

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA UNIVERZITY PALACKÉHO
KATEDRA INFORMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Fuzzy Petriho sítě



2011

Bc. Petr Štěpán

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci včetně příloh vypracoval samostatně.

10. duben 2011

Bc. Petr Štěpán

Anotace

Tato práce popisuje novou definici fuzzy Petriho sítě a představí její přínos na dvou příkladech. Fuzzy Petriho sítě budou modelovány v programu Simulátor fuzzy Petriho sítě, který vznikl jako součást diplomové práce.

Děkuji Doc. RNDr. Michalu Krupkovi, Ph.D. za vedení diplomové práce a za neocenitelné rady, které mě nasměrovaly správným směrem.

Obsah

1. Úvod	1
1.1. Motivace	1
2. P/T Petriho sítě	2
3. Definice fuzzy Petriho sítí	8
4. Porovnání definic fuzzy Petriho sítí	13
4.1. Definice fuzzy Petriho sítě dle E. Virtanena	13
4.2. Definice fuzzy Petriho sítě dle LI Xiao-zhonga	14
5. Praktické využití fuzzy Petriho sítí	15
6. Příklad využití fuzzy Petriho sítě - Regulace teploty v bytě	16
6.1. Cíl simulace	16
6.2. Rozbor simulace v jednotlivých krocích	16
6.2.1. Počáteční značení M0	16
6.2.2. Značení M1 po provedení přechodu T6	18
6.2.3. Značení M2 po provedení přechodu T3	18
6.2.4. Značení M3 po provedení přechodu T7	19
6.2.5. Značení M4 po provedení přechodu T1	19
6.2.6. Značení M5 po provedení přechodu T7	20
6.2.7. Značení M6 po provedení přechodu T7	21
6.2.8. Značení M7 po provedení přechodu T2	21
6.2.9. Značení M8 po provedení přechodu T4	22
6.2.10. Značení M9 po provedení přechodu T6	23
6.2.11. Značení M10 po provedení přechodu T2	23
6.2.12. Značení M11 po provedení přechodu T5	24
6.2.13. Značení M12 po provedení přechodu T4	25
6.2.14. Značení M13 po provedení přechodu T6	25
6.2.15. Značení M14 po provedení přechodu T2	26
6.2.16. Značení M15 po provedení přechodu T5	26
6.3. Závěrečné vyjádření k simulaci	27
7. Příklad využití fuzzy Petriho sítě - Invaze králíka divokého v Austrálii	28
7.1. Cíl simulace	28
7.2. Rozbor simulace v jednotlivých krocích	28
7.2.1. Počáteční značení M0	29
7.2.2. Značení M1 po provedení přechodu T1	30
7.2.3. Značení M2 po provedení přechodu T1	30
7.2.4. Značení M3 po provedení přechodu T6	30

7.2.5.	Značení M4 po provedení přechodu T8	31
7.2.6.	Značení M5 po provedení přechodu T1	31
7.2.7.	Značení M6 po provedení přechodu T1	32
7.2.8.	Značení M7 po provedení přechodu T2	32
7.2.9.	Značení M8 po provedení přechodu T10	33
7.3.	Závěrečné vyjádření k simulaci	33
8.	Simulátor fuzzy Petriho sítí	35
8.1.	Instalce	35
8.2.	Uživatelská příručka	37
8.2.1.	Základní funkce	37
8.2.2.	Editace sítě	38
8.2.3.	Simulace nad modelem sítě	46
8.3.	Popis architektury aplikace	48
	Závěr	50
	Conclusions	51
	Reference	52

Seznam obrázků

1.	Struktura Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor	3
2.	Systém Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor	5
3.	Systém Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor po provedení přechodu $T2$	6
4.	Struktura Fuzzy Petriho sítě	10
5.	Systém Fuzzy Petriho sítě	12
6.	Systém Fuzzy Petriho sítě po provedení přechodu $T1$	12
7.	Model regulace výkonu kotle za účelem udržování teploty v bytě	16
8.	Stav M1 regulace výkonu kotle	18
9.	Stav M2 regulace výkonu kotle	19
10.	Stav M3 regulace výkonu kotle	19
11.	Stav M4 regulace výkonu kotle	20
12.	Stav M5 regulace výkonu kotle	20
13.	Stav M6 regulace výkonu kotle	21
14.	Stav M7 regulace výkonu kotle	22
15.	Stav M8 regulace výkonu kotle	22
16.	Stav M9 regulace výkonu kotle	23
17.	Stav M10 regulace výkonu kotle	24
18.	Stav M11 regulace výkonu kotle	24
19.	Stav M12 regulace výkonu kotle	25
20.	Stav M13 regulace výkonu kotle	26
21.	Stav M14 regulace výkonu kotle	26
22.	Stav M15 regulace výkonu kotle	27
23.	Model problému invaze králíka divokého v Austrálii	29
24.	Značení $M1$ po události významného vrhu divokých králíků	30
25.	Značení $M2$ po události významného vrhu divokých králíků	30
26.	Značení $M3$ po události cíleného lovu divokých králíků	31
27.	Značení $M4$ po události významného vrhu invazních predátorů	31
28.	Značení $M5$ po události významného vrhu divokých králíků	32
29.	Značení $M6$ po události významného vrhu divokých králíků	32
30.	Značení $M7$ po události vypuštění králičí blechy	33
31.	Značení $M8$ po události významného vrhu původních savců	33
32.	Výzva k nainstalování .NET Frameworku 4	35
33.	Úvodní obrazovka instalace	36
34.	Volba místa instalace	37
35.	Základní funkce simulátoru	38
36.	Obrazovka pro editaci sítě	39
37.	Vlastnosti místa	40
38.	Nevhodně zvolené značení místa	41
39.	Vlastnosti přechodu	42
40.	Vlastnosti hrany	43

41.	Nevhodně zvolená váha hrany	44
42.	Nevhodně vytvořená hrana mezi dvěma místy	45
43.	Vytvoření hrany mezi místem a přechodem, kde taková hrana již existuje	46
44.	Obrazovka pro simulaci nad sítí	47
45.	Nastavení simulace	48
46.	Architektura aplikace	49

Seznam tabulek

1. Úvod

Práce se zabývá vytvořením nové definice fuzzy Petriho sítě a nástroje pro modelování a simulaci dle této definice.

Je třeba zmínit, že se práce mírně odchýlila od původního zadání pouze vytvořit aplikaci pro modelování a simulování fuzzy Petriho sítí. Práce se zaměřuje na vytvoření vlastní definice fuzzy Petriho sítě a k této definici aplikace na modelování a simulaci. Důvodem byla nespokojenost se způsobem fuzzifikace Petriho sítí v jiných odborných pracech.

1.1. Motivace

Fuzzy Petriho sítí bylo zamýšleno spojit dva zajímavé světy. Vztít z obou předností a vytvořit něco nového. Jedním světem jsou Petriho sítě, které se vyznačují výpočetní silou Turingova stroje, možností abstrakce a srozumitelností pro většinu těch, kteří se zabývají modelováním různých systémů. Druhým světem je fuzzy logika, která umožňuje přesně popsat neurčité pojmy z lidského jazyka.

Ve většině prací se fuzzy Petriho sítí nazývala graficky znázorněná pravidla znalostní báze fuzzy regulátoru. Na první pohled by mohlo jít o Petriho síť, do které je zakomponována fuzzy logika, ale při hlubším zkoumání vyšlo najevo, že se jedná pouze o grafický modelovací jazyk, který má stejnou notaci jako Petriho síť. Tím se využily pouze dvě ze tří charakteristik Petriho sítí, a to abstrakce a srozumitelnost, ale krok výpočtu (provedení přechodu) není definován. Takto definovaná Petriho síť již není strojem s výpočetní silou. V dalších pracích se objevovala definice Petriho sítě, která již byla fuzzifikována, ale neúplně. Problematickým byl opět krok výpočtu, který nebyl definován ve fuzzy logice, nebo byl používán takzvaný práh proveditelnosti, který nebyl počítán ze stavu sítě, ale pevně stanoven. Práce se snaží vytvořit vlastní definici fuzzy Petriho sítě a sestavit simulátor, na kterém bude demonstrována.

Jako nejběžnější zástupce byla vybrána P/T Petriho síť s výpočetní silou konečného automatu (výpočetní síly Turingova stroje by se dosáhlo zavedením inhibičních hran nebo priorit pro vykonávání přechodů). Zobecněním speciálního případu P/T Petriho sítě proběhne pokus vytvořit definici fuzzy Petriho sítě.

2. P/T Petriho síť

P/T Petriho síť lze popsat jako orientovaný bipartitní graf s ohodnocenými hranami a uzly. Uzly jsou dvojího typu: místa a přechody. Místa lze chápat jako objekty, které uchovávají stav sítě, a přechody jako spouštěče, které po splnění vstupní podmínky změni stav sítě. Váhu hrany určuje značení (počet tokenů), které při provedení přechodu hranou prochází. Takto by mohl znít neformální popis P/T Petriho sítě. Dále se v textu bude místo P/T Petriho síť psát Petriho síť. Tato kapitola vychází z učebního textu [1]. Definice jsou upraveny z důvodu větší srozumitelnosti pozdějšího zobecnění (fuzzifikace) na fuzzy Petriho síť. Obrázky Petriho sítí pro tuto kapitolu jsou vytvořeny ve volně dostupném programu HPSim. Obrázky nejsou vytvořeny v aplikaci Simulátor fuzzy Petriho sítí, který je součástí této práce, protože tato aplikace nepodporuje definici P/T Petriho sítí v plné obecnosti.

Definice 1. *Struktura Petriho sítě* (PN-struktura) je šestice $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$, kde

- P je konečná množina míst,
- T je konečná množina přechodů a $T \cap P = \{\}$,
- $I \subseteq P \times T$ je množina vstupních hran,
- $O \subseteq T \times P$ je množina výstupních hran,
- $CAP : P \rightarrow N$ je zobrazení, které každému místu z P přiřadí hodnotu z množiny přirozených čísel (určí kapacitu místa),
- $W : I \cup O \rightarrow N$ je zobrazení, které každé hraně přiřadí hodnotu z množiny přirozených čísel (určí váhu hrany).

Definice 2. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě a $p \in P$. Pak $CAP(p)$ nazýváme *kapacitou místa* p .

Definice 3. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě a $i \in I \cup O$. Pak $W(i)$ nazýváme *váhu hrany* i .

Definice 4. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě, $p \in P$ a $t \in T$. Místo p nazýváme *vstupním místem přechodu* t , jestliže platí $\langle p, t \rangle \in I$. Množinu vstupních míst přechodu t označujeme $TIN(t)$. Tím je definováno zobrazení $TIN : T \rightarrow P$.

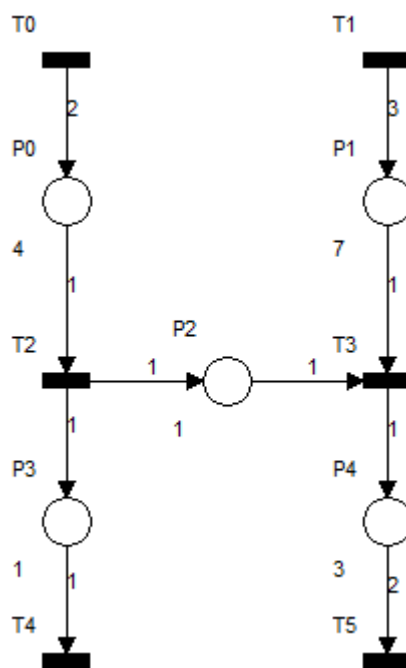
Definice 5. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě, $p \in P$ a $t \in T$. Místo p nazýváme *výstupním místem přechodu* t , jestliže platí $\langle t, p \rangle \in O$. Množinu výstupních míst přechodu t označujeme $TOUT(t)$. Tím je definováno zobrazení $TOUT : T \rightarrow P$.

Strukturu Petriho sítě lze graficky reprezentovat následujícími objekty:

- místa reprezentujeme kružnicemi,
- přechody reprezentujeme obdélníky,
- hrany reprezentujeme šipkami směřujícími od míst k přechodům, nebo od přechodů k místům,
- kapacitu v místě reprezentujeme číslem u místa,
- váhu hrany reprezentujeme číslem u hrany.

Kapacity míst a váhy hran se na grafovém diagramu objevují jako ohodnocení místa případně hrany. Hranu bez ohodnocení považujeme za jednoduchou (s vahou jedna) a místo bez ohodnocení považujeme za místo s neomezenou (nekonečnou) kapacitou.

Definici struktury Petriho sítě si vysvětlíme na modelu synchronizačního prvku semafor, zobrazeného níže na obrázku 1.



Obrázek 1. Struktura Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor

Přechody $T2$ a $T3$ reprezentují procesy, které se dělí o zdroj $P2$. $P2$ současně plní funkci binárního semaforu. Přispívá k tomu nastavení kapacity místa $P2$ na

jedna ($CAP(P2) = 1$) a současně váhy hran $\langle T2, P2 \rangle$ a $\langle P2, T3 \rangle$ jsou rovny jedné ($W(\langle T2, P2 \rangle) = 1$ a $W(\langle P2, T3 \rangle) = 1$). Kapacitu místa $P2$ lze také interpretovat jako počet procesů, které mohou současně přistoupit ke zdroji. Místa $P0$ a $P1$ slouží jako fronty požadavků na zpracování a místa $P3$ a $P4$ jako fronty již zpracovaných požadavků určených k likvidaci. Přejchod $T0$ generuje požadavky na proces $T2$, který je ukládá do fronty $P0$ a přechod $T1$ funguje stejně pro proces $T3$ s frontou $P1$. Proces $T2$ po zpracování uloží zpracovaný požadavek do fronty $P3$ a přechod $T4$ slouží jako likvidátor zpracovaných požadavků. Proces $T3$ pracuje stejně jako proces $T2$, ale jako frontu používá místo $P4$ a jako likvidátora přechod $T5$. Další méně podstatnou vlastností modelu je, že fronta $P1$ může udržet až sedm požadavků (to je určeno kapacitou místa $P1$) a přechod $T5$ likviduje dva zpracované požadavky současně (to je určeno váhou hrany $\langle P4, T5 \rangle$). Z modelu lze vyčíst i další podobné vlastnosti. Struktura tohoto modelu je $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$, kde:

- $P = \{P0, P1, P2, P3, P4\}$,
- $T = \{T0, T1, T2, T3, T4, T5\}$,
- $I = \{\langle P0, T2 \rangle, \langle P1, T3 \rangle, \langle P2, T3 \rangle, \langle P3, T4 \rangle, \langle P4, T5 \rangle\}$,
- $O = \{\langle T0, P0 \rangle, \langle T1, P1 \rangle, \langle T2, P2 \rangle, \langle T2, P3 \rangle, \langle T3, P4 \rangle\}$,
- váhy hran: $W(\langle P0, T2 \rangle) = 1$, $W(\langle P1, T3 \rangle) = 1$, $W(\langle P2, T3 \rangle) = 1$, $W(\langle P3, T4 \rangle) = 1$, $W(\langle P4, T5 \rangle) = 2$, $W(\langle T0, P0 \rangle) = 2$, $W(\langle T1, P1 \rangle) = 3$, $W(\langle T2, P2 \rangle) = 1$, $W(\langle T2, P3 \rangle) = 1$, $W(\langle T3, P4 \rangle) = 1$,
- kapacity míst: $CAP(P0) = 4$, $CAP(P1) = 7$, $CAP(P2) = 1$, $CAP(P3) = 1$, $CAP(P4) = 3$,
- množiny vstupních míst přechodů: $TIN(T0) = \{\}$, $TIN(T1) = \{\}$, $TIN(T2) = \{P0\}$, $TIN(T3) = \{P2, P3\}$, $TIN(T4) = \{P3\}$, $TIN(T5) = \{P4\}$,
- množiny výstupních míst přechodů: $TOUT(T0) = \{P0\}$, $TOUT(T1) = \{P1\}$, $TOUT(T2) = \{P2, P3\}$, $TOUT(T3) = \{P4\}$, $TOUT(T4) = \{\}$, $TOUT(T5) = \{\}$.

Definice 6. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě. Zobrazení $M : P \rightarrow \mathbb{N}$ nazýváme *značení*. Toto zobrazení každému místu přiřadí hodnotu z množiny přirozených čísel.

Definice 7. *Systém Petriho sítě* je sedmice $\langle P, T, I, O, W, CAP, M \rangle$, kde

- $\langle P, T, I, O, W, CAP \rangle$ je struktura Petriho sítě,
- M je značení takové, že $M(p) \leq CAP(p)$ pro každé $p \in P$.

