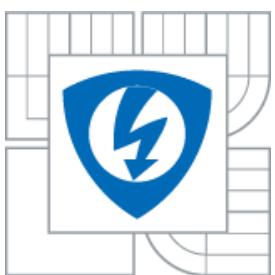




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# OPTIMÁLNÍ METODY ŘÍZENÍ ENERGETICKÉ SPOTŘEBY BUDOV

OPTIMAL CONTROL STRATEGIES FOR BUILDING ENERGY CONSUMPTION

DOKTorská práce  
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

ING. VÁCLAV KACZMARCZYK

VEDOUcí PRÁCE  
SUPERVISOR

PROF. ING. FRANTIŠEK ZEZULKA CSC.

---

# Abstrakt

S klesajícími zásobami fosilních paliv a zvyšujícím se tlakem na využívání energie vyrobené z obnovitelných zdrojů roste potřeba integrace těchto těžko predikovatelných zdrojů do elektrizační soustavy. Současně dochází ke zvyšování ceny energie, což zvyšuje ochotu spotřebitelů měnit své chování s cílem omezit výdaje, či alespoň zachovat je v akceptovatelné výši. Jednou z mála možností optimalizace nákladů na energie na straně spotřebitele je využití principu *demand response*. Tento princip spotřebiteli umožňuje na základě nezbytných informací optimalizovat spotřebu elektrické energie tak, aby ji minimalizoval v době, kdy je cena energie vysoká. Vzhledem k neustálé se měnícím podmínkám v elektrizační soustavě a tím i měnícím se požadavkům je nutné, aby optimalizace byla realizována automaticky, bez nutnosti zásahů uživatele. Dizertační práce se věnuje problematice koordinace chodu spotřebičů a dalších elektrických zařízení v rámci chytrého domu za účelem dosažení úspory ceny zaplacené za elektrickou energii při zachování požadované úrovně komfortu využití elektrických spotřebičů.

V této práci je proto navržena metoda, která po implementaci do řídicího členu – *energy managera* – zabezpečí dosažení optimálního využívání spotřebičů a dalších zařízení v rámci chytrého domu. Vzhledem k tomu, že chování optimální z pohledu *demand response* nebývá v souladu s požadavky uživatele na komfortní využití spotřebičů, navržená metoda umožňuje dosáhnout kompromisu volbou příslušné strategie. Pro účely optimalizace je v práci navrženo pět univerzálních modelů, které umožňují popsat zařízení běžně se vyskytující v domácnostech a obytných domech, a to jak spotřebiče, tak i lokální zdroje elektrické energie.

Těžištěm navržené metody je formulace a následná optimalizace smíšeného kvadratického problému (MIQP). Výsledkem optimalizační úlohy je plán využití jednotlivých zařízení, který zohledňuje cenu elektrické energie, pracovní cyklus zařízení, požadavky uživatele, systémová omezení a další vstupní informace.

V práci je dále realizováno rozšíření výše uvedené metody, které zajišťuje dodržení nastavené strategie i při výrazné změně vstupních podmínek. Díky tomuto chování se metoda stává použitelnou pro využití v reálném řídicím členu.

---

# Abstract

This thesis discusses the operational coordination of electrical appliances and devices in a smart home. At present, the diminishing volume of fossil fuels and the increasing pressure to use renewable sources of energy necessitate the integration of such volatile sources into electrical grids. This process, however, results in higher energy costs, and the consumers are thus more willing to change their behaviour to either reduce the expenses or maintain them at a reasonable level. One of the relatively few customer-oriented options to optimise energy costs consists in the demand – response principle, which utilises external information to minimise energy consumption during high price periods. Assuming the constantly changing conditions in electrical grids, and thus also the varying demands, it is vital to provide for automatic optimisation excluding the need of user intervention.

The thesis presents a method which, after being implemented into the control member, will facilitate the optimal use of appliances and devices within a smart home. As the behaviour considered optimal from the perspective of demand - response is often inconsistent with the consumer's requirements for comfortable use of the appliances, the proposed technique offers a compromise through enabling the consumer to select the appropriate strategy. Five universal optimisation models are designed within the thesis; these models facilitate description of common home appliances and local electricity sources.

The core of the method lies in formulating and optimising a mixed integer quadratic problem (MIQP). The optimisation task yields an operational schedule for the individual appliances, and this scheme considers the energy costs, the working cycle of the appliance, the user's demands, the system restrictions and/or other input data.

Furthermore, the author extends the above-discussed general technique, enabling it to adopt robust behaviour. The method then secures the preset strategy even during a marked change of the input conditions, and its robustness is a viable precondition for the overall applicability of the technique in the real control member.

---

## Bibliografická citace

KACZMARCZYK, V. Optimální metody řízení energetické spotřeby budov. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2015. 202 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. František Zezulka, CSc..

---

## Prohlášení autora

“Prohlašuji, že jsem svou dizertační práci na téma *'Optimální metody řízení energetické spotřeby budov'* vypracoval samostatně pod vedením školitele a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené dizertační práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této dizertační práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních, a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb. včetně možných trestně právních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.”

V Brně dne:

Podpis:

---

---

## **Poděkování**

Nejprve bych rád poděkovat svému školiteli prof. Ing. Františku Zezulkovi, CSc. za odborné vedení a konzultace v průběhu studia doktorského studijního programu, za přínosné rady a připomínky k dizertační práci.

Rovněž děkuji doc. Ing. Petru Fiedlerovi Ph.D. a doc. Ing. Zdeňku Bradáčovi Ph.D. za projevený zájem a podporu, kterou mi v souvislosti s mou prací poskytovali.

A nakonec poděkování největší - mé rodině - manželce Zuzaně, dětem Jakubovi a Adéle a samozřejmě mým rodičům za jejich pochopení, povzbuzení a především za důvěru.

# Obsah

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Abstrakt</b>                                               | ii  |
| <b>Abstract</b>                                               | iii |
| <b>Bibliografická citace</b>                                  | iv  |
| <b>Prohlášení autora</b>                                      | v   |
| <b>Poděkování</b>                                             | vi  |
| <b>Obsah</b>                                                  | vii |
| <b>Seznam obrázků</b>                                         | xi  |
| <b>Seznam tabulek</b>                                         | xiv |
| <b>Seznam zkratek</b>                                         | xv  |
| <br>                                                          |     |
| <b>Úvod</b>                                                   | 1   |
| <b>1 Historie a současnost elektrických sítí</b>              | 6   |
| 1.1 Energetický průmysl . . . . .                             | 6   |
| 1.2 Trh energie . . . . .                                     | 7   |
| 1.2.1 Obchodování na krátkodobém trhu . . . . .               | 7   |
| 1.2.2 Dlouhodobý trh . . . . .                                | 8   |
| 1.2.3 Důsledky transformace trhu . . . . .                    | 9   |
| 1.3 Diverzifikace zdrojů . . . . .                            | 9   |
| 1.4 Elektrizační soustava . . . . .                           | 10  |
| 1.5 Smart grid . . . . .                                      | 13  |
| 1.5.1 Definice smart grid sítě . . . . .                      | 13  |
| 1.5.2 Evoluce sítí smart grid . . . . .                       | 14  |
| 1.6 Demand response . . . . .                                 | 15  |
| 1.6.1 Demand response z pohledu zákazníka . . . . .           | 15  |
| 1.6.2 Demand response z pohledu sítového operátora . . . . .  | 15  |
| 1.6.3 Tarifní programy . . . . .                              | 16  |
| 1.6.4 Implementace demand response . . . . .                  | 18  |
| 1.6.5 Technologie pro demand response . . . . .               | 20  |
| 1.6.6 Známé nedostatky demand response . . . . .              | 20  |
| 1.7 Komerční projekty v oblasti smart grid v Evropě . . . . . | 21  |

|                                                                                |           |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2 State-of-the-art</b>                                                      | <b>25</b> |
| 2.1 Spotřebiče s odložitelným cyklem (odložitelné spotřebiče) . . . . .        | 28        |
| 2.2 Spotřebiče s přerušitelným během (přerušitelné spotřebiče) . . . . .       | 28        |
| 2.3 Termostatem řízené spotřebiče . . . . .                                    | 29        |
| 2.4 Lokální generátory . . . . .                                               | 30        |
| 2.5 Zásobníky energie . . . . .                                                | 31        |
| 2.6 Neředitelné spotřebiče . . . . .                                           | 32        |
| <b>3 Optimalizační úlohy a způsoby jejich řešení</b>                           | <b>34</b> |
| 3.1 Lineární programování . . . . .                                            | 34        |
| 3.1.1 Metody branch and bound . . . . .                                        | 36        |
| 3.1.2 Metoda sečných nadrovin . . . . .                                        | 38        |
| 3.2 Model predictive control . . . . .                                         | 40        |
| 3.2.1 Princip MPC . . . . .                                                    | 41        |
| 3.2.2 Vlastnosti MPC . . . . .                                                 | 42        |
| 3.3 Software pro řešení úloh lineárního a kvadratického programování . . . . . | 43        |
| 3.4 Výpočetní náročnost řešení optimalizačních úloh . . . . .                  | 44        |
| <b>4 Modelování termodynamických systémů</b>                                   | <b>45</b> |
| 4.1 Zjednodušený fyzikální model budovy . . . . .                              | 46        |
| 4.1.1 Základní koncepty . . . . .                                              | 46        |
| 4.1.2 Prostup tepla stěnami a jejich tepelná kapacita . . . . .                | 47        |
| 4.1.3 Tepelná kapacita místností . . . . .                                     | 48        |
| 4.2 Stochastické metody identifikace . . . . .                                 | 49        |
| <b>5 Modelování spotřebičů</b>                                                 | <b>52</b> |
| 5.1 Spotřebiče s odložitelným cyklem (odložitelné spotřebiče) . . . . .        | 52        |
| 5.1.1 Vstupní parametry . . . . .                                              | 53        |
| 5.1.2 Definice optimalizačního problému . . . . .                              | 54        |
| 5.1.3 Kriteriální funkce . . . . .                                             | 55        |
| 5.1.4 Okamžité spuštění spotřebiče . . . . .                                   | 55        |
| 5.1.5 Přerušení cyklu spotřebiče . . . . .                                     | 56        |
| 5.2 Spotřebiče s přerušitelným během (přerušitelné spotřebiče) . . . . .       | 56        |
| 5.2.1 Vstupní parametry . . . . .                                              | 57        |
| 5.2.2 Definice optimalizačního problému . . . . .                              | 57        |
| 5.3 Termostatem řízené spotřebiče . . . . .                                    | 58        |
| 5.3.1 Výběr metody pro vytvoření modelu . . . . .                              | 59        |
| 5.3.2 Model termodynamického systému . . . . .                                 | 59        |
| 5.3.3 Linearizace v okolí pracovního bodu . . . . .                            | 60        |
| 5.3.4 Diskretizace . . . . .                                                   | 60        |
| 5.3.5 Dvojí časové měřítko . . . . .                                           | 61        |
| 5.3.6 Definice robustního optimalizačního problému . . . . .                   | 62        |
| 5.3.7 Problém v hrubém časovém měřítku . . . . .                               | 63        |

---

|          |                                                                          |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.3.8    | Řízení v jemném časovém měřítku . . . . .                                | 65        |
| 5.4      | Distribuované zdroje elektrické energie . . . . .                        | 66        |
| 5.4.1    | Predikce rychlosti proudění větru . . . . .                              | 66        |
| 5.4.2    | Určení generovaného výkonu . . . . .                                     | 67        |
| 5.4.3    | Definice optimalizačního problému . . . . .                              | 69        |
| 5.5      | Akumulátory . . . . .                                                    | 69        |
| 5.5.1    | Ekonomická rozvaha . . . . .                                             | 70        |
| 5.5.2    | Definice lineárního problému . . . . .                                   | 71        |
| <b>6</b> | <b>Building energy manager</b>                                           | <b>74</b> |
| 6.1      | Charakteristika systému . . . . .                                        | 74        |
| 6.2      | Energy manager v literatuře . . . . .                                    | 75        |
| 6.3      | Požadavky na BEM . . . . .                                               | 76        |
| 6.4      | Optimalizační problém . . . . .                                          | 78        |
| 6.4.1    | Energetická rovnováha . . . . .                                          | 78        |
| 6.4.2    | Matematický model skupiny domácích spotřebičů . . . . .                  | 79        |
| 6.4.3    | Minimalizace ceny . . . . .                                              | 81        |
| 6.4.4    | Dodržení preferovaných časů spuštění odložitelných spotřebičů . . . . .  | 81        |
| 6.4.5    | Maximalizace tepelného komfortu . . . . .                                | 82        |
| 6.4.6    | Minimalizace četnosti akčních zásahů . . . . .                           | 82        |
| 6.4.7    | Omezení maximálního výkonu odebraného z distribuční sítě . . . . .       | 83        |
| 6.4.8    | Vícekriteriální optimalizace . . . . .                                   | 83        |
| 6.5      | Funkcionalita energy managera . . . . .                                  | 85        |
| <b>7</b> | <b>Ověření navrženého řešení</b>                                         | <b>87</b> |
| 7.1      | Cenové modely . . . . .                                                  | 87        |
| 7.2      | Modelový dům . . . . .                                                   | 88        |
| 7.2.1    | Odložitelné spotřebiče . . . . .                                         | 88        |
| 7.2.2    | Přerušitelné spotřebiče . . . . .                                        | 90        |
| 7.2.3    | Termostatem řízené spotřebiče . . . . .                                  | 91        |
| 7.2.4    | Akumulátory . . . . .                                                    | 95        |
| 7.2.5    | Obnovitelné zdroje energie . . . . .                                     | 96        |
| 7.3      | Další parametry simulace . . . . .                                       | 98        |
| 7.4      | Přehled prováděných případových studií . . . . .                         | 99        |
| 7.5      | Výsledky případových studií . . . . .                                    | 101       |
| 7.5.1    | Studie 1 – Termostatem řízené spotřebiče – tepelný komfort . . . . .     | 101       |
| 7.5.2    | Studie 2 – Termostatem řízené spotřebiče – finanční úspora . . . . .     | 104       |
| 7.5.3    | Studie 3 – Termostatem řízené spotřebiče – technická omezení . . . . .   | 105       |
| 7.5.4    | Studie 4 – Termostatem řízené spotřebiče – dvojstupňové řízení . . . . . | 109       |
| 7.5.5    | Studie 5 – Akumulátor . . . . .                                          | 113       |
| 7.5.6    | Studie 6 – Všechny spotřebiče a generátory – komplexní chování . . . . . | 115       |
| 7.5.7    | Studie 7 – Vliv nepřesnosti modelu na chování systému . . . . .          | 125       |
| 7.5.8    | Studie 8 – Škálovatelnost optimalizačního problému . . . . .             | 128       |

|                                                                                                  |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>8 Implementace</b>                                                                            | <b>132</b> |
| 8.1 Postup využitý v této práci . . . . .                                                        | 132        |
| 8.2 Simulátor dynamického chování řízeného systému . . . . .                                     | 133        |
| 8.3 Building energy manager . . . . .                                                            | 135        |
| <b>Závěr</b>                                                                                     | <b>138</b> |
| <br>                                                                                             |            |
| <b>A Seznam symbolů</b>                                                                          | <b>154</b> |
| A.1 Obecné . . . . .                                                                             | 154        |
| A.2 Odložitelné spotřebiče . . . . .                                                             | 154        |
| A.3 Přerušitelné spotřebiče . . . . .                                                            | 155        |
| A.4 Termostatem řízené spotřebiče . . . . .                                                      | 156        |
| A.5 Lokální zdroje elektrické energie . . . . .                                                  | 156        |
| A.6 Úložiště energie . . . . .                                                                   | 157        |
| A.7 Rozhodovací proměnné . . . . .                                                               | 157        |
| <b>B Matice termodynamického modelu z kapitoly 5.3.2</b>                                         | <b>159</b> |
| <b>C Ostatní materiály</b>                                                                       | <b>162</b> |
| C.1 Hodnoty setpointů pro jednotlivé místnosti . . . . .                                         | 162        |
| C.2 Varianty nastavení vnitřního PI regulátoru ve studii 4 (7.5.4) . . . . .                     | 163        |
| C.2.1 Zpomalení přechodných dějů . . . . .                                                       | 163        |
| C.3 Větrný model . . . . .                                                                       | 165        |
| C.4 Varianty využití akumulátoru ve studii 5 (7.5.5) . . . . .                                   | 166        |
| C.5 Závislost hodnot členů kriteriální funkce na váhovacích konstantách<br>ve studii 6 . . . . . | 168        |
| C.6 Vypočtené normované hodnoty koeficientů ve studii 6 . . . . .                                | 170        |
| C.7 Vypočtené hodnoty ve studii 7 - Nejistota modelu . . . . .                                   | 172        |
| <b>D Heuristický algoritmus pro stanovení mezí při vícekriteriální<br/>optimalizaci</b>          | <b>174</b> |
| D.1 Stanovení mezí ceny energie . . . . .                                                        | 174        |
| D.2 Stanovení mezí komfortu . . . . .                                                            | 180        |
| D.3 Stanovení dalších parametrů . . . . .                                                        | 181        |
| <b>E Životopis autora</b>                                                                        | <b>182</b> |

# Seznam obrázků

|      |                                                                                                                                                                              |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.1  | Rozložení potenciálů výroby z obnovitelných zdrojů energie (Šolc [2011]) . . . . .                                                                                           | 10  |
| 1.2  | Tradiční distribuční síť . . . . .                                                                                                                                           | 12  |
| 1.3  | Síť <i>smart grid</i> . . . . .                                                                                                                                              | 14  |
| 1.4  | Diagram sesouladění nabídky s poptávkou (Spot [2015]) . . . . .                                                                                                              | 17  |
| 1.5  | Zaměření jednotlivých národních iniciativ (Platform [2012]) . . . . .                                                                                                        | 23  |
| 2.1  | Schéma BEMS . . . . .                                                                                                                                                        | 26  |
| 3.1  | Metoda MPC (Převzato z Bemporad and Morari [1999]) . . . . .                                                                                                                 | 40  |
| 4.1  | Prostup tepla zdí – kromě vedení tepla hmotou zdi se na obou stranách uplatňuje mechanizmus proudění vzduchu. . . . .                                                        | 48  |
| 5.1  | Možné stavy odložitelného spotřebiče . . . . .                                                                                                                               | 53  |
| 5.2  | Dvojí časové měřítko . . . . .                                                                                                                                               | 62  |
| 5.3  | Typická závislost výkonu větrné turbíny na rychlosti větru . . . . .                                                                                                         | 67  |
| 5.4  | Příklad cyklu nabíjení-vybíjení baterie . . . . .                                                                                                                            | 71  |
| 6.1  | Blokové schéma popisované funkcionality . . . . .                                                                                                                            | 86  |
| 7.1  | Průběh cen v jednotlivých tarifech . . . . .                                                                                                                                 | 88  |
| 7.2  | Energetické profily (vlevo) a jejich diskretizované podoby pro odložitelné spotřebiče (vpravo) . . . . .                                                                     | 90  |
| 7.3  | Půdorys modelovaných místností . . . . .                                                                                                                                     | 91  |
| 7.4  | Ekvivalentní elektrický obvod . . . . .                                                                                                                                      | 92  |
| 7.5  | Hodnoty <i>setpointu</i> místnosti 1 pro všední den (vlevo) a víkend (vpravo) . . . . .                                                                                      | 95  |
| 7.6  | Zobrazení přechodové matice Markovova řetězce pro 0 h . . . . .                                                                                                              | 97  |
| 7.7  | Vývoj hodinových teplot během simulace . . . . .                                                                                                                             | 98  |
| 7.8  | Výkon větrné turbíny během simulace prvních 31 dní simulace . . . . .                                                                                                        | 99  |
| 7.9  | Průběhy teplot v místnosti 1 po první tři dny simulace . . . . .                                                                                                             | 102 |
| 7.10 | Okamžité průtoky vzduchu jednotkami v místnosti 1 po první tři dny simulace                                                                                                  | 103 |
| 7.11 | Porušení komfortu (vlevo) a cena energie (vpravo) pro jednotlivé místnosti v průběhu celé simulace . . . . .                                                                 | 103 |
| 7.12 | Závislost ceny a úrovně komfortu na poměru vah $\omega_{TH}$ a $\omega_\Theta$ (vlevo), zobrazení Paretovy křivky pro obě proměnné. (Všechny místnosti, sazba TOU) . . . . . | 105 |
| 7.13 | Průběhy teplot v místnosti 1 pro různá nastavení vah po první tři dny simulace a sazbu TOU . . . . .                                                                         | 106 |
| 7.14 | Průběhy teplot v místnostech během prvního dne simulace . . . . .                                                                                                            | 107 |
| 7.15 | Výkony jednotlivých zařízení během prvního dne simulace . . . . .                                                                                                            | 107 |

|                                                                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.16 Průběhy teplot v místnostech během prvního dne simulace při upraveném kritériu . . . . .                                            | 108 |
| 7.17 Výkony jednotlivých jednotek během prvního dne simulace při upraveném kritériu . . . . .                                            | 108 |
| 7.18 Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace . . . . .                                                                   | 111 |
| 7.19 Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace . . . . .                                                                   | 112 |
| 7.20 Akční zásahy z PI regulátoru během prvního dne simulace . . . . .                                                                   | 112 |
| 7.21 Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .                                                               | 114 |
| 7.22 Zbývající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .                                                      | 114 |
| 7.23 Nejmenší a největší hodnoty $\Psi_\Theta$ pro všechny kategorie spotřebičů . . . . .                                                | 118 |
| 7.24 Ceny za provoz jednotlivých tříd spotřebičů pro všechny dny . . . . .                                                               | 119 |
| 7.25 Hodnoty členů kriteriální funkce pro všechny dny . . . . .                                                                          | 119 |
| 7.26 Odložitelné a přerušitelné spotřebiče po první čtyři dny simulace . . . . .                                                         | 120 |
| 7.27 Průběhy teplot po první čtyři dny simulace . . . . .                                                                                | 120 |
| 7.28 Průběhy teplot po první čtyři dny simulace . . . . .                                                                                | 121 |
| 7.29 Výkonová rovnováha pro prvních 6 dní . . . . .                                                                                      | 121 |
| 7.30 Členy kriteriální funkce při změně preferencí ceny . . . . .                                                                        | 122 |
| 7.31 Členy kriteriální funkce při změně preferencí komfortu DE spotřebičů . . . . .                                                      | 123 |
| 7.32 Členy kriteriální funkce při změně preferencí TH spotřebičů . . . . .                                                               | 124 |
| 7.33 Členy kriteriální funkce při změně preferencí omezení četnosti akčního zásahu TH spotřebičů . . . . .                               | 124 |
| 7.34 Index porušení komfortu pro různé regulátory a měnící se nejistotu parametrů modelu . . . . .                                       | 126 |
| 7.35 Celková cena za spotřebovanou energii pro různé regulátory a měnící se nejistotu parametrů modelu . . . . .                         | 127 |
| 7.36 Relativní tolerance (vlevo) a doba řešení (vpravo) v závislosti na požadovaném minimálním počtu celočíselných řešení . . . . .      | 130 |
| 7.37 Relativní tolerance (vlevo) a počet nalezených celočíselných řešení (vpravo) v závislosti na maximálním času optimalizace . . . . . | 130 |
| 8.1 Uživatelské rozhraní programu BEMSimulator . . . . .                                                                                 | 134 |
| 8.2 Architektura <i>building energy managera</i> . . . . .                                                                               | 135 |
| C.1 Hodnoty <i>setpointů</i> pro místnosti 1 a 2 . . . . .                                                                               | 162 |
| C.2 Hodnoty <i>setpointů</i> pro místnosti 3 a 4 . . . . .                                                                               | 162 |
| C.3 Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace . . . . .                                                                    | 163 |
| C.4 Akční zásahy z PI regulátoru během prvního dne simulace . . . . .                                                                    | 164 |
| C.5 Průběhy poruch pro první den simulace . . . . .                                                                                      | 165 |
| C.6 Řízení teplot PI regulátorem při působení poruch během prvního dne simulace                                                          | 165 |
| C.7 Rozložení pravděpodobnosti proudění větru v časech 0 - 6 hodin od startu predikce . . . . .                                          | 166 |
| C.8 Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .                                                                | 167 |
| C.9 Zbývající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .                                                       | 167 |
| C.10 Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .                                                               | 168 |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| C.11 Zbývající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5) . . . . .   | 168 |
| C.12 Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci ceny . . . . .                   | 169 |
| C.13 Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci komfortu DE spotřebičů . . . . . | 169 |
| C.14 Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci tepelného komfortu . . . . .     | 170 |

