



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Matematické úlohy ve výzkumech PISA a TIMSS

Vypracoval: Míková Lucie
Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.
České Budějovice 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma *Matematické úlohy ve výzkumech PISA a TIMSS* jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích

.....

Abstrakt:

Cílem této bakalářské práce je shrnout základní charakteristiku projektů PISA a TIMSS, jejich historii, realizaci, cíl a výsledky českých žáků v matematické oblasti za celou existenci těchto projektů. Práce tyto projekty jednotlivě popisuje a poté upozorňuje na jejich odlišnosti. Praktická část tvoří sbírku řešených úloh pro výzkum TIMSS pro 4. a 8. ročníky základních škol v oblasti čísel, která může sloužit jako učební pomůcka k procvičování. Některé úlohy jsou pro lepší pochopení doplněny o názorné obrázky.

Klíčová slova:

PISA, TIMSS, úlohy pro 4. ročník, úlohy pro 8. ročník, mezinárodní průzkum výuky

Abstract:

The aim of this bachelor thesis is to summarize the basic characteristic of the projects PISA and TIMSS, their history, realization, their purpose and results of Czech students in the mathematical field during the existence of these projects. The work describes both projects and then points out their differences. The practical part is formed by a collection of solved problems which is intended to be used as a teaching tool in the 4th and 8th grades of primary school. Some tasks are supplemented with visual illustration for better understanding.

Keywords:

PISA, TIMSS, tasks for 4th grade, tasks for 8th grade, international research of teaching

Poděkování

Touto cestou bych chtěla poděkovat paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a ochotu při vedení mé bakalářské práce.

Obsah

1	ÚVOD	7
2	VÝZKUM PISA	8
2.1	Obecná charakteristika.....	8
2.2	Historie výzkumu PISA	10
2.3	Realizace projektu PISA	11
2.4	Cíl projektu PISA	13
2.5	Úspěšnost ČR ve výzkumu PISA	14
3	VÝZKUM TIMSS	18
3.1	Obecná charakteristika.....	18
3.2	Historie výzkumu TIMSS	19
3.3	Realizace projektu TIMSS	19
3.4	Cíl projektu TIMSS	22
3.5	Úspěšnost ČR ve výzkumu TIMSS	22
4	PISA A TIMSS – SROVNÁNÍ	25
5	SBÍRKA ŘEŠENÝCH TYPOVÝCH ÚLOH PRO VÝZKUM TIMSS	28
5.1	Úlohy pro 4. ročník.....	29
5.1.1	ČÍSLA.....	29
5.2	Úlohy pro 8. ročník.....	41
5.2.1	ČÍSLA.....	41
6	Závěr.....	50

POUŽITÁ LITERATURA.....	52
SEZNAM OBRÁZKŮ.....	57
SEZNAM TABULEK.....	59

1 ÚVOD

Tématem mé bakalářské práce jsou projekty PISA a TIMSS, zaměřené zejména na testování matematických úloh. Tyto průzkumy se zabývají kvalitou výuky žáků základních škol v mnoha zemích na celém světě, kterou následně porovnají. Oba výzkumy mají své počátky již v 90. letech 20. století, kdy začaly přípravy na skutečné testování žáků, a navíc projekt TIMSS zahájil v tomto období své první skutečné testování. Jedná se o projekty, které mají mnoho společného, ale také se v zásadních rysech odlišují, což školským systémům může pomoci k většímu nadhledu pro zhodnocení situace a může ukázat cestu, která povede ke zlepšení systému.

Z mnoha pohledů můžeme říci, že školství se od počátku těchto projektů velmi změnilo a to zejména díky technice. Žáci mají pocit, že nejde o to, mít znalosti v hlavě, ale důležité je mít počítač nebo chytrý telefon s internetem, kde si veškeré informace najdou. Proto je důležité, především na základních školách, žáky naučit základní znalosti, které budou vycházet z reálných situací, se kterými se budou v průběhu svého života potýkat. Právě tuto oblast znalostí žáků studuje projekt PISA. K výpočtům však někdy nepostačí pouhé logické uvažování, ale je důležité dokázat používat znalosti, pojmy či vzorce, které si najdou právě například na internetu. K tomu slouží projekt TIMSS, který testuje žáky především v aplikaci jejich dosavadních znalostí. Z tohoto důvodu jsou tyto dva projekty pro dnešní svět školství tak důležité a dobře se doplňují.

Česká republika se ve svých výsledcích z testování matematiky stále drží mezi průměrnými zeměmi, nicméně během těchto projektů se výsledky našich žáků zhoršily. Proto je důležité učitele, ředitele, žáky ale také rodiče či budoucí učitele seznámit s těmito projekty a výsledky České republiky, protože hlavně na nich závisí budoucnost českého školství. Právě toto je mým cílem – seznámit veřejnost s historií těchto projektů, jak průzkumy probíhají a v jakých intervalech, ukázat, kolik zemí se těchto průzkumů účastní po celém světě, ale zejména poukázat na výsledky České republiky. Tyto informace jsou obsaženy v první části bakalářské práce. V druhé – praktické části – vytvořím krátkou sbírku řešených příkladů, které mohou sloužit jako cvičné úlohy pro testování projektu TIMSS. Část úloh bude určena pro žáky čtvrtých ročníků a druhá část bude určena pro žáky osmých ročníků.

2 VÝZKUM PISA

2.1 Obecná charakteristika

Projekt PISA, pocházející z anglického *Programme of International Student Assessment*, je mezinárodním výzkumem, který spadá pod aktivity OECD (*Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj*). Jedná se o globální průzkum v oblasti vzdělávání, který vyhodnocuje výsledky různých vzdělávacích systémů a je zaměřen na znalosti a dovednosti patnáctiletých studentů, což jsou ve většině zemí studenti posledních ročníků povinné školní docházky (srov. [1]). PISA se snaží hodnotit nejen znalosti studentů, ale také jejich domácí prostředí, osobní charakteristiky, přístup školy k žákovi, ale také postoj ke zkoumanému předmětu, ke škole, či k učiteli. Tyto faktory se zjišťují pomocí třicetiminutových dotazníků, které vyplňují sami studenti a v některých zemích dokonce i rodiče studentů, dále pak ředitelé vyplňují dotazníky týkající se jejich školy (srov. [2]).

PISA je unikátní tím, že nesleduje výhradně znalosti studentů ze školních osnov, jako tomu bylo u starších průzkumů. Naopak se zaměřuje na testování toho, jak žáci dovedou aplikovat znalosti v praxi, které se ve škole naučili. To znamená, že úlohy průzkumu PISA jsou inspirovány reálnými situacemi, se kterými se žáci mohou kdykoliv setkat, což je velmi důležité pro jejich další uplatnění v životě, zaměstnání či dalším studiu (srov. [2]).

Tento projekt se opakuje v devítiletých cyklech, avšak data se sbírají vždy po třech letech už od roku 2000. V každém sběru dat se testování studentů ubírá k jednomu určitému tématu, aby bylo možno vygenerovat co nejdetailnější informace. Těmito okruhy jsou mateřský jazyk, matematická gramotnost, kam se postupně zařazuje i finanční gramotnost a v neposlední řadě oblast přírodních věd.

PISA je tedy projekt postavený tak, aby bylo umožněno nejen porovnávat školní systémy ve státech, ale také sledovat rozdíly mezi školami v určitém státě, například mezi typy škol, regiony nebo rozdíly mezi venkovskými a městskými školami. A protože se tento průzkum opakuje, můžeme posuzovat nejen aktuální situaci, ale také vývoj studentů dané země v čase (srov. [2]).

Tabulka 1: Země, které slíbily účast ve výzkumu PISA v roce 2015 [3]:

ČLENSKÉ ZEMĚ OECD	OSTATNÍ
Austrálie	Albánie
Belgie	Alžírsko
Česká republika	Argentina
Čile	Ázerbájdžán
Dánsko	Brazílie
Estonsko	Bulharsko
Finsko	Černá Hora
Francie	Čína (Hong Kong, Macao, Shanghai)
Irsko	Dominikánská republika
Island	Georgia
Itálie	Chorvatsko
Izrael	Indie (Himachal Pradesh, Tamil Nadu)
Japonsko	Indonésie
Kanada	Jordán
Korea	Katar
Lucembursko	Kazachstán
Maďarsko	Kolumbie
Mexiko	Kosovo
Německo	Kosta Rica
Nizozemsko	Kyrgyzstán
Norsko	Libanon
Nový Zéland	Lichtenštejnsko
Polsko	Litva
Portugalsko	Lotyšsko
Rakousko	Makedonie
Řecko	Malajsie
Slovensko	Malta
Slovinsko	Mauricius
Spojené království	Moldavsko
Spojené státy	Panama
Španělsko	Peru
Švédsko	Rumunsko
Švýcarsko	Ruská federace
Turecko	Singapur
	Spojené Arabské Emiráty
	Srbsko
	Thajsko
	Tchaj-wan
	Trinidad a Tobago
	Tunisko

Uruguay
Venezuela (Miranda)
Vietnam

2.2 Historie výzkumu PISA

Jak už bylo uvedeno výše, tento projekt odstartoval v roce 2000, a proto je jedním z nejmladších celosvětových průzkumů na mezinárodní hodnocení žáků. V tomto roce se testovala znalost mateřského jazyka, o další cyklus později, tedy v roce 2003 probíhalo posuzování studentů v oblasti matematiky. Další testování v roce 2006 se soustředilo na přírodní vědy, čtvrté testování v roce 2009 se opět vrátilo ke zkoumání znalosti mateřského jazyka a zatím poslední testování v roce 2012 bylo znovu zaměřeno na matematickou gramotnost, což umožnilo porovnání s rokem 2003. V tomto roce měly státy možnost si dobrovolně zvolit, zda chtějí své studenty hodnotit i ve finanční gramotnosti (srov. [4]).

Rok 2012 byl však specifický tím, že se také testovalo, jak umí studenti řešit problémy, které nejsou obsaženy v žádném předmětu. Tato část testu probíhala elektronicky. Elektronické testování bylo zařazeno do průzkumu už v letech 2006 a 2009, avšak tato část testu byla volitelná a výsledky se posuzovaly zejména z testů písemných. Poslední cyklus projektu byl zčásti zadán výhradně v elektronické podobě (srov. [4]).

Testování matematické gramotnosti bylo v elektronické podobě zavedeno právě až v roce 2012, a pro zúčastněné země bylo testování na počítačích nepovinné. Elektronické testování matematické gramotnosti přináší použití nových pomůcek při zpracování testu (jsou součástí zadání úlohy), jako jsou například různé finanční kalkulačky, programy na vytvoření geometrických tvarů a konstrukcí (např. program GeoGebra) a další matematické kalkulačky a programy, které jsou dnes hojně využívány a často zavedeny ve výuce matematiky. To také umožňuje nový pohled na matematiku a hodnocení dalších hledisek matematické gramotnosti, které v písemném vyhotovení testu není možné posuzovat (srov. [21], 4-6).

2.3 Realizace projektu PISA

Každé opravdové výzkumné testování má i své zkušební testování, kdy se zjišťuje reliabilita výzkumné metody. Je tomu tak i u výzkumu PISA. V každém cyklu tohoto projektu takové testování také probíhá a je nazýváno pilotní šetření. Toto pilotní šetření ověřuje, zda testy, které budou použity v hlavním šetření, jsou funkční a zda nebude problém v průběhu testů či při sběru dat. Po zkušebním testu přijde skutečný hlavní test, kde se sbírají všechna potřebná data (srov. [4]).

Hlavní testování je založeno na papírové verzi, avšak v posledním průzkumu v roce 2012 byla část studentů testována v elektronické podobě. V každé škole bylo vybráno maximálně 35 žáků, kteří se projektu zúčastnili. Z těchto 35 lidí bylo vybráno 14 žáků, kteří test vyplňovali v elektronické podobě a zbytek v podobě písemné. Pro zadávání elektronické části testování je zapotřebí vyškolit jednoho zaměstnance školy, který studentům rozdává USB flash disky poskytnuté národním centrem výzkumu. Tyto disky se po testování opět vrátí do centra výzkumu, kde jsou data zpracována. Zadávání testů v písemné podobě probíhá pod vedením zaměstnance České školní inspekce (srov. [4]).

Každý žák vypracovává test s časovým limitem maximálně 2 hodiny. V takovém testu je více typů otázek. Jsou zde otázky uzavřené, ve kterých si žák vybírá z několika nabízených odpovědí tu správnou nebo vybírá odpovědi ANO/NE. Ale jsou zde také zastoupeny tzv. otevřené otázky, kde žák musí sám vymyslet vlastní odpověď (srov. [2]).

Tento typ otázek, kde studenti formulují své odpovědi, přináší tu nejnáročnější část projektu, neboť po odevzdání všech testů do národního centra se musí tyto odpovědi zanalyzovat a protřídit. Také se zde zpracovávají i dotazníky a testy v elektronické podobě. A nakonec se všechna data přenáší do elektronických databází, které se online posílají dále do mezinárodního centra výzkumu.

Poslední částí projektu je zveřejnění výsledků a později i jejich prezentace před odbornou veřejností. Mezitím už probíhá příprava na další cyklus průzkumu, který proběhne v roce 2015 a bude zaměřen opět na přírodní vědy. V tomto roce bude největší změnou přechod od písemné podoby testů, ke zcela elektronické podobě, která zjednoduší celý proces zadávání i vyhodnocování testů a také se zde objeví otázky, kde

žáci budou moci prokázat svou schopnost spolupracovat s dalšími lidmi, respektive spolužáky, na řešení problémů.

Koncepci matematické gramotnosti v projektu PISA lze rozdělit na tři části. První část je zaměřena na matematický obsah, tzn. dovednosti a znalosti, které jsou nezbytné k vyřešení testovaných úloh. Druhá část se zabývá kontextem, a poslední část pojednává o matematických postupech, které žáci používají při řešení úloh a jakým způsobem si spojují souvislosti mezi matematickými problémy a svými znalostmi a dovednostmi, které využívají k vyřešení dané úlohy. Tyto postupy lze vyjádřit třemi slovesy – *formulovat, používat a interpretovat*. Formulaci žáci používají při pochopení zadání, kdy rozeznávají, zda lze při daném problému využít matematických postupů či nikoliv, popřípadě kterých. Slovo používat zastává schopnost žáků upotřebit všechny pojmy, fakta, možnosti a postupy, které se během výuky naučili, a které vedou ke správnému řešení matematických úloh. Například to může být vyřešení rovnice, vyčtení příslušné informace z tabulky či grafu nebo například aplikace aritmetického výpočtu. Posledním krokem k úplnému vyřešení problému je interpretace a vyhodnocení výsledku v kontextu původní matematické úlohy a dále hodnocení smysluplnosti tohoto výsledku, což ve své podstatě znamená vytvořit reflexi řešení a utvoření závěru (srov. [21], s. 6-7).