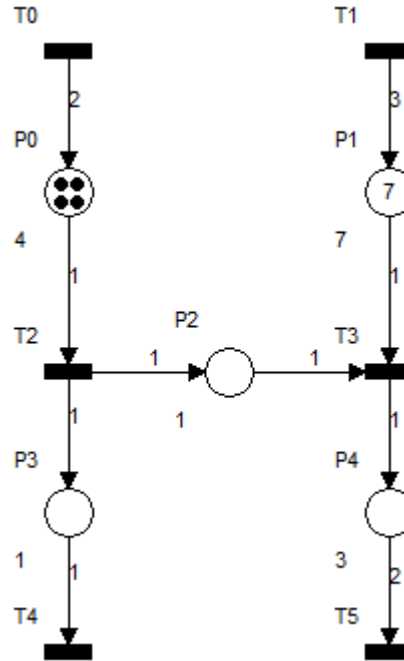
Definice 8. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP, M \rangle$ je systém Petriho sítě a $p \in P$. Pak číslo $M(p)$ nazýváme *značení v místě p* .

Definice 9. Nechť $\langle P, T, I, O, W, CAP, M \rangle$ je systém Petriho sítě. *Přechod t je proveditelný* při značení M , jestliže pro každé $p_1 \in TIN(t)$ platí: $M(p_1) \geq W(\langle p_1, t \rangle)$ a současně pro každé $p_2 \in TOUT(t) : M(p_2) + W(\langle t, p_2 \rangle) \leq CAP(p_2)$.

Definice 10. Nechť $A = \langle P, T, I, O, W, CAP, M_1 \rangle$ a $B = \langle P, T, I, O, W, CAP, M_2 \rangle$ jsou systémy Petriho sítě, přechod t je proveditelný a pro každé $p \in P$ platí: $M_2(p) = M_1(p) + W(\langle t, p \rangle) - W(\langle p, t \rangle)$. Pak říkáme, že systém Petriho sítě B vznikl ze systému Petriho sítě A *provedením přechodu t* .

Místa slouží jako uložistiště pro předměty, takzvané tokeny. Značení udává aktuální počet tokenů v každé místě sítě. Zobrazujeme ho počtem teček, nebo číslem.

Definice systému Petriho sítě, proveditelnosti a provedení přechodu vysvětluje příklad synchronizačního prvku semafor zobrazeného na obrázku 2.

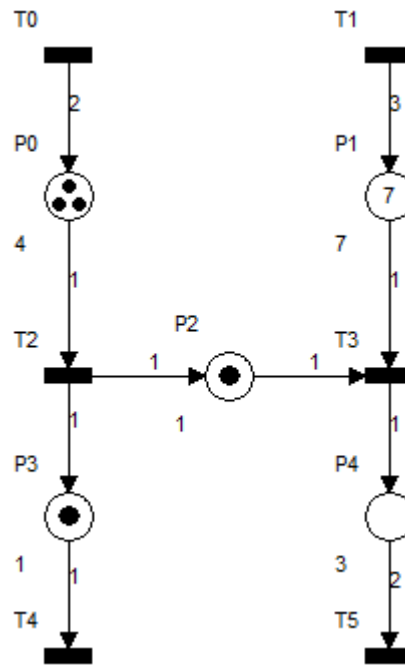


Obrázek 2. Systém Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor

Značení sítě říká, že čtyři požadavky čekají v místě $P0$ na zpracování procesem $T2$, sedm požadavků v místě $P1$ na zpracování procesem $T3$. Značení v místě $P2$ oznamuje, že přechod $T3$ není proveditelný, $T2$ proveditelný je a může přistoupit ke sdílenému zdroji. Systém tohoto modelu je $\langle P, T, I, O, W, CAP, M \rangle$, kde:

- struktura $\langle P, T, I, O, W, CAP, \rangle$ je stejná jako u příkladu výše,
- značení v místech je $M(P0) = 4$, $M(P1) = 7$, $M(P2) = 0$, $M(P3) = 0$, $M(P4) = 0$,
- přechody $T0$, $T1$, $T3$, $T4$, $T5$ jsou neproveditelné a přechod $T2$ je proveditelný.

Provedením přechodu $T3$ dostáváme nový systém Petriho sítě, který je na obrázku 3.



Obrázek 3. Systém Petriho sítě reprezentující synchronizační prvek semafor po provedení přechodu $T2$

Změní se tím značení i proveditelnost přechodů.

- Značení v místech je $M(P0) = 3$, $M(P1) = 7$, $M(P2) = 1$, $M(P3) = 1$, $M(P4) = 0$.
- Přechody $T0$, $T1$, $T2$, $T5$ jsou neproveditelné a přechody $T3$ a $T4$ proveditelné jsou.

Změny stavů (značení) P/T Petriho sítě jsou charakterizovány následujícími pravidly:

- stav sítě je určen značením, tj. počtem tokenů v každém místě,

- místo p patří do vstupní množiny přechodu t , jestliže z místa p vede hrana do přechodu t a místo p patří do výstupní množiny přechodu t , jestliže z přechodu t vede hrana do místa p ,
- přechod t je proveditelný, jestliže:
 - pro každé místo p vstupní množiny přechodu t platí, že obsahuje alespoň tolik tokenů, kolik činí váha hrany vedoucí z místa p do přechodu t ,
 - pro každé místo p výstupní množiny přechodu t platí, že počet obsažených tokenů v místě p zvětšený o váhu hrany, mířící z přechodu t do místa p , nepřevyšuje kapacitu místa p ,
- při provedení proveditelného přechodu t se změní stav (značení, marking) sítě takto:
 - počet tokenů v každém vstupním místě p přechodu t se zmenší o váhu hrany spojující toto místo s tímto přechodem,
 - počet tokenů v každém výstupním místě p přechodu t se zvětší o váhu hrany spojující toto místo s tímto přechodem.

3. Definice fuzzy Petriho sítí

Definice fuzzy Petriho sítě, uvedená v této práci, je odvozena ze speciálního případu P/T Petriho sítě, kde všechna místa mají kapacitu rovnu jedné a všechny hrany váhu také rovnu jedné. V tomto speciálním případě P/T Petriho sítě se nebude přímo mluvit o čísle značení, ale o tom, zda značení v daném místě existuje. Totéž platí pro hrany, kde se řeší, zda hrana existuje. Tato tvrzení se snadno fuzzifikují. Definice je postavená tak, že hrany ve stupni nula nemají vliv na proveditelnost ani na provedení přechodu. Níže v textu bude také fuzzifikován pojem proveditelnosti. Provedení přechodu je závislé na jeho proveditelnosti, stupni existence všech hran a na stupni existence značení ve všech místech.

Tato definice je vytvořena pro reziduovaný svaz, který splňuje podmínku dvojí negace. Definice jsou napsány níže. K omezení se na struktury splňující podmínku dvojí negace došlo, protože metody pro výpočet proveditelnosti a provedení přechodu počítají s doplňky (kolik do místa mohou ještě přidat značení). Pokud podmínka dvojí negace neplatí, tak nelze vytvořit doplněk ve všech případech.

Pokud se bude dále v textu hovořit o fuzzy Petriho síti, myslí se tím níže definovaná fuzzy Petriho síť. Při popisu struktur pravdivostních hodnot a reziduovaného svazu se vycházelo z textu [2].

Definice 11. *Úplný reziduovaný svaz* je struktura $\langle L, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$, kde

- $\langle L, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$ je úplný svaz s nejmenším prvkem 0 a největším prvkem 1,
- $\langle L, \otimes, 1 \rangle$ je komutativní monoid (tj. $\otimes$ je binární operace na L , která je komutativní, asociativní a platí $a \otimes 1 = a$),
- $\otimes, \rightarrow$ jsou binární operace na L (nazývané násobení a reziduum) splňující $a \otimes b \leq c$ právě když $a \leq b \rightarrow c$ (takzvaná podmínka adjunkce),
- pro prvek $a \in L$ klademe $\neg a = a \rightarrow 0$. $\neg a$ nazýváme negací prvku a .

Definice 12. Nechť $\mathbf{L} = \langle L, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ je úplný reziduovaný svaz. Říkáme, že L splňuje *podmínku dvojí negace*, jestliže pro každé $a \in L$ platí $\neg \neg a = a$.

V dalším textu symbolem $\mathbf{L}$ označuji úplný reziduovaný svaz splňující podmínku dvojí negace.

Zajímavým příkladem úplného reziduovaného svazu splňujícího podmínku dvojí negace je Booleova algebra. Platí, že je-li $\mathbf{B} = \langle B, \wedge, \vee, ', 0, 1 \rangle$ Boolova algebra, pak definujeme $L = B$, $a \otimes b = a \wedge b$, $a \rightarrow b = a' \vee b$, je $\mathbf{L} = \langle L, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ reziduovaný svaz splňující $a \otimes b = a \wedge b$ a $a'' = a$. Dvouprvková Boolova algebra je použita v definici naší omezené P/T Petriho sítě, která se fuzzifikuje.

Definice 13. *Lukasiewiczova struktura pravdivostních hodnot* je úplný reziduovaný svaz $\langle [0, 1], \min, \max, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$, kde operace $\otimes$ a $\rightarrow$ jsou definovány takto: $a \otimes b = \max(a + b - 1, 0)$ a $a \rightarrow b = \min(1 - a + b, 1)$.

Lukasiewiczova struktura pravdivostních hodnot splňuje podmínku dvojí negace (lze snadno ověřit z definice).

Definice 14. *Gödelova struktura pravdivostních hodnot* je úplný reziduovaný svaz $\langle [0, 1], \min, \max, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$, kde operace $\otimes$ a $\rightarrow$ jsou definovány takto: $a \otimes b = \min(a, b)$ a

$$a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \text{pro } a \leq b, \\ b & \text{jinak.} \end{cases}$$

Gödelova struktura pravdivostních hodnot nesplňuje podmínku dvojí negace. Příkladem může být $\neg\neg 0,5 = \neg 0 = 1$.

Definice 15. *Goguenova (produktová) struktura pravdivostních hodnot* je úplný reziduovaný svaz $\langle [0, 1], \min, \max, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$, kde operace $\otimes$ a $\rightarrow$ jsou definovány takto: $a \otimes b = a \cdot b$, a

$$a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \text{pro } a \leq b, \\ b/a & \text{jinak.} \end{cases}$$

Goguenova struktura pravdivostních hodnot nesplňuje podmínku dvojí negace. Příkladem může být $\neg\neg 0,5 = \neg 0 = 1$.

Gödelova a Goguenova struktura pravdivostních hodnot jsou zde uvedeny, protože nástroj Simulátor fuzzy Petriho sítí umožňuje pracovat i s těmito pravdivostními strukturami. Nicméně slouží pouze pro experimentální účely.

Definice 16. Nechť U je univerzum. *L-množina (fuzzy množina)* je zobrazení $A \rightarrow L$. Hodnotu $A(x)$ interpretujeme jako stupeň, ve kterém je x prvkem A a nazýváme *stupeň příslušnosti prvku x do L-množiny A* .

Dále se v textu budou zapisovat L-množiny takto: $A = \{a_1/x_1, \dots, a_n/x_n\}$, kde $x_1, \dots, x_n \in U$ jsou prvky, kterým jsou přiřazeny stupně příslušnosti $a_1, \dots, a_n \in L$.

Definice 17. *Struktura L-Petriho sítě (fuzzy Petriho sítě)* je čtveřice $\langle P, T, I, O \rangle$, kde

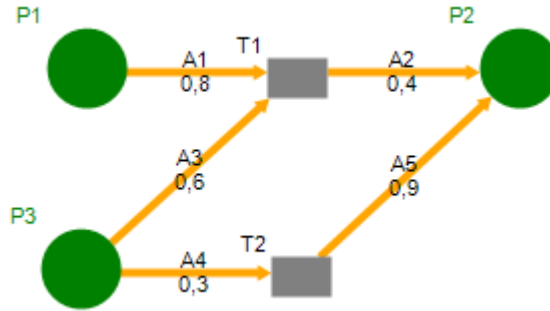
- P je konečná množina míst,
- T je konečná množina přechodů a $T \cap P = \{\}$,
- $I : \langle P \times T \rangle \rightarrow L$ je L-množina vstupních hran přechodů,
- $O : \langle T \times P \rangle \rightarrow L$ je L-množina výstupních hran přechodů.

Grafická reprezentace Fuzzy Petriho sítí je velmi podobná grafické reprezentaci Petriho sítí:

- místa jsou reprezentována kruhy a stupeň existence značení v místě je číslo uprostřed kruhu,

- přechody jsou reprezentovány obdélníky a stupeň proveditelnosti je zobrazen uvnitř obdélníku,
- hrany jsou zobrazeny jako šipky s ohodnocením v jakém stupni existují, pokud existují ve stupni nula, tak se nezobrazují.

Definici struktury L-Petriho sítě bude vysvětlena na příkladu z obrázku 4.



Obrázek 4. Struktura Fuzzy Petriho sítě

Struktura tohoto modelu je $\langle P, T, I, O \rangle$, kde:

- $P = \{P1, P2, P3\}$,
- $T = \{T1, T2\}$,
- $I = \{0,8/\langle P1, T1 \rangle, 0/\langle P2, T1 \rangle, 0,6/\langle P3, T1 \rangle, 0/\langle P1, T2 \rangle, 0/\langle P2, T2 \rangle, 0,3/\langle P3, T2 \rangle\}$,
- $O = \{0/\langle T1, P1 \rangle, 0,4/\langle T1, P2 \rangle, 0/\langle T1, P3 \rangle, 0/\langle T2, P1 \rangle, 0,9/\langle T2, P2 \rangle, 0/\langle T2, P3 \rangle\}$.

Definice 18. Nechť $\langle P, T, I, O \rangle$ je struktura L-Petriho sítě. L-množinu $M : P \rightarrow L$ nazýváme *značení*.

Definice 19. *Systém L-Petriho sítě* je pětice $\langle P, T, I, O, M \rangle$, kde

- $\langle P, T, I, O \rangle$ je struktura L-Petriho sítě,
- M je značení.

Definice 20. Nechť $\langle P, T, I, O, M \rangle$ je systém L-Petriho sítě a $p \in P$. Pak $M(p)$ nazýváme *značení v místě p* .

Definice 21. Nechť $\langle P, T, I, O, M \rangle$ je systém L-Petriho sítě. Položme $E(t) = \bigwedge_{p \in P} (I(p, t) \rightarrow M(p)) \wedge \bigwedge_{p \in P} \neg (M(p) \otimes O(t, p))$. Hodnota $E(t)$ se nazývá *stupeň proveditelnosti přechodu t* .

Proveditelnost přechodu lze interpretovat podle sémantiky fuzzy logiky tak, že je to stupeň, ve kterém jsou současně pravdivé následující dva výroky:

- Pro každé místo platí: Jestliže je místo vstupním místem, pak je v něm značení.
- Pro každé místo platí: Není pravda, že je v místě značení a současně je výstupním místem.

V crisp případě (úplný reziduovaný svaz splňující podmínku dvojí negace je nahrazen Boolovou algebrou) lze proveditelnost přechodu interpretovat podle sémantiky predikátové logiky tak, že jsou současně pravdivé následující dva výroky:

- Pro každé místo platí: Jestliže je místo vstupním místem, pak je v něm značení.
- Pro každé místo platí: Není pravda, že je v místě značení a současně je výstupním místem.

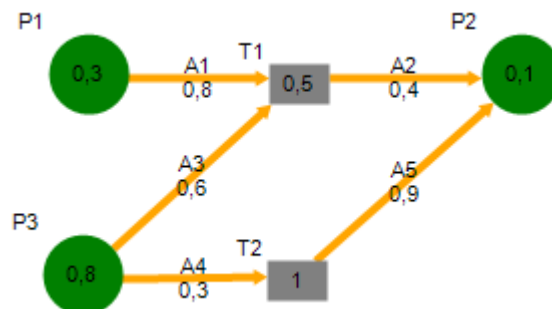
Můžeme si všimnout, že výroky lze syntakticky zapsat stejně pro predikátovou i fuzzy logiku. A sémanticky je proveditelnost přechodu námi omezené Petriho sítě stejná jako její fuzzifikace.