# Seznam tabulek

|      |                                                                                                        |     |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.1  | Výrobcem Siemens [2013] udávaný počet cyklů jednotlivých zařízení za rok                               | 89  |
| 7.2  | Energetické profily zařízení . . . . .                                                                 | 89  |
| 7.3  | Uživatelské preference . . . . .                                                                       | 89  |
| 7.4  | Parametry přerušitelných spotřebičů . . . . .                                                          | 90  |
| 7.5  | Fyzikální parametry jednotlivých místností . . . . .                                                   | 94  |
| 7.6  | Fyzikální parametry jednotlivých stěn . . . . .                                                        | 94  |
| 7.7  | Hodnoty součinitele prostupu tepla . . . . .                                                           | 94  |
| 7.8  | Parametry spotřebičů <i>fancoil</i> 1–4 . . . . .                                                      | 94  |
| 7.9  | Parametry akumulátoru . . . . .                                                                        | 96  |
| 7.10 | Připojení akumulátoru . . . . .                                                                        | 96  |
| 7.11 | Zbývající energie v akumulátoru . . . . .                                                              | 96  |
| 7.12 | Parametry větrné turbín využité v rámci simulace . . . . .                                             | 98  |
| 7.13 | Cena a porušení komfortu pro různé poměry vah vztažené k případu . . . . .                             | 105 |
| 7.14 | Denní cena a porušení komfortu pro počátek simulace . . . . .                                          | 109 |
| 7.15 | Srovnání průměrných hodnot za celé období simulace pro jednotlivé případy                              | 115 |
| 7.16 | Modifikace plánu jednotlivých kategorií spotřebičů pro studii 6 . . . . .                              | 117 |
| 7.17 | Normalizační koeficienty získané heuristickým algoritmem . . . . .                                     | 117 |
| 7.18 | Průměrná doba optimalizace v závislosti na <i>epgap</i> . . . . .                                      | 129 |
| C.1  | Nastavení obou variant PI regulátorů . . . . .                                                         | 164 |
| C.2  | Porovnání obou variant PI regulátorů . . . . .                                                         | 164 |
| C.3  | Matice Markovova řetězce větrného modelu pro časy 00:00 - 01:00 . . . . .                              | 166 |
| C.4  | Matice Markovova řetězce větrného modelu pro časy 01:00 - 02:00 . . . . .                              | 166 |
| C.5  | Hodnoty koeficientů při změně preference ceny . . . . .                                                | 170 |
| C.6  | Hodnoty koeficientů při změně preference komfortu DE spotřebičů . . . . .                              | 171 |
| C.7  | Hodnoty koeficientů při změně preference teplotního komfortu . . . . .                                 | 171 |
| C.8  | Hodnoty koeficientů při změně preference četnosti akčních zásahů . . . . .                             | 171 |
| C.9  | Degradace algoritmu vlivem změny nejistoty parametrů termodynamického modelu . . . . .                 | 172 |
| C.10 | Změna chování dvoustavového regulátoru při změně nejistoty parametrů termodynamického modelu . . . . . | 173 |

# Seznam zkratek

- $\mu$ CHP Micro-combined heat and power (kombinovaná generace tepla a elektrické energie)
- AC Air conditioning (klimatizace)
- API Application programming interface (rozhraní pro programování aplikací)
- ARMAX Auto regressive moving average with exogenous input model
- ARX Auto regressive with exogenous input model
- BEM Building energy manager (domovní koordinátor)
- BEMS Building energy management system (systém domovní koordinace)
- BPP Variable peak pricing
- CPP Critical peak pricing
- DAP Day ahead pricing
- DR Demand response
- ERÚ Energetický regulační úřad
- HAN Home area network
- HDO Hromadné dálkové ovládání
- HVAC Heating-ventilation-air conditioning (systémy vytápění, ventilace a chlazení)
- IBR Inclining block rates
- MILP Mixed integer linear program (smíšený celočíselný lineární program)
- MIQP Mixed integer quadratic program (smíšený celočíselný kvadratický program)
- MPC Model predictive control (prediktivní řízení na základě modelu)
- OPL Optimization programming language (optimalizační programovací jazyk)

- OTE Operátor trhu s elektřinou
- OZE Obnovitelné zdroje energie
- QP Quadratic programming (kvadratické programování)
- RTP Real time pricing
- TCA Termostatem řízené spotřebiče
- TOUP Time-of-use pricing

*Mé nekonečně trpělivé manželce Zuzaně a dětem Jakubovi a Adéle . . .*

# Úvod

## Motivace

V současné době hraje spotřeba elektrické energie hlavní roli ve všech oborech lidské činnosti. Počet obyvatel Země během posledních 100 let narostl tak, že bez elektřiny není dnes možno vyrobit dostatek potravy ani pitné vody k přežití lidstva. Jestliže Abraham Maslow v roce 1943 zveřejnil ve své práci "*A Theory of Human Motivation*" ([Maslow \[1943\]](#)) hierarchii potřeb, kterou později prezentoval jako tzv. Maslowovu pyramidu, pak v dnešní době lze tuto pyramidu rozšířit a jako základní potřebu uvést přístup k elektrické energii. Bez ní by se totiž naše společnost po čase opět ocitla na úrovni, na které byla v polovině devatenáctého století.

Přestože technologie výroby elektřiny založené na spalování fosilních paliv od základů změnila fungování společnosti, výraznou měrou se také podepsala na nevratné změně životního prostředí na celé naši planetě. Jedním z výrazných doprovodných jevů je globální změna klimatu, kterou můžeme pozorovat v posledních desetiletích. Naše společnost, přestože již mnoho let hledá ekonomicky využitelné obnovitelné zdroje energie, je stále závislá na energii získané spalováním fosilních paliv. S jejich klesajícími zásobami a rostoucí cenou roste rovněž cena energie a hledání energetických alternativ se stává stále naléhavějším ([Keyhani and Marwali \[2012\]](#), [Carvallo and Cooper \[2011\]](#), [Santacana et al. \[2010\]](#)).

S postupným nárůstem ceny elektrické energie roste také ochota spotřebitelů měnit své chování s cílem omezit výdaje nebo je alespoň zachovat v akceptovatelné výši. Spotřebitelé jsou tedy nakloněni pořizování nových, energeticky úspornějších spotřebičů, instalaci lokálních generátorů energie nebo technologií umožňujících její uchování a pozdější využití.

## Cíle práce

Hlavním cílem výzkumu v této oblasti je, s využitím vhodných matematických postupů, vytvořit a ověřit univerzální metodu optimálního plánování spotřeby elektrické energie pro rezidenční oblasti a pro účely její verifikace a validace realizovat její softwarovou implementaci. Tato metoda umožní na základě požadavků koncového uživatele koordinovat činnost elektrických spotřebičů, lokálních generátorů a akumulátorů v inteligentní domácnosti. Bude rovněž brát v potaz změny vstupních parametrů jako je kolísající cena elektrické energie,

změny venkovní teploty, rychlosti větru či úrovně slunečního osvětlení. Metoda bude stát na matematických základech, a přesto její složitost a výpočetní náročnost nebude překážkou k její budoucí implementaci i do cenově dostupných zařízení – takových, jaké budou koncoví uživatelé ochotni zaplatit a schopni konfigurovat a provozovat.

Význam zpracovávaného tématu dokládá množství publikací, které se této problematice v současné době věnují. Aktuální přehled problematiky je k dispozici ve studii [Deng et al. \[2015\]](#).

## Metoda řešení

Před samotným procesem návrhu optimálního řízení je nutno skupinu domácích spotřebičů rozdělit do kategorií v závislosti na typickém způsobu jejich využívání a na možnostech, které tyto spotřebiče poskytují s ohledem na odložení pracovního cyklu nebo redukci spotřeby elektrické energie. Těchto kategorií je v práci postupně definováno pět a pro každou z nich je vytvořen matematický model, na základě kterého je jednoznačně popsána funkcionality spotřebičů náležících do příslušné kategorie. Spojením matematických popisů spotřebičů v jednotlivých kategoriích do celku vznikne model celého systému, který představuje komplexní optimalizační problém (*smíšený lineární či kvadratický problém*<sup>1</sup>), pro jehož řešení je možno využít některou z osvědčených optimalizačních metod implementovaných v podobě dostupných softwarových nástrojů. Vyřešením tohoto problému je získán optimální plán provozu jednotlivých spotřebičů, avšak na základě tohoto plánu jsou spotřebiče řízeny pouze omezenou dobu. Po jejím uplynutí je na základě aktualizovaných vstupních parametrů a vnějších vlivů vypočten nový plán, přičemž celá situace se periodicky opakuje. Tato metoda optimalizace na základě existujícího modelu je pojmenována *Model Predictive Control (MPC) with receding horizon*, čili prediktivní řízení s klouzavým horizontem založené na modelu ([Richalet et al. \[1978\]](#)).

Pro řízení množiny spotřebičů existuje řada kritérií optimality, mezi nimiž lze intuitivně vymezit dvě nejvýznamnější – cena zaplacená za spotřebovanou energii a zachování určité úrovně komfortu uživatele. V odborné literatuře je ovšem popsána řada dalších kritérií, například minimalizace spotřeby oxidu uhličitého v případě, kdy distributor poskytuje aktuální informace o zastoupení jednotlivých zdrojů elektrické energie při její výrobě. Dalším kritériem pak může být například co nejpřesnější sledování odběrové křivky stanovené distributorem. Kombinaci jednotlivých požadavků lze získat požadované chování celého systému, avšak vzhledem k tomu, že jednotlivé požadavky mohou být částečně či

---

<sup>1</sup>MILP či MIQP patřící do skupiny vícekriteriálních kombinatorických optimalizačních problémů

zcela protichůdné, není ladění jejich vzájemných priorit triviální záležitostí a platí zde princip *quid pro quo*<sup>2</sup>. Několik takových kombinací je prezentováno a diskutováno v průběhu validace metody (kapitola 7).

## Rozsah zpracování a známá omezení

Jak je uvedeno výše, práce se zabývá návrhem univerzální metody optimálního plánování spotřeby elektrické energie spotřebičů v rámci chytrého domu a ověřením a validací této metody. Existuje mnoho spotřebičů, jejichž příkon je v čase konstantní (či téměř konstantní), existují však i spotřebiče, které během svého pracovního cyklu spotřebovávají energii nerovnoměrně. Pro takové spotřebiče je v rámci práce navržen a využíván zjednodušující popis, který umožňuje udržet složitost celého modelu, a tím i obtížnost řešení, v přijatelných mezích. Délka časového okna pro výpočet plánu je v rámci práce stanovena na 15 minut. Jakékoli změny vstupních podmínek nebo zásahy uživatele systému, které nastanou v průběhu časového okna, nejsou zahrnuty v modelu a v případě implementace by musely být v systému řešeny při realizaci prakticky (např. okamžitým přepočtem plánu a prioritizací jednotlivých spotřebičů apod.). Velikost časového okna byla zvolena jako kompromis mezi využitelností (delší intervaly vedou k poklesu možností optimalizace, a tedy snížení celkového přínosu systému) a výpočetní náročností (optimalizační problém kvůli expanzi stavů narůstá s počtem časových intervalů exponenciálně a představuje problém i s využitím pokročilých metod a výpočetních prostředků).

Jak již bylo uvedeno, domácí spotřebiče a další zařízení jsou v práci rozděleny do pěti kategorií. Jedná se o spotřebiče s odsunutelným pracovním cyklem, spotřebiče s přerušitelným pracovním cyklem, termostatem řízené spotřebiče, lokální generátory elektrické energie a úložiště energie. Spotřebiče, jejichž chod závisí čistě na momentálním rozhodnutí uživatele, a tedy jej není možno plánovat, nejsou do modelu v této práci zahrnuty.

Optimální plán je vždy vypočten řídicím členem systému na základě měnících se vstupních podmínek. Předpokládá se vzájemná interakce koordinačního členu s jednotlivými spotřebiči, které musejí na jednu stranu poskytovat určité informace a na stranu druhou musejí být schopny spouštět či odkládat své pracovní cykly dle požadavků koordinačního členu. Dále musí koordinační člen zabezpečit komunikaci s uživatelem systému a pro svou funkci potřebuje rovněž získat informace o ceně energie a případně i o predikci vývoje teploty, síly větru či intenzity slunečního svitu pro určité časové období. V této práci se předpokládá, že změna chování konkrétního koncového uživatele směrem k odložení či redukci spotřeby elektrické energie je s ohledem na poměry v distribuční síti zanedbatelná,

---

<sup>2</sup>Něco za něco (lat.)

a tedy zpětně nemá vliv na změnu ceny energie. Práce proto neuvažuje oboustrannou komunikaci s nadřazeným systémem, tedy ani žádné vyjednávání (negociaci) o ceně mezi distributorem a skupinou koncových uživatelů tak, jak se jim věnují některé jiné studie. Výsledný optimální plán může tedy distributor energie ovlivnit pouze regulací aktuální ceny a jejího výhledu na budoucí časové období. Implementace některé z metod pro vzájemné vyjednávání by však v budoucnu byla možná jako rozšíření stávající univerzální metody.

V rámci práce je využit deterministický model celého systému a centralizovaná formulace MPC problému. Komplexnější stochastické modely jsou nad rámec této práce (pro matematické řešení takových problémů je rovněž nutno využívat odlišných metod a nástrojů).

## Struktura práce

Práce je dělena do osmi kapitol a pěti příloh. Kapitola 1 - [Historie a současnost elektrických sítí](#) poskytuje náhled do problematiky elektrických sítí. Kromě samotného popisu sítí *smart grid* a metod pro dynamickou reakci uživatele na měnící se podmínky v síti (*demand response*) obsahuje kapitola informace o energetickém trhu v Evropě a České republice. V úvodu Kapitoly 2 - [State-of-the-art](#) je popsána myšlenka a základní vlastnosti *building energy management systému* (BEMS). Dále jsou pak definovány kategorie domácích spotřebičů z hlediska charakteru a podmínek spotřeby elektrické energie. Pro každou z kategorií je provedena literární rešerše. V kapitolách 3 - [Optimalizační úlohy a způsoby jejich řešení](#) a 4 - [Modelování termodynamických systémů](#) je uveden nezbytný matematický podklad, který je dále v práci využíván.

V Kapitole 5 - [Modelování spotřebičů](#) jsou pro jednotlivé kategorie spotřebičů navrženy matematické modely. V rámci Kapitoly 6 - [Building energy manager](#) jsou tyto modely pro jednotlivé spotřebiče integrovány do jednoho celku. Dále jsou zde specifikovány požadavky na tzv. *building energy manager* – řídicí člen systému chytrého domu. Na základě těchto požadavků jsou navrženy různé možnosti optimalizace. Tato kapitola obsahuje rovněž základní informace o funkci navrženého heuristického algoritmu, který zabezpečuje, že optimalizační proces bude nezávislý na vstupních podmírkách. V Kapitole 7 - [Ověření navrženého řešení](#) je definován model konkrétního systému - domu. Na tomto modelu jsou následně prováděny případové studie. Pro *energy manager* vyvíjený v rámci projektu FP7 ARTEMIS<sup>3</sup> byl vytvořen simulační nástroj, který umožňuje snadné ověření matematického modelu skupiny spotřebičů. Tomuto nástroji stejně jako dalším implementačním detailům se věnuje Kapitola 8 - [Implementace](#).

---

<sup>3</sup>ARTEMIS JU - 333020 ACCUS – Adaptive Cooperative Control in Urban (sub) Systems; informace o projektu jsou dostupné na adrese <https://www.itea3.org/project/50-accus.html>.

V příloze A jsou uvedeny všechny symboly, které jsou využity v rovnicích v průběhu této práce. Příloha B obsahuje detaily matematického modelu pro případové studie, které byly z důvodu přehlednosti v hlavním textu vynechány. Příloha C pak sdružuje některé výsledky případových studií, které nejsou pro hlavní proud textu Kapitoly 7 klíčové. Příloha D pak přibližuje funkčnost heuristického algoritmu klíčového pro úspěšnou implementaci a konfiguraci vícekriteriální optimalizace. V příloze E je uveden krátký životopis autora spolu s přehledem publikací z oblasti optimálního řízení spotřebičů.

# Kapitola 1

## Historie a současnost elektrických sítí

*Tato kapitola popisuje proces významné přeměny energetického průmyslu odehrávající se v posledních dvaceti letech, která probíhá jak na poli obchodním a politickém, tak na poli technologickém. V energetickém průmyslu došlo k liberalizaci a decentralizaci, které měly za následek vznik trhů, na nichž je elektrická energie výrobcí nabízena a velkými spotřebiteli či dodavateli pro koncové zákazníky poptávána. Neustále také sílí tlak na omezování výroby energie spalováním fosilních paliv a její nahrazování výrobou z obnovitelných zdrojů energie. Na tyto změny však není stávající elektrizační soustava plně připravena, a je proto nutná její transformace na síť smart grid. Právě sítí typu smart grid je také věnováno jádro kapitoly - od definice přes historický vývoj, vlastnosti, které musí splňovat, až k mechanismům, pomocí kterých může být žádaného chování dosaženo. Zbývající část kapitoly je pak věnována popisu evropských projektů zabývajících se problematikou sítí smart grid, zejména různými aspekty přístupu demand response.*

### 1.1 Energetický průmysl

Zatímco v minulosti celý proces počínající výrobou elektrické energie, její distribucí a končící příjmem plateb od koncových zákazníků zajišťovala v určité geografické oblasti jediná společnost, dnes je tomu jinak. V elektroenergetickém průmyslu došlo k liberalizaci a decentralizaci, které měly za následek vznik vzájemně oddělených složek. Výrobci produkují a dodávají do sítě elektrickou energii. Operátor trhu organizuje krátkodobý a dlouhodobý trh energie. Dodavatelé nakupují elektrickou energii na trhu a nabízejí ji koncovým zákazníkům. Ti si mohou do určité míry svobodně vybrat svého dodavatele. Pro maloodběratele (domácnosti) je elektrická energie zpravidla dražší než pro velkoodběratele (průmyslové podniky), neboť dodavatel zde na sebe přebírá určitá specifická rizika. Na činnost jednotlivých složek dohlíží Energetický regulační úřad, který se stará o regulaci cen přirozeně monopolních složek, podporu využívání obnovitelných a druhotních zdrojů elektrické energie a další záležitosti.

## 1.2 Trh energie

Transformace elektrotechnického průmyslu z regulačního principu na princip volné soutěže vedla napříč zeměmi Evropy ke vzniku trhů energie. V České republice byly do roku 2000 ceny elektrické energie stanoveny cenovým výměrem Ministerstva financí. Na základě Energetického zákona ([Česko \[2000\]](#)) byl k 1. lednu 2001 založen Energetický regulační úřad<sup>1</sup> (ERÚ) a operátor trhu (OTE). ERÚ do 31. prosince 2005 stanovoval pouze dvě složky ceny elektrické energie – stálou měsíční platbu za výkon a platbu za silovou elektřinu. V důsledku snahy Evropské unie o celkovou liberalizaci obchodu došlo k 1. lednu 2006 k oddělení regulovaných a neregulovaných obchodních činností, a to tak, že jsou nadále regulovány jen činnosti přirozeně monopolní. Zároveň došlo důsledkem liberalizace i ke zvýšení počtu položek, z nichž se cena elektřiny skládá ([ERU \[2009\]](#)).

Vlivem kolísajícího objemu výroby a spotřeby elektrické energie a skutečnosti, že tuto není možno ekonomicky efektivně uchovávat, se na trhu s elektřinou cyklicky střídají situace, kdy je elektrické energie v síti nadbytek, se situacemi, kdy je jí nedostatek. V důsledku nedostatku energie pak může dojít k přetížení a následnému rozpadu elektrizační sítě zajišťující přenos a distribuci energie od výrobců ke konečným spotřebitelům (tzv. *blackout*). Zatímco nadbytek energie představuje zpravidla ztráty pouze pro jejího výrobce, *blackout* způsobuje ekonomické ztráty na celém zasaženém území ([Allcott \[2013\]](#)).

