JIHOČESKÁ UNIVERZITA

Pedagogická fakulta

Problematika testování obecných studijních předpokladů z pohledu matematiky, didaktické možnosti přípravy žáků a jejich efektivita

Eva Hrdličková

Rigorózní práce

Obor: Učitelství a didaktika matematiky pro II. stupeň základních škol

České Budějovice, květen 2012

Prohlašuji, že jsem rigorózní práci zpracovala samostatně. Odbornou konzultaci mi poskytli pedagogové katedry matematiky PF JČU. Všechny použité zdroje jsem uvedla.

V Českých Budějovicích dne 22. května 2012

Eva Hrdličková

Abstrakt rigorózní práce

Obecné studijní předpoklady a jejich testování - před nedávnem v České republice ještě velká neznámá, dnes trendová záležitost, zasahující do všech vzdělávacích stupňů. Jak lze pohlížet na tyto testy „očima“ matematiky? Lze se na testování vůbec připravit? Jak úspěšná může být příprava na tyto testy? Vyplatí se tipovat odpovědi? Existují úlohy, se kterými se žáci v běžné výuce matematiky nesetkají, ale v testech se vyskytují? Které typy úloh obecně žáky nejvíce „děsí“?

Na tyto i další otázky se pokouší najít odpověď předložená rigorózní práce.

Práce má dvě části – teoretickou a experimentální. Teoretická část se zabývá obecnými otázkami testování včetně zásad tvorby a metod vyhodnocování testů. V experimentální části je řešeno několik výzkumných studií včetně jejich podrobné matematizace, jejichž výsledkem je vyjádření efektivity přípravy na tyto testy a dále vytipování spektra úloh, ve kterých žáci dlouhodobě vykazují nejmenší úspěšnost. Následuje rozsáhlá část obsahující interaktivní učební materiály a řešené soubory úloh, určené pro přípravu na tyto testy, a to výhradně s tou problematikou, která se ve standardních hodinách matematiky neřeší buď vůbec, či velmi okrajově. Učební materiály jsou určeny přednostně pro přípravu na testy obecných studijních předpokladů k přijímacím zkouškám na střední školy a odpovídající evaluační produkty zhruba pro tuto věkovou skupinu, ale lze je využít i pro žáky starší, částečně i pro mladší.

The abstract of the rigorous work

General study assumptions and their testing – it has been a big unknown in the Czech Republic recently, but now it is the trend affecting all levels of education. How can these tests be seen by „the eyes“ of mathematics? Can one prepare for testing at all? How successful can be to prepare for these tests? Is it worthwhile to guess the answers? Are there problems which students do not meet in regular mathematics lessons, but they occur in the tests? What types of problems are students „scared of“ most in general?

The rigorous work is trying to find the answers to these and other questions.

The thesis has two parts – theoretical and experimental. The theoretical part deals with general issues of testing, including principles and methods of the evaluation of those tests.

In the experimental part there are solved several research studies, including their detailed mathematization, which results in the expression of the efficiency of preparation for these tests and further identification of the spectrum of tasks in which students reported the lowest long-term success. The following extensive section contains interactive teaching materials and solutions to a set of problems, intended for the preparation for these tests, exclusively issues which are not dealt with in standard lessons of mathematics at all, or very marginally. Teaching materials are primarily designed to prepare for test for general study skills for entrance examinations to secondary schools. They can be also used for the preparation of the corresponding evaluation products for this age group, but can be also used for older pupils, partly for the younger ones.

Obsah

1. Úvod

Předkládám práci, ve které se pokusím zmapovat problematiku, jež má v českém školství své místo cca 15 let. Jde o tzv. obecné studijní předpoklady (dále jen OSP), jejichž testování v současné době zasahuje do všech hlavních vzdělávacích stupňů, tj. do školství základního, středního i vysokého, ať už v podobě přijímacích zkoušek či různých evaluačních produktů.

Problematikou se zhruba tuto dobu osobně zabývám, ať už na svých předchozích pracovištích (Táborské soukromé gymnázium s.r.o., dále má vlastní firma - vedení vzdělávacích kursů), zejména však na pracovišti současném - Podkrušnohorské gymnázium, Most, příspěvková organizace. Vzhledem ke své specializaci pracuji pouze s oddíly, které mají přímou souvislost s matematikou, nikoli tedy například s lingvistickou částí.

Původním důvodem mého zaměření tímto směrem byla obecná neochota učitelů matematiky připravovat systematicky žáky na tato testování, často z důvodu nepropracovanosti tématu (víceméně neexistují učebnice a ucelené materiály pro přípravu), někdy dokonce s vysvětlením toho typu, že žák buď studijní předpoklady má a v testování je tudíž úspěšný, anebo je nemá a v tom případě nemá smysl se tím zabývat, neboť takovému dítěti není skoro pomoci. Tento názor, dříve rozšířený mezi žáky a hlavně jejich rodiči, je dnes již naštěstí téměř minulostí, i proto, že „mezery na trhu“ stačilo využít mnoho komerčních institucí a začalo nabízet kursy všemožného typu, formy, úrovně a rovněž ceny. Ne každému ovšem vyhovují parametry nabízených kursů (zejména pro mladší žáky je metoda e-learningu či samostudium této problematiky komplikované, často hraje roli vzdálenost – prezenční kursy většinou probíhají v Praze, Brně, Ostravě, výjimečně v krajských městech atd.). Zájem ze strany žáků o systematickou přípravu na tato testování přímo vyučujícími matematiky tedy trvá.

Druhým důvodem, proč se touto problematikou zabývám, je značný efekt této přípravy, tj. ověřila jsem si a svá šetření rovněž v rámci práce uvádím, že takto testované studijní předpoklady lze skutečně dobře „natrénovat“. V době, kdy stále slyšíme o poklesu matematické gramotnosti, nezájmu žáků o přírodovědné disciplíny a nezřídka i strachu z matematiky, je taková práce i pro učitele celkem motivující.

Problematice OSP se věnuji na současném pracovišti na několika úrovních. Jednak je to v samotné výuce matematiky, dále v rámci volitelných seminářů a nejvíce v podobě tzv. přípravných kursů ke studiu na SŠ, které naše škola pořádá jak pro budoucí studenty 4-letého studia (tedy žáky 9. ročníků), tak pro budoucí primány (tedy žáky 5. tříd).

Ve své práci kromě teoretického pohledu na testování předkládám rovněž experimentální část - výsledky několika výzkumných šetření, které jsem postupně provedla na obou svých dosavadních pracovištích – tedy Táborském soukromém gymnáziu, s.r.o. a dále Podkrušnohorském gymnáziu, příspěvkové organizaci, Most. Kromě toho se mi podařilo získat podle mého názoru poměrně unikátní výsledky testování studijních předpokladů ve vzorku „již vystudovaných vysokoškoláků“ – učitelů humanitních disciplin na středních školách. Dále jsem vytipovala úlohy, které jsou typické právě pro testování v rámci OSP a činí dlouhodobě žákům problémy, případně se s nimi setkávají poprvé právě až při testování. Na základě toho jsem vytvořila pro každé problémové téma interaktivní výukový materiál, který lze využít právě při přípravě na tento typ zkoušky. Uvedené materiály lze použít prioritně pro přípravu žáků na testy OSP v 9. třídách, ale rovněž je možné je zařadit pro přípravu maturantů, případně kdykoli v průběhu studia na ZŠ či SŠ pro rozšíření či zopakování této látky, jako náplň specifických volitelných předmětů na ZŠ i SŠ apod. Většina řešení je podrobně komentována, takže nadanější žák je schopen s materiály pracovat i v rámci samostudia.

2. Cíle a metodika práce

2.1 Cíle práce

Obecným cílem práce je zmapovat problematiku testování tzv. obecných studijních předpokladů pohledem učitele matematiky a dále přinést nové náměty, metody a cesty, jak se s přípravou na toto testování vypořádat.

Práce je rozdělena do dvou základních částí, teoretické a experimentální.

Teoretická část bude tvořena třemi základními oddíly, bude čerpat zejména z uvedené literatury a obsahovat elementární pojmy a vztahy k danému tématu, z nichž řada z nich bude použita v experimentální části práce. Úvodní, ale zároveň nejrozsáhlejší oddíl této části „Obecné aspekty testování“ se zmíní o druzích testů včetně typů úloh, obšírněji bude řešit vlastnosti testu – zejména validitu a reliabilitu a dále popíše zásady tvorby a metody vyhodnocování testu.

Následovat bude oddíl, který zmapuje, jakou šanci uspět v testu má žák, který se na test nepřipravil a všechny odpovědi tzv. „střílí“. Zde budou provedeny některé pravděpodobnostní výpočty. Pro zjednodušení se bude uvažovat test skládající se z 12 otázek a u každé otázky budou nabízeny 3 varianty odpovědí. Dále budou stanoveny podmínky klasifikace pro klasifikační stupně 1-5 a z těchto hypotetických podmínek bude vypočtena pravděpodobnost získání jednotlivých klasifikačních stupňů. Stejné výpočty budou provedeny i pro případ, kdy nabízených variant odpovědí je 5. Na závěr této kapitoly bude řešena otázka, jakými způsoby lze tomuto efektu úspěchu náhodného tipu zabránit.

Třetí oddíl se bude zabývat již přímo testováním tzv. obecných studijních předpokladů. Popíše historii a charakteristiku tohoto testování ve světě i v České republice a seznámí podrobněji se skladbou testů firmy Scio. Konkurenční produkty, zejména tzv. „testy studijních předpokladů“ (dále jen TSP) Masarykovy univerzity v Brně používané u přijímacích zkoušek na jednotlivé fakulty této vysoké školy se v tomto oddílu i v celé práci budou zmiňovat jen velmi okrajově, neboť práce řeší zejména testování na úrovni 9. třídy ZŠ a testy TSP se týkají téměř výhradně maturantů. Zároveň platí, že problematika zpracovávaná testy Scio je z velké části i obsahem i testů TSP, takže práce vlastně bude řešit do určité míry i přípravu na tyto testy.

Těžištěm práce bude experimentální část. Tato část bude tvořit téměř 75 procent předložené práce a předloží původní výsledky a závěry, které vznikly v podmínkách Táborského soukromého gymnázia, s.r.o. a zejména Podkrušnohorského gymnázia, příspěvkové organizace, Most v průběhu posledních cca 10 let (resp. 6 let s pauzami v letech 2004 – 2005 a 2006 – 2008 z důvodu mateřských dovolených autorky). V této části bude podrobně řešena problematika testování obecných studijních předpokladů – kvantitativní část testů, tedy pouze ta, která má s matematikou přímou souvislost.

Situace v oblasti přípravy na testování obecných studijních předpokladů je na rozdíl od testování v jiných předmětech velmi specifická. Jedná se v první řadě o testování, které nemá odpovídající vyučovací předmět (není to ani čistá matematika, ani český jazyk, ani nic jiného), jak již bylo řečeno, málokdo z učitelů se do přípravy na toto testování dobrovolně pouští, řada z nich s testováním nesouhlasí, mnozí nejsou přesvědčeni o efektivitě této práce, dále panuje poměrně nepřehledná situace ohledně obsahu testů v souvislosti s existencí řady testovacích produktů (málokdo z učitelů přesně ví, co testují produkty OSP, co přesně TSP, co ostatní produkty) apod. S tím souvisí také skutečnost, že je k dispozici málo ucelených učebních materiálů pro konkrétní přípravu na testy OSP, nabízejí se většinou pouze různé formy cvičných testů.

Experimentální část práce se pokusí napomoci řešit danou problematiku, a to zejména prostřednictvím těchto cílů:

1. Zjistit, zda je možné se na testování OSP připravit.

2. Zjistit, jak efektivní může být příprava na tyto testy.

3. Vytipovat úlohy, které obecně žáky nejvíce „děsí“.

4. Vytipovat úlohy, se kterými se žáci v běžné výuce matematiky nesetkají, ale v testech se vyskytují. Navrhnout učební text k procvičení těchto úloh.

2.2 Metodika zpracování

Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, těžištěm práce je její experimentální část, která bude hledat odpovědi zejména na čtyři výše uvedené otázky.

Odpovědi na první dvě zmíněné otázky by měly vyplynout z prvního oddílu experimentální práce. Bude provedeno 7 výzkumných studií, které budou statisticky vyhodnoceny. Každá studie se bude týkat jedné konkrétní skupiny respondentů a bude vždy provedena tím způsobem, že na počátku výzkumného šetření bude této skupině zadán test (proběhne tzv. pretesting), poté bude následovat nějaká forma instruktáže (např. přípravný kurs k přijímacím zkouškám – tento vede autorka sama, seminář Logika a OSP – probíhá výhradně pod vedením kolegy, v případě kontrolních skupin neproběhne samozřejmě nic) a v konečné fázi bude zadán jiný test, tj. proběhne posttesting.

Toto pojetí si vyžádá použití celkem 4 různých testů (pretesting úrovně ZŠ, posttesting úrovně ZŠ, pretesting úrovně SŠ, posttesting úrovně SŠ, u skupiny testovaných učitelů bude použit stejný test jako u pretestingu ZŠ). Všechny 4 testy vytvořila sama autorka na základě veřejně dostupných materiálů firmy Scio a literatury a jak již bylo řečeno, šlo pouze o úlohy tzv. kvantitativní části. Důvody k tomu byly ty, že firma Scio má své testy chráněny autorským zákonem a nelze je tedy v originální podobě k těmto účelům použít, dále bylo nutné pro vlastní šetření použít takové testy, které jsou srovnatelné z hlediska skladby úloh, dále bylo nutné ohlídat, aby oba testy měly stejný počet distraktorů u všech úloh atd., toto vše se záměrem, aby si obě testování co nejvíce odpovídala a porovnávali jsme porovnatelné. Přílohy obsahují ukázky dvou těchto zadaných testů, v příloze č. I jde o pretestingový test pro SŠ, v příloze č. II je uveden pretestingový test pro VŠ. Posttestigové testy jsou z hlediska skladby úloh téměř totožné, pouze z pochopitelných důvodů obsahují jiná čísla či je úloha mírně modifikovaná (nejde např. o svačiny, ale o značku sportovní obuvi apod.) a z důvodu navýšení rozsahu rigorozní práce o dalších téměř 20 stran nejsou již uvedeny.

Testy budou vždy vyhodnoceny, a to způsobem totožným, který používá firma Scio (za správnou odpověď obdrží respondent 1 bod, za chybnou odpověď se poměrná část bodu odečítá (v případě 5 variant odpovědí odečítáme 0,25 bodu, v případě 4 variant odpovědí 0,33 bodu atd.), v případě žádné odpovědi neobdrží žák žádný bod. Získané bodové součty pro jednotlivé žáky budou spárovány a budeme zkoumat závislost mezi pretestingem a posttestingem u jednotlivých žáků.

Vyhodnocené testy budou rozpracovány do podrobných datových matic a následně provedeny výpočty v prostředí Microsoft Excel 2003. Bude vypočtena střední hodnota výsledku, směrodatná odchylka středních hodnot a následně dvěma způsoby – ručně i pomocí excelovské funkce bude proveden pro získané dva závislé výběry v každé studii párový T-test. Tento test je tzv. parametrickým testem a je vhodné jej použít, neboť jsou splněna jeho kriteria – jednotlivé hodnoty jsou nezávislé (toho docílíme v praxi tak, že žáci budou sedět v lavici po jednom a navíc nebudou motivováni opisovat, protože budou vědět, že se nejedná o žádnou součást jejich hodnocení), další předpoklad, kterým je normální rozložení sledovaného statistického znaku, sice nemusí být dle Škaloudové [20] dodržen, neboť mírné porušení normality téměř neovlivňuje výsledek párového testu, ale pro úplnost normalitu stejně ověříme pomocí Davidova testu. Pokud jde o testování pedagogů, zde žádné obšírné statistické výpočty provedeny nebudou, neboť jde o soubor o počtu 12 prvků (pedagogů prostě více nebylo) a takové testování nemá větší vypovídací schopnost, do práce je studie zařazena především pro zpestření.

Pomocí výše uvedených statistických výsledků se pokusíme zodpovědět otázku, zda systematická příprava žáků na testy OSP může přinést efekt a jak velký efekt lze očekávat za podmínek, které byly v experimentu nastaveny. Šlo většinou o přípravu 1x týdně 2 hodiny v horizontu 2-3 měsíců.

Na další dvě otázky uvedené v úvodu této kapitoly, tedy ty, které se týkají problematických úloh, budeme hledat odpověď v první řadě opět ve výsledcích provedených studií. Protože se ale jedná pouze o dvojí, resp. čtvero testování, není možné získat touto cestou relevantní výsledky, a proto těžiště této části bude spočívat v rozpracování autorčiny téměř desetileté zkušenosti s testováním obecných studijních předpokladů, a to jak v rámci již zmiňovaných přípravných kursů, tak ze zkušeností s vyhodnocováním přijímacích zkoušek na současném pracovišti a v neposlední řadě z postřehů v rámci vlastní výuky matematiky.

Tímto způsobem budou vytipovány tematické oblasti, které vystupují jako problémové v testech OSP a k nim následně vypracovány powerpointové učební materiály. Tyto materiály mohou sloužit jak k přípravě v rámci standardních hodin matematiky, tak pro potřeby přípravy k přijímacím zkouškám, ať již na různých přípravných kursech či v rámci volitelných předmětů na základní, event. střední škole, případně i pro samostudium žáků. Úlohy, které v nich budou uvedeny, budou připraveny převážně autorkou jako analogické úlohy k těm, které se vyskytují v testech SCIO (originální úlohy z testů ani nelze kvůli autorskému zákonu použít), v případě některých již dobře zpracovaných témat (např. existuje řada velmi pěkných úloh typu „zebra“) bude využito dostupných zdrojů.

3. Teoretická část

3.1 Obecné aspekty testování

Testování je dnes velmi rozšířenou formou zjišťování znalostí, především kvůli nesporným výhodám – objektivitě, snadné archivovatelnosti, rychlé a snadné administraci, nutnosti menšího počtu zkoušejících při určitém počtu žáků apod.

Příprava testových úloh, vlastních testů i práce spojená s vyhodnocováním testů se však řídí určitými pravidly, které je třeba respektovat, chceme-li vytvořit testování, které bude splňovat vše, co od testu očekáváme.

3.1.1 Dělení testů

Testy můžeme rozdělit podle různých hledisek, v této kapitole se omezíme pouze na jejich stručný výčet bez dalších podrobností. Nejznámější typy testů jsou dle [2], [10], [19] a dalších tyto:

a) Ověřovací CR (criterion-referenced)
b) Srovnávací NR (norm-referenced)

a) Objektivně skórovatelné
b) Subjektivně skórovatelné

a) Testy postojů
b) Testy předpokladů (jakýchkoli)
c) Testy schopností, zručností, dovedností
d) Testy výsledků výuky

a) Vstupní testy
b) Výstupní a závěrečné testy
c) Průběžné tématické testy
d) Postupové testy
e) Diferenciační testy
f) Inspektorské testy
g) Evaluační a monitorovací testy
h) Účetní testy
i) Poradenské testy
j) Akreditační testy

3.1.2 Vlastnosti testu

Dobře připravený test by měl splňovat zejména kriteria validity a reliability.

Validitou testu rozumíme účel, cíl testu, tedy zda test měří to, co má měřit. Příkladem, kdy bychom se proti tomu pravidlu provinili, by byla patrně situace, kdy do testu, kterým chceme testovat středoškolskou znalost řešení rovnic, zahrneme např. kubickou rovnici řešitelnou pouze prostřednictvím Cardanových vzorců, která se na střední škole neprobírá.

Validitu můžeme posuzovat dle [2], [10], [25] a dalších z několika hledisek:

Obsahová (kurikulární) validita se zakládá na posudku kompetentních osob, do jaké míry je test v souladu s tím, co skutečně zamýšlíme testovat (konkrétně v oblasti vzdělávání tedy např. posuzujeme, nakolik je obsah testu v souladu s tím, co je v rámcovém vzdělávacím programu, osnovách, standardech a dalších materiálech určujících studijní program, a také s tím, co je skutečně na hodinách vyučováno). Jinak řečeno, obsahově validní test obsahuje dostatečně reprezentativní úlohy zkoušeného učiva.

Konstruktová validita udává, nakolik test měří určitou charakteristiku testovaného (např. bojácnost), eventuálně nějaký psychologický konstrukt (např. sebehodnocení).

Kriteriální (souběžná) validita je založena na tom, že výsledek měření porovnáme například s jinými všeobecně uznávanými údaji o účastnících, které sledují stejné kvality (např. klasifikace). Speciálním případem kriteriální validity je predikční validita, kdy se výsledek testu porovnává s úspěšností účastníka testu v těch oblastech, ve kterých se uplatňují kvality měřené testem – typicky výsledek přijímací zkoušky a úspěšnost ve studiu.

U všech typů testů zpravidla neposuzujeme všechny druhy validity, například při konstrukci vědomostního testu pro nás je nejdůležitější obsahová validita, při posuzování testu studijních předpokladů například validita predikční (kriteriální) apod. Někteří autoři (zejména [10], [12]) uvádějí, že právě testy obecných studijních předpokladů, které tato práce řeší, jsou výborným predikátorem úspěšnosti studentů 1. ročníků vysokých škol zejména u studentů přírodovědných oborů.

Validita testu je samozřejmě ovlivňována všemi nedostatky v testu i v jeho administraci. Nízkou validitu testu budou mít za následek například nejasné a nesrozumitelné pokyny či příliš obtížný jazyk testu, položky s příliš malou či příliš velkou obtížností, položky se špatně volenými alternativami či položky nejednoznačné. Typickou ukázkou jsou některé přijímací testy na vysoké školy, které mohou mít několik správných odpovědí a výběr správných odpovědí se ještě složitým způsobem kóduje. Takový test, i když je třeba zdánlivě z biologie, testuje schopnost orientovat se ve složité struktuře odpovědí a tím snižuje validitu testu jako testu z biologie.

Validitu testu rovněž ohrožuje jeho špatná administrace, zejména opisování žáků, dále špatné vyhodnocení, často např. subjektivní hodnocení položek s otevřenou odpovědí. Validita je také snižována faktory na straně žáka, například trémou, zdravotním stavem, strachem z výsledku, příliš zbrklou a nepřesnou prací atd.

Reliabilitou testu rozumíme spolehlivost testu, tedy míru přesnosti měření testem. Udává schopnost při opakovaném nezávislém měření stejným testem získat stejné výsledky měření (jedná se o koeficient korelace mezi oběma měřeními – číslo od -1 do 1).

V praxi se vyskytují hodnoty od 0 do 1:

nad 0,95	vysoce spolehlivý test
nad 0,85	lze použít jako kriterium při rozhodování o jednotlivcích (např. přijímací zkoušky)
nad 0,7	lze použít jako jedno z více kritérií
nad 0,5	pouze orientační a doplňkové kritérium pro skupiny
0–0,5	nepoužitelný test

Někteří autoři - např. [10] - uvádějí, že u didaktických testů s větším počtem otázek je třeba pracovat s testy s reliabilitou alespoň 0,8, u kratších testů žádají alespoň 0,6.

Reliabilitu lze tedy matematicky vypočítat, vhodnou metodou je dle [10] například Kuderův – Richardsonův vzorec, který má tvar

$$r_{kr} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum pq}{s^2}\right), \qquad (1)$$

kde k je počet úloh v testu, p je relativní četnost žáků, kteří řešili určitou úlohu správně, q je relativní četnost žáků, kteří řešili určitou úlohu nesprávně a s je směrodatná odchylka.

Reliabilitu testu lze ověřit různými postupy:

1. **Metoda test – retest bez časového odstupu**. Zadáme test dvakrát po sobě a vypočítáme koeficient korelace mezi výsledky.

2. **Metoda test – retest s časovým odstupem.** Jde o tentýž test s časovým odstupem.

3. **Metoda paralelních forem bez časového odstupu**. Zadáme druhou formu testu hned po první (např. po skupině A zadáme skupinu B).

4. **Metoda paralelních forem s časovým odstupem.** Analogicky jako v předchozím případě zadáme dvě formy testu, ale ne bezprostředně po sobě.

5. **Metoda s jednou administrací testu (split-half).** Test se rozdělí na dvě poloviny a počítá se koeficient korelace mezi nimi. Obě poloviny musí obsahovat stejné typy otázek.

Je zřejmé, že reliabilitu testu ovlivňuje řada faktorů, z nichž nejdůležitější jsou:

1. **Délka testu** – čím delší test, tím je reliabilita vyšší.

2. **Obtížnost úloh** – příliš lehké a příliš těžké úlohy snižují reliabilitu. Většina úloh by měla mít obtížnost kolem 50 procent.

3. **Diskriminační schopnost úloh –** vyjadřuje míru rozlišitelnosti mezi dobrými a slabými žáky.

4. **Míra „časovanosti" testu** – jestliže je rychlost významným faktorem ovlivňujícím výsledek v testu, bude reliabilita uměle zvýšená.

5. **Rozptyl v úrovni testovaných žáků** – čím je větší, tím je reliabilita vyšší [2].

3.1.3 Typy úloh

Jak uvádějí [2], [10], [19] a další, testové úlohy můžeme dělit podle různých hledisek.

Podle **formy** lze rozdělit úlohy takto:

a) otevřené úlohy – tzv. produkční, žák sám vytváří odpověď, nevybírá si z variant

b) uzavřené úlohy – žák volí jednu či více správných odpovědí z nabízených variant

c) přechodné úlohy – kombinuje výše uvedené možnosti

Podle **cíle** můžeme rozlišit úlohy:

a) na reprodukci – co si žák pamatuje a co je schopen reprodukovat

b) na porozumění – zda žák rozumí tomu, co si pamatuje

c) aplikační – zda je žák schopen znalosti použít

d) analyticko-syntetické – zda je žák schopen rozpoznat souvislosti a vyvodit závěr

Základními údaji, které nás budou při vyhodnocování testů zajímat, jsou bezpochyby:

a) počet žáků, kterým byla otázka (položka) předložená

b) počet žáků, kteří k položce nedošli (nedosaženost)

c) počet žáků, kteří k položce došli, ale nedali odpověď (neřešenost)

d) počet žáků, kteří k položce došli, ale dali neplatnou odpověď

e) počet žáků, kteří dali platnou odpověď

f) počet žáků, kteří správně odpověděli (obtížnost) - obvykle stanovujeme poměrem = kolik vyřešilo správně/kolik četlo a řešilo

g) počet žáků, kteří odpověděli špatně

h) diskriminační index položky (citlivost)

i) korelace mezi položkou a testem (validita položky)

Pro podrobnější položkovou analýzu se navíc využívá:

j) frekvence volby jednotlivých distraktorů

k) průměrná úspěšnost při řešení dané úlohy v různých výkonnostních skupinách žáků

l) průměrné skóre skupin žáků, kteří volili jednotlivé alternativy

m) interkorelace mezi jednotlivými položkami

Diskriminační index položky (citlivost) vyjadřuje míru rozlišovat mezi dobrými a slabými žáky. U ověřovacích testů nemá význam, ale je důležitý u srovnávacích testů. Platí, že čím vyšší je diskriminační schopnost otázek, tím lepší je reliabilita testu.

K výpočtu lze použít následující postup:

1. Seřadíme všechny žáky podle úspěšnosti v celém testu.

2. Vybereme asi 27 % nejlepších a 27 % nejhorších žáků.

3. Zjistíme, kolik procent žáků v těchto skupinách vyřešilo danou položku správně.

4. Po odečtení obou údajů získáme diskriminační index položky v procentech [19].

3.1.4 Zásady tvorby testů

Vytvořit kvalitní test není zcela jednoduchá záležitost, je třeba řídit se řadou pravidel, z nich jako nejdůležitější uvádí [2] tato:

1. Ujasnit si, co testuje úloha, jaký obsah a na jaké úrovni (testovat podstatné, ne chytáky a pozor na „oblíbené“ otázky).

2. Zvolit optimální formu otázky vzhledem k cíli testování.

3. Formulace otázky musí být jasná a srozumitelná (bez nepodstatných informací).

4. Netestovat jiné dovednosti (znalost cizích slov, příbuzné znalosti).

5. Úloha nesmí nikoho zvýhodňovat (pohlaví, regiony, ...).

6. Každá úloha musí být jednoznačná. Musí být jednoznačné, na co se ptáme a co je správná odpověď. Musí být zřetelný rozdíl mezi odpověďmi. Čím mladší je testované dítě, tím větší rozdíl je třeba.

7. Formulace úlohy má být co nejstručnější. Musí obsahovat jasnou instrukci, co má žák udělat (vyberte, rozhodněte, doplňte…), ideálně na začátku textu (ohled na časovou náročnost testu).

8. Každou úlohu by měl autor pořádně promyslet a několikrát se k ní vrátit, aby formulace byly co nejlepší.

9. Formulace otázky by měli zkontrolovat alespoň dva jiní lidé. Autor může mít zkreslenou představu o tom, co ve skutečnosti napsal. Nikdy bychom neměli přehlížet jakékoliv kritické připomínky.

10. Distraktory by měly vycházet ze skutečných chyb žáků.

11. Distraktory by měly být logicky seřazeny a pozor na nepřímou nápovědu (nejdelší odpověď je správná – viz některé testy vyhlášek).

12. Pokud má otázka charakter nedokončené věty, měly by alternativy stylisticky navazovat.

13. Zkontrolovat, aby popisy případných grafů a obrázků byly ve shodě se zadáním.

14. Pozor na opravy na poslední chvíli!

Při tvorbě testu je vhodný následující postup:

1. Sestavit specifikační tabulku.

2. Tvorba banky úloh.

3. Ověřování úloh (pilotování).

4. Úprava úloh, položková analýza.

5. Redundantní verze a oponentura redundantní verze.

6. Finální verze a pretestace finální verze na vzorku blízkém cílové skupině.

7. Administrace, vyhodnocení, reklamace, poučení.

Základní parametry testu jako celku, které je třeba sledovat, jsou:

1. Celková náročnost testu.

2. Časová přiměřenost testu (aspoň 80% by mělo dosáhnout aspoň 90% položek).

3. Reliabilita testu.

4. Standardní chyba měření.

5. Ekvivalentnost forem (skupina A i B dává stejné výsledky?).

6. Porovnání výsledků chlapců a děvčat (ekvivalence testu pro obě pohlaví).

Kromě výše uvedeného se osvědčila následující pravidla:

1. Používat co nejméně různých typů úloh. Čím častěji se mění typ úlohy, tím víc chyb testovaných. Ještě horší je změna tématu.

2. Rozčlenit test podle témat nebo chronologicky. Použít nadpisy, sníží to časovou náročnost testu. Žák si může vybrat pořadí, v jakém chce úlohy řešit. Navíc příklady z různých témat, které se střídají, stresují žáka a narušují jeho koncentraci.