Definice 22. Nechť $A = \langle P, T, I, O, M_1 \rangle$, $B = \langle P, T, I, O, M_2 \rangle$ a $C = \langle P, T, I, O, M_3 \rangle$ jsou systémy L-Petriho sítě, přechod t je proveditelný ve stupni $E(t)$ a pro každé místo $p \in P$ platí: $M_2(p) = (\neg(E(t) \otimes I(p, t))) \otimes M_1(p)$ a $M_3(p) = (\neg(E(t) \otimes O(t, p))) \rightarrow M_2(p)$. Pak říkáme, že systém L-Petriho sítě C dostaneme ze systému L-Petriho sítě A *provedením přechodu t* .

Provedením přechodu, který je proveditelný ve stupni nula, se systém L-Petriho sítě nijak nezmění.

Definice systému Fuzzy Petriho sítě, proveditelnosti a provedení přechodu vysvětluje příklad z obrázku 5. Jako struktura pravdivostních hodnot byla použita Lukasiewiczova struktura. Systém tohoto modelu je $\langle P, T, I, O, M \rangle$, kde:

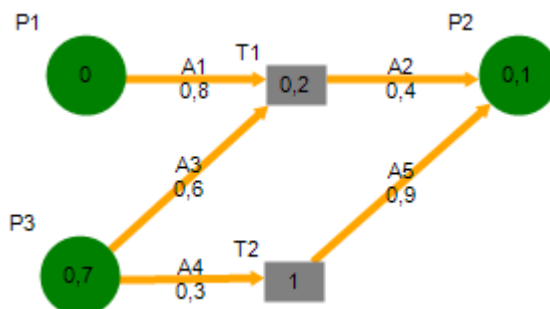
- $\langle P, T, I, O \rangle$ je struktura z předchozího příkladu,
- značení v místech je: $M = \{0,3/P1, 0,1/P2, 0,8/P3\}$,
- proveditelnost přechodů je: $E = \{0,5/T1, 1/T2\}$.



Obrázek 5. Systém Fuzzy Petriho sítě

Provedením přechodu $T1$ dostáváme nový systém L-Petriho sítě, který je na obrázku 6. Změní se nám tím značení i proveditelnost přechodů.

- značení v místech je: $M = \{0/P1, 0,1/P2, 0,7/P3\}$,
- proveditelnost přechodů je: $E = \{0,2/T1, 1/T2\}$.



Obrázek 6. Systém Fuzzy Petriho sítě po provedení přechodu $T1$

4. Porovnání definic fuzzy Petriho sítí

V této kapitole jsou uvedeny definice fuzzy Petriho sítí od jiných autorů a porovnány s naší novou definicí L-Petriho sítě. Pro srovnání byla vybrána definice od E. Virtanena [3] a LI Xiao-zhong [4].

4.1. Definice fuzzy Petriho sítě dle E. Virtanena

Definice 23. A FPN that is capable of modelling fuzzy production rules (of type if d_j then d_k with Certainty Factor (CF) μ_i). Each place may contain a token associated with a truth value of a proposition, which are quantified as numbers in the unit interval. Each transition is associated with a certainty factor taking values from the unit interval. Formally this model of FPN is defined as a tuple:

$$N_f = (P, T, D, I, O, \alpha, \beta),$$

where $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ and $T = \{t_1, \dots, t_m\}$ as in PN . $D = \{d_1, \dots, d_l\}$ is a finite set of propositions, $I : T \rightarrow P$ is an input mapping, $O : T \rightarrow P$ is an output mapping and $f : \rightarrow [0, 1]$ is an association mapping. Furthermore $\alpha : P \rightarrow [0, 1]$ and $\beta : P \rightarrow D$. $P \cap T \cap D = \{\}$, $|P| = |D|$. A token value in place $p_i \in P$ is denoted by $\alpha(p_i) \in [0, 1]$. If $\alpha(p_i) = y_i$, $y_i \in [0, 1]$ and $\beta(p_i) = d_i$, then this states that the degree of truth of proposition d_i is y_i . A transition t_i is enabled if for all $p_j \in I(t_i)$, $\alpha(p_j) \geq \lambda$, where λ is a threshold value in the unit interval. If this transition is fired, then tokens are removed from its input places and a token is deposited to each of its output places. The truth value of the output tokens are generally computed through some aggregation function τ , i.e. $y_k = y_j \tau \mu_i$, or $y_k = \tau(I(t_j), \mu_i)$, $y_k \in O(t_j)$.

Tato definice pracuje s tvrzeními asociovanými s místy a značení v místě se nazývá token. Token je v místě v určitém stupni a množiny hran I a O jsou také fuzzy množinami. Víceméně se tedy jedná o velmi podobnou definici, která je uvedená v této práci, ale rozdílně se přistupuje k proveditelnosti a provedení přechodu. Tato definice na místo stejného způsobu výpočtu používá pro každý přechod t_i speciální funkci μ_i , která definuje jakým způsobem má k výpočtu dojít. Navíc proveditelnost je závislá na parametru (prahu) λ , který je pro všechny přechody stejný.

Zavedení volitelného způsobu výpočtu (volitelné agregační funkce) při provedení přechodu není dostatečně vysvětleno. Tato volitelná agregační funkce znamená nádstavbu definice fuzzy Petriho sítě. Posouvá její výpočetní a simulační možnosti dál, než je obecná definice uvedená v této práci.

Výpočet proveditelnosti přechodu nevyužívá čistě fuzzy logiku, protože porovnává značení s nějakým pevným prahem proveditelnosti přechodu a to je věc, které se v naší definici vyhýbáme.

Tato definice je obecnější než naše definice, ale výpočet proveditelnosti je v klasické logice.

4.2. Definice fuzzy Petriho sítě dle LI Xiao-zhonga

Definice 24. A fuzzy Petri net is six-tuple $FPN = \{P, T, W, \alpha(t), \tau(t), M_0(p)\}$, where:

- P is a finite set of fuzzy places and tokens of places can be any non-negative real number,
- T is finite set of fuzzy transitions,
- W is fuzzy relation with marking on $P \times T$ or $T \times P$ and is called weight function that indicate input quantity on arc from place node to transition or output quantity on arc from transition node to place node,
- $\alpha(t)$ and $\tau(t)$ are non-negative real function defined on T that indicate link strength and firing threshold of transition nodes respectively,
- $M_0(P)$ is non-negative real function on P that indicate initial marking and is also called initial resource allocation.

Definice 25. A transition t is enabled at M , iff $\forall p \in {}^\bullet t \ M(p) \geq W(p, t) \geq \tau(t)$. When t is enabled, we say $M[t >]$.

Definice 26. If transition is enabled at M then the firing of t can transform into a new marking M' , we say $M[t > M']$, i.e. M' is reachable from M and called a

$$\text{successor of } M. \forall p \in P \ M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p, t) & p \in {}^\bullet t \\ M(p) + W(t, p) & p \in t^\bullet \\ M(p) & \text{otherwise} \end{cases}$$

This rule defines the dynamic behavior of the fuzzy Petri net (${}^\bullet t$ and $t^\bullet$ denote the set of all the input places of and the set of all the output places of t , respectively).

Tato definice se také velmi podobá naší definici. Podobně zavádí stupeň existence hran i značení v místě. Rozdíl je opět ve výpočtu proveditelnosti, která využívá pevného prahu proveditelnosti pro každý přechod $\tau(t)$ (stejně jako v předchozí definici), a provedení kroku výpočtu, který je závislý na pevně daném $\alpha(t)$.

Tato definice je čistší než ta předchozí, ale krok výpočtu není čistě fuzzifikován. Dochází zde opět k porovnání s pevným prahem a navíc proveditelnost přechodů se nemění dynamicky dle stavu sítě, ale je pevně daná.

5. Praktické využití fuzzy Petriho sítí

Fuzzy Petriho sítě mají velký potenciál využití při simulaci jevů, které mohou nastávat nezávisle na sobě a přitom ovlivňovat stavy kontrolovaných objektů. Slovo nezávisle je zde myšleno ve smyslu pořadí. Princip je jednoduchý: Je daný počáteční stav a postupným vykonáváním událostí přechází do stavů, které říkají, jaká byla reakce na posloupnost vykonaných událostí. Tyto vlastnosti se dají využít při analýzách dopadu rozhodnutí na kontrolované objekty. Samotné vytvoření modelu je díky velké modelovací síle Petriho sítí velmi rychlé. Daleko náročnější je vyladit model tak, aby měl správnou vypovídající hodnotu. Tyto modely by měly vytvářet experti na danou problematiku. Na následujících dvou příkladech se autor stylizovalo role experta.

6. Příklad využití fuzzy Petriho sítě - Regulace teploty v bytě

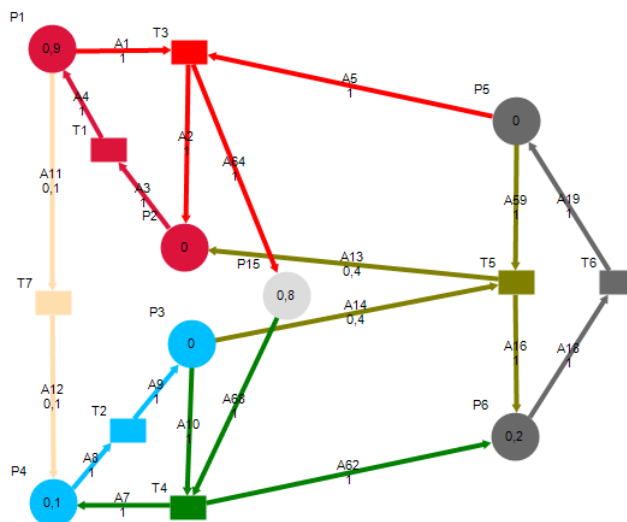
Zde šlo o nasimulování regulace spouštění kotle, který vytápí byt. Teplotu v bytě ovlivňuje vnější teplota ovzduší a výhřevnost kotle. Model je vytvořen pro Lukasiewiczovu strukturu pravdivostních hodnot.

6.1. Cíl simulace

Cílem simulace je ukázat, jak musí pracovat regulátor, který se snaží udržet optimální teplotu v bytě. Práci mu sťažuje neustálé ochlazování bytu vnějším prostředím.

6.2. Rozbor simulace v jednotlivých krocích

6.2.1. Počáteční značení M0



Obrázek 7. Model regulace výkonu kotle za účelem udržování teploty v bytě

Legenda k modelu:

- Místa $P1$ a $P2$ reprezentují stav teploty v bytě (výrok: v bytě je teplo ve stupni ...). Stav je rozdělen mezi dvě místa pouze z technického důvodu, abychom mohli bezztrátově testovat stupeň tepla v místnosti. Výrok: v bytě je teplo je reprezentováno jako $M(P1) + M(P2)$. Toto rozdělení je korektní, protože provedení přechodu $T1$ zachovává $\neg(\neg M(P1) \otimes \neg M(P2))$.

- Místa $P3$ a $P4$ reprezentují stav teploty v bytě (výrok: v bytě je zima ve stupni ...). Stav je rozdělen mezi dvě místa ze stejného důvodu jako v případě míst $P1$ a $P2$.
- Místa $P5$ a $P6$ reprezentují výkon kotle (výrok: kotel topí ve stupni ...). Stav je rozdělen mezi dvě místa ze stejného důvodu jako v případě míst $P1$ a $P2$.
- Místo $P15$ reprezentuje výkon kotle (výrok: kotel netopí ve stupni ...).
- Přejchod $T3$ reprezentuje událost vypnutí kotle.
- Přejchod $T4$ reprezentuje událost zapnutí kotle.
- Přejchod $T5$ reprezentuje událost zvýšení teploty v bytě dle výkonu kotle (zvýšení teploty v bytě je pouze ve stupni 0, 4, můžeme to být bráno jako výhřevnost kotle).
- Přejchod $T7$ reprezentuje událost ochlazení bytu vlivem vnější teploty. Provedením tohoto přechodu se sníží teplota v bytě o 0, 1 stupně pravdivosti. Na první pohled se to může zdát nepatrné, ale důležitou vlastností tohoto přechodu je, že jeho nejmenší stupeň proveditelnosti je 0, 9.
- Přejchody $T1$, $T2$ a $T6$ jsou pomocné, pro technické řešení bezetrátového testu stavu viz vysvětlení u míst $P1$ a $P2$.
- Přejchod $T1$ je pomocný přechod pro návrat stavu teploty v bytě (jak moc je v bytě teplo) po otestování přechodem $T3$.
- Přejchod $T2$ je pomocný přechod pro návrat stavu teploty v bytě (jak moc je v bytě zima) po otestování přechodem $T4$.
- Přejchod $T6$ je pomocný přechod pro návrat stavu výkonu kotle (jak moc kotel běží) po otestování přechodem $T5$.

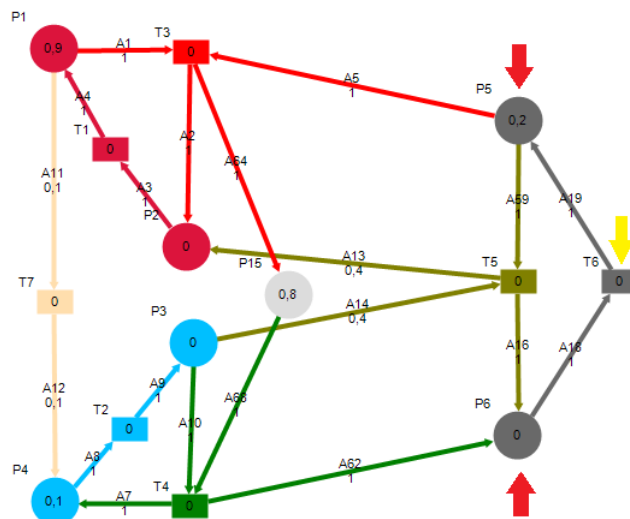
Počáteční značení této sítě musí splňovat následující podmínky:

- Součet značení v místech $P1$, $P2$, $P3$ a $P4$ musí být roven jedné.
- Součet značení v místech $P5$, $P6$ a $P15$ musí být roven jedné.

Počáteční značení sítě říká, že v bytě je teplo ve stupni 0, 9 (v bytě začíná být horko) a kotel běží na 0, 2 (udržuje teplotu).

6.2.2. Značení M1 po provedení přechodu T6

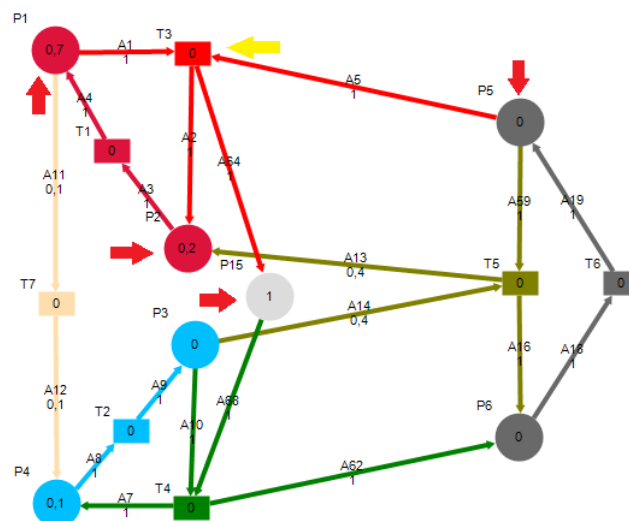
Je proveden přechod $T6$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje výkon kotle z místa $P6$ zpět do místa $P5$ (červené šipky) po dřívějším vykonání přechodu $T5$ nebo $T4$. Viz obrázek 8.



Obrázek 8. Stav M1 regulace výkonu kotle

6.2.3. Značení M2 po provedení přechodu T3

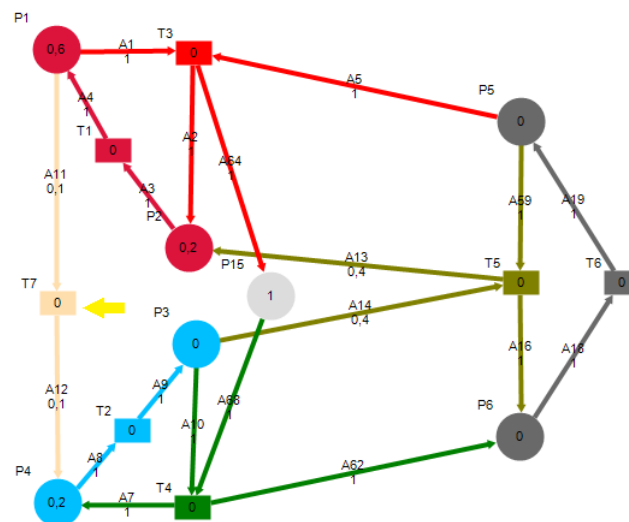
Je proveden přechod $T3$ (žlutá šipka). Jedná se přechod, který snižuje výkonost kotle v závislosti na teplotě bytu a jeho nynějším výkonu. Vykonání tohoto přechodu ovlivňuje místo $P1$, ze kterého odebírá teplo, aby bylo zjištěno, jak moc teplo v bytě je. To, co si vypůjčil z místa $P1$, vrací do místa $P2$ a následně odebere z výkonu kotle (odebere z místa $P5$ a přidá do místa $P15$). Viz obrázek 9.