Pro zajištění rovnováhy mezi výrobou a spotřebou energie je nutno dopředu predikovat, v jakém množství a čase se elektřina do sítě dodá a odebere. V tomto směru je jednodušší predikce výroby, neboť výrobci na trhu prodávají závazky dodat v daném čase určité množství energie do sítě ([Krejčová \[2012\]](#)). Spotřebu je však nezbytné predikovat složitěji, neboť ta závisí jednak na typu spotřebitele (průmyslový velkoodběratel, domácnost atd.), jednak na množství nepředvídatelných okolností (např. výpadky výroby velkoodběratele, počasí). Vlivem rychlého zvětšování objemu energie dodaného z obnovitelných zdrojů se však situace mění a i objem vyrobené energie je zatížen nepředvídatelnými vlivy. Predikci bilance výroby a spotřeby se na základě licence udělené ERÚ zabývá právě operátor trhu<sup>2</sup>.

### 1.2.1 Obchodování na krátkodobém trhu

Operátor trhu je pověřen energetickým zákonem zveřejňovat odhady budoucích výrob a spotřeb a realizovat několik variant krátkodobého trhu s elektřinou ([Maxa \[2008\]](#)). Těmi

<sup>1</sup>Organizace se sídlem v Jihlavě pověřená výkonem státní správy v energetických odvětvích. V jeho působnosti je regulace cen, podpora hospodářské soutěže, výkon dohledu nad trhy v energetických odvětvích, podpora využívání obnovitelných zdrojů energie, podpora kombinované výroby elektřiny a tepla a ochrana zájmů zákazníků a spotřebitelů s cílem uspokojení všech přiměřených požadavků na dodávku energií ([OTE \[2014\]](#)).

<sup>2</sup>Od r. 2001 je operátorem trhu společnost OTE a.s.

jsou denní trh (hodinové obchodování pro 24 hodin následujícího dne, uzávěrka je v 16:00 předchozího dne), vnitrodenní trh (hodinové kontinuální obchodování, otevírá se v 16:00 předchozího dne, uzavírá se 2 hodiny před hodinou dodávky), vyrovnávací trh (navazuje na ukončení dodávky na vnitrodenním trhu, uzavírá se 30 minut před hodinou dodávky) a blokový trh. Na blokovém trhu se obchoduje s denními krátkodobými kontrakty, které jsou popsány následujícími bloky – tzv. *base* (tj. dodávka v pásmu po celý den), *peak* (dodávka v době od 8-20 hodin v pracovních dnech) a *off peak* (dodávka v ostatních hodinách) ([OTE \[2014\]](#)).

Výrobci na trhu prodávají závazek dodat v daném čase do elektrické sítě určité množství elektrické energie. Protistranou obchodu může být jednak konečný spotřebitel a jednak obchodník, který má dle energetického zákona vlastní oprávnění k prodeji či nákupu za účelem dalšího obchodování. Obchodování samotné je realizováno většinou formou tzv. bilaterálních smluv.

Pokud však dodavatel nesplní svůj závazek dodat nabízené množství energie nebo odběratel neodebere požadované množství energie, dochází k odchylkám. Operátor trhu vždy pro konkrétní den vyhodnocuje odchylky jednak z dat získaných od výrobců a obchodníků s elektřinou, jednak od provozovatelů přenosové a distribuční soustavy. Technicky jsou odchylky vyrovnaný provozovatelem distribuční soustavy pomocí tzv. regulační energie. Operátor trhu následně zajišťuje finanční vypořádání odchylek, tedy vyměřuje pro jednotlivé partnery, kteří nesplnili své závazky, sankční poplatky.

### 1.2.2 Dlouhodobý trh

V důsledku liberalizace trhu vznikly také burzy elektrické energie. Burzy se zabývají realizací dlouhodobého trhu s energií. Mezi ty klíčové v Evropě patří skandinávská Nord Pool ([Spot \[2015\]](#)) a německá European Energy Exchange ([EEX \[2014\]](#)). Kromě těchto existují i další, menší burzy, jako je nizozemská Amsterdam Power Exchange (APX), francouzská Power Next nebo středoevropská Power Exchange Central Europe. Na burzách se obchoduje elektrická energie o hodinovém výkonu 1 MWh ve všech hodinách všech dnů v rámci sjednaného dodávkového období ([PXE \[2014\]](#)).

V rámci dlouhodobého trhu je rozlišováno několik typů obchodovaných kontraktů. Jsou to kontrakty *spotové*, *derivátové* s fyzickým vypořádáním a *derivátové* s finančním vypořádáním. Oba zmíněné typy derivátových kontraktů existují ve dvou variantách. Varianta *base load* zahrnuje dodávku ve všech hodinách všech dní dodávkového období a varianta *peak load* je dodávka od pondělí do pátku v čase 8:00 až 20:00 ([PXE \[2007\]](#)).

Ceny na trhu s elektřinou jsou dány výsledkem párování objednávek na nákup a prodej energie. Je potřeba si uvědomit, že cena není formována pouze náklady na výrobu či úrovní

mezd. Na straně nabídky patří mezi klíčové faktory výrobní kapacita, provozní náklady na palivo a emisní povolenky, počasí – vítr, teplota a hydrologická situace. Na straně poptávky formují cenu elektřiny zejména makroekonomické faktory a počasí. Navíc platí, že různé faktory ovlivňují trh v různém období, např. vliv počasí se projevuje krátkodobě, oproti tomu hospodářská politika a různé zákonné regulace jsou faktory, které se projevují velmi dlouhodobě ([Krejčová \[2012\]](#)).

### 1.2.3 Důsledky transformace trhu

Jedním z očekávaných důsledků liberalizace trhu bylo také snížení ceny elektřiny pro koncového zákazníka. Že k tomuto jevu zatím nedošlo, nelze ovšem přičítat na vrub liberalizaci, ale růstu nákladů, za kterým stál růst cen fosilních paliv a zavedení emisních povolenek. Povšimněme si, že taktéž není pravidlem, že v chudých zemích je elektřina levnější než v zemích bohatých, např. na Balkánském poloostrově jsou ceny vyšší než v Německu ([PXE \[2007\]](#)).

Na evropský trh s elektřinou má kromě výše zmíněných faktorů vliv také výrobní struktura elektrárenského průmyslu v Evropě. V roce 2013 bylo 50 % elektřiny získáno z fosilních paliv, 27 % z jádra, 12 % z vodních zdrojů a 11 % z větrných a solárních elektráren ([EUROSTAT \[2013\]](#)). Z tohoto rozdělení je patrné, že cena elektřiny je přímo závislá na ceně fosilních paliv a na hydrometeorologických podmínkách. Dále se rozložení zdrojů elektřiny napříč Evropou velmi liší. Zatímco severní Evropa je závislá z poloviny na vodních zdrojích, kontinentální Evropa musí spoléhat na uhelné elektrárny ([EUROSTAT \[2013\]](#)). Cena elektrické energie v jednotlivých zemích je tedy nutně závislá na různých faktorech. Např. cena fosilních paliv ovlivňuje více cenu v kontinentální Evropě, nežli ve Skandinávii. Díky existujícím (a v budoucnu plánovaným) propojovacím vedením do Skandinávie se však tyto faktory začínají eliminovat.

## 1.3 Diverzifikace zdrojů

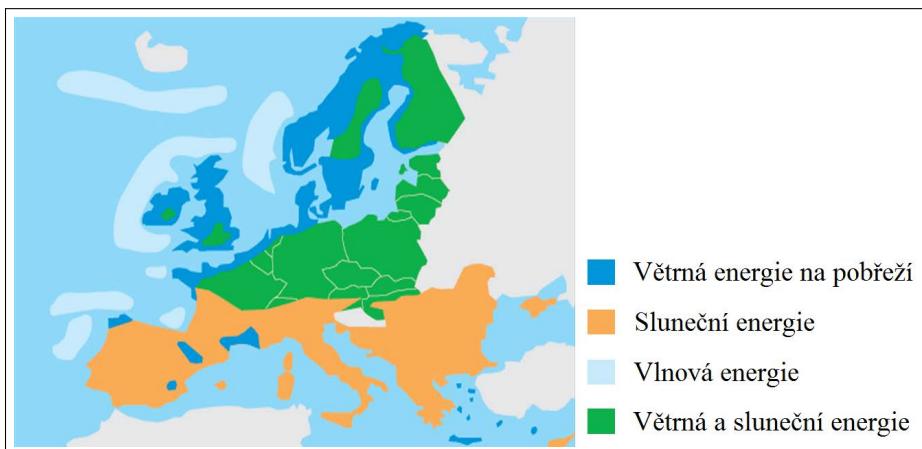
Zásadní přeměna elektroenergetiky se však odehrává nejen ve způsobu organizace dodávek od výrobce ke spotřebiteli. Evropský parlament, v souladu se svou klimatickou politikou a veden snahou o zvýšení energetické bezpečnosti, schválil roku 2008 soubor opatření, známý jako “20 20 20” ([Commission \[2008\]](#)). Tento si klade za cíl do roku 2020 snížit emise skleníkových plynů o 20 % oproti úrovni z roku 1990, zvýšit podíl obnovitelných zdrojů v celkové spotřebě na 20 % a zvýšit energetickou účinnost v Evropě o 20 %. Těchto cílů má být dosaženo zejména upouštěním od využívání fosilních paliv při výrobě elektrické energie a rozšiřováním využití obnovitelných zdrojů.

Jako nejvíce perspektivní se v současné době jeví výroba energie z větru. Technologie větrných elektráren prodělaly v uplynulých letech masivní rozvoj, takže v současné době jsou v oblastech s vysokou intenzitou proudění vzduchu tyto elektrárny schopny generovat elektřinu za téměř konkurenceschopné ceny. V příbřežních oblastech severní Evropy je možné vlivem příznivých podmínek využít instalovaný výkon na 30 % (v pevninských podmírkách je to pouze kolem 15 %).

Dalším překotně se rozvíjejícím zdrojem jsou fotovoltaické systémy. Nejen v České republice způsobila dotační politika v posledních letech obrovskou expanzi fotovoltaických generátorů, přestože přírodní podmínky pro ně nejsou v těchto místech zdaleka ideální. Zatímco ve středomořských státech lze využít až 25 % instalovaného výkonu, v naší republice se jedná stěží o 12 %.

Třetím perspektivním zdrojem je energie získaná z mořských vln. Logicky vyplývá, že výroba je lokalizována pouze do okrajových oblastí Evropské unie ([Šolc \[2011\]](#)).

Rozložení potenciálů a lokalizace výroby je znázorněno na obrázku 1.1.



OBRÁZEK 1.1: Rozložení potenciálů výroby z obnovitelných zdrojů energie ([Šolc \[2011\]](#))

Zatímco do roku 2020 je plánován rozvoj zejména velkých komplexů pro výrobu elektrické energie z obnovitelných zdrojů, vývoj po tomto roce předpokládá rozvoj zdrojů relativně malých a přechod na tzv. decentralizovanou výrobu elektrické energie. Proces připojování velkých generátorů z obnovitelných zdrojů energie (OZE) tak, jak se jeví dnes, vede k postupnému zvyšování nároků na distribuční síť. Decentralizace výroby však může nároky na distribuční síti naopak snižovat. Předpokladem k tomu je ovšem transformace stávající elektrické sítě na síť typu *smart grid* a aktivní využívání některého z přístupu *demand response* (DR) spolu s možností ekonomického a ekologického uchovávání vyrobené energie ([KEMA \[2014\]](#)).

## 1.4 Elektrizační soustava

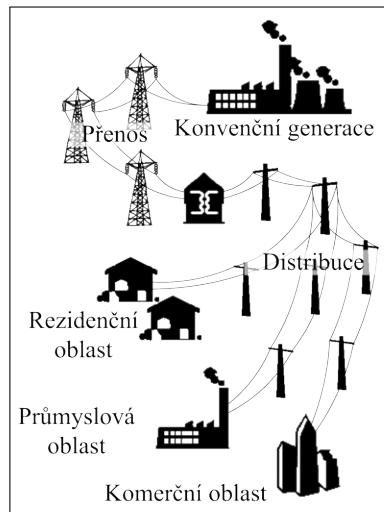
Uvádí se, že elektrizační soustava je největší a nejkomplexnější stroj, který kdy byl lidmi vytvořen ([Gellings \[2009\]](#)). Sestává z miliard různých vzájemně propojených prvků – transformátorů, vypínačů, generátorů, spotřebičů a dalších. Od sedesátých let, kdy se k řízení elektrické sítě začalo používat počítače, výpočetní výkon sloužící k monitorování a řízení sítě stále stoupá, stále však není dosaženo stavu, který by se dal označit za ideální.

V tradiční elektrizační soustavě je elektrická energie vyráběna centralizovaně s využitím především velkých tepelných a jaderných elektráren (a omezeným počtem generátorů z OZE). Vyrobená energie je prostřednictvím soustavy přenášena až k zákazníkům. V průběhu tohoto přenosu je několikrát transformována, vždy tak, aby byly zabezpečeny optimální podmínky šíření elektrického výkonu. Obecně řečeno je tradiční elektrizační soustavu možno striktně rozdělit na jednotlivé části: generaci, přenos, distribuci a spotřebu ([obrázek 1.2](#)), přičemž tyto části jsou na sobě do značné míry nezávislé. Spotřeba energie v takové soustavě je dobré predikovatelná, a tedy i objem výroby lze jednoduše (do velké míry deterministicky) plánovat. Stávající „jednoduchá“ elektrizační soustava však má i své problémy:

- *stárnutí a nedostatečná kapacita* - Dnešní evropská elektrizační soustava zůstává stále na mnoha místech „jednoduchým“ systémem, ve kterém jsou sice využity senzory ke snímání stavu, ale která není na všech úrovních řízena zpětnovazebně. V uplynulých 25 letech prodělalo mnoho průmyslových odvětví překotný vývoj díky nasazení výpočetní techniky, vzájemně komunikujících a řízených subsystémů. Díky tomuto vývoji bylo v těchto odvětvích dosaženo zlepšení produktivity, efektivity, kvality výstupních produktů a služeb a v neposlední řadě rovněž ekologických úspor. Oproti tomu elektrizační soustava nepodléhala na všech svých úrovních tak masivnímu rozvoji při současném radikálním zvýšení objemu přenášené energie. V důsledku těchto faktů dochází k jejímu přetěžování (výroba elektrické energie je z velké části centralizovaná, a tedy energie je ke spotřebiteli přepravována na velké vzdálenosti), které doprovází poklesy kvality dodávané energie či úplné výpadky dodávek. Dalším důsledkem přetěžování sítě je její nadměrné zahřívání, zejména v letních měsících. Zahřívání způsobuje zkracování životnosti sítiových prvků, změnu geometrie vodičů a tím i častější výpadky a havárie ([Ekanayake et al. \[2012\]](#)),
- *systémová omezení* - Pro správnou funkci distribuční sítě je klíčové udržení hodnoty napětí a jeho frekvence ve stanovených mezích. V případě, že napětí v síti nekontrolovaně naroste, dochází k poškozování prvků sítě (zejména koncových zařízení) a izolačních prvků. Pokles napětí má za následek omezení funkčnosti koncových zařízení. Pokud se stane, že napětí vzroste či poklesne nad/pod určitoumez, dochází v síti k samočinnému odpojování postižených segmentů. Taková situace může vyústit až v

*blackout*. V posledních letech dochází k situaci, kdy jsou do odlehlych míst sítě instalovány velké generátory energie z obnovitelných zdrojů. Pokud přípojná místa nejsou se sítí spojena vedením s dostatečnou kapacitou, dochází zde ke zvyšování napětí a frekvence. V případě kritického nárůstu dojde opět k odpojení celého segmentu sítě ([Erinmez et al. \[1999\]](#)). Výstupní výkon generátorů z OZE (zejména větrných a solárních) je obtížné predikovat s dostatečnou přesností v rázech hodin. Jelikož spuštění velké tepelné elektrárny může trvat i několik hodin (nemluvě o elektrárnách jaderných, které jsou zpravidla regulovány na konstantní výkon), je zabezpečení rovnováhy mezi výrobou a spotřebou kritická a obtížná záležitost. Na rozdíl od klasických generátorů, ve kterých je v setrvačnosti velkých turbín a generátorů uschována energetická rezerva sloužící k zajištění krátkodobé stability sítě, generátory z OZE žádnou takovou rezervu neposkytují. Pro vyrovnání krátkodobých výkyvů se proto v budoucnu počítá s kapacitou připojených baterií elektromobilů či hybridních vozidel ([Ekanayake et al. \[2012\]](#)),

- *nízká bezpečnost dodávek* - Moderní společnost je na elektrické energii dnes již zcela závislá. Pro zajištění bezpečnosti dodávek se vytváří v síti redundantní okruhy. Taková řešení však nejsou vždy ekologicky a ekonomicky přijatelná. V sítích *smart grid* se využívá inteligentní *post-fault* rekonfigurace, a tedy i po havárii v síti je dodávka energie zákazníkům zachována. Zároveň však není nutno stavět a udržovat záložní infrastrukturu.



OBRÁZEK 1.2: Tradiční distribuční síť

Národní vlády mnoha států v posledních letech podporují iniciativy snažící se o zavádění sítí *smart grid*, neboť si uvědomují aktuální stav distribuční sítě a nutnost blížících se značných investic do ní. Např. v USA je elektrizační soustava z větší části založena na technologiích vyvinutých v 50. letech minulého století a nasazovaných mezi lety 1950 až

2000. V průběhu 90. let vzrostla spotřeba energie o 30 %, avšak distribuční síť byla během této dekády posílena pouze o 15 %. Investice do sítí *smart grid* je rovněž velkou příležitostí pro vývoj, testování a nasazování nových produktů a služeb pro mnoho výrobců.

## 1.5 Smart grid

### 1.5.1 Definice smart grid sítě

Koncepce *smart grid* sítí zahrnuje velké množství různých technologií, řešení a produktů pro koncové uživatele při splnění mnoha technických i úředních předpisů a omezení. Pro *smart grid* neexistuje jednotná definice. Evropská technologická platforma ([Platform \[2015\]](#)) v roce 2008 definuje *smart grid* takto:

*Smart grid je elektrická distribuční síť, která dokáže inteligentně integrovat požadavky všech připojených uživatelů (výrobců, spotřebitelů i těch, kteří elektřinu jak vyrábějí tak spotřebují) tak, aby byl spolehlivě zabezpečen veškerý přenos elektrické energie.<sup>3</sup>*

Definice dle Ministerstva energetiky Spojených států amerických ([DoE \[2009\]](#)) zní:

*Smart grid je distribuční síť, která využívá digitálních technologií ke zlepšení spolehlivosti, bezpečnosti a efektivity (ekonomické i energetické) přenosu energie od velkých výrobců přes stále se zvyšující počet distribuovaných generátorů, až po malé zákazníky.<sup>4</sup>*

V odborné literatuře lze nalézt i další definice sítí *smart grid* ([Santacana et al. \[2010\]](#)), jedno však mají společné – napříč všemi panuje shoda ve výčtu vlastností, které musí moderní elektrizační soustava splňovat. Zejména se jedná o

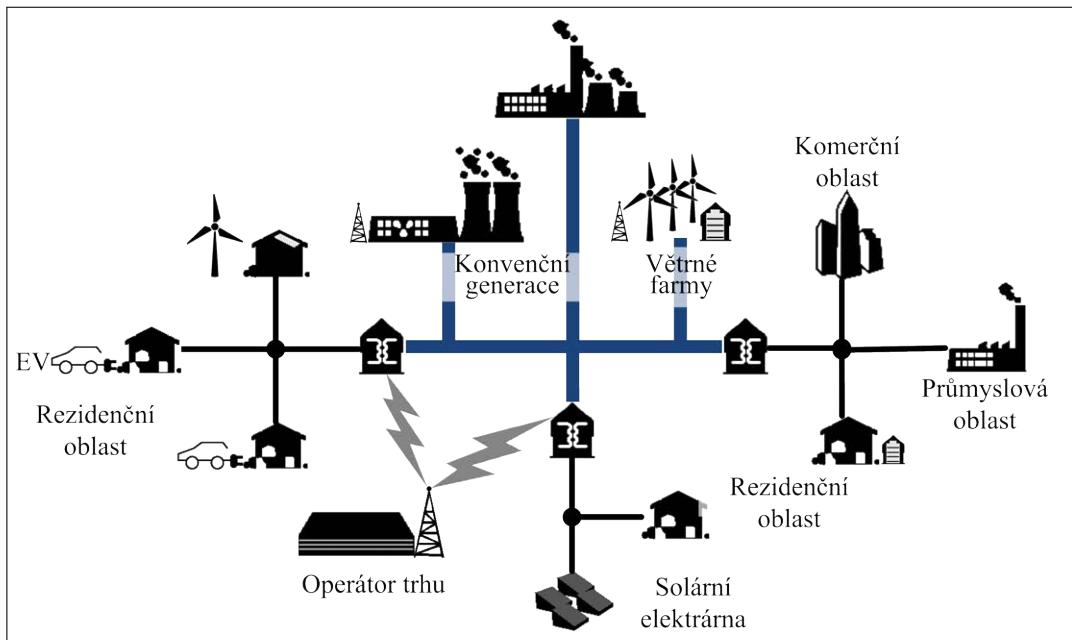
- optimální využívání velkých konvenčních zdrojů a zásobníků energie spolu s možností řízení malých distribuovaných zdrojů a aktivního ovlivnění objemu spotřeby pomocí inteligentních spotřebičů a motivace koncových uživatelů (*demand response*),

---

<sup>3</sup> “A Smart grid is an electricity network that can intelligently integrate the actions of all users connected to it - generators, consumers and those that do both - in order to efficiently deliver sustainable, economic and secure electricity supplies.”

<sup>4</sup> “A Smart grid uses digital technology to improve reliability, security, and efficiency (both economic and energy) of the electric system from large generation, through the delivery systems to electricity consumers and a growing number of distributed-generation and storage resources.”

- snížení ekologického dopadu výroby a distribuce energie přesnějším plánováním výroby, možností využití obnovitelných zdrojů, decentralizací výroby, možností skladování energie,
- odolnost vůči přírodním katastrofám (zemětřesení, bouře) a záměrným útokům, fyzickým i kybernetickým,
- zabezpečení kvality dodávané energie,
- monitorování všech důležitých prvků distribuční sítě, snížení pravděpodobnosti výpadku dodávky,
- těsné provázání s trhem elektrické energie.

