netradičním způsobem, kde právě logiku a úsudek mohou daleko více využít. Jen malý počet žáků třídy, kde se konalo průzkumné šetření, se odvážilo o netradiční způsoby řešení. Podle výsledků se v logických úlohách více dařilo chlapcům. Celkové vyhodnocení didaktického testu jedenácti dívek a osmi chlapců bylo velmi vyrovnané, ve většině případech dívky i chlapci získali stejný počet bodů, dívky byly úspěšnější ve třech případech a chlapci byli úspěšnější ve dvou případech celkového počtu bodů, který byl jednotlivci dosažený.

Závěrem bych chtěla jen podotknout, že aby žáci byli úspěšní a tvořiví závisí také na samotném učiteli, právě on je pro ně ve většině případech takovou múzou a zrcadlem.

Seznam použité literatury a pramenů

1. BLAŽKOVÁ R., MATOUŠKOVÁ K., VAŇUROVÁ M. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4
2. BLAŽKOVÁ R., MATOUŠKOVÁ K., VAŇUROVÁ M. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně základní školy*. Brno: Masarykova univerzita, 1992. 78 s. ISBN 80-210-0468-1
3. EICHLEROVÁ M., STAUDKOVÁ H., VLČEK O. *Matematika*. VŠEŇ: ALTER, 2008. 32 s. ISBN 978-80-7245-148-7
4. HECHT T., SKLENÁRIKOVÁ Z. *Metódy riešenia matematických úloh*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1992. 243 s. ISBN 80-08-00340-5
5. HEJNÝ M., KUŘINA F. *Dítě škola a matematika*. Praha: Portál, 2001. 191 s. ISBN 80-7178-581-4
6. CHRÁSKA M. *Didaktické testy*. Brno: Paido, 1999. 91 s. ISBN 80-85931-68-0
7. CHRÁSKA M. *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada, 2007. 272 s. ISBN 978-80-247-1369-4
8. JUSTOVÁ J. *Matematika pro 5. ročník základních škol 1. díl*. Všeň: ALTER, 2008. 63 s. ISBN 978-80-7245-170-8
9. JUSTOVÁ J. *Matematika pro 5. ročník základních škol 2. díl*. Všeň: ALTER, 1997. 62 s. ISBN 80-85775-71-9
10. KALHOUS Z., OBST O. *Školní didaktika*. Olomouc: UP Olomouc, 2000. 178 s. ISBN 80-7067-920-4

11. KONFOROVIČ A.G. *Významné matematické úlohy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. 208 s. ISBN 80-04-21848-2
12. KOŘÍNEK M. *Metody a techniky pedagogického výzkumu*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1971. 134 s.
13. KOTYRA D., SIVOŠOVÁ A. *Slovní úlohy*. Havlíčkův Brod: Fragment, 2004. 77 s. ISBN 80-7200-904-4
14. KVĚTOŇ P. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1982. 242 s.
15. KVĚTOŇ P. *Kapitoly z didaktiky matematiky II*. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1986. 217 s.
16. MOLNÁR J., MIKULENKOVÁ H. *Matematika a její aplikace*. Olomouc: Prodos, 2007. 63 s. ISBN 978-80.7230-186-7
17. NOVÁK B., STOPENOVÁ A. *Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ*. Olomouc: UP Olomouc, 1993. 51 s. ISBN 80-7067-294-3
18. NOVOTNÁ J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: Univerzita Karlova, 2000. 126 s. ISBN 80-7290-011-0
19. ODVÁRKO O., CALDA E., ŠEDIVÝ J., ŽIDEK S. *Metody k řešení matematických úloh*. Praha: Státní nakladatelství, 1990. 264 s. ISBN 80-04-20434-1
20. PEJSAR Z. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky*. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta v Ústí nad Labem, 1990. 105 s. ISBN 80-7044-022-8
21. ROSECKÁ Z. *Matematika 2*. Brno: Nová škola, 2007. 111 s. ISBN 80-85607-23-9
22. ZELINA M. *Tvořivost v matematice*. Ostrava: Krajský pedagogický ústav Ostrava, 1990. ISBN 80-900158-9-1

Internetové odkazy

23. *Matematické a logické úlohy (hlavolamy)* [online] [cit. 29-03-2010]. Dostupné na WWW: <<http://hlavolamy.stylove.com>>.

24. *Profův svět* [online] [cit. 29-03-2010]. Dostupné na WWW: <<http://profuvsvet.ic.cz/view.php?cisloclanku=2006100002>>.

25. SVOBODA, MARTIN. *Citáty slavných osobností* [online]. Vystaveno 2007 – 2010 [cit. 01-04-2010]. Dostupné na WWW: <<http://citaty.net/citaty-o-skole>>.