Obrázek 9. Stav M2 regulace výkonu kotle

6.2.4. Značení M3 po provedení přechodu T7

Je proveden přechod $T7$ (žlutá šipka). Jedná se o přechod, který reprezentuje událost ochlazení bytu vlivem vnější teploty. To znamená, že snižuje teplo v bytě (odebere z místa $P1$ a přidá do místa $P4$). Viz obrázek 10.

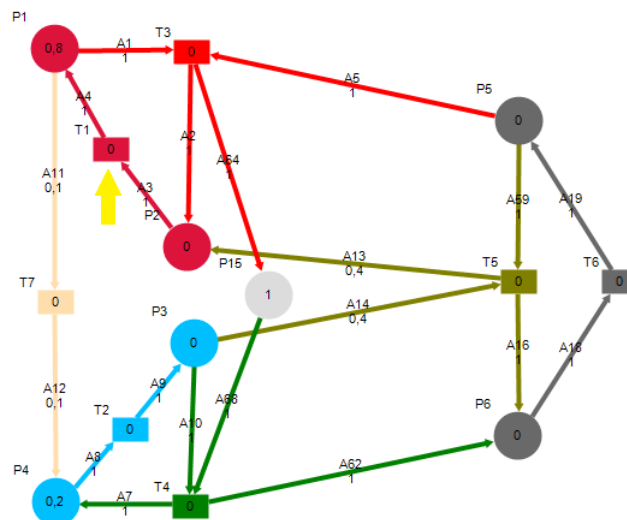


Obrázek 10. Stav M3 regulace výkonu kotle

6.2.5. Značení M4 po provedení přechodu T1

Je proveden přechod $T1$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který

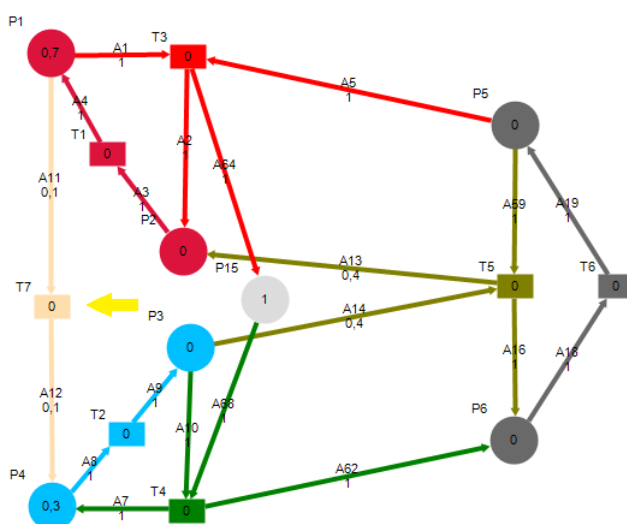
distribuuje teplo v bytě z místa $P2$ zpět do místa $P1$ po dřívějším vykonání přechodu $T5$ nebo $T3$. Viz obrázek 11.



Obrázek 11. Stav M4 regulace výkonu kotle

6.2.6. Značení M5 po provedení přechodu T7

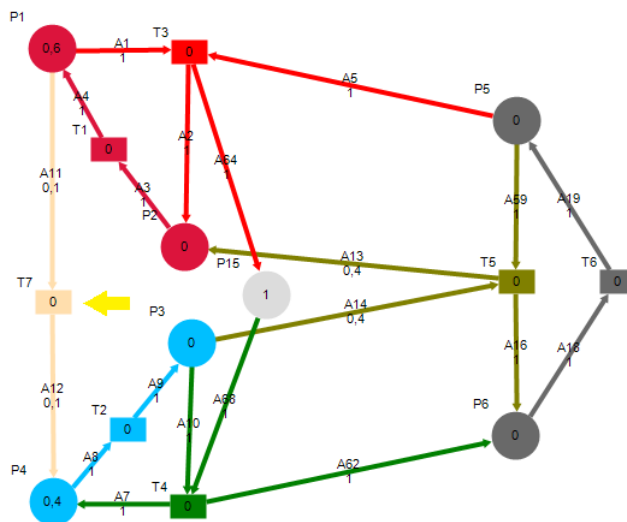
Je proveden přechod $T7$ (žlutá šipka). Jedná se o přechod, který reprezentuje událost ochlazení bytu vlivem vnější teploty. To znamená, že se snižuje teplo v bytě (odebere z místa $P1$ a přidá do místa $P4$). Viz obrázek 12.



Obrázek 12. Stav M5 regulace výkonu kotle

6.2.7. Značení M6 po provedení přechodu T7

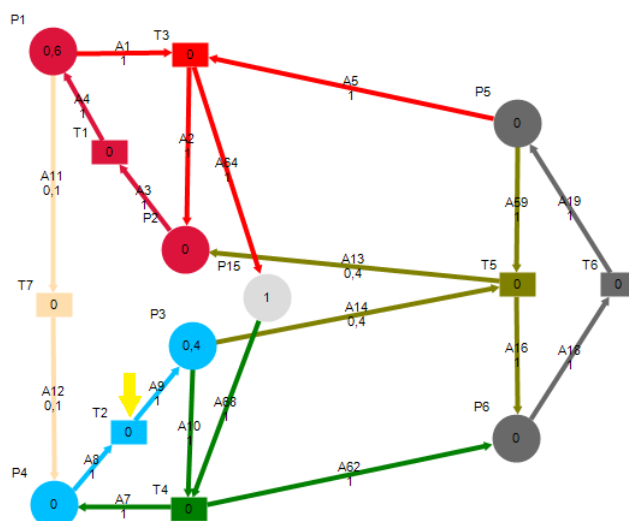
Je proveden přechod $T7$ (žlutá šipka). Jedná se o přechod, který reprezentuje událost ochlazení bytu vlivem vnější teploty. To znamená, že se snižuje teplo v bytě (odebere z místa $P1$ a přidá do místa $P4$). Viz obrázek 13.



Obrázek 13. Stav M6 regulace výkonu kotle

6.2.8. Značení M7 po provedení přechodu T2

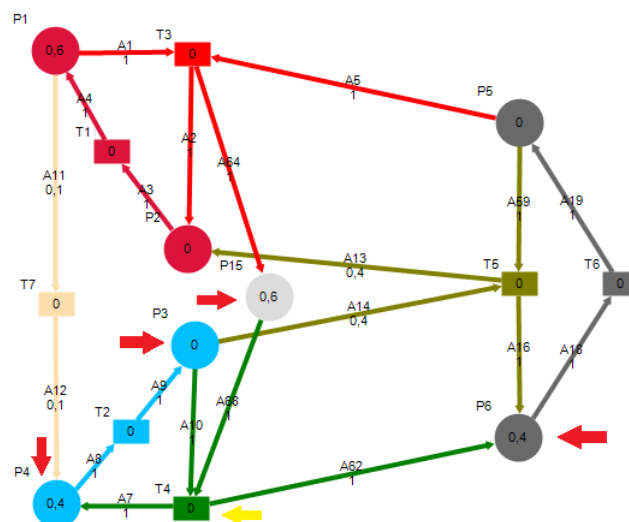
Je proveden přechod $T2$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje zimu v bytě z místa $P4$ zpět do místa $P3$ po dřívějším vykonání přechodu $T4$ nebo $T7$. Viz obrázek 14.



Obrázek 14. Stav M7 regulace výkonu kotle

6.2.9. Značení M8 po provedení přechodu T4

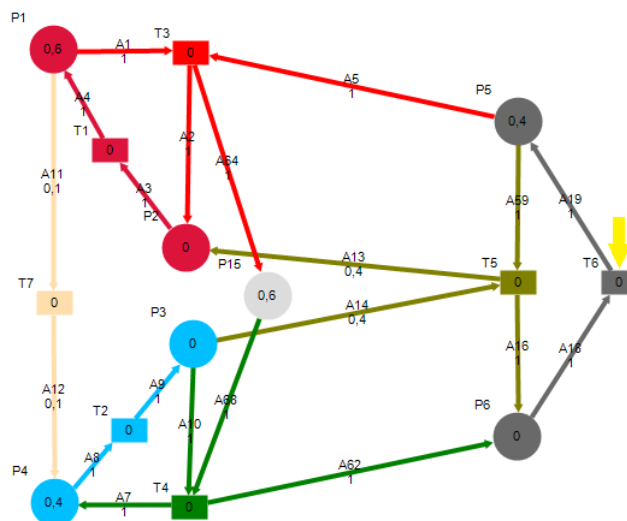
Je proveden přechod $T4$ (žlutá šipka). Jedná se přechod, který zvyšuje výkonost kotle v závislosti na teplotě bytu a nynějším výkonu kotle. Vykonání tohoto přechodu ovlivňuje místo $P3$, ze kterého odebírá zimu, aby zjistil, jak moc zima v bytě je. To, co si vypůjčil z místa $P3$ vrací do místa $P4$ a následně přidá na výkonu kotle (odebere z místa $P15$ a přidá do místa $P6$). Viz obrázek 15.



Obrázek 15. Stav M8 regulace výkonu kotle

6.2.10. Značení M9 po provedení přechodu T6

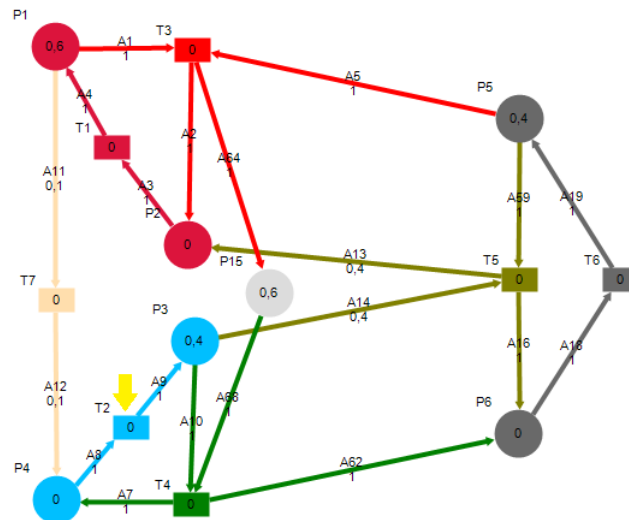
Je proveden přechod $T6$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje výkon kotle z místa $P6$ zpět do místa $P5$ po dřívějším vykonání přechodu $T5$ nebo $T4$. Viz obrázek 16.



Obrázek 16. Stav M9 regulace výkonu kotle

6.2.11. Značení M10 po provedení přechodu T2

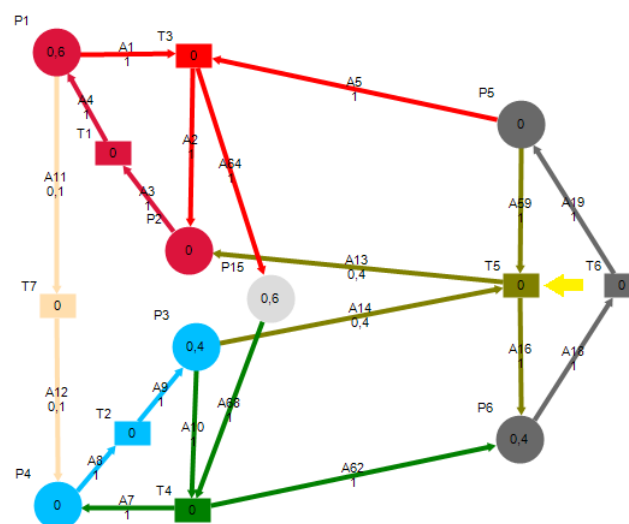
Je proveden přechod $T2$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje zimu v bytě z místa $P4$ zpět do místa $P3$ po dřívějším vykonání přechodu $T4$ nebo $T7$. Viz obrázek 17.



Obrázek 17. Stav M10 regulace výkonu kotle

6.2.12. Značení M11 po provedení přechodu T5

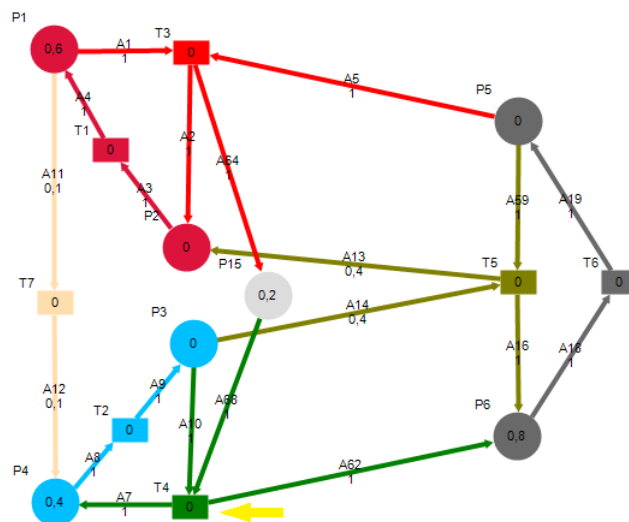
Je proveden přechod $T5$ (žlutá šipka). Jedná se přechod, který reprezentuje událost zvýšení teploty v bytě dle výkonu kotle a zimy v bytě. Vykonání tohoto přechodu ovlivňuje místo $P5$, ze kterého odebírá výkon kotle za účelem testu, a vrací ho zpět do místa $P6$. Následně odebere zimu z místa $P3$ a přidá teplo do místa $P2$. Ve stavu M11 se neprojevilo, že kotel topí, protože výhřevnost kotle je malá. Tedy nedošlo ke zvýšení tepla v bytě. Viz obrázek 18.



Obrázek 18. Stav M11 regulace výkonu kotle

6.2.13. Značení M12 po provedení přechodu T4

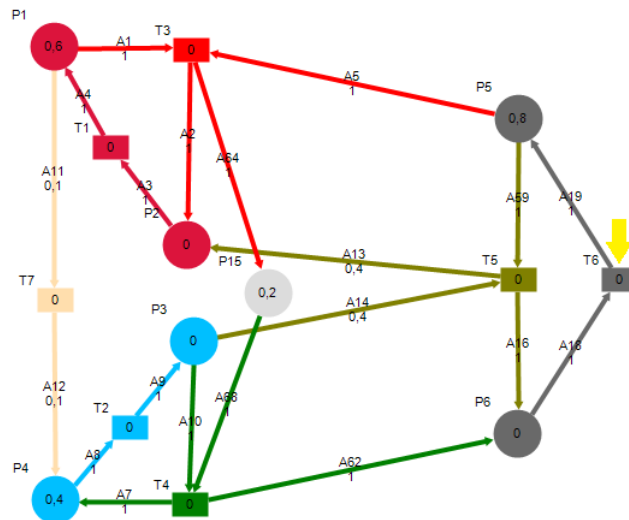
Je proveden přechod $T4$ (žlutá šipka). Jedná se přechod, který zvyšuje výkonost kotle v závislosti na teplotě bytu a nynějším výkonu kotle. Vykonání tohoto přechodu ovlivňuje místo $P3$, ze kterého odebírá zimu, aby zjistil, jak moc zima v bytě je. To, co si vypůjčil z místa $P3$, vrací do místa $P4$ a následně přidá na výkonu kotle (odebere z místa $P15$ a přidá do místa $P6$). Viz obrázek 19.



Obrázek 19. Stav M12 regulace výkonu kotle

6.2.14. Značení M13 po provedení přechodu T6

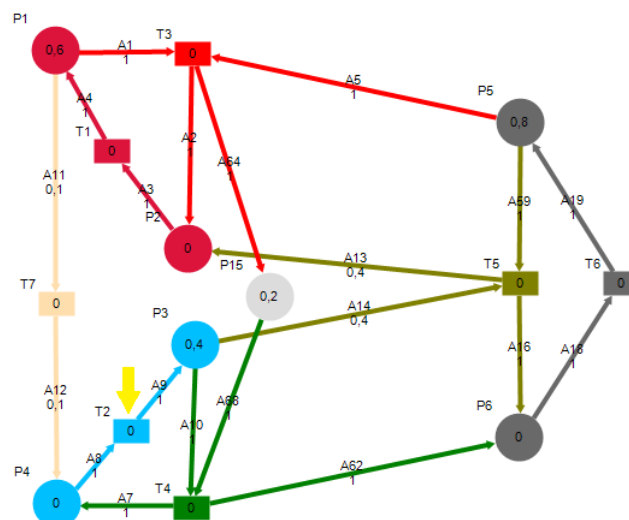
Je proveden přechod $T6$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje výkon kotle z místa $P6$ zpět do místa $P5$ po dřívějším vykonání přechodu $T5$ nebo $T4$. Viz obrázek 20.