OBRÁZEK 1.3: Síť *smart grid*

### 1.5.2 Evoluce sítí smart grid

Podle Ministerstva energetiky USA lze rozlišit dvě kategorie – *smarter grid* a *smart grid*. Za síť *smarter grid* můžeme označit stav, ke kterému spěje současný vývoj v oblasti energetiky, kdežto síť *smart grid* by měla naplňovat mnohem rozsáhlejší vize – taková síť bude intelligentní, efektivní, ekologická, resilientní, bude zabezpečovat vysokou kvalitu dodávané energie a poskytovat široké možnosti pro vývoj a provozování subsystémů a aplikací ([Carvallo and Cooper \[2011\]](#)).

Klíčovým ukazatelem, podle nějž je možno dělit sítě na *smarter grid* a *smart grid*, je míra integrace nových technologií. Budeme-li uvažovat o vytvoření nových aplikací, které budou samostatně nad přenosovou sítí plnit své úkoly (např. řízení generátorů, řízení distribuce, realizace dálkového odečtu či aplikaci *demand response*), pak tuto síť řadíme mezi tzv. *smarter grid*. Dojde-li však k návrhu koncepce a implementaci architektury sítě, přenosových protokolů, pak se bude jednat o síť *smart grid*. Na správné koncepci a bytelných základech mohou být následně provozovány jakékoli aplikace.

## 1.6 Demand response

Se vzrůstajícím podílem elektřiny vyrobené s využitím malých a středně velkých generátorů z OZE klesá přesnost predikce výroby a spotřeby elektrické energie a provoz distribuční sítě se stává celkově méně předvidatelným. V důsledku opatření přijatých Evropským parlamentem ([Commission \[2008\]](#)) bude tento trend dále narůstat.

Nejlepším řešením nastíněných problémů je zabezpečení spotřeby energie co nejblíže místu výroby a v čase její výroby, případně její uskladnění (např. v akumulátorech elektromobilů). Pro toto je však nutno překonat mnoho technických omezení, dále pak využívat přesných předpovědí proudění větru a úrovně slunečního svitu jako vstupů do sofistikovaných optimalizačních algoritmů. Na základě jejich výstupů může být rozhodnuto o konzumaci či ukládání energie konkrétními technickými prostředky.

### 1.6.1 Demand response z pohledu zákazníka

Velkoobchodní ceny elektřiny na trhu většinou kolísají v průběhu dne – ve špičce jsou vyšší, mimo špičku pak nízké ([Mohsenian-Rad and Leon-Garcia \[2010\]](#)). Tyto změny se však týkají pouze malého procenta odběratelů – většina koncových zákazníků má se svým dodavatelem sjednány pevné podmínky a cenu<sup>5</sup>. S nástupem *smart grid* mohou tito zákazníci využívat služby *demand response* – změnit způsob využívání elektrické energie tak, že budou reagovat na měnící se cenu během určitého časového období za účelem minimalizace svých nákladů a zachování požadovaného komfortu. Základním předpokladem *demand response* je, že koncový uživatel dokáže snížit část své spotřeby elektřiny v časovém intervalu s vyšší cenou a spotřebovat o to více, jakmile cena poklesne ([Braithwait \[2005\]](#), [Martinez and Russell \[2004\]](#), [Holland \[2008\]](#)). Za to je pak odměněn především snížením platby za energii. Nevýhodou pro koncového zákazníka je, že využívání *demand response* spolu s dynamickými cenovými tarify činí plánování spotřeby pro minimalizaci výdajů komplexní záležitostí ([Soares et al. \[2012\]](#)).

<sup>5</sup>Česká republika se svým hromadným dálkovým ovládáním odlišuje od zbytku Evropy.

### 1.6.2 Demand response z pohledu síťového operátora

Z pohledu síťového operátora je *demand response* způsob, jak dosáhnout zvýšení stability distribuční sítě pomocí snížení poptávky po energii ve chvílích jejího nedostatku na úkor zvýšení poptávky ve chvílích přebytku ([LeMay et al. \[2008\]](#)). Takto nastolená rovnováha se příznivě projevuje na vlastnostech distribuční sítě a kvalitě dodávané energie. Rostoucí požadavky na přenos stále většího množství energie bude možno uspokojit i s méně kvalitní (dnešní) infrastrukturou. Na straně výroby energie je v dnešní době nutné udržovat v pohotovosti připravené generátory, které mohou nabíhnout na plný výkon v řádu jednotek minut. Objem takto připraveného extrémně drahého čekajícího výkonu může se zlepšující se rovnováhou mezi výrobou a spotřebou klesat. Po technické stránce se dá za největší přínos *demand response* označit možnost redukce špičkových odběrů vyrovnaním poptávkové křivky, která s sebou přináší možnost obsloužit více zákazníků při zachování stávající infrastruktury ([Brown \[2008\]](#)). Programy *demand response* mohou takto snižovat jednak velkoobchodní cenu energie, jednak cenu pro koncové zákazníky.

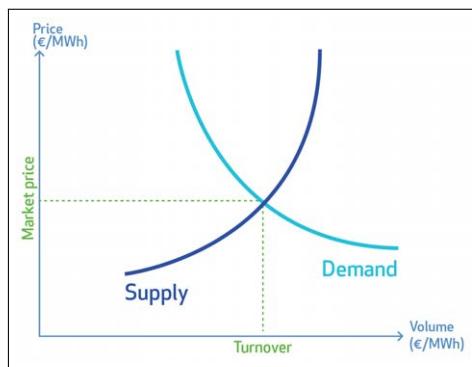
### 1.6.3 Tarifní programy

Tarifní programy je možno považovat za prostředky, kterými distributor elektrické energie motivuje koncové zákazníky k odsunu či redukci spotřeby. Tyto jsou děleny do dvou kategorií – programy založené na *pobídkách uživatele* a programy založené na *ceně energie*.

- *Direct load control* (DLC) — distributor energie přímo ovládá energeticky náročné spotřebiče. Jejich spínání/vypínání řídí na základě aktuální situace v rozvodné soustavě za účelem redukce odběru v období špiček. Jako kompenzaci nabízí uživateli finanční odměnu.
- *Interruptible/Curtailable Load* (ICL) – jedná se o program založený na pobídce uživatelů, kteří jsou, pokud reagují na výzvy ke snížení odběru v období špiček, zpětně odměňováni.
- *Time-of-use pricing* (TOUP) – základní časově proměnný tarif. Ceny elektřiny pro dvě pásmá – špička (*peak*), mimo špičku (*off-peak*) jsou nastaveny na určitou hodnotu a k jejich změnám dochází méně často (typicky ne častěji než dvakrát ročně)<sup>6</sup>. Nastavení poměru mezi oběma hodnotami cen závisí zcela na konkrétním distributorovi a regionu spotřeby. Tento cenový model, jako nejstarší z uvedených, neposkytuje tak výhodné možnosti optimalizace odběru energie, jako modernější dynamické cenové tarify ([Roos and Lane \[1998\]](#)).

<sup>6</sup>Variantou je systém hromadného dálkového ovládání (HDO) využívající soubor prostředků (vysílačů, přijímačů, centrálního řízení) pro přenášení povelů za účelem dálkového zapínání spotřebičů ([CEZ \[2014\]](#)).

- *Day ahead pricing* (DAP) – operátor trhu zveřejňuje informace o ceně energie platné pro následující den. Výsledná cena pro toto období je kompromisem mezi nabídkou a poptávkou. Do pevně stanoveného okamžiku předchozího dne jsou výrobci i velcí odběratelé elektřiny (velké průmyslové podniky či obchodníci dodávající energii malým koncovým zákazníkům) povinni odhadnout objem své výroby a spotřeby pro jednotlivé hodiny následujícího dne a rovněž stanovit částku, kterou jsou ochotni za energii zaplatit, a tento odhad zadat do systému OTE. Na základě informací získaných od všech účastníků sestavuje a zveřejňuje OTE výsledky denního trhu – diagram určující souhrnnou hodinovou poptávku a cenu silové elektřiny (viz obrázek 1.4). Obchodník pak může za tuto cenu poskytnout elektřinu koncovým zákazníkům<sup>7</sup>. Příklady takového tarifního modelu jsou uvedeny v [FERC \[2012\]](#) či [ComEd \[2015\]](#).



OBRÁZEK 1.4: Diagram sesouladění nabídky s poptávkou ([Spot \[2015\]](#))

- *Critical peak pricing* (CPP) – je variací modelu TOUP. Model stanovuje ceny podobně jako TOUP s jedinou výjimkou, kterou jsou tzv. kritické dny. Pro tyto dny distributor již dopředu počítá s tím, že odběr energie překročí určitou mez, a stanoví cenu elektřiny dopředu na vyšší úroveň tak, aby odrážela specifickou situaci. Stejně jako u TOUP se poměr mezi *peak* a *off-peak* cenou liší v závislosti na konkrétním distributorovi a regionu. V některých případech distributor definuje maximální počet kritických dní vyhlášených během sezóny. [Chassin \[2010\]](#) uvádí, že CPP tarify představují ideální možnost pro snížení spotřeby během špičkového období, avšak je takřka nemožné jimi realizovat opačný přínos, tedy zvýšení spotřeby *off-peak* doby.
- *Inclining block rates* (IBR) – v tomto cenovém modelu se mezní cena za energii zvyšuje spolu se zvyšující se spotřebou ([Reiss and White \[2005\]](#)), tzn. že po překročení určitého množství odebrané energie (za hodinu/ den/ měsíc) se cena skokově zvýší na novou hodnotu. To představuje pro koncového uživatele motivaci rozprostřít spotřebu rovnoměrně během dne, případně část energie uchovat pro pozdější využití. Z uvedeného vyplývá, že IBR metoda pomáhá snižovat *peak-to-average* poměr ([Mohsenian-Rad et al. \[2010\]](#)).

<sup>7</sup> Jedná se zde pouze o cenu za silovou elektřinu, k ní je tedy nutno připočít další složky – distribuci aj.

- *Variable peak pricing* (VPP) – kombinace TOUP a RTP modelu, kdy cena za energii v období špiček se mění dle aktuální situace na trhu.
- *Real time pricing* (RTP) – v tomto modelu se zákazníci dozvídají informaci o ceně elektřiny v reálném čase. Cena se během dne mění v pravidelných intervalech (např. každých 15 minut či hodinu). Přínos, který představuje proměnná cena pro zákazníky, závisí na (i) rozdílu minimální a maximální ceny, (ii) objemu energie, kterou může zákazník agregovat a (iii) množství energie, kterou může zákazník produkovat. Dle [Borenstein \[2005\]](#) je RTP tarif, v němž je každou hodinu nabízena energie za cenu, která odráží poměr nabídky a poptávky, pro ekonomy velmi přitažlivý. První studie možností RTP začaly vznikat již před více než 50 lety ([Houthakker \[1951\]](#) a [Steiner \[1957\]](#)). Novější teoretické a simulační studie zaměřené na ekonomické výhody RTP jsou popsány v [Borenstein \[2004\]](#), [Borenstein \[2005\]](#), [Wolak \[2006\]](#), [Burke and Auslander \[2009\]](#) a [Centolella \[2010\]](#). V [Burke and Auslander \[2009\]](#) a [Centolella \[2010\]](#) je detailně popsán tarifní model z hlediska optimalizace výkonu systému a zapojení uživatelů. [Holland \[2008\]](#) pak popisuje potenciální přínosy RTP pro životní prostředí (redukci úrovně  $SO_2$ ,  $NO_x$  a  $CO_2$  v regionech USA, ve kterých převažuje výroba elektřiny z topných olejů).

Překotný vývoj nových technologií v oblasti měření spotřeby a snižování cen digitálních *smart metrů* zapříčinily vzrůstající zájem o praktickou aplikaci popsaných tarifů. Důsledkem tohoto zájmu byl vznik mnoha pilotních programů, které si kladly za cíl zhodnotit jejich možnosti a přínosy zákazníkům i výrobcům energie. Jedním z prvních pilotních programů byl [Aigner \[1985\]](#). Jeho cílem bylo určit, zda použití TOUP cenového modelu vede ke změnám charakteru odběru domácností. Předpokládalo se, že pomocí TOUP modelu dojde ke změně výše zisku distribučních společností, časového charakteru odběru elektrické energie a chování zákazníků.

Dále se problematikou zabývají [Albadi and El-Saadany \[2007\]](#), [Lijesen \[2007\]](#), [Kirschen et al. \[2000\]](#), kteří analyzují vztah mezi velkoobchodními cenami energie a poptávkou po ní. [Taylor et al. \[2005\]](#) pak uvádí, že s rostoucí zkušeností uživatelů v oblasti TOUP (a obzvláště RTP) klesá úměrně i špičkové zatížení přenosové soustavy. [Faruqui and George \[2005\]](#) prezentují výsledky Kalifornského státního pilotního experimentu, jehož cílem bylo určit dopady zavedení časově proměnných cenových modelů na spotřebu energie. Experiment přesvědčivě prokázal, že uživatelé jsou schopni a ochotni snížit spotřebu během špičkového období. Práce se dále zabývá studiem typického chování různých skupin uživatelů za různých podmínek (typ tarifu, klimatické pásmo, roční období, vlastnictví AC jednotky a dalších).

Mnoho studií předpokládá, že koncoví uživatelé jsou tzv. *price-takers*, tedy že se na tvorbě cen nijak nepodílejí. Odlišný přístup je prezentován v [Hammerstrom et al. \[2007\]](#) či [Temple](#)

and Ma [2014]. Ti popisují dvojcestnou komunikaci, ve které se mimo aktuální ceny přenáší opačným směrem rovněž *bid*, čili křivka popisující poptávku po energii.

V současné době jsou již programy *demand response* úspěšně zavedeny a využívány v mnoha zemích včetně USA, Austrálie, Velké Británie, Francie, Belgie, Švýcarska a Finska (SEDC [2014]).

#### 1.6.4 Implementace demand response

Existují tři přístupy k dosažení *demand response* (Dam et al. [2008]):

1. *Manuální DR* - Požadované odezvy je dosaženo prostými manuálními zásahy uživatele v reakci na změnu podmínek. Tato metoda nepředpokládá využití sofistikovaných řídicích strategií a ve srovnání s následujícími není v praxi použitelná (Chassin [2010]).
2. *Semi-automatické DR* - Předpřipravené DR strategie jsou na základě změny vstupních podmínek vybírány uživatelem - obsluhou systému.
3. *Plně automatické DR* - Změna vstupních podmínek automaticky iniciuje chování dle předpřipravených strategií (vypnutí méně kritických spotřebičů, malá změna *setpointu* termostatů atd.). Uživatel má však stále možnost chování systému ovlivnit.

Studie zaměřená na analýzu chování uživatelů programů *demand response* byla provedena v Chassin [2010]. Uživatelům zde byly nabídnuty tři varianty - *flat tariff* (nepředstavující žádné riziko), *critical peak pricing* (představující střední míru rizika) a *real time pricing* (s nejvyšší mírou rizika). Výsledky studie ukazují, že uživatelé jsou ochotni přijmout vyšší míru rizika a až 60 % z nich si zvolilo RTP tarif. Na splátce však očekávají, že vyšší riziko přinese vyšší zvýhodnění.

Chassin [2010] dále uvádí, že soubor vhodných technických řešení<sup>8</sup> má zásadní vliv na motivaci uživatelů pro přechod k *demand response* tarifům. Musí tedy existovat prostředky, které uživatele zastoupí v okamžitých reakcích na změnu ceny energie či dalších vstupních parametrů. To vše bez nutnosti nepřetržitě osobně dohlížet, manuálně spouštět spotřebiče, nastavovat termostaty, či jen se zabývat otázkou, jak se chovat při konkrétních změnách vstupních podmínek. Uživatelé vyžadují přístup *nastav a zapomeň*<sup>9</sup>, tedy jednoduché a rychlé nastavení parametrů následované autonomním chodem systému bez nutnosti zásahu (studie např. uvádí, že 55 % uživatelů si nepamatuje svůj cenový model).

---

<sup>8</sup> "Enabling technology" dle Chassin [2010], Livengood [2011]

<sup>9</sup> "fire-and-forget"

Vzhledem k tomu, že *demand response* tarify většinou představují úsporu cca 10 %, což bývá výrazně méně, než si uživatelé původně představují, je přístup *nastav a zapomeň* nezbytný. Výzkum dále ukázal, že 94 % uživatelů vyjádřilo spokojenosť s DR-kompatibilní sušičkou prádla a 80 % uživatelů s DR-kompatibilním termostatem. 96 % uživatelů uvedlo, že byli spokojeni s DR-kompatibilním ohříváčem vody. Obecně se dá říci, že uživatelé nechtějí vědomě měnit své vzorce chování při používání elektrických zařízení, ale očekávají, že DR-kompatibilní spotřebiče „dělají správné věci ve správnou dobu“ bez zvýšení rizika neúměrného nárůstu plateb za energii.

Autoři dále uvádí, že klíčovou podmínkou je, aby zákazníci vnímali DR tarifů jako dočasné, o což se však musí zasloužit distributor energie tím, že poskytne uživatelům určité záruky. Ty by měly uživatele chránit v období, kdy tito ještě ne zcela rozumí funkčnosti systému. Distributor rovněž může zpočátku umožnit uživatelům častější změny tarifu tak, aby si tito vybrali ten nevhodnější.

#### 1.6.5 Technologie pro demand response

Pro úspěšné zavedení *demand response* programů v sítích *smart grid* je klíčovou podmínkou zavedení souboru vhodných technických prostředků (viz kapitola 1.6.4). Mezi tyto prostředky řadíme

- *smart metry* – digitální zařízení schopné periodicky měřit odběr elektrické energie v krátkých intervalech a sloužící ke zprostředkování služeb poskytovaných *smart grid* sítí uživatelům. Měřiče disponují možností obousměrné komunikace se sítí ([ESMIG \[2009\]](#)), pomocí které jednak získávají informace o ceně energie (pro TOUP, RTP a další cenové tarify), jednak může operátor jejich prostřednictvím monitorovat kvalitu dodávané energie nebo spínat různé spotřebiče. *Smart metry* v budoucnu plně nahradí stávající měřiče spotřeby energie, zpřístupní tím velké množství dat potřebných pro plánování a provoz sítě *smart grid* ([Backer \[2007\]](#)). Spolu s inteligentními spotřebiči umožní *smart metry* dosažení automatického *demand response* bez nutnosti jakýchkoli zásahů uživatele i při využívání dynamických cenových tarifů,
- *inteligentní termostaty* – tyto termostaty jsou schopny pomocí obousměrné bezdrátové datové komunikace (např. Zigbee, WIFI) přijímat informace o změnách ceny energie a dle těchto informací optimálně s ohledem na celkovou cenu a zachování uživatelského komfortu řídit žádanou hodnotu teploty pro HVAC spotřebiče, případně vypínat další spotřebiče. Termostaty také mohou informovat uživatele o aktuální ceně energie (na displeji či prostřednictvím SMS zpráv) tak, aby ten mohl optimalizovat využívání energeticky náročných spotřebičů, které nelze plánovat automaticky. Některé inteligentní termostaty (např. [Honeywell \[2007\]](#)) poskytují uživateli přehled

současné i minulé spotřeby a informace o platbách a tarifu. Uživatelé navíc mohou termostat konfigurovat přes internet. Dle Herter et al. [2002] existují dva způsoby použití těchto termostatů: (i) povinné využití řízené nadřazeným systémem a (ii) dobrovolné využití řízené a uživatelem motivované pobídrou distributora. Příkladem uvedené technologie je program *SCE Energy\$mart Thermostat* (Martinez and Russell [2004]), v rámci kterého je nabízen programovatelný termostat komunikující přes internet a umožňující automatickou změnu žádané hodnoty teploty připojených HVAC zařízení o 2 - 4°C,

- *building energy manager*, ústřední člen systému řízení chytrého domu zabezpečující koordinované rozhodování o činnosti jednotlivých spotřebičů (právě o *building energy manageru* pojednávají další kapitoly této práce).

#### 1.6.6 Známé nedostatky demand response

Ačkoli provedené studie i výsledky pilotních projektů prokazují výhody *demand response*, existuje několik důvodů proti jeho plošnému zavedení:

- *Demand response* spolu s *real-time pricing* tarify způsobuje, že účtování cen se stává pro běžného zákazníka nepřehledné – cena za jednotku energie se v čase dynamicky mění a zákazníci, kteří nejsou schopni či ochotni přizpůsobit svou spotřebu aktuální situaci, jsou znevýhodněni.
- Bude zapotřebí masového rozšíření technických prostředků – *smart metrů*, inteligenčních termostatů a dalších spotřebičů – to přinese nutnost rozsáhlých investic, které významně pocítí koncoví zákazníci. S tím, jak jde kupředu vývoj nových technologií, se však částečně řeší alespoň problém *smart metrů* – zdá se, že tyto jsou stále atraktivnější pro distributory energie, kteří v nich v současnosti vidí potenciál k dosažení snadného a levného periodického měření spotřeby a tedy i jednodušší fakturace, a v mnoha oblastech tyto měřiče hromadně nasazují. S postupujícím časem budou zřejmě tyto *smart metry* již nahrazovány typy s vyspělejšími možnostmi komunikace a řízení, které bude možné uplatnit v rámci *building energy management systému* (LeMay et al. [2008]).

### 1.7 Komerční projekty v oblasti smart grid v Evropě

Se zvyšujícím se podílem energie generované z obnovitelných zdrojů v Evropě roste také tlak na vývoj a aplikaci nových řešení chytrých sítí. Ve většině evropských zemí pracují iniciativy zaměřující se na zkoumání požadavků národních distribučních sítí a možností jejich

dalšího rozvoje právě směrem ke *smart grid* řešením. Evropská technologická platforma (ETP) pro *smart grid*, založená v roce 2004, je sdružení předních evropských výrobců a výzkumných institucí a představuje hlavní hybnou silu v oblasti podpory vývoje, zavádění nových technologií a propagaci v této oblasti ([Platform \[2015\]](#)). Hlavními cíli ETP jsou:

- výměna strategických informací o vývoji technologií spojených se *smart grid* mezi svými členy,
- řešení konkrétních národních i regionálních problémů týkajících se *smart grid*,
- přispění k plnění SET plánu ([Commission \[2015\]](#)) určováním bílých míst v probíhajících výzkumných projektech, identifikací problémů bránících zavádění *smart grid* či podporou integrace jednotlivých výrobců a distributorů.