3. Na počátek a konec testu dát jednodušší úlohy. Je to spíše psychologický trik, který umožní nevyděsit testovaného hned na počátku testu a rovněž na konci testu odchází testovaný s lepším pocitem a bez deprese.

4. Test by mělo tvořit co nejvíce lidí. Úlohy je také vhodné brát z více zdrojů. Zajistí se větší rozmanitost a eliminují se subjektivní vlivy.

5. Je dobré mít na výběr přinejmenším dvojnásobný počet úloh, než kolik je potřeba [2].

3.1.5 Metody vyhodnocování testů a položková analýza

Jak uvádí [26], vyhodnocování testu a analýzu jeho závěrů je možné provést několika různými způsoby. Tradiční a u nás stále ještě nejvíce preferovaná je tzv. klasická teorie testů (Classical Test Theory, CTT), ve světě si však oblibu získala především přesnější a podrobnější tzv. Teorie odpovědi na položku (Item - Response Theory, IRT). Kromě toho existuje ještě Measurement Decision Theory (MDT), který je na rozdíl od předchozích zatím méně používaný, ale rozvíjející se přístup, který umožňuje především přesněji dělit respondenty do kategorií a úrovní.

Moderní metodou je bezpochyby tzv. Teorie znalostních prostorů (Knowledge Spaces Theory, KST), která umožňuje mapovat vztahy mezi jednotlivými položkami z hlediska vlastností, které u respondenta měří. Jde o tzv. adaptivní, tedy takové testování, kdy jsou respondentovi generovány nové úlohy dynamicky na základě jeho odpovědí na předchozí položky. Toto testování je nutně počítačové.

Klasická teorie

Dle [26] klasická teorie testů předpokládá, že pro každého testovaného existuje u každé položky testu a v celém testu tzv. true skóre, které vyjadřuje, jakého výsledku by v položce a v testu měl dosáhnout – jaký odpovídá jeho znalostem či dovednostem. Reálný výsledek testovaného v položce V_i se potom vyjadřuje jako součet jeho true skóre T_i a náhodné odchylky E_i:

$$V_i = T_i + E_i \tag{2}$$

Náhodné odchylky mohou mít pro různé respondenty a různé položky obecně různé rozptyly. Některé modely klasické teorie testů ovšem předpokládají rovnost rozptylů (pro různé respondenty i pro různé položky), a dokonce i rovnost jednotlivých true skóre.

Základní rozdělení modelů klasické teorie testů spočívá dle [26] v tom, zda:

- rozdíly true skóre mezi jednotlivými respondenty jsou ve všech položkách konstantní (předpoklad stejné diskriminace položek); pak se v případě, že:

  - všechny položky mají pro jednoho respondenta totožné true skóre (jeden respondent má u všech položek stejnou pravděpodobnost správné odpovědi) i rozptyly, jedná o **model paralelních položek**,
  - všechny položky mají pro jednoho respondenta totožné true skóre, ale obecně různé rozptyly, jedná o **model tau-ekvivalentních položek**,
  - položky mají pro jednoho respondenta různé true skóre i různé rozptyly, jedná o **model v podstatě tau-ekvivalentních položek**

- mohou být rozdíly true skóre mezi jednotlivými respondenty v různých položkách různé (předpoklad různé diskriminace)

V případě srovnávacího testu se poměrně často posuzuje, jak moc se do pozorovaných výsledků respondentů promítají jejich true skóre a náhodné odchylky. Velký vliv true skóre na pozorované výsledky znamená vždy to, že se na výsledky dá dobře spolehnout (odrážejí ve velké míře skutečnou úroveň dovedností). Podíl variability true skóre z variability pozorovaných výsledků vyjadřuje reliabilitu testu a její pomocí lze vyčíslit nepřesnost testového měření. Klasická teorie testů připouští, že dva různé testy mohou zjišťovat stejnou dovednost, avšak výsledky mezi nimi se musejí vzájemně přepočítávat (každý test má vlastní hodnotící škálu). Z toho důvodu jsou v klasické testové teorii důležité standardizované testy.

Skóre v testu se obvykle počítá jako součet skóre v jednotlivých položkách. Nejjednodušší typ skóre je tzv. hrubé skóre (raw score), kdy u dichotomických položek za každou úspěšně řešenou položku dostane respondent jeden bod, za neúspěšně řešenou nebo vynechanou položku nedostane nic; u polytomických položek dostává respondent tolik bodů, kolik odpovídá jeho odpovědi. Hrubé skóre u dichotomických položek je tedy rovno počtu správně vyřešených položek v testu, bez ohledu na počet nesprávně vyřešených a vynechaných položek [26].

V praxi se často používá metoda tzv. „záporných bodů“. Studenti ji dost často vnímají ale negativně a odvolávají se obvykle na „neférový test“. Princip spočívá v tom, že pokud chceme redukovat možnost vyřešit uzavřenou úlohu náhodným tipováním, lze stanovit, že za nesprávnou odpověď se odečítá část bodu (např. u úloh s pěti možnostmi v nabídce se odečte čtvrtina bodu), aby střední hodnota bodového zisku při náhodném tipování byla rovna nule. Teoreticky pak může být celkové skóre i záporné, pokud je student výrazně neúspěšný. Další modifikace uvedeného postupu je pak ta, že jednotlivým položkám mohou být místo jednoho bodu přiřazeny různé počty bodů. V tom případě se jedná o vážené skóre. Váhy (počty bodů) lze přiřazovat podle různých kritérií, např. podle obtížnosti, podle časové náročnosti, podle obsahu atd. Lze také stanovit, že se skóre přiřazuje podle odpovědí respondenta ve více položkách najednou, např. bod se dává jen za správné řešení celé trojice položek. Pro lepší porovnatelnost se hrubé skóre transformuje na některou standardní škálu. Toho lze docílit např. použitím některé z lineárních transformaci (např. na Z-skór nebo T-skór) anebo převést skóre na pořadí a vyjádřit jako percentil respondenta v testu.

Jak již bylo zmíněno dříve, důležitou vlastností testu je validita, tedy zda test měří, co má a dále reliabilita, která vyjadřuje, jak přesné je měření.

Reliabilita má dle [24] význam především v klasické teorii testů, naopak při použití metody Item - Response Theory je vhodnější vyjádřit nepřesnost měření přímo pomocí standardní chyby odhadu.

Jak lze reliabilitu testu vyjádřit?

Jak již bylo řečeno, modely klasické teorie testů předpokládají, že výsledek v testu V je pro každého respondenta možné rozložit na jeho true skóre T a náhodnou odchylku (chybu) E. Platí tedy

$$V = T + E \tag{3}$$

přičemž T a E jsou nezávislé veličiny.

Jinak řečeno - výsledek v testu je tedy odhadem pro true skóre a náhodná odchylka je chybou tohoto odhadu. Rozptyl výsledků všech respondentů v testu je pak součtem rozptylů jejich true skóre a rozptylů chyb odhadu:

$$\mathrm{var}\, V = \mathrm{var}\, T + \mathrm{var}\, E \tag{4}$$

Reliabilita ρ je definována jako podíl rozptylu true skóre T a rozptylu zjištěných výsledků V, tedy

$$r = \frac{\mathrm{var}\, T}{\mathrm{var}\, V} \tag{5}$$

Z toho plyne po úpravě

$$r = 1 - \frac{\mathrm{var}\, E}{\mathrm{var}\, V} \tag{6}$$

Reliabilita je číslo nacházející se obvykle mezi čísly 0 a 1, což je dáno tím, že rozptyly náhodných veličin jsou za obvyklých okolností kladné. Hodnoty blízké 1 nám signalizují, že variabilita zjištěných výsledků je téměř celá vysvětlitelná pomocí true skóre respondentů, a také, že podíl chyby odhadu je minimální. Naopak nízké hodnoty reliability znamenají, že výsledek v testu je ve velké míře zatížen chybou odhadu [26].

Reliabilita je v klasické testové teorii vázána na určité konkrétní testování. V případě testu s paralelními, tau-ekvivalentními a v podstatě tau-ekvivalentními položkami ji lze přímo vypočítat, pro ostatní případy platí, že lze pro ni zjistit alespoň dolní mez. K dispozici máme řadu matematicko-statistických metod.

Metoda opakovaného měření

může být použita tam, kde lze měření u stejného souboru opakovat za zcela totožných podmínek. Koeficient reliability se pak určuje jako korelační koeficient mezi prvním a druhým měřením. V pedagogicko - psychologické praxi není tato metoda běžná, protože bývá velmi obtížné zajistit dvakrát po sobě zcela identické podmínky měření, zejména proto, že výsledky druhého měření bývají ovlivněny zkušeností získanou při prvním měření.

Metoda paralelního měření

je velmi vhodná, pokud máme k dispozici dvě ekvivalentní formy téhož testu. Pro výpočet reliability pak použijeme korelační koeficient mezi výsledky těchto dvou paralelních testů. Úskalím této metody je požadavek na dvě skutečně ekvivalentní formy testu.

Metoda „Split-half"

je metoda výpočtu realibility založená na korelaci výsledků žáků ve dvou polovinách testu. Je totiž nezbytné, aby každá z polovin reprezentovala celý test, proto mezi nejpoužívanější způsoby dělení patří rozdělení testu na sudé a liché úlohy. Zjištěná korelace mezi polovinami se poté koriguje pomocí tzv. Spearman-Brownova vzorce:

$$r = \frac{2r_{half}}{1 + r_{half}} \tag{7}$$

kde r_{half} je korelace mezi polovinami testu.

Platí, že metoda split-half počítá reliabilitu správně, pokud jsou poloviny testů vůči sobě aspoň v podstatě tau-ekvivalentní.

Metoda „Cronbachovo alfa"

Cronbachovo alfa je metoda výpočtu reliability založená na analýze vnitřní konsistence testu. V současné době je standardní používanou metodou, přestože existují přesnější odhady (např. koeficient L2)

$$a = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \partial_{Y_i}^2}{\partial_x^2}\right) \tag{8}$$

V uvedeném vztahu vystupují tyto veličiny - n je počet položek, ∂_x^2 rozptyl celkového skóre respondentů a $\partial_{Y_i}^2$ rozptyl skóre respondentů v i-té položce.

Platí, že Cronbachovo alfa pro testy s paralelními, tau-ekvivalentními a v podstatě tau-ekvivalentními položkami odpovídá reliabilitě, v ostatních případech je menší nebo rovné reliabilitě. [24]

Další metody jsou výrazně složitější a používají se jen zřídka.

Velmi důležitá je rovněž souvislost reliability a nepřesnosti výsledků testování. Z definice reliability lze odvodit rozptyl chyby odhadu:

$$\operatorname{var} E = \operatorname{var} V (1 - r) \tag{9}$$

Nepřesnost testu pak vyjadřujeme jako standardní chybu (směrodatnou odchylku) odhadu, tedy $\sqrt{\operatorname{var} E}$.

Jak vidno, ze zjištěných výsledků v testu lze směrodatnou odchylku vypočítat snadno, tudíž dokážeme při znalosti reliability určit standardní chybu odhadu a tím vyčíslit nepřesnost testu. Takto zjištěná standardní chyba odhadu je ovšem jen průměrem chyb za všechny respondenty a na individuální úrovni má jen orientační použití. Každý respondent může mít samozřejmě standardní chybu odhadu jinou [24].

Příklad

Pokud Karel získá v testu 40 bodů, test má reliabilitu 0,91 a směrodatná odchylka skóre všech účastníků je 10, je obecná standardní chyba odhadu 3 body (hodnotu získáme dosazením do výše uvedených vzorců). Orientačně můžeme říct, že true skóre Karla se od jeho výsledku liší s nadpoloviční pravděpodobností nejvýše o 3 body (je tedy mezi 37 a 43 body).

V klasické teorii testů provádíme rovněž položkovou analýzu. Cílem položkové analýzy je zjistit, zda všechny položky použité v testu přispívají ke splnění jeho účelu a identifikovat položky, které tomu mohou nějak bránit. Položková analýza v klasické teorii testů pracuje obvykle s těmito charakteristikami:

- **hrubá úspěšnost** – podíl respondentů, kteří položku řešili správně
- **čistá úspěšnost** – podíl průměrného skóre v položce k maximálnímu možnému skóre (čistá úspěšnost bere v úvahu i případné bodování částečně správných odpovědí a odečítání části bodů za nesprávné odpovědi)
- **korigovaná úspěšnost** – totéž, co čistá úspěšnost, ale vypočtená bez respondentů, kteří se k položce pravděpodobně nedostali (od příslušné položky až do konce testu neuvedli odpověď)
- **celková diskriminace** – rozdíl průměrů úspěšností (zpravidla čistých nebo korigovaných) v položce pro skupiny nejlepších a nejhorších řešitelů testu; skupiny se definují jako 20 až 30 % nejlepších/nejhorších podle celkového skóre

- **diskriminace podle skupin –** rozdíl průměrů úspěšností (zpravidla čistých nebo korigovaných) v položce pro skupiny definované statistickým znakem (pohlaví, typ školy apod.); u ověřovacích testů se využívá například rozdíl pro skupiny podle vlastnictví určité certifikace nebo apriorního rozdělení účastníků
- **korelace skóre položky se skóre ve zbytku testu**

Díky takto změřeným vlastnostem pak můžeme dobře posuzovat kvalitu jednotlivých položek testu [26].

Aby bylo možné porovnat výsledky různých respondentů v různých testech, je nutné, aby existovala nějaká vazba mezi skupinami účastníků nebo mezi položkami různých verzí testů.

Porovnání výsledků v různých testech je možné některou z níže popsaných metod.

a) Lineární metoda

Lineární metoda je založena na lineární transformaci skóre v různých verzích testu na stejnou škálu. Základním typem transformace je z-transformace:

Z-skór = (skóre – průměrné skóre skupiny) / směrodatná odchylka skóre skupiny (10)

Z-skór vyjadřuje polohu skóre účastníka vůči průměru jeho skupiny, a to v počtu směrodatných odchylek. Obvykle se pohybuje mezi –3 a 3 a může nabývat rovněž desetinných hodnot. Pokud jsou skupiny účastníků různých verzí testů ekvivalentní, lze předpokládat, že účastník se skóre na průměru své skupiny (tj. se *Z*-skórem hodnoty 0) by velmi pravděpodobně dopadl stejně i v jiné verzi testu; účastník vzdálený o jednu směrodatnou odchylku skupiny nad jejím průměrem (*Z*-skór hodnoty 1) by byl opět o jednu směrodatnou odchylku nad průměrem i v jiné skupině apod. Proto se účastníci z různých skupin, ale se stejným *Z*-skórem považují za rovnocenné.

Transformaci lze provádět i na jinou škálu, např. ***T***-transformace transformuje ***Z***-skór takto:

T-skór = 10 x Z-skór + 50 (11)

V jiných případech než ekvivalentních skupin je použití lineární metody problematické.

b) Ekvipercentilová metoda

Tato metoda je založena na porovnávání kumulativních distributivních křivek. Zjednodušeně řečeno, ekvipercentilová metoda srovnává účastníky, kteří v jednotlivých variantách dosáhli stejného percentilu (předstihli stejné množství ostatních účastníků dané varianty). Na rozdíl od lineární metody je ekvipercentilová metoda přesnější na celé škále skóre.

Metoda využívá převod skóre na percentil. Srovnání skóre z různých verzí testu dosáhneme tak, že ke každému skóre z jedné varianty přiřadíme skóre z ostatních variant, které v příslušné variantě odpovídá stejnému percentilu. Předpokladem ekvipercentilové metody je ovšem opět ekvivalence skupin.

c) Zřetězená ekvipercentilová metoda

Zřetězená ekvipercentilová metoda se užívá pro srovnávání výsledků v případě neekvivalentních skupin. Postup výpočtu pro případ překryvných úloh je následující:

- jedna verze testu se rozdělí na dvě části: část překryvnou a část unikátní
- tyto dvě části absolvovala stejná skupina účastníků, proto lze skóre v těchto částech porovnat pomocí základní ekvipercentilové metody
- jsou-li skóre v překryvné části přiřazeny percentily, lze použít základní ekvipercentilovou metodu na tuto překryvnou část a unikátní část jiné verze testu
- každému percentilu se pak pro danou verzi testu přiřadí součet skóre, které tomuto percentilu odpovídá v překryvné části, a skóre, které mu odpovídá v unikátní části této verze [24].

Jak již bylo řečeno, klasická teorie testů je nejtradičnější a u nás zůstává nejrozšířenější. Okrajově zmiňme ještě další principy, které se používají ve světě, ale u nás si své místo teprve hledají. Jde především o metody Item – Response Theory a Teorii znalostních prostorů.

Item - Response Theory

Každé testování, které používá víc než jedno testové zadání, se potýká s problémem, jak zaručit srovnatelnost výsledků. Touto problematikou se začala významně zabývat až moderní teorie testování (IRT, item-response theory).

V klasické teorii testování se úspěšnost žáků a obtížnost testových položek vyjadřuje obvykle v procentech, resp. jako podíl z maximálního možného počtu bodů či maximální možné úspěšnosti. Tyto ukazatele jsou celkem názorné a snadno pochopitelné i interpretovatelné, ovšem vztahují se ke konkrétnímu zadání či konkrétní skupině účastníků testování. Vymění-li se totiž v testu některé úlohy, dosáhnou stejní žáci odlišné úspěšnosti; vymění-li se pro stejný test někteří účastníci, bude obtížnost testových položek odlišná.

O co tedy jde v moderní IRT? Tato teorie se pokouší stanovit pro každou testovou položku stálou charakteristiku obtížnosti položky a pro každého žáka stálou charakteristiku úrovně schopností. K tomu účelu zavádí omezující předpoklad, tzv. charakteristickou křivku položky. Tato křivka vyjadřuje, jaká je pravděpodobnost, že žák s danou úrovní schopností položku vyřeší.

Znalostní prostory

Jak již bylo řečeno, tzv. teorie znalostních prostorů (Knowledge Spaces Theory, KST) je moderní metodou, která umožňuje mapovat vztahy mezi jednotlivými položkami z hlediska vlastností, které u respondenta měří. Jde o tzv. adaptivní, tedy takové testování, kdy jsou respondentovi generovány nové úlohy dynamicky na základě jeho odpovědí na předchozí položky. Toto testování je nutně počítačové [26].

3.2 Role a význam „náhodné střelby" pro úspěšnost v testování

Je nasnadě, že testování se pro ověřování znalostí využívá ve stále větší míře. Nejpoužívanější jsou testy, v nichž žák obvykle vybírá jednu správnou odpověď z několik nabízených. S těmito tzv. multiple-choice testy se právě setkáváme i u zmiňovaného testování obecných studijních předpokladů.

Jak uvádí [11], na jedné straně jsou zjevnými výhodami testování rychlá oprava, snadná archivace atd., ale oproti jiným způsobům prověřování znalostí má testování nepochybně i své negativní stránky. Tou hlavní je možnost „náhodné střelby" neboli tipování odpovědí – výběr zcela náhodným způsobem, který může zapříčinit, že v testu uspěje i žák nepřipravený.

V souvislosti s výše uvedeným hlavním negativem testování si patrně položíme tyto otázky:

- Jak velkou šanci na úspěch má žák, který odpovědi pouze hádá?
- Je známka za test věrohodná?
- Jak konstruovat test, aby riziko „náhodného úspěchu" bylo minimální?

Uvažujme pro jednoduchost takovou situaci, kdy bude test obsahovat 12 otázek, ke každé otázce budou nabízeny tři odpovědi, z nichž právě jedna je správná. Klasifikace probíhá podle následujícího schématu.

Počet správných odpovědí	12, 11	10, 9	8, 7, 6, 5	4, 3	2, 1, 0
Klasifikace	1	2	3	4	5

Postupně vypočtěme, jaké jsou šance žáka, který není připraven na test a pouze hádá, že získá známku 1, 2, 3, 4, 5. Při výpočtu použijeme známého vzorce zvaného Bernoulliovo schéma.

Chce-li žák získat hodnocení 1, musí dle našeho schématu alespoň 11 krát (tj. 11 či 12 krát) odpovědět správně. Pravděpodobnost tohoto jevu vyjádříme jako hodnotu

$$P(1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} + \binom{12}{11}\left(\frac{1}{3}\right)^{11} . \frac{2}{3} = 0{,}000047$$

Jak je vidět z výsledné hodnoty, získat známku 1 bez předchozí přípravy je z hlediska pravděpodobnosti skoro vyloučeno.

Zkusíme získat známku 2 bez předchozí přípravy, tj. musíme se „strefit“ 9 či 10 krát. Pravděpodobnost bude tedy rovna

$$P(2)=\binom{12}{10}\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\left(\frac{2}{3}\right)^{2}+\binom{12}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^{9}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=0{,}003808$$

Výsledná pravděpodobnost je zhruba 100 krát větší než v předchozím případě, ale pořád velice malá.

Analogicky zkusíme vypočítat další pravděpodobnosti, tedy nejprve, že získáme známku 3 (dle našeho schématu správné odpovědi v počtu 5, 6, 7 8).

$$P(3)=\sum_{i=5}^{8}\binom{12}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^{i}\left(\frac{2}{3}\right)^{12-i}=0{,}364624$$

Pro úplnost dopočítejme ještě zbylé hodnoty pravděpodobnosti získání známky 4 a 5.

$$P(4)=\sum_{i=3}^{4}\binom{12}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^{i}\left(\frac{2}{3}\right)^{12-i}=0{,}450398$$

$$P(5)=\sum_{i=0}^{2}\binom{12}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^{i}\left(\frac{2}{3}\right)^{12-i}=0{,}181123$$

Jak je vidět ze získaných hodnot, získání známky 3 už zcela nereálné není, naopak lze říci, že získat známku 3 pouhým hádáním je možné. Pravděpodobnost tohoto jevu je poměrně vysoká a známka 3 již přestává být věrohodnou.

Jednou z cest, jak eliminovat hádání, je zvětšit počet nabízených odpovědí ke každé otázce. I tento přístup má však svá omezení. Přidávání dalších odpovědí nemusí vždy nutně vést ke ztížení situace, neboť není vždy možné přidat „stejně kvalitní“ odpovědi. Je evidentní, že přidáváním „nesmyslných“odpovědí žákům úlohu neztížíme.

Zkusme stejný případ pozměnit tak, že ke každé otázce bude nabízeno 5 odpovědí, z nichž právě jedna je správná. Všechny ostatní parametry ponecháme stejné – tj. máme opět 12 otázek, klasifikace bude probíhat podle stejného klíče.

Pro získání známky 1 vypočteme pravděpodobnost

$$P(1) = \left(\frac{1}{5}\right)^{12} + \binom{12}{11}\left(\frac{1}{5}\right)^{11}.\frac{4}{5} = 0{,}000000201$$

A zjišťujeme, že je cca 100 krát menší než v případě výběru ze 3 odpovědí.

Analogicky vypočteme pravděpodobnost získání známky 2

$$P(2) = \binom{12}{10}\left(\frac{1}{5}\right)^{10}\left(\frac{4}{5}\right)^{2} + \binom{12}{9}\left(\frac{1}{5}\right)^{9}\left(\frac{4}{5}\right)^{3} = 0{,}000061997$$

dále známky 3

$$P(3) = \sum_{i=5}^{8} \binom{12}{i}\left(\frac{1}{5}\right)^{i}\left(\frac{4}{5}\right)^{12-i} = 0{,}072493302$$

dále známky 4

$$P(4) = \sum_{i=3}^{4} \binom{12}{i}\left(\frac{1}{5}\right)^{i}\left(\frac{4}{5}\right)^{12-i} = 0{,}369098752$$

a konečně známky 5

$$P(5) = \sum_{i=0}^{2} \binom{12}{i}\left(\frac{1}{5}\right)^{i}\left(\frac{4}{5}\right)^{12-i} = 0{,}558345748$$

Není rozhodně překvapivé, že šance získat známku 1 nebo 2 u nepřipraveného žáka a ještě menší než v předchozím případě (přidáním odpovědí s jistotou ztěžujeme hádání) [11]. Samozřejmě, že klesne i pravděpodobnost, že žák získá hádáním známku 3. Pravděpodobnost tohoto jevu je sice výrazně menší než v předchozím případě, ale na natolik, abychom mohli považovat tento jev za prakticky nemožný. I v tomto případě nelze považovat známky 3 a 4 z hlediska statistiky za věrohodné.

Bohužel většinou až právě u této známky (3, v některých případech dokonce postačuje i hodnocení „4“!) bývá stanovena „laťka“ úspěšnosti, neboli tato hodnota žákovi pro nějaký účel může postačovat. Tzn. pravděpodobnost, že žák uspěje, získáme sečtením pravděpodobností pro získání známek 1-3 (resp. 1-4) a to je již hodnota významná. Nelze tedy považovat hodnocení „uspěl“ za věrohodné.

Jaké jsou tedy další cesty ke zvýšení věrohodnosti testu? Jak již bylo řešeno v úvodu, firma Scio používá postup, který spočívá v odčítání poměrné části bodu za špatnou odpověď. To je jistě cesta, která vede k tomu, že se tipování přestává vyplácet.

Dalším významným momentem je to, že naše výpočty jsme provedli pro test velmi omezeného rozsahu – pouze 12 otázek. V případě testů obecných studijních předpokladů a podobných produktů se ovšem reálně používají testy v rozsahu cca 85 i více otázek, což je situace zcela jiná.

Dalším krokem k omezení vlivu tipování odpovědí jsou jistě postupy, které používají např. lékařské fakulty pro účel přijímacího řízení a pro ty je charakteristické, že není určen přesný počet správných odpovědí – otázka může mít jednu či více správných odpovědí a tento počet není předem znám. Navíc opět penalizují špatné odpovědi srážením poměrných částí bodů.

Závěrem lze říci, že testování, pokud jde o „dokonalejší verzi“ – tj. s nabídkou většího množství odpovědí, se srážkou poměrné části bodu za špatné odpovědi apod. – lze rozhodně považovat za nástroj, který je možný v praxi s úspěchem pro ověřování znalostí a dovedností používat. Kromě toho umožňuje prověřování testováním úlohy různě přeházet a vytvořit takové množství variant, které potřebujeme, takže v podstatě znemožníme žákům opisovat (výhody velkého množství mutací objevily a s úspěchem využívají např. autoškoly u zkušebních teoretických testů).

3.3 Problematika testování tzv. studijních předpokladů

3.3.1 Historie a charakteristika testování obecných studijních předpokladů ve světě i v České republice

Obecné studijní předpoklady je možné chápat jako určitý specifický studijní potenciál člověka, tedy spíše než o znalosti jde o schopnosti a dovednosti, které předurčují člověka k tomu, aby mohl dobře studovat. Jedná se tedy o jakousi míru schopnosti učit se.

Testování obecných studijních předpokladů proniklo do českého školství koncem devadesátých let minulého století, a to iniciativou společnosti Scio. Její test OSP je odvozen z testu Graduate Record Examination dlouhodobě užívaného v USA. V České republice, stejně jako v USA, hraje největší roli v přijímacím řízení, a to jak do různých typu studia ve středním školství, tak i na VŠ. Často je tento test rovněž součástí evaluačních (hodnotících) projektů pro školy. Vzhledem k jeho obecnému zaměření na specifický intelektuální potenciál se využívá nejen v oblasti vzdělávání, ale například také v oblasti personalistiky [21].

Podobné testování, označované jako TSP („Test studijních předpokladů“) je ve své podstatě konkurenční produkt, který používá Masarykova univerzita v Brně, a to v přijímacím řízení na většinu svých fakult. Mírně se od testu OSP společnosti Scio odlišuje – obsahuje více oddílů a zároveň jednotlivé oddíly obsahují méně úloh. Na rozdíl od testu OSP je ale počet úloh v TSP nestálý a často se mění.

Další z příbuzných testů používají u nás rovněž pedagogicko-psychologické poradny. Tyto instituce poskytují často také poradenství pro žáky základních škol a studenty středních škol, kteří se rozhodují o pokračování své studijní dráhy. Toto poradenství se opírá o hloubkové šetření, v němž jsou zjišťovány komplexní předpoklady – osobnostní i studijní. Vyšetření má často dvě části. Při první návštěvě poradny proběhne skupinové testování trvající 3 – 4 hodiny. Obsahuje mnoho částí - zkoušku rozumových schopností, didaktické testy z češtiny a matematiky, zájmové a osobnostní dotazníky. Při druhé návštěvě poradny jsou pak uchazečům sděleny výsledky vyšetření a doporučen vhodný typ studia.

Jak již bylo řečeno, testování tohoto typu se běžně používá i ve světě, a to podstatně delší dobu, již skoro 50 let. Již zmiňovaný GRE (Graduate Record Examination) je v anglicky mluvících zemích (především v USA) využíván jako jedna z částí přijímacího řízení na magisterské obory na vysokých školách. Test, který je používán už od roku 1966, vytvořila a rovněž spravuje americká organizace Educational Testing Service. Test uchazeč skládá standardně na počítači, avšak v zemích, kde není dostupný počítačový test, jej uchazeč absolvuje v papírové podobě.

GRE test se skládá ze tří částí, které zjišťují zejména schopnosti ve verbální a kvantitativní oblasti a také schopnost analytického psaní. Verbální část testuje především schopnost analyzovat a vyhodnotit psaný text a propojit informace získané z textu, analyzovat vztahy mezi jednotlivými částmi vět a rozpoznat vztahy mezi slovy a pojmy. Kvantitativní část má „blízko“ k matematice, testuje schopnost rozumět základním konceptům aritmetiky, algebry, geometrie a analýzy dat, kvantitativní úsudek a rovněž schopnost řešení kvantitativních problémů. Analytická část testuje schopnost jasně artikulovat komplexní myšlenky, ověřovat tvrzení a fakta, schopnost podpořit myšlenky relevantními argumenty a příklady a obstát v diskusi a rovněž schopnost ovládat standardní psanou angličtinu. Test OSP v jeho české podobě byl inspirován právě testem GRE.

Dalším mezinárodním testem tohoto typu, který lze rovněž absolvovat i u nás, je zkouška SAT (konkrétně SAT Reasoning Test, nejobvyklejší a fakultami nejvíce vyžadovaná varianta). Zohledňuje ji při svém přijímacím řízení např. Národohospodářská fakulta VŠE v Praze, Fakulta informačních technologií VUT v Brně a další.

Většina vysokých škol u nás pracuje v rámci přijímacího řízení spíše s výsledky tzv. Národních srovnávacích zkoušek (NSZ), které jsou ale zkoušce SAT velmi podobné. Jedná se o certifikované zkoušky, které připravuje, organizuje, vyhodnocuje a jejichž výsledky distribuuje opět společnost Scio.

Do roku 2006 sloužily tyto zkoušky pouze na některých českých vysokých školách jako alternativa přijímacích zkoušek, případně byly jejich výsledky uchazečům bonifikovány. Od školního roku 2006/2007 se staly na některých fakultách povinnou součástí přijímacího řízení. K výsledkům zkoušky se přihlíží i na vybraných vysokých školách na Slovensku.