Obrázek 20. Stav M13 regulace výkonu kotle

6.2.15. Značení M14 po provedení přechodu T2

Je proveden přechod $T2$ (žlutá šipka). Jedná se o pomocný přechod, který distribuuje zimu v bytě z místa $P4$ zpět do místa $P3$ po dřívějším vykonání přechodu $T4$ nebo $T7$. Viz obrázek 21.

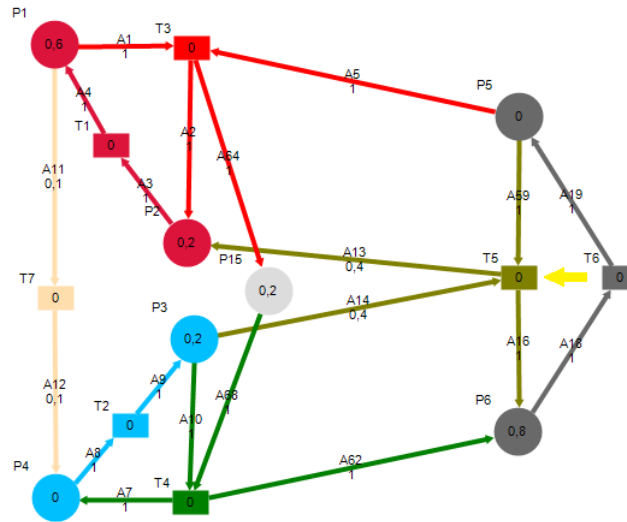


Obrázek 21. Stav M14 regulace výkonu kotle

6.2.16. Značení M15 po provedení přechodu T5

Je proveden přechod $T5$ (žlutá šipka). Jedná se přechod, který reprezentuje

událost zvýšení teploty v bytě dle výkonu kotle a zimy v bytě. Vykonání tohoto přechodu ovlivňuje místo $P5$, ze kterého odebírá výkon kotle za účelem testu, a vrací ho zpět do místa $P6$. Následně odebere zimu z místa $P3$ a přidá teplo do místa $P2$. Ve stavu M15 se projevilo, že kotel topí na hodně velký výkon. Došlo ke zvýšení tepla v bytě. Viz obrázek 22.



Obrázek 22. Stav M15 regulace výkonu kotle

6.3. Závěrečné vyjádření k simulaci

V simulaci lze pokračovat dále a stále zkoumat chování modelu. Simulace bude probíhat donekonečna, protože stále bude docházet k postupnému ochlazování a regulace se bude snažit byt vytopit. K hladkému průběhu regulace a úbytku stavů sítě M by prospěla paralelizace provádění přechodů.

Během tvorby tohoto modelu se vyskytla spousta překážek. Například jak vyřešit závislost provedení přechodu na značení v místě p , aniž by byl změněn stav značení v místě p . Toto bylo vyřešeno zavedením mezistavů a přechodů, které vrací značení v místě p do původního stavu. Dále nynější definice Fuzzy Petriho sítě nemá v sobě integrován aparát, který by umožňoval snadno zavést negaci značení v místě. Tento problém byl vyřešen zavedením duálních stavů s opačným značením a všechny přechody, které odebírají hodnotu z místa p , přidávají stejné hodnoty do místa p_1 , které má v sobě negaci značení místa p .

7. Příklad využití fuzzy Petriho sítě - Invaze králíka divokého v Austrálii

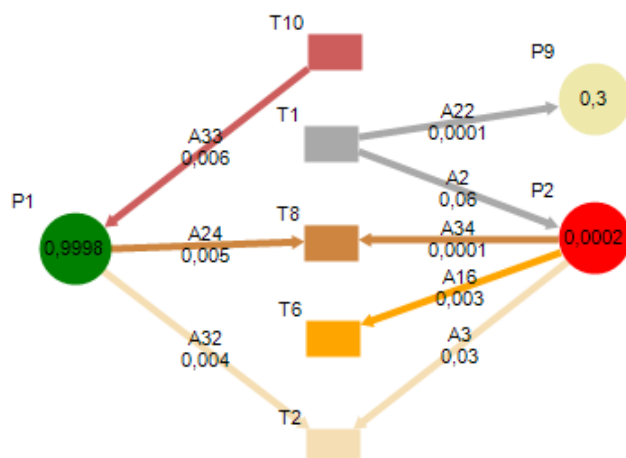
Evropský králík divoký se dostal do Austrálie s prvními loděmi v roce 1788 a poté byl zavlečen do Tasmánie. První divoce žijící populace byly zaznamenány v roce 1827 v jihovýchodní Tasmánii. Rapidní nárůst králíků divokých však začal teprve v roce 1859, kdy australský farmář Thomas Austin přivezl 24 králíků, 5 zajíců a 72 koroptví a na Vánoce je vypustil na svůj pozemek ve Viktorii. Z tohoto parku se králíci postupně rozšířili na sever a na západ a v roce 1866 byli objeveni v Kapundii v jižní Austrálii. Během pouhých 15 let se rozšířili do Nového Jižního Walesu a jejich populace vzrostla na odhadem 2 miliony jedinců. V roce 1887 už jimi osídlené území sahalo k jihozápadnímu okraji Queenslandu, v roce 1894 byli poprvé zaznamenáni v Severním teritoriu u Charlotiných vodopádů a kolem roku 1900 se objevily volně žijící populace také v západní Austrálii. Skoro to vypadalo, že je nemůže nic zastavit. Již v roce 1890 ovšem dosáhly populace králíků v některých oblastech natolik kritického počtu, že škody jimi způsobené začaly dosahovat úděsných rozměrů a lidé pochopili, že je třeba zasáhnout. V danou chvíli již bylo příliš pozdě a situace se zcela vymkla kontrole.

7.1. Cíl simulace

Cílem simulace je ukázat, jaký vliv má invaze králíka divokého a následující události na stav savců a rozšiřování pouště v Austrálii. Případně lze pomocí simulace zjišťovat, jak postupovat, aby bylo zastaveno rozšiřování pouští, a které události povedou k udržení rovnováhy mezi původními a invazním savci.

7.2. Rozbor simulace v jednotlivých krocích

7.2.1. Počáteční značení M0



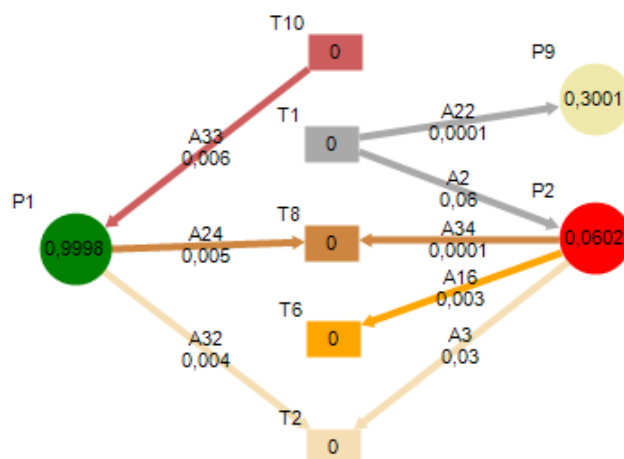
Obrázek 23. Model problému invaze králíka divokého v Austrálii

Legenda k modelu:

- Místo *P1* reprezentuje výrok: V Austrálii je hodně původních savců.
- Místo *P2* reprezentuje výrok: V Austrálii je hodně divokých králíků.
- Místo *P9* reprezentuje výrok: Austrálie je celá pokrytá pouští.
- Přejchod *T1* reprezentuje událost významného vrhu divokých králíků. Po provedení tohoto přechodu dojde k nárůstu populace králíka divokého a k rozšíření biomu pouště, což je důsledek řádění králíka divokého.
- Přejchod *T8* reprezentuje událost významného vrhu invazních predátorů (kočky divoké a lišky). Provedení tohoto přechodu mírně sníží výskyt králíka divokého, ale invazní predátoři daleko více útočí na původní savce, takže snižují jejich počet.
- Přejchod *T10* reprezentuje událost významného vrhu původních savců. Po provedení tohoto přechodu dojde k nárůstu populace původních savců.
- Přejchod *T6* reprezentuje událost cíleného lovu divokých králíků. Po provedení tohoto přechodu ubude malé množství králíků divokých.
- Přejchod *T2* reprezentuje událost vypuštění králičí blechy. Po provedení tohoto přechodu ubude hodně králíků divokých, ale také malá část původních savců, které králičí blechy napadnou.
- Počáteční značení reprezentuje stav, kdy Thomas Austin vypustil králíky na svůj pozemek.

7.2.2. Značení M1 po provedení přechodu T1

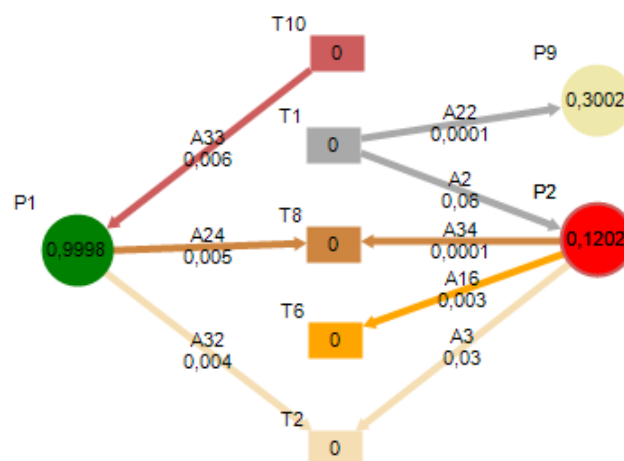
Je proveden přechod $T1$ - událost významného vrhu divokých králíků, který zvýší výskyt králíka divokého $P2$ a rozšíří australskou poušť $P9$. Viz obrázek 24.



Obrázek 24. Značení $M1$ po události významného vrhu divokých králíků

7.2.3. Značení M2 po provedení přechodu T1

Je proveden přechod $T1$ - událost významného vrhu divokých králíků, který zvýší výskyt králíka divokého $P2$ a rozšíří australskou poušť $P9$. Viz obrázek 25.

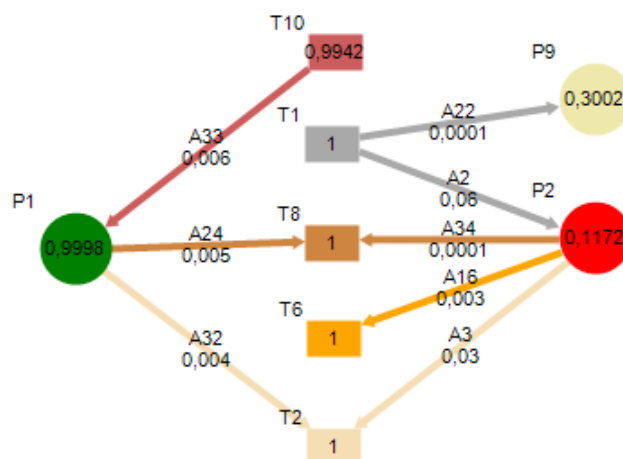


Obrázek 25. Značení $M2$ po události významného vrhu divokých králíků

7.2.4. Značení M3 po provedení přechodu T6

Je proveden přechod $T6$ - událost cíleného lovu divokých králíků, který sníží

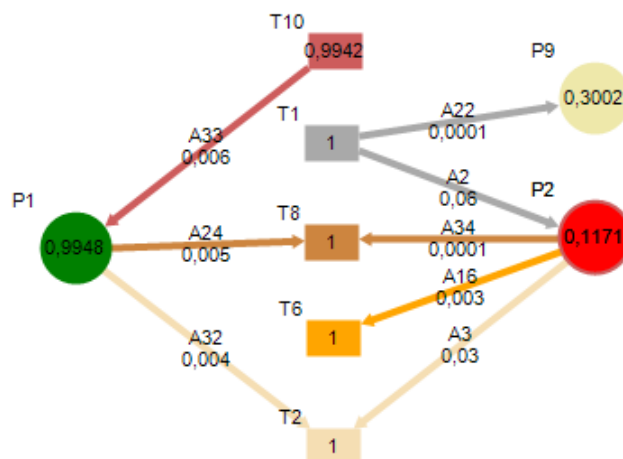
o malou část výskyt králíka divokého $P2$. Viz obrázek 26.



Obrázek 26. Značení $M3$ po události cíleného lovu divokých králíků

7.2.5. Značení $M4$ po provedení přechodu $T8$

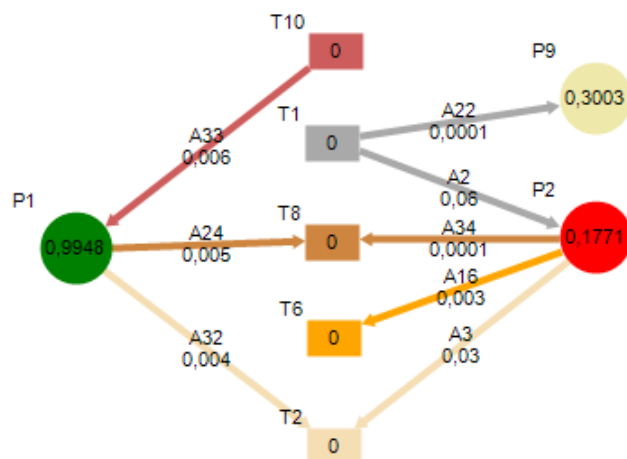
Je proveden přechod $T8$ - událost významného vrhu invazních predátorů, který mírně sníží výskyt králíka divokého $P2$, ale také sníží počet původních savců $P1$. Viz obrázek 27.



Obrázek 27. Značení $M4$ po události významného vrhu invazních predátorů

7.2.6. Značení $M5$ po provedení přechodu $T1$

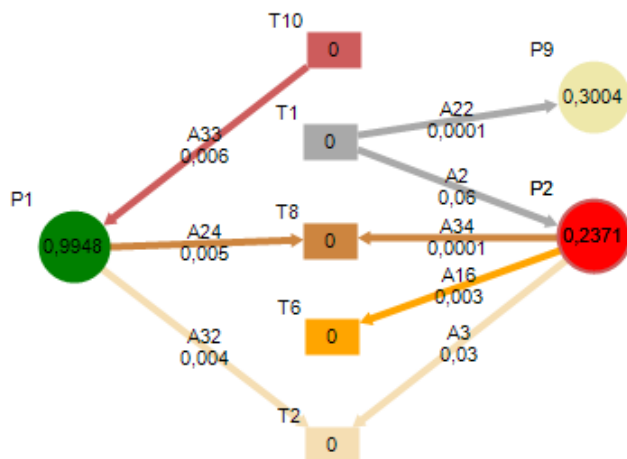
Je proveden přechod $T1$ - událost významného vrhu divokých králíků, který zvýší výskyt králíka divokého $P2$ a rozšíří australskou poušť $P9$. Viz obrázek 28.



Obrázek 28. Značení $M5$ po události významného vrhu divokých králíků

7.2.7. Značení $M6$ po provedení přechodu $T1$

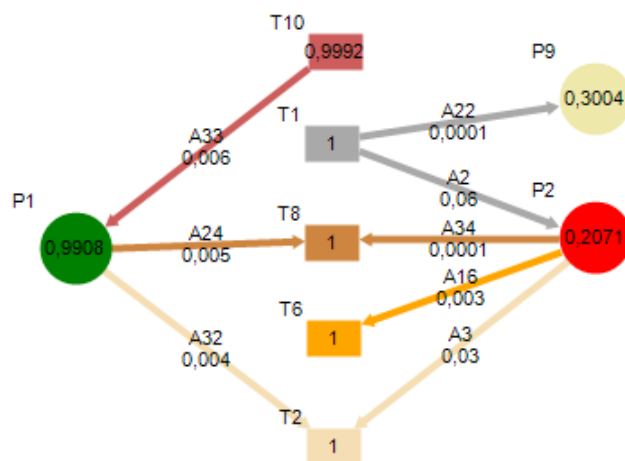
Je proveden přechod $T1$ - událost významného vrhu divokých králíků, který zvýší výskyt králíka divokého $P2$ a rozšíří australskou poušť $P9$. Viz obrázek 29.



