

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Brno, 2016

Bc. Petr Fiala



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY

A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

**VLASTNOSTI ASYNCHRONNÍHO MOTORU
NAPÁJENÉHO Z FREKVENČNÍHO MĚNIČE**

INDUCTION MOTOR POWERED FROM INVERTER

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Petr Fiala

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

BRNO 2016

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor **Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika**
Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Student: Bc. Petr Fiala

ID: 138693

Ročník: 2.

Akademický rok: 2015/16

NÁZEV TÉMATU:

Vlastnosti asynchronního motoru napájeného z frekvenčního měniče

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Provedte literární rešerši dané problematiky.
2. Provedte teoretický rozbor dané problematiky.
3. Navrhňte měřicí metody vlivu napájení asynchronního motoru z frekvenčního měniče na účinnost a oteplení.
4. Provedte měření na asynchronním motoru osově výšky 132 mm ve čtyřpólovém provedení řady 1LE napájeného ze sinusového zdroje napětí a z frekvenčního měniče řady G 120.
5. Vyhodnoťte výsledky měření.

Termín zadání: 21.9.2015

Termín odevzdání: 24.5.2016

Vedoucí práce: doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

Konzultanti diplomové práce:

Ing. Ondřej Vitek, Ph.D.
předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Abstrakt

V této diplomové práci jsou rozebrány přídavné ztráty, které vznikají v asynchronním motoru vlivem napájení z frekvenčního měniče. V první kapitole je provedena literární rešerše a jsou zde zmíněny důležité publikace, ze kterých bylo čerpáno. Druhá kapitola pojednává podrobněji o jednotlivých typech ztrát v asynchronním motoru. Ve třetí kapitole se uvádí další negativní vlivy měničů na motory, čtvrtá kapitola pak definuje možné měřicí metody, které by vedly k prokázání a vyčíslení velikosti přídavných ztrát. V rámci páté kapitoly je představen měřený motor a měřicí přístroje, které byly pro výzkum využity. V poslední, šesté kapitole, jsou prezentovány stěžejní výsledky měření, které proběhlo na zkušebně.

Abstract

This master's thesis studies additional losses generated in the induction motor powered from inverter. The first chapter was used for literature search and it mentions valuable publications. The second chapter discusses the different types of losses in the induction motor. The third chapter describes other negative effects on motor caused by inverter, the fourth one defines possible measuring methods, which would lead to the quantification of additional losses. The fifth chapter introduces the electromotor tested as well as the measuring instruments used. The last chapter presents pivotal results of the measurement in the testing room.

Klíčová slova

asynchronní motor; frekvenční měnič; přídavné ztráty; ztráty v železe;
účinnost elektromotoru; účinnost měniče

Keywords

induction motor; inverter; additional losses; iron losses;
electromotor efficiency; inverter efficiency

Bibliografická citace

FIALA, P. *Vlastnosti asynchronního motoru napájeného z frekvenčního měniče*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2016. 59 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc..

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Vlastnosti asynchronního motoru napájeného z frekvenčního měniče jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

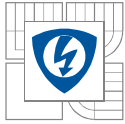
Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Čestmíru Ondruškovi, CSc. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc, dále doc. Dr. Ing. Miroslavu Patočkovi za cenné rady při zpracování mé diplomové práce, Ing. Ivo Tkáčovi a p. Jiřímu Rajčulovi ze společnosti Siemens s.r.o. – odštěpný závod Elektromotory Mohelnice za možnost realizace kompletního měření na zkušebně a vývojové dílně a RNDr. Renatě Fialové, Ph.D. za korekturu textu.

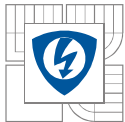
V Brně dne

Podpis autora



Obsah

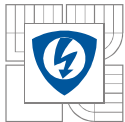
SEZNAM OBRÁZKŮ	9
SEZNAM TABULEK.....	10
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	11
ÚVOD.....	13
1 SOUČASNÝ STAV LITERATURY.....	14
2 ZTRÁTY V ASYNCHRONNÍM MOTORU	15
2.1 OBECNÝ POPIS.....	15
2.2 ZTRÁTY V ŽELEZE.....	16
2.2.1 HYSTEREZNÍ ZTRÁTY	16
2.2.1.1 Hysterezní ztráty způsobené první harmonickou	16
2.2.1.2 Hysterezní ztráty způsobené vyššími harmonickými.....	18
2.2.2 ZTRÁTY VÍŘIVÝMI PROUDY	21
2.2.2.1 Ztráty vířivými proudy způsobené první harmonickou	26
2.2.2.2 Ztráty vířivými proudy způsobené vyššími harmonickými	28
2.3 ZTRÁTY VE VINUTÍ.....	29
2.4 ZTRÁTY MECHANICKÉ.....	30
3 NEGATIVNÍ VLIVY MĚNIČŮ NA ASYNCHRONNÍ MOTORY	31
3.1 DEGRADACE IZOLACE MOTORU	31
3.2 KAPACITNÍ PROUDY	31
3.3 LOŽISKOVÉ PROUDY	31
3.4 DALŠÍ JEVY	32
4 MĚŘICÍ METODY PRO URČENÍ PŘÍDAVNÝCH ZTRÁT V MOTORU VLIVEM NAPÁJENÍ Z FREKVENČNÍHO MĚNIČE	32
4.1 SROVNÁNÍ ZTRÁT PŘI SHODNÉ VELIKOSTI PRVNÍ HARMONICKÉ NAPĚTÍ.....	33
4.2 URČENÍ POMOCÍ MĚŘENÍ VELIČIN VE STEJNOSMĚRNÉM MEZIOBVODU.....	34
5 PŘÍPRAVA MĚŘENÍ	36
5.1 MĚŘENÝ OBJEKT	36
5.2 POUŽITÉ MĚŘICÍ PŘÍSTROJE.....	38
5.2.1 VÝKONOVÝ ANALYZÁTOR.....	38
5.2.2 DYNAMOMETR.....	38
5.2.3 PŘÍSTROJ PRO MĚŘENÍ TEPLIT.....	39
5.3 SPECIFIKA A PODMÍNKY MĚŘENÍ.....	40
5.4 PŘEDSTAVENÍ MĚŘICÍHO PLÁNU.....	40
6 VÝSLEDKY MĚŘENÍ	41
6.1 PŘÍMÉ NAPÁJENÍ MOTORU BEZ VYUŽITÍ MĚNIČE FREKVENCE.....	41
6.1.1 ODPORY VINUTÍ ZA STUDENA	41



6.1.2 OTEPLOVACÍ CHARAKTERISTIKA A PARAMETRY OTEPLENÉHO MOTORU – NAPÁJENÍ PŘÍMO ZE SÍTĚ	42
6.1.3 ODPORY VINUTÍ MĚŘENÉ NA OTEPLENÉM MOTORU	44
6.1.4 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA	45
6.1.5 ZKOUŠKA NAPRÁZDNO	46
6.2 MOTOR NAPÁJENÝ Z MĚNIČE FREKVENCE	48
6.2.1 VYUŽITÝ MĚNIČ FREKVENCE	48
6.2.2 OTEPLOVACÍ CHARAKTERISTIKA A PARAMETRY OTEPLENÉHO MOTORU - NAPÁJENÍ Z MĚNIČE FREKVENCE	48
6.2.3 PARAMETRY MOTORU NAPÁJENÉHO Z MĚNIČE FREKVENCE – ZKOUŠENÍ PRO JINÝ NEŽ JMENOVITÝ STAV	53
6.2.4 PROVĚŘENÍ ZÁVISLOSTI PŘÍDAVNÝCH ZTRÁT NA VELIKOSTI NOSNÉHO KMITOČTU	55
7 ZÁVĚR	58
LITERATURA	59

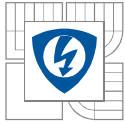
SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1 – Tok výkonu asynchronního stroje v motorickém režimu</i>	<i>15</i>
<i>Obrázek 2 – Statická hysterezní smyčka [2]</i>	<i>16</i>
<i>Obrázek 3 – Pracoviště pro měření hysterezních smyček feromagnetických materiálů [4].....</i>	<i>18</i>
<i>Obrázek 4 – Znázornění zvlnění magnetizačního proudu při sinusové PWM [6]</i>	<i>19</i>
<i>Obrázek 5 – Znázornění přídavných hysterezních ztrát [6]</i>	<i>19</i>
<i>Obrázek 6 – Znázornění vířivých proudů na řezu plechu.....</i>	<i>22</i>
<i>Obrázek 7 – Znázornění jednotlivých diferenciálních závitů a jejich náhrada jedním ekvivalentním</i>	<i>22</i>
<i>Obrázek 8 – Náorné zobrazení magnetického skinefektu v podélném řezu magnetického vodiče</i>	<i>24</i>
<i>Obrázek 9 – Hloubka vniku železa a mědi v závislosti na frekvenci pole.....</i>	<i>25</i>
<i>Obrázek 10 – Režim konstantního toku při řízení motoru</i>	<i>26</i>
<i>Obrázek 11 – Režim odbuzování (režim konstantního napětí) při řízení motoru.....</i>	<i>27</i>
<i>Obrázek 12 – Možná dráha cirkulačního ložiskového proudu (nákras v řezu asynchronního motoru) [13]</i>	<i>32</i>
<i>Obrázek 13 – Trojfázový střídač a v zátěži trojfázový motor zapojený do hvězdy [6].....</i>	<i>34</i>
<i>Obrázek 14 – Měřený asynchronní motor ukotvený ke zkušební stoličci a připojený přes spojku k dynamometru</i>	<i>37</i>
<i>Obrázek 15 – Výkonový analyzátor Fluke NORMA 4000</i>	<i>38</i>
<i>Obrázek 16 – Zakrytovaný velký asynchronní motor sloužící jako zatěžovatel.....</i>	<i>39</i>
<i>Obrázek 17 – Přenosný přístroj pro sběr dat z termočláneků.....</i>	<i>39</i>
<i>Obrázek 18 – Vykreslená oteplovací charakteristika motoru.....</i>	<i>43</i>
<i>Obrázek 19 – Momentová charakteristika motoru.....</i>	<i>45</i>
<i>Obrázek 20 – Závislost proudu, příkonu a účinníku na napájecím napětí při zkoušce naprázdno, určení mechanických ztrát.....</i>	<i>47</i>
<i>Obrázek 21 – Využitý měnič frekvence</i>	<i>48</i>
<i>Obrázek 22 – Sdružené napětí na motoru mezi fázemi U-V a fázový proud v případě napájení z měniče frekvence - nosný kmitočet 4 kHz</i>	<i>50</i>
<i>Obrázek 23 – Spektrum napětí na motoru při napájení z měniče frekvence s nastaveným nosným kmitočtem 4 kHz.....</i>	<i>51</i>
<i>Obrázek 24 – Vykreslená oteplovací charakteristika motoru napájeného z měniče.....</i>	<i>52</i>
<i>Obrázek 25 – Závislost celkových ztrát v motoru a měniči na velikosti spínacího kmitočtu.....</i>	<i>56</i>
<i>Obrázek 26 – Závislost účinnosti motoru a celého pohonu na velikosti spínacího kmitočtu</i>	<i>57</i>



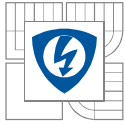
SEZNAM TABULEK

<i>Tabulka 1 – Parametry určené a vypočtené při návrhu motoru</i>	<i>36</i>
<i>Tabulka 2 – Označení termočlánků a jejich umístění v motoru.....</i>	<i>37</i>
<i>Tabulka 3 – Hodnoty naměřených odporů za studena</i>	<i>42</i>
<i>Tabulka 4 – Parametry změřené/vypočtené při jmenovitém napájení a jmenovitém zatížení</i>	<i>42</i>
<i>Tabulka 5 – Naměřené hodnoty na termočláncích a oteplení příslušné části motoru</i>	<i>44</i>
<i>Tabulka 6 – Hodnoty naměřených odporů po oteplení motoru</i>	<i>44</i>
<i>Tabulka 7 – Moment zvratu, otáčky při momentu zvratu a velikost fázového záběrného proudu pro různé hodnoty sdruženého napětí.....</i>	<i>46</i>
<i>Tabulka 8 – Změřené a vypočítané hodnoty ztrát ze zkoušky naprázdno pro jmenovité napájecí napětí.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabulka 9 – Parametry změřené/vypočtené v případě napájení motoru z měniče frekvence při... jmenovitém zatížení.....</i>	<i>49</i>
<i>Tabulka 10 – Naměřené hodnoty na termočláncích a oteplení příslušné části motoru napájeného z měniče frekvence</i>	<i>51</i>
<i>Tabulka 11 – Parametry změřené/vypočtené v případě napájení motoru z měniče frekvence pro různé hodnoty napájecího napětí / frekvence a zátěže.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabulka 12 – Ustálené hodnoty teplot změřené pomocí termočlánků - jednotlivé body plánu</i>	<i>54</i>
<i>Tabulka 13 – Změřené výkony a příkony motoru spolu s vypočtenými účinnostmi v závislosti na různé velikosti spínací frekvence tranzistorů</i>	<i>55</i>



SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

$B; B_{\max}$	–	magnetická indukce
B_r	–	remanentní indukce
d	–	průměr jednoho měděného vodiče
f	–	frekvence nosné vlny
f_1	–	frekvence první harmonické
f_R	–	rotorová frekvence
h	–	tloušťka plechu
H	–	intenzita magnetického pole
H_C	–	koercitivní síla
I_μ	–	magnetizační proud
$i(t)$	–	okamžitá hodnota elektrického proudu
$I_{\text{stř}}$	–	střední hodnota elektrického proudu
I_{ef}	–	efektivní hodnota elektrického proudu
l_{Fe}	–	délka střední siločáry magnetického obvodu
$l_{\text{stř}}$	–	střední délka závitu
$L_{\sigma V}$	–	rozptylová vířivá indukčnost
M	–	činitel modulace
M_m	–	moment motoru na hřídeli
N	–	počet závitů
P_1	–	jmenovitý elektrický příkon motoru
P_2	–	jmenovitý mechanický výkon motoru
ΔP	–	celkové ztráty v motoru
$P_{h,1}$	–	ztrátový výkon první harmonické způsobený hysterezí
ΔP_H	–	ztrátový výkon vyšších harmonických způsobený hysterezí
ΔP_{jS}	–	ztrátový výkon ve vinutí statoru
ΔP_{jR}	–	ztrátový výkon v klecovém vinutí rotoru
ΔP_{mech}	–	mechanický ztrátový výkon
P_V	–	ztrátový výkon způsobený vířivými proudy
$P_{V,1h}$	–	ztrátový výkon první harmonické způsobený vířivými proudy
$P_{V,nh}$	–	ztrátový výkon vyšších harmonických způsobený vířivými proudy
PWM	–	pulsní šířková modulace



R_{1f}	–	odpor jedné fáze statorového vinutí
R_d	–	diferenciální odpor
R_v	–	vířivý odpor
s	–	střída impulsů
S_{Fe}	–	plocha magnetického obvodu
S_H	–	plocha hysterezní smyčky (způsobena první harmonickou)
S_{vod}	–	průřez jednoho měděného vodiče
ΔS_H	–	plocha miniaturní hysterezní smyčky (způsobena vyššími harmonickými)
t	–	čas
T_1	–	perioda první harmonické
$u(t)$	–	okamžitá hodnota elektrického napětí
$U_{ef,A-B}$	–	celková efektivní hodnota sdruženého napětí
$U_{ef1.h;A-B}$	–	efektivní hodnota první harmonické sdruženého napětí
$U_{efn.h;A-B}$	–	efektivní hodnota vyšších harmonických sdruženého napětí
$U_{1.h;A-B}$	–	amplituda první harmonické sdruženého napětí
U_d	–	napětí na stejnosměrném meziobvodu měniče
V_{Fe}	–	objem magnetického obvodu
δ	–	hloubka vniku
η	–	účinnost motoru
μ_0	–	permeabilita vakua (absolutní)
μ_r	–	relativní permeabilita
ρ	–	rezistivita
φ	–	fázový posuv mezi napětím a proudem
ϕ	–	magnetický tok
ψ	–	spřažený magnetický tok
ω	–	úhlová rychlost

ÚVOD

Asynchronní motor, jinak řečeno také indukční motor, s kotvou nakrátko je v současné době nejužívanějším typem elektromotoru, bývá oblíben především pro svou značnou spolehlivost, jednoduchou konstrukci, široké spektrum využitelnosti, levnější výrobu, a tím i výslednou prodejní cenu vzhledem k ostatním strojům, např. synchronním.

Řídit rychlost otáčení jeho rotoru, a tím i změny výkonu, je možné několika způsoby. K těm tradičnějším patří přepínání počtů pólů (skoková změna) a změna skluzu (řazení regulačního rezistoru do jednotlivých fází vinutého rotoru – nehospodárné). Mnohem efektivnější způsob umožňující spojitě řízení třífázového asynchronního motoru je změna kmitočtu, kdy se mezi napájecí síť a řízený motor zapojí měnič frekvence. Pro tyto účely se nejčastěji v praxi využívá tzv. nepřímý měnič složený z šestipulsního usměrňovače, stejnosměrného meziobvodu a střídače tvořeného tranzistorem.

Použití měničů s sebou přináší spoustu výhod, kdy vedle jeho nejvýznamnějšího přínosu, kterým je právě výše zmiňované řízení otáček, jde například o určení rozběhové charakteristiky motorů, kde rozběhy lze řídit po tzv. nastavených rampách. Značné výhody však v neposlední řadě jejich užití přináší i z provozně-ekonomického hlediska. Během několika posledních let, hlavně po tzv. finanční krizi, která vyvrcholila přibližně před šesti lety, je kladen čím dál větší důraz na úspory nákladů spojené s provozem nejrůznějších technických zařízení ve výrobních podnicích i v domácnostech. Snahy o snižování těchto nákladů jdou ruku v ruce s šetřením všemi druhy energií. Čím nižší budou spotřeby, tím méně elektrické energie bude třeba vyrábět, respektive z ekologického pohledu - tím více budou ušetřeny přírodní zdroje zeměkoule. Prakticky k tomu podniky přistupují cestou zvyšování účinností jednotlivých zařízení. Jako další významná možnost se jeví právě snižování výkonů točivých strojů řízením otáček v provozu, pokud jejich využívání je pouze částečné (jinak řečeno - jestliže není třeba v daném časovém okamžiku plného, jmenovitého výkonu strojů). Z tohoto hlediska jsou měniče nesporně považovány za užitečná zařízení, která skýtají i do budoucna velký potenciál.

Oproti výše uvedeným výhodám je nutné mít na paměti, že existují také negativa, se kterými se musí při plánovaném využívání měničů v pohonné soustavě počítat. Z laického pohledu bude největším kamenem úrazu nákupní cena, která většinou převyšuje cenu motoru, tedy pohon se může několikanásobně prodražit. Je nasnadě se proto zamyslet nad tím, jak často v dané aplikaci bude pohon využíván, respektive zákazníka by mělo zajímat, jestli rozdíl ceny za ušetřenou elektrickou energii (srovnání pohonu bez měniče oproti použití měniče) v určitém předpokládaném výhledovém období překoná nákupní cenu měniče. V průmyslových závodech bývá uvedené kritérium téměř automaticky splněno, spíše při užití v domácnostech je tato úvaha vhodná. Další aspekt představují ztráty vznikající na jednotlivých součástkách měniče, které snižují celkovou účinnost pohonu. Navíc díky výstupnímu signálu z měniče, který vznikl na principu pulsní šířkové modulace, jsou přes kabely k elektromotoru přenášeny vyšší harmonické, které způsobují tzv. přídatné ztráty oproti sinusovému napájení přímo ze sítě. Tyto ztráty budou v práci dále rozebrány.

1 SOUČASNÝ STAV LITERATURY

Stanovit přídavné ztráty, které jsou způsobené využitím měniče frekvence (v režimu pulsní šířkové modulace) pro napájení motoru ve srovnání s napájením přímo ze sítě, si vyžaduje pochopení a důkladný popis vlivu vyšších harmonických na asynchronní motor. Existuje mnoho publikací, které obsahují často jen výpočtové vzorce a strohý komentář k jednotlivým veličinám. Pouze v několika z nich lze nalézt kvalitní slovní komentář, který by dokázal fakticky vystihnout příčinu vzniku takových ztrát.

Jedním z autorů, kteří dokážou výstižně popsat slovně i matematicky vyšší harmonické ve vztahu ke ztrátovému výkonu, je Miroslav Patočka. Této problematice se věnoval již ve své disertační práci nazvané *Sinusová pulsní šířková modulace ve střídavých pohonech s trojfázovým motorem, možnosti zvýšení nosného kmitočtu do nadakustické oblasti*, jejíž poslední kapitoly popisují přídavné ztráty v motoru (vířivými proudy a hysterezní), které byly způsobeny právě vyššími harmonickými. Z jeho ostatních publikací jsou velmi užitečné *Vybrané statě z výkonové elektroniky*, konkrétně *část I.* popisující činné výkony, *část II.* obsahující informace o ztrátách v železe motoru a *část IV.* věnující se mimo jiné magnetickému skinefektu.

Z dalších autorů je vhodné zmínit například Martina Pittermanna, který ve své knize *Elektrické pohony: základy* zmiňuje jiné negativní jevy, jako jsou ložiskové proudy a podobně, a to především z praktického hlediska. Skripta nazvaná *Materiály a technická dokumentace*, jež sepsal Josef Jiráček a kolektiv, zase na věc nahlíží z mikroskopického pohledu, zacházejí do struktur materiálů. Pokud jde o práce zahraničních autorů, stojí za zmínku studie *Effect of harmonics on iron losses* vytvořená M.S. Ahmedem. Další vhodná doporučení pro návrhy motorů lze nalézt ve známé a hojně využívané knize *Stavba elektrických strojů*, jejímž autorem je P. Kopylov.

