Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Mezipředmětové vztahy na úrovni plánovaného kurikula ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Člověk a společnost (dělitelnost přirozených čísel)

Vypracovala: Bc. Veronika Kohoutová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

České Budějovice 2017

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Mezipředmětové vztahy na úrovni plánovaného kurikula ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Člověk a společnost (dělitelnost přirozených čísel) jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .... ……………………………

Poděkování

Děkuji doc. RNDr. Heleně Binterové, PhD. za odborné vedení mé diplomové práce, cenné rady, připomínky a podněty. Děkuji také základní škole, na které jsem mohla provést experiment. Dále své rodině a přátelům nejen za podporu, čas a pomoc, ale také za kritiku, díky níž jsem se mohla vyvarovat chyb.

Anotace

Hlavním cílem diplomové práce je připravit sadu úloh z tematické oblasti číslo a proměnná, dělitelnost přirozených čísel, která by integrovala vybrané kurikulum ve vzdělávacích oblastech - Matematika a její aplikace, Člověk a společnost.

Práce je rozdělena na dvě části. První část diplomové práce se zabývá teoretickým zpracováním daného téma. Druhá část obsahuje zpracované vybrané kurikulum (se zaměřením na dělitelnost přirozených čísel) z pohledu vzdělávacích oblastí Matematika a její aplikace a Člověk a společnost. Praktickou část mohou využít učitelé jako přípravu k výuce mezipředmětových vztahů. U všech příprav je uvedeno řešení.

Klíčová slova

Vyučování, kurikulum, mezipředmětové vztahy, příprava učitele na vyučování, dělitelnost přirozených čísel.

Abstract

The main aim of this diploma thesis is to make a collection of problems out of the thematic topic of number and variable, and divisibility of natural numbers which integrates the chosen curriculum in the educational area of Mathematics and its Applications and Man and the Society.

The work is divided into two parts. The first part focuses on the theoretical background of the topic. The second, practical part includes the chosen curriculum (in terms of divisibility of natural numbers) from the point of view of the educational areas of Mathematics and its Applications and Man and the Society. The practical part can be used as a material for interdisciplinary teaching. There are also solutions for each piece of the material.

Key words

Teaching, curriculum, interdisciplinary relationships, preparation of teaching material, divisibility of natural numbers.

OBSAH

ÚVOD 6
1 TEORETICKÁ ČÁST 8
1.1 Vyučování 8
1.1.1 Transmisivní a konstruktivistický přístup 9
1.2 Kurikulum 10
1.3 Didaktické zásady 11
1.4 Mezipředmětové vztahy a klíčové kompetence 13
1.5 Kompetence začínajícího učitele 15
1.6 Profesní kompetence učitele 16
1.7 Příprava učitele na vyučování 17
1.8 Taxonomie výukových cílů 20
1.8.1 Bloomova taxonomie kognitivních cílů 20
1.8.2 Revidovaná Bloomova taxonomie 22
1.9 Pojmotvorný proces v matematice 24
1.10 Slovní úlohy v matematice 25
1.11 Přirozená čísla 26
1.11.1 Pythagorejci a přirozená čísla 26
1.12 Dělitelnost podle Pythagorejců 28
1.13 Dělitelnost 28
1.13.1 Prvočíslo a složené číslo 28
1.13.2 Násobek 30
1.13.3 Dělitel 30
1.13.4 Soudělná a nesoudělná čísla 31
1.13.5 Znaky (kritéria) dělitelnosti 31
2 PRAKTICKÁ ČÁST 33
2.1 Popis výzkumu 33
2.2 Popis výukových aktivit 34
2.2.1 QR kódy 35
2.2.2 Pořiď si bankovní účet! 45
2.2.3 Buďme efektivní 51

2.2.4 Staň se Pythagorem ... 58
2.2.5 Letenka ... 71
2.2.6 Občanský průkaz ... 83
2.2.7 Zlatý řez ... 92
2.2.8 Co jsi zač ISBN? ... 108
2.3 Vyhodnocení výzkumu ... 125
2.3.1 Výuková aktivita QR kódy ... 125
2.3.2 Výuková aktivita Pořiď si bankovní účet! ... 128
2.3.3 Výuková aktivita Buďme efektivní ... 133
ZÁVĚR ... 139
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ ... 141
Literatura ... 141
Internetové zdroje ... 143
SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK ... 145
SEZNAM PŘÍLOH ... 147

ÚVOD

Vyučování, ve kterém se žáci učili izolované poznatky, jenž často vedly k nepochopení, pouhé reprodukci učiva předaného učitelem a nepříliš trvalým vědomostem, je (snad) minulostí. S Rámcovým vzdělávacím programem pro základní školy (RPV ZV) přišly termíny „průřezová témata“ a „klíčové kompetence“, které mají nadpředmětový charakter. Zavádění mezipředmětových vztahů do výuky je důležitým motivačním prvkem zvláště v současné době, kdy většina žáků je znechucena učením, kterému neporozumí či nevidí praktickou využitelnost. Pokud budeme žákům uvádět poznatky a dovednosti z jednoho předmětu do dalšího předmětu (popřípadě předmětů), můžeme u nich zvýšit zájem o probírané učivo.

Samotná příprava učitele na výuku s mezipředmětovými vztahy není jednoduchou záležitostí. Učitel si musí vše dobře promyslet, stanovit si výukové cíle dané hodiny, strukturovat hodinu a také vhodně zvolit pomůcky a didaktické materiály, ze kterých bude čerpat potřebné informace, ale také které využije při realizaci vyučovací hodiny. Vhodně promyšlená příprava na vyučování je oporou zvláště začínajícímu učiteli. Příprava na výuku mezipředmětových vztahů je náročná. V některých zemích mají učitelé velkou oporu již při studiu na vysokých školách, kde se jim dostává patřičné pedagogické přípravy.

Motivem výběru tohoto tématu bylo mé budoucí učitelské povolání. Nechci být učitelem, který pouze předává izolované informace, ale chtěla bych odhalovat praktické stránky probíraného učiva. Například jako v diplomové práci, kde se v praktické části budu snažit poukázat na dělitelnost z pohledu praxe, která se vyskytuje běžně kolem nás, i když si to ani neuvědomujeme.

Cílem diplomové práce je připravit sadu úloh jako přípravu učitele na výuku dělitelnosti přirozených čísel využívajících mezipředmětových vztahů vzdělávacích oblastí Matematika a její aplikace a Člověk a společnost

Diplomová práce bude rozdělena do dvou kapitol, nepočítám-li úvod a závěr. V první kapitole zpracuji nastudovanou literaturu týkající se daného tématu. Ve druhé kapitole se budu věnovat přípravám na vyučovací hodiny mezipředmětových vztahů z pohledu vzdělávacích oblastí Matematika a její aplikace a Člověk a společnost. Tato kapitola bude také obsahovat popis a zhodnocení průběhu výuky s vypracovanými přípravami.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Vyučování

Maňák a Švec (2003) ve své knize Výukové metody píšou, že vyučování (jako činnost učitele) a učení (jako činnost žáka) jsou dva procesy tvořící jádro pedagogické komunikace ve škole, jde o dva vzájemně propojené procesy obvykle se uskutečňující v sociálním prostředí třídy. Učitel svou vyučovací činností podněcuje (v souladu s výukovými cíli) odpovídající učební aktivity žáka, tedy učení. Učením si žáci pod vedením učitele osvojují vědomosti, dovednosti, návyky ale také postoje.

„Vyučování je historicky ustálená forma cílevědomého a systematického vzdělávání i výchovy dětí, mládeže a dospělých.“ (Skalková, 2007, s. 111) Dále se Skalková domnívá, že vyučování se realizuje především ve školách různých typů, stupňů, v rodině, v různých kurzech a speciálních zařízeních. Během vývoje teoretického didaktického myšlení i praxe se objevovaly různé koncepce vyučování, rozvíjely se v kontextu jednotlivých sociálně-ekonomických a kulturních podmínek historických epoch. V minulosti naše vzdělávání ovlivňovalo mnoho koncepcí – například teorie vyučování německého pedagoga J. F. Herbarta, která ovlivnila dílo našeho nejvýznamnějšího myslitele české pedagogiky 19. století G. A. Lindnera. Další teorií vyučování je pedagogická koncepce J. Deweye, který vystoupil na počátku 20. století s ostrou kritikou herbartovské školy. Deweye odmítal jednostranný výcvik, při němž si žáci osvojují již hotové vědomosti. Říká, že pokud žáci nejsou v učení činní, vede to pouze k mrtvým a izolovaným vědomostem. Jeho snaha byla vybudovat školu těsně spjatou se životem, praktická zkušenost žáků se tak stala základním rysem vyučovacího procesu.

Vyučování je základním výchovně-vzdělávacím procesem. Ve vyučování ve školním prostředí vystupuje učitel a žák, oba dva subjekty by měly být ve vzájemné interakci. Učitel by měl v této interakci působit na žáky tak, aby u nich docházelo k učení. Hlavním předpokladem pro učení žáků je schopnost učitele dobře didakticky transformovat učivo.

Podle Průchy (2002) existuje těchto 5 nejdůležitějších vlastností, které charakterizují vyučování v prostředí školy:

Vyučování je sekvence určitých aktivit zúčastněných subjektů: učitel i žáci něco vykonávají – učitel prochází třídou, vykládá, zapisuje na tabuli, žáci sedí v lavicích, poslouchají, pracují na zadaných úkolech. Aktéři vyučování na sebe vzájemně působí a ovlivňují se, což znamená, že vyučování je sociální interakce.

Vyučování je nemožné bez komunikace: komunikace v edukačním procesu probíhá především verbální a mluvená, někdy verbální psaná. Může být také neverbální, ale ta je velmi omezena, v podstatě doprovází verbální komunikaci.

Pro každé vyučování je charakteristické to, že probíhá v nějakých časových úsecích: vyučování probíhá především ve vyučovacích hodinách, vyučovacích dnech atd.

V každé jednotce vyučování se edukační proces týká nějakého konkrétního obsahu: obsah vyučování je v případě školního vzdělávání určován jednotlivými vyučovacími předměty nebo tématy vyučování.

Vyučování ve školní třídě se uskutečňuje ve specifickém edukačním prostředí: edukační prostředí je fyzické (učebna a její vybavení) a psychosociální (struktura sociální skupiny a vztahy v ní). Psychosociální klima vyučování je rozhodující pro vzdělávání žáků.

Cílem vyučování Skalková (2007) chápe zamýšlený a očekávaný výsledek, ke kterému učitel v součinnosti se žáky směřuje. Zamýšlený a očekávaný výsledek se projeví jako změny ve vědomostech, dovednostech, vlastnostech žáků, v utváření jejich hodnotové orientace i v jejich osobnostním rozvoji.

1.1.1 Transmisivní a konstruktivistický přístup

Ve školním prostředí převládají dva přístupy ve vyučování. Prvním přístupem je transmisivní přístup. Setkáváme se tu s vyučováním jako jednosměrným procesem, kdy učitel přenáší své poznatky na žáky. Hejný a Kuřina (2001) jsou přesvědčeni, že transmisivní vzdělávání, které je zásadně orientováno na přenos části hotové vědy ze světa kultury (například z učitelovy mysli, učebnic apod.) do pamětí žáků, není optimální, protože se soustřeďuje na fakta a výsledky, nikoli na porozumění. Sice dává možnost k rozvoji paměti, ale nedochází k dostatečné kultivaci myšlení a dává málo podnětů k rozvoji tvořivosti. Velkým negativem transmisivního přístupu k vyučování je formalismus ve vzdělávání.

Druhým a významným přístupem je konstruktivistická koncepce. Učitelé by měli podle Hejného a Kuřiny (2001) hlavně motivovat žáky k aktivitě, což může probíhat mnoha různými způsoby, v matematice za nejdůležitější považují vhodné otázky, problémy, paradoxy, výsledky apod. Učitelé mají za úkol podněcovat žáky k formulaci vlastních nápadů, názorů, ale také námitek. Pokud se jim toto podaří, nastartuje se tím u žáků konstruktivní poznávací proces, žáci si tak vytvářejí představy a budují si vlastní poznatkovou strukturu. Učitelé shrnují podstatné rysy učiva na dobře zvolených příkladech a používají k tomu vhodné modely. Vzdělávací proces se uzavírá řešením úloh na procvičení, ale také úloh na aplikaci. Pro tento přístup je charakteristické aktivní vytváření matematiky v duševním světě dítěte. Pokud dítě řeší nějaký problém, učitel mu může sdělovat všechny potřebné informace, vysvětlovat pojmy, odkazovat na jiné informace (v encyklopediích, příručkách), ale vše musí probíhat „ve službě“ rodící se matematiky v duševním světě žáka. Konstruktivní přístup může obsahovat transmisi, ale také i instrukce k řešení typických úloh. Výhodou konstruktivního přístupu je omezení rizika formalismu, protože jsou zde tři poznávací kritéria, která mají vnitřní povahu – vhled, porozumění a použití.

1.2 Kurikulum

Podle Skalkové (2007) bylo kurikulum známé již v době J. A. Komenského, ale tento termín vymizel z jazykového povědomí. Ve 20. století znovu pronikl z angloamerického prostředí do pedagogické terminologie ostatních jazykových oblastí. Autorka se domnívá, že pojem kurikulum není jednoznačně definován. Pojmem kurikulum se rozumí celek učebního plánu a sled předmětů, specifické obsahy látky, souhrn zkušeností, které získávají žáci, vyučovací metody, prostředky a pomůcky odpovídající daným obsahům, adekvátní příprava učitelů.

Walterová (in Kalhous, Obst, 2002) rozlišuje následující podoby kurikula: doporučené, předepsané, realizované, podpůrné, hodnocené a osvojené. **Doporučené kurikulum** je dokument, který řeší základní koncepční otázky kurikula. Oficiální dokument, který je závazný pro určité typy škol nebo pro celý vzdělávací systém se nazývá **předepsané kurikulum**. **Realizované kurikulum** je to, co učitel realizuje ve třídě; **podpůrné kurikulum** jsou učebnice, časové dotace, zaměstnanci školy, vzdělávání učitelů, vybavení školy podporující realizaci předepsaného kurikula. Kurikulum převedené do testů, zkoušek apod. je tzv. **hodnocené kurikulum**. **Osvojené kurikulum** je to, co se žáci skutečně naučí.

Dále ještě autorka Walterová (in Kalhous, Obst, 2002) rozlišuje kurikulum formální, neformální a skryté. Podle autorky je **formální kurikulum** komplexní projekt cílů, obsahů, prostředků a organizace vzdělávání, realizace projektovaného kurikula ve vzdělávacím procesu (ve výuce) a způsob kontroly a hodnocení výsledků výuky. **Neformální kurikulum** jsou všechny aktivity a zkušenosti vztahující se ke škole, což znamená, že jsou to i mimotřídní a mimoškolní aktivity organizované školou, například výlety, soutěže, exkurze, ale i domácí studium, úkoly a příprava žáků na vyučování. **Skryté kurikulum** postihuje další souvislosti života školy, které nejsou obvykle explicitně vyjádřeny v programech a jsou obtížně postižitelné, například étos a klima školy, vztahy mezi učiteli a žáky, vztahy mezi školou a rodiči žáků, způsoby diferenciace žáků, pravidla chování ve třídě, sociální struktura třídy, charakter školního prostředí, implicitní obsah učebnic a učitelova výkladu.

Kurikulum by správně mělo být psané z pozice žáka (měl by to být systém jeho zkušeností, výstupních dovedností, významů). V tom se liší kurikulum od osnov, protože osnovy zohledňují učitele (co vykládá, dělá). (Kalhous, Obst, 2002)

1.3 Didaktické zásady

Kalhous a Obst ve své Školní didaktice (2002) uvádí, že didaktické zásady jsou obecné požadavky, které v souladu se základními zákonitostmi výuky a s výchovnými a vzdělávacími cíli určují její charakter. Didaktické zásady se vztahují na všechny stránky výuky – na učitelovo vyučování, formy výuky, metody výuky i na materiální didaktické prostředky, na poznávací činnost žáka, učivo apod. Didaktické zásady jsou objektivní, ale také subjektivní, protože záleží na učiteli, na jeho kvalifikaci, osobnosti, odpovědnosti atd., zda stanovené požadavky při výuce skutečně uplatní.

Dále Kalhous a Obst (2002) uvádějí sedm didaktických zásad: zásada komplexního rozvoje osobnosti žáka, zásada vědeckosti, zásada individuálního přístupu k žákům, zásada spojení teorie s praxí, zásada uvědomělosti a aktivity, zásada názornosti, zásada soustavnosti a přiměřenosti.

Zásada komplexního rozvoje osobnosti znamená, že si učitel při didaktické analýze učiva musí uvědomit, jaké možnosti dává učivo k rozvoji osobnosti žáka v jeho třech základních oblastech – kognitivní, afektivní a psychomotorické. Podstata učitelovy práce musí být vždy komplexní.

Zásada vědeckosti znamená, že učitel se celoživotně vzdělává ve vědeckých disciplínách, které tvoří základ jeho vyučovacích předmětů. Měl by své poznatky aktualizovat. Umět vědecké informace vhodnými výukovými metodami předávat a provázet žáky při jejich vyhledávání, zpracování a využívání. Učitel umí rozvíjet myšlení žáků, vede je k porozumění.

Při **zásadě individuálního přístupu** k žákům by měl učitel dobře poznat individuální zvláštnosti žáka (zdravotní stav, úroveň myšlení, chápání řeči, úroveň citových a volních procesů, zájmy, charakterové vlastnosti, postoje k učení, osobní zkušenosti, rodinné prostředí apod.), protože jde o znaky podstatné pro efektivní výuku. Po poznání těchto individuálních zvláštností učitel řídí učení žáků tak, aby každý žák měl možnost pocítit úspěch v učební činnosti.

Aby učitel dodržoval **zásadu spojení teorie s praxí**, měl by žáky vést ke vnímání rozvíjejících se podnětů okolí školy, učit je hledat v praxi potřebné informace, zpracovávat je a dokázat je v praxi uplatňovat.

O **zásadě uvědomělosti a aktivity** mluvíme, pokud si žák uvědoměle osvojí poznatky, znamená to, že jsou hluboce pochopené a žák na jejich základě dovede něco zrealizovat – vysvětlit, formulovat vlastními slovy, aplikovat v praxi.

Zásada názornosti byla a je zdůrazňována významnými pedagogy. Jde zpravidla o zrakové vnímání žáka. Názornost spočívá také v tom, že výklad učitele je ilustrován srozumitelnými příklady a učitel používá pojmy, jejichž význam žáci dobře znají.

Platí, že žáci lépe chápou, zapamatují si a používají v praxi poznatky osvojené v určitém logickém uspořádání. Poznatky by měly tvořit pro žáky přijatelnou posloupnost a jeden poznatek logicky vyplývá z druhého. Hovoříme o **zásadě soustavnosti a přiměřenosti**.

1.4 Mezipředmětové vztahy a klíčové kompetence

Pedagogický slovník (Průcha, Walterová, Mareš, 1995) popisuje mezipředmětové vztahy jako vzájemné souvislosti mezi jednotlivými předměty, chápání příčin a vztahů, které přesahují předmětový rámec a také jako prostředek mezipředmětové integrace.

Existují přímé vazby mezi historií a politikou, ekonomií, zeměpisem, filosofií, etikou, dále mezi přírodovědnými obory matematikou a fyzikou, zeměpisem a biologií apod. Máme k dispozici velké množství teoretických pojednání o výhodách mezipředmětových vztahů, ale vyvstává otázka jejich aplikace v praxi. Ukazuje se, že učitelé v mnoha zemích nejsou v dostatečné míře pedagogicky a prakticky vybaveni či připraveni pro výuku mezipředmětových vztahů, proto se taková výuka vyskytuje ve školní praxi pouze výjimečně. Dalším negativem je obtížná a velmi náročná příprava výuky využívající těchto mezipředmětových vztahů. (Homerová, 2012, Binterová et al., 2015)

Mezi evropskými zeměmi jsou značné rozdíly. V některých zemích učitelům poskytují odbornou pomoc pedagogické ústavy a vzdělávací instituce, tudíž dochází k bezproblémovému zařazování mezipředmětových vztahů do výuky a výchovy. Naopak v jiných zemích se výuka mezipředmětových vztahů vyskytuje ojediněle, protože učitelé nemají žádnou oporu. Chceme-li najít vzor výuky mezipředmětových vztahů, můžeme nahlédnout k britským a skandinávským učitelům, kteří mají v této oblasti obrovskou výhodu, jelikož mají oporu v pedagogických institucích a také jim byla poskytnuta příslušná pedagogická příprava. Na mnoha vysokých školách se studenti učitelství učí o důležitosti výuky s mezipředmětovými přesahy, ale chybí praktické uchopení této výuky. Například britské „teaching units“ jsou skvělým příkladem ostatním zemím, protože integrují takové výchovné cíle, které vedou k demokratickému a kritickému občanství. Tím jsou pro učitele i výuku potřebné. (Homerová, 2012)

Zřejmý nedostatek mezipředmětových vztahů je patrný v tradicionalisticky pojatých programech. Výzkum (EU projekt "Assessment and Initial Teacher Education" a Comparative study, dr. Falk Pingel:"Interdisciplinary History") ukázal, že ve většině evropských programů chybí integrace interkulturních souvislostí. Děti se učí hlavně národní kulturu, výuka zacílená na evropské dimenze je opomíjena. Proto například západoevropští studenti velmi dobře znají kulturní minulost své země, ale mají jen malé vědomosti o kultuře zemí střední Evropy a naopak. Mezipředmětové vazby mohou být motivací ve všech fázích výuky humanitních předmětů, jsou také významnou pomocí pro výchovné působení. (Homerová, 2012)

Mezipředmětové vztahy jsou tematicky obsaženy v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (RVP ZV), kde se o nich mluví jako o tzv. průřezových tématech. RVP ZV vymezuje průřezová témata jako okruhy aktuálních problémů současného světa, které se stávají významnou a nedílnou součástí základního vzdělávání. Průřezová témata jsou povinnou součástí základního vzdělávání a lze je využít jako integrativní součást vzdělávacího obsahu vyučovacího předmětu nebo v podobě samostatných předmětů, projektů, seminářů, kurzů apod. Dle RVP ZV máme celkem šest průřezových témat: Osobnostní a sociální výchova, Výchova demokratického občana, Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech, Multikulturní výchova, Environmentální výchova a Mediální výchova. (Hudecová, 2005, RVP ZV, 2016)

Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí. Klíčové kompetence jsou podle RVP ZV (2016, s. 10) „souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti." Tyto klíčové kompetence vedle sebe nestojí izolovaně, různě se prolínají, mají nadpředmětovou podobu a můžeme je získat jen jako výsledek celkového procesu vzdělávání, tudíž k jejich utváření a rozvíjení musí směřovat a přispívat vzdělávací obsah, aktivity i činnosti, které ve škole probíhají. Osvojování klíčových kompetencí je dlouhodobý a složitý proces, získané klíčové kompetence jsou neopomenutelným základem žáka pro celoživotní učení, vstup do života a do pracovního procesu. V RVP ZV jsou za tyto klíčové kompetence považovány:

kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní. (RVP, 2016)

1.5 Kompetence začínajícího učitele

Kdy může být pedagog tvůrcem své profese a za jakých okolností je jeho aktivní schopnost vytvářet vztahy funkční? Procházka (in Somr, 2013) se touto otázkou zabývá. Domnívá se, že problém je spojen se složitým komplexem kompetencí, které každý učitel potřebuje pro vykonávání své profese a také tento problém souvisí s kvalitou vysokoškolského vzdělávání, které postupně rozvíjí dané kompetence.

Pedagogický slovník (Průcha, Walterová, Mareš, 1995) definuje kompetence učitele jako soubor profesních dovedností a dispozic, kterými má být učitel vybaven, aby mohl své povolání vykonávat efektivně. Kompetence učitele jsou hlavně kompetence osobnostní a kompetence profesní. Osobnostní kompetence zahrnují zodpovědnost, tvořivost, schopnost řešit problémy, spolupracovat v týmu, být sociálně vnímavý a reflexivní. Profesní kompetence je obsahová složka profese (tedy znalost předmětu) i komunikativní, řídící, diagnostická složka aj.

Na základě profesních kompetencí učitele se určuje tzv. profesní standart, který označuje normu pro vstup do učitelské profese. Profesní standart tvoří klíčové kompetence, které jsou pro vykonávání profese pedagoga nejdůležitější. Při vymezování klíčových kompetencí učitele vycházíme ze dvou zdrojů: funkce školy v moderní společnosti a Delorsův koncept „čtyř pilířů“ vzdělávání. Funkce školy v moderní společnosti jsou funkce kvalifikační, socializační, prospektivní a osobnostní. Delorsovy „čtyři pilíře“ vzdělávání vyjadřují tyto cílové oblasti vzdělávání: **učit se poznávat** (žák osvojuje teoretické a praktické znalosti, pomocí nich žák poznává svět, učí se učit se a řídit své učení); **učit se jednat** (žák se učí komunikovat v různých životních oblastech); **učit se žít společně s ostatními** (žáci se učí spolupracovat s ostatními a podílejí se na společenských činnostech); **učit se být** (žák se učí porozumět sobě samotnému i druhým lidem, zdokonalovat svou osobnost v kontextu morálních hodnot společnosti. (Švec, 2005)

1.6 Profesní kompetence učitele

Vašutová (in Švec, 2005) z uvedených východisek odvozuje tyto klíčové profesní kompetence učitele: kompetence oborově předmětová, kompetence psychodidaktická, kompetence obecně pedagogická, kompetence diagnostická a intervenční, kompetence psychosociální a komunikační, kompetence manažerská a normativní, kompetence profesně a osobnostně kultivující.

Kompetence oborově předmětová znamená, že učitel je schopen v rámci své aprobace transformovat poznatky příslušných oborů do vzdělávacích obsahů hodin. Dovede integrovat mezipředmětové poznatky a vytvářet mezipředmětové vazby. Ve svých přípravách využívá moderní informační technologie.

Z **kompetence psychodidaktické** vyplývá, že učitel ovládá strategie učení a vyučování na základní škole. Využívá různých metod, forem, prostředků apod. ve výuce svých předmětů a umí vše přizpůsobit požadavkům dané školy a individuálním potřebám žáků. Zná vzdělávací programy na daném stupni školy a dokáže s ním pracovat při vytváření vlastní výuky. Umí používat školní hodnocení v praxi. Ve své výuce využívá informační a komunikační technologie.

Pokud učitel zná a aplikuje v praxi procesy výchovy, orientuje se v kontextu výchovy a vzdělávání na základě znalostí vzdělávacích soustav. Podporuje rozvoj individuálních kvalit žáků, zná práva dětí a respektuje je ve své výuce, jedná se o **kompetenci obecně pedagogickou**.

Při **kompetenci diagnostické a intervenční** vyučující používá metody a techniky pedagogické diagnostiky žáka a třídy. Identifikuje žáky se specifickými vzdělávacími potřebami a dovede jejich možnostem přizpůsobit výběr učiva a výukové metody. Vzdělává nadané žáky. Rozpozná sociálně patologické jevy, šikanu a týrání, ovládá možnosti prevence i nápravy. Zná prostředky k zajištění kázně ve třídě, dobře řeší školní výchovné situace a problémy.

Kompetence psychosociální a komunikativní znamená, že se učitel podílí na spoluvytváření školního i třídního klimatu, ovládá i metody a techniky diagnostiky psychosociálního klimatu třídy. Podporuje socializaci žáků, orientuje se v náročných životních situacích ve škole i mimo školu a je schopen tyto situace řešit. Je si vědom možnosti i míry vlivu mimoškolního prostředí na žáky, analyzuje příčiny negativního chování i postojů žáků a zvládá jejich nápravu. Je schopen efektivní komunikace se žáky, ale také i s jejich rodiči a s kolegy ve škole.

Kompetence manažerská a normativní představuje řízení třídy a organizaci práce (skupinovou i samostatnou) žáků. Učitel vytváří takové podmínky, aby docházelo ke spolupráci žáků. Ohledně výkonu své profese zná základní zákony, normy a dokumenty, které se k ní vztahují. Zná podmínky a procesy fungování školy a možnosti její evaluace, zvládá základní administrativní úkoly, které se pojí k evidenci žáků. Je schopen organizovat i mimoškolní aktivity žáků.

Z **kompetence profesně a osobnostně kultivující** vyplývá učitelova vybavenost základními znalostmi z oblasti filozofické, kulturní, politické, právní a ekonomické. Vyučující dodržuje zásady učitelské etiky, vystupuje jako pedagogický profesionál, dokáže spolupracovat s kolegy. Provádí sebereflexi s využitím sebehodnocení a hodnocení různými subjekty – ředitel školy, inspektor, kolega, žák, rodič. Umí reagovat na změny výchovně-vzdělávacích podmínek ve škole i ve třídě.

Tyto výše uvedené kompetence podle Procházky (in Somr, 2013) charakterizují každou kategorii profesních činností učitelů a pedagogických pracovníků. Vytvářejí tedy společný systémový rámec, který popisuje kompetentního, profesionálního a kvalitního učitele.

1.7 Příprava učitele na vyučování

Hlavním úkolem učitele je navrhnout takovou učební činnost, při níž žáci nejefektivněji získají dovednosti a poznatky, které jsou stanoveny jako výukové cíle pro danou vyučovací hodinu. Každý učitel potřebuje mít na začátku vyučovací hodiny určitou představu o tom, co chce žáky naučit. Navíc učitel musí vzít také v úvahu to, že při stanovení výukových cílů musí vzít v úvahu rozsah a typ schopností žáků, jejich předchozí znalosti, zkušenosti a požadavky, které na ně budou v následujících fázích vyučovacího procesu kladeny. (Kyriacou, 1991)

Kyriacou (1991) popisuje prvky plánování a přípravy hodiny následovně: výběr vzdělávací cílů, výběr náplně hodiny a učebních činností, příprava všech pomůcek, způsob hodnocení a sledování pokroků žáků.

Výběr vzdělávacích cílů pro danou vyučovací hodinu: výukový cíl popisuje cílový stav procesu žákova učení. Při výběru výukových cílů je třeba věnovat zvláštní pozornost návaznosti těchto cílů na předchozí i budoucí práci žáků a také nakolik jsou vhodné pro rozšíření jejich současných dovedností, postojů a zájmů. „Například než se rozhodnete začít vyučovat o prvočíslech, položte si otázku, zda žáci již vědí, co to znamená, že některá čísla jsou dělitelná a jiná nedělitelná." (Kyriacou, 1991, s. 37) Dále se Kyriacou domnívá, že návaznost nového učiva na předchozí je skutečně důležitá, protože pokud žáci budou vnímat nové učivo v těšné návaznosti na dříve získané poznatky, velmi to zvyšuje efektivitu jejich učení. Podle Kalhouse a Obsta (2002) považujeme při výuce za žádoucí výukové cíle kognitivní (vzdělávací), afektivní (postojové) a psychomotorické. Každý z nich musíme promýšlet a formulovat samostatně.

Výběr náplně hodiny a výběr učebních činností: při výběru náplně hodiny se učitel řídí kurikulem. Učitel musí být schopný rozdělit téma na několik odlišitelných prvků a zvolit ucelený, logický a efektivní postup k probrání učiva. Tady se klade jeden z nejnáročnějších požadavků na začínající učitele, protože ten se musí rozhodnout, jak tento úkol, co nejlépe realizovat, aby potřeby žáků byly naplněny. Při výběru učebních činností má učitel prostor pro vlastní rozhodnutí. Vybrané činnosti musejí podnítit a udržovat pozornost, motivaci a také zájem žáků.

Příprava všech pomůcek, které chce učitel ve své hodině použít: pomůcky jsou například: sestavení pracovních listů, uspořádání lavic ve třídě, kontrola a funkčnost potřebného vybavení (PC, zvuková nahrávka apod.) Učitel musí mít na paměti, že použité pomůcky musí odpovídat zamýšlenému výukovému cíli.