NSZ sestávají z několika samostatných testových zkoušek. Obsah testů se vytváří v součinnosti s fakultami, které testy používají. Součástí zkoušek je ale vždy test obecných studijních předpokladů, který je oborově nezávislý a rámcově postihuje představu velké části fakult o obecných požadavcích na studenta vysoké školy.

Zkoušky probíhají v několika termínech paralelně na několika místech v Česku a také na Slovensku. Zkoušku je možné absolvovat několikrát a započítává se pouze nejlepší výsledek. Výsledek zkoušky každého účastníka se uvádí jako harmonizovaný percentil. Lze jej proto komponovat mezi další kritéria pro přijetí, např. mezi další interní zkoušky fakulty, případně další informace o uchazeči [26].

3.3.2 Specifika a skladba testů obecných studijních předpokladů v České republice

Standardní test OSP (verze společnosti Scio) se skládá ze tří částí – verbální, analytické a kvantitativní. Jde celkem o **85 úloh**, na které mají žáci k dispozici dohromady **90 minut**. Na každý oddíl je určeno nepřevoditelné množství času **25, 30 a 35 minut**; jednotlivé oddíly jsou samostatnými testy, mezi nimiž se není možné vracet.

První část bývá označována jako **verbální**. Jde v ní zejména o to, jak si testovaný rozumí s jazykem coby nosičem různých informací shromážděných v jednom výrazu, jaká je jeho schopnost používat jazyk v jeho co nejširších, ale přitom nejpřesnějších hranicích. Úlohy, které test obsahuje, jsou založeny na porovnávání jednotlivých slov nebo jejich dvojic, na určování jejich vzájemného vztahu (podobnost, opačný význam) nebo na vyvozování, například z úryvku textu. Verbální oddíl bývá pravidelně nejdelší, obvykle obsahuje kolem 35 otázek.

Druhá část testu**,** tzv. **analytická část,** je stále do značné míry jazyková (výklad textu uvedeného v zadání), ale už v těchto úlohách, a dále více v úlohách kombinačních (v jejich zadání jsou uvedena konkrétní fakta, která uchazeč zařazuje do souvislostí, podle nich řeší následující otázky), přechází ke zkoumání úrovně logického myšlení. Nejde jen o to, jak je kdo pohotový (jakou má schopnost rychlého řešení náročnějších myšlenkových operací), ale také o to, jak si kdo umí organizovat práci (zda a jaké si dělá poznámky, jak rozpracoval zadání, aby si urychlil práci) a v neposlední řadě – zda se dokáže uchazeč soustředit natolik, aby řešení tzv. dovedl do konce.

Třetím oddílem testu OSP je část věnovaná **kvantitativním schopnostem**. Tato část, která podle svého názvu pracuje převážně s matematickými operacemi, pravděpodobně vyžaduje největší základní znalosti (např. matematické vzorce povrchu, objemu, matematické postupy, např. sčítání zlomků). Tyto znalosti představují úroveň matematiky vyučované na základní škole. Kvantitativní část je také z hlediska typů úloh nejvíce různorodá a pro většinu lidí představuje největší problém. Jedná se o úlohy s procenty, úlohy slovní, úlohy s geometrickými obrazci, úlohy s neznámou veličinou, analýzy grafů, tabulek a další.

Každá úloha má vždy jedno správné řešení, které je vybíráno z několika možností, obvykle ze čtyř nebo z pěti. Za nezodpovězenou úlohu se bod nepřičítá ani neodečítá, za správně zodpovězenou úlohu řešitel získává jeden bod, za chybně zodpovězenou část bodu ztrácí.

Výsledkem testu je tzv. percentil, což je harmonizovaný výsledek příslušného žáka a všech testů, které byly složeny. Zpravidla je percentil vyjádřen číslem od 0 do 100, kde percentil 100 je nejvyšší. Výsledek na percentilové škále si můžeme představit jako procento řešitelů z celkového počtu všech řešitelů, které řešitel předběhl. Například percentil 92 znamená, že pouze 8 % všech řešitelů byla stejně dobrých nebo lepších než řešitel, a že 92 % řešitelů mělo výsledek horší [21].

Test OSP má samozřejmě více forem i podob, mimo jiné je rovněž součástí tzv. Národních srovnávacích zkoušek. Od školního roku 2010/2011 je test OSP v rámci těchto zkoušek rozdělen do dvou úrovní obtížnosti (resp. do dvou úrovní z hlediska rozsahu): základní zkouška (OSP Z) a zkouška rozšířená (OSP R).

Zkouška rozšířená (OSP R) obsahuje všechny tři oddíly OSP Z (verbální, analytické a kvantitativní myšlení) a navíc dva rozšiřující oddíly (kritické myšlení a abstraktní uvažování – každý čítá 20 úloh na 40 minut)**.** Celkem je OSP R tvořena 125 úlohami na 170 minut nepřevoditelných mezi jednotlivými oddíly. Harmonizovaný percentil prvních tří oddílů je platný jako OSP Z a s výsledkem tohoto testu srovnatelný.

Oddíl kritického myšlení obsahuje úlohy, v kterých je obvykle úkolem srovnávat dva texty, zobecňovat a dedukovat z odborných textů a souborů podmínek. Dále se zde nacházejí úlohy testující schopnost rozpoznat logickou chybu v argumentaci, vyhledat nekonzistentní tvrzení a další.

Oddíl abstraktního uvažování má za cíl otestovat schopnost abstrahovat model, sérii pravidel a toto následně aplikovat. Tento oddíl bude patrně obsahovat jednoduché rovnice, v kterých bude některá operace nahrazena symbolem, dále se zde vyskytnou např. úlohy popisující fiktivní gramatiku či herní pravidlo, na základ kterého je třeba rozhodnout o konkrétním případě apod. [26].

Výše uvedené rozšíření se týká výhradně testů v rámci Národních srovnávacích zkoušek, tedy zkoušky určené pro maturanty. Pro žáky ZŠ a většinu evaluačních produktů firmy Scio zůstává forma testu složená ze 3 základních částí – tj. verbální, analytické a kvantitativní.

4. Experimentální část

4.1 Realizovaná výzkumná šetření

4.1.1 Metodologie realizovaných šetření

V průběhu posledních asi 10 let jsem provedla několik specifických výzkumných šetření.

Vůbec první analýzy (studie 1-2) jsem dělala sama pro sebe, ze zvědavosti a z touhy po určité zpětné vazbě. Ostatní experimenty jsem provedla v průběhu posledních 3 let pro potřeby této práce.

Jako nejcennější bych označila poslední výzkum (studie č. 5) provedený mezi dospělými respondenty, který pro mě představoval velký metodologický oříšek. Jde o to, že etickou zásadou jakéhokoli testování je skutečnost, že respondent musí o svém testování vědět a musí s ním souhlasit. Je neobyčejné náročné přesvědčit kolegy učitele, aby podstoupili výzkumné testování jejich obecných studijních předpokladů. Můj původní záměr, provést testování mezi učiteli a výsledky zhodnotit i z pohledu aprobačních kombinací, jsem musela opustit.

Díky velké náhodě jsem ale mohla provést testování jiné. V rámci svých externích aktivit pro výzkumnou agenturu STEM Praha (výzkum veřejného mínění a trhu, moje činnost spočívá v rekrutaci respondentů přesně podle kriterií sociologů pro jejich různé studie) jsem spolupracovala v květnu 2011 na sociologické výzkumné studii historického povědomí, které se zúčastnili učitelé humanitních předmětů. Tzv. skupinová diskuse (focus group), která v Mostě následně proběhla, díky zpoždění výzkumného týmu z Prahy začala cca o hodinu později a 15 pozvaných učitelů nevědělo, co se vzniklým časem. Požádala jsem je tedy, zda by nebyli zcela anonymně vyplnit test OSP, část kvantitativní. Z 15 lidí projevilo ochotu 12 a tím jsem získala unikátní vzorek respondentů pro šetření, tedy učitele humanitních předmětů – dějepisu, českého jazyka, základů společenských věd, dva respondenti měli v kombinaci navíc cizí jazyk.

Všechna ostatní výzkumná šetření probíhala v podobě zadání částí dvou vybraných testů OSP, a to pouze takových úloh, kde se při řešení využije matematických dovedností – tedy tzv. kvantitativní části. Zároveň jsem pečlivě vybírala úlohy tak, aby byly testy co možná nejpodobnější (stejné typy úloh, srovnatelná obtížnost, stejné množství distraktorů). První testování označuji jako pretesting, zadání druhého z testů, obvykle po absolvování nějakého typu přípravy na tyto testy (u kontrolních skupin samozřejmě žádná příprava neproběhla, zde jsme testovali, zda se žáci nezlepšili „sami od sebe“), jako posttesting.

Jak již bylo uvedeno, do testu byly zařazeny pouze úlohy, které označují autoři testů SCIO jako úlohy kvantitativní, ostatní části testu tato práce neřeší.

Při hodnocení úloh byl použit stejný postup, který se používá při oficiálním hodnocení testů SCIO – tj. v případě správné odpovědi 1 bod, v případě žádné odpovědi 0 bodů a v případě špatné odpovědi se odčítá poměrná část bodu určená počtem možných variant, resp. chybných variant. Vzhledem k tomu, že připravený test měl v nabídce 5 odpovědí, za špatnou odpověď se odečítala čtvrtina bodu.

Z důvodů statistického vyhodnocení výsledků jsem provedla rovněž šetření u kontrolních skupin pro každou variantu testu – viz studie 6, 7. Stanovení kontrolních skupin jinak než tímto způsobem nebylo možné, neboť počet respondentů v kurzech či matematických seminářích, ale i standardních třídách – zejména na TSG, s.r.o. je natolik nízký, že by šetření bylo provedeno na statisticky nevýznamném počtu respondentů. Domnívám se ale, že takto stanovené kontrolní skupiny svůj účel splní. Účel zařazování kontrolních skupin do výzkumů je ten, že je třeba otestovat, zda se žáci nezlepšili sami od sebe, tedy i bez instruktáže.

4.1.2 Popis jednotlivých studií

1. studie – efektivita přípravy a identifikace problémových úloh u žáků 9. tříd ZŠ na testy OSP – provedeno v rámci soukromé aktivity přípravných kursů na SŠ – vzorek 30 žáků, testování proběhlo ve 2 termínech (před započetím a po ukončení kursu), srovnání „přidané hodnoty“ mezi 1. a 2. testováním – šk. rok 2002/2003 - zadány testy „pro SŠ“

2. studie – efektivita přípravy a identifikace problémových úloh u žáků maturitních ročníků různých SŠ v okrese Tábor v rámci soukromé aktivity přípravných kursů na VŠ – provedeno na Táborském soukromém gymnáziu s.r.o. – vzorek 30 žáků, testování proběhlo ve 2 termínech (před zahájením a v konečné fázi semináře), studie odráží efektivitu přípravy – šk. rok 2002/2003 – zadány testy „pro VŠ“

3. studie – efektivita přípravy žáků 9. tříd ZŠ na testy OSP – provedeno v rámci přípravných kursů pořádaných na Podkrušnohorském gymnáziu, příspěvkové organizaci, Most – vzorek 32 žáků, testování proběhlo ve 2 termínech (před započetím a po ukončení kursu), srovnání „přidané hodnoty“ mezi 1. a 2. testováním, navíc provedeno srovnání s totožným testováním provedeným u žáků kvarty Podkrušnohorského gymnázia, příspěvkové organizace, Most, kteří přípravným kursem neprošli – šk. rok 2010/2011 – zadány testy „pro SŠ“

4. studie – efektivita přípravy a identifikace problémových úloh u žáků maturitních ročníků Podkrušnohorského gymnázia, příspěvkové organizace, Most v rámci volitelného předmětu matematického semináře na testy OSP – vzorek 15 žáků, testování proběhlo ve 2 termínech (před zahájením a v konečné fázi semináře), studie odráží efektivitu přípravy – šk. rok 2010/2011 – zadány testy „pro VŠ“

5. studie – monitoring „studijních předpokladů“ u dospělých vysokoškoláků věkového rozpětí 29-59 let, realizovaného v rámci mé soukromé aktivity – testování provedeno v říjnu 2011 - zadán test „pro SŠ“

6. studie – **1. KONTROLNÍ SKUPINA** – testování provedené u kontrolní skupiny třídy kvarta Podkrušnohorského gymnázia - šk. rok 2011/12 - zadány testy „pro SŠ“

7. studie – **2. KONTROLNÍ SKUPINA** - testování provedené u kontrolní skupiny třídy 4. B Podkrušnohorského gymnázia Most (rok ukončení studia 2011) - šk. rok 2010/11 – zadány testy „pro VŠ“

4.1.3 Matematizace výsledků studií

Charakteristika použité statistické metody

Všechny uvedené studie s výjimkou studie č. 5 se dají označit jako měření typu pretest – posttest, tedy měříme objekt dvakrát, před instruktáží a po ní. Každá hodnota x_i prvního výběru má odpovídající hodnotu y_i ve druhém výběru. Budeme tedy porovnávat data, která tvoří tzv. „spárované variační řady“. Dle [8] k vyhodnocení takového typu testování slouží parametrický dvouvýběrový test **– párový T-test**.

Budeme postupovat tak, že nejprve vytvoříme rozdíly mezi naměřenými párovými hodnot u srovnávaných variačních řad. Dvouvýběrový test se vlastně stane jednovýběrovým testem těchto rozdílů. Testujeme hypotézu, že střední hodnota měření před pokusem a po pokuse se rovnají (neboli: rozdíl středních hodnot párových měření je nulový). Vhodnou alternativní hypotézou bude patrně stav, že výsledek po pokusu bude lepší než výsledek před pokusem.

Jak uvádějí [8] a [17], nejprve tedy vypočteme rozdíly párových hodnot u výběrového souboru (n - počet párů) a ze zjištěných rozdílů vypočítáme aritmetický průměr $\overline{x}$ a směrodatnou odchylku s (resp. rozptyl s^2).

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1} \tag{12}$$

Poté vypočteme testovací kriterium (statistiku) t:

$$t = \frac{\left|\overline{x}\right|}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \tag{13}$$

Pro vyhledání tabulkové kritické hodnoty je nutno stanovit počet stupňů volnosti výběrového souboru: $\nu = n-1$ a zvolit hladinu významnosti a.

Vypočtenou statistiku t porovnáme s tabulkovou kritickou hodnotou $t_{1-a/2(n)}$, kde $\nu = n-1$ a a volíme 0,05 nebo 0,01.

- Je-li $t \leq t_{1-a/2(n)} \Rightarrow$ statisticky **nevýznamný** rozdíl m_1 a m_2 při zvolené α neboli nezamítáme nulovou hypotézu H_0, tzn. že střední hodnota měření před pokusem se neliší od střední hodnoty měření po pokusu).

- Je-li $t > t_{1-a/2(n)} \Rightarrow$ statisticky **významný** rozdíl m_1 a m_2 (α = 0,05) nebo statisticky **vysoce významný** rozdíl (při α = 0,01), v tom případě zamítáme nulovou hypotézu H_0.

Pro použití párového testu je nezbytně nutné splnění podmínky nezávislosti dat a také předpoklad normálního rozdělení získaných příslušných dat.

Protože tato práce si klade za hlavní úkol zpracovat didaktické možnosti přípravy na testování OSP a nemá větší statistické ambice, vystačili jsme si s elementárním testem normality, který poskytuje rychlý výsledek s pouze přiměřenou přesností – a to Davidovým testem normality.

<u>Davidův test normality</u>

Jak uvádí [17] a [30], pro ověření nulové hypotézy, která říká, že náhodný výběr pochází z normálního rozdělení, lze použít Davidův test normality. Jeho testové kritérium má tvar:

$$T = \frac{R}{s} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{s} \qquad (13)$$

kde s je výběrová směrodatná odchylka.

Jestliže vypočtená hodnota T bude splňovat relaci

$$T_d \text{ £ } T \text{ £ } T_h, \qquad (14)$$

kde T_d a T_h jsou tabelované kritické hodnoty, nulová hypotéza o normalitě rozdělení se nezamítá.

Vlastní matematické zpracování provedených studií

Pro každé provedené měření (tj. výsledky příslušného testu v dané skupině) uvádím datové matice a podrobné výpočty v prostředí Microsoft Excel 2003.

Pro všechny studie jsem vypočítala hodnoty elementárních statistických veličin a následně provedla párový T-test.

Vypočítala jsem pro oba výběry střední hodnotu a následně pro potřeby párového testu pro dva závislé výběry (1. výběr – pretesting, 2. výběr - posttesting v té samé testované skupině žáků) rozdíly pro jednotlivé žáky, jejich střední hodnotu, směrodatnou odchylku, směrodatnou odchylku středních hodnot. Následně jsem provedla dvěma způsoby - ručně i pomocí excelovské funkce - párový T-test. Tento T-test bylo možné pro daná měření provést, neboť byly splněny všechny předpoklady – jednotlivé hodnoty jsou nezávislé (toho bylo v praxi docíleno tak, že žáci seděli po jednom v lavici a navíc neměli žádnou motivaci opisovat, protože věděli, že se nejedná o žádnou součást jejich hodnocení), další předpoklad, kterým je normální rozložení sledovaného statistického znaku, sice nemusí být dle [20] striktně dodržen, neboť mírné porušení normality téměř neovlivňuje dosažené výsledky, ale pro úplnost jsem stejně normalitu ověřila pomocí Davidova testu. Párový test poskytuje dva hlavní závěry – jednak hodnotu testovací statistiky *t*, kterou budeme porovnávat s tabelovanou hodnotou Studentova rozdělení (pro n = 30 je příslušný kvantil Studentova rozdělení 2,05 při $\alpha = 0,05$ a 2,76 při $\alpha = 0,01$) , a dále hodnotu ***p-value*** (p-hodnota), kterou porovnáme s hodnotou statistické významnosti α neboli s tzv. hladinou testu.

Při ověřování Davidovým testem jsem využila příslušných tabelovaných hodnot (pro všechny soubory hodnot s výjimkou testování pedagogů platilo n = 30 a $\alpha = 0,05$), tabulkové hodnoty jsou tedy $T_d = 3,47$, $T_h = 4,89$.

Všechny studované výběry žáků Davidovu testu vyhověly a lze na ně tedy aplikovat metodu párového testu.

Pokud jde o test pedagogů, zde jsem žádné obšírné statistické výpočty neprováděla, neboť soubor o počtu 12 prvků (pedagogů více prostě nebylo) nemá příliš smysl podrobněji analyzovat. Postačila střední hodnota výběru a směrodatná odchylka. Jedná se samozřejmě o měření, které nemá větší vypovídací schopnost a do své práce jsem jej zařadila především pro zpestření.

Podrobné výsledky všech studií jsou uvedeny včetně všech výše popsaných výpočtů v následujících tabulkách.

Studie č. 1

Pracoviště: Táborské soukromé gymnázium, s.r.o.							
Vzorek:	frekventanti přípravných kursů ke studiu na SŠ - 30 žáků 9. tříd různých ZŠ						
Datum:	pretesting říjen 2002, postesting březen 2003						
Pretesting - test č. 1, posttesting - test č. 2							
Pretesting	**Posttesting**	**Rozdíl**	**Rel.změna**				
23,25	25,25	**2**	**8,60%**		**Davidův test normality (pro rozdíl)**		
21	24,25	**3,25**	**15,48%**			T=4,71	
20	25,5	**5,5**	**27,50%**				
25,75	29,25	**3,5**	**13,59%**				
23	27,75	**4,75**	**20,65%**				
21	22,75	**1,75**	**8,33%**				
19	22,75	**3,75**	**19,74%**				
25,25	29,25	**4**	**15,84%**				
18,25	22,5	**4,25**	**23,29%**				
18	23,75	**5,75**	**31,94%**				
19,25	23,5	**4,25**	**22,08%**				
22,5	29	**6,5**	**28,89%**				
21,75	26,75	**5**	**22,99%**				
20,75	27	**6,25**	**30,12%**				
19,25	25	**5,75**	**29,87%**				
20,25	23,75	**3,5**	**17,28%**				
21,25	24,25	**3**	**14,12%**				
21,5	24,5	**3**	**13,95%**				
20,5	25,25	**4,75**	**23,17%**				
14,5	19,75	**5,25**	**36,21%**				
18	24,5	**6,5**	**36,11%**				
19,75	23,25	**3,5**	**17,72%**				
18,5	23,5	**5**	**27,03%**				
16	19,75	**3,75**	**23,44%**				
25	23,5	**-1,5**	**-6,00%**				
26,5	31	**4,5**	**16,98%**				
19,25	25	**5,75**	**29,87%**				
19,25	23	**3,75**	**19,48%**				
18,25	25,25	**7**	**38,36%**				
22,25	27,5	**5,25**	**23,60%**				
Střední hodnota		**4,308333333**	**21,67%**	**(postupný výpočet)**			
Směrodatná odchylka		**1,70784616**	**9,42%**				
Sm. odch. stř. hodnoty		**0,311808622**	**0,017197**				
t		**13,81723604**	**12,60333**				
df		**29**	**29**				
P		**2,73935E-14**	**2,73E-13**				
Funkce Excelu:		**TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)**					
		2,73935E-14					
Aritm. průměry výběrů:							
20,625	**24,933333**						

Studie č. 2

Pracoviště: Táborské soukromé gymnázium, s.r.o.							
Vzorek:	frekventanti přípravných kursů ke studiu na VŠ - 30 žáků mat. ročníků SŠ						
Datum:	pretesting říjen 2002, postesting březen 2003						
Pretesting - test č. 3, posttesting - test č. 4							
Pretesting	**Posttesting**	**Rozdíl**	**Rel.změna**				
23,25	25,25	**2**	**8,60%**		**Davidův test normality (pro rozdíl)**		
21	23,75	**2,75**	**13,10%**			T=4,49	
20	22,5	**2,5**	**12,50%**				
25,75	29,75	**4**	**15,53%**				
23	24,75	**1,75**	**7,61%**				
21	25,75	**4,75**	**22,62%**				
19	22,75	**3,75**	**19,74%**				
25,5	29,25	**3,75**	**14,71%**				
18,25	20	**1,75**	**9,59%**				
18	21,75	**3,75**	**20,83%**				
19,5	23,5	**4**	**20,51%**				
21,75	29,25	**7,5**	**34,48%**				
21,75	26,75	**5**	**22,99%**				
20,75	28,25	**7,5**	**36,14%**				
19	25,5	**6,5**	**34,21%**				
20,25	23,75	**3,5**	**17,28%**				
21,25	22,75	**1,5**	**7,06%**				
21,5	24,75	**3,25**	**15,12%**				
20,5	22	**1,5**	**7,32%**				
14,5	20,75	**6,25**	**43,10%**				
18	24,5	**6,5**	**36,11%**				
19,75	23,5	**3,75**	**18,99%**				
18,5	20,5	**2**	**10,81%**				
16	19,5	**3,5**	**21,88%**				
25	23,25	**-1,75**	**-7,00%**				
26,5	31,5	**5**	**18,87%**				
19,25	21	**1,75**	**9,09%**				
19	23	**4**	**21,05%**				
18,25	24,5	**6,25**	**34,25%**				
22,25	27,5	**5,25**	**23,60%**				
Střední hodnota		**3,783333333**	**19,02%**	**(postupný výpočet)**			
Směrodatná odchylka		**2,065451998**	**11,01%**				
Sm. odch. stř. hodnoty		**0,377098217**	**0,020093**				
t		**10,03275318**	**9,467362**				
df		**29**	**29**				
P		**6,12764E-11**	**2,25E-10**				
Funkce Excelu:		**TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)**					
		6,12764E-11					
Aritm. průměry výběrů:							
20,6	**24,38333**						

Studie č. 3

Pracoviště: Podkrušnohorské gymnázium, Most, přísp.org.							
Vzorek:	frekventanti přípravných kursů ke studiu na SŠ - 30 žáků 9. tříd různých ZŠ						
Datum:	pretesting leden 2011, postesting duben 2011						
Pretesting - test č. 1, posttesting - test č. 2							
Pretesting	**Posttesting**	**Rozdíl**	**Rel.změna**				
23,25	29,25	**6**	**25,81%**		**Davidův test normality (pro rozdíl)**		
21	25,5	**4,5**	**21,43%**			T=3,92	
20	25,25	**5,25**	**26,25%**				
23,75	29	**5,25**	**22,11%**				
23	26,75	**3,75**	**16,30%**				
21	25,75	**4,75**	**22,62%**				
23,5	28,25	**4,75**	**20,21%**				
25	29,25	**4,25**	**17,00%**				
18,75	25,5	**6,75**	**36,00%**				
18,25	23,5	**5,25**	**28,77%**				
19	25,5	**6,5**	**34,21%**				
22,75	25	**2,25**	**9,89%**				
21	23,75	**2,75**	**13,10%**				
20,75	27,25	**6,5**	**31,33%**				
19	25,5	**6,5**	**34,21%**				
20,5	22,25	**1,75**	**8,54%**				
21,25	24,5	**3,25**	**15,29%**				
21,25	26,5	**5,25**	**24,71%**				
20	26,75	**6,75**	**33,75%**				
14,75	22,75	**8**	**54,24%**				
23,5	25,25	**1,75**	**7,45%**				
19	25,5	**6,5**	**34,21%**				
18,75	28,25	**9,5**	**50,67%**				
16,75	23,5	**6,75**	**40,30%**				
25,75	29	**3,25**	**12,62%**				
28	28	**0**	**0,00%**				
20,75	25	**4,25**	**20,48%**				
23,25	28,75	**5,5**	**23,66%**				
25	27,75	**2,75**	**11,00%**				
22,5	27,25	**4,75**	**21,11%**				
Střední hodnota		**4,833333333**	**23,91%**	**(postupný výpočet)**			
Směrodatná odchylka		**2,044055019**	**12,41%**				
Sm. odch. stř. hodnoty		**0,373191681**	**0,022654**				
t		**12,95134265**	**10,55373**				
df		**29**	**29**				
P		**1,38883E-13**	**1,92E-11**				
Funkce Excelu:		**TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)**					
		1,38883E-13					
Aritm. průměry výběrů:							
21,36667	**26,2**						

Studie č. 4

Pracoviště: Podkrušnohorské gymnázium, Most, přísp.org.							
Vzorek:	žáci gymnázia, kteří navštěvovali seminář "Logika a OSP"- 25 žáků						
Datum:	pretesting říjen 2010, postesting březen 2011						
Pretesting - test č. 3, posttesting - test č. 4							
Pretesting	**Posttesting**	**Rozdíl**	**Rel.změna**				
25,25	27	**1,75**	**6,93%**		**Davidův test normality (pro rozdíl)**		
24,5	25	**0,5**	**2,04%**			T=4,72	
28	31,75	**3,75**	**13,39%**				
28,5	29	**0,5**	**1,75%**				
24	24,75	**0,75**	**3,13%**				
21,25	22	**0,75**	**3,53%**				
23	22,5	**-0,5**	**-2,17%**				
26	27,5	**1,5**	**5,77%**				
22,5	23,75	**1,25**	**5,56%**				
18,75	21	**2,25**	**12,00%**				
19,75	22,5	**2,75**	**13,92%**				
22,5	22,75	**0,25**	**1,11%**				
21,5	23	**1,5**	**6,98%**				
22	22,75	**0,75**	**3,41%**				
21	21,5	**0,5**	**2,38%**				
22,5	23	**0,5**	**2,22%**				
21	22,5	**1,5**	**7,14%**				
23,25	24	**0,75**	**3,23%**				
21,75	22	**0,25**	**1,15%**				
18,75	19	**0,25**	**1,33%**				
19,75	24,5	**4,75**	**24,05%**				
22,5	23	**0,5**	**2,22%**				
23	23,25	**0,25**	**1,09%**				
17,25	16	**-1,25**	**-7,25%**				
25	26,75	**1,75**	**7,00%**				
Střední hodnota		**1,1**	**4,88%**	**(postupný výpočet)**			
Směrodatná odchylka		**1,274755**	**6,10%**				
Sm. odch. stř. hodnoty		**0,254951**	**0,012192**				
t		**4,314555**	**3,999846**				
df		**24**	**24**				
P		**0,000237**	**0,000527**				
Funkce Excelu:		**TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)**					
		0,000237					
Aritm. průměry výběrů:							
22,53	**23,63**						

Studie č. 5

Pracoviště: neurčeno - uskutečněno v KD REPRE Most		
Vzorek:	učitelé humanitních aprobací, celkem 12 učitelů	
Datum:	jediné testování - říjen 2011	
Test č. 1		
		Hodnota
		14
		14,25
		12,25
		10,5
		15,25
		15,75
		12,75
		26,25
		15,25
		19,5
		20,75
		19,5
Střední hodnota		**16,33333**
Směrodatná odchylka		**4,409872**

Studie č. 6

Pracoviště: Podkrušnohorské gymnázium, Most, přísp. Org.						
Vzorek:	žáci třídy kvarta - šk. rok 2011/12 - 30 testovaných					
Datum:	pretesting říjen 2011, postesting březen 2012					
Pretesting - test č. 1, posttesting - test č. 2						
Pretesting	**Posttesting**	**Rozdíl**	**Rel.změna**			
22,25	23	0,75	3,37%	**Davidův test normality (pro rozdíl)**		
21	20,5	-0,5	-2,38%		T=4,30	
20,5	22	1,5	7,32%			
25	24	-1	-4,00%			
22,75	23	0,25	1,10%			
28	30,5	2,5	8,93%			
23	21,75	-1,25	-5,43%			
25,25	25,25	0	0,00%			
25,75	26	0,25	0,97%			
26,75	28	1,25	4,67%			
28	26,25	-1,75	-6,25%			
22	23	1	4,55%			
24	24,75	0,75	3,13%			
20,25	19	-1,25	-6,17%			
19,75	21	1,25	6,33%			
20,75	22	1,25	6,02%			
21,75	22	0,25	1,15%			
21	20,5	-0,5	-2,38%			
20,75	21,5	0,75	3,61%			
26,75	25	-1,75	-6,54%			
23,75	25	1,25	5,26%			
19,75	21	1,25	6,33%			
25,5	26	0,5	1,96%			
28	26,75	-1,25	-4,46%			
26	27	1	3,85%			
28,25	29	0,75	2,65%			
25	23,75	-1,25	-5,00%			
25,75	27	1,25	4,85%			
24,25	25	0,75	3,09%			
26	23,25	-2,75	-10,58%			
Střední hodnota		0,175	0,86%	(postupný výpočet)		
Směrodatná odchylka		1,226767	5,01%			
Sm. odch. stř. hodnoty		0,223976	0,009145			
t		0,781334	0,945723			
df		29	29			
P		0,440939	0,352104			
Funkce Excelu:		TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)				
		0,440939				
Aritm. průměry výběrů:						
23,9166667	24,0916667					

Studie č. 7

Pracoviště: Podkrušnohorské gymnázium, Most, písp.org.
Vzorek: žáci třídy 4.B, rok ukončení studia 2011 - celkem 30 žáků
Datum: pretesting říjen 2010, postesting březen 2011
Pretesting - test č. 3, posttesting - test č. 4 (34 úloh)

Pretesting	Posttesting	Rozdíl	Rel.změna
19,75	20	**0,25**	**1,27%**
21	22,5	**1,5**	**7,14%**
19,75	22	**2,25**	**11,39%**
25,25	26,75	**1,5**	**5,94%**
19	21,25	**2,25**	**11,84%**
25,75	25,25	**-0,5**	**-1,94%**
23	21,75	**-1,25**	**-5,43%**
25	29,75	**4,75**	**19,00%**
25,75	26,5	**0,75**	**2,91%**
26	24	**-2**	**-7,69%**
28,25	26,75	**-1,5**	**-5,31%**
22	22	**0**	**0,00%**
21,5	23	**1,5**	**6,98%**
24,25	25,5	**1,25**	**5,15%**
19	17,5	**-1,5**	**-7,89%**
20,75	21,25	**0,5**	**2,41%**
19,5	21	**1,5**	**7,69%**
21	18,5	**-2,5**	**-11,90%**
20,25	17,75	**-2,5**	**-12,35%**
26	27,25	**1,25**	**4,81%**
18	19,5	**1,5**	**8,33%**
19,5	18	**-1,5**	**-7,69%**
25,75	23	**-2,75**	**-10,68%**
28	25,25	**-2,75**	**-9,82%**
25,75	23	**-2,75**	**-10,68%**
18	17	**-1**	**-5,56%**
19	20,25	**1,25**	**6,58%**
18	17,75	**-0,25**	**-1,39%**
18,5	20	**1,5**	**8,11%**
17	19,5	**2,5**	**14,71%**

Davidův test normality (pro rozdíl)
T=3,93

Střední hodnota	**0,108333**	**0,86%**	**(postupný výpočet)**
Směrodatná odchylka	**1,915998**	**8,62%**	
Sm. odch. stř. hodnoty	**0,349812**	**0,015745**	
t	**0,30969**	**0,548801**	
df	**29**	**29**	
P	**0,759011**	**0,587343**	

Funkce Excelu: **TTEST(data1,data2,2=dvojstranný,1=párový)**
0,759011

Aritm. průměry výběrů:
22,0083333 **22,1166667**

4.1.4 Závěry plynoucí z realizovaných šetření

Jednotlivé studie ukázaly následující výsledky.

