



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV KONSTRUOVÁNÍ

INSTITUTE OF MACHINE AND INDUSTRIAL DESIGN

**STUDIUM CHOVÁNÍ NENEWTONSKÝCH KAPALIN
VE SLIT-FLOW REOMETRU ZA PODMÍNEK
NESTABILNÍHO TOKU**

STUDIES ON NON-NEWTONIAN BEHAVIOR IN SLIT-FLOW RHEOMETER AT UNSTEADY FLOW

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Lukáš Halama

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jakub Roupec, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav konstruování
Student: Bc. Lukáš Halama
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Konstrukční inženýrství
Vedoucí práce: Ing. Jakub Roupec, Ph.D.
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Studium chování neneutonských kapalin ve slit–flow reometru za podmínek nestabilního toku

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výsledky měření tokových křivek na slit–flow reometru může negativně ovlivnit řada faktorů. Mezi nejvýznamnější patří turbulentní proudění, skluz na stěně měřicí štěrby nebo pomalé utváření rychlostní profilu. Je nutné stanovit testovací podmínky pro různé typy kapalin a vymezit tvar a jakost povrchu měřicí štěrby, aby byl vznik těchto negativních vlivů plně eliminován.

Typ práce: výzkumná
Výstup práce: publikační výsledek (J, D)
Projekt: GAČR

Cíle diplomové práce:

Cílem práce je popsat vliv nestabilní toku na chování kapalin ve slit-flow reometru. Práce se zaměří zejména na popis vlivu turbulentního proudění, skluzu na stěně štěrbině a na vliv vstupní a výstupní oblasti štěrbině na utváření rychlostního profilu. Podstatnou částí práce je tvorba skriptu pro analýzu naměřených dat, která popisují chování kapaliny, získaných při měření na slit-flow reometru.

Díličí cíle diplomové práce:

- studium problematiky nestabilního proudění,
- návrh metodiky pro ověření vzniku turbulentního proudění,
- návrh metodiky pro popis vlivu skluzu na chování kapalin,
- konstrukční návrh vstupní a výstupní oblasti štěrbině,
- odvození obecných vztahů pro tvorbu rychlostního profilu u zvolených reologických modelů,
- ověření navržených metod na newtonských kapalinách,
- tvorba aplikace pro zjednodušené vyhodnocování naměřených dat,
- sestavení závěrů a doporučení pro volbu testovacích podmínek a tvaru vstupní a výstupní oblasti štěrbině vztažených ke konkrétním kapalinám.

Požadované výstupy: průvodní zpráva, digitální data.

Rozsah práce: cca 72 000 znaků (40 – 50 stran textu bez obrázků).

Struktura práce a šablona průvodní zprávy jsou závazné:

http://dokumenty.uk.fme.vutbr.cz/BP_DP/Zasady_VSKP_2019.pdf

Seznam doporučené literatury:

MALKIN, A. J. a A. I. ISAYEV. Rheology - Concepts, Methods, and Applications. 2nd ed. Toronto: ChemTec Publishing, 2012. ISBN 978-1-895198-49-2.

GONCALVES, F. D., M. AHMADIAN a J. D. CARLSON. Investigating the magnetorheological effect at high flow velocities. Smart Materials and Structures. 2006, roč. 15, č. 1, s. 75–85. ISSN 0964-1726.

MAZŮREK, I., J. ROUPEC, M. KLAPKA a Z. STRECKER. Load and rheometric unit for the test of magnetorheological fluid. Meccanica. 2013, 48(3), 631-641. ISSN 0025-6455.

ROUPEC, J., I. MAZŮREK, Z. STRECKER a M. KLAPKA. The behavior of the MR fluid during durability test. Journal of Physics: Conference Series. 2013, roč. 412, č. 1, s. 12024. ISSN 1742-6588.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně / Technická 2896/2 / 616 69 / Brno

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá popisem nestabilního proudění neneutonské kapaliny ve slit-flow reometru, které negativně ovlivňuje její chování. Iniciátory nestabilního proudění kapaliny jsou drsnost stěn štěrby reometru, vznik skluzu na stěnách reometru a vliv geometrie vstupní a výstupní oblasti štěrby reometru. Práce obsahuje metodické postupy pro matematické zohlednění jednotlivých iniciátorů nestabilního proudění kapaliny a konstrukční návrh změny geometrie štěrby slit-flow reometru. Součástí práce je i srovnání nejběžněji používaných reologických modelů, odvození obecných vztahů pro tvorbu rychlostního profilu jednotlivých reologických modelů a jejich následná implementace do reologické aplikace, která výrazně zjednodušuje proces vyhodnocování naměřených dat při měření na slit-flow reometru. Tato aplikace může být využita pro zjišťování základních parametrů do CFD simulací nebo jako metodická pomůcka při výuce.

KLÍČOVÁ SLOVA

Nenewtonská kapalina, skluz na stěnách, drsnost povrchu, turbulentní proudění, rychlostní profil, reologický model

ABSTRACT

The thesis deals with the description of the unstable flow of non-Newtonian fluid in a slit-flow rheometer, which negatively affects its behaviour. The initiators of unstable fluid flow are the roughness of the rheometer slit walls, the slip on the rheometer walls, and the influence of the inlet and outlet region geometry of the rheometer slit. The work contains methodical procedures for mathematical consideration of individual unstable fluid flow initiators and design of change of slit geometry of slit-flow rheometer. Part of the work is also a comparison of the most commonly used rheological models, derivation of general relations for the creation of the velocity profile of individual rheological models and their subsequent implementation in the rheological application, which significantly simplifies the process of evaluation of measured data when measured on slit-flow rheometer. This application can be used to determine basic parameters in CFD simulations or as a teaching aid.

KEYWORDS

Non-Newtonian fluid, wall slip, wall roughness, turbulent flow, velocity profile, rheological model

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

HALAMA, L. *Studium chování neneutonských kapalin ve Slit-flow reometru za podmínek nestabilního toku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2019. 138 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jakub Roupec, Ph.D.

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval panu Ing. Jakobovi Roupcevi, Ph.D. za vedení práce a pomoc s jejím vypracováním. Rád bych také poděkoval své rodině za neustálou podporu při studiu a při tvorbě diplomové práce.

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Prohlašuji, že diplomovou práci jsem vypracoval samostatně, pod odborným vedením Ing. Jakuba Roupce Ph.D. Současně prohlašuji, že všechny zdroje obrazových a textových informací, ze kterých jsem čerpal, jsou řádně citovány v seznamu použitých zdrojů.

.....
Bc. Halama Lukáš

OBSAH

1	ÚVOD	16
2	PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ	18
2.1	Slit-flow reometr	19
2.2	Reologický model	23
2.2.1	Binghamský reologický model	24
2.2.2	Herschel-Bulkleyho reologický model	25
2.2.3	Biviskózní reologický model	26
2.2.4	Cassonův reologický model	27
2.2.5	Newtonův a mocninný reologický model	28
2.2.6	Carreaův a Crossův reologický model	30
2.2.7	Ellisův reologický model	30
2.2.8	Vliv volby reologického modelu	32
2.3	Turbulentní proudění	33
2.4	Vstupní a výstupní oblast štěrbiny	35
2.4.1	Skoková změna geometrie štěrbiny	37
2.4.2	Kontinuální změna geometrie štěrbiny	39
2.4.3	Ztrátový součinitel K	40
2.5	Vliv povrchových vlastností stěn na chování kapalin	43
2.5.1	Drsnost stěn	44
2.5.2	Pórovitost stěn	47
2.5.3	Skluž na stěnách štěrbiny	49
3	ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE	56
3.1	Analýza problému	56
3.2	Analýza, interpretace a zhodnocení poznatků z rešerše	57
3.3	Cíle práce	59
4	MATERIÁL A METODY	60
4.1	Konstrukční úprava reometru	61
4.2	Provozní podmínky reometru	61
4.2.1	Snímané veličiny	62
4.3	Matematický popis chování kapalin	63
4.4	Rychlostní profil pro newtonskou kapalinu	64

4.4.1	Rychlostní profil pro mocninný reologický model	67
4.4.2	Rychlostní profil pro Ellisův reologický model	69
4.4.3	Rychlostní profil pro Binghamův reologický model	70
4.4.4	Rychlostní profil pro Herschel-Bulkleyho reologický model	71
4.4.5	Rychlostní profil pro Cassonův reologický model	72
4.4.6	Rychlostní profil pro Carreaův reologický model	73
4.4.7	Rychlostní profil pro Crossův reologický model	74
4.5	Rabinowitschova korekční metoda	75
4.6	Kvantifikace skluzu	78
4.6.1	Mooneyho korekční metoda	79
4.6.2	Modifikace Mooneyho korekční metody	80
4.7	Kvantifikace vlivu drsnosti a jeho korelace se skluzem	81
4.8	Určení meze toku u nenevtonských kapalin	83
5	VÝSLEDKY	86
5.1	Ověření základních předpokladů pro odvození rychlostních profilů	86
5.2	Reologická aplikace	92
5.3	Verifikační měření	94
5.3.1	Měření oleje OL-J32 při drsnosti povrchů Ra 0.4	94
5.3.2	Měření oleje Paramo B28 při drsnosti stěn štěrbin Ra 0.4 – bez použití konstrukčních vložek	99
5.3.3	Zhodnocení verifikačních měření newtonských kapalin	104
6	DISKUZE	105
7	ZÁVĚR	110
8	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	111
9	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN	116
10	SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ	120
11	SEZNAM TABULEK	124
12	SEZNAM PŘÍLOH	125
	Příloha II – Výpočetní skript pro Crossův reologický model – bez skluzu	126
	Příloha III – Výpočetní skript pro Crossův reologický model – s implementací skluzu	126
	Příloha V – Průvodní zpráva ke stabilitě proudění – určení stabilizační délky	128

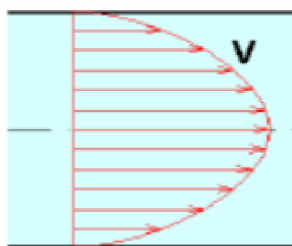
Příloha VII – Vyhodnocovací skript pro newtonské kapaliny se skluzem a s implementovanou korekcí smykového spádu	131
Příloha VIII – Vyhodnocovací skript pro neneutonské kapaliny bez skluzu a s korekcí smykového spádu	133
Příloha IX – Vyhodnocovací skript pro viskoplastické kapaliny bez skluzu a bez korekce smykového spádu	134
Příloha X – Grafická závislost proudění kapaliny na vstupní oblasti štěrbiny	136
Příloha XI – Řídící skript reologické aplikace	137

1 ÚVOD

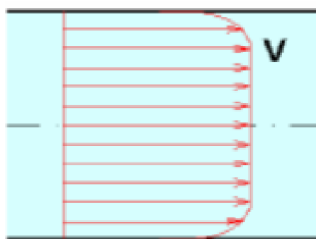
Nenewtonské látky jsou převážně kapaliny, jejichž chování nelze popsat pomocí Newtonského zákona viskozity, neboť rychlost deformace kapaliny není přímo úměrná smykovému napětí v kapalině [1–3]. Z důvodů nelineární závislosti viskozity na smykovém napětí nebo rychlosti deformace kapaliny není již možné chování nenewtonské kapaliny popisovat pouze viskozitou jako materiálovou konstantou. Je potřeba přidat další, tzv. reologické veličiny, které umožňují jejich dokonalý popis. Nenewtonské látky se od newtonských odlišují také tím, že např. některé nenewtonské kapaliny při zvyšujícím se tlakovém působení mohou zvyšovat svůj odpor vůči mechanickému vniknutí. V nenewtonských látkách mohou vznikat jevy jako jsou např. Weissenbergův efekt, Barrův efekt nebo Kayeův efekt [2].

Pro matematický popis chování libovolných kapalin slouží toková a viskozitní křivka, které svým tvarem určují reologické parametry. Tyto reologické parametry společně se zvoleným reologickým modelem popisují chování sledované kapaliny. Proudění kapalin skrz potrubí a štěrbinu vždy doprovází vznik nestabilního proudění [4, 5]. Toto nestabilní proudění je příčinou zkreslení a nepřesnosti získaných reologických parametrů sledované kapaliny. Nestabilní proudění může být iniciováno řadou faktorů. Mezi nejvýznamnější patří turbulentní proudění, vznik skluzu na stěnách měřicí štěrbin v reometru nebo nevhodně zvolená geometrie vstupní a výstupní oblasti štěrbin reometru. Samotné turbulentní proudění může vznikat dvěma způsoby: obtékáním nerovností stěn štěrbin reometru (jakost povrchu stěn) nebo velkou rychlostí proudění kapaliny skrz potrubí nebo štěrbinu [4-6]. Toto proudění má nežádoucí důsledky na tvar tokových křivek a rychlostního profilu. Při srovnání rychlostního profilu laminárního a turbulentního proudění obecné kapaliny je jeho tvar odlišný. Se zvyšujícím se smykovým spádem se tvar rychlostního profilu turbulentního proudění výrazně zplošťuje (viz obr. 1-2).

Laminární proudění



Turbulentní proudění



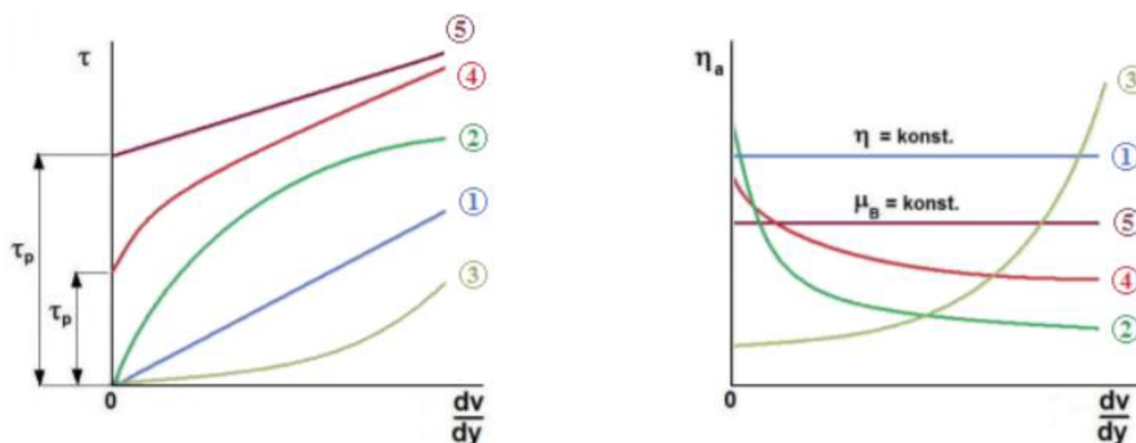
obr. 1-2 Srovnání laminárního a turbulentního rychlostního profilu [4]

Pro získání přesných reologických parametrů je nutné vznik nestabilního proudění při měření na slit-flow reometru konstrukčně potlačit nebo matematicky zohlednit. Proto se první část diplomové práce bude zabývat studiem a tvorbou matematického předpisu rychlostního profilu pro obecnou neneutonskou kapalinu. Tento matematický předpis bude založen na principu nejčastěji používaných reologických modelů. S pomocí vytvořeného matematického předpisu bude možné vytvářet tvary tokových křivek a rychlostních profilů pro libovolné neneutonské kapaliny, které budou odpovídat jejich reálnému chování. Druhá část této diplomové práce bude zaměřena na studium vlivu nestabilního proudění na rychlostní profil neneutonských kapalin. Nestabilní proudění vzniká především vlivem povrchových vlastností stěn štěrbin, skluzem, ale také tvarem vstupní a výstupní oblasti štěrbin. Součástí práce bude i návrh a ověření metodiky pro určení a vyčíslení vlivů jednotlivých faktorů nestabilního proudění (turbulentní proudění, skluz na stěnách štěrbin, vliv vstupní a výstupní oblasti štěrbin, stabilizační délky atd.).

Výstupem obou částí je určení optimálních okrajových podmínek pro potlačení nestabilního proudění a zároveň vznik reologické aplikace, která umožní snadnou vizualizaci rychlostních profilů využitelných při tvorbě jiných případových studií. Tato aplikace může být použita pro vzdělávací účely, kdy studenti mohou ověřovat vliv jednotlivých reologických parametrů v konkrétních reologických modelech. Jakmile dojde k úspěšnému potlačení nebo matematickému zohlednění nestabilního proudění, lze při měření na slit-flow reometru naměřit přesné reologické parametry. Tyto parametry je možné využít v CFD simulacích pro návrh nových zařízení nebo pro optimalizaci stávajících zařízení. Vytvořené metodiky pro matematické zohlednění vlivu nestabilního proudění na chování kapaliny společně s návodem pro odvození rychlostních profilů jednotlivých vybraných reologických modelů slouží k výraznému zjednodušení vyhodnocovacího procesu při měření na reometrech.

2 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

Obecně je možné neneutonské látky rozdělit do několika skupin [1-3], a to na základě závislosti viskozity neneutonské látky na různých faktorech. První velkou skupinou jsou tzv. zobecněné newtonské kapaliny (viz obr. 2-1). Do této skupiny spadají binghamské, pseudoplastické a dilatantní kapaliny. U binghamských kapalin dochází k proudění kapaliny až po překonání určitého prahového napětí v kapalině, tzv. meze tekutosti (např. suspenzní látky nebo aktivovaná magnetoreologická kapalina). Pseudoplastické kapaliny vykazují snižování viskozity při zvyšování rychlosti deformace (např. kečup). Opakem pseudoplastických kapalin jsou dilatantní kapaliny, u kterých viskozita narůstá se zvyšující se rychlostí deformace (např. škrobová suspenze). Druhou skupinou jsou viskoelastické kapaliny, které sice jsou tekuté, ale zároveň si dokážou do určité míry „zapamatovat“ svůj předchozí tvar, a po uvolnění zatížení, tedy výrazném snížení smykového napětí v kapalině, mají tendenci se navracet do svého původního tvaru. Třetí a poslední skupinou neneutonských látek jsou kapaliny s časovou závislostí. Název již napovídá, že vlastnosti tekutiny jsou závislé na době působení zatížení na kapalinu. Pokud s časem klesá v kapalině její viskozita, jsou tyto kapaliny označovány jako tixotropní látky (např. nátěrové hmoty nebo laky). Jakmile viskozita s časem narůstá, jedná se o reopexní látky.



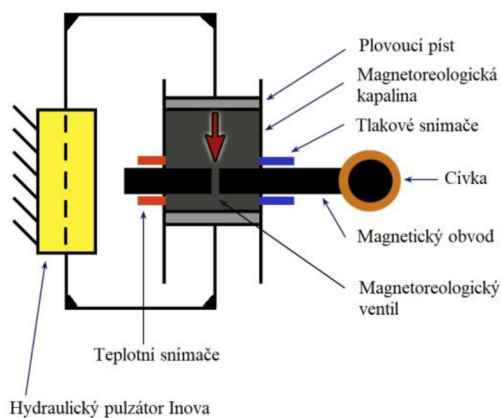
obr. 2-1 Ukázka tokových (vlevo) a viskozitních (vpravo) křivek – (newtonská kapalina (1), pseudoplastická (2), dilatantní (3), reálně plastická (4) a Binghamská (5)) [3]

V současnosti se pro obecné studium chování nelineárních kapalin používá mnoho odborných zařízení a aparatur, které je možné rozdělit do dvou skupin, jenž se liší svým přístupem ke zkoumání kapalin. Do první skupiny spadají přístroje zaměřující se na studium využití konkrétní kapaliny ve vybraném zařízení, např. MR kapaliny v tlumičích, olej pro mazání pro kluzného ložiska atd. Z měření na těchto přístrojích ale nelze vyvozovat obecné rysy konkrétní sledované kapaliny. Přístroje, kterými lze dosáhnout komplexního poznání kapalin jako celku, řadíme do druhé skupiny. Zde patří i reometr. Na výzkumných pracovištích se v dnešní době nachází velké množství konfigurací reometrů (disk na disk, disk na kužel, aj.). K prohlubování znalostí o chování nelineárních kapalin i při velmi vysokých smykových spádech byl na Ústavu konstruování vyvinut nový koncept reometru, tzv. slit-flow reometr.

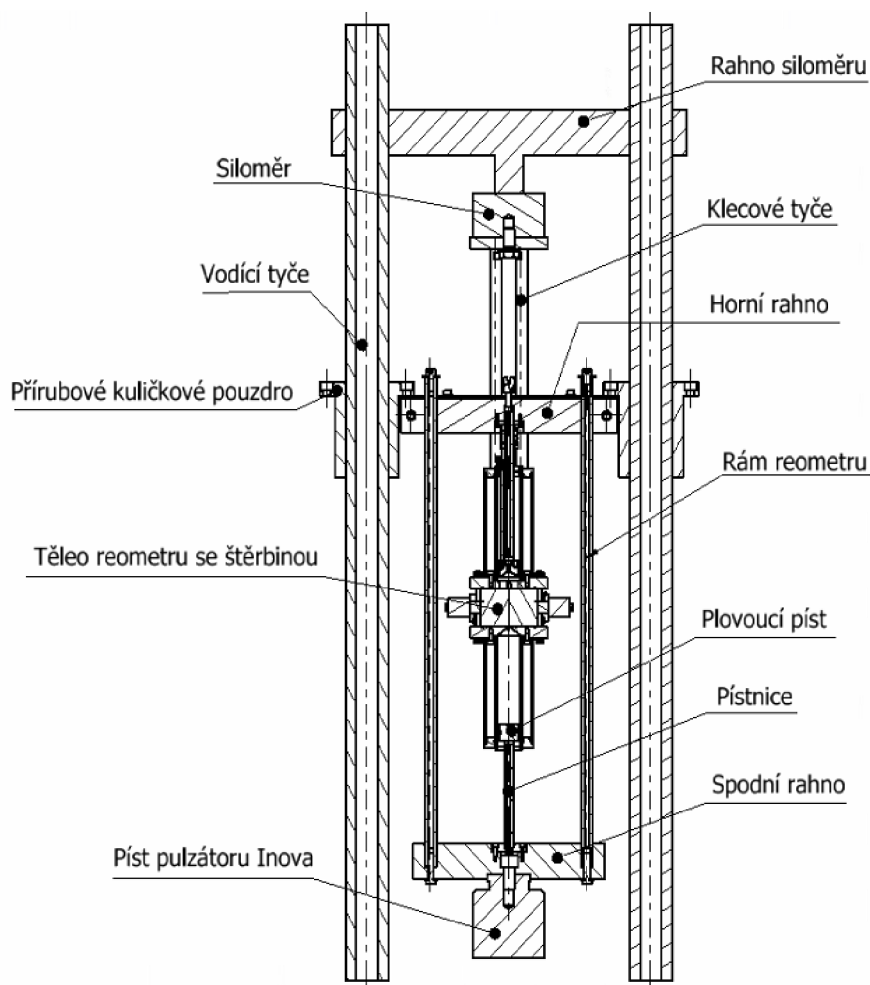
2.1 Slit-flow reometr

Koncept tohoto přístroje je založen na principu průtokového reometru [7]. Průtok měřeného média reometrem je zajištěn štěrbinou o malých rozměrech s obdélníkovým průřezem, kterou protéká sledovaná kapalina. Výhodou použití obdélníkového průřezu ($a \ll b$) je možnost zanedbat vliv bočních stěn štěrbin na utváření rychlostního profilu.

Zjednodušené schéma slit-flow reometru, nacházející se na Ústavu konstruování v Brně, je znázorněno na obr. 2-2. Pro jednodušší pochopení funkce slit-flow reometru je konstrukce rozdělena do dvou konstrukčních částí: statické a dynamické.



obr. 2-2 Zjednodušené funkční schéma reometru



obr. 2-3 Podrobné schéma konstrukce slit-flow reometru

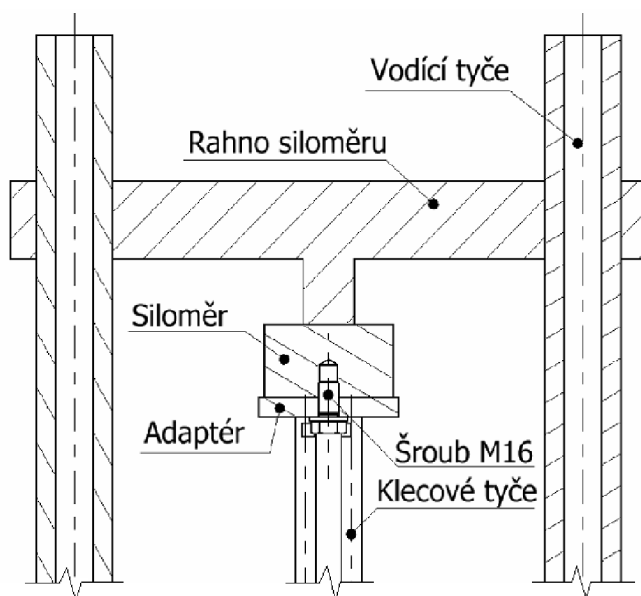
Statická část reometru se skládá ze dvou krajních vodících tyčí, rámu pulzátoru Inova, čtyřech klecových tyčích a samotného těla reometru. Rám pulzátoru Inovy je uchycen na krajních vodících tyčích pomocí lineárních ložisek a rychloupínacích pouzder umožňujících korigovat zdvih rámu Inovy. Klecové tyče zprostředkovávají pevné spojení mezi tělem reometru a rámem Inovy. Tělo reometru obsahuje průtokovou štěrbinu, ve které je možné regulovat její délku a šířku. Zdroj kmitavého pohybu pulzátor Inova uvádí do pohybu dynamickou část reometru, která následně generuje proudění sledované kapaliny skrz průtokovou štěrbinu. Dynamická část obsahuje horní a spodní ráhno, rám reometru a dva plovoucí písky umístěné v pístových tyčích. Spojením spodního ráhna a pulzátoru Inova se kmitavý pohyb přenáší na plovoucí písky, které se pohybují v pístových tyčích.

Horní ráhno se může posouvat po rámu reometru pomocí uvolňování svěrných pouzder. Pohybem horního ráhna lze také regulovat množství měřené kapaliny v těle reometru ze 30ml až na 100ml. K aktivaci magnetoreologických kapalin slouží vnější elektromagnet, který je uchycen pomocí dvou bloků k tělu reometru (viz. obr. 2-4). Tento elektromagnet vytváří ve štěrbině reometru homogenní magnetické pole, které ovlivňuje chování magnetoreologické kapaliny ve štěrbině.



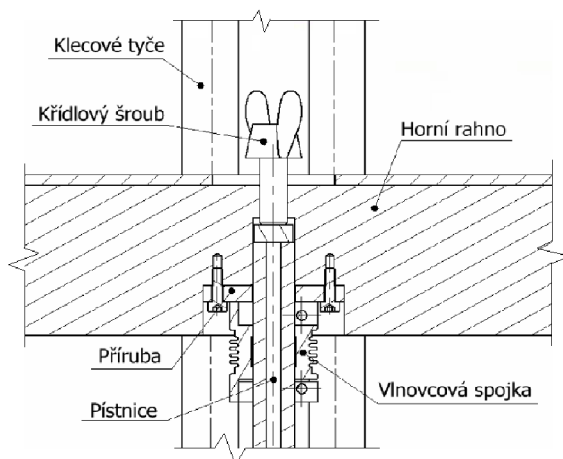
obr. 2-4 Magnetický obvod připevněný k tělu reometru

Aby bylo možné na této koncepci reometru studovat a sledovat chování kapaliny v průběhu měření při různých okrajových podmínkách, je důležité mít na reometru snímače a senzory snímající stavové veličiny sledované kapaliny. Pro zaznamenávání tlakového spádu ve škrťací štěrbině jsou použity tlakové snímače umístěné na vstupu a výstupu ze štěrbiny. Právě tlakový spád ve štěrbině je základní veličinou pro odvození tokové křivky a následně průběhu viskozity měřené kapaliny. Měření síly, která je vyvíjena na kapalinu, se zaznamenává pomocí siloměru. Měření síly je pouze kontrolním měřením, aby nedocházelo k přetěžování reometru (viz obr. 2-5).



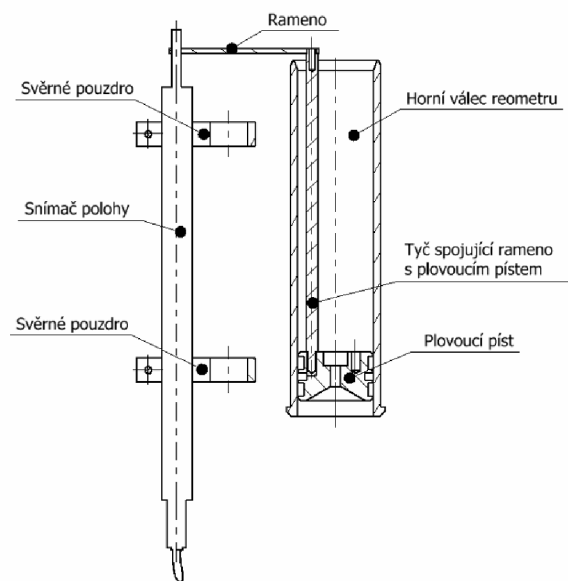
obr. 2-5 Uchycení siloměru

Nezbytnou součástí reometru jsou teploměry. Ty se nacházejí v těsné blízkosti průtokové štěrbin, aby zaznamenávaly přesnou hodnotu teploty proudící kapaliny. Se změnou teploty se mění i viskozita kapaliny. Během testování kapaliny dochází k jejímu rychlému zahřívání, čímž vzniká teplotní dilatace, která vytváří dodatečné tlakové působení. Abychom předešli tomuto účinku, je slit-flow reometr vybaven křídlovým šroubem. Pomocí křídlového šroubu je možné vymezit vůli mezi horním ráhno a horní pístnicí, která kompenzuje teplotní roztažnost měřené kapaliny v průběhu měření.



obr. 2-6 Umístění křídlového šroubu

Poslední snímanou veličinou je poloha horního plovoucího pístu v těle reometru. K tomuto účelu je využíván kompaktní lineární potenciometrický snímač polohy, který je upevněn k ocelové tyči vyvedené z pístu pomocí ramena. Rameno je poté svázáno s pístnicí lineárního senzoru polohy. Toto spojení zaručuje přesné měření aktuální polohy horního pístu vůči snímači polohy (viz obr. 2-7).



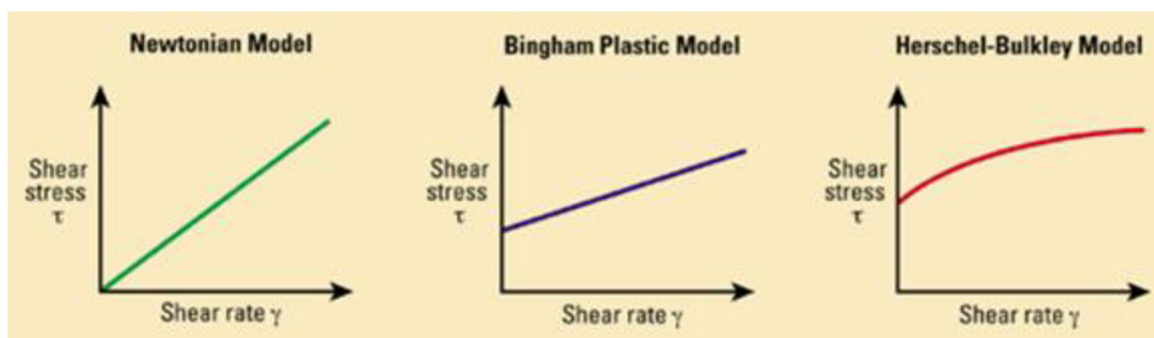
obr. 2-7 Uchycení lineárního potenciometrického snímače polohy (typ RC-13)

Nevýhodou tohoto konstrukčního řešení je složitý postup při výměně měřené kapaliny, kdy je nezbytné odpojit kompletně celé tělo reometru a v něm celý objem kapaliny vyměnit.

K propojení všech snímačů a k jejich real-time sledování se používá analyzátor Dewetron DEWE-800 [7]. V softwaru Dewesoft se vytváří vizualizace průběhu jednotlivých stavových veličin, ze kterých lze velice snadno zjistit jakékoliv nesrovnalosti a nepřesnosti v reometru (nedotažené šroubové spoje, špatné uchycení reometru atd.). Na základě sledovaných veličin je možné vytvořit tokovou křivku a rychlostní profil sledované kapaliny. Aby je bylo možné vytvořit pro konkrétní kapalinu, je potřeba zvolit vhodný reologický model, který nejlépe odpovídá testovacím podmínkám.

2.2 Reologický model

Reologický model matematicky popisuje funkční závislost smykového napětí vzniklého v kapalině na smykovém spádu kapaliny [8]. V současné době se v odborné literatuře vyskytuje mnoho rozdílných reologických modelů (Binghamský reologický model, Herschel-Bulkleyho reologický model, Biviskózní reologický model, Crossův reologický model, Carreaův reologický model atd.), vhodných pro popis chování neneutonské kapaliny [8-13]. Reologické modely popisují chování nejenom neneutonských kapalin ale také chování newtonských a viskoelastických kapalin v různých pracovních podmínkách. Tyto podmínky musí být přesně určeny, aby došlo k co nejreálnějšímu popisu závislosti smykového napětí na smykovém spádu a tím i přesnému popisu chování kapaliny.



obr. 2-8 Srovnání reologických modelů [10]

2.2.1 Binghamský reologický model

Tento reologický model popisuje tokové chování kapalin, jež se začínají deformovat (téci) až po překonání určité hodnoty smykového napětí (mez toku) [8-13] (viz obr. 2-9). Po překonání meze toku se kapalina chová tak, že smykové napětí narůstá lineárně v závislosti na smykovém spádu a proudí laminárně s konstantní hodnotou tzv. „plastické viskozity“. Typickým představitelem takových kapalin mohou být magnetoreologické kapaliny. U magnetoreologických kapalin je hodnota plastické viskozity ovlivněna silou magnetického pole působícího na kapalinu. Se zvyšující se hodnotou síly magnetického pole narůstá hodnota plastické viskozity, nebo si plastická viskozita zachovává konstantní hodnotu a narůstá pouze hodnota počátečního smykového napětí. Binghamský reologický model se matematicky popisuje pomocí vztahu (1-1) a (1-2).

$$\tau = \tau_y + \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \text{ když } |\tau| \geq \tau_y \quad (1-1)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ když } |\tau| < \tau_y \quad (1-2)$$

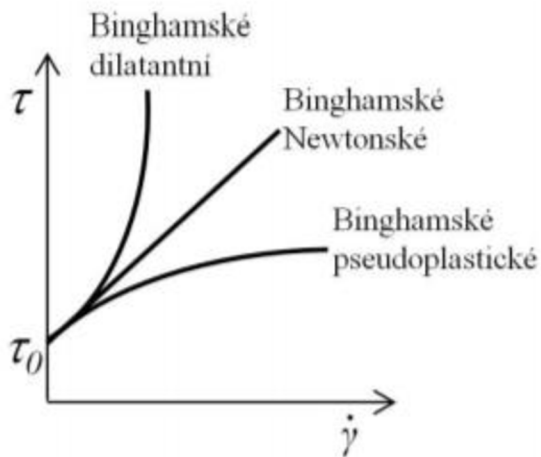
Binghamský reologický model pro magnetoreologickou kapalinu je vyjádřen rovnicemi (1-3) a (1-4) [8-13].

$$\tau(\dot{\gamma}, H) = \tau_y(H) + \mu_p \cdot \dot{\gamma} \text{ když } |\tau| > \tau_y \quad (1-3)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ když } |\tau| \leq \tau_y \quad (1-4)$$

V těchto rovnicích vystupuje smykové napětí v MR kapalině $\tau(\dot{\gamma}, H)$, dynamické smykové napětí pro mez tekutosti (mez toku) $\tau_y(H)$, plastická viskozita nezávislá na intenzitě magnetického pole μ_p , počáteční dynamická viskozita η_0 , smykový spád $\dot{\gamma}$ a intenzita magnetického pole H .

Tento model je matematicky jednoduchý a fyzikálně přímý, přesto ho nejde použít v situacích, kdy se binghamská kapalina chová dilatantně nebo pseudoplasticky (plastická viskozita nemá konstantní hodnotu). Nevýhodou je i to, že Binghamský model nedokáže popsat průběh smykového napětí v oblastech kapaliny, kde nedochází k toku. Dalším omezením modelu je, že nezohledňuje hysterezní chování suspenzních kapalin při nízkých hodnotách smykového spádu nebo jejich tranzitní chování při dynamickém zatěžování. Kvůli těmto nedostatkům nelze pomocí Binghamského reologického modelu vystihnout reálné chování některých newtonských kapalin.



obr. 2-9 Binghamský reologický model [13]

2.2.2 Herschel-Bulkleyho reologický model

Oproti Binghamskému modelu Herschel-Bulkleyho reologický model nepředpokládá konstantní hodnotu plastické viskozity [8-13]. Díky tomuto faktu je schopný v závislosti smykového napětí na smykovém spádu podchytit i dilatantní nebo pseudoplastické chování newtonských kapalin. Tento model je použitelný pouze pro laminární proudění. Herschel-Bulkleyho reologický model pro neneutonskou kapalinu je vyjádřen rovnicemi (1-5) a (1-6).

$$\tau = \tau_y + K \cdot |\dot{\gamma}|^n \text{ když } |\tau| \geq \tau_y \quad (1-5)$$

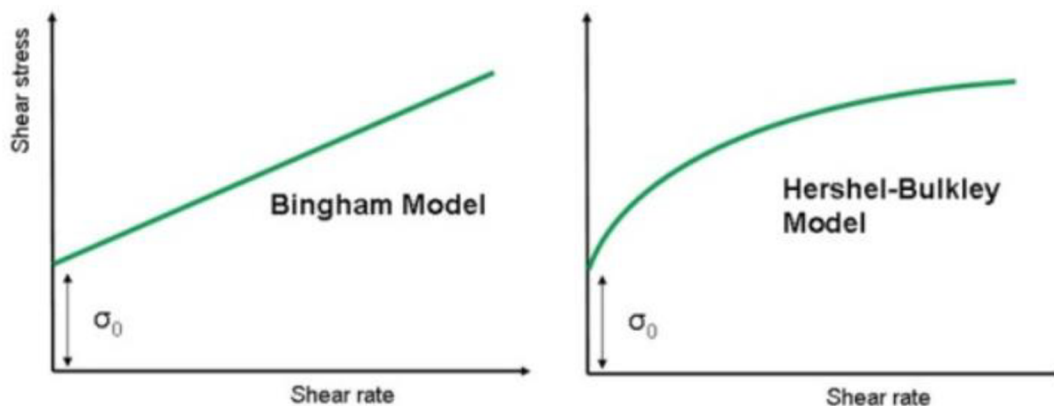
$$\dot{\gamma} = 0 \text{ když } |\tau| < \tau_y \quad (1-6)$$

Herschel-Bulkleyho reologický model pro magnetoreologickou kapalinu se uvádí v obecné formě rovnicemi (1-7) a (1-8) [9].

$$\tau(\dot{\gamma}, H) = \tau_y(H) + K \cdot |\dot{\gamma}|^{n-1} \cdot \dot{\gamma} \text{ když } |\tau| > \tau_y \quad (1-7)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ když } |\tau| \leq \tau_y \quad (1-8)$$

V těchto rovnicích vystupuje index konzistence K , jež v modelu zohledňuje viskozitu kapaliny, reologická konstanta n . Reologická konstanta představuje odchylku od lineárního chování newtonských kapalin. Jedná-li se o dilatantní chování kapalin platí $n > 1$, je-li chování pseudoplastické $n < 1$ a pro newtonské chování kapalin $n = 1$.



obr. 2-10 Herschel-Bulkleyho reologický model [13]

Herschel-Bulkleyho reologický model je při srovnání s Binghamským modelem více flexibilnější a přesnější, protože obsahuje konstanty K a n . Také platí, že pokud je reologická konstanta $n = 1$, je Herschel-Bulkleyho model stejný s Binghamským modelem. Nevýhodou tohoto modelu je nemožnost zachytit hysterezní chování nenewtonských kapalin při nízkých smykových spádech a zároveň reagovat na tranzitní chování kapalin při dynamickém zatěžování.

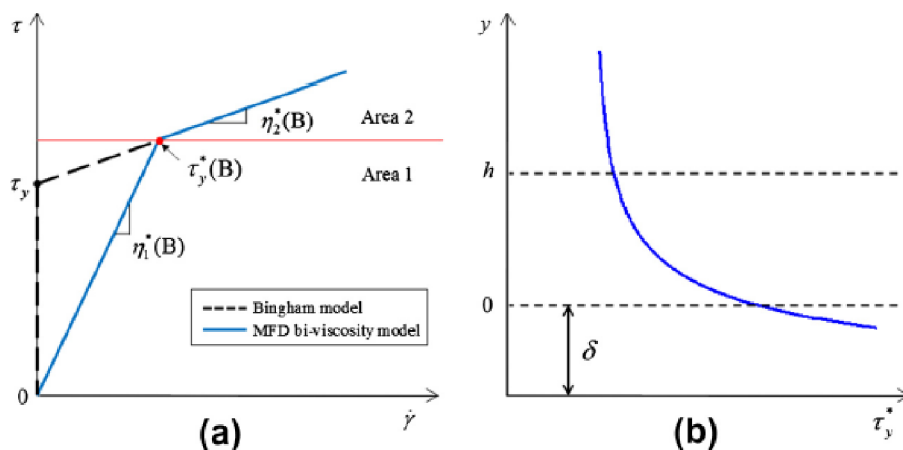
2.2.3 Biviskózní reologický model

Biviskózní reologický model je založen na rozdílné viskozitě nenewtonské kapaliny v reometru [11]. Jedna část nenewtonské kapaliny se nazývá „pseudocore zone“, kde velikost smykového napětí v kapalině je nižší než tzv. „zdánlivá mez tekutosti (τ_y^*)“. V tomto stavu se kapalina chová jako vysoce viskózní newtonská kapalina (gel, zubní pasta), která představuje mírně zdeformovaný základ nenewtonské kapaliny. Druhá část „sheared zone“ nastává, když hodnota smykového napětí v kapalině přesahuje τ_y^* . Tehdy se viditelně změní směrnice nárůstu smykového napětí na smykovém spádu, kdy tato směrnice odpovídá kapalině chovající se podle Binghamského reologického modelu. I při použití biviskózního reologického modelu se předpokládá laminární proudění. Na obr. 2-11 je znázorněna závislost smykového napětí na smykovém spádu nenewtonské kapaliny (s výraznou mezí toku) pro biviskózní reologický model. Tento model lze matematicky popsat rovnicemi (1-9) a (1-10).

$$\tau = \eta_1^* \cdot \frac{du}{dy} \text{ pro } |\tau| \leq \tau_y^* \quad (1-9)$$

$$\tau = \eta_2^* \cdot \frac{du}{dy} + \tau_y^* \cdot \left(1 + \frac{\eta_2^*}{\eta_1^*}\right) \cdot \text{sgn}\left(\frac{du}{dy}\right) \text{ pro } |\tau| > \tau_y^* \quad (1-10)$$

Zde vystupuje smykové napětí ve zdánlivé mezi tekutosti τ_y^* , viskozita nenewtonské kapaliny η_1^* a η_2^* a rychlost proudění U v ose x .



obr. 2-11 Biviskózní reologický model [11]

Tento model je ze všech zmíněných nejpřesnější, jelikož jako jediný z nich povoluje deformaci v části „pseudocore zone“, a tím dovoluje získat hodnotu smykového napětí i v oblasti, kde dochází k viskoplastickému chování nenewtonské kapaliny. Oproti tomu je technicky náročnější, protože se měří viskozita v různých místech měřené kapaliny. Takové měření viskozity slit-flow reometr neumožňuje.

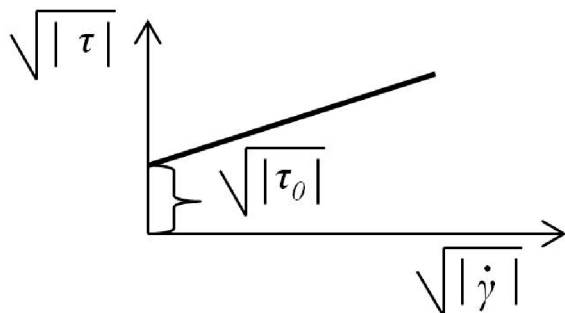
2.2.4 Cassonův reologický model

Jedním z reologických modelů popisujících chování nenewtonských kapalin je Cassonův reologický model. Pro jednorozměrný rovnoměrný smykový spád se Cassonův model popisuje pomocí následujících rovnic [12, 14-17].

$$\sqrt{|\tau_{yx}|} = \sqrt{|\tau_0|} + \sqrt{\eta \cdot |\dot{\gamma}_{yx}|} \quad \text{pro } |\tau_{yx}| > |\tau_0| \quad (1-11)$$

$$\dot{\gamma}_{yx} = 0 \quad \text{pro } |\tau_{yx}| < |\tau_0| \quad (1-12)$$

Cassonův reologický model se v dnešní době používá především pro popis chování různých biologických materiálů především krve [12, 14-17]. Na obr. 2-12 je ilustrační znázornění průběhu tokové křivky pro Cassonův reologický model.



obr. 2-12 Grafické znázornění Cassonova reologického modelu [16]

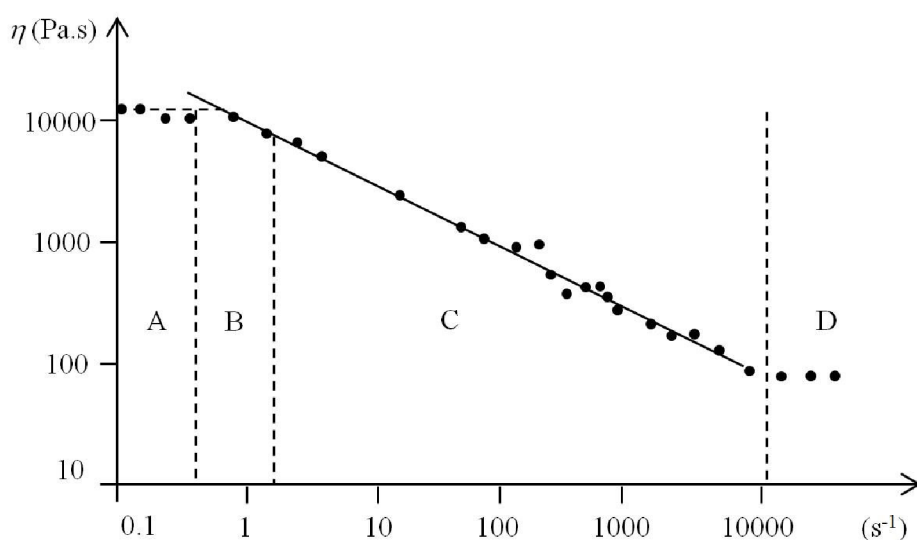
Tento model se často používá pro popis stálého chování smykového napětí a smykového spádu nejen pro krev, ale také pro jogurt, rajčatový protlak nebo roztavenou čokoládu. Také se používá pro popis některých suspenzních kapalin s obsahem částic.

