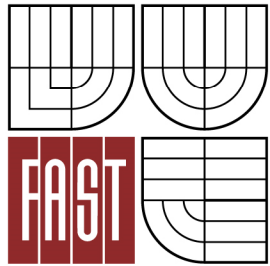


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STAVEBNÍ**  
**Ústav stavebního zkušebnictví**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF BUILDING TESTING

## **OVĚŘENÍ VÝVOJE MODULU PRUŽNOSTI A PEVNOSTI V TLAKU BETONU V ČASE**

THE VERIFICATION OF THE TIME DEVELOPMENT OF THE CONCRETE ELASTIC MODULUS  
AND THE COMPRESSIVE STRENGTH

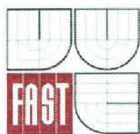
**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**  
BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**MARTIN ALEXA**

**VEDOUcí PRÁCE**  
SUPERVISOR

**Ing. DALIBOR KOCÁB**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

**Studijní program** B3607 Stavební inženýrství  
**Typ studijního programu** Bakalářský studijní program s prezenční formou studia  
**Studijní obor** 3647R013 Konstrukce a dopravní stavby  
**Pracoviště** Ústav stavebního zkušebnictví

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Student** Martin Alexa

**Název** Ověření vývoje modulu pružnosti a pevnosti  
v tlaku betonu v čase

**Vedoucí bakalářské práce** Ing. Dalibor Kocáb

**Datum zadání  
bakalářské práce** 30. 11. 2015

**Datum odevzdání  
bakalářské práce** 27. 5. 2016

V Brně dne 30. 11. 2015

prof. Ing. Leonard Hobst, CSc.  
Vedoucí ústavu



prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA  
Děkan Fakulty stavební VUT

## Podklady a literatura

Schmidt, P. a kol.: Základy zkušebnictví. Brno, CERM, 2001.

Anton, O. a kol.: Základy zkušebnictví. Brno, CERM, 2002.

Collepari, M.: Moderní beton.

Aïtcin, P.-C.: Vysokohodnotný beton.

Pytlík, P.: Technologie betonu.

Neville, A.M.: Properties of concrete.

Newman, J.: Advanced concrete technology – Processes.

Newman, J.: Advanced concrete technology – Concrete Properties.

Odborné články pojednávající o zadané problematice.

Všechny tč. platné normy, zejména s přihlédnutím k ČSN EN 206, ČSN EN 1992-1-1, ČSN EN 12504-4, ČSN 73 1371, ČSN 73 1372, ČSN 73 1373, ČSN ISO 1920-10, řada ČSN EN 12350 a ČSN EN 12390.

## Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

Teoretická část: Rešerše pramenů – beton a jeho vlastnosti, především modul pružnosti betonu v tlaku a pevnost betonu v tlaku. Dále předpokládaný vývoj vlastností betonu v čase, vlivy na výslednou hodnotu modulu pružnosti betonu a pevnosti betonu v tlaku, problematika zjišťování modulu pružnosti betonu ve stávajících konstrukcích s přihlédnutím k nedestruktivnímu zkoušení. Popis použitých metod zkoušení betonu.


Praktická část: Zpracování plánu experimentu – sledování vývoje zadaných charakteristik betonu v čase, to vše na zkušebních tělesech tvaru krychle a hranolu. Provedení nedestruktivního měření pomocí ultrazvukové a rezonanční metody a metody odrazové, provedení destruktivních zkoušek, to vše v naplánovaných termínech. Vyhodnocení výsledků zkoušek, tabelární a grafické zpracování výsledků zkoušek a na formulování vyplývajících závěru.

Práci se zkušebními lisy a zařízeními provede osoba k tomu oprávněná.

## Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).



Ing. Dalibor Kocáb  
Vedoucí bakalářské práce

### **Abstrakt**

Především v počátečních dnech zrání betonu u staveb citlivých na deformace, jako jsou mosty z předpjatého betonu, je podstatná přesná znalost hodnoty modulu pružnosti, aby se dalo předcházet nadměrným deformacím. V této práci se ověřuje vývoj modulu pružnosti betonu (v prvních 28 dnech), který je použit pro výstavbu mostů na dálnici D1 v blízkosti Ružomberoku. K porozumění této problematice byla provedena rešerše literatury a byl proveden experiment, který sleduje časový vývoj pevnosti betonu v tlaku a modulu pružnosti betonu v tlaku. Mimo stanovení statického modulu pružnosti byl v experimentu zjišťován i dynamický modul pomocí ultrazvukové impulsní metody a metody rezonanční a v rámci experimentu bylo také provedeno měření Schmidovým tvrdoměrem. Získané výsledky mohou posloužit pro ověření vývoje modulu pružnosti na skutečné konstrukci.

### **Abstract**

Especially in the early days of curing concrete for structures sensitive on deformation. Same like bridges of prestressed concrete a substantial knowledge of the exact value of the modulus of elasticity that could prevent excessive deformation. In this work we validates the development of concrete modulus of elasticity (in the first 28 days), which is used for the construction of bridges on the highway D1 near Ružomberok. To understand this issue was made a literature review and conducted experiment, which follows the time development of the concrete compressive strength and modulus of elasticity of concrete. Except the determination of modulus of elasticity in the experiment was investigated a dynamic moduli by an ultrasonic pulse method and the resonance method and the experiment was also performed by rebound hammer. The results can serve to verify the development of the modulus of elasticity on the actual structure.

### **Klíčová slova**

Beton, pevnost v tlaku, dynamický modul pružnosti, statický modul pružnosti, vývoj modulu pružnosti v čase, vlivy na vývoj modulu pružnosti, statická zatěžovací zkouška, ultrazvuková metoda, rezonanční metoda.

### **Keywords**

Concrete, compressive strength, dynamic modulus of elasticity, static modulus of elasticity, development of elastic modulus over time, influences on the modulus of elasticity, static load test, ultrasonic pulse method, resonance method.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 27.4.2016

.....  
podpis autora  
Martin Alexa

## **Bibliografická citace VŠKP**

Martin Alexa *Ověření vývoje modulu pružnosti a pevnosti v tlaku betonu v čase*. Brno, 2016. 52 s., 6 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Dalibor Kocáb

.

Tímto odstavcem bych rád poděkoval svému vedoucímu závěrečné práce Ing. Daliboru Kocábovi, Ph.D. za jeho pomoc, rady, připomínky a ochotu při konzultacích, především za jeho čas. Dále bych rád poděkoval Ing. Petru Misákovi, Ph.D. za jeho rady při vypracování lineární regrese, Ing. Petru Cikrlovi, Ph.D. za jeho pomoc při výběru tématu, Ing. Jiřímu Zahradovi, CSc. a firmě OHL ŽS. a.s. za poskytnutí zkušebních těles.

V neposlední řadě patří poděkování mé rodině a státnímu zřízení za umožnění studia vysoké školy.

# Obsah

<b>1. Úvod</b> .....	<b>10</b>
<b>2. Cíle práce</b> .....	<b>11</b>
<b>3. Teoretická část</b> .....	<b>12</b>
3.1 Beton a jeho vlastnosti.....	12
3.2 Pevnost betonu.....	14
3.3 Modul pružnosti.....	18
3.4 Vlivy na modul pružnosti .....	20
3.5 Stanovení modulu pružnosti .....	21
3.6 Možnosti tvorby závislostí NDT parametrů na statický modul pružnosti.....	25
<b>4. Praktická část</b> .....	<b>28</b>
4.1 Popis experimentu a složení zkoušeného betonu .....	28
4.2 Plán experimentu .....	28
4.3 Měření.....	29
4.4 Výsledky měření.....	31
4.5 Regresní analýza.....	43
<b>5. Závěr</b> .....	<b>47</b>
<b>6. Seznam použité literatury</b> .....	<b>48</b>
<b>7. Seznam obrázků</b> .....	<b>50</b>
<b>8. Seznam grafů</b> .....	<b>51</b>
<b>9. Seznam tabulek</b> .....	<b>52</b>
<b>10. Přílohy</b> .....	<b>53</b>
10.1 Ukázka postupu vyhodnocení dynamických modulů pružnosti UZ metodou	
53	



10.2 Ukázka postupu vyhodnocení dynamických modulů pružnosti rezonanční metodou .....	54
10.3 Ukázka vyhodnocení odhadované pevnosti pomocí Schmidtova tvrdoměru.....	54
10.4 Naměřené hodnoty času průchodu UZ impulsní metodou .....	56
10.5 Naměřené hodnoty vlastních frekvencí rezonanční metodou .....	58

# 1. Úvod

V rané fázi zrání betonu vývoj modulu pružnosti a pevnosti betonu v tlaku značně ovlivňuje stádia výstavby konstrukcí především (nejen) z předpjatého betonu. V počátečních fázích výstavby je příhodné přesně znát velikost modulu pružnosti, proto u konstrukcí citlivých na deformace není vhodné používat tabelární hodnoty (tabulka 3.1, norma ČSN EN 1992-1-1 [17]) přiřazené podle pevnosti betonu. Výsledné hodnoty pevnosti a modulu pružnosti betonu nejvíce ovlivňuje složení čerstvého betonu, a to především kvalita, množství a druh kameniva, provzdušňovací přísada (pokud je použita) a v neposlední řadě způsob a kvalita ošetřování zrajícího betonu. Pro přesné zjištění modulu pružnosti a pevnosti betonu v tlaku se vyrábí zkušební tělesa, nebo u stávajících staveb jsou odebírány přímo z konstrukce. Na těchto tělesech jsou prováděny zkoušky, které dávají nejpřesnější hodnoty modulu pružnosti a pevnosti v tlaku.

## 2. Cíle práce

Cílem této práce je stanovit vývoj pevnosti v tlaku a modulu pružnosti (dále též MP) betonu v čase pro technologický postup výstavby mostů na severním obchvatu Ružomberoku dálnice D1, a to především v prvních dnech zrání betonu. Nosné konstrukce těchto mostů jsou budovány z předpjatého betonu, do kterého je použito kamenivo z místních zdrojů. U hrubého kameniva se jedná především o předrcené těžené kamenivo z údolí Váhu, které může ovlivnit výsledné hodnoty pevnosti betonu v tlaku a zejména MP betonu. Vzhledem k citlivosti použité technologie výstavby mostu na hodnotu MP betonu v rané fázi jeho zrání (mohou nastat výraznější deformace) je potřeba ověřit časový vývoj této charakteristiky, především právě v rané fázi zrání betonu. Pro tento účel je výhodné použít nedestruktivní metody zjištění MP a pevnosti v tlaku, jako je např. tvrdoměrná metoda nebo metoda ultrazvuková.

Výstupem této práce bude časový vývoj výše zmíněných charakteristik betonu při výstavbě a závislost mezi NDT parametrem a pevností betonu v tlaku. Výsledky mohou napomoci předejít nadměrným deformacím konstrukce, jako je například výrazné nadvýšení nosné konstrukce při vnesení předpětí.

## 3. Teoretická část

### 3.1 Beton a jeho vlastnosti

Beton je materiál ze směsi cementu, hrubého a drobného kameniva a vody, s přísadami nebo příměsemi nebo bez nich, který získá své vlastnosti hydratací cementu [1]. Díky této reakci vznikne tzv. umělý kámen, který má mnoho předností, a díky nim se stal nejpoužívanějším stavebním materiálem současné doby. Mezi velké výhody betonu především patří dostupnost surovin pro jeho výrobu, velká variabilita požadovaných tvarů, snadná výroba. Pro konstrukce namáhané tlakem se používá beton prostý. Je-li betonový prvek namáhán ohybem, vznikají v průřezu tahová napětí. Když tato tahová napětí překročí nízkou hodnotu pevnosti betonu v tahu, vkládáme ocelovou výztuž pro přenesení těchto napětí. Díky téměř stejnému koeficientu tepelné roztažnosti betonu a oceli je možné tyto dva materiály sloučit a zajistit jejich spolupůsobení [2].

Čerstvý beton je beton, který je zcela zamíchán a je ještě v takovém stavu, který umožňuje jeho zhutnění zvoleným způsobem [1]. Složky, především jejich poměr a kvalita, jsou jedním z hlavních vlivů na výsledné vlastnosti betonu. Proto jsou kladeny vysoké nároky na výrobu čerstvého betonu a vhodnou volbou jeho složek pro daný účel.

Norma ČSN EN 197-1 [3] rozděluje cementy a popisuje jejich značení. Nejčastěji se setkáváme s tímto rozdělením [30]:

podle složení:

- CEM I - portlandský
- CEM II -portlandský směsný
  - portlandský struskový
  - portlandský s křemitým úletem
  - portlandský pucolánový
  - portlandský popílkový
  - portlandský s kalcilovanou břidlicí
  - portlandský s vápencem
- CEM III - vysokopecní
- CEM IV - pucolánový
- CEM V – směsný

podle množství příměsí:

- A – 6 až 20 %
- B – 21 až 35 %

podle konkrétních druhů příměsí:

- K – slínek
- S – vysokopecní struska
- D – křemičitý úlet
- P – přírodní pucolány
- V- křemičité popílký
- W – vápenaté popílký
- T – kalcinovaná břidlice
- LL, L - vápence

Dále cementy rozlišujeme do pevnostních tříd, které jsou dány nejnižší pevností v tlaku po 28 dnech zjištěné na zlomcích trámečků z cementové malty o velikosti 40/40 mm po zkoušce tahu ohybem. Konkrétně se jedná o tyto třídy: 32,5; 42,5 a 52,5. Můžeme se setkat i s označením 32,5 R; 42,5 R a 52,5 R, písmeno R označuje cementy, které mají vyšší počáteční pevnosti [2].

Kamenivo do betonu rozdělujeme podle původu na přírodní, umělé nebo recyklované. Dále můžeme rozdělit kamenivo podle objemové hmotnosti na hutné, těžké a lehké kamenivo, kvalitou hutného a těžkého kameniva se zabývá norma ČSN EN 12620 [19]. Kvalitou pórovitého kameniva se zabývá norma ČSN EN 13055-1 [20]. Přírodní kamenivo dělíme podle vzniku na drcené, těžené a těžené předdrcené. Umělé kamenivo rozlišujeme na kamenivo z průmyslových odpadů, upravených odpadů a průmyslově vyráběných kameniv. Kamenivo do betonu třídíme pomocí sít na tyto frakce: 0/4, 4/8, 8/16, 11/22 a 16/32. Do betonu je snaha navrhnout poměr hrubých a jemných frakcí 65:35 [2].

Záměsová voda je voda potřebná k tomu, aby proběhla hydratace cementu. Pro tento proces je potřeba alespoň 20 – 25 % vody z hmotnosti cementu. Voda musí být čistá, málo tvrdá a příslušně teplá. Nesmí obsahovat škodlivé organické látky, jako huminové kyseliny, rašelínu, tuky a fenolické látky. Při výrobě železového předpjatého betonu je povoleno maximálně 0,05 % hm. chloridů [2].

Příspěvky a příměsí přidáváme do betonu za cílem zlepšit některé vlastnosti čerstvého i ztvrdlého betonu nebo snížit spotřebu cementu.

Mezi nejsledovanější vlastnosti betonů patří hlavně mechanické a přetvárné vlastnosti. Těmito vlastnostmi se bude bakalářská práce zabývat podrobněji v následujících kapitolách. Pro vodohospodářské stavby, a nejen pro ně, je velmi důležitá odolnost proti průsaku tlakové vody. Zkušební vzorek, obvykle krychle o hraně 150 mm, je vystaven působení tlakové doby po dobu 72 hodin. Po rozdrčení krychle příčným tahem se změří hloubka průsaku ve stanoveném čase. Tento údaj je nepovinný ve specifikaci betonu [2].

Množství pórů a dutin ve struktuře betonu ovlivňuje jeho odolnost vůči střídavému zmrazování a rozmrazování. V těchto dutinách se hromadí voda, která při mrazech mrzne a zvětšením objemu způsobuje porušení struktury betonu. Mrazuvzdornost zlepšujeme pomocí provzdušňovacích přísad, které v čerstvém betonu vytvoří navzájem nepropojené póry. Mírou mrazuvzdornosti je poměr pevnosti střídavě zmrazovaných vzorků k hodnotě pevnosti srovnávacího vzorku nezmrazovaného, tento poměr nesmí klesnout pod hodnotu 0,75 [2].

Objemové změny betonu ovlivňují statický výpočet konstrukcí především z předpjatého betonu. Mezi tyto změny patří smršťování, které doprovází proces tuhnutí betonu. Smršťování betonu se projevuje vznikem napětí v betonu a posléze vznikem a rozvojem trhlinek. Vodní součinitel do značné míry ovlivňuje proces smršťování, vhodným ošetřováním lze také snížit míru smrštění betonu. Další objemovou změnou je dotvarování betonu, které vzniká působením trvalého nebo opakovaného zatěžování konstrukce. Velikost dotvarování závisí na modulu pružnosti betonu, ale současně na podmínkách uložení betonu. Po odlehčení konstrukce se pružná část (vratná deformace) vrátí, ale část deformace je nevratná, nazýváme ji ploužení [2].