Rozhodnutí o způsobu, jakým bude učitel sledovat a hodnotit pokroky žáků: učitel musí od začátku hodiny sledovat a vyhodnocovat postup práce a dosahované výsledky žáků, aby tak zajistil efektivnost dané vyučovací hodiny. Tímto zjišťuje, co je potřeba v původním plánu hodiny pozměnit. Vyučující musí prověřovat, tázat se, kontrolovat a testovat, zda žáci postupují zamýšleným směrem k dosahování stanovených cílů. I tento krok si učitel musí promyslet a naplánovat – v jaké části hodiny a jakým způsobem získá zpětnou vazbu od žáků. Může položit několik otázek o probíraném tématu nebo se přímo žáků zeptat, jestli narazili na nějaký problém. Prověřit získané znalosti může testem i zadáním domácího úkolu.

Při přípravě na vyučování se učitel musí také zamyslet nad tím, zda bude třeba, aby se na hodinu připravili i žáci – prostudování nějakých materiálů, zopakovat předcházející učivo, přinést do školy nějaké pomůcky apod. Pokud to bude nutné, učitel na to musí předem upozornit. (Kyriacou, 1991)

Dále Kyriacou (1991) uvádí 10 klíčových otázek týkající se plánování a přípravy na vyučování:

1. Stanovila jsem si pro tuto vyučovací hodinu jasný výukový cíl?
2. Odpovídají stanovené výukové cíle potřebám žáků (jejich schopnostem, zájmům, motivaci, kontextu hodiny) a jejich práci v minulosti i budoucnosti jako součásti celkového programu učení?
3. Slouží obsah hodiny, zvolené učební činnosti i struktura hodiny k dosažení stanovených vzdělávacích cílů? Jsou zvolené tak, aby vedly k udržení zájmu a motivace žáků?
4. Jaké výkony budu od žáků během vyučování očekávat, jak budu sledovat jejich pokrok, abych mohla hodnotit, zda vyučovací hodina vede k získání zamýšlených vědomostí a dovedností?
5. Připravila jsem si a zkontrolovala všechny pomůcky, vybavení i materiály, jaké budu v danou hodinu potřebovat?
6. Zapsala jsem si do přípravy na hodinu všechny informace, které budu potřebovat (například výsledky příkladů či další práci, pokud by na konci hodiny zbyl čas)?
7. Připravila jsem žáky na tuto hodinu, upozornila jsem je předem, co si musí zopakovat nebo připravit?
8. Mám všechny odborné znalosti, které jsou potřebné k tomu, abych mohla o daném tématu vyučovat?
9. Jak budu během hodiny provádět hodnocení?
10. Musím něčemu v hodině věnovat zvláštní pozornost? Například pokud budu mít ve třídě žáka se speciálně vzdělávacími potřebami, mám naplánovanou nějakou činnost, která bude vyžadovat zvlášť pečlivý dohled?

Jakmile má učitel hotovou přípravu vyučovací hodiny, provádí její realizaci. Jako poslední krok musí učitel odučenou hodinu vyhodnotit. Vyhodnocení realizované hodiny provádí položením si otázky, zda bylo stanovených výukových cílů skutečně dosaženo. Evaluace hodiny je dobrým ukazatelem, který může vést ke změně cílů pro následující vyučovací hodiny. (Petty, 1996)

1.8 Taxonomie výukových cílů

Taxonomie výukových cílů je velice užitečná, protože nevede jen k zapamatování a reprodukci učiva. Učitel pomocí taxonomie může zajistit, aby žáci ve výuce dosáhli potřebných poznatků, ale zároveň se učili vědomosti, dovednosti a postoje aplikovat, provádět s nimi náročnější myšlenkové operace apod. Při zpracování taxonomie vzdělávacích cílů se vycházelo ze dvou aspektů – procesu záměrné změny osobnosti žáka, ke které dochází při výuce a z hlediska celistvosti osobnosti. Tyto dva aspekty jsou základem členění na taxonomii cílů kognitivních, afektivních a psychomotorických cílů. (Kalhous, Obst, 2002)

Zjednodušeně můžeme říci, že taxonomii vzdělávacích cílů lze využít, pokud potřebujeme provést diferenciaci obtížnosti učiva a tam, kde plánujeme a kontrolujeme dosažené výsledky naší výuky (například standardy vzdělávacích cílů). (Vávra, 2011)

1.8.1 Bloomova taxonomie kognitivních cílů

B. S. Bloom zaměřil svou taxonomii kognitivních cílů na přímou kognitivní činnost žáků. Slouží k logickému propojení učiva a činností žáků, ale také k zajištění lepší zpětné vazby o tom, na jaké úrovni zvládl žák příslušný úkol. Skládá se ze šesti kategorií cílů, které jsou uspořádány podle úrovně náročnosti od nejjednodušších po nejnáročnější:

1. znalost (zapamatování),
2. porozumění,
3. aplikace,
4. analýza,
5. syntéza,
6. hodnocení.

Toto hierarchické uspořádání předpokládá, že k dosažení vyšší cílové kategorie je nezbytné dokonalé zvládnutí příslušného učiva na předcházející úrovni. (Kalhous, Obst, 2002)

Pro lepší pochopení Bloomovy taxonomie kognitivních cílů je přiložena tabulka od Skalkové (2007, s. 122) obsahující i slovník aktivních sloves, která učiteli usnadní vymezování vyučovacích cílů.

Tabulka 1: Bloomova taxonomie s aktivními slovesy (převzato od Skalkové, 2007)

Cílová kategorie (úroveň osvojení)	**Typická slovesa a jejich vazby používané k vymezování cílů**	
1. Zapamatování (znalost) specifických informací terminologie a fakta, klasifikace, kategorizace, obecné poznatky a generalizace v oboru teorie struktur	definovat doplnit napsat opakovat pojmenovat popsat	přiřadit reprodukovat seřadit vybrat vysvětlit určit
2. Pochopení (porozumění) překlad z jednoho jazyka do druhého, z jedné formy komunikace do druhé, jednoduchá interpretace, extrapolace (vysvětlení)	dokázat formulovat ilustrovat interpretovat objasnit odhadnout	opravit převést vyjádřit vlastními slovy vysvětlit vypočítat zkontrolovat
3. Aplikace použít abstrakci a zobecnění (teorie, zákony, principy, metody) v konkrétních situacích	aplikovat demonstrovat diskutovat interpretovat načrtnout navrhnout	použít prokázat registrovat řešit uvést vztah uspořádat
4. Analýza rozbor komplexní informace (systému, procesu) na prvky, stanovení hierarchie prvků, principů jejich organizace, interakce mezi prvky	analyzovat provést rozbor rozhodnout	rozlišit rozčlenit specifikovat
5. Syntéza složení prvků a jejich částí do nového celku (ucelené sdělení, plán operací	kategorizovat klasifikovat kombinovat	organizovat reorganizovat shrnout

nutných k vytvoření díla nebo projektu, odvození souboru abstraktních vztahů k účelu klasifikace nebo objasnění jevů)	modifikovat napsat sdělení	vytvořit obecné závěry
6. Hodnotící posouzení posouzení materiálů, podkladů, metod a technik z hlediska účelu podle kritérií, která jsou dána nebo která si žák navrhne sám	argumentovat obhájit oponovat podpořit názory porovnat provést kritiku	posoudit prověřit srovnat s normou uvést klady a zápory zdůvodnit zhodnotit

1.8.2 Revidovaná Bloomova taxonomie

Bloomova taxonomie byla výrazně revidována ve druhé polovině 90. let minulého století, tuto revizi provedl tým pod vedením D. R. Krathwola. Revidovaná Bloomova taxonomie je dvojdimenzionální taxonomie vzdělávacích cílů, která zahrnuje znalostní dimenzi a dimenzi kognitivních procesů. (Hubblová, 2011) Původní taxonomie zahrnovala kognitivní, afektivní a psychomotorické cíle, revidované pojetí se soustřeďuje pouze na kognitivní oblast jako oblast komplexní, které učitelé dávají přednost. Afektivní cíle odvozují od kognitivních, protože se domnívají, že každý kognitivní cíl má v sobě afektivní prvky. Tato taxonomie umožňuje hlubší zamyšlení nad edukačními cíli než původní Bloomova taxonomie, a pokud ji budeme správně aplikovat, docílíme efektivnějšího vzdělávacího procesu. (Hudecová, 2004)

1.8.2.1 Změny

Hudecová (2004) popisuje změny, které byly provedeny v Bloomově taxonomii. Změna byla provedena v chápání kategorie Syntéza, protože nezahrnovala velmi významnou a v dnešní době cílovou kategorii vzdělávání, tedy kritické myšlení a řešení problémů. Kategorie Syntéza byla nahrazena kategorií Tvořit, která obsahuje tvůrčí prvek a také zhodnocení. Došlo tím také k prohození pořadí. Drobná změna proběhla u kategorie Pochopení, která se pouze přejmenovala na Porozumění. Zaznamenáváme důležitou terminologickou změnu a to takovou, kdy formulace cíle je tvořena spojením slovesa s podstatným jménem (například vytvořit schéma apod.)

V revidované taxonomii nemusíme postupovat od nejjednodušší kategorie po nejsložitější (jak je tomu v původní Bloomově taxonomii), ale může docházet k prolínání jednotlivých kategorií (například žáci mohou v některých situacích hodnotit, aniž by aplikovali apod.). Důležité je, aby se na konci vyučování projevily všechny dimenze tedy, aby byla dodržena komplexnost. (Hudecová, 2004)

1.8.2.2 Dimenze revidované taxonomie

Revidovaná taxonomie má dvě dimenze a to dimenzi poznání a dimenzi kognitivních procesů, každá dimenze zahrnuje jiný počet kategorií.

Dimenze poznání zahrnuje 4 kategorie: znalost faktů, konceptuální znalost, procedurální znalost a metakognitivní znalost. Do kategorie **znalost faktů** patří základní prvky, které musí žáci znát, aby byli s problémem seznámeni a byli schopni řešit problémy. Jde o znalost terminologie a znalost specifických detailů a prvků. **Konceptuální znalost** je znalost vzájemných vztahů mezi základními prvky uvnitř větších systémů umožňující jejich vzájemné fungování. Jde o znalost klasifikací a kategorií, znalost principů a generalizací, znalost teorií, modelů a struktury. **Procedurální znalost** znamená, jak něco dělat, metody dotazování, kritéria pro používání dovedností algoritmů, metod apod. Patří sem znalost specifických oborových dovedností, znalost speciálních oborových technik a metod, znalost kritérií pro použití příslušných postupů. **Metakognitivní znalosti** jsou obecné znalosti o tom, jak jedinec poznává a uvažuje o svém vlastním myšlení. Do metakognitivních znalostí patří znalost strategie, znalost kognitivních úkolů včetně znalosti kontextu a podmínek a sebepoznání. Je to znalost žáků týkající se jejich vlastního poznávání a kontroly nad svým vlastním chováním. Je to také znalost strategií, které žák uplatňuje v učení, myšlení nebo také při řešení problémů. (Hubblová, 2011, Hudecová, 2004)

Dimenzi kognitivních procesů tvoří 6 kategorií – zapamatovat, rozumět, aplikovat, analyzovat, hodnotit a tvořit. Pro lepší názornost je přiložena tabulka od Hudecové (2004).

Tabulka 2: Revidovaná Bloomova taxonomie (převzato od Hudecové, 2004)

	DIMENZE KOGNITIVNÍHO PROCESU					
ZNALOSTNÍ DIMENZE	1. Zapamatovat	2. Rozumět	3. Aplikovat	4. Analyzovat	5. Hodnotit	6. Tvořit
A. Znalost faktů						
B. Konceptuální znalost						
C. Procedurální znalost						
D. Metakognitivní znalosti						

1.9 Pojmotvorný proces v matematice

Luhan (1990) se domnívá, že nejstěžejnějším úkolem učitele matematiky (vedle ovládnutí řešení matematických úloh) je vytváření správných a trvalých matematických představ a pojmů ve vědomí žáků a jejich využívání v průběhu matematické činnosti. Pojmotvorný proces v matematice je velice náročný a dlouhodobý, jeho gnozeologickým základem je abstrakce.

Dále Luhan (1990) vytyčuje fáze pojmotvorného procesu v matematice: motivace, představa, pojem, definice a osvojení si a zobecňování pojmu. **Motivace** znamená, že učitel vytváří vnitřní citový vztah k předkládanému problému a touhu po poznání. U žáka tím navozuje potřebu vytvořit si představy k pochopení a řešení problému. **Představa** je názorná, globální, chudší na podrobnosti. Zůstávají tam zpravidla nejdůležitější znaky předmětu, proto je představa nutným mezistupněm od konkrétního obrazu předmětu ve vědomí (je to ve formě počitků a vjemů) ke zprostředkovanému abstraktnímu poznání. Fází **pojmu** tento gnozeologický proces vrcholí, pojem je nenázorný, abstraktní, hlubší obraz skutečnosti. Na rozdíl od představy může zachytit i vnitřní souvislosti jevů, protože představa nemůže být natolik abstraktní jako pojem. **Definice** je předpis, podle něhož můžeme o každém prvku rozhodnout, jestli patří do rozsahu daného pojmu. Pokud vyslovíme definici, pojmotvorný proces ještě nekončí. Fáze **osvojení si pojmu** (tím rozumíme didaktickou analýzu pojmu, jeho definici, prohlubování a procvičování pojmu i definice při řešení úloh atd.) **a zobecňování pojmu** (jedná se o rozšiřování obsahu pojmu) je dlouhodobá.

V hodině matematiky učitel zavádí pojem dvojím způsobem – induktivně a deduktivně. Fáze pojmotvorného procesu v induktivním způsobu probíhá: motivace → představa → pojem → definice → osvojení si a zobecňování pojmu. Pokud učitel zavádí pojem z hlediska deduktivního způsobu, fáze pojmotvorného procesu jsou následující: definice + pojem → představa → motivace → osvojení si a zobecňování pojmu. Deduktivní cestu používá učitel, jestliže zavádí pojmy organicky spojené s již zavedenými pojmy. Induktivní cesta je vhodná v nižších ročnících, naopak deduktivní cesta je vhodná pro vyšší ročníky základní školy. (Luhan 1990)

1.10 Slovní úlohy v matematice

Úloha je podle Kuřiny (2011) jakákoli výzva k činnosti, matematická úloha vyzývá svého řešitele k matematické činnosti. V každé úloze jde o určení něčeho (čísla, rozhodnutí, množiny, konstrukce, apod.). Podle rolí, které úlohy hrají ve vzdělávacím procesu, můžeme rozlišit úlohy motivační, ilustrační (příklady), procvičovací, diagnostické a úlohy kontrolní. Úlohy motivační, ilustrační a procvičovací slouží ke kultivaci žákova duševního světa, úlohy diagnostické a kontrolní k diagnóze úrovně žákových vědomostí.

Novotná (2000) ve svém díle uvádí definice slovních úloh od Odvárka a od Kuřiny. Dle Odvárka slovními úlohami ve školské matematice rozumíme takové úlohy, kde se v jejich zadání objevují objekty, jevy a situace z nejrůznějších matematických oblastí. Podle Kuřiny jde o úlohu, ve které je obvykle popsána určitá reálná situace a úkolem řešitele je určit odpovědi na položené otázky.

Úspěšné řešení úloh nemající rutinní charakter je závislé na intelektuální úrovni řešitele. Řešení úlohy není prioritně otázkou logiky, jde spíše o otázku intuice a tvořivosti, proto je řešení úloh tak zajímavé, a také proto je řešení úloh podstatné pro studium matematiky. Může to být i důvod, proč je matematika pro někoho obtížná. Navíc formálně naučená řešení nemají prakticky žádný význam. (Kuřina, 2011)

Dále podle Kuřiny (2011) je základním problémem řešení úloh jejich atraktivnost jako jedna z kladných složek motivace žáka. Pokud se žáci něčemu mají naučit, musí se chtít učit.

1.11 Přirozená čísla

Přirozená čísla jsou množinou obsahující kladná celá čísla $1, 2, 3, 4, \ldots$. Množina přirozených čísel se značí $\mathbb{N}$.[1]

Přirozená čísla slouží k vyjadřování počtu prvků konečných neprázdných množin a k vyjadřování pořadí prvků při jejich uspořádání. (Polák, 2014)

Představy o přirozených číslech, o početních operacích s nimi a jejich užití je jedním ze stěžejních cílů výuky matematiky na prvním stupni základní školy. Na prvním stupni také žáci poznávají číslo nula, čímž si poprvé rozšiřují pojem číslo. Na druhém stupni základní školy, popřípadě v nižších ročnících gymnázia si žáci rozšiřují obor přirozených čísel a nuly na obor celých čísel, později se výukou zlomků rozšiřuje na obor racionálních čísel. Žáci se na tomto stupni vzdělávání také setkávají s iracionálními čísly, ale učitelé je pro praktické výpočty nahrazují racionálními čísly (většinou desetinnými čísly) s danou přesností. (Polák, 2014)

1.11.1 Pythagorejci a přirozená čísla

Podle Bečváře (1993) Pythagorejci nechápali číslo 1 jako číslo, ale jako základní stavební kámen aritmetiky i geometrie. Přirozená čísla $2, 3, 4, 5, \ldots$ byla chápána jako

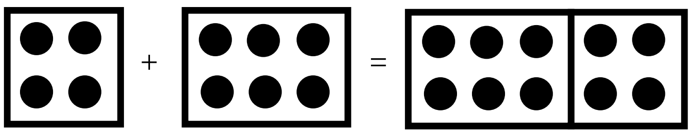
[1] Přirozená čísla. *Matematika.cz* [online]. Nová média s r. o. [cit. 2016-12-26]. Dostupné z: http://www.matematika.cz/prirozena-cisla

souhrny jednotek. Pythagorejci byli přímo fascinováni světem čísel, jednotlivá čísla pro ně měla zvláštní význam a moc. O sudých číslech říkali, že jsou to čísla ženská, lichá čísla byla označována jako mužská, číslo 4 představovalo spravedlnost, číslo 5 představovalo manželství (protože se sečte ženské číslo 2 a mužské číslo 3). Číslo 10 pro Pythagorejce představovalo dokonalost a veškeré jsoucno. Jde totiž o součet $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, kde číslo 1 znamená základní jednotku, ale i bod. Číslo 2 je základní jednotka sudých čísel, ale i to, že dva různé body určují přímku. Číslo 3 představuje základní jednotku lichých čísel, trojúhelník, ale i to, že tři body, které neleží v přímce, určují rovinu. Číslo 4 představuje čtyřstěn, ale i to, že čtyři body, které neleží v rovině, určují prostor.

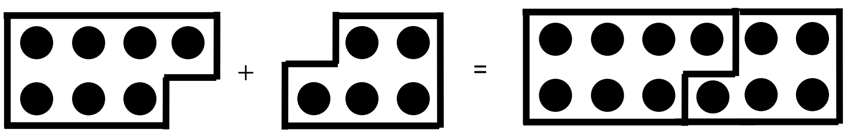
Pythagorejci se snažili ve světě přirozených čísel hledat řád, zákonitosti a harmonii, snažili se přirozená čísla klasifikovat. Ke klasifikaci využívali svou geometrickou interpretaci čísel – přirozená čísla byla reprezentována hromádkou kamínků, které začali třídit podle tvarů, do jakých byla možnost kamínky srovnat, tím dospěli k tzv. figurálním číslům, tedy k číslům trojúhelníkovým, čtvercovým, pětiúhelníkovým, šestiúhelníkovým, obdélníkovým. Ale i tak číslo 1 nebylo považováno za číslo, pro Pythagorejce mělo povahu základního stavebního kamene, tudíž nebyla chápána jako číslo trojúhelníkové, čtvercové atd. Většina důkazových metod se opírá o figurální čísla, protože jde o metodu „kladení před oči“, lze ji tedy s úspěchem využít i při vyučování matematiky. (Bečvář, 1993)

Například si můžeme ukázat, že

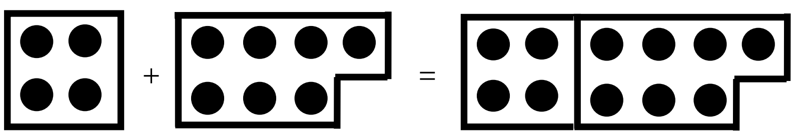
a) součet dvou sudých čísel je číslo sudé.



b) součet dvou lichých čísel je číslo sudé.



c) součet sudého a lichého čísla je číslo liché.



1.12 Dělitelnost podle Pythagorejců

Tento poznatek, tedy srovnávání čísel reprezentovaných hromádkami kamínků do různých obdélníků (popřípadě čtverců), můžeme využít k tomu, že ověřujeme situace, kdy nám zbude kamínek či ne, to znamená, že nalézáme zbytky při dělení. Můžeme tak rozlišit čísla složená a prvočísla a to tak, že složená čísla můžeme reprezentovat obdélníkovým nebo čtvercovým číslem, zatímco pro prvočísla to nelze. (Bečvář, 1993)

1.13 Dělitelnost

V Rámcovém vzdělávacím programu platného od ledna 2016 je dělitelnost přirozených čísel řazena na druhý stupeň základní školy, nalezneme ji v kapitole Číslo a proměnná. Podle Rámcového vzdělávacího programu je „dělitelnost přirozených čísel – prvočíslo, číslo složené, násobek, dělitel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel, kritéria dělitelnosti.“ (RVP, 2016, s. 35)

Josef Polák (2014) definuje dělitelnost v oboru přirozených čísel následovně: Pro $a, b \in N$ platí: Číslo a je násobkem čísla b neboli číslo a je **dělitelné** číslem b, právě když existuje přirozené číslo k takové, že $a = bk$. O číslu b se pak říká, že je **dělitelem** čísla a, což symbolicky zapisujeme $b|a$. Když b nedělí číslo a, píšeme $b \nmid a$.

1.13.1 Prvočíslo a složené číslo

Prvočíslo je každé takové přirozené číslo, která má právě dva různé dělitele, a to číslo 1 a samo sebe. Přirozené číslo, které má více než dva různé dělitele, nazývame číslo složené. Každé složené číslo můžeme rozložit na součin prvočísel. (Odvárko, Kadleček, 2004)

Polák (2014, s. 50) říká: „Přirozená čísla $n > 1$ mohou mít buď jen **samozřejmé dělitele** 1 a n, pak takové číslo n se nazývá **prvočíslo**, anebo pro číslo n existuje alespoň jeden další dělitel a pak se nazývá **číslo složené**. (Číslo 1 není ani prvočíslo, ani číslo složené.)“

Prvočísla představil například ve své sedmé knize Základů řecký matematik Euklides, který tvrdil, že prvočísel je více než jakékoli dané množství prvočísel. Důkaz je následující: „Předpokládejme, že existují pouze tři prvočísla a, b a c. Vynásobme je a přičtěme číslo 1, abychom získali $abc + 1$. Toto číslo musí být dělitelné nějakým prvočíslem, ale nemůže jím být žádné z oněch tří, neboť ta dělí beze zbytku součin abc, takže nemohou dělit také $abc + 1$, jelikož by potom musela dělit rozdíl těchto výrazů, který je 1. Nalezli jsme tedy nové prvočíslo, které odporuje tvrzení, že a, b, c jsou všechna prvočísla, jež existují.“ (Stewart 2014, s. 121, 122)

V dnešní době říkáme a dokazujeme, že prvočísel je nekonečně mnoho. Toto tvrzení Eukleides nemohl tvrdit, protože v jeho době (a až do 19. století) matematici uznávali potencionální nekonečno, kdyby Eukleides použil současnou formulaci, znamenalo by to připuštění aktuálního nekonečna. (Bečvář, 1993)

Eukleides také dokázal tvrzení, které se zpravidla nazývá základní větou aritmetiky – Každé přirozené číslo je buď prvočíslem, nebo může být vyjádřeno jako součin jednoznačně určených prvočísel, přičemž nezáleží na pořadí, v jakém jsou čísla zapsána. Prvočíselný rozklad je zřejmě nejznámější metodou, jak můžeme určit, zda zadané číslo je či není prvočíslem. Tento rozklad dostaneme, pokud zadané číslo dělíme postupně všemi prvočísly, která jsou menší nebo rovna odmocnině zadaného čísla. Pro malá čísla je prvočíselný rozklad docela vhodný, pro více než dvacetimístná čísla tento primitivní algoritmus nelze použít. (Devlin, 2002)

Řecký matematik Eratosthenes (asi 276 – 194 př. n. l.) přišel s metodou, jak nalézt všechna prvočísla. K vyhledávání prvočísel používal voskové tabulky, na kterých měl vypsány všechny přirozená čísla začínající číslem 1 a menší než 100. Vzal si nejmenší číslo v tabulce, tedy číslo 2, které ponechal a místa, kde se v tabulce nacházely násobky čísla 2, vypálil horkou jehlou dírky. Dalším nejmenším zbylým číslem bylo číslo 3, opět toto číslo ponechal a vypálil všechny jeho násobky. Třetí nejmenší číslo bylo číslo 5, toto číslo ponechal a vypálil opět jeho násobky horkou jehlou. Tento postup aplikoval i na další čísla. Když skončil metodu vyhledávání prvočísel, jeho vosková tabulka vypadala jako síto, proto se tato metoda hledání prvočísel v současné době označuje jako Eratosthenovo síto. Je více než jasné, že Eratosthenovo síto je omezené a použitelné jen při relativně malých konečných číslech, při volbě čísel v řádech tisíců a více je tato metoda velmi časově náročná a při ručním zpracováním téměř nepoužitelná. (Chlubný, Bustová, 2007)

1.13.2 Násobek

Následující pojmy násobek, společný násobek a nejmenší společný násobek přirozených čísel vymezuje Odvárko, Kadleček (2014) takto:

Přirozené číslo a se nazývá k-násobek, stručněji **násobek** přirozeného čísla b, pokud platí $a = k \cdot b$, kde k je přirozené číslo.

Společným násobkem přirozených čísel a, b, c rozumíme každé takové přirozené číslo, které je zároveň násobkem každého z těchto čísel.

Nejmenším společným násobkem přirozených čísel a, b, c se nazýváme ten společný násobek čísel $a, b, c,$ který je nejmenší ze všech jejich společných násobků. A značíme $n = (a, b, c)$.

1.13.3 Dělitel

Pojem dělitel, společný dělitel a největší společný dělitel přirozených čísel popisuje Odvárko, Kadleček (2004) následovně:

Přirozené číslo b se nazývá **dělitel** přirozeného čísla a, když podíl $a\!:\!b$ je přirozené číslo a zbytek je 0, platí, že $a\!:\!b = k$, kde k je přirozené číslo. Říkáme také, že číslo a je dělitelné číslem b.

Společný dělitel přirozených čísel a, b, c se nazývá každé takové přirozené číslo, které je zároveň dělitelem každého z těchto čísel.

Největší společný dělitel přirozených čísel a, b, c se nazývá ten společný dělitel čísel $a, b, c,$ který je největší ze všech jejich společných dělitelů. Značíme $D = (a, b, c)$.

1.13.4 Soudělná a nesoudělná čísla

Přirozená čísla a, b nazýváme **soudělná**, mají-li společného dělitele většího než jedna. V případě, že jejich společným dělitelem je pouze číslo jedna, pak se tyto čísla nazývají **nesoudělná**. (Polák, 2014)

1.13.5 Znaky (kritéria) dělitelnosti

Abychom si usnadnili hledání dělitelů přirozených čísel, která jsou zapsána v desítkové soustavě, používáme tato kritéria dělitelnosti, které Odvárko a Kadleček ve své knize Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia (2004) popisují následovně:

1. Přirozené číslo je dělitelné dvěma právě tehdy, pokud je na místě jednotek některá z číslic $0, 2, 4, 6, 8$.
2. Přirozené číslo je dělitelné třemi právě tehdy, je-li jeho ciferný součet dělitelný třemi.
3. Přirozené číslo je dělitelné čtyřmi právě tehdy, je-li jeho poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi.
4. Přirozené číslo je dělitelné pěti právě tehdy, pokud na místě jednotek jsou číslice 0 nebo 5.
5. Přirozené číslo je dělitelné šesti právě tehdy, je-li číslo dělitelné dvěma a zároveň dělitelné třemi.
6. Přirozené číslo je dělitelné osmi právě tehdy, je-li jeho poslední trojčíslí dělitelné osmi.
7. Přirozené číslo je dělitelné devíti právě tehdy, je-li jeho ciferný součet dělitelný devíti.
8. Přirozené číslo je dělitelné desíti právě tehdy, pokud na místě jednotek je číslice 0.

9. Přirozené číslo je dělitelné jedenácti právě tehdy, když součet číslic na lichých místech a číslic na sudých místech je stejný, nebo se liší o násobek 11.[2]

[2] Znak dělitelnosti 11. *Matematika* [online]. [cit. 2017-02-10]. Dostupné z: http://ag-bohata.webnode.cz/novinky/znak-delitelnosti-11/

2 PRAKTICKÁ ČÁST

2.1 Popis výzkumu

Cíl

Cílem výzkumu bylo vytvořit soubor úloh jako přípravu na výuku začínajícího učitele. Tyto přípravy na výuku integrují vybrané kurikulum ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Člověk a společnost. Sady úloh jsou koncipovány tak, aby poukázaly na praktické využití dělitelnosti v situacích, které považujeme za běžné, například bankovní účty, využití QR kódů, rodná čísla, čísla občanských průkazů a letenek, zlatý řez apod.

Stručný popis školy

Výzkum probíhal na městské Základní škole v Bystřici pod dohledem Mgr. Josefa Jirovského ve dvou dnech 10. a 11. dubna 2017. Tuto základní školu navštěvuje v současné době 350 žáků. Základní škola je vybavena moderní technikou, má učebnu s 20 počítači, disponuje tablety, několika interaktivními SMART tabulemi a dataprojektory.

Třídy a žáci

Výzkum probíhal celkem ve třech třídách, výukovou aktivitu QR kódy si vyzkoušeli žáci 7. A, žáci 7. B absolvovali aktivitu Buďme efektivní a žáci 9. A aktivitu Pořiď si bankovní účet! V 7. A bylo 22 žáků, z toho 11 chlapců a 11 dívek. V 7. B byl celkový počet žáků 22 (12 dívek a 10 chlapců). Žáků 9. A bylo 18, dívek bylo 10 a chlapců 8.

Podle názoru pana učitele jsou sedmé ročníky v motivaci odlišné. Proto jsme po dohodě s vyučujícím zvolili pro žáky 7. A aktivitu QR kódy, protože moderní technika pro ně byla motivujícím prvkem. V 7. B jsou žáci více ukáznění, proto jsme si dovolili zařadit aktivitu Buďme efektivní.

Ani v jedné z těchto tří tříd nebyl zaznamenán žádný závažnější kázeňský postih, během aktivit se všichni žáci chovali bez problémů.

Výzkum se realizoval v těch ročnících, ve kterých žáci měli osvojené základní znalosti týkající se těchto výukových aktivit.

2.2 Popis výukových aktivit

Soubor úloh jako příprava na výuku začínajícího učitele je pojat ve formě výukových aktivit.

Výukových aktivit pro tuto diplomovou práci je připraveno celkem osm, z nichž tři byly otestovány v edukační praxi. Všechny výukové aktivity jsou koncipovány na dvě vyučovací hodiny.

Na začátku aktivity je uveden cíl, ke kterému touto aktivitou směřujeme. Dále jsou uvedeny předpokládané znalosti, bez kterých by realizace aktivity byla obtížná. Každá aktivita rozvíjí klíčové kompetence, které jsou popsány v RVP ZV. V aktivitách se vyskytuje doporučený věk žáků, tematické zařazení a návaznost na RVP ZV.