Výstupem jednoho takového cyklu je několik typů dokumentů. Prvním dokumentem, který dostane každá zkoumaná škola, je *školní zpráva*. Ta informuje o výsledcích dané školy ve srovnání jiných škol v zemi a také zde rozděluje, jak dobře si vedou chlapci a jak dívky. Dalším vydaným dokumentem je *národní zpráva*, která shrnuje výsledky jedné země v mezinárodním kontextu, a jsou zde také porovnávány změny oproti testování, které se konalo již dříve. Kromě toho se zde můžeme dozvědět, jak velké rozdíly jsou mezi školami, ale také uvnitř škol. Posledním typem dokumentu je *mezinárodní zpráva*, která umožňuje nahlédnout do výsledků všech zemí a jejich srovnání. Všechny tyto dokumenty si lze stáhnout z internetu, kromě školní zprávy, která je pouze vzorová (srov. [4]).

Tabulka 2: Harmonogram jednoho cyklu projektu z roku 2012 ([4])

	Časové rozvržení cyklu 2012
Příprava šetření (jednalo se zejména o tyto činnosti: revize testových materiálů – testy, dotazníky; tvorba úloh, příprava pilotního šetření)	2010
Provedení pilotního šetření (jednalo se zejména o tyto činnosti: finalizace testových materiálů, oslovení škol, školení zadavatelů, provedení testování, školení kodérů, kódování odpovědí, zpracování dat + předání mezinárodnímu centru, příprava hlavního šetření)	2011
Provedení hlavního šetření (jednalo se zejména o tyto činnosti: finalizace testových materiálů, oslovení škol, školení zadavatelů, provedení testování, školení kodérů, kódování odpovědí, zpracování dat + předání mezinárodnímu centru)	2012
Zpracování dat a zveřejnění výsledků (probíhaly zejména tyto činnosti: příprava národní zprávy, spolupráce na mezinárodní zprávě, příprava školních zpráv pro zúčastněné školy, zveřejnění výsledků – uskutečnilo se 3. 12. 2013)	2013
Prezentace výsledků (jednalo se zejména o publikaci článků a přípravu seminářů pro odbornou veřejnost)	2014

2.4 Cíl projektu PISA

Hlavním cílem průzkumu PISA je ohodnotit školské systémy v různých zemích a stanovit, který z nich je nejefektivnější. To znamená, že průzkum PISA *posuzuje, jak efektivně jednotlivé země připravují své žáky na používání matematiky ve všech oblastech osobního, občanského i profesního života a do jaké míry je pro žáky matematika součástí konstruktivního a uvědomělého občanství* ([21], s. 1).

Výsledky tohoto průzkumu jsou důležité především pro celek, který v daném státě utváří školský systém (tedy pracovníkům škol, organizacím, které utvářejí vzdělávací politiku, vysokoškolským pedagogům, kteří učí budoucí učitele, ale v neposlední řadě také žákům, pro které výsledky mohou být motivací k dalšímu studiu), neboť na základě těchto informací lze zavést změny ve výuce, které povedou ke zlepšení. Zejména pro učitele mohou být výsledky průzkumu velmi prospěšné, protože se mohou díky nim

zaměřit na problémové učivo, ale rovněž mohou změnit svůj přístup k žákům i k jejich klasifikaci (srov. [4]).

2.5 Úspěšnost ČR ve výzkumu PISA

Žáci českých škol se do výzkumu PISA zapojili již v jeho počátku a v tomto trendu stále pokračují. To, že Česká republika ani jedno šetření ve výzkumu nevynechala, je výhodou, neboť můžeme sledovat vývoj českých patnáctiletých žáků v čase, to znamená žáků posledních ročníků základních škol a v některých případech žáků prvních ročníků středních škol.

Úplně první testování projektu PISA proběhlo v roce 2000 a zúčastnilo se ho 32 zemí z celého světa ([12], s. 6). Toto šetření bylo nejvíce zaměřeno na oblast čtenářské gramotnosti, kde se Česká republika umístila v pomyslném žebříčku na průměrných příčkách. V nejvíce sledované kategorii sběru dat v tomto roce, čtenářské gramotnosti, se čeští patnáctiletí žáci umístili pod průměrem OECD (to je 500 bodů) a to s průměrným výsledkem 492 bodů. V matematice se s průměrným výsledkem 498 bodů velmi přiblížili průměru OECD, ale nejpříznivější výsledky měli žáci v přírodních vědách, kde můžeme hodnotit žáky nadprůměrně s výsledkem 511 bodů (srov. [11]).

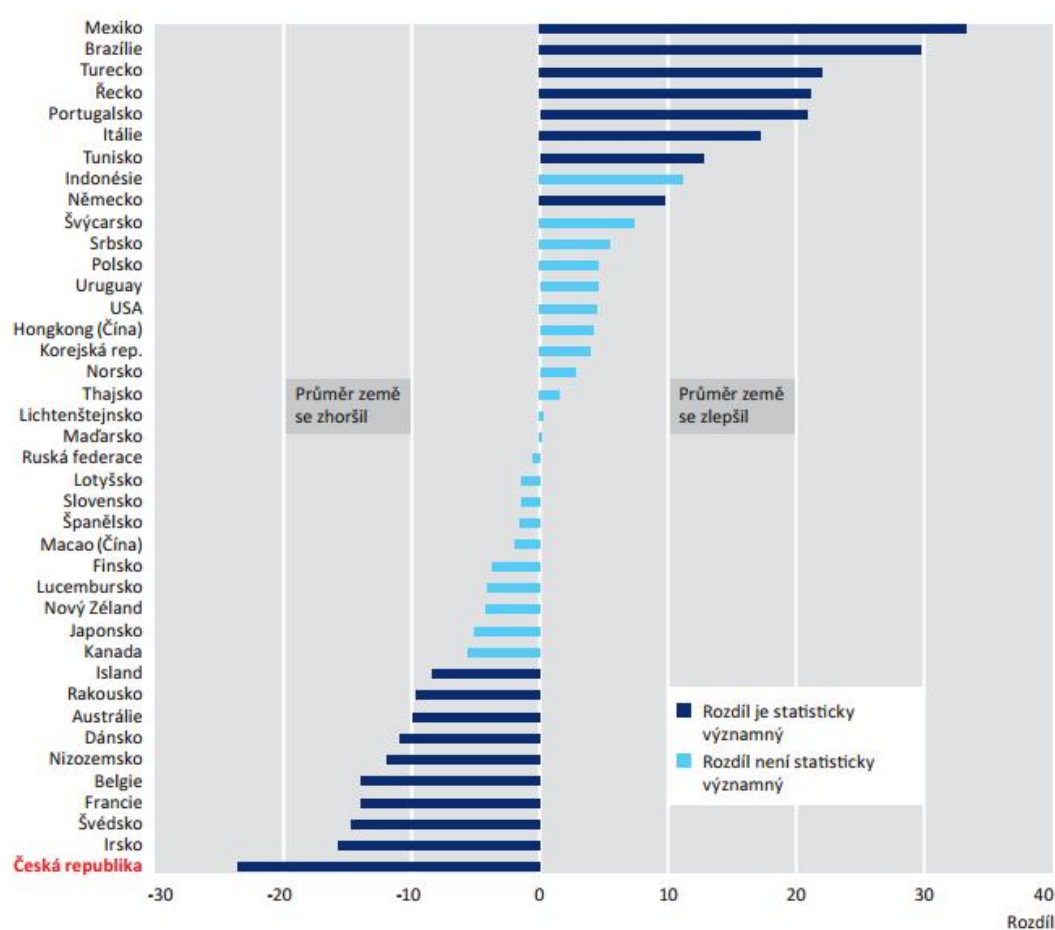
O tři roky později, v roce 2003, se konalo další výzkumné šetření ve 41 zemích celého světa (z toho 30 zemí je členy OECD), které bylo zaměřeno na matematickou gramotnost. Toto šetření dopadlo o něco lépe, zejména v oblasti matematiky, kde čeští žáci získali v průměru 516 bodů, což je nadprůměrný výsledek. Zatímco ve čtenářské gramotnosti se žáci zhoršili na podprůměrný počet bodů 489, avšak v přírodních vědách se ještě více zlepšili na výsledek 523 bodů (srov. [10], s. 10, 23, 40, 47).

Rok 2006 přinesl poslední část prvního cyklu výzkumu PISA, zaměřený zejména na oblast přírodních věd. Tento rok se navýšil počet zúčastněných zemí z celého světa o 16, to znamená, že se do projektu přihlásilo 57 zemí a z toho stále 30 z nich je členy OECD. Hlavní zkoumaná oblast – přírodní vědy – byla pro testované žáky v České republice opět úspěšná a stále zůstávají nadprůměrní s počtem bodů 513. Výsledky matematické gramotnosti však v průběhu celého projektu klesají. V roce 2006 s průměrným výsledkem 510 bodů se ale čeští žáci stále udržují v průměrném postavení mezi ostatními státy. Oblast čtení však českým žákům dělá stále problémy, a oproti

matematice a přírodním vědám stále výrazně zaostávají se 483 body (srov. [13], s. 2, 4, 18, 19).

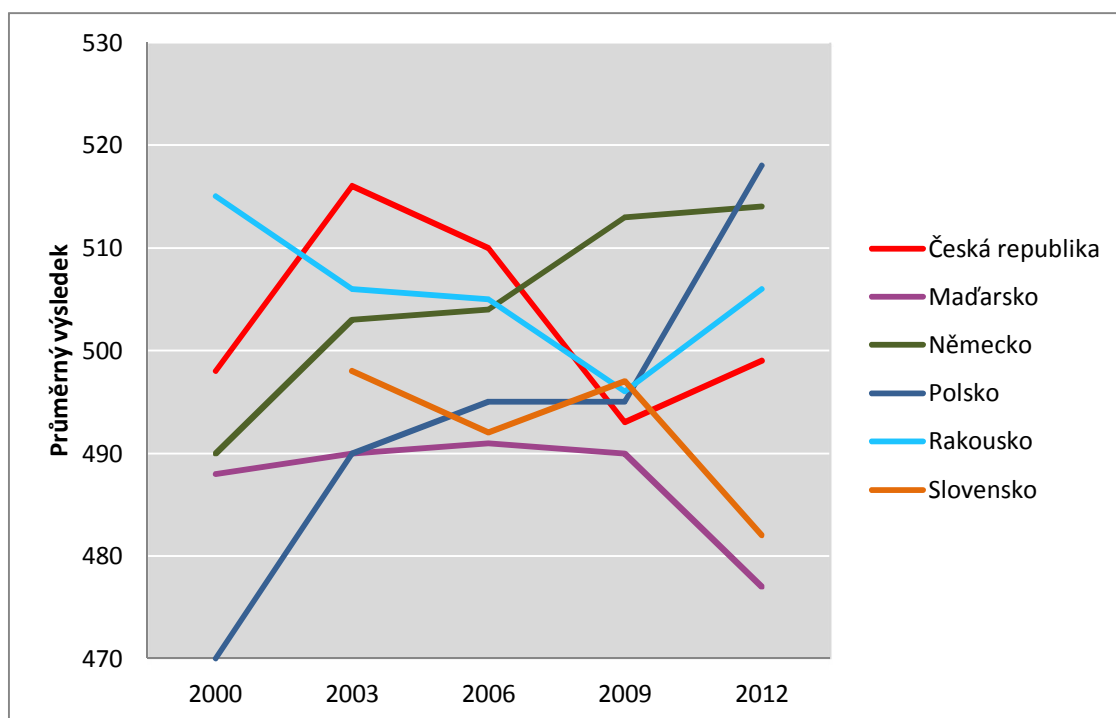
V roce 2009 začíná druhý cyklus projektu PISA, takže se testy zaměřují znovu v první řadě na čtenářskou gramotnost. V tomto roce opět vzrostl počet zúčastněných zemí, kdy se participovalo průzkumu 34 členských zemí OECD a 31 dalších zemí (celkem 65 zemí), což je o 8 zemí více než o tři roky dříve. Žáci v České republice se v oblasti čtení stále zhoršují a v pomyslném žebříčku se s průměrným výsledkem 478 bodů umísťují v nejhorší třetině všech zemí. Od posledního testování se žáci také výrazně zhoršili v přírodních vědách na průměrný výsledek 500 bodů. Kromě toho v tomto roce kriticky poklesla matematická gramotnost na průměrnou hodnotu 493 bodů, což je pokles o 17 bodů. Od roku 2003 se v matematické gramotnosti Česká republika zhoršila nejvíce ze všech zemí, které se výzkumu zúčastnily (srov. [14], s. 7, 15, 22, 24).

Obrázek 1: Změny ve výsledcích zúčastněných zemí mezi roky 2003 a 2009 (PISA 2009 – matematická gramotnost ([14], s. 23)



Počet zúčastněných zemí v hlavním šetření v roce 2012, které se opět zaměřilo na matematickou gramotnost, se zvýšil na 66 zemí (z toho 30 členských zemí OECD). Tento rok je rovněž možností vypracování testů elektronicky, což v mnohém velmi usnadní průběh testování a vyhodnocování výsledků. Žáci České republiky se v matematické gramotnosti lehce, avšak statisticky bezvýznamně, posunuli v pomyslném žebříčku o něco málo výš, než v roce 2009 a to s průměrným výsledkem 499 bodů. To však může být pro české školství dobrou zprávou, neboť každý úspěch by naše školství mohl posunout opět o něco dále. V oblasti čtení se žáci výrazně zlepšili na průměrný výsledek 493 bodů a i v oblasti přírodních věd zaznamenáváme lehké zlepšení ve výsledcích na průměrný výsledek 508 bodů.

Obrázek 2: Změny ve výsledcích matematické gramotnosti středoevropských zemí mezi roky 2003 a 2012 ([15], s. 17)



Kdybychom to shrnuli, čeští žáci prvním rokem projektu PISA v matematice mimořádně neexcelovali, avšak to se změnilo v následujícím testování v roce 2003. Tyto výsledky byly o to záslušnější, že testování bylo zaměřeno hlavně na matematickou gramotnost a čeští žáci se stali nejlepšími ve střední Evropě a měli také

nadprůměrné výsledky v mezinárodním měřítku. Obdobně, avšak se statisticky ne tak významnou odchylkou výsledků k horšímu, tomu tak bylo i v první části dalšího cyklu v roce 2009, kdy si žáci drželi stále nejvyšší příčku mezi střeoevropskými státy, ale v celosvětovém měřítku samozřejmě poklesli výrazněji. Rok 2009 pak přinesl velký propad v pomyslném žebříčku, který nadprůměrné matematické výsledky snesl mezi země s podprůměrnými výsledky. Tento statisticky významný pokles zapříčinil to, že jsme se stali zemí, která má mezi svými výsledky největší propad. Rok 2012 však přináší novou naději na kvalitnější výuku matematiky, když výzkum PISA zaznamenal u českých žáků lehký vzrůst jejich průměrných výsledků.