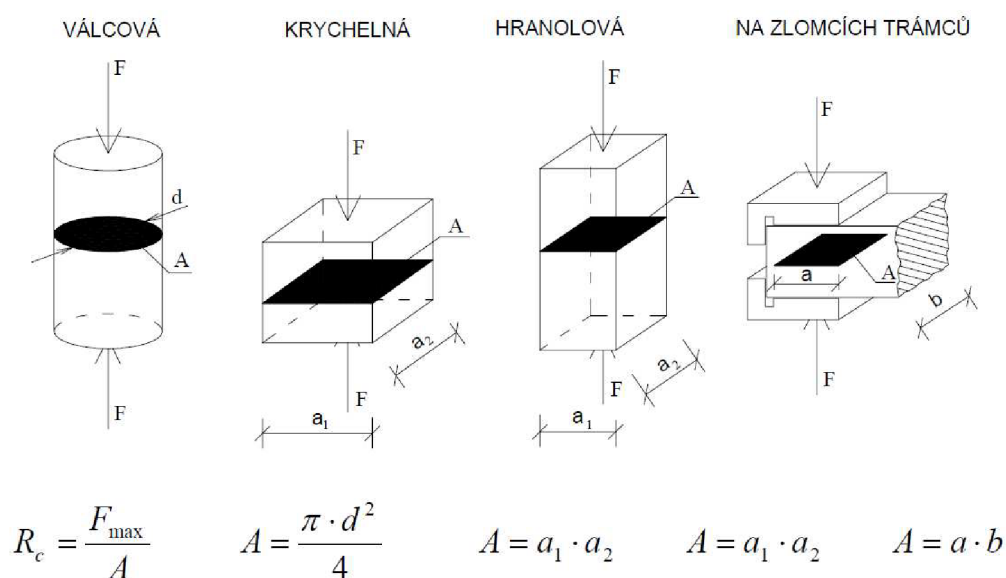
### **3.2 Pevnost betonu**

Pevnost je nejsledovanější mechanická vlastnost betonu a vyjadřuje odolnost betonu proti deformaci jeho tvaru a proti jeho porušení působením od vnějšího zatížení. Je-li pevnost zjištěná experimentálně pro stanovení výpočtových hodnot pro projektování a pro kontrolu jakosti použitých materiálů mluvíme o pevnosti technické [1]. Stanovení pevnosti provádíme podle normy ČSN EN 12390-3 [4] na tělesech, která jsou vyrobena a ošetřena dle normy ČSN EN 12390-2 [5]. Rozměry a tvar těchto těles podléhají normě ČSN EN 12390-1 [6].

Na základě teorie pravděpodobnosti se určuje pevnost statistická. Tato pevnost zajišťuje spolehlivost konstrukce i bez znalosti skutečných nebo teoretických pevností v konstrukci při současném uvažování technické pevnosti [1].

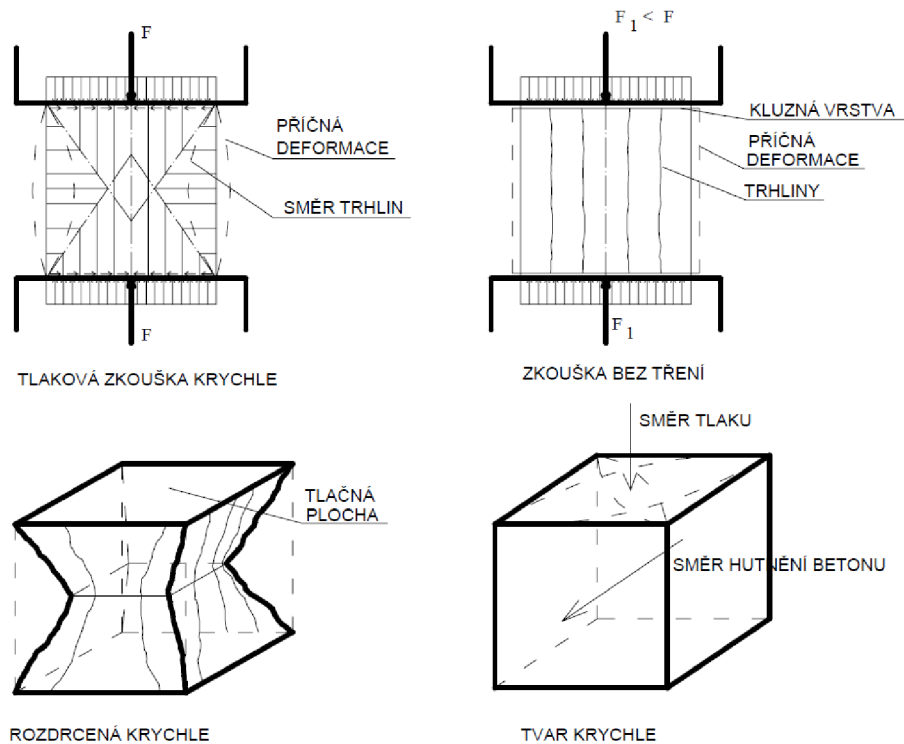
Zvyšujeme-li zatížení konstantně v relativním klidu, hovoříme o pevnosti statické. Statickou pevnost můžeme rozdělit podle doby působení na krátkodobou, kdy zatěžujeme prvek řádově v několika minutách, nebo dlouhodobou, kdy zatížení přetrvává po několik dnů, měsíců nebo let. Pevnost dynamickou zjistíme cyklickým zatěžováním zkušebního prvku [2].

Pevnost betonu v tlaku je pro stavitelství prioritní vlastností betonu a odvíjí se od soudržnosti a pevnosti kameniva s cementovým tmelem. Dělí se podle zkušebních těles, které mají stanovené rozměry na pevnosti krychelnou, válcovou a hranolovou. Dále se může zjišťovat na vývrtech z konstrukce, kde rozměry jsou závislé na použité vrtací soupravě a hloubky vrtu. Zjištěná pevnost z těchto těles se upravuje podle doporučených vztahů na základní rozměry vzorků. U těles, která mají větší štíhlostní poměr, bývá naměřená pevnost nižší, protože únosnost bývá částečně vyčerpána ztrátou stability prvku a nikoliv dosažením pevnosti materiálu [2].



**Obr. 1** Stanovení pevnosti v tlaku [2]

Při měření pevnosti v tlaku však nezjistíme skutečnou pevnost, protože před vyčerpáním pevnosti v tlaku dojde k porušení tělesa od příčných tahů. Takto zjištěnou pevnost v tlaku nazýváme dohodnutou pevností v tlaku, nebo také smluvní pevností. Pevnost zjištěná na různých zkušebních tělesech má různou velikost. Je to způsobeno různě velkou tlačnou plochou, na které vzniká tření a to zabraňuje příčnému roztahování zkušebního tělesa, jak je znázorněno na Obr. 2. Tímto jevem se zvyšuje únosnost daného vzorku a platí, že krychlená pevnost je vždy větší než hranolová nebo válcová. Vztah mezi dostřednou pevností na krychlích, hranolech a válcích je 1:0,75 – 0,8; 0,7 – 0,83 [2].



**Obr. 2** Schéma zkoušek krychlí se třením mezi čelistmi lisu bez kluzné vrstvy a s kluznou vrstvou [2]

Pro stanovení pevnosti betonu v tlaku máme velké množství metod. V experimentální části se stanovuje pevnost betonu v tlaku zatěžovací zkouškou a odhad pevnosti v tlaku pomocí Schmidtova odrazového tvrdoměru. Tvrdoměry se rozdělují podle vyvinuté energie při zkušebním rázu, pro betonové konstrukce používáme typ L, N nebo M. V experimentální části této práce byl použit tvrdoměr Schmidt N a SilverSchmidt N PC. Odhad pevnosti v tlaku stanoven pomocí tvrdoměru Schmidt N získáváme na základě míry odrazu ocelového razníku. SilverSchmidt PC N měří vrácenou energii, pomocí které stanovíme odhad pevnosti v tlaku. Zkoušené betonové prvky musí mít minimální tloušťku 100 mm a musí být spojeny s konstrukcí. Případně malá tělesa mohou být zkoušena, jestliže jsou pevně podepřena. Plocha pro zkoušení má být veliká přibližně 300 mm x 300 mm. Před zkoušením se musí z povrchu odstranit všechny uvolněné materiály zbrúšením do hladka [29, 31].

Pevnost betonu v tahu rozlišujeme podle směru působení napětí na pevnost v osovém tahu, v tahu ohybem a pevnost v příčném tahu. Znázornění zkoušení těchto různých napětí je na Obr. 3. Zkoušení pevnosti betonu v prostém (osovém) tahu se zjišťuje na hranolech nebo válcích upnutých do trhačích lisu. Upnuty jsou pomocí ocelových desek, které mají tloušťku 50 – 60 mm. Tyto desky jsou ve středu opatřeny otvory se závit, do kterých lze

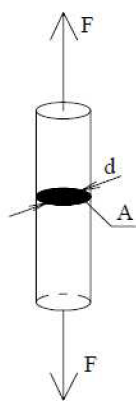


zašroubovat úchytné tyče s všestranně otočným kloubem. Samotné hranoly nebo válce jsou na deskách přilepeny pomocí vhodného lepidla. Při osazování zkušební tělesa je nutné dbát na to, aby lepené plochy byly rovnoběžné a aby zkušební těleso nemělo žádnou výstřednost. I malá výstřednost ovlivní výsledek zkoušky, protože těleso bude namáháno mimostředně. Pevnost v osovém tahu se pohybuje v rozmezí 1/8 až 1/15 pevnosti v tlaku [2].

Pevnost v příčném tahu se zkouší pomocí soustředného tlakového namáhání, nejčastěji pomocí dřevěných příložek. Zkoušky se provádějí na krychlích, válcích, případně hranolech. Pevnost v příčném tahu je opět zlomkem pevnosti v tlaku [2].

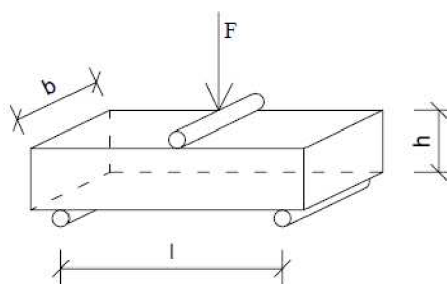
Pevnost v tahu ohybem se zjišťuje na hranolech 150/150/700 mm nebo 100/100/400 mm. Hranoly jsou zatěžovány dvěma osamělými břemeny, na koncích jsou prostě podepřeny. Tímto schématem zatěžování vyvoláme v prvku ohybové napětí, kdy ve spodních vláknech vzniká tah, a vrchní vlákna jsou tlačena. Po překročení pevnosti betonu v tahu vznikne trhlina, která se rychle rozšíří po celém průřezu. Tato trhlina se objeví v oblasti největšího ohybového momentu, tedy mezi dvěma břemeny [2].

V TAHU:



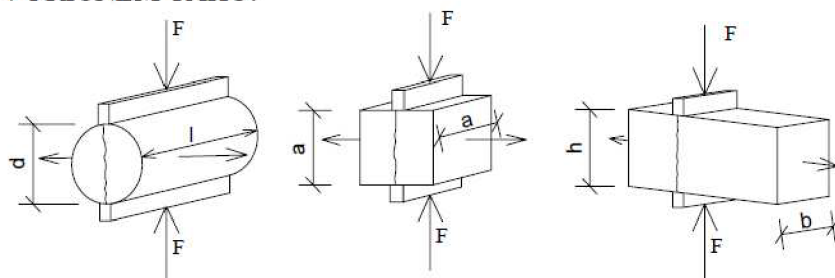
$$R_t = \frac{F_{\max}}{A}$$

OHYBU:



$$R_f = \frac{3 \cdot F_{\max} \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2}$$

V PŘÍČNÉM TAHU:



**Obr. 3 Stanovení pevnosti v tahu [2]**

### 3.3 Modul pružnosti

Působící napětí na těleso vyvolá změnu jeho tvaru, vrátí-li se tato deformace po odtížení do původního stavu, nazýváme jí pružnou deformací. Deformace plastické jsou ty, která po odtížení přetrvávají. Modul pružnosti je pevnostně deformační charakteristika, která popisuje pružné chování materiálu při jeho zatížení. Při modelování statických a dynamických zatížení či navrhování na účinky požáru je tato veličina klíčová. Podle Hookova zákona platí, že napětí  $\sigma$  je přímo úměrné poměrnému přetvoření  $\varepsilon$ , znázorněno v rovnici [7,22]:

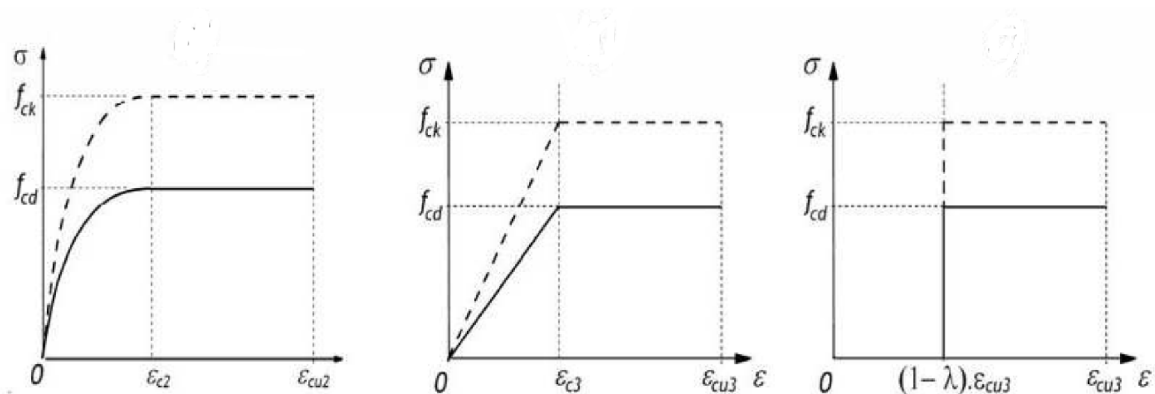
$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1)$$

kde  $\sigma$  – napětí

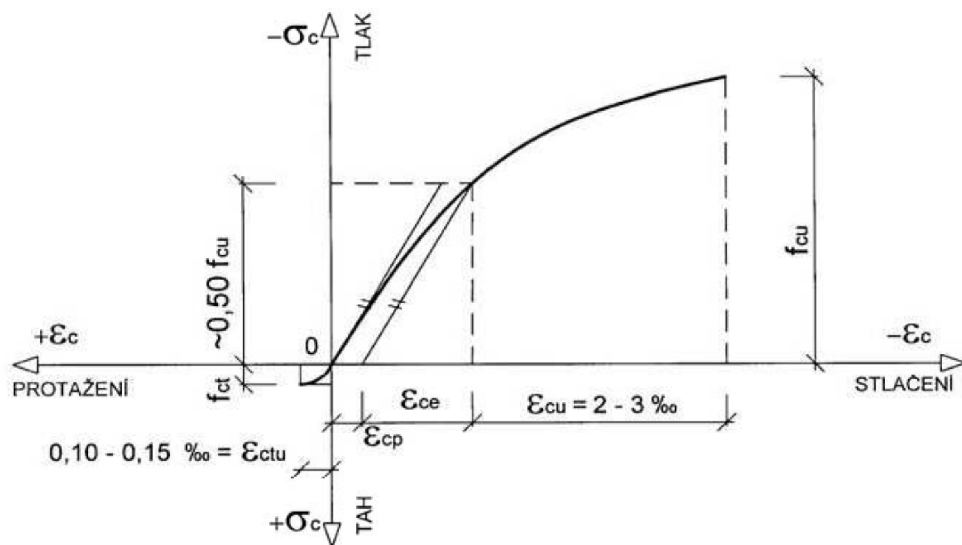
$E$  – modul pružnosti

$\varepsilon$  – poměrné přetvoření

Chování materiálu při deformaci je znázorněno pomocí pracovních nebo deformačních diagramů. Pracovní diagramy zobrazují změnu deformace  $\Delta l$  od síly  $F$ . Deformační diagramy zobrazují poměrnou deformaci  $\varepsilon$  při působícím napětí  $\sigma$ , znázorněno na Obr. 5. Tyto diagramy se používají pro výpočet často idealizovaně, jak můžeme vidět na Obr. 4.