Seznam příloh

Příloha č. 1: Předloha didaktického testu

Příloha č. 2: Ukázka didaktického testu č. 1

Příloha č. 3: Ukázka didaktického testu č. 2

Příloha č. 1

Jméno a příjmení:

Dívka - chlapec

Třída:

1. Tatínek s maminkou se rozhodli koupit televizi. Původní cena televize byla 15 390 Kč, potom ale byla zlevněna o $\frac{1}{3}$ ceny. O kolik korun byla televize zlevněná? Kolik Kč stojí nyní?
 2. Prázdná přepravka má hmotnost 2 kg. Můžeme do ní dát 30 konzerv o hmotnosti 450 g, když její celková hmotnost nesmí přesáhnout 15 kg?
 3. V obchodě mají dva druhy kapesníků a to za 4 Kč a za 6 Kč. Kolik kterých kapesníků mohla maminka koupit, když za ně chtěla utratit přesně 50 Kč?
-

4. Otcí je 39 let, dědeček je o 26 let starší. Strýc je starší než otec, ale mladší než dědeček. Kolik je strýci let?

5. Turnaje košíkové se zúčastnilo 6 družstev. Kolik zápasů bylo celkem odehráno, jestliže se hrálo každé družstvo s každým?

6. Jana, Filip, Adam, Lucka a Tomáš jsou kamarádi. Adam je vyšší než Tomáš. Tomáš je vyšší než obě děvčata. Filip je o 15 centimetrů menší než Adam. Kdo je nejvyšší?

Příloha č. 2

Jméno a příjmení: *Michal Bernasik*

Dívka - chlapec

Třída: V

1. Tatínek s maminkou se rozhodli koupit televizi. Původní cena televize byla 15 390 Kč, potom ale byla zlevněna o $\frac{1}{3}$ ceny. O kolik korun byla televize zlevněná? Kolik Kč stojí nyní?

Původní cena ... 15 390
 Zlevnění ... $\frac{1}{3}$
 Zlevnění ... ?
 stojí ... ?

$$15\,390 : 3 = 5\,130$$

$$\begin{array}{r} 15\,390 \\ - 5\,130 \\ \hline 10\,260 \end{array}$$

Televize byla zlevněna o 5 130 Kč.

Televize stojí 10 260 Kč.

2. Prázdná přepravka má hmotnost 2 kg. Můžeme do ní dát 30 konzerv o hmotnosti 450 g, když její celková hmotnost nesmí přesáhnout 15 kg?

Přepravka ... 2 kg
 1 konzerva ... 450 g
 Máme 30 konzerv ... ?
 Nemůžeme do ní dát 30 konzerv.

$$\begin{array}{r} 2\,000 \\ + 13\,500 \\ \hline 15\,500 \end{array}$$

3. V obchodě mají dva druhy kapesníků a to za 4 Kč a za 6 Kč. Kolik kterých kapesníků mohla maminka koupit, když za ně chtěla utratit přesně 50 Kč?

1 druh ... 4 Kč
 2 druh ... 6 Kč
 Kolik kapesníků koupit ... ?

$$6 \cdot 7 = 42 \quad 4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 8 \\ \hline 50 \end{array}$$

Maminka nakoupila 7 kapesníků za 6 Kč a 2 kapesníky za 4 Kč.

4. Otec je 39let, dědeček je o 26let starší. Strýc je starší než otec, ale mladší než dědeček. Kolik je strýci let?

$$\begin{array}{r} 39 \\ + 26 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 - 21 = 44 \\ 65 - 39 = 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 - 26 = 39 \\ 65 - 39 = 26 \end{array}$$

Otec ... 39 let
 dědeček ... 65 let
 strýc ... 44 let
 strýc je 40-64 let
 strýc je 49

44

5. Turnaje košíkové se zúčastnilo 6 družstev. Kolik zápasů bylo celkem odehráno, jestliže hrálo každé družstvo s každým?

družstev ... 6
 zápasů ... 15
 hrálo se 15 zápasů
 hrálo se 15 zápasů

X	0	X	X	X	X	X
X	X	0	X	X	X	X
X	X	X	0	X	X	X
X	X	X	X	0	X	X
X	X	X	X	X	0	X
X	X	X	X	X	X	0
1	2	3	4	5	6	

15

6. Jana, Filip, Adam, Lucka a Tomáš jsou kamarádi. Adam je vyšší než Tomáš. Tomáš je vyšší než obě děvčata. Filip je o 15 centimetrů menší než Adam. Kdo je nejvyšší?

Adam ... nejvyšší než Tomáš
 Tomáš je ... je vyšší než obě
 Filip ... o 15 cm nižší než Adam

Adam je nejvyšší

21

Příloha č. 3

Jméno a příjmení: *Michaela Poláčková*

Dívka - chlapec

Třída: *5.*

1. Tatínek s maminkou se rozhodli koupit televizi. Původní cena televize byla 15 390 Kč, potom ale byla zlevněna o $\frac{1}{3}$ ceny. O kolik korun byla televize zlevněná? Kolik Kč stojí nyní?

původní cena ... 15 390 Kč
zlevněná o ... $\frac{1}{3}$ z
zlevněná o ... ?
kolik stojí ... ?