3 VÝZKUM TIMSS

3.1 Obecná charakteristika

Výzkum TIMSS, z anglického *Trends in International Mathematics and Science Study*, zkoumá vývoj studentů v oblasti matematiky a přírodních věd. Je to mezinárodní průzkum, který spadá pod aktivity Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání (IEA¹). *Tato organizace je mezinárodním sdružením národních pedagogických výzkumných institucí či vládních výzkumných agentur a sponzoruje vedle TIMSSu také další mezinárodní výzkumné projekty, které se zabývají srovnáváním vzdělávacích výsledků žáků (např. v jazykové výuce, ve výuce ICT, ve vzdělávání k občanství [1].*

TIMSS je průzkum, který se zaměřuje na testování žáků 4. a 8. tříd základních škol. Probíhá ve čtyřletém cyklu, kdy se testují oba dva předměty – tedy matematika i přírodní vědy. Česká republika se zapojila ihned do prvního ročníku, který proběhl roku 1995, dále se pak zapojila i do všech dalších cyklů projektu, kromě třetího, který se konal v roce 2003. Poslední testování proběhlo v roce 2011, což znamená, že další ročník bude probíhat v roce 2015, stejně jako je tomu u projektu PISA.

Jedná se o testování, kde žák prokazuje znalosti a dovednosti, které se ve škole naučil, tedy o obsah školního kurikula, nikoliv už o aplikaci matematiky na sociální problémy či rozvoj kritického myšlení žáků a podobně (srov. [1]).

Projekt ověřuje, jak žáci 4. ročníků v matematice zvládají oblasti *čísel, geometrie, měření a práce s daty* a v přírodních vědách se zaměřují na oblasti *živé a neživé přírody a Země*. Žáky 8. ročníků testuje v oblastech matematiky v *číselech, algebře, geometrie, datech a pravděpodobnosti* a v přírodních vědách se zaměřují na oblast *biologie, chemie, fyziky a chemie*. V úlohách musí prokázat znalost daného učiva, ale také jak je umí používat a jak dokážou uvažovat nad daným úkolem (srov. [6]).

Jak je výše zmíněno, projekt TIMSS je zaměřen na kurikulum, tedy na obsah učebních osnov. Celé kurikulum se však dále rozděluje na tři části – *zamýšlené, realizované a*

¹ IEA = *the International Association for the Evaluation of Educational Achievement*

dosažené kurikulum. V první části, v *zamýšleném kurikulu*, je hodnoceno učivo, které je obsaženo v učebních plánech. Tedy to, co vzdělávací systém dané společnosti předpokládá, že učitelé žáky naučí. Druhou složkou je *realizované kurikulum* – tato část obsahuje učivo, které bylo skutečně předáno žákům v konkrétní dobu a na určitém místě prostřednictvím učitele. Poslední a nejdůležitější částí kurikula je *dosažené kurikulum*, které nám vypovídá, co se žáci v hodinách skutečně naučili a které učivo si osvojili (srov. [7], s. 6).

Projekt TIMSS také zjišťuje, jaké jsou cíle daného kurikula a postupem času hodnotí, zda a do jaké míry se tyto cíle plní (srov. [7], s. 45).

3.2 Historie výzkumu TIMSS

Tento průzkum je starší, než již výše zmíněný projekt PISA, neboť odstartoval už v roce 1995, kdy se ho zúčastnilo více než 40 zemí z celého světa. V letech 1995 až 2003 však tento projekt nesl název *the Third International Mathematics and Science Study*, respektive Třetí mezinárodní matematická a přírodovědná studia. „Třetí“ se jmenoval projekt kvůli tomu, že projektu TIMSS předcházely další dva mezinárodní průzkumy prováděné organizací IEA, které byly založeny na stejném principu jako průzkum TIMSS. To znamená, že také srovnávaly studijní výsledky žáků ve výuce matematiky. Úplně ten prvotní výzkum nesl název *the First International Mathematics Study* (FIMS), neboli První mezinárodní matematická studia a probíhal od roku 1964 ve dvanácti zemích světa. Později na něj navazoval průzkum *the Second International Mathematics Study* (SIMS), který odstartoval začátkem osmdesátých let ve dvaceti zemích. Tento průzkum je tedy druhým podobným projektem, na který nakonec navázal projekt TIMSS. Všechny tyto tři průzkumy byly vždy pod záštitou organizace IEA (srov. [1]).

3.3 Realizace projektu TIMSS

Realizace výzkumu TIMSS probíhá obdobně jako u výzkumu PISA. Před hlavním sběrem dat se také koná pilotní šetření, které probíhá přibližně rok před hlavním sběrem dat a jeho hlavní funkcí je zajištění plynulého chodu hlavního šetření.

Test je samozřejmě pro žáky 4. i 8. ročníků odlišný, avšak formáty odpovědí se neliší – jsou zde obsaženy úlohy s uzavřenou odpovědí, kdy žák má vybrat z nabízených možností tu správnou, dále pak otevřené úlohy, kdy žák odpovídá vlastními slovy a to buď krátkou, nebo dlouhou odpovědí a dále jsou v testu obsaženy krátké experimentální úlohy. Testové úlohy jsou v projektu TIMSS takzvaně izolované, což znamená, že nejsou vázány na předchozí text, jako tomu je u některých úloh v projektu PISA. Rozdíl mezi testy čtvrtých a osmých ročníků také spočívá v testování dovedností, kdy žáci čtvrtých tříd mají za úkol aplikovat naučené vědomosti, zatímco úlohy pro žáky osmých ročníků jsou zaměřeny na vhodné použití postupů, které vedou k nejjednoduššímu a nejrychlejšímu řešení dané úlohy (srov. [23], str. 27, 28).

Žáci při testu mají na lavici test, pracovní sešit pro zjišťování praktických dovedností a také vyplňují žákovský dotazník. Délka trvání testu byla v průběhu času změněna. V prvním roce testování (1995) měli žáci 4. tříd na test 64 minut, žáci 8. tříd 90 minut nebo 60 minut, když se jednalo o experimentální úlohy. O čtyři roky později proběhla změna, která zrušila experimentální úlohy a žáci měli na lavici pouze test a žákovský dotazník, a od té doby test trvá 90 minut pro žáky 8. ročníků a 72 minut pro žáky 4. ročníku ([16], s. 9, 11).

Rok 1995 byl od dalších testování tohoto projektu odlišný tím, že byly testovány tři populace žáků. V první populaci byli testováni žáci 3. a 4. ročníků, kde bylo podmínkou, aby v daném ročníku bylo nejvyšší procento devítiletých žáků. V druhé populaci mělo být nejvyšší procento třináctiletých žáků, to znamená, že byly testovány 7. a 8. ročníky a poslední populace byla zaměřena na žáky posledních ročníků všech typů středních škol i učilišť, které mají ve svých osnovách obsáhlejší výuku matematiky (srov. [17]).

Koncepce testu se skládá ze dvou částí – obsahové a operační. Obsahová část se zabývá tématy, která projekt testuje, tzn. geometrie, čísla, algebra nebo data. Část operační naopak zkoumá to, jak žáci dokážou své znalosti využít a jakým způsobem uvažují, což je důležitý parametr pro řešení nejen matematických, ale také přírodovědných úloh (srov. [7], s. 10).

Jak jsme již výše zmínili, projekt TIMSS je zaměřen na výsledky, které jsou obsahem kurikula. To však neznamená, že žáci by uměli prokázat pouze nazpaměť naučené definice či algoritmy, které využívají k vyřešení zadaných úloh, ale velký podíl na úspěšnosti v tomto průzkumu mají kognitivní dovednosti, které jsou základním kamenem pro příznivé výsledky žáků.

Tyto dovednosti můžeme rozdělit do tří oblastí. První oblast tvoří *prokazování znalostí* – zde žáci uplatňují naučené vědomosti, tzn. definice, pojmy, algoritmy a další důležitá fakta, která byla součástí výuky. To znamená, že žáci musí mít osvojené jak určité postupy, tak musí být dobře seznámeni s matematickými pojmy, aby si mohli vybavit nejvíce vhodné znalosti, které pak využije při řešení dané situace a dále tím rozvíjí své matematické smýšlení. Z toho vychází druhá oblast, která je zaměřena na *používání znalostí*, kde žák upotřebí tyto naučené znalosti v konkrétní situaci, respektive příkladě. Tyto úlohy jsou však žákům dobře známy z učebnic a z hodin výuky, takže se zde očekává, že žák využije již ve škole naučené postupy. Tato oblast kognitivních dovedností je také velmi důležitá při porozumění daného zadání úlohy. Poslední oblast se týká *uvažování*, které je potřebné při řešení neznámých úloh a situací, které žáci ve škole neřešili, ale jsou založeny na vědomostech, které učitelé se žáky již probírali. Tyto úlohy většinou vyžadují logické a systematické smýšlení a vyžadují více kroků z více oblastí k dosažení výsledku (srov. [7], s. 21-23).

Všechny tyto oblasti dovedností jsou obsaženy v každém testu, což znamená, že projekt TIMSS v testu obsáhne jak úlohy, které vyžadují znalost, tak úlohy aplikační i úlohy na uvažování (srov. [7], s 21).

Výsledky testování je obdobně jako u projektu PISA prezentováno před odbornou veřejností a to z hlediska dvou faktorů. První zpracování se zaměřuje na číselné výsledky žáků, tedy skóre, kterého žáci dosáhli. Tyto hodnoty se v každé zemi zprůměrují a sestaví se do tabulky od nejúspěšnějších zemí po nejhorší. Takto zpracované výsledky nám vytvářejí takzvané škály, které názorně ukazují výsledky všech zemí v průběhu času. Dále jsou v projektu TIMSS zavedeny čtyři vědomostní úrovně, ve kterých je určen nejnižší počet bodů, kterého musí žáci dosáhnout. Z těchto

úrovni pak vychází druhý způsob prezentace výsledků projektu, který ukazuje procentuální zastoupení žáků v každé z úrovní (srov. [22], s. 5).

3.4 Cíl projektu TIMSS

Klíčovým bodem projektu TIMSS je samozřejmě srovnání žáků v mezinárodním měřítku – z této myšlenky plynou všechny další cíle tohoto testování.

Fakt, že se jedná o cyklický projekt, nám dává možnost sledovat dané školní programy a vzdělávací systémy v čase a tím pádem lze zjistit, jak efektivní jsou dané postupy a co vše by se mělo dále zlepšit nebo například jakému učivu se více věnovat. Projekt TIMSS, stejně jako mladší projekt PISA, využívá dotazníky, které zjišťují názory a postoje žáků k vyučování a jejich pocity při výuce a také se ptají na postupy, jak se žáci učí – jakým způsobem probíhá výuka ve škole (samostatnost či spolupráce), zda žáci doma věnují učivu dostatek času apod. Projekt TIMSS také vytváří jednotlivé dotazníky pro učitele a ředitele škol, které se zaměřují na učební metody, výchovné přístupy, tresty žáků atd., což může vést k dalším důležitým změnám ve školství dané země. Pro každou zemi je samozřejmě důležité neustálé rozvíjení školského systému a progres a efektivnosti učiva, a proto vznikl tento projekt, od kterého se státy mohou dále odrazit a zlepšovat se. Zapojené země tedy vyplňují dotazník, který je soustředěn na ekonomickou, politickou i sociální situaci, neboť to vše ovlivňuje celou zemi i žáky a učitelský sbor. Dále pak je v tomto dotazníku obsaženo kurikulum dané země a souhrn toho, jaké nové postupy se osvědčily jako efektivní pro zlepšení studijních výsledků žáků 4. a 8. tříd v přírodovědných předmětech a matematice. Výkon žáků ve škole a jejich výsledky závisí na mnoha okolnostech, ale asi nejvýznamnější je typ školy a jaké má možnosti (například zda má možnost pracovat na počítači), ale také velmi záleží na daném učiteli, zda je respektován, jaké využívá výchovné a učební metody a jak dokáže zaujmout své žáky. Zkrátka výzkum TIMSS také zjišťuje důvody, proč jsou mezi žáky rozdíly v jejich výsledcích (srov. [7], s. 45).

3.5 Úspěšnost ČR ve výzkumu TIMSS

Jak již bylo uvedeno výše, rok 1995 byl startem pro významný celosvětový projekt TIMSS, kterého se v tomto roce zúčastnilo 45 států. Mezi nimi i Česká republika, která v tomto testování dopadla velmi dobře. Žáci čtvrtých tříd za sebou v matematice

zanechali mezinárodní průměrný výsledek 529 bodů a se svým výsledkem 567 bodů se umístili na šesté místo, obdobně dopadli i v přírodních vědách – 557 bodů, 7. místo ([18]). Ani žáci 8. ročníků nezůstali pozadu a v matematice se také umístili na šestém místě s průměrným výsledkem 564 bodů, a dokonce se v přírodních vědách umístili s 574 body na druhém místě ([19]).

V dalším cyklu výzkumu v roce 1999 se zúčastnilo pouze 38 zemí a z nich 26 zemí, které se na projektu participovali i v roce 1995. Tento rok se výzkumu TIMSS v České republice účastní pouze žáci 8. ročníků, kteří přináší výrazný pokles průměrného výsledku v matematice a to na výsledek 520 bodů. Tímto upadá česká matematika mezi průměrné žáky celého světa. Ovšem v přírodních vědách se drží s nadprůměrným počtem bodů 539 (srov. [20]).

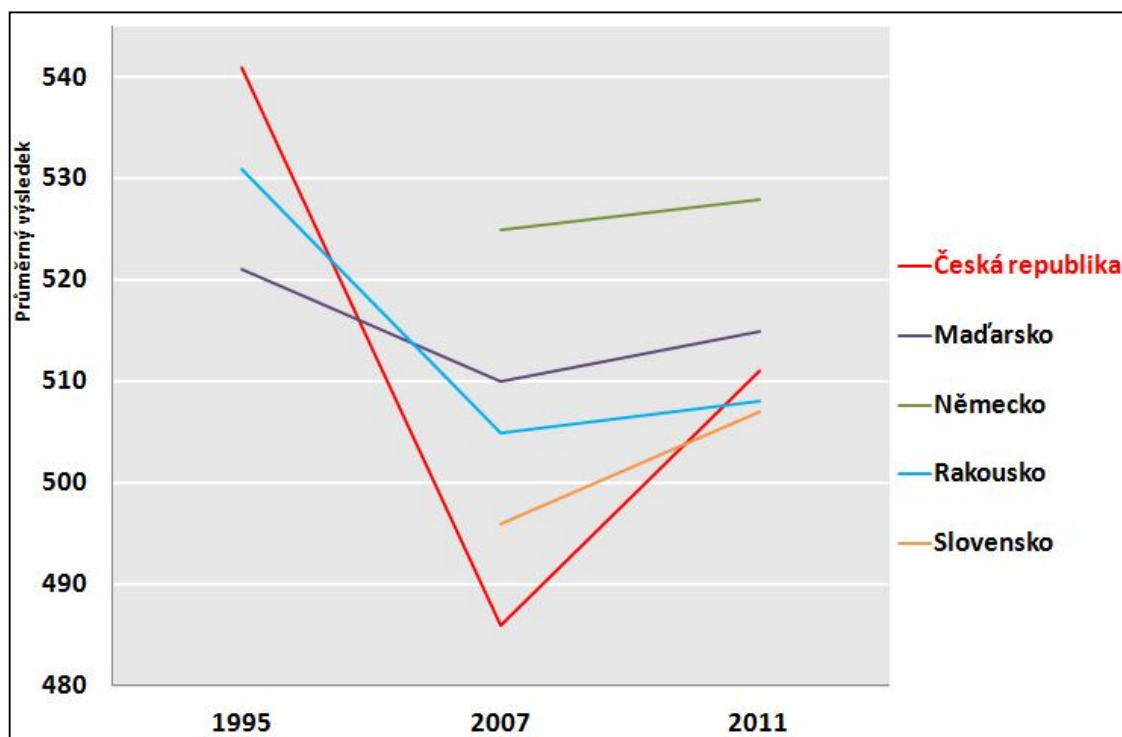
Česká republika vynechala jeden cyklus testování v roce 2003 a znovu se zapojila o cyklus později v roce 2007, které proběhlo v 50 zemích celého světa. V testu z matematiky si čeští žáci 8. ročníků po osmi letech drží svůj post mezi průměrnými zeměmi a to s výsledkem 504 bodů a v přírodních vědách se stále drží mezi lepším průměrem s výsledkem 539 bodů. Žáci čtvrtých tříd byli testováni až po dvanácti letech a jejich matematický nadprůměrný výsledek rapidně klesl na podprůměrný se 486 body. Obdobný pokles můžeme vidět i v přírodních vědách, kdy žáci 4. ročníku dosáhli průměrného výsledku 515 bodů.