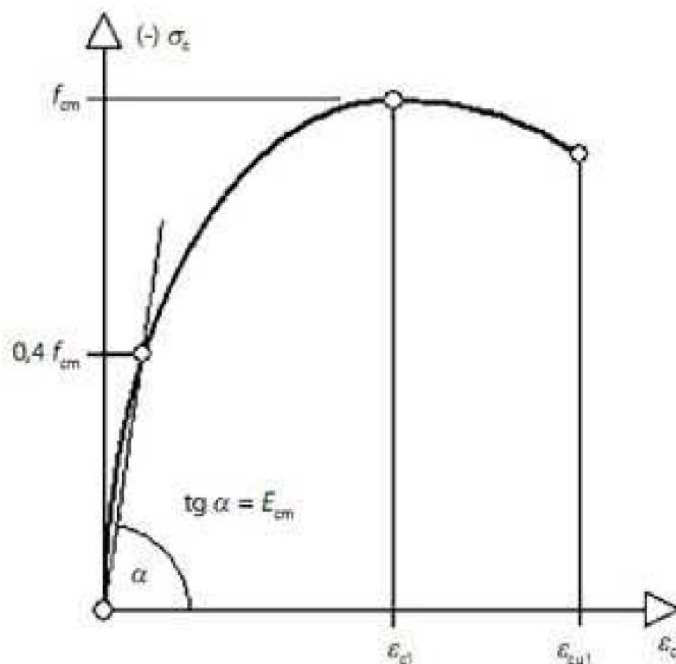


**Obr. 4 Zjednodušené deformační diagramy [7]**



**Obr. 5** Deformační diagram [7]

Podle metody zkoušení rozlišujeme moduly pružnosti na statický a dynamický. Statický modul se získává ze zkoušky dostředným tlakem nebo ze zkoušky tahu ohybem měřením deformací zatíženého tělesa. Je to sečnový modul  $E_{cm}$ , který se stanovuje podle normy ČSN ISO 1920-10 [8]. Jeho deformační diagram je znázorněn na Obr. 6. Dynamický modul pružnosti se nejčastěji zjišťuje rezonanční nebo ultrazvukovou impulsní metodou. Metodika těchto zkoušek je popsána v normách ČSN 73 1371 [9], ČSN 73 2011 [10], ČSN 73 1370 [11] a ČSN 73 1372 [15]. Protože při měření není beton zatížen a tudíž nemá měřitelné deformace, odpovídá výsledek tečnovému modulu pružnosti. Pomocí empirických koeficientů je možné dynamický modul pružnosti přepočítat na statický nejčastěji používaný pro navrhování konstrukcí [12].



**Obr. 6** Deformační diagram betonu v tlaku s určením  $E_{cm}$  dle ČSN 1992-1-1 ed.2 [17]

### 3.4 Vlivy na modul pružnosti

Na vývoj modulu pružnosti má vliv celá řada faktorů. Obecně lze tyto vlivy rozdělit do dvou skupin na vlivy technologické a zkušební. Do technologických vlivů patří zejména složení čerstvého betonu. V případě popisovaného experimentu byl modul pružnosti ovlivněn zejména kamenivem. Protože kamenivo tvoří většinou část objemu betonu, jeho vliv je zásadní. Zejména modul pružnosti použitého kameniva nesmírně ovlivňuje celkový modul pružnosti betonu. Vysoké hodnoty modulu pružnosti můžeme změřit na hutných vyvřelinách, jako je například čedič, diorit nebo gabro. Menších modulů pružnosti dosahují horniny usazené, např. vápence. Modul pružnosti kameniva ovlivňuje zejména mineralogické složení a stejnorodosti horniny. Nepřímo může modul pružnosti betonu ovlivnit tvarový index kameniva, kdy může docházet při ztuhnutí k blokaci zrn mezi sebou nebo výztuží, tímto jevem vznikají dutiny, které snižují modul pružnosti. Neméně pomíjivý vliv má i cement, zejména jeho druh a množství vztaheno k množství záměsové vody, vyjádřené vodním součinitelem. Technologie výroby, kvalita dopravy a zpracování čerstvého betonu, zejména míra ztuhnutí, teplota, vlhkost a způsob ošetřování, především v rané fázi zrání betonu, také patří k technologickým vlivům [13,23].

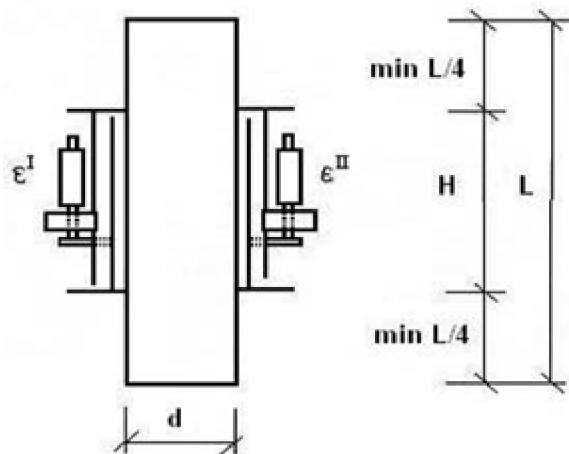
Zkušebních vlivů je celá řada, kdy nejpodstatněji modul pružnosti ovlivňuje zvolená zkušební metoda. Mezi další se řadí použitý výpočetní vztah, tvar, velikost, způsob získání a stáří zkušebního tělesa, prostředí v laboratoři během zkoušky, typ použitého snímače,

rychlost a typ zatěžování. Způsob zakoncování tlačných ploch na výsledek modulu pružnosti a pevnosti v tlaku je neoddiskutovatelný [13,14].

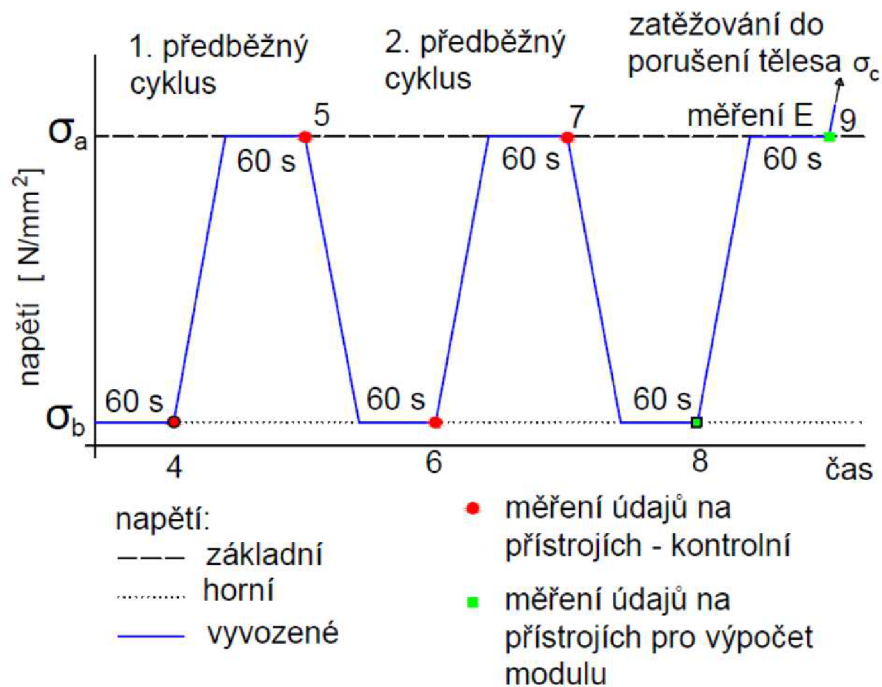
### 3.5 Stanovení modulu pružnosti

Modul pružnosti lze stanovit pomocí destruktivních nebo nedestruktivních metod. Pomocí destruktivních metod se nejčastěji stanovuje statický modul pružnosti, dynamický modul metodami nedestruktivními.

Stanovení statického modulu pružnosti podléhá metodice popsané v normě ČSN ISO 1920-10 [8], podle které jsem postupoval v praktické části při stanovení této charakteristiky. Na třech srovnávacích tělesech se určí pevnost v tlaku, z které se udělá průměr pro stanovení třetinového napětí používané ke stanovení statického modulu pružnosti. Ve zkušebním lisu, který vyhovuje požadavkům z normy ČSN EN 12390-4 [28] se centricky osadí zkušební prvek opatřený přístroji měřícími přetvoření zkušebního tělesa. Tyto přístroje mohou být deformetry, odchylkometry, nebo tenzometry, které byly použity v praktické části bakalářské práce. Osazení těchto přístrojů musí být takové, aby byly stejně vzdálené od obou konců, nejméně v jedné čtvrtině délky zkušebního tělesa, jak je znázorněno na Obr. 7. Přetvoření se musí měřit nejméně na dvou protilehlých stranách zkušebního tělesa. Před vlastním měřením statického modulu pružnosti je nutné zkontrolovat, jestli se deformace změřené na jednotlivých měřících přístrojích neliší více jak o 20% od svého průměru. Jestliže tyto hodnoty nabývají větších odchylek než 20 %, je nutné zkontrolovat a vycentrovat zkušební těleso. Takto přichystaná sestava se zatíží počátečním napětím  $\sigma_b$  o velikosti 0,5 MPa po dobu 60 s a zaznamenají se údaje na všech přístrojích, následně se napětí plynule zvyšuje až do hodnoty třetiny očekávané pevnosti zkušebního tělesa v tlaku  $\sigma_a$ . Napětí působí po dobu 60 s a opět se zaznamenají údaje na všech přístrojích. Následně se zatížení snižuje na hodnotu základního napětí a po 60 s se zaznamenají údaje na všech přístrojích. Tento předběžný cyklus ještě nejméně jednou zopakujeme se stejnou zatěžovací a odtěžovací rychlostí. Po dokončení posledního předběžného zatěžovacího cyklu následuje měřený zatěžovací cyklus. Při měření posledního cyklu se udržuje základní napětí po dobu 60 s, následně se odečtou hodnoty na všech měřících přístrojích. Plynule zatížíme zkušební těleso na hodnotu napětí  $\sigma_a$  a po 60 s odečítáme hodnoty na všech přístrojích. Po odstranění měřících přístrojů zvyšujeme napětí až do porušení zkušebního tělesa. Jestliže se pevnost zkušebního tělesa liší od pevnosti srovnávacích těles o více než 20 %, je nutné tuto okolnost uvést v protokolu. Celý výše popsaný proces je znázorněn na Obr. 8 [8].



**Obr. 7** Umístění snímačů deformací [14]



**Obr. 8** Průběh cyklů statické zatěžovací zkoušky [18]

Pro vyhodnocení používáme vztah:

$$E_c = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b} \quad (2)$$

kde  $\sigma_a$  – horní zatěžovací napětí [MPa]

$\sigma_b$  – základní napětí [MPa]

$\varepsilon_a$  – průměrné přetvoření při horním zatěžovacím napětí [-]

$\varepsilon_b$  – průměrné přetvoření při základním zatěžovacím napětí [-]

Dynamický modul může být stanoven pomocí ultrazvukové (dále UZ) impulsní metody. Metodika zkoušení je popsána v normě ČSN 73 1371 [9]. Princip zkoušení je postaven na stanovení rychlosti šíření UZ vlnění v betonu. Měří se doba průchodu UZ

impulsů a v závislosti na objemové hmotnosti a tvaru zkoušeného prvku se určí dynamický modul pružnosti podle vztahu:

$$E_{cu} = \rho \cdot v_L^2 \cdot \frac{1}{k^2} \quad (3)$$

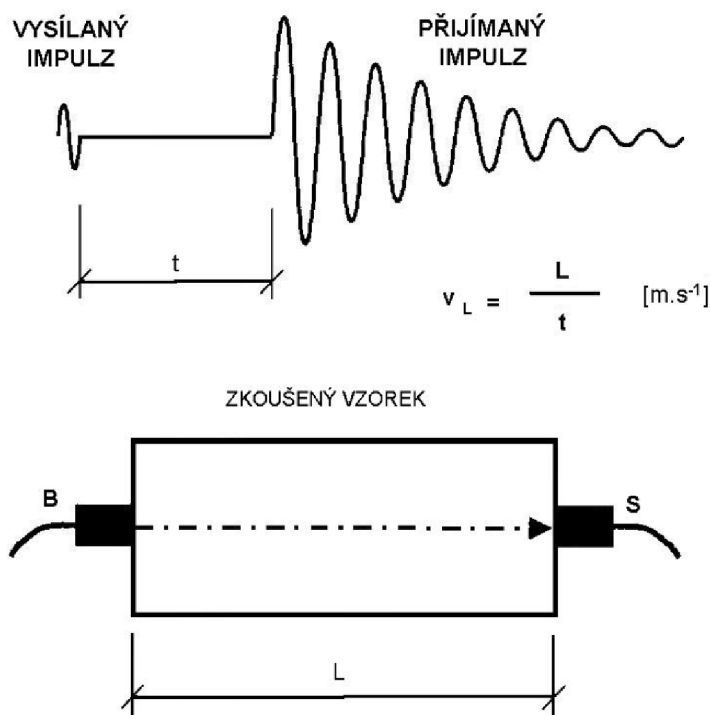
kde  $E_{cu}$  – dynamický modul pružnosti [MPa]

$\rho$  – objemová hmotnost [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

$v_L$  – impulsová rychlost podélného UZ vlnění [ $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$k$  – součinitel rozměrnosti prostředí [-]

Po stanovení objemové hmotnosti zkoušeného prvku změříme pomocí sond s akustickým vazebným prostředkem dobu průchodu impulsu. Měření probíhá na třech různých měřících základnách, které jsou rovnoběžné s podélnou osou vzorku (viz. Obr. 9). Akusticky vazebný prostředek používáme, abychom eliminovali nepřesnost měření z důvodu přítomnosti vzduchové mezery mezi sondou a zkoušeným prvkem. Doba průchodu UZ impulsu akusticky vazebným prostředkem se nazývá ‚mrtvý čas‘. Tato veličina se měří na referenčním vzorku etalonu, jehož dobu průchodu UZ impulsu známe [12].

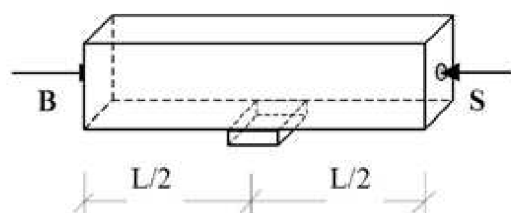


**Obr. 9** Měření doby průchodu UZ impulsu zkoušeným vzorkem. [12]

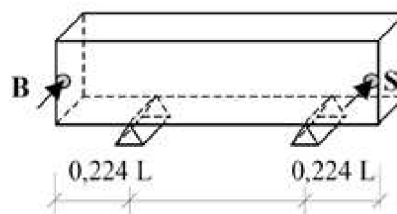
Při stanovení fyzikálně mechanických vlastností betonu je nutno dodržet podmínku, že teplota betonu je v rozmezí  $10^{\circ}\text{C}$  až  $30^{\circ}\text{C}$  [9].

Další způsob zjištění dynamického modulu pružnosti je rezonanční metoda. Tato metoda je založená na principu měření vlastní frekvence tělesa. Změřením rozměrů a zvážením zkušební vzorku stanovíme objemovou hmotnost. Potom zkoušený vzorek

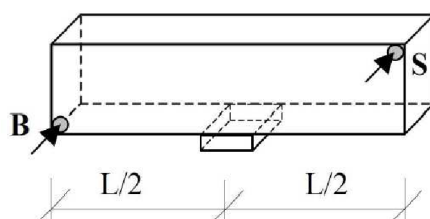
položíme na podložku, která ho neomezuje v pohybu a má odlišnou vlastní frekvenci. Následně vneseme mechanický impuls a změříme první vlastní frekvenci. Podle polohy budiče a snímače frekvencí rozeznáváme podélné kmitání (viz Obr. 10), příčné kmitání (viz Obr. 11) a kroutové kmitání (viz Obr. 12) [15, 16].