2.2.5 Newtonův a mocninný reologický model

Newtonský reologický model je hojně používán pro popis tokového chování newtonských kapalin, které mají nulovou hodnotu prahového napětí (oleje, voda, benzín nebo nízkomolekulární látky) tzn., že závislost viskozity je konstantní v celé kapalině [12, 14]. Následně lze předpokládat, že smykové napětí v bodě kapaliny je přímo úměrné dynamické viskozitě kapaliny a na smykovém spádu. Smykový spád je gradient průtokové rychlosti $\frac{dv}{dz}$. Viskozita zastupuje materiálovou konstantu, tedy popisuje vlastnosti proudící kapaliny.

$$\tau_{yx} = \eta \cdot \dot{\gamma}_{yx} \quad (1-13)$$

Většina polymerních látek se během toku chová podle Newtonského reologického modelu jen při velmi nízkých rychlostech smykového spádu (Obr. 2.13 - oblast A) [18]. Při dalším zvyšování rychlosti smykového spádu viskozita buď klesá (typické chování pro polymerní taveniny) nebo stoupá, přičemž v tzv. přechodové oblasti (oblast B) se směrnice závislosti mění tak, že se postupně ustaluje ke své konstantní hodnotě. Tato ustálená hodnota určuje stupeň neneutonského chování (oblast C). Poslední oblast tokové křivky (oblast D) je tzv. druhé newtonské plateau, které je charakterizované opětovným ustálením viskozity nezávisle na stále se zvyšující rychlosti smykové deformace (oblast takto vysokých rychlostí smykových deformací je obtížně měřitelná). Cílem reologických modelů je popis této viskozitní závislosti jako celku.

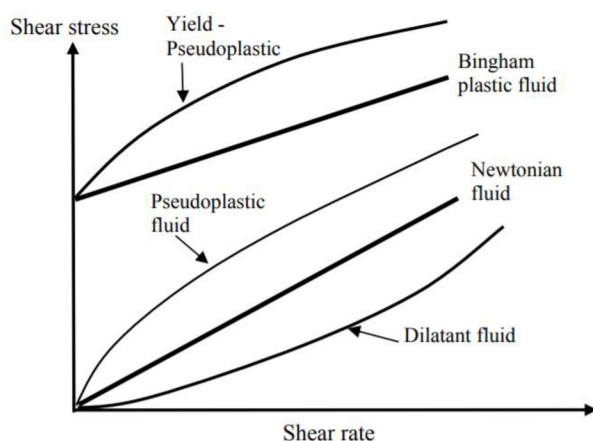


obr. 2-13 Obecná toková křivka polymerních látek [18]

Z obr. 2-13 lze vyčíst, že oblast A je dobře popsitelná pomocí Newtonského modelu. Naopak oblast C je nejčastěji popisována pomocí tzv. Mocninového zákona (také Ostwald-de Waele) [12, 14-16, 19].

$$\tau_{yx} = K \cdot \dot{\gamma}_{yx}^n \quad (1-14)$$

V této rovnici vystupuje konzistence K neboli veličina charakterizující fluiditu kapaliny. Na druhé straně exponent n je reologický parametr popisující nenewtonské chování kapaliny ($n > 1$ dilatantní, $n < 1$ pseudoplastické, $n = 1$ newtonské). Při dilatantním chování kapaliny dochází k zřetelnému nerovnoměrnému nárůstu závislosti smykového napětí na smykovém spádu, reologický parametr n nabývá jakékoliv hodnoty v intervalu 0 až 1. Naopak se chovají pseudoplastické kapaliny, u kterých se hodnota smykového napětí s rostoucí hodnotou smykového spádu saturuje na určité konečné hodnotě. Tehdy reologický parametr nabývá hodnotu větší než 1. Tyto dva reologické modely nelze použít pro popis chování kapalin s nenulovou mezí toku (viz obr. 2-14).



obr. 2-14 Typy chování newtonských a nenewtonských látek [15]

Největší výhodou tohoto modelu je jeho matematická jednoduchost, protože oba parametry (K a n) lze získat z experimentálně naměřených dat. Naměřená data (smykové napětí v závislosti na smykovém spádu) se vynesou v logaritmickém měřítku a proloží se přímkou. Koeficienty rovnice této přímky jsou hledané parametry K a n . Omezením tohoto modelu je skutečnost, že dokáže popsat tokové chování kapaliny pouze v určitém rozmezí smykového spádu. Parametry K a n jsou silně závislé na velikosti rozsahu měřeného smykového spádu. Tento model nepredikuje nulovou a nekonečnou smykovou viskozitu, které jsou důležité pro popis chování kapalin v přechodové oblasti (oblast B) a oblasti tzv. druhého Newtonského plateau (oblast D). Důsledkem je, že při velmi nízkých smykových spádech bude zdánlivá viskozita mít nekonečnou hodnotu. Dalším negativním faktorem je závislost konzistence kapaliny na hodnotě reologického parametru n tzn., že nelze srovnávat hodnotu konzistence při odlišných hodnotách reologického parametru. I přes mnoho nepřesností je mocninový reologický model nejčastěji používaným modelem v literatuře popisující strojírenské procesy a aplikace.

2.2.6 Carreaův a Crossův reologický model

Pro získání přesnější predikce chování kapalin jsou používány složitější reologické modely, které vystihují tokovou křivku v celé šíři rychlosti smykového spádu. Nejčastěji používaným reologickým modelem v softwarech reometrů a jiných měřicích zařízení bývá Carreau reologický model [12, 14, 20]. V obecné formě jej lze použít i pro popis elastické odezvy polymerních látek během toku. Jedná se o čtyř-parametrický reologický model, který je platný v celém rozsahu smykových spádů. Model používá hodnoty zdánlivé viskozity při nulovém nebo nekonečném smykovém spádu (η_0 , η_∞), tímto je zaručena komplexnost modelu oproti mocninnému modelu. Na základě úvah o molekulární síti vytvořil Carreau (1972) následující formulaci viskozitního modelu.

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[1 + (\lambda \cdot \dot{\gamma}_{yx}) \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (1-15)$$

Reologický parametr n a relaxační koeficient λ jsou dva parametry popisující obecnou tokovou křivku závislosti viskozity na smykovém spádu. Tento model dokáže popsat pseudoplastické chování v širokém rozsahu hodnot smykového spádu, ale pouze na úkor matematické složitosti (čtyři parametry). Newtonské chování lze sledovat, když zdánlivá viskozita $\eta = \eta_0$ kdy buď $n = 1$ nebo $\lambda = 0$ nebo obě podmínky platí zároveň.

Dalším čtyř-parametrovým modelem, který získal široké uplatnění, je Crossův viskózní model (1965) [12, 18, 21]. Tento model je v prostém smyku definován následovně:

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \frac{1}{1 + k \cdot (\dot{\gamma}_{yx})^{1-n}} \quad (1-16)$$

Kde n (<1) a k jsou parametry popisující obecnou rovnici tokové křivky zatímco η_0 a η_∞ jsou limitní hodnoty zdánlivé viskozity pro velmi nízké a velmi vysoké hodnoty smykových spádů. Model popisuje newtonské chování tehdy, když $k \rightarrow 0$. Když $\eta \gg \eta_\infty$ a $\eta \ll \eta_0$ redukuje se tento model na obdobu mocninného modelu. Původně Cross (1965) navrhl, že použití konstantní hodnoty reologického parametru $n = \frac{2}{3}$ je dostatečná aproximace údajů o viskozitě u mnoha systému. Následně bylo dokázáno, že zpracování indexu n , jako nastavitelného parametru nabízí výrazné zlepšení aproximace při porovnání s konstantní hodnotou, kterou navrhoval Cross. Toto zjištění potvrzuje např. práce Barnese a spol. (1989).

2.2.7 Ellisův reologický model

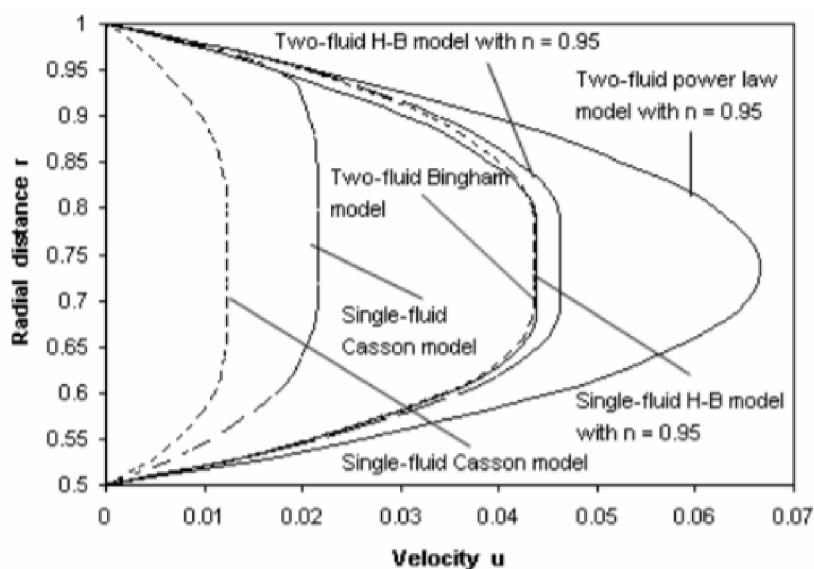
Ellisův reologický model se používá při popisu chování neneutonských kapalin při velmi nízkých smykových spádech. [12, 14, 15]. Předchozí reologické rovnice jsou založeny na úpravě Newtonského viskózního zákona nebo jeho vylepšením. Ellisův tři-parametrický model je příkladem jeho inverzní podoby. V prostém smyku je zdánlivá viskozita podle Ellise určována následující rovnicí.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left| \frac{\tau_{yx}}{\tau_{\frac{1}{2}}} \right|^{\alpha-1}} \quad (1-17)$$

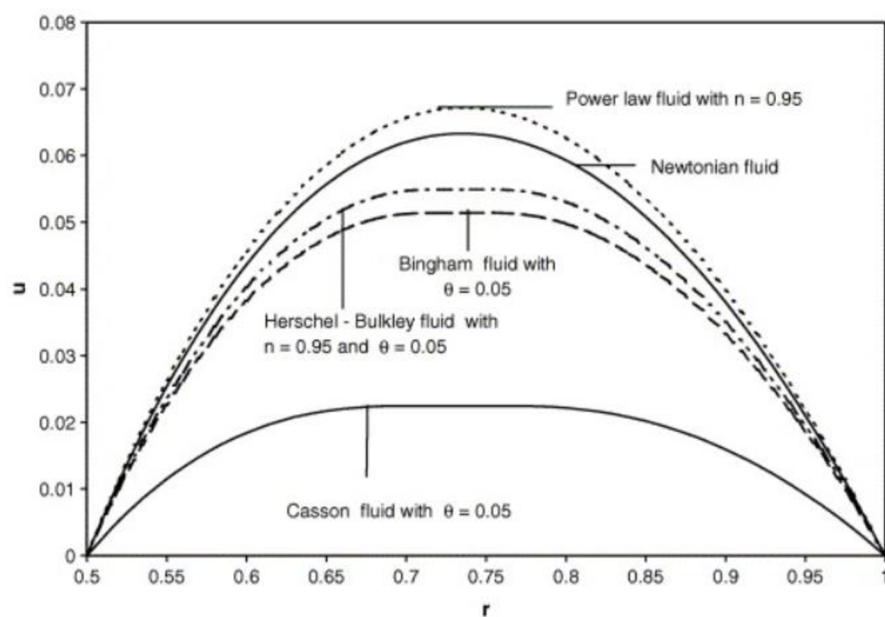
V této rovnici je η_0 viskozita při nulovém smykovém spádu a zbylé dva α (> 1) a $\tau_{\frac{1}{2}}$ jsou nastavitelnými parametry. Zatímco index α je měřítkem stupně pseudoplastického chování (se zvyšující se hodnotou α , narůstá stupeň ztenčování), $\tau_{\frac{1}{2}}$ reprezentuje hodnotu smykového napětí, při kterém zdánlivá viskozita poklesne na polovinu své hodnoty ($\eta = \frac{\eta_0}{2}$). Ellisův model predikuje newtonské chování v limitě $\tau_{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$. Tato rovnice je výhodná při snadném výpočtu rychlostního profilu ze známé distribuce smykového napětí, ale vytváření reverzní operace je značně komplikované a těžkopádné. Je zřejmé, že při vyšších hodnotách smykových napětí v kapalině $\left(\left(\frac{\tau_{yx}}{\tau_{\frac{1}{2}}} \right)^{\alpha-1} \gg 1 \right)$, se rovnice zjednodušuje do podoby mocninného modelu s parametry $n = 1/\alpha$ a $k = (\eta_0 \cdot \tau_{\frac{1}{2}}^{\alpha-1})^{\frac{1}{\alpha}}$.

2.2.8 Vliv volby reologického modelu

Při popisu chování neneutonské kapaliny na reometru je zásadní volba správného reologického modelu, jelikož volba modelu neovlivní pouze přesnost matematického popisu reálného chování kapaliny, ale promítne se také do tvaru rychlostního profilu. Při srovnání tvarů jednotlivých rychlostních profilů vybraných reologických modelů (při použití stejných okrajových podmínek) je vidět značný rozdíl (viz obr. 2-15 a 2-16). Liší se nejenom tvarem, ale především hodnotou maximální rychlosti proudění kapaliny ve štěrbině.



obr. 2-15 Srovnání rychlostních profilů vybraných reologických modelů pro krev proudící tepnou podle Leeho [22].



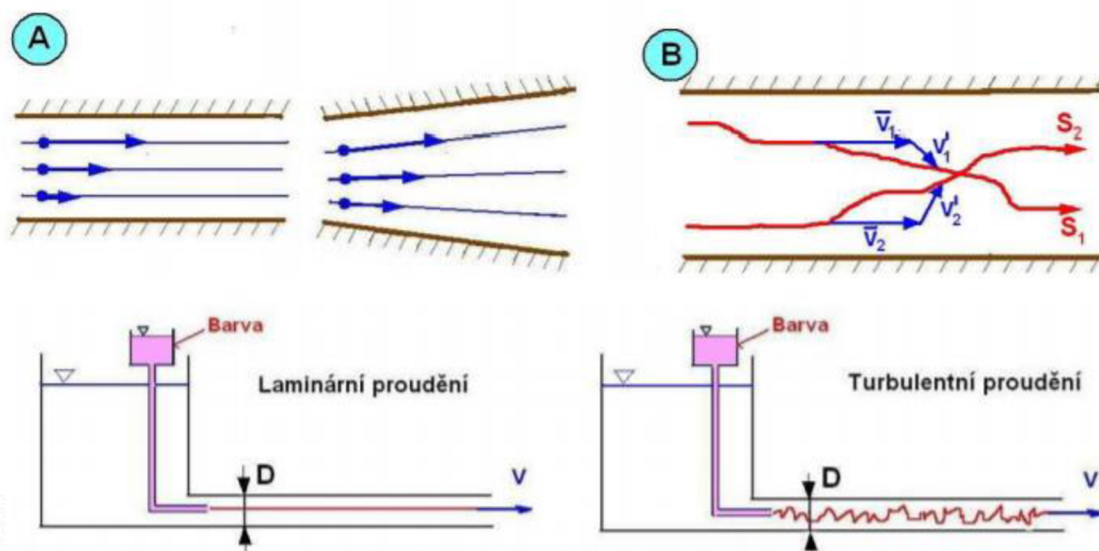
obr. 2-16 Srovnání rychlostních profilů vybraných reologických modelů pro krev proudící tepnou podle Sankara [23].

2.3 Turbulentní proudění

Při proudění kapalin skrz průtokovou šterbinu může docházet v určitých místech ke vzniku turbulentního proudění. Tato iniciace je způsobována velkým smykovým spádem nebo obtékáním nerovnosti stěn šterbiny. Pokud se v reometru objeví turbulentní proudění, má to za následek znehodnocení naměřených dat, protože všechny zmíněné reologické modely předpokládají laminární proudění. Tím dojde k nepřesné tvorbě tokových křivek a rychlostního profilu měřené kapaliny. Aby výsledky z měření na slit-flow reometru co nejpřesněji popisovaly reálné chování sledované kapaliny, je nutné stanovit, jakým způsobem dochází ke tvorbě turbulentního proudění a jak jej potlačit.

Pohybem plovoucích pístů v pístnicích je vyvoláván tlakový gradient Δp , který způsobuje proudění měřené kapaliny v reometru [4-6]. Při takto vzniklém proudění se kapalina skládá z jednotlivých vrstev, jejichž osa proudění je totožná s proudnicí kapaliny a které se pohybují stálou rychlostí pouze ve směru šterbiny. Tehdy jsou jednotlivé vrstvy kapaliny kolmé ke směru změny rychlosti a mají stálou rychlost, jejíž směr leží v rovině vrstvy. Pokud nedochází k mísení tekutiny mezi jednotlivými vrstvami, jedná se o laminární proudění. Jestliže se hodnota tlakového gradientu zvýší nad mezní hodnotu, začíná se kapalina samovolně promíchávat, což je zapříčiněno vlivem vyšších smykových napětí, působících mezi vrstvami kapaliny. Takovému proudění se říká proudění turbulentní. Se vznikem turbulentního proudění se pojí tvorba vírů, které mají za následek porušení spojitěho rozložení tekutiny ve šterbině (viz obr.17).

V jednotlivých místech šterbiny tyto víry způsobují fluktuaci rychlosti proudění \vec{v} v čase a skutečnost, že složka rychlosti proudění ve směru kolmém na směr proudění není vždy rovná nule.



obr. 2-17 Laminární a turbulentní proudění [4].

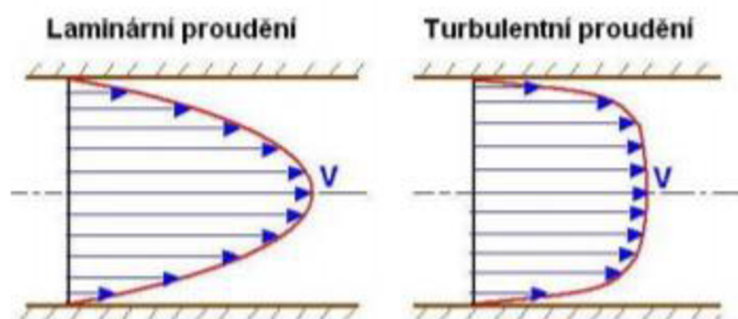
Pro popis turbulentního nebo laminárního proudění se používá Reynoldsovo číslo Re . Hodnota Reynoldsova čísla napomáhá určit, zda dochází ve štěrbině ke vzniku turbulentního proudění nebo nikoliv. Matematicky je Reynoldsovo číslo vyjádřeno vztahem (1-18).

$$Re = \frac{\bar{v} \cdot l}{\nu} \quad (1-18)$$

Z rovnice (1-18) je zřejmé, že Reynoldsovo číslo je přímo úměrné velikosti charakteristickému rozměru l , střední rychlosti proudění ve štěrbině \bar{v} a nepřímo úměrné kinematické viskozitě kapaliny ν . Následně lze prohlásit, že pokud kritická hodnota Reynoldsova čísla Re_k je vyšší než vypočítaná hodnota Reynoldsova čísla v konkrétní štěrbině, jedná se o laminární proudění. V opačném případě kapalina proudí turbulentně. Kritická hodnota Reynoldsova čísla pro proudění vody skrz trubici s kruhovým průřezem se obvykle pohybuje kolem 2300. Pro jiné konfigurace je nutné určit kritickou hodnotu Reynoldsova čísla experimentálně.

Typ proudění hraje zásadní roli při tvorbě křivek rychlostního profilu. Při laminárním proudění newtonských kapalin má křivka rychlostního profilu tvar paraboly. Tento parabolický tvar vzniká kvůli interakci mezi kapalinou a horní nebo spodní stěnou štěrbin, kdy vzniká třecí síla brzdící kapalinu v místě styku. Velikost brzdícího účinku klesá směrem k ose proudění (proudnicí). Z toho plyne, že maximální rychlost proudění kapaliny bude na proudnici. Na druhé straně při turbulentním proudění dochází k mísení částic ve všech směrech. Následkem mísení částic je jejich přecházení mezi jednotlivými vrstvami kapaliny, přičemž se uskutečňuje výměna kinetické energie.

S výměnou kinetické energie dochází ke srovnávání rychlosti proudění po průřezu. S přesunem částic mezi vrstvami kapaliny souvisí i změna hybnosti projevující se dodatečným brzdícím účinkem. Pomocí vzniklých brzdících účinků se výsledný odpor proti pohybu kapaliny stává větším než odpor, který by odpovídal smykovému napětí v kapalině při laminárním proudění. Příмым důsledkem těchto brzdících účinků je změna tvaru rychlostního profilu, který se z parabolického průběhu mění na průběh, jenž se se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem stále více podobá obdélníku. Pro vizuální srovnání rychlostního profilů poslouží obr. 2-18.



obr. 2-18 Rychlostní profil laminárního a turbulentního proudění newtonské kapaliny [4].

Iniciace turbulentního proudění ve slit-flow reometru by měla probíhat dvěma způsoby. Prvním způsobem je použití příliš velkého tlakového gradientu, který generuje vysokou střední rychlost v měřicí štěrbině. Při vysokých středních rychlostech kapaliny může dojít k překročení kritické hodnoty Reynoldsova čísla, a tím i vzniku turbulentního proudění, které následně zásadně mění reálný tvar tokové křivky a tím i tvar rychlostního profilu sledované kapaliny. Pro studium chování neneutonských kapalin při velkých smykových spádech je nutné konstrukci reometru upravit tak, aby byl vliv turbulentního proudění na křivku rychlostního profilu minimální. První možností konstrukční změny je zvětšení charakteristického rozměru štěrbin. Charakteristický rozměr pro štěrbinu s obdélníkovým průřezem je možné vypočítat pomocí rovnice (1-19), ve které veličiny o a S_p představují obvod a obsah obdélníkového průřezu štěrbin reometru [10]. Změna rozměrů štěrbin povede ke snížení Reynoldsova čísla i ke zmenšení hodnoty smykového spádu s tlakovým gradientem.

$$l = \frac{4 \cdot S_p}{o} \quad (1-19)$$

Druhým způsobem vzniku turbulentního proudění je interakce mezi proudící neneutonskou kapalinou a nerovnostmi na stěnách štěrbin. Při obtékání výčnělků může docházet ke vzniku turbulencí (vírů) i při nižších smykových spádech, ačkoliv nedochází k překročení kritické hodnoty Reynoldsova čísla. Z tohoto důvodu je vhodné mít reometr s hladkými povrchy stěn štěrbin, aby se vliv turbulencí na tvorbu rychlostního profilu neprojevoval a výsledky měření mohly odpovídat reálnému chování neneutonské kapaliny ve štěrbině.

2.4 Vstupní a výstupní oblast štěrbin

Při proudění potrubím nebo štěrbinou se mění velikost a směr rychlosti proudění kapaliny [4-6]. S touto změnou je spojeno vyvolávání víření, popřípadě i odtržení proudu kapaliny, při kterém dochází k rozptylování energie [5, 24-26]. Energie, kterou má proudící kapalina, se rozptyluje v místě štěrbin tak, že svým působením mění vektor rychlosti. Tento rozptyl energie je odborně nazván místními ztrátami. Místní ztráty mohou vzniknout změnou geometrie štěrbin ve vstupní nebo výstupní oblasti štěrbin nebo měřicí aparaturou ve štěrbině. Velikost těchto místních ztrát lze obecně vyjádřit pomocí rovnice (1-20).

$$h_l = K_l \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (1-20)$$

Místní ztráty h_l jsou závislé na hodnotě ztrátového součinitele K_l , střední hodnotě rychlosti proudění kapaliny v (ve směru proudnice) a gravitačnímu zrychlení g . Ztrátový součinitel K_l je určen typem místních ztrát, konstrukčními parametry, drsností stěn, tvaru rychlostního profilu a režimem proudění kapaliny. Hodnota ztrátového součinitele se dá přibližně určit z tabulky 2-1. Přesnou hodnotu prakticky nelze vypočítat (kromě jednoduchých příkladů), proto se určuje experimentálně pro danou konfiguraci šterbiny [5].

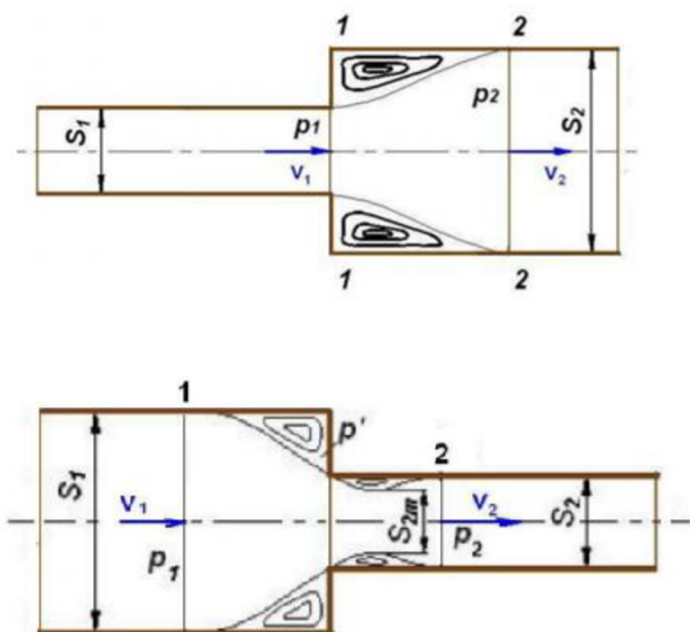
tab. 2-1 Orientační hodnoty ztrátového součinitele K_l [5]

Fitting	K
Well rounded inlet	0.05
90° elbow, threaded	
Regular	1.4
Long radius	0.75
90° elbow, flanged	
Regular	0.31
Long radius	0.22
45° elbow, threaded, regular	0.35
45° elbow, flanged, regular	0.17
Return bend, threaded, regular	1.5
Return bend, flanged	
Regular	0.3
Long radius	0.2
T-joint, threaded	
Through flow	0.9
Branch flow	1.9
T-joint, flanged	
Through flow	0.14
Branch flow	0.69
Sudden expansion	
$d_1/d_2 = 0.5$	0.75
$d_1/d_2 = 0.7$	0.51
$d_1/d_2 = 0.9$	0.19
Sudden contraction	
$d_2/d_1 = 0.5$	0.3
$d_2/d_1 = 0.7$	0.2
$d_2/d_1 = 0.9$	0.1

Určení ztrátového součinitele je zásadní aspekt pro reálný popis rychlostního profilu vznikajícího při proudění kapaliny šterbinou [25]. Vliv místních ztrát na tvar rychlostního profilu je patrný především při vyšších hodnotách Reynoldsova čísla, který je znázorněn v příloze X.

2.4.1 Skoková změna geometrie štěrbiny

Při náhlém rozšíření průřezu průtokové části dochází k protržení proudu kapaliny od stěn, a tím dochází k tvorbě vírů (viz. obr. 2-19) [4]. Na obrázku jsou patrná místa, ve kterých dochází ke vzniku víření kapaliny. Právě v těchto místech je proudění nestabilní a rychlost v průřezu je nerovnoměrně rozložena. Důsledkem toho dochází ke tvorbě dodatečných tlakových ztrát, způsobujících změnu tlakového gradientu. Změnou tlakového gradientu se mění i tvar rychlostního profilu, který reaguje na rozložení rychlosti proudění v průřezu [5, 24-26].



obr. 2-19 Ilustrační obrázek skokové změny průřezu – rozšíření a zúžení [4]

Skokovou změnou průřezu lze docílit poklesu rychlosti proudění a nárůstu tlakových ztrát. Aby bylo možné tyto projevy skokových změn průřezů explicitně popsat, je nutné zavést předpoklad, že se jedná o proudění dokonalé kapaliny. Při proudění dokonalých kapalin nevznikají žádné ztráty způsobené vlivem tření nebo víření. Z toho plyne možnost použití Bernoulliho rovnice v obecném tvaru pro výpočet tlakového gradientu mezi dvěma průřezy kapaliny (1-21).

$$p_{2t} - p_1 = \frac{\zeta}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) \quad (1-21)$$

V Bernoulliho rovnici vystupuje teoretický tlak v průřezu 2 p_{2t} , naměřený tlak v průřezu 1 p_1 a hustota kapaliny ζ . Hodnota teoretického tlaku p_{2t} bude menší o hodnotu tlakových ztrát spojenou se skokovým rozšířením průřezu štěrbiny.

Jakmile předpoklad dokonalé kapaliny neplatí, je kinetická energie takového proudění větší než energie vypočítaná ze střední rychlosti průtoku. U skutečného proudění kapaliny jsou vždy místní ztráty větší než u předpokládané dokonalé kapaliny. Z toho vyplývá, že přesný popis chování kapaliny v průřezu, kde dochází k víření, je velmi komplikovaný. Proto se při výpočtu místních ztrát používá rovnice pro dokonalou kapalinu. Ve výsledku je ale hodnota skutečných ztrát vyšší než hodnota ztrát vypočítaná pro dokonalou kapalinu [5, 24-26].

Prvním krokem při obecném výpočtu místních ztrát pro dokonalou kapalinu je určení si kontrolního objemu válce, který ohraničují zvolené průřezy [4]. Brzdící síla F_B ve směru proudění kapaliny je dána rozdílem tlakových sil v místech vyhodnocovaných průřezů. Jelikož je tlak v celém průřezu konstantní, je brzdící síla, která vyvolává změnu hybnosti, dána výrazem (1-22).

$$F_B = (p_2 - p_1) \cdot S_2 \quad (1-22)$$

Tlak v průřezu těsně za rozšířením je stejný jako těsně před rozšířením, protože nedochází k rozšíření proudění kapaliny. Z toho plyne, že se tlak nezměnil, a proto je brzdící síla rovna změně hybnosti kapaliny, která proteče za jednotku času. Hybnosti lze obecně v příslušných průřezích vyjádřit pomocí rovnic (1-23) a (1-24).

$$H_1 = S_1 \cdot \zeta \cdot v_1^2 \quad (1-23)$$

$$H_2 = S_2 \cdot \zeta \cdot v_2^2 \quad (1-24)$$

Objemový průtok kapaliny skrz štěrbinu v obou průřezích je totožný. Z této skutečnosti plyne tvar hybnostní věty $F = Q_m \cdot \Delta v$, který má tvar (1-25).

$$(p_2 - p_1) \cdot S_2 = \zeta \cdot (v_1 - v_2) \cdot S_2 \cdot v_2 \quad (1-25)$$

Tlakový rozdíl v průřezích 1 a 2 je dán Bernoulliho rovnicí pro skutečnou kapalinu.

$$p_2 - p_1 = \frac{\zeta}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) - \zeta \cdot g \cdot h_z \quad (1-26)$$

Odečtením rovnic (1-25) a (1-26) a aplikací zákona kontinuity $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$ se po matematické úpravě získá výraz pro ztrátovou výšku h_z .

$$h_z = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2 \cdot g} \quad (1-27)$$

Rovnice (1-27) je nazývána jako Bordova nebo Carnotova rovnice. Ztrátová výška úzce souvisí s velikostí ztrátového součinitele K_1 a K_2 . Ztrátové součinitele pro skokovou změnu průřezu rozšířením lze vyjádřit rovnicemi (1-28) a (1-29)

$$K_1 = \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]^2 \quad (1-28)$$

$$K_2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 - 1 \right]^2 \quad (1-29)$$

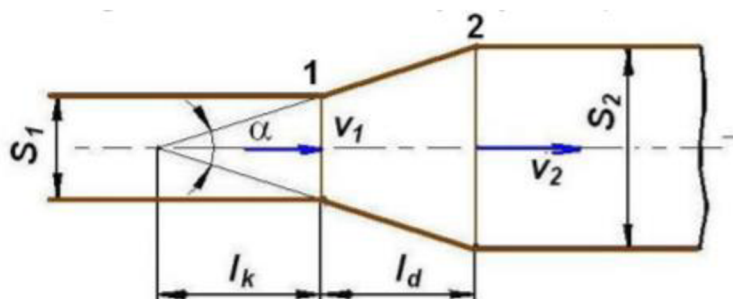
Při skokové změně průřezu zúžením dochází k zrychlení proudění kapaliny v zúžené části štěrbině. Proud kapaliny vlivem setrvačnosti nestíhá sledovat tvar stěn štěrbině a vzniká víření (viz. obrázek 2-18). Matematický popis chování kapaliny vychází ze změny hybnosti. Postup odvození ztrátové výšky kapaliny a ztrátových součinitelů K_1 a K_2 , je obdobný jako u skokového rozšíření.

$$h_z = K_1 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = K_2 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \quad (1-30)$$

$$K_1 = \left(\frac{S_1}{S_2} - 1 \right) \cdot \frac{S_1}{S_2} \text{ a } K_2 = \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \quad (1-31)$$

2.4.2 Kontinuální změna geometrie štěrbině

V předchozí kapitole bylo dokázáno, že při skokové změně průřezu dochází ke značným ztrátám, způsobenými odtržením proudu kapaliny od stěny nebo vířením kapaliny. Tyto ztráty se podstatně zmenší, jestliže přechod z menšího průřezu na větší bude pozvolný, podobně jako u difuzoru [4]. Na obr. 2-20 je zobrazen ilustrační obrázek difuzoru.



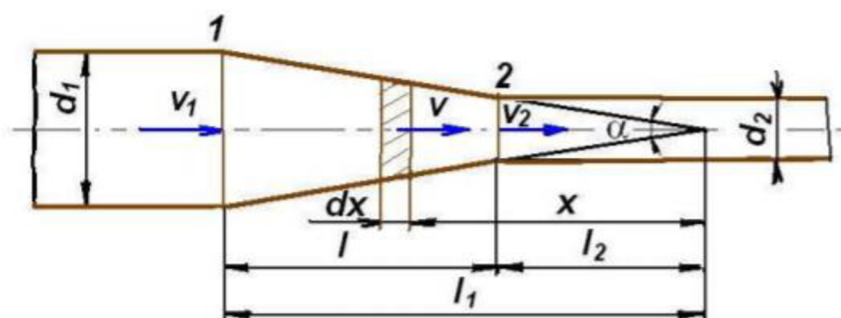
obr. 2-20 Pozvolná změna průřezu – difuzor [4]

Při pozvolném rozšiřování průřezu štěrbině se ztelně mění tvar rychlostního profilu. Čím je úhel α nižší, tím je profil více protažen ve směru proudění. Při malých hodnotách úhlu α ($\alpha = 6^\circ$ až 8°) nastává sice protažení rychlostního profilu, ale ten si zachovává svou symetričnost k ose difuzoru [5]. Jakmile úhel α překročí hranici ($\alpha > 8^\circ$) proud kapaliny se vlivem tlakového gradientu odtrhne od stěny štěrbině a tím poruší symetrii rychlostního profilu. Při úhlech α ($\alpha = 10^\circ$ až 50°) dochází k odtržení proudu od jedné stěny štěrbině, na které je rychlost proudění menší. Jelikož je proudění na jedné stěně rychlejší než na druhé, vzniká nesymetrický tvar rychlostního profilu [22-24]. Tato nesouměrnost je doprovázena nestabilním odtrháváním proudu kapaliny od stěn, což vyvolává kmitání proudu, které iniciuje tvorbu vířů. Z toho plyne, že skutečný tlakový rozdíl v difuzoru je dán rozdílem tlaků v rozšířeném a počátečním průřezu, za předpokladu, že platí Bernoulliho rovnice pro skutečnou kapalinu (1-32). Ztrátové součinitele lze vyjádřit v průřezech 1 (K_1) a 2 (K_2) pomocí rychlostní výšky v daném průřezu [4].

$$K_1 = 1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot v_1^2} \quad (1-32)$$

$$K_2 = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1 - 2 \cdot \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot v_2^2} \quad (1-33)$$

Pro situaci pozvolného zužování průřezu štěrbiny (viz. obr. 2-21) platí obdobné odvození ztrátových součinitelů.












obr. 2-21 Pozvolná změna průřezu – kuželová štěrbiná [4]

2.4.3 Ztrátový součinitel K

K problematice určení ztrátového součinitele lze přistoupit dvěma způsoby: analyticky nebo empiricky. Analytický přístup spočívá ve výpočtu ztrátových součinitelů na základě rovnic (1-21) až (1-26), které přesně určí jejich hodnoty [4]. Tento přístup se převážně využívá pro určení ztrátového součinitele se skokovou změnou průřezu. Jejich použití pro kontinuální změnu průřezu je komplikovanější, neboť je nutná znalost stavových veličin charakteristických pro danou štěrbinu – tlakový spád, hustota kapaliny a rychlost proudění v zúžené části. Empirický přístup je založen na výběru hodnoty z tabulky ztrátových součinitelů pro konkrétní změnu průřezu nebo pomocí nomogramu ztrátového součinitele [5].

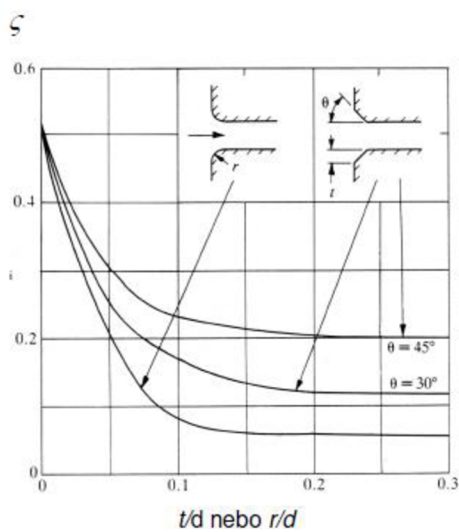
Profesor Nakayama Y. z Tokai University vytvořil základní tabulku hodnot jednotlivých ztrátových součinitelů [5] (viz tab. 2-1). Na Istanbul Kültür University se pro určení hodnot ztrátových součinitelů používá tabulka Dr. Emre Cana [27]. Na rozdíl od profesora Nakayami se při použití této tabulky vychází z předpokladu, že výstupní ztráty ze štěrbin jsou ve srovnání se vstupními ztrátami zanedbatelné. Tabulka hodnot ztrátového součinitele Dr. Emre Cana je uvedena na tab. 2-2.

tab. 2-2 Hodnoty ztrátového součinitele – Dr. Emre Can [27]

Type of fitting	Screwed			Flanged	
	2.5 cm	5 in.	10 cm	5 cm	10 cm
Globe valve (fully open)	8.2	6.9	5.7	8.5	6.0
(half open)	20	17	14	21	15
(one-quarter open)	57	48	40	60	42
Angle valve (fully open)	4.7	2.0	1.0	2.4	2.0
Swing check valve (fully open)	2.9	2.1	2.0	2.0	2.0
Gate valve (fully open)	0.24	0.16	0.11	0.35	0.16
Return bend	1.5	.95	.64	0.35	0.30
Tee (branch)	1.8	1.4	1.1	0.80	0.64
Tee (line)	0.9	0.9	0.9	0.19	0.14
Standard elbow	1.5	0.95	0.64	0.39	0.30
Long sweep elbow	0.72	0.41	0.23	0.30	0.19
45° elbow	0.32	0.30	0.29		
Square-edged entrance			0.5		
Reentrant entrance			0.8		
Well-rounded entrance			0.03		
Pipe exit			1.0		
Sudden contraction ^b	Area ratio				
		2:1	0.25		
		5:1	0.41		
		10:1	0.46		
Orifice plate	Area ratio A/A_0				
		1.5:1	0.85		
		2:1	3.4		
		4:1	29		
		$\geq 6:1$	$2.78 \left(\frac{A}{A_0} - 0.6\right)^2$		
Sudden enlargement ^c				$\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$	
90° miter bend (without vanes)			1.1		
	(with vanes)			0.2	
General contraction	(30° included angle)		0.02		
		(70° included angle)	0.07		

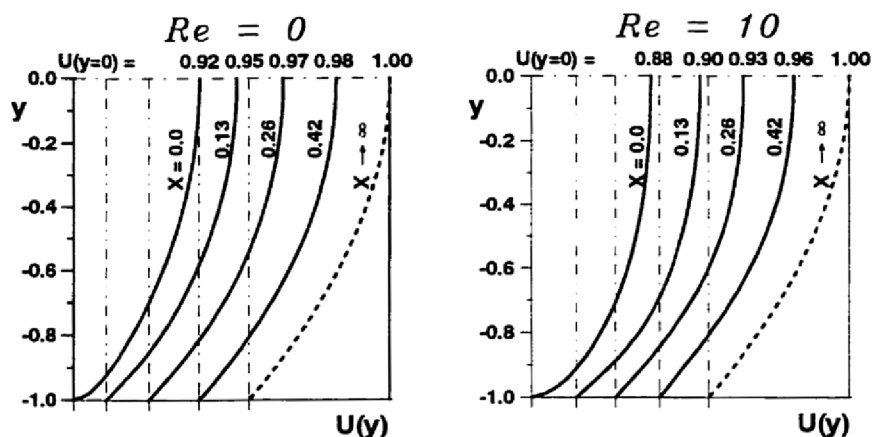
^aValues for other geometries can be found in *Technical Paper 416*, The Crane Company, 1957.
^bBased on exit velocity V_2 .
^cBased on entrance velocity V_1 .

Další alternativou je grafický přístup pomocí nomogramu docentky S. Drábkové z VŠB-TUO [6]. V tomto nomogramu je znázorněna grafická závislost ztrátového součinitele na charakteristických rozměrech šterbiny (d – hydraulický průměr, t – tloušťka zkosené části šterbiny a θ – úhel zkosení). Tento nomogram je znázorněn na obr. 2-22.



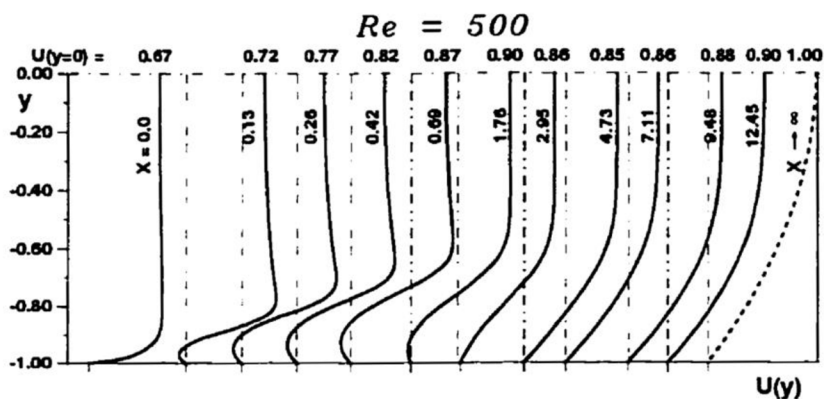
obr. 2-22 Nomogram ztrátového součinitele – Drábková S. [6]

Konečným důsledkem změny geometrie vstupní a výstupní oblasti je tvorba vírů, které se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem ovlivňují tvar rychlostního profilu a zároveň zvětšují potřebnou délku pro vytvoření stabilního rychlostního profilu [5, 24-26]. Postupný průběh tvorby rychlostního profilu při skokovém rozšíření průřezu je znázorněn na obrázcích 2-23 až 2-25 [25]. Ty graficky popisují vztah mezi vzdáleností od okraje štěrbiny x , souřadnice y popisující šířku spodní poloviny zkoumaného zúžení nebo rozšíření a rychlosti proudění U . Znázorněné veličiny na následujících obrázcích jsou bezrozměrné a jsou tedy vztaženy k výsledné rychlosti U ($U = l$) a šířce štěrbiny h ($h = 2 \cdot y(l)$).

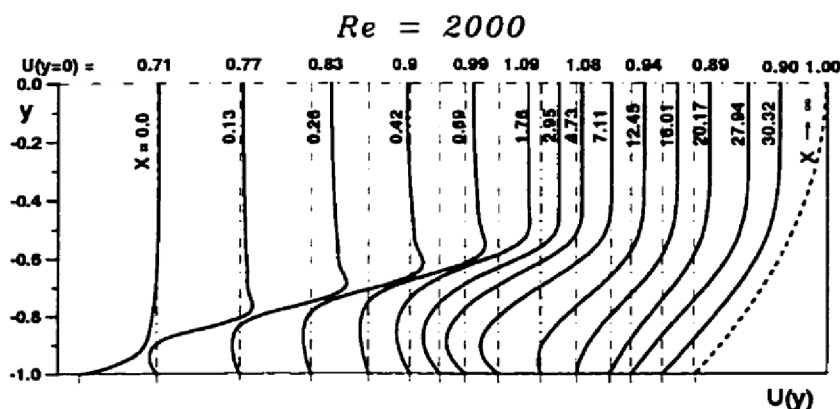


obr. 2-23 Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 0$ a $Re = 10$ [25]

Při bližším pohledu na chování rychlostního profilu z obr. 2-24 je patrné, že se rychlostní profil ve vzdálenosti > 13 mm v celém průřezu štěrbiny plně rozvine a stabilizuje. Se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem se doba stabilizace výrazně prodlužuje např. pro $Re = 2000$ dochází ke stabilizaci a plnému rozvinu rychlostního profilu po 30 mm.



obr. 2-24 Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 500$ [25]



obr. 2-25 Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 2000$ [25]

Tyto projevy mohou negativně ovlivňovat přesnost měření na reometrech, protože vytvořený rychlostní profil nebude souhlasit s reálným rychlostním profilem, který byl ve štěrbině vytvořen. Těmto nepřesnostem lze předcházet zaoblením hran ve vstupní a výstupní oblasti štěrbině nebo zvětšením délky štěrbině, která přináší větší prostor pro vytvoření stabilního rychlostního profilu (nebude závislý na vzdálenosti od vstupní a výstupní oblasti štěrbině).

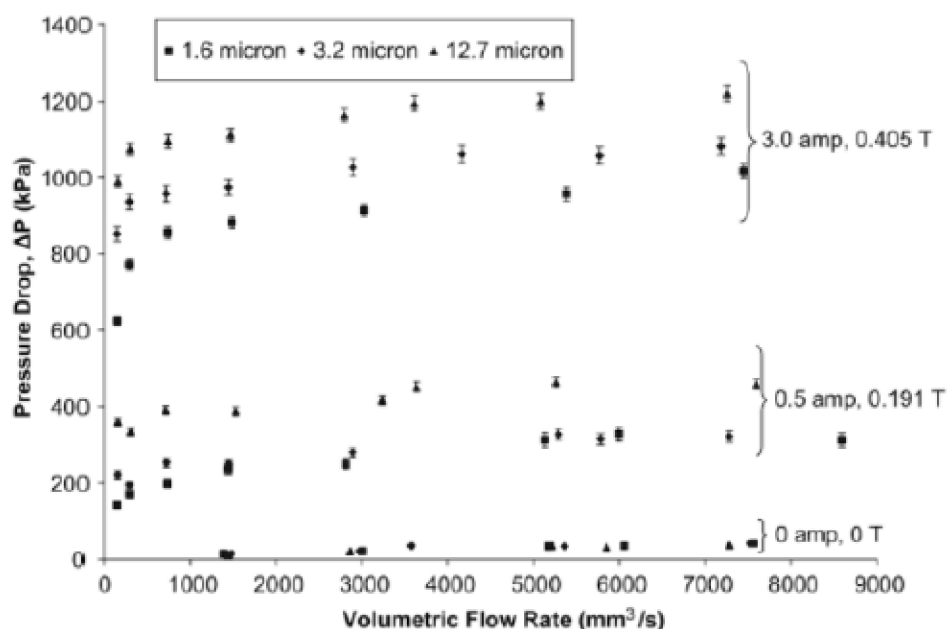
2.5 Vliv povrchových vlastností stěn na chování kapalin

V reologii se velmi často opomíjí vliv povrchových vlastností na chování kapaliny, ať už vlivem skluzu nebo nevhodně zvolené drsnosti stěn. Na základě mnoha odborných prací (např. T. Sochi [28], Wang [10] atd.) jsou prokazatelně zdokumentované výrazné změny v chování kapaliny. Při vzniku skluzu dochází k signifikantnímu poklesu celkového tlakového spádu, který vede i ke snížení meze toku sledované kapaliny. Pokud obtékané stěny potrubí nebo štěrbině mají příliš velkou drsnost, nedochází ke vzniku skluzu, ale k lokální tvorbě turbulentního proudění, které následně zkresluje naměřené veličiny. Experimentální ověřování vlivu skluzu nebo drsnosti na chování konkrétní kapaliny je komplikované. Prakticky není možné použít takovou drsnost, aby byl vznik skluzu úplně potlačen a zároveň drsnost neiniciovala lokální turbulence. Přes všechny tyto problémy existuje způsob, jak jejich vliv separátně určit, a to při měření magnetoreologických kapalin. Při obtékání ocelových povrchů magnetoreologickou kapalinou v aktivovaném stavu dochází ke vzniku tzv. „efektu kotvy“. Tento efekt zapříčiní potlačení vzniku skluzu a tím dovolí měřit pouze vliv drsnosti na chování magnetoreologických kapalin při různých drsnostech.