Systematická příprava žáka na tento test přinesla ve všech skupinách, které tuto instruktáž absolvovaly, jednoznačný efekt. Tuto skutečnost potvrzují všechny zde provedené párové testy – tedy u studií č. 1, 2, 3, 4. Zjištěná hodnota testovací statistiky t je ve všech těchto případech bez rozdílu mnohem vyšší než hodnota tabelovaná a tudíž nulovou hypotézu zamítáme. Neboli rozdíl mezi oběma měřeními v těchto studiích je nenulový a instruktáž mezi testováními přinesla efekt. Rovněž hodnota veličiny p-value, kterou porovnáváme s hladinou testu, vychází velmi nízká, resp. blíží se nule, čímž potvrzujeme přesnost měření.

Pokud jde studii č. 1, tedy budoucí středoškoláky v Táboře, zde byl průměrný nárůst mezi pretestingem a posttestingem o 4,31 bodu (nárůst necelých 22 procent). Párový test vykazuje hodnotu testovací statistiky t přibližně 13,81, p-value je řádově 10^{-14}, neboli lze prohlásit, že mi oběma měřeními byl významný statistický rozdíl.

V rámci studie č. 2, tedy mezi budoucími vysokoškoláky (nikoli pouze z řad studentů gymnázia, ale různých SŠ) jsem zaznamenala nárůst mezi oběma testováními průměrně o 3,78 bodu (cca 19 procent). Hodnota statistiky párového testu 10,03 je opět mnohem větší než příslušný kvantil Studentova rozdělení a hodnota p-value je opět minimální, i když o řád vyšší než v předchozím případě - $6{,}1.10^{-13}$.

Studie č. 3, tedy budoucí středoškoláci v Mostě, dosáhli v absolutních číslech vůbec největšího efektu přípravy. Jejich změna od pretestingu k posttestingu čítala 4,83 bodu (23,91%) a rovněž párový test tuto skutečnost potvrdil – testovací statistika měla hodnotu cca 12,95, p-value pak cca $1{,}4.10^{-13}$, neboli i zde potvrzujeme, že rozdíl středních hodnot párových měření je rozhodně nenulový.

V případě 1. a 3. studie, tedy u frekventantů kursů z řad žáků 9. tříd, jsem zaznamenala vůbec největší nárůst v kvalitě dosažených výsledků, což si vysvětluji několika způsoby. Jednak výuka na základních školách zahrnuje v minimální míře procvičování právě tohoto typu úloh, tudíž se žáci setkali na kursech s řadou věcí, které doteď neznali, měli z ní strach apod. a postupně získali dovednost tento typ úloh řešit. Dále se uplatnil jistě vliv toho, že se jednalo o kurs, který si studenti sami platili a tudíž i jejich vnitřní motivace byla vyšší než jakákoli výuka poskytovaná zdarma. Možná hrálo roli i to, že kursy probíhaly již na škole, na kterou studenti míří, resp. budou dělat zkoušky a tudíž i prostředí sehrálo svou roli. A v neposlední řadě – zlepšují se nejenom žáci, ale snad si tuto možnost může připustit i učitel – po deseti letech systematické práce nad testy OSP je i práce učitele poznamenána snad větším vhledem do metodiky, větší znalostí ohledně očekávaných úloh apod.

Zajímavý výsledek ukázala studie č. 4. Šlo o vzorek maturantů Podkrušnohorského gymnázia v Mostě, kteří si vybrali jako volitelný předmět v maturitním ročníku přímo seminář zaměřený na tuto problematiku (název volitelného předmětu je „Logika a OSP“). Vzhledem k tomu, že předmět sama nevyučuji, neumím posoudit, jak intenzivně se věnuje právě přípravě na kvantitativní oddíl testů OSP. Víme, že si tento předmět vybírají často zájemci o studium na právnických fakultách apod., kteří nemusí mít vždy k matematice výrazně vřelý vztah a své studium zaměřují spíše humanitním směrem. Především je mi ale známo, že byť v názvu volitelného předmětu figuruje „OSP“, příprava je zaměřena spíše na testy „TSP“ Masarykovy univerzity Brno, a přestože existuje zřejmá souvislost mezi oběma typy testů, příprava na TSP je patrně vedena trochu odlišně. Frekventanti tohoto předmětu absolvovali stejně jako všichni ostatní respondenti 2 testy – jeden na podzim, před přípravou a druhý na jaře, po absolvování nějaké přípravy. Dle očekávání došlo i zde k zvýšení úspěšnosti, ale oproti ostatním studiím jen minimálně - průměrně o 1,1 bodu (cca 4,9%). Výsledek párového testu – testovací statistika 4,314 a hodnota p-value 0,000237 nicméně stále potvrzují, že rozdíl v testech je nenulový (resp. s touto minimální pravděpodobností jsme zjistili, že střední hodnota rozdílu je nulová).

Za zmínku však jistě stojí i to, že tito žáci dosáhli nejlepšího výsledku v pretestingu ze všech zúčastněných maturantů (má smysl porovnávat 2. a 4. studii, event. s kontrolní skupinou, tj. studií č. 6). Pro úplnost lze uvést, že mezi všemi testovanými pak obsadili tito žáci 2. místo ihned za testovanou kvartou (ta ovšem měla samozřejmě jiný test, tudíž porovnáváme do značné míry neporovnatelné). Účastníci semináře měli v pretestingu průměrný výsledek 22,53 bodu, zatímco frekventanti placeného kursu v Táboře měli počáteční výsledek 20,6 bodu a kontrolní skupina 4. B na gymnáziu v Mostě 22,00 bodu.

Studie č. 5 týkající se pedagogů různých středních škol v Mostě s aprobačními předměty humanitního typu (většinou šlo o dějepis, český jazyk, základy společenských věd, příp. cizí jazyk) poskytuje výsledek, který je poměrně překvapivý. Pedagogové vykázali nejhorší výsledek vůbec ze všech testovaných skupin – ať již budoucích středoškoláků či budoucích vysokoškoláků. Dodejme, že vypracovávali test nižší obtížnosti, tedy určený pro 9. třídu. Průměrný dosažený výsledek činil 16,33 bodu z 34 možných.

Výsledek si lze vysvětlit různě. Jistě hraje roli to, že po absolvování studia postupně znalosti i dovednosti zapomínáme a pokud bychom testovali např. skupinu pedagogů matematiků ve znalostech z dějepisu, patrně by výsledek také nepředběhl výsledky testovaných žáků. Nicméně výsledek testu pedagogů potvrzuje názor, že testy OSP sice testují schopnost se učit, ale v první řadě jde o schopnost aplikovat určité znalosti a dovednosti v úlohách. Jistě nelze upřít pedagogům kvalitní schopnost „učit se“. Domnívám se, že i tato testovaná skupina jednoznačně potvrzuje názor, že na testy se lze připravit. U dospělých by tato příprava byla patrně ještě efektivnější než u žáků, neboť řadu běžných dovedností žáků již dospělí postupně ztratili (např. žák řeší rovnice skoro denně, ale řada učitelů dějepisu neviděla rovnici třeba 20 let). Nepřátelé učitelské profese by možná použili ještě jedno vysvětlení, které souvisí s trendem učitelského povolání v posledních letech, kdy vznikla řada nových vysokých škol s atraktivními obory a učitelství chodí studovat často studenti, kteří nepatří na gymnáziích prospěchově většinou mezi premianty. Ale jistě bychom našli protiargument, že je mezi učiteli řada kvalitních a vzdělaných lidí, kteří si učitelství vybrali zcela záměrně jako poslání, které je naplňuje. Navíc testováni byli pedagogové širokého věkového spektra. Pochopitelně z této studie nelze činit nějaké zásadní závěry, protože nelze opomenout, že jsme testovali pouhých 12 pedagogů.

Studie č. 6 a 7 zahrnují testování kontrolních skupin, které bylo nezbytné provést z důvodu ověření, zda se žáci nezlepšují i bez instruktáže, tedy „sami od sebe“. Tato testování jsem provedla dodatečně výhradně pro potřeby této práce.

První z nich (studie č. 6) se týkala studentů kvarty Podkrušnohorského gymnázia ve školním roce 2011/2012. Šlo o to, jaký výsledek ukáží 2 testování cca po půl roce, pokud žáci neabsolvují žádnou přípravu či instruktáž na tyto testy. Není celkem překvapivé, že v případě kvarty vyšel párový test s hodnotou testovací statistiky 0,78 neboli nulovou hypotézu v tomto případě nezamítáme. Další hodnoty, které lze u testované kvarty vyčíst, je 23,92 jako průměrný výsledek v pretestingu a 24,09 jako průměrnou hodnotu v posttestingu. To jsou vůbec nejvyšší hodnoty v testovaných skupinách odpovídajících 9. třídě ZŠ. Zdůvodnění je zřejmé – jednak se do víceletého gymnázia přijímají vůbec nejkvalitnější studenti (navíc např. Ústecký kraj jakožto zřizovatel téměř všech gymnázií v kraji reguluje počet přijímaných tak, že každé gymnázium smí otevřít pouze jedinou třídu primy, zájem bývá obvykle 5x vyšší, tudíž je opravdu přijato 30 žáků s nejlepšími studijními předpoklady) a pravděpodobně i 4 letá intenzivnější výuka (prima – kvarta) tyto žáky v podobných testováních zvýhodňuje. Dílčím závěrem této studie je i zjištění, že pokud žáci absolvují test podruhé i bez nějaké instruktáže, byl výsledek skutečně o něco málo lepší, neboť prvním testováním získali již jistou dovednost, kterou nyní mohou použít. Což je samozřejmě výsledek očekávaný. Rozdíl středních hodnot mezi těmito dvěma testy byl u kvarty 0,175 bodu, což je v porovnání s ostatními testovanými skupinami (kromě kontrolních) mizivé.

Podobný výsledek jako u kvarty jsme získali v případě další kontrolní skupiny – a to 4. B Podkrušnohorského gymnázia ve školním roce 2010/11. Párový test, který ukázal hodnotu testovací statistiky 0,31 rovněž potvrdil, že mezi oběma testováními rozdíl téměř nebyl neboli nulovou hypotézu nezamítáme. Průměrný rozdíl činil 0,108 bodu neboli žáci se pouze minimálně „poučili" prvním testem. Poměrně zajímavé jsou ale aritmetické průměry výběrů v této třídě. Přestože zlepšení bylo minimální, překvapivá je poměrně vysoká úspěšnost této třídy v obou testech – průměrně přes 22 bodů, přestože z hlediska studijních výsledků byla tato třída v rámci Podkrušnohorského gymnázia dlouhodobě považována spíše za jednu z horších.

Souhrnně lze říci, že systematická příprava na testy OSP má jistě význam. I příprava nijak intenzivní (placené kursy probíhaly většinou v počtu 6 - 10 setkání v průběhu necelého půl roku) přinesla jednoznačný efekt v úspěšnosti žáků v dalším testování. Průměrný nárůst úspěšnosti v rozmezí 3,78 – 4,83 bodu v jednom testu je již významný. Je třeba dodat, že intenzivnější příprava by mohla přinést nepochybně ještě významnější výsledky, neboť žákům i po zlepšení zbývá ještě do výborného výsledku kus cesty.

4.1.5 Typologie úloh s nejmenší úspěšností

Z provedených studií, ale především ze samotného procesu přípravy na testy (při testování v rámci jednotlivých studií jsem používala pro snadnější zpracování pouze 4 různé testy – 2 pro budoucí středoškoláky a 2 pro budoucí vysokoškoláky, z kterých sice vycházejí také nejméně úspěšné úlohy, ale nemají větší statistickou významnost) vyplynulo jako problémových několik typů úloh. V této části práce se striktně omezím pouze na úlohy pro budoucí středoškoláky. Jistě by bylo možné rozpracovat tuto část i pro další věkové skupiny (pro mladší, tj. 5. - 8. třídy ZŠ a naopak starší – pro středoškoláky), ale nevyhnula bych se značnému rozšíření rozsahu této práce. Kromě toho je poctivé uvést i tu skutečnost, že se osobně zabývám přípravou žáků nejvíce právě této věkové úrovně.

O jaké úlohy tedy jde?

- **úlohy z tematických oblastí, které se na základních školách podrobně probírají**, ale přesto činí žákům tradičně potíže (úlohy o pohybu, o společné práci, procenta, úlohy z elementární geometrie, kombinatoriky apod.)

- **úlohy obsahující „nové“ algebraické operace**, obvykle označované v zadání symboly typu ♠, ♥, ■ apod.

- **úlohy vycházející z grafů či tabulek**, často tzv. úlohy o pohybu, úlohy s ekonomickým podtextem apod.

- **atypické úlohy z tematického celku Číselné obory**

- **logické úlohy typu „zebra“**

- **logické úlohy typu „v jakém pořadí“**

- **atypické úlohy z tematického celku Algebraické výrazy a rovnice**

- **atypické úlohy typu „šachovnice, hry s čísly a symboly“**

Kromě první skupiny se budu těmito typy úloh podrobně zabývat v dalších kapitolách. Pro tyto skupiny úloh jsem zpracovala učební materiály v prostředí Microsoft Powerpoint verze 2003 jako interaktivní prezentace, které mou být určeny pro žákovské samostudium i pro použití ve výuce, případně jako cílená příprava na testy OSP.

Jak již bylo řečeno, první uvedenou oblastí, tedy problematickými úlohami z tradiční matematiky základní školy, se zcela záměrně dále zabývat nebudu. Nemá smyslu objevovat objevené, neboť úloh a sbírek s touto problematikou existuje obrovské množství a různá nakladatelství vydávají stále nové a nové publikace, často i kompiláty starých osvědčených sbírek. Každý vyučující i student, který takové úlohy hledá, má snadnou práci. Nelze samozřejmě nezmínit i obrovské možnosti internetu, různé matematické weby, fóra apod.

Jiná situace je ovšem u ostatních uvedených oblastí, kde se úlohy hledají obtížněji (i sama firma Scio je poměrně „draho“ prodává, a to většinou v podobě celých testů nebo jejich částí, ale nikoli podle skupin problematických úloh). Na trhu existuje sice celá řada více či méně zdařilých příruček a sbírek různých úloh, ale pro člověka neznalého situace není snadné se v nich zorientovat. Úskalí spočívají zejména v tom, že:

- laik nerozpozná, zda jde o přípravu na test TSP či OSP (testy TSP se úrovně základní školy vůbec netýkají)

- studijní předpoklady jsou často spojovány s tzv. obecnou inteligencí, což jistě souvislost má, ale nelze jako přípravu na testy OSP používat kompiláty více či méně zdařilých IQ testů

- často se stává, že autor si oblíbí 3 - 4 typy úloh, k nim vytvoří sbírku a ostatní ignoruje (neobjevila jsem např. ucelený soubor úloh na „novou“ algebraickou operaci, stejně tak chybí často úlohy „o pořadí“, zatímco velmi oblíbené jsou např. úlohy s tabulky a grafy)

Závěrem uvedu ještě několik postřehů k testování OSP na středních školách, příp. k testování maturantů. Jak již bylo zmíněno, mezi testy jednotlivých úrovní je pochopitelný rozdíl, ale existuje zde i jistá podobnost. Dá se říci, že zaměření úloh je pro všechny úrovně velmi podobné.

I vysokoškolák se bude potýkat s úlohami typu „nová“ algebraická operace, „zebry“, grafy apod., většinou v o něco složitější podobě, než obdrží jeho kolegové na ZŠ. Stejně tak může očekávat i úlohy z učební látky ZŠ – tj. procenta, úlohy o společné práci apod. Zde je třeba říci, že často dochází dokonce k paradoxu, že s těmito úlohami mají větší potíže právě středoškoláci než žáci ZŠ. Zdá se, že některé elementární dovednosti a znalosti tito žáci nepoužíváním (teď přece pracují s výroky, derivují apod.) ztrácejí. Bývá tedy dobré si tyto znalosti a dovednosti čas od času osvěžit.

Testy OSP pro SŠ již obsahují prvky ze středoškolské matematiky, rozšířené je zejména zařazování úloh z výrokového počtu, kombinatoriky, planimetrie i stereometrie, posloupností a dalších.

U testů TSP (jak již bylo řečeno, připravuje je Masarykova univerzita Brno a používá je řada fakult jako součást přijímacího řízení) se objevují navíc další typy úloh, které Scio ve svých testech nepoužívá – jsou to zejména úlohy symbolického myšlení (podobnosti, odlišnosti symbolů apod.), dále úlohy prostorového myšlení (sítě, průměty apod.) a úlohy numerického myšlení (čtverce, řady apod.).

4.2 Učební texty k systematické přípravě žáků ZŠ na testy

Přípravu žáků na testování obecných studijních předpokladů lze jistě pojmout mnoha způsoby. Samozřejmě záleží na tom, na jaký test žáka připravujeme (jaké náročnosti – tj. jde o žáka 5. či 9. třídy ZŠ, maturanta, či ještě někoho jiného) a příprava bude jistě pro každou úroveň specifická (nemá velký smysl vysvětlovat znovu maturantům, jak řešit lineární rovnici o jedné neznámé, zatímco pro žáky ZŠ to význam mít může).

Osobně se přikláním k postupu, který je mi blízký a osvědčil se mi, kdy v první části zopakujeme elementární početní postupy z učiva ZŠ (či SŠ u maturantů) a poté navážeme specifickým učivem, které je vlastní právě těmto testům.

Tato kapitola obsahuje právě uvedené specifické učivo.

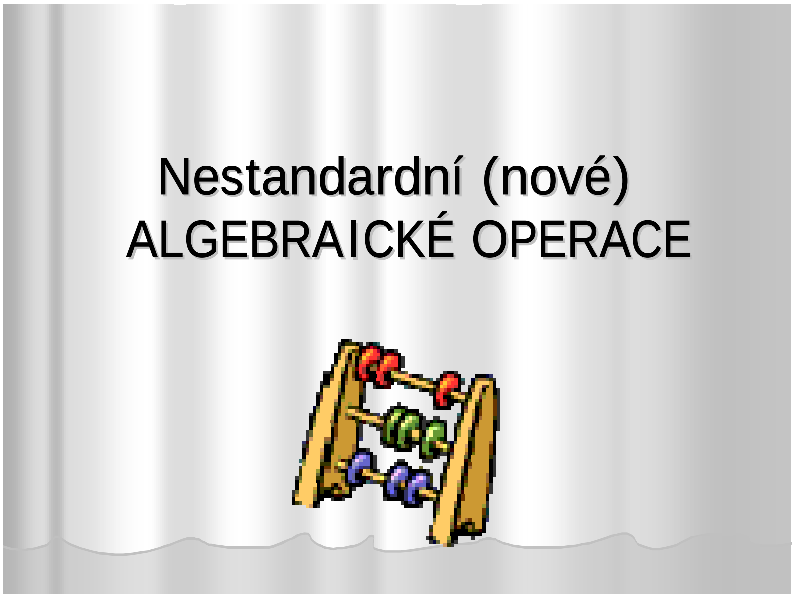
Předložené učební materiály byly vypracovány autorkou, v největší míře obsahují analogické příklady k úlohám obsaženým ve sbírkách či v testech firmy Scio v minulých ročnících (originální úlohy nebyly a ani nesměly být použity z důvodu autorských práv), v minimální míře jsou úlohy čerpány v nezměněné podobě ze sbírek či internetových zdrojů. Všechna řešení úloh jsou autorská. Pouze k jedinému tématu – Úlohy typu „zebra“ – bylo přistoupeno kompletně tak, že originální zadání úloh bylo získáno ze zdrojů uvedených v závěru prezentace a nebylo měněno, protože jak z hlediska matematického, tak i motivačního apod. jsem jej považovala za tak zdařilé, že jsem úlohy pouze uspořádala a vypracovala k nim autorská řešení.

4.2.1 Úlohy obsahující „nové“ algebraické operace

V testech OSP Scio i v TSP Masarykovy univerzity se vyskytují úlohy, v nichž se definuje nová operace, obvykle označované symbolem typu ♠, ♥, ■ apod.

Pro tyto úlohy je dle mých zkušeností typické to, že pokud je žáci vidí poprvé v životě a navíc jsou spíše méně matematicky zdatní, jsou zděšeni, co se po nich vlastně chce a do úlohy se vůbec nepouští. U těchto úloh jsem zjistila vůbec největší efekt přípravy – stačí opravdu malý trénink a žáci jsou schopni tyto úlohy řešit snadno.

Pro tuto problematiku jsem vytvořila digitální učební materiál, který lze použít pro nácvik tohoto tématu. Jediná úloha – vzorový příklad č. 3 – je převzata z uvedené literatury [16] v nezměněné podobě, ostatní byly vytvořeny autorkou jako analogické úlohy k úlohám vyskytujícím se v uvedené sbírce a v testech Scio.



Operace ♥, ♣, ♠, @, &, " apod.

- Úloha obvykle obsahuje některý z těchto znaků
- Operace mohou být unární (např. umocnění – vstupuje do ní jedno číslo) či binární (např. sčítání – vstupují do ní 2 čísla)
- Poznámka: 5 □ - čteme „5 čtvereček“, nikoli „5krát čtvereček“

Příklad 1 - vzorový

- Nechť operace ♥ je definována takto:

x ♥ = $x^2 - x$. Čemu je rovno *5* ♥ ?

- *Řešení:*

x ♥ = $x^2 - x$

5 ♥ = *?*

Porovnáním a následným dosazením zjistíme, že

5 ♥ = $5^2 - 5 = 20$

Příklad 2 – vzorový – „opačný výpočet“

- Nechť operace ♥ je definována takto:

x ♥ = $x^2 - 6x$. Je-li *x* ♥ = *0*, pak x se může rovnat

a) 6

b) 3

c) 1

d) -1

e) ani jedna z variant není správná

- *Řešení:*

x ♥ = $\underline{x^2 - 6x}$, zároveň víme, že
x ♥ = $\underline{0}$

Porovnáním získáme
$x^2 - 6x = 0$

A dořešením
$x\ (x - 6) = 0$
$x = 0$ *nebo* $x = 6$

ALE POZOR! Koukni do nabízených variant výsledků...

Žádná varianta nabízených řešení neobsahuje oba SPRÁVNÉ výsledky 0, 6

Jako správný výsledek označíme a), neboť zadání je formulováno „x se může rovnat“, a to číslo 6 splňuje!

TEĎ SI TO TROCHU ZKOMPLIKUJEME L

Příklad 3 – vzorový

- Pomatený panovník se po převzetí moci ve státě rozhodl zkomplikovat studentům počítání, a proto nechal předefinovat používané početní operace. Nejprve zavedl nové sčítání a nové dělení

A + B znamená nyní to, co dříve A . B + 5
A/B znamená nyní to, co dříve A + B + 1.

Vyřešte rovnici, která obsahuje nové sčítání a dělení

(X + 2)/ (X + 1) = 14

- Řešení:

Náš nový součet získáme vynásobením sčítanců a přičtením 5, takže bude místo X + 2

X . 2 + 5

A analogicky místo X + 1

X . 1 + 5

Tyto členy musíme vydělit opět „ponovu“ a toho docílíme, že členy sečteme a přičteme 1, tedy

(X . 2 + 5) + (X . 1 + 5) + 1 = 3X + 11

Zbývá snadné dořešení rovnice

3X + 11 = 14
3X = 14 – 11
X = 1

Další úlohy se pokuste vyřešit sami:

- 1. Operace * je definována takto:

$$x * y = \frac{y}{x+y}$$

Pak *2 * (-3)* je rovno:

a) -2
b) 3
c) -3
d) 2
e) žádná z předchozích možností není správná

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ ZNÍ b)

2. Operace @ je definována takto:

$$x @ y = \frac{x - y}{x + y}$$

Kolik je *3* @ *5?*

a) -4
b) -1/4
c) -1
d) 1/4
e) Žádná z předchozích možností není správná

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ ZNÍ b)

3. Operace *&(A, B)* je definována vztahem *&(A, B)* = *(A - B) (2B – A)*

&(5, 2)	0

a) Hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) Hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) Hodnota vpravo je stejná jako hodnota vlevo
d) Nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ ZNÍ b)

4. Operace x▼ je definována takto:

$$x\blacktriangledown = \frac{(x+1)(x+3)}{3}$$

Kolik je (2▼)▼ ?

a) 5
b) 16
c) -1
d) 1/16
e) Žádná z předchozích možností není správná

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ ZNÍ b)

Správná odpověď byla vždy b. A nejenom z toho plyne…

- Že v odpovědích na testové úlohy nehledejte nikdy logiku v tom, kolikrát se která odpověď již opakovala!
- Stejně tak se nevyplácí odpovědi bez rozmyslu „střílet“, zejména pokud se špatná odpověď penalizuje, což je časté u Scio testů….

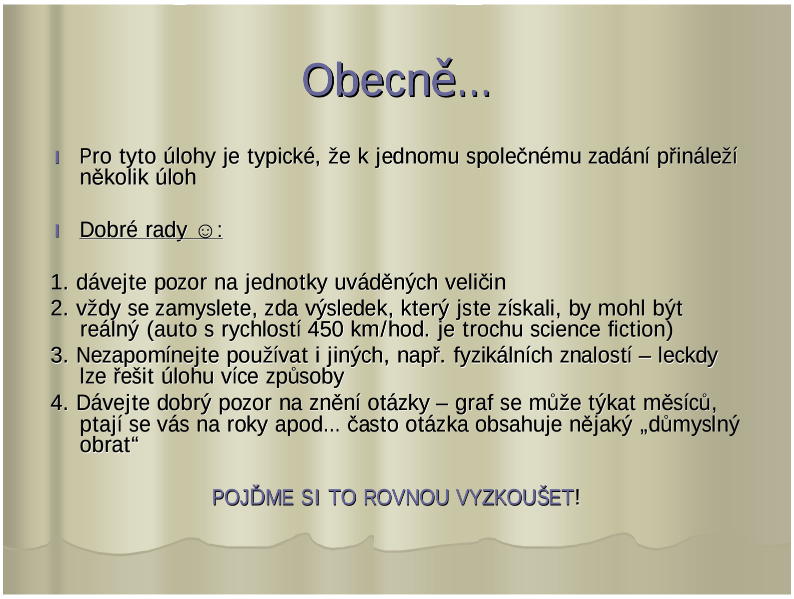
Použité zdroje:

- Němečková, M. - Růžičková, L. - Víta, M.: Přijímací zkoušky na vysoké školy. Matematika v testech obecných studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.
- Testy společnosti Scio zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem, Most, příspěvkovou organizací pro vlastní potřeby (přijímací zkoušky, další evaluační produkty)
- Soukromé materiály pro přípravné kursy vypracované Ing. Mgr. Evou Hrdličkovou

4.2.2 Úlohy vycházející z grafů a tabulek

Úlohy zaměřené na práci s informacemi obsaženými v grafech a tabulkách jsou přímo charakteristické pro kvantitativní oddíl testů OSP Scio. Nejedná se zpravidla o úlohy, které by byly příliš obtížné, nicméně se zde někdy setkáváme se zajímavými a důmyslnými obraty.

Jediná úloha – vzorový příklad č. 2 – je převzata z uvedené literatury [16] v nezměněné podobě, ostatní byly vytvořeny autorkou jako analogické úlohy k úlohám vyskytujícím se v uvedené sbírce či v testech Scio.



ÚLOHY TYPU „PŘEČTEME SI NĚCO Z TABULKY“

Příklad č. 1

Zaměstnanec	Věk (v letech)	Čistý měsíční příjem v Kč
A	21	17000
B	25	21000
C	44	22000
D	31	26000
E	32	25000
F	36	69000

Tabulka shrnuje některé údaje o zaměstnancích marketingového oddělení společnosti Alef alfa. Vyčtěte z tabulky příslušné údaje a řešte.

- 1. Jaký byl průměrný čistý roční příjem pracovníků do 35 let na tomto oddělení?

- A) 22 250 Kč
- B) 31 600 Kč
- C) 379 200 Kč
- D) 267 000 Kč
- E) 378 200 Kč

Správné řešení je

D

Úloha je jednoduchá, ale možná jste se nechali zmást...

Řešení:

- Do 35 let jsou jsou tito pracovníci:

A, B, D, E

- Jejich průměrný měsíční příjem je

(17000+21000+26000+25000):4= <u>22 250</u>

Ale na to se nás nikdo neptá!

- Je nutno odpovědět na otázku, tj. roční příjem je

= 22 250 . 12 = <u>267 000</u>

POZOR!