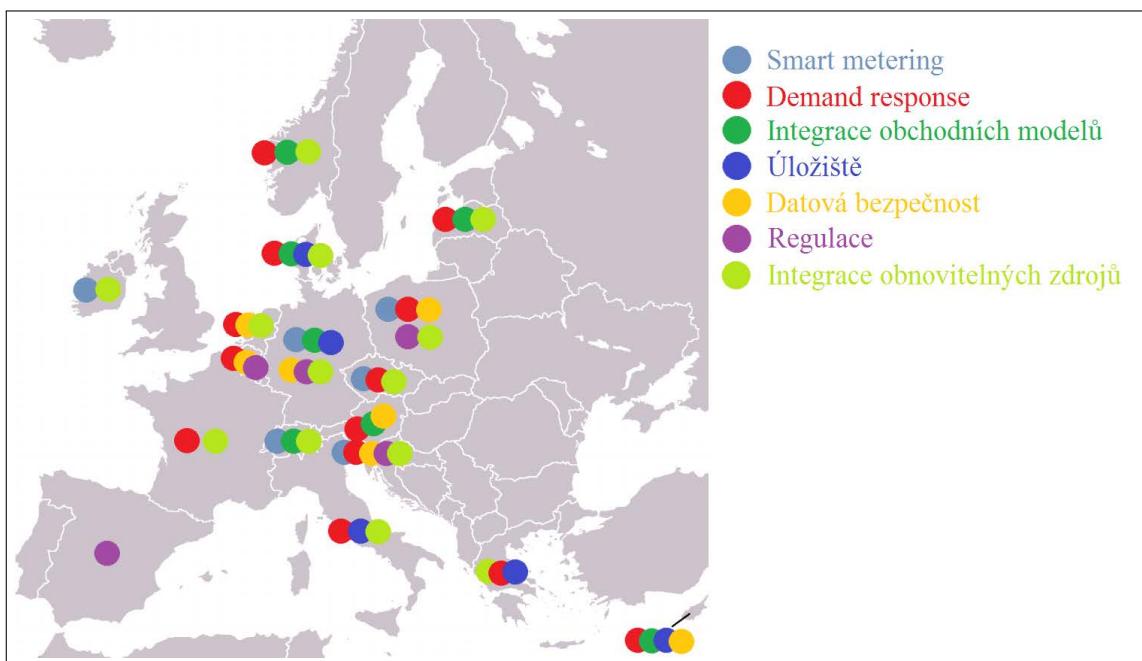
## Pracovní skupiny

ETP v současnosti udržuje tři pracovní skupiny, jejichž hlavním cílem je hledání strategických spojení mezi ETP a jednotlivými národními iniciativami. Analýzou a vyhodnocováním aktuálně běžících výzkumných a vývojových projektů a na základě existujících dokumentů, jako jsou *EENI roadmap* ([EEGI \[2010\]](#)), *Strategic Research Agenda 2035* ([Platform \[2012\]](#)) a další, tvoří experti zapojení do jednotlivých skupin pracovní program skupin pro následující roky v oblastech

- *Network operations and asset management* – zaměřuje se na technologie pro monitorování stavu sítě, obousměrný přenos dat pro řízení toků energie a metody pro plánování výroby, spotřeby a přenosu energie v různých měřítcích.
- *Integration of Storage into the Grid* – tato skupina klade důraz na vývoj různých typů zásobníků energie (od akumulátorů až po vodíkové články), vývoj výkonové elektroniky s důrazem na snížení její ceny pro možnost většího rozšíření a zejména na vývoj mechanizmů umožňujících integraci těchto úložišť do současných obchodních modelů.
- *Smart metering, Demand and Retail* – je pak zaměřena především na aplikaci měření spotřeby energie na velkém množství přípojných míst, vizualizaci těchto měření a regulaci. Dále se zabývá aplikací *demand response* na koncového uživatele po technické, obchodní, ale i sociologické stránce (tedy reakcemi zákazníka na příchod nových technologií, na nutnost počátečních investic apod.).

## Národní iniciativy

Podle Giordano et al. [2011] bylo do roku 2011 v Evropě investováno do oblasti *smart grid* 5.5 miliard eur s tím, že výhled objemu investic pro období 2010-2020 je téměř 57 miliard eur. Na obrázku 1.5 jsou pro jednotlivé státy unie znázorneny oblasti, v nichž jsou angažovány jejich národní iniciativy.



OBRÁZEK 1.5: Zaměření jednotlivých národních iniciativ (Platform [2012])

Z obrázku vyplývá, že nejvíce se v současnosti jednotlivé iniciativy zapojují v oblastech *demand response* a *integrace obnovitelných zdrojů*. Giordano et al. [2011] uvádí, že v zemích, kde je rozšířena generace energie z obnovitelných zdrojů, převládá trend zvyšování přenosové a akumulační kapacity sítě. V zemích, kde je elektřina využívána zejména pro vytápění a ohřev vody, zase převládají programy *demand response*. Je zřejmé, že investice do *smart grid* nejsou v Evropě rovnoměrně rozloženy. O téměř 90 % se dělí členské státy EU15 (kdy 50 % celkového objemu investují čtyři, v tomto ohledu nejvyspělejší – Dánsko, Německo, Španělsko a Velká Británie). Zbývajících cca 10 % pak připadá na státy EU12 (mezi kterými figuruje i Česká republika s 1.7 % podílu investic).

V rámci projektu *Telegestore* rozmístila v letech 2001–2006 italská firma Enel 32 milionů *smart metrů*. Podobně ve Švédsku bylo v rámci projektu *Storstad Smart Metering* rozmístěno na 400 000 *smart metrů*. S pomocí projektu *StAMI* pak firma Enel dokončila vývoj webového rozhraní pro sběr dat z těchto měřičů. Obchodní model této firmy předpokládal významnou úsporu na straně distributora elektrické energie, ze které by měli

později prospěch i koncoví zákazníci. V rámci projektu *Smart info* pak Enel v roce 2008 poskytnul prvním 1000 domácnostem terminál pro zobrazování údajů o spotřebované energii a její ceně ze *smart metru*. Tyto terminály přiměly 57 % z testovaných domácností změnit své návyky. S tím, jak postupně zákazníci mění svého dodavatele energie, narůstá i procento těch, kteří využívají některý z dynamických cenových tarifů. Další vývoj se v projektu *Energy@Home* (2008) soustředil na spojení *smart metru* s nějakou formou *building energy managera* na straně zákazníka pro možnost automatického řízení sítě domácích spotřebičů. Projekt *Address* (2008–2012) se zaměřuje na vytvoření obchodních modelů pro *demand response*, kdy se předpokládá přítomnost *smart metru* i *building energy managera*. Platforma vytvořená v rámci tohoto projektu nabízí jednotlivým účastníkům možnost vzájemné interakce a nákupu a prodeje energie mezi sebou. S využitím této platformy se naplno otevírají možnosti využití *demand response*, a tedy i dosažení slibovaných přínosů – pro distributora je to redukce špiček poptávky, pro zákazníky pak optimalizace spotřeby, možnost zapojení lokálních generátorů z OZE, snížení ceny. Fyzickému připojení distribuovaných generátorů z obnovitelných zdrojů se věnuje projekt *Virtual Power Plant*, jejich integraci do *demand response* a obchodního modelu pak např. projekty *FENIX* či *ECO-Grid EU*.

Série italských projektů poprvé ukázala potenciál masového rozšíření *smart metrů*. Ze zmiňovaných 57 % zákazníků ochotných změnit své chování na základě dat ze *smart metru* jich 29 % odložilo start spotřebičů do večerních hodin, 12 % se vyhnulo současnemu běhu více spotřebičů a 7.5 % začalo vypínat spotřebiče namísto uvedení do režimu *standby*. Nabídkou a přestupem uživatelů k *time-of-use* tarifům bylo u těchto uživatelů dosaženo 10 % úspory energie a přesunu 1 % spotřeby mimo energetickou špičku. Projekt *Storstad Smart Metering* dovezl změnit oblast zájmu zákazníků distributora tak, že se začali více zajímat o možnosti změny spotřeby energie. V rámci projektu *GAD* bylo zjištěno, že zákazník dokáže snížit účet za spotřebovanou energii o 15 % při využití TOU či RTP tarifů posunem cyklů spotřebičů či redukcí spotřeby. *Project AMR* ukázal možnosti snížení jak periody čtení údajů o spotřebě ze *smart metrů*, tak periody fakturace na méně než polovinu. Ty projekty, které se kromě technické stránky věci zaměřily i na tu sociální, ukázaly následující fakt:

*Pro povzbuzení koncových uživatelů je nutno jim nabídnout jednoduše pochopitelné výhody. Pro možnost nabízet takové výhody uživatelům je však potřeba, aby celý systém fungoval a byli do něj zapojeni koncoví uživatelé.* ([Giordano et al. \[2011\]](#))

Zřejmě se tedy bude jednat o pomalý a postupný proces nahrazování tradičních zákazníků – pasivních konzumentů energie novým typem zákazníků – takových, kteří dokáží spotřebu (a případnou výrobu) energie do jisté míry ovlivnit podle požadavků nadřazeného systému. V současnosti je na problematiku zapojení takovýchto zákazníků zaměřeno velké množství

různých projektů. Podle dat z roku 2014 přibude ročně cca 10 nových výzkumných a vývojových projektů a dalších cca 20 projektů určených pro demonstraci a nasazení hotových systémů. Kromě těchto projektů vzniká velké množství podobně zaměřených studií.

Výsledkům relevantních projektů a studií jsou věnovány dvě kapitoly. Kapitola [2](#) je zaměřena na průzkum možností zapojení různých kategorií domácích spotřebičů, lokálních generátorů či akumulátorů do systému chytrého domu. V kapitole [6.2](#) jsou pak zmíněny výzkumy věnující se přímo zařízení řídícímu činnost spotřebičů v rámci chytrého domu – *energy manageru*.

# Kapitola 2

## State-of-the-art

*V této kapitole je popsána myšlenka a základní vlastnosti building energy management systému. Dále jsou zde kategorizovány spotřebiče a další zařízení, které se v domácnosti typicky vyskytují. Kategorizace zařízení z hlediska odběru elektrické energie zohledňuje typický provozní režim spotřebičů, způsob používání, pracovní cyklus a případná provozní omezení. Pro každou kategorii je proveden literární průzkum a jsou zde uvedeny odkazy na studie zabývající se řízením a optimalizací chodu příslušných spotřebičů. Modelováním spotřebičů spadajících do jednotlivých kategorií se pak zabývá kapitola 5.*

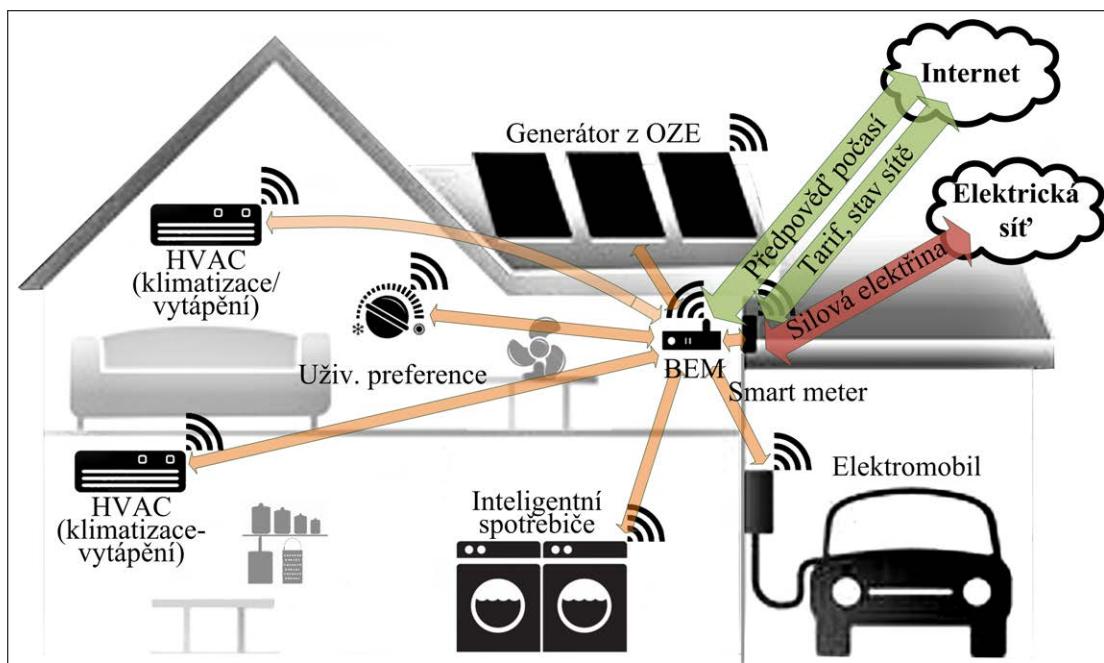
Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, *demand response* označuje takový způsob využívání elektrické energie, kdy koncový zákazník reaguje na měnící se vstupní podmínky, např. časově proměnnou cenu elektrické energie, úpravou objemu své aktuální, a tím i budoucí spotřeby. Není však možné, aby na změny reagoval ručně, a proto je v této kapitole navržen koncept *building energy managera*, který je možno začlenit do skupiny technických prostředků *enabling technology* popsaných v předchozí kapitole. Myšlenka zařízení, které bude do sebe integrovat funkcionality potřebnou pro správu a koordinaci generátorů a spotřebičů v rámci chytrého domu, je poměrně nová. *Manager* je obecně objekt, který stojí nad určitým procesem a realizuje jeho řízení. *Energy manager* v rámci této práce je zařízení, které řídí spotřebu, případnou výrobu a ukládání elektrické energie. *Building energy manager* (BEM) je pak zařízení, které všechny tyto činnosti spravuje v měřítku inteligentního domu. Celý systém čítající BEM, inteligentní spotřebiče, *smart meter*, uživatelské rozhraní a případně další relevantní zařízení je v této práci nazván *building energy management system* (BEMS).

Myšlenku BEMS prezentuje obrázek 2.1 – centrem celého systému chytrého domu je *building energy manager*, k němuž jsou prostřednictvím komunikační sítě připojena jednotlivá zařízení (např. bílá technika<sup>1</sup>, systém vytápění či chlazení, solární panely a další). BEM získává kromě údajů od připojených spotřebičů rovněž data z jiných zdrojů – prostřednictvím *smart metru* přijímá informace o aktuální spotřebě elektrické energie. Informace o ceně energie, její predikci a případně informace o vlastnostech tarifu pro konkrétního

---

<sup>1</sup> "White goods" – v polovině 20. století byly spotřebiče jako ledničky, pračky či mrazárky nejčastěji opatřeny bílým emailovým nátěrem, odtud jejich název ([Farlex \[2015\]](#)).

uživatele přijímá BEM buď rovněž od *smart metru*, nebo jiným informačním kanálem. V následujících odstavcích jsou shrnuty způsoby interakce systému s okolím.



OBRÁZEK 2.1: Schéma BEMS

#### Interakce BEM s okolím:

- *Spotřeba elektrické energie* - celý systém chytrého domu odebírá potřebné množství elektrické energie z elektrické sítě. *Energy manager* přizpůsobuje odběr energie její aktuální ceně, případně předpokládanému vývoji ceny s ohledem na technická omezení.
- *Produkce elektrické energie* - pokud je v systému přítomen generátor elektrické energie a systém nepokrývá celou produkci vlastní spotřebou, je možno za určitých podmínek<sup>2</sup> dodávat elektrickou energii zpět do sítě. Rozhodujícími faktory v tomto případě jsou jednotková cena za prodanou energii a technická omezení.
- *Získávání informací o ceně energie* - *energy manager* získává prostřednictvím *smart metru* od distributora energie informace o její aktuální ceně, případně o charakteru tarifu platného pro konkrétního uživatele<sup>3</sup>.
- *Získávání informací o počasí* - *energy manager* získává jednak informace o předpovědi počasí, jednak může sám či prostřednictvím jiných domácích spotřebičů získat

<sup>2</sup>Přítomnost technického zařízení, existence příslušného kontraktu s distributorem

<sup>3</sup>Přehled využívaných tarifních modelů je uveden v kapitole 1.6.3.

např. informace o venkovní teplotě. Na základě těchto informací rozhoduje *energy manager* např. o tom, jaké množství energie bude potřeba pro vytápění objektu.

- *Interakce s uživatelem - energy manager* prostřednictvím uživatelského rozhraní informuje uživatele a získává od něj pokyny, které slouží k vytvoření plánu činnosti jednotlivých spotřebičů.

K tomu, aby BEM mohl rozhodovat o optimálním plánování spotřebičů, potřebuje (kromě informací z okolí popsaných výše) na základě dat získaných z jednotlivých připojených zařízení vytvořit a udržovat rovněž model celého systému. *Ideální model* bude zcela přesně popisovat chování všech domácích spotřebičů – přesný průběh příkonu v čase a další parametry pracovního cyklu. Takový model je však jednak obtížné (či nemožné) vytvořit, jednak je z důvodu komplexity výpočtu nepoužitelný. Je tedy nutno vytvořit zjednodušený model, který za cenu akceptovatelného snížení přesnosti povede k vyhovující komplexitě výpočtu.

Pro účely modelování je nutno domácí spotřebiče rozdělit do několika kategorií podle jejich dynamického chování v průběhu zkoumaného časového období s ohledem na velikost časového slotu<sup>4</sup>. Délka časového slotu pro výpočet byla zvolena jako 15 minut (této volbě se podrobněji věnuje kapitola 5.3.5). Spotřebiče, jejichž pracovní cyklus je výrazně kratší než délka časového slotu (varná konvice) nebo jejichž chod nelze alespoň s určitou jistotou předpovědět (např. multimediální zařízení), nejsou v této práci uvažovány. V odborné literatuře můžeme najít studie s širokým rozpětím velikosti časového slotu (1 minuta ve [Widén and Wäckelgard \[2010\]](#), až 1 hodina ve [Zhu et al. \[2012\]](#)). Vždy však platí princip *quid pro quo*<sup>5</sup>, tj. ty studie, které zahrnují např. pouze jeden druh spotřebičů a prezentují výsledky na málo rozsáhlých příkladech, pracují s kratšími časovými sloty a opačně. Důkazem tohoto tvrzení jsou pak studie zmiňované v rámci kapitoly 2.1.

V současné odborné literatuře a relevantních publikacích lze nalézt dělení spotřebičů do různě pojmenovaných kategorií ([Livengood \[2011\]](#), [Chen et al. \[2012\]](#) či [Agnetis et al. \[2013\]](#)). Pro účely této práce byla použita kategorizace podle [Livengood \[2011\]](#) s rozšířením popsaným v [Agnetis et al. \[2013\]](#). Jedná se tedy o

- Spotřebiče s odložitelným pracovním cyklem (dále *odložitelné spotřebiče*)
- Spotřebiče s přerušitelným během (dále *přerušitelné spotřebiče*)
- Termostatem řízené spotřebiče

---

<sup>4</sup>Časový slot je nejmenším intervalom při procesu optimalizace – interval, po který je příkon spotřebičů pokládán za konstantní, nejkratší doba, po kterou může být spotřebič spuštěn mezi dvěma vypnutími či po kterou může být vypnut mezi dvěma spuštěními.

<sup>5</sup>Něco za něco (lat.)

- Distribuované generátory
- Zásobníky energie
- Neředitelné spotřebiče

V následujících podkapitolách jsou podrobněji popsány jednotlivé kategorie spotřebičů. Pro každou z kategorií jsou uvedeny typické příklady spotřebičů a rovněž relevantní studie, v nichž jsou řešeny problémy optimalizace spouštění těchto spotřebičů.

## 2.1 Spotřebiče s odložitelným cyklem (odložitelné spotřebiče)

Jedná se o spotřebiče, které jsou spouštěny pouze jednou či dvakrát denně (nebo nejsou spuštěny vůbec) a jejichž délka pracovního cyklu je v rozmezí několik minut až několik hodin. Tyto spotřebiče řídí *energy manager* tím, že rozhoduje, kdy bude jejich cyklus vykonán, s ohledem na preference uživatele. Přerušení již vykonávaného cyklu je teoreticky možné, avšak v této práci nebude uvažováno (důvody pro toto rozhodnutí jsou popsány dále).

Základní rozdělení spotřebičů do kategorií se zaměřením na odložitelné spotřebiče je popsáno v [Soares et al. \[2012\]](#) či [Widén and Wäckelgard \[2010\]](#). Problematikou posunu spotřeby se zabývá řada autorů, např. [Gottwalt et al. \[2011\]](#), [Zhu et al. \[2012\]](#), [Zhang et al. \[2011\]](#), [Sou et al. \[2011\]](#) či vlastní práce [Bradac et al. \[2015\]](#). [Mohsenian-Rad and Leon-Garcia \[2010\]](#) prezentuje metodu pro optimalizaci odběru energie a minimalizaci ceny v různých tarifních modelech. [Agnetis et al. \[2013\]](#) navíc navrhuje metodu, která zajistí v konečném čase dosažení alespoň suboptimálního řešení. [Chen et al. \[2012\]](#) navrhuje model skupiny odložitelných spotřebičů, jejichž optimální chod řeší pomocí *Monte-Carlo* simulace. [Giorgio and Pimpinella \[2012\]](#) popisuje a řeší optimalizační problém pomocí MILP, navíc navrhuje mechanismus interakce uživatele s inteligentními spotřebiči.

Typické spotřebiče s odložitelným cyklem jsou

- pračka,
- sušička prádla,
- myčka nádobí.

## 2.2 Spotřebiče s přerušitelným během (přerušitelné spotřebiče)

Tyto spotřebiče musí během dne běžet po určitou dobu. Nezáleží na tom, kdy bude jejich cyklus vykonáván, je pouze nutno zajistit jeho požadovanou délku. Běh cyklu přerušitelného spotřebiče může být kdykoli přerušen, avšak konkrétní spotřebič či technologie mohou ohledně přerušování definovat striktnější pravidla. Příkladem takových spotřebičů je např. bazénové čerpadlo, které zajišťuje cirkulaci vody z bazénu přes filtry či elektrický ohřívač, který zajišťuje ohřátí dostatečného množství studené vody<sup>6</sup>.