2.5.1 Drsnost stěn

Tato podkapitola popisuje vliv drsnosti stěn štěrby na celkový tlakový spád magnetoreologické (MR) kapaliny, a tím i dopad na chování kapaliny jako celku [10]. MR kapaliny vznikají smícháním nosného oleje a feromagnetických kovových částic. Jakmile se MR kapalina dostane do magnetického pole, dochází ke vzniku magnetoreologického jevu. Při magnetoreologickém jevu se jednotlivé částice shlukují do řetězovité struktury ve směru magnetických siločar. Tímto pohybem dochází ke změně skupenství MR kapaliny, z kapaliny na pevnou látku. Této skutečnosti využil Wang [10] se svým týmem pro ověření vlivu drsnosti na chování MR kapalin při použití různých materiálů stěn štěrby – plast, nikl a ocel. Různé materiály jsou voleny s ohledem na jejich různé magnetické vlastnosti, které se projevují v aktivovaném stavu MR kapaliny.

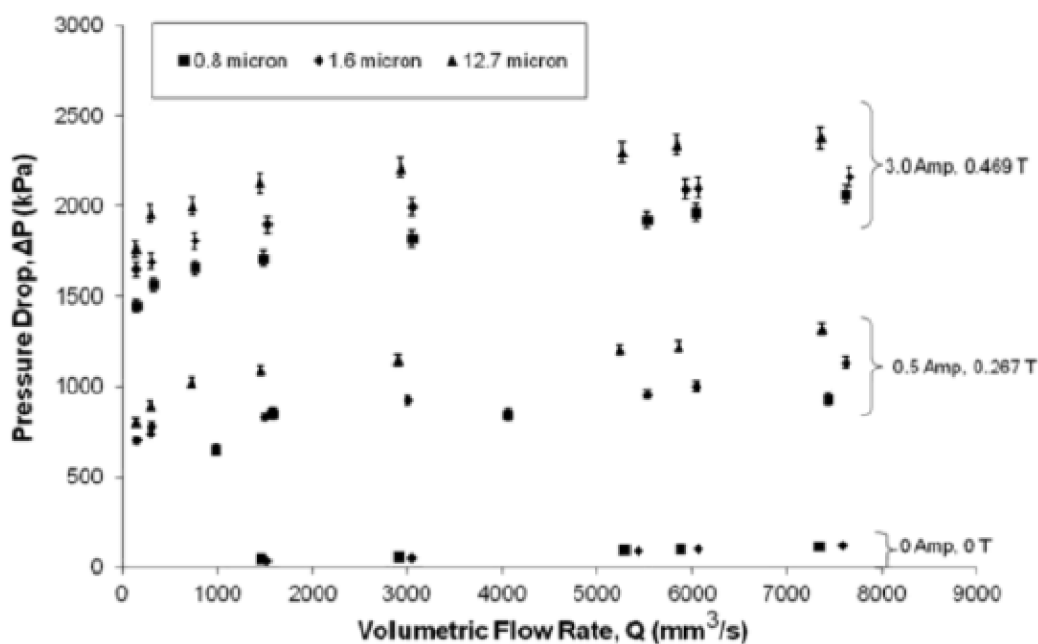
Prvním materiálem použitým pro experimentální ověření vlivu drsnosti na chování MR kapaliny je plast. Wang při svých měřeních zjistil, že pokud se MR kapalina nachází v neaktivovaném stavu (0 A), tak drsnost povrchu nemá žádný vliv na hodnotu tlakového spádu, jelikož hodnota tlakových ztrát v průběhu celého měřicího rozsahu objemového průtoku MR kapaliny je totožná. Tento trend je zachycen na obr. 2-26. Avšak při aktivaci MR kapaliny, dochází ke značnému nárůstu vlivu drsnosti na tlakový spád a tlakové ztráty. S rostoucí hodnotou drsnosti stěny (R_a) rovněž roste i hodnota tlakových ztrát. Také je zřetelné, že při vyšších hodnotách síly magnetického pole je nárůst tlakových ztrát markantnější. Tyto závislosti v chování MR kapaliny jsou zaznamenány pro různé drsnosti stěn na obr. 2-26.



obr. 2-26 Vliv drsnosti stěn štěrby z plastu na tlakový spád [10]

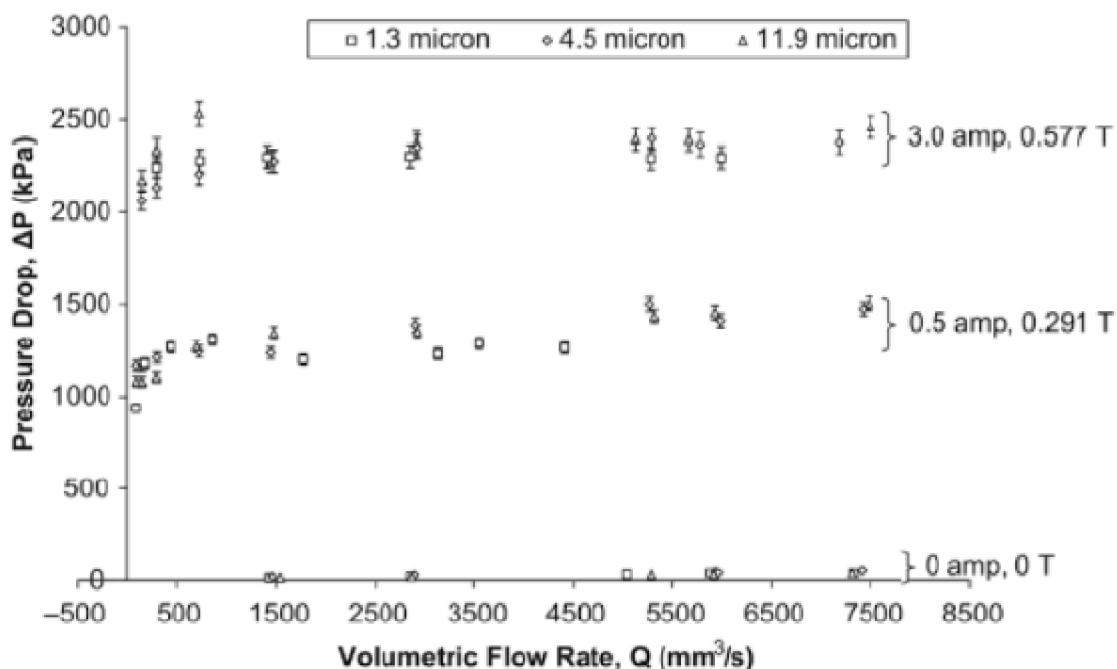
Wangovi se povedlo ověřit, že při zvyšování drsnosti stěn štěrbině dochází k nárůstu tlakového spádu ve štěrbině bez potřeby zvyšování síly magnetického pole.

Při použití stěn z niklu lze sledovat podobný vliv drsnosti na tlakové ztráty a tlakový spád jako při použití stěn z plastu. Pokud je MR kapalina v neaktivovaném stavu, tak drsnost stěn má minimální vliv na velikost tlakových ztrát, a tím i na velikost hodnoty tlakového spádu. Toto chování se opět potvrdilo pro celý rozsah objemových průtoků MR kapaliny. Na druhé straně v aktivovaném stavu MR kapaliny je vliv drsnosti mnohem zřetelnější než v neaktivovaném stavu MR kapaliny. Se zvyšující se hodnotou drsnosti se zvyšuje i hodnota tlakových ztrát. Přestože je nikl ferromagnetický, je vliv povrchu na měření tlakových ztrát značný. Tento vliv lze objasnit pomocí permeability, jelikož nikl má nižší permeabilitu než kovové části MR kapaliny. Z tohoto důvodu dochází v místech nerovností na stěnách štěrbině ke tvorbě lokálních oblastí s vyšší hodnotou intenzity magnetického pole než v jiných částech stěn štěrbině. To je příčinou zachytávání vyššího počtu kovových částic MR kapaliny v místech nerovností. Čím více se částice zachytávají, tím razantnější je nárůst tlakového spádu v celém objemu MR kapaliny. Tato tvrzení vyplývají z experimentálních měření provedených Wangem (2014) [10], jež jsou znázorněna na obr. 2-27.



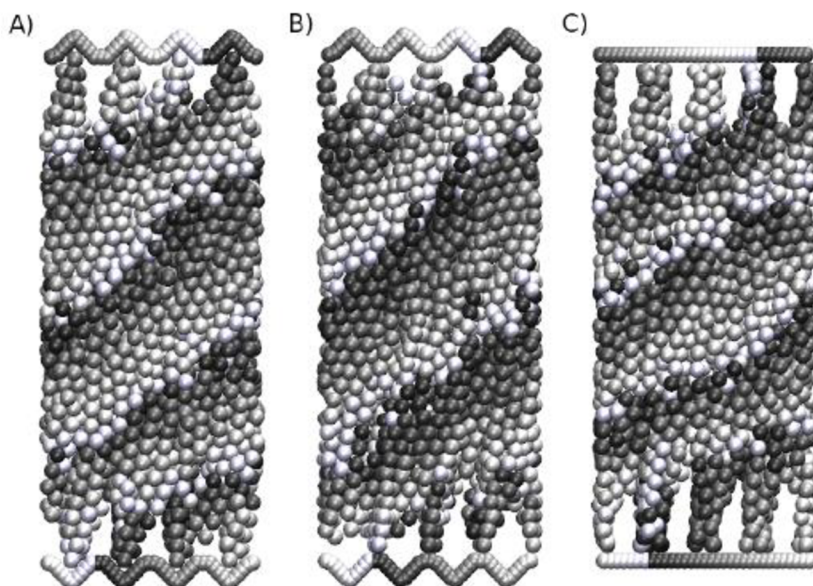
obr. 2-27 Vliv drsnosti stěn štěrbině z niklu na tlakový spád [10]

Z výzkumu vlivu drsnosti na tlakový spád při použití ocelových stěn štěrbin je patrné, že vliv drsnosti na tlakový spád je mnohem menší než při použití niklu nebo plastu (viz obr. 2-28). Snížení vlivu drsnosti je způsobováno velikostí relativní magnetické permeability ocelových stěn, která je blízká relativní permeabilitě kovových částic MR kapaliny. Následné interakce mezi stěnou a částicemi MR kapaliny jsou natolik silné, že při nich dochází k minimálním rozdílům v hodnotě tlakového spádu při odlišných hodnotách drsnosti stěn štěrbin. Tyto silné interakce podporují skutečnost, že při použití ocelových stěn je hustota toku v drážkách minimální, a proto se částice v nerovnostech téměř nezachytávají. Oproti tomu u plastových nebo niklových stěn je hustota toku nejvyšší právě v místech nerovností, kde se zachytává největší množství částic. Důsledkem toho je nárůst lokálního magnetismu. Tomuto efektu se říká „efekt kotvy“. Efekt kotvy způsobuje silnou interakci mezi částicemi v nerovnostech a částicemi stěn štěrbin. Zmíněná interakce zabraňuje skluzovému pohybu MR kapaliny po stěně štěrbin. Tudiž může dojít k naprostému potlačení vlivu skluzu na chování MR kapaliny počas měření.



obr. 2-28 Vliv drsnosti stěn štěrbin z oceli na tlakový spád [10]

Obr. 2-29 znázorňuje efekt kotvy při použití nehomogenního magnetického pole s drážkovanými stěnami. Obrázek A zobrazuje chování MR kapaliny, kdy se lokální maximum intenzity magnetického pole vytváří uvnitř drážkování. V těchto místech dochází ke vzniku efektu kotvy. Na obrázku B je zobrazeno chování MR kapaliny, kdy jsou lokální minima intenzity magnetického pole uvnitř drážkování. Obrázek C znázorňuje hladké stěny, na kterých jsou patrná místa s maximem a minimem intenzity magnetického pole.

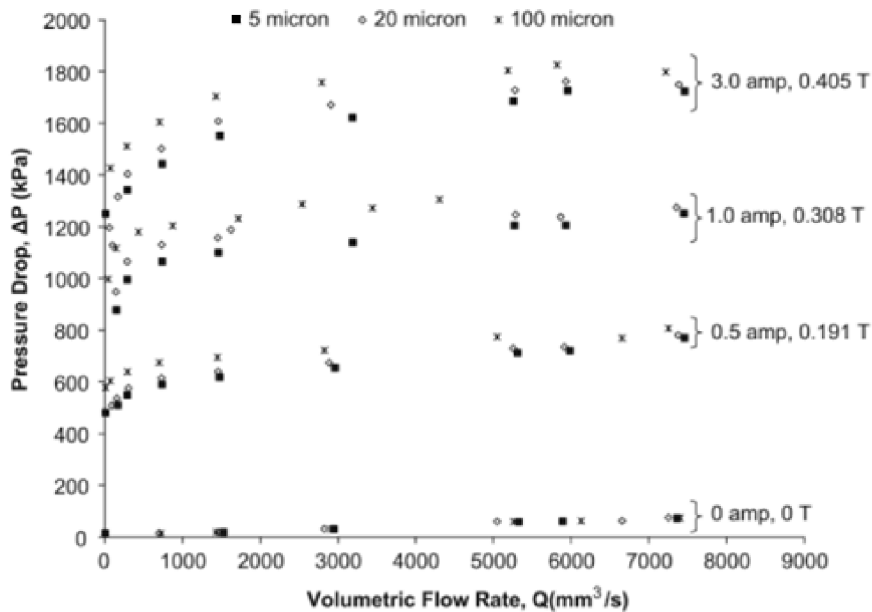


obr. 2-29 Ilustrace efektu kotvy při použití nehomogenního magnetického pole a drážkovaných stěn [10]

Stejných výsledků dosáhly i výzkumy pod vedením Lemairem E. (1991) [29], Launem H. M. (2011) [30] nebo Lagerem H. G. (2013) [31], který provedl měření vlivu drsnosti stěn štěrbin na tvar rychlostního profilu za použití reometru s konfigurací štěrbin disk na disk.

2.5.2 Pórovitost stěn

Jednou s povrchových vlastností stěn štěrbin nebo potrubí může být i pórovitost, která stejně jako drsnost má výrazný vliv na chování suspenzí kapalin obsahujících částice [10]. Pro komplexní ověření vlivu pórovitosti na tlakový spád a tlakové ztráty ve štěrbině byly Wangem použity reprezentativní vzorky o pórovitosti 5 μm , 20 μm , 100 μm pro B_{air} 0 T, 0.191 T, 0.308 T, 0.405 T. Tyto hodnoty magnetické indukce korespondují s hodnotami vstupního napětí do magnetického obvodu 0 A, 0.5 A, 1.0 A, 3.0 A. Obr. 2-30 popisuje funkční závislost mezi tlakovým spádem a silou magnetického pole. Se vzrůstající silou magnetického pole rapidně narůstá i hodnota tlakového spádu. To znamená, že se vzrůstající silou magnetického pole se mění zdánlivá viskozita MR kapaliny.



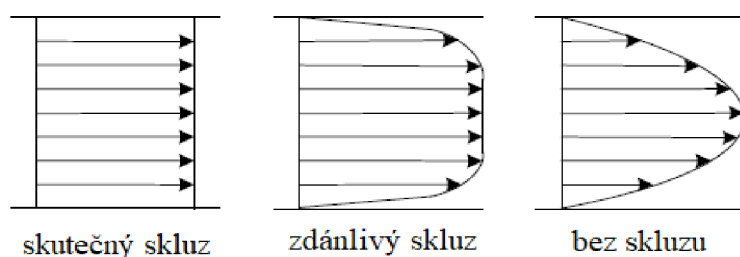
obr. 2-30 Vliv pórovitosti stěn štěrby na tlakový spád [10]

Z obr. 2-30 je patrný i fakt, že při neaktivovaném stavu MR kapaliny (0 A) se hodnota tlakového spádu téměř nemění. Toto chování si MR kapaliny zachovávají pro celý měřicí rozsah objemového průtoku kapaliny. Z neměnnosti tlakového spádu vyplývá, že pórovitost má minimální efekt na hodnotu tlakového spádu. Pokud je MR kapalina uvedena do aktivovaného stavu, dochází ke zřetelnému nárůstu tlakových ztrát při zvyšující se pórovitosti povrchu stěn štěrby. Tento jev je způsoben tím, že čím je větší pórovitost stěn štěrby, tím se částice MR kapaliny snadněji zachytávají v pórech. Se zvyšujícím se podílem částic zachycených v pórech narůstá na povrchu vzorku síla magnetického pole.

Vliv drsnosti nebo pórovitosti štěrby, jak dokazují zmíněné experimenty, jsou důležité vlastnosti reometru, neboť ovlivňují nejenom velikost celkového tlakového spádu, ale také velikost skluzu. Jakmile se vytvoří skluz, dochází k rozdílu hodnot smykového napětí v řádech desítek procent a výrazně se mění hodnota meze toku. Pokud by tento rozdíl nebyl zohledněn v matematickém modelu nebo při vyhodnocování naměřených dat newtonských kapalin, nelze získané reologické parametry považovat za přesné.

2.5.3 Skluz na stěnách štěrby

Při proudění kapaliny skrz potrubí dochází ke vzniku skluzu tehdy, když se u suspenzí její částice přemísťují z okrajů stěn směrem ke středu potrubí, tedy směrem k proudnici [30]. Příímým důsledkem tohoto přemísťování částic nebo molekul kapalin je tvorba nízko-viskózní vrstvy, která vzniká oddělením jednotlivých fází kapaliny od sebe [33, 34]. Vznik zdánlivého skluzu je iniciován rozdílným reologickým chováním kapaliny ve skluzové vrstvě a ve zbytku objemu kapaliny. V určitých situacích může být tento druh skluzu iniciován i fyzikálně-chemickou interakcí (mezi částicemi vícefázové kapaliny a stěn potrubí), která je generována pohybem částic v průtočném průřezu kapaliny [35]. U jednofázových kapalin, tj. kapalin, které neobsahují kovové nebo jiné částice, dochází ke vzniku tzv. skutečného skluzu (viz obr. 2-31). Skutečný skluz vzniká tehdy, když kapalina v místě styku kapaliny a stěny ztrácí svou adhezi. V důsledku ztráty adhezní nebo kohezní složky kapaliny dochází ke klouzání kapaliny jako celku po stěnách potrubí. Vliv skluzu je nejzřetelnější při velmi nízkých smykových spádech s použitím velmi viskózní kapaliny při velmi nízkých drsnostech povrchů stěn. Při této konstelaci může docházet k poklesu celkového tlakového spádu v potrubí až o 80 %.

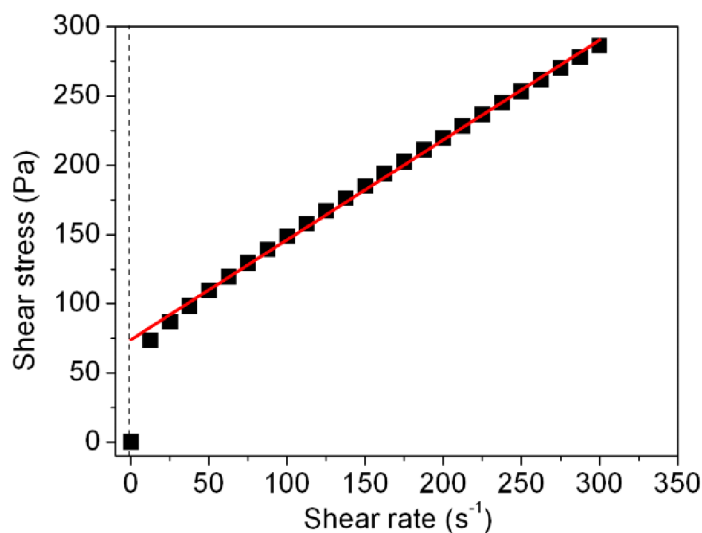


obr. 2-31 Ilustrační ukázka druhů skluzu pro laminární proudění [36]

K matematickému popisu a experimentálnímu sledování skluzu na stěnách potrubí je možné přistoupit několika způsoby. Jedním ze způsobů je sledovat vývoj reologických parametrů kapaliny (mez toku, smykovou rychlost nebo vývoj tlakového spádu v potrubí) při použití různých druhů kapalin s různou rychlostí agregace částic. Tímto výzkumem se zabíral např. Caballero-Hernandez J. (2016) [37].

Pro sledování vzniku skluzu na stěnách štěrby použil Caballero-Hernandez J. (2016) [37] tři odlišné MR kapaliny, které se lišily typem základového oleje. První kapalina (MR1) obsahovala železné částice rozptýlené v iontové kapalině (1-ethyl-3-methylimidazolium diethylphosphate), druhá kapalina (MR2) byla složena ze stejných železných částic, ale rozptýlených v minerálním oleji. Třetí kapalina (MR3) byla tvořena železnými částicemi rozptýlenými v minerálním oleji obohaceným surfaktantem (AlSt). Surfaktant v této kapalině snižoval rychlost agregace částic. Všechny tři testovací kapaliny obsahovaly 50 obj.% železných částic.

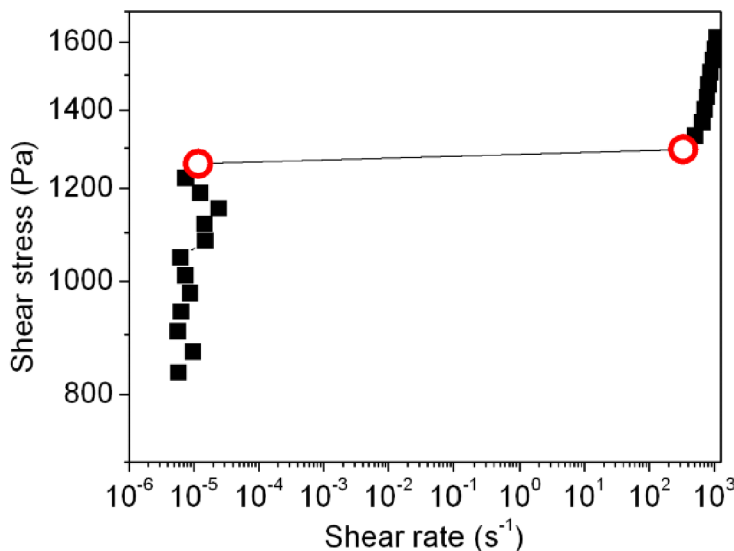
Měření při konstantní hodnotě smykového spádu s monitorováním hodnot smykového napětí určilo hodnotu dynamické meze toku sledované MR kapaliny. V první fázi měření (po dobu jedné minuty) došlo k promíchání MR kapaliny v neaktivovaném stavu. Následně se na 30 s spustil elektromagnet, který vytvářel vnější magnetické pole a tím se kapalina aktivovala – spustil se magnetoreologický jev. Po aktivaci kapaliny se opět aplikovala lineární rampa v rozsahu smykového spádu $0-300 \text{ s}^{-1}$ ve 25 krocích, kdy se v každém kroku udržovala konstantní rychlost po dobu 10 s. Hodnoty z každého kroku se zprůměrovaly. Na základě těchto principů a úprav byla vytvořena grafická závislost smykového napětí na smykovém spádu obr. 2-32.



obr. 2-32 Grafická závislost smykového napětí na smykovém spádu pro MR3 se silou magnetického pole 4 kA/m – dynamická mez tekutosti [37].

Naměřená data smykového napětí se proložila Herschel-Bulkleyho reologickým modelem, kde směrnice k tomuto modelu v bodě meze tekutosti určovala hodnotu dynamické meze tekutosti, tj. moment kdy došlo k toku MR kapaliny. Ze srovnání Herschel-Bulkleyho modelu a křivky naměřených dat je patrný odklon. Tento odklon je nejvýraznější při nízkých smykových spádech s velmi koncentrovanou kapalinou, kdy dochází ke vzniku nízko viskózní vrstvy (skluzu).

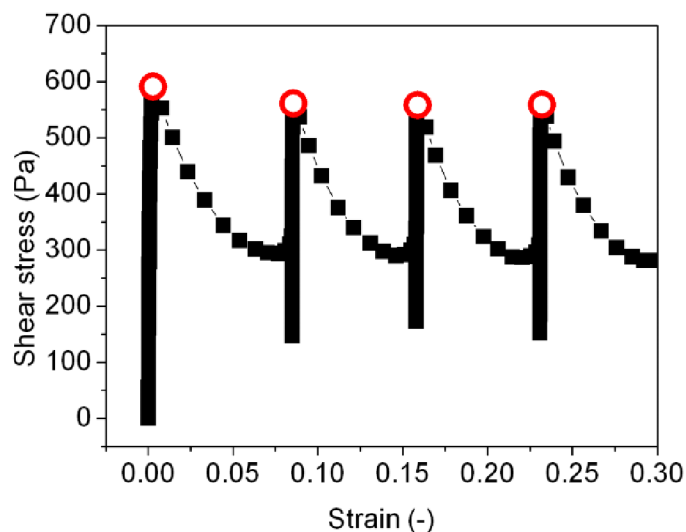
Druhým testovacím měřením, při kterém se v každém kroku udržovalo konstantní smykové napětí, se monitorovala změna smykového spádu. Proces testování MR kapalin byl obdobný jako při prvních testovacích pokusech. Poslední krok druhého testování se od zmíněného procesu lišil použitím logaritmické rampy místo lineární rampy s jiným rozsahem. Rozsah logaritmické rampy byl pro každé měření uzpůsoben tak, aby pokrýval hodnotu bodu tekutosti a jeho blízké napěťové okolí. Tímto způsobem získal Cabllero-Hernandez hodnotu statické meze tekutosti. To je minimální hodnota smykového napětí potřebná pro iniciaci prvotních trhlin v řetězovité struktuře MR kapalin. Obrázek 2-33 popisuje křivku smykového spádu a příslušného smykového napětí vytvořeného v logaritmickém měřítku.



obr. 2-33 Grafické závislosti smykového napětí na smykovém spádu pro MR2 se silou magnetického pole 32 kA/m – statická mez tekutosti [37].

Z takto vytvořené závislosti se vybraly dva nejbližší body, které se nacházejí těsně předtím, než začne kapalina téct, a dva nejbližší body, které jsou naměřeny poté, co kapalina už proudí. První dva zmíněné body (před tokem kapaliny) korespondují s maximálně dovoleným smykovým napětím, jenž může působit na kapalinu, aniž by docházelo k borcení řetězovité struktury částic v aktivované MR kapalině. Dva body vyšší než mez tekutosti určují minimální hodnotu smykového napětí, jenž je potřebná pro uvedení kapaliny do tekutého stavu – do režimu proudění. Toto smykové napětí je označováno Cabllero-Hernandez J. jako statická mez tekutosti. Při použití více bodů pro definici statické meze tekutosti roste přesnost jejího výpočtu.

Podstatou třetího typu měření bylo sledování smykového napětí za předpokladu, že hodnota smykové deformace byla konstantní. Kroky měření jsou obdobné jako v předcházejících měřeních, liší se posledním krokem, kde se sleduje deformace MR kapaliny v rozsahu od 0-0.3 s po celkovou dobu měření 10 s. V tomto rozsahu se po 25 krocích za dobu 10 s určila hodnota smykového napětí korespondující se smykovou deformací. Z naměřených hodnot se vytvořila křivka, která je znázorněna na obrázku 2-34.

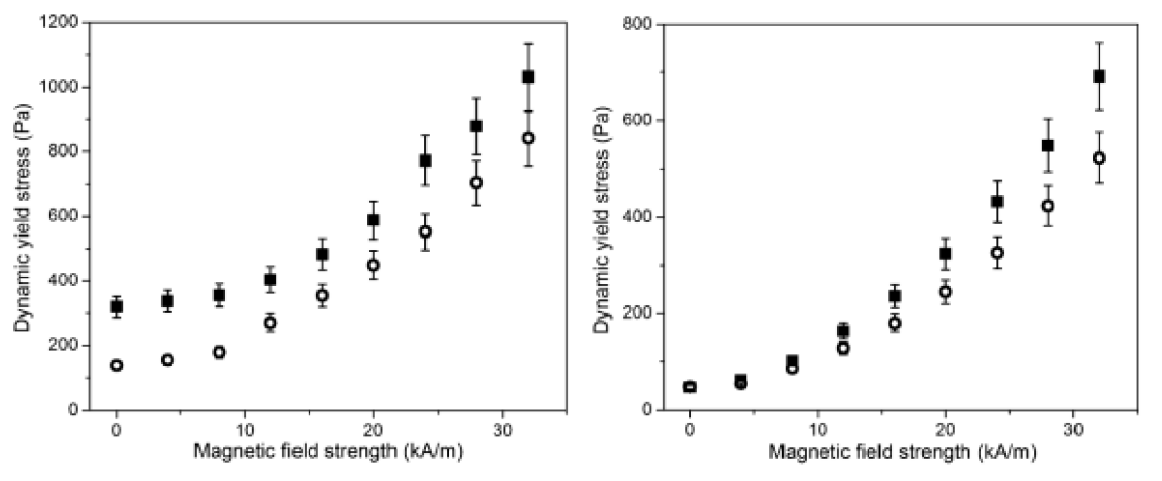


obr. 2-34 Grafické závislost smykového napětí na přetvoření kapaliny pro MR2 se silou magnetického pole 4 kA/m – statická mez tekutosti [37].

Konkávní tvar naměřené křivky odpovídá teoretické závislosti smykového napětí na smykovém přetvoření, který se obvykle používá pro výpočet meze toku MR kapalin. Maxima křivky znázorňují nejvyšší hodnotu mechanického napětí, které struktura kapaliny vydrží před svým zborcením. Okamžitě po zborcení struktury kapaliny dochází k dramatickému poklesu hodnoty smykového napětí, dokud částice struktury opět neobnoví původní strukturu. Celkový proces borcení a následné rekonstrukce struktury se neustále opakuje. Maximální hodnoty napětí v každém cyklu tohoto procesu reprezentují statickou mez tekutosti.

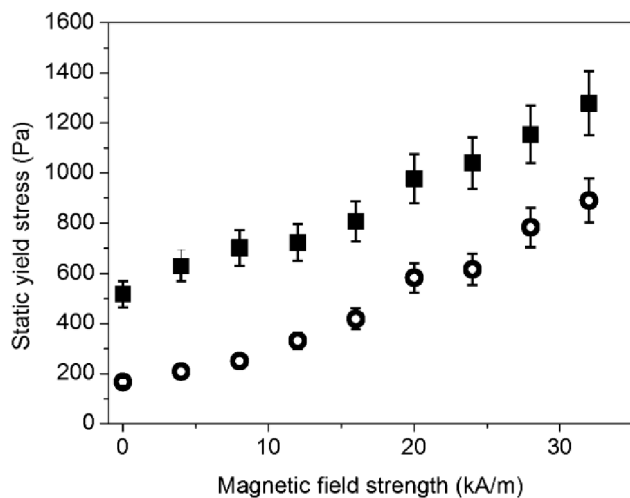
Všechny tři zmíněné metody popisují získávání hodnot statické a dynamické meze tekutosti, na kterých lze znázornit společný vliv skluzu a drsnosti stěn na chování MR kapalin, protože při měření nebyl použit dokonale hladký povrch, pro který lze předpokládat nulový vliv drsnosti na chování sledované kapaliny.

Výsledkem těchto měření bylo zjištění, že drsnost povrchu (tedy i skluz) má podstatný vliv na hodnoty meze dynamické tekutosti. Při použití kapaliny MR1 se rozdíl mezi hodnotou dynamické meze tekutosti na drsném a hladkém povrchu v celé šíři měřeného rozsahu magnetického pole značně rozchází. Pro silně disperzní kapalinu MR3 se rozdíl mezi měřenými hodnotami dynamické meze tekutosti v oblasti nízké intenzity magnetického pole cca 0-5 kA/m dá zanedbat. S narůstající intenzitou magnetického pole se rozdíl v naměřených hodnotách zvětšuje. Tyto projevy v chování kapalin MR1 a MR3 jsou znázorněny na obr. 2-35.

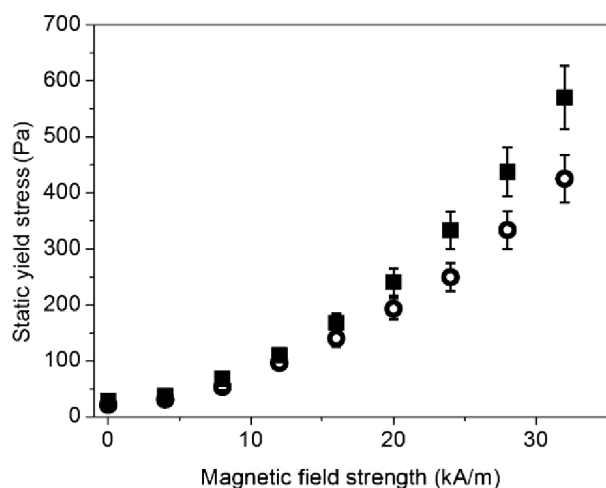


obr. 2-35 Srovnání vlivu stěn štěrby s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na dynamickou mez tekutosti, vlevo pro MR1 a vpravo MR3 [37]

Caballero-Hernandez J. provedl analýzu vlivu shlukování kovových částic MR kapaliny i na hodnotu statické meze tekutosti [35]. Obrázky 2-36 a 2-37 poukazují na rozdíly hodnot statické meze tekutosti při použití drsných (■) nebo hladkých (○) stěn štěrby v závislosti na použitém typu MR kapaliny (MR1 – minimální disperze, MR3 – maximální disperze) s rozdílnou rychlostí agregací částic.



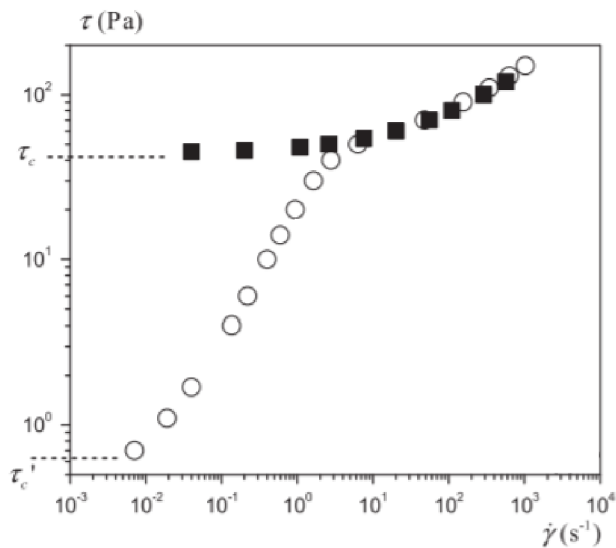
obr. 2-36 Srovnání vlivu stěn štěrby s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na statickou mez tekutosti při použití MR1 [37]



obr. 2-37 Srovnání vlivu stěn štěrby s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na statickou mez tekutosti při použití MR3 [37]

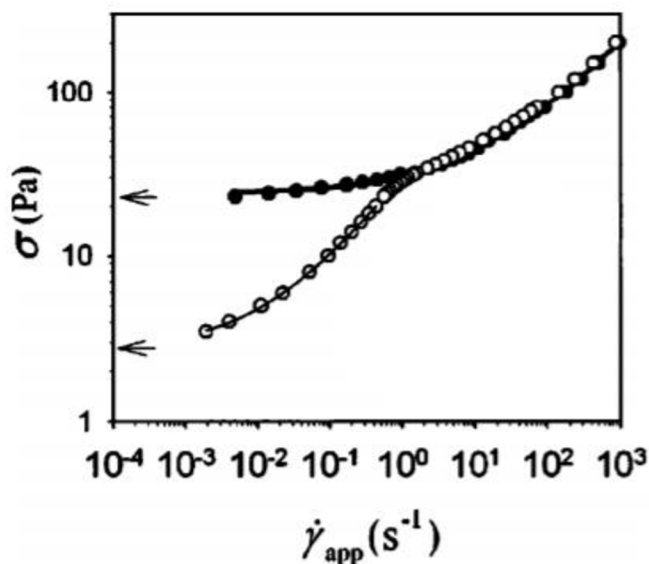
Ze zjištěné poznatků vyplývá, že vlivy drsnosti, skluzu a disperzity jsou důležité pro přesné měření reologických parametrů. Při použití hladkého (leštěného) povrchu a silně disperzní MR kapaliny lze při nízké intenzitě magnetického pole (do 5-15 kA/m) rozdíl mezi naměřenými hodnotami mezi tekutosti zanedbat (viz. obr. 2-37). Avšak při použití vyšších intenzit magnetického pole a málo disperzní MR kapaliny, je rozdíl naměřených dat mezi tekutosti výrazný (viz. obr. 2-36). Za těchto podmínek rozdíl mezi reálnou a naměřenou dynamickou nebo statickou mezi tekutosti může nárůst až na 30 %. Z těchto poznatků vyplývá, že velikost hodnot statické nebo dynamické meze tekutosti je silně ovlivňována přítomností skluzu na stěnách štěrby a zároveň schopností MR kapaliny dispergovat částice v nosné kapalině. Vliv turbulencí na hodnoty statické a dynamické meze tekutosti je zanedbatelný, jelikož všechna měření probíhají pouze při laminárním proudění.

Existuje ještě jeden způsob, jak experimentálně ověřit vliv skluzu na chování kapaliny, a to je srovnáním chování kapaliny při obtékání dokonale hladké geometrie (maximální vliv skluzu a potlačení vlivu drsnosti) a geometrie s určitou drsností (kombinace vlivu skluzu a drsnosti). Touto cestou se dal ve své práci i Xhang (2017) [38], který sledoval vliv skluzu na mez toku u suspenzních kapalin (koncentrovaná emulze z 82 %). Toto měření probíhalo na reometru typu disk-disk, kdy při jednom typu měření byly použity oba disky o stejné drsnosti a při druhé sadě měření se jeden z disků zaměnil za výrazně hladší disk. Experimentálně naměřená data jsou na obr. 2-38.



obr. 2-38 Ukázka vzniku skluzu při měření koncentrované emulze z 82 %, oběma drsným diskům odpovídají ■, při použití jednoho hladké disku ○[38]

Xhang dospěl ke stejnému závěru jako Caballero-Hernandez J. [37] nebo Bonnecaze (2004) [39], protože z obr. 2-38 jasně vyplývá, že skluz má výrazný vliv na chování kapaliny při velmi nízkých hodnotách smykového spádu. Při dosažení smykového spádu kolem 100 s^{-1} je rozdíl v naměřeném smykovém napětí mezi drsnými povrchy a jedním drsným a jedním hladkým zanedbatelný. Pro skluz je patrná výrazně nižší mez toku. Současně si lze povšimnout, že obrázky 2-38 a 2-39 jsou si velmi podobné co se týče trendu skluzu a jeho vlivu na chování neneutonské kapaliny.



obr. 2-39 Měření chování mikrogelových past Bonnecaze (2004) - ● drsný povrch, ○ hladký povrch [39]

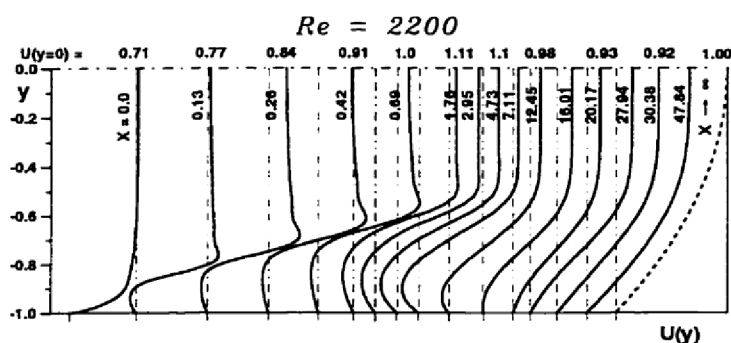
3 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE

3.1 Analýza problému

Nenewtonské kapaliny nachází uplatnění prakticky ve všech průmyslových odvětvích, kdy svými vlastnostmi velmi výrazně ovlivňují fungování zařízení, přístrojů ale i celých systémů (např. chladicí systémy). Tomu, aby matematický model nenewtonské kapaliny odpovídal reálnému chování, je potřeba detailně znát a popsat chování nenewtonských kapalin v konkrétních zařízeních při určitých okrajových podmínkách, které mohou v průběhu provozu nastat. Z rešerše vyplývá, že na naměřené reologické parametry má zásadní vliv zvolený reologický model a vznik nestabilního proudění. Nestabilní proudění vzniká při nevhodně zvolené drsnosti stěn štěrbin, s kterou se pojí i vznik skluzu a skluzové vrstvy na stěnách štěrbin nebo vzniku vírů. Vlivem drsnosti a skluzu dochází ke změnám tvarů tokových křivek a rychlostních profilů konkrétní nenewtonské kapaliny.

Nestabilní proudění může vznikat v reometrech dvěma hlavními způsoby. Prvním iniciátorem nestabilit v reometru jsou povrchové vlastnosti stěn štěrbin. Volba drsnosti stěn štěrbin podmiňuje také tvorbu turbulencí. Se zvyšující se hodnotou drsnosti jsou nerovnosti stěn znatelnější. Při jejich obtékání dochází ke vzniku vírů, které způsobují změnu tvaru tokových křivek a rychlostních profilů. Problematika drsnosti souvisí také se vznikem skluzu na stěnách štěrbin. Projevem skluzu je rozdíl hodnot statické a dynamické meze toku v nenewtonských kapalinách. Největší rozdíl hodnot nastává při nízkých smykových spádech a při měření s hladkým povrchem stěn štěrbin reometru. Zvýšením drsnosti stěn štěrbin dojde k poklesu vlivu skluzu na meze toku, k větší tvorbě turbulencí, které vznikají při obtékání nerovností stěn.

Druhým iniciátorem nestabilního proudění v reometru je vliv vstupní a výstupní oblasti štěrbin, jejichž tvar ovlivňuje velikost tlakových ztrát ve štěrbinách. Na vstupních stěnách štěrbin vznikají tlakové ztráty, které jsou způsobeny vířením nenewtonské kapaliny. Vířením kapaliny dochází k nestabilnímu proudění, které se projeví na tvaru rychlostního profilu a rychlosti jeho utvoření. Z toho vyplývá, že rychlostní profil potřebuje určitou vzdálenost od vstupní oblasti štěrbin, aby se mohl stabilizovat a odpovídal matematickému popisu. Se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem se tato délka stabilizačního pásma zvyšuje. Na obrázku 3.1 je ilustrativně znázorněna závislost mezi tvarem rychlostního profilu ve štěrbině reometru a stabilizační délkou proudění při konkrétní hodnotě Reynoldsova čísla.



obr. 3-1 Korelace mezi velikostí Reynoldsova čísla, rychlostí proudění, vzdáleností do vstupní oblasti štěrbinu a tvarem rychlostního profilu kapaliny [25]

3.2 Analýza, interpretace a zhodnocení poznatků z rešerše

V rešerši proběhlo srovnání nejběžnějších reologických modelů používaných pro popis chování neneutonských kapalin. Z jejich srovnání vyplývá, že pro neneutonské kapaliny s patrnou mezí toku je možné použít tři základní modely. Biviskózní model je velmi přesný, ale není vhodný pro použití při měření na slit-flow reometru, protože reometr neumožňuje měření viskozity neneutonské kapaliny v různých částech štěrbinu. Použitím Herschel-Bulkleyho reologického modelu lze podchytit i pseudoplastické nebo dilatantní chování neneutonských kapalin, což Binghamův model neumožňuje. Z těchto důvodů se Herschel-Bulkleyho reologický model jeví jako nejvhodnější pro popis rychlostního profilu neneutonských kapalin s patrnou mezí toku. Pro obecný popis kapaliny s nulovou mezí toku je nejvýhodnější použití Carreaova nebo Crossova reologického modelu. Tyto dva modely jako jediné dokážou popsat chování neneutonské kapaliny v celém rozsahu smykového spádů. Avšak jejich přesnost je podmíněna matematickou náročností, kdy jejich řešení nelze provést čistě analyticky, ale musí se použít základní numerické metody (metoda bisekce, interpolační metoda atd.). V praxi může nastat situace, že v užších intervalech smykových spádů mohou být přesnější i jiné reologické modely než Carreaův a Crossův model. Všechny modely použité v této práci jsou přehledně shrnuty do následující tabulky 3-1.

tab. 3-1 Přehled reologických modelů

Reologický model	Rovnice	Popis
Newton	$\tau_{yx} = \eta \cdot \dot{\gamma}_{yx}$	
Mocninný (Power-Law)	$\tau_{yx} = K \cdot \dot{\gamma}_{yx}^n$	K – index konzistence n – reologický parametr $n = 1$ newtonská kapalina $n < 1$ pseudoplastická kapalina $n > 1$ dilatantní kapalina
Carrea	$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (\lambda \cdot \dot{\gamma}_{yx})^2]^{\frac{n-1}{2}}$	n – reologický parametr λ – relaxační koeficient $n = 1$ nebo $\lambda = 0$ - newtonské chování
Cross	$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \frac{1}{1 + k \cdot (\dot{\gamma}_{yx})^{1-n}}$	n – reologický parametr k – reologický parametr $k \rightarrow 0$ – newtonské chování
Ellis	$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left \frac{\tau_{yx}}{\tau_{\frac{1}{2}}} \right ^{\alpha-1}}$	α – Ellisův parameter $\tau_{\frac{1}{2}}$ – hodnota smykového napětí, při kterém zdánlivá viskozita poklesne na polovinu své hodnoty
Bingham	$\tau = \tau_y + \eta_0 \cdot \dot{\gamma}$ když $ \tau \geq \tau_y$ $\dot{\gamma} = 0$ když $ \tau < \tau_y$	
Herschel-Bulkley	$\tau = \tau_y + K \cdot \dot{\gamma} ^n$ když $ \tau \geq \tau_y$ $\dot{\gamma} = 0$ když $ \tau < \tau_y$	K – index konzistence n – reologický parametr τ_y – mez toku $n = 1$ binghamská kapalina $n < 1$ pseudoplastická kapalina
Casson	$\sqrt{ \tau_{yx} } = \sqrt{ \tau_0 } + \sqrt{\eta \cdot \dot{\gamma}_{yx} }$ pro $ \tau_{yx} > \tau_0 $ $\dot{\gamma}_{yx} = 0$ pro $ \tau_{yx} < \tau_0 $	τ_0 – mez toku
Biviskózní	$\tau = \eta_1^* \cdot \frac{du}{dy}$ pro $ \tau \leq \tau_y^*$ $\tau = \eta_2^* \cdot \frac{du}{dy} + \tau_y^* \cdot (1 + \frac{\eta_2^*}{\eta_1^*}) \cdot \text{sgn}(\frac{du}{dy})$ pro $ \tau > \tau_y^*$	τ_y^* - zdánlivá mez toku η_1^* a η_2^* - dynamické viskozity nenewtonská kapaliny U – rychlost proudění kapaliny v ose x

Přesnost popisu chování nenewtonské kapaliny může být negativně ovlivněna vznikem nestabilního proudění. Vznik nestabilního proudění při měření na slit-flow reometru způsobuje několik faktorů. Mezi tyto faktory patří: turbulentní proudění, tvar vstupní a výstupní oblasti štěrby, stabilizační délka štěrby, jakost povrchu štěrby. Turbulentní proudění může vzniknout při použití velkých smykových spádů, které se pojí s velkým Reynoldsovým číslem, tzn., že proudění již nelze považovat za laminární. Tvar vstupní a výstupní oblasti štěrby má také podstatný vliv na vznik nestabilního proudění. V těchto oblastech dochází ke skokové nebo kontinuální změně průřezu štěrby, která podmiňuje tvorbu víření kapaliny. Toto víření se po určité době ustálí, a proto je důležité stanovit dostatečnou délku štěrby, aby k této stabilizaci mohlo dojít ještě ve štěrbině.