Taková možnost jako v předchozím případě se mezi nabízenými odpověďmi vyskytuje téměř vždy a je škoda doplatit na nepozornost!

- 2. Který z pracovníků měl čistý příjem vyšší než je průměrný měsíční příjem na tomto oddělení?

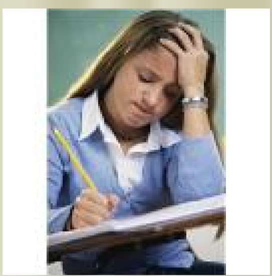
- A) A
- B) C
- C) D
- D) E
- E) F

správná odpověď je

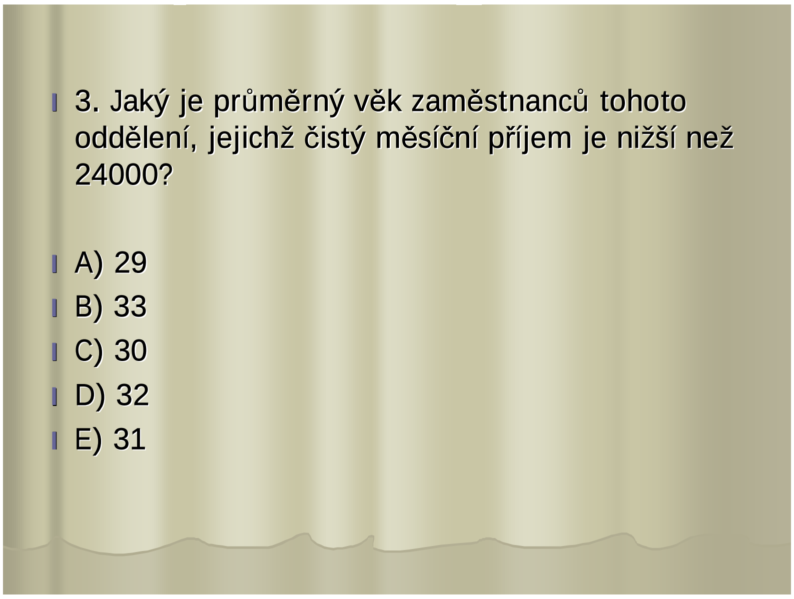
E

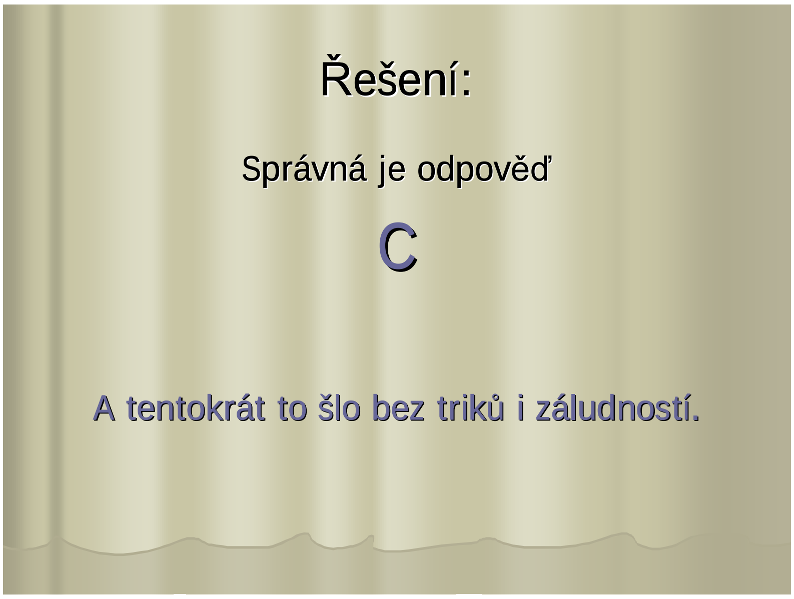
- Jistě jste vypočítali správně průměrný plat na oddělení podobně jako v předchozím případě
- Postup je to samozřejmě správný...

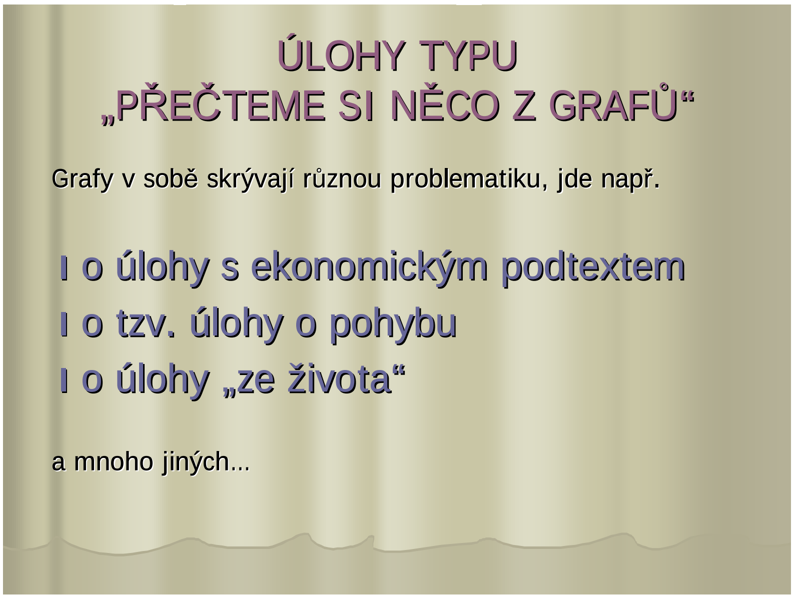
Pokud ale využijeme následující úvahy, ušetříme spoustu času, neboť nemusíme nic počítat!



- Nadprůměrný plat má jistě pracovník s nejvyšším platem! (tedy F).
- A protože se F mezi nabízenými odpověďmi nachází a víme, že právě 1 odpověď je správná, je řešení prostě F – tedy varianta E...
- Tento postup je zcela regulérní a můžeme ho používat, jak se nám líbí J


3. Jaký je průměrný věk zaměstnanců tohoto oddělení, jejichž čistý měsíční příjem je nižší než 24000?
A) 29
B) 33
C) 30
D) 32
E) 31

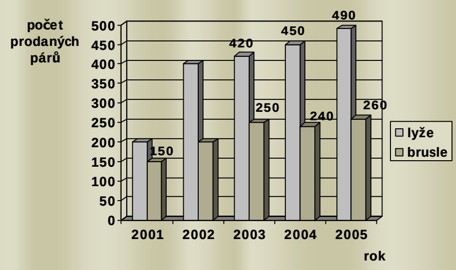

Řešení:
Správná je odpověď
C
A tentokrát to šlo bez triků i záludností.


ÚLOHY TYPU
„PŘEČTEME SI NĚCO Z GRAFŮ“
Grafy v sobě skrývají různou problematiku, jde např.
o úlohy s ekonomickým podtextem
o tzv. úlohy o pohybu
o úlohy „ze života“
a mnoho jiných...

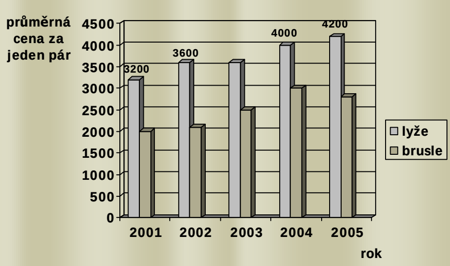
Příklad č. 2 – ÚLOHA „S EKONOMICKÝM PODTEXTEM“

- Následující 2 grafy obsahují údaje o počtech prodaných párů lyží a bruslí a jejich cenách v obchodě Sportissimo v letech 2001 – 2005.

Graf č. 1



Graf č. 2



Nabízejí se třeba tyto úlohy...

1. O kolik procent vzrostla tržba obchodního domu Sportissimo za lyže v roce 2003 oproti roku 2002

- A) 2,5
- B) 5
- C) 7,5
- D) 20
- E) 15

Řešení:

- Zjistíme tržby v roce 2003 a 2002 a vypočteme procentuální nárůst, základem je tržba v roce 2002

2002: T = 3600 . 400 = 1 440 000 Kč
2003: T = 3600 . 420 = 1 512 000 Kč

- Dořešíme - třeba pomocí vzorce

p = č : z
P = 1512000 : 1 440 000
P = 1,05 = 105%

Jde tedy o nárůst o 5 procent, neboli správně je **B).**

??? NEBYLA TO ALE DŘINA S TAKOVÝMI VELKÝMI ČÍSLY A DĚLENÍM, KTERÉ BY NÁS BEZ KALKULAČKY DOST OTRAVOVALO?

BYLA...

KDYŽ TO JDE SNADNĚJI... J

2. způsob řešení – elegantněji J

- Průměrná cena lyží v obou letech byla stejná, takže stačí vypočíst nárůst počtu prodaných lyží a musíme získat tentýž výsledek.

- Vycházíme z údajů:

2002 – 400 ks
2003 – 420 ks

- A navíc se nám třeba nelíbí vzorce, ale radši trojčlenka...

400 ks je 100 % (vztahujeme to k roku 2002)
1% je tedy 4 ks
Nárůst nastal o 20 ks, a to je právě 20 : 4 = 5 %. Neboli b).

Nejde o eleganci, ale až nám půjde o rychlost, tak nás tento postup jistě méně zdrží...

Další úlohy k těmto grafům:

2. Kolik párů bruslí se prodalo v letech 2002 – 2005 včetně?

- A) 1100
- B) 690
- C) 490
- D) 750
- E) 950

Správná odpověď je B)

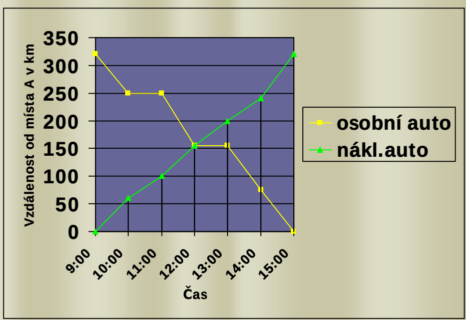
3. Jaké byly celkové tržby obchodního domu Sportissimo v roce 2004 za lyže a brusle?

- A) 720 000
- B) 180 000
- C) 72 000
- D) 2 520 000
- E) 252 000

Správná odpověď je E)

Příklad č. 3 – ÚLOHA „O POHYBU“

- V 9:00 vyjel z místa A směrem k místu B nákladní automobil. Ve stejný čas vyjel na stejnou trasu z místa B do místa A osobní automobil. Obě místa jsou od sebe vzdálena 320 km. Graf znázorňuje vzdálenost obou vozidel od místa A v čase od 9:00 do 15:00.



1. V kolik hodin se oba automobily na cestě setkaly?

- A) 9:00
- B) 10:00
- C) 11:00
- D) 12:00
- E) 15:00

Řešení:

- Nejsnazší je najít průsečík grafů, neboť v tom okamžiku mají obě auta stejnou vzdálenost od místa A
- Průsečík má 1. souřadnici 12:00 hod. (kilometry nelze z grafu přesně určit, ale to nepotřebujeme)

Správná odpověď je tedy D

2. Kolik času věnoval mezi 12:00 a 15:00 řidič osobního auta odpočinku (tj. nepohyboval se) ?

- A) 1 hod.
- B) 1,5 hod.
- C) 2 hod.
- D) 2,5 hod.
- E) 3 hod.

Řešení:

- Auto stojí, když se jeho dráha nemění, a to nastává dvakrát
- Mezi 12. a 13. hod. (také mezi 10. a 11. hod., ale to nás nezajímá)

Správná odpověď je tedy A

3. Jaká byla průměrná rychlost v $km.hod^{-1}$ nákladního automobilu mezi 9. a 11. hodinou?

- A) 40
- B) 50
- C) 60
- D) 65
- E) 45

Řešení:

- Rychlost je podílem ujeté dráhy a celkového času, tj.

$v = s : t$

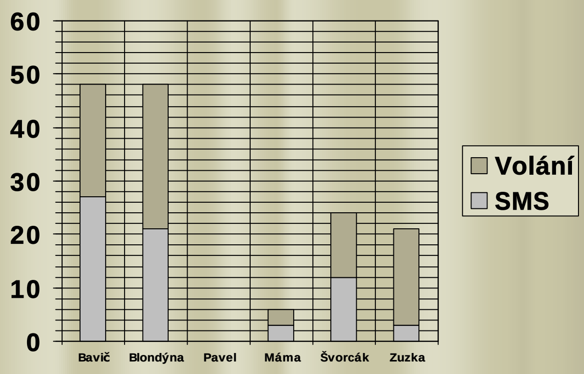
$V = 100 : 2 =$ $\underline{50\ km.hod^{-1}}$

Správná odpověď je tedy **B.**

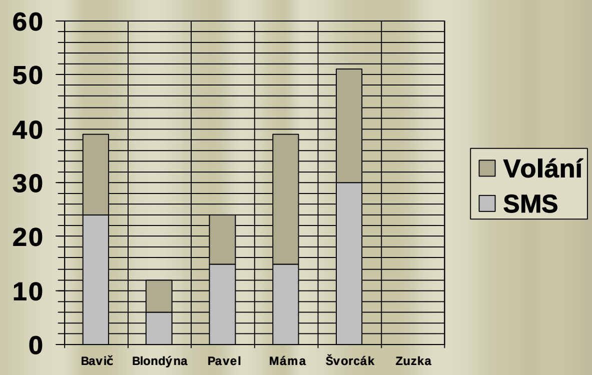
Příklad č. 4 – „ÚLOHA ZE ŽIVOTA“

- Sourozenci Pavel a Zuzka se rozhodli, že si tento měsíc budou vést statistiku telefonických kontaktů (volání a SMS zpráv) s vybranými lidmi. Grafy zobrazují počet telefonických kontaktů zvlášť Pavla a zvlášť Zuzky.

PAVEL:



ZUZKA:



1. Kterým lidem (kromě své sestry) poslal Pavel více SMS zpráv, než kolik jim poslala Zuzka?

- A) jen Bavičovi
- B) jen Blondýně
- C) jen Švorcákovi
- D) Bavičovi a Blondýně
- E) Švorcákovi a Blondýně

Správná odpověď je D

(Návod: porovnali jsme modrá pole zvlášť pro Baviče, Blondýnu apod.)

2. Kterým lidem (kromě sebe) poslal v tomto měsíci Pavel stejný počet zpráv, jako měl počet volání na jejich čísla?

- A) jen Bavičovi
- B) jen mámě
- C) jen Švorcákovi
- D) Blondýně a mámě
- E) mámě a Švorcákovi

Správná odpověď je E

(Návod: v grafu „Pavel“ jsme porovnali pro každého kontaktovaného velikost modrého a šedého pole, stejné jsou pro mámu a Švorcáka)

3. O kolik převyšoval celkový počet Zuzčiných kontaktů (SMS i volání) s mámou celkový počet Pavlových kontaktů (SMS i volání) s mámou?

- A) o 30
- B) o 33
- C) o 36
- D) o 27
- E) Pavel kontaktoval mámu častěji než Zuzka

Správná odpověď je B

(Návod: v obou grafech jsme porovnali celý sloupeček u položky „máma“, tj. 39-6=33)

4. Kolik celkem SMS zpráv odeslala v tomto měsíci ze svého mobilu Zuzka?

- A) 72
- B) 78
- C) 81
- D) 87
- E) 90

Správná odpověď je E

(Návod: Sečetli jsme obsah všech modrých polí u Zuzky, tj. 24+6+15+15+30=90)

5. Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A) Pavel i Zuzka poslali svému sourozenci stejný počet zpráv, jako každý poslali své mámě
- B) Prázdný sloupec v Pavlově grafu u kategorie „Pavel“ znamená, že Karel nevolal své mámě
- C) Nejvíce hovorů a SMS zpráv přijala od obou sourozenců dohromady Blondýna
- D) Počet hovorů mezi sourozenci byl vyšší než počet jejich volání mámě
- E) Pavel poslal Bavičovi a Blondýně stejný počet SMS zpráv

Správná odpověď je **A**

A tentokrát to jistě zvládneme i bez návodu (ten je beztak pro každou variantu jiný J)

Použité zdroje

- Němečková, M. - Růžičková, L. - Víta, M.: Přijímací zkoušky na vysoké školy. Matematika v testech obecných studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.
- Testy společnosti Scio zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem, Most, příspěvkovou organizací pro vlastní potřeby (přijímací zkoušky, další evaluační produkty)
- Zvuky a obrázky dostupné pod licencí Microsoft Office 2003

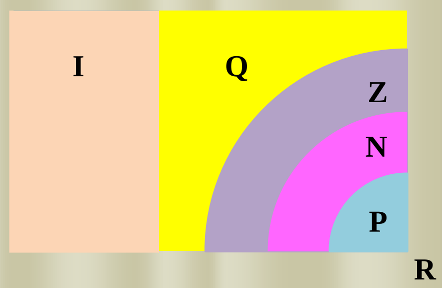
4.2.3 Atypické úlohy z tematického celku Číselné obory

V této části se zaměřuji na úlohy, kde v konečné fázi porovnáváme dvě čísla nebo výrazy. Často úlohy obsahují práci s hodnotou převrácenou či opačnou, což se žákům plete již samo o sobě. Největší problém obvykle představuje typ úlohy uvedený na snímku č. 15 (úloha č. 2). Pokud ji žák už řeší, tak nejčastěji dosazením konkrétních čísel a zobecněním této konkrétní situace, což vede většinou ke špatnému výsledku. Ukazuje se, že je vhodné žáky vést k tomu, aby vždy po prvním přečtení úlohy ihned zaregistrovali obor, ve kterém se úloha řeší (Jde o „všechna čísla“? Tedy čísla reálná? Jak se bude chovat výraz pro kladná, jak pro záporná čísla, jak pro nulu?) a samozřejmě, aby metodu „zkusmo“ používali jen v případě nouze, a to tam, kde to skutečně lze.

Všechny úlohy byly vytvořeny autorkou jako analogické úlohy k úlohám vyskytujícím se v testech Scio a úlohám obsaženým v literatuře [16].

Jaké číselné obory vlastně známe?

- R ... čísla reálná
- I ... čísla iracionální (nevyjádřitelná zlomkem)
- Q ... čísla racionální (vyjádřitelná zlomkem)
- Z ... čísla celá
- N ... čísla přirozená
- P ... prvočísla



Vzorový příklad č. 1

Mějme reálné číslo a různé od nuly. Porovnejme dané číslo a s jeho převrácenou hodnotou.

Řešení:

Ukažme si na konkrétních hodnotách, jaká situace může nastat:

$$a=1 \Rightarrow \frac{1}{a}=1$$

$$a=2 \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{1}{2}$$

$$a=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{3}{2}$$

$$a=-2 \Rightarrow \frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$$

$$atd.$$

- Je tedy jasné, že nelze jednoznačně odpovědět, neboť situace závisí na tom, zda je *a* kladné či záporné, zda jeho absolutní hodnota je menší či větší než 1 apod.

- Ale v testech se většinou po nás žádné podrobné analýzy nežádají, takže se spokojíme s odpovědí

  „NELZE URČIT, KTERÁ HODNOTA JE VĚTŠÍ“

Vzorový příklad č. 2

Je dáno přirozené číslo x.

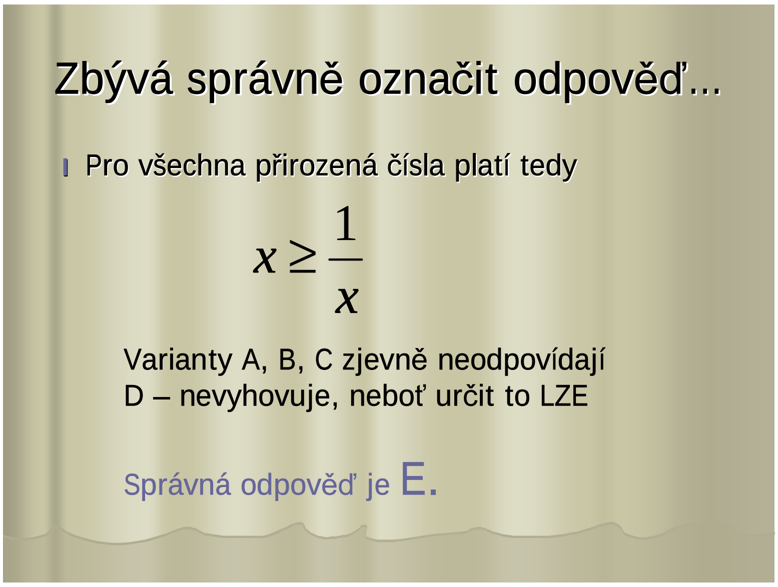
x	$\frac{1}{x}$

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.

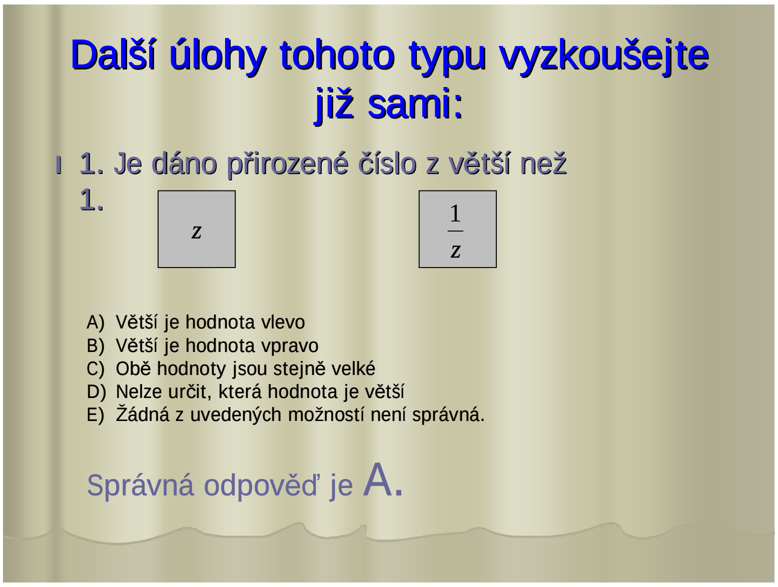
Řešení:

- zde už máme jasně stanoveno, že x je přirozené, zabýváme se tedy POUZE celými kladnými čísly

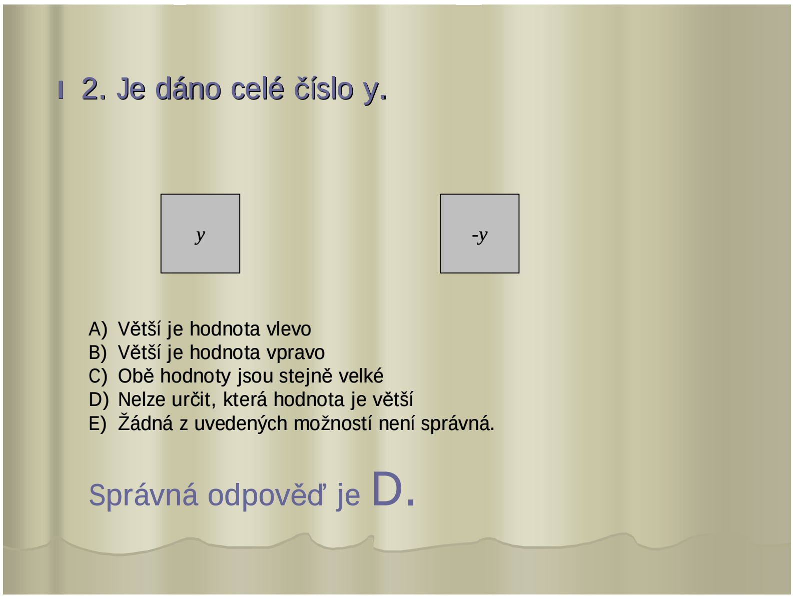
- pouze číslo 1 se chová odlišně (obě hodnoty x i 1/x se budou rovnat), u ostatních přirozených čísel bude vždy x větší než 1/x



Zbývá správně označit odpověď...
Pro všechna přirozená čísla platí tedy
$$x \geq \frac{1}{x}$$
Varianty A, B, C zjevně neodpovídají
D – nevyhovuje, neboť určit to LZE
Správná odpověď je E.



Další úlohy tohoto typu vyzkoušejte již sami:
1. Je dáno přirozené číslo z větší než 1.
z
$\frac{1}{z}$
A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.
Správná odpověď je A.



2. Je dáno celé číslo y.
y
$-y$
A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.
Správná odpověď je D.

3. Je dáno číslo $0<x<1$.

Číslo opačné k číslu x	*Číslo převrácené k číslu x*

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.

Správná odpověď je B.

Vzorový příklad č. 3

Pro reálná čísla x a y platí $5x - 4y = 4x - 5y$.

x	y

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.

Řešení:

Rovnici upravíme:

$$5x - 4y = 4x - 5y$$
$$x = -y$$

Bez dalších údajů neumíme rozhodnout...

Správná odpověď je tedy D.

Další úlohy tohoto typu vyzkoušejte již sami:

- 1. *a* a *b* jsou nenulová reálná čísla.

$a^2 - b^2$ | $a - b$

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší
E) Žádná z uvedených možností není správná.

Správná odpověď je D.

- 2. Nechť $a<b$ a $c>a$.

$c + a$ | $a + b$

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

Správná odpověď je **D.**

3. Porovnejte tyto dvě hodnoty, pokud *x* je přirozené číslo.

$5 - x$ | $5 - (x+2)$

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší

Správná odpověď je **A.**

4. Porovnejte tyto dvě hodnoty, kde *a*, *b* jsou reálná čísla.

$6 + 2b - a$	$6 + 2b(-a)$

A) Větší je hodnota vlevo
B) Větší je hodnota vpravo
C) Obě hodnoty jsou stejně velké
D) Nelze určit, která hodnota je větší

Správná odpověď je **D.**

Použité zdroje

- Němečková, M. - Růžičková, L. - Víta, M.: Přijímací zkoušky na vysoké školy. Matematika v testech obecných studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.
- Testy společnosti Scio zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem, Most, příspěvkovou organizací pro vlastní potřeby (přijímací zkoušky, další evaluační produkty)
- Obrázek dostupný z galerie klipartů licence Microsoft Office 2003

4.2.4 Logické úlohy typu „zebra“

Tento typ úloh je pro žáky většinou vůbec nejnáročnější. Kromě toho se znalost těchto úloh nikdy v minulosti netestovala, obvykle se s nimi člověk setkal pouze jako s tzv. „logickými problémy“ v časopisech a rekreační matematice.

Skutečnost, že žáci mají s těmito úlohami trable, je dána jednak tím, že se podobné úlohy vůbec v hodinách matematiky netrénují a ještě více tím, že způsob myšlení, který tyto úlohy vyžadují, je žákům většinou naprosto cizí. Obvykle jsou totiž oblíbené ty úlohy, kde se žáci naučí určitý přesný algoritmus, který pak bez velkého přemýšlení aplikují na další velmi podobné úlohy.

To bohužel neplatí o zebrách, byť i zde lze nabídnout určité algoritmy řešení. Problém obvykle spočívá i v tom, že po žákovi nechceme zjistit konečný výsledek (navíc většinou nebývá jeden), ale odpovědět na nějaké související otázky, většinou formulované tak, co „je možné“ nebo co „není možné“.

Samozřejmě i zde platí jako u většiny ostatních úloh, že čím více „zeber“ vyřešíme v přípravné fázi, tím méně nás překvapí v ostrém testu.

O „zebrách“ s jistotou víme, že je Scio zařazuje ve zjednodušené podobě již do testů pro 5. třídy a v postupně rostoucí náročnosti je obsahují testy pro všechny následující ročníky včetně posledního stupně – tj. Národních srovnávacích zkoušek, kde se jedná již o úlohy vpravdě náročné.

Následující učební materiál ukazuje vzorově vyřešené úlohy s podrobným komentářem prezentovaných algoritmů a následně i úlohy neřešené, pouze s uvedenými výsledky.

Zadání všech uvedených úloh byla převzata beze změn z uvedených zdrojů a doplněna pouze o autorské řešení.

JAKÉ ÚLOHY MÁME VŮBEC NA MYSLI?

Učitel autoškoly říká adeptovi šoférského umění:

„Právě jste přejel zebru!“

Ten sebou trhne a ptá se:

„Propána, co se jí stalo? Žije?“

Tak o těchto zebrách řeč opravdu nebude **J**

ZEBRA

= kombinatorická úloha, která vyžaduje správně k sobě přiřadit prvky několika různých množin na základě (zdánlivě nepostačujících) informací…

A proč vlastně zebra?

Protože asi před 50 lety taková úloha okouzlila celý svět a končila otázkou „Kdo chová zebru?“

Metody řešení:

- strom logických možností (ke každému prvku připíšeme všechny možné varianty a vyškrtáváme nepřípustné)
- tabulková metoda – údaje uspořádáme do tabulky a postupnou prací s políčky dojdeme k řešení

Vzorový příklad č. 1

Tři známí sedí spolu v kavárně, povídají si a najednou jeden povídá:

„To je legrace, my máme stejná zaměstnání, jako jsou naše jména, ale nikomu se jméno a zaměstnání nekryje!“

Na to odpoví pekař:

„To máte pravdu, pane Zahradníku!“

Jaké zaměstnání měl pan Tesař?

Řešení:

- Údaje můžeme uspořádat např. do tabulky:

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař			
Pan Zahradník			
Pan Tesař			

a) označíme, že nikdo se nejmenuje stejně jako jeho povolání

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--		
Pan Zahradník		--	
Pan Tesař			--

b) pekař mluví s panem Zahradníkem, tudíž pekař není pan Zahradník

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--		
Pan Zahradník	--	--	
Pan Tesař			--

c) ve 2. řádku již získáváme jednoznačnou variantu pan Zahradník je tesař

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--		
Pan Zahradník	--	--	ANO
Pan Tesař			--

d) z 3. sloupce vychází, že pan Pekař není tesař

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--		--
Pan Zahradník	--	--	ANO
Pan Tesař			--

c) z 1. řádku vychází, že pan Pekař je zahradník

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--	ANO	--
Pan Zahradník	--	--	ANO
Pan Tesař			--

d) zbývá doplnit, že pan Tesař je pekař

	pekař	zahradník	tesař
Pan Pekař	--	ANO	--
Pan Zahradník	--	--	ANO
Pan Tesař	ANO	--	--

Vzorový příklad č. 2

V pondělí od 8:00 do 8:45 4 různí profesoři (Jan, Karel, Zdeněk a Pavel) vyučují 4 různé předměty (čeština, dějepis, matematika, fyzika) ve 4 různých posluchárnách (A, B, C, D). Víme o nich, že:

- V posluchárně C se vyučuje čeština.
- Jan neučí matematiku, zato však učí v posluchárně A.
- Pavel neučí češtinu.
- Fyzikář Karel učí v posluchárně A nebo B.

Ve které posluchárně může učit Zdeněk?