V zatím posledním testování v roce 2011 se participovalo více než 60 zemí. V České republice se tento rok účastnili pouze žáci čtvrtých tříd, kteří se od minulého testování zlepšili jak v matematice na nadprůměrný výsledek 511 bodů, tak v přírodních vědách, kdy dosáhli průměrného výsledku 536 bodů.

Pro shrnutí je níže uveden **Obrázek 3**, který znázorňuje vývoj matematických znalostí zemí ve střední Evropě. Zde můžeme vidět, že Česká republika v roce 1995 výrazně převyšovala žáky ostatních střeoevropských zemí v matematických dovednostech, a dokonce se dostala mezi prvních deset nejlepších zemí světa, které se tehdy tohoto průzkumu zúčastnili. Avšak postupem času nastává výrazný pokles, který se láme až v roce 2007 a rok 2011 dává českému školství naději na zlepšení kvality vyučování,

stejně jako tomu je i u výzkumu PISA, který měl v průběhu let podobný průběh (viz kapitola 2.5).

Obrázek 3: Změny ve výsledcích středoevropských zemí mezi roky 1995-2011



4 PISA A TIMSS – SROVNÁNÍ

Tabulka 3: Rozdílné vlastnosti výzkumu PISA a TIMSS

	PISA	TIMSS
1. testování	2000	1995
cyklus	3letý	4letý
co testují	čtenářská gramotnost, matematika, přírodní vědy	matematika, přírodní vědy
koho testují	žáky 15 let	žáky 4. a 8. ročníků
zaměření	zkoumá gramotnost (tzv. funkční aspekt, rozvoj kritického myšlení)	zkoumá obsah kurikula (zamýšlené, realizované, dosažené)
organizace	OECD (Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj)	IEA (Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání)

Oba výzkumy, tedy PISA i TIMSS, jsou si v mnoha aspektech velmi podobné, avšak jak můžeme vidět výše v **Tabulka 3**, několik podstatných rozdílů zde můžeme najít. Tím nejvíce zásadním rozdílem je podstata toho, co daný projekt zkoumá, tedy v pojetí matematické gramotnosti. Průzkum PISA se zabývá tím, jak žáci dovedou své znalosti z matematiky (matematického poznání) použít v reálném životě, tedy jak dovedou využít funkční aspekt, respektive praktičnost, daného učiva. Zatímco projekt TIMSS, ve kterém se pojem „matematická gramotnost“ se výslovně nevyskytuje, je výhradně

zaměřen na kurikulum neboli obsah učiva. To znamená, že zkouší určité algoritmy či zásady, které žáci nemusí vyřešit pouze pomocí svého kritického myšlení (srov. [1]).

Díky tomuto rozdílu v zaměření bohužel není možné průzkumy spolu porovnat, avšak přináší to výhodu v tom, že se projekty vzájemně doplňují a tím přinášejí větší a komplexnější náhled na problémové oblasti daného školního systému. Takto postavené průzkumy můžeme považovat za přirozené a logické, neboť pokud chceme nějakou znalost aplikovat na daný problém, potřebujeme tuto znalost mít. To znamená, že pokud žáci nebudou mít znalosti v oblasti matematiky a nebudou chápat různé vztahy a pojmy, které zkoumá projekt TIMSS, není možné, aby dokázali řešit takové problémové úlohy založené na reálných situacích, které jsou obsaženy v projektu PISA (srov. [1]).

Jelikož se Česká republika účastnila všech testování výzkumu PISA a téměř všech testování průzkumu TIMSS, lze alespoň statisticky srovnat vývoj žáků, i když ne stejně starých, v čase. Žáci v začátcích obou těchto projektů měli v matematické gramotnosti celkem dobrý začátek, ale jak můžeme vidět na **Obrázek 2** a **Obrázek 3** (viz s. 16 a 24), rok 2007, respektive 2009, přináší významný pokles jejich průměrných výsledků. U následujícího testování v obou projektech však přichází mírné zlepšení výsledků, což může být dobré znamení pro zlepšení systému školství.

Níže máme pro porovnání uvedeny ukázky příkladů z jednotlivých výzkumů (viz **Obrázek 4** a **Obrázek 5**). Jedná se o úlohy, které jsou určeny pro žáky přibližně stejného věku, neboť projekt PISA testuje patnáctileté žáky a příklad projektu TIMSS, viz **Obrázek 5**, je určen žákům osmých ročníků, do kterých chodí žáci čtrnáctiletí a patnáctiletí. Oba příklady jsou inspirovány reálnou situací, kdy se jedná o recept. Avšak oba recepty jsou zadány specificky pro každý projekt. Průzkum PISA si zakládá na reálných situacích, které lze ve většině případů řešit logickým uvažováním, jako je tomu u tohoto příkladu. Samozřejmě lze řešit pomocí matematické trojčlenky, tedy přímé úměrnosti. Naopak projekt TIMSS je založen na rámcovém vzdělávacím programu, takže úloha je zadána pomocí zlomků. V této úloze je velmi důležité využít znalosti, které se žáci naučili ve škole, pochopení daných matematických pojmů se kterými musí žáci umět manipulovat, například pojem smíšené číslo a jeho použití. V tomto případě je podstatné si uvědomit, že ve skutečnosti se recepty tvoří takovým způsobem, aby se

lehce mohlo s dávkou manipulovat, tedy vytvořit vyšší nebo nižší množství bez složitého počítání, zatímco recept z projektu TIMSS nám jednoduchou manipulaci s dávkou surovin neumožňuje. Jednoduše řečeno, zadání příkladů v projektu TIMSS je spíše matematické, zatímco projekt PISA vybírá zadání příkladů, se kterými se žáci mohou setkat v opravdovém životě.

Obrázek 4: Příklad mezinárodního projektu PISA 2012 ([25], s. 23)

Otázka 6.1 ZÁLIVKA

Připravuješ vlastní zálivku na salát.
Zde je recept na 100 ml zálivky:

Olej:	60 ml
Ocet:	30 ml
Sojová omáčka:	10 ml

Kolik mililitrů oleje potřebuješ k přípravě 150 ml této zálivky?

Odpověď:ml

Obrázek 5: Projekt mezinárodního projektu TIMSS ([26], s. 23)

Dana peče brusinkový koláč z velké dávky, která je jeden a půlkrát větší, než uvádí původní recept. Jestliže v původním receptu bylo zapotřebí $\frac{3}{4}$ šálku cukru, kolik šálků cukru Dana pro svůj koláč potřebuje?

A) $\frac{3}{8}$

B) $1\frac{1}{8}$

C) $1\frac{1}{4}$

D) $1\frac{3}{8}$

5 SBÍRKA ŘEŠENÝCH TYPOVÝCH ÚLOH PRO VÝZKUM TIMSS

Následující část bakalářské práce se věnuje vytvoření krátké sbírky příkladů, které jsou typické pro projekt TIMSS v oblasti čísel a to jak pro čtvrtý, tak pro osmý ročník základních škol. Všechny příklady jsou inspirovány úlohami, které byly uvolněné z minulých ročníků testování tohoto projektu. Každý příklad je však nějakým způsobem pozměněn. Řešení i názorné obrázky pro lepší pochopení příkladů byly vytvořeny mou osobou speciálně pro každý příklad. K úlohám pro čtvrtý ročník jsem čerpala ze zdrojů [28], [31], [32] a obdobné úlohy pro 8. ročník lze najít v [27], [29], [30], [33].

Následující sbírku řešených úloh lze využít při procvičování nejen před testováním projektu TIMSS, ale také při procvičování v běžné výuce. Většina úloh pro čtvrté ročníky je doplněna obrázky, protože lépe znázorňují a vysvětlují výsledky úloh. Je tedy důležité vést žáky k tomu, aby si při řešení úloh pomáhali náčrtky, neboť ty ve většině případů vedou k lepšímu pochopení situace a mohou jim napovědět k jednoduchému a správnému řešení. Úlohy pro osmé ročníky jsou obrázky doplněny méně, protože v tomto ročníku se vyučují především rovnice či trojčlenka, při kterých je důležité umět vytvořit rovnici a obrázek by tedy byl zbytečný a nevyužitý. Je však důležité, aby žáci osmých ročníků zvládali příklady čtvrtých ročníků, protože tyto znalosti tvoří základ pro navazující učivo.

5.1 Úlohy pro 4. ročník

5.1.1 ČÍSLA

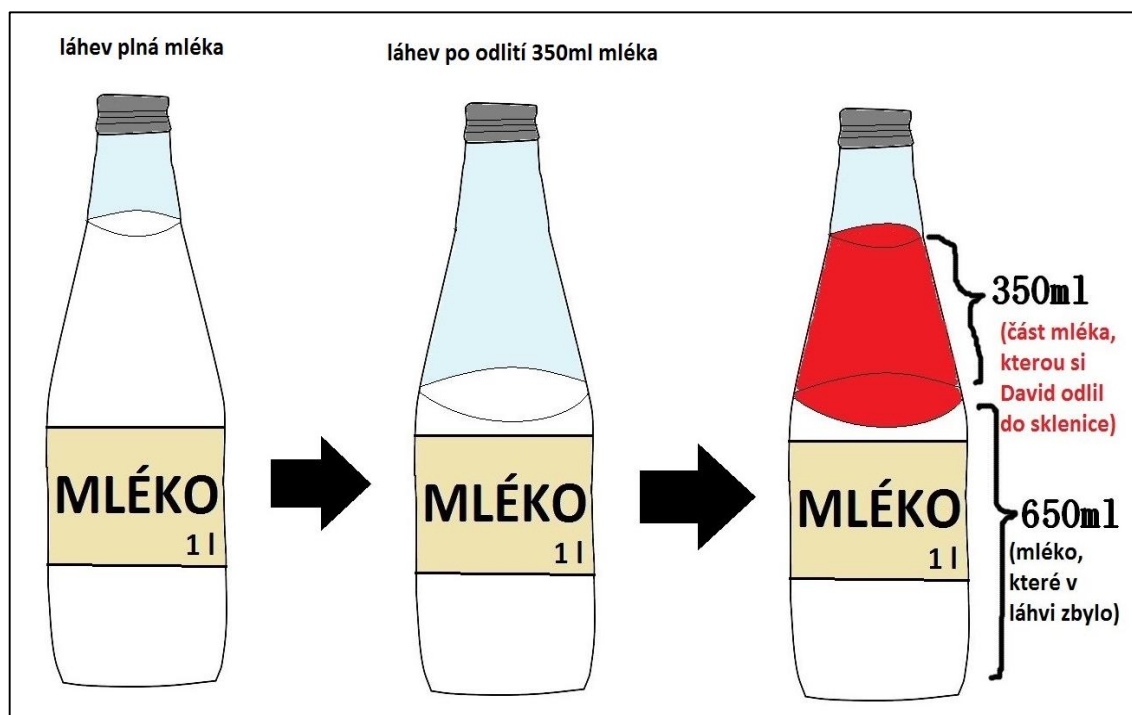
Úloha 1

David si ke snídani z plné litrové láhve mléka nalil do hrnečku 350 ml mléka. Kolik mléka zůstalo v láhvi?

Řešení:

V této úloze si musíme nejprve uvědomit, že 1 litr mléka je roven 1000 ml mléka. Pak od celkového objemu mléka odečteme sklenici mléka, tedy 350 ml. Tzn. $1000 - 350 = 650$.

Obrázek 6: Mléko



Odpověď:

V láhvi zůstane 650 ml mléka.

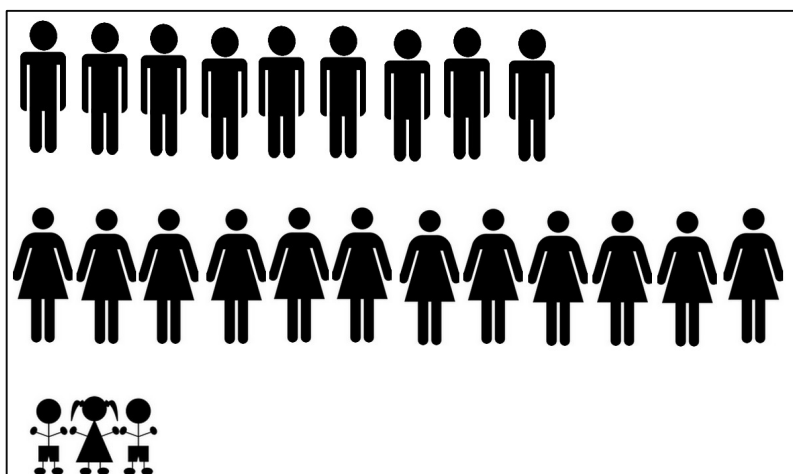
Úloha 2

Autobusem cestuje 12 žen, 3 děti a 9 mužů. Na zastávce vystoupí 2 muži, 4 ženy a 1 dítě. Kolik cestujících (žen, dětí i mužů dohromady) zůstalo v autobuse?

Řešení:

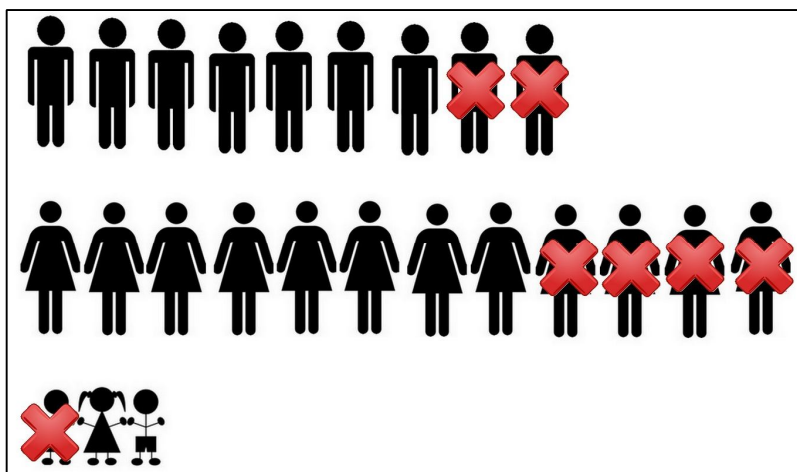
V autobuse sedí 12 žen + 3 děti + 9 mužů = 24 osob.