Při matematickém zohlednění vtokových a výtokových tlakových ztrát je nejproblematictější správně zvolit ztrátový součinitel, neboť v různých literaturách je možné nalézt pro stejné geometrie různé hodnoty ztrátových součinitelů, které se svou hodnotou mohou lišit až o 200 % (např. fluktuace ztrátového součinitele pro zaoblení od 0.5 až 1).

Na tvorbu nestabilního proudění má podstatný vliv jakost povrchu – drsnost a skluz. Oba tyto vlivy působí současně, ale zároveň i protichůdně, tzn. že při maximální drsnosti je skluz minimální. Jejich vzájemná korelace je matematicky popsána vztahem mezi Fanningovým třecím faktorem a skluzovou rychlostí. Obecně tyto veličiny určit nelze, neboť metoda jejich určení je závislá na použitých okrajových podmínkách. Drsnost a skluz mají výrazný vliv na naměřený tlakový spád, který je snadno měřitelný a slouží jako základní veličina vstupující do matematického popisu chování měřené kapaliny.

V publikacích, autoři neuvádějí celý postup odvození rovnice rychlostního profilu pro určité okrajové podmínky, ale pouze uvedou její finální podobu. Když dojde ke změně okrajových podmínek, nelze již tuto rovnici použít a je potřeba vytvořit novou rovnici rychlostního profilu pro nové okrajové podmínky. Taktéž se nikdo z autorů nezaobíral kompletním matematickým zohledněním nestabilního proudění a všech faktorů, které jej iniciují. V odborné literatuře je možné najít publikace, které řeší tento problém, ale řeší jej pouze okrajově. Například se zabývají vlivem skluzu, ale již není zmíněno, zda mají zaručenou stabilitu a ustálení proudění, nebo zda mají konstrukčně vyřešené vstupní a výstupní oblasti z reometru.

3.3 Cíle práce

Cílem práce je popsat vliv nestabilního toku na chování kapalin ve slit-flow reometru. Práce se zaměří zejména na popis vlivu turbulentního proudění, skluzu na stěně štěrbin a na vliv vstupní a výstupní oblasti štěrbin na utváření rychlostního profilu. Podstatnou částí práce je tvorba skriptu pro analýzu naměřených dat, která popisují chování kapaliny, získaných při měření na slit-flow reometru.

Dílčí cíle práce:

- návrh metodiky pro ověření vzniku turbulentního proudění
- návrh metodiky pro popis vlivu skluzu na chování neneutonských kapalin
- konstrukční návrh vstupní a výstupní oblasti štěrbin reometru
- odvození obecných vztahů pro tvorbu rychlostních profilů
- experimentální ověření navržených metod na newtonských kapalinách
- tvorba skriptu pro zjednodušené vyhodnocování naměřených dat
- sestavení závěrů a doporučení pro volbu testovacích podmínek a tvaru vstupní a výstupní oblastí štěrbin vztažených ke konkrétním kapalinám

4 MATERIÁL A METODY

Na základě prostudované odborné literatury je možné celou problematiku této diplomové práce rozdělit do dvou oblastí. První problematickou oblastí je vznik nestabilního proudění spojený s iniciací vzniku dodatečných tlakových ztrát. Tyto ztráty vznikají kvůli skokové změně průtokového průřezu (přechod z průřezu plovoucího pístu na průřez štěrbinu). Vlivem působení nestabilního proudění a tlakových ztrát dochází ke zkreslování naměřených reologických parametrů.

Důležitým parametrem pro matematický popis chování kapaliny je tlakový spád (rozdíl tlaků na vstupu a výstupu ze štěrbinu). Hodnota tohoto tlakového spádu se skládá z následujících složek – tlakový spád generovaný samotnou geometrií štěrbinu $\Delta p_{\text{štěrbinu}}$, tlakový spád zapříčiněný geometrií reometru Δp_{vtok} (tvar vtoku a výtoku ze štěrbinu), pokles tlakového spádu vlivem působení skluzu Δp_{skluz} a přírůstek tlakového spádu vytvářen vlivem drsnosti stěn štěrbinu $\Delta p_{\text{drsnost}}$. Celkový tlakový spád je vyjádřen následující rovnicí (4-1).

$$dp_{\text{sum}} = \Delta p_{\text{štěrbinu}} + \Delta p_{\text{vtok}} + \Delta p_{\text{skluz}} + \Delta p_{\text{drsnost}} \quad (4-1)$$

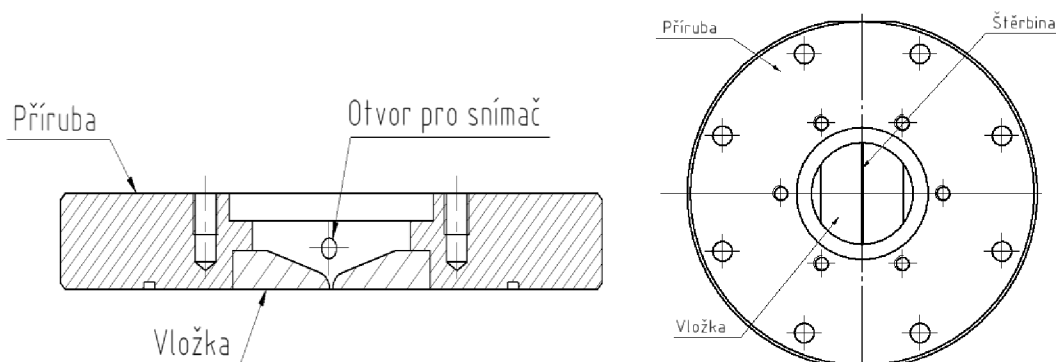
Pro získání přesného popisu chování kapaliny ve štěrbině je žádoucí, aby experimentálně naměřená hodnota tlakového spádu dp_{sum} se maximálně přiblížila k teoretické hodnotě tlakového spádu vznikajícího ve štěrbině $\Delta p_{\text{štěrbinu}}$. Tohoto lze dosáhnout potlačením tlakových spádů způsobených turbulencemi na drsném povrchu, skluzem a tvarem přechodu mezi štěrbinou a vtokem a výtokem kapaliny (popř. vstupní a výstupní oblasti). Tlakové ztráty Δp_{vtok} je možné potlačit pomocí konstrukční změny reometru (návrh vložek – kap.4.1). Zbylé dvě složky tlakového spádu lze velmi těžce matematicky vyčíslit, neboť se změnou drsnosti stěn reometru dochází i ke změně vlivu skluzu.

Druhou problematickou oblastí je samotný matematický popis chování kapaliny. Pro popis chování kapaliny se používají reologické modely. V odborné literatuře je zmíněno nepřeberné množství reologických modelů, které se odlišují rozsahem svého popisu chování kapaliny. Je potřeba jednotlivé reologické modely srovnat s naměřenými daty pro sledovanou kapalinu a zvolit ten nejvhodnější model, který nejpřesněji vystihuje chování sledované kapaliny v celém rozsahu testovacích podmínek použitých při měření. Se změnou testovacích podmínek dochází i ke změně chování sledované kapaliny a tím může dojít i ke změně reologického modelu.

4.1 Konstrukční úprava reometru

Základní princip a schéma reometru je uvedeno a rozebráno v kapitole 2.1. V této kapitole se blíže podíváme na konstrukční úpravu slit-flow reometru. Tato úprava spočívá především v návrhu tvarovaných vložek. Použití vložek má snížit přírůstek tlakového spádu Δp_{vtok} a tím přiblížit experimentálně naměřený tlakový spád matematickému $\Delta p_{štěrbin}$. Jejich návrh je založen na výpočtech uvedených v příloze I, které jsou založeny na základech hydrodynamiky. Ve výpočtech se srovnávala velikost tlakových ztrát bez použití vložek (nynější stav) a při implementaci tvarovaných vložek pro měření s magnetickou a nemagnetickou štěrbinou. Tvar vložky byl podroben matematické analýze tak, aby výsledný návrh byl vyrobitelný, ale zároveň snížil tyto tlakové ztráty na minimum.

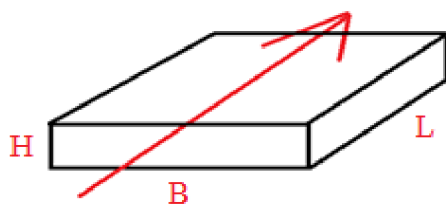
Konstrukčním řešením je použití zaoblených hran vložek (s poloměrem 5 mm) a jejich následným mírným zkosením (zkosení pod úhlem 8°). Zkosení má zabránit zachytávání a agregaci kovových částic suspenzní kapaliny v krajních oblastech vložek. Pokud se nezabrání těmto negativním vlivům, může nastat značné zkreslení naměřených reologických parametrů (především tlakový spád ve štěrbině). Ilustrační obrázek znázorňuje navržený geometrický tvar vložky.



obr. 4-1 Ilustrační obrázek geometrie vložky

4.2 Provozní podmínky reometru

V kapitole 2.1 byla popsána funkce a konstrukce slit-flow reometru, na kterém budou všechna měření probíhat. Tato kapitola je zaměřena na popis provozních podmínek reometru. Nejdůležitějším prvkem celého reometru je štěrbinou o definovaných rozměrech. Ilustrační obrázek štěrbinou je znázorněn na obr. 4-2.



obr. 4-2 Štěrbina

Štěrbina má výšku H (0.6 mm), šířku B (51 mm) a délku L (51 mm). Délku štěrbinu je možné upravovat v závislosti na stabilizační délce, ve které se rychlostní profil ustálí. Reometr také umožňuje měnit množství měřené kapaliny v rozsahu 30-100 ml.

4.2.1 Snímané veličiny

Tlak

Důležitou veličinou, kterou je potřeba snímat je tlak. V reometru se snímá tlak na vstupu a výstupu štěrbinu tzn., že z rozdílu těchto hodnot lze určit hodnotu tlakové spádu, tedy tlakových ztrát. Pro jejich snímání jsou použity tlakové snímače s rozsahem od 0 až 5 barů nebo tlakové snímače od 0 až do 100 barů. Jsou potřeba oba druhy snímačů, protože při měření newtonských kapalin (např. olej Paramo OL-J3), se naměřené tlaky pohybovaly kolem 1-2 barů. Tyto hodnoty tlaků jsou velmi nízké a při použití tlakových snímačů s rozsahem 0-100 barů by naměřený tlak spadl do oblasti šumu a nebylo by možné určit jeho přesnou hodnotu.

Teplota

Další snímanou veličinou v reometru je teplota. Teplota se měří pomocí dvojice teplotních snímačů, které jsou umístěny na vstupu a výstupu ze štěrbinu. Sledování teploty je podstatné, protože s ohřevem kapaliny se pojí její teplotní dilatace. Tato dilatace způsobuje dodatečné tlakové působení, které ovlivňuje naměřené hodnoty reologických parametrů. Testy neneutronských kapalin jsou provozovány v rozsahu teplot 20-80 °C.

Síla a poloha pulzátoru Inova

Siloměr snímá vyvíjenou sílu pulzátoru Inova, jenž je nutná pro iniciaci proudění kapaliny skrz štěrbinu. Snímání síly slouží pouze jako bezpečnostní měření, neboť chrání reometr před přetížením. Pulzátor Inova dokáže vyvinout sílu 40kN při 0–200 Hz s maximálním zdvihem pístu 150 mm. Pro měření neneutronských kapalin se nejčastěji používají podmínky 0.1-0.5 Hz s amplitudou 30 mm. Poloha Inovy je snímána samotným pulzátořem.

Poloha plovoucího pístu

Zásadní měřenou veličinou je poloha horního plovoucího pístu, která je snímána pomocí kompaktního lineárního potenciometrického snímače polohy. Jeho měřicí rozsah je 125 mm. Zapojení senzoru a svázání pohybu snímače s pístem bylo vysvětleno v kapitole 2.1 Slit-flow reometr.

Elektrický proud

Poslední snímanou veličinou je elektrický proud, který je použit pro vytváření magnetického pole v magnetickém obvodu reometru. Velikost proudu určuje velikost intenzity vytvořeného magnetického pole, který slouží k aktivaci MR kapaliny. Na tomto reometru je možné dosáhnout až 400 kA/m intenzity magnetického pole. Pro měření MR kapalin se nejčastěji používá rozsah intenzity magnetického pole 0-145 kA/m.

Veličiny závislé na snímaných veličinách

Pro přesnější popis chování neneutonské kapaliny se používají veličiny, které je možné vypočítat ze snímaných veličin. Mezi tyto veličiny patří rychlost pohybu plovoucího pístu, objemový průtok kapaliny, střední rychlost kapaliny ve štěrbině, smykový spád, smykové napětí a dynamická viskozita měřené kapaliny.

tab. 4-1 Pracovní rozsahy vypočítaných veličin

Veličina	Pracovní rozsah
Rychlost pohybu plovoucího pístu	0.01 – 0.3 m/s
Objemový průtok kapaliny	$7.69 \cdot 10^{-6} - 2.31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
Střední rychlost kapaliny ve štěrbině	0.3 – 1.5 m/s
Smykový spád	3000 – 16000 1/s
Smykové napětí	závisí na hodnotě tlakového spádu
Dynamická viskozita	odvíjí se od hodnoty smykového napětí a smykového spádu

4.3 Matematický popis chování kapalin

Druhá část této práce je zaměřena na odvození teoretické tokové křivky, která bude sloužit pro srovnávání reologických modelů. Na základě srovnání tokových křivek jednotlivých reologických modelů a teoretické tokové křivky se vybere vhodný reologický model, který nejlépe vystihuje chování zkoumané kapaliny v celém rozsahu smykového spádu. Reologické modely se budou srovnávat vzhledem k základnímu zákonu hydrauliky (rovnice (4-1)). Touto rovnicí (4-1) lze získat teoreticky přesnou hodnotu smykového napětí na stěně štěrbin. Její definice je následující

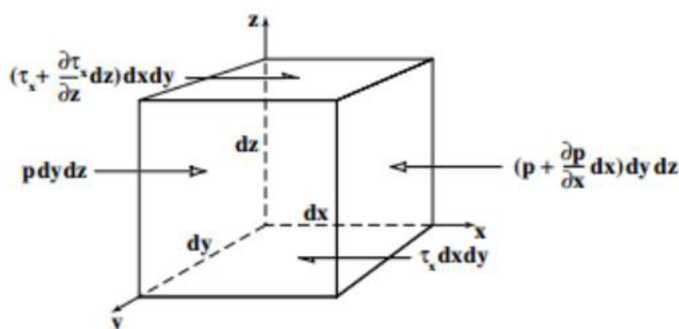
$$\tau_w = \frac{F}{S} = \frac{p}{S^2} \cdot S \quad (4-1)$$

Tato rovnice říká, že smykové napětí na stěně reometru je závislé na síle plovoucích pístů F , která tlačí do kapaliny. Tímto silovým působením je kapalina uváděna do pohybu skrz obsah průtokové plochy S , kterou je kapalina nucena proudit pod tlakem p . Následně pomocí výpočtu objemového průtoku se získá hodnota smykového spádu na stěně štěrbin. Z hodnot smykového napětí a smykového spádu už lze lehce vytvořit tokovou křivku, která je pro srovnání použití jednotlivých reologických modelů klíčová.

4.4 Rychlostní profil pro newtonskou kapalinu

Pro odvození rychlostního profilu newtonské kapaliny se využívá elementární objem kapaliny o infinitezimálních rozměrech dx , dy a dz , který vychází z obr. 4-3 [40]. V tomto případě, kdy kapalina proudí potrubím, se předpokládá, že na elementární objem působí síly pouze v ose x (ve směru proudění). Při pohybu elementárního objemu kapaliny potrubím dochází ke vzniku třecích a tlakových sil. Tyto síly jsou v rovnováze dle rovnice (4-2).

$$p \cdot dy \cdot dz + \left(\tau_x + \frac{\delta \tau_x}{\delta z} \cdot dz \right) \cdot dx \cdot dy = \left(p + \frac{\delta p}{\delta x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz + \tau_x \cdot dx \cdot dy \quad (4-2)$$



obr. 4-3 Rovnovážné působení sil na elementární objem kapaliny [41]

V této rovnici představuje p tlak v ose x a τ_x smykové napětí v ose x . Pokud se rovnice (4-3) matematicky zjednoduší a upraví, dosáhne se rovnice (4-3).

$$\frac{\delta \tau_x}{\delta z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\delta p}{\delta x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (4-3)$$

Pro infinitezimální velikost elementárního objemu kapaliny platí, že $dx \cdot dy \cdot dz \neq 0$. Vzhledem k tomuto předpokladu, je možné obě strany rovnice podělit hodnotou $dx \cdot dy \cdot dz$. Po podělení se získá vztah (4-4). Tento vztah vyjadřuje rovnovážné působení sil na elementární objem kapaliny v ose x .

$$\frac{\delta \tau_x}{\delta z} = \frac{\delta p}{\delta x} \quad (4-4)$$

Smykové napětí vystupující v rovnici (4-4) lze vyjádřit Newtonovým zákonem pro viskozitu.

$$\tau_x = \eta \cdot \frac{dv}{dz} \quad (4-5)$$

Newtonův zákon popisuje smykové napětí τ_x pomocí dynamické viskozity kapaliny η a smykového spádu $\frac{dv}{dz}$. Tato závislost se využívá pro odvození rychlostního profilu kapaliny, kdy se rovnice (4-5) dosadí do rovnice (4-4).

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \cdot \frac{dv}{dz} \right) \quad (4-6)$$

Následně se zavádí předpoklad konstantní hodnoty dynamické viskozity η v průběhu mazacího filmu v potrubí. Tento předpoklad lze matematicky popsat $\eta \neq f(z)$. Protože je dynamická viskozita nezávislá na okamžité tloušťce mazacího filmu, lze rovnici (4-8) jednoduše integrovat.

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot z + C_1 = \eta \cdot \frac{dv}{dz} \quad (4-7)$$

Po integraci se provede separace proměnných, aby se mohla rovnice (4-7) integrovat podruhé.

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot z + C_1 \right) dz = \eta \cdot dv \quad (4-8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + C_1 \cdot z + C_2 = \eta \cdot v \quad (4-9)$$

Na hranici mezi kapalinou a obtékaným povrchem dochází k prokluzu (nespojivosti). Z tohoto důvodu se zavádějí okrajové podmínky, kde H představuje tloušťku štěrbinu, z souřadnici v ose z od proudnice a rychlosti kapaliny na hranicích mezi kapalinou a obtékaným povrchem V_1 a V_2 .

$$\begin{aligned} v = V_1 & \quad \text{v} \quad z = \frac{H}{2} \\ v = V_2 & \quad \text{v} \quad z = -\frac{H}{2} \end{aligned}$$

Okrajové podmínky se využijí pro výpočet integračních konstant C_1 a C_2 .

$$C_1 = \frac{\eta \cdot (V_1 - V_2)}{H}$$

$$C_2 = \eta \cdot V_2 + \frac{\eta \cdot (V_1 - V_2)}{2} - \frac{dp}{dx} \cdot \frac{H^2}{8}$$

Vypočítané integrační konstanty C_1 a C_2 se zpětně dosadí do rovnice (4-9).

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + \frac{\eta \cdot (V_1 - V_2)}{H} \cdot z + \eta \cdot V_2 + \frac{\eta \cdot (V_1 - V_2)}{2} - \frac{dp}{dx} \cdot \frac{H^2}{8} = \eta \cdot v \quad (4-10)$$

Protože nedochází k pohybu potrubí, může dojít k značnému zjednodušení rovnice (4-10), kdy V_1 a V_2 jsou nulové. Po následné matematické úpravě se vyjádří obecný tvar rychlostního profilu pro Newtonskou kapalinu.

$$v(z) = -\frac{H^2}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} [1 - (2 \cdot \beta)^2] \quad (4-11)$$

V obecném popisu rychlostního profilu (4-11) se objevuje veličina β , která udává bezrozměrnou vzdálenost $\frac{z}{H}$. Rychlostní profil je záporný, protože mazivo protéká potrubím v opačném směru, než je tlakový gradient. Také platí, že je u newtonské kapaliny rychlostní profil symetrický podél osy x. Z tohoto důvodu se maximální rychlost proudění v_{max} nachází na této ose a lze ji matematicky pospat rovnicí (4-12).

$$v_{max} = -\frac{H^2}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (4-12)$$

Z maximální rychlosti lze snadno vypočítat průměrnou rychlost proudění kapaliny v potrubí.

$$v_0 = \frac{2 \cdot v_{max}}{3} \Rightarrow v_0 = -\frac{H^2}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (4-13)$$

S rychlostním profilem je úzce spjat objemový průtok. Ten lze vypočítat vynásobením průměrné rychlosti proudění v_0 s obsahem průřezu potrubí S.

$$Q_x = S \cdot v_0 = H \cdot B \cdot -\frac{H^2}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} = -\frac{B \cdot H^3}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (4-14)$$

Poslední veličinou, která je podstatná pro popis proudění rychlostního profilu kapaliny je smykový spád $\frac{dv}{dz}$. K obecné rovnici popisující smykový spád lze dospět derivací rychlostního profilu podle z.

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{yx} &= \frac{dv}{dz} = \frac{d}{dz} \cdot \left(-\frac{H^2}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \left[1 - \left(2 \cdot \frac{z}{H} \right)^2 \right] \right) \\ \dot{\gamma}_{yx} &= \frac{z}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \end{aligned} \quad (4-15)$$

Z rovnice (4-15) plyne, že smykový spád je ovlivněn tlakovým gradientem $\frac{\Delta P}{L}$, dynamickou viskozitou η a polohovou souřadnicí z. Z toho vyplývá, že maximální hodnota smykového spádu se nachází na stěnách potrubí.

$$\dot{\gamma}_{max} = \frac{-H}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (4-16)$$

Chování kapaliny v potrubí lze popsat i jinými metodami. Jednou z nich je metoda, která spočívá ve zvolení hodnoty průměrné rychlosti a následného dopočítání potřebného tlakového gradientu. Pro získání matematického popisu tohoto přístupu se musí upravit rovnice (4-13), ve které se vytkne tlakový gradient ΔP . Posléze vzniká rovnice (4-17).

$$\Delta P = 12 \cdot \eta \cdot v_0 \cdot \frac{L}{H^2} \quad (4-17)$$

4.4.1 Rychlostní profil pro mocninný reologický model

Pro odvození rychlostního profilu u nenewtonské kapaliny se opět využívá elementární objem kapaliny o infinitezimálních rozměrech dx , dy a dz [40]. Stejným principem jako u newtonské kapaliny se odvodí rovnice rovnovážného působení sil na elementární objem v ose proudění.

$$\frac{\delta \tau_x}{\delta z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-18)$$

Smykové napětí v rovnici (4-18) není definované pomocí Newtonského vztahu pro viskozitu, ale pomocí zvoleného mocninného reologického modelu, který je vyjádřen rovnicí (4-19). Pomocí tohoto vyjádření smykového napětí se získá rovnice (4-19), kde K představuje hodnotu konzistence nenewtonské kapaliny.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\delta}{\delta z} \left(K \cdot \left| \frac{dv}{dz} \right|^{n-1} \cdot \frac{dv}{dz} \right) \quad (4-19)$$

Tato rovnice se zintegruje:

$$\frac{\partial p}{\partial x \cdot K} \cdot z + \frac{C_1}{K} = \left| \frac{dv}{dz} \right|^{n-1} \cdot \frac{dv}{dz} \quad (4-20)$$

Následně se provede separace proměnných a zintegruje se podruhé:

$$v(z) = \left(\frac{\partial p}{\partial x \cdot K} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot z^{\frac{1+n}{n}} \cdot \frac{n}{1+n} + \left(\frac{C_1}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot z + C_2 \quad (4-21)$$

K dopočítání integračních konstant se využijí stejné okrajové podmínky jako u newtonské kapaliny.

$$\begin{aligned} v = V_1 & \quad \text{v} \quad z = \frac{H}{2} \\ v = V_2 & \quad \text{v} \quad z = -\frac{H}{2} \end{aligned}$$

Tyto okrajové podmínky se využijí pro výpočet integračních konstant C_1 a C_2 .

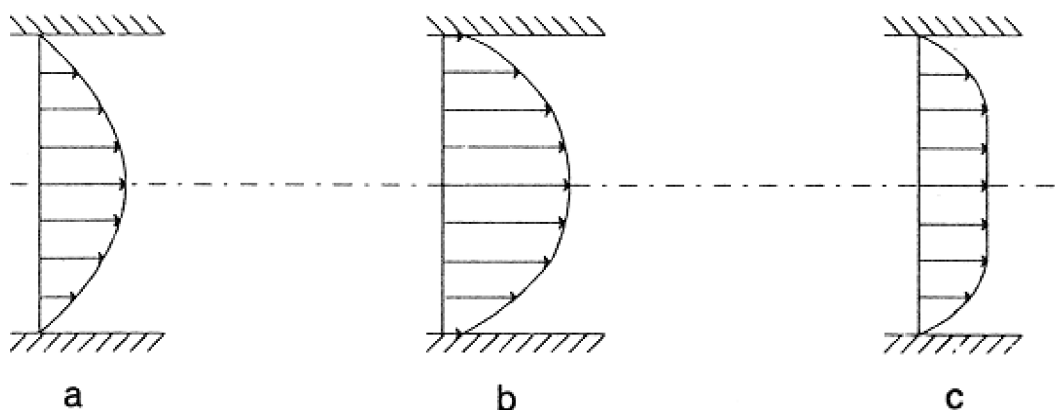
$$\begin{aligned} C_1 &= K \cdot \left(\frac{V_1 - V_2}{H} \right)^n \\ C_2 &= V_2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x \cdot K} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{-H}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} + \frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{2} \end{aligned}$$

Vypočítané integrační konstanty C_1 a C_2 se zpětně dosadí do rovnice (4-21).

$$v(z) = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot z^{\frac{n+1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} + z \cdot \left(\frac{V_1 - V_2}{H} \right) + V_2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x \cdot K} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{-H}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} + \frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{2} \quad (4-22)$$

Po matematické úpravě rovnice (4-22) se získá obecná rovnice proudění rychlostního profilu nenewtonské kapaliny popsané mocninným reologickým modelem s předpokladem nulových rychlostí v místě okrajových podmínek.

$$v(z) = \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(1 - \left(2 \cdot \beta\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \quad (4-23)$$



obr. 4-4 Schéma rychlostního profilu v potrubí [42]

Na obr. 4-4 jsou ukázky rychlostních profilu (a – Newtonská kapalina, b – nenewtonská kapalina, c – viskoelastická kapalina). Rychlostní profil u nenewtonské a viskoelastické kapaliny má neparabolický charakter z důvodu nelineárního chování závislosti smykového spádu na smykovém napětí. U rychlosti proudění nenewtonské kapaliny dochází k prokluzu na hranici mezi kapalinou a stěnou potrubí. Kvůli tomuto prokluzu je rychlost proudění na stěnách potrubí nenulová. Z obrázku je zřejmé, že i rychlostní profil proudění nenewtonské kapaliny je symetrický podél osy proudění. Proto se maximální rychlost proudění nachází na ose proudění a je popsána rovnicí (4-24).

$$v_{max} = \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4-24)$$

Průměrná rychlost proudění je dána obecným vztahem (4-25).

$$v_0 = \frac{1+n}{1+2 \cdot n} \cdot v_{max} \Rightarrow v_0 = \frac{n}{1+2 \cdot n} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4-25)$$

S rychlostním profilem je svázán objemový průtok, který se vypočítá vynásobením průměrné rychlosti v_0 s obsahem průřezu potrubí S .

$$Q = v_0 \cdot S = \frac{n}{1+2 \cdot n} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot B \cdot H \quad (4-26)$$

Poslední veličinou potřebnou pro popis proudění je smykový spád. Obecně lze smykový spád definovat jako derivaci rychlosti proudění kapaliny v potrubí.

$$\dot{\gamma}_{yx} = \frac{dv}{dz} = \frac{d}{dz} \cdot \left(\frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(1 - \left(2 \cdot \frac{z}{H}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \right)$$

$$\dot{\gamma}_{yx} = \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot z \quad (4-27)$$

Pomocí derivace lze získat dva body se zajímavou hodnotou smykového spádu. Kdy prvním bodem zájmu je hodnota smykového spádu na ose proudění ($z = 0$). Tento bod nepřináší žádné dodatkové informace o proudění kapaliny, protože je zde derivace nulová. Druhým bodem zájmu je smykový spád na stěně potrubí ($z = \pm \frac{H}{2}$). Smykový spád na stěně potrubí lze spočítat podle rovnice (4-28)

$$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\pm \frac{H}{2}\right) \quad (4-28)$$

Jinou možností, jak přistoupit k problematice rychlostního profilu je určit průměrnou rychlost a následně vypočítat o jaké velikosti, je nutné vytvořit tlakový gradient, aby proudění dosahovalo požadované průměrné rychlosti.

$$\Delta P = 2^{n+1} \cdot L \cdot B \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n}\right)^n \cdot K \cdot \frac{Q^n}{H^{2 \cdot n + 1}} \quad (4-29)$$

Pro newtonskou kapalinu platí hodnota reologického parametru $n = 1$. Následně rychlostní profil pro newtonskou kapalinu lze popsat rovnicí 4-30.

$$v(z) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{|\Delta P|}{K \cdot L}\right) \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2 \cdot (1 - (2 \cdot \beta)^2) \quad (4-30)$$

4.4.2 Rychlostní profil pro Ellisův reologický model

Při základním předpokladu dostatečně širokém rozsahu smykového spádu se Ellisův reologický model chová obdobně jako mocninný reologický model, kde reologický parametr nabývá hodnot $n = 1/\alpha$ a hodnotu konzistence $k = (\eta_0 \cdot \tau_1^{\alpha-1})^{\frac{1}{\alpha}}$ [12, 13, 43]. Tehdy lze odvodit rychlostní profil pomocí mocninného modelu s následným dosazením správných hodnot reologického parametru a konzistence. Po dosazení zmíněných veličin do rovnice rychlostního profilu pro mocninný model (rovnice 4-30) nabývá rychlostní profil pro newtonskou kapalinu následující formy.

$$v(z) = \frac{\frac{1}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha} + 1} \cdot \left(\frac{dp}{\left(\eta_0 \cdot \tau_1^{\alpha-1}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot L}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha} + 1} \cdot \left(1 + \left(2 \cdot \frac{z}{H}\right)^{\frac{1}{\alpha} + 1}\right) \quad (4-31)$$

Hodnotu dynamické viskozity při nulovém smykovém spádu a hodnotu nastavitelných parametrů, lze získat pouze z naměřených dat, které reprezentují chování zkoumané kapaliny.

Pro zkoumání newtonských kapalin se předpokládá, že hodnota smykového napětí τ_1 (při kterém zdánlivá viskozita poklesne na polovinu své hodnoty) se blíží k nekonečnu $\tau_1 \rightarrow \infty$.

$$v(z) = \frac{\frac{1}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha}+1} \cdot \left(\frac{dp}{(\eta_0 \cdot \infty^{(\alpha-1)})^{\frac{1}{\alpha}} \cdot L} \right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{\frac{1}{\alpha}+1} \cdot \left(1 + \left(2 \cdot \frac{z}{H} \right)^{\frac{1}{\alpha}+1} \right) \quad (4-32)$$

4.4.3 Rychlostní profil pro Binghamův reologický model

Pro odvození rychlostního profilu se stejně jako u mocninného modelu vychází ze základní rovnice rovnovážného působení sil na elementární objem kapaliny v ose proudění [40].

$$\frac{\delta \tau_x}{\delta z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-33)$$

Smykové napětí vznikající v kapalině vlivem působení tlakového gradientu se popisuje pomocí následujícího Binghamského reologického modelu.

$$\tau_{xy} = \eta_0 \cdot \dot{\gamma}_{yx} \pm \tau_0 \quad (4-34)$$

Rovnice (4-34) se dosadí do rovnice (4-33).

$$\frac{\delta(\eta_0 \cdot \dot{\gamma}_{yx} - \tau_0)}{\delta z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-35)$$

Vzniklá rovnice (4-35) se zintegruje.

$$\eta_0 \cdot \dot{\gamma}_{yx} - \tau_0 = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot z + C_1 \quad (4-36)$$

Následně se provede separace proměnných a zintegruje se podruhé.

$$\eta_0 \cdot v(z) = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + C_1 \cdot z + \tau_0 \cdot z + C_2 \quad (4-37)$$

K dopočítání integračních konstant se využijí následující okrajové podmínky.

$$\begin{aligned} v &= V_1 & \text{v} & & z &= \frac{H}{2} \\ v &= V_2 & \text{v} & & z &= -\frac{H}{2} \end{aligned}$$

Tyto okrajové podmínky se využijí pro výpočet integračních konstant C_1 a C_2 .

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\eta_0 \cdot (V_1 - V_2)}{H} - \tau_0 \\ C_2 &= \frac{\eta_0 \cdot (V_1 + V_2)}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{H^2}{8} \end{aligned}$$

Vypočítané integrační konstanty C_1 a C_2 se zpětně dosadí do rovnice (4-37).

$$\eta_0 \cdot v(z) = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + \frac{\eta_0 \cdot (V_1 - V_2) \cdot z}{H} - \tau_0 \cdot z + \tau_0 \cdot z + \frac{\eta_0 \cdot (V_1 + V_2)}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{H^2}{8} \quad (4-38)$$

Po matematické úpravě rovnice (4-38) se získá obecná rovnice proudění rychlostního profilu viskoplastické kapaliny popsané Binghamským reologickým modelem s předpokladem nenulových rychlostí v místě okrajových podmínek.

$$v(z) = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2 \cdot \eta_0} + \frac{(V_1 - V_2) \cdot z}{H} + \frac{(V_1 + V_2)}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{H^2}{8 \cdot \eta_0} \quad (4-39)$$

4.4.4 Rychlostní profil pro Herschel-Bulkleyho reologický model

Pro Herschel-Bulkleyho reologický model platí, že smykový spád ve štěrbině je popsán rovnicí (4-40).

$$\tau_{xy} = \frac{z}{2} \cdot \frac{-dp}{dx}, \quad (4-40)$$

kde tlakový gradient $\frac{dp}{dx}$, může nabývat záporných hodnot, je tlakový gradient v ose x (ve směru proudnice). Souběžně s tímto předpokladem je možné snadno vypočíst smykové napětí na stěně potrubí.

$$\tau_w = \frac{Z}{2} \cdot \frac{-dp}{dx} \quad (4-41)$$

S tím také koresponduje rozdělení proudění do dvou odlišných regionů: the shear flow region and the plug flow region. Toto rozdělení je zprostředkováno mezi toku τ_y , který vzniká ve vzdálenosti z_y od střednice.

$$\tau_y = \frac{z_y}{2} \cdot \frac{-dp}{dx} \quad (4-42)$$

Poté v shear flow regionu ($z_y \leq z < Z$) je rychlost kapaliny v určité vzdálenosti od proudnice definovaná pomocí rovnice (4-43).

$$v(z) = v_s - \int Z \cdot z \cdot \dot{\gamma}_{yx} \cdot dz = v_s - Z \cdot \tau_w \cdot \int \tau_w \cdot \tau_{xy} \cdot \dot{\gamma}_{yx} \cdot d\tau \quad (4-43)$$

Kombinací konstitutivní rovnice a Herschel-Bulkleyho reologického modelu a zmíněných rovnic pro výpočet smykového napětí, je snadné vytvořit obecnou rovnici rychlostního profilu v shear flow regionu.

$$v(z)_{\text{Sheared region}} = v_s + \frac{n}{\frac{1}{2n \cdot (n+1)} \cdot K^n} \cdot (-dp)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[(Z - z_y)^{1+\frac{1}{n}} - (z - z_y)^{1+\frac{1}{n}} \right] \quad (4-44)$$

V této rovnici vystupuje skluzová rychlost na stěně v_s , která charakterizuje prokluz kapaliny v místě okrajových podmínek, obecná vzdálenost od střednice potrubí r . Tato rovnice je použitelná pouze pro popis shear flow region, protože zde dochází k překonání hodnoty meze toku (prahového napětí).

V plug region flow ($0 \leq z < z_y$) je rychlostní profil totožný, protože v kapalině nedochází k překonání meze toku, tzn. že $z = z_y$. Při dosazení této rovnosti do rovnice (4-44) se získá rovnice popisující plug flow region zkoumané viskoplastické látky.

$$v(z)_{\text{Plug region}} = v_s + \frac{n}{\frac{1}{2n \cdot (n+1)} \cdot K^n} \cdot (-dp)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[(Z - z_y)^{1+\frac{1}{n}} \right] \quad (4-45)$$

4.4.5 Rychlostní profil pro Cassonův reologický model

Pro odvození obecného rychlostního profilu pro Cassonovu kapalinu je potřeba si definovat redukovanou průměrnou rychlost \bar{U} [21]. Tuto rychlost lze vypočítat jako poměr objemového průtoku vzhledem k rozměrům potrubí.

$$\bar{U} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^3} = \frac{V_{ave}}{D} \quad (4-46)$$

Redukovaná průměrná rychlost má stejnou výpovědní hodnotu jako smykový spád, kde vytvoření grafické závislosti τ_w vzhledem k \bar{U} bude vykazovat stejné chování jako grafická závislost smykového napětí na smykovém spádu. Další krok je vyjádření smykového spádu z obecné Cassonovy rovnice viz rovnice (4-47).

$$\sqrt{|\tau_{yx}|} = \sqrt{|\tau_0|} + \sqrt{\eta \cdot |\dot{\gamma}_{yx}|} \gg \dot{\gamma} = \frac{\left(\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_y^2}\right)^2}{s^2} \quad (4-47)$$

Kombinací rovnice (4-46) a (4-47) se získá předpis pro objemový průtok.

$$Q = \frac{\pi \cdot Z^3}{\tau_w^3} \cdot \int_0^{\tau_w} \dot{\gamma}_{yx} \cdot \tau_{yx}^2 \cdot d\tau \quad (4-48)$$

Následně dosazením předpisu objemového průtoku do rovnice (4-46) se získá obecný předpis redukované průměrné rychlosti \bar{U} .

$$\bar{U} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^3} = \frac{1}{2 \cdot \tau_w^3} \cdot \int_{\tau_y}^{\tau_w} \tau_{yx}^2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_y^2}\right)^2}{s^2} d\tau \quad (4-49)$$

Spodní hranice určitého integrálu se mění na τ_y mez toku, když se kapalina nebude pohybovat, dokud smykové napětí nepřekročí mez toku $\tau > \tau_y$.

$$\bar{U} = \frac{1}{s^2} \cdot \left[\frac{\tau_w}{4} - \frac{4}{7} \cdot \tau_w^{\frac{1}{2}} \cdot \tau_y^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{84} \cdot \frac{\tau_y^4}{\tau_w^3} + \frac{\tau_y}{3} \right] \quad (4-50)$$

Smykový spád na stěně je určen rovnicí (4-51)

$$\tau_w = -\frac{Z}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (4-51)$$

Ostatní parametry vystupující v rovnici (4-50) s a τ_y se získají z experimentálních měření. Následně lze formulaci smykového spádu upravit pomocí substituce do rovnice (4-52).

$$\tau_{yx} = -\frac{z}{2} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{(P_0 - P_L) \cdot z}{2 \cdot L} = a \cdot z \quad (4-52)$$

Následně také platí, že substituční parametr a , lze vyjádřit i pomocí smykového spádu na stěně potrubí.

$$a = \frac{(P_0 - P_L)}{2 \cdot L} = \frac{\tau_w}{Z}$$

Z toho vyplývá následující rovnice (4-53).

$$\dot{\gamma}_{yx} = -\frac{dv}{dz} = \frac{1}{s^2} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2}} - \tau_y^{\frac{1}{2}} \right)^2 = \frac{1}{s^2} \cdot \left(a \cdot z - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2}} \cdot \tau_y^{\frac{1}{2}} + \tau_y \right)$$

$$\int_0^{v(z)} dv(z) = \frac{-1}{s^2} \cdot \int_z^Z \left(a \cdot z - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2}} \cdot \tau_y^{\frac{1}{2}} + \tau_y \right) dz \quad (4-53)$$

Integrací této rovnice se získá obecný předpis pro rychlostní profil s Cassonovým reologickým modelem pro viskoplastickou látku v sheared region.

$$v(z)_{\text{sheared region}} = \frac{z \cdot \tau_w}{2 \cdot s^2} \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{z}{Z} \right)^2 \right] - \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 - \left(\frac{z}{Z} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + 2 \cdot \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right) \cdot \left(1 - \frac{z}{Z} \right) \right\} \quad (4-54)$$

Pro plug region se zavádí substituce $\frac{z}{Z} = \frac{z_{crit}}{Z} = \frac{\tau_y}{\tau_w}$, která se dosadí do rovnice (4-54).

$$v(z)_{\text{plug flow}} = \frac{z \cdot \tau_w}{2 \cdot s^2} \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^2 \right] - \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 - \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + 2 \cdot \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right) \cdot \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w} \right) \right\} \quad (4-55)$$

4.4.6 Rychlostní profil pro Carreaův reologický model

Pro Carreaův model se musí použít tzv. WRMS metoda pro analytické vyjádření rychlostního profilu zkoumané kapaliny, protože pomocí elementárního objemu a vyjádření sil lze řešit pouze numericky [20]. Tato metoda byla vytvořena Weissenbergem, Rabinowitschem, Mooneyem a Schofieldem. Následující odvození integrační rovnice a zisku rychlostního profilu bylo převzato z práce T. Sochi [20].

Kombinací WRMS metody a obecného předpisu pro smykové napětí pomocí Carrea, lze získat integrační rovnici, která vytváří zcela analytický přístup k problematice vytváření rychlostního profilu, ale i zisku hodnot smykového spádu a smykového napětí.

$$I$$

$$\begin{aligned} & (\eta_0 - \eta_\infty)^3 \cdot [3 \cdot \lambda^4 \cdot (3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1) + 2) \cdot \dot{\gamma}_w^4 - 3 \cdot (n-1) \cdot \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2 + 2] \cdot \\ &= \frac{(1 + \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2)^{\frac{3 \cdot (n-1)}{2}}}{3 \cdot \lambda^4 \cdot (9 \cdot (n-1)^2 + 18 \cdot (n-1) + 8)} \\ &+ \frac{\eta_\infty \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^2 \cdot [\lambda^4 \cdot (2 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1) + 3) \cdot \dot{\gamma}_w^4 - (n-1) \cdot \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2 + 1] \cdot (1 + \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2)^{n-1}}{2 \cdot \lambda^4 \cdot n \cdot (n+1)} \\ &+ \frac{\eta_\infty^2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty) \cdot [\lambda^4 \cdot ((n-1)^2 + 5 \cdot (n-1) + 6) \cdot \dot{\gamma}_w^4 - (n-1) \cdot \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2 + 2] \cdot (1 + \lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2)^{\frac{(n-1)}{2}}}{\lambda^4 \cdot (n+1) \cdot (n+3)} \\ &+ \frac{\eta_\infty^3 \cdot \dot{\gamma}_w^4}{4} - \left(\frac{2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^3}{3 \cdot \lambda^4 \cdot (9 \cdot (n-1)^2 + 18 \cdot (n-1) + 8)} + \frac{\eta_\infty \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^2}{2 \cdot \lambda^4 \cdot n \cdot (n+1)} + \frac{2 \cdot \eta_\infty^2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)}{\lambda^4 \cdot (n+1) \cdot (n+3)} \right) \end{aligned}$$

V této rovnici jsou všechny parametry známé nebo zjistitelné z naměřených dat kromě jednoho $\dot{\gamma}_w$. Jeho výpočet je založen na rovnici (4-56).

$$\left[\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \cdot \left[1 + (\lambda^2 \cdot \dot{\gamma}_w^2) \right]^{\frac{n-1}{2}} \right] \cdot \dot{\gamma}_w = \frac{R}{2 \cdot L} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (4-56)$$

Řešení rovnice (4-57) lze nalézt pomocí numerických metod klasickým řešičem založeným na bisekčním principu. Na základě výpočtu I lze stanovit hodnotu objemového průtoku. Pokud je již hodnota smykového spádu na stěně štěrbinu a skutečný objemový průtok znám, je možné přistoupit k výpočtu reálné hodnoty dynamické viskozity $\eta(z)$, která je základním vstupem pro výpočet rychlostního profilu. Obecně lze pro vyjádření rychlostního profilu u Carreaova reologického modelu použít rovnici (4-57) [44].

$$v(z) = \frac{dp}{2 \cdot \eta(z)} \cdot \left[\left(\frac{D}{2} \right)^2 - z^2 \right] \text{ kde } z \in \left[-\frac{D}{2}, \frac{D}{2} \right] \quad (4-57)$$

Pokud dochází k měření kapaliny při velkých smykových spádech je možné použít rovnici (4-57) nebo rovnici (4-23), protože při vysokých smykových spádech se Carreův model chová stejně jako mocninový reologický model [20, 44].