Další částí je metodický komentář k výukové aktivitě, který slouží pro vyučujícího. Je rozdělen na tři části – úvodní, hlavní a závěrečnou část. Ke každé části je uveden časový limit nutný pro realizaci daných úloh a pomůcky, které si vyučující musí připravit.

U některých aktivit se vyskytuje pracovní list pro žáky a také potřebné přílohy (například vzor letenky, občanského průkazu), na konci každé výukové aktivity jsou zařazeny zdroje použité literatury, ze kterých byly čerpány informace do aktivit.

Každá příprava na vyučování obsahuje i řešení jednotlivých úloh, řešení aktivit QR kódy, Pořiď si bankovní účet! a Buďme efektivní se nacházejí v kapitole Vyhodnocení výzkumu, protože byly otestovány na žácích základní školy.

2.2.1 QR kódy

Cíl aktivity:

V dnešním civilizovaném světě se stále více setkáváme s QR kódy prakticky na každém našem kroku, můžeme je vidět na plakátech, v časopisech, v letácích různých obchodních řetězců, na nejrůznějších reklamách, ale objevují se také na vizitkách. QR kódy se používají k rychlému, efektivnímu přenosu libovolné informace do mobilního zařízení, telefonu či tabletu. QR kód tedy slouží k tomu, aby rychle propojil náš reálný svět se světem virtuálním a my se tak informace dozvíme okamžitě na místě. Abychom si mohli danou informaci, která je v QR kódu schovaná, přečíst (zobrazit), musíme mít v našem zařízení (mobilním telefonu, tabletu, notebooku) nainstalovanou čtečku QR kódů, pokud tuto čtečku už ve svém zařízení máme, pouze ji otevřeme a naskenujeme daný QR kód, který nám okamžitě danou informaci zobrazí a my si ji tak můžeme přečíst.

V této aktivitě žáci budou řešit matematické úlohy, také budou využívat svých poznatků z hodin občanské výchovy a z hodin informační a komunikační technologie. Protože většina dospívajících vlastní chytrý mobilní telefon či tablet, cílem aktivity je přiblížit používání QR kódů. V závěrečné diskusi se žáci dozvědí, co vše může být v těchto kódech ukryté a budou upozorněni na možná rizika bezmyšlenkovitého používání těchto zařízení ke snímání neznámých QR kódů.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel, znalosti z občanské výchovy (učivo naše obec, občan, státní svátky), znalosti z informační a komunikační technologie (vyhledávání informací a vytváření videa).

Klíčové kompetence:

- kompetence k řešení problému,
- kompetence sociální a personální,
- kompetence k učení,
- kompetence komunikativní.

Věk žáka: 11 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (prvočíslo, číslo složené a kritéria dělitelnosti).

Člověk ve společnosti: naše vlast, vztahy mezi lidmi.

Vyhledávání informací a komunikace; Zpracování a využití informací.

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák využívá při řešení úloh získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel a nalézá řešení předkládaných úloh.
		Žák se seznámí s historií prvočísel.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák kriticky přistupuje k mediálním informacím.
		Žák posoudí přínos spolupráce lidí při řešení konkrétních úkolů a dosahování některých cílů ve škole
Informační a komunikační technologie	Informační a komunikační technologie	Žák ověřuje věrohodnost informací a informačních zdrojů.
		Žák zpracuje a prezentuje na uživatelské úrovni informace v textové, grafické a multimediální podobě.

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Průřezová témata:

- Osobnostní a sociální výchova
- Mediální výchova

Metodický komentář k výukové aktivitě QR kódy

Úvodní část aktivity (15 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: obrázek QR kódu, barevné lístečky pro rozdělení žáků do skupin, lístečky s čísly tras, které žáci budou absolvovat, tablety se čtečkami QR kódů a připojením na internet, tužky, pracovní listy pro žáky.

V úvodní části aktivity je nutné žákům vysvětlit, co jsou to QR kódy, jak vypadají (doneseme obrázek ve větším formátu anebo ho promítneme, pokud máme v učebně počítač) a k čemu se používají.

Poté si podle počtu žáků uděláme skupinky – můžeme volbu skupiny ponechat na žácích, anebo si je můžeme roztřídit například podle lístečků s různými barvami. Rozdělení do skupin bude probíhat tak, že žáci stojí v jedné řadě čelem k tabuli, na záda každého jedince přilepíme lísteček. Žáci potom mají za úkol bez pomoci verbálního vyjadřování udělat skupinky podle barvy, kterou mají na zádech (to znamená, že jednu skupinku tvoří žáci s červenými lístečky, druhou žáci se zelenými lístečky, třetí skupinu žáci se žlutými lístečky apod.) V každé skupině určíme kapitána, který ponese zodpovědnost za zapůjčený tablet a tento kapitán také bude snímat QR kódy. Každý tým si vymyslí své jméno (jména týmů se zapíší na tabuli). Ještě každý tým dostane pracovní list, do kterého si budou zaznamenávat své odpovědi.

Kapitán týmu navíc vylosuje číslo trasy, kterou budou společně absolvovat, abychom zamezili rušení či opisování týmů.

Týmy by měli být ještě upozorněny, ať pečlivě čtou zadání a čísla úloh, které na ně čekají pod QR kódy. Poté jsou žáci vypuštěni ke snímání QR kódů, které jsou rozmístěné v budově školy.

Hlavní část aktivity (50 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro hlavní část aktivity: připravené a rozmístěné QR kódy, počítačová učebna, klidná místa (učebny, kabinety, WC, šatny apod.) pro natočení videí.

Cílem hlavní části aktivity je snímání QR kódů a splnění úloh, které získají jejich přečtením. Žáci budou řešit matematické úlohy, budou využívat svých znalostí z hodin občanské výchovy a dozví se tak jméno řeckého matematika Eratosthena, dále vytvoří Eratoshtenovo síto, budou vyhledávat požadované informace na internetu. Po žácích bude také vyžadováno natočení videa o rodných číslech. Po skončení celé aktivity si vyučující s žáky projde vyplněné pracovní listy a některé úlohy budou žáci prezentovat před svými spolužáky. Pro tuto část aktivity je vhodný větší počet pedagogických pracovníků.

1. První QR kód ukrývá následující úkol (5 minut)

Jeden řecký matematik ……thenes přišel s metodou, jak nalézt všechna prvočísla. Tvým úkolem je zjistit, jak se tento velmi známý řecký matematik jmenoval. Abys jeho celé jméno získal, musíš vyřešit či zodpovědět otázky zadané v pracovním listu pod úkolem 1. Pod příklady máš tabulku, kde je k jednotlivým číslům přiřazeno písmeno, takže pokud ti vyjde výsledek číslo 1, získal jsi písmeno A. Pokud nemáš otázku, kde vyjde číselný výsledek, pracuj pouze s prvním písmenem slova.

2. Druhý QR kód (10 minut)

Metoda, kterou Eratosthenes z Kyrény přišel na to, jak nalézt všechna prvočísla se jmenuje tzv. Eratosthenovo síto. Eratosthenes si vzal voskovou tabulku, na kterou si vypsal čísla větší než 1 a menší než 100 – viz tabulka v pracovním listě pod úkolem 2. Jak tedy funguje toto síto? Vzal si první z čísel, tedy číslo 2, které ponechal a vypálil horkou jehlou všechny jeho násobky. Poté si vzal další číslo z tabulky, tedy číslo 3, toto číslo opět ponechal, vypálil všechny jeho násobky. Dalším číslem, které mu v tabulce zbývalo, je číslo 5 (ponechal) a vypálil jeho násobky a tak dál. Proveď výše popsaný postup.

3. Třetí QR kód (5 minut)

Dozvěděli jsme se něco o historii prvočísel. Prvočísla jsou zajímavá čísla, která lze využít v tzv. kryptografii. Vyhledej potřebné informace k úlohám 3 a 4 na odkazech, které najdeš v QR kódu vedle tohoto.

4. Čtvrtý QR kód (5 minut)

http://www.epochtimes.cz/200901096854/Tajemstvi-sifer-po-stopach-kryptografie-a-steganografie-VIII.html

http://dakota.skautkostelec.cz/skautska_stezka/praxe/seznam_sifer.htm

5. Pátý QR kód (25 minut)

Abychom si téma dělitelnosti propojili také trochu s praxí, bude posledním úkolem této aktivity zjištění potřebných informací na internetu a následné natočení videa. Zjisti, co je to rodné číslo a kdy se používá? Jak spolu souvisí rodné číslo a dělitelnost? Video natoč v maximální délce 3 minut. Fantazii při zpracování videa se meze nekladou a originalita se cení!

Poznámka 1 k otázce Jak spolu souvisí rodné číslo a dělitelnost: Rodné číslo v České republice slouží k identifikaci osob, které se od roku 1954 skládá z deseti čísel.

Poslední číslice rodného čísla (čtvrtá číslice za lomítkem) je kontrolní číslice, která slouží ke kontrole platnosti rodného čísla. Díky tomu, že poslední číslice rodného čísla podléhá dělitelnosti jedenácti, je záměna jedné číslice či záměna pořadí dvou sousedních číslic vždy odhalena, protože jinak by dané číslo nebylo dělitelné jedenácti.

Nyní si vysvětlíme výpočet hodnoty kontrolní číslice u rodného čísla: Kontrolní cifra rodného čísla se vypočítá jako zbytek čísla po dělení jedenácti. Nyní si musíme připomenout, kdy je přirozené číslo dělitelné jedenácti - právě tehdy, když součet číslic na lichých místech a číslic na sudých místech je stejný, nebo se liší o násobek jedenácti.

Máme například rodné číslo $740104/0020$, vytvoříme si součet číslic na lichých místech a součet číslic na sudých místech.

- Součet číslic na lichých místech: $7+0+0+0+2=9$
- Součet číslic na sudých místech: $4+1+4+0=9$

Vidíme, že součty číslic na lichých a sudých místech jsou stejné a podle kritéria o dělitelnosti jedenácti tak můžeme říci, že uvedené rodné číslo je platné.

Závěrečná část aktivity (25 minut)

Po natočení videí se všichni sejdou v učebně, ve které se tato aktivita začínala. Natočená videa odevzdají vyučujícímu, který je do příští vyučovací hodiny projde a vytvoří z nich jedno výsledné video. Toto video bude reflektovat celou probíhající aktivitu.

Vyučující projde s žáky vyplněné pracovní listy. Úkol 3 a 4 týmy prezentují svým spolužákům.

Na závěr bychom si měli říct, že QR kódy s sebou nesou určité riziko. V QR kódu se může ukrývat přednastavená SMS nebo webová stránka s nevyžádaným obsahem či agresivními aplikacemi. Měli bychom tedy sledovat, jak naše zařízení po vyfocení QR kódu reaguje a pokud se nám zdá něco podezřelého, raději bychom měli celou akci snímání zrušit. Také si do svého zařízení můžeme stáhnout aplikaci, která ovládá naše zařízení, aniž bychom o tom měli tušení. Není to běžné, ale i tak bychom si měli dávat pozor.

V závěrečné diskusi dáme prostor žákům, aby nám napsali, zda se našlo něco, co jim v této aktivitě nevyhovovalo, co by se dalo pozměnit.

Pracovní list – QR kódy

1. Načti QR kód.
   - Rozděl daná čísla $3, 10, 41, 16, 257, 1\,000, 19, 421, 96$ na sudá a lichá čísla a řekni, kolik je lichých čísel?
   - Od kolika let máš jako občan České republiky právo na aktivní volební právo?
   - Které přirozené číslo neoznačujeme jako prvočíslo ani jako číslo složené?
   - 1. 1. 1993 slavíme státní svátek vznik samostatné České republiky, o kterém století mluvíme?
   - Mistr Jan Hus byl upálen v Kostnici roku 14.. .
   - Máme 3 složky státní moci – výkonnou, zákonodárnou a …… .

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

O	P	G	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

2. Načti QR kód

	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	

- Vypiš čísla, která ti v tabulce zbyla

  ………………………………………………………………………………….

- Jaké jsou vlastnosti prvočísel?

  ………………………………………………………………………………….

3. Vysvětli pojem kryptografie a enigma.

4. Vyber si jeden typ písemné šifry a zakóduj větu: Dnes máme krásný den.
   Tento typ šifry objasníte ostatním spolužákům po skončení aktivity.

5. Praxe

Zdroje použité literatury

Chci vědět, jak poznám, co obsahuje QR kód. *Qikni.cz* [online]. [cit. 2017-03-15]. Dostupné z: http://www.qikni.cz/qr-kod/chci-vedet-jak-poznam-co-obsahuje-qr-kod.html

Generátor QR kódu. *Qr-kody.cz* [online]. 2012 [cit. 2017-03-15]. Dostupné z http://www.qikni.cz/generovani-qr-kodu.html

Ověření správnosti rodného čísla. *Lorenc.info* [online]. [cit. 2017-03-27]. Dostupné z: http://lorenc.info/3MA381/overeni-spravnosti-rodneho-cisla.html

Práce s talentovanými žáky v matematice na ZŠ a nižším gymnáziu. *Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba* [online]. [cit. 2017-03-27]. Dostupné z: http://www.wigym.cz/nv/wp-content/uploads/2009/03/dalitelnost.pdf

Proč si dávat pozor na qr kódy? *Qr-kody.cz* [online]. 2012 [cit. 2017-03-15]. Dostupné z: http://www.qr-kody.cz/qr/pozor-na-qr-kody.html

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-12-27]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

2.2.2 Pořiď si bankovní účet!

Cíl aktivity:

Peníze byly, jsou a vždy budou velmi důležitou součástí lidských životů. Ubývá lidí, kteří by v bance neměli bankovní účet. Stále více transakcí se provádí bezhotovostně, někteří rodiče nedávají svým dětem kapesné formou hotovosti, ale děti kapesné dostávají na bankovní účet. Cílem aktivity Pořiď si bankovní účet! je zmapování poboček bank a jejich studentských účtů v okolí bydliště žáků a výběr toho nejvhodnějšího. Tato aktivita má také za cíl ukázat praktickou stránku dělitelnosti.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (dělitelnost 11), základní znalosti o bankách, druhy bank, bankovní soustava České republiky.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální.

Věk žáka: 14 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti).

Člověk, stát a hospodářství: banky a jejich služby.

Vyhledávání informací a komunikace; Zpracování a využití informací.

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák aplikuje získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel do praxe.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák kriticky přistupuje k mediálním informacím.
		Žák vysvětlí, jakou funkci plní banky a jaké služby poskytují, zaměří se hlavně na studentská konta.
Informační a komunikační technologie	Informační a komunikační technologie	Žák ověřuje věrohodnost informací a informačních zdrojů.
		Žák používá informace z různých informačních zdrojů a vyhodnocuje jednoduché vztahy mezi nimi.
		Žák zpracuje a prezentuje na uživatelské úrovni informace v textové, grafické a multimediální podobě.

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Průřezová témata:

- Mediální výchova

Metodický komentář k výukové aktivitě Pořiď si bankovní účet!

Úvodní část aktivity (10 minut)

Pro celou aktivitu budeme potřebovat počítačovou učebnu.

Žáky si rozdělíme do skupin – každá skupinka bude mít tři členy a k dispozici 2 počítače.

Za začátku aktivity si s žáky stručně připomeneme znalosti: co jsou to banky, co nabízejí, bankovní soustava.

Banky jsou finanční instituce. Hlavní činností bank je zprostředkovat pohyb dočasně volných peněz, pomocí těchto finančních prostředků poskytují banky úvěry. Banky nabízejí osobní, podnikatelské a spořicí účty, termínové vklady, hypotéky, spotřebitelské úvěry apod. Bankovní soustavu tvoří všechny druhy bank, které jsou na území České republiky. V současné době máme v České republice bankovní soustavu dvouúrovňovou, kterou tvoří centrální národní banka a obchodní, investiční a hypotéční banky a spořitelny. Funkci centrální národní banky plní Česká národní banka (ČNB), která sídlí v Praze.

Hlavní část aktivity (45 minut)

Učitel zadá žákům následující úkoly, které pro přehlednost zapíše na tabuli v počítačové učebně, anebo je promítne:

- Vyhledejte pobočky bank, které najdeme v Bystřici a v Benešově u Prahy.
- Vyberte si dvě banky a porovnejte u nich studentské účty (komu je určen, charakteristika účtu, benefity účtu, poplatky atd.)
- Co je to kontokorent? Zamyslete se, jestli byste ho chtěli zřídit u svého studentského účtu a Vaši volbu zdůvodněte.
- Najděte číslo účtu jedné z Vámi vybraných bank a ověřte, zda vyhovuje kontrolnímu algoritmu s váhami uvedenými v tabulce ve Vyhlášce č. 169/2011 Sb., která byla vydaná Českou národní bankou.

Tříčlenné skupiny na tyto otázky hledají odpovědi na internetu a vytvoří prezentaci splňující všechny náležitosti, kterou poté prezentují. Jednotlivé prezentace jsou cca na 5 minut.

Poznámka 1 k otázce Najděte číslo účtu jedné z Vámi vybraných bank a ověřte, zda vyhovuje kontrolnímu algoritmu s váhami uvedenými v tabulce ve Vyhlášce č. 169/2011 Sb., která byla vydaná Českou národní bankou.

Máme například číslo účtu Československé obchodní banky $192158071/0300$. Podle Vyhlášky č. 169/2011 Sb. vydané ČNB víme, že musíme vypočítat součet, který bude beze zbytku dělitelný jedenácti. Součet obsahuje sčítance, kde každý sčítanec je součin číslic na jednotlivých pozicích příslušné části bankovního účtu a vah, které se jim přiřazují (viz následující tabulka).

Váhy pro kontrolní algoritmus										
Číslice části identifikátoru	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
n	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Váhy	6	3	7	9	10	5	8	4	2	1

kde **n** je pozice číslice v příslušné části identifikátoru účtu klienta (počítáno zprava).

Obrázek 1: Váhy pro kontrolní algoritmus bankovních účtů (převzato z Vyhlášky č. 169/2011 Sb.)

$$S = (1\cdot1)+(7\cdot2)+(0\cdot4)+(8\cdot8)+(5\cdot5)+(1\cdot10)+(2\cdot9)+(9\cdot7)+(1\cdot3)$$

$$S = 1+14+0+64+25+10+18+63+1 = 198$$

Dané číslo bankovního účtu je platné, pokud takto získaný součet je dělitelný jedenácti beze zbytku, tudíž $198:11=18$. Můžeme říci, že číslo bankovního účtu $192158071/0300$ vyhovuje kontrolnímu algoritmu, který byl stanoven Českou národní bankou.

Závěrečná část aktivity (35 minut)

V závěrečné části výukové aktivity proběhnou prezentace. Učitel tyto prezentace slovně ohodnotí a případně doplní, pokud nějaké informace nezazněly či nebyly úplně přesné. Poté sdělí žákům důvod existence kontrolního algoritmu pro čísla jednotlivých účtů, jde o nutnost kontrolovat správnost čísla účtu při jeho zadávání a uskutečnění plateb. Protože čísla, která neodpovídají dané struktuře a kontrolnímu algoritmu, nemůžeme použít v systému platebního styku, tím zabráníme překlepům v číslech účtů.

Zdroje použité literatury

Kontrola čísla účtu v ČR [online]. [cit. 2017-28-03]. Dostupné z: http://www.toplinks.cz/kontrola-cisla-uctu-modulo-11

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-20]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

Vyhláška č. 169/2011. *Česká národní banka* [online]. [cit. 2017-28-03]. Dostupné z: https://www.cnb.cz/miranda2/export/sites/www.cnb.cz/cs/platebni_styk/pravni_predpisy/download/vyhl_169_2011.pdf

2.2.3 Buďme efektivní

Cíl aktivity:

Použití čárových kódů má dvě velké výhody. Pokud bychom zadávali data do počítače ručně je riziko chyby větší než při použití čárového kódu, který počet chyb snižuje, navíc v čárovém kódu se vyskytuje kontrolní číslice, která ověřuje správnost čtení všech ostatních číslic. Z přesnosti nám rovnou vyplývá další výhoda a tou je rychlost, budeme-li data zadávat ručně, bude to trvat déle než pořízení dat z čárového kódu. Cílem této aktivity je, aby si žáci pomocí diskuse ve skupinách uvědomili, že efektivně hospodařit s penězi není lehký úkol a navíc žákům ukázat, že matematika, konkrétněji dělitelnost přirozených čísel, nás doprovází i při rutinních událostech jako je například nakupování.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti, dělitelnost 10, sudá a lichá čísla), efektivní hospodaření s penězi, hotovostní a bezhotovostní platba.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální.

Věk žáka: 13 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti).

Člověk, stát a hospodářství: majetek, vlastnictví (hospodaření s penězi), peníze (formy placení).

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák aplikuje získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel do praxe.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák prokáže efektivní hospodaření s penězi.
		Žák rozlišuje hotovostní a bezhotovostní platbu.
		Žák prokáže schopnost vyhodnotit cenovou nabídku.

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Metodický komentář k výukové aktivitě Buďme efektivní

Úvodní část aktivity (10 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: leták obchodu například Lidl (učitel volí leták podle aktuálnosti), pracovní list.

Učitel rozdělí žáky do 4 členných skupin.

Učitel uvede žáky do následující situace: Představte si, že Vaše skupinky jsou čtyřčlenné rodiny – dvě dospělé osoby a dvě děti ve věku 3 a 8 let. Je sobota dopoledne a celá rodina vyrazila na nákup do obchodu Lidl. Vaším úkolem je nakoupit potřebné jídlo a věci na týden. Věci, které musíte koupit, jsou napsány na nákupním seznamu v pracovním listě, další jídlo a věci vybírejte podle společného uvážení, zvažte potřeby jednotlivých členů rodiny s ohledem na věk. Na nákup máte k dispozici 800 Kč.

Hlavní část aktivity (45 minut)

Skupiny pracují na zadaných úkolech v pracovním listě. Diskutují o věcech, které jsou potřebné a bez kterých se jako rodina obejdou, zdůvodňují svá rozhodnutí. Hlídají si peněžní limit.

Poznámka 1: U otázky číslo 7 bude potřeba pomoc vyučujícího. Učitel žáky navede k výpočtu kontrolní cifry, dostanou se k celkovému součtu, který u tohoto konkrétního čárového kódu vychází 92. Úkolem žáků bude přijít na to, které kritérium dělitelnosti se u výpočtu kontrolní cifry uplatňuje. To zjistí snadno, protože mají postup k vypočítání cifry a vědí z obrázku, že touto kontrolní cifrou je číslo 8. Při výpočtu kontrolní číslice u čárového kódu se uplatňuje dělitelnost přirozených čísel deseti.

Máme čárový kód 1234567890128, číslice 8 je kontrolní cifra, kterou máme spočítat. Výpočet kontrolní cifry je následující: sečteme všechny cifry na lichých pozicích a k tomuto součtu přičteme trojnásobek součtu všech cifer na sudých pozicích. Získáme tak celkový součet, ke kterému musíme připočíst takovou kontrolní cifru, aby tento součet byl dělitelný deseti.

$$S = (1+3+5+7+9+1)+3(2+4+6+8+0+2) = 26+3\cdot 22 = 26+66 = 92$$

Aby byl daný součet dělitelný deseti, musíme k číslu 92 připočíst číslo 8, $92+8=100$ a toto výsledné číslo je dělitelné deseti. Kontrolní cifra je tedy 8.

Závěrečná část aktivity (35 minut)

Učitel objasní historii vzniku čárového kódu a poté společně projde s žáky vyplněný pracovní list a řídí diskusi.

Historie čárového kódů je dlouhá, vše začalo v roce 1949, kdy inženýr N. J. Woodland chtěl vymyslet metodu, která by urychlila odbavování čekajících lidí u pokladen. Přemýšlel nad tím, že musí zavést kód, jaký by jednoznačně určoval každý druh zboží. Čárový kód vznikl tak, že Woodland si kreslil na pláži do písku Morseovu abecedu (ta se skládá z teček a čárek), ale nechtěně přitáhl svou ruku a z Morseovy abecedy se staly dlouhé tenké linky. Společně se svým kolegou B. Silverem vyrobili čtečku čárových kódů a nechali se tento objev patentovat. Poprvé se čárový kód použil na balíčku žvýkaček v roce 1974 v americkém Ohiu. Dnes existuje mnoho druhů čárových kódů, nejvíce rozšířenými jsou EAN-13 a ze zástupců tzv. 2D kódů je to QR kód.

Pracovní list – Buďme efektivní

Nakupte potřebné věci pro čtyřčlennou rodinu (dva dospělí lidé, dvě děti ve věku 3 a 8 let) na týden v hodnotě 800 Kč. Zohledněte přiložený nákupní seznam a obdržený akční leták.

1. Kolik Kč Vám zbylo na nákup po odečtení povinných položek?

2. Jaké další položky jste nakoupili, vypište k nim i cenu.

10 rohlíků	19 Kč
1 chleba	25, 90 Kč
1 kg masa	119 Kč
2 litry mléka	25, 80 Kč
3 litry minerálky	29, 80 Kč
0,5 litru ovocného sirupu	49, 90 Kč
1 kg banánů	24, 90 Kč
1,5 kg brambor	22, 90 Kč
1 kg hladké mouky	10, 90 Kč
1 kg cukru krystal	24, 90 Kč
15 dkg anglické slaniny	34, 90 Kč
Sprchový gel	37, 90 Kč
10 vajec	34, 90 Kč

3. Našli jste položky, které byste na nákupním seznamu nekoupili? Zdůvodněte proč.

4. Myslíte si, že 800 Kč je na týdenní nákup dostatečná suma? Ano/ne, zdůvodněte své tvrzení.

5. Jakou formu platby využijete při placení nákupu? Zdůvodněte Váš názor.

6. Vžijte se do situace, kdy jste rodič, a Vaše tříleté dítě se zeptá: „Tati, co to ta paní pokladní pípá na tom stole?" Víte, jak se tomuto kódu říká? A k čemu se používá?

7. Promyslete, zda čísla na kódu jsou náhodně vybraná nebo jsou sestavená podle nějakého klíče? Využijte obrázku u otázky 6.

Zdroje použité literatury

Čárový kód. *Kodys* [online]. [cit. 2017-03-28]. Dostupné z: http://www.kodys.cz/carovy-kod.html

DAVIDOVÁ, Eva. *Dělitelnost a její užití v praxi* [online]. [cit. 2017-03-20]. Dostupné z: http://kdm.karlin.mff.cuni.cz//konference2012/p1.pdf

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-20]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

60 let s čárovým kódem: Pochopte jeho anatomii. *National geographic Česko* [online]. [cit. 2017-04-02]. Dostupné z: http://www.national-geographic.cz/clanky/60-let-s-carovym-kodem-pochopte-jeho-anatomii.html

2.2.4 Staň se Pythagorem

Cíl aktivity:

O Pythagorovi se na základní škole zmiňujeme hlavně v matematice v souvislosti s Pythagorovou větou, která se ve velké míře využívá i v praxi. Poté o Pythagorovi již v souvislosti s matematikou žáci neslyší, většina z nich se o Pythagorovi a jeho škole učí až na středních školách ve filozofii a to pouze z filozofického hlediska. Je to velká škoda, protože Pythagorejci podstatně ovlivnili řeckou matematiku. Cílem této výukové aktivity je uchopit Pythagorejskou školu z matematického i filozofického hlediska, aby žáci pochopili, že Pythagorejci byli nejen skvělí filozofové ale také výborní matematici a díky jejich geometrickému znázornění čísel je možné objevovat a „vidět“ matematické poznatky a jejich důkazy. Tyto důkazy můžeme hravě uplatňovat při vyučování matematiky.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (dělitelnost součtu, prvočísla a čísla složená), sudá a lichá čísla.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální.

Věk žáka: 13 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (prvočíslo, číslo složené).

Nejstarší civilizace, kořeny evropské kultury: nejstarší starověké civilizace a jejich kulturní odkaz.

Návaznost na RVP ZV:

<table>
<tr><th>Vzdělávací oblast</th><th>Vzdělávací obor</th><th>Očekávané výstupy žáka</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Matematika a její aplikace</td><td rowspan="2">Matematika a její aplikace</td><td>Žák získá znalosti o historii dělitelnosti.</td></tr>
<tr><td>Žák získá hlubší poznatky o Pythagorovi a jeho škole a propojí si tak poznatky z filozofie a matematiky.</td></tr>
<tr><td>Člověk a společnost</td><td>Dějepis</td><td>Žák si uvědomí přínos starověké kultury.</td></tr>
</table>

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Metodický komentář k výukové aktivitě Staň se Pythagorasem

Úvodní část aktivity (40 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: prezentaci, pokud ji chce učitel využít pro výklad o Pythagorejské škole.

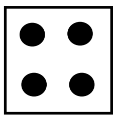
Vyučující si připraví výklad o Pythagorovi, jeho filozofii a škole, kterou založil. Dále učitel stručně popíše pohled Pythagorejců na svět čísel. Zaměří se na vysvětlení figurálních čísel, hlavně jak se tvoří čtvercová a obdélníková čísla, protože s těmi budeme při naší aktivitě pracovat.

Pythagoras (cca 570 – 500) byl politik, filozof, myslitel, matematik a zakladatel pythagorejské školy, tato škola měla filozofický základ, ale existuje tvrzení, že měla charakter náboženské školy či „sekty" a politické strany. Pythagorejská škola měla velký vliv na vývoj filozofie a vědy. Pythagoras si uvědomoval důležitou roli čísel a domníval se, že základem všechno je číslo. Za jejich působení se prosazovalo tzv. kvadrivium, které obsahovalo geometrii, aritmetiku, astronomii a hudbu. Mezi těmito složkami kvadrivia Pythagorejci viděli úzké souvislosti. My si nyní povíme o jedné, která bude stěžejní pro naši aktivitu – figurální čísla a jejich postavení ve světě přirozených čísel.
Jak již jsem uváděla v teoretické části své diplomové práce podle Bečváře (1993) Pythagorejci nechápali číslo 1 jako číslo, ale jako základní stavební kámen aritmetiky i geometrie. Přirozená čísla $2,3,4,5,...$ byla chápána jako souhrny jednotek. Pythagorejci byli přímo fascinováni světem čísel, jednotlivá čísla pro ně měla zvláštní význam a moc. O sudých číslech říkali, že jsou to čísla ženská, lichá čísla byla označována jako mužská, číslo 4 představovalo spravedlnost, číslo 5 představovalo manželství (protože se sečte ženské číslo 2 a mužské číslo 3). Číslo 10 pro Pythagorejce představovalo dokonalost a veškeré jsoucno. Jde totiž o součet $1+2+3+4=10$, kde číslo 1 znamená základní jednotku, ale i bod. Číslo 2 je základní jednotka sudých čísel, ale i to, že dva různé body určují přímku. Číslo 3 představuje základní jednotku lichých čísel, trojúhelník, ale i to, že tři body, které neleží v přímce, určují rovinu. Číslo 4 představuje čtyřstěn, ale i to, že čtyři body, které neleží v rovině, určují prostor. Pythagorejci se snažili ve světě přirozených čísel hledat řád, zákonitosti a harmonii,

snažili se přirozená čísla klasifikovat. Ke klasifikaci využívali svou geometrickou interpretaci čísel – přirozená čísla byla reprezentována hromádkou kamínků, které začali třídit podle tvarů, do jakých byla možnost kamínky srovnat, tím dospěli k tzv. figurálním číslům, tedy k číslům trojúhelníkovým, čtvercovým, pětiúhelníkovým, šestiúhelníkovým, obdélníkovým. Ale i tak číslo 1 nebylo považováno za číslo, pro Pythagorejce mělo povahu základního stavebního kamene, tudíž nebyla chápána jako číslo trojúhelníkové, čtvercové atd. Většina důkazových metod se opírá o figurální čísla, protože jde o metodu „kladení před oči“, lze ji tedy s úspěchem využít i při vyučování matematiky.