Obrázek 7: Počet cestujících v autobuse



Na zastávce však vystoupí 2 muži + 4 ženy + 1 dítě = 7 osob. To znamená, že těchto 7 lidí odečteme od celkového počtu cestujících: $24 - 7 = 17$.

Obrázek 8: Počet cestujících, kteří nevystoupili na zastávce



Odpořd': V autobuse zůstane 17 cestujících.

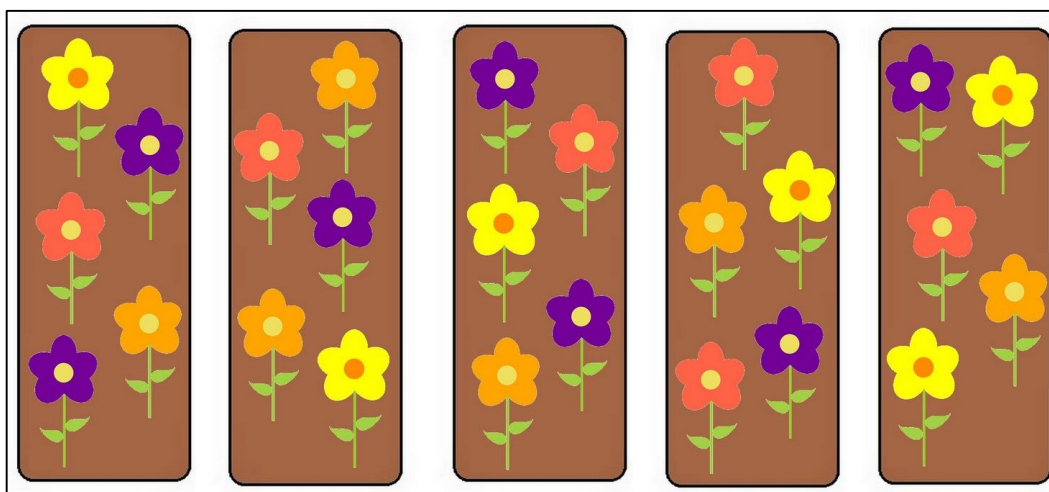
Úloha 3

Paní Bohdana na zahradě sázela květiny do záhonů. Celkem měla 5 záhonů a v každém z nich zasadila 5 květin. Kolik květin vysázela celkem?

Řešení:

Zasadila 5 květin na 5 záhonů, to znamená: $5 * 5 = 25$.

Obrázek 9: Počet květin v záhonech



Odpověď:

Paní Bohdana celkem vysadila 25 květin.

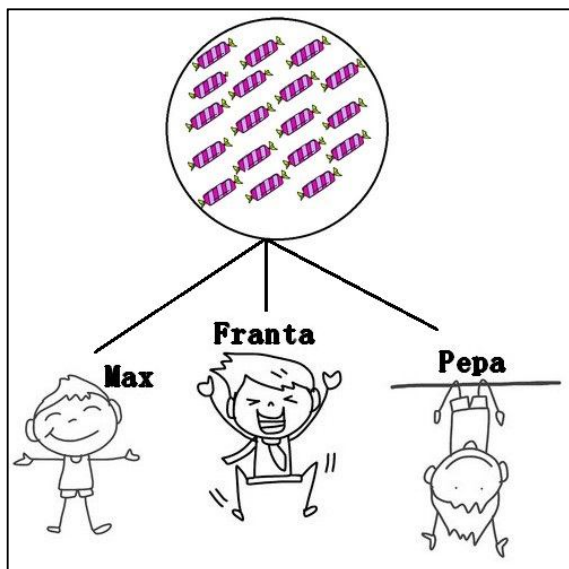
Úloha 4

Franta dostal k narozeninám 18 čokoládových bonbónů. O sladkosti se chtěl rovným dílem rozdělit se svými dvěma kamarády – Pepou a Vaškem. Jak má Franta bonbóny rozdělit?

- a) 18 vynásobí 2
- b) od 18 odečte 3
- c) 18 vydělí 2
- d) 18 vydělí 3

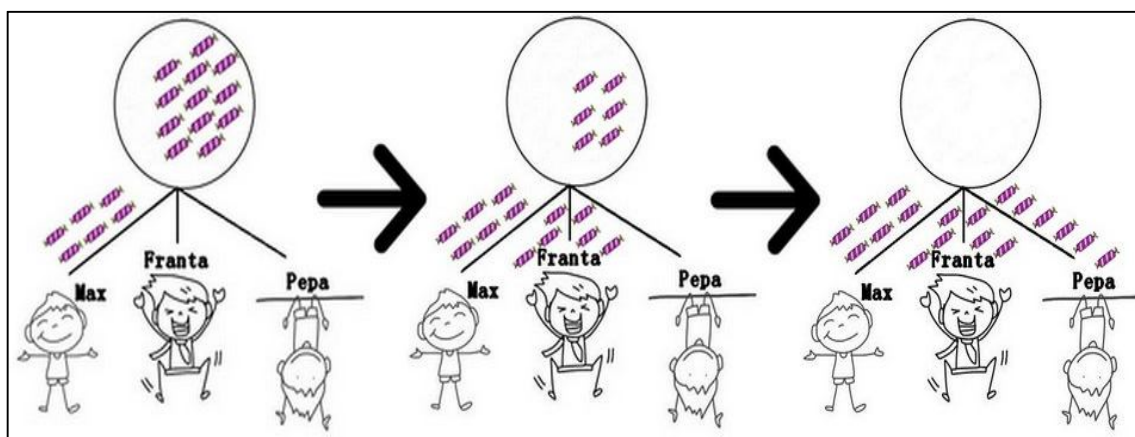
Řešení:

Obrázek 10: Počet bonbónů celkem



Když se Franta chce rozdělit rovnoměrným dílem s kamarády, tak už jen slovo *rozdělit* nás nabádá k tomu, abychom celkový počet bonbónů vydělili. A protože se chce rozdělit se dvěma kamarády, tak bude dělit počet bonbónů třemi, protože jsou dohromady 3 chlapeci. Nakonec tedy bude mít každý chlapec 6 bonbónů ($18 \div 3 = 6$).

Obrázek 11: Postupné rozdělení bonbónů



Odpověď:

Franta musí 18 vydělit 3 a každý nakonec bude mít 6 bonbónů.

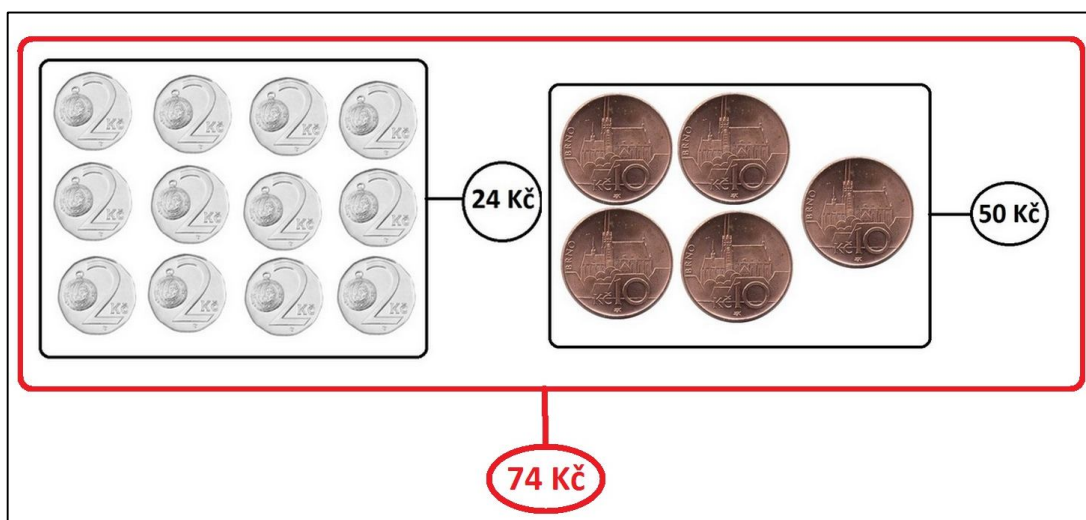
Úloha 5

Pavlík si šetří peníze do kasičky, kde má dvoukoruny a desetikoruny. Celkem už si našetřil 74 korun, kde má 12 dvoukorun. Kolik má v kasičce desetikorun?

Řešení:

Nejprve vypočítáme kolik korun je celkově dvoukorun, tedy $2 \times 12 = 24$ korun. Poté tento počet odečteme od celkového počtu korun: $74 - 24 = 50$. To znamená, že je tam 50 korun v desetikorunách – vydělíme tedy $50 \div 10 = 5$.

Obrázek 12: Peníze v kasičce



Odpověď: Pavlík má v kasičce 5 desetikorun.

Úloha 6

Pan Bakule stěhuje svou knihovnu, ve které má 121 knih, které skládá do krabic. Do každé krabice se vejde 11 knih. Kolik potřebuje pan Bakule krabic, aby do nich naskládal všechny knihy?

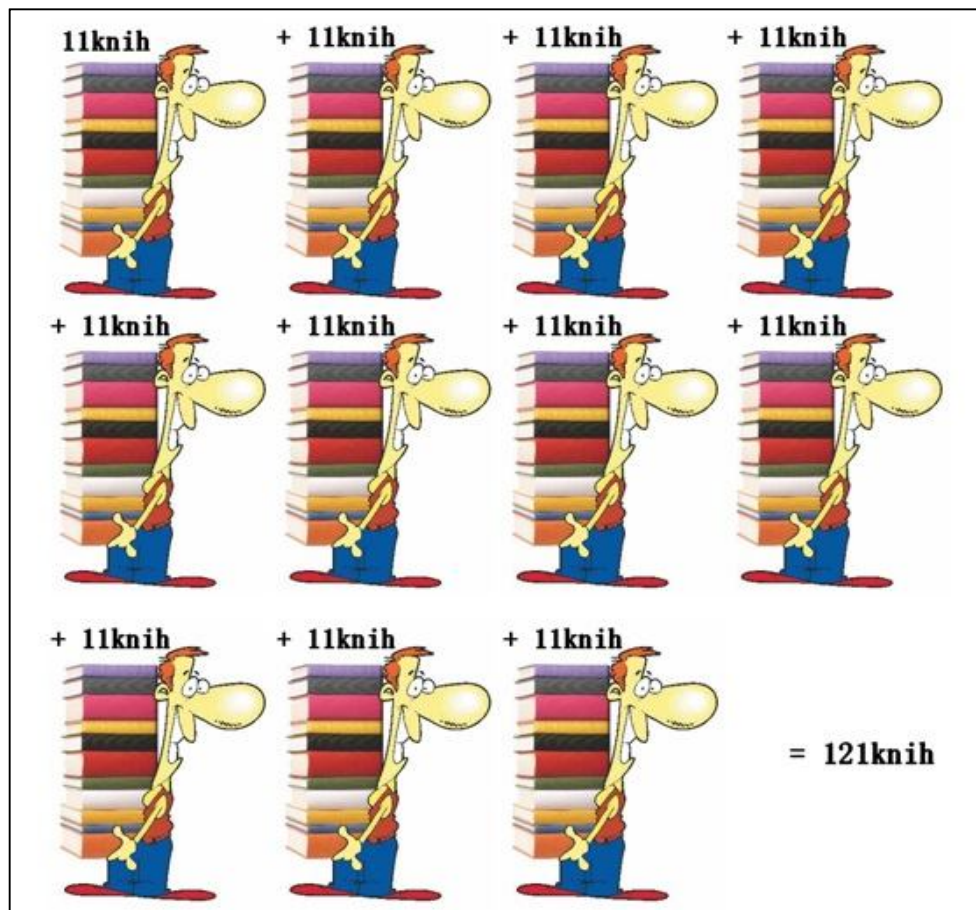
Řešení:

Celkový počet knih vydělíme 11, tedy počtem knih, který se vejde do jedné krabice:

$$\begin{array}{r} 121 \div 11 = 11 \\ 11 \\ 0 \end{array}$$

To znamená, že pan Bakule potřebuje 11 krabic, do kterých naskládá svých 121 knih:

Obrázek 13: Knihy



Odpověď:

Pan Bakule bude potřebovat 11 krabic.

Úloha 7

Karel s tatínkem jdou hledat poklad, ke kterému mají mapu. Měřítko této mapy nám říká, že 1 centimetr na mapě je jako 2 kilometry ve skutečnosti. Na mapě je vzdálenost jejich domu od pokladu 7 centimetrů. Kolik kilometrů musí Karel s tatínkem ujít, aby došli k pokladu?

- a) 2
- b) 7

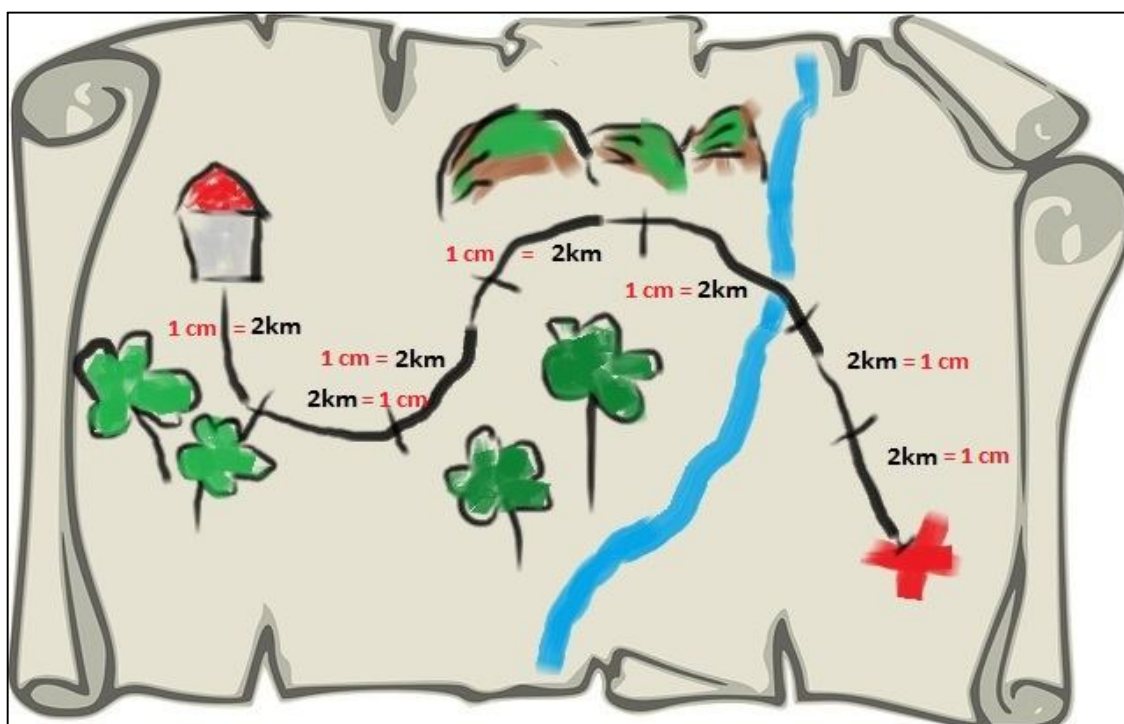
c) 14

d) 21

Řešení:

Počet centimetrů na mapě vynásobíme počtem kilometrů ve skutečnosti a tím dostaneme výsledný počet kilometrů, který musí Karel s tatínkem ujít, aby došli k pokladu. To znamená, že 7 centimetrů na mapě vynásobíme 2 kilometry ve skutečnosti: $7 * 2 = 14$.