2 ZTRÁTY V ASYNCHRONNÍM MOTORU

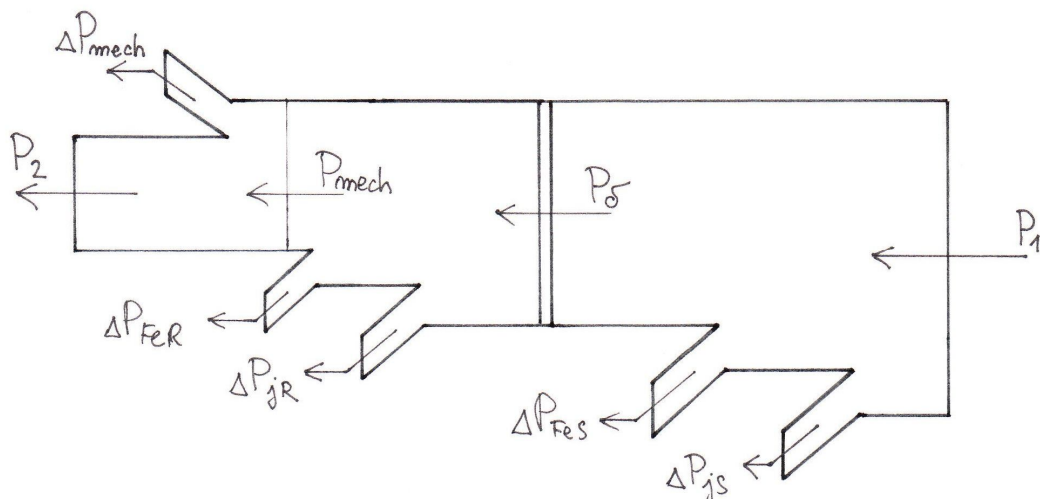
2.1 Obecný popis

Ztráty lze charakterizovat jako určitou část přiváděné energie, která se ve stroji nevyužije a změní se v energii tepelnou. Pro motor platí rovnice (1), kdy elektrický příkon přiváděný do motoru lze rozdělit na užitečný mechanický výkon na hřídeli a celkové ztráty. Poměr užitečného výkonu ku celkovému potřebnému pro napájení udává parametr účinnost (2).

$$(1) \quad P_1 = P_2 + \Delta P \quad [\text{W}]$$

$$(2) \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} \quad [-]$$

Díky svému konstrukčnímu uspořádání lze ztráty nejen v asynchronním motoru, ale obecně v točivých elektrických strojích, rozdělit do několika dílčích. K pochopení je vhodné si ukázat na obrázku tok výkonu asynchronního stroje, konkrétně v motorickém režimu.



Obrázek 1 – Tok výkonu asynchronního stroje v motorickém režimu

Od přivedeného příkonu (znázorněno na pravé straně obrázku symbolem P_1) jsou postupně odečítány ztráty ve vinutí (v měděných vodičích) a v železe (přesněji v magnetickém obvodu – ty lze rozdělit na hysterezní a vířivé) na statoru, za vzduchovou mezerou pak ztráty v rotorovém vinutí, železe rotoru a mechanické ztráty (vlivem tření v ložiskách atd.). Na hřídeli poté dostáváme mechanický výkon P_2 , jež je součinem momentu motoru (ten je de facto určen velikostí stroje) a mechanické úhlové rychlosti.

$$(3) \quad P_2 = M_m \cdot \omega \quad [\text{W}]$$

Nutno podotknout, že výkon P_δ nemá fyzikální význam, jde jen o jakousi vhodnou interpretaci toho, že ve vzduchové mezeře působí točivé magnetické pole otáčející se synchronní rychlostí, a právě díky němu se může otáčet rotor. Jednotlivé druhy ztrát budou podrobněji popsány níže.

2.2 Ztráty v železe

Jde o výkon, který je při působení střídavého pole spotřebováván ve feromagnetických materiálech – tedy ztráty vznikají díky přemagnetování, dochází k vzájemnému posuvu vektorů magnetické indukce a intenzity. Tento jev navenek způsobuje ohřev materiálu.

- Je známo rozdělení na
- a) hysterezní ztráty
 - b) ztráty vířivými proudy

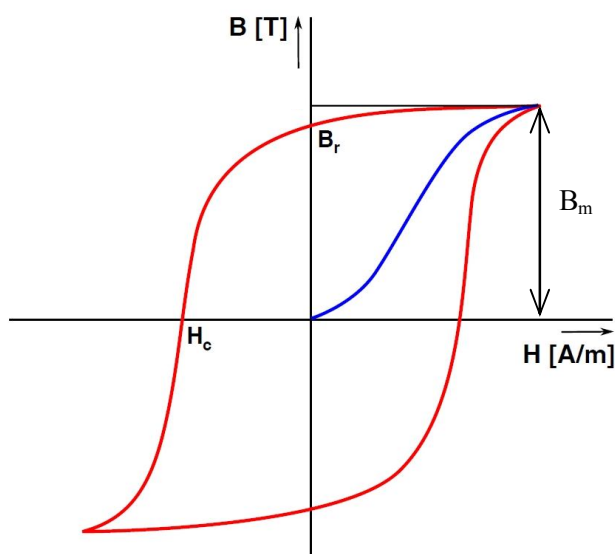
2.2.1 Hysterezní ztráty

Jejich příčinou jsou pochody v důsledku změn doménových oblastí v magnetickém poli (domény se musí natáčet dle vnějšího pole, díky tomu vzniká mezi nimi tření). Tedy se jedná o změny na úrovni atomární, dokonalostí krystalické stavby je velikost hystereze určena. Různé příměsi a nečistoty obsažené ve feromagnetickém materiálu, znamenající deformace krystalové mřížky, hysterezi zvyšují [2].

Podle způsobu napájení motoru je vhodné si rozčlenit hysterezní ztráty do dvou skupin – na ty, které jsou způsobené první harmonickou a na tzv. přídavné hysterezní ztráty, které se v magnetickém obvodu projevují vlivem vyšších harmonických (buď při napájení motoru z frekvenčního měniče nebo v případě velmi zarušené sítě).

2.2.1.1 Hysterezní ztráty způsobené první harmonickou

Na obrázku níže je příklad statické hysterezní smyčky, která se získá z jednoho cyklu magnetování a vyjadřuje závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole $B = f(H)$. Statická se nazývá proto, že zde není patrný příspěvek vířivých ztrát (aby se tyto neprojevíly, musí být měřena při dostatečně nízkém kmitočtu).



Obrázek 2 – Statická hysterezní smyčka [2]

Oproti tomu dynamická hysterezní smyčka by v sobě již vířivé ztráty měla zahrnutý a prakticky by nebylo možné podíl hysterezní a vířivé složky od sebe oddělit [3].

Dle parametru nazvaného koercitivní síla H_c (udává šířku hysterezní smyčky), dochází k praktickému dělení na magneticky měkké a tvrdé materiály. Velikost koercitivní síly daného materiálu svědčí o snadnosti demagnetizace, jedná se o takovou intenzitu magnetického pole, která sníží magnetickou indukci na nulu. Další důležitá veličina B_r , označovaná jako remanentní indukce, udává míru zbytkové magnetizace po přerušení vnějšího magnetického pole. U asynchronních motorů se pro stavbu magnetického obvodu používají vždy magneticky měkké materiály právě pro dosažení co nejmenších hysterezních ztrát, tyto mají malou plochu smyčky.

V této podkapitole je pro následující výpočty uvažováno pouze čistě sinusové napájení ze sítě (žádné vyšší harmonické). Od velikosti plochy smyčky se odvíjí velikost hysterezních ztrát, vše je snáze pochopitelné z následujícího matematického odvození. Výpočet činného ztrátového výkonu první harmonické, způsobeného hysterezí, vychází ze známého vztahu pro činný výkon obecně:

$$(4) \quad P_{h,1} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u(t) \cdot i(t) \cdot dt \quad [\text{W}]$$

Napětí si lze jinak rozepsat na základě znalosti indukčního zákona, je dáno rychlostí změny magnetického toku v čase. A protože tok závisí na velikosti plochy a mag. indukci, lze napsat:

$$(5) \quad u(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = N \cdot S_{Fe} \cdot \frac{dB(t)}{dt} \quad [\text{V}]$$

Proud je nejlépe si vyjádřit ze známého vztahu $H(t) \cdot l_{Fe} = N \cdot i(t)$, platného pro uzavřený magnetický obvod:

$$(6) \quad i(t) = \frac{l_{Fe}}{N} \cdot H(t) \quad [\text{A}]$$

Nyní zbývá dosadit napětí a proud z rovnic (5),(6) do (4)

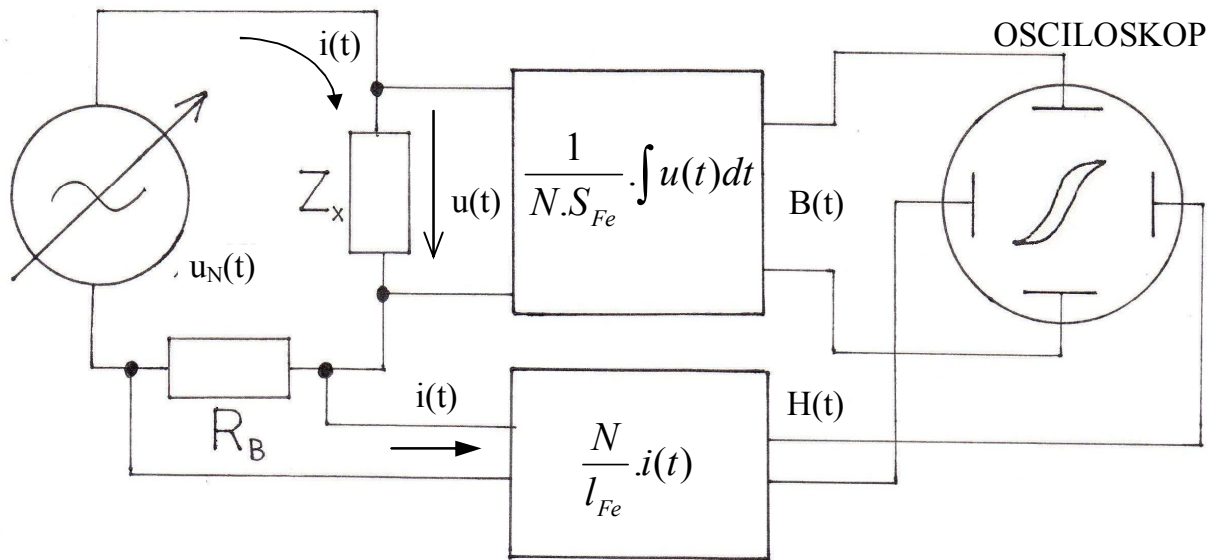
$$(7) \quad P_{h,1} = \frac{S_{Fe} \cdot l_{Fe}}{T_1} \int_0^{T_1} H(t) \frac{dB(t)}{dt} \cdot dt = \frac{V_{Fe}}{T_1} \int_0^{T_1} H(t) dB(t) \quad [\text{W}]$$

Uvnitř integrálu došlo ke změně – nově se bude integrovat podle magnetické indukce, dosavadní časové meze integrálu ztrácí význam, během jedné periody dojde jedenkrát k pohybu pracovního bodu po uzavřené smyčce. Aby mohla proběhnout integrace intenzity H podle magnetické indukce, je potřeba aby platilo $H=f(B)$. Tato podmínka je splněna při použití tzv. inverzní smyčky, kdy dojde k výměně intenzity a indukce na osách mezi sebou.

$$(8) \quad P_{h,1} = \frac{V_{Fe}}{T_1} \int H(B) \cdot dB = \frac{V_{Fe}}{T_1} \cdot S_H = f_1 \cdot V_{Fe} \cdot S_H \quad [\text{W}]$$

Z výsledku vyplývá známý vztah pro výpočet hysterezních ztrát. Tento postup objasnil, odkud se ve vzorci vzala plocha uzavřené smyčky - pochází z integrování veličiny $H(t)$ podle magnetické indukce. V rovnici (8) je také patrný významný vliv frekvence první harmonické na velikost ztrát.

Na obrázku níže je schématicky vyobrazeno pracoviště pro měření hysterezích smyček feromagnetických materiálů na osciloskopu v režimu xy. Necht' je cívka o neznámé impedanci napájena harmonickým napětím ze zdroje napětí. Protože platí rovnice $\psi(t) = \int u(t)dt$, je cívce vnucený spřažený tok. Lze jej dále přepočítat při známých rozměrech jádra a počtu závitů na magnetickou indukci, která bude mít rovněž harmonický průběh. Díky vnucenému toku vznikne neharmonický proud a ten je možné obdobně přepočítat na intenzitu magnetického pole (s neharmonickým průběhem) [4].



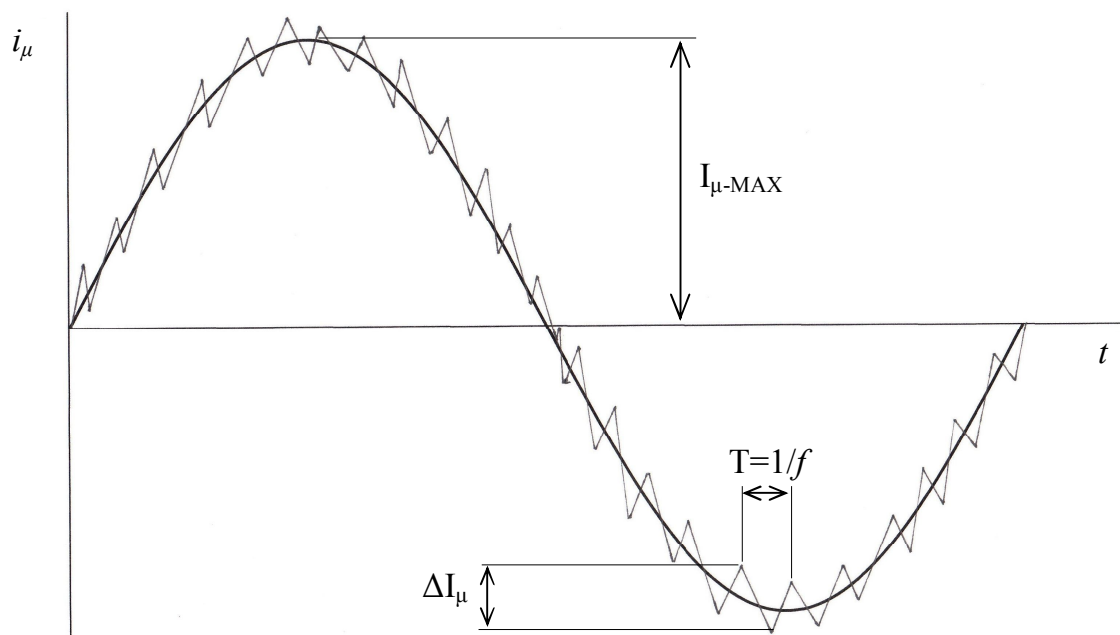
Obrázek 3 – Pracoviště pro měření hysterezních smyček feromagnetických materiálů [4]

Alternativně, když není možnost měřením zjistit plochu smyčky, lze také konkrétní hodnotu ztrát určit s využitím níže uvedeného vztahu. Musí však být známy následující parametry: objem magnetického obvodu, frekvence magnetického pole, maximální hodnota magnetické indukce a materiálové koeficienty κ a n . Je tedy nutné mít dostatečné znalosti o použitém materiálu (vodivost, tloušťka plechů apod.) [5].

$$(9) \quad P_{h,1} = V_{Fe} \cdot f_1 \cdot B_m^n \cdot \kappa \quad [\text{W}]$$

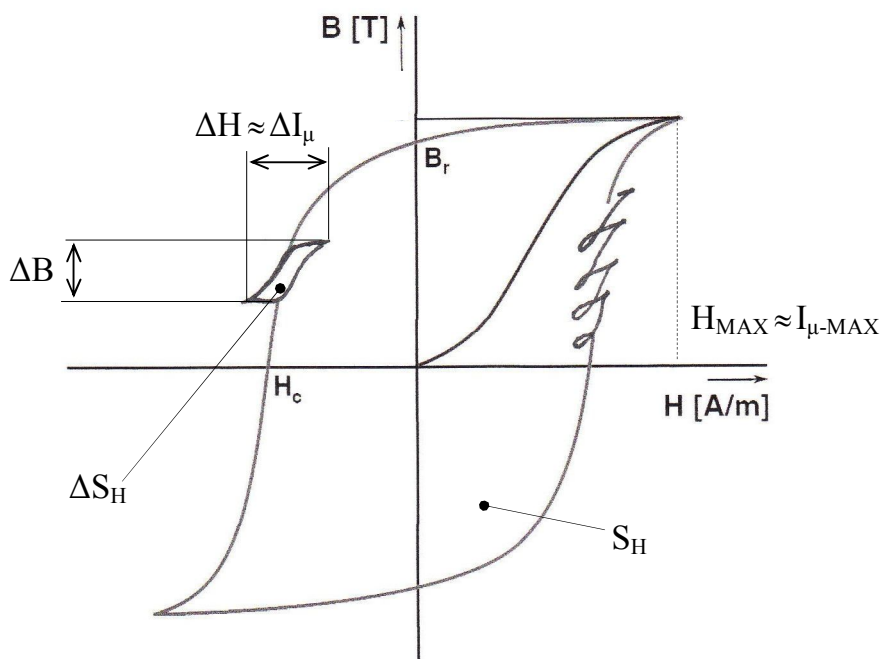
2.2.1.2 Hysterezní ztráty způsobené vyššími harmonickými

Projevují se především při napájení z měničů frekvence (jsou neoddelitelně spojené s principem pulsní šířkové modulace). Jinak označované také jako přídavné hysterezní ztráty, jsou způsobeny pilovitým zvlněním magnetizačního proudu (odvíjí se od sinusové PWM). Problematika je dobře znázorněna na obrázcích níže.



Obrázek 4 – Znáznornění zvlnění magnetizačního proudu při sinusové PWM [6]

Za známého předpokladu, že amplituda první harmonické magnetizačního proudu je přímo úměrná maximální hodnotě intenzity magnetického pole, se potom logicky nabízí vyjádření, že jednotlivé výkyvy magnetizačního proudu, v obrázku 4 označované jako ΔI_μ a způsobené vyššími harmonickými, budou mít za následek změny intenzity o ΔH .



Obrázek 5 – Znáznornění přídavných hysterezních ztrát [6]

Díky vysokofrekvenční složce, která způsobuje zvlnění magnetizačního proudu, a tím výkyvy magnetické intenzity ΔH , se na hlavní smyčce způsobenou první harmonickou nasuperponují miniaturní smyčky o ploše ΔS_H . Tyto plochy jednotlivých smyček, představující přídavné ztráty, nebudou stejně velké, budou záviset právě na podílu jednotlivých vyšších harmonických ve spektru signálu [6].

Zbývá vyřešit otázku, jakým způsobem se přídavné ztráty skutečně projeví s měnícím se nosným kmitočtem. Pro představu se vyjde z rovnice (8), u které se bude předpokládat možnost zobecnění - tedy po úpravě neplatí jen pro výpočet ztrát vzniklých první harmonickou, při dosažení nosného kmitočtu PWM bude možné zjistit přídavnou složku ztrát.

$$(10) \quad \Delta P_H = f \cdot V_{Fe} \cdot \Delta S_H \quad [\text{W}]$$

Problematické by mohlo být vyjádření miniaturní plochy ΔS_H . Lze ji rozepsat, dle označení v obrázku (5), jako přírůstek intenzity magnetického pole ve vodorovné ose a tím je také určena změna o ΔB v ose svislé. Je vhodné připomenout, že plocha hysterezní smyčky má, co se týče její jednotky, v případě těchto výpočtů význam vykonané práce v jednotkovém objemu určitého materiálu.

$$(11) \quad \Delta S_H = k_T \cdot \Delta H \cdot \Delta B \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}]$$

Koeficient k_T nabývá hodnot od 0 do 1 v závislosti na tvaru smyčky (jednička by představovala idealizovaný obdélník). Na magnetickou indukci je vhodné dále aplikovat známý přepočtový vztah přes permeabilitu $B = \mu \cdot H$ a dosadit:

$$(12) \quad \Delta P_H = f \cdot V_{Fe} \cdot \mu \cdot \Delta H^2 \quad [\text{W}]$$

Přírůstek intenzity magnetického pole může být při znalosti $H(t) \cdot I_{Fe} = N \cdot i(t)$ převeden na přírůstek magnetizačního proudu, přičemž parametry délka a počet závitů budou vyjádřeny konstantou:

$$(13) \quad \Delta H = k_{P1} \cdot \Delta I_\mu \quad [\text{A} \cdot \text{m}^{-1}]$$

Nyní se uplatní úvaha – čím vyšší nosná frekvence PWM, tím menší budou jednotlivé přírůstky magnetizačního proudu – mezi těmito veličinami existuje nepřímá úměrnost:

$$(14) \quad \Delta I_\mu = \frac{k_{P2}}{f} \quad [\text{A}]$$

Po dosazení rovnic (13) a (14) do vztahu (12) a při následném zahrnutí všech konstantních parametrů do jednoho výsledného lze psát:

$$(15) \quad \Delta P_H = f \cdot V_{Fe} \cdot \mu \cdot k_{P1}^2 \cdot \frac{k_{P2}^2}{f^2} = \frac{k}{f} \quad [\text{W}]$$

Před rozvinutím vzorce (10) se jevílo, že i přídavné hysterezní ztráty porostou s rostoucí nosnou frekvencí PWM, ale teprve po důkladném rozboru je zřejmé, že naopak tyto budou hyperbolicky klesat. Se čtvercem kmitočtu se totiž snižuje přírůstek plochy ΔS_H [4].

Pokud by nebyl tento rozbor proveden, situace by mohla být pochopena právě opačně. Nezasvěcení jedinci by se domnívali, že stejně jako dle vzorce (8) roste i tato přídavná složka ztrát. Pak by měli snahu snižovat nosný kmitočet, tím by však právě ztráty zvýšili a jejich počín by se mohl významně projevit na oteplení motoru.

Z výše uvedeného lze závěrem konstatovat, že snaha využívat co nejvyšší nosné kmitočty se kladně zhodnotí na velikosti těchto ztrát, měly by očekávaně klesnout. Bohužel však tím pro změnu vznikají komplikace s namáháním izolace a roste nebezpečí vlivu kapacitních proudů. Jevy budou popsány dále v samostatném odstavci.

2.2.2 Ztráty vířivými proudy

V závislosti na působení proměnného magnetického pole se začnou volné elektrony v masivním bloku kovového vodiče pohybovat po kružnicích (podle směru pohybu jsou nazývány vířivými proudy). Jedná se o indukované proudy, a proto se na jejich směr vztahuje Lenzův zákon, tedy se snaží svými účinky zabránit změně, která je vyvolala. Díky tomu dochází k zeslabení budícího magnetického toku [7].