Obrázek 29. Značení $M6$ po události významného vrhu divokých králíků

7.2.8. Značení $M7$ po provedení přechodu $T2$

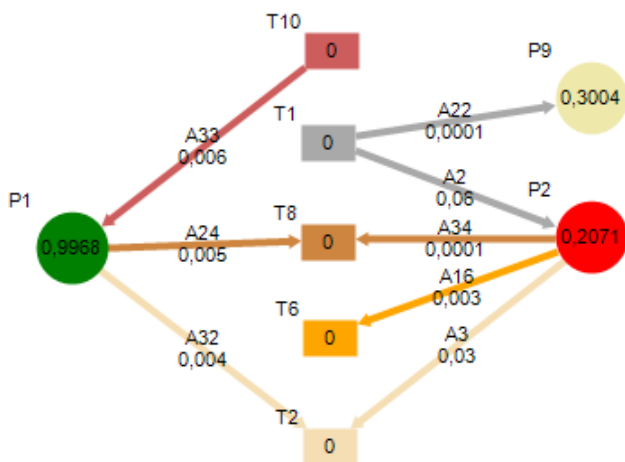
Je proveden přechod $T2$ - událost vypuštění králíčí blechy, který o mnoho sníží počet králíků divokých $P2$, ale také sníží o malou část počet původních savců $P1$. Viz obrázek 30.



Obrázek 30. Značení $M7$ po události vypuštění králíčí blechy

7.2.9. Značení $M8$ po provedení přechodu $T10$

Je proveden přechod $T10$ - událost významného vrhu původních savců, který navýší počet původních savců $P1$. Viz obrázek 31.



Obrázek 31. Značení $M8$ po události významného vrhu původních savců

7.3. Závěrečné vyjádření k simulaci

V simulaci je možno pokračovat dále a stále zkoumat chování modelu. Ze značení $M8$ můžeme vyčíst, že po provedení osmi událostí se o mnoho zvýšil počet divokých králíků, nepatrně se rozšířil biom pouště a o malou část se snížil výskyt králíka divokého.

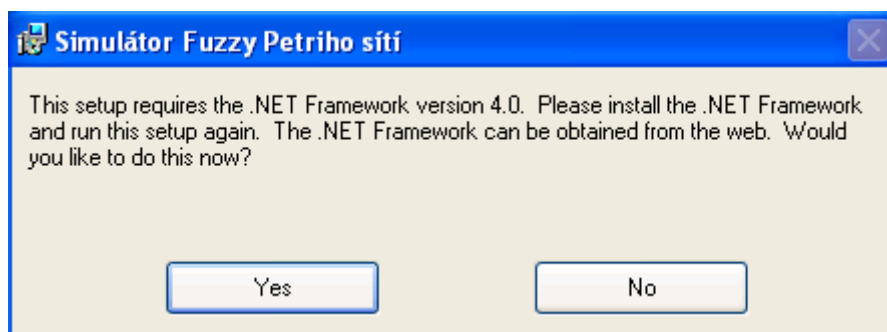
Příklad, který byl zvolen, by se dal obohatit o další sledované stavy, například vliv na hospodářství, vymírání různých živočišných druhů atd. Možným rozšířením je i přidání událostí, vypuštění viru myxomatózy, změna podnebí atd.

8. Simulátor fuzzy Petriho sítí

Tato aplikace umožňuje vytvářet modely fuzzy Petriho sítí dle definice uvedené v tomto textu a následně demonstrovat simulaci nad modelem. Usnadňuje pochopení definic proveditelnosti a provedení přechodu. Aplikace má pouze demonstrační charakter. To znamená, že algoritmy výpočtu nejsou optimalizovány na rychlost, ale na demonstraci výpočtu.

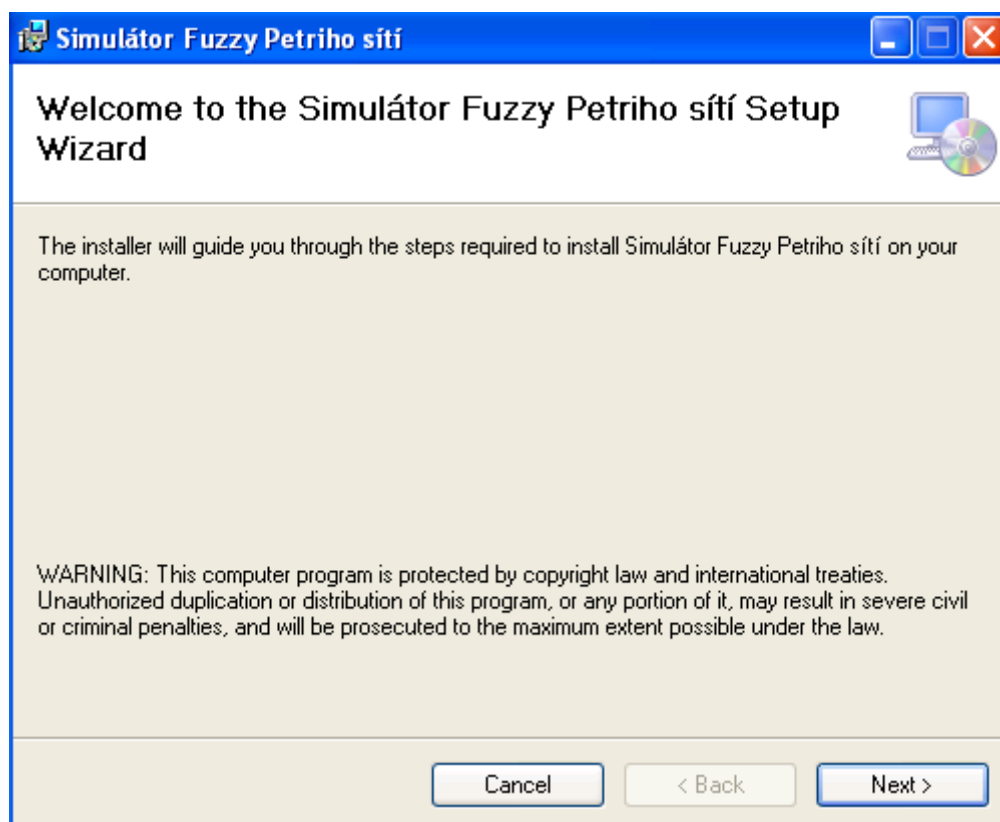
8.1. Instalce

Program je psán pro operační systém Windows 7, ale je kompatibilní i s operačním systémem Windows XP. Pro svůj běh potřebuje .NET Framework 4. Instalátor kontroluje, zda je framework nainstalován. Pokud nainstalován není, viz obrázek 32., pak bude uživatel dotázán, zda ho chce stáhnout a nainstalovat. Pokud ho nenainstaluje, tak instalátor Simulátor Fuzzy Petriho sítí nebude pokračovat v instalaci.



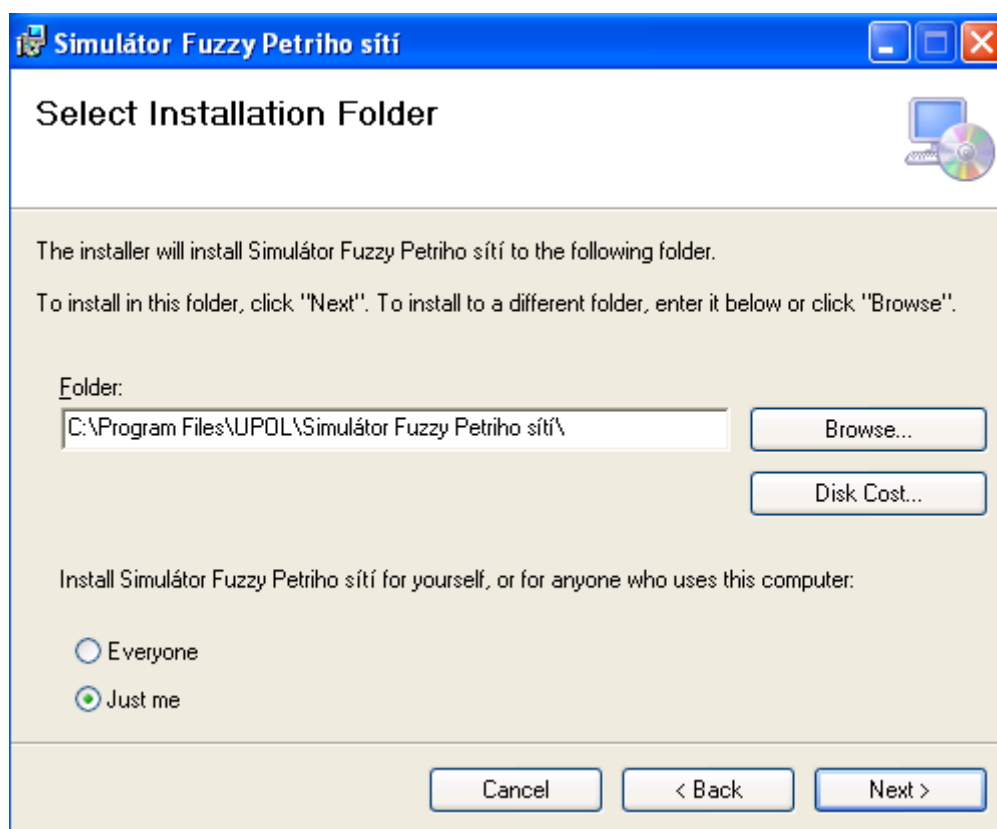
Obrázek 32. Výzva k nainstalování .NET Frameworku 4

Pokud uživatel již .NET framework nainstalovaný má, tak se spustí klasická instalace. Viz obrázek 33.



Obrázek 33. Úvodní obrazovka instalace

Stačí potvrdit tlačítkem Next a zobrazí se možnost volby místa, kam bude program nainstalován Viz obrázek 34. V tomto místě bude vytvořen adresář Examples, kde budou uloženy příklady, které jsou rozebírány v této práci.



Obrázek 34. Volba místa instalace

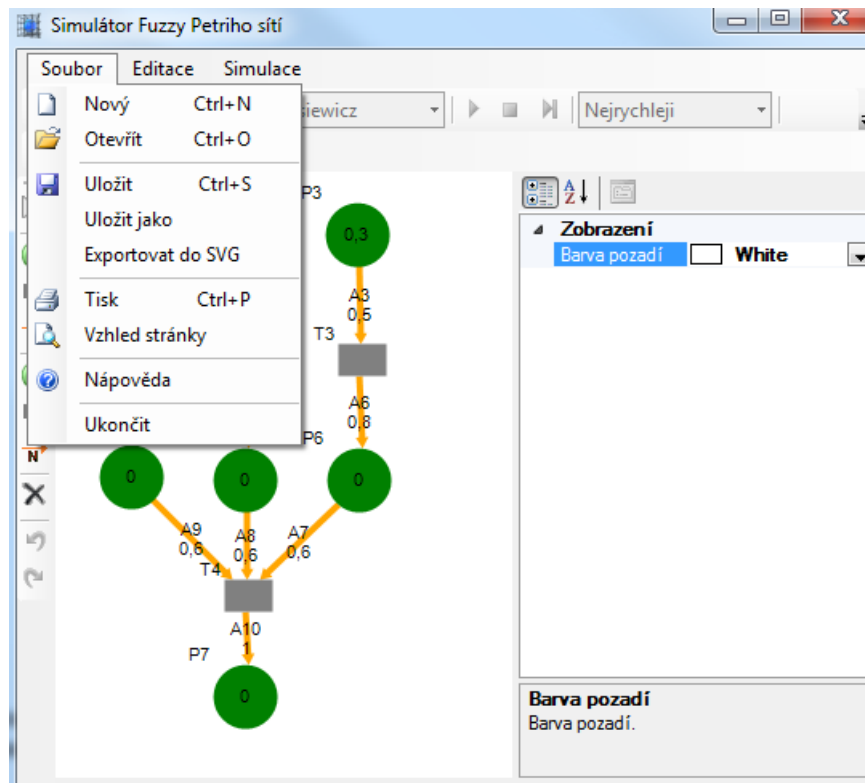
Nyní už stačí potvrdit tlačítkem Next a instalace je dokončena. V nabídce Start se objeví složka SimulátorFPN, kde je umístěn zástupce aplikace a nápovědy k ovládání aplikace. Zástupce se vytvoří i na ploše.

8.2. Uživatelská příručka

Uživatelskou příručku autor rozdělil do tří částí, které tematicky seskupují funkcionality aplikace.

8.2.1. Základní funkce

V této části budou popsány základní funkce pro ovládání simulátoru.

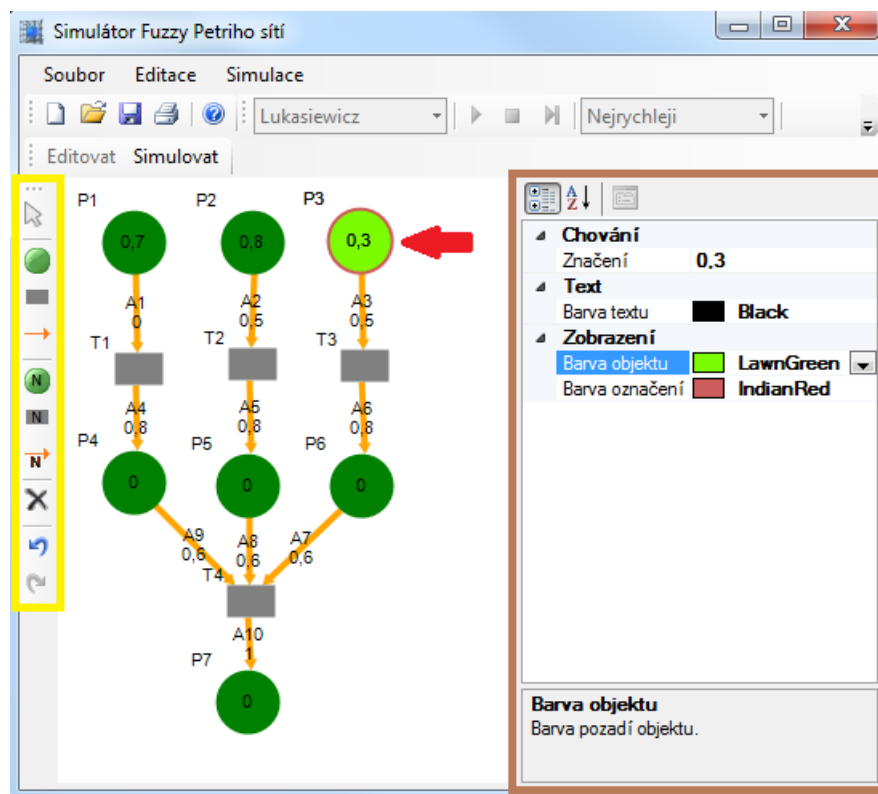


Obrázek 35. Základní funkce simulátoru

1. Nový: Smaže předchozí síť a nastaví prostředí pro vytváření nové sítě. Pokud je předcházející síť neuložená, bude uživatel dotázán, zda se má předchozí síť uložit.
2. Otevřít: Načte síť ze souboru. Soubor musí mít příponu epn. Pokud je předcházející síť neuložená, bude uživatel dotázán, zda se má předchozí síť uložit.
3. Uložit a Uložit jako: Uloží síť do souboru.
4. Exportovat do SVG: Převéde síť do vektorového formátu SVG.
5. Nápověda: Otevře soubor s nápovědou.
6. Tisk a Vzhled stránky: Převéde síť do tisknutelného formátu a odešle na tiskárnu, případně ukáže v náhledu tisku.

8.2.2. Editace sítě

V módu editace sítě můžeme upravovat model sítě, nad kterým bude později spuštěna simulace. Do editačního módu se uživatel dostane přes menu Editace a tlačítko Editovat. Na obrázku níže je obrazovka, která se ukáže při editaci.