Obrázek 14: Mapa k pokladu



Odpověď:

Karel s tatínkem musí ujít 14 kilometrů.

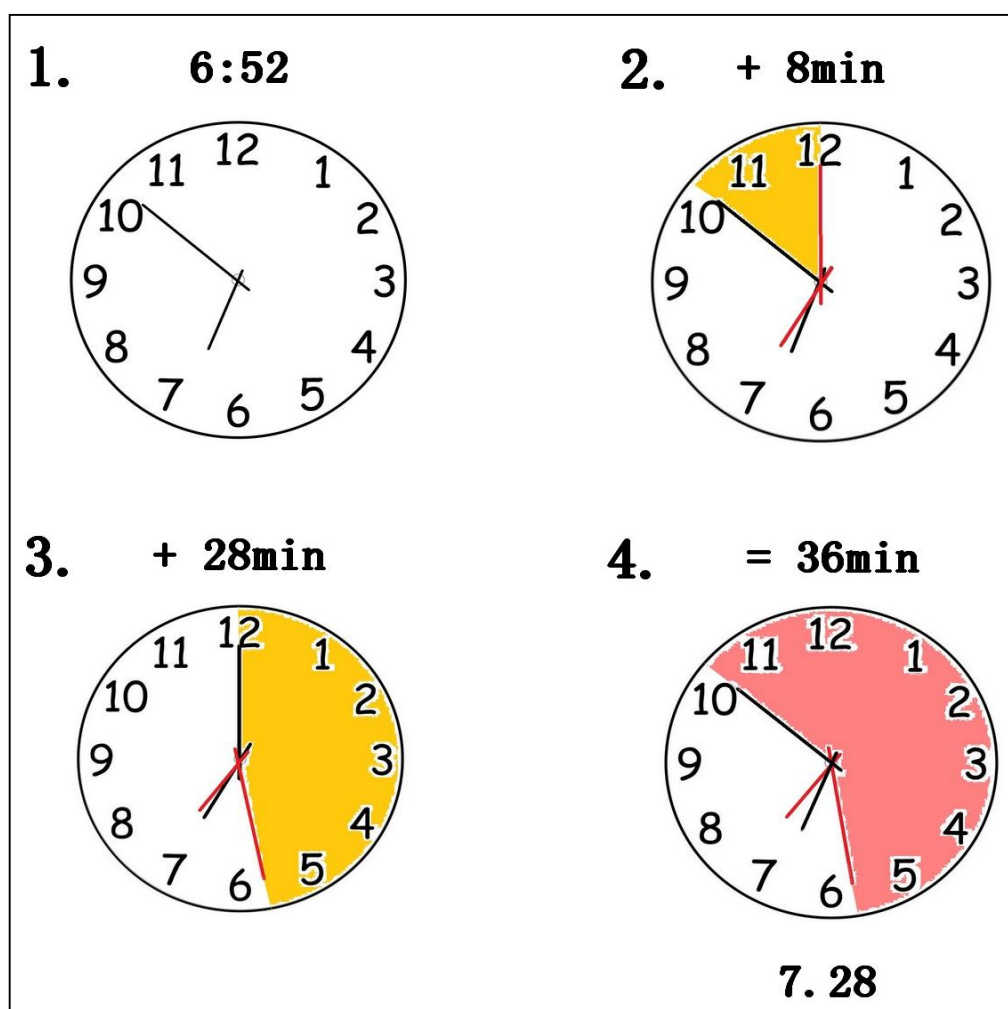
Úloha 8

Markéta jezdí každý den do školy vlakem. Vlak z její vesnice vyrazí v 6:52 a cesta do města, kam Markéta chodí do školy, trvá 36 minut. V kolik hodin Markéta přijíždí do města?

Řešení:

Markéta vyrazí v 6:52 (viz **Obrázek 15 – 1.**). Vypočteme, kolik minut zbývá do celé hodiny, tedy do 7:00 (viz **Obrázek 15 – 2.**), to je 8 minut. Těchto 8 minut odečteme od celkového trvání cesty vlakem, to znamená od 36 minut. Po odečtení nám zůstane 28 minut, protože $36 - 8 = 28$ (viz **Obrázek 15 – 3.**). Těchto 28 minut přičteme k 7:00, proto Markéta přijede do města v 7:28 (viz **Obrázek 15 – 4.**).

Obrázek 15: Doba jízdy vlaku



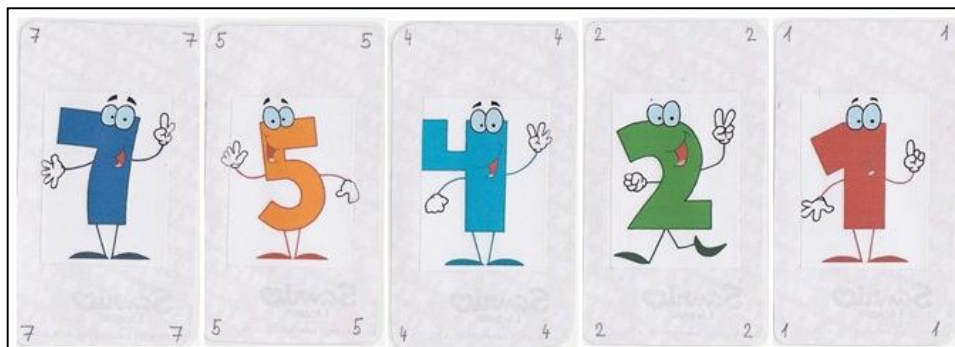
Odpověď:

Markéta přijíždí do města v 7 hodin 28 minut.

Úloha 9

Patrik má tyto karty:

Obrázek 16: Karty

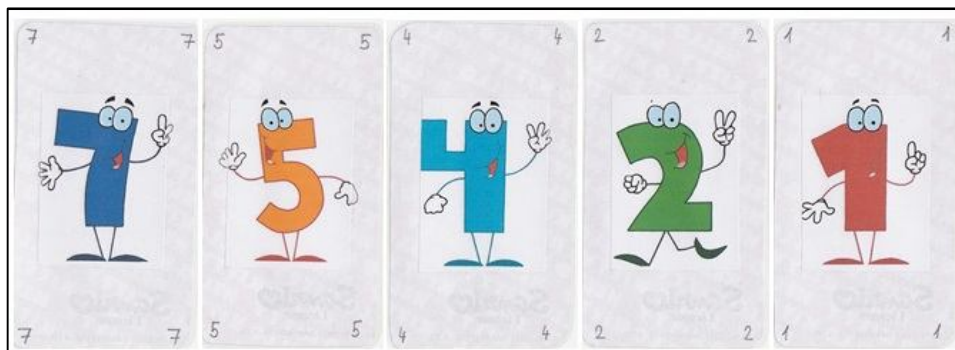


Jaké největší trojciferné číslo může z těchto karet vytvořit, když může každou kartu použít pouze jednou?

Řešení:

Patrik si nejprve čísla seřadí podle velikosti:

Obrázek 17: Karty seřazeny podle velikosti

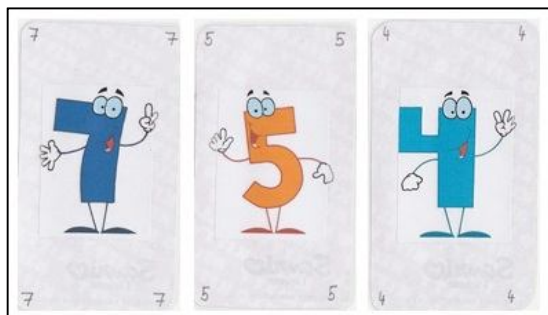


A protože potřebuje trojciferné číslo, znamená to, že potřebuje 3 čísla, k sestavení takového čísla. Nejvyšší číslo Patrik tedy vytvoří tím, že vezme tři nejvyšší čísla z nabídky.

Odpověď:

Patrik vytvoří číslo 754.




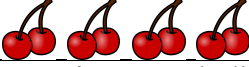
Obrázek 18: Výsledné číslo



Úloha 10


Max sbírá každý den třešně. V následující tabulce je zaznamenáno, kolik kilogramů

třešni nasbíral. Každý symbol  znamená 2 kilogramy třešní:

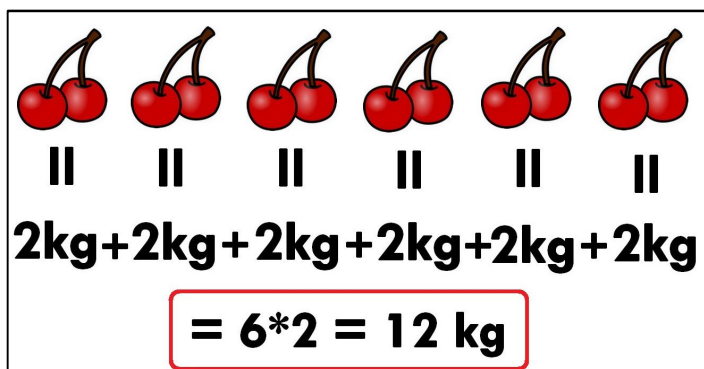
Čtvrtek	
Pátek	
Sobota	
Neděle	

Který den nasbíral Max nejvíce kilogramů třešní a kolik?

Řešení:

Protože symbol  je nejčastěji nakreslen v pátek, proto nejvíce třešni nasbíral v tento den. A pokud každý tento symbol označuje 2 kilogramy třešní, tak vynásobíme počet symbolů dvěma a získáme celkový počet kilogramů.

Obrázek 19: Třešně



Odpověď:

Max nasbírání nejvíce třešní v pátek a to 12 kilogramů.

Úloha 11

Karolínky babička peče rychlou bábovku ke svačině. Babička má recept, ale potřebuje poloviční porci. Jak bude recept vypadat? (Počet vajec a množství prášku do pečiva, který má použít, je již vyplněn.)

Tabulka 4: Recept na bábovku

Vejce	2 kusy
Cukr	1 hrnek
Olej	$\frac{1}{2}$ hrnku
Mléko	1 hrnek
Prášek do pečiva	1 sáček
Mouka	2 hrnky

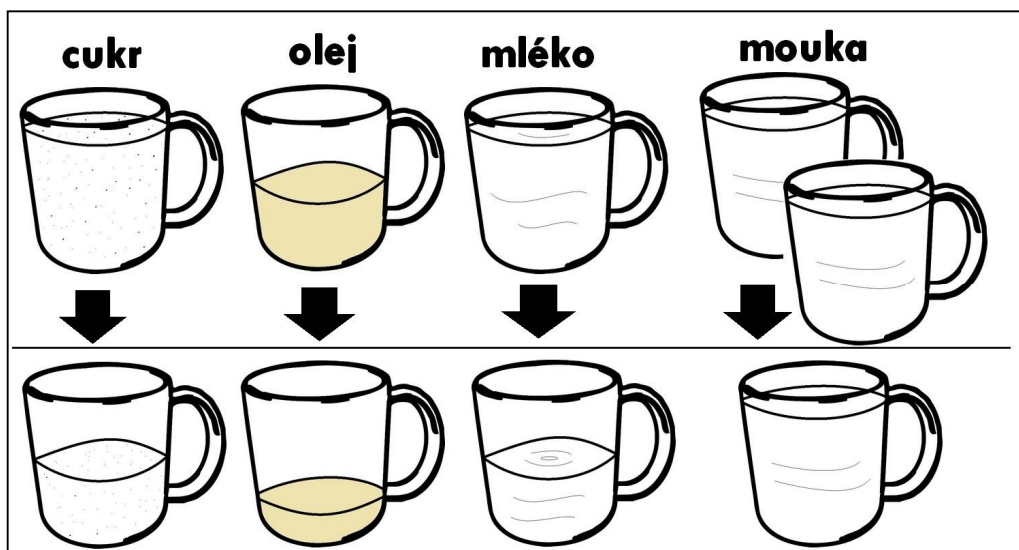
Tabulka 5: Poloviční recept na bábovku

Vejce	1 kus
Cukr	___ hrnku
Olej	___ hrnku
Mléko	___ hrnku
Prášek do pečiva	$\frac{1}{2}$ sáčku
Mouka	___ hrnku

Řešení:

Protože babička potřebuje poloviční porci, tak každou surovinu vydělíme dvěma, a dostaneme správné množství:

Obrázek 20: Recept



Odpověď:

Na poloviční porci bábovky bude babička potřebovat: jedno vejce, $\frac{1}{2}$ hrnku cukru, $\frac{1}{4}$ hrnku oleje, $\frac{1}{2}$ hrnku, půl sáčku prášku do pečiva a jeden hrnek mouky.

5.2 Úlohy pro 8. ročník

5.2.1 ČÍSLA

Úloha 1

Porovnejte zlomky $\frac{42}{45}$ a $\frac{17}{20}$. Který ze zlomků je menší?

Řešení:

Oba zlomky převedeme na společný jmenovatel:

$$\frac{42}{45} = \frac{840}{900}$$

$$\frac{17}{20} = \frac{765}{900}$$

Teď porovnáme oba čitatele:

$$840 > 765$$

Z toho plyne, že: $\frac{840}{900} > \frac{765}{900}$

tedy: $\frac{42}{45} > \frac{17}{20}$.

Odpověď:

Zlomek $\frac{17}{20}$ je menší než zlomek $\frac{42}{45}$.

Úloha 2

Pan Králíček si chce udělat nový plot. Na jednu část plotu využije vyšší pletivo než na druhou část a celkem koupil 30 metrů pletiva. Vyšší pletivo stojí 50 dinárů za metr a nižší 35 dinárů za metr. Kolik metrů si pan Králíček koupil od každého druhu pletiva, když zaplatil 1350 dinárů?