**Obr. 10** Podélné kmitání [16]



**Obr. 11** Příčné kmitání [16]



**Obr. 12** Kroutové kmitání [16]

Hodnota dynamického modulu pružnosti v tahu nebo tlaku se určí ze změřené podélné frekvence pomocí vztahu:

$$E_{crL} = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho \quad (4)$$

kde  $E_{crL}$  – dynamický modul pružnosti v tlaku nebo tahu [MPa]

$L$  – délka zkoušeného vzorku [m]

$f_L$  – první vlastní frekvence zkoušeného vzorku při podélném kmitání [Hz]

$\rho$  – objemová hmotnost betonu [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

Hodnota dynamického modulu pružnosti v tahu nebo tlaku se určí ze změřené příčné frekvence pomocí vztahu:

$$E_{crf} = 0,0789 \cdot L^4 \cdot f_f^4 \cdot c_1 \cdot \rho \cdot \frac{1}{i^2} \quad (5)$$

kde  $E_{crf}$  – dynamický modul pružnosti v tahu nebo tlaku [MPa]

$L$  – délka zkoušeného vzorku [m]

$c_1$  – korekční součinitel [-]

$f_f$  – první vlastní frekvence zkoušeného vzorku při příčném kmitání [Hz]

$\rho$  – objemová hmotnost betonu [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

$i$  – poloměr setrvačnosti průřezu zkoušeného vzorku [m]



Hodnota dynamického modulu pružnosti ve smyku se určí ze změřené kroutivé frekvence pomocí vztahu:

$$G_{cr} = 4 \cdot k \cdot L^2 \cdot f_t^2 \cdot \rho \quad (6)$$

kde  $G_{cr}$  – dynamický modul pružnosti ve smyku [MPa]

$k$  – součinitel závislý na tvaru průřezu vzorku [-]

$L$  – délka zkoušeného vzorku [m]

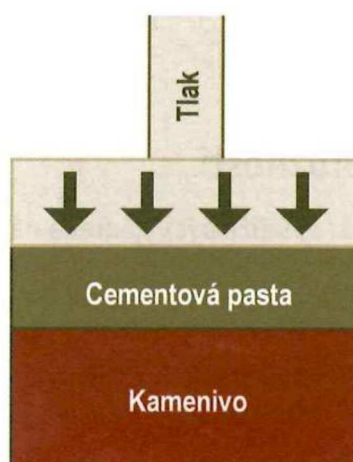
$f_t$  – první vlastní frekvence zkoušeného vzorku při kroutivém kmitání [Hz]

$\rho$  – objemová hmotnost betonu [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

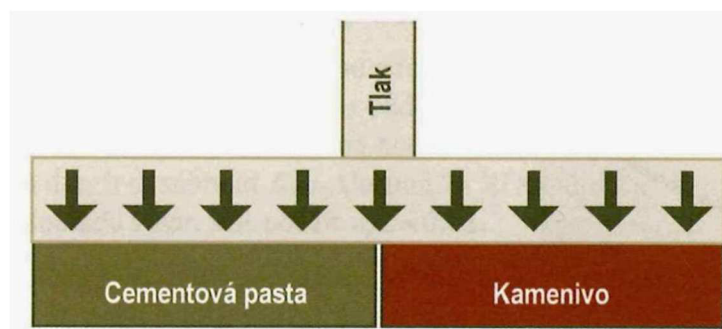
### 3.6 Možnosti tvorby závislostí NDT parametrů na statický modul pružnosti

Hodnota modulu pružnosti betonu do jisté míry záleží na tom, jak je definován, přičemž je v různých definován předpisech odlišně. Náročnost stanovení statického MP betonu v tlaku (tahu) je podstatně větší než stanovení pevnosti betonu v tlaku, proto se v praxi můžeme setkat se snahou o predikci hodnoty MP, ať už pomocí převodních vztahů, empirických dat nebo teoretických úvah [24].

Teoretických způsobem může být modul pružnosti vypočítán z různých modelů. Dva základní modely jsou zobrazeny na Obr. 13 a 14. Je v nich uvažován modul pružnosti malty, modul pružnosti hrubého kameniva a také jejich relativní objem v betonu, oba modely vycházejí z deformačního chování ztvrdlé cementové pasty a kameniva. V různých literaturách [25, 26] je deformační chování jednotlivých složek popsáno různě, ale ať je model sebesložitější a sebesofistikovanější, reálné chování betonu dokáže předpovědět pouze přibližně [24].



**Obr. 13** Sériový model – deformace cementové pasty a kameniva při stejnému napětí [21]



**Obr. 14** Paralelní model – napětí působí na cementovou pastu a kamenivo pro získání stejné deformace [21]

Převodní vztahy udávají poměr mezi dynamickou a statickou hodnotou MP a pro přepočítání používáme zmenšující koeficienty, které jsou ale pouze orientační a od skutečné hodnoty se mohou lišit. Pokud je ale provedeno upřesnění pomocí statické zkoušky na zkušebním tělese, přepočítání dynamické hodnoty MP na hodnotu statickou může dobře fungovat, což je výhodné při ověřování modulu pružnosti betonu v konstrukci. Pro zajímavost jeden vztah z odborné literatury [24, 27]:

$$E_c = 1,25 \cdot E_d - 19 \quad (7)$$

kde  $E_c$  – statický modul pružnosti v tlaku [GPa]

$E_d$  – dynamický modul pružnosti v tlaku [GPa]

Empirický přístup využívá pro určení modulu pružnosti jinou známou vlastnost betonu. Nejčastěji se modul pružnosti betonu počítá z jeho pevnosti v tlaku, ale využívá se také objemová hmotnost či nejrůznější koeficienty (vycházející např. z typu použitého kameniva apod.) [24]

$$E_c = 57000 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (8)$$

kde  $E_c$  – statický modul pružnosti v tlaku [psi]  
 $f'_c$  – uvedená pevnost betonu v tlaku [psi]

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (9)$$

kde  $E_{cm}$  – statický modul pružnosti v tlaku [GPa],  
 $f_{cm}$  – (charakteristická válcová pevnost v tlaku + 8) [MPa]

Je nutné pochopit, že hodnoty modulu pružnosti  $E_{cm}$  (pro jednotlivé pevnostní třídy jsou uvedeny v tabulce 3.1 v ČSN EN 1992-1-1 ed.2 [17]) jsou průměrné směrné a platí pro obecné použití. Pro konstrukce citlivé na deformace se mají hodnoty modulu pružnosti stanovit přesněji [17]

]. Směrná hodnota modulu pružnosti při použití jiného kameniva než běžného silikátového se upravuje, díky velkému vlivu kameniva na modul pružnosti. Pro vápencové kamenivo se mají hodnoty snížit o 10 %, pro pískovcové kamenivo snížit hodnoty o 30 %, pro čedičové kamenivo zvýšit hodnoty o 20 %. Velkou variabilitu modulu pružnosti v rámci jedné pevnostní třídy však norma [17] neřeší [24].

Kalibrační vztahy vycházejí z naměřených bodů (dvojic vstupních údajů tvořených souřadnicemi ukazatele nedestruktivního měření a ukazatele vlastnosti získané destruktivním zjištěním na zkušebním tělese) a stanovují se metodami matematické statistiky, např. regresní analýzou. Rozsah kalibračního vztahu dle [11] musí být takový, aby umožňoval stanovení hodnot sledované vlastnosti všech velikostí, které při zkoušení mohou přicházet v úvahu. Nejjednodušší metodou pro stanovení kalibračního vztahu je lineární regresní analýza, která představuje aproximaci daných hodnot přímkou pomocí metody nejmenších čtverců. Na ose  $x$  musí být vynášena hodnota ukazatele nedestruktivního měření, na ose  $y$  hodnota zjišťované charakteristiky [24].

## 4. Praktická část

### 4.1 Popis experimentu a složení zkoušeného betonu

V rámci experimentu jsem stanovoval vývoj modulu pružnosti a pevnosti v tlaku betonu pro výstavbu mostů z předpjatého betonu na dálnici D1 severního obchvatu Ružomberoku na Slovensku. Během výroby betonu v betonárně v Ružomberoku bylo vyrobeno 9 zkušebních hranolů o rozměrech 100/100/400 mm a 9 zkušebních krychlí o hraně 150 mm. Požadovaná třída betonu byla C35/45 a použitá receptura byla následující:

- Cement I 42,5 R 460 kg.m<sup>-3</sup>
- Písek KASTE 0/4 885 kg.m<sup>-3</sup>
- Drť KASTE 4/8 125 kg.m<sup>-3</sup>
- Drť KASTE 8/16 210 kg.m<sup>-3</sup>
- Drť ISO 16/22 585 kg.m<sup>-3</sup>
- Berament HT5621 2,2 kg.m<sup>-3</sup>
- Voda 200 kg.m<sup>-3</sup>

### 4.2 Plán experimentu

Zkušební tělesa byla vyrobena dne 23. 9. 2016, do laboratoře SZK Fakulty stavební VUT v Brně byla převezena dne 24. 9. 2016 a skladována ve vodě po celou dobu zrání. Tělesa byla rozdělena do tří sad a označena. Na krychlích byl stanoven dynamický modul pružnosti, odhad pevnosti v tlaku tvrdoměry Schmidt N, SliverSchmidt PC N a pevnost v tlaku zatěžovací zkouškou, a to ve stáří 2, 3 a 28 dní. Na hranolech byl stanoven statický a dynamický modul pružnosti ve stáří 2, 3, 10 a 28 dní. Pevnost v tlaku byla na hranolech stanovena ve stáří 2 a 28 dní, protože druhá sada hranolů byla ponechána pro zkoušky statického modulu pružnosti po 10 a 28 dnech.

### 4.3 Měření

Všechna zkušební tělesa byla pečlivě zvážena a změřena. Na krychlích byly provedeny zkoušky pomocí tvrdoměrů Schmidt N a SilverSchmidt PC N (viz Obr. 18), stanovení dynamického modulu pružnosti pomocí ultrazvukové impulsní metody (viz Obr. 15) a pevnosti v tlaku zatěžovací zkouškou. Na zkušebních trámčích byly stanoveny statické moduly pružnosti zatěžovací zkouškou (viz Obr. 17), dynamické moduly pružnosti stanoveny pomocí rezonanční metody (viz Obr. 16) a ultrazvukové impulsní metody, dále byla stanovena pevnost betonu v tlaku zatěžovací zkouškou. Pro stanovení dynamického modulu pružnosti pomocí ultrazvukové impulsní metody, byl použitý zkušební přístroj TICO, metodika postupu dle normy ČSN 73 1372 [15]. Stanovení dynamického modulu pružnosti pomocí rezonanční metody bylo prováděno dle normy ČSN 73 1372 [15], stanovení statického modulu pružnosti zatěžovací zkouškou, dle normy ČSN ISO 1920-10 [8] a odhad pevnosti betonu pomocí tvrdoměrů Schmidt N a SilverSchmidt PC N, dle norem ČSN 73 1373 [31] a ČSN EN 12 504-2 [29].



*Obr. 15 Měření doby průchodu UZ impulsu*



*Obr. 16 Stanovení vlastní frekvence zkušebního hranolu*



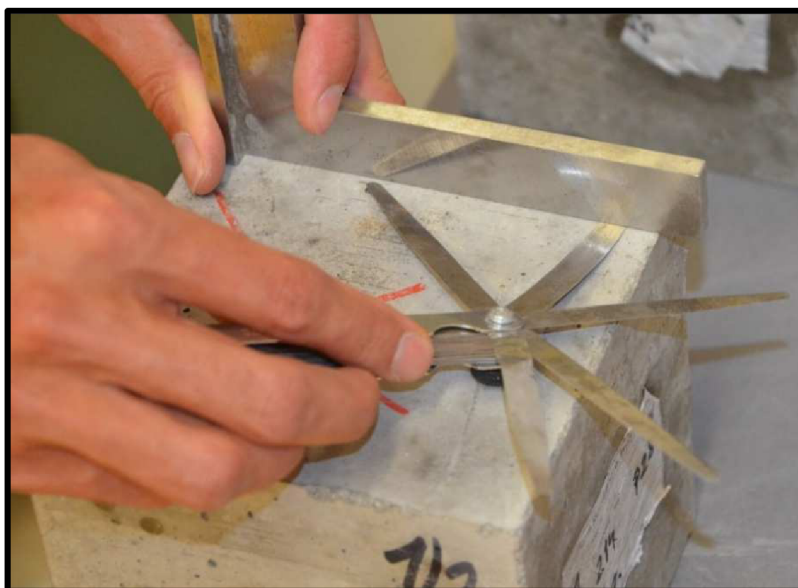
*Obr. 17 Měření podélných deformací zkušebního hranolu při zkoušce statického modulu pružnosti*



*Obr. 18 Měření hodnoty vrácené energie pomocí tvrdoměru SilverSchmidt PC N*

#### **4.4 Výsledky měření**

Na krychlích o hraně 150 mm byl stanoven odhad pevnosti betonu v tlaku pomocí tvrdoměru Schmidt N a SilverSchmidt PC N, krychle byly zatíženy svislou silou 30 kN a výsledky byly vyhodnoceny podle norem ČSN 73 1373 [31] a ČSN EN 12 504-2 [29] (viz. Tab. 6,7 a 8). Výsledné hodnoty krychlené pevnosti v tlaku stanovené zatěžovací zkouškou jsou zobrazeny v Tab. 2. Zkušební tělesa neodpovídala normě ČSN EN 12390-1 [6], zatěžované plochy nebyly rovinné (viz Obr. 19) a tím mohly být mírně ovlivněny výsledné hodnoty betonu v tlaku stanovené zatěžovací zkouškou. Tlačené plochy byly broušeny, ale i po důkladném přebroušení se zcela nepodařilo vyhladit všechny nerovnosti (viz Obr. 20). Dále byl na krychlích stanoven dynamický modul pružnosti pomocí ultrazvukové impulsní metody.



*Obr. 19 Rovinnost zatěžovaných ploch*



*Obr. 20 Detail rohu krychle po obroušení*

*Tab. 1 Rozměry a objemové hmotnosti krychlí*

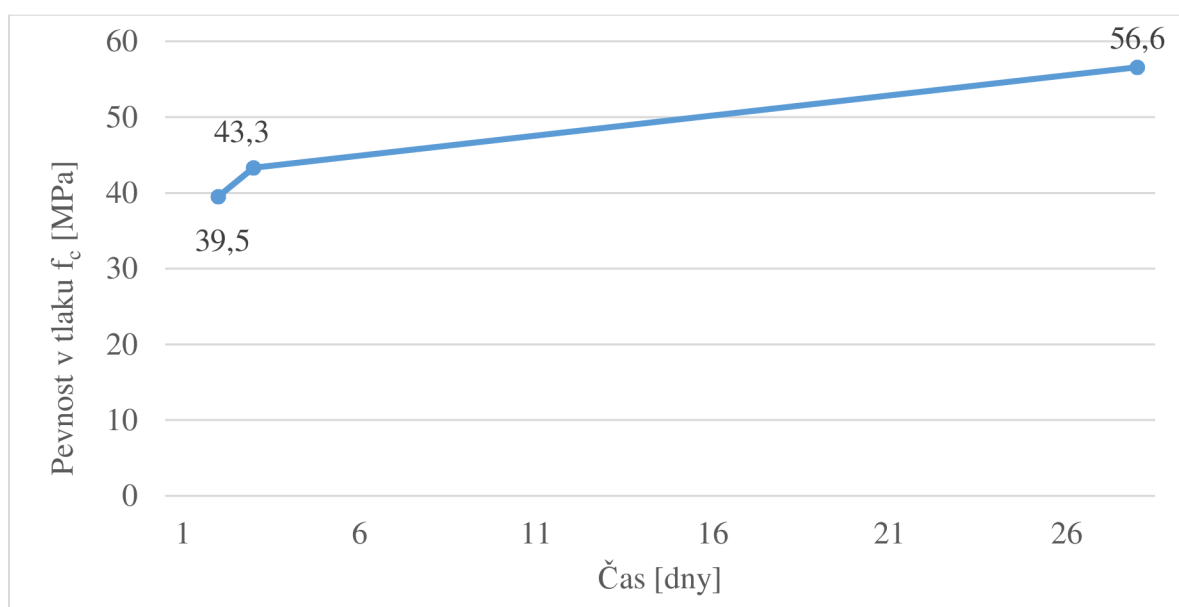
Označení krychle	a [mm]	b [mm]	c [mm]	m [g]	$\rho$ [kg.m <sup>-3</sup> ]
1/1	150,5	151,3	150,8	8103,6	2360
2/1	150,9	152,9	151	8193,2	2350
3/1	150,7	152,5	150,5	8198,3	2370
1/2	151,2	152,8	151,4	8289,4	2370
2/2	150,9	151,7	151,3	8163,1	2360
3/2	151,1	152,9	151,8	8292,9	2360
1/3	150,9	152,8	151	8335,4	2390
2/3	150,3	152,7	150,5	8154,7	2360
3/3	150,6	151,6	150,5	8261,7	2400



**Tab. 2** Pevnosti v tlaku  $f_c$  stanovené zatěžovací zkouškou

Označení krychle	a [mm]	b [mm]	c [mm]	$A_c$ [mm <sup>2</sup> ]	F [kN]	$f_c$ [MPa]
1/1	150,5	151,3	150,8	22770,65	859,9	37,8
2/1	150,9	152,9	151,0	23072,61	936,5	40,6
3/1	150,7	152,5	150,5	22981,75	920,9	40,1
1/2	151,2	152,8	151,4	23103,36	979,3	42,4
2/2	150,9	151,7	151,3	22891,53	1015,4	44,4
3/2	151,1	152,9	151,8	23103,19	993,6	43,0
1/3	150,9	152,8	151,0	23057,52	1269,1	55,0
2/3	150,3	152,7	150,5	22950,81	1306,8	56,9
3/3	150,6	151,6	150,5	22830,96	1324,8	58,0

V grafu 1 je zobrazen očekávaný nárůst pevnosti betonu v tlaku. Její průměrná hodnota po 28 dnech je 56,6 MPa, vývoj pevnosti probíhal dle očekávání.



**Graf 1** Vývoj průměrné pevnosti betonu v tlaku  $f_c$

Hodnoty označené v Tab. 3 červeně nevyhověly požadavku normy ČSN 73 1373 [31], kdy hodnota jednotlivého platného měření se lišila od aritmetického průměru všech měření na témž zkušebním místě o více než  $\pm 20$  %. Protože těchto jednotlivých měření nebylo v sadě více, požadavku normy ČSN EN 12 504-2 [29], aby se v jedné sadě nelišilo více než 20 % všech čtení od průměrné hodnoty o více než 30 %, tato měření vyhověla. Výsledné hodnoty vyhodnocené dle normy ČSN 73 1373 [31] jsou v Tab. 5, vyhodnocení dle normy ČSN EN 12 504-2 [29] viz Tab. 6 a 7.