Velikost vířivých proudů značně závisí na zvoleném materiálu, na jeho měrném odporu, průřezu a na průběhu magnetické indukce v čase, tedy na frekvenci pole. Pro orientační výpočet lze využít vztah:

$$(16) \quad \Delta P_V = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_{Fe}}{\rho} \cdot (k_K \cdot h \cdot f \cdot B_m)^2 \quad [\text{W}]$$

Při známé rezistivitě materiálu, jeho objemu, tloušťce plechu, amplitudě magnetické indukce, frekvence magnetického pole a koeficientu k_K , jež představuje tvar křivky indukovaného napětí, lze určit tuto složku ztrát, která přispívá ke zvýše oteplení elektrického stroje. Ze vzorce (16) přímo vyplývá i odpověď na otázku, jakým způsobem se snažit vířivé ztráty eliminovat – jednak je lze snížit výměnou materiálu za feromagnetikum s větší rezistivitou, další možností je využití většího počtu vzájemně izolovaných plechů o menší tloušťce [2].

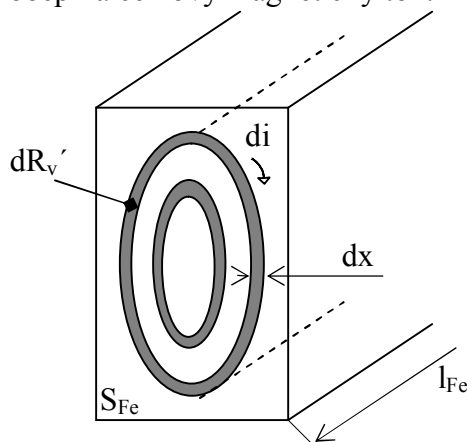
Existuje i další varianta, jak tento druh ztrát vyčíslit. Je známo, že z dynamické hysterezní smyčky nejde zjistit přímo podíl vířivých proudů, ovšem při dodatečném změření statické hysterezní smyčky za dostatečně malé frekvence pole (v praxi v řádu jednotek Hz) by pak alespoň pro přibližné určení postačil jednoduchý logický výpočet:

$$(17) \quad P_V = f_1 \cdot V_{Fe} \cdot (S_{Hd} - S_{Hs}) \quad [\text{W}]$$

Došlo k odečtení ploch dynamické a statické hysterezní smyčky, výpočet však nerespektuje některé jevy způsobené vyššími frekvencemi, jako je magnetický skin efekt, proto výsledné hodnoty budou považovány jen za velmi orientační.

Představu o vířivých proudech ve feromagnetiku lze lépe získat z následujícího obrázku, kdy na průřezu jednoho statorového plechu je vidět příklad diferenciálních závitů. V reálném plechu bude těchto závitů tolik, aby soustředně vyplňovaly celou plochu. Každým jedním závitkem protéká diferenciální proud d_i , má svoji tloušťku dx , diferenciální odpor dR_v' a veškeré závitky kromě povrchového obsahují také rozptylovou vířivou indukčnost $dL_{\sigma v}'$, tedy v podstatě představují jednozávitová sekundární vinutí transformátoru.

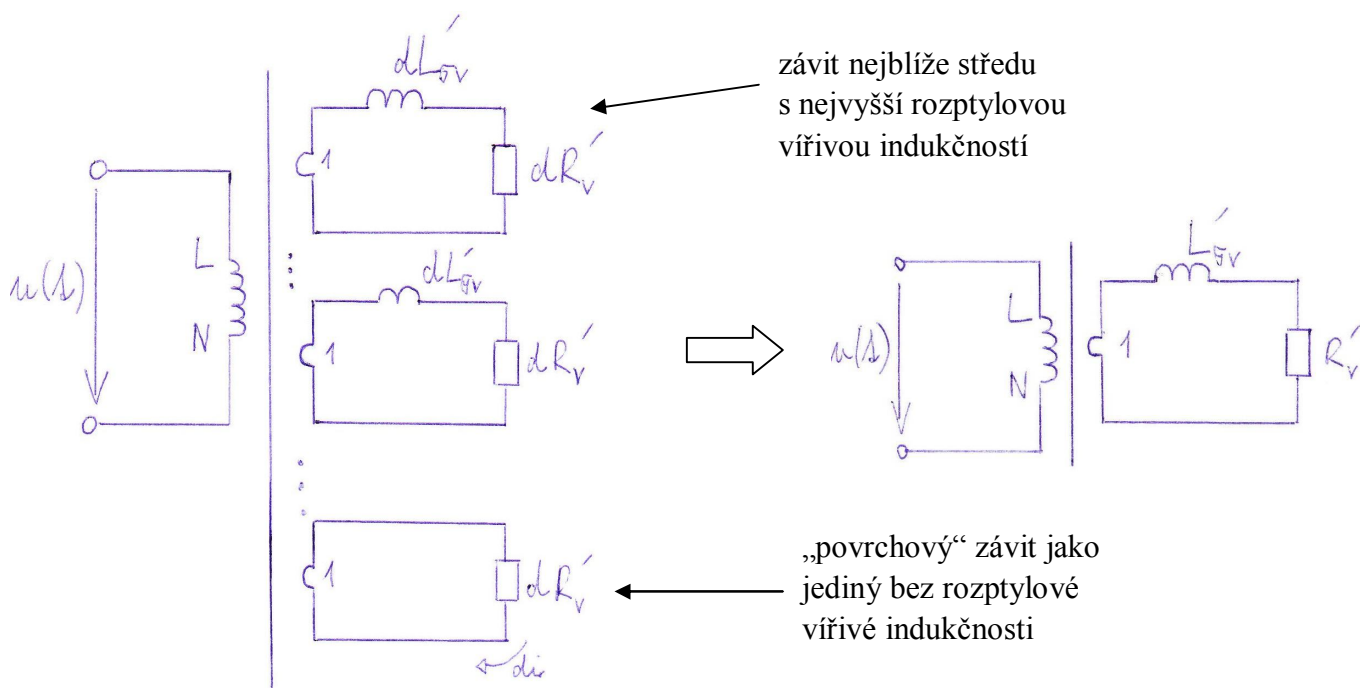
Jediný povrchový závit rozptylovou vířivou indukčností nemá, protože má plochu shodnou s plochou průřezu S_{Fe} , tudíž obepíná celkový magnetický tok.



Obrázek 6 – Znárodnění vířivých proudů na řezu plechu

Tato rozptylová vířivá indukčnost definovaná díky vířivým proudům ve satorovém plechu nijak nesouvisí se známým parametrem rozptylová indukčnost stroje mezi statorem a rotorem!

Myšlenkovou integrací jednotlivých závitů od středu až k povrchu lze dostat jediný sekundární vířivý závit o celkovém vířivém odporu (jehož Jouleovy ztráty musí být stejné jako součet ztrát v jednotlivých závitech) a celkové rozptylové indukčnosti. Tady vzniká problém s různými časovými konstantami jednotlivých závitů, zkrátka poměry $\tau = \frac{dL'_{\sigma v}}{dR'_v}$ nejsou stejné. Velmi přibližně je ale náhrada použitelná [6].



Obrázek 7 – Znárodnění jednotlivých diferenciálních závitů a jejich náhrada jedním ekvivalentním

Pro potřeby dalších výpočtů je žádoucí si převést tento vířivý odpor a rozptylovou indukčnost na primární stranu, při uvažování jednoho celkového závitu na sekundáru lze uplatnit známý vztah přes počet závitů následovně:

$$(18) \quad L_{\sigma v} = N^2 \cdot L'_{\sigma v} \quad [\text{H}]$$

$$(19) \quad R_v = N^2 \cdot R'_v \quad [\Omega]$$

Po symbolickém kroku převedení je patrné, že vířivý odpor spolu s vířivou indukčností vytváří dolní propust prvního řádu. Za předpokladu, že horní mezní kmitočet této propusti je vyšší než nosný kmitočet PWM, zanedbá se pro zjednodušení rozptylová vířivá indukčnost. Dále bude uvažován pouze lineární vířivý odpor. V takovém případě se na něm objeví celé vstupní napětí motoru (na základě druhého Kirchhoffova zákona) [8].

Teď je potřeba objasnit, jaká hodnota napětí bude na odporu přiložena. V první řadě se určí zapojení motoru – vinutí bude spojeno do trojúhelníka. Na jednu fázi vinutí pak bude přiloženo sdružené napětí z výstupu měniče. V rámci odvození se dále bude pracovat se sdruženým napětím mezi větvemi měniče A-B.

Efektivní hodnotu impulsního napětí na výstupu z měniče lze obecně zapsat ve tvaru:

$$(20) \quad U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u^2(t) \cdot s(t) \cdot dt} \quad [\text{V}]$$

Veličina s představuje střidu impulsů a malé $u(t)$ okamžitou hodnotu napětí v daném čase. Při uvažování unipolární modulace platí pro první polovinu periody (v intervalu od 0 do $T_1/2$), že uvažované napětí bude mít velikost stejnosměrného mezilehlého napětí $+U_d$ a ve druhé půlperiodě s opačným znaménkem, tedy hodnotu $-U_d$. Střida (šířka impulsů) není u PWM během periody konstantní, ale mění se v čase a může být vyjádřena rovnicí:

$$(21) \quad s = M \cdot |\sin 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t| \quad [-]$$

Veličina M v tomto případě představuje zavedený činitel modulace, jehož velikost je určena podílem amplitudy první harmonické sdruženého napětí ku mezilehlému napětí. Při dostačující kvalitě modulace činitel nepřekročí hodnotu jedna, pohybuje se v intervalu $\langle 0;1 \rangle$.

$$(22) \quad M = \frac{U_{1,h,A-B}}{U_d} \quad [-]$$

Dosadí-li se do rovnice (20) pro každou půlperiodu příslušná hodnota mezilehlého napětí a vztah pro střidu (21), pak hledaná hodnota napětí, která bude přiložena na vířivém odporu, bude významně záviset právě na hodnotě modulačního činitele [4]:

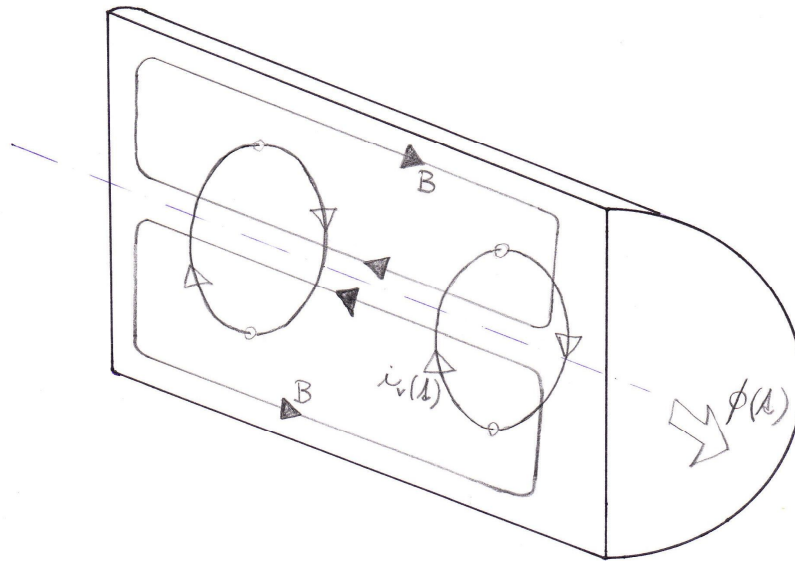
$$(23) \quad U_{ef,A-B} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot M \cdot U_d \quad [\text{V}]$$

Na základě výše přijatých zjednodušení a provedených výpočtů z rovnic jasně plyne, že činný ztrátový výkon (24) vzrůstá s druhou mocninou celkové efektivní hodnoty napětí, které je na vířivém odporu přiloženo.

$$(24) \quad P_V = \frac{U_{ef;A-B}^2}{R_V} \quad [\text{W}]$$

Nyní je nutno se však zamyslet, jestli a jak se bude vyvíjet vířivý odpor železa při různých frekvencích pole. To by mohlo poměrně výrazněji ovlivnit i výsledné ztráty.

Bude vhodné si v rámci následujících úvah podrobněji popsat jev zvaný magnetický skin efekt, který způsobuje vytlačování magnetického toku směrem k povrchu feromagnetika (je to v principu jakási obdoba elektrického skin efektu). Necht' je vysvětlení následující: Feromagnetikem protéká podélný střídavý magnetický tok, jež je určen přivedeným napětím na základě platnosti vztahu $\psi = \int (u) dt + \psi_0$. Pak podle Lenzova „pravidla levé ruky“ se indukují příčné vířivé proudy a ty dále způsobují vytváření podélného toku opačného směru uprostřed vodiče a shodného směru na okrajích magnetického materiálu. V této chvíli je jasné, že indukce nebude ve všech místech feromagnetika stejná, bude klesat směrem ke středu vodiče, a naopak bude mít rostoucí tendenci směrem k povrchu. Skin efekt se bude projevovat tím významněji, čím vyšší bude kmitočet [3].



Obrázek 8 – Názorné zobrazení magnetického skin efektu v podélném řezu magnetického vodiče

Z jedné strany se dá říci, že se jedná o škodlivý jev, protože směrem k povrchu může docházet k nadměrnému sycení feromagnetika, jelikož není ideální chtěné rovnoměrné rozložení toku v celé ploše na průřezu. Středová část je prakticky nevyužitá, a to se ve výsledku projeví nárůstem hysterezních ztrát. Dále zmenšení užitečného průřezu má za následek vzrůst magnetického odporu a snížení celkové hlavní indukčnosti stroje.

Ovšem v rámci vířivých ztrát je situace opačná – na základě výše uvedeného bude platit, že vířivý odpor poroste s vyšší frekvencí, díky tomu se v rovnici (24) zvyšuje hodnota jmenovatele a vířivé ztráty klesají. Skin efekt v tomto případě sehrává pozitivní roli.

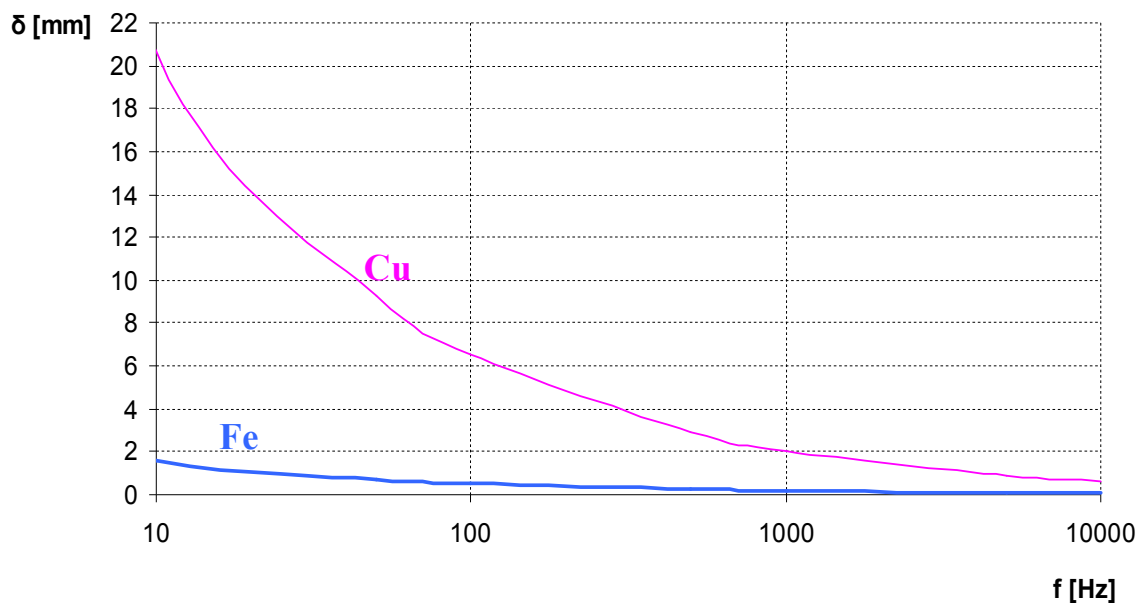
Jako vhodný ukazatel kmitočtové využitelnosti materiálů byl zaveden parametr zvaný hloubka vniku, který udává jak hluboko pod povrchem magnetického vodiče (o kruhovém průřezu) při určité frekvenci pole dojde k poklesu magnetické indukce na hodnotu $1/e$ (v relativním vyjádření na necelých 37 % oproti původní hodnotě indukce) [9].

$$(25) \quad \delta_{Fe} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \frac{k_{M,Fe}}{\sqrt{f}} \quad [\text{mm}]$$

Parametry rezistivity a relativní permeabilita mohou být pro konkrétní využívaný materiál uvažovány jako konstantní. Relativní permeabilita ve jmenovateli rovnice jasně značí, že čím je vyšší její hodnota, tím následuje ztelnější pokles indukce uvnitř feromagnetika.

Lze ukázat na příkladu pro železo, jaké hodnoty může řádově konstanta dosahovat. Dle příslušných tabulek se vychází z následujících parametrů: $\rho = 9,98 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$; $\mu_r = 1000$.

$$(26) \quad k_{M,Fe} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \sqrt{\frac{9,98 \cdot 10^{-8}}{\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000}} = 5,03$$



Obrázek 9 – Hloubka vniku železa a mědi v závislosti na frekvenci pole

Míru poklesu hloubky vniku s rostoucí frekvencí lze pozorovat v obrázku 9, kde graf pro srovnání přibližuje rozdíly základních materiálů využívaných v elektrotechnice - železa a mědi. Měď dosahuje hodnot řádově vyšších.

Odmocnina ve jmenovateli (25) značí, že s nárůstem kmitočtu na stonásobnou hodnotu poklesne hloubka vniku desetkrát. Takový materiál jako železo v surovém stavu by byl pro vf obvody zcela nepoužitelný.

Magnetické materiály s vysokou permeabilitou budou mít řádově nižší hloubku vniku než vodiče využívané pro vedení elektrického proudu, kde μ_r se blíží jedničce. Aby ztráty nepřesáhly únosnou mez, jsou výrobci při návrhu magnetických obvodů nuceni využívat dostatečně tenké plechy.

Dále pro detailnější popis problematiky za pomoci rovnic je opět vhodné provést rozdělení na vířivé ztráty způsobené první harmonickou a vyššími harmonickými.

2.2.2.1 Ztráty vířivými proudy způsobené první harmonickou

Pro jednoduchost se nyní bude předpokládat výskyt pouze první harmonické ve spektru. Tomu by reálně odpovídal stav napájení asynchronního motoru přímo z tvrdé sítě.

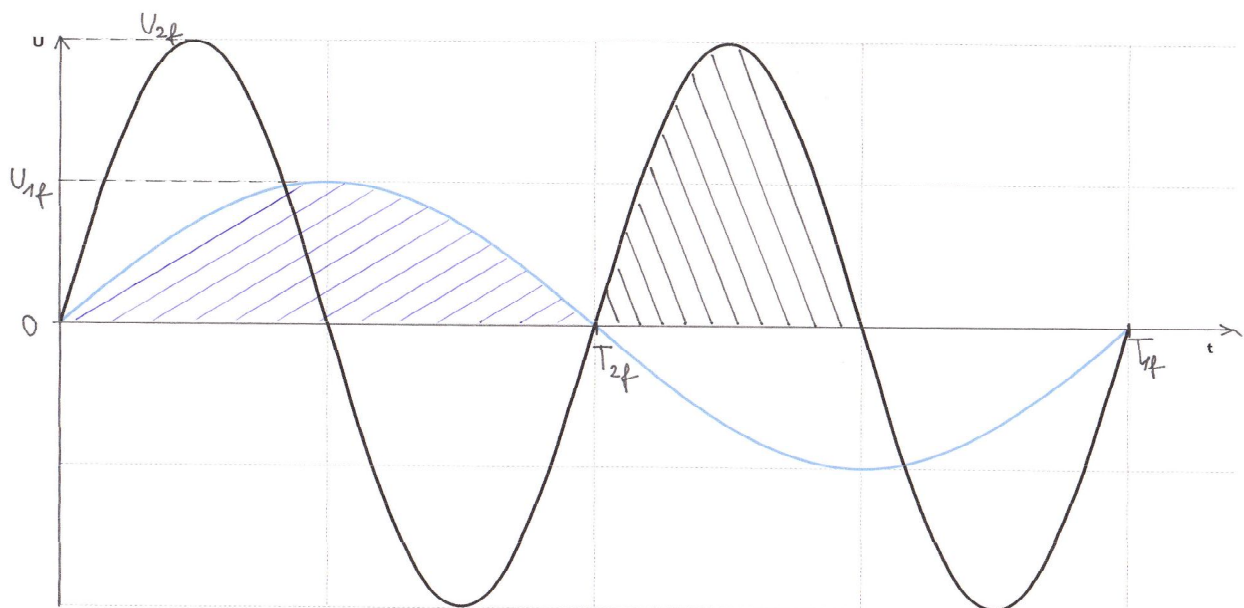
Uvažujme nejprve **režim konstantního toku**, respektive konstantní amplitudy magnetické indukce při řízení rychlosti asynchronního motoru. Při hledání odpovídajícího popisu se vychází ze známého indukčního zákona popsaného v rovnici (5), kde při známých hodnotách napájecího napětí a parametrů motoru vzešlých z návrhu se vyjádří maximální hodnota indukce:

$$(27) \quad B_{\max} = \frac{U_{\max}}{N \cdot S_{Fe} \cdot \omega} \quad [\text{T}]$$

Počet závitů a průřez magnetického obvodu jsou konstanty, takže měnit se může pouze amplituda napětí a úhlový kmitočet pole. Při zvýšení napětí musí vzrůst i frekvence, aby platilo že poměr zůstane zachován:

$$(28) \quad B \approx \frac{U}{f} \approx \text{konst.} \quad [\text{T}]$$

Z grafického vyjádření na následující straně plyne, že když se frekvence pole změní na dvojnásobek (černá křivka) oproti původní (vykreslené modrou barvou), musí o stejný násobek vzrůst také napětí. Jinak řečeno plocha pod nově vzniklou sinusoidou bude mít shodnou velikost v porovnání s původní křivkou.