Řešení:

Nejprve si z dostupných informací vytvoříme dvě rovnice o dvou neznámých:

x ... počet metrů vyššího plotu

y ... počet metrů nižšího plotu

$50x + 35y = 1350$ → $50x$... celková cena za vyšší plot (50 dinárů × počet metrů)

→ $35y$... celková cena za nižší plot (30 dinárů × počet metrů)

$x + y = 30$ $/\times(-35)$

$50x + 35y = 1350$

$-35x - 35y = -1050$ poté rovnice sečteme:

$15x = 300$

$x = 20$ → počet metrů vyššího plotu (dosadíme do jedné z námi vytvořených rovnic)

$20 + y = 30$ $/- 20$

$y = 10$

Odpověď:

Pan Králíček si koupil 20 metrů vyššího plotu a 10 metrů nižšího plotu.

Úloha 3

Markéta je vyšší než Pepina. Filip je nižší než Honza a vyšší než Kamil, který je vyšší než Markéta. Která možnost řadí všechny od nejnižšího po nejvyšší?

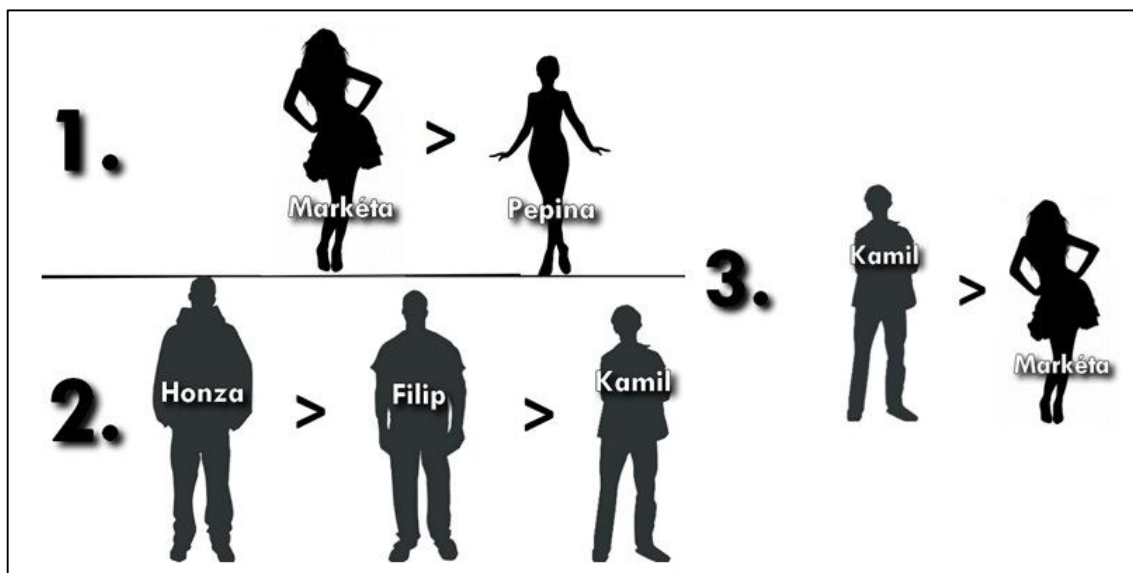
- a) Honza, Kamil, Filip, Markéta, Pepina
- b) Honza, Filip, Kamil, Markéta, Pepina
- c) Pepina, Kamil, Markéta, Filip, Honza
- d) Pepina, Markéta, Kamil, Filip, Honza

Řešení:

Filip je nižší než Honza a vyšší než Kamil znamená, že nejvyšší je Honza, pak Filip a pak Kamil. Další fakt je, že Markéta je nižší než Kamil (respektive Kamil je vyšší než

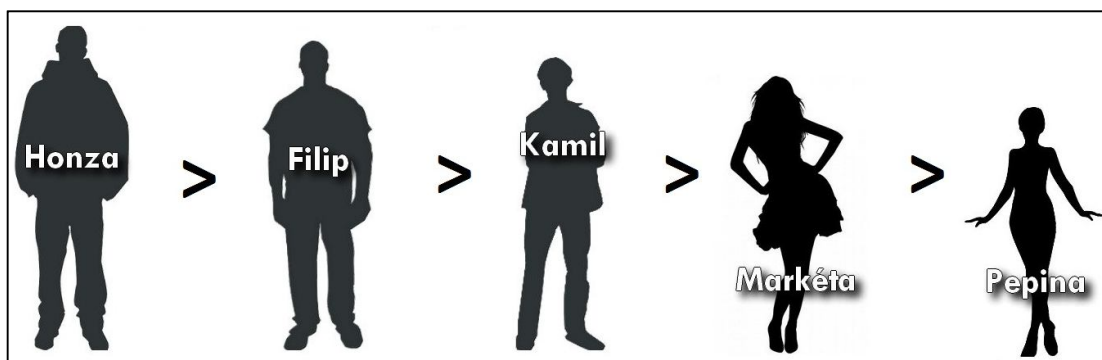
Markéta), a proto je úplně nejnižší Pepina, protože Markéta je vyšší než Pepina. Tím pádem od nejnižšího jsou seřazeni v možnosti d) Pepina, Markéta, Kamil, Filip, Honza.

Obrázek 21



Takže:

Obrázek 22



Odpověď:

Od nejmenšího jsou seřazeni v možnosti d) Pepina, Markéta, Kamil, Filip, Honza.

Úloha 4

Pan Veselý prodává lístky do divadla, ve kterém je kapacita 850 míst. V divadle jsou tři typy míst a za různé ceny. Lístek do lože stojí 40 dinárů, před pódium 30 dinárů a na

balkón 20 dinárů. Lístků za 40 dinárů je $\frac{1}{4}$, lístků za 30 dinárů je $\frac{3}{5}$. Kolik je lístků na balkón (**vyjádři zlomkem**)?

Řešení:

Zde máme uvedenou přebytečnou informaci o počtu lístků, neboť naše odpověď má být vyjádřena zlomkem. To znamená, že stačí sečíst, kolik je lístků za 40 dinárů, kolik za 30 dinárů a tuto hodnotu odečíst od jedničky, protože jednička nám zastupuje celkový počet lístků:

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\right) = 1 - \frac{5 + 12}{20} = 1 - \frac{17}{20} = \frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{20 - 17}{20} = \frac{3}{20}$$

Odpověď:

Lístků na balkón za 20 dinárů je $\frac{3}{20}$.

Úloha 5

Pokud je sedminásobek daného čísla x roven 112, kolik je jedna čtvrtina tohoto čísla?

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16

Řešení:

Vytvoříme si jednoduchou rovnici pro výpočet čísla x :

$$7x = 112 \quad /:7$$

$$x = 16$$

Poté vypočítáme $\frac{1}{4}$ z tohoto čísla:

$$16 \times \frac{1}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Řešení:

Martin vylouská 11 ořechů za 15 minut, to znamená, že jeden ořech vylouská za $\frac{11}{15}$ minuty. Stejným způsobem vyjádříme, za kolik minut vylouská Filip jeden ořech – za $\frac{7}{15}$ minuty. Když si označíme celkový počet minut jako x . A když víme, kolik musí chlapci vylouskat ořechů, potom si sestavíme a vypočteme jednoduchou rovnici:

$$\frac{11}{15}x + \frac{7}{15}x = 60 \quad / \times 15$$

$$11x + 7x = 900$$

$$18x = 900 \quad / : 18$$

$$\underline{x = 50}$$

Odpověď:

Chlapci společně vylouskají 60 ořechů za 50 minut.

Úloha 8

Pan Trnka si každý měsíc vydělá 15 230 dinárů. Jeho zaměstnavatel mu nabídl zvýšení platu a dal mu na výběr:

- a) zvýší mu plat o 16 %
- b) zvýší mu plat o polovinu jedné třetiny jeho měsíčního platu

Která možnost je pro pana Trnku výhodnější?

Řešení:

- a) Výpočet pomocí přímé úměrnosti:

100 % ... 15 230 dinárů

16 % ... x dinárů

$$x = \frac{15\,230}{100} \times 16$$

$$\underline{x = 2\,436,8 \text{ dinárů}}$$

$$b) 15\,230 \times \frac{1}{3} = 5\,076,66$$

$$5\,076,66 \times \frac{1}{2} = \underline{2\,538,33 \text{ dinárů}}$$

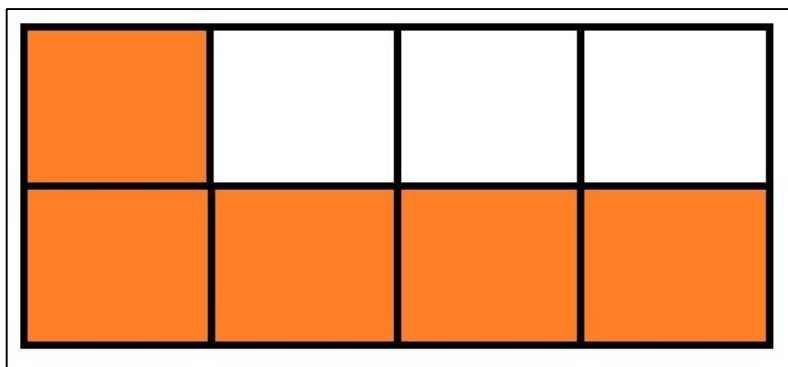
Odpověď:

$$2\,538,33 > 2\,436,8$$

Z toho plyne, že by si pan Trnka měl vybrat druhou možnost, tedy b) zaměstnavatel mu zvýší plat o polovinu jedné třetiny jeho platu.

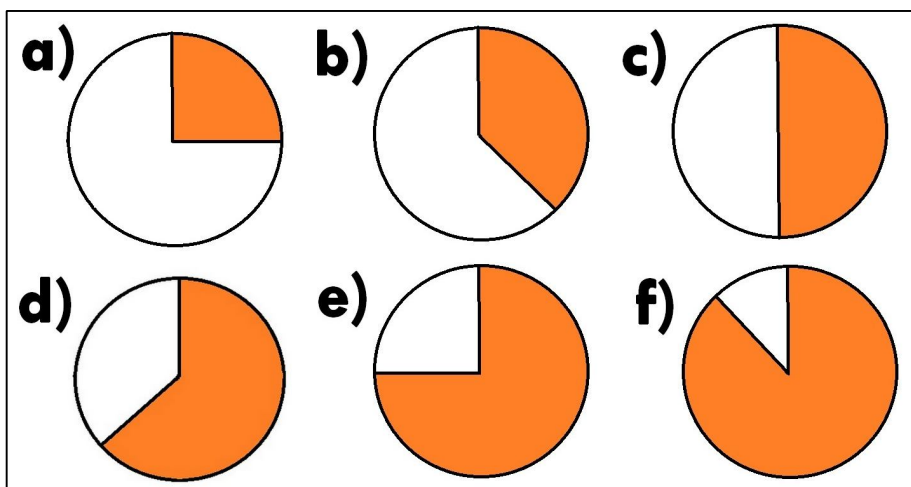
Úloha 9

Obrázek 23



Který z následujících kruhů nám jeho oranžovou částí ukazuje přibližně stejný zlomek jako oranžová plocha obdélníku?

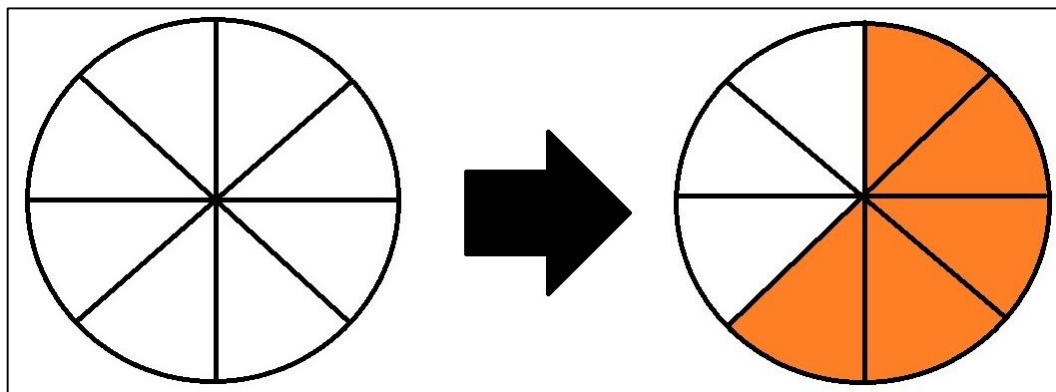
Obrázek 24



Řešení:

Kruh si nejprve rozdělíme na stejný počet dílů, jako je v obdélníku nahoře (tedy na 8 dílů). Poté si vybarvíme stejný počet dílů, jako je vybarveno v obdélníku nahoře (tedy vybarvíme 5 dílů).

Obrázek 25



Odpověď:

Přibližně stejný zlomek v kruhu jako v obdélníku je v možnosti d).

Úloha 10

Franta si chce koupit čokoládu a dva pendreky. Franta ví, že čokoláda stojí o 6 dinárů víc, než pendrek a že 3 čokolády a 2 pendreky stojí 48 dinárů. Kolik dinárů bude Franta potřebovat na jednu čokoládu a dva pendreky? (Napište postup svého výpočtu.)

Řešení:

c ... cena jedné čokolády

p ... cena jednoho pendreku

$$c = p + 6$$

$3c + 2p = 48 \rightarrow$ do této rovnice dosadíme c z předchozí rovnice

$$3(p + 6) + 2p = 48$$

$$3p + 18 + 2p = 48$$

$$5p + 18 = 48 \quad /-18$$

$$5p = 30 \quad /:5$$

$p = 6 \rightarrow$ teď jsme vypočítali cenu jednoho pendreku, tuto vypočtenou hodnotu dosadíme do rovnice $c = p + 6$

tedy: $c = 6 + 6 = 12 \rightarrow$ toto je cena jedné čokolády

Franta si chce koupit jednu čokoládu a dva pendreky, tedy:

$$1 \times 12 + 2 \times 6 = 24$$

Odpověď:

Franta bude na jednu čokoládu a dva pendreky potřebovat 24 dinárů.

Úloha 11

Paní Tichá chce koupit vážené ořechy. V obchodě visí cedule s nápisem: „*Spočtete si cenu sami: $y = 7x - 30$, kde x je hmotnost váženého zboží v gramech a y je Vaše cena.*“ Kolik gramů ořechů si může paní Tichá koupit, když má u sebe 180 dinárů?

Řešení:

Do rovnice dosadíme za y počet dinárů, které má paní Tichá u sebe a dopočítáme x , tedy kolik gramů ořechů si lze za 180 dinárů koupit:

$$y = 7x - 30$$

$$180 = 7x - 30 \quad /+30$$

$$210 = 7x \quad /:7$$

$$30 = x$$

$$x = 30$$

Odpověď:

Paní Tichá si za 180 dinárů koupí 30 gramů ořechů.

6 Závěr

Cílem mé práce bylo seznámit Vás s projekty PISA a TIMSS, které jak již víme, jsou zásadními projekty v hodnocení kvality výuky na mezinárodní úrovni. Je zásadní si uvědomit, že oba projekty nebyly stvořeny pro vzájemné srovnávání, ale naopak pro doplňování mezer v různých školských systémech. Projekt PISA je určen pro patnáctileté žáky, kteří jsou ve většině zemí v posledním ročníku základních škol, zatímco projekt TIMSS testuje žáky čtvrtých a osmých ročníků základních škol. Oba projekty testují matematiku a přírodní vědy a projekt PISA navíc testuje čtenářskou gramotnost.