**Tab. 3** Hodnoty naměřené tvrdoměrem Schmidt N

Krychle	Schmidt N				Hodnoty měřené: 24. 9. 2015 (2. den)					
1/1	30	34	35	31	30	31	31	33	35	31
2/1	30	34	26	27	33	32	34	35	34	34
3/1	33	29	35	34	31	30	28	33	31	31
Krychle	Schmidt N				Hodnoty měřené: 25. 9. 2015 (3. den)					
1/2	31	34	37	33	34	32	31	35	31	36
3/2	35	34	35	33	34	33	34	33	35	36
3/2	30	36	35	33	32	30	34	35	31	34
Krychle	Schmidt N				Hodnoty měřené: 20. 10. 2015 (28. den)					
1/3	35	39	39	40	38	34	36	39	34	40
2/3	40	40	40	41	42	39	37	42	39	44
3/3	40	34	41	33	39	38	39	40	39	37

**Tab. 4** Hodnoty naměřené tvrdoměrem SilverSchmidt PC N

Krychle	SilverSchmidt PC N				Hodnoty měřené: 24. 9. 2015 (2. den)					
1/1	44,0	42,5	39,0	45,0	43,5	42,5	42,0	41,0	43,0	43,0
2/1	44,0	48,0	47,0	43,5	48,0	45,5	44,5	43,0	46,5	45,0
3/1	44,0	39,0	46,5	39,0	43,5	42,0	44,0	46,0	45,0	46,5
Krychle	SilverSchmidt PC N				Hodnoty měřené: 25. 9. 2015 (3. den)					
1/2	45,0	51,0	47,5	44,5	46,5	43,5	43,0	43,5	47,0	47,5
2/2	47,0	50,0	46,0	44,0	46,0	47,0	56,5	50,0	40,5	46,5
3/2	48,0	47,5	48,5	42,0	49,5	44,5	43,5	43,0	48,0	44,0
Krychle	SilverSchmidt PC N				Hodnoty měřené: 20. 10. 2015 (28. den)					
1/3	54,5	54,0	49,0	43,5	56,5	54,0	53,0	56,0	56,0	51,0
2/3	54,5	56,0	57,5	56,0	59,0	53,0	52,0	54,5	55,0	53,5
3/3	51,0	60,5	55,5	51,0	52,5	55,5	54,0	54,0	53,0	54,5

**Tab. 5** Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí tvrdoměru Schmidt N, vyhodnocené dle normy ČSN 73 1373

Vyhodnocení dle normy ČSN 73 1373			
Odhad pevnosti $R_{ce}$ [MPa] (Schmidt N)			
Označení krychle	2. den	3. den	28. den
1/1	27		
2/1	27		
3/1	25		
1/2		28	
2/2		30	
3/2		28	
1/3			36
2/3			41
3/3			38
Průměrná hodnota	26,4	28,8	38,4
Směr. výběrová odchylka	1,0	1,1	2,5

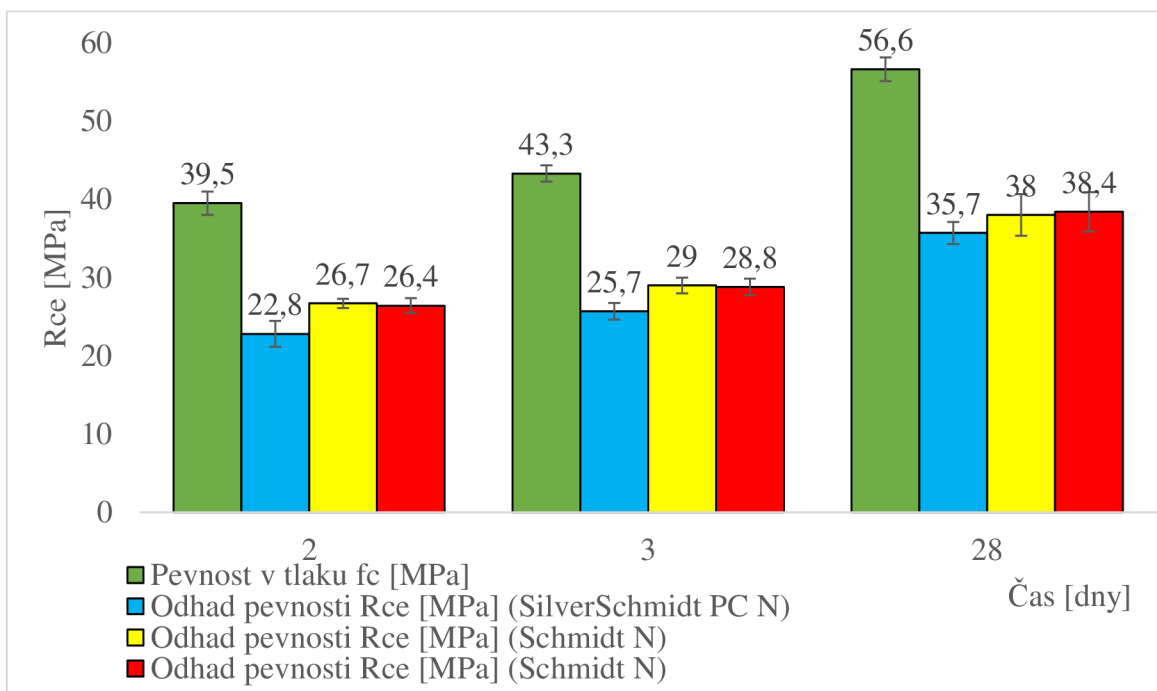
**Tab. 6** Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí tvrdoměru SilverSchmidt PC N, vyhodnocené dle normy ČSN EN 12 504-2

Vyhodnocení dle ČSN EN 12 504 - 2			
Odhad pevnosti $R_{ce}$ [MPa] (SilverSchmidt PC N)			
Označení krychle	2. den	3. den	28. den
1/1	21		
2/1	25		
3/1	22		
1/2		25	
2/2		27	
3/2		25	
1/3			35
2/3			35
3/3			37
Průměrná hodnota	22,8	25,7	35,7
Směr. výběrová odchylka	1,7	1,1	1,4

**Tab. 7** Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí Schmidt N, vyhodnocené dle normy ČSN EN 12 504-2

Vyhodnocení dle ČSN EN 12 504 - 2			
Odhad pevnosti $R_{ce}$ [MPa] (Schmidt N)			
Označení krychle	2. den	3. den	28. den
1/1	27		
2/1	27		
3/1	26		
1/2		29	
2/2		30	
3/2		28	
1/3			36
2/3			41
3/3			37
Průměrná hodnota	26,7	29,0	38,0
Směr. výběrová odchylka	0,6	1,0	2,6

V Grafu 2 je zobrazen vývoj skutečné pevnosti betonu v tlaku a odhadu pevnosti v tlaku pomocí tvrdoměrů. Jak lze z grafu vidět, různý přístup k vyhodnocení norem ČSN 73 1373 [31] a ČSN EN 12 504-2 [29] vede k podobnému výsledku odhadu hodnoty pevnosti betonu v tlaku.



**Graf 2** Srovnání vývoje hodnot pevnosti v tlaku dle metody měření, chybové úsečky – výběrová směrodatná odchylka

Všechny zkušební trávce byly pečlivě změřeny a zváženy (viz Tab. 8). Dle normy ČSN ISO 1920-10 [8] byla při statické zatěžovací zkoušce nastavena dolní zatěžovací mez  $\sigma_b = 0,5 \text{ MPa}$ , horní mez byla odhadnuta z výsledků krychelné pevnost v tlaku, s přihlédnutím k nedestruktivním zkouškám. Samotná zkouška byla prováděna na lisu Alpha 3 od firmy Form + Test, který automaticky provede centraci vzorku, celý proces cyklického zatěžování a vyhodnocení statického modulu pružnosti.

**Tab. 8** Rozměry zkušebních trávců

Označení hranolu	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	$\rho$ [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
1/1	99,6	99,7	399,5	9535,1	2400
2/1	100,3	99,7	399,3	9513,6	2380
3/1	101,0	100,2	400,2	9619,7	2375
1/2	99,8	100,5	400,0	9562,6	2380
2/2	99,9	100,6	399,5	9557,5	2380
3/2	100,0	100,6	399,5	9500,5	2360
1/3	100,6	100,1	400,0	9574,7	2380
2/3	99,6	100,0	399,5	9547,3	2400
3/3	100,9	100,3	400,5	9675,4	2390

Hodnoty označené červenou barvou v Tab. 9 nevyhověly požadavku normy ČSN ISO 1920-10 [8], kdy se odhadnutá pevnost v tlaku zkušební vzorku nesmí lišit o více než 20 % od skutečné pevnosti zkušební vzorku. Norma uvádí, že pokud není tento požadavek splněn, je třeba okolnosti uvést do protokolu o měření.

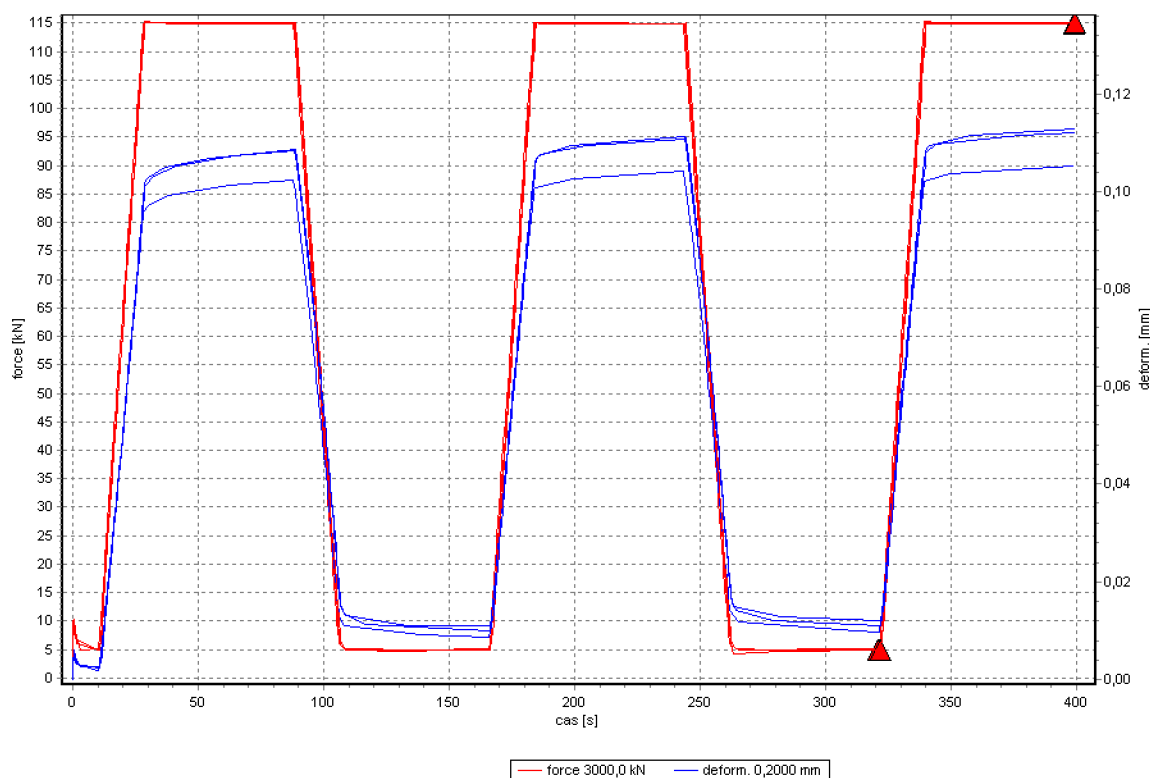
**Tab. 9** Pevnosti naměřené zatěžovací zkouškou

Označení hranolu	Zatěžování [kN]	Síla při porušení [kN]	Pevnost odhadnutá [MPa]	Pevnost naměřená [MPa]
1/1	5→100	310,7	30,0	31,1
2/1	5→100	335,0	30,0	33,5
3/1	5→100	323,8	30,0	32,4
1/2	5→145	517,2	43,5	51,7
2/2	5→145	523,1	43,5	52,3
3/2	5→145	528,7	43,5	52,9
1/3	5→145	516,2	43,5	51,6
2/3	5→145	509,3	43,5	50,9
3/3	5→145	499,3	43,5	49,9

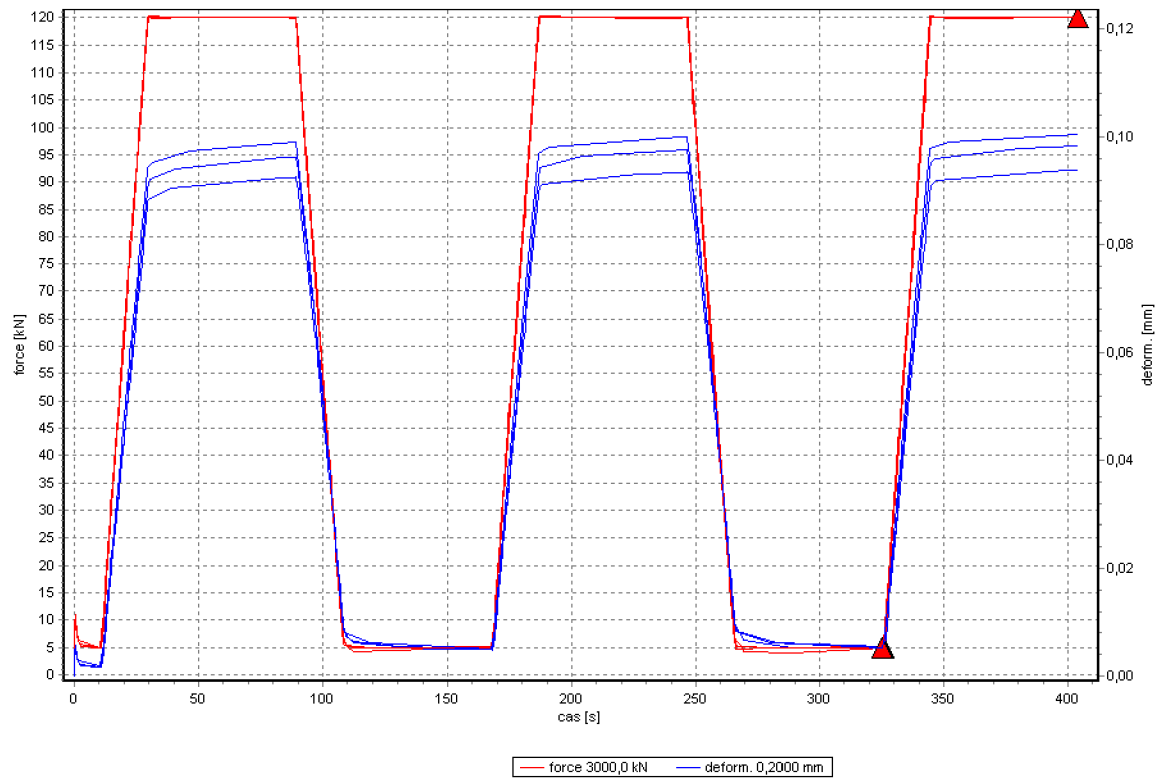
Hodnoty statického modulu pružnosti  $E_c$  vyhodnoceny programem Proteus, který je příslušenstvím k zatěžovacímu lisu jsou uvedeny v Tab. 10. Tyto hodnoty jsou doplněny aritmetickým průměrem a směrodatnou výběrovou odchylkou. Na Grafu 3, 4 a 5 jsou znázorněny zatěžovací cykly červenou křivkou a deformace modrou křivkou ve stáří 3, 10 a 28 dní.