Řešení - zkusme tentokrát použít logický strom…

JAN
čeština, dějepis, (matem.), fyzika
A, (B),(C), (D)

KAREL
čeština, dějepis, matem., fyzika
A, B, (C), (D)

ZDENĚK
čeština, dějepis, matem., fyzika
A, B, C, D

PAVEL
(čeština), dějepis, matem.,fyzika
A, B, C, D

Jan neučí mat., ale učí v A – červená
Pavel neučí češtinu – modrá
Fyzikář Karel učí v A nebo v B – tyrkys
V C je čeština => jedině u Zdeňka - petrolejová

ZDENĚK MŮŽE UČIT JEDINĚ V POSLUCHÁRNĚ C!

Další úlohy (snazší)

1. Na studiích se sešly tři studentky – Kája, Jana a Lenka. Každá dělá jiný sport a pochází z jiného města. Víme o nich, že:

- Jana nedělá balet
- Lenka nedělá gymnastiku
- gymnastka je z města krajky
- ta, co baletí, není z Hradce
- Lenka není z Plzně
- jedna pěstuje aikido

Kdo pochází z Vamberka a jaký sport dělá Kája?

(Řešení: z Vamberka je Jana, Kája dělá balet)

2. Každý ze tří kamarádů (Petr, Karel, Jan) o prázdninách podnikal turistické túry právě v jednom z pohoří Alpy, Tatry, Krkonoše a navštívil právě jedno ze zajímavých měst Hradec Králové, Salzburg, Kežmarok. Určete, kdo byl kde, víte-li, že:

- Karel si opět zopakoval svou oblíbenou tatranskou túru na Kriváň.
- Ten, kdo jel do Krkonoš, si cestou prohlédl Gočárovo řešení Hradce.
- Petr říkal, že v Krkonoších byl už aspoň 10krát, a jel jinam.
- Ten, kdo byl v Tatrách, uvěřil reklamě, že při špatném počasí je nejlepší řešení navštívit půvabné městečko Kežmarok – a své návštěvy nelitoval.

(Řešení: Karel – Tatry - Kežmarok, Jan – Krkonoše – Hradec, Petr – Alpy – Salzburg)

3. Pět rybářů se vydalo na lov. Jmenovali se Kapr, Mřínek, Vokoun, Cejn a Štika. Každý z nich chytil jednu rybu. Tyto ryby byly shodou okolností stejného jména, jako byla jména rybářů. Nikdo však nechytil rybu, jejíž jméno nesl. Pan Cejn nechytil Štiku a pan Štika nechytil cejna. Štiku ulovil jmenovec ryby, kterou chytil pan Vokoun, nebyl to ale kapr. Toho nechytil ani pan Štika. Jakou rybu ulovil pan Kapr?

(Řešení: pan Kapr ulovil cejna)

Zkusme i složitější úlohy J

1. Pět geologů se vydalo pátrat po nerostech. Každý muž byl jiné národnosti a našel jiný druh nerostného bohatství v jiném typu krajiny:

- Australan zkoumal poušť.
- Naftu našel Američan.
- Železo bylo v horách.
- Zlato nenašel Australan.
- Angličan hledal v údolí řeky.
- Francouz narazil na diamanty.
- Diamanty nebyly na mořském dně.

- Odpovězte na tyto otázky:
- Co bylo v pralese?
- Kde se našly opály?
- Co bylo na mořském dně?
- Kdo našel zlato?
- Co objevil Švéd?

(Řešení: v pralese diamanty, opály v poušti, na dně moře nafta, zlato Angličan, Švéd železo)

2. V jednom menším městě žijí čtyři psi. Každý má jiné jméno, je jiné rasy, má jiné majitele a je venčen jinde:

- Fernandez patří milionářskému páru.
- Dalmatin chodí do lesíka.
- Jezevčík se jmenuje Josef.
- Brok patří starému muži.
- Rybník navštěvuje kokršpaněl.
- Pes patřící tříčlenné rodině dostal jméno Punťa.
- Starcovi se dalmatini nelíbí.
- Stařenka nevenčí svého psa na louce.
- Punťa nechodí k rybníku.
- Starému muži nepatří kokršpaněl.

Odpovězte na tyto otázky:

- Komu patří pes chodící do parku?
- Kde venčí svého psa starý muž?
- Jak se jmenuje lovecký pes?
- Jaké rasy je pes patřící milionářskému páru?

(Řešení: do parku chodí jezevčík, starý muž venčí na louce, lovecký pes je Brok a milionáři mají kokršpaněla)

3. Studentky Alena, Katka, Petra a Zita studují každá jeden z následujících oborů : sociologii, práva, ekonomii, angličtinu. Každá také provozuje právě 1 z těchto sportů: cyklistiku, házenou, šachy a kriket. Víme o nich následující:

- Katka chodí na oběd se studentkou práva hráčkou házené
- Alena hraje kriket
- Šachistka si u Katky zapomněla svoje poznámky z ekonomie
- Studentka angličtiny se nesnáší s hráčkou házené.

A) Které tvrzení je určitě pravdivé?

- Alena chodí na oběd s Katkou a Petrou
- Zita si u Katky zapomněla poznámky
- Petra se nesnáší s Katkou
- Cyklistka chodí na oběd s hráčkou kriketu

B) Které tvrzení je určitě nepravdivé?

- Katka chodí na oběd s Petrou
- Zita si zapomněla u Katky poznámky
- Katka chodí na oběd se Zitou
- Petra se nesnáší s Katkou
- Žádná z variant a) – d) není správná

C) Studentkou angličtiny je:

- Alena
- Katka
- Petra
- Zita
- Odpověď nelze jednoznačně určit

(Řešení: A) Cyklistka chodí na oběd s hráčkou kriketu, B) žádná z nabízených variant a)- d) není správná, C) Katka)

Zdroje

Kouřilová, S. – Caha, P. – Caha, E.: Testy – Studijní předpoklady a logika. Fragment, Praha 2010.

Němečková, M.- Růžičková, L. – Víta, M.: Matematika v testech studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.

Volfová, M.: Jak na zebry. Dostupné z http://black-hole.cz/cental/wp-content/uploads/2010/03/JAK-NA-ZEBRY.pdf

Autor neuveden: Jak na zebry, dostupné z http://zavitnicek.sweb.cz/cla_zebry.htm

Obrázek dostupný z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Mathematicsgeneral.jpg

Zvuky a obrázky dostupné pod licencí Microsoft Office

4.2.5 Logické úlohy typu „v jakém pořadí“

Pro úlohy tohoto typu platí v podstatě téměř totéž jako pro skupinu předchozí. Pro žáky jsou tyto úlohy náročné, ve škole se s nimi za normálních okolností nesetkají a „tváří v tvář“ se nimi mohou potkat až při ostrém testování. Řešení vyžaduje takový způsob myšlení, s kterým mají žáci často potíže. Opět platí, že tréninkem těchto úloh (a s tím souvisejícím uvědoměním si, že úloha nemusí mít jediné konečné řešení, případně že na určitém místě se nemusí umístit pouze jediný prvek apod.) lze dosáhnout solidního výsledku.

I zde platí, že také tento typ úloh je zařazován již do testů pro 5. třídy a pochopitelně v postupně rostoucí náročnosti pro všechny následující úrovně.

Úlohy byly vesměs čerpány z literatury [13]. Úloha č. 1 je vytvořena jako analogická k úlohám v testech Scio. Většina úloh je doplněna o autorské řešení.

Úlohy o „sestavení pořadí“

- tyto úlohy jsou podobné úlohám typu „zebra“ – tj. přiřazování vlastností různým subjektům
- máme ale „pouze“ skupinu stejnorodých prvků (lidi, města, týmy apod.), pro která hledáme většinou nějaké pořadí (dle velikosti, počtu bodů apod.)
- často úloha může mít několik řešení, ale otázky jsou koncipovány tak, že zjišťují např. co nemůže v žádném případě nastat atd.

Vzorový příklad č. 1

Pět spolužaček (Alena, Anna, Eva, Hana, Jana) z jedné třídy se postavilo do řady podle výšky od nejnižší k nejvyšší. Víme, že:

- Žádné 2 spolužačky neměří stejně
- Eva je vyšší, než nejméně 3 spolužačky
- Anna je nejnižší
- Alena stojí vedle Hany a zároveň vedle Evy.

Které z následujících tvrzení je určitě pravdivé?

a) Jana stojí v řadě jako druhá
b) Eva je vyšší než Jana
c) Hana je nižší než Eva
d) Alena nestojí uprostřed řady
e) Hana stojí v řadě jako třetí nebo čtvrtá.

Řešení:

Postupně zakreslíme všechny známé informace:

Anna . . . . (Anna je nejnižší)

Anna . . Eva . (Eva je vyšší než nejméně 3 dívky)
Anna . . . Eva

Anna Hana Alena Eva . (Alena stojí vedle Hany a také vedle Evy)
Anna . Hana Alena Eva

Anna Hana Alena Eva Jana (2 vzniklá řešení)
Anna Jana Hana Alena Eva

Správná odpověď je POUZE C.
(ostatní buď neplatí vůbec nebo nelze jednoznačně rozhodnout).

Vzorový příklad č. 2

Adam, Borek, Cyril a Dan porovnávali vzájemně svou váhu a výšku. Víme, že:

- Žádní 2 z nich nemají stejnou výšku
- Jejich váhy jsou (ne nutně v tomto pořadí) 69, 71, 73 a 76 kg
- Adam je nejtěžší a není nejvyšší
- Borek je lehčí než Cyril o 2 kg
- Dan je nejmenší.

Úlohy:

A) Které z následující tvrzení NENÍ určitě pravdivé?

- Cyril je 2. nejvyšší.
- Adam je 2. nejvyšší.
- Dan je 2. nejtěžší.
- Borek je 2. nejtěžší.
- Adam je menší než Borek.

B) Které z následujících tvrzení JE určitě pravdivé?

- Adam je nejvyšší
- Dan je lehčí než Cyril
- Cyril není nejlehčí
- Borek váží 69 kg
- Borek je vyšší než Cyril

C) Které z následujících tvrzení je v souladu s podmínkami zadání?

- Cyril je nejlehčí
- Dan je o 4 kg těžší než Cyril
- Cyril je nejvyšší
- Adam je nejmenší
- Adam je lehčí než Cyril

D) Jestliže navíc víme, že Borek je vyšší než Cyril, pak je určitě pravda, že:

- Borek je nejvyšší
- Borek váží 71 kg
- Adam je vyšší než Cyril
- Dan váží 71 kg
- Cyril je lehčí než Dan

Řešení:

Vychází nám 2 varianty pořadí pro váhy:

69 – Borek, 71 – Cyril, 73 – Dan (nejm.), 76 Adam (není nejv.)

ANEBO

69 – Dan (nejm.), 71 – Bořek, 73 – Cyril, 76 Adam (není nejv.)

Z těchto variant vyčteme příslušné odpovědi:

- A) Borek je 2. nejtěžší.
- B) Cyril není nejlehčí (plyne rovnou z 4. výroku v zadání)
- C) Cyril je nejvyšší (víme jen, že Dan je nejmenší a Adam není nejvyšší, ostatní nevíme)
- D) Borek je nejvyšší (varianty vzniklé po této informaci jsou Dan – Cyril – Adam – Borek nebo Dan – Adam – Cyril – Borek)

Zkusme i složitější úlohy J

!!! Pozor, z povahy některé úlohy (např. č. 3) vyplývá, že na jednom místě se mohly umístit např. 2 značky, 2 lidé apod.!!!

Vzorový příklad č. 3

Trpaslíci se hádali, kdo je nejchytřejší. Šmudla prohlásil, že sice nemá na Rudlu, ale je chytřejší než Kudla. Nudla prohlásil, že je sice horší než Židla, ale že rozhodně není hloupější než Šmudla. Předpokládejte, že trpaslíci mluvili pravdu. Vyberte, které tvrzení je s jistotou pravdivé.

A) Rudla je nejchytřejší
B) Židla je nejchytřejší
C) Nudla je třetí nejchytřejší
D) Nudla může být 2. nejchytřejší.
E) Žádná z variant není s jistotou správná.

Řešení:

- máme 2 částečná pořadí (Rudla – Šmudla – Kudla, Židla – Nudla), řazeno od nejchytřejších po nejhloupější
- Nudla není hloupější než Šmudla, takže Kudla je nejhloupější
- kdo je nejchytřejší, nelze z tohoto určit (takže A), B) nelze označit)
- C) rovněž rovněž nelze (neznáme vztah mezi Rudlou a Nudlou)
- varianta D) připouští <u>pouze možnost</u> a tato možnost je reálná, takže výsledkem je

  - D

Další úlohy

jsou určeny k samostatné práci a uvedeme je pouze s podtrženým řešením, které již nebudeme podrobně komentovat L

Příklad č. 4 - k samostatné práci

Soutěže o nejlepší desítku roku se zúčastnilo těchto 5 značek: dolnolhotský Podmírák, černobylský Ležák, Karvinský Horník, Bitter a Olšovec. O výsledcích soutěže víme:

- Dolnolhotský Podmírák byl hodnocen lépe než černobylský Ležák a nedopadl hůře než karvinský Horník.
- Horník byl zase lepší než zahraniční pivo Bitter, které porazilo domácí Olšovec.
- Olšovec však nebyl horší než černobylský Ležák.

Které z tvrzení je pravda?

a) Černobylský ležák byl horší než všechny ostatní značky
b) Bitter nebyl lepší než Černobylský ležák
c) Vyhrát mohl jen karvinský Horník
d) Vyhrát mohl jen dolnolhotský Podmírák
e) <u>Bitter byl třetí.</u>

Příklad č. 5 – k samostatné práci

Sedm závodníků - Aleš, Bedřich, Cyril, Dalibor, Erik, Filip a Gabriel – se zúčastnilo závodu. Všichni doběhli do cíle. O jejich umístění víme:

- Erik doběhl před Bořivojem, který doběhl před Filipem
- Dalibor doběhl před Gabrielem a mezi nimi nikdo nebyl
- Aleš doběhl třetí
- Cyril nebyl ve výsledkové listině v sousedství Erika
- Filip nebyl poslední
- Aleš a Filip nebyli ve výsledkové listině vedle sebe

A) Vyberte tvrzení, které je určitě pravdivé:
- Bořivoj porazil Dalibora
- Bořivoj nedosáhl na medailovou pozici
- <u>Vyhrát mohli jen Dalibor nebo Erik</u>
- Cyril byl poslední
- Dalibor porazil Cyrila

B) Kdo mohl doběhnout čtvrtý?
- Jen Erik
- Dalibor a Bořivoj
- Erik a Dalibor
- Cyril a Erik
- <u>Erik, Cyril a Dalibor</u>
- Erik, Dalibor a Bořivoj

C) V kolika různých seřazeních mohli závodníci doběhnout do cíle?

- Pouze v jednom
- Ve dvou
- Ve třech
- Ve čtyřech
- V pěti

D) V jakém z následujících pořadí mohli závodníci doběhnout do cíle?

- Dalibor, Gabriel, Aleš, Cyril, Erik, Filip, Bořivoj
- Erik, Bořivoj, Aleš, Filip, Cyril, Dalibor, Gabriel
- Dalibor, Gabriel, Aleš, Bořivoj, Erik, Filip, Cyril
- Dalibor, Gabriel, Aleš, Erik, Bořivoj, Filip, Cyril
- Ani jedna z variant není správná

Zdroje

Kouřilová, S. – Caha, P. – Caha, E.: Testy – Studijní předpoklady a logika. Fragment, Praha 2010.

Němečková, M.- Růžičková, L. – Víta, M.: Matematika v testech studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.

http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Mathematicsgeneral.jpg

Zvuky a obrázky dostupné pod licencí Microsoft Office

4.2.6 Atypické úlohy z tematického celku Algebraické výrazy a rovnice

„Tradiční“ úlohy s problematikou úprav algebraických výrazů a rovnice mají žáci obvykle rádi. Jedná se právě o úlohy, kde využijí tradičních mnohokrát procvičených postupů a pokud nezapomenou např. na podmínky platnosti (to se jim v testu většinou stát nemůže), obvykle nemají problém.

V této části předkládám úlohy méně tradiční, na prvním typu příkladu ukazuji, jak může řešiteli pomoci při řešení namísto otrockého počítání důvtip (výpočet zrychlí a minimalizuje chyby, které by vznikly při tradičním postupu) a ve druhé části představuji netradiční úlohy kombinující problematiku výrazů či rovnic s problematikou přímé úměrnosti a poměru.

Úlohy byly opět vytvořeny jako analogické k úlohám obsaženým v testech Scio a dále v literatuře [16]. V nezměněné podobě jsou převzaty úlohy č. 1a, 2b, a to z literatury [16].

JAKÉ ÚLOHY MÁME VŮBEC NA MYSLI?

1. Třeba takové, kde je výhodné při řešení použít důvtipu, pak si ušetříme spoustu zbytečné práce...

a) Vypočtěte 115^2-114^2

Řešení:

Kalkulačka většinou nebývá povolena, takže můžeme např. násobit pod sebou…

ANEBO

máme šikovné vzorce!

$a^2 - b^2 = (a – b)(a + b)$

Po dosazení

$115^2 - 114^2 = (115 - 114)(115 + 114) = \underline{229}$

ZKUSTE SAMI:

b) Porovnejte

$226^2 - 225^2$	$112^2 - 102^2$

A) větší je hodnota vlevo
B) větší je hodnota vpravo
C) obě hodnoty jsou stejně velké
D) nelze určit, která hodnota je větší
E) žádná z nabízených možností není správná

Výsledky jsou 451 a 2140 (není nutno dopočítávat do konce!!!) a tudíž správná odpověď je B).

2. Další problémové úlohy v sobě skrývají např. téma poměru…

a) Určete poměr čísel a:b (a≠0, b≠0), jestliže platí

12(2a-3b)=2(3a-8b)

Řešení:

Upravíme $12(2a - 3b) = 2(3a - 8b)$

$$24a - 36b = 6a - 16b$$

$$9a = 10b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{10}{9}$$

Poměr a:b je tedy 10:9.

b) Určete hodnotu výrazu

$$\frac{2a + 3b}{3a + 2b}$$

jestliže poměr a:b = 3:5.

Řešení:

Ukážeme 2 způsoby řešení:

- **1. způsob:**

Pokud a:b = 3:5, existuje nějaké k≠0 takové, že platí a= 3k, b= 5k.

Dosadíme

$$\frac{2a+3b}{3a+2b}=\frac{2.3k+3.5k}{3.3k+2.5k}=\frac{21k}{19k}=\underline{\underline{\frac{21}{19}}}$$

- **2. způsob:**

Zlomek rozšíříme výrazem $\frac{1}{b}$,

čímž nám vznikne ve výrazu zadaný poměr a:b a po úpravách dostaneme

$$\frac{2a+3b}{3a+2b}=\frac{\frac{2a}{b}+\frac{3b}{b}}{\frac{3a}{b}+\frac{2b}{b}}=\frac{2.\frac{3}{5}+3}{3.\frac{3}{5}+2}=\underline{\underline{\frac{21}{19}}}$$

ZKUSTE SAMI:

c) Určete poměr čísel a:b (a≠0, b≠0), jestliže platí 2(13a-9b)=3(2a-b).

A) 3 : 4
B) 4 : 3
C) 5 : 3
D) 3 : 5
E) Žádná z možností A) – D) není správná

Správná odpověď je A.

d) Pro reálná čísla a,b,c platí a:b:c = 1:3:5.

$\dfrac{3a+2b}{4a+3c}$	$\dfrac{1}{2}$

A) větší je hodnota vlevo
B) větší je hodnota vpravo
C) obě hodnoty jsou stejně velké
D) nelze určit, která hodnota je větší
E) žádná z nabízených možností není správná

Správná odpověď je B.

e) Hodnoty zlatých, stříbrných a bronzových poukázek jsou v poměru 5:3:1.

Celková hodnota 2 zlatých, 1 stříbrné a 3 bronzových poukázek	Celková hodnota 1 zlaté, 2 stříbrných a 5 bronzových poukázek

A) větší je hodnota vlevo
B) větší je hodnota vpravo
C) obě hodnoty jsou stejně velké
D) nelze určit, která hodnota je větš
E) žádná z nabízených možností není správná

Správná odpověď je C.

3. Úlohy počítající s kopami, tucty apod.

1 kopa = 60 ks
1 tucet = 12 ks
(1 mandel = 15 ks,
1 velekopa = 3600 ks,
1 veletucet = 144 ks)

ZKUSTE SAMI:

Porovnejte tyto 2 hodnoty:

2 a půl tuctu	půl kopy

A) větší je hodnota vlevo
B) větší je hodnota vpravo
C) obě hodnoty jsou stejně velké
D) nelze určit, která hodnota je větší
E) žádná z nabízených možností není správná

Správná odpověď je C.

Použité zdroje:

- Němečková, M.- Růžičková, L. – Víta, M.: Matematika v testech studijních předpokladů. 1. vydání, Praha, Fragment 2009. 171 str.
- Testy Scio zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem Most v letech 2009-2012
- Soukromé materiály vytvořené autorkou Evou Hrdličkovou

http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Mathematicsgeneral.jpg

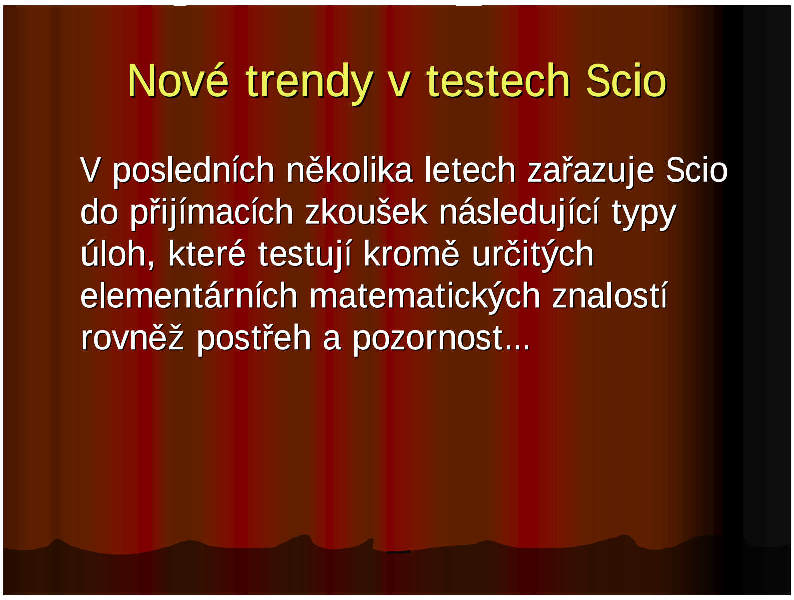
Zvuky a obrázky dostupné pod licencí Microsoft Office

4.2.7 Atypické úlohy typu „šachovnice, hry s čísly a symboly“

Tento typ úloh je zařazován do testů OSP zejména v posledních 3 letech, a to opět již od 5. třídy. Tyto úlohy mají většinou žáci rádi, připadají jim snadné, chyby a omyly pramení většinou z nepozornosti, méně častěji žák zadání nerozumí nebo jej pochopí jinak.

Předložené úlohy jsou velmi podobné obtížnosti (pouze 4. uvedená úloha je mírně těžší než předchozí 3). V této úrovni obtížnosti je lze očekávat v testech pro devátou stejně jako pro pátou třídu.

Všechny předložené úlohy byly vytvořeny jako analogické k úlohám v testech Scio v posledních letech.



Úloha č. 1 – velmi snadná

2	1	5	9	9	5
4	3	8	7	7	2
7	6	6	8	3	6
3	9	7	6	4	1
3	7	2	5	5	1
5	5	2	8	6	8

Otázky k úloze 1:

1. Kolik je na obrázku celkem žlutých polí obsahujících sudé číslo?

A) 4
B) 5
C) 7
D) 8
E) 9

Správná odpověď je A.

2. Kolik je na obrázku celkem oranžových polí , která nemají žádnou společnou stranu s žlutým polem?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Správná odpověď je B.

3. Kolik je na obrázku celkem žlutých polí obsahujících liché číslo, která mají tři společné strany s hnědým polem?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Správná odpověď je C.

4. Pro která čísla platí, že se nevyskytují v polích všech tří barev?

A) Jen pro dvojku
B) Jen pro devítku
C) Pro čtyřku a pro devítku
D) Pro dvojku, pro čtyřku a pro devítku
E) Pro dvojku a pro čtyřku

Správná odpověď je E.

5. Jaký je součet všech sudých čísel v oranžových polích?

A) 12
B) 14
C) 16
D) 18
E) 20

Správná odpověď je D.

Úloha č. 2 – velmi snadná

	2			-			6			1
		8			©			9		2
	©			7			-			3
-		4					5			4
3					©				-	5
			5						9	6
		-		1		4				7
©		6					2	©		8
5					8	-				9
	4		©	-				1		10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Otázky k úloze č. 2

1. Kolik je dohromady součet čísel ve všech sloupcích, v nichž se nachází hvězdička i srdíčko?

A) 8
B) 12
C) 15
D) 18
E) 21

Správná odpověď je A.

2. O kolik méně je v šachovnici symbolů v řadách se sudým pořadovým číslem než ve sloupcích s lichým pořadovým číslem ? (číslování řad je uvedeno na obrázku vpravo, číslování sloupců je uvedeno dole)

A) je jich stejně
B) o 1
C) o 3
D) o 4
E) O více než 4

Správná odpověď je B.

3. Kolik je součet všech lichých čísel, která se nacházejí ve sloupcích, v nichž není alespoň 1 hvězdička?

A) 10
B) 13
C) 15
D) 19
E) 25

Správná odpověď je C.

4. O kolik více je v šachovnici čísel v šedých polích než symbolů v červených polích?

A) o 1
B) o 2
C) o 3
D) o 4
E) oba počty jsou stejné

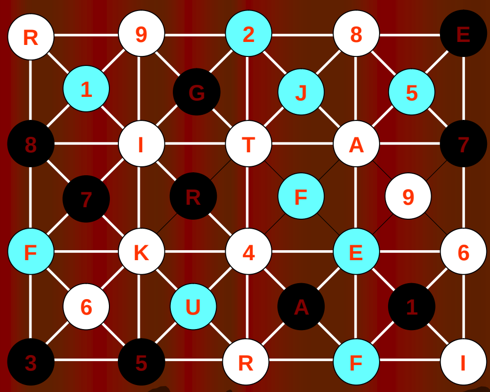
Správná odpověď je B.

5. Kolik je v šachovnici celkem lichých čísel ve všech řadách a sloupcích, v nichž se nacházejí dva stejné symboly?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) Žádná z možností A) – D) není správná

Správná odpověď je E.

Úloha č. 3 – mírně složitější



Otázky k úloze č. 3

1. Kolik je na obrázku všech modrých kroužků, které obsahují lichou číslici?

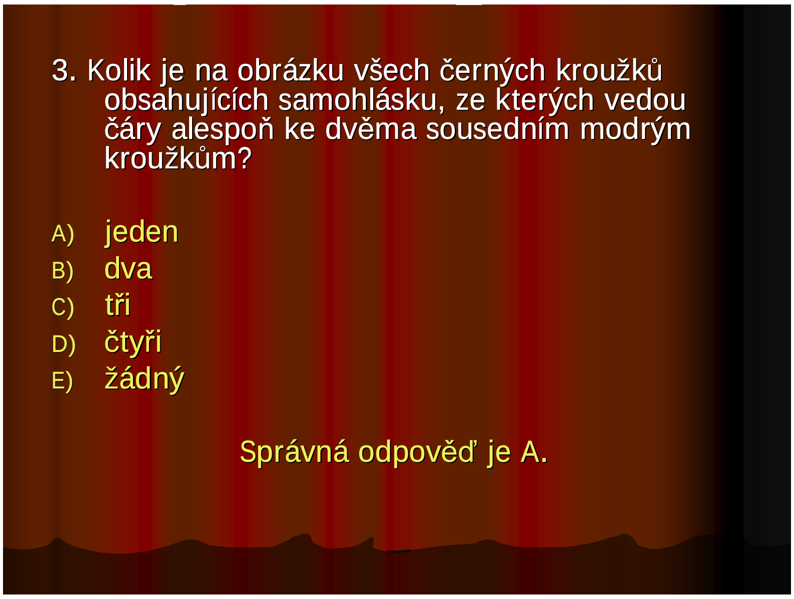
A) žádný
B) jeden
C) dva
D) tři
E) čtyři

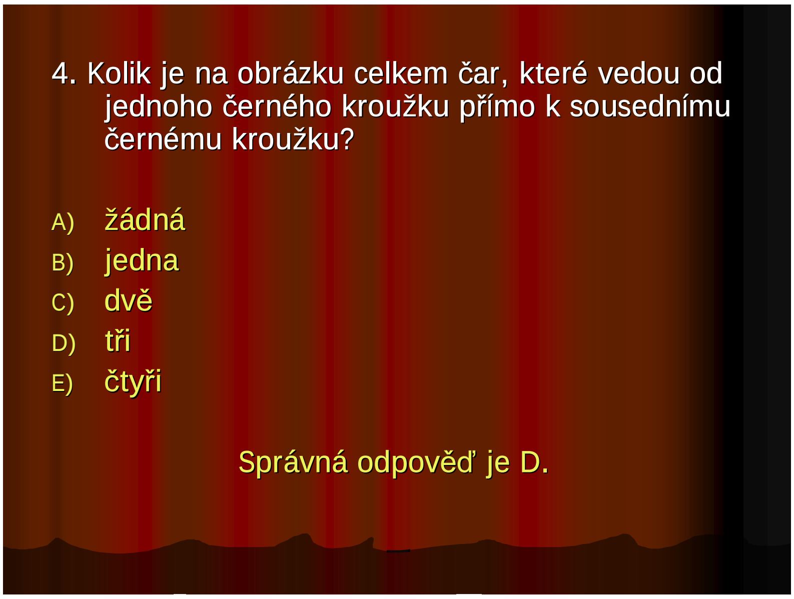
Správná odpověď je C.

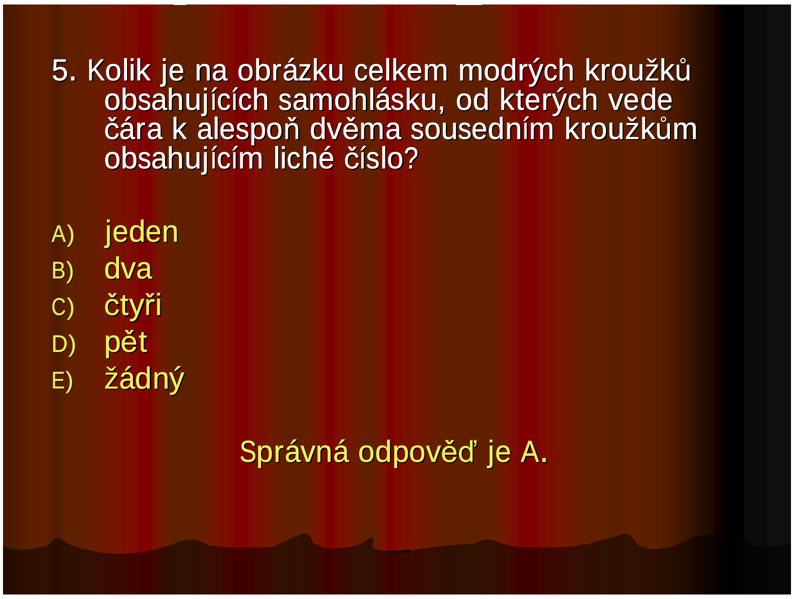
2. Kolik je na obrázku celkem čar, které vedou od jednoho modrého kroužku přímo k sousednímu modrému kroužku?