Obrázek 10 – Režim konstantního toku při řízení motoru

Za těchto okolností a při současném zanedbání magnetického skin efektu pro vířivé ztráty způsobené jen první harmonickou platí, že porostou s druhou mocninou kmitočtu [4]:

$$(29) \quad P_{V,1h} = \frac{U_{ef1,h;A-B}^2}{R_V} \approx f^2 \quad [\text{W}]$$

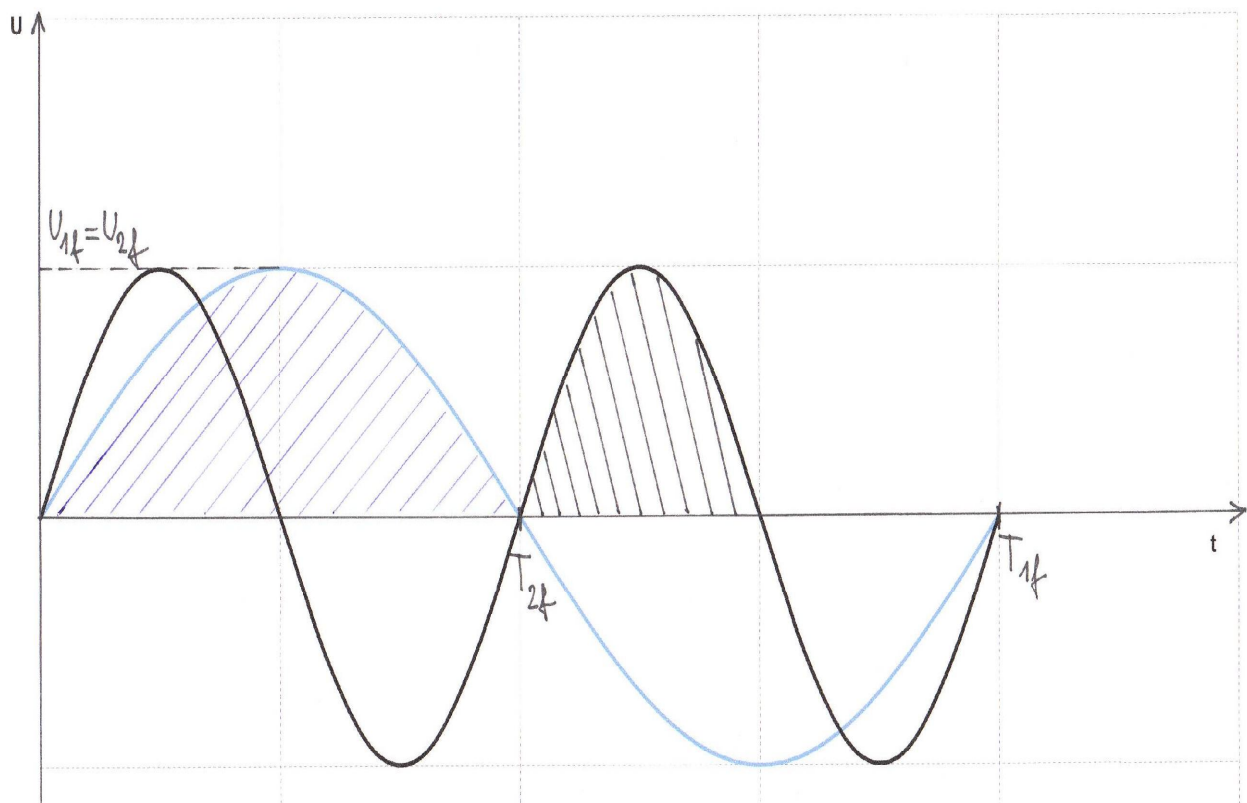
V případě druhého režimu řízení motoru - tzv. **režimu odbuzování**, kdy se udržuje konstantní amplituda napájecího napětí a nikoliv magnetický tok, vypadá situace následovně:

$$(30) \quad U_{\max} = N \cdot S_{Fe} \cdot B_{\max} \cdot \omega = konst. \quad [\text{V}]$$

Při vzrůstu kmitočtu se sníží indukce tak, aby součin $B_{\max} \cdot \omega$ zůstal konstantní.

Ztrátový vířivý výkon v případě první harmonické díky zachování napětí s rostoucí frekvencí nezmění svou hodnotu:

$$(31) \quad P_{V,1h} = \frac{U_{ef1,h;A-B}^2}{R_V} = konst. \quad [\text{W}]$$



Obrázek 11 – Režim odbuzování (režim konstantního napětí) při řízení motoru

V případě asynchronního motoru provozovaného při běžném zatížení budou tyto ztráty patrné především v magnetickém obvodu statoru. Díky malému skluzu v řádu jednotek procent => nízké rotorové frekvenci (o jednotkách Herz) lze vířivé ztráty v rotoru prakticky zanedbat.

2.2.2.2 Ztráty vířivými proudy způsobené vyššími harmonickými

Je-li známo spektrum signálu, lze celkovou efektivní hodnotu napětí rozepsat, rozdělit na část od první harmonické a součet vyšších harmonických, jejichž příspěvek má být právě vyjádřen [6]:

$$(32) \quad \sum_{n=2}^{\infty} U_{efn.h;A-B}^2 = U_{ef;A-B}^2 - U_{ef1.h;A-B}^2 \quad [\text{V}]$$

Celková efektivní hodnota, resp. její závislost na modulačním činiteli byla odvozena v rovnici (23) a určení efektivní hodnoty první harmonické se nejjednodušeji provede za pomoci samotné definice modulačního činitele uvedené v (22):

$$(33) \quad U_{ef1.h;A-B} = \frac{M}{\sqrt{2}} \cdot U_d \quad [\text{V}]$$

Když následně dojde k dosazení (23) a (33) do (32), výpočet všech vyšších harmonických napětí bude možné definovat takto:

$$(34) \quad \sum_{n=2}^{\infty} U_{efn.h;A-B}^2 = \left(\frac{2}{\pi} \cdot M \right) \cdot U_d^2 - \left(\frac{M^2}{2} \right) \cdot U_d^2 = \left(\frac{2M}{\pi} - \frac{M^2}{2} \right) U_d^2 \quad [\text{V}]$$

Bude-li výraz v (34) podělen vířivým odporem, výsledek necht' má význam vířivých ztrát, které byly způsobeny všemi vyššími harmonickými.

$$(35) \quad P_{V,nh} = \frac{\left(\frac{2M}{\pi} - \frac{M^2}{2} \right) \cdot U_d^2}{R_V} \quad [\text{W}]$$

V tomto případě nebude vířivý odpor ve jmenovateli mít konstantní hodnotu nýbrž je potřeba vzít v úvahu dva aspekty. Zaprvé, v této fázi již bude žádoucí uvažovat magnetický skin efekt, který svým pozitivním vlivem pomůže ztráty snížit. A druhý fakt – jelikož nosná frekvence v řádu desítek kHz může klidně i převýšit horní mezní frekvenci článku dolní propusti složeného z prvků R_V a $L_{\sigma V}$, nelze už v žádném případě zanedbávat rozptylovou vířivou indukčnost, která také napomáhá ke zjištění, že jmenovatel bude s rostoucím kmitočtem vř nosné vlny mírně narůstat. Jinak řečeno vířivý odpor je kmitočtově závislý [3].

Právě tyto přídavné ztráty udávají, o kolik narostou celkové vířivé ztráty v případě napájení motoru ze sinusové PWM oproti referenci – čistě sinusovému napětí.

2.3 Ztráty ve vinutí

U standardních trojfázových motorů se statorové drážky vyplňují měděnými cívkami (slovo cívka zde označuje větší počet tenkých měděných vodičů) tak, že na každou fázi vychází stejný počet drážek kvůli symetrii. Využito může být rozložené vinutí nebo soustředné vinutí (v druhém případě nedochází ke křížení vodičů na čelech vinutí). Co se týká rotoru, nejběžnější je asynchronní motor s kotvou nakrátko, kdy se do rotorových drážek tlakovým litím odstříkne hliník, případně měď. Vyšší účinnosti se dosáhne s využitím mědi, ale tento materiál představuje určité problémy pokud jde o technologii tlakového lití, zkrátka v případě hliníku bývá výroba jednodušší a navíc levnější.

Odpory vinutí jednotlivých fází statoru lze snadno změřit ohmmetrem nebo spočítat na základě známých geometrických rozměrů a počtu závitů v sérii jedné fáze. Nejprve se určí průřez jednoho měděného vodiče dle daného průměru:

$$(36) \quad S_{\text{vod}} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad [\text{m}^2]$$

Co se týká délky závitu, do výpočtu musí být zahrnuta i čela vinutí, nejen délka drážkové části:

$$(37) \quad l_{\text{stř}} = 2 \cdot l_d + 2 \cdot l_\varepsilon \quad [\text{m}]$$

Nechť N bude počet závitů v sérii jedné fáze, pak pro výsledný odpor vinutí dané fáze platí:

$$(38) \quad R_{1f} = k_S \cdot \rho \cdot \frac{N \cdot l_{\text{stř}}}{S_{\text{vod}} \cdot a} \quad [\Omega]$$

Rezistivita mědi je uvažovaná při požadované pracovní teplotě motoru, a značí počet paralelních větví a činitel k_S ve vzorci zohledňuje vliv skinefektu v elektrickém vodiči, tedy zvětšení odporu díky nerovnoměrnému rozložení proudu v průřezu vodiče [10].

Obvykle pro výpočty bývá uvažováno, že k_S je roven pro běžné stroje jedné. V případě asynchronního motoru je potřeba ještě podotknout, že se bere jmenovitý stav, lépe řečeno provoz motoru při jmenovitém skluzu.

V čase rozběhu u motorů s klecovým vinutím platí, že jsou proudy významně zvětšeny oproti jmenovitému a rotorová frekvence se blíží statorové napájecí (skluz v prvním okamžiku rozběhu má hodnotu 1), tedy se povrchový jev významně projeví v rotorovém vinutí – proudy v rozběhové době jsou již nezanedbatelně vytlačovány k okraji vodiče.

V případě výpočtu odporu rotorových tyčí pro ustálený, jmenovitý stav se vychází z geometrických rozměrů tyče (obdobně jako v rovnici 38), takže je třeba znát délku a průřez rotorové tyče. Odpor se následně přepočítává na počet závitů statorového vinutí. Vliv skinefektu v rotorových tyčích není nutné do výpočtu zahrnovat, protože platí pro rotorovou frekvenci:

$$(39) \quad f_R = f_1 \cdot s \quad [\text{Hz}]$$

Při standardních hodnotách skluzu (jednotky procent) lze konstatovat, že f_R bude řádově menší než napájecí kmitočet statorového vinutí a tak je nasnadě pro rotor psát $k_S = 1$.

Situaci ostatně velmi dobře dokumentuje obrázek 9 z minulé kapitoly, kde byla definována hloubka vniku a v grafu je vidět, že hodnoty pro měď jsou při shodné tloušťce řádově vyšší než pro železo. Na síťové frekvenci 50 Hz (první harmonické) žádné významnější zvýšení ztrát v měděných vodičích vlivem skin efektu při běžně užívaných průřezech nenastane.

Pokud je motor napájen z frekvenčního měniče, tak záleží hodně na poměru kmitočtů první harmonické a vř nosné vlny. Při splnění podmínky $f_1 \ll f$ a dostatečně malém průměru vodičů (aby se neuplatňoval elektrický skin efekt) bude zvlnění proudu velmi malé, průběh bude v makroskopickém pohledu sinusový a teoreticky bude možné přídavné ztráty ve vinutí u běžných strojů zanedbat. Jinak řečeno mnohem větší vliv, co se týče přídavných složek, mají přídavné ztráty v železe rozebrané v předchozí kapitole.

Celkové elektrické ztráty ve všech fázích vinutí statoru pro třífázový motor, kde fázový proud je uvažován v efektivní hodnotě, se vypočtou následovně [10]:

$$(40) \quad \Delta P_{jS} = 3 \cdot R_{1f} \cdot I_1^2 \quad [\text{W}]$$

Obdobně pro klecové vinutí rotoru:

$$(41) \quad \Delta P_{jR} = 3 \cdot R'_R \cdot I_2'^2 \quad [\text{W}]$$

Tady však v rovnici figuruje odpor rotorových tyčí přepočítaný na počet závitů statorového vinutí a stejně také rotorový proud byl přepočten.

2.4 Ztráty mechanické

Zahrnují ztráty třením v ložiskách a ventilační ztráty způsobené otáčením lopatek ventilátoru. Pro asynchronní motory s vnějším průměrem v rozmezí 0,1 - 0,5 m je uveden v literatuře [10] následující vztah k výpočtu mechanických ztrát:

$$(42) \quad \Delta P_{mech} = K_T \cdot \left(\frac{n}{10} \right)^2 \cdot D_e^4 \quad [\text{W}]$$

Veličina označená D_e představuje vnější průměr motoru, n mechanické otáčky a K_T je koeficient, který se určí následovně – pro dvoupólový stroj se rovná jedné; pro větší počet pólů se stanoví s pomocí vzorce $K_T = 1,3 \cdot (1 - D_e)$.

3 NEGATIVNÍ VLIVY MĚNIČŮ NA ASYNCHRONNÍ MOTORY

Již několikrát bylo zmíněno, že využití měničů pro napájení asynchronních motorů s sebou nese určité nevýhody a problémy. V předchozí kapitole byly rozebrány podrobněji především ztráty v železe způsobené vlivem vyšších harmonických v motoru a nyní bude představeno několik dalších specifík ohledně napájení motoru ze sinusové PWM. Při návrhu motoru by mělo být známo, jestli bude napájen ze sítě nebo z měniče, protože ve druhém případě je nutné navíc respektovat jistá pravidla s cílem maximálně potlačit problematické jevy.

3.1 Degradace izolace motoru

Díky velké spínací rychlosti tranzistorů se na výstupu měniče vyskytuje poměrně značná strmost výstupního napětí, pro běžné aplikace s využitím IGBT tranzistorů se strmost řádově pohybuje v $\text{kV}/\mu\text{s}$. Při těchto velmi rychlých změnách stavu spínacích prvků je nutno brát v potaz i parazitní kapacity v rámci vinutí motoru. Po přepnutí se napětí na vinutí motoru v prvním okamžiku rozloží velmi nerovnoměrně tak, že mezi krajními závity bude nabývat podstatně větších hodnot než uprostřed. Jedná se sice o velmi krátkodobý jev (vlastně jde jen o okamžik přepnutí), ale přesto izolace u krajních závitů bude namáhána více [11].

Dalším aspektem jsou pak větší dielektrické ztráty způsobené touto značnou strmostí.

Vliv strmosti napětí evidentně nelze opomenout, protože dochází k zrychlené degradaci izolace, a tím přímo i ke zkrácení životnosti motoru. Jako dobré protiopatření se jeví využití zesílené izolace.

3.2 Kapacitní proudy

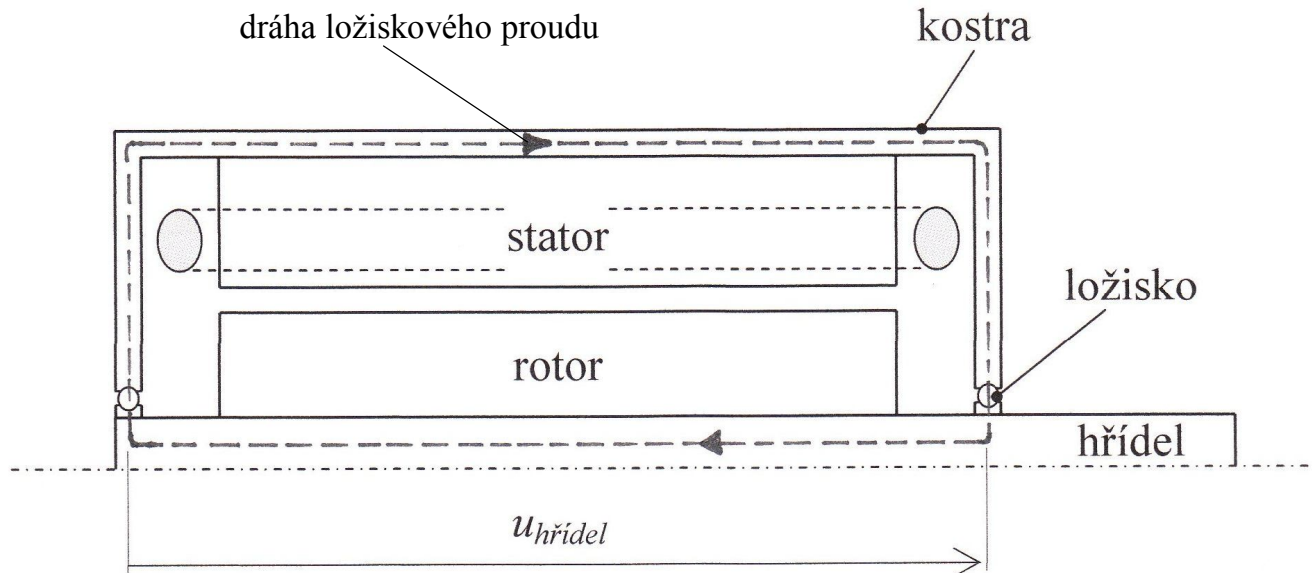
Mezi středem vinutí motoru (zapojeného do hvězdy) a pomyslným středem mezilehlého napětí střídače existuje vychylovací napětí (zkrátka středy nejsou na stejném potenciálu). Teoreticky by se toto napětí nemělo projevit, jelikož středy spolu nejsou propojené. Ovšem ve skutečnosti existují parazitní kapacity mezi vinutím a kostrou, a právě přes ně se budou uzavírat proudy, jež jsou vychylovacím napětím vyvolané [11].

Tyto nežádoucí kapacitní proudy se dají odvést kvalitním stíněním kabelu a důkladným uzemněním motoru. Aby se neobjevilo nedovolené dotykové napětí na kostře motoru, provádí se ochrana místním pospojováním.

3.3 Ložiskové proudy

Funkcí ložiska je umožnit rotaci rotoru ve statoru (zabezpečuje jistý stupeň volnosti), obecně je považováno za konstrukční součást elektrického stroje, nemělo by se podílet na přenosu elektrické energie. Pokud nebudou realizována opatření z kapitoly 2.2, tedy nedojde k odvedení kapacitních proudů, existuje nebezpečí, že proudy se budou uzavírat přes hřídel motoru a ložiska.

Při jejich návrhu se s průchodem proudu ložiskem nepočítá, takže když se potom v reálné situaci ložiskové proudy vyskytnou, může za poměrně krátký čas docházet k značnému poškození ložisek [12]. Ke zmíněným opatřením lze ještě přidat možnost využití filtrů v měniči a izolace ložisek, případně použití keramického ložiska.



Obrázek 12 – Možná dráha cirkulačního ložiskového proudu (náskres v řezu asynchronního motoru) [13]

3.4 Další jevy

Při velmi nízké modulační frekvenci měniče se mohou na poháněném soustrojí projevit momentové rázy, respektive takto napájený motor z měniče může vykazovat **momentové pulsace**, zvyšuje se tak namáhání zubů v převodovce. U současných pohonů se problém vyskytuje v mnohem menší míře, protože měniče dosahují dostatečně vysokých modulačních frekvencí.

Otáčí-li se motor malou rychlostí (například když byl navržen pro pohánění zátěže přes převodovku), pak vlivem nízkých otáček ventilátoru mohou nastat **problémy s chlazením**. Situace se dá řešit externím ventilátorem. Naopak – výrazně vyšší napájecí frekvence nastavené na měniči (než standardních 50 Hz) se dají využít jen v případě, že motor byl pro takové otáčky rotoru navržen (tedy u vysokootáčkových motorů je nutné mít speciální ložiska, vhodně upravený rotor atd.).

4 MĚŘICÍ METODY PRO URČENÍ PŘÍDAVNÝCH ZTRÁT V MOTORU VLIVEM NAPÁJENÍ Z FREKVENČNÍHO MĚNIČE

Existuje více přístupů pro určení, jak se změní velikost ztrátového výkonu při napájení zvoleného testovaného motoru z frekvenčního měniče oproti napájení ze sítě (sinusové napětí je bráno jako referenční). Z předchozího pojednání o ztrátách v motoru je zřejmé, že při využití měniče porostou především přídatné ztráty v železe (hysterezní a vířivé).

4.1 Srovnání ztrát při shodné velikosti první harmonické napětí

Jednou z možností je provést měření při shodné velikosti první harmonické napájecího napětí asynchronního motoru: Necht' referencí je pro běžný třífázový motor sdružené napětí 400 V při frekvenci 50 Hz (kmitočet první harmonické; v tomto kroku se prozatím předpokládá, že ostatní harmonické v síti nejsou přítomny, jedná se o určitou idealizaci dostatečně tvrdé sítě).

Příkon v případě harmonického napájení má hodnotu

$$(43) \quad P_1 = 3.U.I.\cos\varphi \quad [\text{W}]$$

Veličiny U a I představují efektivní hodnoty fázového napětí a proudu, úhel φ pak fázový posuv mezi těmito hodnotami.

Dále s využitím měniče pro napájení, který pracuje v režimu sinusové PWM, musí být i při následném měření nastavena pro srovnání hodnota první harmonické sdruženého napětí 400 V. Napětí na svorkách motoru bude mít charakter vysokofrekvenčních pravouhlých pulsů, jejichž střída se mění. Zde již ve spektru signálu budou přítomny vyšší harmonické.

Teoreticky to zní jednoduše, ale již nestačí měřit pouze velikost napětí jako celku. Musí být použita taková měřicí soustava, která dokáže měřit i vysokofrekvenční napětí a bude schopna signál převést pomocí Fourierovy transformace do spektra, aby se dala sledovat a naladit první harmonická na stejnou hodnotu, jako v případě sinusového napájení, a aby mohly být zjišťovány právě podíly jednotlivých vyšších harmonických na celkové hodnotě napětí. Vzhledem ke kmitočtu nosné vlny řádově desítky kHz je nutné mít horní mezní frekvenci měřicího přístroje řádově vyšší, alespoň jednotky MHz, a vzorkovací frekvenci pak ještě vyšší.

Fázový proud má z makroskopického hlediska sinusový tvar, ale při větším přiblížení se zjistí, že na sinusoidě je přítomno vysokofrekvenční zvlnění pilovitého tvaru. Takže napětí i proud obsahují značné množství harmonických, z nichž ale užitečná je pouze ta první, jedině ta je momentotvorná! Při současném uvažování symetrie pak nebude přítomna stejnosměrná složka ve spektru [14].