**Tab. 10** Statický modul pružnosti  $E_c$

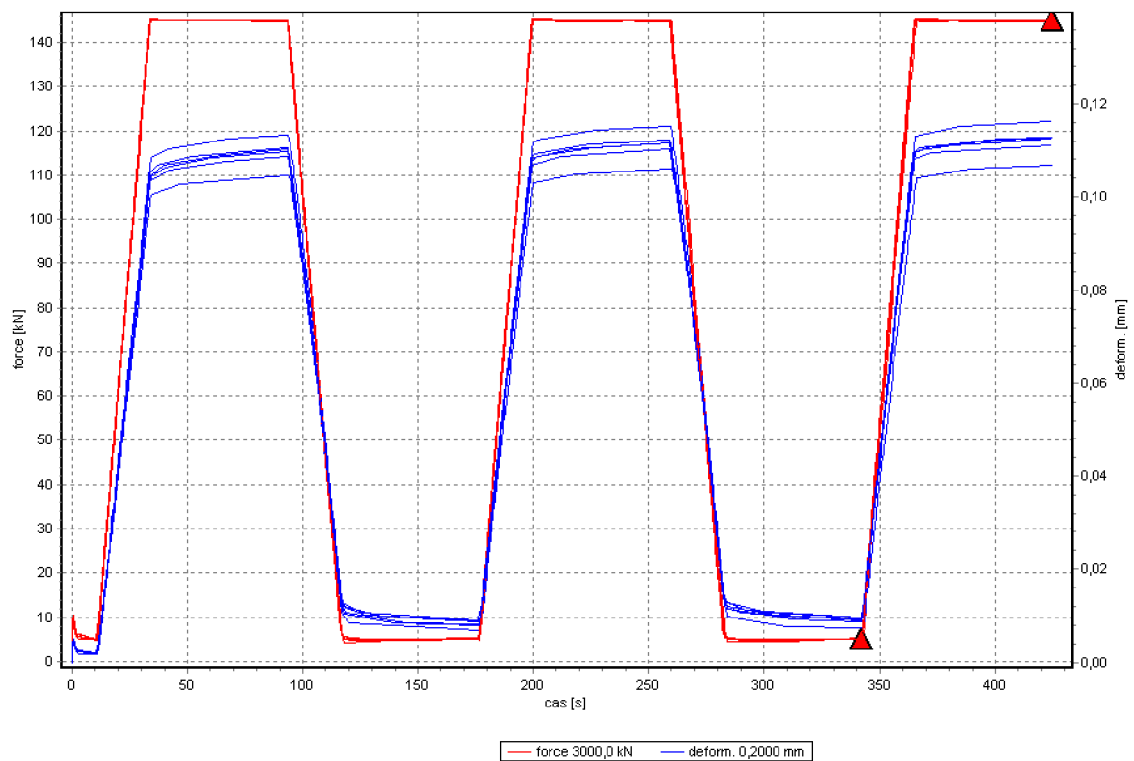
Statický modul pružnosti $E_c$ [GPa]				
Označení hranolu	2. den	3. den	10. den	28. den
1/1	21,2	-	-	-
2/1	21,8	-	-	-
3/1	21,4	-	-	-
1/2	-	21,8	24,7	27,0
2/2	-	22,9	25,8	27,2
3/2	-	21,6	24,0	27,3
1/3	-	-	-	26,9
2/3	-	-	-	28,0
3/3	-	-	-	26,0
Průměrná hodnota	21,5	22,1	24,8	27,1
Směr. výběrová odchylka	0,3	0,7	0,9	0,7



**Graf 3** Průběh zatěžování 2. sady po 3. dnech zrání

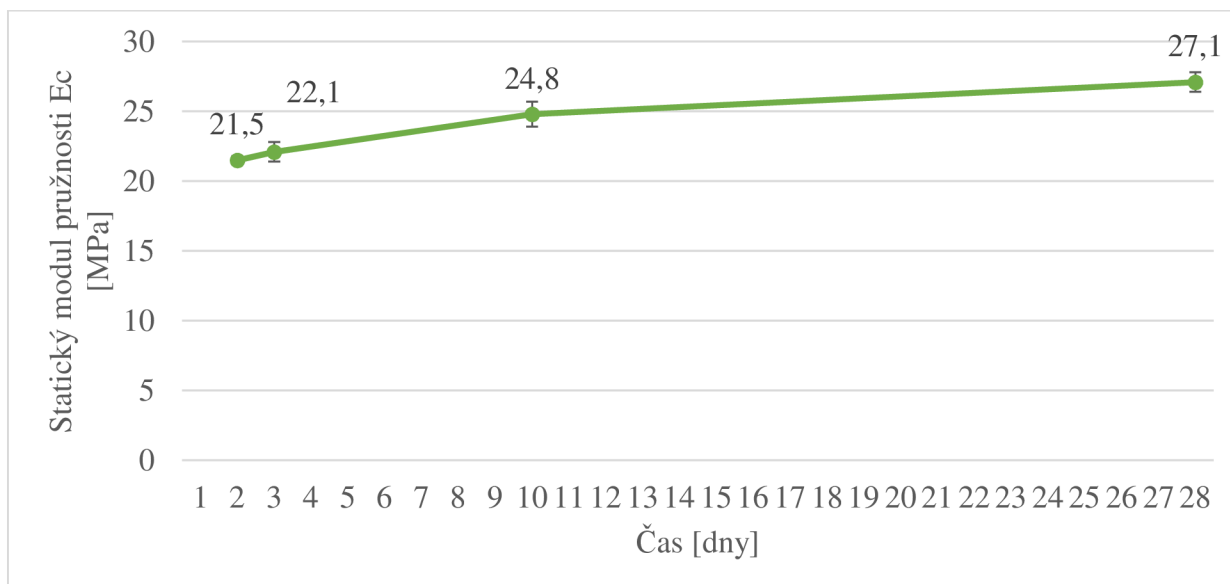


*Graf 4 Průběh zatěžování 2. sady po 10 dnech zrání*



*Graf 5 Průběh zatěžování 2. a 3. sady po 28 dnech zrání*

V grafu 6 je znázorněn vývoj průměrného statického modulu pružnosti z jednotlivých sad zkušebních trámců v čase. Vývoj statického modulu pružnosti je obdobný jako vývoj pevnosti betonu v tlaku.



**Graf 6** Vývoj statického modulu pružnosti v čase, chybové úsečky – směrodatná výběrová odchylka

Dle normy ČSN 73 1371 [9] byly vyhodnoceny dynamické moduly pružnosti  $E_{cu}$  a informativní pevnost betonu v tlaku  $R_{ce}$  ultrazvukovou metodou na zkušebních trácích 100/100/400 mm, které následně sloužily pro zatěžovací zkoušku k určení statického modulu pružnosti (viz Tab. 12, 13). Na stejných tělesech byly ve 2. dni zrání betonu zjištěny pomocí rezonanční metody dynamické moduly pružnosti ve smyku, v tahu a tlaku (viz Tab. 14). Při srovnání hodnot dynamického modulu pružnosti získané ultrazvukovou a rezonanční metodou, vycházejí hodnoty modulu pružnosti stanovené UZ metodou o cca 3 GPa větší než pomocí metody rezonanční.



**Tab. 11** Informativní pevnost betonu  $R_{ce}$

Informativní pevnost betonu $R_{ce}$ [MPa]				
Označení hranolu	2. den	3. den	10. den	28. den
1/1	31,6	-	-	-
2/1	33,7	-	-	-
3/1	33,6	-	-	-
1/2	-	36,9	41,6	43,7
2/2	-	43,8	41,3	44,7
3/2	-	38,6	42,6	45,0
1/3	-	-	-	45,0
2/3	-	-	-	45,0
3/3	-	-	-	45,0
Průměrná hodnota	33,0	39,8	41,9	44,7
Směr. výběrová odchylka	1,2	3,6	0,7	0,5

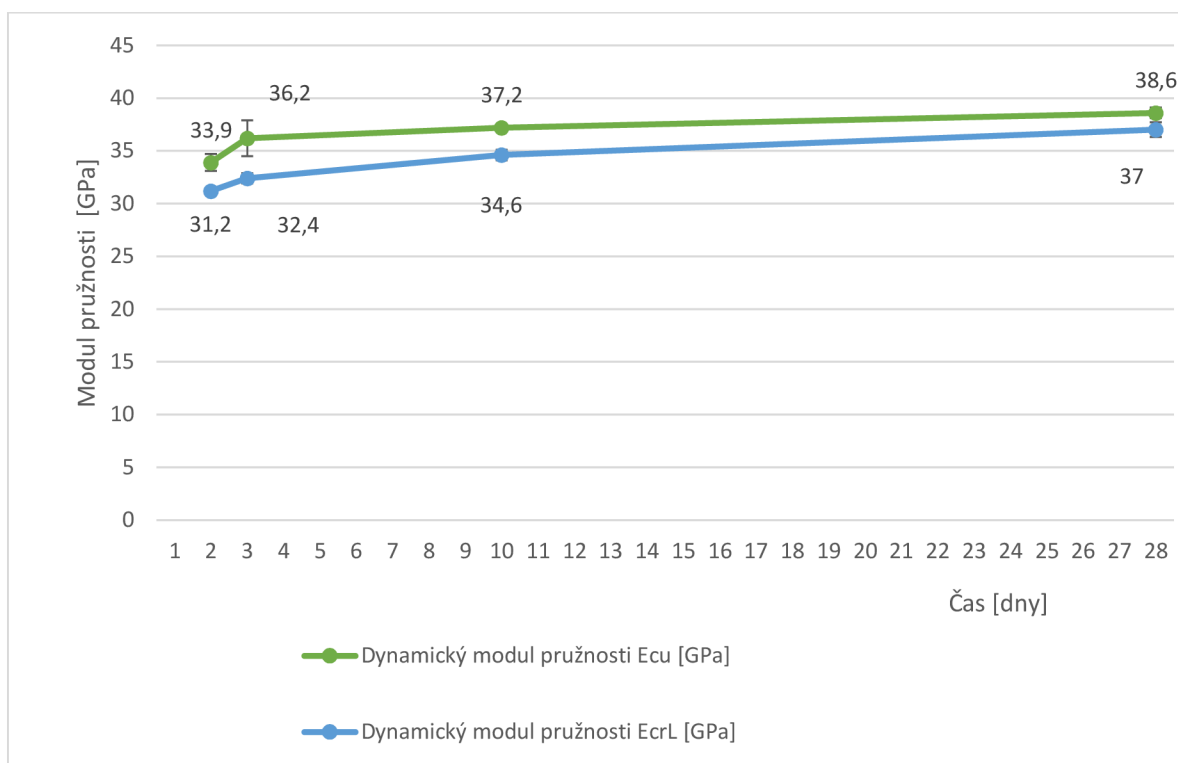
**Tab. 12** Dynamický modul pružnosti  $E_{cu}$

Dynamický modul pružnosti $E_{cu}$ [MPa]				
Označení hranolu	2. den	3. den	10. den	28. den
1/1	34900	-	-	-
2/1	33500	-	-	-
3/1	33400	-	-	-
1/2	-	35000	37200	38200
2/2	-	38100	37000	38600
3/2	-	35500	37400	38100
1/3	-	-	-	38500
2/3	-	-	-	38900
3/3	-	-	-	39400
Průměrná hodnota	33900	36200	37200	38600
Směr. výběrová odchylka	838,6	1664,3	200,0	479,2

**Tab. 13** Hodnoty stanovené rezonanční metodou

Dynamický modul pružnosti 2. den			
Označení hranolu	$E_{crL}$ [GPa]	$E_{crf}$ [GPa]	$G_{cr}$ [GPa]
1/1	31,4	31,3	12,7
2/1	31,2	30,2	12,6
3/1	31,1	29,7	12,5
Průměrná hodnota	31,2	30,4	12,6
Směr. výběrová odchylka	0,2	0,8	0,1
Dynamický modul pružnosti 3. den			
Označení hranolu	$E_{crL}$ [GPa]	$E_{crf}$ [GPa]	$G_{cr}$ [GPa]
1/2	32,3	31,7	13,2
2/2	32,9	33,5	13,5
3/2	31,9	31,3	13,0
Průměrná hodnota	32,4	32,2	13,2
Směr. výběrová odchylka	0,5	1,2	0,3
Dynamický modul pružnosti 10. den			
Označení hranolu	$E_{crL}$ [GPa]	$E_{crf}$ [GPa]	$G_{cr}$ [GPa]
1/2	34,6	34,4	14,2
2/2	35,1	34,3	14,4
3/2	34,1	33,6	14,0
Průměrná hodnota	34,6	34,1	14,2
Směr. výběrová odchylka	0,5	0,4	0,2
Dynamický modul pružnosti 28. den			
Označení hranolu	$E_{crL}$ [GPa]	$E_{crf}$ [GPa]	$G_{cr}$ [GPa]
1/2	35,7	35,7	14,7
2/2	36,2	35,3	14,9
3/2	35,2	34,9	14,5
1/2	36,6	36,6	14,7
2/2	37,0	37,5	15,0
3/2	37,0	36,1	15,0
Průměrná hodnota	37,0	36,0	14,8
Směr. výběrová odchylka	0,7	0,9	0,2

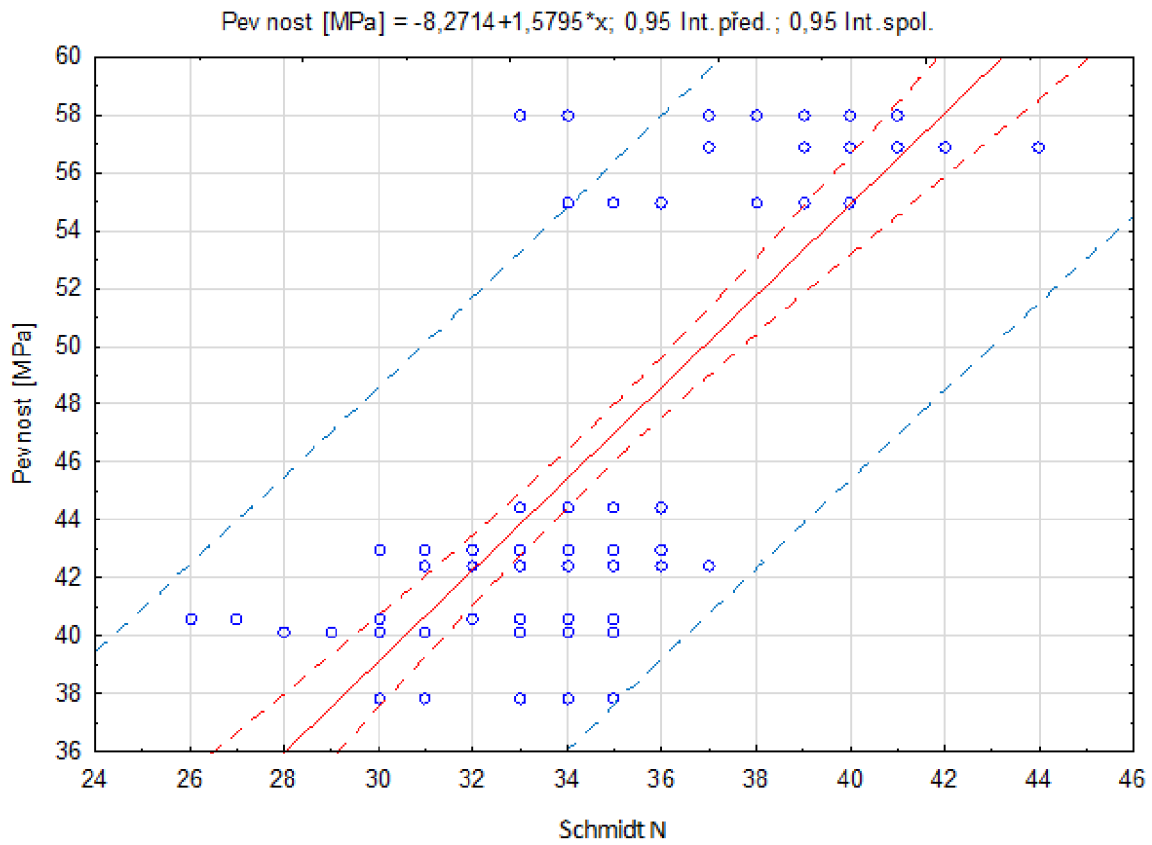
V Grafu 7 je znázorněn vývoj dynamického modulu pružnosti v čase stanovený ultrazvukovou impulsní a rezonanční metodou. Lze pozorovat rychlý nárůst hodnoty modulu pružnosti betonu v prvních dnech, který se postupem času zpomaluje.