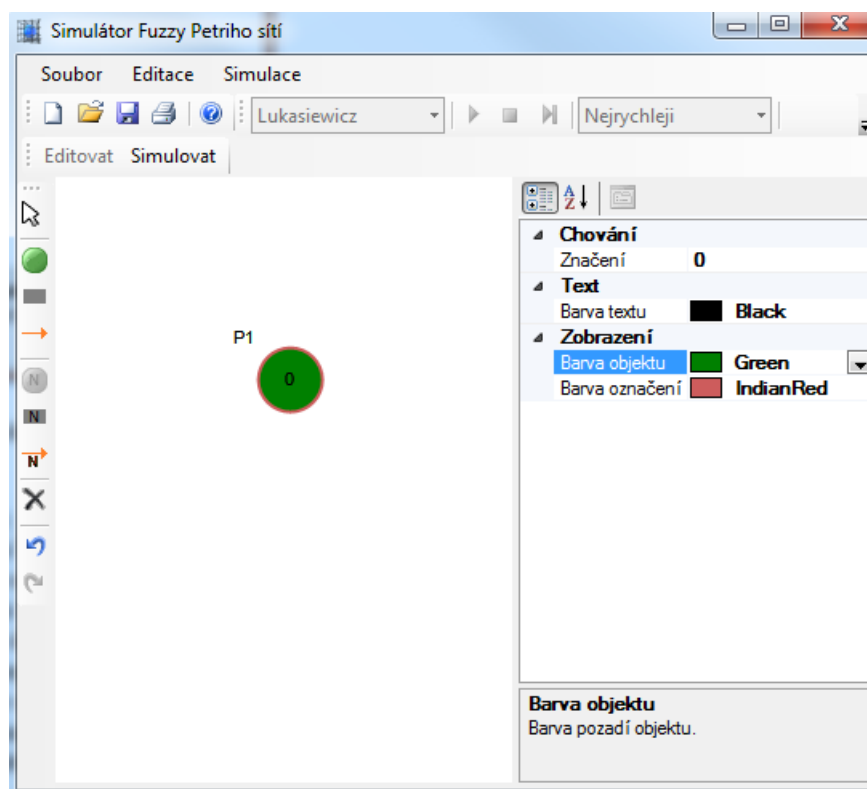


Obrázek 36. Obrazovka pro editace sítě

Hnědý rámeček znázorňuje okno vlastností vybraného objektu. Na obrázku je vybrán objekt (označen červenou šipkou) typu místo. Ve žlutém rámečku jsou nástroje pro editaci sítě (zhora):

- Vybrat: V tomto módu lze vybírat a pohybovat s objekty.
- Vytvořit místo: Vytvoří jedno místo a přepne se do módu Vybrat.
- Vytvořit přechod: Vytvoří jeden přechod a přepne se do módu Vybrat.
- Vytvořit hranu: Vytvoří jednu hranu a přepne se do módu Vybrat.
- Vytvořit místa: Vytváří místa, dokud se uživatel nepřepne do jiného módu.
- Vytvořit přechody: Vytváří přechody, dokud se uživatel nepřepne do jiného módu.
- Vytvořit hrany: Vytváří hrany, dokud se uživatel nepřepne do jiného módu.
- Smazat: V tomto módu bude každý označený objekt smazán.
- Zpět a vpřed: Jsou tlačítka pro pohyb v historii editace sítě.

1. Vytvořit místo: Místo můžeme vytvořit zvolením módu Vytvořit místo a následným klikem na modelovací plochu. Viz obrázek níže. Zobrazí se vlastnosti nově vytvořeného místa, které je možné upravit dle svých potřeb.

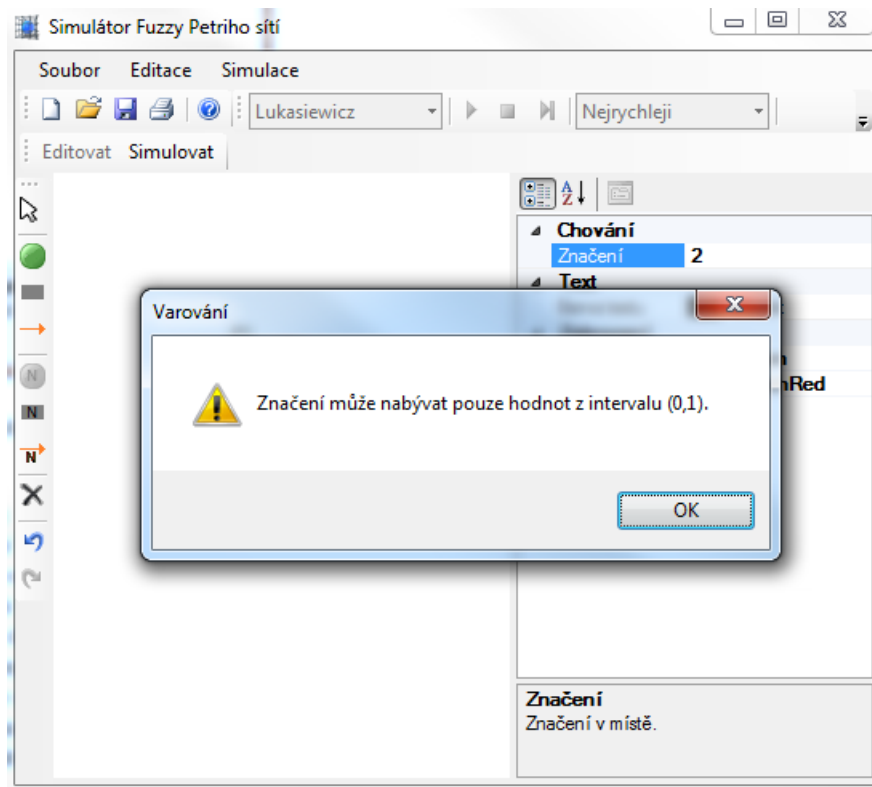


Obrázek 37. Vlastnosti místa

2. Vlastnosti místa:

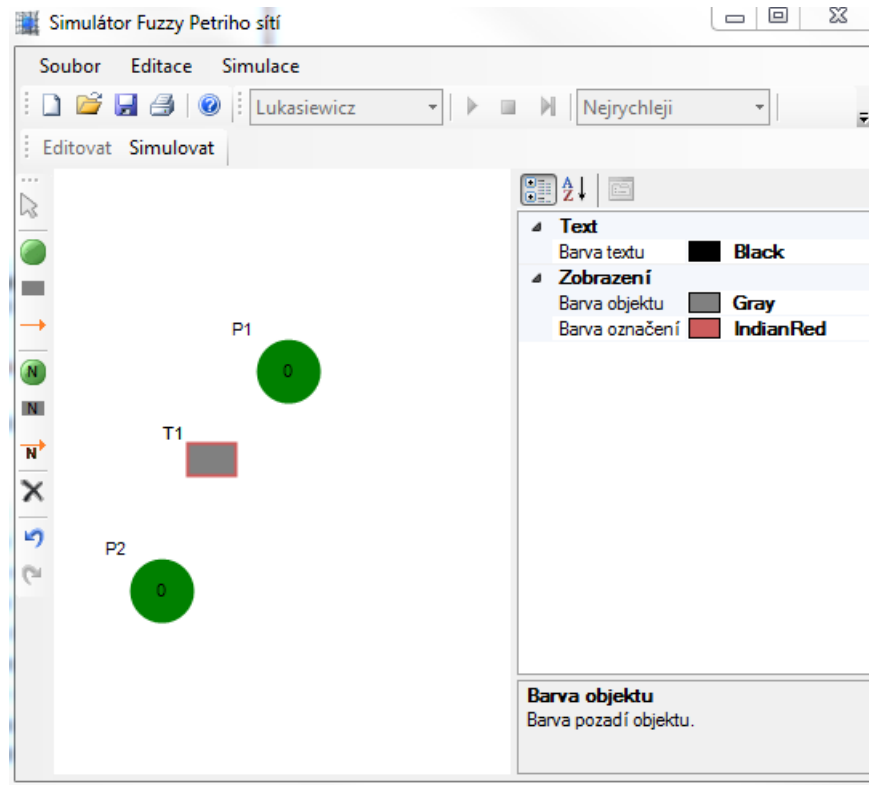
- Značení: Zde se nastavuje značení, jaké bude mít vybrané místo.
- Barva textu: Barva všech popisků vybraného objektu.
- Barva objektu: Barva pozadí vybraného objektu.
- Barva označení: Barva označení se zobrazí pouze jako obrys při výběru objektu, vybraného objektu.

Na obrázku níže můžete vidět chybu při nevhodné volbě značení. Značení v místě může být pouze číslo z intervalu (0,1).



Obrázek 38. Nevhodně zvolené značení místa

3. Vytvořit přechod: Přechod může být vytvořen zvolením módu Vytvořit přechod a následným klikem na modelovací plochu. Viz obrázek níže. Zobrazí se vlastnosti nově vytvořeného přechodu, které se mohou upravovat dle potřeb.

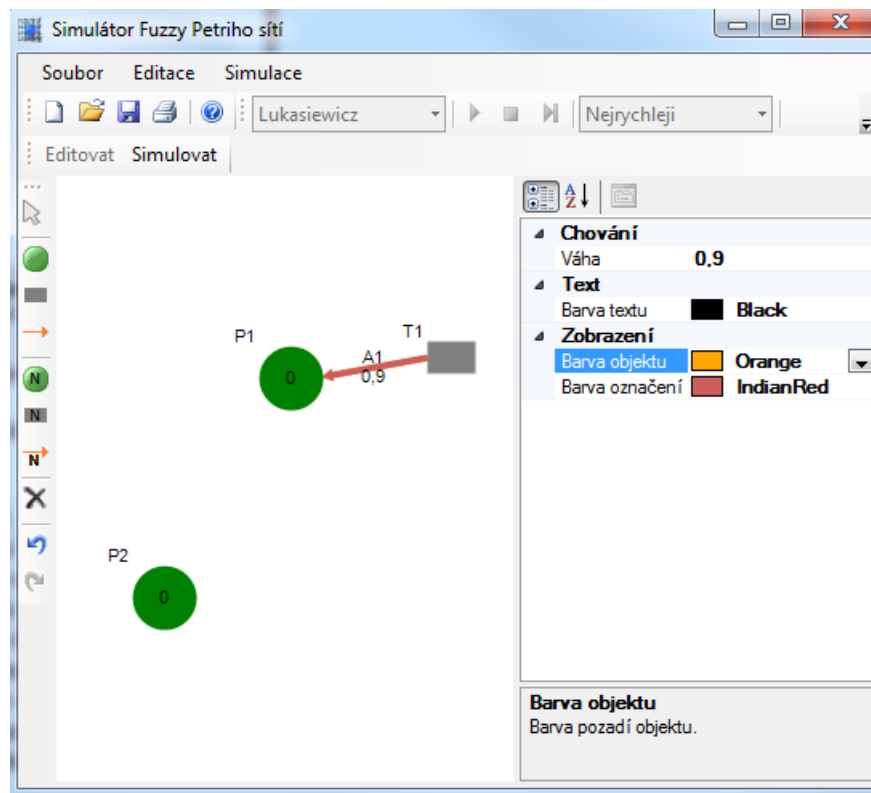


Obrázek 39. Vlastnosti přechodu

4. Vlastnosti přechodu:

- Barva textu: Barva všech popisků vybraného objektu.
- Barva objektu: Barva pozadí vybraného objektu.
- Barva označení: Barva označení se zobrazí pouze jako obrys při výběru objektu, vybraného objektu.

5. Vytvořit hranu: Hranu můžeme vytvořit zvolením módu Vytvořit hranu a následným stisknutím tlačítka myši nad objektem (přechod, nebo místo), ze kterého má vést hrana, a puštěním tlačítka myši nad objektem (místo, nebo přechod), do kterého má vést hrana. Viz obrázek níže. Zobrazí se vlastnosti nově vytvořené hrany, které mohou být upravované dle potřeb.

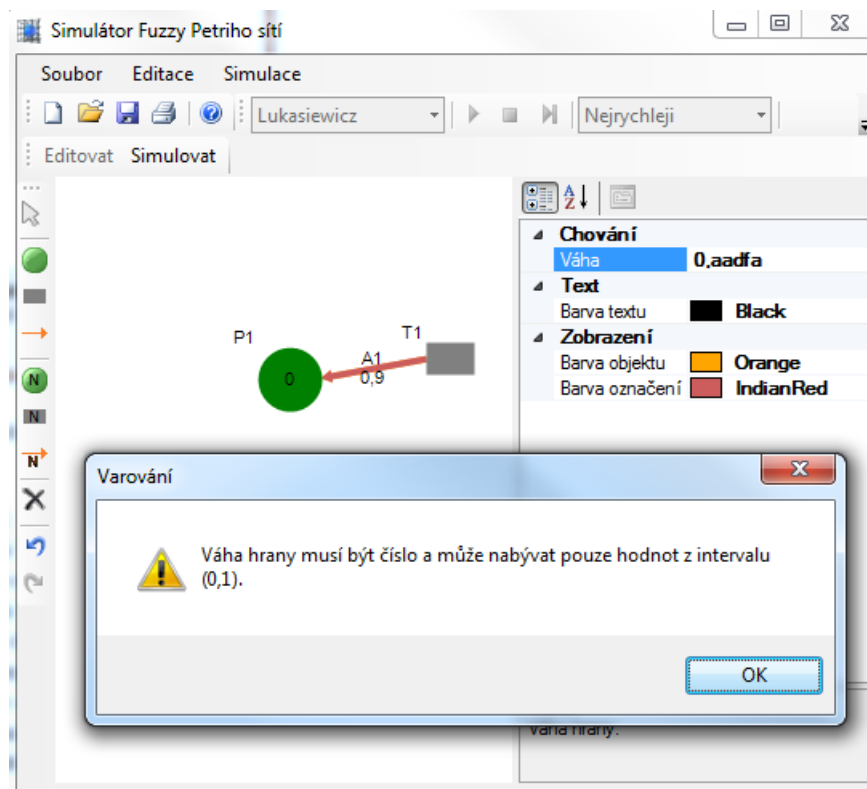


Obrázek 40. Vlastnosti hrany

6. Vlastnosti hrany:

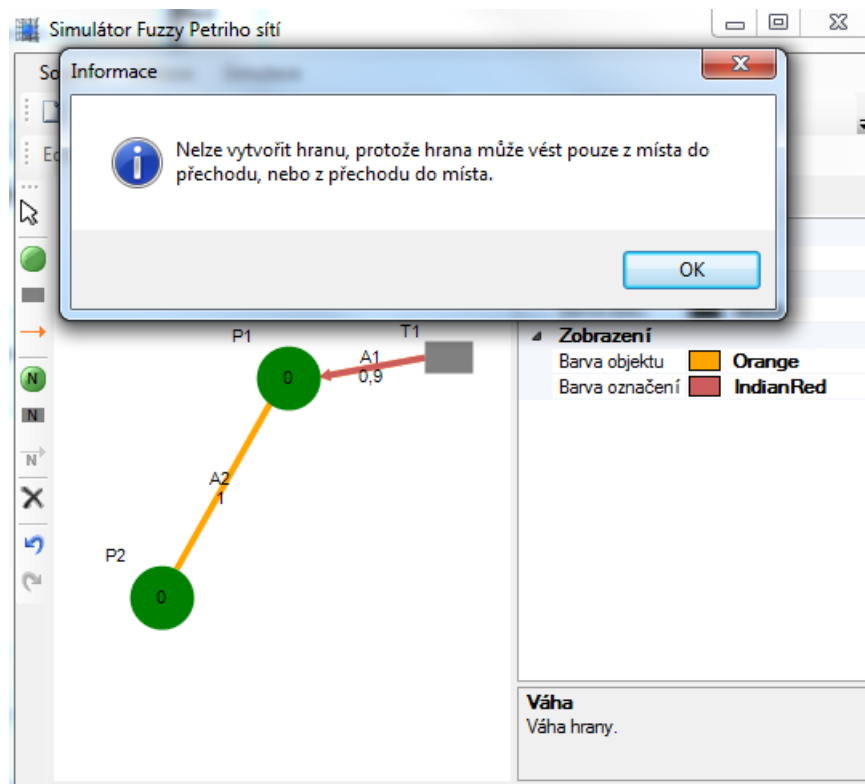
- **Váha:** Zde se nastavuje váha, jakou bude mít vybraná hrana.
- **Barva textu:** Barva všech popisků vybraného objektu.
- **Barva objektu:** Barva pozadí vybraného objektu.
- **Barva označení:** Barva označení se zobrazí pouze jako obrys při výběru objektu, vybraného objektu.

Na obrázku níže lze vidět chybu při nevhodné volbě váhy. Váha hrany může být pouze číslo z intervalu $(0,1)$.