Pak celkový činný příkon motoru (jež je napájen z měniče) může být určen měřicí jednotkou na základě vztahu

$$(44) \quad P_1 = 3.\sum_{n=1}^{\infty} U_n.I_n.\cos\varphi_n \quad [\text{W}]$$

kde U_n a I_n jsou efektivní hodnoty n -té harmonické fázového napětí a fázového proudu a φ_n představuje fázový posuv mezi n -tou harmonickou napětí a proudu.

Nutno podotknout, že měření musí probíhat na motoru v zahřátém stavu při ustálené teplotě, protože odpory vinutí se s teplotou mění, a pokud by se začalo měřit na studeném motoru, tak následné ohřátí v čase by zkreslilo výsledky (odpor vinutí s teplotou roste).

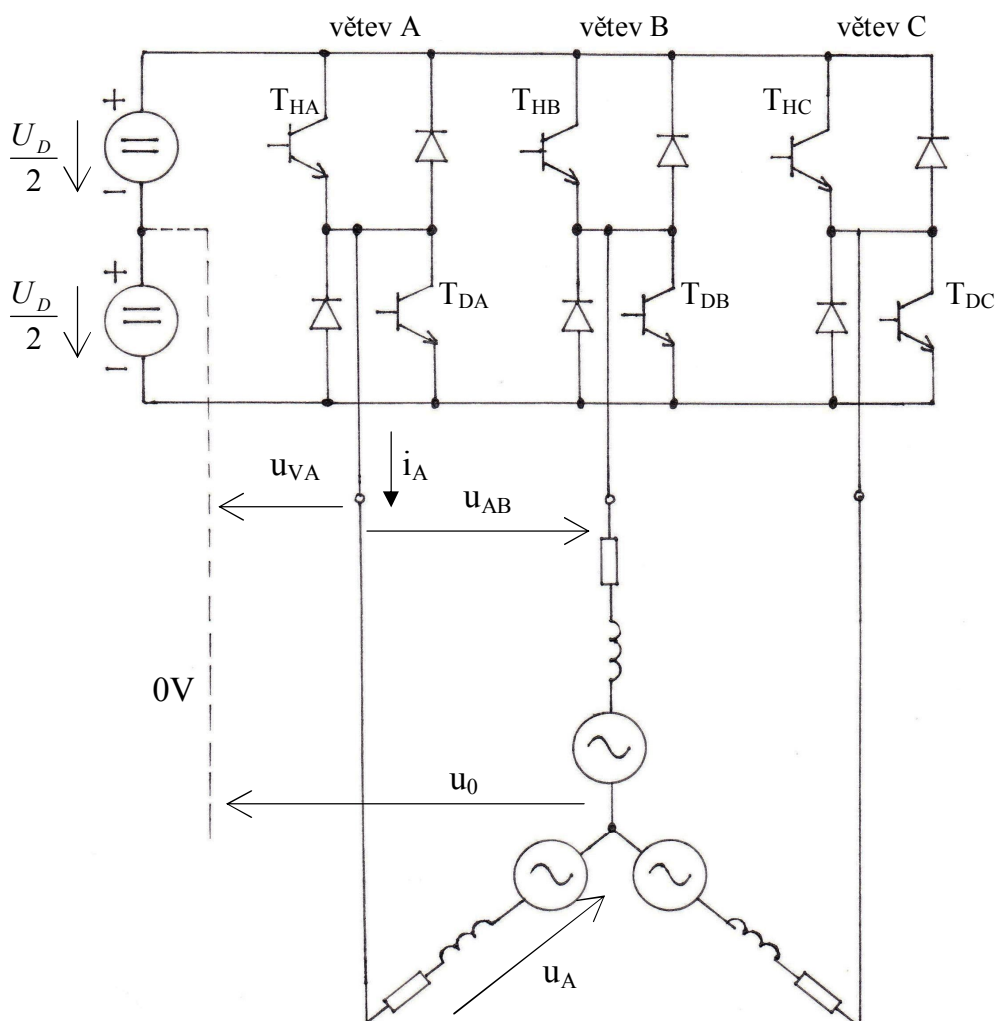
Při určování činného výkonu na hřídeli motoru se na základě změřených hodnot na dynamometru vynásobí podle rovnice (3) aktuální úhlová rychlost a moment. Podílem činného výkonu a příkonu dle (2) bude dopočtena účinnost motoru.

Ze srovnání činných příkonů (respektive účinností) vyplyne očekávaný výsledek, že v případě napájení z frekvenčního měniče v režimu PWM bude hodnota příkonu vyšší (účinnost bude nižší) než při využití síťového napájení. Rozdíl je způsoben právě přídavnými ztrátami.

4.2 Určení pomocí měření veličin ve stejnosměrném meziobvodu

Další možností, jak se při napájení z frekvenčního měniče sinusovou PWM dopracovat ke konkrétní hodnotě příkonu motoru, je určení činného výkonu měniče ve stejnosměrném meziobvodu a pak následný odečet ztrát na součástkách střídače (tranzistorech a diodách).

Při využití dostatečně velké kapacity kondenzátoru lze uvažovat zvlnění napětí natolik minimální, že hodnota mezilehlého napětí bude konstantní. Další důležitý předpoklad – indukčnost v meziobvodu – dosahuje opět dostatečně vysoké hodnoty, takže zvlnění proudu je tak malé, aby proud mohl být brán jako konstantní. S uplatněním těchto dvou zjednodušení lze hodnotu napětí na svorkách stejnosměrného meziobvodu změřit prostým stejnosměrným voltmetrem a pro zjištění proudu tekoucího meziobvodem postačí stejnosměrný ampérmetr. Bude platit, že součinem změřených hodnot dostaneme činný výkon meziobvodu. Obecně by se dalo napsat, že se jedná o činný výkon odebíraný ze zdroje konstantního napětí, kdy tento výkon je úměrný střednímu proudu.



Obrázek 13 – Trojfázový střídač a v zátěži trojfázový motor zapojený do hvězdy [6]

Z obrázku 13 je patrné, že trojfázový střídač se skládá z tranzistorů (necht' jsou uvažovány IGBT tranzistory) a diod. Výkonové ztráty vedením na těchto prvcích mohou být vyjádřeny následovně – skutečnou voltampérovou charakteristiku diod v propustném směru a tranzistorů v sepnutém stavu lze nahradit, aproximovat šikmou lomenou přímkou; pak pro výpočet činného ztrátového výkonu na jednom prvku platí

$$(45) \quad P_{ved} = U_p \cdot I_{stř} + R_d \cdot I_{ef}^2 \quad [\text{W}]$$

Označení U_p představuje prahové napětí součástky, R_d pak její diferenciální odpor. U diody v propustném směru lze ještě využít náhradní tvar charakteristiky v podobě pravoúhlé lomené přímky, kdy se prahové napětí vhodně zvolí. Zjednodušení spočívá v tom, že se nemusí určovat efektivní hodnota proudu a druhý člen v rovnici (45) se tak zanedbá.

Ještě je třeba zjistit velikost přepínacích ztrát výkonových tranzistorů, pro jeden lze přibližně psát:

$$(46) \quad P_{pr} = f \cdot \frac{1}{4} \cdot U_d \cdot I_z \cdot (t_{off} + t_{on}) \quad [\text{W}]$$

Do vzorce se dosazuje spínací frekvence, velikost mezilehlého napětí, proud tekoucí tranzistorem do zátěže a součet vypínací a zapínací doby (lze najít tyto časy v katalogu pro využitý tranzistor nebo případně určit měřením na osciloskopu). Při myšlenkové idealizaci, že tranzistor pracuje s konstantním kmitočtem, je sepnut v celé půlperiodě a mezi velikostí přepínací energie a tohoto proudu zátěží se uvažuje přímková závislost, lze pro velikost proudu jedním tranzistorem přibližně psát $\frac{1}{\pi} \cdot I_{\max}$, kde I_{\max} značí amplitudu proudu. [14].

Teoreticky tedy pro výpočet činného příkonu motoru (který je napájen z měniče) postačí, když od stejnosměrného výkonu v meziobvodu budou odečteny ztráty na diodách v propustném směru a u tranzistorů ztráty vedením v sepnutém stavu a ještě přepínací ztráty.

Za předpokladu, že činný výkon na hřídeli motoru bude udržován na stejné hodnotě (jako v případě, že byl napájen přímo ze sítě), pak stačí srovnat takto vypočtený příkon oproti příkonu u sinusového napájení dle (43) a jejich rozdíl vystihuje velikost přídavných ztrát.

5 PŘÍPRAVA MĚŘENÍ

Po uvedení několika předpokladů a vyjasnění technických pojmů nastal konečně čas ověřit si výše nashromážděná fakta praktickým měřením. Na začátku této kapitoly je vhodné sdělit, že celé měření probíhalo výhradně na pracovišti zkušebny a vývojové dílny společnosti Siemens s.r.o. – odštěpný závod Elektromotory Mohelnice a měřený motor byl vyroben také na zdejších linkách. Postupně budou v následujících podkapitolách rozebírány jednotlivé části komplexního systému i postup vlastního měření.

5.1 Měřený objekt

Pro účely našeho výzkumu byl tedy ve zdejších výrobních halách smontován jeden asynchronní motor s kotvou nakrátko. Konkrétně jde o třífázový elektromotor osově výšky 132 mm ve 4-pólovém provedení řady 1LE, jehož vodiče ovšem mají dvojnásobnou izolaci a celý svazek je dvojnásobně impregnován (dvakrát nořen v nádobě s impregnačním lakem). Ložiska jsou ve standardním provedení (žádná speciální úprava či odizolování kvůli ložiskovým proudům neproběhla). Další technické údaje, které jsou hodnotami určenými při návrhu motoru pro využití zapojení vinutí do trojúhelníka, lze přehledně vyčíst v následující tabulce.

Tabulka 1 – Parametry určené a vypočtené při návrhu motoru

Název parametru	Jednotka	Hodnota pro 50 Hz
jmenovitý výkon na hřídeli	W	5500
jmenovité sdružené napětí	V	380
jmenovitý fázový proud	A	12,0
fázový posuv mezi napětím a proudem $\cos \varphi$	-	0,82
jmenovitý moment	Nm	36,2
účinnost při jmenovitém zatížení	%	84,7
otáčky při jmenovitém zatížení	min^{-1}	1450
skluz	%	3,33
poměr proudu nakrátko ku jmenovitému	-	5,7
poměr max. momentu ku jmenovitému	-	2,7

Vzduchová mezera mezi státorem a rotorem činí 0,35 mm, dále plechy použité na výrobu statorového a rotorového svazku mají jakost M800-65A, kdy číslo za pomlčkou značí tloušťku plechu 0,65 mm a pod prvním číslem se ukrývá maximální hodnota měrných ztrát, kterou v tomto případě při indukci 1T a frekvenci pole 50 Hz reprezentuje katalogový údaj 3,6 W/kg.

Co se týká využití, motor je navržen pro zatěžovatel S1 – tedy stálé konstantní zatížení. Izolace byla dimenzována na teplotní třídu F – horní hranice teploty, kterou musí vydržet při trvalém zatížení, je 155 °C. Již ve výrobě byly do motoru zavedeny termočlánky, aby později bylo možné měřit a vyhodnocovat teploty v určitých místech a jejich změnu v čase. Celkem se jedná o devět termočlánků typu J, které jsou v motoru rozmístěny a zaznačeny dle tabulky níže a poslouží ke zjišťování oteplení v jednotlivých částech motoru v průběhu oteplovací zkoušky.

Tabulka 2 – Označení termočlánků a jejich umístění v motoru

Označení	Umístění
T01	čelo vinutí ZS (fáze U)
T02	čelo vinutí ZS (fáze V)
T03	čelo vinutí ZS (fáze W)
T04	čelo vinutí PS (fáze U)
T05	čelo vinutí PS (fáze V)
T06	čelo vinutí PS (fáze W)
T07	kostra (u ZS)
T08	kostra (střed)
T09	kostra (u PS)

Poznámky: ZS – zadní strana elektromotoru – strana s hřídelem;
PS – přední strana – opačná, při pohledu od ventilátoru



Obrázek 14 – Měřený asynchronní motor ukotvený ke zkušební stoličce a připojený přes spojku k dynamometru

5.2 Použité měřicí přístroje

5.2.1 Výkonový analyzátor

Pro měření toku elektrické energie byl využit třífázový výkonový analyzátor od firmy Fluke s typovým označením NORMA 4000. Sám výrobce uvádí, že jde o vysoce přesný přístroj pro testování a vývoj výkonové elektroniky a pohonů. Měřená data se zobrazují na barevném displeji 320x240 pixelů. Výrobce uváděné rozsahy přístroje: efektivní hodnota vstupního napětí 0,3 V až 1000 V a efektivní hodnota vstupního proudu při přímém zapojení 0,03 mA až 20 A; vzorkovací rychlost 0,33 MHz; dále přes rozhraní USB/RS232 je možné jeho připojení k počítači. Aby bylo garantováno přesné měření, musí být provozován v rozmezí teplot 5 – 35 °C a do maximální hodnoty relativní vlhkosti 85 %. Dokáže změřit a zobrazit jak celkové efektivní i špičkové hodnoty napětí a proudu, tak zvlášť jen hodnoty první harmonické.

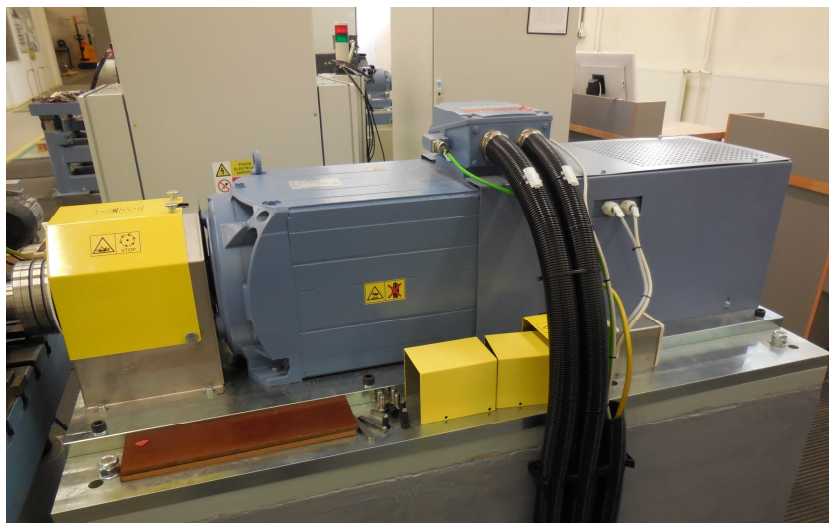
Zvládne spolehlivě pracovat s frekvencí od 0,2 Hz, přičemž v manuálu uváděná chyba pro vyhodnocení frekvence je $\pm 0,01$ % z měřené hodnoty. Co se týká nejistoty měření napětí a proudů, tak pro rozsah frekvence 10 – 1000 Hz lze přesnost vyjádřit pomocí vzorce $\pm(0,1$ % rdg+0,1 % rng), tedy jedna desetina procenta ze zobrazené hodnoty a rovněž desetina procenta z nastaveného rozsahu [15].



Obrázek 15 – Výkonový analyzátor Fluke NORMA 4000

5.2.2 Dynamometr

Dynamometr slouží k měření mechanického výkonu na hřídeli zkoušeného motoru, vyvozuje regulovaný brzdný moment. V našem případě je jako zatěžovatel na pracovišti instalován velký třífázový asynchronní elektromotor, který umožňuje nastavit zátěžný moment až 500 Nm a vyrobený byl tentokrát v německém závodě Siemens.



Obrázek 16 – Zakrytý velký asynchronní motor sloužící jako zatěžovatel

Měření kroutícího momentu je realizováno snímačem T40B od firmy HBM (zkratka názvu společnosti Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH), jenž má rozsah 500 Nm a integrovaný snímač otáček.

5.2.3 Přístroj pro měření teplot

V originálním názvu Temp.Box slouží tento přenosný kufřík pro sběr dat z termočlánků a vyhodnocování aktuálních teplot; lze k němu připojit až 16 termočlánků. Jeho výrobcem je dodavatel celého řešení pracoviště – firma ELCOM, a.s.. Přes bezdrátovou síť Wi-fi bývá přístroj dále propojen s počítačem, kde již probíhá samotné zpracování a vykreslování oteplovací charakteristiky.



Obrázek 17 – Přenosný přístroj pro sběr dat z termočlánků

5.3 Specifika a podmínky měření

Všechny přístroje výše popsané a využité k vyhodnocení měření tvoří dohromady jedno měřicí pracoviště. Vzniklo teprve nedávno za účelem možnosti měření motorů napájených nejen přímo ze sítě, ale také z frekvenčních měničů. Jeho stavbu realizovala firma ELCOM, a.s. Takové pracoviště je v rámci zdejší zkušebny první svého druhu.

Aby byla zajištěna jednak správnost měření a také určitá reprodukovatelnost výsledků, je důležité dodržovat během celého měřicího procesu jisté podmínky:

1. Snaha udržet pokud možno konstantní teplotu okolí a relativní vlhkost z dlouhodobého hlediska – důležitá podmínka pro možnost srovnání výchozích hodnot před započítáním měření; vzhledem k umístění pracoviště ve vytápěné hale zkušebny s udržovanou teplotou ji lze považovat za splněnou.
2. Vyvarovat se nežádoucích zásahů a nenadálých změn podmínek, jako jsou například sahání na vodiče a motor v průběhu měření, otřesy způsobené manipulací s nástroji v okolí pracoviště nebo prudký závan větru zaviněný otevřením dveří dokořán. Taková ovlivnění procesu mohou způsobit náhlý výkyv hodnot, a tím vnášet zbytečně chybu do měření, nehledě k možnosti ohrožení bezpečnosti osob.
3. Pro potřebu našeho výzkumu používat pro vyhodnocování hodnot měřených veličin stejné přístroje jak v případě napájení přímého, tak pomocí měniče, aby byla zajištěna co největší reprodukovatelnost měření (stejně přístroje vykazují při podobných hodnotách na shodném rozsahu stejnou nejistotu měření), a tím se výsledky staly důvěryhodnými.

5.4 Představení měřicího plánu

Vzhledem k faktu, že úkolem této práce je především porovnat vlastnosti (účinnost a oteplení) motoru, který je v jednom případě napájen přímo ze sítě a ve druhém případě z měniče frekvence, byl sestaven následující měřicí plán s cílem postupně provést:

- a) Oteplovací zkoušku motoru při napájení přímým - sít'ovou frekvencí 50 Hz a při jmenovitém zatížení, kde dojde postupně ke změření:
 - odporů vinutí za studena
 - oteplovací charakteristiky
 - odporů vinutí za tepla

Na motoru bude navíc proměřena momentová charakteristika s určením momentu zvratu (jinak řečeno maximálního momentu), dále se provede zkouška naprázdno (potřebná pro zjištění mechanických ztrát grafickou metodou).

b) Zkoušky pro případ napájení z měniče frekvence (tzv. systémové testy) s různou nastavenou frekvencí a při různém zatížení.

1) kompletní oteplovací zkoušku pro 50 Hz (odpovídající synchronním otáčkám 1500 min^{-1}) při jmenovitém zatížení, kde první harmonická sdruženého napětí na motoru bude shodná se sdruženým napětím na něm změřeném v bodě a) (v našem případě 380 V). To nám umožní přímé srovnání účinností a určení celkových přídatných ztrát oproti a).

2) při poloviční frekvenci 25 Hz (poloviční rychlosti otáčení statorového magnetického pole), ale přibližně stejném (jmenovitém) zatížení jako v bodě 1)

3) pro 50 Hz, ale zhruba polovičním zatížení oproti jmenovitému

4) pro 25 Hz a zatížení jako v bodě třetím

5) pro 25 Hz a zatížení asi 20 % jmenovitého momentu

6) případ velmi pomalého otáčení (a tím zhoršeného vlastního chlazení) – 2,5 Hz a zátěžný moment opět cca jedna pětina jmenovité hodnoty

Poznámka: Zkoušky označené 2) až 6) slouží pro prověření vlastností motoru a stanovení účinností v jiném než jmenovitém bodě; v rámci toho nemá smysl zde reprodukovat jejich kompletní oteplovací charakteristiky, ale primárně je důležité vyhodnocovat ztráty a účinnosti v ustáleném stavu a na základě takových čísel bude například možné říci, ve kterém bodě už využívat takový pohon nemá smysl.

c) Doplnkové měření pro zjištění závislosti přídatných ztrát na velikosti nosného kmitočtu f . Motor bude napájen jmenovitou hodnotou napětí 380 V a jmenovitě zatížen (vyčká se do dosažení ustáleného oteplení), následně na měniči bude postupně zvyšován nosný kmitočet a po každé jeho změně dojde k zaznamenání velikosti příkonu, ztrát v měniči i motoru a výkonu na hřídeli za účelem vyhodnocení účinnosti motoru a měniče, resp. pohonu jako celku.

6 VÝSLEDKY MĚŘENÍ

6.1 Přímé napájení motoru bez využití měniče frekvence

6.1.1 Odporů vinutí za studena

Jako první se zjišťují velikosti odporů vinutí za studena. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3. Vinutí je zapojené do trojúhelníka, tedy naměří se hodnoty odporů vinutí mezi fázemi, které lze jednoduše při známém zapojení přepočítat na odpor vinutí jedné fáze. Ideálním případem je stav, kdy všechny tři hodnoty budou stejné, tzv. absolutně symetrické. V praxi však vždy bude existovat určitá odchylka, která by ale měla být co nejmenší.