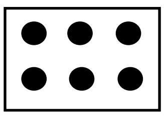
Poznámka 1: Pedagog vysvětlí žákům, jak se tvoří čtvercová a obdélníková čísla, protože právě o tato figurální čísla nám půjde v další části aktivity.

Čísla ve tvaru $a_n = n^2$ označovali Pythagorejci jako čísla čtvercová, ke kterým dospěli tak, že vypočítali součin daného čísla se sebou samým. Například vezmeme si číslo 2, abychom dostali čtvercové číslo, provedeme součin $2 \cdot 2 = 4$, což můžeme zapsat jako $2^2 = 4$. Získané číslo 4 můžeme zakreslit jako čtverec $2 \text{ x } 2$.



Číslo ve tvaru $a_n = n(n+1)$ Pythagorejci nazývali obdélníková čísla, která se „podobou“ nejvíce blížila k číslům čtvercovým. Podle Pythagorejců je možné obdélníková čísla vyjádřit jako součin dvou čísel větších jak 1 a která odpovídají uspořádání kamínku do obdélníku.

Například dosadíme-li do vzorce výše za n číslo 2, dostaneme $2(2+1) = 6$, získané číslo můžeme zakreslit jako obdélník $2 \text{ x } 3$.



Hlavní část aktivity (35 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro hlavní část aktivity: kamínky nebo knoflíky.

Učitel rozdá do dvojice hromádku kamínků (či knoflíků) a uvede je do následné situace: Představte si, že jsme v Pythagorejské škole a tyto hromádky kamínků pro nás představují čísla, která (jak již víme) můžeme uspořádat do obdélníků či čtverců.

Vyučující pokračuje následujícími otázkami:

1. **Zkuste z kamínku utvořit různá čísla pomocí figurálních čísel, která Vás napadnou. A poté se podívejte, zda lze každé číslo srovnat do obdélníku popřípadě čtverce?**
   <u>Řešení:</u>

Obrázek 2: Číslo 5 pomocí figurálních čísel

Obrázek 3: Číslo 6 pomocí figurálních čísel

Obrázek 4: Číslo 7 pomocí figurálních čísel

Obrázek 5: Číslo 8 pomocí figurálních čísel

Ne každé číslo nelze srovnat do obdélníku (popř. čtverce), u některých čísel jeden kamen „přebývá".

2. **Vysvětlete vlastními slovy (bez pomocí kamínků, knoflíků), co jsou to sudá a lichá čísla.**

   Řešení:

   Sudá čísla jsou čísla, která jsou dělitelná dvěma. Čísla, která nelze dělit dvěma, jsou lichá.

Učitel vysvětlí žákům, jak poznáme sudá a lichá čísla pomocí figurálních čísel. Sudé číslo je možné srovnat do obdélníku (čtverce) s jednou stranou 2, u lichých čísel to nelze. Například čísla 3 a 5 jsou lichá čísla, která nemůžeme srovnat do obdélníku (popř. čtverce), čísla 4 a 6 můžeme srovnat do čtverce (číslo 4) a obdélníku (číslo 6).

Řešení:

Obrázek 6: Číslo 3 (liché číslo)

Obrázek 7: Číslo 5 (liché číslo)

Obrázek 8: Číslo 4 (sudé číslo)

Obrázek 9: Číslo 6 (sudé číslo)

3. **Vedle sebe poskládejte pomocí figurálních čísel daná čísla** 4,5,6,7 **do obdélníků (případně čtverců).**

<u>Řešení:</u>

Obrázek 10: Číslo 4 (figurální číslo)

Obrázek 11: Číslo 5 (figurální číslo)

Obrázek 12: Číslo 6 (figurální číslo)

Obrázek 13: Číslo 7 (figurální číslo)

Vidíme, že u některých čísel nám zbude kamínek (knoflík) a u některých ne.

Jak nazýváme čísla, u kterých nám žádný kamínek nezbude a jak ta, u kterých nám kamének zbude?

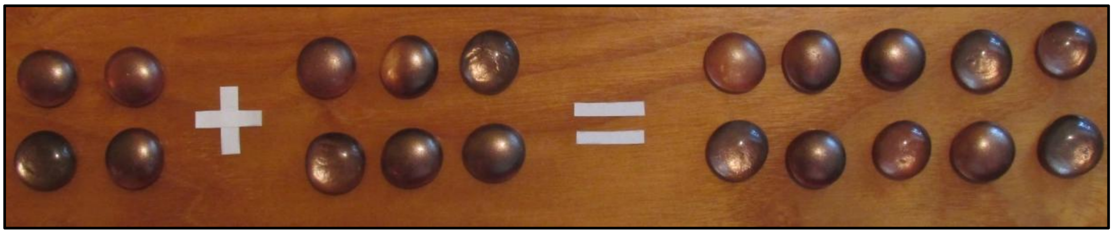
Řešení:

Čísla složená, které je možné reprezentovat obdélníkovým, popř. čtvercovým číslem (žádný kamének nám nezbude) a prvočísla.

4. **Sestavte z kamínků**
   - **Součet dvou sudých čísel je číslo …………….**
   - **Součet dvou lichých čísel je číslo …………….**
   - **Součet sudého a lichého číslo je číslo ………..**

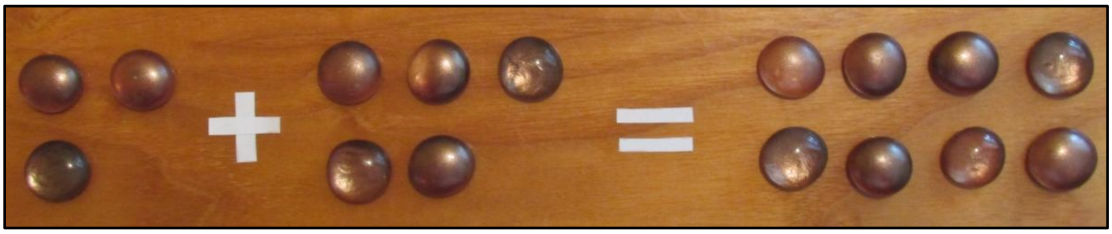
Řešení:

Součet dvou sudých čísel je číslo sudé.



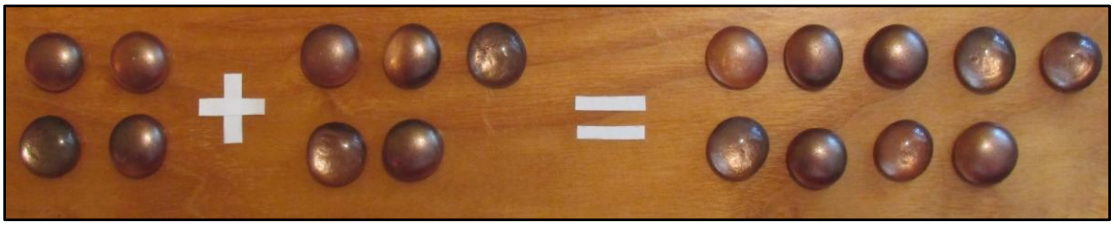
Obrázek 14: Součet dvou sudých čísel (figurální čísla)

Součet dvou lichých čísel je číslo sudé.



Obrázek 15: Součet dvou lichých čísel (figurální čísla)

Součet sudého a lichého čísla je číslo liché.



Obrázek 16: Součet sudého a lichého čísla (figurální čísla)

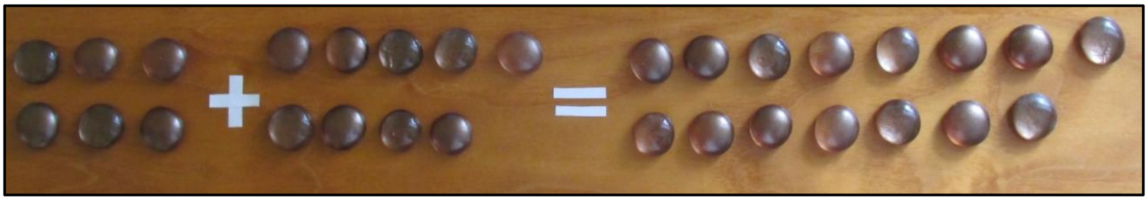
5. **Z kamínků sestrojte součty** $4+6=10$**,** $6+9=15$**. Objasněte, co můžeme o obou sčítancích a celkovém součtu říci?**

Řešení:

Poznámka 2: Učitel navede žáky na dělitelnost součtu, kterou znají ze šesté třídy. Vidíme, že součet dvou sčítanců, které mají společného dělitele, je také dělitelný tímto společným dělitelem.

Obrázek 17: Součet 4+6=10 (figurální čísla)

Oba dva sčítanci mají společného dělitele a tím je číslo 2, jejich součet je také dělitelný číslem 2.



Obrázek 18: Součet 6+9=15 (figurální čísla)

Čísla 6 a 9 mají největšího společného dělitele 3, který je zároveň dělitelem jejich součtu, tedy čísla 15.

Závěrečná část aktivity (15 minut)

Učitel ve stručnosti shrne úvodní část aktivity – Pythagoras a jeho škola, co jsou to figurální čísla. A zhodnotí přínos Pythagorejců pro matematiku, hlavně pro dělitelnost přirozených čísel.

Poznámka 3: Pro tuto část aktivity učitel může stručně shrnout výše zmíněné informace či si další dohledat: BEČVÁŘ, Jindřich. Hrdinský věk řecké matematiky. In: *Historie matematiky. I* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 1993, s. 89. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400590/DejinyMat_01-1994-1_3.pdf

Zdroje použité literatury

BEČVÁŘ, Jindřich. Hrdinský věk řecké matematiky. In: *Historie matematiky. I* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 1993, s. 89 [cit. 2017-03-21]. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400590/DejinyMat_01-1994-1_3.pdf

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-21]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

2.2.5 Letenka

Cíl aktivity:

V začátcích dopravního letectví si lidé mohli letenky koupit pouze u leteckých společností, postupem času letecké společnosti přesunuly prodej letenek agenturám. Rozvoj informačních technologií v 80. letech minulého století znamenal vznik globálních distribučních systémů, pomocí tohoto systému se prodávají letenky až 800 hlavních leteckých společností. Cílem výukové aktivity Letenka je zmapování možných způsobů nákupu letenky, bližší prozkoumání náležitostí letenky a zjištění možných rizik, která nás čekají při vyplňování a placení letenky.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (dělitelnost sedmi), právní vztahy.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problému,
- kompetence komunikativní,
- kompetence občanské.

Věk žáka: 13 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti).

Člověk, stát a právo: právo v každodenním životě (důležité právní vztahy a závazky z nich vyplývající).

Člověk, stát a hospodářství: majetek, vlastnictví (hospodaření s penězi).

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák aplikuje získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel do praxe.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák provádí jednoduché právní úkoly a chápe jejich důsledky.
		Žák dodržuje právní ustanovení, která se na něj vztahují, a uvědomuje si rizika jejich porušování.
		Žák prokáže schopnost vyhodnotit cenovou nabídku.

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Průřezová témata:

- Výchova demokratického občana

Metodický komentář k výukové aktivitě Letenka

Úvodní část aktivity (45 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: prezentace, tablety s připojením na internet nebo počítačová učebna.

Učitel vysvětlí žákům, kde a jak si mohou koupit letenku. Letenku si můžeme koupit buď u samotné letecké společnosti anebo v cestovní agentuře. Ceny v kanceláři letecké společnosti i cestovní agentury jsou přibližně stejné, protože jak letecké společnosti, tak cestovní agentury si účtují poplatek za vystavení letenky, tzn. servisní poplatek. V dnešní době agentury dostávají od leteckých společností jen minimální provize za zprostředkování prodeje letenek. Letenku si můžeme koupit osobně anebo přes internet.

Prodej letenky v kanceláři agentury vypadá následovně:

- Agentuře zadáme, kam a kdy chceme letět.
- Agentura nám nabídne možná spojení ve svém globálním distribučním systému.
  Poznámka 1: Učitel žákům vysvětlí, co je to globální distribuční systém. Jedná se o internetový systém, který umožňuje cestovním agenturám zjišťovat, kolik míst je volných na jednotlivých linkách leteckých společností. Tento systém vznikl v 80. letech minulého století a díky tomuto systému nemusí agentury telefonovat do rezervačních kanceláří leteckých dopravců.
- My si vybereme z možných spojení a agentura nám sdělí, do kdy musíme naši letenku zaplatit, pokud v daném termínu letenku nezaplatíme, rezervace se automaticky ruší.
- Jakmile je nám vystavena letenka (elektronická, papírová) je letecká společnost informována pomocí globálního distribučního systému o prodeji místa na jejím letu, o ceně letenky a dalších našich údajích.
- Dostaneme potvrzení o letence (v dnešní době je toto potvrzení v elektronické podobě jako příloha k e-mailu).
- Cestovní agentura ve stanovený platební den zaplatí národní ústředně BSP.
  Poznámka 2: Učitel vysvětlí, co jsou to BSP. BSP jsou národní zúčtovací střediska pro prodej letenek, která vznikla, protože se ukázalo, že prodej,

fakturace i sledování plateb se při spolupráci agentur s leteckými společnostmi staly velmi náročnými záležitostmi.

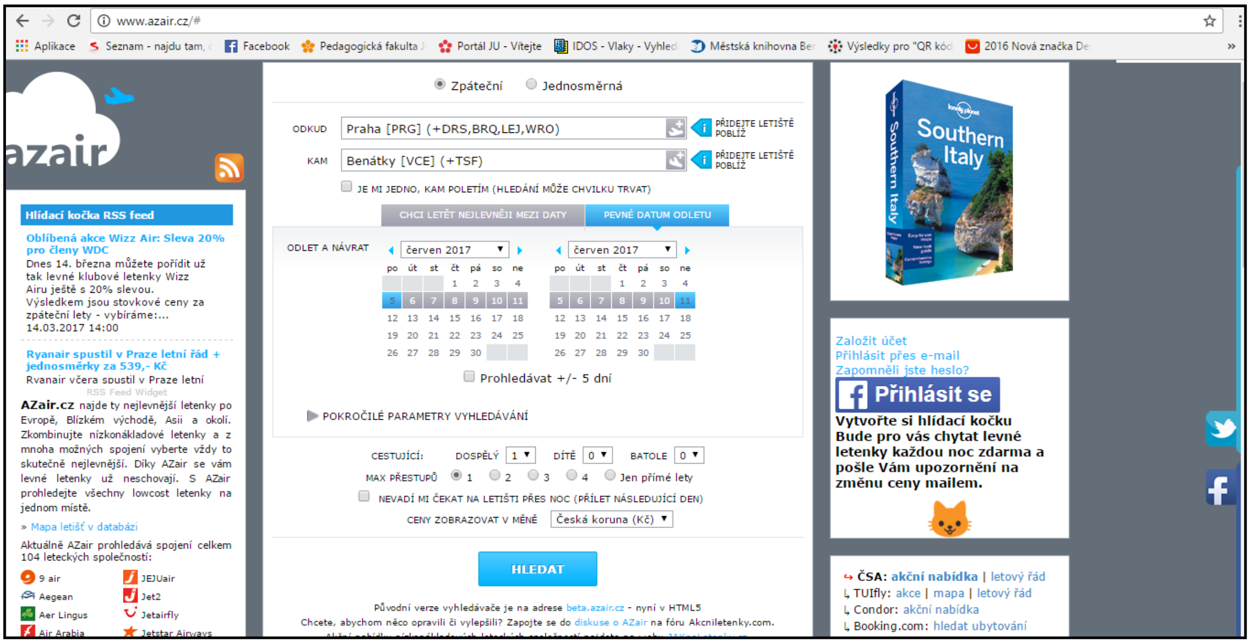
Můžeme si letenku koupit přímo v kanceláři letecké společnosti, což je velice obdobné jako, když ji kupujeme v kanceláři cestovní agentury, jen s tím rozdílem, že rezervace nejde přes globální distribuční systém ani přes národní ústřednu BSP, protože rezervaci si vytváříme přímo v prodejním systému letecké společnosti a peníze od nás letecká společnost dostane přímo.

Co máme dělat, pokud si chceme letenku objednat v pohodlí domova přes internet? Máme opět dvě možnosti při výběru webových portálů – internetové portály cestovních agentur a internetové portály leteckých společností. Nabízí se otázka, čím se tyto dva portály liší? Letecké společnosti nabízejí pouze své vlastní linky (případně i linky jejich partnerů), cestovní agentury využívají globálního distribučního systému a tudíž na těchto portálech najdeme nabídky mnoha leteckých společností a my tak máme možnost většího výběru a kombinaci různých společností při přestupech nebo zpátečních letech. Pokud si vybereme internetový portál, je postup při nákupu letenky totožný jako u osobního nákupu letenky v cestovní agentuře nebo letecké společnosti.

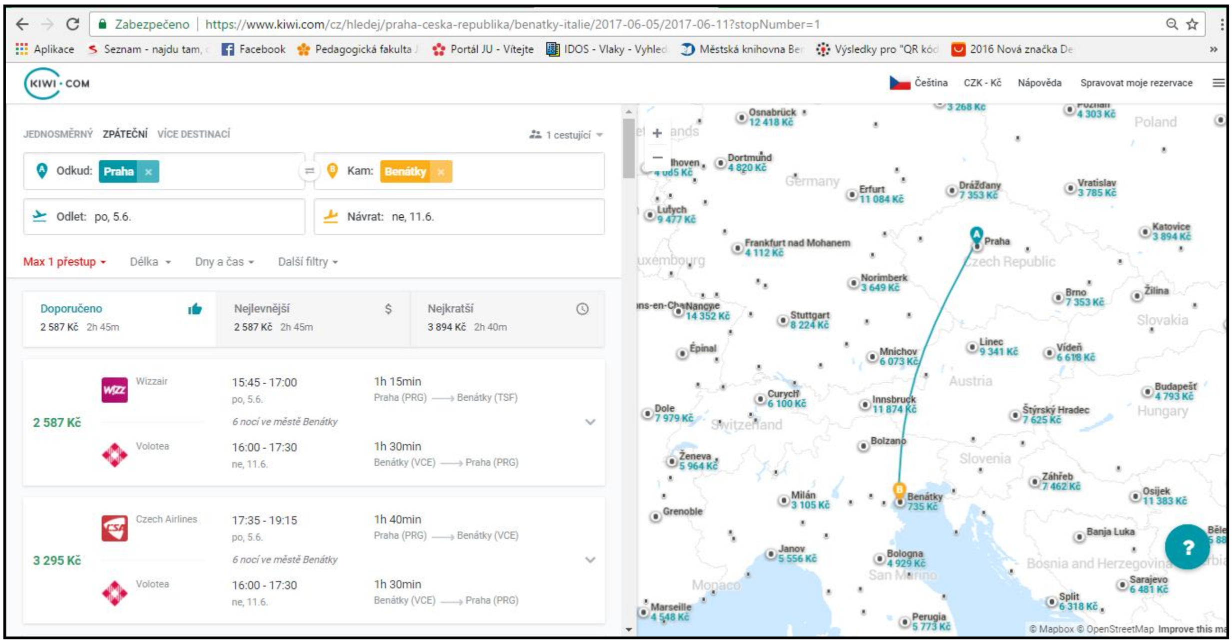
Zeptáme se žáků, **proč <u>není</u> vhodné platit za letenku hotově?** Lepší je platit letenky kreditní kartou (a to hlavně pokud si kupujeme letenky ve velkém časovém předstihu), může se totiž stát, že letecká společnost stačí do doby našeho odletu zkrachovat a my zaplacené peníze dostaneme zpět, ale jestliže zaplatíme hotově, můžeme se na své peníze čekat dlouho, protože naší jedinou možností je žaloba.

Zapneme žákům počítače nebo tablety a společně si projdeme následující dvě webové stránky: www.kiwi.com/cz a www.azair.cz. Seznámíme žáky s prostředním těchto dvou internetových odkazů a necháme asi tak dvouminutový prostor pro žáky, aby si vyhledali, jaké spoje sami chtějí. Poté zadáme žákům parametry, podle kterých budou hledat lety, a jejich úkolem bude najít pro ně nejvhodnější let – z hlediska doby letu, ceny, počtu přestupů, apod. a tento výběr nejlepšího letu odůvodnit. Důležité je, aby porovnávali lety z obou webových stránek a poté vybrali ten, který jim nejvíce vyhovuje, a toto rozhodnutí zdůvodnili.

Například můžeme zadat následující parametry

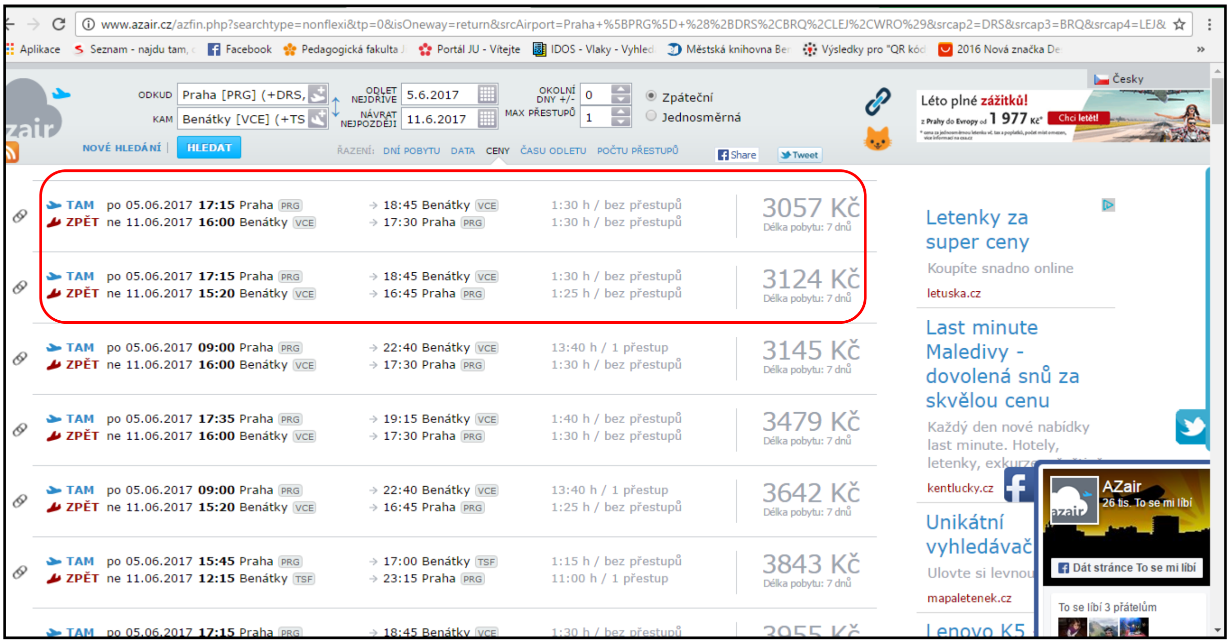


Obrázek 19: Zadání parametrů na www.azair.cz



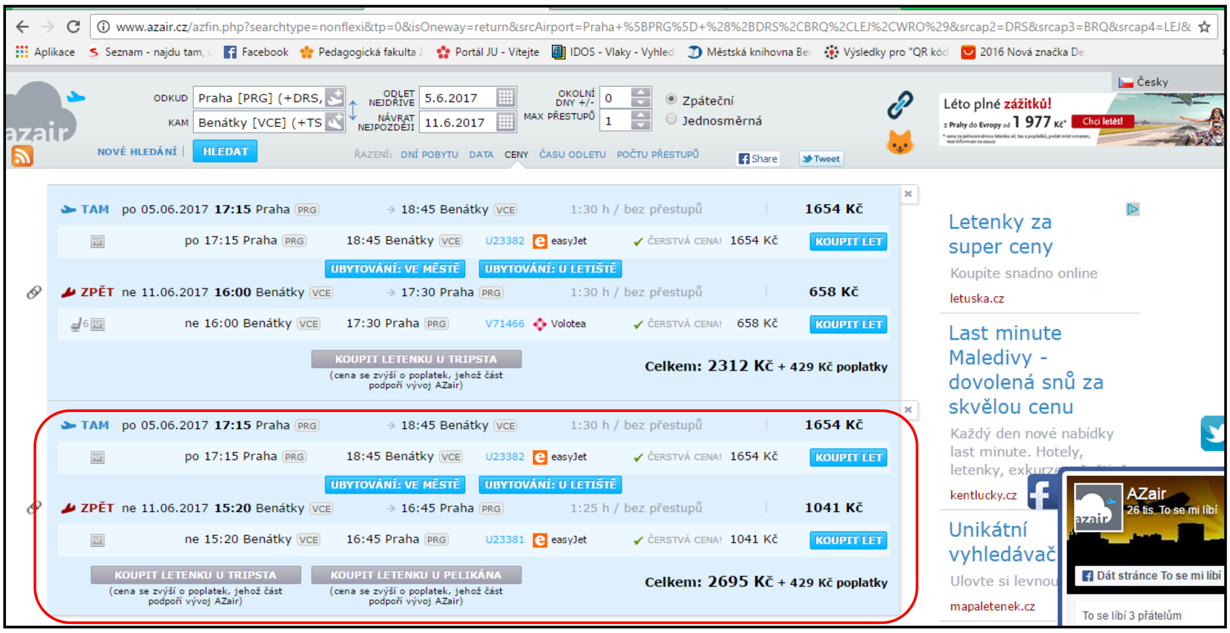
Obrázek 20: Zadání parametrů na www.kiwi.com/cz

Řešení:



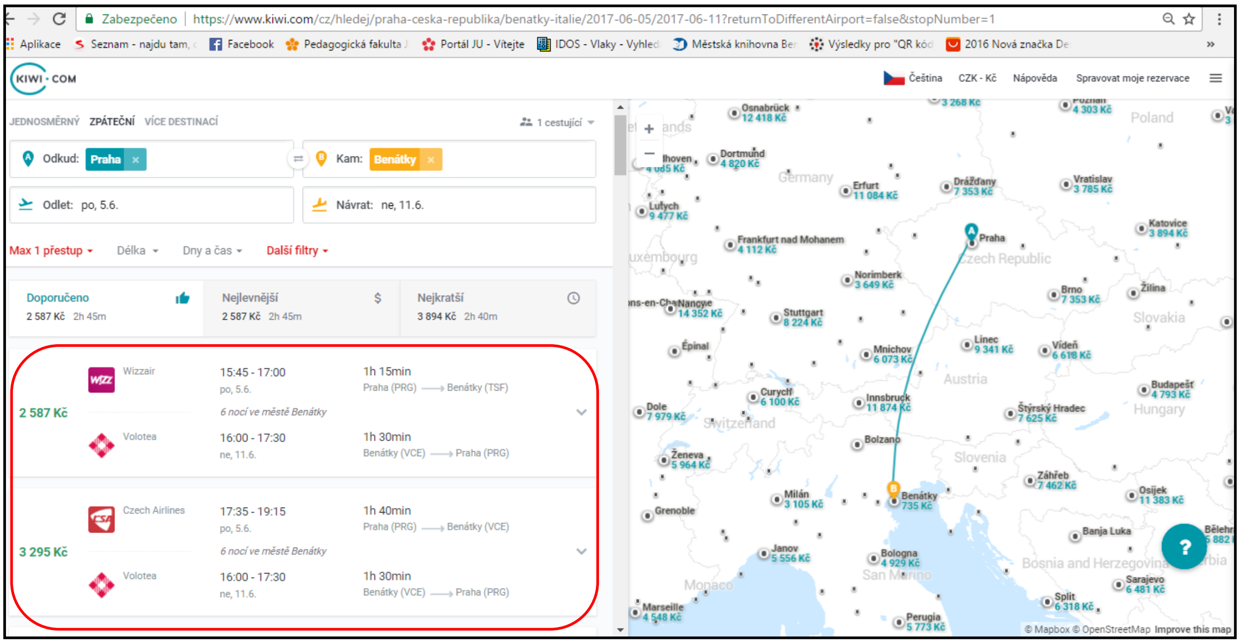
Obrázek 21: Výběr dvou letů na www.azair.cz

Na webové stránce www.azair.cz jsem si našla dva lety. Jelikož jsem ještě nikdy neletěla, vybrala jsem si dva lety bez přestupů a také za nejnižší cenu, kterou tato webová stránka nabízí.



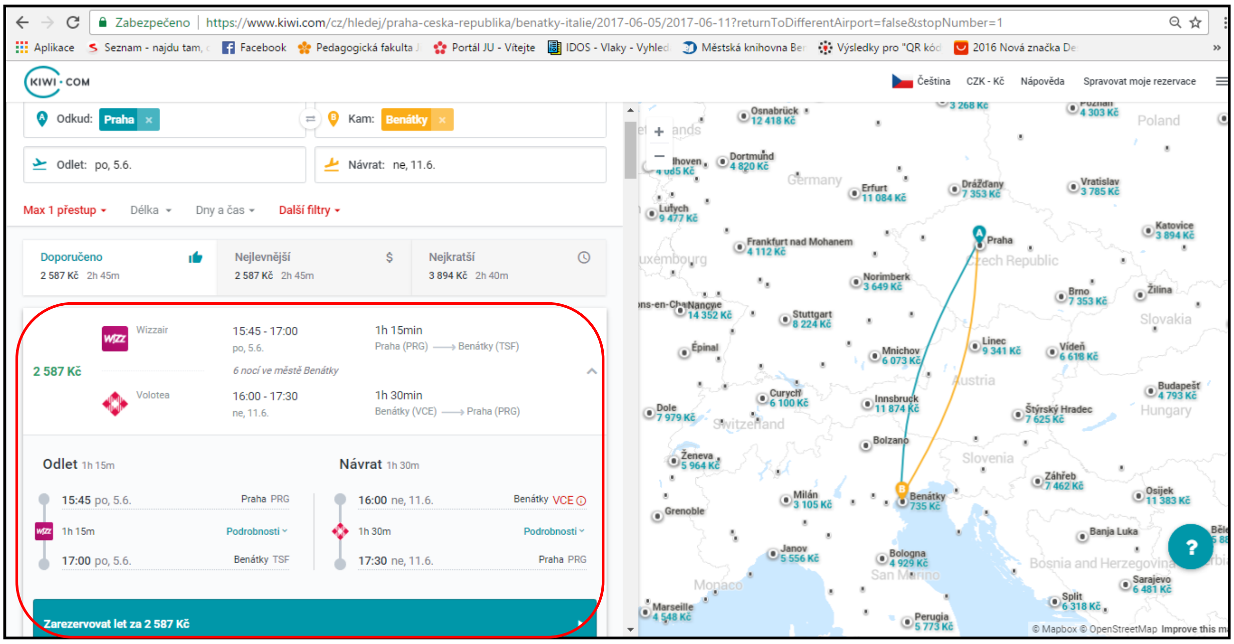
Obrázek 22: Výběr letu na www.azair.cz

Vzhledem k tomu, že oba dva lety jsou téměř cenově i délkou letu téměř stejné. Cenový rozdíl je 67 Kč a délka letu je odlišná pouze u zpátečního letu o 5 minut, proto jsem si zvolila druhou možnost za 3 124 Kč. Sice zaplatím o 67 Kč více, ale na druhé straně volím dřívější odlet z Benátek na zpáteční cestě.