Kategorie přerušitelných spotřebičů, na rozdíl od předchozí kategorie, není uvažována v tak rozsáhlém množství studií. Explicitně jsou tyto spotřebiče zmíněny např. v [Agnetis et al. \[2013\]](#) a [Chen et al. \[2012\]](#), kde je rovněž definován lineární matematický model, pro který jsou následně hledány optimální hodnoty provozu. V [Kim and Poor \[2011\]](#) je model definován jako Markovův rozhodovací proces. Autor prezentuje vlastní algoritmus pro získání optimálního řešení. Existují ale i jiné přístupy k modelování přerušitelných spotřebičů. V [Sou et al. \[2011\]](#) je popsán lineární matematický model, pomocí kterého se dají modelovat jak odložitelné, tak s určitými omezeními i přerušitelné spotřebiče. Podobný postup jsme publikovali v [Bradac et al. \[2015\]](#), takový přístup však vede ke komplexnímu modelu s velkou výpočetní náročností. Mezi typické spotřebiče s přerušitelným cyklem se řadí

- bazénová čerpadla,
- akumulační ohřívač vody (bojler).

## 2.3 Termostatem řízené spotřebiče

Termostatem řízené spotřebiče (TCA) jsou charakteristické tím, že jejich základní vlastnosti je udržování žádané teploty (*setpointu*) v určitém prostoru. Pro efektivní začlenění těchto spotřebičů do *building energy management systému* je nutné znát fyzikální model prostoru, jehož teplotu spotřebiče udržují. Největším konzumentem energie v této kategorii jsou vytápění a klimatizace (HVAC<sup>7</sup>) ([Agency \[2009\]](#)), proto na ně v této práci bude kláden největší důraz. Prezentovaný postup lze však po zjednodušení a mírných úpravách uplatnit rovněž na ostatní termostatem řízené spotřebiče.

---

<sup>6</sup>Zařazení bojleru do této kategorie je možné pouze při akceptování určitých zjednodušujících podmínek – zejména zanedbání jeho nelineárního chování. V opačném případě je nutno jej považovat za termostatem řízený spotřebič, viz následující sekce.

<sup>7</sup>Heating, ventilation, air conditioning – HVAC

HVAC systémy jsou z hlediska optimalizace spotřeby energie nejdůležitější kategorií ze všech popisovaných, neboť se na spotřebě domácností podílejí nejvýraznější měrou ([Agency \[2009\]](#)). Základním úkolem HVAC spotřebičů je regulovat podmínky uvnitř domu tak, aby byly příznivé zdraví a komfortu jeho obyvatel. Vedle základní regulace teploty dnešní HVAC systémy zohledňují rovněž vlhkost vzduchu a někdy také koncentraci oxidu uhličitého v domě ([Kang et al. \[2014\]](#)). Vývoj oblasti HVAC systémů probíhá ve dvou hlavních proudech. Prvním je výzkum a vývoj samotných spotřebičů s cílem dosáhnout vyšší efektivity využití energie ([Schiavon et al. \[2010\]](#)), druhým je výzkum metod pro řízení těchto systémů ([Nghiem and Pappas \[2011\]](#), [Ma et al. \[2011\]](#) či [Oldewurtel et al. \[2010\]](#)). Jednou nasazené a funkční HVAC systémy není možno měnit pouze za účelem dosažení dlíčích úspor, proto druhý zmíňovaný přístup nabývá na důležitosti. Je zjevné, že v této práci bude kladen důraz na optimalizaci spotřeby energie konkrétními spotřebiči z pohledu druhého zmíněného přístupu.

Matematické modelování<sup>8</sup> HVAC systémů je v současné době důležitým krokem jak při navrhování HVAC systémů v nových budovách, tak při optimalizaci spotřeby energie těch již nainstalovaných. Existuje celá řada modelovacích/simulačních aplikací, mezi nimi např. EnergyPlus ([Crawley et al. \[2000\]](#)) či TRNSYS ([Duffy et al. \[2009\]](#)). Modely generované těmito aplikacemi vycházejí z komplexní analýzy fyzikálních vlastností budov, jsou proto složité a návrh řízení pro ně je obtížný ([Aswani et al. \[2012\]](#)). Modelováním tepelného systému s HVAC spotřebičem založeném na fyzikálních principech se zabývají např. [Bargiolas and Birdwell \[1988\]](#) a [Pedrasa et al. \[2010\]](#).

Naproti tomu [Aswani et al. \[2012\]](#) a [Yu et al. \[2012\]](#) využívají parametrické regrese k identifikaci parametrického modelu. V [Hubert and Grijalva \[2012\]](#) je pak prezentováno začlenění takového modelu do komplexního matematického problému a řešení pomocí komerčně dostupného software. [Nguyen et al. \[2013\]](#) prezentuje řešení problému pomocí dynamického programování. Na úrovni komfortu uživatelů má vedle teploty a vlhkosti, jak bylo zmíněno výše, značný podíl koncentrace CO<sub>2</sub>. Optimalizací modelu zohledňujícího koncentraci oxidu uhličitého se zabývá [Kang et al. \[2014\]](#).

Poslední možností, vyskytující se ve studiích, je kombinace obou výše zmíněných způsobů. Struktura modelu a počáteční parametry jsou tedy stanoveny na základě znalostí fyzikálních principů prostupu tepla budovou. Za běhu systému probíhá na základě měření vstupně/výstupních veličin v budově průběžné zpřesňování modelu ([Oldewurtel et al. \[2012\]](#)). Typické termostatem řízené spotřebiče jsou

- vytápění a klimatizace,
- lednice,

---

<sup>8</sup> Matematickým modelem se rozumí popis systému např. diferenciálními či diferenčními rovnicemi.

- mrazák.

## 2.4 Lokální generátory

Tuto kategorii lze rozdělit na dvě části. Patří sem generátory, jejichž výkon přímo závisí na počasí. Jsou tudíž jen omezeně ředitelné a jejich výroba je špatně predikovatelná (nefouká-li vítr, elektrickou energii není možno větrnou turbínou vyrábět). Dále do této kategorie řadíme malé kogenerační jednotky ( $\mu$ CHP), které produkují elektrickou energii spolu s teplem, jež je využíváno k vytápění, ohřevu vody či k chlazení budovy.

Návrhem optimalizačního modelu pro systém s  $\mu$ CHP jednotkou se zabývají např. [Bischetti et al. \[2014\]](#) a [Wille-Haussmann et al. \[2010\]](#). Kvůli své ceně a možnostem jsou v dnešní době kogenerační jednotky často nasazovány pro uspokojení potřeby tepla a elektřiny několika domácností dohromady. Touto možností se zabývá např. [Molderink et al. \[2010\]](#), [Venkatesh et al. \[2008\]](#) či [Gudi et al. \[2010\]](#) pak předkládají řešení optimalizace výroby a přenosu energie větrnými generátory na základě predikce rychlosti větru na horizontu plánování. První z autorů sestavuje MILP model, který řeší dostupným nástrojem (*solverem*), druhý pak využívá optimalizace na bázi částicových hejn. Za lokální generátory lze považovat

- větrné turbíny,
- fotovoltaické články,
- solární tepelné články,
- malé kogenerační jednotky (Micro-combined heat and power  $\mu$ CHP).

## 2.5 Zásobníky energie

Pokud je v systému zapojen zásobník energie, je možno energii čerpat a ukládat v době, kdy je levnější nebo snadno dostupná a následně ji uvolnit k použití ve chvílích, kdy její nákup vyjde draze. Čím větší má zásobník energie kapacitu, tím více možností poskytuje v rámci systému *demand response* ([Barbato and Carpentieri \[2012\]](#)). Je ovšem třeba počítat s fyzikálními omezeními zásobníku, ztrátami energie v čase a v neposlední řadě rovněž s jeho omezenou životností.

Optimálním využitím zásobníků tepla se zabývá např. [Du and Lu \[2011\]](#) – vytváří statistickou predikci spotřeby tepla a popisuje optimalizaci výroby v *Day-ahead-pricing* (*DAP*) tarifním modelu pomocí vlastního lineárního sekvenčního algoritmu. [Daryanian et al. \[1989\]](#)

a [Schwepp et al. \[1989\]](#) implementují lineární model zásobníku a řeší problém vytvořením vlastního algoritmu, který srovnávají s optimalizací lineárního modelu. V případě, kdy je možné vyrobit chlad za výhodných podmínek (tedy např. ve trigenerační jednotce), je užitečné chladné médium předpřipravit a dočasně uschovat v zásobníku ([Easow and Muley \[2010\]](#)).

V současné době jsme svědky nárůstu prodeje elektromobilů. V roce 2014 stouplo prodej elektrických aut v Německu o 76 % ve srovnání s rokem 2013 ([Horčík \[2015\]](#)). Velkou část z toho tvoří tzv. *plug-in hybridy*<sup>9</sup>, avšak v rámci kategorie roste prodej elektromobilů rychleji než prodej právě *plug-in hybridů*<sup>10</sup>.

S růstem počtu elektromobilů v populaci bude kvůli nutnosti jejich nabíjení docházet i ke zvyšování nároků na distribuční soustavu. [He et al. \[2012\]](#) uvádí, že pokud bude 30 % amerických domácností vlastnit elektromobil, dosáhne objem energie využité pro nabíjení elektromobilů ve Spojených státech amerických 18 % energie spotřebované americkými domácnostmi v letních měsících pro chlazení budov. Na druhou stranu však může každý z elektromobilů pomoci stabilitě distribuční soustavy – v případě, že bude v jeho baterii více energie, než je aktuálně třeba<sup>11</sup>, může elektromobil dodat energii z baterie zpět do sítě. Toto chování je součástí služeb souhrnně označovaných jako *vehicle-to-grid* (V2G). Jelikož v rámci této práce není studována možnost přenosu energie z BEMS do elektrizační soustavy, není modelováno ani chování *vehicle-to-grid*. Část energie (podle nastavených podmínek) může však být využita v rámci *building energy management systému*.

Problém integrace baterie elektromobilů do *building energy management systému* řeší např. [Barbato and Carpentieri \[2012\]](#) či [Mets et al. \[2010\]](#). Přínosy připojení elektromobilu pak dopodrobna hodnotí [Stadler et al. \[2011\]](#). [Hutson et al. \[2008\]](#) řeší problém připojení V2G, [He et al. \[2012\]](#) se pak v rámci V2G zabývá problémem plánování nabíjení velké skupiny elektromobilů současně z hlediska optimalizace cen. [Shrestha and Chew \[2007\]](#) popisuje možnost vzniku velké poptávkové špičky v brzkých nočních hodinách (kdy se předpokládá masové nabíjení elektromobilů) a formuluje kvadratický optimalizační problém, pomocí nějž zkoumá problémy a ekonomické přínosy při různé úrovni rozšíření elektromobilů v populaci. Pro ukládání energie lze využít například

- zásobník elektrické energie - např. baterie elektromobilu,
- akumulační nádoby (pro teplé či studené médium),
- zásobník vodíku.

---

<sup>9</sup>Hybridní automobil – automobil, v němž je konvenční spalovací motor kombinován s elektrickým pohensem. Jako *plug-in* je pak označován takový hybrid, jehož akumulátory lze plně nabít nabíječkou po připojení ke zdroji energie, nejčastěji klasické elektrické zásuvce.

<sup>10</sup>V prosinci 2014 byl poměr 1004:558 ve prospěch elektromobilů.

<sup>11</sup>Případně bude existovat garance dobití dříve, než bude energie potřebná.

## 2.6 Neředitelné spotřebiče

Neředitelné spotřebiče jsou takové, jejichž užití je obtížné automaticky predikovat a žádným způsobem nelze jejich cyklus odkládat či přerušovat. Hubert and Grijalva [2012] zahrnuje tyto spotřebiče do matematického problému tak, že na základě historických dat spotřeby domácnosti predikuje budoucí hodnoty objemu energie potřebného pro tyto spotřebiče a získané hodnoty modeluje jako *base load*. Bozchalui et al. [2012] prezentuje model využití osvětlení na základě přítomnosti osob v domě a intenzity venkovního osvětlení.

Jiný přístup jsme prezentovali v Bradac et al. [2015] – na základě statistických údajů získaných z KEMA [2012] byla odhadnuta spotřeba energie osvětlením domácností v jednotlivých časových intervalech a takto získaný časový průběh byl následně zahrnut do modelu<sup>12</sup>. V této práci však neředitelné spotřebiče zahrnuty nejsou. Typickými neředitelnými spotřebiči jsou například

- domovní osvětlení,
- kuchyňské spotřebiče,
- audio-video technika.

Z rozboru existující literatury provedeného v této kapitole vyplývá, že většina současných prací se zabývá optimalizací pouze určité podmnožiny spotřebičů (např. termostatem ovládaných spotřebičů), či uvažuje pouze specifické cíle optimalizace (např. redukci příkonových špiček či spotřeby energie). Mnoho studií rovněž neuvažuje uživatelské preference, případně nejsou vhodné pro nasazení v reálném čase. Uvedené nedostatky se tato práce snaží mapovat a vytvořit postup, kterým bude možno dle uživatelských preferencí řídit ty skupiny domácích spotřebičů, jejichž chování je možno nějakým způsobem parametrizovat a u nichž je to ekonomicky *výhodné*.

---

<sup>12</sup>V Bradac et al. [2015] byla vytvořena jednotná struktura modelu, která je však univerzálně použitelná pro více kategorií (tak, jak jsou definovány zde) domácích spotřebičů. Bylo proto možné modelovat pomocí této struktury i osvětlení. Takto vytvořený model spotřebičů je flexibilní, avšak také velmi komplexní a výpočetně náročný. Proto byl v této práci model rozdělen a přizpůsoben (zjednodušen) pro jednotlivé kategorie spotřebičů.

# Kapitola 3

## Optimalizační úlohy a způsoby jejich řešení

*Tato kapitola poskytuje nezbytný matematický základ týkající se možností formulace optimalizačních úloh a způsobů, jakým lze tyto úlohy řešit. Teoretické informace z této kapitoly jsou využity dále v této práci při návrhu matematických modelů jednotlivých kategorií spotřebičů a následné syntéze do modelu celého systému chytrého domu.*

V současné době existuje mnoho matematických prostředků, pomocí kterých je možno formuloval přístup *demand response*. Nejčastější je jeho formulace jako optimalizační úlohy, kterou je možno řešit různými metodami. Kromě prostředků konvexní optimalizace popsaných a užívaných v této práci, tj. lineárních a kvadratických optimalizačních úloh a metod pro jejich řešení, se využívá i dalších možností. Těmi jsou zejména *teorie her*, *dynamické programování*, *stochastické programování*, řešení pomocí *Markovových rozhodovacích procesů* či např. *optimalizace na bázi částicových hejn*<sup>1</sup> a další ([Deng et al. \[2015\]](#)).

### 3.1 Lineární programování

Lineární programování je specifická třída matematických problémů, v nichž dochází k maximalizaci (či minimalizaci) úlohy. Tato úloha zahrnuje lineární kriteriální funkci a skupinu lineárních omezení. Pomocí lineárního programování lze efektivně řešit širokou škálu problémů ([Vanderbei \[2008\]](#)).

*Lineární programování (LP) představil v roce 1937 Leonid Vitalijevič Kantorovič. Během druhé světové války jej dál rozvíjel jako prostředek pro plánování komplexních armádních problémů. Po válce se na dalším vývoji podíleli George Bernard Dantzig, který definoval simplexovou metodu, a John von Neumann, který popsal princip duální úlohy. V roce 1975 obdržel Leonid Kantorovič za svůj přínos k řešení problémů optimálního přidělování zdrojů (v nichž LP hraje hlavní roli) cenu Švédské národní banky za rozvoj ekonomické vědy na památku Alfreda Nobela. Výpočetní metody vyvinuté od té doby spolu s dnešními technickými prostředky zvládajou bez potíží řešit rozsáhlé lineární problémy s mnoha stovkami tisíc proměnných ([Bixby \[2012\]](#)).*

---

<sup>1</sup>Particle swarm optimization

Úloha lineárního programování (*lineární program*) předpokládá dělitelnost výpočetních proměnných, tedy že proměnné mohou nabývat i neceločíselných hodnot. V případě, že existuje požadavek na nedělitelnost proměnných plynoucí z definice problému, mění se problém na tzv. *celočíselný LP*. Může rovněž nastat situace, kdy jsou takto omezeny pouze některé proměnné. V takovém případě se problém nazývá *smíšený celočíselný LP (MILP)*. Problémy s celočíselnými proměnnými jsou obecně mnohem náročnější na výpočet ([Nord-sveen \[2012\]](#)).

**Definice 3.1.** Úloha lineárního programování je v kanonické formě definována jako

$$\begin{array}{ll} \text{minimalizuj} & \mathbf{z} \triangleq \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{vzhledem k} & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \end{array} \quad (3.1)$$

kde  $z$  je hodnota kriteriální funkce, která má být minimalizována,  $\mathbf{x}$  je vektor proměnných,  $\mathbf{c}$  je vektor známých koeficientů,  $\mathbf{A}$  je matice koeficientů. Nerovnice  $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$  a  $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$  vymezují konvexní mnohostěn (viz rovnice 3.2).

Nad konvexním mnohostěnem je hledáno minimum kriteriální funkce  $z = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ .

$$\begin{array}{ll} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \leq b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \leq b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n & \geq 0. \end{array} \quad (3.2)$$

Má-li daný optimalizační problém řešení, které vyhovuje všem omezením, je nazýváno *platné*. Pokud dále toto řešení splňuje podmítku minima, zve se *optimální*. Při nevhodné volbě vymezujících podmínek nemá lineární problém žádné platné řešení.

**Definice 3.2.** Dualita úloh lineárního programování je vzájemný vztah dvou přesně definovaných úloh. Ke každé úloze LP lze dle definice 3.3 zformulovat jinou úlohu LP. První z úloh se označuje jako primární, druhá pak jako duální, avšak obě úlohy jsou si rovnocenné<sup>2</sup>.

$$\begin{array}{lll} \text{minimalizuj} & \mathbf{z} \triangleq \mathbf{c}^T \mathbf{x} & \text{maximalizuj } \mathbf{w} \triangleq \mathbf{u}^T \mathbf{b} \\ \text{vzhledem k} & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} & \text{vzhledem k } \mathbf{A}^T \mathbf{u} \geq \mathbf{c} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} & \mathbf{u} \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (3.3)$$

---

<sup>2</sup>Pro souměrnou dualitu (více např. v [Vanderbei \[2008\]](#)) platí, že duální úlohou k duální úloze je opět primární úloha.

Význam duality tkví v tom, že vlastnosti duálních modelů a vztahů mezi těmito úlohami využívají některé algoritmy pro řešení úloh LP. Převod na duální problém dává rovněž odpověď na otázku, zda je daný primární problém řešitelný.

**Definice 3.3.** Smíšený celočíselný LP je definován jako:

$$\begin{aligned} & \text{minimalizuj} && \mathbf{z} \triangleq \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \\ & \text{vzhledem k} && \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & && \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, x_i \in \mathbb{Z}, \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Metoda výpočtu, při které je určeno řešení LP problému s tím, že výsledné hodnoty proměnných jsou zaokrouhleny, nevede k optimálnímu, často ani k platnému řešení. Takto získané hodnoty mohou také porušovat některá z definovaných omezení. Před popisem nejčastěji využívaných metod pro řešení MILP problémů je nutno definovat pojem *relaxace*.

Relaxovaná je taková úloha, ve které dojde ke zmírnění omezujících podmínek kladených na řešení s cílem urychlit nalezení suboptimálního řešení původní úlohy. Pro celočíselný problém minimalizace  $z_{MIP} = \mathbf{c}^\top \mathbf{x} : \mathbf{x} \in S$  je relaxací jakýkoli minimalizační problém 3.5, který splňuje vlastnosti 3.6 a 3.7.

$$\text{minimalizuj } z_{\text{relaxed}} \triangleq \mathbf{c}^\top \mathbf{x} : \mathbf{x} \in S_{\text{relaxed}} \} \quad (3.5)$$

$$S \subseteq S_{\text{relaxed}} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{c}^\top \mathbf{x} \geq z_{\text{relaxed}}(\mathbf{x}), \text{ pro všechna } \mathbf{x} \in S \quad (3.7)$$

Nejvíce využívaný typ relaxace lze získat opomenutím celočíselnosti proměnných. Dokonalější metody pak spočívají ve využití metod sečných nadrovin ([Škoda \[2011\]](#)).

### 3.1.1 Metody branch and bound

*Branch and bound* metody (tzv. metody větví a mezí) jsou jedny z nejrozšířenějších pro řešení úloh celočíselného programování. Metody jsou založeny na paradigmatu *rozděl a panuj*, tedy na rozkládání komplexního problému na podproblémy a jejich řešení (případně rozkladu na další podproblémy). Během řešení vzniká stromová struktura popisující stavový prostor problému, který se však neprochází celý, neboť pro reálné problémy to kvůli expanzi stavů není možné. Namísto toho se určuje, které uzly stromu jsou nejslibnějšími kandidáty tak, že se odhaduje nejlepší hodnota řešení pro všechny následníky každého uzlu. V případě, že tato hodnota je horší<sup>3</sup> než nejlepší dosud nalezené řešení, je celý uzel

---

<sup>3</sup>Tzn. větší v případě minimalizační úlohy.

i se svými následovníky odstraněn. V nejhorším případě má sice metoda exponenciální náročnost (naskytne-li se nutnost opravdu projít celý stavový prostor), v naprosté většině případů je ale řešení nalezeno mnohem rychleji a je nutno skutečně sestrojit a prohledat pouze malou část stavového prostoru.

*Branch and bound* není název jediného algoritmu, ale celé skupiny metod, jejichž jednotlivé kroky mohou být řazeny různými způsoby tak, aby se lépe hodily pro řešení konkrétního optimalizačního problému. Název metod je odvozen od větvení (*branching*), tedy vytvoření následovníků konkrétního uzlu, a hledání mezní hodnoty (*bounding*) řešení pro všechny následovníky příslušného uzlu. Posledním důležitým mechanizmem typickým pro tyto metody je tzv. prořezávání (*pruning*), kdy uzly, jejichž žádný následovník nepředstavuje optimální řešení problému, jsou odstraněny.

### Princip činnosti

V každém okamžiku při běhu algoritmu lze průběh řešení popsat pomocí podmnožiny *Live* definující část stavového prostoru problému, který dosud nebyl prohledán, a hodnoty minimálního dosud nalezeného celočíselného řešení. Na začátku tato podmožina obsahuje celý stavový prostor, nejlepší nalezené řešení minimalizačního problému  $z_{MIP}$  je nastaveno na  $\infty^4$  a strom řešení obsahuje pouze kořenový prvek. Při každé iteraci metody je z *Live* odstraněna jedna úloha – *Current*, se kterou se dále pracuje (viz řádek 5 v algoritmu 1).