4.4.7 Rychlostní profil pro Crossův reologický model

Pro Crossův model je viskozita dána rovnicí (4-58) [20].

$$\eta = \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + \lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_{yx})^n} + \eta_\infty \quad (4-58)$$

Z rovnice (4-58) vyplývá základní analytická metoda, jak vyjádřit smykové napětí v závislosti na viskozitě a smykovém spádu.

$$\tau_{xy} = \dot{\gamma}_{xy} \cdot \left(\frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + \lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_{yx})^n} + \eta_\infty \right) \quad (4-59)$$

Pro dovození analytické formy rychlostního profilu pro Crossův reologický model je potřeba postupovat stejným způsobem jako u Carreaova modelu, tedy použitím metody WRMS a stejných předpokladů jako použil T. Sochi [20].

$$I = \frac{\left\{ \begin{aligned} &2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^3 \cdot [-n \cdot (2 \cdot (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n)^n + 5 \cdot \lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n + 3) + 4 \cdot (1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n)^2) + 2 \cdot n^2] + \\ &12 \cdot n \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^2 \cdot \eta_\infty \cdot (1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n) \cdot (n - 1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n) + 12 \cdot n^2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty) \cdot \eta_\infty^2 \cdot \\ &\quad (1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n)^2 + 3 \cdot n^2 \cdot \eta_\infty^3 \cdot (1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n)^3 \cdot \dot{\gamma}_w^4) \end{aligned} \right\}}{12 \cdot n^2 \cdot (1 + (\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n)^3} \cdot \{ (\eta_0 - \eta_\infty)^3 \cdot (n^2 - 6 \cdot n + 8) + 3 \cdot n \cdot (\eta_0 - \eta_\infty)^2 \cdot \eta_\infty \cdot (n - 4) + 3 \cdot n^2 \cdot (\eta_0 - \eta_\infty) \cdot \eta_\infty^2 \} \cdot \\ + \frac{F_{21} \left(1, \frac{4}{m}, \frac{4+m}{m}, -(\lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n) \right) \cdot \dot{\gamma}_w^4}{12 \cdot n^2}$$

Kde v této rovnici vystupuje hypergeometrická funkce F_{21} , která nabývá reálných hodnot uvedených v rovnici. V této rovnici jsou všechny ostatní parametry známé nebo zjistitelné z naměřených dat kromě jednoty $\dot{\gamma}_w$. Jeho výpočet je založen na rovnici (4-60).

$$\left(\frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + \lambda^n \cdot (\dot{\gamma}_w)^n} + \eta_\infty \right) \cdot \dot{\gamma}_w = \frac{R}{2 \cdot L} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (4-60)$$

Řešení rovnice (4-60) lze nalézt pomocí numerických metod klasickým řešičem založeným na bisekčním principu. Na základě výpočtu I lze stanovit hodnotu objemového průtoku. Pokud je již hodnota smykového spádu na stěně štěrbinu a skutečný objemový průtok znám, je možné přistoupit k výpočtu reálné hodnoty dynamické viskozity $\eta(z)$, která je základním vstupem pro výpočet rychlostního profilu. Obecně lze pro vyjádření rychlostního profilu u Crossova reologického modelu použít rovnici stejnou rovnici jako je použita u Carreaova reologického modelu, tedy rovnici (4-58) [20, 44].

4.5 Rabinowitschova korekční metoda

Při použití reologických modelů nezahrnujících korekci viskozity, před výpočtem smykového spádu a smykového napětí, dochází k výpočtu jejich zdánlivých hodnot. Tyto hodnoty neodpovídají skutečnosti. Příčinou tohoto jevu je fakt, že při měření kapalin je většinou hodnota smykového spádu známa pouze nepřímo tzn. výpočtem pomocí objemového průtoku. Tento nedostatek jako první popsal Rabinowitz [45] ve své práci již v roce 1957. Rabinowitz vytvořil korekční přepočtení, který převádí zdánlivou hodnotu smykového spádu na stěně na skutečnou hodnotu smykového spádu na stěně při měření tlakově poháněné pístové reometry (kapilární, slit-flow a rotační reometry). Jeho platnost je validní pro všechny měřené kapaliny v závislosti na použitém reologickém modelu. Pro newtonské chování je korekce obecně popsána následující rovnicí.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{1}{4} \cdot \dot{\gamma}_{aw} \cdot \left[3 + \frac{d \cdot \ln Q}{d \cdot \ln dp} \right] \quad (4-61)$$

Skutečná hodnota se vypočítá ze zdánlivé hodnoty smykového spádu $\dot{\gamma}_{aw}$, objemového průtoku kapaliny Q , tlakového gradientu dp a průměru potrubí d , kterou kapalina protéká. Tento tvar lze zjednodušit pro nejčastěji používaný mocninný reologický model do formy.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{1}{4} \cdot \dot{\gamma}_{aw} \cdot \left[3 + \frac{1}{n} \right] \quad (4-62)$$

Schummar (1970) nebo Giesekus a Langer (1977) [45] se zabývali podobným nedostatkem při měření reologických parametrů kapalin při měření na tlakově poháněném pístovém reometru. Proto vytvořili teorii tzv. jednobodové korekce, kterou lze použít jak pro newtonské, tak i newtonské chování zkoumaných kapalin. Pro newtonské chování lze použít následující rovnici, která je založena na předpokladu, že viskozita kapaliny při skutečném smykovém spádu je totožná s viskozitou kapaliny při zdánlivém smykovém spádu. Pro výpočet smykového spádu na stěně se používají následující rovnice.

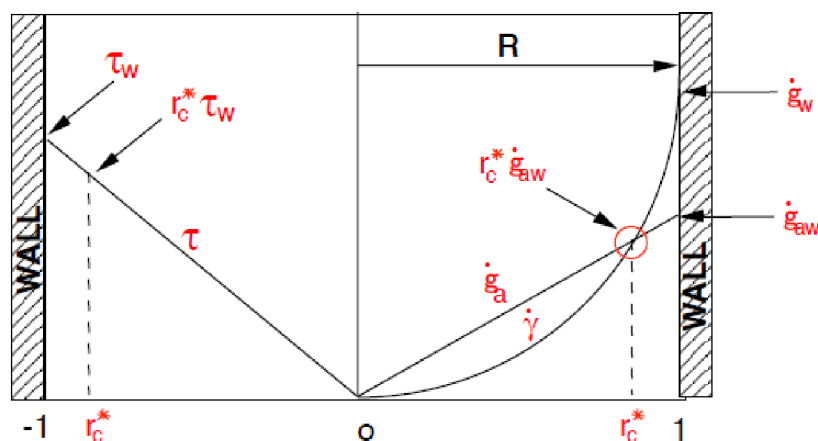
$$\dot{\gamma}_a = r^* \cdot \dot{\gamma}_{aw} \quad kde \quad r^* = \frac{r}{R}, \quad \dot{\gamma}_{aw} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot R^3} \quad (4-63)$$

$$\dot{\gamma}_w = r_c^* \cdot \dot{\gamma}_{aw} \quad kde \quad r_c^* = \left[\frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right]^{\frac{n}{1-n}} \quad (4-64)$$

Nenewtonské chování se popisuje v mírně odlišné formě rovnici.

$$\dot{\gamma}_{yx} = (r^*)^{\frac{1}{n}} \cdot \dot{\gamma}_w \quad (4-65)$$

Na obrázku níže uvedeném je znázorněno, jak korekce funguje [45]. Zdánlivá hodnota smykového spádu je dána výpočtem pomocí objemového průtoku, při kterém je smykový spád lineárně rostoucí se zvětšující se vzdáleností od střednice. Ve skutečnosti je, ale jeho průběh parabolický. Tento parabolický průběh je vytvářen pomocí korekčních vzorců nebo přesnějších reologických modelů.



obr. 4-5 Re prezentace fungování korekčních faktorů podle Schummara, Giesekuse a Langerera [45]

Při měření na rotačním reometru v provedení kužel a deska není nutné korigovat reologické parametry, a to při použití jakéhokoliv reologického modelu [40]. V provedení kužel a deska je smykový spád přesně definován, protože je štěrbina dostatečně malá, aby mohl platit předpoklad, že je lineárně závislá na smykové rychlosti na stěně štěrby. Taktéž platí, že tok kapaliny je laminární a homogenní. Dokud bude úhel mezi deskou a kuželem malý, lze předpokládat, že jakýkoliv lineární nárůst v rychlosti s poloměrem kužele koreluje s ekvivalentním nárůstem mezery štěrby. Z toho vyplývá, že měření na rotačním reometru v provedení kužel-deska dosahují největší přesnosti v porovnání s ostatními variantami. Skutečné hodnoty smykového napětí a smykového spádu lze získat přímo výpočtem.

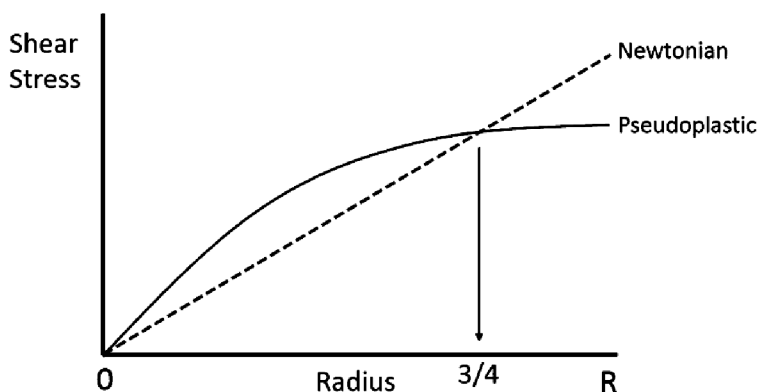
Pro reometry ve variantě paralelních desek je mezi smykovým spádem a šířkou štěrby lineární závislost. Štěrbina reometru si zachovává konstantní tloušťku, a proto se hodnota smykové rychlosti mění s poloměrem použité měřicí desky [20, 40]. Dokud je smykový spád lineárně závislý na smykovém napětí nemá toto chování kapaliny velký dopad při měření newtonských kapalin. Následkem toho je, že je viskozita v celém rozsahu smykového spádu konstantní.

Pro neneutonské kapaliny je smykové napětí závislé nelineárně. Důsledkem nelinearity je měnící se hodnota viskozity při rozdílném poloměru desky. Změna viskozity může být z velké části popsána pomocí korekčních metod. První používaná korekční metoda je založena na použití lokální hodnoty mocninného reologického parametru n . Druhá metoda pracuje s vypočítanou hodnotou viskozity ve $\frac{3}{4}$ poloměru desky, to je tzv. jednobodová metoda. Obě tyto metody vykazují jistou chybu při srovnání výsledků při použití reometru v provedení kužel-deska. Historicky nejpoužívanější korekční metodou je metoda podle Macoska, Carvalha a Padmanabhana, kteří odvodili empirické vztahy pro výpočet smykového napětí [19, 45].

$$\tau_{xy} = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot R^3} \cdot \left[3 + \frac{\partial \log M}{\partial \log \gamma_R} \right] \quad (4-66)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2 \cdot M}{\pi \cdot R^3} \quad (4-67)$$

Rovnice (4-67) odpovídá výpočtu skutečného smykového napětí pro neneutonskou kapalinu a rovnice (4-68) pro kapalinu newtonskou. V rovnicích vystupuje moment M , poloměr desky R a smykový spád v místě hrany desky $\dot{\gamma}_R$.

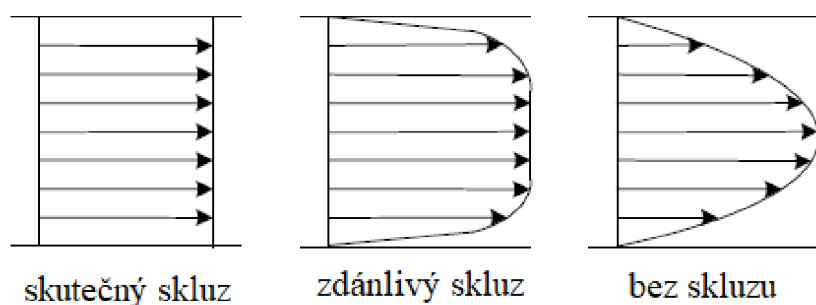


obr. 4-6 Schématická závislost vývoje napětí skrz paralelní desku pro Newtonskou a pseudoplastickou kapalinu [40]

Výsledkem těchto měření je získání co nejpřesnějších reologických parametrů popisujících reálné chování zkoumané kapaliny v průběhu měření na reometru. Zároveň se experimentálně ověří vliv drsnosti povrchu a skluzu na chování kapaliny jako celku v průběhu měření. Dalším výsledkem je studie reologických modelů a jejich vývoj vzhledem k okrajovým podmínkám při průtoku kapaliny skrz štěrbinu.

4.6 Kvantifikace skluzu

Skluz se projevuje posunem disperzní fáze kapaliny dál od stěn, čímž iniciuje vznik vrstvy kapaliny s nižší viskozitou, než má jádro kapaliny [36]. V odborné literatuře se rozlišují dva druhy skluzu – zdánlivý skluz a skutečný skluz. Zdánlivý skluz byl popsán Yoshimurou (1988) a jedná se o skluz, který vzniká při fázové separaci kapaliny. Oproti tomu skutečný skluz (Barnes 1995) se vytváří, když velmi viskózní kapalina ztrácí adhezní složku vzhledem k stěnám. Při ztrátě adheze dochází ke skluzu celé kapaliny podél stěn. Rozdíl ve vnímání těchto druhů skluzů je ilustrován na následujícím obrázku 4.7.



obr. 4-7 Ilustrační znázornění skluzu [36]

V případě měření kapalin s obsahem částic (např. MR kapalina, zubní pasta) převládá zdánlivý skluz, protože částice migrují z okraje kapaliny s velkým smykovým spádem do jádra kapaliny, kde je intenzita smykového spádu výrazně nižší [36]. Korelace mezi smykovým spádem ve skluzové vrstvě $\dot{\gamma}_{slip}$ a skluzovou rychlostí V_{slip} je dána následujícím vztahem.

$$\dot{\gamma}_{slip} = \frac{V_{slip}}{\delta} \quad (4-68)$$

V této rovnici tloušťku skluzové vrstvy popisuje veličina δ . Smykový spád na stěně se nejčastěji vyjadřuje pomocí tohoto vztahu.

$$\tau_w = \frac{\Delta p \cdot R}{2 \cdot L} \quad (4-69)$$

Na základě Fanningova třecího faktoru lze vytvořit rovnici, která vyjadřuje vztah mezi smykovým napětím na stěně a třením.

$$\tau_w = \frac{f \cdot \rho \cdot V_{slip}^2}{2} \quad (4-70)$$

Z této rovnice je nejvýznamnější třecí koeficient f , který umožní nepřímou implementaci vlivu drsnosti povrchu stěn k výpočtu skluzové rychlosti. Tímto vzniká sledovaná korelace mezi drsností stěn a vlivem skluzu, protože se zvyšující se drsností narůstá koeficient tření, ale zároveň klesá skluzová rychlost. K určení koeficientu tření pro danou hodnotu smykového spádu pro newtonské a neneutonské kapaliny se využívá obecný přístup pomocí Darcy-Weissbachovy rovnice a Moodyho diagramu. Tento přístup analytického určování skluzové rychlosti nelze použít pro magnetoreologické a suspenzní kapaliny. Pro suspenzní kapaliny a magnetoreologické kapaliny v neaktivovaném stavu lze koeficient tření získat jinak, a to využitím Stribeckovy křivky. Stribeckova křivka určuje hodnotu třecího koeficientu v závislosti na parametru mazání, který popisuje základní vlastnosti kapaliny.

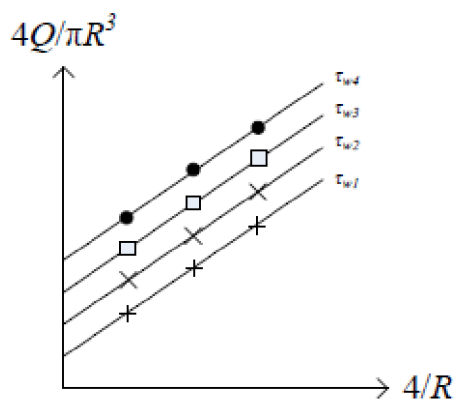
Největší problém s určováním hodnoty skluzové rychlosti nastává při měření magnetoreologických kapalin v aktivovaném stavu, protože u nich tvorba Stribeckovy křivky je velmi komplikovaná. Pro vyjádření této skluzové rychlosti se používá Mooneyho korekční metoda [36].

4.6.1 Mooneyho korekční metoda

Mooneyho grafická metoda popisuje zdánlivý skluz podél stěn při laminárním toku [36]. Je založena na základních předpokladech plně vyvinutého, nestlačitelného, isotermického a laminárního toku kapaliny skrz potrubí s kruhovým průřezem. Hlavní myšlenkou této metody je použití tokové křivky pro potrubí s různými rozměry za předpokladu, že skluzová rychlost je pouze funkcí smykového napětí na stěně štěrbin. Dalšími předpoklady nutnými pro použití Mooneyho metody jsou homogenita kapaliny, tlakový spád konstantní v radiálním směru toku kapaliny. Při dodržení těchto předpokladů lze použít následující rovnici pro neneutonské kapaliny. Tato rovnice vyjadřuje smykový spád, kde Q je objemovým průtokem.

$$\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot R^3} = \frac{4}{R} \cdot V_{slip} + \frac{4}{\tau_w^3} \cdot \int_{\tau=0}^{\tau=\tau_w} \tau^2 \cdot f^{-1}(\tau) \cdot d\tau \quad (4-71)$$

Levá strana rovnice (4-71) vyjadřuje zdánlivý smykový spád pro newtonské kapaliny. První část rovnice na pravé straně definuje vliv skluzu na tok kapaliny. Druhá část udává tok kapaliny vzniklé působením smykového spádu v objemu kapaliny. Grafická závislost zdánlivého smykového spádu $\dot{\gamma}_{app} \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot R^3} \right)$ a rozměrové konstanty $\left(\frac{4}{R} \right)$ při konstantní hodnotě smykového napětí na stěně τ_w definuje hledanou hodnotu skluzové rychlosti V_{slip} a smykového spádu působícího v objemu kapaliny $\dot{\gamma}_{sh}$. Naměřené body se proloží lineární přímkou, jejíž směrnice určuje hodnotu skluzové rychlosti. Průnik přímky s osou y určí hodnotu smykového spádu působícího v objemu kapaliny. Na obrázku 4.8 je znázorněné úspěšné použití Mooneyho korekční metody pro získání skluzové rychlosti při konstantní hodnotě smykového napětí na stěně.



obr. 4-8 Ilustrace úspěšného použití Mooneyho korekční metody [34]

Mooneyho korekční metoda je úspěšně použita, pokud vytvořená prokládající přímka má průsečík s osou y v kladné polorovině [36]. Když je průsečík v záporné polorovině nejsou naměřená data zpracovatelná pomocí Mooneyho korekční metody. Interpretací neúspěšného použití Mooneyho metody je, že hodnota smykového spádu je negativní, následkem čehož je vliv skluzu výrazně vyšší než celkový tok kapaliny. Tato interpretace není slučitelná se zákony hydromechaniky. Aby mohlo docházet ke zjištění skluzových rychlostí i pro tyto situace, kdy Mooneyho korekční metoda selhává, vznikla celá řada modifikací, které tyto situace řeší.

4.6.2 Modifikace Mooneyho korekční metody

Mooneyho korekční metoda se používá především pro popis tavenin polymerů a jejich tokových vlastností. Pro neneutonské suspenzní kapaliny s významnou migrací částic ji nelze použít. Pro popis těchto kapalin byly vytvořeny jiné modifikační metody. Všechny současně používané a uznávané metody jsou uvedeny v tabulce 4-2, která je přebrána z práce Nur' Aliaa Abd Rahmana [36].

tab. 4-2 Modifikace Mooneyho korekční metody – přehled [36]

Autor	Použitá procedura	Skluzová rychlost
Mooney (1931)	$4Q/\pi R^3$ v závislosti $1/R$	$V_{slip} = b/4$
Jastrzebski (1967)	$4Q/\pi R^3$ v závislosti $1/R^2$	$V_{slip} = b/4$
Wiegrefe (1991)	$4Q/\pi R^3$ v závislosti $1/R^2$	$4\phi\tau_w = 4V_{slip}R$
Crawford et al. (2005)	$4Q/\pi R^3$ v závislosti $1/R^{p+1}$	$4\phi\tau_w = 4V_{slip}R^p$
Lam et al. (2007)	$Q/\pi R^3 \tau_w^e$ v závislosti $1/R$	$V_{slip} = b$
Wang et al. (2010)	$[4n/(3n + 1)][z + 3]$ v závislosti $1/R$	$V_{slip} = b$

Hodnotu $\dot{\gamma}_{sh}$, získanou ze zmíněných korekčních metod, je možné vložit do Rabinowitschovy korekční rovnice za účelem získání skutečné hodnoty smykového spádu na stěně. Tato nově vzniklá rovnice se označuje jako Crawfordova.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{1}{4} \cdot \dot{\gamma}_{sh} \cdot \left(3 + \frac{d \cdot \ln \dot{\gamma}_{sh}}{d \cdot \ln \tau_w} \right) \quad (4-72)$$

Poté, když je známa hodnota skluzové rychlosti při různých hodnotách smykového napětí je možné vytvořit obecný předpis pomocí Navierova zákona pro skluz.

$$\tau_w = \alpha \cdot V_{slip}^p \quad (4-73)$$

V rovnici (4-73) je α Navierův skluzový koeficient a p je parametrový index. Zmíněné modifikační metody jsou pouze analytického charakteru. Pro numerický přístup řešení modifikace Mooneyho korekční metody je možné použít tzv. Tikhonovu regulační metodu (TRM) [36].

4.7 Kvantifikace vlivu drsnosti a jeho korelace se skluzem

Při proudění neneutonské kapaliny skrz potrubí nebo štěrbinu reometru má na chování kapaliny velmi výrazný vliv velikost drsnosti povrchu. Při velmi nízké hodnotě drsnosti stěn dochází k velmi výraznému vzniku skluzu. S tím je spojen pokles meze toku, zvýšení rychlosti proudění neneutonské kapaliny, nebo také významné snížení celkového tlakového spádu. Tohoto chování lze využít pro snížení nákladů na čerpadla při dopravě průmyslových kapalin na velké vzdálenosti. V řadě aplikací je vznik skluzu nežádoucím jevem, protože sebou přináší iniciaci nestabilního proudění. Při použití stěn s vysokou drsností se mez toku neneutonské kapaliny a tlakový spád ve štěrbině velmi výrazně zvyšují. Současně při vyšší hodnotě drsnosti dochází v lokálním měřítku k iniciaci zpětných proudů, nebo dokonce až ke vzniku turbulentního proudění. V takových případech nelze použít k popisu chování neneutonské kapaliny klasické reologické modely, protože celé odvození jejich odpovídajících rychlostních profilů je založeno na předpokladu laminárního proudění. Pro kvantifikaci vlivu drsnosti na chování kapaliny existuje celá řada metod nebo postupů, které se liší svou složitostí a přesností.

Kvantifikaci vlivu drsnosti je možné provést experimentálně, a to měřením neneutonské kapaliny při různých drsnostech stěn potrubí nebo štěrbin. Při měřeních se sleduje vývoj celkového tlakového spádu v potrubí nebo ve štěrbině. Úskalím tohoto přístupu je skutečnost, že na velikosti celkového tlakového spádu se nepodílí pouze vliv jakosti povrchu stěn, ale také jiné parazitní jevy (skluz, vstupní a výstupní oblast, typ proudění atd.), které vliv drsnosti do značné míry zkreslí. V současné odborné literatuře se nacházejí matematické predikce a předpisy pro vyjádření vlivu drsnosti na chování kapaliny v podobě třecích ztrát neboli třecí ztrátové výšky Z_t .

Ztráty třením se popisují pomocí Darcy-Weisbachovy rovnice [4-6, 46-48], která je uvedena v následující rovnici (4-74).

$$Z_t = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (4-74)$$

V rovnici (4-74) je zřejmé, že ztrátová výška je ovlivněna součinitelem tření λ , délkou potrubí nebo štěrbin L , průměrem potrubí nebo hydraulickým průměrem štěrbin d , rychlostí proudění nenewtonské kapaliny v a gravitačním zrychlením g . Největším problémem při tomto výpočtu je určení teoretického součinitele tření, který je závislý na typu proudění a drsnosti stěn povrchu. Pro laminární proudění slouží jednoduchý výpočet součinitele tření a to $64/Re$. Oproti tomu pro turbulentní nebo přechodové proudění je nutné odečíst hodnotu součinitele tření přímo z Moodyho anebo Nikuradseho diagramu. Alternativou k Moodyho diagramu může posloužit Colebrook-Whiteova výpočetní rovnice, kde Δ je absolutní drsnost stěn.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3.7 \cdot d} \right) \quad (4-75)$$

Pro výpočet součinitele tření v turbulentním proudění neslouží pouze Colebrook-Whiteova rovnice, ale také např. Blasiusova ($Re < 10^5$), Leesova ($Re < 15 \cdot 10^6$), Drewova ($Re < 10^6$) anebo Nikuradseho výpočetní rovnice [44, 46]. Tyto rovnice jsou často omezeny svým pracovním rozsahem. Pro přepočtení ztrátové výšky na tlakové ztráty způsobené drsností se používá výpočet hydrostatického tlaku.

$$\Delta p_{\text{drsnost}} = Z_t \cdot \rho \cdot g \quad (4-76)$$

Ke kvantifikaci vlivu drsnosti na chování nenewtonské kapaliny je možné přistoupit pomocí Fanningova třecího faktoru, neboť se jedná o ekvivalent součinitele tření. Fanningův třecí faktor stejně jako součinitel tření je funkcí povrchových vlastností obtékaných stěn, ale i charakterem proudění nenewtonské kapaliny [36, 49, 50]. Obecně se udává, že součinitel tření je čtyřnásobkem Fanningova třecího faktoru ($\lambda = 4 \cdot f$).

$$f = 5.5 \cdot 10^{-3} \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot 10^4 \cdot e}{D_h} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (4-77)$$

Z rovnice (4-77) vyplývá, že Fanningův třecí faktor je vyjádřen pomocí relativní drsnosti $\frac{e}{D_h}$, charakteristického rozměru štěrbin nebo potrubí D_h a Reynoldsovým číslem Re . Stanovení hodnoty Fanningova faktoru je velmi užitečné pro vytvoření korelace mezi skluzovou rychlostí (tedy skluzem) a součinitelem třením (drsností povrchů stěn). Korelace je vyjádřena následující rovnicí (4-78). Už z této rovnice je patrná nepřímá úměra mezi Fanningovým třecím faktorem a skluzovou rychlostí.

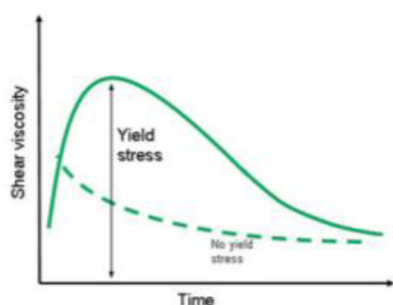
$$\frac{\mu_{slip} \cdot V_{slip}}{\delta} = \frac{f \cdot \rho \cdot V_{slip}^2}{2} \quad (4-78)$$

4.8 Určení meze toku u neneutonských kapalin

Mez toku je definována jako napětí, které musí být překonáno, aby neneutonská kapalina začala téct [51, 52]. Pokud smykové napětí v kapalině nedosahuje hodnoty meze toku, bude se kapalina pouze elasticky deformovat. Poté, co smykové napětí v kapalině překoná mez toku, začne kapalina proudit a chovat se jako neneutonská kapalina. U newtonských kapalin má mez toku nulovou hodnotu, tzn. že na newtonské kapaliny není potřeba vyvíjet žádné zatížení, aby začaly téct. Mez toku jako materiálová konstanta je komplikovaně měřitelná veličina. Závisí na měřicí aparatuře, ale především na měřicích okrajových podmínkách (tixotropní chování, relaxace viskoelastických materiálů, teplota měřené kapaliny atd.). I proto vzniklo několik přístupů a metod, jak určit přesnou hodnotu meze toku pro konkrétní kapaliny.

První a nejjednodušší metodou je proložení naměřených dat reologickým modelem (Casson, Bingham, Herschel-Bulkley nebo Biviskózní model) [51]. Tímto způsobem lze vytvořit tokovou křivku (grafická závislost smykového napětí na smykovém spádu). Průnik tokové křivky s osou y určuje dynamickou mez toku sledované neneutonské kapaliny. Nedostatkem této metody je volba vhodného reologického modelu, který dokáže nejpřesněji určit mez toku sledované neneutonské kapaliny. Také se může stát, že jeden z modelů bude nejlépe prokládat naměřená data při nízkých smykových spádech, ale jiný model zase naměřená data při vysokých smykových spádech.

Druhá metoda je založena na hledání napětí, při kterém je pozorován vrchol dynamické viskozity sledované kapaliny, s použitím tzv. napěťové rampy [51]. Při této metodě se kontinuálně zvedá hodnota napětí v neneutonské kapalině a měří se odpovídající smykový spád. Než kapalina dosáhne vrcholu viskozity dochází ke vzniku elastické deformace, tzn. že rychlost deformace je téměř konstantní, i když napětí v kapalině stoupá lineárně. Tehdy vrchol viskozity představuje bod, ve kterém se již elastická struktura sledované kapaliny bortí a dochází k iniciaci proudění neneutonské kapaliny. Toto chování se v kapalině projeví rychlým zvyšováním smykového spádu a následným snižováním viskozity. Na následujícím obrázku je ilustračně znázorněn průběh viskozity při měření neneutonské kapaliny i s jeho hledaným vrcholem, kterému odpovídá napětí meze toku.



obr. 4-9 Srovnání dvou obecných neneutonských kapalin (s a bez meze toku) [51]

Třetí metodou je využití oscilačního testování nenewtonské kapaliny, při kterém se sleduje elastické napětí (σ'), které je spojováno s modulem pružnosti jako funkce amplitudy přetvoření kapaliny [51]. Mez kluzu je zde považována za maximální hodnotu elastického napětí. Při tomto testování je zásadní volba testovací frekvence, jelikož modul pružnosti klesá se snižující se frekvencí. Nízké testovací frekvence jsou přesnější pro určování materiálových vlastností nenewtonských látek v klidovém stavu. Při vyšších frekvencích hrozí, že u vyšších drsností měřících stěn reometru může dojít k vytváření dutin v měřené látce, a tím zkreslení hodnoty meze toku. Jednou z nejpřesnějších metod určování meze toku je vícenásobný creepový test. Tento test se skládá ze série creepových zkoušek realizovaných při různých smykových napětích. Jejich srovnáním lze následně určit hodnotu meze toku.

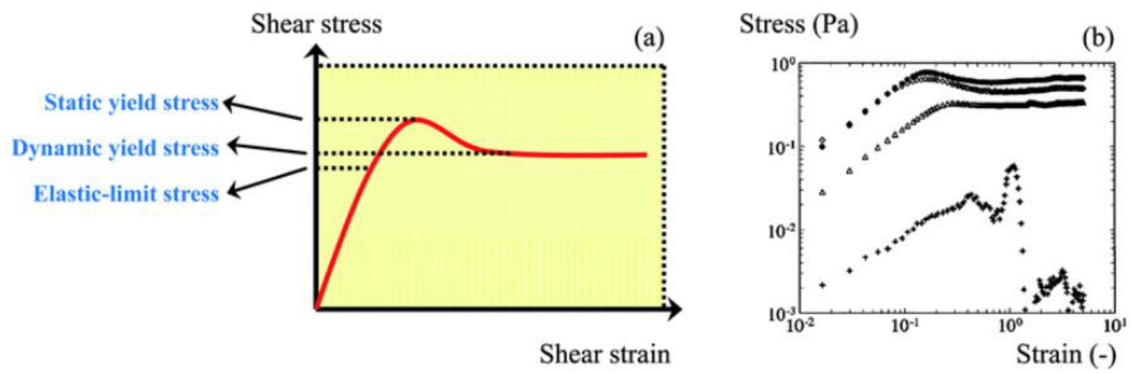
U magnetoreologických kapalin je mez toku ovlivněna silou vnějšího magnetického pole H . Se zvyšující se silou magnetického pole se zvyšuje i hodnota meze toku τ_y . K určování konkrétní hodnoty meze toku je možné obecně použít dva způsoby. První způsob spočívá v analytickém výpočtu meze toku na základě práce Klingenberg [53]. Klingenberg předpokládal, že se částice chovají jako magnetické multidomény, že je možné zanedbat působení Brownova pohybu a vliv multipólového (multitělesový) magnetostatického kontaktu mezi jednotlivými částicemi. Následně lze mez toku určit pomocí rovnice (4-79), kterou Klingenberg odvodil ve své práci.

$$\tau_y = \sqrt{6} \cdot \phi \cdot \mu_0 \cdot M_s^{\frac{1}{2}} \cdot H^{\frac{3}{2}} \quad (4-79)$$

Z této rovnice je patrné, že mez toku je závislá na objemovém zlomku feromagnetických částic ϕ , permeabilitě vakua μ_0 , saturované hodnotě magnetizace částic M_s a síle vnějšího magnetického pole H . Tato rovnice platí pro malé síly vnějšího magnetického pole. Při větších silách se stává mez toku nezávislá na hodnotě síly magnetického pole. Tehdy rovnice (4-79) přechází do formy (4-80) [53].

$$\tau_y = 0.086 \cdot \phi \cdot \mu_0 \cdot M_s^2 \quad (4-80)$$

K stejným rovnicím došli i Goldasz se Sapiňským [54]. Ti dodávají, že tyto rovnice jsou platné pouze v případech zředěné magnetoreologické kapaliny. Alternativou k tomuto zmíněnému principu je určení hodnoty meze toku z vyhodnocení experimentálního měření. Ilustrativní obrázek 4-10 ukazuje, jak je možné odečíst hodnoty meze toku z naměřených dat smykového napětí a smykového spádu.



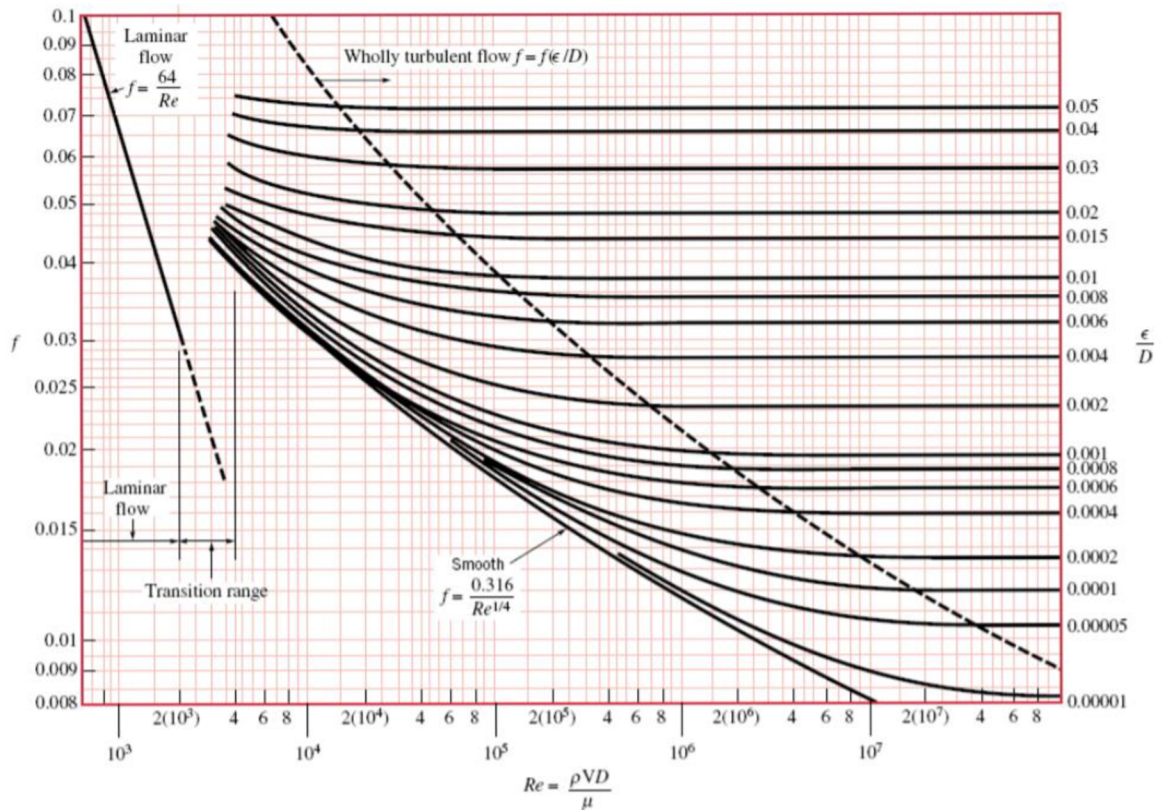
obr. 4-10 Ukázka určování mezí toku z naměřených dat podle Klingberga [53]

5 VÝSLEDKY

V této části diplomové práce jsou uvedené výsledky z verifikačních měření newtonských kapalin měřených na slit-flow reometru. Hlavním cílem těchto měření je verifikace navržených metodik pro vyhodnocování naměřených dat se zaměřením na kvantifikaci jednotlivých faktorů způsobujících nestabilní proudění. Při vyhodnocování naměřených dat pomocí metody srovnávání tokových křivek dochází k výběru nejvhodnějšího reologického modelu pro popis chování sledované newtonské kapaliny v určitém rozsahu smykového spádu. Vybraný reologický model bude použit pro tvorbu rychlostních profilů pomocí navržené reologické aplikace.

5.1 Ověření základních předpokladů pro odvození rychlostních profilů

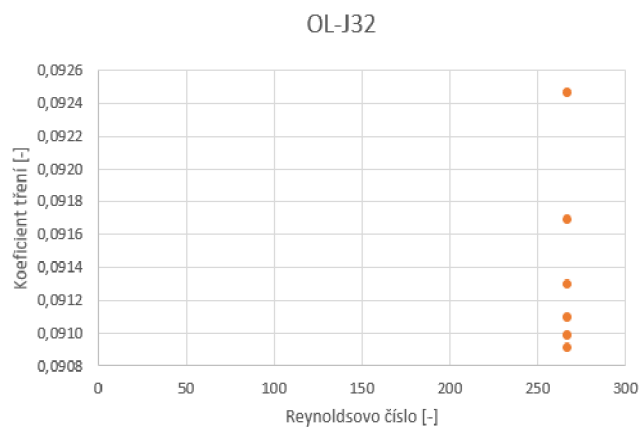
Prvním významným předpokladem pro odvození rychlostních profilů je předpoklad měření kapaliny v oblasti **laminárního proudění**. Ověřování tohoto předpokladu konvenčně probíhá srovnáním Reynoldsova čísla pro proudění ve štěrbině s kritickou hodnotou Reynoldsova čísla pro konkrétní druh kapaliny. Určování kritické hodnoty Reynoldsova čísla je založeno na experimentálních měřeních, při kterých dochází k vytváření prvních vířivých proudů (turbulencí). Ověření předpokladu laminárního proudění je možné provést analytickou metodou – pomocí Moodyho diagramu. Moodyho diagram vytváří grafickou závislost mezi Reynoldsovým číslem, součinitelem tření a relativní drsností povrchů stěn, kolem kterých kapalina proudí. Tento diagram je znázorněn na obrázku 5-1.



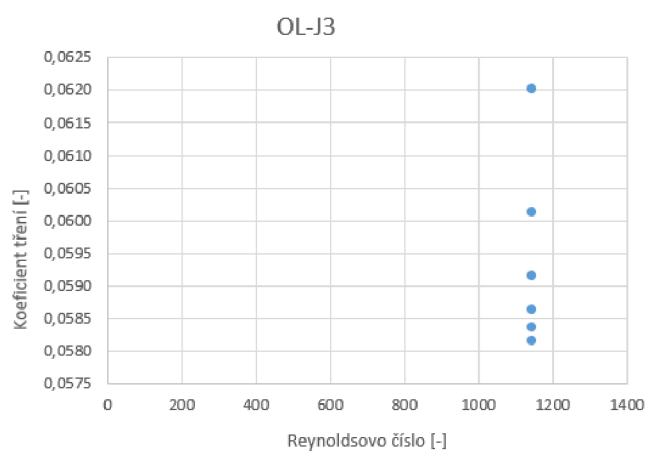
obr. 5-1 Moodyho diagram [53]

Při ověřování laminárního proudění byly použity referenční oleje – OL-J3, OL-J32, NEXBASE 2004, PARAMO B28 a MRF kapalina (nosná směs OL-J3 a OL-J32 s obsahem 22 obj. % ferromagnetických částic). Výpočet Reynoldsových čísel a tvorby konkrétních bodů v Moodyho diagramu je uveden v příloze I. Na obrázku 5-2 je znázorněna závislost Reynoldsova čísla na součiniteli tření pro olej OL-J32. Při srovnání umístění bodů z tohoto grafu s jejich umístěním v Moodyho diagramu je patrné, že se všechny body nachází v oblasti laminárního proudění při použití různých drsností stěn štěrbin.

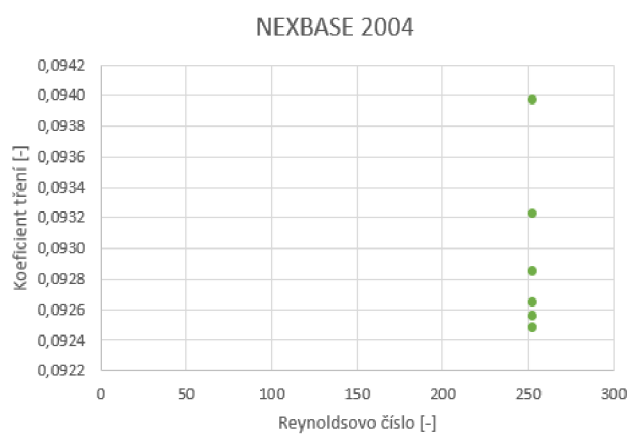
Na následujících obrázcích 5-2 až 5-6 jsou uvedeny grafické závislosti Reynoldsova čísla na koeficientu tření pro zmíněné referenční oleje. Koeficienty tření jsou spočítány pomocí Darcy-Weisbachovy rovnice pro různě drsné stěny štěrbin. Reynoldsovo číslo je u všech olejů vypočítáno při maximální rychlosti plovoucího pístu 0.3 m/s. Tato maximální rychlost je zvolena s ohledem na bezpečné použití slit-flow reometru a jeho snímačů.



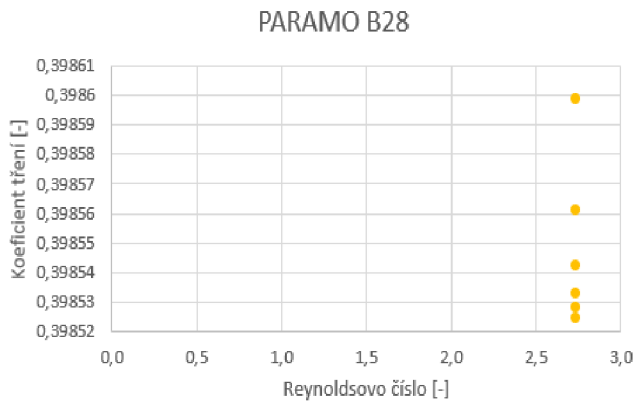
obr. 5-2 Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej OL-J32



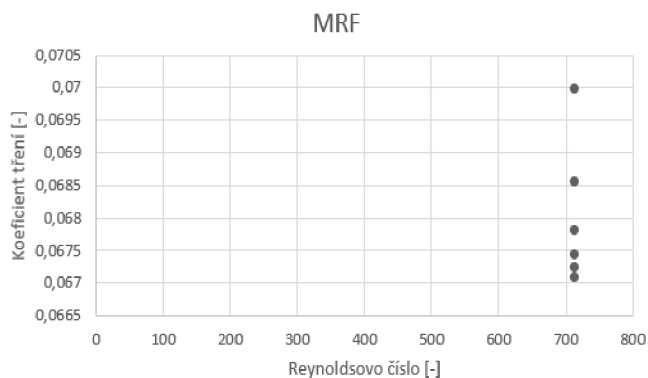
obr. 5-3 Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej OL-J3



obr. 5-4 Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram olej NEXBASE 2004



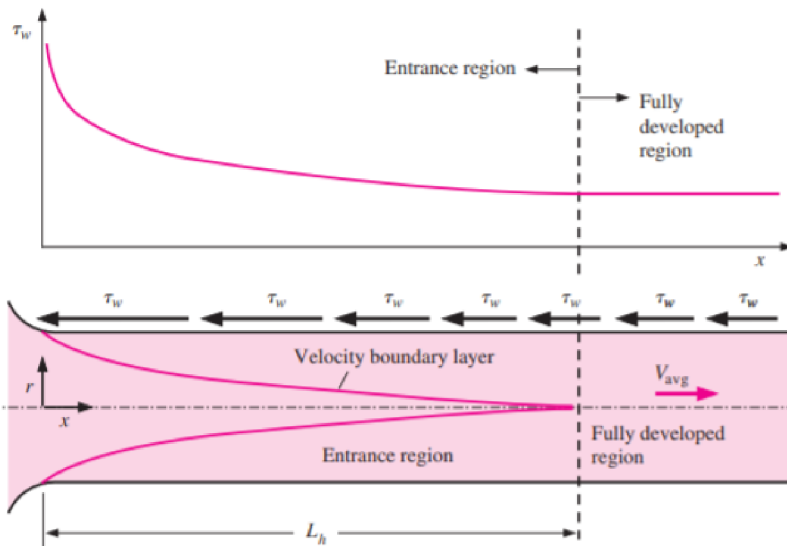
obr. 5-5 Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej Paramo B28



obr. 5-6 Vyhodnocení měření s olejem MRF (nosná kapalina OL-J3 a OL-J32)

U všech zmíněných měření je každý vytvořený bod přenesen do Moodyho diagramu. Všechny tyto přenášené body se nacházejí v oblasti laminárního proudění, tedy v levé části Moodyho diagramu. Z tohoto vyhodnocení plyne, že při měření na slit-flow reometru a při stejné geometrii štěrbině je předpoklad laminárního proudění zcela platný v rozsahu rychlosti pohybu plovoucího pístu od 0 až do 0,3 m/s . Ke vzniku turbulenci nebo vírů může docházet pouze v lokálním měřítku, a to vlivem geometrie vstupní a výstupní oblasti štěrbině (přechod mezi průřezem štěrbině a průřezem plovoucího pístu).

Druhým základním předpokladem pro odvození rychlostních profilů je předpoklad dostatečné **stabilizační délky štěrbině** pro plný rozvoj rychlostního profilu s jeho následným ustálením. Při ustáleném proudění s plně rozvinutým rychlostním profilem si smykové napětí na stěně štěrbině zachovává konstantní hodnotu. Toto chování smykového napětí je viditelné na obrázku 5-7. Na tomto obrázku je viditelná tloušťka ovlivněné vrstvy, při které je tvar rychlostního profilu ještě ovlivněn vstupní oblastí štěrbině.



obr. 5-7 Závislost smykového napětí na stěnách štěrbině τ_w na délce štěrbině / [56]

Při prvních měřeních olejů OL-J3 a MRF (nosná směs kapaliny OL-J3 a OL-J32) došlo k výpočtu minimální stabilizační délky štěrbině. Tyto výpočty jsou uvedeny v tabulkách 5-1 a 5-2. K výpočtu stabilizační délky štěrbině je možné použít různé přístupy. V této práci jsem se rozhodl stabilizační délku určit podle Nikuradseho vztahu (pro turbulentní proudění) [4-6], metodou obecné aproximace (pro laminární proudění), výpočtem na základě práce Cimbal a Cengela [56] nebo na základě práce Liena K.[57]. Srovnáním jednotlivých délek pro laminární i turbulentní proudění pro olej OL-J3, ale i aktivovanou a neaktivovanou MRF došlo k určení minimální stabilizační délky.