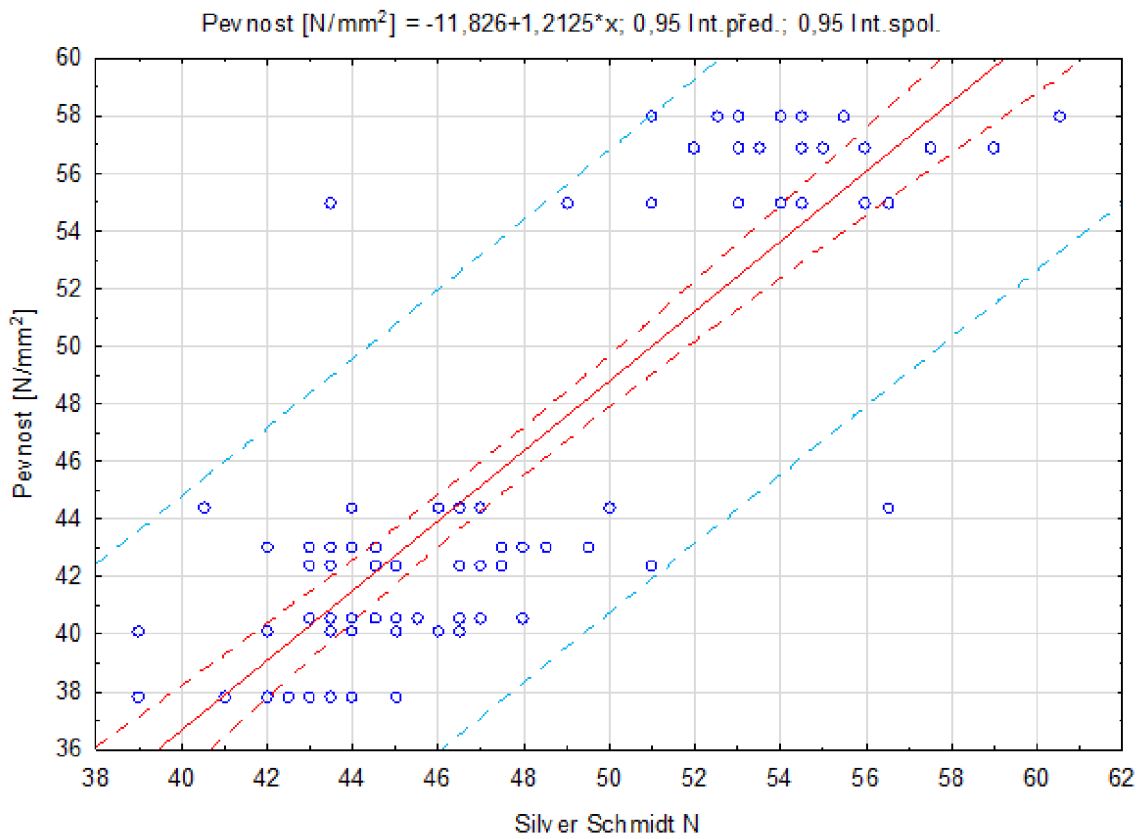
**Graf 7** Srovnání vývoje dynamického modulu pružnosti stanoveného rezonanční a UZ impulsní metodou, chybová úsečka – výběrová směrodatná odchylka

#### 4.5 Regresní analýza

K vytvoření kalibračních vztahů pro stanovení očekávané krychelné pevnosti betonu v tlaku byly použity hodnoty skutečných krychelných pevností stanovené zatěžovací zkouškou v lisu a vstupní údaje naměřené z nedestruktivního měření pomocí tvrdoměrů. Pro tvrdoměry SilverSchmidt PC N a Schmidt N byly vytvořeny kalibrační rovnice matematickou regresní analýzou v programu STATISTICA. Jako závisle proměnná do regresní analýzy byla zvolena hodnota z destruktivního měření, nezávisle proměnné hodnoty byly naměřené odrazy a vrácené energie z jednotlivých tvrdoměrů. V Grafu 8 a 9 bylo pro analýzu použito všech hodnot měření tvrdoměry. Tímto přístupem se dostaneme k velké variabilitě výsledků, což není příliš vhodné.

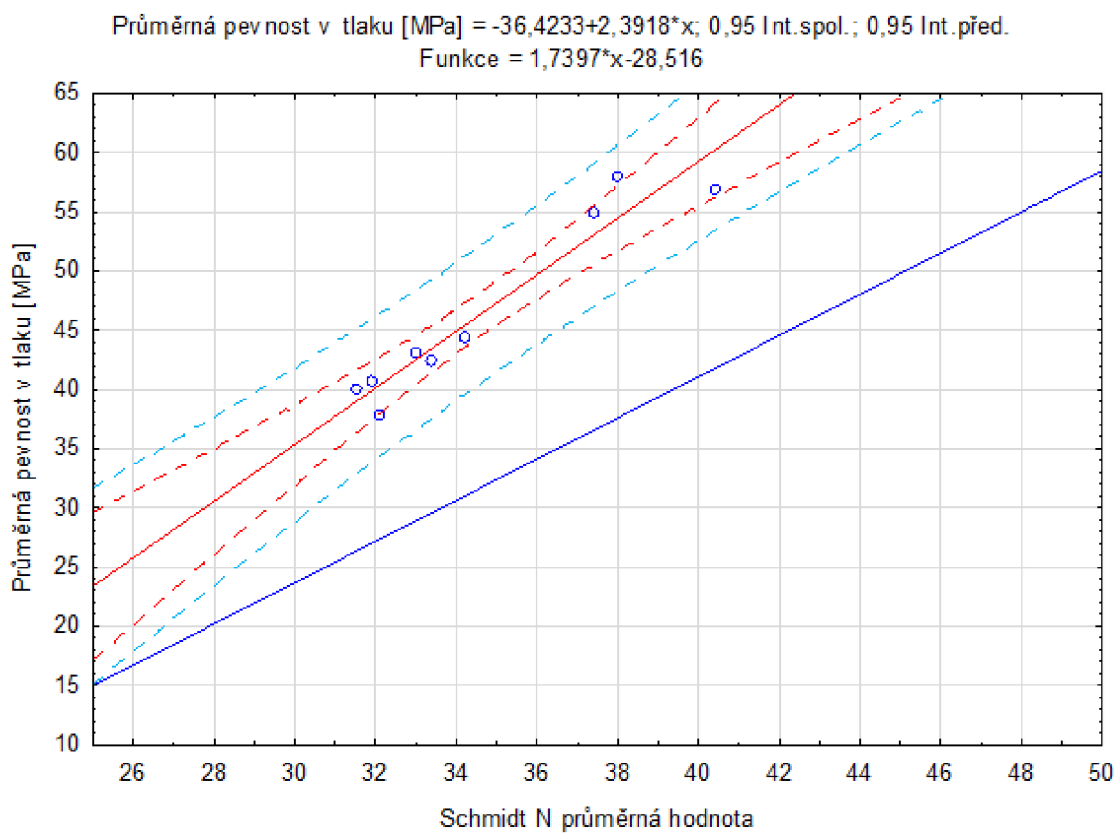


**Graf 8** Regresní analýza – Schmidt N

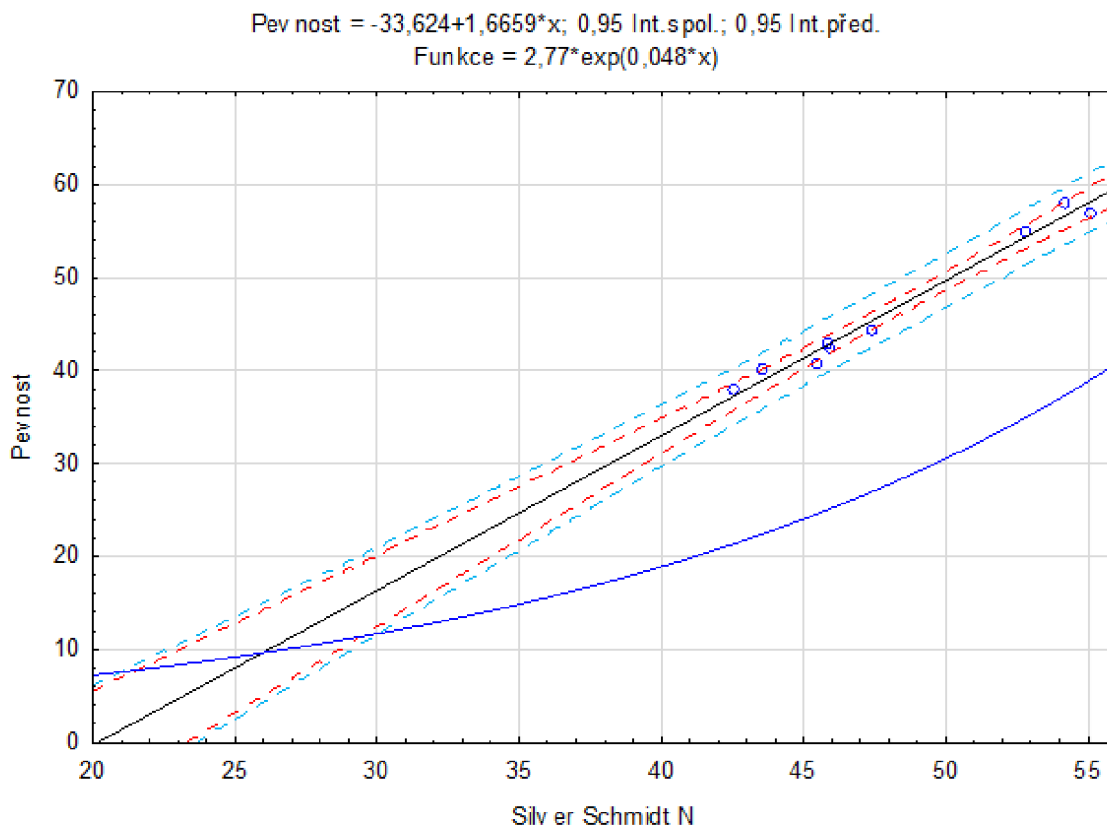


**Graf 9** Regresní analýza – SilverSchmidt PC N

Pro menší variabilitu výsledků pevnosti z regresní analýzy byly použity jako nezávislé proměnné průměrných hodnot z jednotlivých sad měření tvrdoměry. Dále do grafů byly vloženy funkce kalibračních vztahů pro jednotlivé tvrdoměry (viz Graf 10 a 11)



**Graf 10** Regresní analýza - Schmidt N (průměrné hodnoty)



**Graf 11** Regresní analýza – SilverSchmidt PC N (průměrné hodnoty)

Průměrná hodnota krychlené pevnosti dosáhla 56,6 MPa. Dle tabulky 3.1 v normě ČSN EN 1992-1-1 ed.2 [17] by k betonu C35/45 tabulka přiřadila hodnotu statického modulu pružnosti  $E_{cm,tab} = 34$  GPa, přičemž ze zatěžovací zkoušky jsme stanovili průměrnou hodnotu statického modulu pružnosti  $E_{cm,skut} = 27,1$  GPa, která se liší o hodnotu 6,9 GPa. Tento fakt může způsobit velké problémy v podobě nadměrných deformací konstrukcí z použitého betonu.

## 5. Závěr

Cílem této práce bylo stanovit a ověřit vývoj modulu pružnosti a pevnosti betonu v tlaku. Průběh vývoje pevnosti v tlaku v čase probíhal podle očekávání, ale modul pružnosti nedosáhl očekávaných hodnot. Tento fakt poukazuje na to, že v rámci jedné pevnostní třídy může být variabilita modulu pružnosti opravdu velká. U konstrukcí citlivých na deformace je vhodné hodnoty modulu pružnosti určit přesně, aby se přecházelo nadměrným deformacím. Tyto deformace, jako je např. nadvýšení, často vznikají kvůli špatně vyhodnoceným hodnotám modulu pružnosti určeného na základě pevnosti betonu v tlaku.

Jako hlavní příčinu rozdílu skutečné a podle normy přiřazené hodnoty statického modulu pružnosti sledávám použité kamenivo. Kamenivo použité v betonu bylo předcenené těžené (z údolí Váhu), a z hlediska výsledných hodnot modulu pružnosti betonu se neukázalo jako vhodné. Po 28 dnech hodnota krychelné pevnosti betonu v tlaku odpovídala požadované třídě betonu C35/45. Výsledný predikční pás regresní analýzy je pro použití v praxi příliš široký, pro přesnější predikci pevnosti by se muselo provést výrazně větší počet měření.

Výsledky této práce mohou sloužit k ověření vývoje modulu pružnosti na skutečné konstrukci, zejména pak srovnání pomocí dynamického modulu pružnosti. Zjišťování hodnoty dynamického modulu pružnosti betonu pomocí ultrazvukové metody je díky své jednoduchosti provádění vhodným postupem pro ověření jeho vývoje v čase a je tak ideální metodou.

## 6. Seznam použité literatury

- [1] ČSN EN 206 *Beton - Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda*. ÚNMZ, 2014.
- [2] ADÁMEK, J. a kolektiv, *Studijní opora pro kombinované studium - Modul BI01 – M03 Stavební látky*. Brno, 2004.
- [3] ČSN EN 197-1 ed. 2 *Cement – Část 1: Složení, specifikace a kritéria shody cementů pro obecné použití*. ÚNMZ, 2012.
- [4] ČSN EN 12390-3 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles*. ÚNMZ, 2009.
- [5] ČSN EN 12390-2 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 2: Výroba a ošetřování zkušebních těles pro zkoušky pevnosti*. ÚNMZ, 2009.
- [6] ČSN EN 12390-1 *Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 1: Tvar, rozměry a jiné požadavky na zkušební tělesa a formy*. ÚNMZ, 2013.
- [7] TERZIJSKI, I. *Studijní opora pro kombinované studium – Modul M01 – Základy navrhování konstrukci, zatížení, materiály*. Brno 2005.
- [8] ČSN ISO 1920-10 *Zkoušení betonu - Část 10: Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku*. ÚNMZ, 2014.
- [9] ČSN 73 1371 *Nedestruktivní zkoušení betonu - Ultrazvuková impulzová metoda zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2011.
- [10] ČSN 73 2011 *Nedestruktivní zkoušení betonových konstrukcí*. ÚNMZ, 2012.
- [11] ČSN 73 1370 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Společná ustanovení*. ÚNMZ, 2011.
- [12] HUŇKA, P. *Sledování růstu modulu pružnosti vysokohodnotného betonu*. Diplomová práce, vedoucí práce: Ing. Petr Cikrle, Ph.D., VUT v Brně, 2006.
- [13] 10. konference Technologie Betonu, ČBS Servis, Pardubice 2012.
- [14] HUŇKA, Petr; Karel KOLÁŘ, Petr BOUŠKA a Stanislav ŘEHÁČEK. Vliv způsobu zakoncování tlačných ploch zkušebního tělesa na hodnotu statického modulu pružnosti v tlaku. In *Zkoušení a jakost ve stavebnictví 2011*. Brno: VUT v Brně, 2011, p. 103 - 111. ISBN 978-80-214-3438-9.
- [15] ČSN 73 1372 *Nedestruktivní zkoušení betonu – Rezonanční metoda zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2012.
- [16] ONDŘEJ, A. *Základy zkušebnictví: Návod do cvičení*. Brno: CERM, 2012.
- [17] ČSN EN 1992-1-1 *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ÚNMZ, 2011.



- [18] HEŘMÁNKOVÁ, V. a kolektiv. *Zkušebnictví a technologie - cvičebnice*. 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2011, 100 s. ISBN 978-80-7204-758-1.
- [19] ČSN EN 12620 *Kamenivo do betonu*. ÚNMZ, 2008.
- [20] ČSN EN 13055-1 *Pórovité kamenivo - Část 1: Pórovité kamenivo do betonu, malty a injektážní malty*. ÚNMZ, 2004.
- [21] COLLEPARDI, M. *Moderní beton*. český překlad Bílek, V., ČKAIT, Praha, 2009, ISBN:978-80-87093-75-7
- [22] PROCHÁZKA, David, Klára KŘÍŽOVÁ a Rudolf HELA. *Problematika modulů pružnosti u vysokopevnostních betonů*. 17. Betonářské dny 2010, Hradec Králové. ČBS Servis s.r.o. 2010.
- [23] REITERMAN, Pavel, Petr HUŇKA a Karel KOLÁŘ. *Vliv způsobu ošetřování na dlouhodobý vývoj modulu pružnosti*. 2010. 17. Betonářské dny 2010, Hradec Králové.
- [24] KOCÁB, D. *Experimentální stanovení faktorů ovlivňujících statický modul pružnosti betonu s využitím nedestruktivních zkušebních metod*. Brno, 2015.
- [25] COLLEPARDI, M. *Moderní beton*. český překlad Bílek, V., ČKAIT, Praha, 2009, ISBN: 978-80-87093-75-7.
- [26] BAJZA, A.; ROUSEKOVÁ, I. *Technológia betónu*. JAGA, Bratislava, 2006, ISBN: 80-8076-032-2.
- [27] NEVILLE, A.M. *Properties of Concrete*. 5th edition, London: Pearson, 2011. ISBN: 978-0-273-75580-7.
- [28] ČSN EN 12390-4 *Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 4: Pevnost v tlaku - Požadavky na zkušební lisy*. ÚNMZ, 2001.
- [29] ČSN EN 12 504-2 *Zkoušení betonu v konstrukcích - Část 2: Nedestruktivní zkoušení - Stanovení tvrdosti odrazovým tvrdoměrem*. ÚNMZ, 2013.
- [30] Svaz výrobců Betonu. *Pojmy* [online]. Praha: Sunnysoft. [cit. 2016-05-20]. Dostupné z: <http://ebeton.cz/pojmy/>
- [31] ČSN 73 1373 *Nedestruktivní zkoušení betonu - Tvrdoměrné metody zkoušení betonu*. ÚNMZ, 2011.