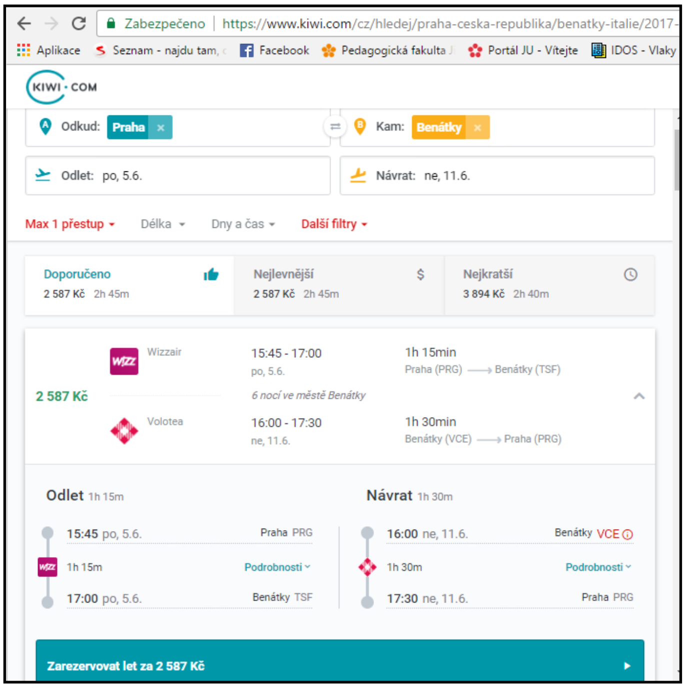
Obrázek 23: Výběr dvou letů na www.kiwi.com/cz

Na webové stránce www.kiwi.com/cz/ jsem si vybrala dva lety, ostatní lety jsem nebrala v úvahu kvůli jejich vysoké ceně a také dlouhé době letu. Protože letím poprvé, raději bych preferovala českou leteckou společnost Czech Airlines. Od letu za 3 295 Kč od leteckých společností Czech Airlines a Volotea mě odrazuje jeho vyšší cena, čas odletu z Prahy ve večerních hodinách a také o 25 minut delší první let.



Obrázek 24: Výběr letu na www.kiwi.com/cz

Po celkovém zhodnocení bych si vybrala hned první let v nabídce za 2 587 Kč (zaplatím o 708 Kč méně než s českou leteckou společností), dále jeho pozitivem shledávám čas odletu z Prahy a délku letu tam i zpět. Navíc oceňuji, že nebudu muset nikde přestupovat.

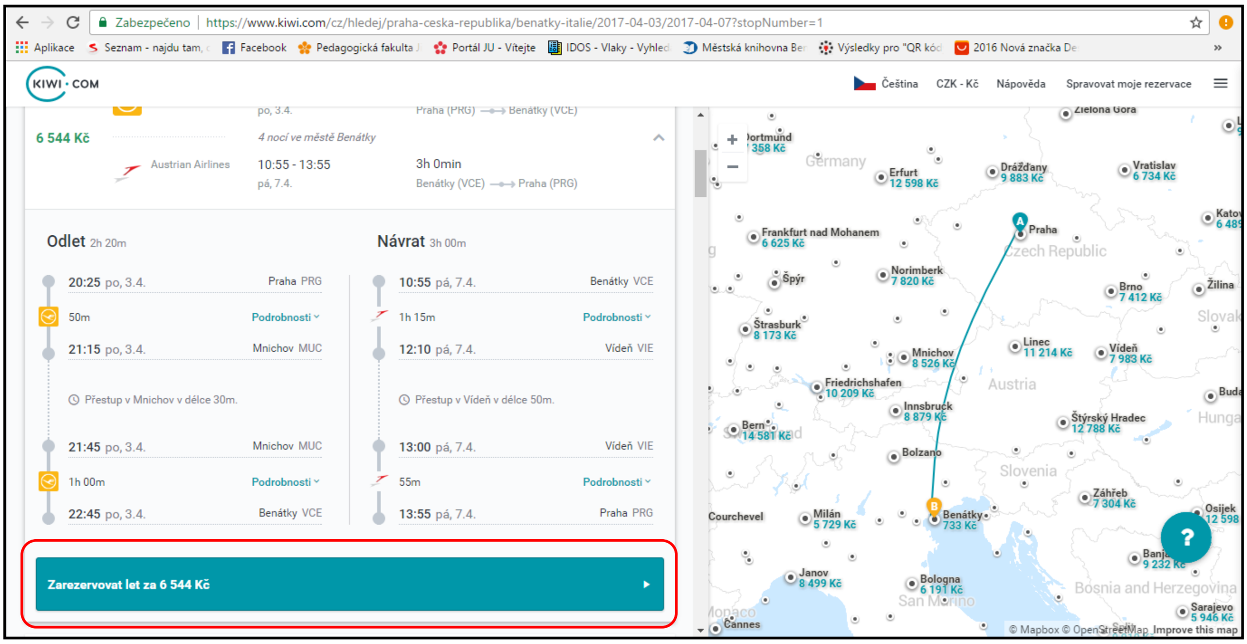


Obrázek 25: Konečný výběr letu z obou portálů

Konečný výběr letenky z těchto dvou portálů: Preferovala bych let za 2 587 Kč (www.kiwi.com/cz/) vzhledem k jeho nejnižší ceně, doby letu a času odletu z Prahy.

Po výběru individuálně preferovaných letů, učitel s žáky projde údaje, které jsou nutné k rezervaci a upozorní žáky na nutnost, aby si před každou rezervací prošli obchodní podmínky dané letecké společnosti, které budou velice důležité při jakékoliv změně ohledně jejich letu.

Poznámka 3: Tuto rezervaci najdeme po kliknutí na vybraný let, například na internetovém portálu https://www.kiwi.com/cz/ pod „Zarezervovat let“.



Obrázek 26: Rezervace letu na www.kiwi.com/cz

Hlavní část aktivity (30 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro hlavní část aktivity: nakopírované letenky pro každého žáka (viz přílohy).

Učitel rozdá žákům letenky a společně s nimi je projde a okomentuje náležitosti této předložené letenky.

Jména cestujících se musí uvádět přesně tak, jak jsou uvedena v cestovním dokladu. Letecké společnosti jsou velmi citlivé na správnost jmen včetně správného hláskování. Jestliže si cestující objednává let po internetu, je vhodnější vkládat své jméno bez diakritiky, protože může v systému dojít ke zkomolení jeho jména a při odbavení na let by toto zkomolení mohlo dělat problémy. Pokud cestující mají dvě křestní jména, ale v cestovním dokladu je uvedeno pouze jedno křestní jméno, musí se psát to, které je zapsáno v cestovním dokladu, jinak společnost může přepravu cestujícího odmítnout, anebo si daná osoba musí zaplatit poplatek za změnu jména, která se může pohybovat v řádu tisíců korun a navíc je to velice časově náročné.

Poté se v letence objevují informace o cestovní kanceláři, přes kterou jsme si letenku koupili.

Bude nás zajímat číslo elektronické letenky (e-Ticket Number), jedná se o unikátní číslo, obsahuje 13 číslic, konkrétně na této letence máme číslo 0064869683519. Číslo letenky se negeneruje náhodně, poslední cifra tohoto čísla je tzv. kontrolní cifra, která se určí jako zbytek čísla po dělení sedmi, musíme si tedy s žáky zavést kritérium dělitelnosti sedmi – od daného čísla si oddělíme poslední cifru a dvojnásobek této cifry odečteme od čísla, které nám zbylo po oddělení poslední cifry. Pokud je toto vzniklé číslo dělitelné sedmi, je i zkoumané číslo dělitelné sedmi.

Máme tedy číslo 6486968351 a chceme zjistit poslední kontrolní cifru. Při výpočtu kontrolní cifry (tou je pro nás číslo 9) postupujeme následovně:

$648696835 - 2 \cdot 1 = 648696833$, toto číslo je velké, nemůžeme říci, zda je či není dělitelné sedmi, tudíž pokračujeme

$64869683 - 2 \cdot 3 = 64869677$

$6486967 - 2 \cdot 7 = 6486953$

$648695 - 2 \cdot 3 = 648689$

$64868 - 2 \cdot 9 = 64850$

$6485 - 2 \cdot 0 = 6485$

$648 - 2 \cdot 5 = 638$.

Po oddělení číslice 8, dostaneme číslo 63, které je dělitelné sedmi. $63 : 7 = 9$, tím jsme dostali kontrolní cifru (zbytek čísla po dělení sedmi), která nám vyšla stejně jako u čísla letenky.

Dále v letence najdeme číslo rezervace a informaci o globálním distribučním systému, který daná cestovní agentura používá a tímto systémem je Galileo. České cestovní agentury používají celkem tři světové globální distribuční systémy – Galileo, Sabre a Amadeus.

V letence se udávají informace o letech, tedy s jakou leteckou společností letíme, kdy, odkud a kam letíme, v jaké letové třídě, kolik budeme mít zavazadel.

Závěrečná část aktivity (15 minut)

Na závěr celé aktivity učitel shrne rizika, o jakých si s žáky povídal a upozorní na další možná rizika, která nás čekají při nákupu letenky na internetových portálech – například podezřele nízké ceny letenek mohou signalizovat nějaký problém, může se stát, že zákazník objedná levnou letenku, zaplatí prodejci požadovanou částku, ale svou letenku neobdrží, tudíž ani jeho let se neuskuteční. Je důležité sledovat, zda na internetových stránkách je možnost využití on-line rezervačního systému, kde vytvoří nezávaznou rezervaci letenky. Dále musíme umět odlišit rezervaci a letenku, rezervace nám přijde automaticky na e-mail, ve kterém najdeme jméno cestujícího, cenu letenky, platnost rezervace a rezervační kód. Abychom obdrželi platnou letenku, musíme zaplatit požadovanou cenu, poté nám přijde letenka, kterou poznáme podle čísla letenky, u kterého jsme si počítali kontrolní cifru.

Zdroje použité literatury

Je nákup letenek přes internet riskantní? Ne, pokud nakupujete u poctivého prodejce. *Okletenky.cz* [online]. [cit. 2017-03-27]. Dostupné z: http://www.okletenky.cz/novinky/je-nkup-letenek-pes-internet-riskantn-ne-pokud-nakupujete-u-poctivho-prodejce

Práce s talentovanými žáky v matematice na ZŠ a nižším gymnáziu. *Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba* [online]. [cit. 2017-03-27]. Dostupné z: http://www.wigym.cz/nv/wp-content/uploads/2009/03/dalitelnost.pdf

PRUŠA, Jiří. *Chytré létání* [online]. Praha: Galileo CEE Service ČR, 2010 [cit. 2017-03-25]. ISBN 978-80-254-7065-7.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-25]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

2.2.6 Občanský průkaz

Cíl aktivity:

Cílem aktivity Občanský průkaz je popsat jednotlivé kroky při pořizování občanského průkazu, které náležitosti jsou na něm zaneseny, co dělat v případě ztráty či odcizení a jak jsou jednotlivé údaje zabezpečeny kontrolními ciframi.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (dělitelnost desíti), obec s rozšířenou působností, obecní úřad, rodný list, státní občanství, trvalý pobyt.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní.

Věk žáka: 13 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti).

Člověk ve společnosti: naše obec, region, kraj (důležité instituce).

Člověk, stát a právo: státní správa a samospráva (orgány a instituce státní správy a samosprávy).

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák aplikuje získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel do praxe.
		Žák objasní matematický postup při výpočtu kontrolních cifer.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák dodržuje právní ustanovení, která se na něj vztahují, a uvědomuje si svá rizika.
		Žák si uvědomuje důležitost přítomnosti kontrolních cifer na občanském průkazu.

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Metodický komentář k výukové aktivitě Občanský průkaz

Úvodní část aktivity (30 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: prezentace.

Učitel žákům vysvětlí, co je to občanský průkaz, jaké typy existují, kdo a za jakých podmínek si ho musí obstarat, kam se musí žadatel obrátit, aby mu byl občanský průkaz vystaven, kdy a kde mu bude vystaven.

Občanský průkaz je plastová karta o rozměrech 54 mm x 86 mm se zaoblenými rohy. Jde o průkaz totožnosti používaný k identifikaci osob. Držitelem dokladu je pouze jedna osoba, které byl občanský průkaz vydán. Občanský průkaz je povinen mít občan České republiky, který má trvalý pobyt na území České republiky a dosáhl věku 15 let, od roku 2012 lze občanský průkaz vydat na základě žádosti i občanovi mladšímu 15 let nebo občanu, který nemá trvalý pobyt na našem území. Občanský průkaz můžeme použít jako cestovní doklad při cestování do států Evropské unie anebo do států patřící do Schengenského prostoru.

Vydávají se dva typy občanských průkazů – občanské průkazy se strojově čitelnými údaji a občanské průkazy bez strojově čitelných údajů. Občanské průkazy se strojově čitelnými údaji se vydávají občanům mladším 15 let s dobou platnosti na 5 let, občanům starším 15 let s platností na 10 let a občanům starším 70 let s platností na 35 let. U tohoto typu si občan může zvolit občanský průkaz se strojově čitelnými údaji s kontaktním elektronickým čipem, anebo si může zvolit průkaz se strojově čitelnými údaji bez tohoto elektronického čipu. Občanské průkazy bez strojově čitelných údajů se vydávají na 6 měsíců (pokud došlo k technické závadě při výrobě občanských průkazů se strojově čitelnými údaji), na 3 měsíce (jestliže občan o průkaz požádá okamžitě po nabytí českého státního občanství), anebo s dobou platnosti na 1 měsíc (v případě ztráty, odcizení, poškození, zničení občanského průkazu, zrušení údaje o místu trvalého pobytu, nebo jestli občan potřebuje jít k volbám, kde občanský průkaz potřebuje).

Poznámka 1: Zaměříme se převážně na občanský průkaz se strojově čitelnými údaji.

O vydání občanského průkazu může požádat buď občan starší 15 let (předloží doklady potřebné pro vydání občanského průkazu), anebo zákonný zástupce občana mladšího

15 let (v případě podání je potřeba přítomnost zákonného zástupce, který předkládá svůj občanský průkaz nebo cestovní pas). K vydání prvního občanského průkazu musí občan s trvalým pobytem na území ČR předložit rodný list a doklad o státním občanství, pokud žadatel nemá doklad o státním občanství, daný obecní úřad obce s rozšířenou působností ověří státní občanství občana. Pokud občan žádá o vydání občanského průkazu se strojově čitelnými údaji (s čipem či bez čipu) nepodává vyplněnou žádost na úředním tiskopisu, pouze předloží požadované doklady. Tuto žádost vytiskne úředník a občan potvrdí podpisem jejich úplnost a správnost. Fotografii na občanský průkaz pořizuje buď obecní úřad obce s rozšířenou působností, kterou pořizuje úředník při podání žádosti, anebo si občan může dojít k fotografovi, jenž ji elektronicky prostřednictvím datové schránky Ministerstva vnitra zašle danému obecnímu úřadu, u kterého žadatel žádá o vydání občanského průkazu.

Žádost o vydání občanského průkazu může občan podat u jakéhokoliv obecního úřadu obce s rozšířenou působností, občanský průkaz vydá ten úřad, který obdrží žádost o vydání. Žadatel si může převzít svůj občanský průkaz u obecního úřadu s rozšířenou působností, u kterého podával žádost o vydání, anebo v žádosti uvede občan jiný obecní úřad obce s rozšířenou působností, ale tato změna je za správní poplatek. Vyzvednout občanský průkaz si musí osoba, na jejíž jméno se vydává, anebo zákonný zástupce (jde-li o dítě do 15 let). Občanský průkaz se zpravidla vyhotoví do 30 dnů ode dne podání žádosti u obecního úřadu obce s rozšířenou působností. Při převzetí si občan zvolí bezpečnostní osobní kód sloužící k autentizaci při elektronické identifikaci držitele občanského průkazu při komunikaci s informačními systémy veřejné správy.

<u>Hlavní část aktivity</u> (30 minut)

Pomůcky, které si musíme připravit pro úvodní část aktivity: nakopírované občanské průkazy pro každého žáka (viz příloha).

Vyučující projde s žáky náležitosti, které občanský průkaz obsahuje a výpočet kontrolních číslic, které slouží k ověření úplnosti a správnosti číselných údajů uvedených ve strojově čitelné zóně, tyto kontrolní číslice také slouží jako ochrana dokladu pro případ padělání a pozměňování.

Přední strana občanského průkazu obsahuje černobílou fotografii, číslo dokladu, příjmení, jméno, datum narození, označení pohlaví (F = žena, M = muž), místo narození, státní občanství, datum vydání, datum platnosti a podpis držitele občanského průkazu.

Na zadní straně občanského průkazu nalezneme místo trvalého pobytu, rodné číslo a kdo vydal tento doklad. Dále tam můžeme naleznout volitelné údaje – rodinný stav, registrované partnerství, titul, a také pokud máme občanský průkaz s elektronickým čipem, vidíme tento právě na zadní straně, od občanského průkazu bez čipu se jinak vzhledově ničím neliší. Do tohoto čipu si můžeme nechat nahrát elektronický podpis.

Poznámka 2: Občanský průkaz s elektronickým čipem a bez elektronického čipu nalezneme v příloze.

Naší pozornost také budeme věnovat třem řádkům na zadní straně v dolní části občanského průkazu. V horním řádku je uveden typ dokladu (ID), kód vydávajícího státu (CZE), číslo dokladu, kontrolní číslice a volné znaky (šipky). V druhém řádku je uvedeno datum narození, kontrolní cifra, pohlaví, datum platnosti dokladu, kontrolní cifra, státní občanství (CZE), volné znaky (šipky) a výsledná kontrolní cifra. V posledním řádku nalezneme příjmení, volné znaky (šipky), křestní jméno a opět volné znaky (šipky).

Výpočet kontrolních cifer:

Obrázek 27: Zadní strana občanského průkazu s kontrolními ciframi

Poznámka 3: Nyní se budeme zabývat pouze kontrolními ciframi, které jsou v černém kroužku.

Každý znak se nahradí kontrolní hodnotou, cifry jsou přímo touto hodnotou, znak $<$ má hodnotu 0, znaky A-Z mají hodnotu 10-35. Z této řady vypočítáme vážený součet pomocí vah 7, 3, 1, které se cyklicky opakují. Kontrolní číslici dostaneme jako zbytek po dělení tohoto váženého součtu deseti.

Kontrolní cifry nalezneme za číslem dokladu, datem narození a datem platnosti dokladu. Nyní si vypočítáme kontrolní cifry:

- Číslo dokladu

  Vypočteme si kontrolní cifru, která se nachází za číslem dokladu. Napíšeme si číslo dokladu a vypočteme vážený součet cyklicky opakovaných vah 7, 3, 1. Výsledné číslo si podělíme deseti, protože kontrolní číslice je zbytek po dělení výsledného čísla deseti.

  Poznámka 4: Učitel žákům vysvětlí, co je to vážený součet všech číslic. Vážený součet všech číslic je součin dané hodnoty a váhy.

	9	9	8	0	0	1	3	4	3
·	7	3	1	7	3	1	7	3	1

  $(9\cdot 7)+(9\cdot 3)+(8\cdot 1)+(0\cdot 7)+(0\cdot 3)+(1\cdot 1)+(3\cdot 7)+(4\cdot 3)+(3\cdot 1)=$

  $=63+27+8+0+0+1+21+12+3=135:10=13$ zbytek 5, kontrolní znak je 5.

  Což souhlasí, pokud se podíváme na zadní stranu občanského průkazu.

  Číslo občanského průkazu je jedinečné, generuje ho řídící systém, do jeho struktury nelze nijak zasahovat, čísla jsou řazena podle obdržených požadavků na výrobu občanského průkazu.

- Datum narození

  Kontrolní cifru u data narození počítáme stejně jako u čísla dokladu.

	8	1	1	0	0	8
·	7	3	1	7	3	1

$$(8\cdot 7)+(1\cdot 3)+(1\cdot 1)+(0\cdot 7)+(0\cdot 3)+(8\cdot 1)=56+3+1+0+0+8=68:10=6$$

zbytek 8. Opět nám vyšla stejná kontrolní cifra, která je na předloženém občanském průkazu.

- Datum platnosti dokladu

  Počítáme kontrolní znak stejně jako u čísla dokladu a data narození.

	2	2	0	1	1	0
·	7	3	1	7	3	1

$$(2\cdot 7)+(2\cdot 3)+(0\cdot 1)+(1\cdot 7)+(1\cdot 3)+(0\cdot 1)=14+6+0+7+3+0=30:10=3$$

zbytek 0. Tento kontrolní znak je stejný jako na zadní straně občanského průkazu za datem platnosti dokladu.

Poznámka 5: Kontrolní cifra v červeném kroužku se označuje jako tzv. výsledná kontrolní cifra.

Výsledná kontrolní číslice se počítá přesně stanoveným algoritmem, který nalezneme v mezinárodní normě pro strojově čitelné doklady ICAO 9303, tuto normu převzala Evropská unie. Výpočet výsledného kontrolního znaku se počítá obdobně, jako jsme počítali výše, jen s tím rozdílem, že si všechny údaje (číslo dokladu, datum narození, datum platnosti dokladu) napíšeme do jednoho řádku i s kontrolními ciframi a vypočteme vážený součet cyklicky opakovaných vah 7, 3, 1. Výslednou kontrolní cifru dostaneme jako zbytek po dělení tohoto váženého součtu deseti.

	9	9	8	0	0	1	3	4	3	5	8	1	1	0	0	8	8	2	2	0	1	1	0	0
·	7	3	1	7	3	1	7	3	1	7	3	1	7	3	1	7	3	1	7	3	1	7	3	1

$$(9\cdot 7)+(9\cdot 3)+(8\cdot 1)+(0\cdot 7)+(0\cdot 3)+(1\cdot 1)+(3\cdot 7)+(4\cdot 3)+(3\cdot 1)+(5\cdot 7)+(8\cdot 3)+(1\cdot 1)+$$

$$+(1\cdot 7)+(0\cdot 3)+(0\cdot 1)+(8\cdot 7)+(8\cdot 3)+(2\cdot 1)+(2\cdot 7)+(0\cdot 3)+(1\cdot 1)+(1\cdot 7)+(0\cdot 3)+(0\cdot 1)=$$

$$=63+27+8+0+0+1+21+12+3+35+24+1+7+0+0+56+24+2+14+0+1+$$

$+7+0+0=306:10=30$ zbytek 6.

Výsledná kontrolní cifra nám vyšla 6 jako na občanském průkazu.

Závěrečná část aktivity (15 minut)

Učitel s žáky ještě projde poplatky týkající se vydání občanského průkazu a jak postupovat v případě ztráty či odcizení občanského průkazu.

Vydání prvního občanského průkazu, výměna občanského průkazu při skončení platnosti a výměna občanského průkazu z důvodu změny místa trvalého bydliště a změny stavu je bez poplatku. Pokud tento průkaz ztratíme či zničíme, vydání nového občanského průkazu pro nás znamená úhradu správního poplatku ve výši 100 Kč. Budeme-li chtít občanský průkaz se strojově čitelnými údaji a s elektronickým čipem, tak si bez ohledu na věk a důvod vydání zaplatíme správní poplatek ve výši 500 Kč. Jestliže si chceme vyzvednout občanský průkaz na jiném obecním úřadě, než na kterém jsme podávali žádost, zaplatíme za tuto změnu (uvedeme již v žádosti) 100 Kč.

Jak máme postupovat v případě ztráty či odcizení občanského průkazu: ztrátu i odcizení občanského průkazu musíme ohlásit buď na kterémkoliv obecním úřadu obce s rozšířenou působností, nebo matričnímu úřadu. Pokud se jedná o odcizení, můžeme tuto skutečnost ohlásit také na Policii České republiky. Úřady zavedou do informačního systému evidence občanských průkazů tento daný průkaz jako neplatný, aby nedošlo k jeho zneužití. Jakmile nahlásíme ztrátu či odcizení občanského průkazu končí jeho platnost a obdržíme potvrzení o občanském průkazu, který je náhradním dokladem za občanský průkaz. Toto potvrzení ale není veřejná listina, neobsahuje fotografii. Musíme si zažádat o vydání nového občanského průkazu, který nám bude vydán ve 30-ti denní lhůtě. Jestliže se nám tato nemilá skutečnost stane a my nemůžeme čekat na vydání nového občanského průkazu se strojově čitelnými údaji (chceme například jít k volbám, anebo si vyzvednout na poště doporučený dopis), zažádáme o vydání občanského průkazu bez strojově čitelných údajů s dobou platnosti 1 měsíc za poplatek 100 Kč. Pokud nalezneme cizí občanský průkaz, tuto skutečnost oznámíme na Policii České republiky anebo na obecní úřad obce s rozšířenou působností.

Zdroje použité literatury

Osobní doklady. *Ministerstvo vnitra České republiky* [online]. [cit. 2017-03-29]. Dostupné z: http://www.mvcr.cz/clanek/osobni-doklady-642319.aspx

Platné typy občanských průkazů. *Ministerstvo vnitra České republiky* [online]. [cit. 2017-03-29]. Dostupné z: http://www.mvcr.cz/clanek/rady-a-sluzby-dokumenty-platne-typy-obcanskych-prukazu.aspx

Práce s talentovanými žáky v matematice na ZŠ a nižším gymnáziu. *Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba* [online]. [cit. 2017-04-01]. Dostupné z: http://www.wigym.cz/nv/wp-content/uploads/2009/03/dalitelnost.pdf

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-25]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

Vydání občanského průkazu. *Benešov* [online]. [cit. 2017-04-01]. Dostupné z: http://benesov-city.cz/vismo/dokumenty2.asp?id_org=219&id=1718

2.2.7 Zlatý řez

Cíl aktivity:

Pythagorejská škola velice ovlivnila řeckou matematiku, proto se v této aktivitě dozvíme základní poznatky o této škole, kterou založil sám Pythagoras. Spojíme tak poznatky filozofické s matematickými, protože Pythagorejci se zabývali zlatým řezem v pravidelném pětiúhelníku. Cílem aktivity Zlatý řez je u žáků vytvořit základní povědomí o historii, konstrukci a výskytu tohoto fenoménu, který je kolem nás. Při konstrukci zlatého řezu bude využito také matematického programu GeoGebra.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel, matematický program GeoGebra, lomený výraz, kružnice opsaná, pravidelný pětiúhelník.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů.

Věk žáka: 14 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: poměr.

Geometrie v rovině a prostoru: rovinné útvary (přímka, úsečka, kružnice, pravidelné mnohoúhelníky).

Nejstarší civilizace, kořeny evropské kultury: nejstarší starověké civilizace a jejich kulturní odkaz.

Návaznost na RVP ZV:

<table>
<tr><th>Vzdělávací oblast</th><th>Vzdělávací obor</th><th>Očekávané výstupy žáka</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Matematika a její aplikace</td><td rowspan="3">Matematika a její aplikace</td><td>Žák dokáže řešit situace vyjádřené poměrem.</td></tr>
<tr><td>Žák matematizuje jednoduché situace s využitím proměnných a určí hodnotu výrazu.</td></tr>
<tr><td>Žák získá povědomí o historii zlatého řezu a jeho uplatnění v dějinách matematiky.</td></tr>
<tr><td>Člověk a společnost</td><td>Dějepis</td><td>Žák si uvědomí přínos starověké kultury.</td></tr>
</table>

(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Metodický komentář k výukové aktivitě Zlatý řez

<u>Úvodní část aktivity</u> (15 minut)

Učitel si připraví výklad o historii zlatého řezu (především v souvislosti Pythagorejců a jejich okouzlení čísly a pravidelným pětiúhelníkem) a vysvětlí, co se rozumí zlatým řezem a od kdy se tento termín „zlatý řez“ používá.

Zlatý řez není žádným novým objevem, ba naopak má velmi dlouhou historii. Domníváme se, že zlatý řez byl používán již Egypťany při stavbě pyramid, ale toto tvrzení není potvrzeno ani vyvráceno. První písemný doklad o zlatém řezu máme od řeckého matematika Eukleida z období antiky. Dalšími matematiky, kteří se zabývali poměrem zlatého řezu, byli Pythagorejci. Nejprve si povíme, kdo vlastně byli. Zakladatel pythagorejské školy byl Pythagoras, který se domníval, že základem všeho je číslo, odtud pramení jejich fascinace čísly. Pythagorejská škola prosazovala studium tzv. kvadrivia, které obsahovalo geometrii, aritmetiku, astronomii a hudbu. Jak již jsem uváděla v teoretické části své diplomové práce podle Bečváře (1993) Pythagorejci nechápali číslo 1 jako číslo, ale jako základní stavební kámen aritmetiky i geometrie. Přirozená čísla $2,3,4,5,...$ byla chápána jako souhrny jednotek. Pythagorejci byli přímo fascinováni světem čísel, jednotlivá čísla pro ně měla zvláštní význam a moc. O sudých číslech říkali, že jsou to čísla ženská, lichá čísla byla označována jako mužská, číslo 4 představovalo spravedlnost, číslo 5 představovalo manželství (protože se sečte ženské číslo 2 a mužské číslo 3). Číslo 10 pro Pythagorejce představovalo dokonalost a veškeré jsoucno. Jde totiž o součet $1+2+3+4=10$, kde číslo 1 znamená základní jednotku, ale i bod. Číslo 2 je základní jednotka sudých čísel, ale i to, že dva různé body určují přímku. Číslo 3 představuje základní jednotku lichých čísel, trojúhelník, ale i to, že tři body, které neleží v přímce, určují rovinu. Číslo 4 představuje čtyřstěn, ale i to, že čtyři body, které neleží v rovině, určují prostor.

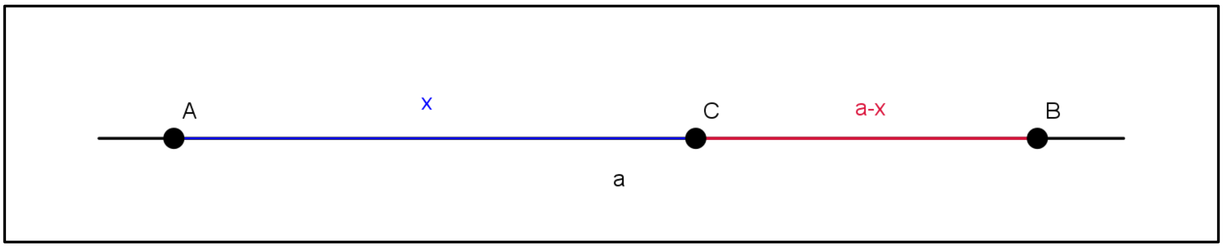
Pro Pythagorejce byl pravidelný pětiúhelník velmi okouzlující, protože jeho úhlopříčky jsou děleny svými průsečíky v poměru zlatého řezu a možná také díky tomu, že konstrukce pravidelného pětiúhelníku pomocí pravítka a kružítka znamenala pro tehdejší řeckou geometrii velký úspěch. Pravidelný pětiúhelník měli Pythagorejci také ve svém znaku.

Termín „zlatý řez“ se nepoužíval již od počátku své historie, ale ustálil se až v 19. století. Zlatý řez je takové rozdělení úsečky na dvě části tak, aby platilo, že poměr její celé délky (označíme si ji a) k její delší části (označíme si ji x) je stejný jako poměr delší části x ku kratší části (označené $a-x$).

Hlavní část aktivity (60 minut)

Pro tuto část aktivity budeme potřebovat počítačovou učebnu. V PC musíme mít nainstalovaný matematický program GeoGebra, ve kterém se žáky budeme provádět konstrukci zlatého řezu. Před samotnou konstrukcí ukážeme žákům, jak se rozdělí úsečka v poměru zlatého řezu a vypočítá se hodnota zlatého řezu. Dále si zkonstruujeme pětiúhelník, který byl velice důležitý pro pythagorejskou školu. V provedené konstrukci pravidelného pětiúhelníku si pouze naznačíme, kde se ukrývá zlatý řez.

Abychom výše zmíněnou definici zlatého řezu žákům více přiblížili, zapíšeme si danou definici matematickým zápisem a nakreslíme si také obrázek pomocí matematického programu GeoGebra.



Obrázek 28: Úsečka rozdělená v poměru zlatého řezu

Daný obrázek (vychází ze zmíněné definice zlatého řezu) kreslí všichni žáci na svém počítači a učitel to komentuje. Uvažujme úsečku AB, pojmenujeme si ji a, poté si na dané úsečce vyznačíme bod C, který nám úsečku AB bude rozdělovat na dvě nestejné části. Podle definice si máme delší část úsečky označit jako x, pro nás to znamená, že délka $AC = x$. Analogicky pro kratší část úsečky AB, tedy $|CB| = (a-x)$.