*Televize je zlevněná o 5130 Kč.
Televize teď stojí 10 260 Kč.*

$$\begin{array}{r} 15\,390 \\ - 5\,130 \\ \hline 10\,260 \end{array}$$

2. Prázdná přeprava má hmotnost 2 kg. Můžeme do ní dát 30 konzerv o hmotnosti 450 g, když její celková hmotnost nesmí přesáhnout 15 kg?

prázdná přeprava ... 2 kg
můžeme do ní dát ... 30 konzerv
o hmotnosti ... 450 g
hmotnost nesmí přesáhnout ... 15 kg

Do přepravy nemůžeme dát 30 konzerv.

$$\begin{array}{r} 15\,000 \\ - 900 \\ \hline 14\,100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15\,000 \\ - 13\,500 \\ \hline 1\,500 \end{array}$$

3. V obchodě mají dva druhy kapesníků a to za 4 Kč a za 6 Kč. Kolik kterých kapesníků mohla maminka koupit, když za ně chtěla utratit přesně 50 Kč?

kapesníky za ... 4 Kč a 6 Kč
chce utratit ... 50 Kč
kolik kterých kapesníků koupila ... ?

4 Kč + 6 Kč = 10 Kč (6 · 4) + (4 · 5) = 44 Kč

4 Kč 6 Kč

Maminka mohla koupit dvoje kapesníky za 10 Kč nebo za 4 Kč za 6 Kč a sd.

4. Otcí je 39let, dědeček je o 26let starší. Strýc je starší než otec, ale mladší než dědeček. Kolik je strýci let?

Otcí je ... 39let
 dědeček je o ... 26 let starší než
 strýc starší než ... otec
 mladší než ... dědeček
Kolik je strýci let ... ?
 $39 + 26 = 65$ $65 - 25 = 40$
 Strýci je 40 let.

41

5. Turnaje košíkové se zúčastnilo 6 družstev. Kolik zápasů bylo celkem odehráno, jestliže hrálo každé družstvo s každým?

družstev ... 6
 odehráno zápasů ... ?

15 zápasů ($30 : 2 = 15$)

41

6. Jana, Filip, Adam, Lucka a Tomáš jsou kamarádi. Adam je vyšší než Tomáš. Tomáš je vyšší než obě děvčata. Filip je o 15 centimetrů menší než Adam. Kdo je nejvyšší?

kamarádů ... 5
 Adam je vyšší než ... Tomáš
 Tomáš vyšší než ... Jana Lucka
 Filip je menší než ... Adam
Kdo je nejvyšší ... ?
 ADAM FILIP TOMÁŠ JANA LUCKA
 ○ ○ ○ ○ ○ ○
 nejvyšší je Adam.

41
 211

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Kateřina Kadlčíková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	<u>Mgr. Eva Hotová, Ph.D.</u>
Rok obhajoby:	2010

Název práce:	Komparace řešení matematických úloh u žáků primární školy
Název v angličtině:	Comparison of the solutions of mathematical problems in primary school pupils
Anotace práce:	Diplomová práce se zabývá komparací řešení matematických úloh u žáků základní školy. Teoretická část obsahuje čtyři kapitoly. První kapitola se zabývá učebními úlohami. Druhá kapitola se věnuje typologii učebních úloh. Třetí kapitola je zaměřena na slovní úlohy a jejich rozdělení a čtvrtá kapitola se zabývá řešením slovních úloh, postupy řešení úloh a obtížemi spojených s tímto procesem. V praktické části se pomocí didaktického testu zjišťuje schopnost řešení matematických úloh u žáků 5. ročníku základní školy.
Klíčová slova:	učební úloha, matematická učební úloha, typologie, slovní úloha, řešení slovní úlohy, průzkumné šetření, metoda průzkumného šetření, didaktický test
Anotace v angličtině:	This thesis deals with the comparison of solving mathematical problems with elementary school pupils. The theoretical part contains four chapters. The first chapter deals with teaching tasks. The second chapter deals with the typology of teaching tasks. The third chapter focuses on word problems and their division and fourth chapter deals with solving word problems, how to troubleshoot problems and difficulties associated with this process. The practice of using a didactic test detects ability of solving mathematical problems for students 5th year of primary school.
Klíčová slova v angličtině:	teaching role, the role of mathematical teaching, typology, word problems, solving word problems, an exploratory survey, exploratory survey method, doctrinal test
Přílohy vázané v práci:	Příloha č. 1: Předloha didaktického testu Příloha č. 2: Ukázka didaktického testu č. 1 Příloha č. 3: Ukázka didaktického testu č. 2
Rozsah práce:	81 s. (88 245 znaků), 3 obr. přílohy
Jazyk práce:	CZ