Pro úlohu *Current* se vypočte optimální relaxace  $\underline{\mathbf{x}}_{Current}$  (7) a je-li to možné, rovněž hodnota celočíselného řešení  $x_{Current}$  (8). Je-li hodnota kritéria vypočtené relaxace větší či rovna nalezenému nejlepšímu celočíselnému řešení ( $\mathbf{c}^T \underline{\mathbf{x}}_{Current} \geq z_{MIP}$ , 9), neexistuje již dále možnost, aby v kterémkoli podprostoru bylo nalezeno lepší řešení, celá úloha může být zapomenuta a zpracování pak pokračuje výběrem další úlohy *Current*.

Byla-li nalezená hodnota celočíselného řešení menší než nejlepší dosud nalezené celočíselné řešení ( $\mathbf{c}^T \underline{\mathbf{x}}_{Current} < z_{MIP}$ , 13), stává se tato nová hodnota nejlepším dosud nalezeným řešením. Navíc jsou z množiny *Live* odstraněny všechny úlohy  $q$ , pro které nově platí, že  $z_q \geq z_{MIP}$  (16).

Nebyla-li však hodnota celočíselného řešení pro daný uzel nalezena, není možno v aktuálním kroku rozhodnout o existenci možného optimálního řešení na zkoumaném podprostoru. Dochází tedy k dělení – úloha *Current* je přidáním dalších pravidel rozdělena na vzájemně disjunktní podúlohy  $Current_1 \dots Current_k$  (19) a všechny tyto jsou přidány do *Live*.

Jakmile se množina *Live* vyprázdní, stává se nejlepší nalezené celočíselné řešení  $\mathbf{x}_{MIP}$  optimálním globálním řešením. Pro hodnotu kritéria pak platí  $z_{MIP} = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_{MIP}$ . Nebylo-li však nalezeno ani jedno celočíselné řešení ( $z_{MIP} = \infty$ ), problém nemá řešení.

---

<sup>4</sup>Alternativně je počáteční řešení možno získat pomocí heuristických metod.

**Algorimus 1** Příklad branch-and-bound algoritmu

---

```

1:  $z_{MIP} \leftarrow \infty$ 
2:  $\mathbf{x}_{MIP} \leftarrow 0$ 
3:  $Live \leftarrow$  celá MIP úloha
4: while  $Live \neq \emptyset$  do
5:   Vyber úlohu  $Current | Current \in Live$ 
6:    $Live \leftarrow Live \setminus Current$ 
7:   Vypočti relaxaci  $\underline{\mathbf{x}}_{Current}$ 
8:   Vypočti celočíselné řešení  $\mathbf{x}_{Current}$ 
9:   if  $\mathbf{c}^\top \underline{\mathbf{x}}_{Current} \geq z_{MIP}$  then
10:    Odstraň úlohu  $Current$ 
11:    Skoč na řádek 5
12:   end if
13:   if  $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}_{Current} < z_{MIP}$  then
14:      $z_{MIP} \leftarrow \mathbf{c}^\top \mathbf{x}_{Current}$ 
15:      $\mathbf{x}_{MIP} \leftarrow \mathbf{x}_{Current}$ 
16:      $\forall q | q \in z_q \geq z_{MIP} : Live \leftarrow Live \setminus q$ 
17:     Skoč na řádek 5
18:   end if
19:   Rozvětvi  $Current$  na  $Current_1, \dots, Current_k$ 
20:    $Live \leftarrow Live \cup Current_i, \forall i \in 1 \dots k$ 
21: end while
22: if  $z_{MIP} < \infty$  then
23:   Optimální řešení je  $\mathbf{x}_{MIP}$ 
24:   Hodnota kritéria je  $z_{MIP}$ 
25: end if

```

---

**Další možnosti**

Na procházení stavového prostoru má vliv konkrétní typ zvolené strategie (určující, v jakém pořadí se budou uzly stromu zpracovávat). Zatímco v případě *hladové* strategie je jako první akce po výběru uzlu ke zpracování zvoleno větvení, v případě *líné* strategie se nejprve počítají nové meze a k větvení dochází až v případě, kdy je to nezbytné.

**3.1.2 Metoda sečných nadrovin**

Samotná metoda sečných nadrovin zahrnuje algoritmy, které pracují takto:

1. Úloha je nejprve řešena bez celočíselných omezení. Pokud je úloha neomezená či nemá-li přípustné řešení, algoritmus končí, neboť neexistuje optimální řešení. V opačném případě se pokračuje dalším krokem.

2. V případě, kdy optimální řešení je celočíselné, algoritmus končí (neboť dosáhl svého cíle). Pokud ne, dojde k přidání další omezující podmínky, která vymezí úzeji oblast řešení. Podmínka však musí splňovat, že (i) optimální řešení vypočtené v kroku 1 se stane nepřípustným a (ii) nedojde ke ztrátě žádného jiného přípustného řešení. Dále se pokračuje opět krokem 1 ([Škoda \[2011\]](#)).

Konvergence metody není v obecném případě zaručena, závisí pouze na způsobu přidávání omezujících podmínek. Nejjednodušším způsobem přidávání jsou tzv. *Dantzigovy řezy*. Je-li  $x$  neceločíselné optimální řešení z kroku 1, odpovídá mu rovněž nějaká optimální báze. Jelikož jednotlivé proměnné jsou nezáporná čísla, lze sestrojit novou omezující podmínu  $\sum_{j \in J} x_j \geq 1$ , kde  $J$  je indexová množina nebazických řešení. Efektivnějším přístupem ve srovnání s Dantzigovými řezy jsou např. *Gomoryho řezy*.

Metodu sečných nadrovin pro celočíselné programování poprvé představil v roce 1958 právě Ralph Gomory ([Gomory \[1958\]](#)). V dnešní době je možno ji využít pro efektivní řešení mnoha tříd optimalizačních problémů, mezi jinými i problému plánování<sup>5</sup>. Každá ze tříd nicméně vyžaduje volbu správného postupu řešení a tvorby řezů. Metoda sečných nadrovin s Gomoryho řezy jako doplnění *branch and bound* algoritmu je implementována v široké řadě jak *open-source*, tak i komerčně dostupných nástrojů pro řešení úloh MILP. Právě kvůli nutnosti individuální volby postupu řešení v závislosti na třídě problémů je však vždy nutno základní algoritmus správně nastavit, neboť jedině tak je možno plně využít jeho možností. Kombinací metody sečných nadrovin a výše popsané metody větví a mezí vzniká metoda *branch and cut*, která oproti původní metodě *branch and bound* dosahuje lepších výsledků.

## Heuristický přístup

Kromě deterministických postupů řešení MILP optimalizačních problémů se pro dosažení diverzity při hledání řešení v současných softwarových nástrojích využívá rovněž celé řady heuristických přístupů. Jedním z nich je i cyklický postup, kdy některé binární proměnné jsou během řešení fixovány na určité hodnoty a takto je prováděn odhad řešení určitého podproblému. Využití heuristických postupů představuje pro jinak deterministické algoritmy výhodu v možnosti rychlejší konvergence řešení jednotlivých subproblémů.

---

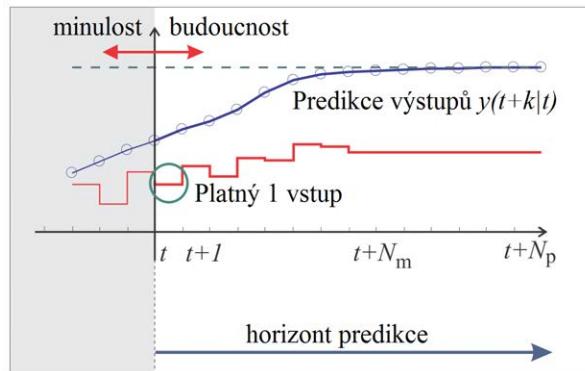
<sup>5</sup>Dále například řezná úloha, úloha batohu, přiřazovací problémy, atd.

### 3.2 Model predictive control

*Model predictive control* (MPC)<sup>6</sup> je moderní metoda řízení, ve které je akční zásah do systému určován na základě řešení optimalizačního problému. Takovými mohou být např. lineární či kvadratický problém.

Princip fungování MPC je znázorněn na obrázku 3.1. Jádrem metody je řešení optimalizačního problému podle daného kritéria optimality. To je voleno podle typu řešené úlohy – může jím být např. požadavek na dosažení určitého stavu systému, minimalizaci akčního zásahu či sledování zadaného průběhu stavové trajektorie. Algoritmus na základě modelu systému stanoví nejen optimální akční zásah, ale vypočte jeho hodnoty pro celý horizont predikce<sup>7</sup>. Pro řízení se však uplatní pouze hodnota vypočtená pro nejbližší časový interval.

V případě, kdy by se všechny vypočtené hodnoty aplikovaly postupně jako akční zásahy a po jejich vyčerpání se teprve provedl nový výpočet, jednalo by se o řízení v otevřené smyčce, tedy nebral by se v úvahu vlivy poruchových veličin působící na systém a ani případné změny vlastností systému. Proto se po uplynutí doby odpovídající délce jednoho časového okna výpočet úlohy opakuje s využitím nově získaných hodnot vstupních veličin a po případné aktualizaci dalších parametrů modelu. Ze získané sekvence akčních zásahů se opět využije pouze první a po uplynutí časového okna se postup opakuje. Takové řízení se nazývá *řízení s klouzavým horizontem*<sup>8</sup>.



OBRÁZEK 3.1: Metoda MPC (Převzato z Bemporad and Morari [1999])

Základním požadavkem pro MPC řízení je možnost vytvořit dostatečně přesný model systému. Ten může být např. identifikován z měřených dat v průběhu experimentu. Bez modelu není možné MPC řízení aplikovat.

<sup>6</sup>nebo též *model predictive heuristic control* (Richalet et al. [1978]) či *dynamic matrix control* (C. Cutler and B. Ramaker [1980]).

<sup>7</sup>Horizont predikce – časové okno začínající v aktuálním čase a končící v určeném okamžiku v budoucnosti – vymezuje dobu, během které jsou všechny systému známé události a vlivy brány v potaz při výpočtu optimálního akčního zásahu. Horizont predikce je rozdělen na intervaly pevné délky.

<sup>8</sup>Receding horizon control, angl.

Vstupy i výstupy reálných systémů jsou vždy zatíženy určitými omezeními. Ta často limitují rozsah hodnot akčního zásahu ( $u_k$ ) a rychlost jejich změny ( $du_k/dt$ ). Podobná omezení však mohou být žádaná či nutná i na výstupu ( $y_k$ ,  $dy_k/dt$ ). Zatímco klasické metody regulace při výpočtu akčního zásahu tato omezení nedokáží zohlednit (a ta jsou aplikována až na výslednou hodnotu), MPC umožňuje začlenit je přímo do optimalizační úlohy. Právě přítomností těchto omezení se MPC liší od klasického *lineárně-kvadratického regulátoru*. Zatímco akční zásah LQ regulátoru lze vypočít analyticky, řešení MPC problému je možno získat pouze numerickým výpočtem - minimalizací<sup>9</sup> kriteriální funkce (Athans and Falb [1966]).

### 3.2.1 Princip MPC

MPC se definuje téměř vždy pro systémy popsané stavovým popisem (Havlena and Štecha [1999]). Mějme diskrétní systém popsaný stavovými rovnicemi<sup>10</sup>.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

kde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  popisují stavy, vstup a výstup systému. Predikce stavu  $x$ , kterou získáme jako  $k$ -tou iteraci modelu 3.8 počínaje stavem  $x(t)$  se značí  $x(t+k|t)$ .

Pak je pro vyřešení MPC problému nutno provést minimalizaci kriteriální funkce s dodržením zadaných omezení. V případě diskrétního systému, kdy úkolem MPC je sledování požadované trajektorie výstupu, kriteriální funkce MPC penalizuje odchylku od požadované trajektorie během horizontu predikce ( $\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_k^d$ ), velikost akčního zásahu na celém horizontu predikce ( $\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^d$ ) a odchylku od požadovaného výstupu na konci horizontu predikce ( $\mathbf{y}_N - \mathbf{y}_N^d$ ). Váhové matice  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  a  $\mathbf{P}$  určují relativní důležitost jednotlivých členů kriteriální funkce. MPC problém lze pak vyjádřit jako

$$\begin{aligned} \min_{U=\{\mathbf{u}(t+k|t)\}_{k=t}^{t+N_m-1}} J(\mathbf{U}, \mathbf{x}(t), N_p, N_m) = & \mathbf{x}^\top(N_p) \mathbf{P} \mathbf{x}(N_p) + \\ & \sum_{k=0}^{N_p-1} \mathbf{x}^\top(t+k|t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t+k|t) + \sum_{k=0}^{N_m-1} \mathbf{u}^\top(t+k|t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t+k|t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

s ohledem na omezení ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 \mathbf{u}(t+k|t) &\leq \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{E}_2 \mathbf{x}(t+k|t) + \mathbf{F}_2 \mathbf{u}(t+k|t) &\leq \mathbf{G}_2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

<sup>9</sup>či maximalizací - záleží na definici problému

<sup>10</sup>Určení stavových rovnic systému se věnuje kapitola 4.2.

$N_p$  udává délku horizontu predikce,  $N_m$  pak délku řídicího horizontu ( $N_m \leq N_p$ ). Je-li tento konečný, jedná se o tzv. *problém s konečným horizontem*. Aby měl uvedený problém smysl, předpokládejme, že mnohostěn definovaný pomocí nerovnic  $\{(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbf{F}_1\mathbf{u} \leq \mathbf{G}_1, \mathbf{E}_2\mathbf{x} + \mathbf{F}_2\mathbf{u} \leq \mathbf{G}_2\}$  obsahuje rovněž počátek ( $\mathbf{x} = 0, \mathbf{u} = 0$ ). Algoritmus MPC je možno popsat takto:

---

**Algoritmus 2** Model Predictive Control

---

- 1: Vypočti nový stav  $\mathbf{x}(t)$
  - 2: Vyřeš optimalizační problém 3.9
  - 3: Nastav akční zásah (vstup do systému)  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t+0|t)$
  - 4:  $t \leftarrow t + 1$
  - 5: Skoč na 1
- 

### 3.2.2 Vlastnosti MPC

#### Řešitelnost

Je nutno, aby optimalizační problém 3.9 byl řešitelný v každém čase  $t$ . Při konstrukci optimalizačního problému se většinou stanoví dosažitelnost v čase  $t = 0$  a kriteriální funkce 3.9 spolu s omezeními pro stabilitu 3.10 se volí tak, aby byl problém řešitelný i v následujících krocích. Toho je možno dosáhnout např. tak, že omezení, která obsahují stavové proměnné, jsou *změkčena* přidáním uvolňující proměnné (*slack variable*)  $\epsilon$ . Omezení, která se týkají pouze vstupů ( $\mathbf{F}_1\mathbf{u} \leq \mathbf{G}_1$ ), jsou pak ponechána jako kritická.

$$\mathbf{E}_2\mathbf{x} + \mathbf{F}_2\mathbf{u} \leq \mathbf{G}_2 + \epsilon \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Uvolnění těch nerovnic, které omezují stavy, odstraňuje problém s řešitelností u stabilních systémů. I z praktického hlediska nedává udržování těchto omezení jako kritických smysl kvůli přítomnosti šumu, různých poruch, případně numerických chyb, které mohou způsobit neřešitelnost. Protože je však vstup do řízeného systému (akční zásah) generován optimalizační procedurou, mohou být omezení akčního zásahu vždy definována jako kritická.

#### Stabilita

Stabilitu zpětnovazebního systému s MPC regulátorem je možno zabezpečit dvěma způsoby. První z nich spočívá ve využití  $V(t) = J(\mathbf{U}, \mathbf{x}(t), N_p, N_m)$  v každém časovém slotu  $t$  coby

Ljapunovovy funkce. Druhým způsobem je předepsání pravidla omezujícího vektor stavů  $\mathbf{x}(t)$ .

- *Omezení stavu na konci horizontu predikce* - k MPC problému je přidáno další omezení ve tvaru  $\mathbf{x}(t + N_p|t) = 0$ , kde  $\mathbf{x}(t + N_p|t)$  je konečný stav vyplývající z řídicí sekvence  $u^*(t+1|t), \dots, u^*(t+N_m|t)$ . Výsledný zpětnovazební prediktivní řídicí systém je pak *asymptoticky stabilní* ([Wang \[2009\]](#)). Nevýhoda tohoto řešení spočívá v tom, že uvedení systému do počátečního stavu může vyžadovat velký akční zásah.
- *Omezení pro klesající vektor stavů* - toto řešení spočívá v přidání pravidla zabezpečujícího, že vektor stavů  $\mathbf{x}(t)$  bude v průběhu horizontu predikce klesající dle určité normy ( $\|\mathbf{x}(t+1|t) \leq \alpha \|\mathbf{x}(t)\|, \alpha < 1$ ) ([Bemporad and Morari \[1999\]](#)).

### 3.3 Software pro řešení úloh lineárního a kvadratického programování

Pro řešení optimalizačních úloh popsaných v rámci předchozích kapitol existuje mnoho aplikací – tzv. *solverů*. Ty lze dle typu licence rozdělit na dva druhy – komerční a volně dostupné. Obecně lze říci, že komerční solvery dosahují lepších výsledků při řešení komplexních úloh (to je samozřejmě dáno rozdílným principem financování, kdy komerční solvary jsou neustále vyvíjeny směrem k implementacím a optimalizacím nových algoritmů pro řešení) ([Muller \[2013\]](#)). Mezi nejznámější komerčně dostupné solvary patří *CPLEX* ([IBM \[2014\]](#)) či *GUROBI* ([Gurobi \[2014\]](#)). Z těch volně dostupných je možno uvést např. *SCIP* ([Achterberg \[2009\]](#)) nebo *LP-solve* ([MIT \[2014\]](#)). Několik významných solverů vzniklo v rámci projektu COIN-OR – iniciativy pro urychlení vývoje *open-source* software pro operační výzkum. Jedná se např. o solvary CBC a BCP *branch and cut* solvary, SYMPHONY solver a další.

Při řešení různých typů optimalizačních úloh dosahují jednotlivé solvary různých výkonů ([Meindl and Templ \[2012\]](#)). Vzhledem k tomu, že k formálnímu modelování úlohy využívají různé solvary různé modelovací nástroje a přístupy, představuje využití více než jednoho solveru nutnost navrhnut a udržovat více formálních specifikací téhož problému. To je však velmi neefektivní přístup, zejména v případě nutnosti modifikací úlohy. Řešením je využití některého z obecných algebraických modelovacích jazyků, jako jsou GAMS či AMPL, jejichž vývojové nástroje obsahují rozhraní k mnoha solverům. Optimalizační problém definovaný v těchto jazyčích je pak možno bez jeho reformulace řešit všemi těmito solvery.

Pro řešení problémů v této práci byl zvolen solver *CPLEX*, jehož plnou verzi nabízí výrobce (IBM) v rámci programu *Academic Initiative* pro vědecké pracovníky zdarma<sup>11</sup>.

### 3.4 Výpočetní náročnost řešení optimalizačních úloh

Obtížnost řešení úkolu (3.9,3.10) závisí na volbě kriteriální funkce, délce predikčního horizontu a dalších požadavcích (např. na stabilitu zpětnovazebního systému, viz kapitola 3.2.2). Obecně bývá kriteriální funkce kvadratická (stejně tak je tomu v této práci). V případě, že omezení jsou popsána lineárními nerovnicemi, jedná se o konvexní problém QP, pro který jsou známý efektivní výpočetní metody ([Bemporad and Morari \[1999\]](#)). Lze použít např. solver *CPLEX* (viz 3.3). V poslední době probíhá v odborné komunitě intenzivní snaha o vývoj nových metod pro řešení problémů třídy MIQP, které vznikají, jakmile se místo reálných proměnných začnou využívat celočíselné. V [Bemporad and Morari \[1999\]](#) je uvedeno rozšíření možnosti formulace MPC právě o využití celočíselných proměnných.

MILP a MIQP problémy jsou obecně z hlediska výpočetní náročnosti *NP-kompletní*, což znamená, že jsou v polynomiálním čase řešitelné na nedeterministickém Turingově stroji<sup>12</sup>. Deterministicky je možno je řešit v nejhorším případě v exponenciálním čase – náročnost řešení je tedy definována jako  $\mathcal{O}(2^n)$ , kde  $n$  je počet celočíselných rozhodovacích proměnných.

Při řešení tohoto druhu problémů záleží tedy na jejich velikosti<sup>13</sup>, ale i na jejich dalších vlastnostech. Čím je systém otevřenější (tedy čím méně má omezujících pravidel), tím více potenciálních řešení existuje<sup>14</sup> a tím snadnější je řešení nalézt<sup>15</sup>. Oproti čistě lineárním problémům, kde se současnými solvery je možné řešit problémy i s více než miliónem proměnných, řešení MILP problémů je omezeno na počet 10000 až 100000 proměnných v závislosti na počtu pravidel ([IBM \[2015\]](#)).

---

<sup>11</sup>Po určité době užívání solveru bylo prodloužení volného užití podmíněno sdělením informací o způsobu jeho využití a o případných publikovaných výsledcích.

<sup>12</sup>Hypotetický nedeterministický Turingův stroj (NTS) je možno představit si jako strom, kdy kořenem je počáteční konfigurace a každá větev představuje jednu možnost, kudy může NTS jít. Předpokládá se, že NTS vybere vždy tu správnou cestu. Deterministicky je možno stroj naprogramovat tak, že se budou postupně procházet všechny větve, buď nejprve do hloubky nebo do šířky. NTS tedy v polynomiálním čase řeší problémy typu "nastav množinu rozhodovacích proměnných do všech možných kombinací nul a jedniček a vyřeš výsledný lineární program".

<sup>13</sup>Počtu rozhodovacích proměnných.

<sup>14</sup>Problémy s velkým množstvím pravidel jsou zvány *over-constrained*, s malým počtem pravidel pak *under-constrained* ([Kordafahar et al. \[2013\]](#)).

<sup>15</sup>V případě problému s 5000 binárními proměnnými může nalezení řešení trvat v závislosti na množství definovaných pravidel desetinu sekundy i více než hodinu.