Nyní si vyjádříme danou definici matematickým zápisem $\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$, pokud bude tato rovnost splněna, můžeme říci, že daná úsečka AB je rozdělná bodem C v poměru zlatého řezu. Hodnotu zlatého řezu označujeme jako číslo φ, tzn. $\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} = \varphi$.

Přistoupíme k výpočtu hodnoty zlatého řezu, zvolíme si $|AB| = a = 1$ jednotka délky, což znamená, že v rovnici zlatého řezu si za proměnnou a dosadíme 1, tedy

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

Po roznásobení dané rovnice hodnotou $x(1-x)$, dostaneme jednoduchou kvadratickou rovnici

$$1 - x = x^2$$

Poznámka 1: U této rovnice nemusíme dělat podmínky, za kterých má daný lomený výraz smysl, protože proměnná x ve jmenovateli značí délku úsečky AC, která určitě není nula nebo jedna.

Poznámka 2: Kvadratické rovnice nejsou učivem základní školy, tudíž pouze žákům sdělíme, že rovnici, která nám vyšla, nazýváme kvadratická rovnice, dále žákům řekneme, jak se počítá diskriminant, bez kterého bychom nedostali hodnotu zlatého řezu.

Přepíšeme si kvadratickou rovnici na tvar $x^2 + x - 1 = 0$, abychom danou rovnici měli v základním tvaru $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a \neq 0$ a a, b, c jsou reálná čísla.

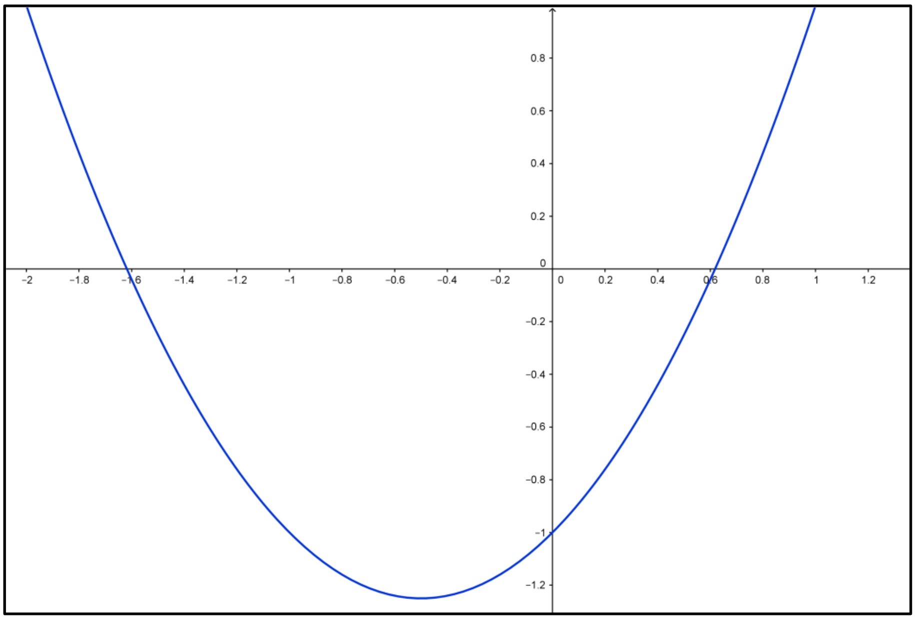
Kořeny kvadratické rovnice vypočítáme následovně $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, kde D je diskriminant, který počítáme takto $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

Známe vše potřebné pro výpočet kořenů naší kvadratické rovnice, takže si dosadíme

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Máme dva kořeny, kořen $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ je kladný a kořen $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ je záporný. Jelikož x je délka úsečky AC, víme, že délka úsečky nemůže mít nikdy zápornou hodnotu, tudíž tento záporný kořen nebereme v úvahu.

Vyčíslíme kořen x_1 (na kalkulačce) a zjistíme, že nám vyjde iracionální číslo $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}618033988$. Navíc máme k dispozici program GeoGebra, pomocí tohoto programu snadno najdeme řešení naší kvadratické rovnice.

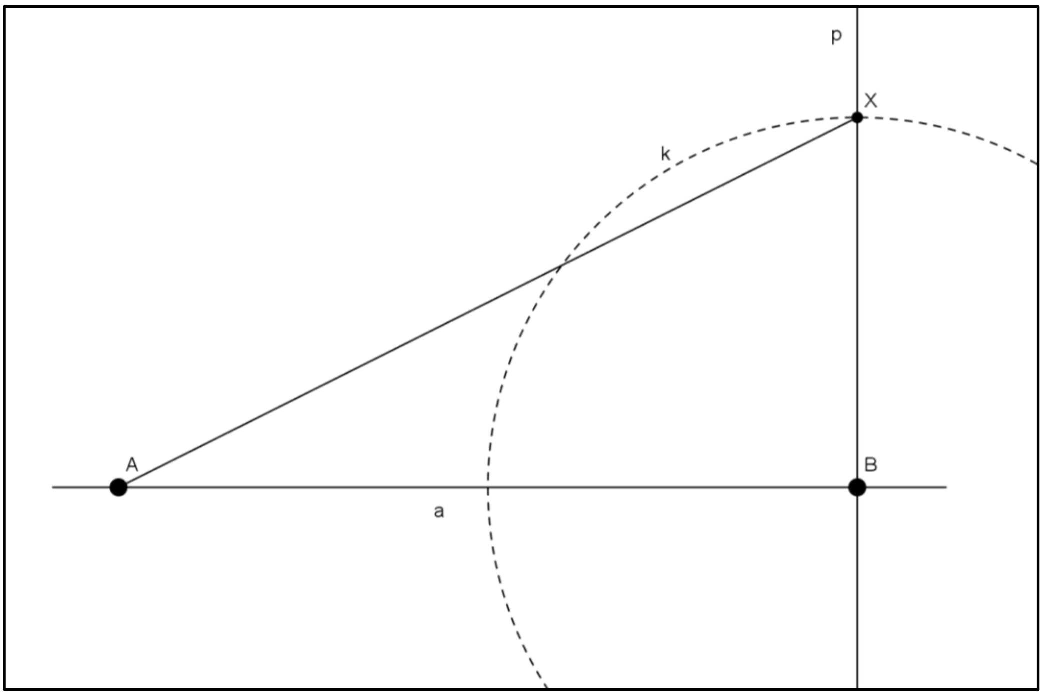


Obrázek 29: Grafické řešení kvadratické funkce

Po sestavení rovnice zlatého řezu a vypočítání její hodnoty, přistoupíme k tomu, jak sestrojit zlatý řez. Postup konstrukce v GeoGebře si ukážeme na následujícím příkladě: Zadanou úsečku AB máme rozdělit bodem C v poměru zlatého řezu.

1. $|AB| = a$
2. $p; p \perp a \wedge B \in p$
3. $k; k(B, \frac{1}{2}|AB|)$
4. $X; X \in p \cap k$

5. ΔABX



Obrázek 30: Konstrukce zlatého řezu

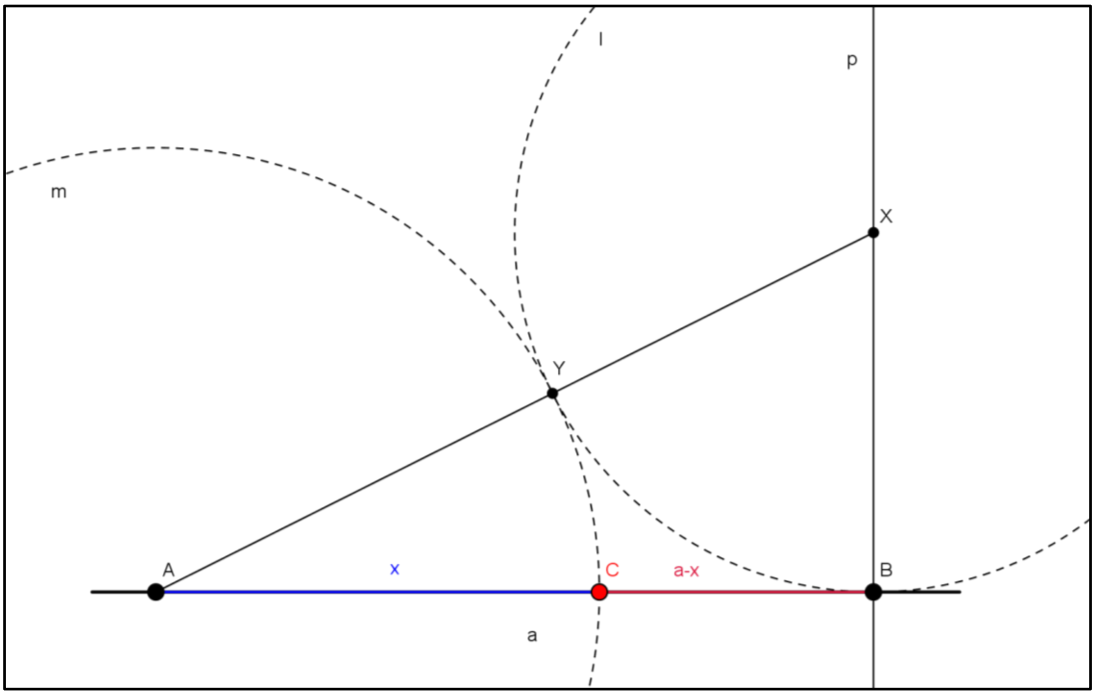
6. $l; l(X, |BX| = \frac{1}{2}|AB|)$

7. $Y; Y \in l \cap AX$

8. $m; m(A, |AY|)$

9. $C; C \in m \cap AB$

   Bod C je bod, který jsme hledali, protože dělí úsečku AB v poměru zlatého řezu.

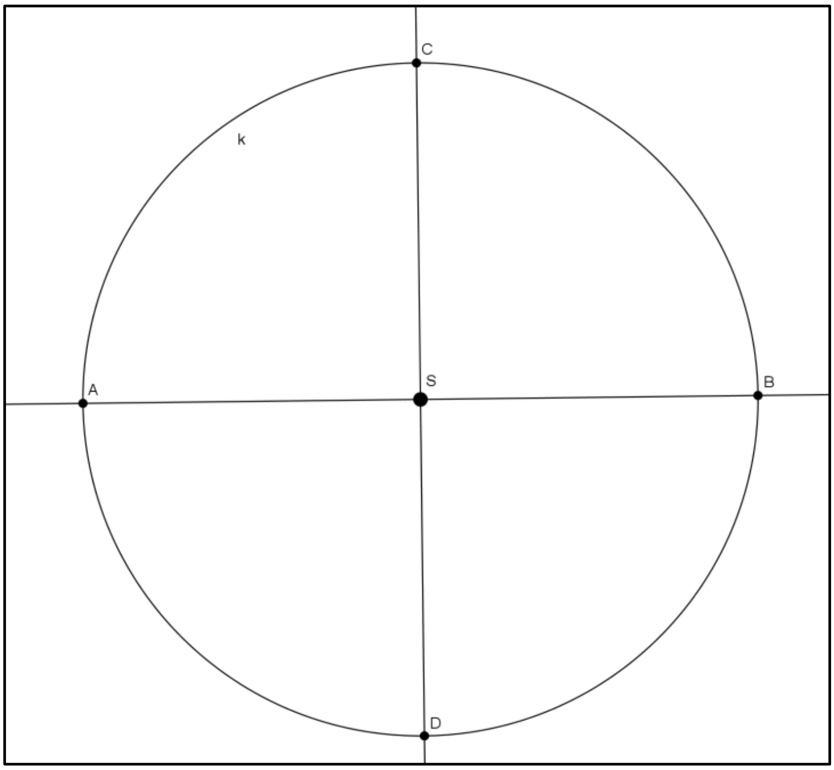


Obrázek 31: Výsledná konstrukce zlatého řezu

V úvodní části aktivity jsme zmínili, že Pythagorejci byli přímo fascinováni pravidelným pětiúhelníkem. Ukážeme si konstrukci pravidelného pětiúhelníku v programu GeoGebra, na této konstrukci je obdivuhodné, že využívá pouze pravítka a kružítka. Konstrukci pravidelného pětiúhelníku budeme provádět pomocí kružnice opsané, kterou žáci znají.

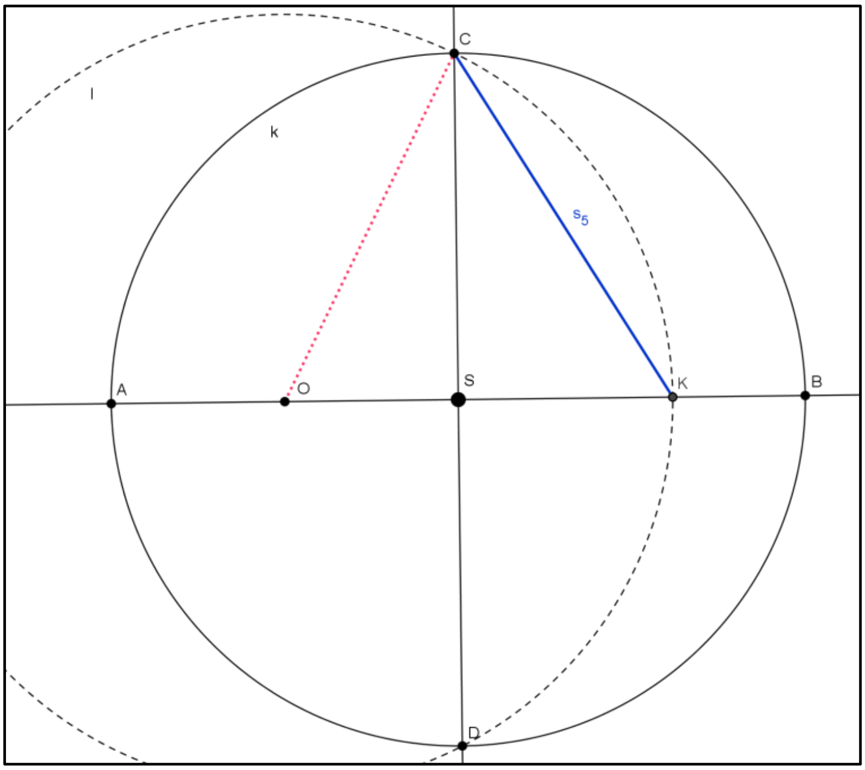
<u>Poznámka 3:</u> Konstrukce pravidelného pětiúhelníku není učivem základní školy, ale není na ní nic složitého.

1. $k; k(S; r)$
2. Osový kříž procházející středem S, jeho dvě přímky jsou na sebe kolmé
3. $A, B, C, D; A, B, C, D \in k \cap$ osovým křížem



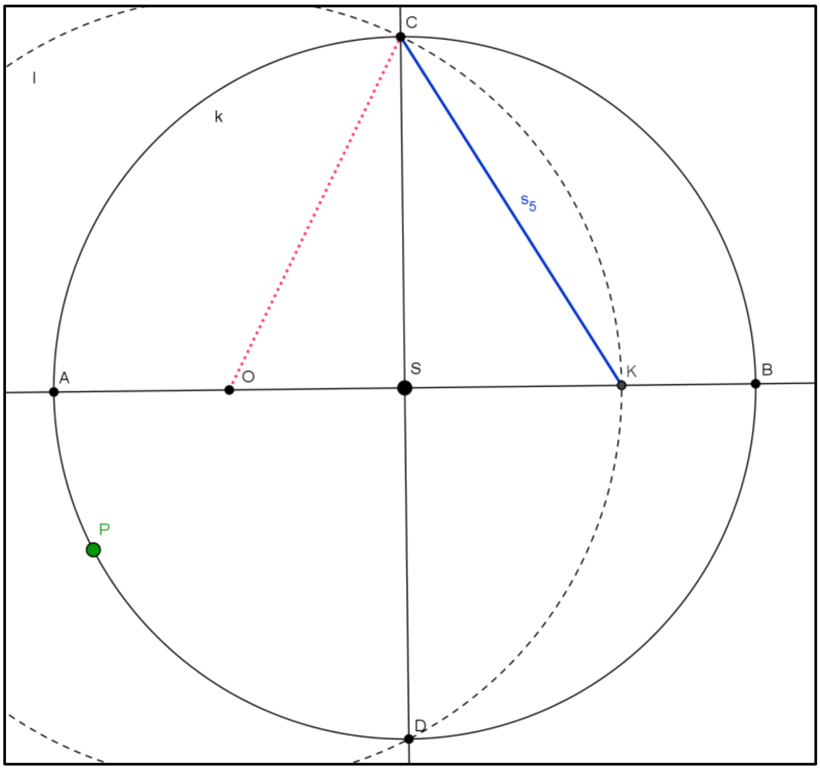
Obrázek 32: Osový kříž s kružnicí

4. $O;|AO|=|OS|=\frac{1}{2}|AS|$
5. $l;l(O;|OC|)$
6. $K;K\in l\cap SB$



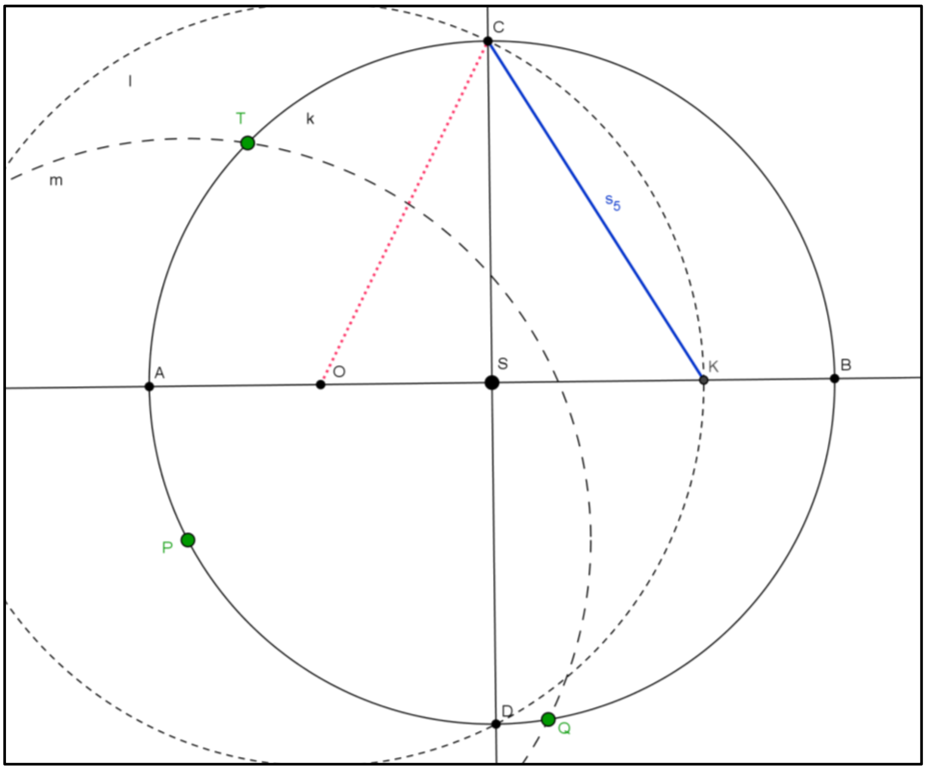
Obrázek 33: Velikost strany pětiúhelníku

Našli jsme tedy velikost strany pravidelného pětiúhelníku, která je stejná jako $|KC|$. Zbývá nám najít vrcholy P, Q, R, S, T pravidelného pětiúhelníku. První vrchol pětiúhelníku si můžeme zvolit libovolně.



Obrázek 34: Libovolný vrchol pravidelného pětiúhelníku

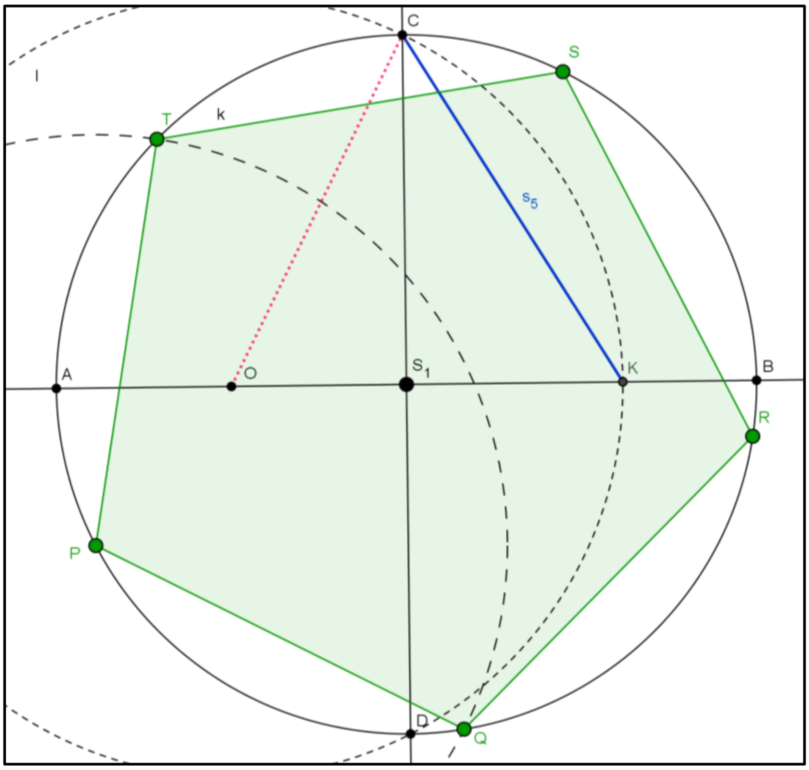
7. $m; m(P, |KC|)$
8. $Q, T; Q, T \in m \cap k$



Obrázek 35: Tři vrcholy pravidelného pětiúhelníku

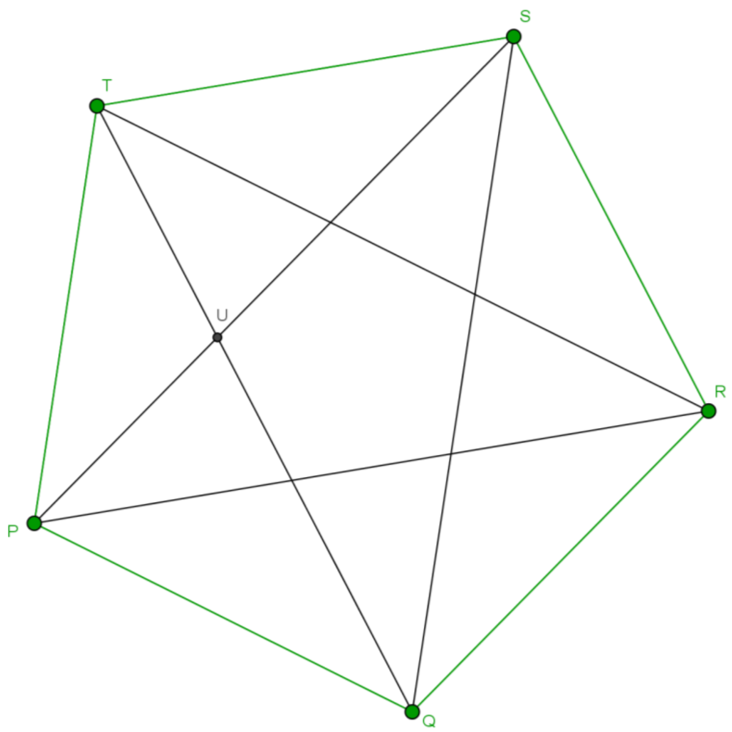
V matematické programu GeoGebra zvolíme nástroj „Pravidelný pětiúhelník", který nám usnadní práci.

9. Pravidelný pětiúhelník P, Q, R, S, T .



Obrázek 36: Pravidelný pětiúhelník

Pythagorejci přišli na to, že úhlopříčky jsou děleny svými průsečíky v poměru zlatého řezu. Ukážeme si pouze základní myšlenku tohoto tvrzení. Sestrojíme si všechny úhlopříčky daného pětiúhelníku. Sestrojením všech úhlopříček dostaneme pěticípou hvězdu, tzv. pentagram. A ve středu tohoto pentagramu dostaneme opět pravidelný pětiúhelník. Dále platí, že průsečík dvou úhlopříček (například průsečík U) dělí každou z nich v poměru zlatého řezu, tedy průsečík U dělí úsečku PS v poměru zlatého řezu a průsečík U dělí také úsečku TQ v poměru zlatého řezu.



Obrázek 37: Úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku a průsečík dvou úhlopříček

<u>Závěrečná část aktivity</u> (15 minut)

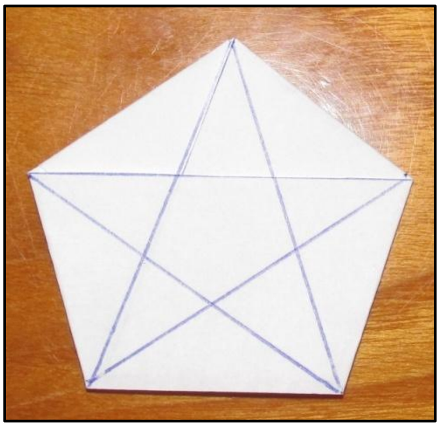
Pomůcky, které jsou potřebné pro tuto část aktivity: proužky papíru na vyrobení pravidelného pětiúhelníku pro každého žáka.

Vyučující rozdá žákům proužky papíru (například o šířce 3 cm). Žáci mají za úkol z tohoto proužku papíru udělat pravidelný pětiúhelník.

<u>Řešení:</u>

Obrázek 38: Proužek papíru k tvorbě pravidelného pětiúhelníku

Na proužku papíru uděláme „uzel“, který utáhneme, dále přebývající části papíru odstřihneme nebo zahneme, abychom viděli vzniklý pravidelný pětiúhelník.



Obrázek 39: Pravidelný pětiúhelník z proužku papíru

Na konec aktivity učitel ještě uvede několik příkladů zlatého řezu v praxi.

Pětiúhelník, který jsme tvořili z proužku papíru, používáme každý den při zavazování tkaniček u bot. Dále zlatý řez můžeme spatřit v přírodě, například těla či schránky mořských živočichů. Zlatý řez se využívá také v umění – například malířství, fotografování. Zlatý řez se vyskytuje i u lidského těla.

Zdroje použité literatury

BEČVÁŘ, Jindřich. Hrdinský věk řecké matematiky. In: *Historie matematiky. I* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 1993, s. 89 [cit. 2017-04-02]. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400590/DejinyMat_01-1994-1_3.pdf

BELEJOVÁ, Lenka. *Problematika zlatého řezu a jeho výskyt okolo nás* [online]. České Budějovice, 2015 [cit. 2017-04-02]. Dostupné z: file:///C:/Users/ASUS%20X205/Downloads/BP_Belejova_2015.pdf. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.

CHMELÍKOVÁ, Vlasta. *Zlatý řez* [online]. Praha, 2006 [cit. 2017-04-02]. Dostupné z: http://kdm.karlin.mff.cuni.cz/diplomky/chmelikovabp/Zlaty_rez.pdf. Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce PhDr. Alena Šarounová, CSc.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-04-02]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

2.2.8 Co jsi zač ISBN?

Cíl aktivity:

Stěžejním bodem při psaní různých seminárních prací, projektů, referátů je umět správně odkazovat na citovanou literaturu, protože jinak je naše práce napadena jako plagiát. ISBN se vyskytuje u všech knižních publikací a pomocí internetového webu www.citace.com nám ve velké míře usnadňuje tvorbu citace, přesněji ji udělá celou za nás. Cílem aktivity Co jsi zač ISBN? je přiblížit žákům toto identifikační číslo, které v sobě zahrnuje mnoho informací o původu dané knižní publikace a poukážeme na praktickou stránku dělitelnosti.

Předpokládané znalosti:

Dělitelnost přirozených čísel (dělitelnost deseti a jedenácti), základní znalost citační normy ISO 690.

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní.

Věk žáka: 11 – 15 let

Časová dotace: 2 vyučovací hodiny

Tematické zařazení:

Číslo a proměnná: dělitelnost přirozených čísel (kritéria dělitelnosti).

Člověk, stát a hospodářství: peníze (formy placení), principy tržního hospodářství (nabídka).

Zpracování a využití informací.

Návaznost na RVP ZV:

Vzdělávací oblast	Vzdělávací obor	Očekávané výstupy žáka
Matematika a její aplikace	Matematika a její aplikace	Žák aplikuje získané poznatky z dělitelnosti přirozených čísel do praxe.
		Žák objasní matematický postup při výpočtu kontrolních cifer u ISBN-10 a ISBN-13.
Člověk a společnost	Výchova k občanství	Žák prokáže schopnost vyhodnotit cenovou nabídku.
Informační a komunikační technologie	Informační a komunikační technologie	Žák používá informace z různých informačních zdrojů a vyhodnocuje jednoduché vztahy mezi nimi.

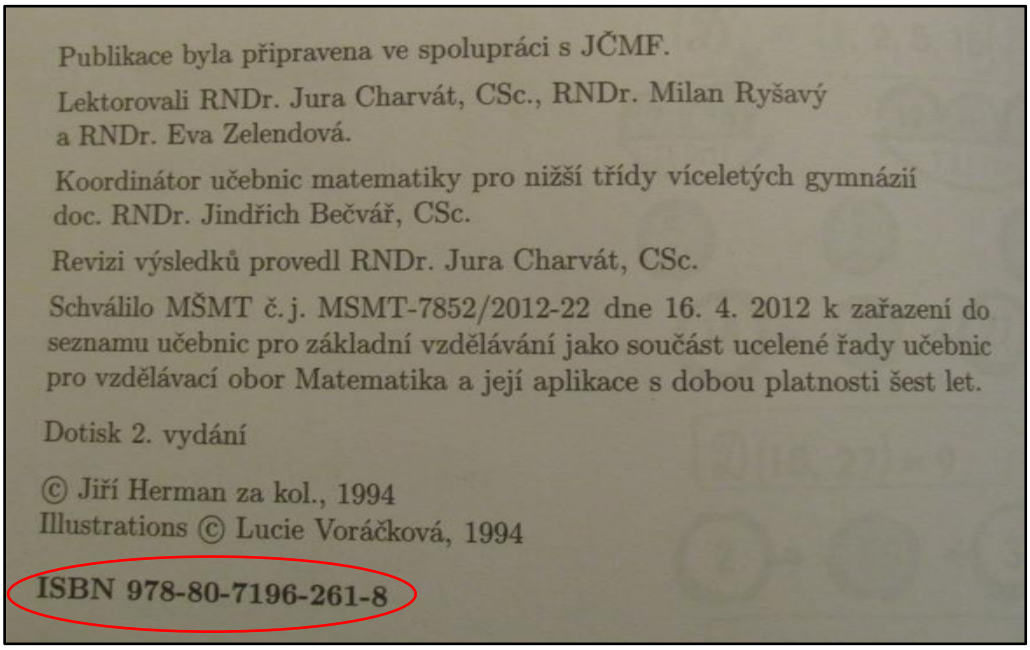
(RVP ZV, 2016, upraveno 2017)

Metodický komentář k výukové aktivitě Co jsi zač ISBN?