Jak již název bakalářské práce napovídá, v těchto průzkumech jsem se zaměřila na matematiku a matematické úlohy. V této části obou průzkumů můžeme pozorovat největší rozdíl mezi oběma projekty, tedy pojem gramotnosti. Jednoduše se jedná o to, že projekt PISA má úlohy založeny na reálných situacích, se kterými se s největší pravděpodobností žáci někdy ve svém budoucím životě setkají. V těchto úlohách žák ve většině příkladů využije logické uvažování, avšak na základě svých dosavadních znalostí. Naopak projekt TIMSS je založen na školních osnovách dané země. To znamená, že úlohy mohou být také založeny na reálných situacích, ale v převážné většině příkladů musí žáci dokázat, že umí vhodně aplikovat své znalosti a že chápou matematické pojmy a vztahy mezi nimi. A právě díky tomuto rozdílu je důležité průzkumy nesrovnávat, ale vygenerované výsledky mezi sebou doplňovat.

Důležitou částí mé bakalářské práce bylo poukázat na vývoj výsledků žáků českých základních škol, kterých dosáhli v průběhu testování v matematické oblasti obou projektů. První testování průzkumu TIMSS proběhlo o pět let dříve, než u průzkumu PISA, a probíhalo již v devadesátých letech dvacátého století, tedy v roce 1995. V tomto testování dopadli žáci čtvrtých i osmých ročníků nadprůměrně, což byl pro Českou republiku velký úspěch, ale bohužel v dalším cyklu testování TIMSS se účastnili české školy pouze v rámci osmých ročníků. V tomto roce dochází k výraznému poklesu matematických znalostí českých žáků. Tento trend se během dalších testování zvláště nezměnil, ale v posledním výzkumu TIMSS v roce 2011 můžeme vidět lehké zlepšení a naději na lepší výsledky. O mnoho lépe nevypadají ani

výsledky v projektu PISA, ve kterém se Česká republika stále zařazuje mezi průměrné země celého světa. V těchto výsledcích můžeme rovněž pozorovat, že na začátku tohoto průzkumu byly výsledky českých žáků lepší, než v průběhu projektu, tedy i v oblasti logického uvažování se žáci stále zhoršují. Avšak i v tomto projektu můžeme konstatovat, že poslední testování v roce 2012 přineslo mírné zlepšení výsledků.

Celkové zhoršení výsledků českých žáků můžeme přikládat ke změně základního koncepčního materiálu, kdy dokument „Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (tzv. Bílá kniha)“ v roce 2001 nahrazuje dokument „Kvalita a odpovědnost“ z roku 1992. To znamená, že v roce 2001 se mění cíle vzdělávací politiky a tento nový dokument je zaměřen i na dlouhodobé vzdělávací cíle, kterým se žáci ani učitelé nestihli dostatečně přizpůsobit. Dalším aspektem pro zhoršení výsledků může být školská reforma základních škol z roku 2005, kdy dochází k dalším změnám cílů a obsahu výuky v souladu s tzv. Bílou knihou.

Praktickou část bakalářské práce jsem věnovala řešeným matematickým úlohám pro výzkum TIMSS, které lze použít jako úlohy k procvičování. Tato část je dále rozdělena na úlohy pro žáky čtvrtých ročníků a úlohy pro žáky osmých ročníků. Příklady jsou zaměřeny na čísla a jsou vybírány zejména ty, se kterými se žáci v hodinách matematiky nesetkají velmi často a ve většině případů jsou založeny na reálných situacích, avšak žáci zde musí vhodně použít své znalosti. Všechny příklady jsou vyřešeny a některé dokonce doplněny o názorný obrázek pro lepší pochopení. Tyto příklady jsou inspirovány úlohami uvolněnými z předešlých testování projektu TIMSS.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] MARŠÁK, Jan. PISA a TIMSS – různé tváře matematické gramotnosti. *Metodický portál: Články* [online]. 10. 08. 2009, [cit. 8. 11. 2014]. Dostupný z WWW: <<http://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/3250/PISA-A-TIMSS---RUZNE-TVARE-MATEMATICKE-GRAMOTNOSTI.html>>. ISSN 1802-4785.
- [2] Česká školní inspekce. *PISA*. [online]. Praha: Česká školní inspekce, [vid. 6. 10. 2014]. Dostupný z: <http://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/PISA/PISA-%E2%80%93-%28OECD-Programme-for-International-Student-A>
- [3] OECD. *PISA. PISA trifold brochure 2014* [online]. France: OECD, [vid. 6. 10. 2014]. Dostupný z: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/PISA-trifold-brochure-2014.pdf>
- [4] PISA 2012. *Program pro mezinárodní hodnocení žáků*. [online]. Praha: Česká školní inspekce, [vid. 6. 10. 2014]. Dostupný z: <http://www.pisa2012.cz/>
- [5] OECD. *PISA. Programme for International Student Assessment (PISA)* [online]. France: OECD, [vid. 6. 10. 2014]. Dostupný z: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/>
- [6] TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). In: *Česká školní inspekce* [online]. [cit. 2014-11-30]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/TIMSS/TIMSS-%28Trends-in-International-Mathematics-and-Sci>
- [7] Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2011. In: *Česká školní inspekce* [online]. 2009, 10. 10. 2013 [cit. 2015-01-06]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/ea9ea88f-1624-4d92-a3c8-3d4c33caf276>
- [8] TIMSS 2007: Trends in International Mathematics and Science Study. In: *Česká školní inspekce* [online]. 2012 [cit. 2015-02-05]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/TIMSS/TIMSS-2007>

- [9] Postoje českých žáků, učitelů a rodičů v šetření TIMSS 2011. In: Týdeník školství [online]. 2013 [cit. 2015-02-05]. Dostupné z: <http://www.tydenik-skolstvi.cz/archiv-cisel/2013/21/postoje-ceskych-zaku-ucitelu-a-rodicu-v-setreni-timss-2011/>
- [10] PALEČKOVÁ, Jana Vladislav TOMÁŠEK. *Učení pro zítřek: výsledky výzkumu OECD PISA 2003* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2005 [cit. 2015-02-10]. ISBN 80-211-0500-3. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2003/Narodni-zprava.pdf>
- [11] KADANÍKOVÁ, Lada. Česká republika v mezinárodním srovnání PISA. In: *WikiKnihovna: Knihovníci sobě* [online]. 2012 [cit. 2015-02-10]. Dostupné z: http://wiki.knihovna.cz/index.php/%C4%8Cesk%C3%A1_republika_v_mezin%C3%A1rodn%C3%ADm_srovn%C3%A1n%C3%AD_PISA
- [12] STRAKOVÁ, Jana. *Vědomosti a dovednosti pro život: čtenářská, matematická a přírodovědná gramotnost patnáctiletých žáků v zemích OECD* [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2002, 111 s. [cit. 2015-02-10]. ISBN 80-211-0411-2. Dostupné z: http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2000/vedomosti_a_dovednosti_pro_zivot-publikace.pdf
- [13] PALEČKOVÁ, Jana. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2006: poradí si žáci s přírodními vědami?* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2007 [cit. 2015-02-10]. ISBN 978-802-1105-416. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2006/Narodni-zprava.pdf>
- [14] PALEČKOVÁ, Jana a Vladislav TOMÁŠEK. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2009: umíme ještě číst?* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010 [cit. 2015-02-10]. ISBN 978-802-1106-086. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2009/narodni-zprava.pdf>

- [15] PALEČKOVÁ, Jana a Vladislav TOMÁŠEK. *Hlavní zjištění PISA 2012: Matematická gramotnost patnáctiletých žáků* [online]. Praha: Česká školní inspekce, 2013 [cit. 2015-02-10]. ISBN 978-80-905632-0-9. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/283eb9f5-b30a-4467-927c-533ae347b621>
- [16] ÚSTAV PRO INFORMACE VE VZDĚLÁVÁNÍ. *Výsledky českých žáků v mezinárodních výzkumech 1995-2000* [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2002 [cit. 2015-02-12]. ISBN 80-211-0415-5. Dostupné z: http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2000/vysledky_ceskych_zaku-1995-2000-publikace.pdf
- [17] TIMSS 1995: Publications. TIMSS INTERNATIONAL STUDY CENTER. *TIMSS & PIRLS* [online]. Boston, 1997 [cit. 2015-02-12]. Dostupné z: <http://timss.bc.edu/timss1995i/TIMSSPublications.html>
- [18] Highlights of Results: The Primary School Years. In: *TIMSS & PIRLS* [online]. Boston College, 1997 [cit. 2015-02-12]. Dostupné z: <http://timss.bc.edu/timss1995i/HiLightA.html>
- [19] Highlights of Results: The Middle School Years. In: *TIMSS & PIRLS* [online]. Boston College, 1997 [cit. 2015-02-12]. Dostupné z: <http://timss.bc.edu/timss1995i/HiLightB.html>
- [20] TIMSS 1999 Results: Mathematics and Science Achievement of Eighth-Graders in 1999. In: *National Center for Education Statistics: Trends in International Mathematics and Science Study* [online]. 2000 [cit. 2015-02-12]. Dostupné z: http://nces.ed.gov/timss/results99_1.asp
- [21] PISA 2012: Matematický koncepční rámec. In: *Česká školní inspekce* [online]. 2013 [cit. 2015-02-12]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/e944e36a-b801-4515-a8da-2cded6431d57>
- [22] TOMÁŠEK, Vladislav. *Národní zpráva TIMSS 2011* [online]. Praha: Česká školní inspekce, 2012 [cit. 2015-02-21]. ISBN 978-80-905370-4-0. Dostupné

z: http://www.csicr.cz/getattachment/f80cafe7-4097-4bf5-a29f-8b25e150f2d9/narodni-zprava-TIMMS_2011_WEB.pdf

- [23] MATĚKA, Petr. *Obtíže žáků při řešení vybraných slovních úloh z výzkumu TIMSS* [online]. Praha, 2013 [cit. 2015-02-26]. Dostupné z: <http://trilian.ujep.cz/svoc/2013/k3b/Mateka.pdf>. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce doc. RNDr. Naďa Vondrová, Ph.D.
- [24] TIMSS: Third International Mathematics and Science Study - 1995. In: *TIMSS & PIRLS: International Study Center* [online]. [cit. 2015-02-09]. Dostupné z: <http://timssandpirls.bc.edu/timss1995.html>
- [25] TOMÁŠEK, Vladislav a Miloslav FRÝZEK. *Matematická gramotnost - úlohy z šetření PISA 2012* [online]. 1. vyd. Praha: Česká školní inspekce, 2013, 85 s. [cit. 2015-04-03]. ISBN 978-80-905632-1-6. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/11ee81e8-4cd8-4fb5-83e1-036591ed9067>
- [26] TOMÁŠEK, Vladislav. *Výzkum TIMSS 2007* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2009, 109 s. [cit. 2015-04-03]. ISBN 978-802-1105-911. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/TIMSS/TIMSS-2007/Ulohy-z-mat-8-roc-publikace.pdf>
- [27] *Matematika* [online]. 2015 [cit. 2015-04-08]. Dostupné z: <http://www.hackmath.net/cz>
- [28] TOMÁŠEK, Vladislav. *Výzkum TIMSS 2007: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 4. ročník* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2009, 176 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 978-802-1105-867. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/TIMSS/TIMSS-2007/Ulohy-z-matematiky-a-PV-4->
- [29] TOMÁŠEK, Vladislav. *Výzkum TIMSS 2007: Úlohy z matematiky pro 8. ročník* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2009, 109 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 978-802-1105-911. Dostupné z:

<http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/TIMSS/TIMSS-2007/Ulohy-z-mat-8-roc-publikace.pdf>

- [30] *Úlohy z matematiky a přírodních věd pro žáky 8. ročníku: třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodního vzdělávání: replikace 1999* [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2001, 131 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 80-211-0406-6. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/TIMSS/TIMSS-1999/matematicke-a-prirodovedne-ulohy.pdf>
- [31] JANOUŠKOVÁ, Svatava a Vladislav TOMÁŠEK. *TIMSS 2011: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 4. ročník* [online]. 1. vyd. Praha: Česká školní inspekce, 2013, 159 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 978-809-0537-057. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/c8e68bc9-065f-4be1-94af-875df93af020>
- [32] HEJNÝ, Milan. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011, 115 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 978-80-211-0611-6. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/VVV/VYUZITI-VYSLEDKU-VYZKUMU-PRO-PODPORU-SKOL-A-JEJICH/matem-a-prirod-ulohy-pro-1-stupen-publikace.pdf>
- [33] HEJNÝ, Milan a Darina JIROTKOVÁ. *Matematické úlohy pro druhý stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007* [online]. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010, 111 s. [cit. 2015-04-13]. ISBN 978-80-211-0612-3. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/VVV/VYUZITI-VYSLEDKU-VYZKUMU-PRO-PODPORU-SKOL-A-JEJICH/Matem-ulohy-pro-2-stupen-publikace.pdf>

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Změny ve výsledcích zúčastněných zemí mezi roky 2003 a 2009 (PISA 2009 – matematická gramotnost ([14], s. 23).....	15
Obrázek 2: Změny ve výsledcích matematické gramotnosti středoevropských zemí mezi roky 2003 a 2012 ([15], s. 17).....	16
Obrázek 3: Změny ve výsledcích středoevropských zemí mezi roky 1995-2011	24
Obrázek 4: Příklad mezinárodního projektu PISA 2012 ([25], s. 23)	27
Obrázek 5: Projekt mezinárodního projektu TIMSS ([26], s. 23).....	27
Obrázek 6: Mléko	29
Obrázek 7: Počet cestujících v autobuse.....	30
Obrázek 8: Počet cestujících, kteří nevystoupili na zastávce.....	30
Obrázek 9: Počet květin v záhonech.....	31
Obrázek 10: Počet bombónů celkem	32
Obrázek 11: Postupné rozdělení bombónů.....	32
Obrázek 12: Peníze v kasičce.....	33
Obrázek 13: Knihy.....	34
Obrázek 14: Mapa k pokladu	35
Obrázek 15: Doba jízdy vlaku	36
Obrázek 16: Karty.....	37
Obrázek 17: Karty seřazeny podle velikosti	37
Obrázek 18: Výsledné číslo.....	38
Obrázek 19: Třešně.....	38

Obrázek 20: Recept.....	40
Obrázek 21	43
Obrázek 22	43
Obrázek 23	47
Obrázek 24	47
Obrázek 25	48

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Země, které slíbily účast ve výzkumu PISA v roce 2015 [3]:.....	9
Tabulka 2: Harmonogram jednoho cyklu projektu z roku 2012 ([4])	13
Tabulka 3: Rozdílné vlastnosti výzkumu PISA a TIMSS.....	25
Tabulka 4: Recept na bábovku	39
Tabulka 5: Poloviční recept na bábovku.....	39