A) žádná
B) jedna
C) dvě
D) tři
E) čtyři

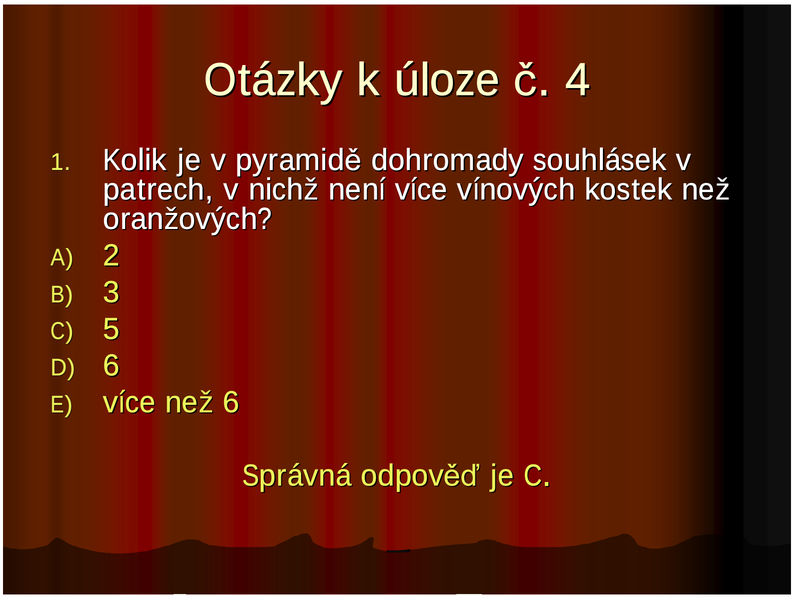
Správná odpověď je D.

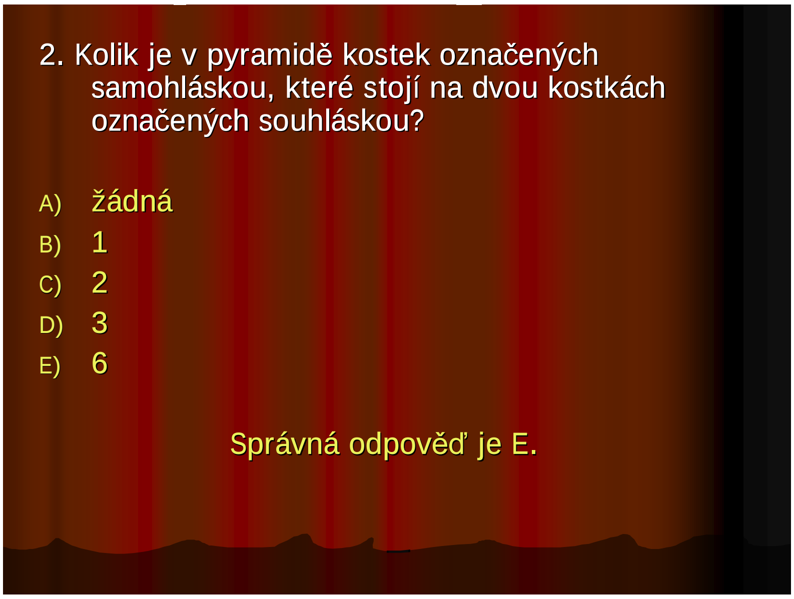

3. Kolik je na obrázku všech černých kroužků obsahujících samohlásku, ze kterých vedou čáry alespoň ke dvěma sousedním modrým kroužkům?
A) jeden
B) dva
C) tři
D) čtyři
E) žádný
Správná odpověď je A.

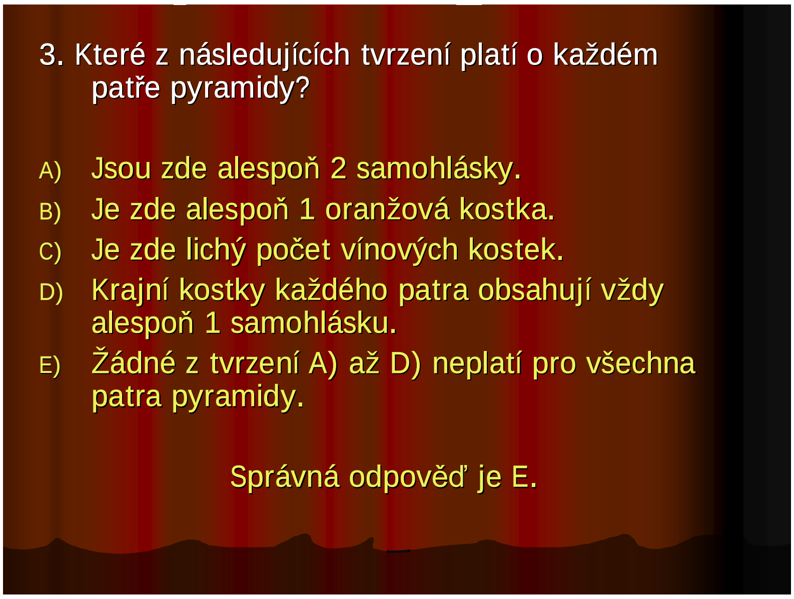

4. Kolik je na obrázku celkem čar, které vedou od jednoho černého kroužku přímo k sousednímu černému kroužku?
A) žádná
B) jedna
C) dvě
D) tři
E) čtyři
Správná odpověď je D.

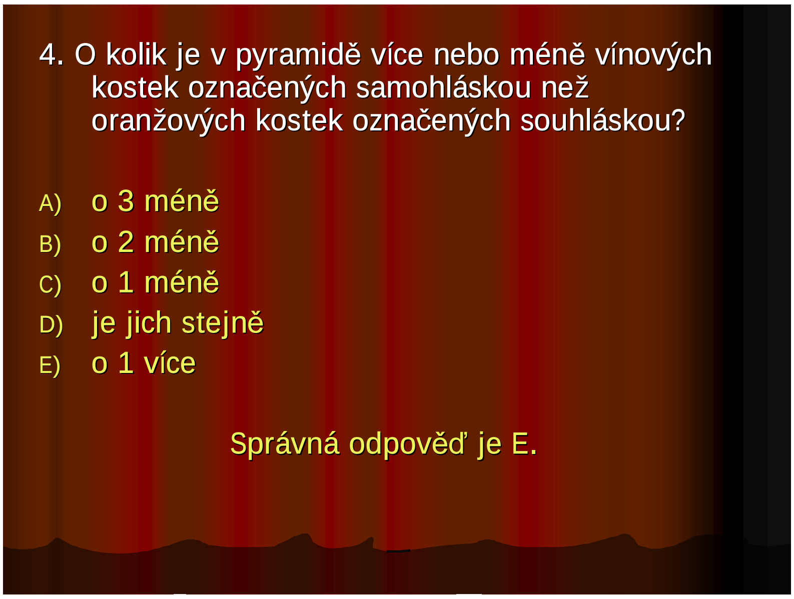

5. Kolik je na obrázku celkem modrých kroužků obsahujících samohlásku, od kterých vede čára k alespoň dvěma sousedním kroužkům obsahujícím liché číslo?
A) jeden
B) dva
C) čtyři
D) pět
E) žádný
Správná odpověď je A.

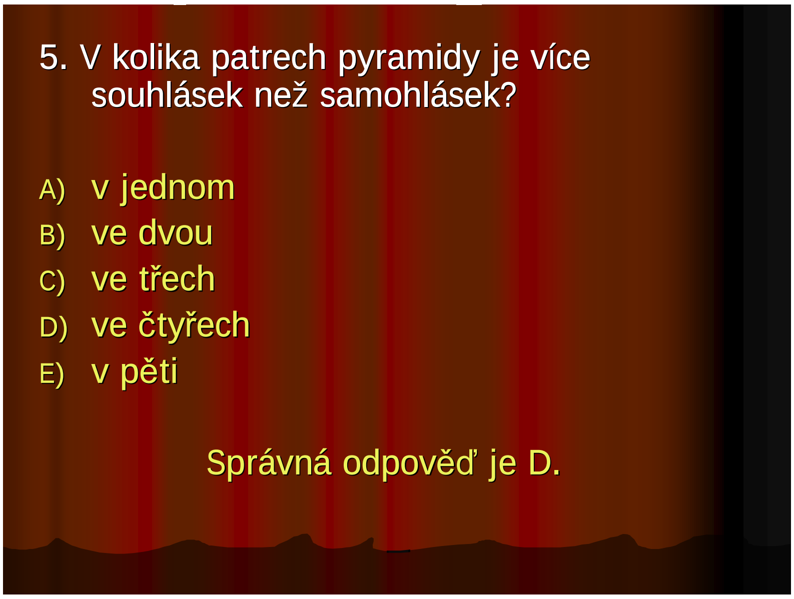

Úloha č. 4 – mírně složitější
T
U R
Y A C
R T K L
E A U W A
L K C M K P
A M P E T Y W

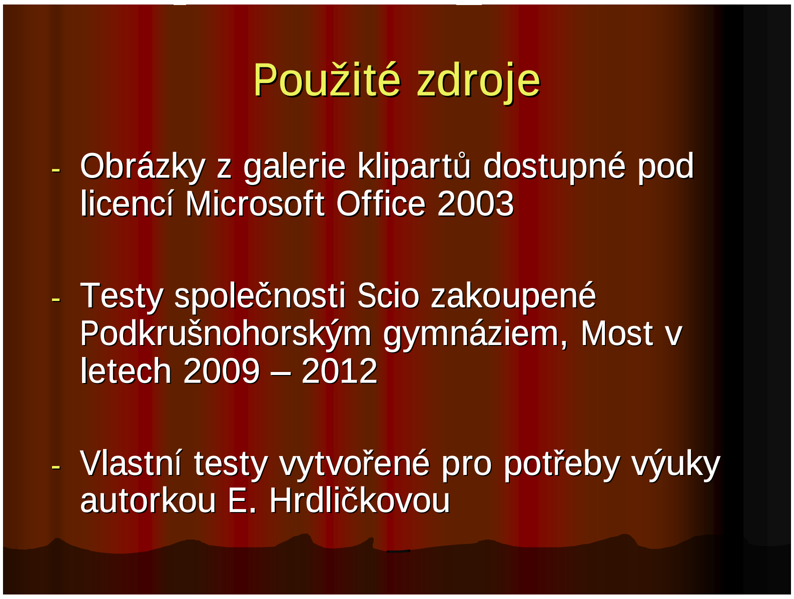

Otázky k úloze č. 4
1. Kolik je v pyramidě dohromady souhlásek v patrech, v nichž není více vínových kostek než oranžových?
A) 2
B) 3
C) 5
D) 6
E) více než 6
Správná odpověď je C.


2. Kolik je v pyramidě kostek označených samohláskou, které stojí na dvou kostkách označených souhláskou?
A) žádná
B) 1
C) 2
D) 3
E) 6
Správná odpověď je E.


3. Které z následujících tvrzení platí o každém patře pyramidy?
A) Jsou zde alespoň 2 samohlásky.
B) Je zde alespoň 1 oranžová kostka.
C) Je zde lichý počet vínových kostek.
D) Krajní kostky každého patra obsahují vždy alespoň 1 samohlásku.
E) Žádné z tvrzení A) až D) neplatí pro všechna patra pyramidy.
Správná odpověď je E.


4. O kolik je v pyramidě více nebo méně vínových kostek označených samohláskou než oranžových kostek označených souhláskou?
A) o 3 méně
B) o 2 méně
C) o 1 méně
D) je jich stejně
E) o 1 více
Správná odpověď je E.


5. V kolika patrech pyramidy je více souhlásek než samohlásek?
A) v jednom
B) ve dvou
C) ve třech
D) ve čtyřech
E) v pěti
Správná odpověď je D.


Použité zdroje
- Obrázky z galerie klipartů dostupné pod licencí Microsoft Office 2003
- Testy společnosti Scio zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem, Most v letech 2009 – 2012
- Vlastní testy vytvořené pro potřeby výuky autorkou E. Hrdličkovou

5. Několik poznámek a souvisejících praktických zkušeností

5.1 Softwarové možnosti tvorby on-line testů

Příprava na testy OSP většinou probíhá jinými mechanismy než prací s online testovými úlohami, ale zároveň je známou skutečností, že dva hlavní hráči na trhu „testování studijních předpokladů“ neradi zveřejňují své know-how zdarma. Resp. na webech se lze setkat pouze s velmi okleštěnou demoverzí úloh a širokou nabídkou korespondenčních kursů, campů apod., ale pouze za úplatu. Cena těchto produktů se pohybuje v relacích např. kolem 1300 Kč za korespondenční přípravu na jeden předmět.

Dotazem mezi učiteli jsem zjistila, že materiály pro přípravu na tyto testy (pokud už se učitelé matematiky této přípravě věnují) čerpají většinou pouze z testů z minulých let (ať už testy OSP z minulých let přijímacích zkoušek, testů „VEKTOR“ či jiných evaluačních produktů apod.), menší část učitelů vlastní „nějakou“ učebnici či příručku k této přípravě a naprosté minimum kantorů si občas tyto testy samo vyrábí, a to většinou v běžných textových editorech (Word, T602 apod.) či v prezentačním softwaru typu Microsoft Powerpoint a dalších.

V souvislosti s trendem digitálních učebních materiálů v posledních letech se používají ale i specifické nástroje, které jsou určeny k tvorbě on line testů.

Nejjednodušším nástrojem, který je zároveň poskytován zdarma, je produkt „Google docs“, který funguje v rámci portálu Google. Nevyžaduje od uživatele nic víc než e-mailovou adresu registrovanou na tomto serveru, na druhou stranu tento nástroj neumožňuje příliš velký manévrovací prostor pro tvůrce testů.

O několik úrovní výše je prostředí Moodle, které je dnes hojně používáno, umožňuje využívat databázi úloh, lze povolit návrat i k předchozím otázkám a vůbec širší možnosti (různou penalizaci apod.), ale jednak je placené a jednak má určité systémové požadavky. Je to vlastně softwarový balík určený pro podporu prezenční i distanční výuky prostřednictvím online kurzů dostupných na WWW. Moodle je vyvíjen jako nástroj umožňující realizovat výukové metody navržené v souladu s principy konstruktivisticky orientované výuky. Moodle umožňuje či podporuje řadu činností - snadnou publikaci studijních materiálů, zakládání diskusních fór, sběr a hodnocení elektronicky odevzdávaných úkolů, již zmiňovanou tvorbu online testů a řadu dalších činností sloužících pro podporu výuky. Moodle je volně šiřitelný software s otevřeným kódem. Běží na Unix, Linux, Windows, Mac OS X, Netware apod. Data jsou ukládána v databázi MySQL, PostgreSQL, MS SQL nebo Oracle.

Podobně funguje rovněž produkt DoTest 4. Jde rovněž o program na přípravu testů a práci s nimi. DoTest 4 je rovněž přehledné úložiště různých testových otázek uspořádaných v databázích otázek, ze kterých lze sestavit libovolný test. Jedná se rovněž o produkt placený, cena 1 licence se pohybuje kolem 2.300,- Kč.

Samozřejmě existuje řada dalších produktů, které lze využít pro přípravu zmiňovaných materiálů, ještě jmenujme např. balík Edubase 2, Techsmith Camtasia Studio 7 apod. Problém většinou spočívá v tom, že školám se stále omezují finanční prostředky, a to kromě jiného i na tzv. ostatní investice a valná většina škol není schopna si bez sponzorských darů či prostředků z různých projektů pořídit ani základní software a nezbytný upgrade techniky, který je pro výuku, ale konečně i různá testování (PISA, TIMSS apod.) nutností.

5.2 Tipy a „triky" pro žáky, jak uspět

Každý z nás je jiný a každému vyhovuje něco jiného. Někdo pracuje rád pod tlakem a tak dosahuje nejlepších výsledků, někdo je naopak nejvýkonnější v atmosféře pohody a klidu. To jsou ovšem faktory, které nelze příliš ovlivnit. Je ovšem řada faktorů, které ovlivnit lze. Flintus [22] doporučuje zejména následující principy.

Předně je jisté i bez přípravy: **první pokus nikdy nevyjde optimálně**. Ten druhý bude téměř vždy lepší. Je docela pravděpodobné, že třetí pokus bude ještě lepší, ale samozřejmě to nemůže jít do nekonečna. V podstatě jde o to, že při prvním pokusu se s testem seznamujeme. Jakákoliv příprava přinese jistě zlepšení, čím intenzivnější, tím lépe.

Jisté je, že **klíčovou roli hraje čas**. Za dané množství času máme vyřešit velké množství úloh, je proto tedy potřeba být rychlý a přesný. Samozřejmě, doba výpočtu příkladu nebo analýzy textu často výrazně zkrátit nejde. Spousta času se dá však ušetřit na analýze (analýza je v tomto případě trochu silné slovo, ale řekněme alespoň prvotní pochopení) zadání úlohy. Pokud si projdeme nějaké úlohy předem, ať už kdekoliv, seznámíme se s nimi a na podruhé již nebudeme muset přemýšlet nad tím, co se po nás v této úloze chce. Jde tedy o to **poznat typy úloh**, jaké se v testu vyskytují, aby člověk nemusel přemýšlet dlouho nad tím, co se po něm chce. Určitě však není radno zadání podcenit, zvláště pak je nutné bedlivě sledovat klíčová slova, např. když hledáme něco, co danou vlastnost má nebo nemá.

Pro vlastní práci s testem lze určitě doporučit následující:

- Mějme na paměti, že je třeba se držet pouze zadání a nedomýšlet možné varianty, které nevyplývají ze zadání úlohy.
- Na test a jednotlivé oddíly máme omezeně času. Pokud nevyřešíme úlohu v přiměřeném čase, přikročíme bez váhání k další.
- Nepřemýšlejme v průběhu řešení dalších úloh nad nevyřešenými úlohami, každá úloha končí vyřešením nebo nevyřešením. Vraťme se k nevyřešené úloze až na konci oddílu.
- Řešme úlohy podle obtížnosti, k obtížným se vraťme na konci oddílu.
- Je důležité zůstat stále v duševní pohodě i tehdy, když jsme nějakou úlohu nevyřešili, jen málokomu se povede vyřešit všechny úlohy.
- Není nutné vypočítat všechny úlohy. Víme, že při těchto testech se za špatnou odpověď odečítá poměrná část bodu. Takže - tipujme jen tehdy, vyloučili-li jsme alespoň jednu z možných odpovědí, ale spíše dvě.
- Trénujme, protože jen tak se zlepšíme. Vyberme si způsob přípravy, který nám vyhovuje – jsme-li přáteli výuky podporované počítačem, zajistěme a bohužel i zaplaťme si online přípravu, máme-li raději výuku s učitelem, postup je také

nasnadě. I zadarmo ale najdeme řadu možností pro přípravu – Scio nabízí demoverze testů, taktéž vzdělávací agentury, které se na tuto problematiku specializují, nám nabídnou alespoň ukázku své práce. Opatřeme si i testy z minulých let, testy pro SŠ lze často nalézt na webech gymnázií, které je (dnes už téměř jako jediné subjekty) používají pro potřeby přijímacích zkoušek. Samozřejmě, nezapomeňme na systematickou práci v matematice a nácvik obvyklých matematických úloh a dovedností.

Pro maturanty je příprava určitě náročnější, alespoň z hlediska rozsahu (test obsahuje obvykle více oddílů, úloh je mnohem více typů, jsou samozřejmě obtížnější). Systematická práce s dostupnými materiály je základním předpokladem úspěchu. U maturantů je důležité vědět i to, že test lze absolvovat většinou několikrát (v rámci Národních srovnávacích zkoušek) a počítá se nejlepší výsledek. Takže nebýt líný a zkusit to vícekrát často také pomůže.

A jak konkrétně pracovat s testy?

Pokud jde o testy cvičné, je práce opět maličko jiná, než práce s testem při vlastní zkoušce. Každý cvičný test se dá využít několikrát, pochopitelně s dostatečným časovým odstupem, minimálně dvou a více týdenním. Dle [16] odborníci na testování doporučují pracovat s jedním konkrétním testem zhruba 3 - 5krát. Vyplatí se věnovat dostatečnou pozornost analýze výsledků, tedy ne pouhému zjištění správnosti, ale podrobnější úvaze, jak měla být úloha řešena. U správně řešených úloh je dobré se zamyslet, zda se daná úloha nedala řešit jiným, rychlejším či úspornějším způsobem a srovnat s úlohami stejného typu, které jsme řešili dříve. Je nutné dokončit rovněž úlohy, které se nám nepodařilo vyřešit z důvodu nedostatku času a vyhodnotit, proč tomu tak bylo – nevěnovali jsme příliš času třeba úlohám, které nám přinesly minimum bodů? V případě špatně vyřešených úloh se pokusme najít chybu a rozmyslet správné řešení. Je rovněž velmi vhodné zjistit příčiny jednotlivých chyb - zda šlo o nepozornost, nepochopení zadání, chybu při tipování apod. Vyplatí se sledovat, jak si v průběhu času obecně vedeme a jak se mění struktura chyb – je dobré, pokud se nám daří eliminovat chyby z nepochopení příslušné látky či zadání. Pozorujme a zaznamenávejme své pokroky při opakovaných řešeních téhož testu. Děláme chyby ve stále stejných typech úloh? Vyhledejme příslušnou teorii, vzorově řešené příklady a snažme se teorii pochopit. Dopouštíme se chyb z nepozornosti? Dejme přednost kvalitě před kvantitou – přestože jde o u testů vždy o čas, je lépe postupovat tempem, které nám vyhovuje. Je jisté, že s tréninkem se bude naše tempo postupně zvyšovat.

V případě jakékoliv testové úlohy je nutné si nejprve přečíst celé zadání (a nepokoušet se začínat řešit úlohu po přečtení začátku zadání s tím, že zbytek je přece už jasný), ubezpečit se, že otázce skutečně rozumíme a prohlédnout si nabízené odpovědi, které mohou ledacos napovědět. I při cvičném řešení testů je vhodné zapisovat své odpovědi do záznamových archů. Je to praktické jednak z toho důvodu, že testy je pak možné znovu použít, jednak – a to je významnější – se příprava zase o kousek přiblíží reálné zkouškové situaci. Procvičíme si tak orientaci v testu a zlepšíme pozornost při přeskakování mezi zadáním testu a záznamovým archem (kolik správných odpovědí již bylo zapsáno do špatných kolonek – prostě, trénovat je dobré všechno).

Při přípravě vždy používejme hodiny. Nejen kvůli tomu, abychom si odměřili čas pro řešení konkrétního testu, ale také proto, abychom mohli posuzovat časovou náročnost jednotlivých typů úloh, analyzovat své pokroky a stanovit si optimální pořadí při řešení.

Pokud řešíme test již naostro, je nejvhodnější postupovat ve vlnách. Nejprve se zabývejme úlohami, které považujeme za nejjednodušší a všechny ostatní úlohy přeskakujeme. Poté pokračujeme úlohami náročnějšími, u kterých existuje reálná šance, že je úspěšně vyřešíme. Ve zbylém čase se pak pokusíme u nevyřešených úloh vyloučit aspoň některé nabízené odpovědi a následně správné odpovědi dotipovat. Případný další zbylý čas můžeme věnovat kontrole. Je tedy zřejmé, že je zapotřebí umět na základě svých zkušeností třídit úlohy podle subjektivní náročnosti a odhadovat, zda jsme danou úlohu schopni v reálném čase vyřešit, či ne. Tato zkušenost se nedá získat jiným způsobem než vyřešením desítek testů [16].

Závěrem je dobré ještě zdůraznit, že v případě testů zejména u přijímacích zkoušek není prvotním cílem nic jiného, než získání co největšího počtu bodů. Je to v jistém smyslu sport, kde jde o body a vteřiny, a proto nepodceňujme trénink. A trošku, v rozumné míře, někdy zariskovat, to také ke sportu patří.

5.3 Nejčastější prohřešky kursů tzv. „vzdělávacích agentur“

Kartous [23] uvádí zejména následující prohřešky vzdělávacích agentur. Je však třeba říci, že autor, pan Bohumil Kartous, je dlouholetým zaměstnancem firmy Scio, pro kterou představují veškeré vzdělávací agentury, které zajišťují komerční přípravu na testy, velkou konkurenci, a tudíž je jeho názor nepochybně touto skutečností ovlivněn.

Kurz nepřipravuje na test, na který připravovat má

Je typické, že agentury dezinformují uchazeče a v lepším případě je místo na test OSP Scio připravují na test TSP MU. V horším případě si řeknou, že studijní předpoklady jsou „něco jako IQ testy“ a přípravu směřují tímto směrem.

Přeplněnost kursů

Desítky lidí v jednom kursu jsou pro kvalitní přípravu zcela nevhodné. Počet účastníků kursu do 10 je optimální, do 15 je přijatelný, větší počet je již méně vhodný.

Nepřipravenost lektorů

Většina agentur své lektory důkladně neškolí, některé je dokonce neškolí vůbec a je pouze dílem náhody či štěstí, na jakého lektora uchazeč narazí. Často jde o studenty vysokých škol různých oborů, kteří mnohdy nemají větší tušení o testech než sami uchazeči. V extrémním případě je jedinou kvalifikací takového lektora to, že sám tímto testem kdysi úspěšně prošel.

Nekoncepčnost kursu

Kursy nabízené tzv. vzdělávacími agenturami nemají pevnou a promyšlenou strukturu, vše záleží pouze na lektorovi.

Slučování přípravy na několik testů dohromady

Vzdělávací agentury často lákají uchazeče, že je v rámci jediného kursu připraví na to i ono. Příprava je pak zákonitě povrchní a neúčinná.

Samozřejmě nelze všechny agentury házet do jednoho pytle, existují na trhu firmy, které jsou zavedené a léty prověřené a jejich služby jsou kvalitní. Nicméně některé z jmenovaných nedostatků jsou o vzdělávacích agenturách všeobecně známé.

Obvykle platí stejně jako u výběru jiných služeb, že rozhoduje velikost agentury (čím větší, tím většinou lepší), doba její existence na trhu (negativní reklama se dle marketingových studií šíří podstatně rychleji než reklama pozitivní, takže po nějaké době těm neúspěšným stejně dojde dech), pozitivní reference, zveřejnění jmen lektorů i s jejich profesním zaměřením, prokazatelné výsledky apod.

Stále zůstává ovšem fakt, že tyto agentury pořádají své prezenční kursy většinou v krajských městech a kromě toho nejsou nejlevnější. Většinou tak tato příprava vyjde velmi draho.

6. Závěr

Ve své práci jsem se pokusila zmapovat problematiku testování obecných studijních předpokladů, která k nám sice pronikla teprve nedávno (iniciativou firmy Scio), ale prodělala poměrně rychlý vývoj a zasáhla zásadním způsobem do všech hlavních vzdělávacích stupňů. Zabývala jsem se pouze kvantitativní částí testu, tedy té části, která má přímou souvislost s matematikou.

Ve své práci jsem řešila několik úkolů. V první řadě jsem se zabývala problematikou testování v obecné rovině – druhy testů, vlastnostmi, tvorbou testů a způsoby vyhodnocování. Rovněž jsem ověřila roli a význam „náhodné střelby“ pro úspěšnost v testování – vypočítala jsem pravděpodobnost, s jakou docílí žák pouhým odhadem odpovědí známku 1 - 5 při třech možnostech odpovědí a porovnala s pravděpodobností, která charakterizuje tipování odpovědí při pěti nabízených variantách. Pravděpodobnost tipovacího úspěchu pro 5 možných odpovědí je výrazně nižší než pravděpodobnost pro 3 možné odpovědi, ale stále významná. To je i důvod, proč firmy, které tyto testy vyrábějí, přistoupily k tomu, že za špatnou odpověď se poměrná část bodu odečítá.

Těžištěm mé práce je ale část experimentální, kde jsem se zaměřila na dva základní úkoly. Prvním bylo zjištění efektivity přípravy na tyto testy (otestovala jsem celkem 7 vzorků – 3 vzorky budoucích středoškoláků, tj. žáků 9. tříd, 3 vzorky budoucích vysokoškoláků, tj. maturantů a 1 vzorek dospělých – učitelů humanitních předmětů, v rámci těchto 7 vzorků byly rovněž 2 tzv. kontrolní skupiny). Ve druhé části jsem vytipovala, které skupiny úloh jsou vhodné k přípravě na tyto testy a vytvořila interaktivní učební materiály vhodné k přípravě žáků – jak samostatné práci, tak k přípravě lektorované.

Experimentální část, tj. vlastní výzkumné šetření, jsem provedla v průběhu cca 10 let, a to na dvou pracovištích, kde jsem postupně působila – Táborském soukromém gymnáziu, s.r.o. a dále Podkrušnohorském gymnáziu, příspěvkové organizaci, Most. Na těchto pracovištích jsem vedla rovněž přípravné kursy k těmto testům, a tudíž pro testování byli nejvhodnější frekventanti těchto kursů. Studie spočívala v zadání 2 různých testů – ve fázi před instruktáží (pretesting) a dále po proběhnutí kursu (posttesting). Žáci gymnázia byli testováni v rámci kontrolních skupin, a to rovněž s půlročním časovým odstupem, ale bez instruktáže a rovněž frekventanti volitelného předmětu „Logika a OSP“. Všechny získané údaje jsem statisticky vyhodnotila – nejprve otestovala normalitu rozdělení Davidovým testem a následně určila střední hodnoty, odchylky apod. a provedla párový test pro dva výběry u každého vzorku.

Všechny studie jednoznačně prokázaly, že příprava na tyto testy je efektivní a rozhodně má smysl. Přesné výsledky studií jsou uvedeny v kapitole 6.4.

Dále jsem vytipovala úlohy, které se ve standardních hodinách matematiky neprobírají, ale testy je přesto obsahují, rozdělila je do sedmi logických celků a vypracovala k nim interaktivní výukový materiál, který může být používán např. k systematické přípravě na tyto testy, případně k rozšíření učební látky z matematiky např. ve volitelných předmětech matematického typu. Jedná se většinou pouze o nadstavbové úlohy, kterým nebývá věnována v hodinách matematiky zvláštní pozornost, úlohy „tradiční“ matematiky jsou pouze zmíněny, ale podrobněji nerozpracovány.