Tabulka 3 – Hodnoty naměřených odporů za studena

$R_{s_{U-V}} [\Omega]$	1,7899	průměr $R_s [\Omega]$	1,7909
$R_{s_{V-W}} [\Omega]$	1,7917		
$R_{s_{W-U}} [\Omega]$	1,7912		
symetrie [%]		0,10	

Poznámka: měřeno při teplotě 20 °C

Standardně se určil aritmetický průměr a symetrie se vypočítá z rozdílu největší a nejmenší hodnoty odporů, kdy tento rozdíl je následně podělen aritmetickým průměrem:

$$(47) \quad sym = \frac{R_{s_{V-W}} - R_{s_{U-V}}}{R_s} \cdot 100\% = \frac{1,7917 - 1,7899}{1,7909} \cdot 100 = \underline{0,1\%}$$

6.1.2 Oteplovací charakteristika a parametry otepleného motoru – napájení přímo ze sítě

Motor napájený sdruženým napětím 380 V při síťové frekvenci 50 Hz dosáhl při jmenovité zátěži a po ustáleném oteplení následujících parametrů:

Tabulka 4 – Parametry změřené/vypočtené při jmenovitém napájení a jmenovitém zatížení

Název parametru	Jednotka	Hodnota pro 50 Hz
sdružené napětí U	V	379,996
příkon P_1	W	6480,1
fázový proud I_F	A	12,11
otáčky rotoru n	min^{-1}	1448,3
zátěžný moment M	Nm	36,25
$\cos \varphi$	-	0,813
skluz s	%	3,45
výkon na hřídeli P_2	W	5497,8
účinnost η	%	84,84

Skluz bývá vyjadřován jako míra rozdílu otáček rotoru a statorového magnetického pole a vypočítá se:

$$(48) \quad s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\% = \frac{1500 - 1448,3}{1500} \cdot 100 = \underline{3,45\%}$$

Rychlost otáčení magnetického pole (označována n_s) závisí na kmitočtu a počtu pólů stroje – pro čtyřpólový motor a síťovou frekvenci je hodnota 1500 min^{-1} . Symbol n představuje hodnotu přímo změřenou snímačem otáček.

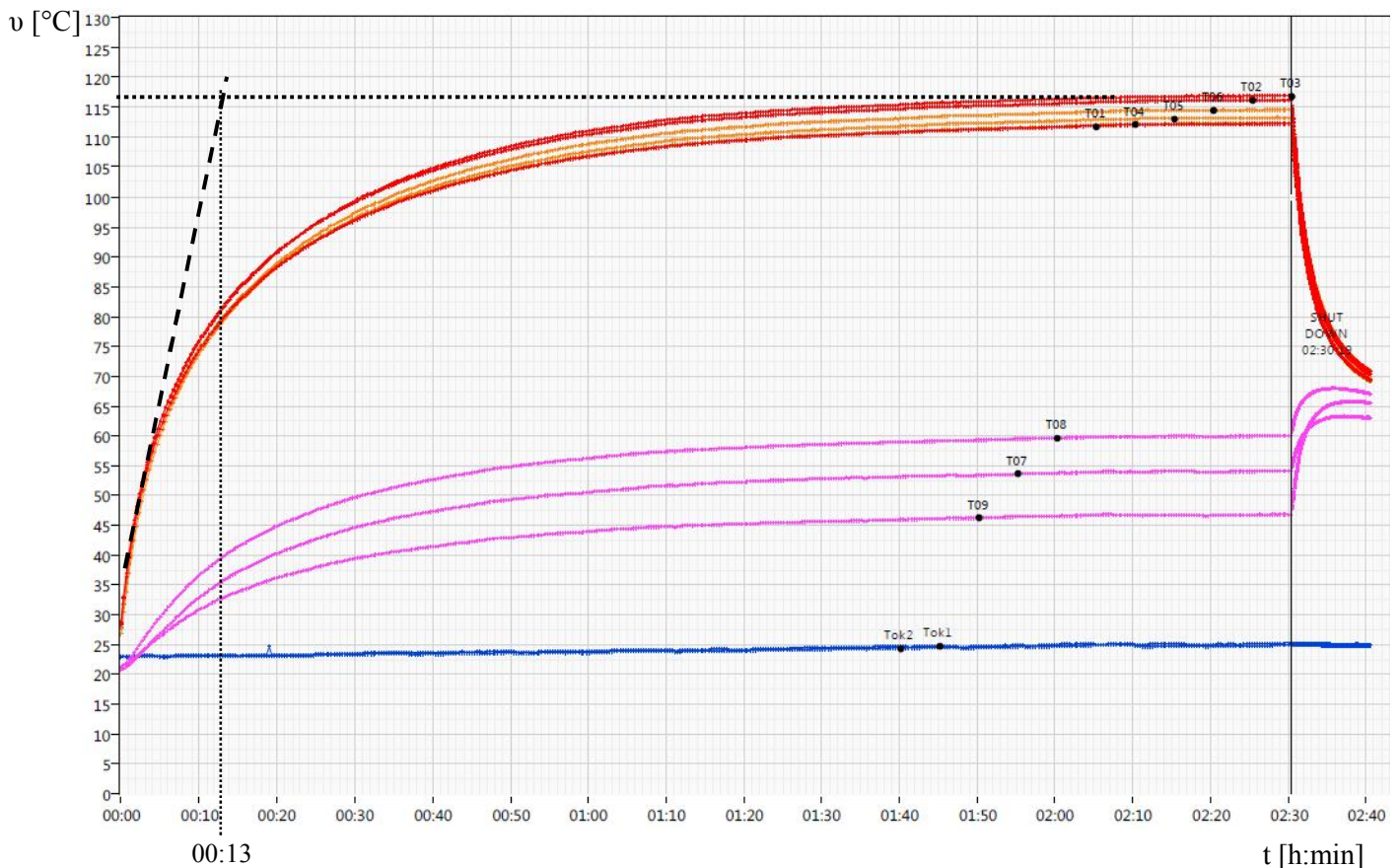
Pro stanovení výkonu na hřídeli se nejprve určí úhlová rychlost:

$$(49) \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1448,3}{60} = \underline{151,67 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Následně je možné s využitím rovnice (3) pouhým vynásobením zátěžného momentu a úhlové rychlosti zjistit hodnotu výkonu. Vyhodnocení účinnosti zde proběhlo přímo metodou, tedy podělením výkonu a příkonu motoru.

Porovnáním příslušných buněk mezi tabulkami č.1 (návrh) a č.4 (měření po oteplení) lze konstatovat, že motor byl navržen velmi přesně, jelikož změřené hodnoty se liší od vypočtených jen minimálně – například změřené otáčky rotoru ($1448,3 \text{ min}^{-1}$) se odchyľují o necelé dvě otáčky za minutu oproti předpokládané hodnotě při jmenovitém zatížení (1450 min^{-1}).

Některé parametry se obecně mění s teplotou, tedy hodnoty v případě ustáleného oteplení motoru (zobrazeny v tabulce 4) nebudou stejné jako na začátku měření oteplovací charakteristiky. Jouleovy ztráty ve vinutí jsou zpočátku nižší, jelikož vinutí má menší odpor, ale ten se v čase bude zvyšovat s teplotou, takže ztráty postupně budou vzrůstat, a tak bude s přibývajícím časem klesat účinnost typicky o několik desetin procenta.



Obrázek 18 – Vykreslená oteplovací charakteristika motoru

V obrázku č.18, který představuje oteplovací charakteristiku, je zobrazen vývoj teplot v čase pro jednotlivé termočlánky, které jsou rozmístěny v motoru dle tabulky č.2. Ustáleného oteplení (stav, kdy se oteplení nezmění o více než 2 K/hod) bylo dosaženo přibližně za dvě a půl hodiny, poté došlo k vypnutí napájení. V uzavřené hale se okolní teplota pohybovala v rozmezí 23,5 °C až 25,5 °C. Nejvyšší teplotu, 117 °C v ustáleném stavu před vypnutím, zaznamenal termočlánek T03, umístěný u čela vinutí fáze W zadní strany motoru, to znamená oteplení přibližně 92 Kelvinů oproti výchozí hodnotě v čase spuštění [16].

Tabulka 5 – Naměřené hodnoty na termočláncích a oteplení příslušné části motoru

Termočlánek	Ustálená teplota před vypnutím napájení [°C]	Oteplení [K]
T01	112,3	87,3
T02	116,2	91,3
T03	117,0	92,0
T04	112,3	87,3
T05	113,3	88,3
T06	114,6	89,6
T07	54,1	29,1
T08	60,0	34,9
T09	46,8	21,8

Z grafu a tabulky č.5 plyne, že teploty a potažmo oteplení jsou různá v závislosti na umístění termočlánců vzhledem k jeho vzdálenosti od ventilátoru, respektive podle toho, jestli je umístěn blíže k zadní nebo přední straně motoru. Přední strana s ventilátorem se očekávaně chladí lépe než zadní strana (u vinutí samozřejmě není rozdíl oteplení zdaleka tak patrný jako u termočlánců umístěných na kostře).

V rámci vyhodnocování proběhlo graficky přibližné určení časové oteplovací konstanty pro vinutí τ , která má hodnotu 13 minut. Představuje dobu, za kterou by teoreticky bylo dosaženo ustálené oteplení v případě, že teplo vzniklé průchodem proudu ve vodičích by vůbec nebylo odváděno do okolí, ale použito jen a pouze pro oteplení vinutí.

6.1.3 Odporů vinutí měřené na otepleném motoru

Po dosažení ustáleného oteplení a změření všech potřebných hodnot dojde k vypnutí napájení a ihned poté se začnou na ohřátém motoru měřit znova odporů vinutí.

Tabulka 6 – Hodnoty naměřených odporů po oteplení motoru

$R_{S\ U-V}$ [Ω]	2,3968	průměr R_S [Ω]	2,4025
$R_{S\ V-W}$ [Ω]	2,4086		
$R_{S\ W-U}$ [Ω]	2,4021		

Samozřejmě je splněn teoretický předpoklad, že s rostoucí teplotou bude odpor vyšší. Tento jev si lze přibližně ověřit i výpočtem:

$$(50) \quad R_{HOT} = R_{COLD} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = 1,7909 \cdot (1 + 0,004 \cdot 92) = \underline{2,4500 \Omega}$$

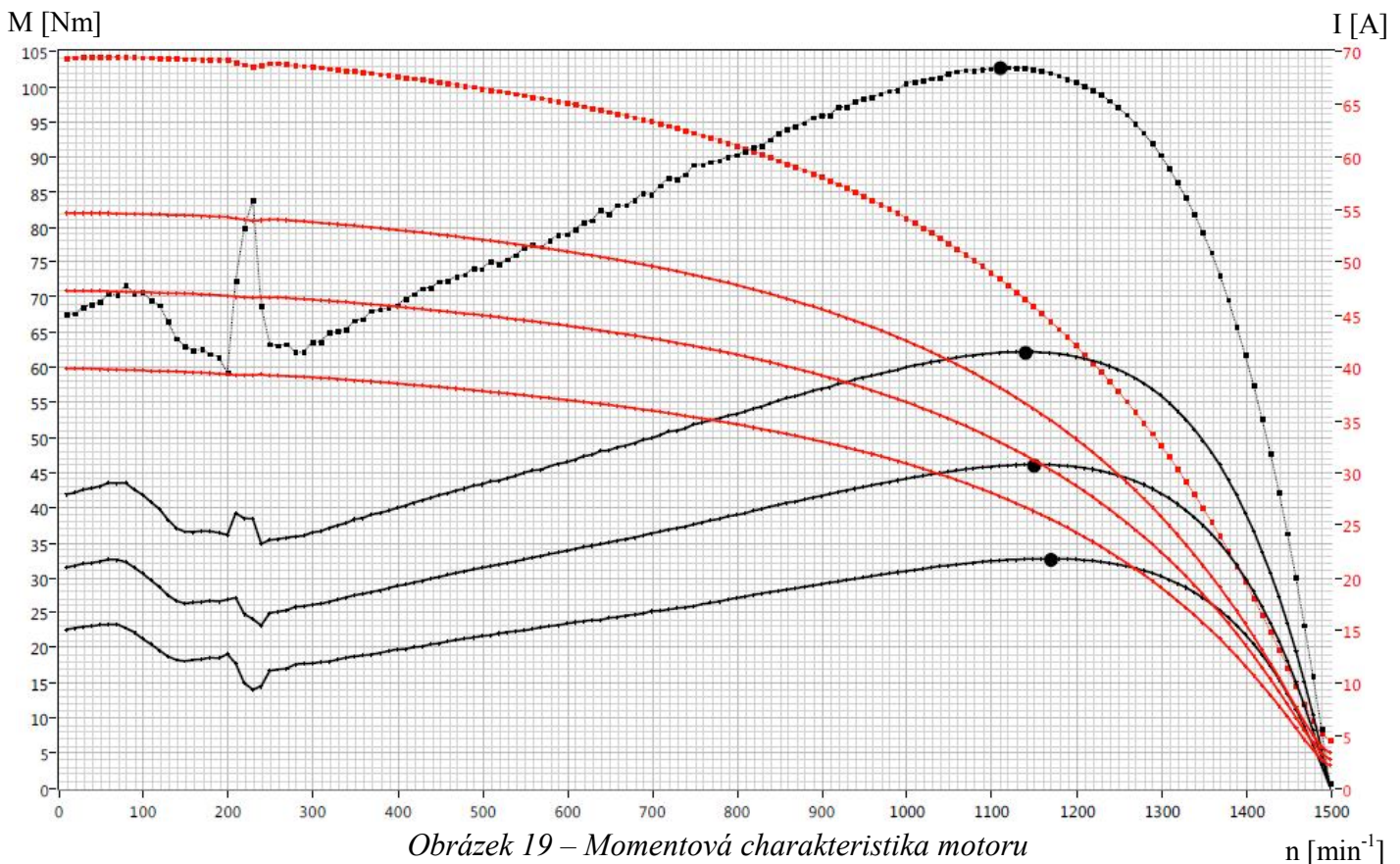
Hodnota odporu otepleného motoru (tedy zahřátého vinutí) závisí na míře oteplení oproti studenému stavu a na teplotním součiniteli α , což je materiálový koeficient udávající relativní změnu odporu (pro měď 0,4 %), když se změní teplota o jeden stupeň Celsia (Kelvina).

Výsledek kontrolního výpočtu má zhruba o pět setin vyšší hodnotu, protože v něm není zohledněn fakt, že po odpojení napájení motoru existuje určitá prodleva, než se odpory změní a tudíž během takové chvílky již přirozeně dochází k poklesu teploty vinutí.

6.1.4 Momentová charakteristika

Aby nebylo během proměřování momentové charakteristiky dosaženo příliš velkého oteplení, respektive po ukončení měření nebylo překročeno dovolené oteplení, nastavuje se v praxi na zdroji snížené napájecí napětí (postupně se měří jednotlivé křivky při 60, 70 a 80 % jmenovitého napětí) a pak se pro vykreslení momentové charakteristiky při nominální hodnotě napětí 380 V využije extrapolace.

Momentová charakteristika motoru zobrazená níže a vyjadřující závislost točivého momentu motoru na jeho otáčkách byla doplněna o hodnoty fázového proudu (zobrazeno na vedlejší ose y), který vinutím při daném zatížení protéká. Jak bylo naznačeno v předchozím odstavci, extrapolovaná křivka pro napájecí napětí 380 V je v grafu vykreslena čárkovaně.



Obrázek 19 – Momentová charakteristika motoru

n [min⁻¹]

Na charakteristice jsou patrná momentová sedla, nejzřetelnější je výkyv v rozmezí otáček $200 - 250 \text{ min}^{-1}$. Proměření celé charakteristiky musí proběhnout velmi rychle, protože díky průchodu značných proudů vinutím (červené křivky) při větším zatížení vzrůstá oteplení, a to s sebou přirozeně nese negativní vlivy na celý motor (degradace izolace apod.). Maximálního momentu bylo dosahováno při otáčkách v rozmezí $1100 - 1200 \text{ min}^{-1}$. Konkrétní hodnoty pro příslušná napájecí napětí představuje tabulka č.7, kde je také zmíněn fázový záběrný proud protékající vinutím při nulových otáčkách – pro okamžik rozběhu [16].

Tabulka 7 – Moment zvratu, otáčky při momentu zvratu a velikost fázového záběrného proudu pro různé hodnoty sdruženého napětí

Napájecí napětí [V]	Poměr napájecí / nominální napětí [%]	Otáčky [min^{-1}]	Moment zvratu [Nm]	Fázový záběrný proud [A]
228	60	1168	32,70	39,88
266	70	1148	46,14	47,27
304	80	1138	62,23	54,68
380	100	1108	102,85	68,79

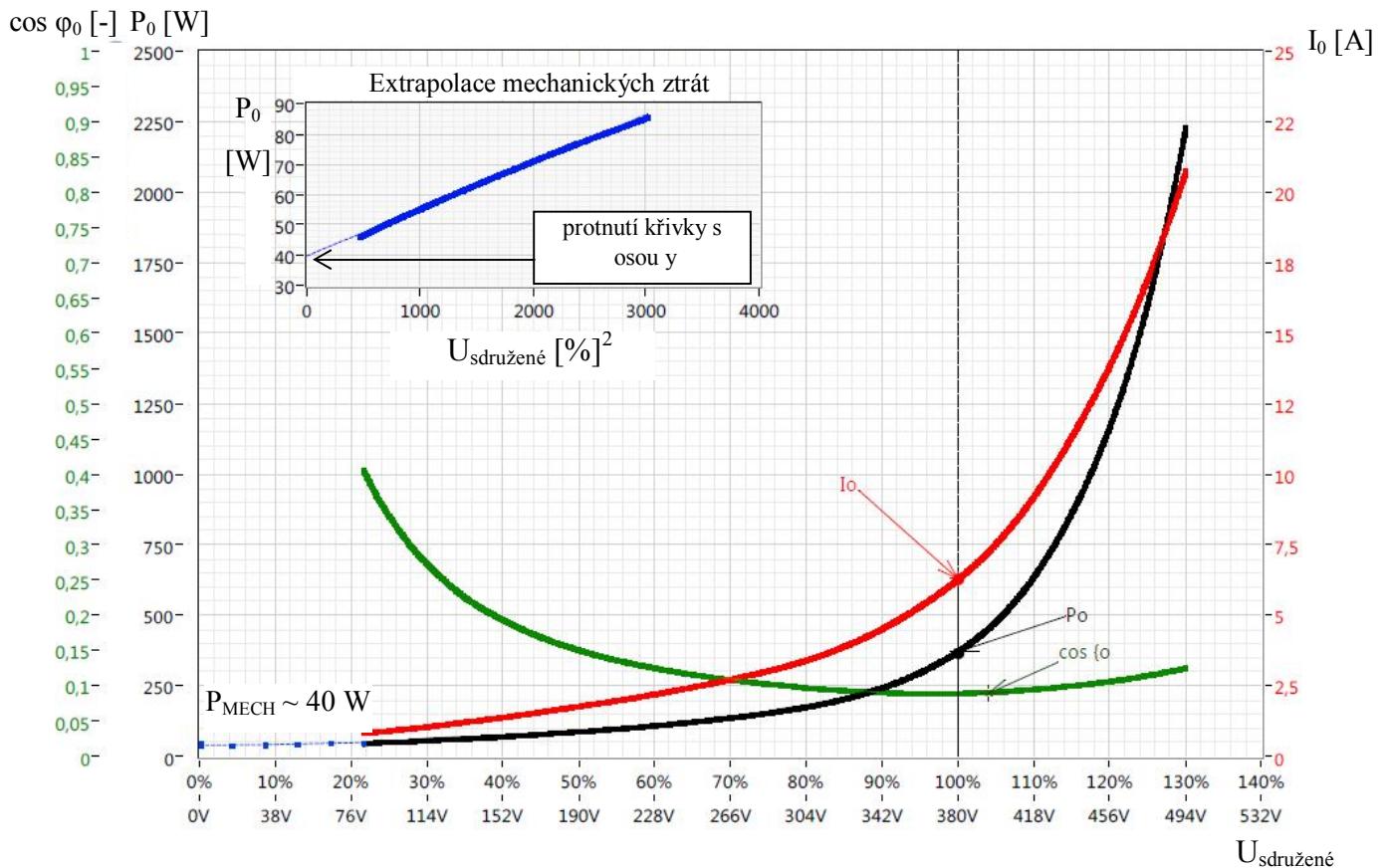
Poznámka: pro poslední řádek - napájecí napětí 380 V - byly hodnoty vypočteny extrapolací

6.1.5 Zkouška naprázdno

Motor se pro tyto účely odpojí od dynamometru a při zachování síťové napájecí frekvence (tím pádem i rychlosti otáčení) se sleduje příkon, proud a účinník naprázdno v závislosti na velikosti napájecího napětí. Taková charakteristika bude následně využita pro vyčíslení mechanických ztrát.

Napětí se bude postupně nastavovat přibližně od 20 % do 130 % jmenovité hodnoty – s rostoucím napětím se zvyšuje proud i příkon naprázdno, ale účinník bude mít do nominální hodnoty 380 V klesající tendenci.

V obrázku č.20 ve vnořeném menším grafu lze vidět, jak se v rámci zkoušek určují mechanické ztráty. Na osu x se vynese kvadrát napětí, na osu y opět příkon naprázdno a následně extrapolací (protažení přímky až do bodu, kde se protne s osou y) bude stanovena konkrétní hodnota přepínací ztrát, která v našem případě činí přibližně 40 W.



Obrázek 20 – Závislost proudu, příkonu a účinníku na napájecím napětí při zkoušce naprázdno, určení mechanických ztrát

Tabulka 8 – Změřené a vypočítané hodnoty ztrát ze zkoušky naprázdno pro jmenovité napájecí napětí

$U_{\text{sdruzene}} [\text{V}]$	$R_S [\Omega]$	$I_0 [\text{A}]$	$P_0 [\text{W}]$	$\cos \varphi_0 [-]$	$P_{\text{MECH}} [\text{W}]$	$P_J [\text{W}]$	$P_{\text{Fe}} [\text{W}]$
380	2,201	6,295	372,9	0,090	40	130,8	202,1

Protože není připojena na hřídeli žádná zátěž (tím pádem není žádný činný výkon), celý příkon se spotřebovává jen na krytí ztrát v motoru. Hodnota Jouleových ztrát ve statorovém vinutí uvedená v tabulce č.8 lze vypočítat dle vzorce:

$$(51) \quad P_J = \frac{3}{2} \cdot R_S \cdot I_0^2 = \frac{3}{2} \cdot 2,201 \cdot 6,295^2 = \underline{130,8W}$$

Odečtením ztrát ve vinutí a mechanických od příkonu naprázdno se jednoduše získají ztráty v železe naprázdno:

$$(52) \quad P_{\text{Fe}} = P_0 - P_J - P_{\text{MECH}} = 372,9 - 130,8 - 40 = \underline{202,1W}$$

Z výsledků je patrné, že motor má v chodu naprázdno největší podíl ztrát v magnetickém obvodu [16].