Výsledná minimální hodnota stabilizační délky byla určena podle Nikuradseho vztahu na 47 mm, protože v ostatních přístupech je potřebná stabilizační délka výrazně nižší (jednotlivé přístupy pro určení stabilizační délky jsou podrobněji uvedeny v příloze V). Při této délce štěrbině lze předpokládat, že se rychlostní profil ve štěrbině plně rozvine při laminárním prouděním sledované kapaliny. Vyhodnocovací soubor pro výpočet stabilní délky štěrbině, průvodní text s teoretickým základem k problematice stabilizační délky jsou uvedeny v přílohách V a VI na konci diplomové práce. Při měření nesmí Reynoldsovo číslo překročit hodnotu 915 (tato hodnota platí pouze pro štěrbinu délky 55 mm), neboť po jejím překročení již nedochází k stabilizaci proudění sledované kapaliny (stabilizační délka je delší než délka štěrbině) a zároveň nevzniká plně rozvinutý rychlostí profil.

tab. 5-1 Ilustrační tabulka z vyhodnocovacího souboru pro návrh délky štěrbinu a pro olej OL-J3

frekvence	Body na tokové křivce				Reynoldsovo číslo	stab. délka pro lam. proudění [mm]	stab. délka pro lam. pr. dle Cimbala a Cengel [mm]	
	Bod 1 - horní větév		Bod 2 - dolní větév					
	tlakový spád [bar]	smýkové napětí [Pa]	tlakový spád [bar]	smýkové napětí [Pa]				
0,1	0,0153	29	0,0033	6	44	3	10	
0,2	0,0256	48	0,0139	26	88	5	11	
0,3	0,0376	71	0,0261	49	131	8	12	
0,4	0,0377	71	0,0264	50	175	10	12	
0,5	0,0656	123	0,0547	103	219	13	13	
0,1	0,0186	35	0,0032	6	44	3	10	
0,2	0,0307	58	0,0058	11	88	5	11	
0,3	0,0434	81	0,0169	32	131	8	12	
0,4	0,0564	106	0,0302	57	175	10	12	
0,5	0,071	133	0,0448	84	219	13	13	
0,0635	0,0154	29	0,0038	7	28	2	9	
0,127	0,0262	49	0,0145	27	56	3	10	
0,193	0,0392	74	0,0271	51	85	5	11	
0,253	0,0522	98	0,0398	75	111	7	11	
0,318	0,0669	125	0,055	103	139	8	12	
0,0635	0,0179	34	0,0025	5	28	2	9	
0,127	0,0297	56	0,0059	11	56	3	10	
0,193	0,0423	79	0,0169	32	85	5	11	
0,253	0,0547	103	0,0291	55	111	7	11	
0,318	0,07	131	0,0445	83	139	8	12	
Pro všechna tyto měření lze použít přistoupit pomocí Nikuradseho nebo obecné aproximace								
Doporučení pro stab. délku dle Nikuradseho pro lam. proudění [mm]						47	mm	
Doporučení pro stab. délku dle obecné aproximace pro lam. proudění [mm]						12	mm	

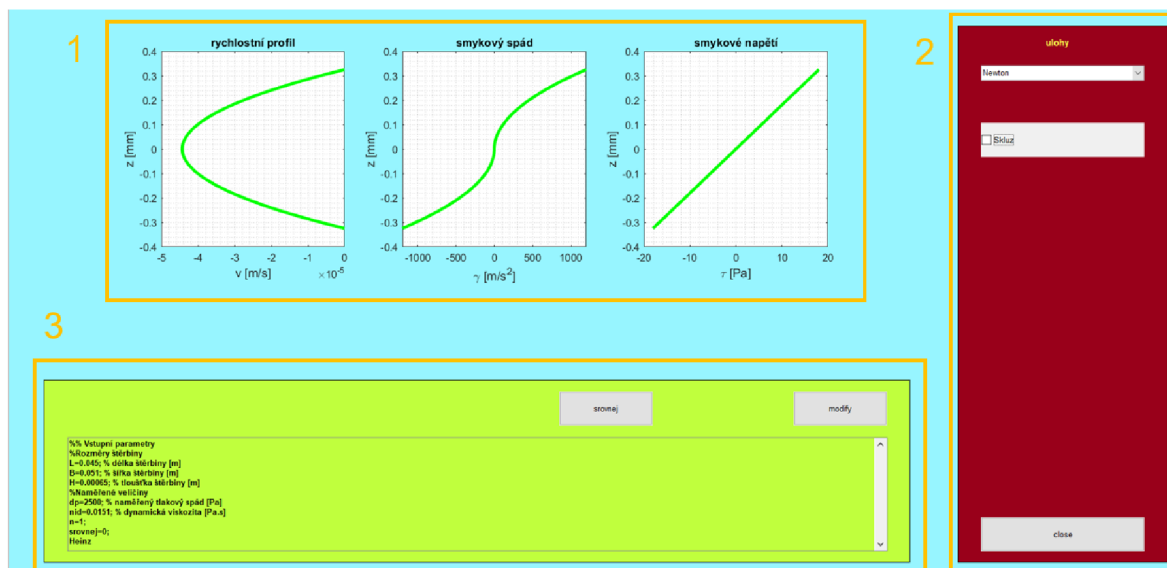
Pomocí zmíněných postupů a výpočtů došlo k prokázání, že použité předpoklady laminárního proudění a sledování kapaliny při plném rozvinutí rychlostního profilu jsou platné v celém rozsahu rychlosti pohybu plovoucího pístu (0 až 0.3 m/s) při měření pro použité kapaliny.

tab. 5-2 Ilustrační tabulka z vyhodnocovacího souboru pro návrh délky štěrbinu a pro MRF kapalinu

frekvence	max tlakový spád [bar]	Velikost magnetizace	Reynoldsovo číslo	stab. délka pro lam. proudění [mm]	stab. délka pro lam. pr. dle Cimbala a Cengel [mm]
0,879	0,4322	0kA/m 40 st.	459	27	14
0,8692	0,5319	0kA/m 60st.	711	42	16
0,8933	0,678	35kA/m 40 st.	467	28	15
0,82	1,06	35kA/m 60 st.	670	40	15
0,889	1,667	70kA/m 40st.	464	28	15
0,9283	2,27	70kA/m 60st.	759	45	16
0,911	2,6338	105kA/m 40st.	476	28	15
0,9075	3,056	105kA/m 60st.	742	44	16
0,9167	3,769	140kA/m 40st.	479	28	15
0,9242	3,892	140kA/m 60st.	756	45	16
0,9233	1,222	35kA/m 40 st.	482	29	15
0,9108	1,161	35kA/m 40 st.	476	28	15
0,9225	1,176	35kA/m 40 st.	482	29	15
0,9192	1,123	35kA/m 40 st.	480	28	15
0,9092	1,23	35kA/m 60 st.	475	28	15
0,9258	3,892	140kA/m 40 st.	484	29	15
0,925	3,731	140kA/m 40 st.	483	29	15
0,9275	3,807	140kA/m 40 st.	484	29	15
0,9275	3,884	140kA/m 60 st.	758	45	16
0,9267	4,03	140kA/m 60 st.	757	45	16
0,9275	3,861	140kA/m 60 st.	758	45	16
Pro všechna tyto měření lze použít přistoupit pomocí Nikuradseho nebo obecné aproximace					
Doporučení pro stab. délku dle Nikuradseho pro lam. proudění [mm]				47	mm
Doporučení pro stab. délku dle obecné aproximace pro lam. proudění [mm]				12	mm

5.2 Reologická aplikace

Součástí diplomové práce je tvorba interaktivní aplikace, která uživateli umožní jednoduchý přístup k vizualizaci průběhu rychlostního profilu, distribuce smykového napětí a smykového spádu v průřezu štěrbinu. Aplikace je vytvořena pomocí programu Matlab R2018b. Součástí aplikace jsou všechny zmíněné reologické modely, odvozené rychlostní profily, výpočty skluzu a také korekční metody. Na obrázku 5-8 je znázorněno hlavní okno reologické aplikace. Toto okno je možné rozdělit do tří oblastí na základě jejich funkcí.



obr. 5-8 Reologická aplikace

První oblast je čistě vizuální, kde dochází k vykreslování jednotlivých grafických závislostí. V prvním grafu bude vždy vykreslován aktuální rychlostní profil, tedy závislost polohové souřadnice z na okamžité hodnotě rychlosti proudění kapaliny skrz štěrbinu nebo potrubí v . Tvar rychlostního profilu je klíčovým prvkem pro přesný popis chování kapaliny. Pokud bude docházet ke vzniku nežádoucích parazitních jevů, bude jejich vliv nejviditelnější právě na tvaru rychlostního profilu (změna parabolického průběhu, lokálního vzniku záporných hodnot rychlosti proudění a další.). Ve druhém grafu se nachází závislost polohové souřadnice z na hodnotě smykového spádu $\dot{\gamma}$. Znalost rozložení smykového spádu je klíčová pro popis chování kapaliny. Poslední graf prezentuje distribuci smykového napětí v průřezu štěrbinu.

Druhá oblast je manipulační a pro uživatele velmi důležitá. V této oblasti reologické aplikace si uživatel sám ze seznamu zvolí svůj reologický model, který chce použít pro matematický popis chování kapalin. Seznam obsahuje 9 nejčastěji používaných reologických modelů pro popis newtonských, neneutronských a i viskoplastických kapalin. Pod tímto seznamem se nachází zaškrtačací tlačítko pro implementaci skluzu. Pokud jej uživatel zaškrtně, tak aplikace na základě vložených naměřených dat určí hodnotu skluzové rychlosti. Skluzová rychlost se v aplikaci určuje na základě Mooneyho a Jastrzebského korekční metody. Ve spodní části této oblasti se nachází tlačítko „close“, které celou aplikaci ukončí.

Ve třetí oblasti je výčet základních geometrických parametrů štěrbin s uvedením reologických parametrů, které odpovídají zvolenému reologickému modelu. Hlavní předností této oblasti je její interaktivita. Uživatel může přímo zadávat vlastní vstupní parametry pro popis chování kapaliny nebo určit své vlastní okrajové podmínky. Následným zmáčknutím tlačítka „modify“ dochází k automatickému přepočtu rychlostního profilu a distribuci smykového spádu se smykovým napětím tak, aby jejich průběhy odpovídaly nově zadaným vstupním parametrům.

Aplikace obsahuje i tlačítko „srovnej“. Prvním stisknutím tohoto tlačítka dochází k vytvoření nového okna aplikace, do něhož se přenesou aktuálně vytvořené křivky rychlostního profilu, distribuční křivka smykového spádu a smykového napětí. Poté uživatel může měnit okrajové podmínky nebo typ reologického modelu. Jakmile bude spokojen s vytvořenými křivkami a bude je chtít srovnat s těmi prvotními, stačí opět pouze kliknout na tlačítko „srovnej“. Tímto srovnáváním může uživatel sledovat vývoj křivek, a tím i chování kapaliny při různých okrajových podmínkách, může srovnávat přesnost jednotlivých reologických modelů, nebo může sledovat přímý vliv jednotlivých reologických parametrů na chování kapaliny.

Reologická aplikace slouží pro vizuální podporu při vyhodnocování a zpracování naměřených dat při měření na slit-flow reometru. Její použití je výrazně jednodušší a efektivnější než používání jednotlivých výpočetních skriptů pro jednotlivé reologické modely. Současně umožňuje rychle modelování případových studií, kdy uživatel hledá optimální vstupní parametry pro zajištění určitého typu chování sledované kapaliny. Tato reologická aplikace může být použita v procesu vzdělávání jako edukační pomůcka při výuce proudění kapalin. Pomocí této aplikace si studenti mohou vyzkoušet, jak jednotlivé parametry konkrétních reologických modelů ovlivňují chování kapalin jako celku.

5.3 Verifikační měření

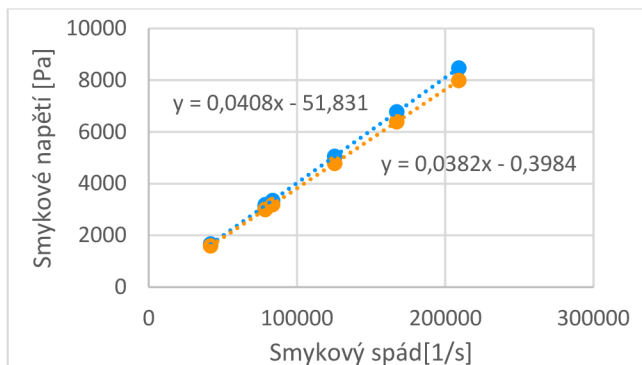
Účelem verifikačních měření je ověření základních matematických předpokladů a hypotéz týkajících se chování skluzu, použitých metod pro popis chování kapalin, ale i sledování chování kapalin v reometru jako celku. Pro verifikační měření jsou záměrně zvoleny newtonské kapaliny, neboť při měření těchto kapalin prochází jejich toková křivka nulovým bodem. Pokud toková křivka neprochází nulou, znamená to, že může docházet ke vzniku dodatečných tlakových ztrát (působení geometrie reometru), vzniku skluzu nebo jiných parazitních jevů, které proudění kapaliny doprovázejí. Působením těchto parazitních jevů dochází ke zkreslení získaných reologických parametrů.

5.3.1 Měření oleje OL-J32 při drsnosti povrchů Ra 0.4

Prvním krokem při popisu chování kapaliny je ověření základních matematických předpokladů (laminární proudění a stanovení stabilizační délky štěrbin). Předpoklad laminárního proudění byl proveden pomocí výpočtu Fanningova třecího faktoru a Reynoldsova čísla, které se implementují do Moodyho a Colebrookova diagramu. Minimální stabilizační délka pro slit-flow reometr byla stanovena na 47 mm, která vznikla srovnáním Nikuradseho, Cingelova a obecného aproximačního přístupu. Všechny tyto metody jsou podrobně rozebrány v příloze V a podrobné výsledky z ověřování jednotlivých předpokladů v příloze VI.

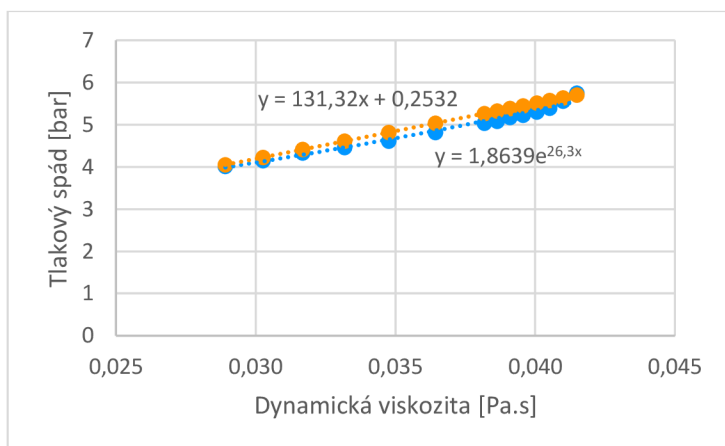
Po úspěšném ověření základních matematických předpokladů je možné přistoupit k vytvoření tokových křivek, viz. obr. 5-9. Na tomto obrázku jsou dvě tokové křivky. Modrá křivka odpovídá tokové křivce, která je vytvořena z experimentálně naměřených dat. Oranžová křivka je čistě teoretická, tudíž je idealizovaná, tzn., že všechny parazitní jevy jsou zanedbány (nestabilita proudění, skluz atd.). K těmto teoretickým hodnotám jsou připočítány reálné tlakové ztráty, způsobené obtékáním geometrie reometru, tedy vtokové a výtokové tlakové ztráty, které se vždy vytvářejí při měření na slit-flow reometru. Se zvyšující se hodnotou smykového spádu je patrný zvyšující se rozdíl mezi těmito křivkami. Tento trend je způsoben vyšší pravděpodobností vzniku nestabilního proudění – obtékání geometrie, vznik lokálního turbulentního proudění, odtržení skluzové vrstvy atd. Z porovnání tokových křivek je evidentní, že skluz při těchto okrajových podmínkách má minimální vliv na chování kapaliny (rozdíl mezi tokovými křivkami je v rozsahu 0 až 400 Pa) – modrá toková křivka vykazuje v celém rozsahu vyšší hodnoty smykového napětí než oranžová toková křivka. Toto chování také odpovídá teorii, kdy skluz má nejvyšší vliv na chování kapalin při nízkých smykových spádech. Poslední zajímavostí je skutečnost, že modrá toková křivka protne osu y přibližně při 52 Pa. Tato hodnota je zanedbatelná vzhledem k velikosti smykového napětí v kapalině (rozmezí cca 1 600 až 8 500 Pa).

Odsazení průniku experimentální tokové křivky s osou y je způsobeno vznikem nestabilního proudění kapalin v důsledku obtékání těla reometru, ke kterému dochází při skokové změně průtokového průřezu (nepoužití konstrukčních vložek) a vlivem skluzu.



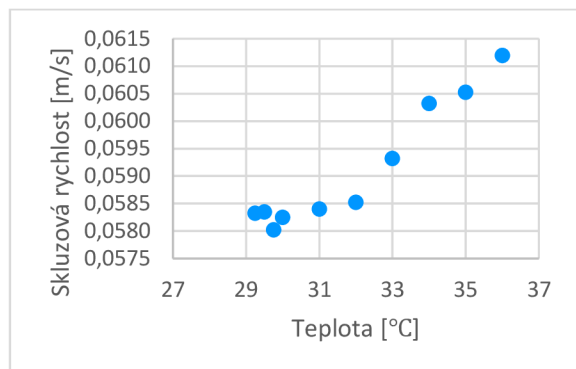
obr. 5-9 Tokové křivky pro OL-J32 při drsnosti stěn štěrbiny Ra 0.4

Na obrázku 5.10 je znázorněna závislost celkového tlakového spádu ve štěrbině na dynamické viskozitě měřeného oleje OL-J32 při konstantní hodnotě smykového spádu. Při dlouhotrvajících testech dochází vlivem tření k ohřívání kapaliny. Tento ohřev způsobuje pokles viskozity, a tím ovlivňuje chování kapaliny při průtoku štěrbinou v reometru. Ze srovnání teoretické (oranžové) křivky a experimentální (modré) naměřené křivky je vidět znatelný rozdíl. Teoretická (oranžová) křivka narůstá lineárně se zvyšující se hodnotou dynamické viskozity. V této teoretické křivce jsou matematicky zohledněny vtokové a výtokové tlakové ztráty. Oproti tomu experimentální (modrá) křivka vykazuje odlišný trend růstu, a to nárůst exponenciální. Tento rozdíl je primárně způsoben proměnlivostí vlivu skluzu při změně dynamické viskozity kapaliny, kdy kolem 0.035 je vliv skluzu nejvýraznější. Při nižších hodnotách dynamické viskozity je vliv skluzu menší, protože se snížením viskozity kapaliny se ztenčuje rozdíl mezi viskozitou ve skluzové vrstvě a viskozitou na proudnici kapaliny. Naopak při zvyšování viskozity sledované kapaliny dochází k velmi výraznému nárůstu vtokových a výtokových tlakových ztrát, které kompenzují vliv skluzu na hodnotu naměřeného tlakového spádu.



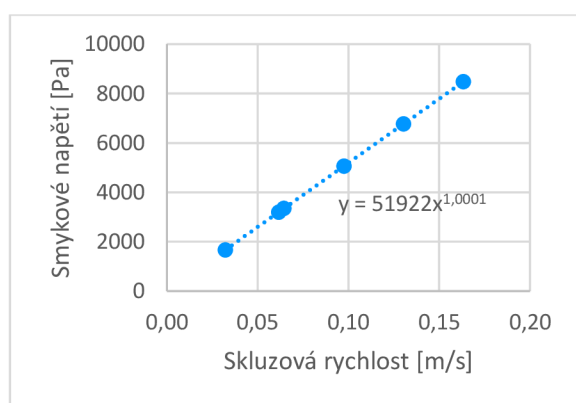
obr. 5-10 Vývoj tlakového spádu se změnou teploty – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek

Při měření oleje OL-J32 narůstá skluzová rychlost se zvyšující teplotou (tedy snižující se dynamickou viskozitou kapaliny) a tím dochází ke snižování vlivu skluzu na chování sledované kapaliny. Při tomto sledování byl smykový spád konstantní při všech teplotách. Současně si na obr. 5-11 lze povšimnout, že již kolem teploty 31°C dochází k saturování skluzové rychlosti, která se při nižších teplotách již téměř nemění. Tato saturace skluzové rychlosti je způsobována ustálením hodnoty dynamické viskozity ve skluzové vrstvě.



obr. 5-11 Vývoj skluzové rychlosti se změnou teploty – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek

Pro obecný popis vlivu skluzu, tedy vývoje skluzové rychlosti v závislosti na smykovém napětí na stěně štěrbiny, se používá Navierův viskozitní zákon (viz obr. 5-12). Tento zákon platí pouze za předpokladu newtonského chování kapaliny ve skluzové vrstvě. V případě měření OL-J32 při 30°C odpovídá Navierův skluzový koeficient α hodnotě 51922 a exponent Navierova zákona hodnotě 1.0001. Pomocí Navierova zákona je snadné určit skluzovou rychlost při jakémkoliv smykovém napětí v kapalině při dodržení stejných okrajových podmínek. Pro měření oleje OL-J32 je patrné, že skluz vzniká vždy, když kapalina proudí, protože Navierova viskozitní křivka prochází nulou. Z toho vyplývá, že při měření na slit-flow reometru a při dodržení stejných okrajových podmínek je chování kapaliny v reometru vždy ovlivněno skluzem.



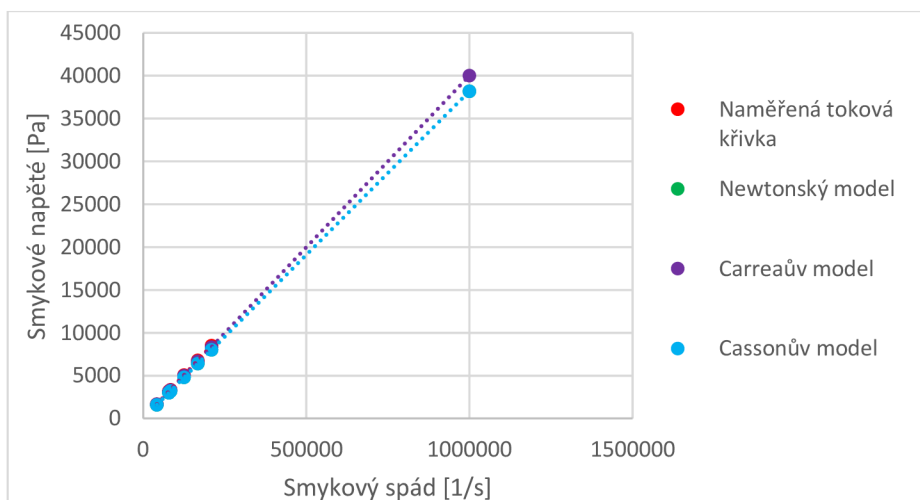
obr. 5-12 Navierova viskozitní křivka – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek

K získání relevantních reologických parametrů popisujících reálné chování oleje ve šterbině slit-flow reometru je možné přistoupit až po zhodnocení vlivu skluzu a jiných parazitních jevů. Pak je nutné zvolit správný reologický model, který dokáže nejlépe vystihnout chování oleje OL-J32 v celém rozsahu měřeného smykového spádu. Výběr reologického modelu spočívá ve srovnání experimentálně naměřené (modré) tokové křivky z tab. 5-3 a tokových křivek vytvořených pomocí jednotlivých reologických modelů. Všechny podstatné vstupní parametry potřebné k určení smykového napětí v jednotlivých reologických modelech jsou zjistitelné z dokumentace poskytnuté výrobcem nebo matematickou analýzou experimentálně naměřené tokové křivky.

tab. 5-3 Matematické srovnání smykového napětí reologických modelů a naměřených dat – OL-J32

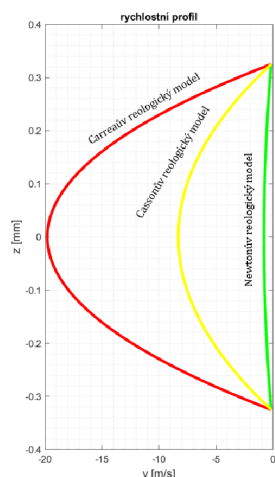
Smykový spád [1/s]	Naměřené smykové napětí [Pa]	Newtonský model [%]	Mocninný model [%]	Carreaův model [%]	Crossův model [%]	Ellisův model [%]	Cassonův model [%]	Binghamův model [%]	Herschel-Bulkleyho model [%]
41847	1668	4	12	1	7	4	4	4	12
78720	3198	6	13	3	9	6	6	6	13
83694	3348	5	11	1	8	5	5	5	11
125541	5058	5	12	2	8	5	5	5	12
167388	6774	6	12	2	9	6	6	6	12
209236	8478	6	12	2	9	6	6	6	12
78720	3108	3	10	0	7	3	3	3	10

V tabulce 5-3 je uvedeno matematické srovnání smykového napětí jednotlivých reologických modelů se smykovým napětím z naměřených dat (ve sloupcích reologických modelů je uvedena procentuální odchylka vůči naměřenému smykovému napětí). Při grafickém srovnání tokových křivek (viz. obr. 5-13) je patrné, že při nízkých smykových spádech jsou všechny tři vybrané modely (Newtonský, Carreaův a Cassonův reologický model) velmi přesné s minimální odchylkou vzhledem k naměřenému smykovému napětí. Pro zjištění chování oleje při velmi vysokých spádech je potřebné extrapolovat všechny tokové křivky k bodu, který odpovídá smykovému napětí při smykovém spádu 1000000 m/s. Při takto vysokém smykovém spádu je již rozdíl mezi vybranými modely viditelnější. Pouze Carreaův model dokáže i při takto vysokém smykovém spádu zachytit chování sledovaného oleje s dostatečnou přesností (odchylka činí 2 %, ostatní modely vykazují odchylku 6 %).



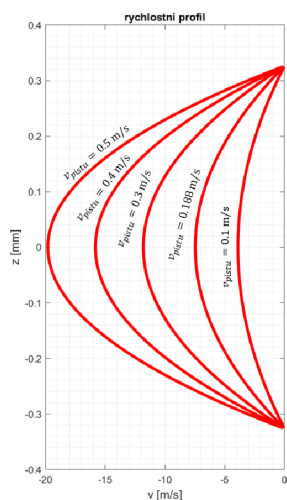
obr. 5-13 Srovnání tokových křivek (Newtonova, Cassonova, Carreaova a naměřená toková křivka) – OL-J32

Pro vybrané reologické modely (Newtonský, Carreaův a Cassonův reologický model) jsou vytvořeny rychlostní profily (při maximální rychlosti pohybu plovoucích pístů 0.5 m/s), které jsou následně porovnány na obr. 5-14. Jednotlivé reologické modely se výrazně liší nejen svým tvarem, ale také predikovanou maximální rychlostí proudění oleje OL-J32 ve štěrbině reometru (Carrea cca. 20 m/s, Casson cca 8.5 m/s a Newton pouze cca. 1 m/s). Maximální rychlost proudění ve štěrbině predikovaná Carreovým reologickým modelem koresponduje s rychlostí proudění určenou výpočtem při použití rovnice kontinuity (rovnice 4-24).



obr. 5-14 Grafické srovnání rychlostních profilů pro vybrané reologické modely – OL-J32

Z těchto srovnání je zřejmé, že Carreaův reologický model nejlépe vystihuje chování oleje OL-J32 při 30°C při měření na slit-flow reometru. Z tohoto důvodu bude Carreaův reologický model použit pro vytvoření rychlostních profilů s použitím těchto vstupních parametrů (reologický parametr $n - 1.0089 [-]$, dynamickou viskozitu při nekonečném smykovém spádu $\eta_{\infty} - 0 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, dynamickou viskozitou při nulovém smykovém spádě $\eta_0 - 0.038 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ a časové konstantě $\lambda - 0.038 [-]$).

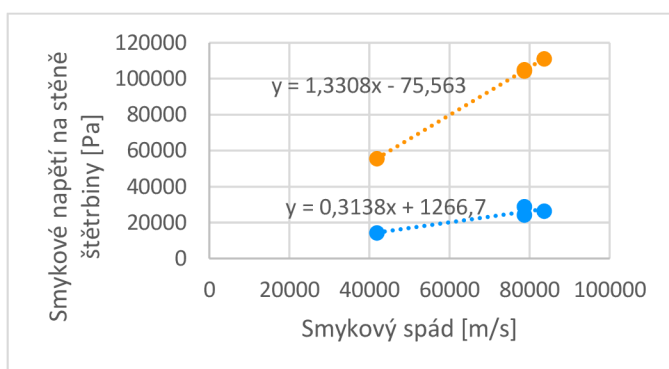


obr. 5-15 Rychlostní profily pro olej OL-J32 při různé rychlosti pohybu plovoucích pístů reometru

Na obrázku 5-15 je znázorněna změna rychlostního profilu se zvyšující se rychlostí pohybu plovoucího pístu. Rychlostní profily jsou vytvořeny pomocí navržené reologické aplikace. Ze srovnání jednotlivých profilů je jasně zřetelný nárůst maximální rychlosti pohybu oleje OL-J32 skrz štěrbinu, která se mění ze 4.2 m/s na 21 m/s. Dochází také ke změně tvaru rychlostního profilu, který se se zvyšující rychlostí pohybu pístu stále více tvarově přibližuje parabolickému průběhu. Skluzová rychlost výrazně neovlivňuje tvar rychlostního profilu, protože je významně nižší než hodnota maximální rychlosti proudění. Z toho plyne, že vliv skluzu se projevil především na naměřené hodnotě celkového tlakového spádu. Vliv drsnosti na chování měřeného oleje OL-J32 je zanedbatelný, vzhledem k použití nízké drsnosti povrchů stěn štěrbin (Ra 0.4).

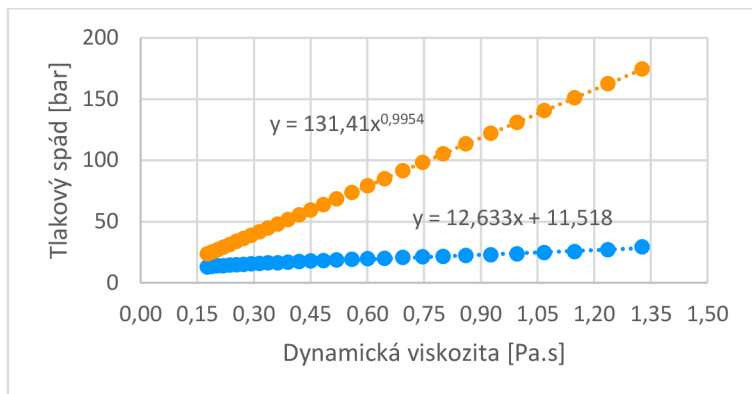
5.3.2 Měření oleje Paramo B28 při drsnosti stěn štěrbin Ra 0.4 – bez použití konstrukčních vložek

Než se přistoupí k popisu chování kapaliny oleje Paramo B28, je potřeba ověřit základní matematické předpoklady stejným způsobem jako v případě oleje OL-J32. Jejich úspěšné ověření je uvedeno v příloze IV. Olej Paramo B28 má při 30°C 100x vyšší dynamickou viskozitu, než má olej OL-J32. Při pohledu na tokové křivky z obr. 5-16 je patrné, že vyšší smykové napětí tentokrát vykazuje teoretická (oranžová) toková křivka oproti experimentálně (modré) naměřené tokové křivce. Tato změna v chování kapaliny je způsobena velmi výrazným vlivem skluzu, který je iniciován 100x vyšší hodnotou dynamické viskozity oleje Paramo B28. Experimentálně (modrá) naměřená toková křivka protínající osu y v 1266.7 Pa vykazuje výraznou odchylku od nulového bodu. Avšak olej Paramo B28 se za standardních podmínek řadí mezi newtonské kapaliny, tudíž by neměl vykazovat viskoplastické nebo viskoelastické chování. Zde sehrává velkou roli zvolená geometrie štěrbin, která má tloušťku pouhých 0.6 mm. Při takto nízké tloušťce štěrbin dochází ke shlukování atomů oleje ve vstupní oblasti štěrbin a tím k iniciaci odporu oleje vůči protlačování oleje skrz štěrbinu. Tento odpor se při vyhodnocování promítá do hodnoty meze toku. Při tomto měření se potvrdilo, že skluz je jedním z důležitých faktorů při měření velmi viskózních kapalin, protože výrazným způsobem mění chování kapaliny.



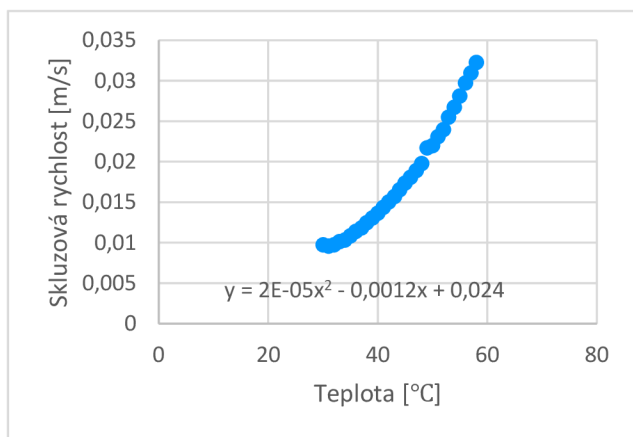
obr. 5-16 Tokové křivky – Paramo B28, Ra 0.4, bez vložek

Při srovnání křivek reprezentujících grafickou závislost tlakového spádu na dynamické viskozitě je zřejmé, že se zvyšující se hodnotou dynamické viskozity vliv skluzu stále narůstá. Toto chování zcela odpovídá teoretickému předpokladu. Skluz při dynamické viskozitě oleje Paramo B28 1.35 Pa.s snižoval celkový naměřený tlakový spád až o 80 % vzhledem k teoretické predikci. Toto jasně dokazuje, že vliv skluzu má výrazný vliv na chování viskózních kapalin.



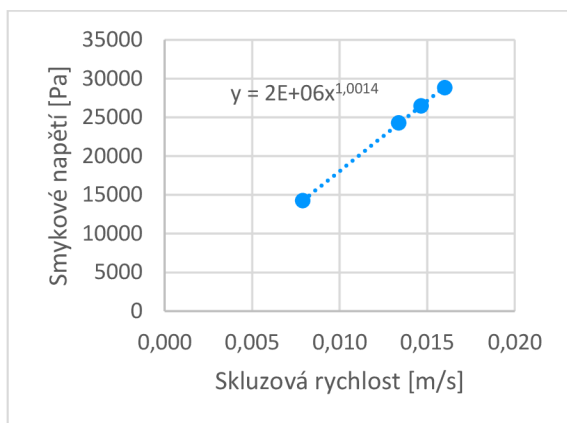
obr. 5-17 Závislost tlakového spádu na dynamické viskozitě – Paramo B28, Ra 0.4, bez použití vložek

Skluzová rychlost při měření oleje Paramo B28 vykazuje obdobné chování jako olej OL-J32, kdy se zvyšující se teplotou (tedy snižující se dynamickou viskozitou kapaliny) narůstá skluzová rychlost. Z obr. 5-18 lze vyčíst, že již kolem teploty 30-31°C dochází k saturování skluzové rychlosti. Příčinou saturace skluzové rychlosti je stejný jev, který byl sledován již u oleje OL-J32.



obr. 5-18 Vývoj skluzové rychlosti při změně teploty oleje – Paramo B28, Ra 0.4, bez použití vložek

I pro olej Paramo B28 byl použit Navierův viskozitní zákon (za předpokladu, že se ve skluzové vrstvě olej chová newtonsky). Při 30°C Navierův skluzový koeficient α odpovídá hodnotě $2 \cdot 10^6$ a Navierův exponent hodnotě 1.0014 (viz obr. 5-19). Průběh Navierovy viskozitní křivky napovídá, že skluz vzniká vždy při proudění oleje Paramo B28 šterbinou, neboť křivka prochází nulovým bodem. Průběh Navierovy viskozitní křivky souhlasí s predikovaným teoretickým předpokladem.

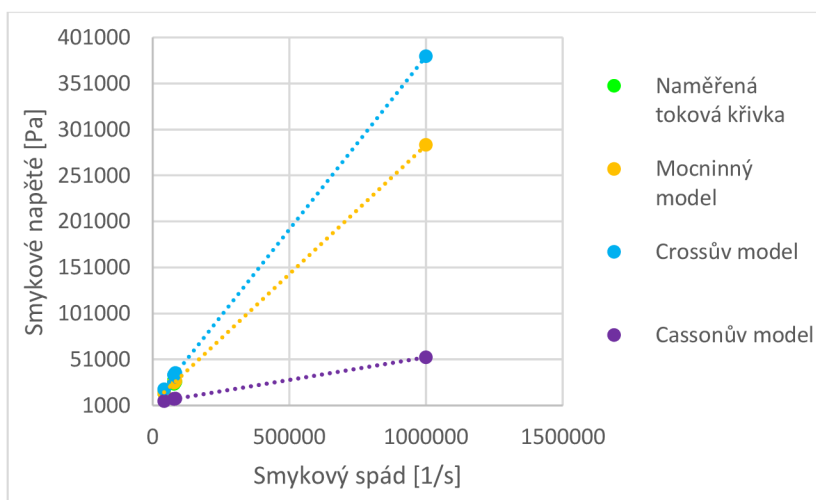


obr. 5-19 Navierova viskozitní křivka – Paramo B28, Ra 0.4, bez vložek

Po určení vlivu skluzu a jiných parazitních jevů na chování oleje Paramo B28 lze přistoupit k výběru nejvhodnějšího reologického modelu a na jeho základě učit reálné reologické parametry oleje Paramo B28. Výběr vhodného reologického modelu se opět provádí srovnáním tokových křivek. V tabulce 5-4 je uvedeno matematické srovnání naměřeného smykového napětí se smykovými napětími jednotlivých reologických modelů (ve sloupcích jednotlivých reologických modelů je uvedena procentuální odchylka vzhledem k naměřenému smykovému napětí). Z tohoto srovnání vyplývá, že nejnižší odchylku vůči naměřeným datům má predikce smykového napětí založená na Mocninném, Crossově nebo Cassonově reologickém modelu. Pro tyto vybrané modely je vytvořeno grafické srovnání tokových křivek s naměřenou tokovou křivkou (viz. obr. 5-20).

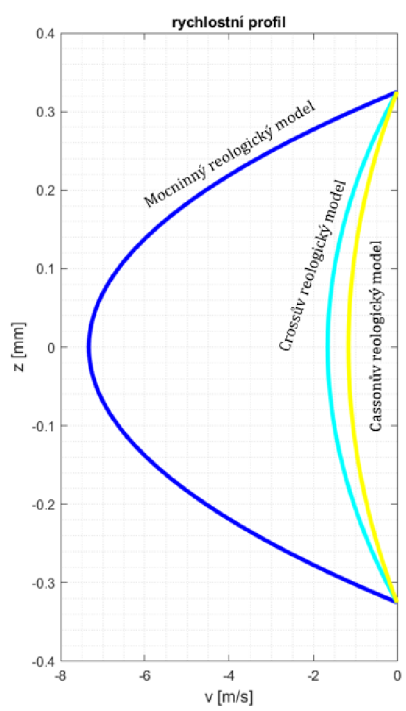
tab. 5-4 Matematické srovnání smykového napětí– Paramo B28

Smykový spád [1/s]	Naměřené smykové napětí [Pa]	Newtonský model [%]	Mocninný model [%]	Carreaův model [%]	Crossův model [%]	Ellisův model [%]	Cassonův model [%]	Binghamův model [%]	Herschel-Bulkleyho model [%]
41847	14256	290	0	470	31	701	60	290	541
78720	24294	333	7	518	40	784	66	333	640
83694	26472	320	4	501	36	763	68	320	626
78720	28848	262	10	420	18	645	72	262	523



obr. 5-20 Grafické srovnání tokových křivek (naměřená, Cassonova, Crossova a Mocninná) – Paramo B28

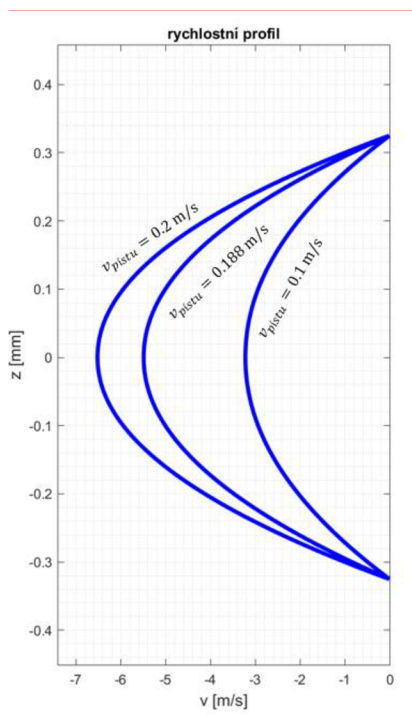
Z obr. 5-20 je zřetelně vidět, že při velmi nízkých smykových spádech se reologické modely výrazně neliší. Avšak při extrapolaci všech tokových křivek směrem k velmi vysokým smykovým spádům (body tokových křivek při 1000000 m/s) dochází ke vzniku výrazných rozdílů mezi jednotlivými reologickými modely a naměřenou tokovou křivkou. Z vybraných modelů pouze Mocninný reologický model dokáže vystihnout chování oleje Paramo B28 v celém rozsahu smykových spádů s maximální odchylkou kolem 10 %. Pro vybrané reologické modely jsou také vytvořeny odpovídající rychlostní profily (při maximální rychlosti pohybu plovoucích pístů 0.2 m/s). Grafické srovnání zmíněných rychlostních profilů je uvedeno na obr. 5-21.



obr. 5-21 Grafické srovnání rychlostních profilů pro vybrané reologické modely – Paramo B28

Ze srovnání rychlostních profilů vytvořených na základě Mocninného, Crossova a Cassonova reologického modelu je evidentní, že jejich tvar a predikovaná maximální rychlost proudění oleje ve štěrbině reometru se výrazně liší. Mocninný model správně predikuje maximální rychlost proudění oleje Paramo B28 kolem 7.5 m/s, jelikož velmi podobnou hodnotu stanovuje výpočet při použití rovnice kontinuity. Zbylé dva modely velmi výrazně podhodnocují hodnotu maximální rychlosti, což může vést při navrhování nových zařízení k velmi výrazným komplikacím s jejich funkcí a bezpečností.

Ze všech provedených srovnání je zřejmé, že chování oleje Paramo B28 nejlépe vystihuje Mocninný reologický model. Vstupní parametry Mocninného modelu pro tvorbu rychlostních profilů jsou reologický parametr $n = 0.9415$ a konzistenční člen $k = 0.637$.



obr. 5-22 Rychlostní profily pro olej Paramo B28 při různé rychlosti pohybu pístu pulzátoru Inovy

Platí, že se zvyšující se rychlostí pohybu pístu Inova se maximální rychlost proudění oleje Paramo B28 skrz štěrbinu zvyšuje (viz. obr. 5-22). Stejně jako u oleje OL-J32 je evidentní, že při vyšších rychlostech má tvar rychlostního profilu parabolický tvar, který odpovídá teoretické predikci pro newtonské kapaliny. Skluzová rychlost je ve srovnání s maximální rychlostí proudění téměř zanedbatelná, a tudíž nemá výrazný vliv na tvar rychlostního profilu. Přestože skluz nemá výrazný vliv na tvary rychlostních profilů, velmi výrazně se podílí na poklesu celkově naměřených tlakových spádů ve štěrbině.

5.3.3 Zhodnocení verifikačních měření newtonských kapalin

Při verifikačních měřeních obou olejů (OL-J32 a Paramo B28) došlo k úspěšnému ověření metodiky pro stanovení platnosti základních matematických předpokladů pro proudění kapaliny skrz štěrbinu (předpoklad laminárního proudění a předpoklad plného rozvoje rychlostního profilu s ustálením toku). Experimentálně byla ověřena i metodika pro kvantifikaci skluzu a její výsledky plně odpovídají teoretickému očekávání. Ověřena byla také metoda výběru vhodného reologického modelu pomocí srovnávání tokových křivek. Pro olej OL-J32 byl zvolen za nejvhodnější Carreaův model a pro olej Paramo B28 Mocninný model. Z měření vyplývá, že skluz výrazně neovlivňuje tvary rychlostních profilů, ale významně se podílí na podhodnocení hodnoty celkového naměřeného tlakového spádu. Při měření obou olejů se potvrdil předpoklad, že skluz je iniciován především nízkou drsností obtékaných povrchů a jeho vliv je umocňován vyšší hodnotou dynamické viskozity kapaliny. Obdobné chování lze očekávat i při měření neneutronských kapalin, neboť při měření na slit-flow reometru se olej Paramo B28 choval jako typická binghamská kapalina, tzn. že při měření vykazoval olej výraznou mez toku (cca 1250 Pa). Příčinou tohoto chování je jeho velká viskozita (při 20 °C má dynamickou viskozitu 2.73 Pa.s), přilnavost a malá tloušťka testovací štěrbin v reometru (0.6 mm). Malá tloušťka štěrbin a přilnavost oleje zapříčiňují vznik odporu oleje při jeho protlačování skrz štěrbinu. Tento odpor se promítá do hodnoty meze toku.

6 DISKUZE

Cílem práce je popsat vliv nestabilního toku na chování kapalin ve slit-flow reometru. Jedná se především o vyčíslení jednotlivých faktorů iniciujících toto proudění a jejich následné promítnutí do tvorby matematických předpisů rychlostního profilu a popisu celkového tlakového spádu. Při jejich plném zohlednění bude možné naměřit na slit-flow reometru přesné reologické parametry popisující chování měřené neneutonské kapaliny. Získané parametry se následně využijí v CFD simulacích konkrétních zařízení, ve kterých se neneutonská kapalina využívá. Na základě těchto simulací je možné optimalizovat celé zařízení z pohledu pořizovací ceny, vylepšovat jejich technické funkce nebo zvyšovat jejich životnost a spolehlivost.

První zkoumanou problematikou je matematický popis chování neneutonské kapaliny pomocí reologických modelů. V odborné literatuře se vyskytuje velké množství různých reologických modelů, které se odlišují svou přesností, matematickou náročností, ale především použitelným rozsahem smykových spádů. Při popisu chování konkrétní neneutonské kapaliny není možné dopředu odhadnout, který reologický model dokáže chování kapaliny vystihnout co nejpřesněji v celém rozsahu smykového spádu. Volba nejvhodnějšího reologického modelu se tak může lišit při použití jiných okrajových podmínek. Z tohoto důvodu jsou v této práci srovnány ty nejčastěji používané reologické modely pro popis neneutonských kapalin. Pro popis binghamských kapalin se nejčastěji využívá Herschel-Bulkleyho, Biviskózní, Cassonův anebo Binghamský reologický model. Nejpřesnějším modelem ze zmíněných je Biviskózní reologický model, který dokáže matematicky popsat chování binghamské kapaliny i v oblasti, kde nedochází k toku. Aby mohl být tento model využit, je nezbytně nutné měřit viskozitu sledované kapaliny v různých částech průřezu štěrbinu nebo potrubí. Ostatní zmíněné reologické modely neumožňují popsat chování kapaliny v oblastech, kde nedochází k jejímu toku. Druhým nejpřesnějším modelem ze zmíněných je Herschel-Bulkleyho reologický model, který dokáže popsat pseudoplastické nebo dilatantní chování binghamské kapaliny. Cassonův a Binghamský reologický model toto chování binghamských kapalin nedokážou vystihnout, proto se používají pro popis binghamských kapalin, které při překonání meze toku vykazují newtonské chování. Pro neneutonské kapaliny, které mají nulovou mez toku, se nejčastěji používají Carreaův, Crossův, Ellisův, Mocninný a Newtonský reologický model. Z těchto reologických modelů jsou čtyř-parametrové Carreaův a Crossův reologické modely považovány za nejpřesnější, jelikož dokážou popsat chování sledované kapaliny v celém rozsahu smykového spádu. Ostatní reologické modely jsou vhodné pro popis kapalin pouze v určitém rozsahu smykového spádu (např. Ellisův reologický model pro velmi nízké hodnoty smykového spádu). Avšak pro řešení úloh s použitím Carreaova a Crossova reologického modelu je potřeba používat numerické metody (bisekce, interpolace, metoda sečen a tečen atd.), protože je nelze vyřešit pouze analytickými metodami.