Závěrem lze říci, že testování obecně získává v České republice čím dál tím větší prostor. Testování proniklo do všech hlavních vzdělávacích stupňů a v některých z nich se stalo pro školy dokonce povinným. Testování jako takové má jako většina jevů řadu příznivců, stejně jako řadu odpůrců. Příznivci obvykle zmiňují pozitivní přínos z hlediska komparace, diagnostiky (škol, žáků apod.), dále, že se jedná o cestu, jak zlepšit kvalitu vzdělávání, jak se přiblížit světovým trendům apod. Odpůrci zmiňují často např. jev „test score inflation“ neboli skutečnost, že se sice zvyšuje výsledek testování, ale nezvyšuje se kvalita vzdělávání, také, že již nyní sbíráme mnoho dat, ale neumíme je dostatečně využít pro zlepšení kvality výuky, dále, že některé vysoké školy neakceptují výsledky testů pro své přijímací řízení apod.

7. Použitá literatura

[1] Binterová., H.: *Matematika pro 9. ročník. Algebra*. Fraus, Praha 2010.

[2] Burjan, V.: *Tvorba a využívanie školských testov vo vzdělavacom procese*. EXAM, Bratislava 2002.

[3] Burton, D. M.: *Elementary Number Theory*. 5th edit. McGraw-Hill 2002.

[4] Bušek, I. – Calda, E.: *Matematika pro gymnázia. Základní poznatky z matematiky*. Prometheus, Praha 2008.

[5] Fuchs, E. – Hošpesová, A. a kol.: *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání.* Prométheus, Praha 2010.

[6] Hejný, M. – Jirotková, D. a kol.: *Matematické úlohy pro druhý stupeň základního vzdělávání. Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007.* Tauris, Praha 2010.

[7] Hejný, M. a kol.: *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava, SPN 1990.

[8] Hendl, J.: *Přehled statistických metod*. Portál, Praha 2006.

[9] Hošpesová, A a kol.: *Svět čísel a tvarů. Pracovní sešit 1. Matematika pro 5. třídu základních škol.* Prométheus, Praha 2010.

[10] Jeřábek, O. – Bílek. M.: *Teorie a praxe tvorby vzdělávacích testů*. Univerzita Palackého Olomouc, Olomouc 2010.

[11] Kafková, M. – Tlustý, P.: *Testování a matematika*. IN: Sborník z 9. setkání učitelů matematiky, Srní 2004.

[12] Kotlán, P. – Machů, O. a kol.: *Testy studijních předpokladů pro střední školy*. Sokrates, Brno 2008.

[13] Kouřilová, S. – Caha, P. a kol.: *Testy. Studijní předpoklady a logika*. Fragment, Praha 2010.

[14] Kubešová, N. – Cibulková, E. *Matematika – přehled středoškolského učiva*. Petra Velanová, Třebíč 2006.

[15] Meloun, M. – Militký, J.: *Kompendium statistického zpracování dat*. Academia, Praha 2002.

[16] Němečková, M. - Růžičková, L. a kol.: *Matematika v testech studijních předpokladů.* Fragment, Praha 2009.

[17] Popelka, J. – Synek, V.: *Úvod do statistické analýzy dat*. UJEP, Ústí nad Labem 2009.

[18] Smetáčková, I. – Mičienka, M.: *Testové úlohy nejen pro deváťáky. Studijní předpoklady.* Fortuna, Praha 2006.

[19] Staněk, M.: *Testy - informace pro každého*. IN: Sborník z 9. setkání učitelů matematiky, Srní 2004.

[20] Škaloudová, A.: *Statistika v pedagogickém a psychologickém výzkumu*. PF UK, Praha 1998.

[21] Autoři neuvedeni: Propagační materiály firmy Scio distribuované na konferenci „Testováním ke kvalitě vzdělávání" 31. 5.2012 v Praze – *materiály „Trendy v přijímacím řízení", „Služby pro školy", „Národní srovnávací zkoušky"* Praha, 31. 5. 2012

[22] Flintus, M.: *Jak na OSP? Jde hlavně o rychlost* [online]. ©2012 [citováno 27. 03. 2012]. Dostupný z WWW: http://www.oscio.cz/scio-testy/osp/tipy-a-triky/jak-na-osp-jde-hlavne-o-rychlost-32/

[23] Kartous. B.: *Jak se připravit na přijímací zkoušky* [online]. ©2012 [citováno 27. 04. 2012]. Dostupný z WWW: http://m.studentworld.cz/priprava-na-prijmacky-a-nsz/jak-se-pripravit-na-prijimaci-zkousky-181

[24] Kolektiv autorů společnosti Scio: *Teorie a metodika testů* [online]. ©2012 [citováno 27. 03. 2012]. Dostupný z WWW: http://www.fyzika.cz/vyzkum/tvorba_testu/index.asp

[25] Kolektiv autorů společnosti Scio: *Teorie hodnocení* [online]. ©2012 [citováno 27. 03. 2012]. Dostupný z WWW: http://www.scio.cz/vyzkum/tvorba_testu/teorie_testu/validita.asp

[26] Kolektiv autorů společnosti Scio: *Odborný náhled na problematiku testování* [online]. ©2012 [citováno 27. 03. 2012]. Dostupný z WWW: http://www.scio.cz/vyzkum/tvorba_testu/odborna-cast/index.asp

[27] Volfová, M.: *Jak na zebry*. [online]. ©2012 [citováno 27. 05. 2012]. Dostupný z WWW: http://black-hole.cz/cental/wp-content/uploads/2010/03/JAK-NA-ZEBRY.pdf

[28] Autor neuveden: *Jak na zebry [online]*. ©2012 [citováno 22. 05. 2012]. Dostupný z WWW: http://zavitnicek.sweb.cz/cla_zebry.htm

[29] Autor neuveden: *Parametrické testy – Studentův T-Test* [online]. ©2012 [citováno 22. 05. 2012]. Dostupný z WWW: http://cit.vfu.cz/stat/FVL/Teorie/Predn3/ttest.htm

[30] Autor neuveden: *Testy dobré shody* [online]. ©2012 [citováno 22. 05. 2012]. Dostupný z WWW: http://firearms.kokos.cz/PEF/Matematicka%20Statistika%20I/prednaska_10.ppt

[31] Testy SCIO zakoupené Podkrušnohorským gymnáziem, Most, příspěvkovou organizací v letech 2008 - 2012

Obrázky použité v prezentacích:

http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Mathematicsgeneral.jpg

zvuky a obrázky dostupné pod licencí Microsoft Office 2003

8. Přílohy

PŘÍLOHA Č. I

UKÁZKA POUŽITÉHO TESTU „PRO SŠ“

1. Porovnejte hodnoty vpravo a vlevo a vyberte správnou odpověď.

8 . 4 . 3 . 0 . 5 . 6	**1250**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) hodnota vlevo je větší nebo rovna hodnotě vpravo
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

2. Porovnejte hodnoty vpravo a vlevo a vyberte správnou odpověď.

nejmenší číslo dělitelné beze zbytku čísly 5, 6, 7	**nejmenší číslo dělitelné beze zbytku čísly 6, 7, 8**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) obě hodnoty jsou menší než 30
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

3. Pavel měří 2,5 lokte, Petr měří 185 cm (1 loket = 59 cm).

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) Pavel měří více než 190 cm
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

4. Martin je pětkrát mladší než jeho babička a o dvacet let mladší než jeho maminka. Kolik je dohromady let mamince a babičce, jestliže je babičce a Martinovi dohromady 72 let?

a) 72
b) 84
c) 92
d) 100
e) jiný výsledek než je uvedeno v a) – d)

5. Porovnejte hodnoty vlevo a vpravo a vyberte správnou odpověď.

4 stupně 52 minut	**452 minut**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) hodnota vlevo je větší nebo rovna hodnotě vpravo
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

Vašek, Petr, Milan a Zdeněk jsou spolužáci. Během přestávky si každý chlapec vyndal z aktovky svačinu od své maminky. Každý chlapec dostal jiné pití (voda, cola, mléko, džus), obložený chléb a jeden kus ovoce (broskev, hruška, jablko, pomeranč). Víme, že:

- **Petr dostal ke svačině broskev**
- **Vašek bude pít pomerančový džus, a proto nedostal již pomeranč.**
- **Ten, kdo má ke svačině hrušku, má k pití vodu.**

6. Kdo všechno může mít k pití vodu?
a) jen Milan
b) jen Zdeněk
c) jen Petr
d) Milan nebo Zdeněk
e) Milan nebo Petr

7. Jaké ovoce dostal Vašek?
a) jablko
b) broskev
c) hrušku
d) pomeranč
e) hrušku nebo jablko

8. Kdo dostal pomeranč?
a) Vašek
b) Petr
c) Milan
d) Zdeněk
e) nelze jednoznačně určit

9. Co je více, 25 tuctů nebo 4 kopy?
a) 25 tuctů
b) 3 kopy
c) obě hodnoty jsou stejné

10. Myslím si číslo. Zmenšené o 5 se rovná své osmině. Které číslo si myslím?
a) 20
b) 40
c) 60
d) 8
e) jiný výsledek než v a) – d)

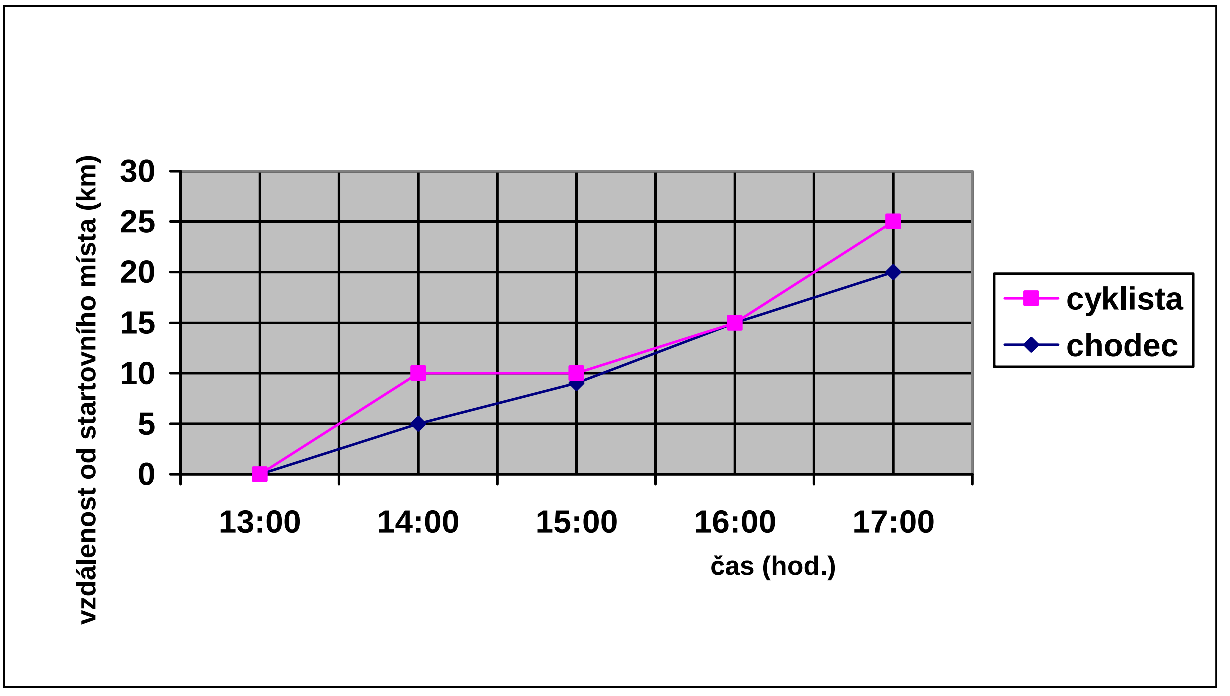
11. Víme, že 6 trpaslíků vykope studnu za 6 hodin. Za jak dlouho vykope studnu 9 trpaslíků?
a) za 3 hodiny
b) za 4 hodiny
c) za 5 hodin
d) za 6 hodin
e) za 7 hodin

12. Určete hodnotu výrazu V = (x – 0,25) (y + 0,5) (x + y – 5) pro x = 0,5 a y = 0,75.
a) -5
b) 1,75
c) 2,25
d) 1,175
e) jiný výsledek než v a) – d)

13. Jestliže konstantní rychlost stahování dat je 470 kB/s, za jak dlouho bude stažen soubor o velikosti 70,5 MB?
a) 2 minuty
b) 2,2 minuty
c) 2,5 minuty
d) 2,8 minuty
e) za jiný čas než uvedeno v a) – d)

14. Kolo stojí 13 650 Kč včetně 5% daně z přidané hodnoty. Kolik bude stát po zvýšení daně z přidané hodnoty na 9%?
a) 14 520 Kč
b) 14 170 Kč
c) 13 950 Kč
d) 14 730 Kč
d) jinak než uvedeno v a) – d)

15. Osm centimetrů na mapě představuje 2 kilometry ve skutečnosti. Měřítko mapy je:
a) 1 : 200 000
b) 1 : 100 000
c) 1 : 16 000
d) 1: 25 000
e) jiné než uvedeno v a) - d)



Ve 13:00 vyjel z místa A cyklista a zároveň po stejné trase vyšel chodec. Graf znázorňuje vzdálenost cyklisty či chodce od místa A v km v závislosti na čase.

16. Rychlost cyklisty v prvních dvou hodinách pohybu byla:
a) 10 km/hod.
b) 5 km/hod.
c) 20 km/hod.
d) 14 km/hod.
e) jiná než uvedeno v a) – d)

17. Celková vzdálenost, kterou urazil cyklista, byla:
a) větší než vzdálenost, kterou urazil chodec
b) menší než vzdálenost, kterou urazil chodec
c) stejná jako vzdálenost, kterou urazil chodec
d) nelze jednoznačně určit
e) cyklista se vůbec nepohyboval

18. Jak dlouhou dobu odpočíval cyklista a jak dlouhou dobu odpočíval chodec?
a) chodec 1 hodinu, cyklista vůbec
b) chodec vůbec, cyklista 1 hodinu
c) chodec 1 hodinu, cyklista 1 hodinu
d) ani jeden neodpočíval
e) jiná odpověď než je uvedeno v a) – d)

19. Ve kterých časových úsecích byla průměrná rychlost cyklisty vyšší než průměrná rychlost chodce?
a) kromě času mezi 14. – 15. hodinou vždy
b) cyklista byl ve všech časových úsecích rychlejší
c) cyklista byl rychlejší pouze mezi 13. - 14. a 16. – 17. hodinou
d) cyklista byl rychlejší pouze mezi 14. – 15. hodinou
e) jiná odpověď než v a) – d)

20. Jaká byla průměrná rychlost chodce mezi 13. – 17. hodinou?
a) 20 km/hod.
b) 5 km/ hod.
c) 4 km/ hod.
d) 10 km/hod.
e) jiná odpověď než v a) – d)

21. Platí a § b = (a + b) . (a + 2 + b). Určete, čemu je rovno 3 § 5.

a) 80
b) 8
c) 15
d) 2
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

22. Matematická operace vyjádřená znaménkem ☺ říká, že máme sečíst čísla před znaménkem a za znaménkem a k součtu připočíst převrácenou hodnotu prvního čísla. Určete, kolik je 2☺3.
a) 3
b) 6
c) 5
d) 5,5
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

23. Součet všech prvočísel menších než 10 je:
a) 17
b) 26
c) 18
d) 15
e) jiný výsledek než je uvedeno v a) – d)

24. Platí a – b = 0 a zároveň 2a – b = 3.

a + b	**10**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) obě hodnoty jsou větší než 30
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

25. Vnitřní úhly trojúhelníku jsou v poměru 1 : 2 : 3. Jedná se o trojúhelník:
a) pravoúhlý
b) ostroúhlý
c) tupoúhlý
d) rovnostranný
e) rovnoramenný

26. Předpokládejme, že *a* je číslice desítkové soustavy. Určete a tak, aby číslo 27*a*3*a*2 bylo beze zbytku dělitelné třemi.
a) 4
b) 5
c) 6
d) 4 a 8
e) jiný výsledek je uvedeno v a) – d)

27. Je dána krychle. Porovnejte její tělesovou a stěnovou úhlopříčku.
a) stěnová úhlopříčka je větší než tělesová
b) tělesová úhlopříčka je větší než stěnová
c) velikosti obou úhlopříček jsou stejné
d) nelze rozhodnout, záleží na velikosti strany krychle
e) nelze rozhodnout, záleží, kterou stěnovou úhlopříčku máme na myslil

28. Petr, Pavel a Dušan sbírají obrázky zvířat. Petr má poloviční počet obrázků než Pavel, Dušan jich má o polovinu více než Petr. Kolik obrázků má Pavel, víme-li, že Dušan jich má 30?
a) 10
b) 20
c) 40
d) 50
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

29. Je dáno přirozené číslo a.

číslo opačné k číslu a	**číslo převrácené k číslu a**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) obě hodnoty jsou záporné
e) ani jedna z odpovědí a) – d) není správná

30. Když žáci ve 2. B udělají dvojstup, čtyřstup i pětistup, vždy jeden žák přebývá. Kolik žáků má 2. B?
a) 21
b) 25
c) 29
d) 19
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

31. Čtvrtina kůlu je zaražena v zemi, dvě třetiny jeho délky jsou ve vodě a nad vodu ční část dlouhá 1,40 metru.

délka kůlu v metrech	**14**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) nelze určit, která z obou hodnot je větší
e) ani jedna z odpovědí a) – d) není správná

4 auta – BMW, Citroen, Mazda a Škoda – vyjela na trať závodu.

- **Škoda přijela dříve než Citroen.**
- **Mazda přijela dříve než BMW.**
- **BMW přijelo dříve než Citroen.**
- **Škoda přijela dříve než Mazda.**

32. Které auto přijelo ze všech nejpozději?
a) BMW
b) Citroen
c) Mazda
d) Škoda
e) nelze rozhodnout

33. Které auto přijelo ze všech nejdříve?
a) BMW
b) Citroen
c) Mazda
d) Škoda
e) nelze rozhodnout

34. Která auta předjela Citroen?
a) BMW
b) BMW, Mazda i Škoda
c) Mazda
d) Škoda a Mazda
e) jiná odpověď než uvedeno v a) – d)

PŘÍLOHA Č. II

UKÁZKA POUŽITÉHO TESTU „PRO VŠ“

1. Vedení firmy Delta X zpracovalo na konci roku dvě verze, jak snížit stav zaměstnanců během následujícího kalendářního roku. Verze I předpokládala, že na konci každého kalendářního čtvrtletí následujícího roku dojde ke snížení počtu zaměstnanců o 10%. Verze II předpokládala, že v červnu a v prosinci následujícího roku bude propuštěno 20% zaměstnanců.

počet propuštěných podle verze I	**počet propuštěných podle verze II**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) hodnota vlevo je větší nebo rovna hodnotě vpravo
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

2. Porovnejte hodnoty vpravo a vlevo a vyberte správnou odpověď.

Součet dvojciferných násobků čísla 4	**1662**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší
e) žádná z možností a) – d) není správná

3. Kolika způsoby lze mezi 28 žáků rozdělit funkce předsedy třídy, květináře, klíčníka a vyjednavače?

a) 28 . 28. 28. 28
b) 28^4
c) 28 . 27 . 26 . 25
d) 28 . 4
e) žádná z možností a) – d) není správná

4. Na oslavě rozkrojili dort na čtvrtky a ty opět na čtvrtky. Jak velkou část původního dortu činil jeden takto vzniklý kousek?
a) jednu osminu
b) jednu šestnáctinu
c) jednu dvanáctinu
d) nelze určit, záleží, jak byl dort velký
e) jiný výsledek než je uvedeno v a) – d)

5. Porovnejte hodnoty vlevo a vpravo a vyberte správnou odpověď.

3 dny 20 hodin 55 minut	**17 000 minut**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší
e) žádná z možností a) – d) není správná

Na ples šli: Adam, Bořek, Cyril, Daniel, Emil, Hynek, Iva, Johana, Kamila a Olga. Vytvořili čtyři páry (muž a žena) a dva muži, kteří šli sami. Pár tvořili Adam a Olga. Cyril přišel na ples sám. Daniel a Bořek nepřišli sami. Emil přišel v páru, ale ne s Ivou ani s Kamilou.

6. S kým šel na ples Bořek?
a) s Ivou
b) s Johanou
c) s Kamilou
d) s Olgou
e) nelze jednoznačně určit

7. S kým šel na ples Hynek?
a) sám
b) s Johanou
c) s Kamilou
d) s Olgou
e) žádná z odpovědí a) – d) není správná

8. Pokud víme, že Daniel šel s Kamilou, s kým šel Emil?
a) s Ivou
b) s Johanou
c) s Kamilou
d) s Olgou
e) nelze jednoznačně určit

9. S kým šla na ples Johana?
a) s Adamem
b) s Emilem
c) s Danielem
d) s Hynkem
e) nelze jednoznačně určit

10. 100 gramů sýra obsahuje 25 gramů tuku, 15 gramů bílkovin, 2,5 gramu uhlohydrátů a 3,4% soli. Snížíme-li obsah tuku o 20% při zachování celkové hmotnosti sýra, na kolik procent se sníží obsah tuku?
a) 5
b) 10
c) 15
d) 20
e) jiný výsledek než v a) – d)

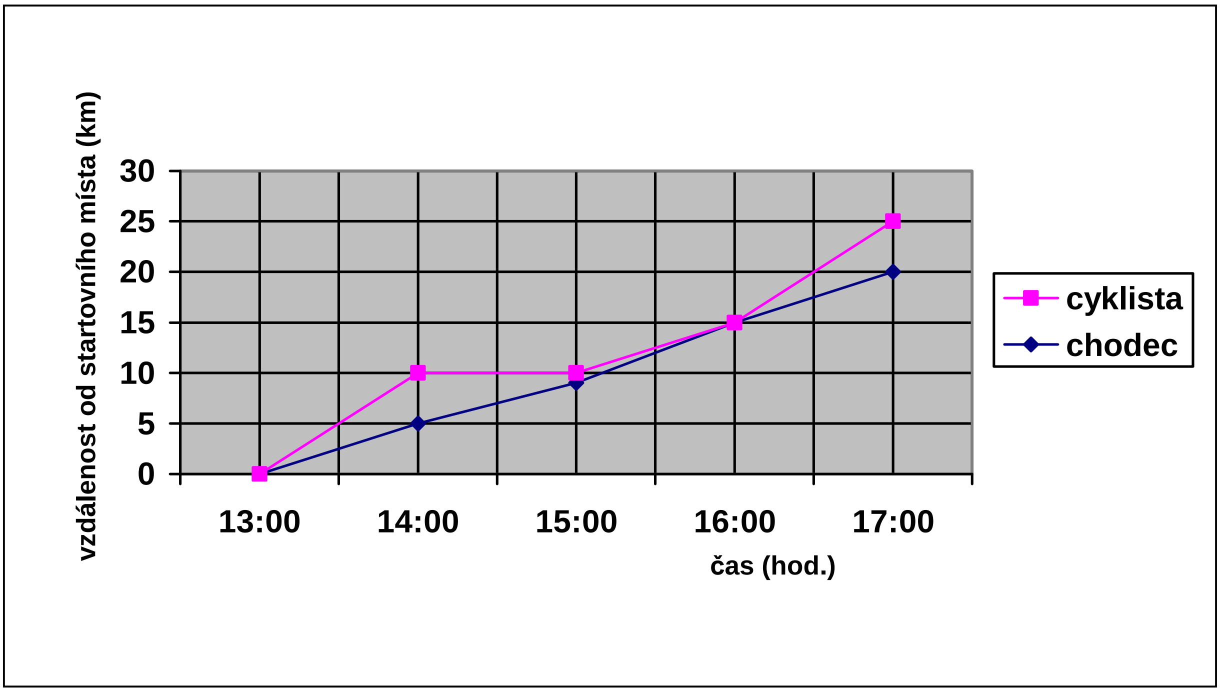
11. Víme, že 6 trpaslíků vykope studnu za 6 hodin. Za jak dlouho vykope studnu 9 trpaslíků?
a) za 3 hodiny
b) za 4 hodiny
c) za 5 hodin
d) za 6 hodin
e) za 7 hodin

12. Určete hodnotu výrazu V = (x – 0,25) (y + 0,5) (x + y – 5) pro x = 0,5 a y = 0,75.
a) -5
b) 1,75
c) 2,25
d) 1,175
e) jiný výsledek než v a) – d)

13. Jestliže konstantní rychlost stahování dat je 470 kB/s, za jak dlouho bude stažen soubor o velikosti 70,5 MB?
a) 2 minuty
b) 2,2 minuty
c) 2,5 minuty
d) 2,8 minuty
e) za jiný čas než uvedeno v a) – d)

14. Kolo stojí 13 650 Kč včetně 5% daně z přidané hodnoty. Kolik bude stát po zvýšení daně z přidané hodnoty na 9%?
a) 14 520 Kč
b) 14 170 Kč
c) 13 950 Kč
d) 14 730 Kč
d) jinak než uvedeno v a) – d)

15. Mnohočlen, který po vydělení dvojčlenem x + 1 dá neúplný podíl x + 2 a zbytek 20, je
a) $x^2 + 3x + 22$
b) $x^2 + 3x - 18$
c) $x^2 + 5x + 22$
d) $x^2 + 3x - 22$
e) jiný než uvedeno v a) - d)



Ve 13:00 vyjel z místa A cyklista a zároveň po stejné trase vyšel chodec. Graf znázorňuje vzdálenost cyklisty či chodce od místa A v km v závislosti na čase.

16. Rychlost cyklisty v prvních dvou hodinách pohybu byla:
a) 10 km/hod.
b) 5 km/hod.
c) 20 km/hod.
d) 14 km/hod.
e) jiná než uvedeno v a) – d)

17. Celková vzdálenost, kterou urazil cyklista, byla:
a) větší než vzdálenost, kterou urazil chodec
b) menší než vzdálenost, kterou urazil chodec
c) stejná jako vzdálenost, kterou urazil chodec
d) nelze jednoznačně určit
e) cyklista se vůbec nepohyboval

18. Jak dlouhou dobu odpočíval cyklista a jak dlouhou dobu odpočíval chodec?
a) chodec 1 hodinu, cyklista vůbec
b) chodec vůbec, cyklista 1 hodinu
c) chodec 1 hodinu, cyklista 1 hodinu
d) ani jeden neodpočíval
e) jiná odpověď než je uvedeno v a) – d)

19. Ve kterých časových úsecích byla průměrná rychlost cyklisty vyšší než průměrná rychlost chodce?
a) kromě času mezi 14. – 15. hodinou vždy
b) cyklista byl ve všech časových úsecích rychlejší
c) cyklista byl rychlejší pouze mezi 13. - 14. a 16. – 17. hodinou
d) cyklista byl rychlejší pouze mezi 14. – 15. hodinou
e) jiná odpověď než v a) – d)

20. Jaká byla průměrná rychlost chodce mezi 13. – 17. hodinou?
a) 20 km/hod.
b) 5 km/ hod.
c) 4 km/ hod.
d) 10 km/hod.
e) jiná odpověď než v a) – d)

21. Platí a § b = (a + b) . (a + 2 + b). Určete, čemu je rovno 3 § 5.

a) 80
b) 8
c) 15
d) 2
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

22. Matematická operace vyjádřená znaménkem ☺ říká, že máme sečíst čísla před znaménkem a za znaménkem a k součtu připočíst převrácenou hodnotu prvního čísla. Určete, kolik je 2☺3.
a) 3
b) 6
c) 5
d) 5,5
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

23. Součet prvního sta lichých čísel je:
a) 2550
b) 1650
c) 10 000
d) 10 201
e) jiný výsledek než je uvedeno v a) – d)

24. Platí a – b = 0 a zároveň 2a – b = 3.

a + b	**10**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) obě hodnoty jsou větší než 30
e) nelze jednoznačně určit, která hodnota je větší

25. Vnitřní úhly trojúhelníku jsou v poměru 1 : 2 : 3. Jedná se o trojúhelník:
a) pravoúhlý
b) ostroúhlý
c) tupoúhlý
d) rovnostranný
e) rovnoramenný

26. Předpokládejme, že *a* je číslice desítkové soustavy. Určete a tak, aby číslo 27*a*3*a*2 bylo beze zbytku dělitelné třemi.
a) 4
b) 5
c) 6
d) 4 a 8
e) jiný výsledek je uvedeno v a) – d)

27. Je dána krychle. Porovnejte její tělesovou a stěnovou úhlopříčku.
a) stěnová úhlopříčka je větší než tělesová
b) tělesová úhlopříčka je větší než stěnová
c) velikosti obou úhlopříček jsou stejné
d) nelze rozhodnout, záleží na velikosti strany krychle
e) nelze rozhodnout, záleží, kterou stěnovou úhlopříčku máme na myslil

28. Jiří podělil dva kamarády preclíky. Každý z obou dostal čtvrtinu všech preclíků a ještě dva preclíky. Na Jiřího zbyly také 2 preclíky. Počet preclíků před dělením byll:
a) 12
b) 14
c) 16
d) 8
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

29. Je dáno přirozené číslo a.

číslo opačné k číslu a	**číslo převrácené k číslu a**

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) obě hodnoty jsou záporné
e) ani jedna z odpovědí a) – d) není správná

30. Když žáci ve 2. B udělají dvojstup, čtyřstup i pětistup, vždy jeden žák přebývá. Kolik žáků má 2. B?
a) 21
b) 25
c) 29
d) 19
e) jiný výsledek než uvedeno v a) – d)

31. Rovnostranný trojúhelník má velikost strany 1,5krát větší než čtverec.

velikost úhlopříčky čtverce	velikost výšky trojúhelníka

a) hodnota vlevo je větší než hodnota vpravo
b) hodnota vpravo je větší než hodnota vlevo
c) hodnota vlevo je stejná jako hodnota vpravo
d) nelze určit, která z obou hodnot je větší
e) ani jedna z odpovědí a) – d) není správná

4 auta – BMW, Citroen, Mazda a Škoda – vyjela na trať závodu.

- **Škoda přijela dříve než Citroen.**
- **Mazda přijela dříve než BMW.**
- **BMW přijelo dříve než Citroen.**
- **Škoda přijela dříve než Mazda.**

32. Které auto přijelo ze všech nejpozději?
a) BMW
b) Citroen
c) Mazda
d) Škoda
e) nelze rozhodnout

33. Které auto přijelo ze všech nejdříve?
a) BMW
b) Citroen
c) Mazda
d) Škoda
e) nelze rozhodnout

34. Která auta předjela Citroen?
a) BMW
b) BMW, Mazda i Škoda
c) Mazda
d) Škoda a Mazda
e) jiná odpověď než uvedeno v a) – d)