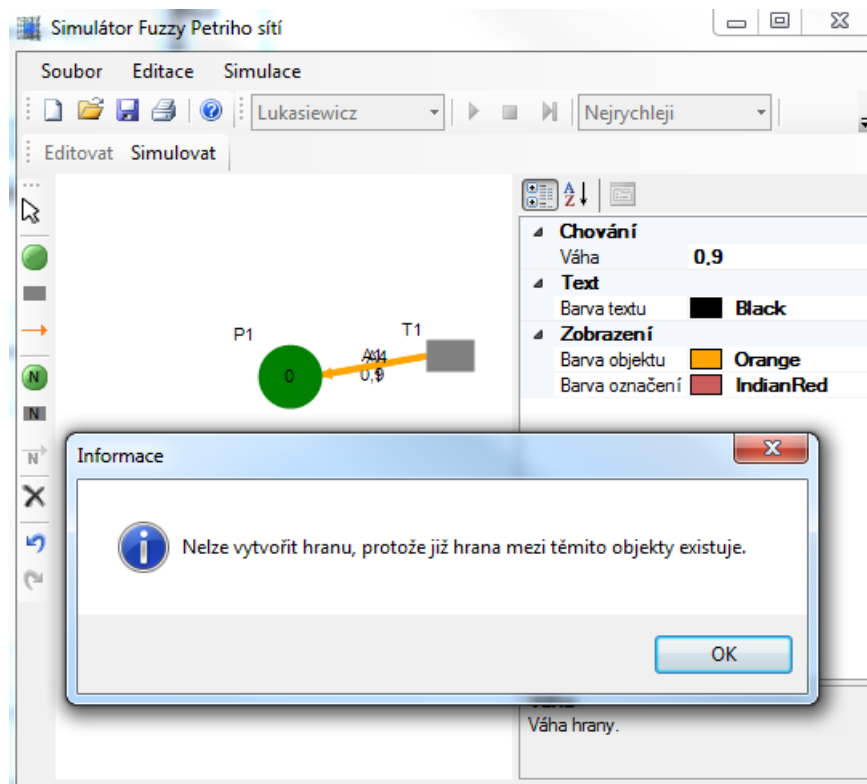
Obrázek 41. Nevhodně zvolená váha hrany

Na obrázku níže je možné vidět chybu při vytváření hrany, kdy je hrana vytvořena mezi dvěma místy. Hrana nebude vytvořena, protože může být vytvořena pouze mezi místem a přechodem, nebo přechodem a místem.



Obrázek 42. Nevhodně vytvořená hrana mezi dvěma místy

Na obrázku níže lze vidět chybu při vytváření hrany, kdy je hrana vytvořena mezi dvěma objekty, které již mezi sebou ve stejném směru hranu mají. Hrana nebude vytvořena.



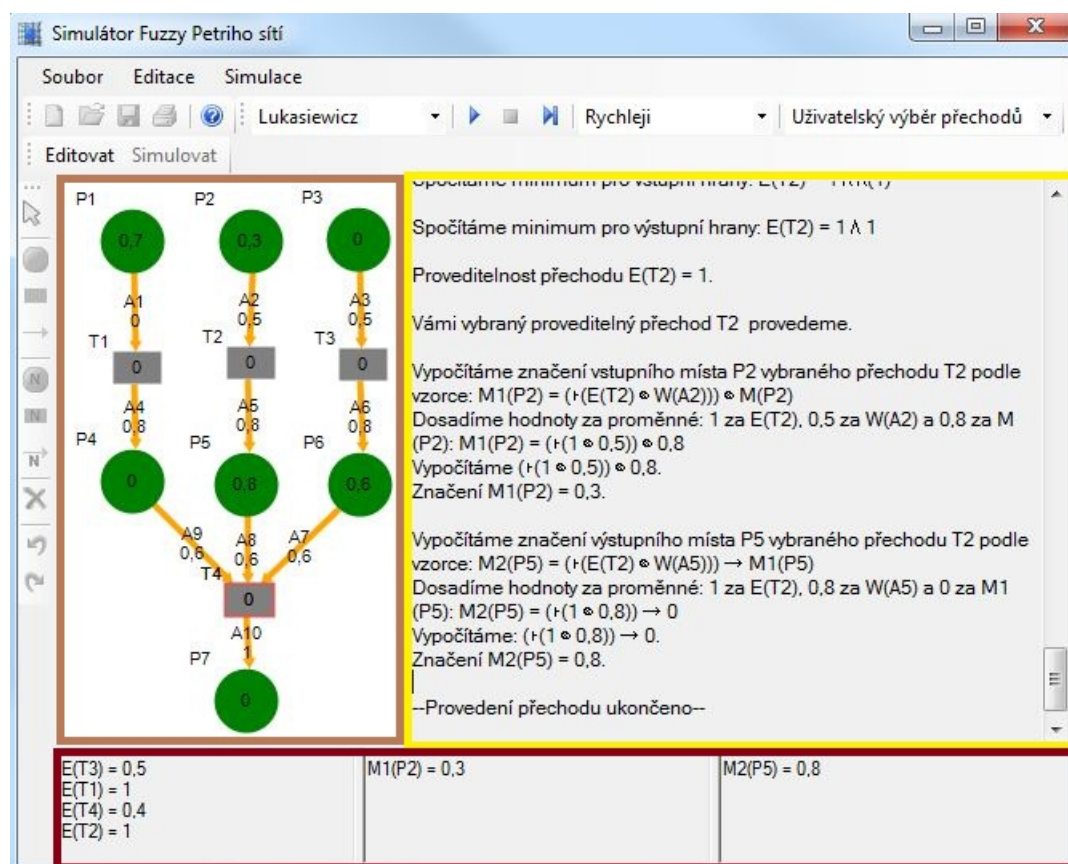
Obrázek 43. Vytvoření hrany mezi místem a přechodem, kde taková hrana již existuje

7. Pohybovat s elementy: S objekty sítě lze pohybovat. Stačí označit objekty, které chceme přesunout a pomocí chytí a pusť je přesunout. Vybraným elementům lze také hromadně editovat vlastnosti.
8. Smazat elementy: Pokud je třeba některé elementy sítě odstranit, tak stačí se přepnout do módu smazat (černý křížek) a označit objekty, které mají být smazány.
9. Ovládání historie: K ovládání historie, tedy průběhu editace sítě, se používají tlačítka Zpět a Vpřed. Tlačítko Zpět vás vrátí do stavu před provedením poslední úpravy a tlačítko vpřed slouží k navrácení do původního stavu, ze kterého jste se začali vracet do historie.

8.2.3. Simulace nad modelem sítě

Simulací nad modelem sítě je myšlena změna stavu sítě dle provedených přechodů. Simulace může skončit, jestliže všechny přechody jsou proveditelné ve

stupni nula. Do simulačního módu je možné se dostat přes menu Simulace a tlačítko Simulovat. Na obrázku níže je obrazovka, která se zobrazí při simulaci.

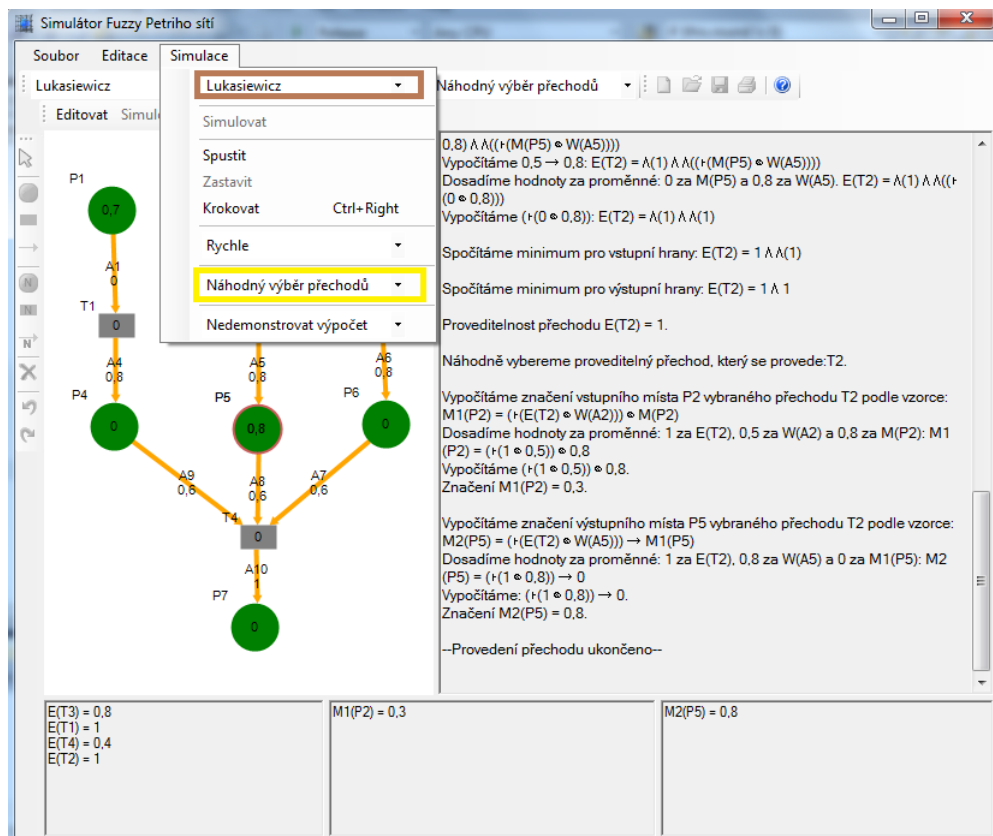


Obrázek 44. Obrazovka pro simulaci nad sítí

V hnědém rámečku lze vidět model sítě, nad kterou bude simulace probíhat, ve žlutém rámečku detailní popis postupu při výpočtu a v temně červeném pak vypočítané důležité hodnoty nutné pro úspěšné provedení přechodu, zleva výsledky proveditelnosti všech přechodů, pak značení ve vstupních místech prováděného přechodu a následně značení ve výstupních místech prováděného přechodu.

1. Nastavení výpočtu: Výpočet je možné ovlivnit dvěma atributy:

- Nastavení struktury pravdivostních hodnot, která ovlivňuje operace rezidua a fuzzy součinu. Mohou se využít tři pravdivostní struktury: Lukasiewicz, Goguen a Gödel (hnědý rámeček).
- Nastavení výběru přechodu znamená, zda přechod, který bude proveden, bude vybírat uživatel, nebo bude náhodně vybrán (žlutý rámeček).



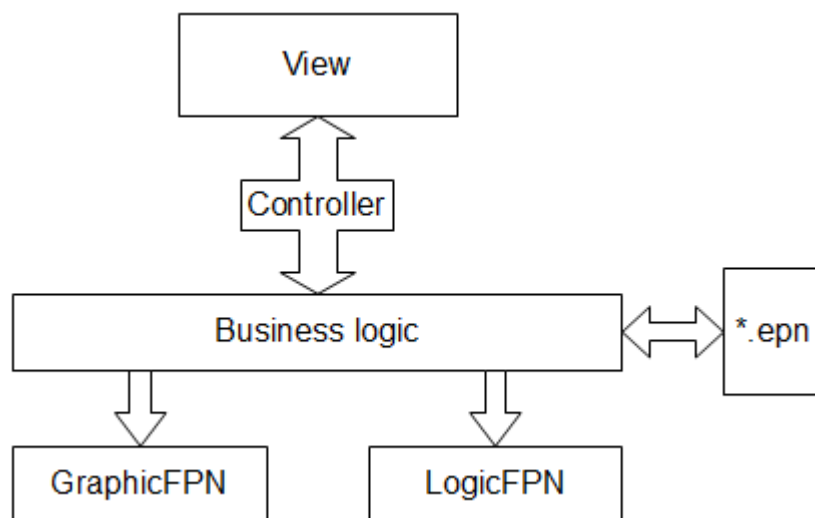
Obrázek 45. Nastavení simulace

- Ovládání simulace: K ovládání simulace slouží tlačítka Spustit, Zastavit, Krokovat a nastavení rychlosti algoritmu a zda se má demonstrovat každá část výpočtu. Pokud je zvoleno, že se má demonstrovat výpočet, tak krokování je zjemněno a simulace se pozastavuje u každé části důležité pro výpočet. Pokud je zvoleno Nedemonstrovat výpočet, tak se krokem výpočtu rozumí spočítání proveditelnosti přechodů, a dalším krokem je výpočet nového stavu sítě.

8.3. Popis architektury aplikace

Aplikace má vrstvenou architekturu, kde první vrstvu tvoří business logika, která se stará o všechny výpočty. Komponenty GraphicFPN a LogicFPN náleží do business logiky a starají se o grafickou a logickou reprezentaci sítě, GraphicFPN obsahuje metody obsluhující zobrazení sítě a LogicFPN obsahuje metody pro výpočty nad modelem sítě. Druhou vrstvou je Controller, který zpracovává události vyvolané ve vrstvě View a volá příslušné metody business logiky. Při simulaci může docházet i k opačnému směru zpracování událostí, kdy business logika vyvolá událost, že se stala nějaká změna v modelu sítě, pak Controller vrstvě View řekne, jak má reagovat, a vrstva View provede příslušnou metodu. Poslední vrstvou je vrstva View, která reprezentuje uživatelské rozhraní a stará se o zobrazování modelu sítě. Business vrstva také pracuje s datovou reprezen-

tací modelu sítě, který se ukládá (a načítá) do xml souboru s příponou epn. Výše popsaná architektura je zobrazena na obrázku níže.



Obrázek 46. Architektura aplikace

Při vývoji této aplikace autor využil objektově orientovaný způsob programování a technologie: Windows Forms, .NET framework 4, jazyk C#, XML, LINQ to XML, GDI+, SVG, dále také návrhové vzory: Mediátor, Diskriminátor, Fasáda, Kompozit, Adaptér atd.

Závěr

Cíl práce, vytvoření nové definice fuzzy Petriho sítě a nástroje pro modelování a simulaci, byl naplněn a demonstrován na příkladech. Autor prostudoval více definic fuzzy Petriho sítí a nakonec navrhl vlastní definici.

V této práci byla představena nová definice fuzzy Petriho sítě, která se od ostatních liší hlavně způsobem výpočtu. Byl fuzzifikován pouze speciální případ P/T Petriho sítě. Dále byla vytvořena aplikace Simulátor Fuzzy Petriho sítí, která slouží k modelování a simulaci nad definicí uvedené v této práci. Za zmínku také stojí upravená definice P/T Petriho sítě, ve které byl nahrazen pojem multimnožina. Nová definice fuzzy Petriho sítě byla demonstrována na příkladu regulace teploty v bytě. Definice fuzzy Petriho sítě uvedená v této práci má velký potenciál k dalšímu rozšiřování a zobecňování. Může být rozšířena o fuzzifikované inhibiční a testovací hrany. Je možné paralelizovat provedení všech proveditelných přechodů současně nebo dokázat, že každá P/T Petriho síť je převoditelná na námi zvolený speciální případ P/T Petriho sítě.

Conclusions

In this thesis was introduced a new definition of fuzzy Petri nets which differs from the others mainly by means of calculation. There was fuzzificated only special instance of P/T Petri net. Next, a new application of fuzzy Petri net, which serves as modelling and simulation, was produced. There was also modified the definition of P/T Petri net in which we avoided the usage of multisets. The new definition of the fuzzy Petri net was demonstrated on temperature regulation in a flat. This definition has got a great potential to other expanding and generalizations. It may be for instance the introduction of fuzzification of inhibitive and testing arc. We can also parallel firing of all feasible transitions at the same time or prove that each P/T Petri net is transferable to our selected special instance of P/T Petri net.

Reference

- [1] Jaroslav Markl *Petriho sítě I* elektronické učební texty. Ostrava: VŠB TUO, 2006. Dostupné z www: <http://www.cs.vsb.cz/markl/pn>
- [2] Radim Bělohávek *Matematická logika - poznámky k přednáškám*, elektronický učební text: UPOL, 18. dubna 2006. Dostupné z www: <http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/ML.pdf>
- [3] Harry E. VIRTANEN *A Study in Fuzzy Petri Nets and the Relationship to Fuzzy Logic Programming*, Abo Akademi University, Lemminkäinengatan 14 A, FIN-20520, Abo, Finland. Dostupné z www: <http://tucs.fi:8080/publications/oldpubs/reports/A95-162.ps.gz>
- [4] LI Xiao-zhong *Knowledge Representation and Reasoning Based on Fuzzy Petri Nets*, Department of Computer Science and Information Engineering, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222 P.R.China. Dostupné z www: http://www.polytech.univ-savoie.fr/fileadmin/polytech/autres/sites/sites/listic/busefal/Papers/88.zip/88_06.pdf
- [5] Vilém Novák, Jaroslav Knybel *Fuzzy modelování*, elektronický učební text: Ostravská univerzita, 2005.
- [6] Wikipedie *Invaze králíka divokého v Austrálii*, Dostupné z www: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Invaze králíka divokého v Austrálii](http://cs.wikipedia.org/wiki/Invaze_králíka_divokého_v_Austrálii)