Pro popis čistě newtonského chování kapalin, tzn. že smykové napětí narůstá lineárně se zvyšujícím se smykovým spádem, je nejjednodušší použít Newtonský reologický model.

Všechny reologické modely jsou založeny na předpokladu laminárního proudění kapaliny ve štěrbině. Tento předpoklad musí být vždy při vyhodnocování měření ověřen, jinak získané reologické parametry nebudou přesně popisovat chování sledované kapaliny. Ověřování laminárního proudění probíhá dvěma způsoby. Prvním způsobem je experimentální zjištění kritické hodnoty Reynoldsova čísla pro konkrétní kapalinu. Tato hodnota se poté srovnává s hodnotou Reynoldsových čísel odpovídajících naměřeným datům. Druhým způsobem je výpočet Fanningova třecího faktoru a jeho následnou implementaci do Colebrookova, Moodyho nebo Nikuradseho diagramu. Z pozice naměřených bodů v diagramech je možné určit, zda ke vzniku laminárního proudění při měření neneutonské kapaliny skutečně došlo.

Pro popis chování neneutonské kapaliny při konkrétních okrajových podmínkách je výběr nejvhodnějšího reologického modelu založen na použití metody srovnávání tokových křivek. Při této metodě se vytváří toková křivka z naměřených dat smykového napětí a tokové křivky jednotlivých reologických modelů. Srovnáním těchto křivek se jednoznačně určí, který reologický model popisuje chování sledované kapaliny nejpřesněji. Pro všechny zmíněné reologické modely je vytvořena obecná rovnice rychlostního profilu s uvedením celého postupu jejího odvození. Tento postup slouží jako návod pro odvození vlastní rovnice rychlostního profilu pro konkrétní reologický model při vlastních specifických okrajových podmínkách. Obecné rovnice rychlostních profilů jsou použity pro tvorbu reologické aplikace. Tato aplikace umožní uživateli zjednodušit proces vyhodnocování naměřených dat na slit-flow reometru. Aplikace vizualizuje tvar rychlostního profilu, distribuci smykového napětí a smykového spádu ve štěrbině nebo potrubí. Z tvarů rychlostního profilu je možné určit, zda dochází k ovlivňování chování kapaliny v důsledku vzniku nestabilního proudění nebo jiných parazitních jevů. Reologická aplikace uživateli umožňuje jednoduše vytvářet případové studie chování sledované kapaliny pomocí modifikace vstupních parametrů (celkový tlakový spád, geometrie štěrbině atd.). Jednotlivé modifikace si uživatel může vykreslovat do odděleného grafického rozhraní, ve kterém se rychlostní profily a jednotlivé distribuce smykového napětí a smykového spádu graficky srovnávají. Na základě tohoto srovnávání je možné sledovat separátní vliv jednotlivých vstupních veličin anebo optimalizovat vstupní veličiny vzhledem k požadovanému chování kapaliny.

Aplikace také obsahuje kvantifikaci vlivu skluzu na chování kapaliny pomocí Mooneyho nebo Jastrzebského korekční metody. V aplikaci je záměrně vynechán vliv drsnosti na chování kapaliny a metody pro ověření, zda nedochází ke globálnímu vzniku turbulentního proudění. Jejich ověřování je nutné provádět mimo aplikaci, neboť metoda jejich určení závisí na typu okrajových podmínek.

Druhou velkou oblastí mé diplomové práce je matematické zohlednění nestabilního proudění a kvantifikace jeho vlivu na reologické parametry. Samotné nestabilní proudění je iniciováno mnoha faktory. Mezi základní faktory se řadí vznik turbulentního proudění v důsledku nevhodně zvolené drsnosti, vznik skluzu nebo i tvar vstupní a výstupní oblastí štěrbin. Ve slit-flow reometru dochází ke skokové změně průřezu štěrbin, kterou protéká sledovaná kapalina. Tato skoková změna ve vstupní a výstupní oblasti štěrbin iniciuje vznik lokálního víření kapaliny. Víření negativně ovlivňuje chování kapaliny a nelze jej přesně matematicky popsat nebo zohlednit v rovnici rychlostního profilu. Z tohoto důvodu je potřeba mít štěrbinu dostatečně dlouhou, aby došlo k ustálení proudění kapaliny a tím i k plnému rozvoji jejího rychlostního profilu. Tato skoková změna se také projeví v celkovém naměřeném tlakovém spádu v důsledku vtokových a výtokových tlakových ztrát. Tyto tlakové ztráty stejně jako vznik víření je možné ovlivnit geometrií vstupní a výstupní oblastí štěrbin, a to změnou skokové změny průřezu na kontinuální. Při použití zaoblené nebo zkosené geometrie vstupní a výstupní oblastí štěrbin je možné snížit tlakové ztráty na minimum. Pro zvolení vhodné geometrie vstupní a výstupní oblastí štěrbin byla vytvořena případová studie pro 6 různých newtonských a neneutronských kapalin (OL-J3, OL-J32, NEXBASE 2004, Paramo B28, magnetoreologická kapalina v neaktivovaném stavu s nosnou směsnou kapalinou olejů OL-J3 a OL-J32 a magnetoreologickou kapalinou v neaktivovaném stavu s nosnou kapalinou PAO4), pro které byly analyticky určeny tlakové ztráty způsobené tvarem vstupní a výstupní oblasti štěrbin (zaoblení, zkosení, skoková změna). Při analytickém určování vstupních a výstupních tlakových ztrát není největším problémem je vyčíslit, ale především určit správnou hodnotu ztrátového součinitele pro jednotlivé geometrie. Hodnota ztrátového součinitele se v odborné literatuře mění v závislosti na zvoleném autorovi, neboť každý autor uvádí jiné hodnoty ztrátového součinitele pro stejný tvar geometrie. Samotný rozdíl ve volbě ztrátového součinitele může činit rozdíl až 200 % při výpočtu tlakových ztrát. Z tohoto důvodu je v diplomové práci použit ztrátový součinitel, na kterém se shodlo nejvíce autorů. Výsledkem této případové studie je zjištění, že nejvhodnější tvar vstupní a výstupní oblasti štěrbin je zaoblení, které sníží vznik vstupních a výstupních tlakových ztrát až o 80 % vzhledem ke tlakovým ztrátám iniciovaných skokovou změnou průřezu. Na základě výsledků této studie vznikl návrh konstrukčních vložek, které budou zabudovány do slit-flow reometru.

Řešení problematiky zvolení vhodné drsnosti stěn štěrbin je výrazně komplikovanější, neboť drsnost má výraznou korelaci se vznikem a působením skluzu na chování kapaliny. Obecně platí, že se zvyšující se drsností povrchů vliv skluzu na chování kapaliny klesá a naopak. V praxi je obtížné zvolit drsnost, která vliv skluzu potlačuje a zároveň neiniciouje vznik lokálního turbulentního proudění. Vyčíslení vlivu drsnosti na chování neneutronské kapaliny je možné experimentálně provést pomocí měření neneutronské kapaliny při různých drsnostech povrchů. Při tomto typu měření se sleduje vývoj celkového naměřeného tlakového spádu při různých drsnostech.

Největší nevýhodou této metody je, že celkový naměřený tlakový spád je ovlivňován nejenom vlivem drsnosti, ale také vznikem skluzu, tlakových ztrát ve vstupní a výstupní oblasti a další parazitní jevy. Z tohoto důvodu se pro vyčíslování vlivu drsnosti používají spíše matematické predikce jako je Darcy-Weisbachova rovnice pro výpočet třecí ztrátové výšky. Tato rovnice obsahuje součinitel tření, který je nezbytný pro určení vlivu drsnosti na chování neneutonské kapaliny. Určení součinitele tření lze provést různými metodami (Colebrook-Whiteova, podle Blasiusa, podle Nikuradseho a dalších). Pro vytvoření korelace mezi vlivem drsnosti a skluzem je potřeba určit hodnotu Fanningova třecího faktoru. Fanningův třecí faktor se využívá pro určení skluzové rychlosti ve skluzové vrstvě. Ze skluzové rychlosti je již snadné určit vliv skluzu na celkový naměřený tlakový spád a tím i vliv skluzu na chování neneutonské kapaliny.

Alternativní metodou pro vyčíslení čistého vlivu skluzu na chování neneutonské kapaliny je použití tzv. korekčních metod (Mooneyho, Jastrzebského atd.). Pomocí těchto grafických metod je možné určit skluzovou rychlost pro konkrétní smykové napětí v kapalině. Korekční metody se liší svou matematickou složitostí a přesností. Mooneyho korekční metoda je nejjednodušší, ale pro velkou část neneutonských kapalin není využitelná. Proto je v reologické aplikaci použita Jastrzebského korekční metoda, která dokáže Mooneyho metodu při určování skluzové rychlosti nahradit. Skluzovou rychlost je možné určit i pomocí numerické Tikhonovovi korekční metody. Tato metoda je považována za nejspolehlivější korekční metodu, neboť dokáže určit skluzovou rychlost při měření jakékoliv kapaliny. V této práci tato numerická korekční metoda nebyla použita, protože její řešení je výrazně komplikovanější než použití Mooneyho nebo Jastrzebské korekční metody.

Všechny zmíněné postupy a metody pro matematické zohlednění nestabilního proudění a ověření základních matematických předpokladů byly úspěšně ověřeny na měření newtonských olejů OL-J32 a Paramo B28. Při měření oleje OL-J32 se potvrdilo, že mez toku je nulová, stejně jako předpokládá teorie popisující newtonské kapaliny. Při testování oleje Paramo B28 byly výsledky odlišné, neboť se newtonská kapalina při měření chovala jako neneutonská. Vykazovala výraznou mez toku, která byla způsobena velkou viskozitou sledovaného oleje, velmi malou tloušťkou štěrbinu reometru (0.65 mm) a velkou přilnavostí oleje. Při této konstelaci okrajových podmínek docházelo ke shlukování atomů oleje ve vstupní oblasti štěrbinu a tím docházelo k iniciaci mechanického odporu vůči protékání kapaliny skrz štěrbinu. Metodou srovnání tokových křivek došlo ke stanovení nejvhodnějších reologických modelů pro olej OL-J32 (Carreaův reologický model) a olej Paramo B28 (Mocninný reologický model). Při měření oleje OL-J32 vykazovaly ostatní modely chybu max 5 %. U oleje Paramo B28 se zjistilo, že ostatní reologické modely nedokážou zachytit chování tohoto oleje v celém rozsahu měřených smykových spádů. Při vyhodnocování skluzové rychlosti u naměřených dat se Mooneyho korekční metoda neosvědčila, neboť nedokázala určit skluzovou rychlost (stanovovala zápornou hodnotu skluzové rychlosti). Proto byla nahrazena Jastrzebského korekční metodou, která skluzovou rychlost dokázala určit v každém bodu měření.

Z analýzy chování skluzových rychlostí vyplývá, že skluzová rychlost se zvyšující se dynamickou viskozitou (klesající teplotou) klesá. Toto chování odpovídá základní hypotéze o chování skluzu. Taktéž se při měření obou olejů potvrdila hypotéza, že skluz má největší vliv na chování kapaliny při nízké drsnosti povrchů stěn štěrbin a při vysoké dynamické viskozitě sledované kapaliny.

7 ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývá zkoumáním vlivu nestabilního proudění na neneutonské kapaliny při měření na slit-flow reometru. Tematicky je rozdělena na dva celky. Obsahem prvního je tvorba metodiky pro zohlednění jednotlivých faktorů iniciujících nestabilní proudění s vyčíslením jejich vlivu na chování neneutonské kapaliny. V této části došlo k návrhu konstrukční změny geometrie slit-flow reometru, která povede k výraznému snížení dodatečných vtokových a výtokových tlakových. Druhou částí diplomové práce je problematika samotného matematického popisu chování neneutonské kapaliny. Chování kapalin je matematicky popisováno reologickým modelem. Zvolit vhodný reologický model z velkého množství již existujících reologických modelů tak, aby došlo k reálnému popisu chování kapaliny v celém rozsahu měřeného smykového spádu, je problematické. Z toho důvodu se práce zabývá teoretickým srovnáním nejběžněji používaných reologických modelů (Newtonského, Mocninného, Ellisova, Carreaova, Crossova, Cassonova, Binghamova, Herschel-Bulkleyho a Biviskózního reologického modelu), ale také jejich korekčními metodami (Crawfordova a Rabinowitsova). Korekční metody slouží pro přepočítání zdánlivých hodnot smykového napětí a smykového spádu na jejich reálné hodnoty. Následně byly odvozeny rovnice rychlostních profilů všech zmíněných reologických modelů s uvedením kompletního postupu odvozování. Tyto postupy odvození rovnic rychlostních profilů jsou návodem pro uživatele, kteří si na jejich základě odvodí vlastní rovnici rychlostního profilu při zadání vlastních okrajových podmínek. Všechny zmíněné metody a postupy, popisující chování neneutonských kapalin za předpokladu vzniku nestabilního proudění, byly úspěšně ověřeny na verifikačních měřeních newtonských olejů OL-J32 a Paramo B28 ve slit-flow reometru.

Použitím navržených metod a postupů z diplomové práce lze získat přesnější reologické parametry měřených neneutonských kapalin. Reologické parametry vystihují reálné chování kapaliny při konkrétních okrajových podmínkách. Těchto přesnějších parametrů je možné využít především v CFD simulacích pro návrh nových zařízení nebo optimalizace provozu existujících. Pro zjednodušení procesu vyhodnocování naměřených dat na slit-flow reometru byla vytvořena reologická aplikace. Současně se tato aplikace může využít pro vzdělávací účely, kdy studenti mohou ověřovat vliv jednotlivých reologických parametrů v konkrétních reologických modelech. V této práci byly splněny všechny stanovené cíle.

Při matematickém popisu chování neneutonských kapalin se v této práci zanedbává vliv částic nacházejících se v suspenzních kapalinách (magnetoreologická kapalina atd.). V budoucnu by bylo přínosné pro přesný popis chování těchto kapalin vytvořit metodu popisu chování částic ve šterbině při konkrétních okrajových podmínkách (např. při různé drsnosti), popřípadě se zabývat metodou pro vizualizaci jejich chování. Pro komplexnější popis chování kapaliny by bylo vhodné srovnat více reologických modelů (tato práce se zabývala pouze srovnáním nejčastěji používaných reologických modelů).

8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

1. ALDERMAN, John Neil. *Non-Newtonian Fluids: Guide to Classification and Characteristics*. 1997.
2. VALOUCHOVÁ, H., M. RŮČKA. *Nenewtonské kapaliny*.
3. KOUŘILOVÁ, Blanka. *Rešerše technických aplikací rheologických olejů (výpočtové a experimentální modelování)*. Brno, 2013, bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.
4. JANALÍK, J. *Hydrodynamika a hydrodynamické stroje*. [Skriptum] Ostrava : VŠB - TU Ostrava, 2008.
5. NAKAYAMA, Y., *Introduction to fluid mechanics*, London, Butterworth-Heinemann, 1999. ISBN 0340676493.
6. DRÁBKOVÁ, S. *Mechanika tekutin*. Ostrava, 2007. ISBN 9788024815084.
7. ADAM, Jakub aj., 2017. *Rekonstrukce slit-flow reometru*. Brno, semestrální práce – konstrukční projekt. Fakulta strojního inženýrství. Ústav konstruování. Vedoucí práce Ing. Jakub Roupec, Ph.D.
8. VÉKÁS, Ladislau. Ferrofluids and Magnetorheological Fluids. *Advances in Science and Technology*. 2008, **54**, s. 127–136. ISSN 1662-0356.
9. ZHANG, Cheng, Zhangwei CHEN a Linxiang WANG. Transient MR fluid flows in valve mode using a non-convex constitutive relation. Jeju, Korea, 2013.
10. WANG, Xiaojie a Faramarz GORDANINEJAD. *Study of magnetorheological fluids at high shear rates*. *Rheologica Acta*. 2006, **45**(6), s. 899–908. ISSN 00354511.
11. KIM, Pilkee, Jeong-In LEE a Jongwon SEOK. Analysis of a viscoplastic flow with field-dependent yield stress and wall slip boundary conditions for a magnetorheological (MR) fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2014, **204**, s. 72–86. ISSN 03770257.
12. BJORN, Annika et al. *Rheological Characterization, Biogas*. 2012. ISBN: 978-953-51-0204-5,
13. *Magnetorheology: Advances and Applications*. Vol. 6. Cambridge, The Royal Society of Chemistry, 2014. ISBN 978-1-84973-667-1.
14. CHHABRA R. P. Non-newtonian fluids: An introduction. *SERC School-cum-Symposium on rheology of complex*, 2010.

15. QUOC-HUNG N., NGOC-DIEP N. Incompressible Non-Newtonian Fluid Flows. Continuum Mechanics - Progress in Fundamentals and Engineering Applications. 2012, Dr. Yong Gan (Ed.), ISBN: 978-953-51-0447-6, InTech, Available from: <http://www.intechopen.com/books/continuum-mechanics-progress-in-fundamentals-and-engineering-applications/non-newtonian-fluid-flows>
16. *Tokové chování polymerních tavenin – reologické modely*. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Ústav fyziky a materiálového inženýrství.
17. ZEFENG J., SHUZHONG W., ZHENDE Z. Effects of slip and rheological parameters on the flow and heat transfer of a Herschel-Bulkley fluid. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 27. 2017, Issue: 4, s. 981-999. Dostupné z: <https://doi.org/10.1108/HFF-07-2015-0271>
18. BANERJEE S., TYAGI K. A. *Functional materials preparation, processing and applications*. London, Elsevier, 2012. ISBN 978-012-3851-437.
19. GILES D., MACOSKO Ch. *Shear rheometry*. University of Minnesota.
20. SOCHI T. Analytical solutions for the flow of Carreau and Cross fluids in circular pipes and thin slits. University College London, 2015.
21. NGUYEN T. K. The physical and flow properties of blood. *Cal Poly Pomona*, 2003.
22. SANKAR, D. S., LEE, U. Two-fluid non-Newtonian models for blood flow in catheterized arteries – A comparative study. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2009, **23**, s. 2444-2455. DOI: 10.1007/s12206-009-0708-6
23. SANKAR, D. S., HEMALATHA, K. A non-Newtonian fluid flow model for blood flow through a catheterized artery-Steady flow. *Applied Mathematical Modelling*. 2007, **31**, s. 1847-1864. DOI: 10.1016/j.apm.2006.06.009
24. WEBB, Ralph L. Entrance and Exit Losses for Developing Flow in Parallel Plate Channels. *Heat Transfer Engineering*. 2006, **27**(10), s. 30–35. ISSN 0145-7632.
25. REZA, Sadri M., *Channel entrance flow*, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, The University of Western Ontario, 1997
26. JAMAL, Saleh M. *Fluid flow handbook*. B.m.: McGraw-Hill Education, 2002. ISBN 9780071363723.
27. EMRE, Can. *Minor Losses (Local)*. [online]. T. C. Istanbul Kültür University, Department of civil engineering, 2009, [cit. 2018-01-17]. Dostupné z: <http://web.iku.edu.tr/~asenturk/hydraulics.htm>
28. SOCHI T. *Slit at Fluid-Solid Interface*. University College London, 2011.
29. LEMAIRE, E. a G. BOSSIS. Yield stress and wall effects in magnetic colloidal suspensions. *Journal Physics Department*. 1991, **24**, s. 1473–1477.

30. LAUN, Hans Martin, Claus GABRIEL a Christoffer KIEBURG. Wall material and roughness effects on transmittable shear stresses of magnetorheological fluids in plate-plate magnetorheometry. *Rheologica Acta*. 2011, **50**(2), s. 141–157. ISSN 00354511.
31. LAGGER, H. G., C. BIERWISCH, M. MOSELER. MRF in a plate-plate magnetorheometer: Numerical insight into the particle-wall interface. *Journal of Physics: Conference Series*. 2013, **412**(1). ISSN 17426588.
32. BARNES, H.A. A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character and cure. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1995, **56**, s. 221-251.
33. COHEN, Y., METZNER, A.B. Apparent slip flow of polymer solutions. *Journal of Rheology*. 1985, **29**, s. 67-102.
34. KALYON, D.M., YARAS, P., ARAL, B. and YILMAZER, U. Rheological behaviour of a concentrated suspension - a solid rocket fuel stimulant. *Journal of Rheology*. 1993, **37** (1), s. 35-53.
35. KHAN, A.U., BRISCOE, B.J. and LUCKHAM, P.F. Evaluation of slip in capillary extrusion of ceramic pastes. *Journal of the European Ceramic Society*. 2001, **21** (4), s. 483-491.
36. NUR'ALIAA ABD RAHMAN, *Wall slip in pipe rheometry of multiphase fluids*. 2013, The University of Manchester.
37. JAIME CABALLERO-HERNANDEZ et al. On the effect of wall slip on the determination of the yield stress of magnetorheological fluids. *Applied Rheology*. 2017, **27**(1), s. 15001–15508. ISSN 16178106
38. ZHANG, X. Wall Slip of Soft-Jammed Systems: A Generic Simple Shear Process. *Physical review letters*. 2017, PRL **119**, 208004. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.208004
39. BONNECAZE, T.R. et al. Slip and flow in pastes of soft particles: Direct observation and rheology. *Journal of Rheology*. 2004, **48**. DOI: 10.1122/1.1795171
40. DUFFY J. J., HILL J. A., MURPHY H. S. Simple method for determining stress and strain constants for non-standard measuring systems on a rotational rheometer. United Kingdom, 2015. Available from: DOI: 10.3933/ApplRheol-25-42670
41. NORTON R. L. *Machine design: an integrated approach*. Fifth edition. Boston: Prentice Hall, 2014. ISBN 01-333-5671-X.
42. MALKIN, A. Y. *Rheology fundamentals*. II. Series. Toronto, ChemTec Publishing, 1994. ISBN 1-895198-09-7.

43. HU H., LUYAO BAO, PRIEZJEV N. V. Identifying two regimes of slip of simple fluids over smooth surfaces with weak and strong wall-fluid interaction energies. *Journal of Chemical Physics*. 2017, **146**(3). ISSN 00219606
44. BOYD J. et al. Analysis of the Casson and Carreau-Yasuda non-Newtonian blood models in steady and oscillatory flows using the lattice Boltzmann method. *Physics of Fluids*. 2007, **19**. DOI: 10.1063/1.2772250
45. CARVALHO M. S., PADMANABHAN M., MACOSKO W. CH. Single-point correction for parallel disks rheometry, *Journal of Rheology*. 1994, **38**(6). Available from: DOI: 10.1122/1.550532
46. ŠTEFAN, D. *Hydraulické ztráty v potrubí*. Brno, 2009. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce: Ing. Pavel Rudolf, Ph. D.
47. VÍTĚZ, T., TRÁVNÍČEK P. *Mechanika tekutin*. Brno, 2013. Výukové materiály. Agronomická fakulta. Mendelova univerzita v Brně.
48. HAVLÍK, A., PICEK, T. *Hydraulika potrubí*. Praha. Výukové materiály. Fakulta stavební. České vysoké učení technické v Praze.
49. PAVLŮ, J. *Vývoj výpočetního modelu a metodiky pro výpočet kondenzátorů s minikanálky*. Brno, 2012. Doktorská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce: doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
50. OCÁSEK, A. *Proudění ve spárách*. Brno, 2013. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce: doc. Ing. Miloslav Haluza, Csc.
51. MALVERN PANALYTICAL. *Understanding Yield Stress Measurements* [online]. © 2012, [cit. 2018-02-26]. Dostupné z: <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=14417>Determining und Understanding the Yield Stress of Complex Fluids.
52. BOISLY, M. et al. General Aspects of Yield Stress Fluids – Terminology and Definition of Viscosity. *Applied Rheology*. 2014, **24**. DOI: 10.3933/ApplRheol-24-14578
53. DE VINCENTE J. et al. Magnetorheological fluids: a review. *Soft Matter*. Vol. 7, 2011, s. 3701-3710. DOI: 10.1039/C0SM01221A
54. SAPIŃSKI B., GOLDASZ J. *Insight into magnetorheological Shock Absorbers*. 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-13233-4_2
55. MARTIN-DOMINGUET R. I. et al. *Determination of the Darcy pipe flow friction factor as a routine in visual basic for MS EXCEL*. ANES/ASME Solar joint 2006 XXXth Mexican national solar energy week conference, 2015. DOI: 10.1115/ANES/ASME2006-0016

56. CENGEL, Y. A, CIMBALA, J. M. *Fluid Mechanics: Fundamentals and applications*. New York, McGraw-Hill Education, 2006. ISBN 9780072472363.
57. LIEN, K. et al. *The entrance length for fully developed turbulent channel flow* [online]. Sydney, 2014. [cit. 14. 05. 2018] Dostupné z:
<https://www.researchgate.net/publication/255579293> The Entrance Length for Fully Developed Turbulent Channel Flow

9 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

$\dot{\gamma}_R$	smykový spád v místě hrany desky
$\dot{\gamma}_a, \dot{\gamma}_{app}$	zdánlivý smykový spád ve štěrbině
$\dot{\gamma}_{aw}$	zdánlivý smykový spád na stěně štěrbiny
$\dot{\gamma}_{max}$	maximální hodnota smykového spádu v kapalině
$\dot{\gamma}_{sh}$	zbytkový smykový spád v kapalině při jejím skluzu
$\dot{\gamma}_{slip}$	smykový spád ve skluzové vrstvě
$\dot{\gamma}_w$	smykový spád na stěně štěrbiny
η_1^*	dynamická viskozita kapaliny v oblasti „pseudocore zone“
η_2^*	dynamická viskozita kapaliny v oblasti „sheared zone“
$\Delta p_{štěrbina}$	tlakový spád způsoben samotnou geometrií štěrbiny
$\Delta p_{drsnost}$	přírůstek tlakového spádu vytvářen vlivem drsnosti stěn štěrbiny
Δp_{skluz}	pokles tlakového spádu způsoben vlivem vzniku skluzu
Δp_{vtok}	tlakový spád zapříčiněný geometrií reometru
h_l	místní ztráty pro vstupní a výstupní oblast štěrbiny
h_z	ztrátová výšky kapaliny při výpočtu místních ztrát
C_1, C_2	integrační konstanty
F_B	brzdící síla působící ve směru proudění kapaliny
H_1, H_2	hybnosti v průřezu potrubí 1 a 2
K_l, K_1, K_2	ztrátový součinitel místních ztrát
M_s	saturovaná hodnota magnetizace částic v MR kapalině
P_0, P_L	hodnota tlaku v počátečním místě štěrbiny nebo na jejím konci
Q_m, Q_x, Q	objemový průtok kapaliny
Re_k	kritická hodnota Reynoldsova čísla

S_1, S_2	obsah průřezu potrubí pro průřezy 1 a 2
S_p	obsah průřezu obdélníkové štěrbině
\bar{U}	redukovaná průměrná rychlosti pro Cassonův reologický model
U_1, U_2	rychlost proudění kapaliny ve směru x
V_1, V_2	rychlost proudění kapaliny ve směru z
V_{slip}	skluzová rychlost
Z_t	třecí ztrátová výška
d_1, d_2	průměry potrubí v průřezech 1 a 2 při změně geometrie potrubí
dp_{sum}	celkový naměřený tlakový spád vznikající ve štěrbině
p_1, p_2	naměřený tlak v průřezu 1 a 2 při změně geometrie potrubí
p_{2t}	teoretický tlak v průřezu 2 při změně geometrie potrubí
r^*, r_c^*	substituční veličiny pro odvození korekčních metod
\bar{v}, v	střední rychlost proudění kapaliny ve štěrbině
v_0	průměrná rychlost proudění kapaliny ve štěrbině
v_1, v_2	rychlost proudění kapaliny v průřezu 1 a 2 daného potrubí
v_{max}	maximální rychlost proudění kapaliny ve štěrbině
$v_s, u_s,$	skluzová rychlost kapaliny na stěně štěrbině
Z_y, Z_{crit}	polohová souřadnice meze toku ve štěrbině
$\dot{\gamma}, \dot{\gamma}_{yx}$	smykový spád v kapalině
η_0	dynamická viskozita kapaliny při nulovém smykovém spádu
η_∞	dynamická viskozita kapaliny při nekonečném smykovém spádu
μ_0	permeabilita vakua
μ_p	plastická viskozita kapaliny, která je nezávislá na intenzitě magnetického pole

μ_{slip}	dynamická viskozita ve skluzové vrstvě
$\frac{\tau_1}{2}$	parametr Ellisova reologického modelu, zastává hodnotu smykového napětí, při kterém zdánlivá viskozita poklesla na polovinu hodnoty svého smykového spádu
τ_w	smykové napětí na stěně štěrbině
τ_y, τ_0, τ_p	mez toku kapaliny (prahové napětí)
Δ	absolutní drsnost stěn štěrbině nebo potrubí
$\Delta p, \Delta P$	obecná hodnota tlakového spádu ve štěrbině
Δv	průměrná rychlost proudění kapaliny ve štěrbině
a	substituční parametr pro odvození Cassonova modelu
b	regresní koeficient pro Moodyho korekční metodu
B	síla magnetického pole
D	průměr potrubí
f	Fanningův třecí faktor
F	síla působící na kapalinu
H	intenzita magnetického pole
k	index konzistence pro Carreaův a Crossův reologický model
K	index konzistence pro Newtonův, Mocninný, Heschel-Bulkleyho, Binghamský a Cassonův reologický model
l	charakteristický rozměr potrubí
M	moment
n	reologická konstanta
o	obvod průřezu obdélníkové štěrbině
p	parametrový index pro obecný popis skluzu pomocí Naviera
p	tlak v konkrétním průřezu štěrbině
R	výška štěrbině pro Carreaův a Crossův reologický model

Re	hodnota Reynoldsova čísla
S	obsah průtokové plochy štěrbinu, na kterou působí pulsátor
s	parametr Cassonova reologického modelu
u, U, v	rychlost proudění kapaliny skrz štěrbinu ve směru proudnice
y, z	souřadnice polohy, kolmá na proudnici ve vertikálním směru
α	nastavitelný parametr pro Ellisův reologický model, zastává funkci reologické konstanty
β	bezrozměrná vzdálenost při výpočtu rychlostního profilu kapaliny
δ	tloušťka skluzové vrstvy
θ	úhel zkosení štěrbinu nebo potrubí
λ	relaxační koeficient kapaliny
λ	součinitel tření (Darcy-Weisbachova rovnice)
ν	kinematický viskozita kapaliny
ϕ	objemový zlomek feromagnetických částic v MR kapalině
B	šířka štěrbinu
H	výška štěrbinu
L	délka štěrbinu
d, D_h	hydraulický průměr
g	gravitační zrychlení
t	tloušťka zkosené části štěrbinu
x	souřadnice polohy, popisující vzdálenost od okraje štěrbinu
α	hodnota úhlu při pozvolné změně geometrie potrubí
η	dynamická viskozita kapaliny
ρ	hustota kapaliny
τ, τ_{xy}	smykové napětí v kapalině

10 SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ

obr. 1-2	Srovnání laminárního a turbulentního rychlostního profilu [4]	16
obr. 2-1	Ukázka tokových (vlevo) a viskozitních (vpravo) křivek – (newtonská kapalina (1), pseudoplastická (2), dilatantní (3), reálně plastická (4) a Binghamská (5)) [3].....	18
obr. 2-2	Zjednodušené funkční schéma reometru	19
obr. 2-3	Podrobné schéma konstrukce slit-flow reometru	20
obr. 2-4	Magnetický obvod připevněny k tělu reometru.....	21
obr. 2-5	Uchycení siloměru	21
obr. 2-6	Umístění křídlového šroubu	22
obr. 2-7	Uchycení lineárního potenciometrického snímače polohy (typ RC-13)	22
obr. 2-8	Srovnání reologických modelů [10]	23
obr. 2-9	Binghamský reologický model [13]	25
obr. 2-10	Herschel-Bulkleyho reologický model [13]	26
obr. 2-11	Biviskózní reologický model [11]	27
obr. 2-12	Grafické znázornění Cassonova reologického modelu [16]	27
obr. 2-13	Obecná toková křivka polymerních látek [18].....	28
obr. 2-14	Typy chování newtonských a nnewtonských látek [15].....	29
obr. 2-15	Srovnání rychlostních profilů vybraných reologických modelů pro krev proudící tepnou podle Leeho [22].....	32
obr. 2-16	Srovnání rychlostních profilů vybraných reologických modelů pro krev proudící tepnou podle Sankara [23].....	32
obr. 2-17	Laminární a turbulentní proudění [4].	33
obr. 2-18	Rychlostní profil laminárního a turbulentního proudění newtonské kapaliny [4].	34
obr. 2-19	Ilustrační obrázek skokové změna průřezu – rozšíření a zúžení [4]	37
obr. 2-20	Pozvolná změna průřezu – difuzor [4].....	39
obr. 2-21	Pozvolná změna průřezu – kuželová štěrbinu [4].....	40
obr. 2-22	Nomogram ztrátového součinitele – Drábková S. [6].....	41
obr. 2-23	Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 0$ a $Re = 10$ [25].....	42
obr. 2-24	Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 500$ [25]	42

obr. 2-25	Vliv vstupní a výstupní oblasti na rychlostní profil – $Re = 2000$ [25]	43
obr. 2-26	Vliv drsnosti stěn štěrbin z plastu na tlakový spád [10].....	44
obr. 2-27	Vliv drsnosti stěn štěrbin z niklu na tlakový spád [10].....	45
obr. 2-28	Vliv drsnosti stěn štěrbin z oceli na tlakový spád [10]	46
obr. 2-29	Ilustrace efektu kotvy při použití nehomogenního magnetického pole a drážkovaných stěn [10]	47
obr. 2-30	Vliv pórovitosti stěn štěrbin na tlakový spád [10].....	48
obr. 2-31	Ilustrační ukázka druhů skluzu pro laminární proudění [36].....	49
obr. 2-32	Grafická závislost smykového napětí na smykovém spádu pro MR3 se silou magnetického pole 4 kA/m – dynamická mez tekutosti [37].	50
obr. 2-33	Grafické závislost smykového napětí na smykovém spádu pro MR2 se silou magnetického pole 32 kA/m– statická mez tekutosti [37].	51
obr. 2-34	Grafické závislost smykového napětí na přetvoření kapaliny pro MR2 se silou magnetického pole 4 kA/m – statická mez tekutosti [37].	52
obr. 2-35	Srovnání vlivu stěn štěrbin s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na dynamickou mez tekutosti, vlevo pro MR1 a vpravo MR3 [37].....	53
obr. 2-36	Srovnání vlivu stěn štěrbin s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na statickou mez tekutosti při použití MR1 [37].....	53
obr. 2-37	Srovnání vlivu stěn štěrbin s hladkým (leštěným) povrchem (○) a s drsným povrchem (■) na statickou mez tekutosti při použití MR3 [37].....	54
obr. 2-38	Ukázka vzniku skluzu při měření koncentrované emulze z 82 %, oběma drsným diskům odpovídají ■, při použití jednoho hladké disku ○[38].....	55
obr. 2-39	Měření chování mikrogélových past Bonneze (2004) - ● drsný povrch, ○ hladký povrch [39].....	55
obr. 3-1	Korelace mezi velikostí Reynoldsova čísla, rychlostí proudění, vzdálenosti do vstupní oblasti štěrbin a tvarem rychlostního profilu kapaliny [25]	57
obr. 4-1	Ilustrační obrázek geometrie vložky	61
obr. 4-2	Štěrba	62
obr. 4-3	Rovnovážné působení sil na elementární objem kapaliny [41]	64
obr. 4-4	Schéma rychlostního profilu v potrubí [42]	68
obr. 4-5	Reprezentace fungování korekčních faktorů podle Schummara, Giesekuse a Langer [45]	76

obr. 4-6	Schématická závislost vývoje napětí skrz paralelní desku pro Newtonskou a pseudoplastickou kapalinu [40]	77
obr. 4-7	Ilustrační znázornění skluzu [36].....	78
obr. 4-8	Ilustrace úspěšného použití Mooneyho korekční metody [34]	80
obr. 4-9	Srovnání dvou obecných neneutonských kapalin (s a bez meze toku) [51]....	83
obr. 4-10	Ukázka určování meze toku z naměřených dat podle Klingberga [53].....	85
obr. 5-1	Moodyho diagram [53].....	87
obr. 5-2	Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej OL-J32	88
obr. 5-3	Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej OL-J3	88
obr. 5-4	Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram olej NEXBASE 2004	88
obr. 5-5	Ukázka vypočítaných bodů pro Moodyho diagram pro olej Paramo B28	89
obr. 5-6	Vyhodnocení měření s olejem MRF (nosná kapalina OL-J3 a OL-J32).....	89
obr. 5-7	Závislost smykového napětí na stěnách štěrbin τ_w na délce štěrbin l [56]..	90
obr. 5-8	Reologická aplikace	92
obr. 5-9	Tokové křivky pro OL-J32 při drsnosti stěn štěrbin Ra 0.4	95
obr. 5-10	Vývoj tlakového spádu se změnou teploty – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek ...	95
obr. 5-11	Vývoj skluzové rychlosti se změnou teploty – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek	96
obr. 5-12	Navierova viskozitní křivka – OL-J32, Ra 0.4, bez vložek	96
obr. 5-13	Srovnání tokových křivek (Newtonova, Cassonova, Carreaova a naměřená toková křivka) – OL-J32	97
obr. 5-14	Grafické srovnání rychlostních profilů pro vybrané reologické modely – OL-J32	98
obr. 5-15	Rychlostní profily pro olej OL-J32 při různé rychlosti pohybu plovoucích pístů reometru.....	98
obr. 5-16	Tokové křivky – Paramo B28, Ra 0.4, bez vložek	99
obr. 5-17	Závislost tlakového spádu na dynamické viskozitě – Paramo B28, Ra 0.4, bez použití vložek	100
obr. 5-18	Vývoj skluzové rychlosti při změně teploty oleje – Paramo B28, Ra 0.4, bez použití vložek	100
obr. 5-19	Navierova viskozitní křivka – Paramo B28, Ra 0.4, bez vložek	101
obr. 5-20	Grafické srovnání tokových křivek (naměřená, Cassonova, Crossova a Mocninná) – Paramo B28	101

obr. 5-21	Grafické srovnání rychlostních profilů pro vybrané reologické modely – Paramo B28	102
obr. 5-22	Rychlostní profily pro olej Paramo B28 při různé rychlosti pohybu pístu pulzátoru Inovy	103

11 SEZNAM TABULEK

tab. 2-1	Orientační hodnoty ztrátového součinitele Kl [5]	36
tab. 2-2	Hodnoty ztrátového součinitele – Dr. Emre Can [27].....	41
tab. 3-1	Přehled reologických modelů	58
tab. 4-1	Pracovní rozsahy vypočítaných veličin.....	63
tab. 4-2	Modifikace Mooneyho korekční metody – přehled [36]	80
tab. 5-1	Ilustrační tabulka z vyhodnocovacího souboru pro návrh délky štěrbin a pro olej OL-J3	91
tab. 5-2	Ilustrační tabulka z vyhodnocovacího souboru pro návrh délky štěrbin a pro MRF kapalinu.....	91
tab. 5-3	Matematické srovnání smykového napětí reologických modelů a naměřených dat – OL-J32.....	97
tab. 5-4	Matematické srovnání smykového napětí– Paramo B28.....	101

12 SEZNAM PŘÍLOH

- **Příloha I** Výpočetní návrh vložek reometru pro řešení problematiky tlakových ztrát na vstupu a výstupu štěrbiny s ověřením laminárního proudění – Reynoldsovo číslo, Moodyho nebo Colebrookův diagram (Excel soubor)
- **Příloha II** Výpočetní skript pro Crossův reologický model – bez skluzu
- **Příloha III** Výpočetní skript pro Crossův reologický model – s implementací skluzu
- **Příloha IV** Vyhodnocovací soubor verifikačních měření (OL-J32 a Paramo B28) (Excel soubor)
- **Příloha V** Průvodní zpráva ke stabilitě proudění – určení stabilizační délky
- **Příloha VI** Vyhodnocovací soubor pro určení minimální stabilizační délky štěrbiny (Excel soubor)
- **Příloha VII** Vyhodnocovací skript pro newtonskou kapalinu
- **Příloha VIII** Vyhodnocovací skript pro neneutronskou kapalinu
- **Příloha IX** Vyhodnocovací skript pro viskoplastickou kapalinu
- **Příloha X** Grafická závislost proudění kapaliny na vstupní oblasti štěrbiny
- **Příloha XI** Řídící skript reologické aplikace

Příloha II – Výpočetní skript pro Crossův reologický model – bez skluzu

```
%% Cross_bisekce
clc;
clear all;
close all;
figure();
set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3); % nastavi velikost pisma u grafu na 11 bodu, tloustku car na 1.5 bodu a prusvitnost mrazky (grid) na 0.3
% clear history
ninek=0.0051;
ni0=0.0151;
L=0.045;
B=0.051;
dp=2500;
n=0.9;
k=0.64;
R=0.00065;
tauP=(4*n/(3*n+1))^(n/(1-n));
lambda=ni0/tauP;

my_fun = @(g1) (ninek+(ni0-ninek)/(1+(lambda*g1^(1-n))))*g1-(R*dp)/(2*L);
low = 0.1;
high = 1000000;
tolerance = .00001;
g1 = bisection(my_fun, low, high, tolerance);
gamaw=g1;
% vysledne g1 je koren hledane rovnice tedy odpovidaji hodnote
% prahoveho napeti pro danou kapalinu

z=linspace(0,R/2);
for i=1:length(z)
    tau(i)=(z(i))*dp/L;
end

%Rabinowitschova korekce
c=linspace(0,gamaw);
r=z/(R/2);
gamaxyp=(r.^(1/n)).*c;

for a=1:length(gamaxyp)
    vis(a)=(ninek+(ni0-ninek)/(1+(lambda*gamaxyp(a)^(1-n)))));
end
for s=1:length(z)
    vPOS(s)=-(dp/(2*vis(a)))*((R/2)^2)-(z(s)^2);
end
o=linspace(-R/2,0);

%Rabinowitschova korekce
s=linspace(-gamaw,0);
ra=o/(-R/2);
gamaxyn=(ra.^(1/n)).*s;

for j=1:length(o)
    tauj(j)=(o(j))*dp/L;
end
for q=1:length(gamaxyn)
    visj(q)=(ninek+(ni0-ninek)/(1+(lambda*(-1*gamaxyn(q))^(1-n)))));
end

%% Vysledek
subplot(1,3,1); plot(vPOS,z*1000,'b',vPOS,-z*1000,'b'); title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('v [m/s^2]', 'FontSize',12);
subplot(1,3,2); plot(gamaxyp,z*1000,'b',gamaxyn,o*1000,'b'); title('smykový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]', 'FontSize',12);
subplot(1,3,3); plot(tauj,z*1000,'b',tauj,o*1000,'b'); title('smykové napěti'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('\tau [m/s^2]', 'FontSize',12);
```

Příloha III – Výpočetní skript pro Crossův reologický model – s implementací skluzu

```
%Regrese
clc
clear all
close all
clear history
figure();
set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3); % nastavi velikost pisma u grafu na 11 bodu, tloustku car na 1.5 bodu a prusvitnost mrazky (grid) na 0.3
% clear history

%% Naštěni dat
chole = dataset('xlsfile','chole.xls');

%% informace o datech
summary(chole)
%chybějící data jsou nahrazena hodnotou NaN.
%Projit excel a odstranit řádky bez hodnot nebo s hodnotou NaN

chole.mask=isnan([chole.compliance])

%% Filtrace dat - odstrani hodnoty nan ze vstupnich dat
Filtered = choke(chole.mask == false,{'compliance','improvement'})

%% Curve fitting - proloženi dat křivkou
[f,go] = fit(Filtered.improvement,Filtered.compliance,'a*x+b');
%první výraz je osa x, druhý výraz osa y
```

```

%% Vstupní parametry
%Rozměry štěrbin
L=0.045; % délka štěrbin [m]
B=0.051; % šířka štěrbin [m]
R=0.00065; % tloušťka štěrbin [m]

%Naměřené veličiny
dp=2500; % naměřený tlakový spád [Pa]
nid=0.0151; % dynamická viskozita [Pa.s]
taup=5; %Hodnota mezního smykového napětí, které musí být překročeno aby mohlo dojít k tečení
ninek=0;
ni0=0.0151;
n=0.9;
k=0.64;
tauP=(4*n/(3*n+1))^(n/(1-n));
lambda=ni0/tauP;

%% Mooneyho korekční metoda
plot(f,Filtered.improvement,Filtered.compliance,'o')
title('Mooneyho korekční metoda')
xlabel('4/R')
ylabel('gamaapparent')
coef = coeffvalues(f);
a = coef(1)/4; %Vslip
b = coef(2); %gamaSHEAR
z=linspace(0,R/2);
f=linspace(-R/2,0);
tauPOS=(z)*dp/L;
tauNEG=(f)*dp/L;
tauw=max(tauPOS);
gamawPFM=(4/R)*a+b; %zdánlivá hodnota smykového spádu na stěně štěrbin
gamaTRUEM=(1/4)*b*(3+((2*R)*log(b))/((2*R)*log(tauw))); %skutečná hodnota smykového spádu na stěně štěrbin
%Tvorbaparabolického průběhu smykového spádu
zy=taup*2*L/dp;
pM=((max(z)-zy)^2)/(2*gamaTRUEM);
for q=1:length(z)
    if z(q)>zy
        gamaM(q)=((z(q)-zy)^2)/(2*pM);
    else
        gamaM(q)=0;
    end
end
for h=1:length(f)
    if -f(h)>zy
        gamafM(h)=-((-f(h)-zy)^2)/(2*pM);
    else
        gamafM(h)=0;
    end
end
subplot(1,3,2);plot(gamaM,z*1000,'b',gamafM,f*1000,'b'),title('smykový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]', 'FontSize',12);
subplot(1,3,3);plot(tauPOS,z*1000,'b',tauNEG,f*1000,'b'),title('smykové napětí'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('\tau [m/s^2]', 'FontSize',12);

% Rychlostní profil
for o=1:length(gamaM)
    vis(o)=(ninek+(ni0-ninek)/(1+(lambda*gamaM(o)^(1-n))));
end
for s=1:length(z)
    vMPOS(s)=-a-(dp/(2*vis(o)))*(((R/2)^2)-(z(s)^2));
end
subplot(1,3,1);plot(vMPOS,z*1000,'b',vMPOS,-z*1000,'b'); title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
xlabel('v [m/s]', 'FontSize',12);
% Pokud Mooneyho korekční metoda selže automaticky použije Jastrabszkého

%% Jastrabszkého korekční metoda
% korekční metodu
if b<0
    figure();
    set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
        'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3); % nastaví velikost písma u grafu na 11 bodu, tloušťku čar na 1.5 bodu a pruvitnost mřížky (grid) na 0.3
    [f2,gof2] = fit(Filtered.improvement,Filtered.compliance,'a*x+b');
    plot(f2,Filtered.improvement,Filtered.compliance,'o')
    title('Jastrabszkého korekční metoda')
    xlabel('4/R^2')
    ylabel('gamaapparent')
    coef2 = coeffvalues(f2);
    c = coef2(1)/4/1000; %Vslip
    d = -coef2(2); %gamaSHEAR
    gamawAPJ=(4/R)*c+d; %zdánlivá hodnota smykového spádu na stěně štěrbin
    gamaTRUEJ=(1/4)*d*(3+((2*R)*log(d))/((2*R)*log(tauw))); %skutečná hodnota smykového spádu
    %Tvorbaparabolického průběhu smykového spádu
    pJ=((max(z)^2)/(2*gamaTRUEJ);
    for q=1:length(z)
        if z(q)>zy
            gamaJ(q)=((z(q)-zy)^2)/(2*pJ);
        else
            gamaJ(q)=0;
        end
    end
    for h=1:length(f)
        if -f(h)>zy
            gamafJ(h)=-((-f(h)-zy)^2)/(2*pJ);
        else
            gamafJ(h)=0;
        end
    end
    % Rychlostní profil
    for o=1:length(gamaJ)
        vis(o)=(ninek+(ni0-ninek)/(1+(lambda*gamaJ(o)^(1-n))));
    end
    for s=1:length(z)
        vJPOS(s)=-c-(dp/(2*vis(o)))*(((R/2)^2)-(z(s)^2));
    end
    subplot(1,3,1);plot(vJPOS,z*1000,'b',vJPOS,-z*1000,'b'); title('rychlostní profil'); grid minor;
    ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
    xlabel('v [m/s]', 'FontSize',12);
    subplot(1,3,2);plot(gamaJ,z*1000,'b',gamafJ,f*1000,'b'),title('smykový spád'); grid minor;
    ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
    xlabel('\gamma [m/s^2]', 'FontSize',12);
    subplot(1,3,3);plot(tauPOS,z*1000,'b',tauNEG,f*1000,'b'),title('smykové napětí'); grid minor;
    ylabel('z [mm]', 'FontSize',12);
    xlabel('\tau [m/s^2]', 'FontSize',12);
end

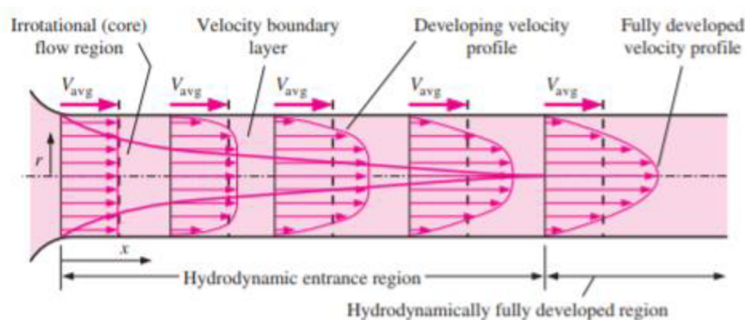
```

Příloha V– Průvodní zpráva ke stabilitě proudění – určení stabilizační délky

Součástí kapaliny, která je nucena proudit skrz štěrbinu, je tvorba rychlostního profilu. Základním předpokladem pro toto proudění je, že nedochází ke skluzu na stěnách štěrbin, ale vzniká mezní vrstva. Mezní vrstva obsahuje částice kapaliny, které interagují se stěnou. Tato vrstva způsobuje, že částice nacházející se blízko stěny mají nižší rychlost než částice nacházející se na proudnici. Tato skutečnost je způsobena třením. Následkem je postupný vývoj rychlostního profilu podél štěrbin [1, 3, 4].