6.2 Motor napájený z měniče frekvence

6.2.1 Využitý měnič frekvence

Pro srovnávací měření byl zvolen měnič firmy Siemens řady *Sinamics* s typovým označením G120. Využitý výkonový modul PM240-2 je dle štítkových parametrů schopen nastavení frekvence v rozsahu 0 – 550 Hz, přičemž výstupní proud nabývá hodnoty až 45 A a měnič poskytuje maximální jmenovitý výkon na výstupu 22 kW.



Obrázek 21 – Využitý měnič frekvence

6.2.2 Oteplovací charakteristika a parametry otepleného motoru - napájení z měniče frekvence

Po zapojení a oživení měniče frekvence byla v jeho ovládacím softwaru nastavena hodnota napětí tak, aby na motoru byla dosažena první harmonická sdružené hodnoty napětí požadovaných 380 V, tedy shodná s napájením přímo ze sítě. Motor byl nejprve roztočen naprázdno (otáčky 1500 min^{-1} odpovídají frekvenci 50 Hz) a pak zatížen jmenovitým momentem. Parametry motoru a měniče dosažené po ustáleném oteplení zobrazuje následující tabulka č.9. Jelikož byly využity dva výkonové analyzátoři popsané v kapitole 5.2.1 (jeden na straně napájení měniče a druhý na straně motoru), mohla být vyčíslena jak účinnost motoru, tak měniče a potažmo i pohonu jako celku.

Tabulka 9 – Parametry změřené/vypočtené v případě napájení motoru z měniče frekvence při jmenovitém zatížení

	Název parametru	Jednotka	Hodnota pro 50 Hz
MĚNIČ	sdužená hodnota napájecího napětí U_{IN}	V	400,02
	příkon měniče frekvence P_C	W	6612,3
	ztráty v měniči (vedením, přepínací, řídicí obvody) ΔP_{men}	W	116,1
	účinnost měniče η_{men}	%	98,24
MOTOR	příkon motoru P_1	W	6496,2
	efektivní hodnota 1. harmonické sduženého napětí na motoru $U_{ef,1h}$	V	380,83
	celková efektivní hodnota sduženého napětí na motoru U_{ef}	V	425,97
	1. harmonická fázového proudu $I_{F,1h}$	A	12,09
	celková efektivní hodnota fázového proudu I_F	A	12,10
	$\cos \varphi$	-	0,726
	otáčky rotoru n	min^{-1}	1447,3
	zátěžný moment M	Nm	36,20
	výkon na hřídeli P_2	W	5486,0
	účinnost motoru η	%	84,45
POHON	celková účinnost pohonu η_{celk}	%	82,96

Poznámka: nosný kmitočet měniče nastaven na hodnotu 4 kHz

Celkové ztráty v měniči, které se dále skládají z přepínacích ztrát výkonových tranzistorů, ztrát vedením tranzistorů i diod a ztrát v řídicích obvodech, se určí jako rozdíl změřených příkonů měniče a motoru:

$$(53) \quad \Delta P_{men} = P_C - P_1 = 6612,3 - 6496,2 = \underline{116,1W}$$

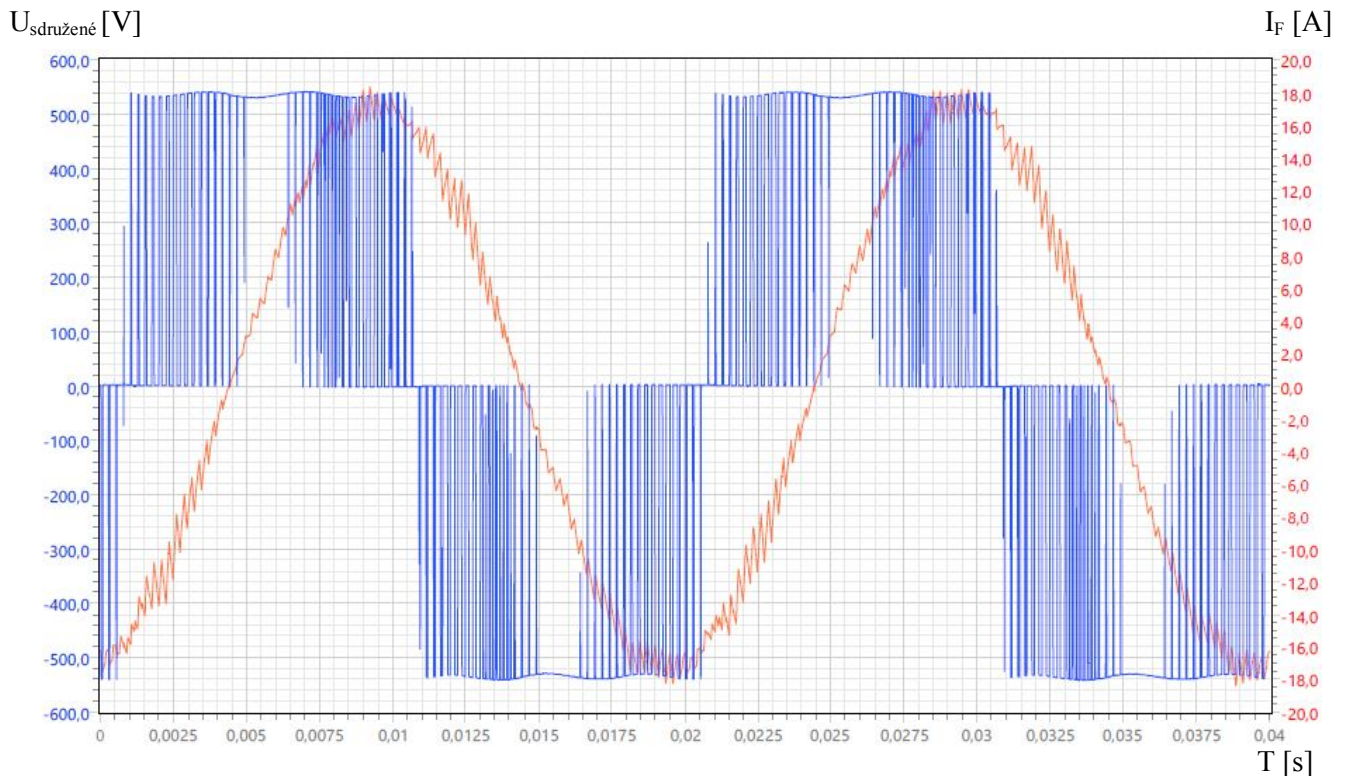
Podílem těchto dvou hodnot lze rovněž vyčíslit účinnost měniče:

$$(54) \quad \eta_{men} = \frac{P_1}{P_C} \cdot 100\% = \frac{6496,2}{6612,3} \cdot 100\% = \underline{98,24\%}$$

Pro určení výkonu na hřídeli motoru a jeho účinnosti se postupuje stejně jako v kapitole 6.1.2. Výsledná účinnost celého pohonu je pouhým součinem účinností měniče a motoru:

$$(55) \quad \eta_{celk} = \eta_{men} \cdot \eta = 0,9824 \cdot 0,8445 = 0,8296 = \underline{82,96\%}$$

Zde je vhodné si povšimnout, že účinnost motoru 84,45 % je přibližně o čtyři desetiny procenta nižší než v případě přímého napájení ze sítě. Tento rozdíl je způsoben právě přídavnými ztrátami na základě přítomnosti vyšších harmonických složek díky pulsní šířkové modulaci. Nejlépe je situace viditelná v grafu níže, jež zobrazuje dvě periody modulovaného napětí. Nosná vlna má frekvenci 4 kHz a samotný modulovaný signál 50 Hz, tedy je s přehledem splněna podmínka $f \gg f_1$, protože odstup obou kmitočtů je řádový.



Obrázek 22 – Sdružené napětí na motoru mezi fázemi U-V a fázový proud v případě napájení z měniče frekvence - nosný kmitočet 4 kHz

Celková změřená efektivní hodnota sdruženého napětí mezi fázemi U-V (425,97 V) je logicky větší oproti první harmonické (380,83 V) právě o příspěvek vyšších harmonických způsobených modulací. Pro zjištění konkrétního zastoupení jednotlivých harmonických je potřeba provést Fourierovu transformaci (FFT) za účelem získání spektra signálu.

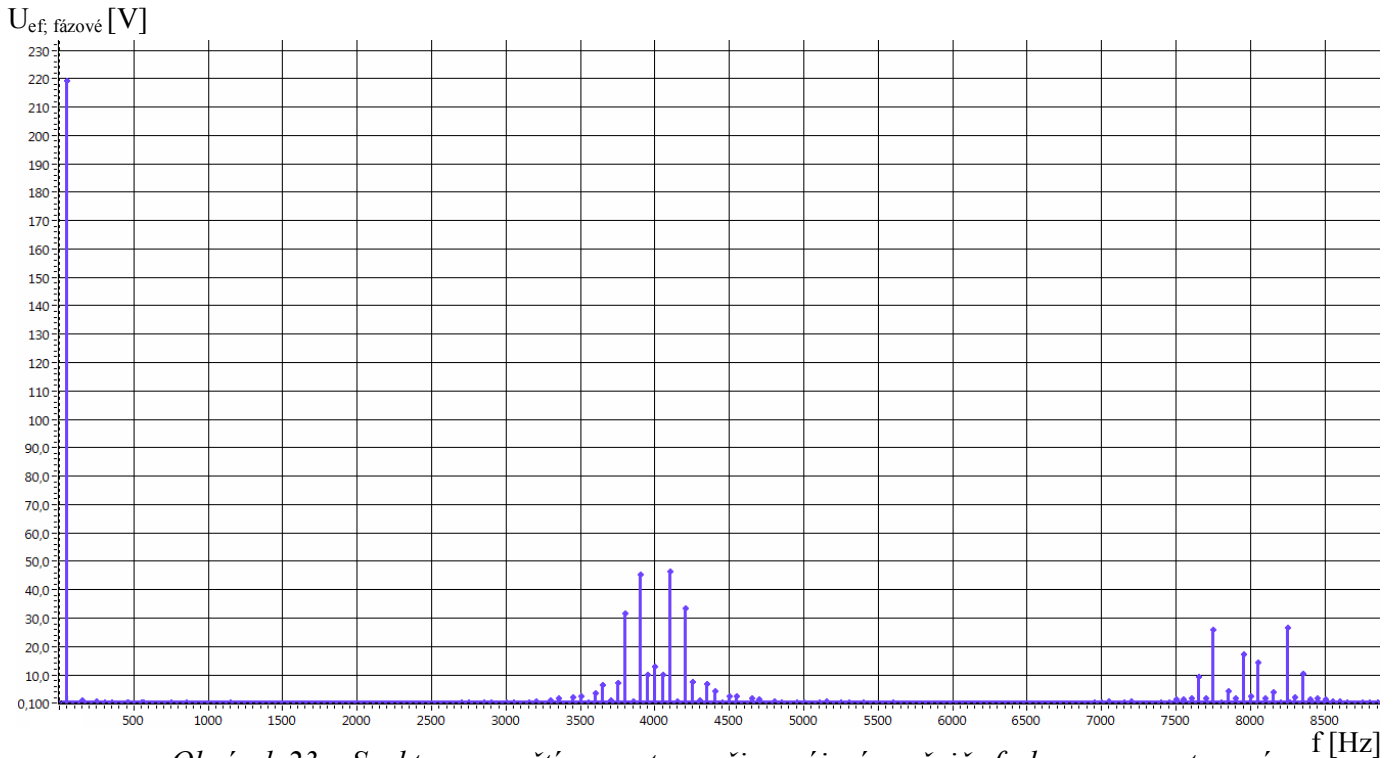
Napětí jsou ve spektru (obrázek č.23) vyjádřena ve fázových hodnotách, které vzniknou podělením sdružených hodnot odmocninou ze tří. Pro první harmonickou tedy

$$(56) \quad U_{ef1h,f} = \frac{U_{ef1h,sdr}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \cong 220V$$

Na ose x jsou vyneseny frekvence; první harmonická má hodnotu 50 Hz, tedy bude-li se hovořit o n -té harmonické, jedná se o součin čísla n a právě základní harmonické 50 Hz – např. třetí harmonická \approx frekvenci 150 Hz a tak dále. Osa y představuje efektivní hodnoty fázového napětí.

Použitá modulace se zdá být velmi kvalitní, jelikož mezi první harmonickou a nosným kmitočtem vzniká „okno“, tedy příslušné harmonické vykazují tak malé efektivní hodnoty v řádech desetin voltů, že na první pohled to vypadá, jakoby vůbec nebyly přítomny.

První harmonická je ve spektru zastoupena očekávanou hodnotu fázového napětí 220 V. Pak jsou patrné vyšší harmonické složky v okolí ± 500 Hz nosného kmitočtu 4 kHz (≈ 80 .harmonické) s efektivní hodnotou v řádech desítek V; další pak až při dvojnásobku f kolem 8 kHz a tak dále.



Obrázek 23 – Spektrum napětí na motoru při napájení z měniče frekvence s nastaveným nosným kmitočtem 4 kHz

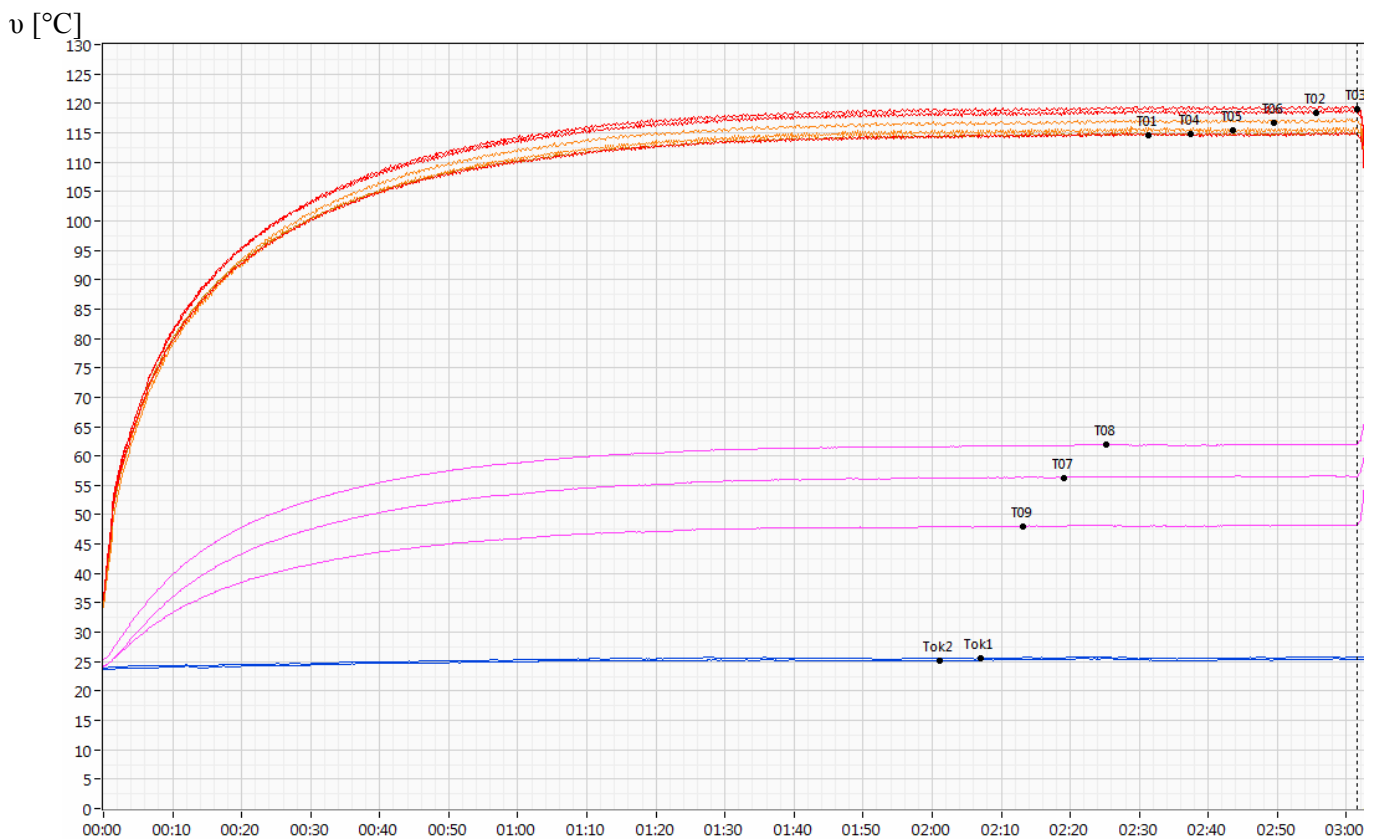
Co se týká oteplovací charakteristiky, i zde došlo k určité změně – data z termočlánků naznačují, že přídatné ztráty způsobily zvýšené oteplení prakticky ve všech místech motoru. Změna to sice není nikterak výrazná, ale přesto potvrzuje původní předpoklad.

Tabulka 10 – Naměřené hodnoty na termočláncích a oteplení příslušné části motoru napájeného z měniče frekvence

Termočlánek	Ustálená teplota před vypnutím napájení [°C]	Přírůstek oproti zkoušce síť. napájením [°C]	Oteplení [K]	Přírůstek oproti zkoušce síť. napájením [K]
T01	114,8	+2,5	89,3	+2,0
T02	118,6	+2,4	93,2	+1,9
T03	119,2	+2,2	93,7	+1,7
T04	114,9	+2,6	89,5	+2,1
T05	115,5	+2,2	89,9	+1,6
T06	117,1	+2,5	91,6	+2,0
T07	56,5	+2,4	31,0	+1,9
T08	61,9	+1,9	36,4	+1,5
T09	48,2	+1,4	22,6	+0,8

Poznámka k výsledkům v tabulce č.10: Okolní podmínky během této zkoušky téměř shodné s podmínkami při zkoušce síťovým napájením (data v tabulce č.5), teplota okolí na začátku zkoušky 24,0 °C a na konci při měření ustálených teplot 25,5 °C.

Celá zkouška trvala přibližně 3 hodiny, než bylo dosaženo ustáleného oteplení (a tím splněna podmínka pro možné vypnutí). Na všech termočláncích byla naměřena vyšší ustálená teplota (v průměru o 2,2 °C) než během předchozí zkoušky v kapitole 6.1.2., přičemž absolutně nejvyšší hodnotu 119,2 °C vykázal opět termočlánek T03. Oteplení se v rámci průměrného srovnání všech hodnot zvýšilo o něco méně, přesněji o 1,7 °C – půlstupňový rozdíl oproti ustálené hodnotě teploty je dán vyšší počáteční teplotou okolí při této zkoušce.



Obrázek 24 – Vykreslená oteplovací charakteristika motoru napájeného z měniče t [h:min]

Z grafu je možné také přímo vyčíst, která místa v motoru se chladí lépe a kde je odvod tepla naopak problematictější. Platí stejné rozložení jako u předchozí zkoušky (v obrázku č. 18), kdy čidlo umístěné na kostře blíže ventilátorové straně (T09) logicky vykazuje výrazně nižší hodnoty teplot než článek umístěný uprostřed kostry pod svorkovnicí (T08). Obdobný princip se vztahuje na teploty vinutí, ale tady jsou rozdíly mezi jednotlivými hodnotami z termočláneků navzájem výrazně nižší, protože u cívek ve statorovém svazku, který je zalisovaný v kostře, je obecně odvod tepla mnohem horší.

6.2.3 Parametry motoru napájeného z měniče frekvence – zkoušení pro jiný než jmenovitý stav

Na základě stanoveného měřicího plánu v kapitole 5.4 – odstavec b), body 2 až 6, proběhlo odměření pro různé hodnoty napájení (rychlosti otáčení) a nastavené zátěže s cílem zjistit účinnost motoru (respektive celého pohonu) v jednotlivých případech.

Tabulka 11 – Parametry změřené/vypočtené v případě napájení motoru z měniče frekvence pro různé hodnoty napájecího napětí / frekvence a zátěže

	Označení veličiny	Jednotka	bod 2)	bod 3)	bod 4)	bod 5)	bod 6)
			25 Hz 93% M_n	50 Hz 49% M_n	25 Hz 52% M_n	25 Hz 20% M_n	2,5 Hz 19% M_n
MĚNIČ	U_{IN}	V	400				
	P_C	W	3358,1	3316,4	1935,5	960,1	338,4
	ΔP_{men}	W	112,9	82,6	88,5	78,5	78,5
	η_{men}	%	96,6	97,5	95,4	91,8	76,8
MOTOR	P_1	W	3245,2	3233,8	1847,0	881,6	259,9
	$U_{ef,1h}$	V	198,77	381,00	190,82	199,28	27,44
	U_{ef}	V	304,95	429,01	306,28	307,58	100,61
	$I_{F,1h}$	A	11,36	8,03	8,46	7,45	7,67
	I_F	A	11,37	8,05	8,47	7,47	7,68
	$\cos \varphi$	-	0,527	0,539	0,401	0,216	0,145
	n	min^{-1}	701,8	1479,9	729,4	742,7	68,5
	M	Nm	33,81	17,57	18,96	7,24	6,99
	P_2	W	2484,6	2722,8	1448,5	562,8	50,1
η	%	76,6	84,2	78,4	63,8	19,3	
POHON	η_{celk}	%	74,0	82,1	74,8	58,6	14,8

Poznámka: nosný kmitočet měniče nastaven na hodnotu 4 kHz; označení a význam veličin jsou stejné jako v tabulce č. 9 (kapitola 6.2.2).

Tabulka 12 – Ustálené hodnoty teplot změřené pomocí termočlánků - jednotlivé body plánu

Všechny hodnoty ve [°C]	bod 2) 25 Hz 93% M _n	bod 3) 50 Hz 49% M _n	bod 4) 25 Hz 52% M _n	bod 5) 25 Hz 20% M _n	bod 6) 2,5 Hz 19% M _n
T01	116,7	65,3	71,4	64,1	80,4
T02	119,9	66,8	72,9	65,1	81,5
T03	121,4	66,4	73,2	65,2	82,7
T04	116,4	65,0	71,2	63,8	80,5
T05	117,0	65,2	71,1	63,6	80,5
T06	119,5	65,4	72,1	64,3	82,3
T07	65,2	39,5	43,9	41,6	58,5
T08	69,3	42,3	46,3	43,5	63,2
T09	56,8	35,6	39,7	38,3	60,2

Poznámka: Teplota okolí se během těchto měření pohybovala v rozmezí 24 °C až 26 °C. Šedé políčko označuje nejvyšší dosaženou teplotu v rámci jednoho zkušebního bodu - měření.