## 7. Seznam obrázků

<b>Obr. 1</b> Stanovení pevnosti v tlaku [2].....	15
<b>Obr. 2</b> Schéma zkoušek krychlí se třením mezi čelistmi lisu bez kluzné vrstvy a s kluznou vrstvou [2] .....	16
<b>Obr. 3</b> Stanovení pevnosti v tahu [2].....	18
<b>Obr. 4</b> Zjednodušené deformační diagramy [7].....	18
<b>Obr. 5</b> Deformační diagram [7] .....	19
<b>Obr. 6</b> Deformační diagram betonu v tlaku s určením $E_{cm}$ dle ČSN 1992-1-1 ed.2 [17]...	20
<b>Obr. 7</b> Umístění snímačů deformací [14] .....	22
<b>Obr. 8</b> Průběh cyklů statické zatěžovací zkoušky[18].....	22
<b>Obr. 9</b> Měření doby průchodu UZ impulsu zkoušeným vzorkem. [12] .....	23
<b>Obr. 10</b> Podélné kmitání [16] .....	24
<b>Obr. 11</b> Příčné kmitání [16] .....	24
<b>Obr. 12</b> Kroutové kmitání [16] .....	24
<b>Obr. 13</b> Sériový model – deformace cementové pasty a kameniva při stejném napětí [21] .....	25
<b>Obr. 14</b> Paralelní model – napětí působí na cementovou pastu a kamenivo pro získání stejné deformace [21].....	26
<b>Obr. 15</b> Měření doby průchodu UZ impulsu .....	29
<b>Obr. 16</b> Stanovení vlastní frekvence zkušebního hranolu .....	30
<b>Obr. 17</b> Měření podélných deformací zkušebního hranolu při zkoušce statického modulu pružnosti .....	30
<b>Obr. 18</b> Měření hodnoty vrácené energie pomocí tvrdoměru SilverSchmidt PC N.....	31
<b>Obr. 19</b> Rovinnost zatěžovaných ploch .....	32
<b>Obr. 20</b> Detail rohu krychle po obroušení .....	32

## 8. Seznam grafů

<b>Graf 1</b> Vývoj průměrné pevnosti betonu v tlaku $f_c$ .....	33
<b>Graf 2</b> Srovnání vývoje hodnot pevnosti v tlaku dle metody měření, chybové úsečky – výběrová směrodatná odchylka .....	36
<b>Graf 3</b> Průběh zatěžování 2. sady po 3. dnech zrání.....	38
<b>Graf 4</b> Průběh zatěžování 2. sady po 10 dnech zrání.....	39
<b>Graf 5</b> Průběh zatěžování 2. a 3. sady po 28 dnech zrání.....	39
<b>Graf 6</b> Vývoj statického modulu pružnosti v čase, chybové úsečky – směrodatná výběrová odchylka .....	40
<b>Graf 7</b> Srovnání vývoje dynamického modulu pružnosti stanoveného rezonanční a UZ impulsní metodou, chybová úsečka – výběrová směrodatná odchylka.....	43
<b>Graf 8</b> Regresní analýza – Schmidt N .....	44
<b>Graf 9</b> Regresní analýza – SilverSchmidt PC N.....	44
<b>Graf 10</b> Regresní analýza - Schmidt N (průměrné hodnoty).....	45
<b>Graf 11</b> Regresní analýza – SilverSchmidt PC N (průměrné hodnoty).....	46

## 9. Seznam tabulek

<b>Tab. 1</b> Rozměry a objemové hmotnosti krychlí.....	32
<b>Tab. 2</b> Pevnosti v tlaku $f_c$ stanovené zatěžovací zkouškou .....	33
<b>Tab. 3</b> Hodnoty naměřené tvrdoměrem Schmidt N.....	34
<b>Tab. 4</b> Hodnoty naměřené tvrdoměrem SilverSchmidt PC N .....	34
<b>Tab. 5</b> Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí tvrdoměru Schmidt N, vyhodnocené dle normy ČSN 73 1373.....	35
<b>Tab. 6</b> Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí tvrdoměru SilverSchmidt PC N, vyhodnocené dle normy ČSN EN 12 504-2 .....	35
<b>Tab. 7</b> Výsledné hodnoty odhadu pevnosti v tlaku zjištěné pomocí Schmidt N, vyhodnocené dle normy ČSN EN 12 504-2 .....	36
<b>Tab. 8</b> Rozměry zkušebních trámů .....	37
<b>Tab. 9</b> Pevnosti naměřené zatěžovací zkouškou.....	37
<b>Tab. 10</b> Statický modul pružnosti $E_c$ .....	38
<b>Tab. 11</b> Informativní pevnost betonu $R_{ce}$ .....	41
<b>Tab. 12</b> Dynamický modul pružnosti $E_{cu}$ .....	41
<b>Tab. 13</b> Hodnoty stanovené rezonanční metodou.....	42

## 10. Přílohy

### 10.1 Ukázka postupu vyhodnocení dynamických modulů pružnosti UZ metodou

Dynamické moduly pružnosti 2. den								
Hodnoty měřeny dne: 24. 9. 2015								
Hranoly	b[mm]	h[mm]	l[mm]	m[g]	Průch. e.[μs]	UZ[μs]		
1/1	99,6	99,7	399,5	9535,1	55,3	96,7	98,1	99,1
2/1	100,3	99,7	399,3	9513,6	55,3	97,1	98,6	98,2
3/1	101	100,2	400,2	9619,7	55,1	96	99,1	99,1

Hranol	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	$\rho$ [kg.m <sup>-3</sup> ]
1/1	99,6	99,7	399,5	9535,1	2404
Měřicí základna	délka [mm]	Doba průchodu [μs]		Rychlost šíření [m/s]	
		měřená	opravená	vypočtená	průměrná
1 - 1'	399,5	96,7	96,8	4130	4074
2 - 2'	399,5	98,1	98,2	4070	
3 - 3'	399,5	99,1	99,2	4030	
délka vlny $\lambda_L = v_L / f = 4074 / 150 \cdot 10^3 =$			0,0272 m		
$0,2 \cdot \lambda_L = 0,2 \cdot 0,0272 =$	0,0054 m				
$2 \cdot \lambda_L = 2 \cdot 0,0272 =$	0,0543 m				
a nebo $b \geq 2 \cdot \lambda_L$	$0,0996 \geq 0,0544$		$\rightarrow 3D \rightarrow$	k=	1,0685
Dynamický modul pružnosti v tahu a tlaku					
$E_{cu} = \rho \cdot v_L^2 \cdot 1/k^2 \cdot 10^{-6} = 2404 \cdot 4074^2 \cdot (1/1,0685^2) \cdot 10^{-6} =$				<b>34900</b>	<b>MPa</b>
Informativní pevnost betonu					
$v_{L3} = v_{L1} \cdot k_3 = 4074 \cdot 1,0685 =$	4353,25		m/s =	4,353	km/s
$R_{ce} = 9,9 \cdot v_{L3}^2 - 56 \cdot v_{L3} + 87,8 = 9,9 \cdot 4,353^2 - 56 \cdot 4,353 + 87,8 =$				<b>31,6</b>	<b>MPa</b>

## 10.2 Ukázka postupu vyhodnocení dynamických modulů pružnosti rezonanční metodou

Doba průchodu UZ[μs]	T =	98	μs	
Očekávaný podélný kmit.	$f_L = 500 / T = 500 / 98 =$		5,099 kHz	
Naměřený podélný kmit.		$f_L =$	4,524 kHz	
Tvarové charakteristiky vzorku		<b>HRANOL 1/1</b>		
b:L = 1:4	$\alpha =$			0,59
	$\beta =$			0,43
Očekávaný krouťivý kmit.	$f_t = \alpha \cdot f_L = 0,59 \cdot 4,52 =$		2,669 kHz	
Naměřený krouťivý kmit.		$f_t =$	2,649 kHz	
Očekávaný příčný kmit.	$f_f = \beta \cdot f_L = 0,43 \cdot 4,52 =$		1,945 kHz	
Naměřený příčný kmit.		$f_f =$	1,940 kHz	
Poloměr setrvačnosti	$i = b / \sqrt{12} = 99,6 / \sqrt{12} =$		28,75 mm	
$i / L = 28,75 / 399,5 =$	0,0720	m	$\rightarrow$ $c_1 =$ 1,422	
Koeficient tvaru k =	1,183			

Dynamický modul pružnosti v tahu a tlaku

$$E_{crL} = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho = 4 \cdot 0,3995^2 \cdot 4,524^2 \cdot 2404 = \mathbf{31400 \text{ N/mm}^2}$$

$$E_{crf} = 0,0789 \cdot c_1 \cdot L^4 \cdot f_f^2 \cdot \rho \cdot 1/i^2 = 0,0789 \cdot 1,422 \cdot 0,3995^4 \cdot 1,94^2 \cdot 2404 \cdot 1/0,02875^2 = \mathbf{31300 \text{ N/mm}^2}$$

$$\Delta E_{cr} = (E_{crf} - E_{crL}) / E_{crL} \cdot 100 = (31300 - 31400) / 31400 \cdot 100 = \mathbf{-0,32 \%}$$

Dynamický modul pružnosti ve smyku

$$G_{cr} = 4 \cdot k \cdot L^2 \cdot f_t^2 \cdot \rho = 4 \cdot 1,183 \cdot 0,3995^2 \cdot 2,65^2 \cdot 2404 = \mathbf{12700 \text{ N/mm}^2}$$

Dynamický Poissonův koeficient

$$\nu_{cr} = E_{crL} / (2 \cdot G_{cr}) - 1 = 31400 / (2 \cdot 12700) - 1 = \mathbf{0,24}$$

## 10.3 Ukázka vyhodnocení odhadované pevnosti pomocí Schmidtova tvrdoměru

Vyhodnocení dle normy ČSN 73 1373 Schmidt N										
Krychle 1/1										
Číslo úderu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Míra odrazu $a_i$	30	34	35	31	30	31	31	33	35	31
Odhadovaná pevnost	24	30	32	25	24	25	25	28	32	25

Průměrná odhadovaná pevnost  $R = 27 \text{ MPa} \rightarrow 0,2 \cdot R = 5,4$

20% rozptyl  $R - 0,2 \cdot R = 21,6 \text{ MPa}$ ;  $R + 0,2 \cdot R = 32,4 \text{ MPa}$  **Vyhovují všechna**

Odhad pevnosti  $R_{ce} = 27 \text{ MPa}$

Krychle 3/1										
Číslo úderu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Míra odrazu $a_i$	33	29	35	34	31	30	28	33	31	31
Odhadovaná pevnost	28	22	32	30	25	24	21	28	25	25

Průměrná odhadovaná pevnost  $R = 26 \text{ MPa} \rightarrow 0,2 \cdot R = 5,2 \text{ MPa}$

20% rozptyl  $R - 0,2R = 20,8 \text{ MPa}$ ;  $R + 0,2R = 31,2 \text{ MPa}$  **Nevyhovuje červeně**

Odhad pevnosti  $R_{ce} = 25 \text{ MPa}$

Vyhodnocení dle ČSN EN 12 504 – 2 SilverSchmidt PC N										
Krychle 1/1										
Číslo úderu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vrácená energie $Q_i$	44	42,5	39	45	43,5	42,5	42	41	43	43

Průměrná vrácená energie  $Q = 42,55 \rightarrow 0,3 \cdot Q = 12,765$

30% rozptyl  $Q - 0,3Q = 29,785$ ;  $Q + 0,3Q = 55,315$  **Vyhovují všechna**

Odhad pevnosti  $R_{ce} = 21 \text{ MPa}$

Vyhodnocení dle ČSN EN 12 504 – 2 Schmidt N										
Krychle 1/1										
Číslo úderu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Míra odrazu $a_i$	30	34	35	31	30	31	31	33	35	31

Prům. míra odrazu  $a = 32,1 \rightarrow 0,3 \cdot a = 9,63$

20% rozptyl  $a - 0,3a = 22,47$ ;  $a + 0,3a = 41,73$  **Vyhovují všechna**

Odhad pevnosti  $R_{ce} = 27 \text{ MPa}$

## 10.4 Naměřené hodnoty času průchodu UZ impulsní metodou

Hodnoty měřeny dne: 24. 9. 2015								
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	Průch. e. [μs]	UZ [μs]		
1/1	99,6	99,7	399,5	9535,1	55,3	96,7	98,1	99,1
2/1	100,3	99,7	399,3	9513,6	55,3	97,1	98,6	98,2
3/1	101,0	100,2	400,2	9619,7	55,1	96,0	99,1	99,1
Hodnoty měřeny dne: 25. 9. 2015								
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	Průch. e. [μs]	UZ [μs]		
1/2	99,8	100,5	400,0	9562,6	53,8	92,7	95,8	95,1
2/2	99,9	100,6	399,5	9557,5	53,7	92,8	83,7	95,2
3/2	100,0	100,6	399,5	9500,5	53,7	92,7	93,8	93,2
Hodnoty měřeny dne: 2. 10. 2015								
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	Průch. e. [μs]	UZ [μs]		
1/2	99,8	100,5	400,0	9575,1	55,6	91,8	94,9	93,9
2/2	99,9	100,6	399,5	9571,5	55,7	92,8	93,6	94,6
3/2	100,0	100,6	399,5	9516,6	55,7	92,5	93,7	92,6
Hodnoty měřeny dne: 20. 10. 2015								
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	Průch. e. [μs]	UZ [μs]		
1/2	99,8	100,5	400,0	9590,9	55,8	91,6	93,3	92,8
2/2	99,9	100,6	399,5	9586,3	55,7	90,9	91,9	92,7
3/2	100,0	100,6	399,5	9531	55,7	91,4	92,0	92,9
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]	Průch. e. [μs]	UZ [μs]		
1/3	100,6	100,1	400,0	9574,7	56,0	91,1	92,2	93
2/3	99,6	100,0	399,5	9547,3	56,0	90,8	92,8	92,4
3/3	100,9	100,3	400,5	9675,4	56,0	89,5	92,0	91,9



Hodnoty měřeny dne: 24. 9. 2015								
Krychle	a [mm]	b [mm]	c [mm]	m [g]	Průch. e.[μs]	UZ[μs]		
1/1	150,5	151,3	150,8	8103,6	55,2	35,1	35,6	35,6
2/1	150,9	152,9	151,0	8193,2	55,3	35,5	35,5	34,8
3/1	150,7	152,5	150,5	8198,3	55,4	35,4	34,7	35,0
Hodnoty měřeny dne: 25. 9. 2015								
Krychle	a [mm]	b [mm]	c [mm]	m [g]	Průch. e.[μs]	UZ[μs]		
1/2	151,2	152,8	151,4	8289,4	54,5	33,6	35,3	35,9
2/2	150,9	151,7	151,3	8163,1	55,0	34,4	35,5	34,8
3/2	151,1	152,9	151,8	8292,9	54,5	34,4	35,8	34,9
Hodnoty měřeny dne: 20. 10. 2015								
Krychle	a [mm]	b [mm]	c [mm]	m [g]	Průch. e.[μs]	UZ[μs]		
1/3	150,9	152,8	151,0	8335,4	56,0	33,9	35,5	34,0
2/3	150,3	152,7	150,5	8154,7	56,0	34,9	35,6	33,9
3/3	150,6	151,6	150,5	8261,7	56,0	33,5	34,7	33,7

Hodnoty dynamických modulů pružnosti zjištěných na krychlích

Dynamický modul pružnosti $E_{cu}$ [GPa]			
Krychle	2. den	3. den	28. den
Hranol 1/1	35,7	-	-
Hranol 2/1	36,3	-	-
Hranol 3/1	37,2	-	-
Hranol 1/2	-	35,8	-
Hranol 2/2	-	36,6	-
Hranol 3/2	-	35,5	-
Hranol 1/3	-	-	38,1
Hranol 2/3	-	-	38,7
Hranol 3/3	-	-	41,6
Průměrná hodnota	36	36	39
Směr. výběrová odchylka	0,8	0,6	1,9

## 10.5 Naměřené hodnoty vlastních frekvencí rezonanční metodou

Hodnoty měřeny dne: 24. 9. 2015						
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	FL [Hz]	FF [Hz]	FT [Hz]
1/1	99,6	99,7	399,5	4524	1940	2649
2/1	100,3	99,7	399,3	4530	1937	2646
3/1	101	100,2	400,2	4518	1916	2632
Hodnoty měřeny dne: 25. 9. 2015						
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	FL [Hz]	FF [Hz]	FT [Hz]
1/2	99,8	100,5	400	4598	1961	2709
2/2	99,9	100,6	399,5	4655	2023	2736
3/2	100	100,6	399,5	4598	1964	2700
Hodnoty měřeny dne: 2. 10. 2015						
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	FL [Hz]	FF [Hz]	FT [Hz]
1/2	99,8	100,5	400	4756	2041	2801
2/2	99,9	100,6	399,5	4804	2044	2831
3/2	100	100,6	399,5	4748	2033	2801
Hodnoty měřeny dne: 20. 10. 2015						
Hranoly	b [mm]	h [mm]	l [mm]	FL [Hz]	FF [Hz]	FT [Hz]
1/2	99,8	100,5	400	4831	2077	2846
2/2	99,9	100,6	399,5	4875	2074	2876
3/2	100	100,6	399,5	4822	2068	2849
1/3	99,8	100,5	400	4902	2121	2861
2/3	99,9	100,6	399,5	4914	2125	2879
3/3	100	100,6	399,5	4926	2104	2882