Oblast, ve které kapalina proudí a její rychlost je ovlivněna viskózními smykovými silami způsobené viskozitou kapaliny, se nazývá hraniční oblast. Hypoteticky se dá prohlásit, že proudění kapaliny se dělí na 2 oblasti. První oblastí je tzv. „boundary layer region“, ve které je proudění ovlivněno viskózními silami. Druhá oblast je neovlivněná a označuje se jako „core flow region“. V této oblasti se vliv třecích sil zanedbává, protože jejich vliv je mnohonásobně nižší než ve hraniční oblasti a také má rychlost proudění konstantní hodnotu v radiálním směru proudění [1, 3, 4].

Tloušťka hraniční vrstvy narůstá ve směru proudění kapaliny, dokud tato vrstva nedosáhne proudnice (celá kapalina bude obsahovat pouze jednu část „boundary layer“). Vývoj rychlostního profilu a nárůst hraniční vrstvy je znázorněn na obr. 1-1. Délka štěrbin od vstupu kapaliny do štěrbin až po bod, ve kterém hraniční vrstva dosáhne proudnice, se nazývá hydrodynamický vstupní délka L_h . Proudění kapaliny se v této délce stabilizuje tzn., že dojde v plném vývoji rychlostního profilu kapaliny proudící štěrbinou. Rychlostní profil se za tímto podem už nemění, protože se ustálí i normalizovaný teplotní profil kapaliny. Ekvivalentem k plně vyvinutému rychlostnímu profilu je kapalina proudící štěrbinou, která se neohřívá ani neochlazuje (teplota je podél štěrbin konstantní) [1, 3, 4].



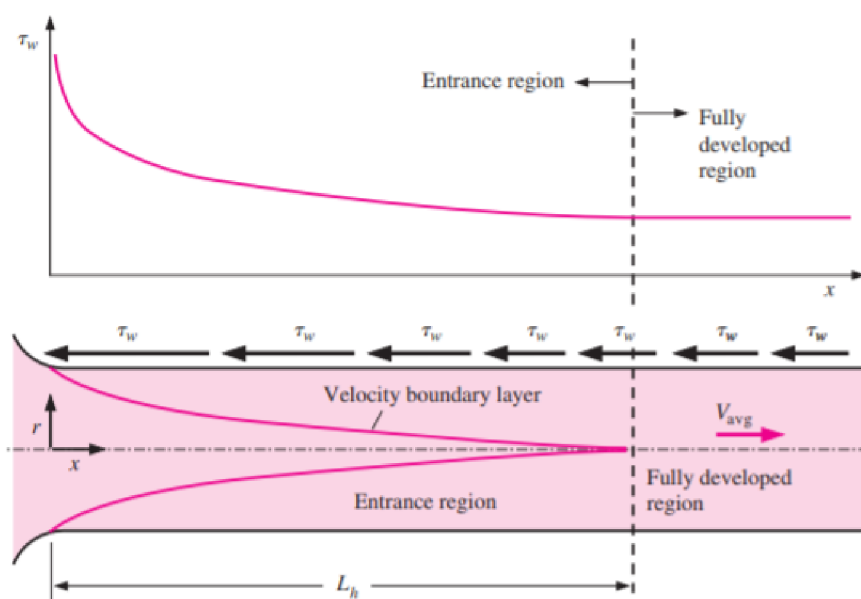
obr. 1-1 Vývoj rychlostního profilu v závislosti na délce štěrbin [1]

Plně vyvinutý rychlostní profil nabývá parabolického tvaru za předpokladu laminárního proudění a poněkud ploššího tvaru při turbulentním proudění. Zploštění vzniká kvůli vířivému pohybu a intenzivnějšímu mísení částic v radiálním směru kapaliny [1, 3, 4].

Plný vývin rychlostního profilu kapaliny proudící štěrbinou lze obecně zapsat rovnicí (1-1).

$$\frac{\partial u(r,x)}{\partial x} = 0 \rightarrow u = u(r) \quad (1-1)$$

Pokud je rychlostní profil plně vyvinut tak si smykové napětí na stěnách štěrbin zachovává konstantní hodnotu. Při bližším zvážení proudění kapalin v hydrodynamickém vstupním regionu má smykové napětí na stěnách τ_w nejvyšší hodnotu právě v místě, kde je tloušťka hraniční vrstvy nejmenší. Následně se zvyšující se tloušťkou hraniční vrstvy klesá hodnota smykového napětí na stěně štěrbin až do doby plného vývinu rychlostního profilu. Toto chování smykového napětí je znázorněno na obr. 1-2. Navíc, hodnota tlakového spádu je vyšší ve vstupní oblasti štěrbin, a efekt vstupní oblasti má vždy za následek nárůst tření pro celou štěrbinu. Tento nárůst je nejzřetelnější při použití krátkých štěrbin, ale u dlouhých štěrbin je možné tento projev zanedbat [1-4].



obr. 1-2 Závislost smykového napětí na stěnách štěrbin τ_w na délce štěrbin l [1]

Hydrodynamická vstupní délka je obvyklé považována jako vzdálenost od vstupu kapaliny do štěrbin až po místo kde smykové napětí na stěnách štěrbin (zároveň to platí i pro velikost třecího faktoru) dosahuje kolem 2 % z plně vyvinuté hodnoty. Pro laminární proudění je hydrodynamická vstupní délka L_{hlam} aproximačně určena rovnicí (1-2) [1-4].

$$L_{hlam} \cong 0.05 \cdot Re \cdot D \quad (1-2)$$

Z rovnice je patrné, že hydrodynamická vstupní délka je závislá na velikosti Reynoldsova čísla Re a charakteristického rozměru štěrbin D . Pro štěrbinu s nekruhovým průřezem je charakteristický rozměr dán hydraulickým průměrem D_h . Pro kruhový průřez štěrbin je určen pomocí délky nebo průměru štěrbin. Rovnice (1-2) byla získána nezávisle na sobě vědeckou skupinou Kays a Crawford (1993) a skupinou Shah a Bhatti (1987) [1-4].

Pro hodnotu $Re = 20$ je hydrodynamická vstupní délka štěrby dána charakteristickým rozměrem, ale narůstá lineárně s rychlostí proudění. Limitující pro laminární proudění je hodnota Reynoldsova čísla $Re = 2300$ (pro vodu), kdy hydrodynamická vstupní délka je rovna $115 \cdot D_h$. Pro turbulentní proudění je hydrodynamická vstupní délka štěrby aproximačně určena podle rovnic (1-2) nebo (1-3) [1-4].

$$L_{htur} \cong 1.359 \cdot Re^{\frac{1}{4}} \cdot D \quad (1-2)$$

$$L_{htur} \cong 4.4 \cdot Re^{\frac{1}{6}} \cdot D \quad (1-3)$$

Tyto rovnice byly určeny Bhattim a Shah (1987) a Zhi-qing (1982). Vstupní délka je pro případ turbulentního proudění výrazně menší než pro laminární proudění. Ve velkém množství praktických případů řešení vstupní délky štěrby stává nevýrazným problémem a z toho vyplývá zjednodušený výpočet délky štěrby [1-4].

$$L_{htur} \cong 10 \cdot D \quad (1-3)$$

Pro velké hodnoty Reynoldsova čísla při turbulentním proudění doporučuje Lien K. [5] předpis $150 \cdot D$ pro výpočet hydrodynamické vstupní délky. Na základě všech těchto doporučení a možných přístupů je zřejmé, že popsat naprosto přesně dostačující délku štěrby pro zaručení plného vývinu rychlostního profilu není úplně snadné a všechny tyto předpisy jsou pouze přibližné odhady.

Seznam použité literatury

1. CENGEL, Y. A, CIMBALA, J. M. *Fluid Mechanics: Fundamentals and applications*. New York, McGraw-Hill Education, 2006. ISBN 9780072472363.
2. CAMBELOVÁ, Hana. *Měření rychlosti proudící kapaliny v trubici*. Praha, 2015. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta strojní.
3. *Entrance length* [online]. [cit. 14.05.2018]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Entrance_length
4. BERGMAN, T. L, INCROPERA, F. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. New Jersey, Hoboken, 2011. ISBN 9780470501979.
5. LIEN, K. et al. *The entrance length for fully developed turbulent channel flow* [online]. Sydney, 2014. [cit. 14. 05. 2018] Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/255579293_The_Entrance_Length_for_Fully_Developed_Turbulent_Channel_Flow

Příloha VII – Vyhodnocovací skript pro newtonské kapaliny se skluzem a s implementovanou korekcí smykového spádu

```
%Vyhodnocovací skript pro newtonskou kapalinu se skluzem a s korekcí
clc
clear all
close all
clear history
figure();
set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3); % nastavi velikost pisma u grafu na 11 bodu, tloustku car na 1.5 bodu a prusvitnost mrazky (grid) na 0.3
% clear history

%% Naštění dat
chole = dataset('xlsfile','chole.xls');

%% informace o datech
summary(chole)
%chybějící data jsou nahrazena hodnotou NaN.
%Projit excel a odstranit řádky bez hodnot nebo s hodnotou NaN
chole.mask=isnan([chole.compliance])

%% Filtrace dat - odstraní hodnoty nan ze vstupních dat
Filtered = choke(chole.mask == false,{'compliance','improvement'})

%% Curve fitting - proložení dat křivkou
[f,gof] = fit(Filtered.improvement,Filtered.compliance,'a*x+b');
%první výraz je osa x, druhý výraz osa y

%% Vstupní parametry
%Rozměry štěrbin
L=0.045; % délka štěrbin [m]
B=0.051; % šířka štěrbin [m]
H=0.00065; % tloušťka štěrbin [m]

%Naměřené veličiny
dp=2500; % naměřený tlakový spád [Pa]
nid=0.0151; % dynamická viskozita [Pa.s]

% Newtonský model
nN=1;

% Mocninný model
nM=1; % hodnota reologického parametru [-]
kM=0.3; %hodnota konzistence [-]

% Ellisův model
alfaE=1.0001;
tauPE=100;
nE=1/alfaE; % hodnota reologického parametru [-]
kE=(nid*(tauPE*(alfaE-1)))^(1/alfaE); %hodnota konzistence [-]

% Crossův model
ninekCr=0.0051;
ni0Cr=0.0151;
nCr=1;
tauPCr=(4*nCr/(3*nCr+1))^(nCr/(1-nCr));
lambdaCr=ni0Cr/tauPCr;

% Carreaův model
ninekCa=0.0051;
ni0Ca=0.0151;
taupCa=0.7815;
lambdaCa=1/taupCa;
nCa=1;

%% Mooneyho korekční metoda
plot(f,Filtered.improvement,Filtered.compliance,'o')
title('Mooneyho korekční metoda')
xlabel('4/R')
ylabel('gamaapparent')
coef = coeffvalues(f);
a = coef(1)/4000; %Vslip
b = -coef(2); %gamaSHEAR
z=linspace(0,H/2);
f=linspace(-H/2,0);
tauPOS=(z)*dp/L;
tauNEG=(f)*dp/L;
tauw=max(tauPOS);
gamawAFP=(4/H)*a+b; %zdánlivá hodnota smykového spádu na stěně štěrbin

% Crawfordova korekční metoda
gamaTRUE=(1/4)*b*(3+((2*H)*log(b))/((2*H)*log(tauw))); %skutečná hodnota smykového spádu na stěně štěrbin
%Tvorba parabolického průběhu smykového spádu

% Newtonský model
zN=linspace(-H/2,H/2);
vN=-a-(dp/L)*((H^2)/(8*nid))*(1-((2*zN/H).^2))*250;

% Mocninný model
taupM=0;
zy=taupM*2*L/dp;
pM=((max(z)-zy)^2)/(2*gamaTRUE);
for q=1:length(z)
    if z(q)>zy
        gamaM(q)=((z(q)-zy)^2)/(2*pM);
    else
        gamaM(q)=0;
    end
end
for o=1:length(f)
    if -f(o)>zy
        gamaM(o)=-((-f(o)-zy)^2)/(2*pM);
    else
        gamaM(o)=0;
    end
end
vMPOS=-a-(nM/(nM+1))*((dp/(kM*L))^(1/nM))*((H/2)^((nM+1)/nM))*(1-((2*(z/H)).^((nM+1)/nM)));
vMNEG=-a-(nM/(nM+1))*((dp/(kM*L))^(1/nM))*((H/2)^((nM+1)/nM))*(1-((2*(-f)/H)).^((nM+1)/nM)));

% Ellisův model
vE=a+(nE/(nE+1))*((dp/(kE*L))^(1/nE))*((H/2)^((nE+1)/nE))*(1-((2*(z/H)).^((nE+1)/nE)))/12;

% Crossův reologický model
```

```

cCr=linspace(0,gamaTRUE);
for aCr=1:length(cCr)
    visCr(aCr)=(ninekCr+(ni0Cr-ninekCr)/(1+(lambdaCr*cCr(aCr))^(1-nCr))));
end
for sCr=1:length(z)
    vPOsCr(sCr)=-a-(dp/(2*visCr(aCr)))*(((H/2)^2)-(z(sCr)^2));
end

% Carrea-Yasuda reologický model
uCa=linspace(0,gamaTRUE);
gamaxypCa=uCa;
for cCa=1:length(gamaxypCa)
    visCa(cCa)=ninekCa+(ni0Ca-ninekCa)*((1+(lambdaCa^2)*(gamaxypCa(cCa).^2)^(nCa-1)/2));
end
for sCa=1:length(z)
    vPOsCa(sCa)=-a-(dp/(2*visCa(cCa)))*(((H/2)^2)-(z(sCa)^2));
end

%% Vykreslení po aplikaci Moonyho metody pro určení skluzu
subplot(1,3,1);plot(vN,zN*1000,'g', vPOsCa,z*1000,'m',vPOsCa,-z*1000,'m', vPOsCr,z*1000,'c',vPOsCr,-z*1000,'c',-vE,z*1000,'r',-vE,-z*1000,'r',
vMNEG,f*1000,'b',vMNEG,f*1000,'b'); title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('v [m/s]','FontSize',12);
legend('Newtonův model','Carrea-Yasuda model','Carrea-Yasuda model','Crossův model','Crossův model','Ellisův model','Ellisův model','Mocninný
model','Mocninný model')

subplot(1,3,2);plot(gamaM,z*1000,'b',gamaFM,f*1000,'b'),title('smýkový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]','FontSize',12);
subplot(1,3,3);plot(tauPOS,z*1000,'b',tauNEG,f*1000,'b'),title('smýkové napětí'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\tau [m/s^2]','FontSize',12);

%% Jastrabszkého korekční metoda
if b<0
    [f2,gof2] = fit(Filtered.improvement,Filtered.compliance,'a*x+b');
    figure();
    plot(f2,Filtered.improvement,Filtered.compliance,'o')
    title('Jastrabszkého korekční metoda')
    xlabel('4/R^2')
    ylabel('gamaapparent')
    coef2 = coeffvalues(f2);
    c = coef2(1)/4000; %Vslip
    d = -coef2(2); %gamaSHEAR
    gamawAPPJ=(4/H)*c+d; %zdánlivá hodnota smýkového spádu na stěně štěrbin
    gamaTRUEJ=(1/4)*d*(3+((2*H)*log(d))/((2*H)*log(tauw))); %skutečná hodnota smýkového spádu na stěně štěrbin

% Newtonský model
zNJ=linspace(-H/2,H/2);
vNJJ=-(dp/L)*((H^2)/(8/nid))*((1-(2*zNJ/H).^2))*250;

%Mocninný model
pJ=(max(z)^2)/(2*gamaTRUEJ);
for q=1:length(z)
    if z(q)>zy
        gamaJM(q)=((z(q)-zy)^2)/(2*pJ);
    else
        gamaJM(q)=0;
    end
end
for h=1:length(f)
    if -f(h)>zy
        gamafJM(h)=-((-f(h)-zy)^2)/(2*pJ);
    else
        gamafJM(h)=0;
    end
end

vJPOSME=-c*(nM/(nM+1))*((dp/(kM*L))^1/nM)*((H/2)^(nM+1)/nM)*((1-(2*(z/H)).^(nM+1)/nM));
vJNEGME=-c*(nM/(nM+1))*((dp/(kM*L))^1/nM)*((H/2)^(nM+1)/nM)*((1-(2*(-z/H)).^(nM+1)/nM));

% Ellisův model
vEJ=-c*(nE/(nE+1))*((dp/(kE*L))^1/nE)*((H/2)^(nE+1)/nE)*((1-(2*(z/H)).^(nE+1)/nE))/12;

% Crossův reologický model
cCr=linspace(0,gamaTRUE);
for aCr=1:length(cCr)
    visCr(aCr)=(ninekCr+(ni0Cr-ninekCr)/(1+(lambdaCr*cCr(aCr))^(1-nCr))));
end
for sCr=1:length(z)
    vPOsCrJ(sCr)=-c+(dp/(2*visCr(aCr)))*(((H/2)^2)-(z(sCr)^2));
end
% Carrea-Yasuda reologický model
uCa=linspace(0,gamaTRUE);
gamaxypCa=uCa;
for cCa=1:length(gamaxypCa)
    visCa(cCa)=ninekCa+(ni0Ca-ninekCa)*((1+(lambdaCa^2)*(gamaxypCa(cCa).^2)^(nCa-1)/2));
end
for sCa=1:length(z)
    vPOsCaJ(sCa)=-a-(dp/(2*visCa(cCa)))*(((H/2)^2)-(z(sCa)^2));
end
subplot(1,3,1);plot(vNJ,zN*1000,'g', vPOsCaJ,z*1000,'m',vPOsCaJ,-z*1000,'m', vPOsCrJ,z*1000,'c',vPOsCrJ,-z*1000,'c',-vEJ,z*1000,'r',-vEJ,-
z*1000,'r', vJPOSJ,z*1000,'b',vJNEGJ,f*1000,'b'); title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('v [m/s]','FontSize',12);
legend('Newtonův model','Carrea-Yasuda model','Carrea-Yasuda model','Crossův model','Crossův model','Ellisův model','Ellisův model','Mocninný
model','Mocninný model')

subplot(1,3,2);plot(gamaJM,z*1000,'b',gamafJM,f*1000,'b'),title('smýkový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]','FontSize',12);
subplot(1,3,3);plot(tauPOSJ,z*1000,'b',tauNEGJ,f*1000,'b'),title('smýkové napětí'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\tau [m/s^2]','FontSize',12);

end

```

Příloha VIII – Vyhodnocovací skript pro nenewtonské kapaliny bez skluzu a s korekcí smykového spádu

```
%% Srovnání reologických modelů pro Neneewtonskou kapalinu bez skluzu s korekcí smykového spádu

%% Introduction
clc;
clear all;
close all;
figure();
set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
    'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3);

%% Vstupní parametry
%% Rozměry štěrbin
L=0.045; % délka štěrbin [m]
B=0.051; % šířka štěrbin [m]
H=0.00065; % tloušťka štěrbin [m]

%% Naměřené veličiny a parametry kapaliny
dp=2500; % naměřený tlakový spád [Pa]
nid=0.0151; % dynamická viskozita [Pa.s]

%% Mocninný model
nM=0.7; % hodnota reologického parametru [-]
kM=0.64; % hodnota konzistence [-]

%% Ellisův model
alfaE=1.4;
tauPolE=100;
nE=1/alfaE; % hodnota reologického parametru [-]
kE=(nid*(tauPolE^(alfaE-1)))^(1/alfaE); % hodnota konzistence [-]
kE=0.64;
nE=0.71;

%% Crossův model
ninekCr=0.0051;
ni0Cr=0.0151;
nCr=0.7;
tauPCr=(4*nCr/(3*nCr+1))^(nCr/(1-nCr));
lambdaCr=ni0Cr/tauPCr;

%% Carreaův model
ninekCa=0.0051;
ni0Ca=0.0151;
taupCa=0.7815;
lambdaCa=1/taupCa;
nCa=0.7;

%% Mocninný reologický model
zM=linspace(0,H/2);
vM=(nM/(nM+1))*((dp/(kM*L))^(1/nM))*((H/2)^(nM+1)/nM)*(1-((2*(zM/H)).^(nM+1)/nM))^6000;
vmaxzMnM/(nM+1)*((H/2)^(nM+1)/nM)*((dp/(kM*L))^(1/nM));
v0M=(nM/(1+2*nM))*((H/2)^(nM+1)/nM)*((dp/(kM*L))^(1/nM));
QM=v0M*B*H;
gamaM=((dp/(kM*L))^(1/nM))*zM;
gamawM=((dp/(kM*L))^(1/nM))*((H/2));

for iM=1:length(zM)
    tauM(iM)=zM(iM)*dp/L;
end
jM=linspace(-H/2,0);
gamaJM=((dp/(kM*L))^(1/nM))*jM;
gamawJM=((dp/(kM*L))^(1/nM))*((H/2));
for nM=1:length(jM)
    tauJM(nM)=jM(nM)*dp/L;
    %tauJM=-k*((-gamaJM).^n);
end

%% Rabinowitschova korekce
rM=zM/(H/2);
raM=jM/(-H/2);
gamaxypM=(rM^(1/nM)).*gamaM;
gamaxynM=(raM^(1/nM)).*gamajM;

%% Ellisův reologický model
zE=linspace(0,H/2);
tauE=zE*dp/L;
vE=(nE/(nE+1))*((dp/(kE*L))^(1/nE))*((H/2)^(nE+1)/nE)*(1-((2*(zE/H)).^(nE+1)/nE));
vmaxzEnE/(nE+1)*((H/2)^(nE+1)/nE)*((dp/(kE*L))^(1/nE));
v0E=(nE/(1+2*nE))*((H/2)^(nE+1)/nE)*((dp/(kE*L))^(1/nE));
QE=v0E*B*H;
gamaE=((dp/(kE*L))^(1/nE))*zE;
gamawE=((dp/(kE*L))^(1/nE))*((H/2));
jE=linspace(-H/2,0);
gamajE=((dp/(kE*L))^(1/nE))*jE;
gamawjE=-((dp/(kE*L))^(1/nE))*((H/2));

%% Rabinowitschova korekce
rE=zE/(H/2);
raE=jE/(-H/2);
gamaxypE=(rE^(1/nE)).*gamaE;
gamaxynE=(raE^(1/nE)).*gamajE;

%% Crossův reologický model
my_fun = @(gl) (ninekCr+(ni0Cr-ninekCr)/(1+((lambdaCr*gl)^(1-nCr))))*gl-((H*dp)/(2*L));
low = 0.1;
high = 1000000;
tolerance = .00001;
gl = bisection(my_fun, low, high, tolerance);
gamawCr=gl;
% výsledné gl je kořen hledané rovnice tedy odpovídají hodnotě
% prahového napětí pro danou kapalinu

zCr=linspace(0,H/2);
for iCr=1:length(zCr)
    tauICr(iCr)=(zCr(iCr))*dp/L;
end

%% Rabinowitschova korekce
cCr=linspace(0,gamawCr);
rCr=zCr/(H/2);
gamaxypCr=(rCr^(1/nCr)).*cCr;
for aCr=1:length(gamaxypCr)
    visCr(aCr)=(ninekCr+(ni0Cr-ninekCr)/(1+((lambdaCr*gamaxypCr(aCr))^(1-nCr)))));
end
```

```

end
for sCr=1:length(zCr)
    vPOSCr(sCr)=-(dp/(2*visCr(aCr)))*(((H/2)^2)-(zCr(sCr)^2));
end
oCr=linspace(-H/2,0);

%Rabinowitschova korekce
sCr=linspace(-gamawCr,0);
raCr=oCr/(-H/2);
gamaxynCr=(raCr.^(1/nCr)).*sCr;
for jCr=1:length(oCr)
    taujCr(jCr)=(oCr(jCr))*dp/L;
end

%% Carrea-Yasuda reologický model
my_funCa = @(xCa) (ninekCa+(ni0Ca-ninekCa)*((1+(lambdaCa^2)*(xCa^2))^(nCa-1/2)))*xCa-((H*dp)/(2*L));
low = 0;
high = 1000000;
tolerance = .00001;
xCa = bisection(my_funCa, low, high, tolerance);
gamawCa=xCa;

zCa=linspace(0,H/2);
uCa=linspace(0,gamawCa);
rCa=zCa/(H/2);
gamaxypCa=(rCa.^(1/nCa)).*uCa;
for iCa=1:length(zCa)
    tauiCa(iCa)=zCa(iCa)*dp/L;
end
for cCa=1:length(gamaxypCa)
    visCa(cCa)=ninekCa+(ni0Ca-ninekCa)*((1+(lambdaCa^2)*(gamaxypCa(cCa).^2))^(nCa-1/2));
end
for sCa=1:length(zCa)
    vPOSCa(sCa)=-(dp/(2*visCa(cCa)))*(((H/2)^2)-(zCa(sCa)^2));
end

%% Vykreslení grafických závislostí
subplot(1,3,1);plot(-vE,zE*1000,'b',-vE,-zE*1000,'b',-vM,zM*1000,'g',-vM,-zM*1000,'g',vPOSCr,zCr*1000,'c',vPOSCr,-zCr*1000,'c',vPOSCa,zCa*1000,'m',vPOSCa,-zCa*1000,'m'); title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('v [m/s]','FontSize',12);
legend('Ellisův model','Ellisův model','Mocninný model','Mocninný model','Crossův model','Crossův model','Carrea-Yasuda model','Carrea-Yasuda model')

subplot(1,3,2);plot(gamaxypE,zE*1000,'b',gamaxynE,jE*1000,'b',gamaxypM,zM*1000,'g',gamaxynM,jM*1000,'g',gamaxypCr,zCr*1000,'c',gamaxynCr,oCr*1000,'c',gamaxypCa,zCa*1000,'m',-gamaxypCa,-zCa*1000,'m'); title('smykový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]','FontSize',12);
legend('Ellisův model','Ellisův model','Mocninný model','Mocninný model','Crossův model','Crossův model','Carrea-Yasuda model','Carrea-Yasuda model')

subplot(1,3,3);plot(tauE,zE*1000,'b',-tauE,-zE*1000,'b',tauM,zM*1000,'g',tauIcr,zCr*1000,'c',tauJcr,oCr*1000,'c',tauIca,zCa*1000,'m',-tauIca,-zCa*1000,'m'); title('smykové napětí'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('tau [Pa]','FontSize',12);
legend('Ellisův model','Ellisův model','Mocninný model','Mocninný model','Crossův model','Crossův model','Carrea-Yasuda model','Carrea-Yasuda model')

```

Příloha IX – Vyhodnocovací skript pro viskoplastické kapaliny bez skluzu a bez korekce smykového spádu

```

%% Srovnání reologických modelů pro Viskoplastickou kapalinu bez skluzu a bez korekce smykového spádu

%% Introduction
clc;
clear all;
close all;
figure();
set(gcf,'defaultAxesFontSize',11,'defaultLineLineWidth',1.5,...
'defaultAxesMinorGridAlpha',0.3);

%% Vstupní parametry
%Rozměry štěrbin
L=0.045; % délka štěrbin [m]
B=0.051; % šířka štěrbin [m]
H=0.00065; % tloušťka štěrbin [m]

%Naměřené veličiny a parametry kapaliny
dp=2500; % naměřený tlakový spád [Pa]
nid=0.0151; % dynamická viskozita [Pa.s]

% Binghamův model
taupB=5; % hodnota mezního smykového napětí, které musí být překročeno aby mohlo dojít k tečení
kB=0.3; % hodnota konzistence [-]

% Herschel-Bulkleyho model
nHB=0.9; % hodnota reologického parametru [-]
kHB=0.3; % hodnota konzistence [-]
taupHB=5; % hodnota mezního smykového napětí, které musí být překročeno aby mohlo dojít k tečení [

% Cassonův model
sC=0.2; % hodnota parametru pro lineární regresii [-]
taupCs=5; % hodnota mezního smykového napětí, které musí být překročeno aby mohlo dojít k tečení [Pa]

%% Binghamův reologický model

%% Binghamův reologický model
zB=linspace(0,H/2);
tauB=zB*dp/L;
vmaxB=-(dp/(kB*L))*((H^2)/8);
v0B=-(dp/(kB*L))*((H^2)/12);
QxB=-(dp/(kB*L))*((H^2)/12)*B*H;
gamamaxB=(-H/2)*(dp/(kB*L));
zyB=taupB/L/dp;
pB=((max(zB)-zyB)^2)/(2*gamamaxB);
for i=1:length(zB)
    if zyB<zB(i)
        vPOSB(i)=((zB(i)-(H/2))*vmaxB)/(zyB-(H/2));
        gamaPOSB(i)=-(zB(i)-zyB)^2/(2*pB);
    end
end

```

```

else
vPOSB(i)=vmaxB;
gamaPOSB(i)=0;
end
end

fB=linspace(-H/2,0);
taufB=fB*dp/L;
vfmxB=- (dp/(kB*L)) * (H^2)/8;
for s=1:length(fB)
if -zyB>fB(s)
vNEGB(s)=- ((-fB(s)-(H/2))*-vfmxB)/(zyB-(H/2));
gamaNEGB(s)=- ((-fB(s)-zyB)^2)/(2*pB);
else
vNEGB(s)=vfmxB;
gamaNEGB(s)=0;
end
end

%% Herschel-Bulkleyho reologický model
zHB=linspace(0,H/2);
tauHB=zHB*dp/L;
tauwHB=max(tauHB);
gamaHB1=(tauHB/kHB).^(1/nHB);
zyHB=tauHB*L/dp;
for i=1:length(zHB)
if zyHB<zHB(i)
vaHB(i)=(nHB/((2^(1/nHB))*(nHB+1)*(kHB^(1/nHB))))*(dp^(1/nHB))*(((H/2)-zyHB)^(1+(1/nHB)))-((zHB(i)-zyHB).^(1+(1/nHB)))*100;
gamaHB(i)=-((tauHB(i)-tauHB)/kHB).^(1/nHB);
else
vaHB(i)=(nHB/((2^(1/nHB))*(nHB+1)*(kHB^(1/nHB))))*(dp^(1/nHB))*(((H/2)-zyHB)^(1+(1/nHB)))*100;
gamaHB(i)=0;
end
end

fHB=linspace(-H/2,0);
fyHB=-tauHB*L/dp;
taufHB=fHB*dp/L;
gamafHB=-((-taufHB/kHB).^(1/nHB));
for m=1:length(fHB)
if -fyHB<-fHB(m)
vfHB(m)=(nHB/((2^(1/nHB))*(nHB+1)*(kHB^(1/nHB))))*(dp^(1/nHB))*(((H/2)-(-fyHB))^(1+(1/nHB)))-((-fHB(m)-(-fyHB)).^(1+(1/nHB)))*100;
gamafHB(m)=-((-taufHB(m)-tauHB)/kHB).^(1/nHB);
else
vfHB(m)=- (nHB/((2^(1/nHB))*(nHB+1)*(kHB^(1/nHB))))*(dp^(1/nHB))*(((H/2)-(-fyHB))^(1+(1/nHB)))*100;
gamafHB(m)=0;
end
end

gamaXpHB=gamaHB;
gamaXnHB=gamafHB;

%% Cassonův reologický model
zCs=linspace(0,H/2);
tauCs=zCs*dp/L;
tauwCs=max(tauCs);
aCs=tauwCs/(H/2);
zyCs=tauCs*L/dp;
for iCs=1:length(zCs)
if zyCs<zCs(iCs)
vCs(iCs)=(((H/2)*tauwCs)/(2*(sC^2)))*((1-((zCs(iCs)/(H/2))^2))-((8/3)*((tauwCs/tauwCs)^(1/2))))*(1-(zCs(iCs)/(H/2))^3/2)+2*(tauwCs/tauwCs)*(1-zCs(iCs)/(H/2)));
gamaCs(iCs)=(1/(sC^2))* (aCs*zCs(iCs)-2*(aCs^(1/2))* (zCs(iCs).^(1/2))* (tauwCs^(1/2))+tauwCs);
else
vCs(iCs)=(((H/2)*tauwCs)/(2*(sC^2)))*((1-((tauwCs/tauwCs)^2))-8/3*((tauwCs/tauwCs)^(1/2))* (1-(tauwCs/tauwCs)^(3/2))+2*(tauwCs/tauwCs)*(1-tauwCs/tauwCs));
gamaCs(iCs)=0;
end
end

fCs=linspace(-H/2,0);
taufCs=fCs*dp/L;
tauwCs=min(taufCs);
afCs=tauwCs/(H/2);
taufCs=-tauwCs;
zyfCs=taufCs*L/dp;
for mCs=1:length(fCs)
if zyfCs>fCs(mCs)
%vf1(m)=(((H/2)*tauw)/(2*(s^2)))*((1-((z(i)/(H/2))^2))-((8/3)*((tauw/tauw)^(1/2))))*(1-(z(i)/(H/2))^3/2)+2*(tauw/tauw)*(1-z(i)/(H/2)));
vfCs(mCs)=(((H/2)*taufCs)/(2*(sC^2)))*((1-((fCs(mCs)/(-H/2))^2))-((8/3)*((taufCs/taufCs)^(1/2))))*(1-(fCs(mCs)/(-H/2))^3/2)+2*(taufCs/taufCs)*(1-fCs(mCs)/(-H/2));
gamaf(mCs)=(1/(sC^2))* (afCs*fCs(mCs)+2*(afCs^(1/2))* (fCs(mCs).^(1/2))* (taufCs^(1/2))+taufCs);
else
vfCs(mCs)=(((H/2)*taufCs)/(2*(sC^2)))*((1-((taufCs/taufCs)^2))-8/3*((taufCs/taufCs)^(1/2))* (1-(taufCs/taufCs)^(3/2))+2*(taufCs/taufCs)*(1-taufCs/taufCs));
gamaf(mCs)=0;
end
end

%% Vykreslení grafických závislostí
subplot(1,3,1);plot(-vaHB,zHB*1000,'m',vfHB,fHB*1000,'m',-vCs,zCs*1000,'r',-vfCs,fCs*1000,'r',vPOSB,zB*1000,'b',vNEGB,fB*1000,'b');
title('rychlostní profil'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('v [m/s]','FontSize',12);
legend('Herschel-Bulkleyho model','Herschel-Bulkleyho model','Cassonův model','Cassonův model','Binghamův model','Binghamův model')

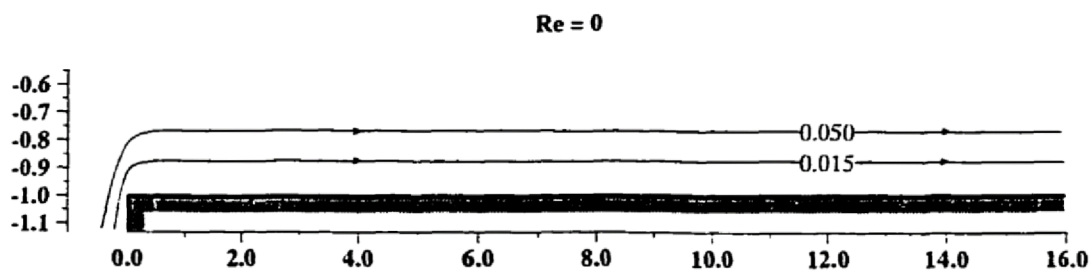
subplot(1,3,2);plot(gamaXpHB,zHB*1000,'m',gamaXnHB,fHB*1000,'m',gamaCs,zCs*1000,'r',gamaf,fCs*1000,'r',gamaNEGB,fB*1000,'b',gamaPOSB,zB*1000,'b');
title('smykový spád'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\gamma [m/s^2]','FontSize',12);
legend('Herschel-Bulkleyho model','Herschel-Bulkleyho model','Cassonův model','Cassonův model','Binghamův model','Binghamův model')

subplot(1,3,3);plot(tauHB,zHB*1000,'m',taufHB,fHB*1000,'m',tauCs,zCs*1000,'r',taufCs,fCs*1000,'r',taufB,fB*1000,'b',tauB,zB*1000,'b');
title('smykové napětí'); grid minor;
ylabel('z [mm]','FontSize',12);
xlabel('\tau [Pa]','FontSize',12);
legend('Herschel-Bulkleyho model','Herschel-Bulkleyho model','Cassonův model','Cassonův model','Binghamův model','Binghamův model')

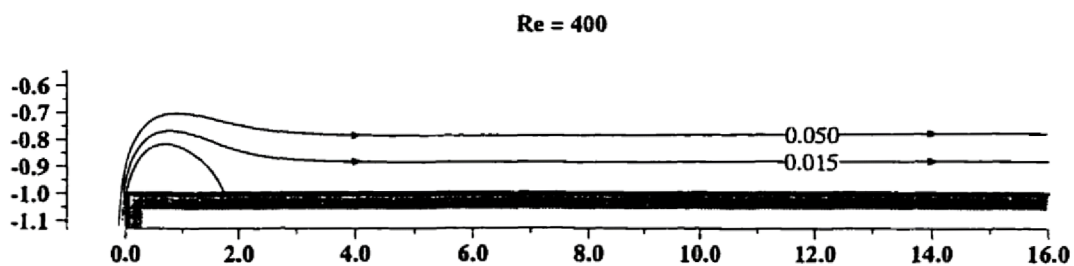
```

Příloha X – Grafická závislost proudění kapaliny na vstupní oblasti štěrbiny

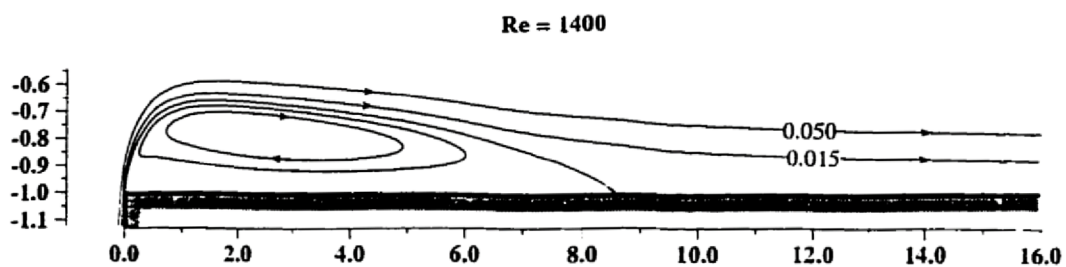
V následujících obrázcích je na ose x délka g (měřena od okraje štěrbiny) a na ose y je výška štěrbiny h . Výška je v tomto případě záporná, protože se sleduje spodní část štěrbiny. Křivky zobrazují profily proudění kapaliny, na kterých lze sledovat změny v jejím chování. Zároveň z nich lze vyčíst délku potřebnou pro stabilizaci proudění kapaliny a velikost oblasti víření kapaliny.



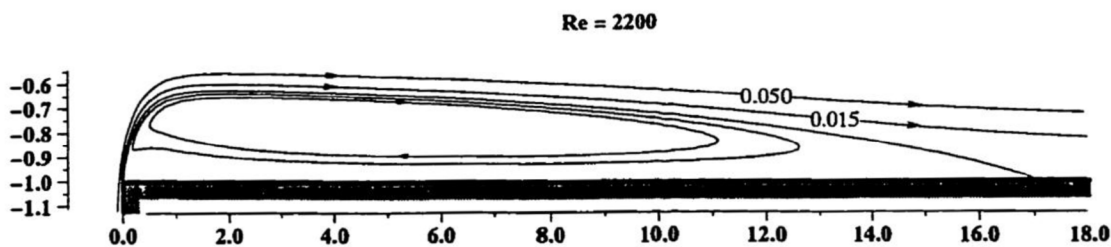
Závislost proudění na vstupní oblasti štěrbiny $Re = 0$ [23]



Závislost proudění na vstupní oblasti štěrbiny $Re = 400$ [23]



Závislost proudění na vstupní oblasti štěrbiny $Re = 1400$ [23]



Závislost proudění na vstupní oblasti štěrbiny $Re = 2200$ [23]

Příloha XI – Řídící skript reologické aplikace

```
function Program5(vstpar)
if nargin==0
figure('Name','Program5 - vypsí zdrojového kodu',...
'NumberTitle','off','Units','normalized','Tag','figure',...
'Color',[0.594 0.96 1],'Visible','on');
uicontrol('Style','frame','Units','normalized',...
'Position',[0.03 0.03 0.74 0.32],'Tag','frame1',...
'BackgroundColor',[1 0.76 0.76]);
uicontrol('Style','text','Units','normalized',...
'Position',[0.05 0.3 0.7 0.04],'Tag','frame1',...
'BackgroundColor',[0.50 0.10 0.80],'FontSize',9,...
'FontWeight','bold','ForegroundColor',[1 1 0.3],...
'Tag','text1','String','Vypis zdrojoveho kodu a napoveda');
uicontrol('Style','frame','Units','normalized',...
'Position',[0.03 0.03 0.74 0.32],'Tag','frame1',...
'BackgroundColor',[0.753 1 0.24]);
uicontrol('Style','frame','Units','normalized','Tag','frame2',...
'Position',[0.81 0.03 0.18 0.94],'BackgroundColor',[0.6 0 0.1]);
uicontrol('Style','text','String','ulohy','Units','normalized',...
'Position',[0.85 0.9 0.09 0.05],'Tag','text2',...
'BackgroundColor',[0.6 0 0.1],'FontSize',9,...
'FontWeight','bold','ForegroundColor',[1 1 0.3]);
uicontrol('Style','popupmenu','String',...
'Newton|Power-law|Carrea|Cross|Ellis|Casson|Bingham|Herschel-Bulkley',...
'Units','normalized','Tag','frame2',...
'Position',[0.83 0.84 0.14 0.06],'Callback','Program5 vyberulohy',...
'Tag','popup');
uicontrol('Style','push','String','modify',... %tlačítko modify
'Units','normalized','Tag','modify',...
'Position',[0.67 0.27 0.08 0.06],'Callback','Program5 modify');
uicontrol('Style','push','String','close',... %tlačítko close
'Units','normalized','Tag','close',...
'Position',[0.83 0.05 0.14 0.06],'Callback','Program5 close');
uicontrol('Units','Normalized','Style','Check',...
'Position',[0.83 0.74 0.14 0.06],'Tag','Check',...
'String','Skluz','Callback','Program5 vyberulohy');

uicontrol('Style','push','String','srovnej',... %tlačítko srovnej
'Units','normalized','Tag','srovnej',...
'Position',[0.47 0.27 0.08 0.06],'Callback','Program5 srovnej');

%-----
Vypis=str2mat(' ',' % Tvorba rychlostnich profilu a distribuce smykoveho napeti a spadu ',...
' % Na prave strane je mozne si zvolit vlastni reologicky model');
uicontrol('Style','edit','HorizontalAlignment','left','Units',...
'normalized','Max',40,'FontWeight','bold','BackgroundColor',...
[0.753 1 0.24],'ForegroundColor',[0 0 0],'Position',...
[0.05 0.05 0.7 0.2],'String',Vypis,'Tag','edit');
%-----
else
switch(vstpar)
case('vyberulohy')
Volbacheck=get(findobj('Tag','Check'),'Value');
if Volbacheck==1
Volba=get(findobj('Tag','popup'),'Value');
if Volba==1
Vypis=Program551aSkruz(0);
elseif Volba==2
Vypis=Program552aSkruz(0);
elseif Volba==3
Vypis=Program553aSkruz(0);
elseif Volba==4
Vypis=Program554aSkruz(0);
elseif Volba==5
Vypis=Program555aSkruz(0);
elseif Volba==6
Vypis=Program556aSkruz(0);
elseif Volba==7
Vypis=Program557aSkruz(0);
elseif Volba==8
Vypis=Program558aSkruz(0);
end
else
Volba=get(findobj('Tag','popup'),'Value');
if Volba==1
Vypis=Program551a(0);
elseif Volba==2
Vypis=Program552a(0);
elseif Volba==3
Vypis=Program553a(0);
elseif Volba==4
Vypis=Program554a(0);
elseif Volba==5
Vypis=Program555a(0);
elseif Volba==6
Vypis=Program556a(0);
```

```

elseif Volba==7
    Vypis=Program557a(0);
elseif Volba==8
    Vypis=Program558a(0);
end
end

set(findobj('Tag','edit'),'string',Vypis);
Handle=findobj('Tag','edit');
evalmcw(Handle);

case('modify')
    Vypis=get(findobj('Tag','edit'),'String');
    Handle=findobj('Tag','edit');
    evalmcw(Handle);
case('srovnej')
    Vypis=get(findobj('Tag','edit'),'String');
    Vypis(end-1,1:10)='srovnej=1';
    set(findobj('Tag','edit'),'String',Vypis);
    Handle=findobj('Tag','edit');
    evalmcw(Handle);
    Vypis(end-1,1:10)='srovnej=0';
    set(findobj('Tag','edit'),'String',Vypis);
case('close')
    close all
end
end
end

```