Z měřených pracovních bodů pohonu se nejlépe z pohledu účinností jeví bod třetí, tedy motor napájený jmenovitě a zatížený polovičním momentem oproti jmenovitému. Motor zde dosahuje účinnosti 84,2 %, což je hodnota o necelé procento menší oproti účinnosti při jmenovitém bodě. Je zároveň logické, že motor zdaleka nedosáhne takové oteplení jako v kapitole 6.2.2, maximální hodnota byla změřena na termočlánek T02 – 66,8 °C a v rámci procentuelního porovnání s největším číselným výsledkem je dosaženo 56 % oproti předchozí zkoušce při jmenovitém bodě (119,2°C).

V tabulce č. 11 si lze všimnout, že při nastavení nižší frekvence než je jmenovitá 50 Hz, dochází k nárůstu podílu vyšších harmonických složek na celém spektru, jinak řečeno - celková efektivní hodnota napětí je výrazně vyšší než efektivní hodnota první harmonické. Nejlépe je situace viditelná v bodě 6), kdy první harmonická dosahuje pouhých 27,44 V, ale hodnota celého spektra je 100,61 V. Motor se v takových podmínkách nevyplatí provozovat také proto, že při frekvenci 2,5 Hz má jeho statorové magnetické pole synchronní otáčky jen 75 min⁻¹ a při tak pomalém otáčení lopatek ventilátoru je vlastní chlazení velmi slabé. To vše se podepíše na výsledné účinnosti motoru, která klesla v tomto případě až na 19,3 %. Prakticky tedy není možné motor výrazněji zatěžovat, pokud by nebylo využito externí chlazení pro stabilizaci celkového následného oteplení.

Co se týká měniče, ten si v rámci měření bodů 2) až 5) udržel hodnotu účinnosti vždy větší než 90 %, jen v posledním zmiňovaném měření (bod 6) došlo i u něj ke snížení na 76,8 %. Na základě jednotlivých vypočítaných účinností pohonu a odměřených teplot lze konstatovat, že motor s tímto měničem může být s přihlédnutím k ekonomice provozu dlouhodobě využíván pro výše změřené varianty (body) 2, 3, 4 a 5. Poslední varianta – ustálený pracovní bod 6) – je z hlediska životnosti motoru i z hlediska energetického pro dlouhodobé využívání nevhodná.

6.2.4 Prověření závislosti přídatných ztrát na velikosti nosného kmitočtu

Zatímco v předchozí kapitole se měnilo nastavení frekvence (a od toho odvíjející se synchronní otáčky) a zátěžného momentu, ale nosný kmitočet spínání tranzistorů zůstával konstantní na hodnotě 4 kHz, v této kapitole tomu bude právě naopak. Motor bude udržován v navrženém jmenovitém stavu (jako v kapitole 6.2.2) a po ustáleném oteplení se postupně bude měnit velikost spínacího kmitočtu, aby po každé nové hodnotě f mohla být na základě změřených výkonů a příkonů vyhodnocena účinnost.

Tabulka 13 – Změřené výkony a příkony motoru spolu s vypočtenými účinnostmi v závislosti na různé velikosti spínací frekvence tranzistorů

f [kHz]	P_c [W]	ΔP_{men} [W]	P_1 [W]	ΔP_{tot} [W]	P_2 [W]	η_{men} [%]	η [%]	η_{celk} [%]
4	6612,0	115,8	6496,2	1010,2	5486,0	98,25	84,45	82,96
6	6630,3	125,9	6504,4	1005,0	5499,4	98,10	84,55	82,94
8	6637,6	135,0	6502,6	1001,4	5501,2	97,97	84,60	82,88
10	6650,1	145,7	6504,4	998,8	5505,6	97,81	84,64	82,79
12	6655,5	155,9	6499,6	996,2	5503,4	97,66	84,67	82,69
14	6656,2	165,3	6490,9	993,8	5497,1	97,52	84,69	82,59
16	6664,0	174,1	6489,9	992,4	5497,5	97,39	84,71	82,50

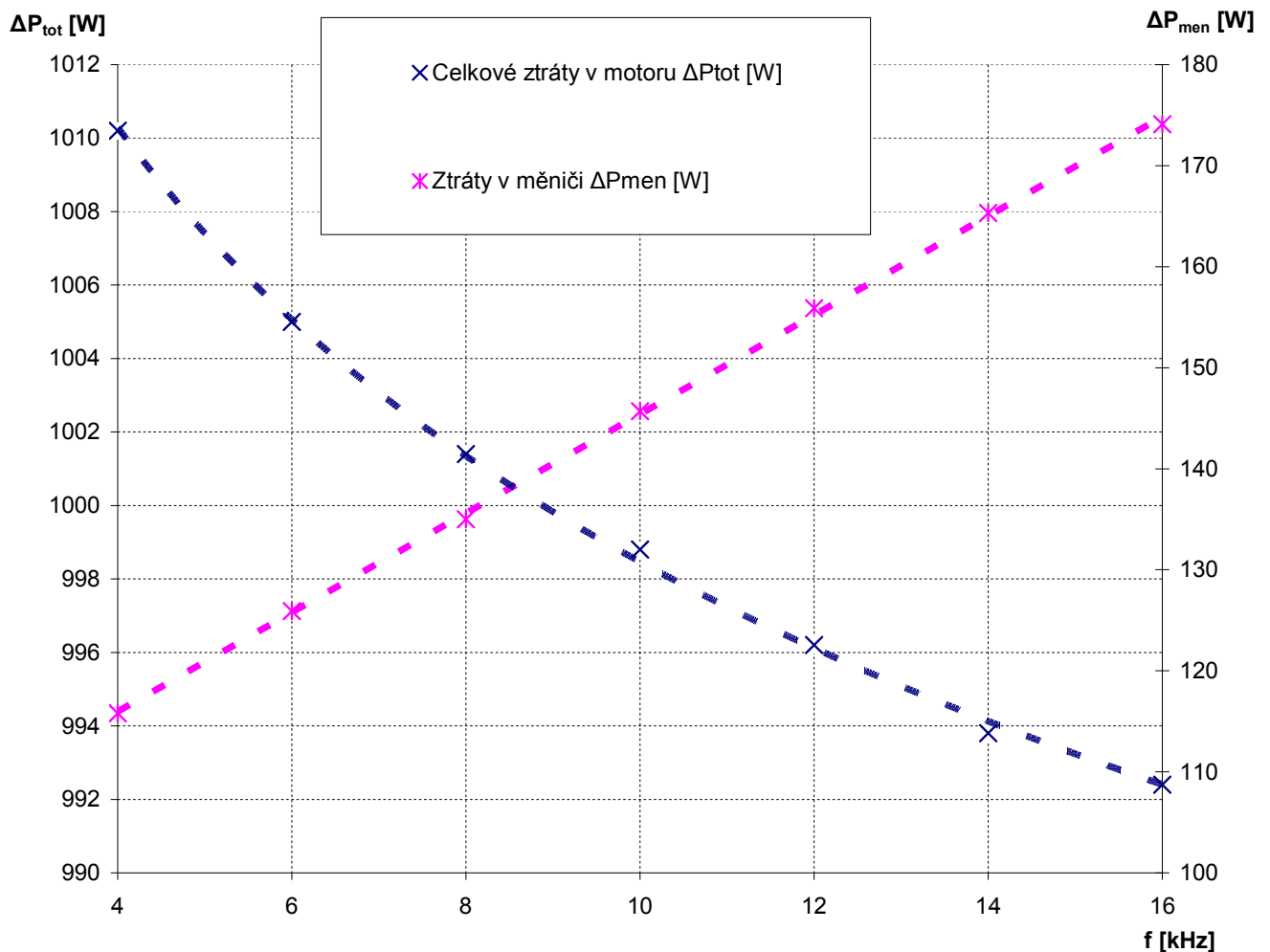
Poznámka: Po celou dobu měření bylo udržováno stejné napájení (380 V/50 Hz – první harmonická) i velikost jmenovitého zátěžného momentu (36,2 Nm). Okolní teplota se pohybovala v rozmezí 24 °C až 25 °C. Význam symbolů jednotlivých veličin v této tabulce je shodný se symboly v tabulce č. 9, kde lze najít jejich kompletní popis. ΔP_{tot} představuje veškeré ztráty vzniklé v motoru.

Nejnižší spínací kmitočet, který na používaném měniči jde nastavit, má hodnotu 4 kHz. Jeho řídicí systém dále povoluje změny frekvence směrem k vyšším hodnotám nejméně po dvou kHz, jak je zobrazeno v tabulce č.13, až do maximálního možného kmitočtu 16 kHz.

Hodnoty celkových ztrát v motoru, které lze vyčíst ve sloupci označeném ΔP_{tot} , se určí jednoduše rozdílem příkonu motoru (představuje zároveň výstupní výkon měniče) a jeho výkonu na hřídeli:

$$(57) \quad \Delta P_{\text{tot}} = P_1 - P_2 = 6496,2 - 5486,0 = \underline{1010,2W}$$

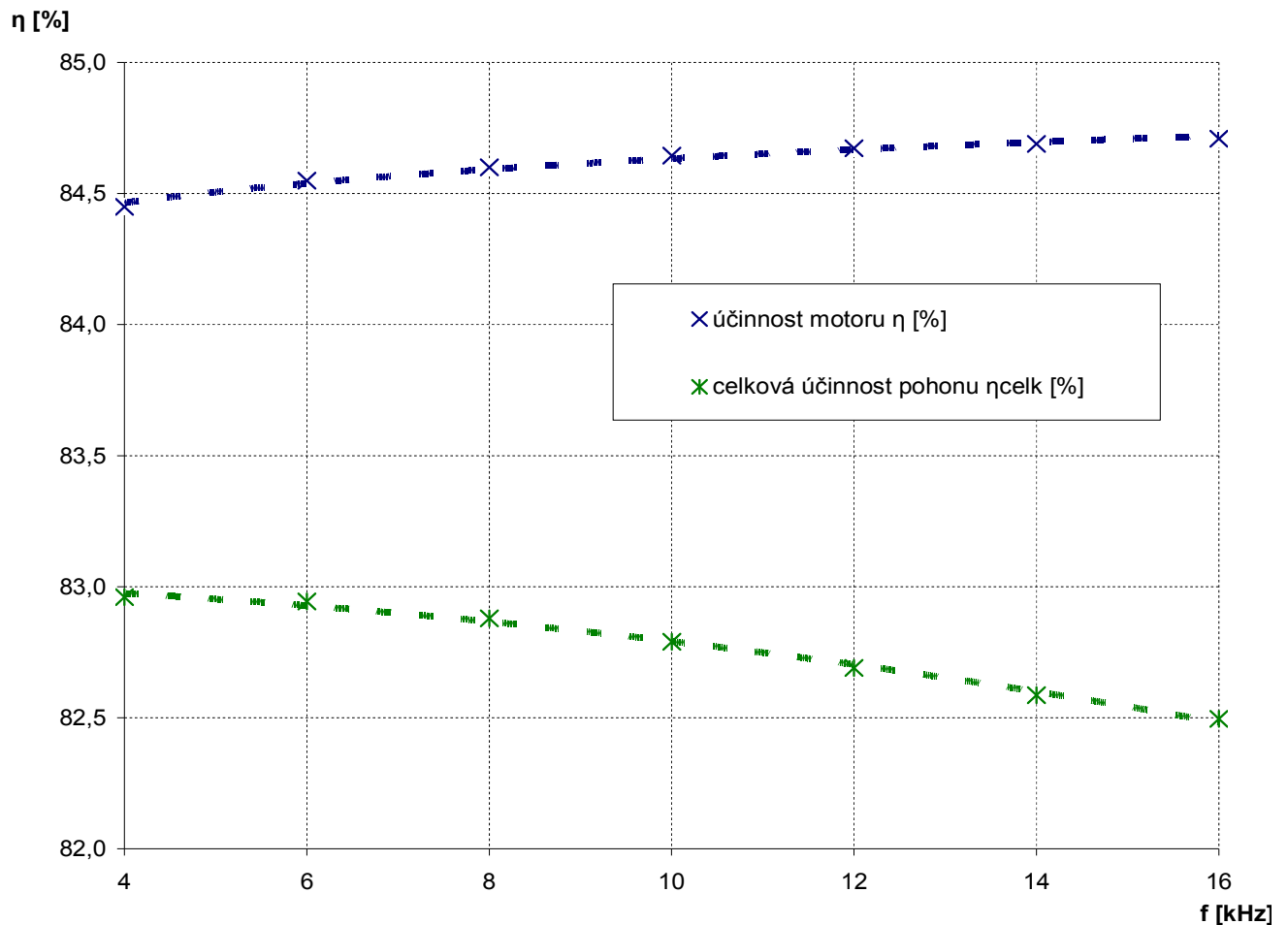
Důležitým faktem, který lze v rámci takového měření pozorovat a jež zároveň potvrzuje teoretické předpoklady, je, že s rostoucím spínacím kmitočtem se postupně snižuje podíl přídatných ztrát v motoru a změna se příznivě projeví na jeho účinnosti, která tak lehce poroste. Nárůst je nejvíce patrný při změnách v oblasti nižších spínacích frekvencí, například při zvýšení kmitočtu ze 4 na 6 kHz ztráty v motoru klesnou přibližně o 5 Wattů a účinnost se z 84,45 % zvýší o jednu desetinu na 84,55 %. V oblasti nad 10 kHz už změny nejsou zdaleka tak patrné, pouze o několik setin procenta.



Obrázek 25 – Závislost celkových ztrát v motoru a měniči na velikosti spínacího kmitočtu

V porovnání s celkovými ztrátami motoru, které byly v rámci zkoušky napájením přímo ze sítě (výsledky v kapitole 6.1.2) vyčísleny na 982,3 W, je zde patrný přírůstek v rozmezí 10,1 W – 27,9 W, jehož konkrétní velikost závisí na využití spínací frekvenci. Bohužel hodnota kmitočtu nešla v rámci zapojeného měniče snížit pod 4 kHz, kde by byl jistě viditelný výraznější nárůst celkových ztrát v motoru. Naproti tomu zvýšení nad maximální nastavenou hodnotu 16 kHz by znamenalo jejich další postupné snižování, avšak pokles by byl čím dál méně strmější.

Naproti tomu ztráty v měniči mají opačný charakter – se zvětšováním f jejich podíl narůstá, protože dle vzorce (46) se lineárně zvyšuje velikost přepínacích ztrát výkonových tranzistorů právě s nosným kmitočtem. Každé 2 kHz znamenají rozdíl v těchto ztrátách přibližně 10 W, a jelikož je změna opravdu lineární (obrázek 24 – růžová křivka), lze usoudit, že přepínací ztráty tranzistorů při (obvykle využívaném nosném kmitočtu během zkoušek) 4 kHz dosahují hodnoty asi 20 W.



Obrázek 26 – Závislost účinnosti motoru a celého pohonu na velikosti spínacího kmitočtu

V rámci dosažení skutečných energetických úspor a co nejefektivnějšího provozu zařízení je důležité sledovat nejen účinnost motoru zvlášť, ale především účinnost celého pohonu jako takového. Situaci vhodně dokumentuje obrázek č.26 – i když s rostoucí frekvencí ztráty v motoru mírně klesají (a jeho účinnost tak narůstá), přesto se celková účinnost pohonu postupně snižuje. Důvod je prostý – při navýšení kmitočtu nad první zkoušenou hodnotu 4 kHz je přírůstek přepínacích ztrát v měniči vyšší než úbytek přídavných ztrát v motoru. Proto provozování takového pohonu při vyšším spínacím kmitočtu než 4 kHz není z ekonomického hlediska vhodné.

7 ZÁVĚR

Práce se zabývá přídatnými ztrátami v asynchronním motoru, jež byly způsobeny využitím frekvenčního měniče pro napájení, pracujícího v režimu pulsní šířkové modulace. Teoretický rozbor naznačuje, že takto vzniklé ztráty způsobené vyššími harmonickými je nutné brát v úvahu již při návrhu motoru.

Motory takto napájené se často vyrábějí s dvojitou impregnací a zesílenou izolací, jelikož musí odolat značným napětovým špičkám, které vznikají hlavně u měničů bez použití výstupních filtrů. Ale z hlediska provozu soustavy motor-měnič výhody značně převažují nad nevýhodami, především možnost řízených rozběhů a přesného nastavení otáček.

Na základě výsledků provedených měření na asynchronním motoru lze prohlásit následující:

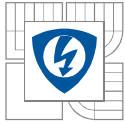
1. Potvrdil se předpoklad, že přídatné ztráty vzniklé v asynchronním motoru napájeném z měniče (díky pulsní šířkové modulaci) snižují jeho celkovou účinnost. Ztráty při síťovém napájení dosáhly hodnoty 982,3 W (~ účinnosti 84,84 %) a při využití měniče frekvence (s implicitně nastaveným přepínacím kmitočtem 4 kHz) se následně navýšily na 1010,2 W – vyjádřeno v účinnostech – došlo k poklesu o 0,39 % na 84,45 %. Využití měniče pro napájení rovněž způsobilo zvýšené oteplení přibližně o 2 Kelviny.

2. Zkoušky pro vyhodnocení použitelnosti pohonu v různých pracovních bodech (nastavení jiné synchronní rychlosti změnou frekvence a volba odlišné velikosti zátěže oproti jmenovitému zátěžnému momentu) jasně naznačily, že asynchronní motor nemá smysl využívat při velmi nízkých frekvencích – tento stav typicky vystihuje bod 6) v kapitole 6.2.3. Nastavené frekvenci první harmonické 2,5 Hz odpovídají synchronní otáčky 75 min^{-1} . Při tak nízké rychlosti otáčení ventilátoru se vlastní chlazení stává velmi neúčinným, což se podepíše na zvýšeném oteplení a výrazném poklesu účinnosti motoru (ve zmíněném případě až na 19,3 %!).

3. S rostoucím spínacím kmitočtem tranzistorů (při zachování velikosti první harmonické napájecího napětí, frekvence, zátěžného momentu a okolní teploty) se skutečně přídatné ztráty v motoru snižují. Situaci dobře dokumentuje tabulka č.13 a graf č.25, kde při postupné změně nosného kmitočtu ze 4 kHz až na 16 kHz došlo k poklesu těchto ztrát o necelých 18 Wattů (z 1010,2 W na 992,4 W).

4. Zvyšování spínacího kmitočtu sice mělo za následek mírný nárůst účinnosti samotného motoru, avšak celková účinnost pohonu klesla, protože přepínací ztráty výkonových tranzistorů v měniči narůstají strměji než ubývají ztráty v motoru. Fakticky to znamená, že účinnost pohonu jako celku se v daném rozpětí nosných kmitočtů postupně snižovala z 82,96 % (při 4 kHz) až na 82,50 % (při maximálním možném kmitočtu pro tento měnič 16 kHz). Nárůst přepínacích ztrát má lineární charakter (přírůstek cca 10 W při zvýšení f o 2 kHz). V praxi je třeba vždy nalézt určitý kompromis – takový optimální bod pro provoz motoru – kdy ztrátový výkon v měniči bude oproti ztrátám v motoru v rozumných mezích.

Je možné konstatovat, že výsledky provedeného měření ověřily platnost teoretických předpokladů.



LITERATURA

- [1] ONDRŮŠEK, Č. *Elektrické stroje*, skriptum Vysoké Učení Technické v Brně, 103 s.
- [2] JIRÁK, J., R. AUTRATA, K. LIEDERMANN, Z. ROZSÍVALOVÁ a M. SEDLAŘÍKOVÁ. *Materiály a technická dokumentace*, Brno: Vysoké Učení Technické v Brně, 2002, 129 s.
- [3] PATOČKA, M. *Vybrané statě z výkonové elektroniky: Svazek IV. Magnetické obvody ve výkonové elektronice, pulsní měniče s transformátorem*. Brno: VUT, FEKT, 2008, 266 s.
- [4] PATOČKA, M. *Sinusová pulsní šířková modulace ve střídavých pohonech s trojfázovým motorem. Možnosti zvýšení nosného kmitočtu do nadakustické oblasti*. Brno, 1993. Disertační práce.
- [5] AHMED, M.S., *Effect of harmonics on iron losses*, Göteborg: Chalmers University of Technology, 2007, 70 s.
- [6] PATOČKA, M. *Vybrané statě z výkonové elektroniky: Sv. II. Pulsní měniče bez transformátoru*. Brno: VUT, FEKT, 2005, 173 s.
- [7] BELKASIM, M.A., *Identification of loss models from measurements of the magnetic properties of electrical steel sheets*, Espoo: Helsinki University of Technology, 2008, 97s.
- [8] SEDLÁČEK, J. ; HÁJEK, K. *Kmitočtové filtry*. 1. vydání. Praha : BEN - technická literatura, 2002. 535 s. ISBN 80-7300-023-7.
- [9] RADA, Josef a kolektiv. *Elektrotepelná technika*. 1. vyd. Praha: STNL, 1985.
- [10] KOPYLOV, P. *Stavba elektrických strojů*. Praha 1: 1988, Nakladatelství technické literatury. ISBN 04-531-88
- [11] PITTERMANN, M. *Elektrické pohony: základy*. Vyd. 1. V Plzni: Západočeská univerzita, 2008, 98 s. ISBN 978-80-7043-729-2.
- [12] BERNAT, P. *Negativní vlivy měničů frekvence na asynchronní motor*. Ostrava, 2006. Disertační práce.
- [13] BARTOŠ, S. *Ložiskové proudy u asynchronních motorů napájených z napětových polovodičových střídačů* [online]. [cit. 2015-12-06]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/loziskove-proudy-u-asynchronnich-motoru-napajenych-z-napetovych-polovodicovych-stridacu--10130>
- [14] PATOČKA, M. *Vybrané statě z výkonové elektroniky: Svazek I. Tepelné jevy, činný výkon*. Brno: VUT, FEKT, 2005, 61 s.
- [15] *Norma 4000/5000 Power analyzer - Operators manual* [online]. 2007 [cit. 2016-04-14]. Dostupné z: http://assets.fluke.com/manuals/norma___omeng0200.pdf
- [16] *ČSN EN 60034-2-1 Točivé elektrické stroje - Část 2-1 : Standardní metody určování ztrát a účinnosti ze zkoušek*. Praha: Český normalizační institut, 2008.