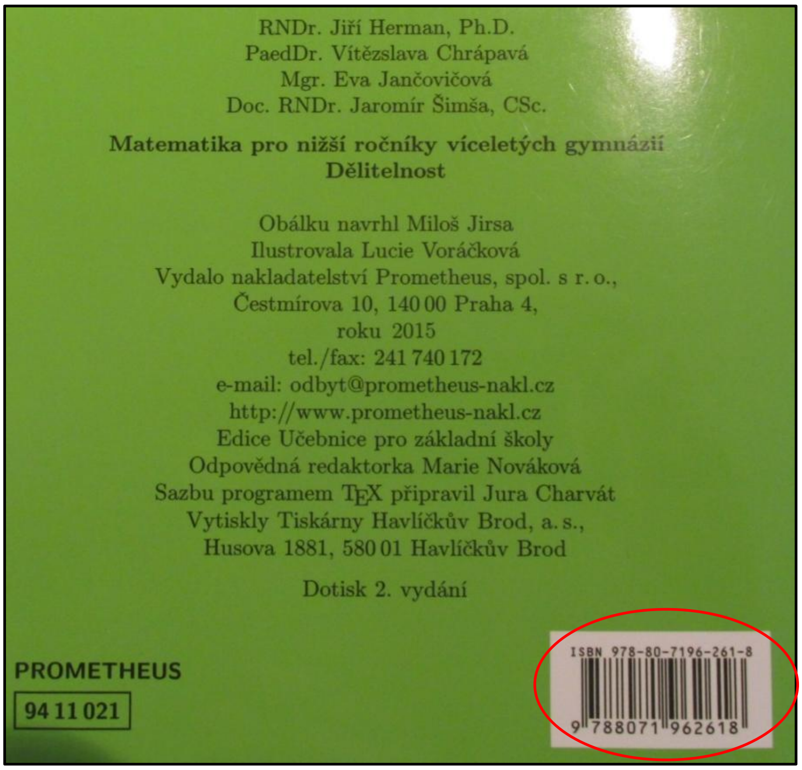
<u>Úvodní část aktivity</u> (30 minut)

Učitel žákům vysvětlí, co je to ISBN, kde se používá, jak se tvoří, co je to kontrolní číslice a k čemu slouží. Vyučující s žáky projde prostředí webové stránky www.citace.com, kde jim objasní jednotlivé náležitosti – zadávání ISBN, ale také dalších parametrů k tvorbě citací.

ISBN je systém mezinárodního standardního číslování knih, vznikl z anglického International Standard Book Numbering v 60. letech ve Velké Británii. Ze začátku to měl být systém číslování knih pouze ve Velké Británii, ale postupem času se rozšířil i do dalších zemí. U nás v České republice bylo zavedeno v roce 1989. ISBN je číselný kód, který slouží k jednoznačné identifikaci knih. ISBN můžeme najít v českých knižních publikacích na titulní straně a v čárovém kódu na obálce (viz obrázky).


Publikace byla připravena ve spolupráci s JČMF.
Lektorovali RNDr. Jura Charvát, CSc., RNDr. Milan Ryšavý a RNDr. Eva Zelendová.
Koordinátor učebnic matematiky pro nižší třídy víceletých gymnázií doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.
Revizi výsledků provedl RNDr. Jura Charvát, CSc.
Schválilo MŠMT č. j. MSMT-7852/2012-22 dne 16. 4. 2012 k zařazení do seznamu učebnic pro základní vzdělávání jako součást ucelené řady učebnic pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace s dobou platnosti šest let.
Dotisk 2. vydání
© Jiří Herman za kol., 1994
Illustrations © Lucie Voráčková, 1994
ISBN 978-80-7196-261-8

Obrázek 40: ISBN na titulní straně



Obrázek 41: ISBN v čárovém kódu na obalu knihy

Samostatné číslo ISBN musí být přiděleno každému vydání knihy. Pokud se mění cena či obálka publikace, tak číslo ISBN zůstává stejné, jestliže dochází ke změně vydavatele, ISBN se musí změnit. Máme-li ke knize například plánky, gramofonové desky, kazety, CD, tak i tyto doplňky dostanou číslo ISBN, které je stejné jako ISBN knihy. Jakmile došlo k přiřazení určitého ISBN čísla, toto číslo již nesmí být použito na další knihu.

Původně se používalo ISBN-10 o deseti číslicích (devět číslic významových a poslední číslice byla kontrolní), od roku 2007 se zavedlo ISBN-13, které má třináct číslic (dvanáct je významových a poslední číslice je opět kontrolní). Změna v navýšení počtu číslic byla prostá, bylo nutné rozšířit kapacitu systému. Dalším důvodem bylo sjednocení ISBN s čárovým kódem EAN.

Číslo ISBN má pevně stanovenou strukturu, z jednotlivých částí čísel můžeme získat základní informace o knize. Máme-li ISBN 978-80-7196-261-8. První tři číslice (978) nazýváme prefix, je to konstanta, která se používá od roku 2007 pro knihy. Číslo 80 je tzv. identifikátor skupiny, který popisuje zemi, ve které je tato kniha vydávána. Identifikátor je vydáván Mezinárodní agenturou ISBN a pro Českou republiku se používá právě číslo 80. Další částí ISBN je identifikace vydavatele, tento kód v České republice přiděluje jednoznačně každému vydavateli Národní agentura ISBN. Předposlední částí ISBN je číslování konkrétního vydání knihy u příslušného vydavatele, toto číslo je v kompetenci vydavatele. A konečně poslední částí je tzv. kontrolní číslice, která slouží pro kontrolu platnosti daného ISBN. Je nutné zmínit, že výpočet kontrolní číslice je u ISBN-10 odlišný než u ISBN-13.

Tabulka 3: Struktura ISBN

978	80	7196	261	8
Prefix	Identifikátor skupiny	Identifikace vydavatele	Konkrétní vydání knihy u vydavatele	Kontrolní číslice

U ISBN-10 se kontrolní číslice vypočítá jako nulový zbytek váženého součtu všech číslic po dělení jedenácti, kontrolní číslice může mít hodnotu deset, která se zapisuje znakem X. Váhy u ISBN-10 používáme čísla 10-1 (přičemž váha 10 přísluší prvnímu číslu ISBN, váha 9 přísluší druhému číslu ISBN, atd.)

Poznámka 1: Učitel žákům vysvětlí, co je to vážený součet všech číslic. Jedná se o součin dané hodnoty a její váhy.

S žáky provedeme ověření platnosti čísla ISBN-10. Dané ISBN je 80-7040-036-6. Pro lepší názornost si ISBN a jednotlivé váhy zapíšeme do tabulky

	8	0	7	0	4	0	0	3	6	6
·	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$(8\cdot 10)+(0\cdot 9)+(7\cdot 8)+(0\cdot 7)+(4\cdot 6)+(0\cdot 5)+(0\cdot 4)+(3\cdot 3)+(6\cdot 2)+(6\cdot 1)=$

$=80+0+56+0+24+0+0+9+12+6=187:11=17$ zbytek 0. O daném ISBN číslu můžeme říci, že je platné.

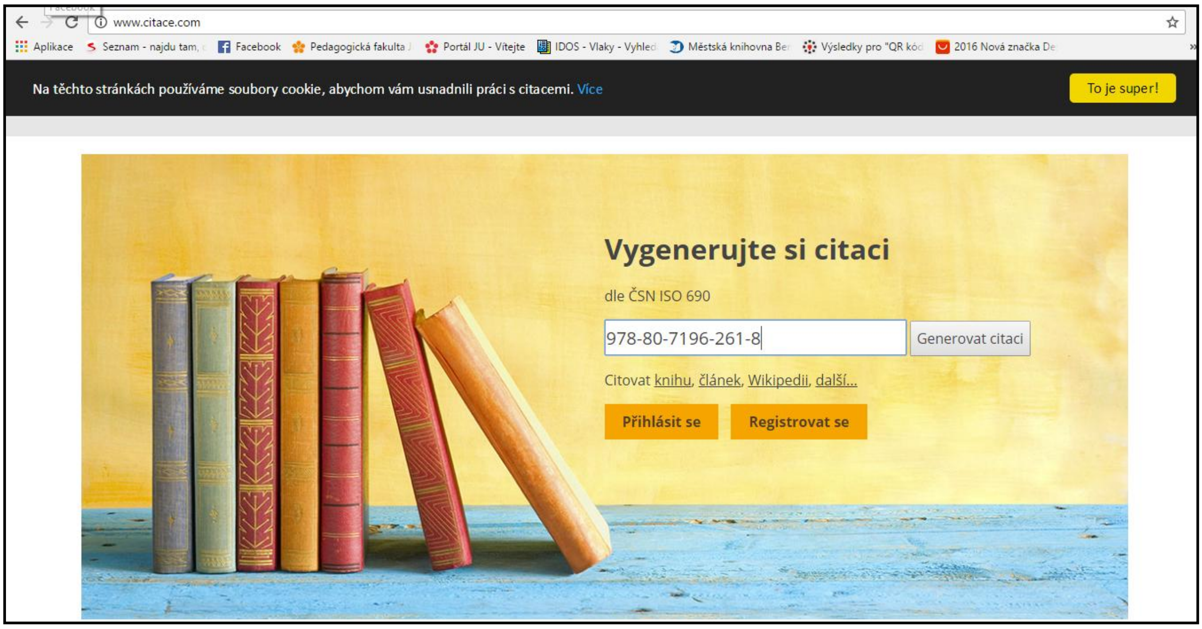
Kontrolní číslice u ISBN-13 má odlišné váhy než u ISBN-10 a podléhá dělitelnosti deseti. U ISBN-13 se kontrolní číslice vypočítá jako nulový zbytek váženého součtu všech číslic po dělení deseti a jako váhy se používají cyklicky opakující čísla 1, 3. Nyní ověříme platnost ISBN-13. Dané ISBN číslo je 978-80-7196-261-8. Opět si pro přehlednost zapíšeme číslo do tabulky

	9	7	8	8	0	7	1	9	6	2	6	1	8
·	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1

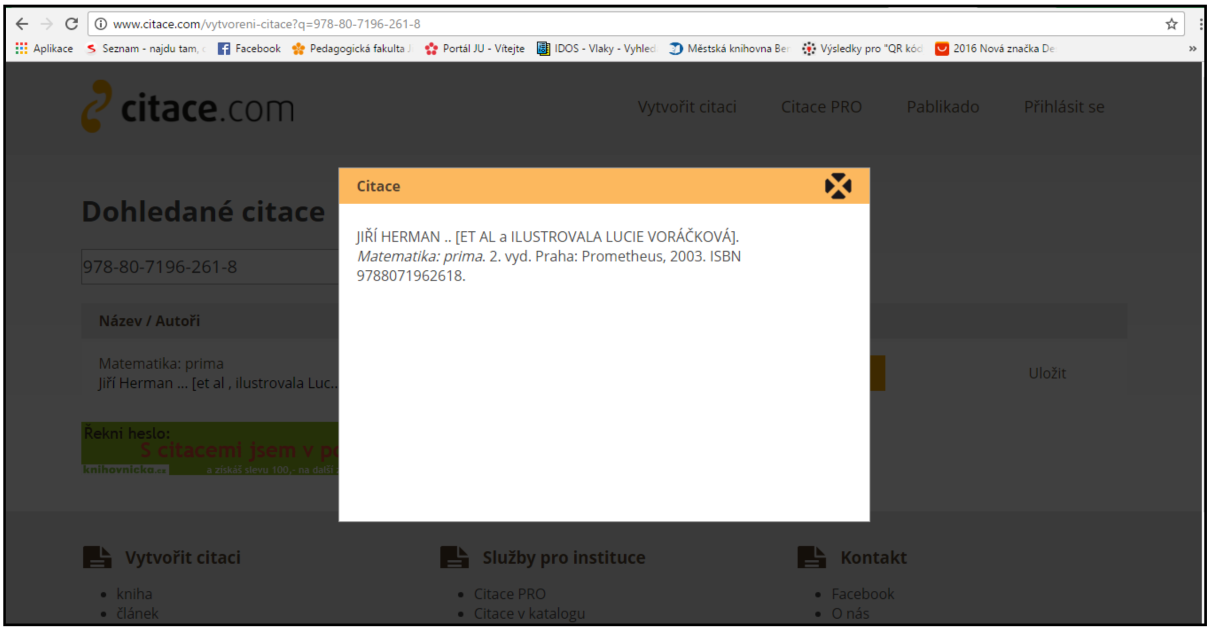
$$(9\cdot 1)+(7\cdot 3)+(8\cdot 1)+(8\cdot 3)+(0\cdot 1)+(7\cdot 3)+(1\cdot 1)+(9\cdot 3)+(6\cdot 1)+(2\cdot 3)+(6\cdot 1)+$$

$+(1\cdot 3)+(8\cdot 1)=9+21+8+24+0+21+1+27+6+6+6+3+8=140:10=14$ zbytek 0.
O daném ISBN číslu můžeme tvrdit, že je platné.

ISBN slouží především při objednávání knih a při řízení skladů vydavatelům, knihkupcům, knihovnám a dalším. Pro nás je ale také důležité, protože nám usnadňuje tvorbu citací, pokud například píšeme seminární práci, ve které musíme uvádět zdroje. Existuje webová stránka www.citace.com, kde můžeme zadat pouze ISBN knihy, kterou jsme ve své práci použili, a pomocí tohoto zadaného ISBN se nám vygeneruje citace. Například zadáme dané ISBN 978-80-7196-261-8 a dostaneme vygenerovanou citaci.



Obrázek 42: Vložení ISBN na www.citace.com



Obrázek 43: Vygenerovaná citace knižní publiace na www.citace.com

<u>Hlavní část aktivity</u> (40 minut)

Žákům učitel zadá několik ISBN kódů, u kterých mají za úkol ověřit, zda je číselný kód ISBN platný. Po tomto početním úkolu žáci vyhledají pomocí internetového webu www.citace.com citaci příslušné knihy. U tří vybraných publikací učitelem mají porovnat ceny včetně dopravy, způsobu platby, dodací lhůty u dvou knihkupectví (www.megaknihy.cz, www.knihydobrovsky.cz) a na základě tohoto porovnání říci, u kterého z těchto dvou knihkupectví by si dané tituly objednali a zdůvodnili svůj výběr.

<u>Poznámka 2</u>: Při ověření platného ISBN kódu si žáci v pracovních listech musí dávat pozor na ISBN-10 nebo ISBN-13.

<u>Závěrečná část aktivity</u> (20 minut)

Na závěr aktivity projde učitel s žáky vyplněné pracovní listy a každý žák ve stručnosti zdůvodní svůj výběr nákupu u úkolu číslo 3 v pracovním listě.

Pracovní list – Co jsi zač ISBN?

1. U uvedených kódů ISBN početně ověřte, zda je daný ISBN platný.
    a. 80-04-20433-3

    b. 978-80-7196-414-8

    c. 978-80-7238-449-5

    d. 80-7315-039-5

    e. 978-80-7321-621-4

    f. 80-85866-05-6

2. Na internetovém webu www.citace.com najděte k těmto ISBN kódům příslušné citace.
   a. 80-7196-276-7

   b. 978-80-7363-592-3

   c. 978-80-7238-654-3

3. Jděte na internetové stránky knihkupectví www.megaknihy.cz a knihkupectví www.knihydobrovsky.cz. Vyhledejte si v obou knihkupectvích tři knižní publikace, které jste zjišťovali podle ISBN v předcházejícím úkolu. Zhodnoťte jejich nákup (nakupujete všechny tři publikace najednou u každého knihkupectví) z hlediska ceny, ceny dopravy, způsobu dopravy, dodací lhůty. Na základě Vašeho porovnání stanovte, u kterého knihkupectví budete preferovat nákup a své rozhodnutí zdůvodněte.

Řešený pracovní list – Co jsi zač ISBN?

1. U uvedených kódů ISBN vypočtěte kontrolní číslici a poté početně ověřte, zda je daný ISBN platný.
   a. 80-04-20433-3

	8	0	0	4	2	0	4	3	3	3
$\cdot$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$$(8\cdot 10)+(0\cdot 9)+(0\cdot 8)+(4\cdot 7)+(2\cdot 6)+(0\cdot 5)+(4\cdot 4)+(3\cdot 3)+(3\cdot 2)+(3\cdot 1)=$$

$=80+28+12+16+9+6+3=154:11=14$ zbytek 0

Jedná se o platné ISBN, zbytek po dělení jedenácti je nulový.

   b. 978-80-7196-414-8

	9	7	8	8	0	7	1	9	6	4	1	4	8
$\cdot$	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1

$$(9\cdot 1)+(7\cdot 3)+(8\cdot 1)+(8\cdot 3)+(0\cdot 1)+(7\cdot 3)+(1\cdot 1)+(9\cdot 3)+(6\cdot 1)+(4\cdot 3)+(1\cdot 1)+$$

$+(4\cdot 3)+(8\cdot 1)=9+21+8+24+21+1+27+6+12+1+12+8=150:10=15$
zbytek 0

Toto ISBN číslo je platné, protože vyšel nulový zbytek váženého součtu všech číslic po dělení deseti.

   c. 978-80-7238-449-3

	9	7	8	8	0	7	2	3	8	4	4	9	3
$\cdot$	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1

$(9\cdot1)+(7\cdot3)+(8\cdot1)+(8\cdot3)+(0\cdot1)+(7\cdot3)+(2\cdot1)+(3\cdot3)+(8\cdot1)+(4\cdot3)+(4\cdot1)+$

$+(9\cdot3)+(3\cdot1)=9+21+8+24+21+2+9+8+12+4+27+3=142:10=14$
zbytek 2

Nejedná se o platné ISBN, protože po dělení váženého součtu deseti nám nevyšel zbytek nula.

d. 80-7315-039-6

	8	0	7	3	1	5	0	3	9	6
·	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$(8\cdot10)+(0\cdot9)+(7\cdot8)+(3\cdot7)+(1\cdot6)+(5\cdot5)+(0\cdot4)+(3\cdot3)+(9\cdot2)+(6\cdot1)=$

$80+56+21+6+25+9+18+6=221:11=20$ zbytek 1

Nejedná se o platné ISBN, protože zbytek váženého součtu všech číslic po dělení jedenácti není nulový.

e. 978-80-7321-621-4

	9	7	8	8	0	7	3	2	1	6	2	1	4
·	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1

$(9\cdot1)+(7\cdot3)+(8\cdot1)+(8\cdot3)+(0\cdot1)+(7\cdot3)+(3\cdot1)+(2\cdot3)+(1\cdot1)+(6\cdot3)+(2\cdot1)+$

$+(1\cdot3)+(4\cdot1)=9+21+8+24+21+3+6+1+18+2+3+4=120:10=12$
zbytek 0

Dané číslo ISBN je platné, vyšel nulový zbytek váženého součtu po dělení deseti.

f. 80-85866-05-6

	8	0	8	5	8	6	6	0	5	6
$\cdot$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$$(8\cdot 10)+(0\cdot 9)+(8\cdot 8)+(5\cdot 7)+(8\cdot 6)+(6\cdot 5)+(6\cdot 4)+(0\cdot 3)+(5\cdot 2)+(6\cdot 1)=$$

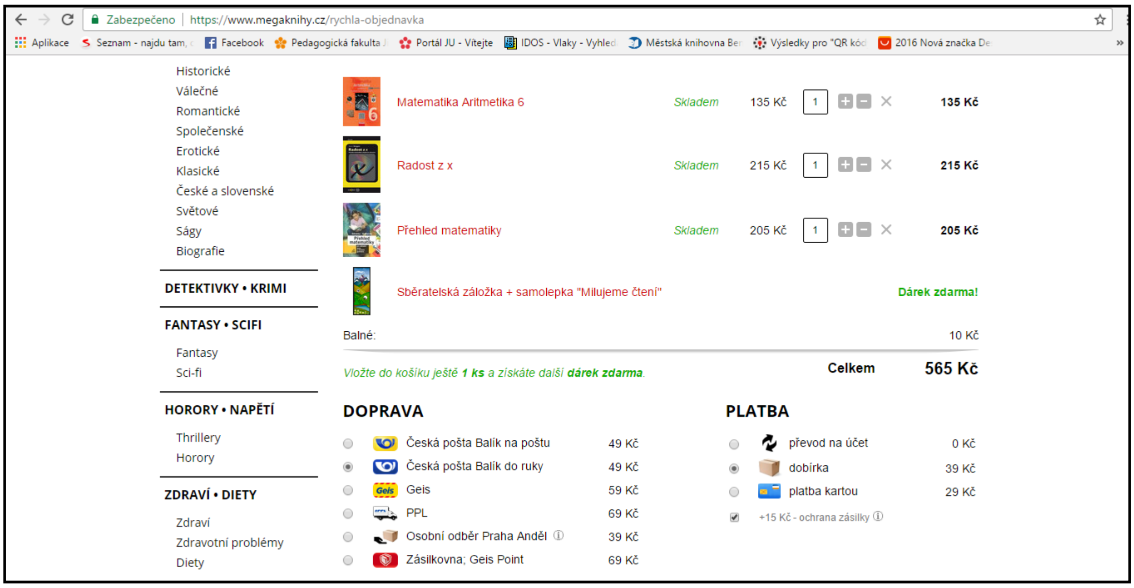
$$=80+64+35+48+30+24+10+6=297:11=27 \text{ zbytek } 0$$

Toto ISBN číslo je platné, protože vyšel zbytek po dělení jedenácti nulový.

2. Na internetovém webu www.citace.com najděte k těmto ISBN kódům příslušné citace.
   a. 80-7196-276-7
      ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia*. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-276-7.
   b. 978-80-7363-592-3
      STROGATZ, Steven H. *Radost z x: průvodce matematikou od jedné do nekonečna*. Praha: Dokořán, 2014. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-592-3.
   c. 978-80-7238-654-3
      BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-654-3.

3. Jděte na internetové stránky knihkupectví www.megaknihy.cz a knihkupectví www.knihydobrovsky.cz. Vyhledejte si v obou knihkupectvích tři knižní publikace, které jste zjišťovali podle ISBN v předcházejícím úkolu. Zhodnoťte jejich nákup (nakupujete všechny tři publikace najednou u každého knihkupectví) z hlediska ceny, ceny dopravy, způsobu dopravy, dodací lhůty. Na základě Vašeho porovnání

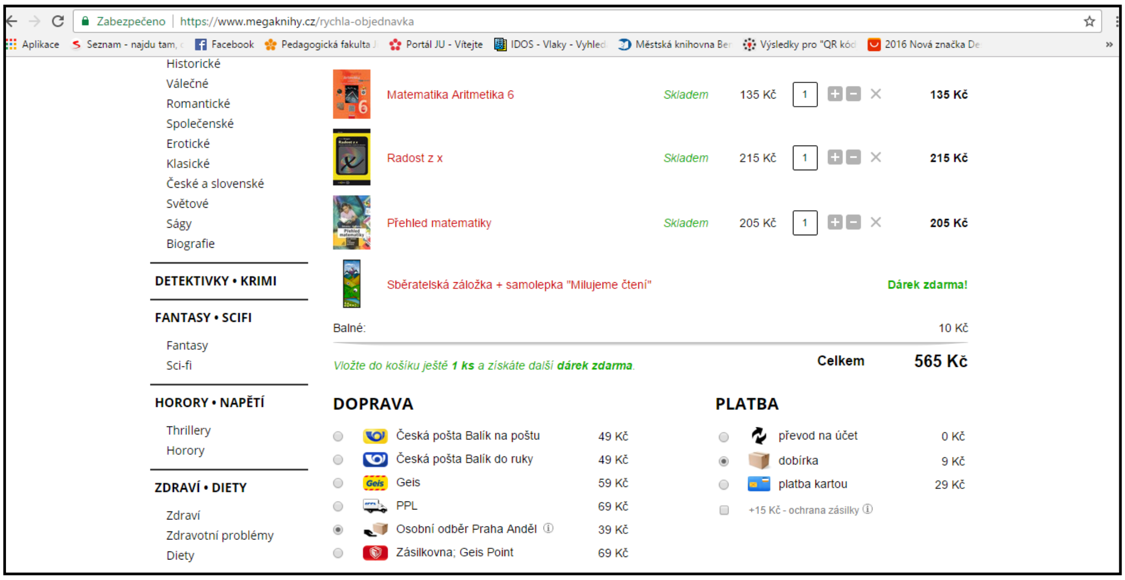
stanovte, u kterého knihkupectví budete preferovat nákup a své rozhodnutí zdůvodněte.



Obrázek 44: Nákup knižních publikací na www.megaknihy.cz

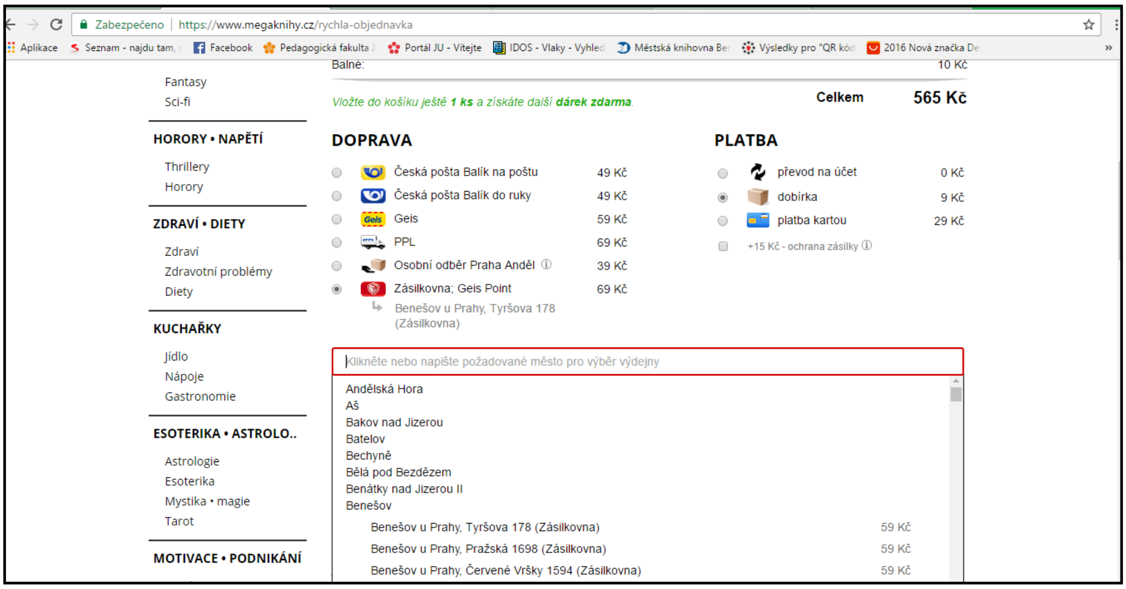
Nákup knih v e-shopu www.megaknihy.cz: Za všechny tři knihy zaplatíme 555 Kč, k tomu si tento e-shop účtuje 10 Kč za balné. Takže konečná cena pouze za knihy je 565 Kč. Jako bonus obdržíme sběratelskou záložku a samolepku.

Dále máme několik možností ohledně výběru dopravy a platby, pokud si zvolíme platbu převodem na účet, nezaplatíme nic, ale zase o to déle obdržíme požadované knižní tituly. Jestli nutně nepotřebujeme tyto knihy, můžeme ušetřit 29 Kč či 39 Kč. Nejvýhodnější cena z hlediska dopravy i platby od tohoto e-shopu je, jestliže si osobně odebereme naši zásilku v Praze-Anděl, cena za tuto službu je 39 Kč a cena za dobírku 9 Kč. Cena této možnosti by byla 565 Kč + 39 Kč + 9 Kč = 613 Kč. Nejsme-li z Prahy, musíme si připočíst náklady na cestu do Prahy, tudíž tato cena není konečná.

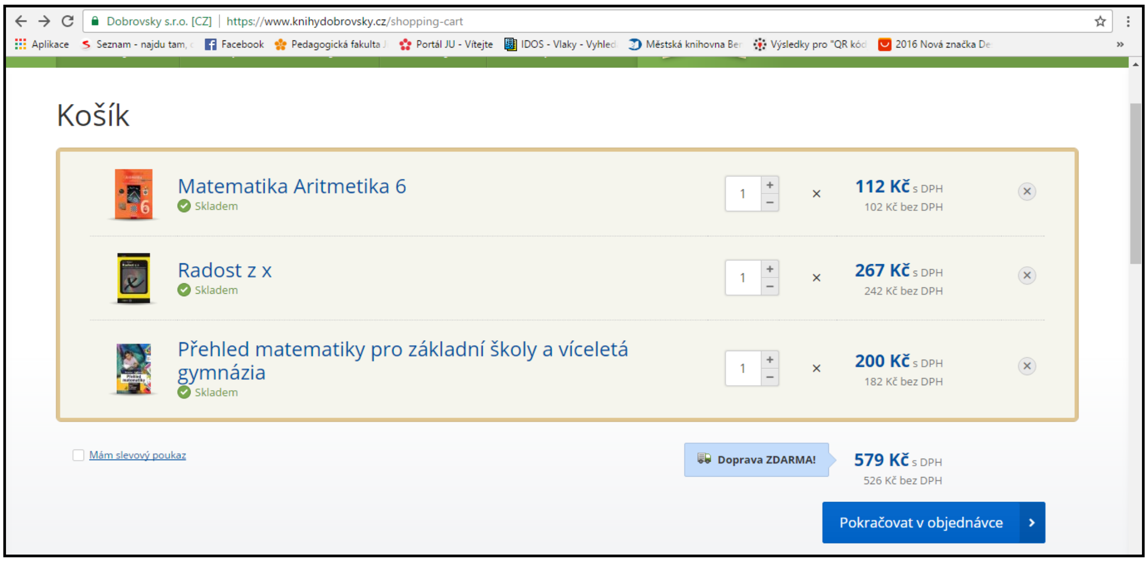


Obrázek 45: Výběr dopravy a způsobu platby na www.megaknihy.cz

Osobně bych preferovala využití zásilkovny, která se nachází ve všech větších městech po České republice, tudíž si můžeme najít tu nejbližší vzhledem k našemu bydlišti. Důvod mého výběru zásilkovny místo České pošty, dopravou pomocí PPL či Geis je v osobních zkušenostech, které nebyly dobré (špatné chování dovozce či poničený obal). Volím možnost platby dobírkou, při využití zásilkovny platíme dobírku pouze 9 Kč, nezvolila jsem platbu převodem na účet jen proto, že nechci čekat na převod peněz, který obvykle trvá 3 dny a dané knihy chci obdržet co nejdříve. Konečná cena knih včetně dopravy a platby by vyšla 565 Kč + 69 Kč + 9 Kč = 643 Kč. Ovšem i tady si musím připočíst náklady na dopravu do zásilkovny.



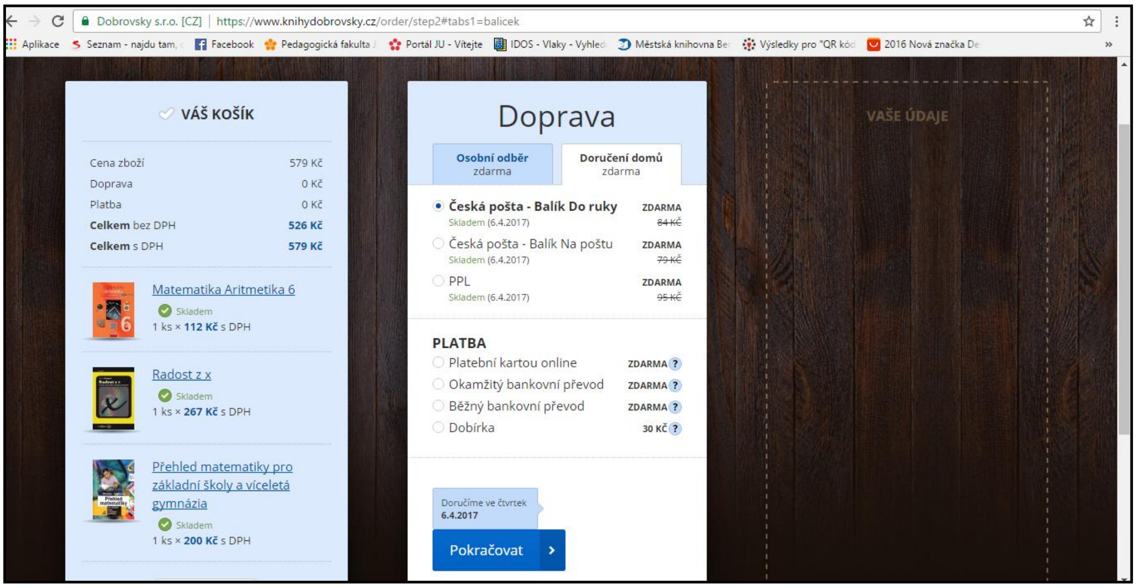
Obrázek 46: Výběr zásilkovny na www.megaknihy.cz



Obrázek 47: Nákup knižních publikací na www.knihydobrovsky.cz

Nákup knih v e-shopu www.knihydobrovsky.cz: Za všechny knihy zaplatíme 579 Kč. Dopravu máme zdarma, můžeme si vybrat osobní odběr či doručení domů zdarma. Nabídka míst osobního odběru je pro mě bohužel nevýhodná, odběrná místa se nachází ve velkých městech a ne na všech místech jsou tyto tituly dostupné. Takže volím doručení domů zdarma, z hlediska zkušeností (méně problémů než s Českou poštou) volím dopravu PPL a platbu zvolím dobírkou, protože chci dané zboží doručit co nejdříve.

Celková cena je 579 Kč + 30 Kč = 609 Kč.



Obrázek 48: Výběr dopravy a způsobu platby na www.knihydobrovsky.cz

Vzhledem k porovnání cen u obou knihkupectví, volím nákup těchto tří knižních publikací u knihkupectví Dobrovský, protože mé požadované zboží mi nabízí za nižší cenu, sice tento rozdíl v ceně není markantní ($643 - 609 = 34$ Kč), ale k ceně u knihkupectví Megaknihy si musím přičíst náklady na dopravu do zásilkovny.

Zdroje použité literatury

KASTL, Jan. Kontrolní číslice v ISBN. *Ikaros* [online]. 2007, ročník 11, číslo 11 [cit. 2017-04-02]. urn:nbn:cz:ik-12650. ISSN 1212-5075. Dostupné z: http://ikaros.cz/node/12650

Mezinárodní registrační systémy. *Mezinárodní knihovna České republiky* [online]. [cit. 2017-04-01]. Dostupné z: https://www.nkp.cz/sluzby/sluzby-pro/isbn-ismn-issn

Přidělování čísel ISBN, jejich evidence a kontrola. *Mezinárodní knihovna České republiky* [online]. [cit. 2017-04-01]. Dostupné z: https://www.nkp.cz/sluzby/sluzby-pro/isbn-ismn-issn/isbn/isbn-7

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-03-30]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

2.3 Vyhodnocení výzkumu

V edukační praxi byly otestovány tři výukové aktivity. Jejich řešení žáky základní školy jsou uvedena vždy pod vyhodnocením každé výukové aktivity. Nutno podotknout, že se všechny vybrané aktivity žákům líbily a jejich zpětné reakce byly kladné, většina žáků se shodla na tom, že by chtěli více vyučovacích hodin, ve kterých se dozvědí o aplikaci probíraného učiva a o mezipředmětových vztazích jednotlivých předmětů.

2.3.1 Výuková aktivita QR kódy

Při realizaci této výukové aktivity jsme rozprostřely QR kódy po přízemí budovy, aby žáci nemuseli zbytečně chodit po schodech a předešli jsme tak riziku úrazu. Během aktivity jsme žáky museli upozorňovat na dodržování klidu v budově školy, ve které probíhalo vyučování. Po této zkušenosti musím konstatovat, že by byl vhodný jiný výběr prostoru k realizaci této výukové aktivity.

V prvním úkolu se objevil problém u otázky na doplnění letopočtu úmrtí Mistra Jana Husa, žáci nevěděli, zda mají napsat pouze doplněné číslo jako písmeno nebo celý letopočet. Dále se jedna skupina žáků potýkala s problémem u druhého úkolu, kde po načtení QR kódu dostali návod na hledání prvočísel pomocí Eratosthenova síta. Neuvědomili si, že mají pokračovat i čísly většími než 5, která jim zůstala, toto pokračování je v zadání napsáno jako „a tak dál". Žáci neměli žádné další potíže při řešení pracovního listu. V diplomové práci není na základě přání žáků uvedeno video, které měly dané skupiny v posledním úkolu tohoto pracovního listu vytvořit.

Ukázkové řešení pracovního listu, který byl vypracován žáky, je uveden níže. Uvedené řešení náleží skupině, která měla problém u Eratosthenova síta. Dále si můžeme všimnout, že mají nesprávně popsanou vlastnost prvočísel, správně by mělo být napsáno: Prvočísla jsou čísla, která mají právě dva různé dělitele, číslo jedna a samo sebe. Úkol 3 mají žáci zpracovaný velmi dobře, nutno podotknout, že měli k dispozici čtenářsky náročný text, ve kterém se vyskytovalo mnoho nepodstatných informací.

Pracovní list – QR kódy

1. Načti QR kód.

- Rozděl daná čísla 3,10,41,16,257,1000,19,421,96 na sudá a lichá čísla a řekni, kolik je lichých čísel?

  5 / E

- Od kolika let máš jako občan České republiky právo na aktivní volební právo?

  18 / R

- Které přirozené číslo neoznačujeme jako prvočíslo ani jako číslo složené?

  1 / A

- 1. 1. 1993 slavíme státní svátek vznik samostatné České republiky, o kterém století mluvíme?

  20. STOLETÍ / T

- Mistr Jan Hus byl upálen v Kostnici roku 14..15

  O

- Máme 3 složky státní moci – výkonnou, zákonodárnou a SOUDNÍ

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

O	P	G	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

2. Načti QR kód

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

- Vypiš čísla, která ti v tabulce zbyla

  2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

- Jaké jsou vlastnosti prvočísel?

  Jsou dělitelné jedničkou a samotný.

3. Vysvětli pojem kryptografie a enigma.

Je to vědní obor zabývající se novým prostředím pro ochranu informací.
Enigmu používali němci. Je to stroj který šifruje slova.

4. Vyber si jeden typ písemné šifry a zakóduj větu: Dnes máme krásný den.

Tento typ šifry objasníte ostatním spolužákům po skončení aktivity.

ned ýnsárk emám send

Pozpátku

5. Praxe

2.3.2 Výuková aktivita Pořiď si bankovní účet!

Všichni žáci se k tomuto tématu postavili zodpovědně. Práce ve skupinách probíhala poklidně. Objevila se zde jen jedna skupina tří žáků, která potřebovala u čísla bankovního účtu vysvětlení kontrolního algoritmu uvedenému ve Vyhlášce č. 169/2011, ale celkově lze říci, že žáci mají velmi výbornou orientaci i v takových textech jako jsou Vyhlášky. Ukázkové řešení prezentace žákyněmi 9. ročníku je uvedeno níže. Vybrala jsem toto řešení, které je podle mého názoru velice precizní. Ocenila jsem, že tato skupina zahrnula i možnost sjednání studentského účtu online, tato možnost byla ukázána i při prezentaci.

Na závěr jsem každé tříčlenné skupině položila otázku, u které ze dvou jimi vybraných bank by si založili svůj studentský účet. Velice mě překvapily jejich pohotové a odůvodněné názory.

Pobočky bank v Bystřici a Benešově

- V Bystřici nejsou žádné pobočky.
- V Benešově jsou pobočky bank:
  - Česká spořitelna
  - ČSOB
  - Komerční banka
  - MONETA
  - Poštovní spořitelna
  - UniCredit bank

Porovnání studentských účtů

- Pro porovnání jsme si zvolily dvě banky – ČSOB a Komerční banku. Jejich pobočky nalezneme v Benešově u Prahy.

- Vedení účtu zdarma pro studenty a absolventy od 15 let do 30 let
- Zdarma máme:
  - Výběry z bankomatů ČSOB v ČR
  - SmartBanking: banka v telefonu
  - Neomezený počet elektronických plateb
  - Bezkontaktní platební karta = placení „mávnutím"
  - Elektronické bankovnictví a elektronické výpisy – dostaneme se tam přes SmartBanking i internetbanking
- Můžeme sjednat online, pokud nám je 18 let – nalezneme na internetových stránkách ČSOB: https://www.csob.cz/portal/lide/produkty/ucty-a-platby/ucty/studentske-konto#jak-sjednat

Studentský účet ČSOB

Služba	Cena
Vedení účtu (měsíční poplatek)	Zdarma
Elektronické bankovnictví (zřízení, vedení)	Zdarma
Měsíční výpis elektronicky	Zdarma
Měsíc výpis poštou	30 Kč
Tuzemské příchozí platby	Zdarma
Změna PIN v bankomatu ČSOB v ČR	Zdarma
Dotaz na zůstatek v ČR/zahraničí	Zdarma/9 Kč
Výběr z bankomatu ČSOB v ČR, SR/z bankomatu jiné banky v ČR	Zdarma/40 Kč
Vklad hotovosti v bankomatu či na pobočce ČSOB	Zdarma
Výběr z účtu na pobočce	70 Kč

Studentský účet ČSOB - poplatky

- G2 účet pro mladé lidi, studenty či absolventy vysoké školy od 15 do 30 let
- Zdarma máme:
  - Bezkontaktní platební G2 karta
  - Vedení účtu pro studenty do 25 let
  - Internetové bankovnictví a Mobilní banka
  - Všechny domácí platby v Kč na účty v Kč zadané přes internet nebo mobil
  - Příchozí platby
  - Výběry z bankomatů KB v ČR
  - Vklady hotovosti na svůj účet na bankomatech KB
- Můžeme sjednat online: https://www.kb-online.cz/srv/www/qf/cs/ramjet/g2Account/step1?_ga=1.204639058.374708189.1490001562

Studentský účet Komerční banka

Služba	Cena
Vedení účtu (měsíční poplatek)	Zdarma pro studenty do 25 let
Elektronické bankovnictví	Zdarma
Měsíční výpis elektronicky	Zdarma
Měsíční výpis poštou	35 Kč
Tuzemské příchozí platby	Zdarma
Změna PIN v bankomatu KB v ČR	-
Dotaz na zůstatek v ČR/zahraničí	-
Výběr z bankomatu KB v ČR/z bankomatu jiné banky v ČR	-
Vklad hotovosti v bankomatu či na pobočce KB	Zdarma
Výběr z účtu na pobočce	-

Studentský účet KB - poplatky

- Kontokorent je bankovní služba sjednaná k běžnému účtu, tato služba klientovi dovoluje čerpat z účtu peníze (tzv. kontokorentní úvěr) i v případě, že na účtu nemá dostatečnou hotovost.
- To teda znamená, že banka klientovi peníze půjčí a klient smí jít do mínusu.
- Kontokorentní účet = běžný účet se sjednaným kontokorentem.
- Ano, kontokorent bychom si sjednaly, protože se někdy můžeme dostat do špatné situace a tato služba nám poskytne peníze, i když vlastní mít nebudeme. Určitě bychom toho, že můžeme jít do mínusu nevyužívaly častěji.

Kontokorent

- Číslo účtu Komerční banky **107-7640030277/0100**
- $S=(7\cdot1)+(7\cdot2)+(2\cdot4)+(0\cdot8)+(3\cdot5)+(0\cdot10)+(0\cdot9)+(4\cdot7)+(6\cdot3)+(7\cdot6)=132$
- Tento součet vydělíme 11
  - 132:11=12, vyšel zbytek nula → vyhovuje kontrolnímu algoritmu ve vyhlášce č. 169/2011.

2.3.3 Výuková aktivita Buďme efektivní

K této aktivitě byl použit leták obchodu Lidl s platností od pondělí 10. dubna do neděle 16. dubna, v tento týden se aktivita testovala v praxi.

U této aktivity bylo zajímavé sledovat pozornost jednotlivých čtyřčlenných skupin. Některé skupiny si všimli, že v obdrženém akčním letáku jsou nějaké položky z přiloženého nákupního seznamu zlevněné a tento fakt zohledňovaly již od samého počátku aktivity (toto řešení je uvedeno jako první), další skupiny to nebrali v potaz (řešení uvedeno jako druhé). Ukázkové řešení obou možností je uvedeno níže.

Je zajímavé sledovat odlišné odpovědi u otázky č. 4, kde jedna skupina má názor, že 800 Kč je dostatečná suma peněz na týdenní nákup pro čtyřčlennou rodinu. Druhá skupina má opačný názor. Naopak u otázky č. 5 se obě skupiny shodují, že by nákup zaplatily platební kartou.

Problém vznikl u otázky č. 6, kdy dané skupiny měly napsat, k čemu slouží čárový kód. Čárový kód poznali všichni bez potíží, ale smysluplně říci, k čemu tento čárový kód používáme, nebylo pro žáky sedmé třídy snadné.

Žáci výborně spolupracovali u úkolu č. 7, kde byl vysvětlen výpočet kontrolní cifry čárového kódu, a žáci měli zjistit, že se jedná o kritérium dělitelnosti deseti.

Pracovní list – Buďme efektivní

Nakupte potřebné věci pro čtyřčlennou rodinu (dva dospělí lidé, dvě děti ve věku 3 a 8 let) na týden v hodnotě 800 Kč. Zohledněte přiložený nákupní seznam a obdržený akční leták.

10 rohlíků	19 Kč
1 chleba	25, 90 Kč
1 kg masa	119 Kč
2 litry mléka	~~25, 80 Kč~~ 23,8
3 litry minerálky	~~29, 80 Kč~~ 17,8
0,5 litru ovocného sirupu	49, 90 Kč
1 kg banánů	24, 90 Kč
1,5 kg brambor	22, 90 Kč
1 kg hladké mouky	10, 90 Kč
1 kg cukru krystal	24, 90 Kč
15 dkg Anglické slaniny	34, 90 Kč
Sprchový gel	37, 90 Kč
10 vajec	34, 90 Kč
	446,7,-

1. Kolik Kč Vám zbylo na nákup po odečtení povinných položek?

   353,3 Kč

2. Jaké další položky jste nakoupili, vypište k nim i cenu.

   4x minerálka – 35,6,-
   2x kuře – 46,9,-
   10x pivo – 74,9
   2x kafe – 139,8
   297,2,-

3. Našli jste položky, které byste na nákupním seznamu nekoupili? Zdůvodněte proč.

   ~~minerálka~~ kopili by jsme méně banánů cca polovinu

4. Myslíte si, že 800 Kč je na týdenní nákup dostatečná suma? Ano/ne, zdůvodněte své tvrzení. Ano, lze nakoupit vše potřebné

5. Jakou formu platby využijete při placení nákupu? Zdůvodněte Vás názor.

kartou, cash nenosím
karta je nejlepší

6. Vžijte se do situace, kdy jste rodič, a Vaše tříleté dítě se zeptá: „Tati, co to ta paní pokladní pípá na tom stole?" Víte, jak se tomuto kódu říká? A k čemu se používá?

EAN-13
1 234567 890128

čárový kód
přenos informací

7. Promyslete, zda čísla na kódu jsou náhodně vybraná nebo jsou sestavená podle nějakého klíče? Využijte obrázku u otázky 6.

Určitě v tom bude nějakej fígl

Pracovní list – Buďme efektivní

Nakupte potřebné věci pro čtyřčlennou rodinu (dva dospělí lidé, dvě děti ve věku 3 a 8 let) na týden v hodnotě 800 Kč. Zohledněte přiložený nákupní seznam a obdržený akční leták.

10 rohlíků	19 Kč
1 chleba	25, 90 Kč
1 kg masa	119 Kč
2 litry mléka	25, 80 Kč
3 litry minerálky	29, 80 Kč
0,5 litru ovocného sirupu	49, 90 Kč
1 kg banánů	24, 90 Kč
1,5 kg brambor	22, 90 Kč
1 kg hladké mouky	10, 90 Kč
1 kg cukru krystal	24, 90 Kč
15 dkg Anglické slaniny	34, 90 Kč
Sprchový gel	37, 90 Kč
10 vajec	34, 90 Kč

1. Kolik Kč Vám zbylo na nákup po odečtení povinných položek?

339,30

2. Jaké další položky jste nakoupili, vypište k nim i cenu.

Sýr přírodní 19,90
Sušenky s máslem 9,90
Kuře 1Kg 46,90
Jogurtový dezert 4x18,90
Pomazánka česneková 14,90
Schwarzwald. šunka 22,90

3. Našli jste položky, které byste na nákupním seznamu nekoupili? Zdůvodněte proč.

Nakoupili by jsme méně rohlíků, aspoň by nám neztvrdli. Kupovali by jsme je průběžně během týdne.

4. Myslíte si, že 800 Kč je na týdenní nákup dostatečná suma? Ano/ne, zdůvodněte své tvrzení.

Pro nás to je dost, ale málo pro 4 lidi.

5. Jakou formu platby využijete při placení nákupu? Zdůvodněte Vás názor.

Platební kartou, rodiče tam mají dost peněz a nemusí platit za výběr.

6. Vžijte se do situace, kdy jste rodič, a Vaše tříleté dítě se zeptá: „Tati, co to ta paní pokladní pípá na tom stole?“ Víte, jak se tomuto kódu říká? A k čemu se používá?

EAN-13

1 234567 890128

Čárový kód.
Slouží k rozlišení zboží.

7. Promyslete, zda čísla na kódu jsou náhodně vybraná nebo jsou sestavená podle nějakého klíče? Využijte obrázku u otázky 6.

Jsou sestavená podle klíče, ale nevíme podle kterého.

ZÁVĚR

Zeptáme-li se žáků, co si myslí o výuce svých učitelů, většinou se shodnou na slovech „nudný“, „k ničemu“, „k čemu mi to v životě bude“. Osobně jsem se setkala s názory mnoha učitelů, že výuka mezipředmětových vztahů k ničemu nevede, protože děti se musí poznatky tzv. „nadrtit nazpaměť“.

Obecně lze říci, že si lépe osvojíme poznatky a dovednosti, které jsou uvedeny do „nějakých“ vztahů. Těmto vztahům říkáme mezipředmětové. Učitelé, kteří používají během svého vyučování mezipředmětových vztahů, dokážou lépe své žáky motivovat. Například jak píše Binterová et al. (2015, s. 5): „Zvláště v dnešní době, kdy obecně u žáků převládá nechuť se něčemu učit, se ukazuje, že uvádění poznatků a dovedností z jednoho předmětu do předmětu druhého nebo užití znalostí a dovedností v praxi je silným motivačním momentem.“

Pro učitele je příprava na výuku využívající mezipředmětových vztahů velice náročná. Domnívám se, že žáci při této výuce získávají motivaci a poznatky, které dokážou aplikovat i jinde než ve škole. Tato učitelova časově náročná příprava je tedy „oceněna“.

Ve své diplomové práci jsem se zaměřila na úlohy, které představují praktickou stránku dělitelnosti přirozených čísel. Mým úkolem bylo vytvořit sadu úloh jako přípravu učitele na výuku integrující vybrané kurikulum ze dvou vzdělávacích oblastí Matematika a její aplikace, Člověk a společnost.

V teoretické části práce je zpracována literatura týkající se přípravy učitele na vyučování a dělitelnosti přirozených čísel. V praktické části je uvedeno celkem osm výukových aktivit, které využívají mezipředmětových vztahů mezi matematikou a občanskou výchovou, případně matematikou a dějepisem. Tři vybrané výukové aktivity byly otestovány v edukační praxi na městské základní škole.

Výukové aktivity jsem se snažila koncipovat tak, aby žáci zjistili využitelnost dělitelnosti v praxi i na běžných věcech, se kterými ve svém životě přijdou určitě více jak jednou do kontaktu, například číslo občanského průkazu, číslo letenky, ISBN, čárový kód apod. Dále se žáci dozvědí důležité věci ale i zajímavosti, které k těmto tématům náleží.

Při realizaci výukových aktivit v praxi jsem zjistila, že žáci mají dobrou znalost textu jako je Vyhláška č. 169/2011, dále umí efektivně vyhledávat informace na internetu a následně je zpracovat a prezentovat před kolektivem. Největší motivací při aktivitě QR kódy pro žáky byly tablety, které při ní využívali, videa natočená v této aktivitě byla vskutku originální, ale bohužel je na přání žáků ve své diplomové práci neuvádím.

Odměnou za práci na těchto výukových aktivitách mi bylo poděkování od žáků, kteří se těchto aktivit zúčastnili. Motivací pro ně byla viditelnost využitelnosti v praxi. Uvědomila jsem si, že příprava výuky s mezipředmětovými vztahy je velice náročnou prací, ale mé vynaložené úsilí bylo kladně zhodnoceno a pochváleno, tudíž vidím důvod ve výuce s mezipředmětovými vztahy pokračovat i ve svém budoucím učitelském povolání.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

Literatura

Binterová, H., Hašek, R., Karvánková, P., Pech, P., Petrášková, V. (2016). *Klíčové kompetence a mezipředmětové vztahy.* 1. vyd. České Budějovice: Jihočeská univerzita. 147 s. ISBN 978-80-7394-585-5.

DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: jak zviditelnit neviditelné*. Praha: Argo, 2002. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 80-86569-09-8.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

KALHOUS, Zdeněk. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-x.

KUŘINA, František. *Matematika a řešení úloh*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-307-3.

KYRIACOU, Chris. *Klíčové dovednosti učitele: cesty k lepšímu vyučování*. 2. vyd. Přeložil Dominik DVOŘÁK, přeložil Milan KOLDINSKÝ. Praha: Portál, 2004. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-965-8.

LUHAN, Emanuel. *Didaktika matematiky: Pro posluchače 3. a 4. roč. PF*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 1990. ISBN 80-7040-036-6.

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

NOVOTNÁ, J. Analýza řešení slovních úloh. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2000. 123 s. ISBN 80-0420433-3.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia*. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-276-7.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7238-449-5.

SOMR, Miroslav. *Pedagogika pedagogů: tradice a současnost učitelství*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2012. ISBN 978-80-7394-397-4.

PRŮCHA, Jan. *Moderní pedagogika*. 2., přeprac. a aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-631-4.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál, 1995. ISBN 80-7178-029-4.

PETTY, Geoffrey. *Moderní vyučování: [praktická příručka]*. Praha: Portál, 1996. ISBN 80-7178-070-7.

SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1821-7.

STEWART, Ian. *Krocení nekonečna: příběh matematiky od prvních čísel po teorii chaosu*. Brno: CPress, 2014. ISBN 978-80-264-0295-4.

ŠVEC, Vlastimil. *Pedagogické znalosti učitele: teorie a praxe*. Praha: ASPI, 2005. Řízení školy (ASPI). ISBN 80-7357-072-6.

Internetové zdroje

BEČVÁŘ, Jindřich. Hrdinský věk řecké matematiky. In: *Historie matematiky. I* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 1993, s. 89 [cit. 2017-01-10]. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400590/DejinyMat_01-1994-1_3.pdf

HOMEROVÁ, Marie. Mezipředmětové vztahy ve výuce společenskovědních předmětů (výsledky evropského výzkumu). *Učitelské listy* [online]. 2012 [cit. 2017-04-06]. Dostupné z: http://www.ucitelske-listy.cz/2012/07/marie-homerova-mezipredmetove-vztahy-ve.html

HUBBLOVÁ, Pavlína. Bloomova taxonomie. *Metodický portál RVP, inspirace a zkušenosti učitelů* [online]. 2011 [cit. 2017-02-10]. Dostupné z: http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/B/Bloomova_taxonomie

HUDECOVÁ, Dagmar. *Mezipředmětové vztahy - malé zamyšlení nad terminologií* [online]. 2005 [cit. 2017-04-06]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/file/9647_1_1/

HUDECOVÁ, Dagmar. Revize Bloomovy taxonomie edukačních cílů. *Pedagogika* [online]. 2004(3) [cit. 2017-02-20]. Dostupné z: file:///C:/Users/ASUS%20X205/Downloads/Pedag_2004_3_09_Revize_274_283.pdf

CHLUBNÝ, Jiří, BUSTOVÁ, Milena. *Eratosthenés z Kyrény a měření zemského obvodu*. Antika.avonet.cz [online]. 2007 [cit. 2017-01-10] Dostupné z: http://antika.avonet.cz/article.php?ID=4640

Přirozená čísla. *Matematika.cz* [online]. Nová média s r. o. [cit. 2016-12-26]. Dostupné z: http://www.matematika.cz/prirozena-cisla

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2016. 165 s. [cit. 2016-12-27]. Dostupné z WWW: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

VÁVRA, Jaroslav. Proč a k čemu taxonomie vzdělávacích cílů? *Metodický portál RVP, inspirace a zkušenosti učitelů* [online]. 2011 [cit. 2017-02-10]. Dostupné z: http://clanky.rvp.cz/clanek/o/z/11113/PROC-A-K-CEMU-TAXONOMIE-VZDELAVACICH-CILU.html/

Znak dělitelnosti 11. *Matematika* [online]. [cit. 2017-02-10]. Dostupné z: http://ag-bohata.webnode.cz/novinky/znak-delitelnosti-11/

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obrázek 1: Váhy pro kontrolní algoritmus bankovních účtů (převzato z Vyhlášky č. 169/2011 Sb.) 48
Obrázek 2: Číslo 5 pomocí figurálních čísel 62
Obrázek 3: Číslo 6 pomocí figurálních čísel 62
Obrázek 4: Číslo 7 pomocí figurálních čísel 63
Obrázek 5: Číslo 8 pomocí figurálních čísel 63
Obrázek 6: Číslo 3 (liché číslo) 64
Obrázek 7: Číslo 5 (liché číslo) 64
Obrázek 8: Číslo 4 (sudé číslo) 64
Obrázek 9: Číslo 6 (sudé číslo) 65
Obrázek 10: Číslo 4 (figurální číslo) 65
Obrázek 11: Číslo 5 (figurální číslo) 65
Obrázek 12: Číslo 6 (figurální číslo) 66
Obrázek 13: Číslo 7 (figurální číslo) 66
Obrázek 14: Součet dvou sudých čísel (figurální čísla) 67
Obrázek 15: Součet dvou lichých čísel (figurální čísla) 67
Obrázek 16: Součet sudého a lichého čísla (figurální čísla) 67
Obrázek 17: Součet 4+6=10 (figurální čísla) 68
Obrázek 18: Součet 6+9=15 (figurální čísla) 68
Obrázek 19: Zadání parametrů na www.azair.cz 75
Obrázek 20: Zadání parametrů na www.kiwi.com/cz 75
Obrázek 21: Výběr dvou letů na www.azair.cz 76
Obrázek 22: Výběr letu na www.azair.cz....76
Obrázek 23: Výběr dvou letů na www.kiwi.com/cz 77
Obrázek 24: Výběr letu na www.kiwi.com/cz....78
Obrázek 25: Konečný výběr letu z obou portálů....78
Obrázek 26: Rezervace letu na www.kiwi.com/cz 79
Obrázek 27: Zadní strana občanského průkazu s kontrolními ciframi 87
Obrázek 28: Úsečka rozdělená v poměru zlatého řezu 95
Obrázek 29: Grafické řešení kvadratické funkce 97
Obrázek 30: Konstrukce zlatého řezu 98
Obrázek 31: Výsledná konstrukce zlatého řezu 99
Obrázek 32: Osový kříž s kružnicí....100
Obrázek 33: Velikost strany pětiúhelníku....101
Obrázek 34: Libovolný vrchol pravidelného pětiúhelníku 102
Obrázek 35: Tři vrcholy pravidelného pětiúhelníku 103
Obrázek 36: Pravidelný pětiúhelník 104
Obrázek 37: Úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku a průsečík dvou úhlopříček 105
Obrázek 38: Proužek papíru k tvorbě pravidelného pětiúhelníku 105
Obrázek 39: Pravidelný pětiúhelník z proužku papíru 106

Obrázek 40: ISBN na titulní straně 110
Obrázek 41: ISBN v čárovém kódu na obalu knihy 111
Obrázek 42: Vložení ISBN na www.citace.com..113
Obrázek 43: Vygenerovaná citace knižní publiace na www.citace.com 114
Obrázek 44: Nákup knižních publikací na www.megaknihy.cz..120
Obrázek 45: Výběr dopravy a způsobu platby na www.megaknihy.cz 121
Obrázek 46: Výběr zásilkovny na www.megaknihy.cz 122
Obrázek 47: Nákup knižních publikací na www.knihydobrovsky.cz 122
Obrázek 48: Výběr dopravy a způsobu platby na www.knihydobrovsky.cz..123

Tabulka 1: Bloomova taxonomie s aktivními slovesy (převzato od Skalkové, 2007) 21
Tabulka 2: Revidovaná Bloomova taxonomie (převzato od Hudecové, 2004) 24
Tabulka 3: Struktura ISBN..112

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1 - QR kódy pro výukovou aktivitu QR kódy

Příloha č. 2 - Letenka pro výukovou aktivitu Letenka

Příloha č. 3 - Občanský průkaz pro výukovou aktivitu Občanský průkaz

Příloha č. 1 - QR kódy pro výukovou aktivitu QR kódy

(Zdroj: Generátor QR kódu. *Qr-kody.cz* [online]. Dostupné z http://www.qikni.cz/generovani-qr-kodu.html)

Příloha č. 2 - Letenka pro výukovou aktivitu Letenka

Passenger Name	Billing Address:	Delivery Address:
ZAJIC, MILANMR	No Address On Record	No Address On Record

P-STU

Agency Information

STUDENT AGENCY
Namesti Svobody 17
Brno 602 00
CZECH REPUBLIC
Agency Phone: BEDNARIK 539000226 STUDENT AGENCY ZCW
IATA číslo agentury: 15201395

e-Ticket Receipt - 0064869683519 - DL 1016 - 30 Sep 2014 -JFK

Today's Date: 8 Jul 2014

e-Ticket Number : 0064869683519 — Galileo Reservation Number:WSC8V4 — **Ticket Issue Date:** 8 Jul 2014

Flight Information

30 Sep 2014
Delta Air Lines (DL) 1016 — Economy Class (U) — **Delta Air LinesConfirmation Number:**HCQW58
Flight Operated By: **AIR FRANCE**

Depart:	John F Kennedy Intl (JFK) , Terminal 1 New York	16:25	**Fare Basis:**	UK1SD0CZ
			Not Valid Before:	30 Sep
Arrive:	Charles De Gaulle Intl Arpt (CDG) , Terminal 2E Paris	05:50 1 Oct 2014	**Not Valid After:**	30 Sep

Applies to: JFK - CDG
Baggage Allowance+: 1 Piece Plan
Confirm Baggage Fees

Status: Confirmed

1 Oct 2014
Delta Air Lines (DL) 8588 — Economy Class (U) — **Delta Air LinesConfirmation Number:**HCQW58
Flight Operated By: **AIR FRANCE**

Depart:	Charles De Gaulle Intl Arpt (CDG) , Terminal 2F Paris	07:30	**Fare Basis:**	UK1SD0CZ
			Not Valid Before:	1 Oct
Arrive:	Prague (PRG) , Terminal 2	09:05	**Not Valid After:**	1 Oct

Applies to: CDG - PRG
Baggage Allowance+: 1 Piece Plan
Confirm Baggage Fees

Status: Confirmed

+ BAGGAGE DISCOUNTS MAY APPLY BASED ON FREQUENT FLYER STATUS/ONLINE CHECKIN/FORM OF PAYMENT/MILITARY/ETC.

ViewTrip.com je prostředek sloužící k zobrazení Vaší rezervace prostřednictvím internetu.
Pro změny nebo údaje o rezervaci prosím kontaktujte svoji cestovní agenturu.
Děkujeme.

(Zdroj: ZAJÍC, Milan)

Příloha č. 3 - Občanský průkaz pro výukovou aktivitu Občanský průkaz

(Zdroj: Osobní doklady. *Ministerstvo vnitra České republiky* [online]. Dostupné z: http://www.mvcr.cz/clanek/osobni-doklady-642319.aspx)