## Kapitola 4

# Modelování termodynamických systémů

*Termostatem řízené spotřebiče, jako jsou systémy vytápění či klimatizační jednotky, lze modelovat pouze ve spojení s modelem systému, který je jimi ovlivňován. Tato kapitola popisuje dva způsoby modelování termodynamických vlastností budov.*

Podstatou činnosti termostatem řízených spotřebičů (TCA) je udržovat v určitém prostoru žádanou teplotu. Modelovat činnost těchto spotřebičů lze tedy pouze ve spojitosti s modelem tohoto prostoru. Teprve spojením obou modelů vzniká celek použitelný pro stanovení optimálního běhu termostatem řízených spotřebičů. V literatuře lze nalézt velké množství studií, které se věnují řízení a optimalizaci TCA spotřebičů v budovách. Podle způsobu, jakým je v nich utvářen model místonosti/budov, se setkáváme s dvěma kategoriemi studií:

- s modelem typu *Grey Box* – vytvoření detailního termodynamického modelu systému. Důležitá je zde detailní znalost konstrukce a uspořádání budovy. Ve chvíli, kdy jsou známy velikosti místonosti, jejich vzájemná poloha, poloha a velikost oken, struktura a tloušťka zdíva a případné další vlivy působící na šíření tepla v budově, je možno vytvořit tzv. *ekvivalentní tepelný obvod*<sup>1</sup>. Z tohoto obvodu lze snadno odvodit diferenciální rovnice systému. Teoretické informace o návrhu touto metodou jsou uvedeny v Lienhard [2008]. Modelováním se pak zabývají Pisello et al. [2012], Haghghi [2010], Mendes et al. [2001] či Scotton [2012],
- s parametrickým modelem typu *Black Box* získaným pomocí některé z metod identifikace. Přestože systém samotný je možno popsat složitým fyzikálním modelem, který je navíc závislý na množství proměnných parametrů (jako je počet osob v místonosti či intenzita slunečního svitu pronikajícího okny), je model vytvořený touto metodou podstatně jednodušší. Metoda umožňuje odhad chladicího či topného zatížení systému<sup>2</sup> pouze na základě měření vstupně-výstupních parametrů systému. Odpadá zde nutnost modelovat explicitně těžko předvídatelné vlivy, neboť ty se promítou

---

<sup>1</sup>V ekvivalentním tepelném obvodu jsou jednotlivé prvky modelovány podobně jako prvky v elektrickém obvodu.

<sup>2</sup>Topným zatížením se rozumí množství energie, které je nutno systému dodat pro udržení jeho teploty v požadovaných mezdích. Analogicky chladicí zatížení je množství energie, které je nutno ze systému odebrat.

do parametrické části modelu. Při identifikaci parametrů je u těchto systémů důležité správně určit jejich obecnou strukturu - typ modelu (ARX, ARMAX či další), jeho řád a velikost dopravního zpoždění. Konkrétní parametry jsou pak získány regresními metodami – např. metodou nejmenších čtverců ([Scotton \[2012\]](#)). Model, jehož parametry budou regresí počítány, je možno sestavit na různých úrovních abstrakce. Čím jednodušší však model je (samořejmě při zachování požadovaných vlastností), tím nižší představuje výpočetní zatížení při identifikaci i následném vyhodnocování ([Aswani et al. \[2012\]](#)). V budovách, ve kterých jsou HVAC systémy nasazeny, je v dnešní době měření všech důležitých teplot již implementováno a tedy nasazení této metody neznamená nutnost podstatných investic do vybavení systému.

## 4.1 Zjednodušený fyzikální model budovy

Tepelné vlastnosti budovy jako celku není možno jednoduše popsat jakkoli složitou rovnicí. Je však možné budovu rozdělit na menší celky, které odpovídají fyzikální představě, ty popsat a pak modelovat samostatně. Základní vlastnosti každé z těchto částí je pak tepelná kapacita a přestup tepla mezi jinými částmi budovy. Tepelná kapacita je vždy závislá na hmotnosti příslušné části a materiálu, ze kterého sestává. Tepelná energie mezi jednotlivými částmi se pak šíří třemi způsoby - *vedením, prouděním a zářením*.

Model vytvořený touto metodou může zcela přesně popisovat jednotlivé prvky konstrukce budovy, dokonce i (z hlediska akumulace energie) podstatné části jejího vybavení, avšak klíčovým požadavkem pro možnost jeho použití v dalších výpočtech je volba míry zjednodušení. S velmi složitým modelem není možné následně pracovat, oproti tomu přílišné zjednodušení má za následek zanedbání klíčových vlastností a znehodnocení modelu. Takto popsaný model budovy lze připodobnit k analogovému elektronickému obvodu ([Lienhard \[2008\]](#)), kde hmota se svou tepelnou kapacitou odpovídá kapacitě elektrické a tepelný odpor rezistoru.

### 4.1.1 Základní koncepty

Změna teploty  $\dot{T}$  tělesa o hmotnosti  $m$  a měrné tepelné kapacitě  $c$  je úměrná množství tepelného toku  $Q = m \cdot c \cdot \dot{T}$  proudícího z/do tělesa. Nemá-li těleso ve všech místech stejnou teplotu, dochází k jejímu vyrovnaní – vedení tepla.

Proces *vedení tepla* materiélem (stěnou) popisuje Fourierův zákon – množství tepla prošlého za časovou jednotku je dáno rovnicí  $Q = \lambda \cdot \frac{dT}{dx} \cdot A$ , kde  $\lambda$  je tepelná vodivost, a  $A$  plocha stěny. Za ustáleného stavu je teplotní gradient lineární a lze jej vyjádřit jako  $\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$ , kde  $T_1$  a  $T_2$  jsou obě teploty a  $L$  je tloušťka stěny. Množství tepla přenesené stěnou za

čas  $\tau$  je pak  $Q = \lambda \cdot A \cdot \tau \cdot (T_1 - T_2) / L$ . Poměr  $\lambda / L$  se nazývá plošná tepelná vodivost, jejíž převrácenou hodnotou je tepelný odpor konstrukce  $R = d / \lambda$  ([Kupilík \[2006\]](#)).

Při *proudění* se předané teplo určí jako  $Q = h \cdot A \cdot (T_1 - T_\infty)$ , kde  $h$  je součinitel přestupu tepla [ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ],  $A$  je velikost teplosměnné plochy a  $(T_1 - T_\infty)$  je rozdíl teplot tělesa a proudícího média.

Posledním z mechanizmů přenosu tepla je *záření*. Každé těleso o teplotě větší, než je absolutní nula, emituje energii ve formě elektromagnetického záření. Na rozdíl od předchozích dvou popsaných mechanizmů se teplo prostřednictvím záření přenáší i ve vakuu. Energie vyzářená tělesem je závislá na jeho teplotě, barvě povrchu a ploše. Při modelování termodynamických parametrů budov je předávání tepla zářením důležité zejména v případě intenzivního slunečního svitu. V této práci je přenos tepla zářením pro jednoduchost zanedbán.

Analogií k teplotě tělesa je v ekvivalentním elektrickém obvodu napětí. V ustáleném stavu je teplota tělesa konstantní. Při měnících se parametrech v obvodu – tepelných tocích – se teplota mění. Vedení tepla prostřednictvím tepelného toku je závislé na tepelném odporu stejně jako elektrický proud na elektrickém odporu. Pro každý z mechanizmů přenosu tepla je tepelný odpor definován jiným vztahem. Pro *vedení* ve stěně je to  $R_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{Q} = \frac{L}{\lambda \cdot A}$ . Tepelný odpor při *proudění* vzduchu odpovídá  $R_{conv} = \frac{T_1 - T_\infty}{Q} = \frac{1}{h \cdot A}$ .

Pro analýzu termodynamických vlastností systému je využit koncept *tepelné kapacity*, tedy schopnosti tělesa o určité hmotě a vlastnostech uchovávat teplo. Tělesa s velkou tepelnou kapacitou působí v budovách jako setrvačné členy, vyrovnávající snahy o prudké změny teplot ([Tsilingiris \[2003\]](#)). Přestože tedy venkovní teplota může v průběhu času prudce kolísat, hmota dobře izolované budovy pohlcováním a uvolňováním energie stabilizuje vnitřní teplotu. Při modelování parametrů je každá místnost a každá stěna, spojující dvojici místností, popsána uzlem s kapacitou  $C = m \cdot c = \rho \cdot V \cdot c$ . Mezi jednotlivými uzly jsou modelovány tepelné odpory, které způsobují charakteristický přenos tepla.

Uvedenou metodou je možno modelovat rozsáhlé budovy, v této práci je však modelován pouze malý komplex čtyř místností ležících na jednom podlaží (jedna bytová jednotka). Předpokládá se, že místnosti jsou podlahou a stropem dokonale izolovány. Rovněž teplota stěn je konstantní a je modelována v geometrickém středu stěny. Tlak vzduchu ve všech místnostech je stejný a vlivem topení či chlazení HVAC jednotkou nedochází k jeho zvyšování, nemění se tedy hmotnost vzduchu uvnitř místnosti.

#### 4.1.2 Prostup tepla stěnami a jejich tepelná kapacita

Při šíření tepla stěnou tloušťky  $A$  je třeba počítat nejen s vedením v materiálu, ale také s prouděním vrstvy vzduchu přilehlé ke stěně. Součinitel přestupu tepla prouděním na její

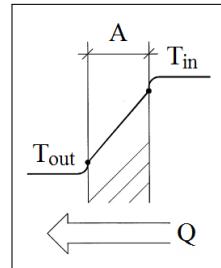
vnější straně  $h_{in}$  se liší od součinitele na vnitřní straně  $h_{out}$ . Tepelný odpor pro proudění na jednotlivých stranách stěn pak odpovídá  $R_i = \frac{1}{h_{in} \cdot A}$ , respektive  $R_o = \frac{1}{h_o \cdot A}$ . Celkově lze tedy tepelný odpor celé stěny určit jako  $\frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{L}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{h_o \cdot A}$  (viz obrázek 4.1). Tepelná kapacita stěny se modeluje tak, jakoby byla umístěna v geometrickém středu zdi. Prostřední člen výrazu pro tepelný odpor je proto nutno rozdělit na  $\frac{L}{2 \cdot \lambda \cdot A} + \frac{L}{2 \cdot \lambda \cdot A}$ . Šíření tepla zářením je v této verzi modelu zanedbáno, stejně tak kapacita prostupu tepla okny. Plocha oken je připojena k ploše stěn. Výsledná rovnice pro termodynamickou rovnováhu hmoty venkovní stěny do místnosti 1 je

$$\rho_w V_w c_w \frac{dT_w}{dt} = \frac{T_{out} - T_w}{R_{out}} + \frac{T_1 - T_w}{R_{in}}, \text{ kde} \quad (4.1)$$

$$R_{out} = \frac{1}{h_{out} \cdot A_w} + \frac{L}{2 \cdot \lambda \cdot A}$$

$$R_{in} = \frac{1}{h_{in} \cdot A_w} + \frac{L}{2 \cdot \lambda \cdot A}$$

V případě vnitřní stěny pak místo  $T_{out}$  figuruje teplota druhé místnosti  $T_2$ . Rovněž místo venkovního tepelného odporu  $R_{out}$  se uvažuje vnitřní hodnota  $R_{in}$ .



OBRÁZEK 4.1: Prostup tepla zdí – kromě vedení tepla hmotou zdi se na obou stranách uplatňuje mechanizmus proudění vzduchu.

#### 4.1.3 Tepelná kapacita místnosti

Základním předpokladem je, že teplota je v rámci celé místnosti stejná a je popsána hodnotou  $T_r$ . Tepelná kapacita vzduchu v místnosti  $C_r = \rho_r V_r c_r$  je úměrná jeho hustotě, objemu a měrné tepelné kapacitě. Všechny stěny obklopující místnost tvoří množinu  $\mathbb{W}$ . Pro každou ze stěn je nutno vypočít únik tepla  $R_{w,r}$  tak jak je uvedeno v 4.1. Při topení či chlazení je do místnosti vháněn z HVAC spotřebiče vzduch o hmotnosti  $m$  a teplotě  $T_{in}$ . Vzduch vstupující zpět do jednotky má stejnou teplotu jako vzduch v místnosti a stejnou hmotnost jako vzduch z jednotky vystupující. V místnosti mohou být přítomny rovněž další tepelné zdroje - elektrické spotřebiče, případně osoby. Případný vliv těchto zdrojů tepla je obsažen

ve členu  $\dot{Q}_{int}$ . Teplotu v místnosti pak popisuje rovnice

$$\rho_r V_r c_r \frac{dT_r}{dt} = \sum_{w \in \mathbb{W}} \frac{T_w - T_r}{R_{w,r}} + \dot{m}_{in} c_{in} (T_{in} - T_r) + \dot{Q}_{int}, \quad (4.2)$$

## 4.2 Stochastické metody identifikace

V praxi vždy na zkoumaný systém působí poruchy a ani vstupy do něj nejsou zcela deterministické. Z tohoto důvodu je nutné věnovat pozornost metodám, které berou tyto rušivé signály a chyby měření do úvahy. Velmi vhodnými stochastickými metodami identifikace jsou tzv. regresní metody, které se snaží minimalizovat účinky šumu a jsou založeny na metodě nejmenších čtverců.

Z obecného lineárního modelu uvedeného v [Navrátil \[2007\]](#) lze z jednodušením odvodit několik typů lineárních modelů - ARX, ARMAX a další. Metoda je blíže popsána s využitím *ARX* (*Auto regressive with exogenous input*) modelu. Tento model je popsán rovnicí [4.3](#), jednotlivé polynomy  $A$  a  $B$  jsou tvaru [4.4](#) a [4.5](#). Výhodou modelu je jeho jednoduchost. Tvarovací filtr náhodné složky je AR proces a je definován jako jmenovatel přenosu deterministické části modelu. V důsledku tohoto omezení je predikovaná střední hodnota výstupu  $\hat{y}(k|k-1)$  lineární funkcí měřitelných dat. K odhadu parametrů modelu je tedy možno využít lineární regresi ([Havlena and Štecha \[1999\]](#)). Nevýhodou modelu jsou omezené možnosti modelování stochastické složky. Tuto nevýhodu odstraňuje model *ARMAX* (*Auto regressive moving average with exogenous input*), který dovoluje nezávisle specifikovat vlastnosti deterministické a stochastické složky. Z tohoto důvodu však pro tento model není možno využít lineární regresi.

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \frac{1}{A(z^{-1})} e(k) \quad (4.3)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \quad (4.4)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m} \quad (4.5)$$

$$(4.6)$$

### Jednorázová metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců je jedna z nejběžnějších metod získání přibližného řešení tzv. přeurečených systémů<sup>3</sup>. Z názvu metody vyplývá, že její řešení vede k minimalizaci součtu

---

<sup>3</sup>Přeurečené systémy jsou takové, které jsou popsány větším množstvím algebraických rovnic, nežli je počet neznámých v těchto rovnicích.

čtverců odchylek v jednotlivých rovnicích. Pojmem jednorázová se pak myslí jednorázové zpracování souboru naměřených dat. V následujícím textu a rovnicích je vstupní signál v kroku  $k$  označen  $u(k)$ , výstupní signál  $y(k)$ , na který působí neměřitelná porucha  $e(k)$ .

Parametrický ARX model je popsán rovnicí 4.7, kterou je možno přepsat jako 4.8, kde  $\Theta$  je vektor neznámých parametrů a je definován v 4.9 a  $\Phi(k)$  je vektor dat<sup>4</sup>, který obsahuje měřené hodnoty vstupního signálu ze souboru naměřených dat (4.10). Vektor měření výstupu  $Y$  je definován jako 4.11 a vektor odchylek 4.12.

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (4.7)$$

$$y(k) = \Phi^T(k)\hat{\Theta} + e(k) \quad (4.8)$$

$$\Theta = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}]^T. \quad (4.9)$$

$$\Phi^T(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)] \quad (4.10)$$

$$Y = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T \quad (4.11)$$

$$e = [e(1), e(2), \dots, e(N)]^T \quad (4.12)$$

Rovnice pro výpočet hodnot vektoru odhadovaných parametrů  $\hat{\Theta}$  lze zapsat jako

$$\begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi^T(1) \\ \Phi^T(2) \\ \vdots \\ \Phi^T(N) \end{pmatrix} \hat{\Theta} + \begin{pmatrix} \hat{e}(1) \\ \hat{e}(2) \\ \vdots \\ \hat{e}(N) \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

případně kompaktním způsobem jako

$$Y = \Phi\hat{\Theta} + \hat{e} \quad (4.14)$$

K jednoznačnému určení parametrů musí platit, že  $N > n_a + n_b + 1$ . V případě, že vektor odchylek je nulový, je možno 4.13 řešit jako soustavu lineárních rovnic o  $m$  neznámých ( $m = n_a + n_b + 1$ ). V případě přítomnosti neměřitelné poruchy musí být  $N \gg m$  a k odhadu parametrů je nutno použít metodu nejmenších čtverců (případně jinou z metod popsaných v Ljung [1987] či Navrátil [2007]). Odvození metody nejmenších čtverců lze nalézt např. ve Federico [2008]. Výsledný vztah pro určení vektoru parametrů je

$$\hat{\Theta} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^TY \quad (4.15)$$

Existence řešení pro vektor parametrů  $\hat{\Theta}$  závisí na existenci inverze  $(\Phi^T\Phi)^{-1}$ . Pro její existenci musí být hodnost matice  $\Phi$  alespoň taková, jaký je počet neznámých parametrů ve vektoru  $\hat{\Theta}$ . Tato podmínka většinou nemí splněna, pokud jsou jednotlivé sloupce lineárně závislé kvůli nevhodně zvolenému průběhu vstupního signálu (Huang and Y. Qi [2013]).

---

<sup>4</sup>Vektor dat bývá někdy zván jako *regresor*.

Nevýhodou jednorázové metody nejmenších čtverců je její výpočetní náročnost. Probíhá-li identifikace systému periodicky vždy po změření nového souboru dat, je v každém výpočtu nutno znova provádět náročnou inverzi matice  $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ . S rostoucím počtem vzorků se tato operace stane neproveditelnou. S přibývajícím objemem změřených dat může být rovněž výhodné nejstarší záznamy datového souboru postupně odstraňovat. Uvedené nedostatky řeší rekurzivní metoda nejmenších čtverců, na kterou je možno dále aplikovat další metody, např. pro zapomínání starých dat.

# Kapitola 5

## Modelování spotřebičů

*V kapitole je popsáno modelování vlastností jednotlivých kategorií spotřebičů definovaných v kapitole 2. Pro každou z těchto kategorií je provedena analýza vlastností a požadavků na chování příslušných spotřebičů a je navržen jejich matematický model. V následující kapitole jsou pak jednotlivé skupiny spotřebičů spojeny do jednoho modelu, jehož optimalizací building energy managerem je vypočten optimální plán běhu spotřebičů na horizontu predikce.*

Věrný fyzikální model budovy včetně spotřebičů, který umožňuje plně a přesně sledovat její dynamiku v jednotlivých časových okamžicích a různých časových měřítcích, by byl ideálním nástrojem pro studium chování celého systému. Vytvoření takového modelu a jeho studium však není možné. Proto jsou v průběhu této kapitoly vytvořeny zjednodušené modely spotřebičů na základě jejich dynamického chování v průběhu zkoumaného časového období s ohledem na velikost časového slotu při plovoucím horizontu<sup>1</sup>. Cílem kategorizace je modelovat pro každý z konkrétních spotřebičů jen takové chování, které je pro něj charakteristické a z hlediska spotřeby/výroby/uchovávání elektrické energie prevládající.

### 5.1 Spotřebiče s odložitelným cyklem (odložitelné spotřebiče)

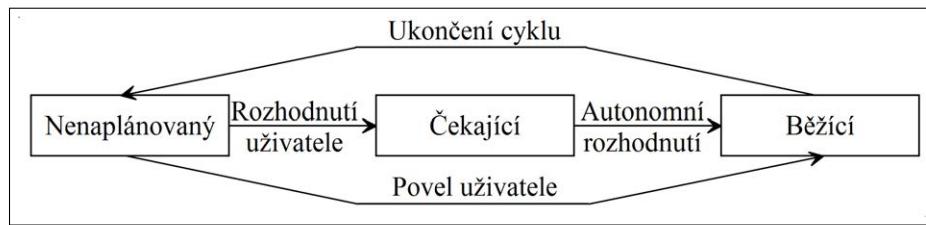
Jak již bylo řečeno, tento typ spotřebičů lze charakterizovat pracovním cyklem o délce v rozmezí několika minut až několika hodin a tím, že uživatel většinou vyžaduje jejich spouštění relativně zřídka (nejvýše jednou či dvakrát denně), avšak jakmile jsou spuštěny, není zpravidla možné či vhodné jejich cyklus přerušovat<sup>2</sup> (přerušení cyklu z algoritmického hlediska je diskutováno v kapitole 5.1.5). Tento druh zařízení lze jednoduše popsat stavovým autem (viz obrázek 5.1). Typickým příkladem odložitelného spotřebiče je myčka nádobí.

---

<sup>1</sup>Ta byla zvolena jako 15 minut (rozhodnutí je podrobně popsáno v kapitole 5.3.5 práce).

<sup>2</sup>Než krátké přerušení cyklu uživatelem je spíše myšlena delší přestávka trvající jeden i více časových slotů. Taková přestávka většinou v pracovním cyklu není možná z technologických důvodů – teplá voda v pračce vychladne, účinné látky v pracích prášcích přestanou působit, atd.

Po naplnění uživatel myčku zapne (stav spotřebiče v systému se změní *Nenaplánovaný*  $\Rightarrow$  *Běžící*, viz obrázek 5.1) a ta během určitého časového intervalu (délka je dána typem zařízení, volbou uživatele a dalšími parametry) provádí svůj pracovní cyklus, tedy odebírá v čase proměnné množství energie. *Energy manager* může na základě vstupních dat uživateli doporučit odložení cyklu takového spotřebiče. Uživatel v takovém případě zadává časový interval, během kterého se cyklus musí vykonat. Spotřebič je v tu chvíli připraven k vykonání cyklu (*Nenaplánovaný*  $\Rightarrow$  *Čekající*). *Energy manager* pak průběžně určuje optimální čas spuštění spotřebiče a ve správnou chvíli spotřebič aktivuje (*Čekající*  $\Rightarrow$  *Běžící*)<sup>3</sup>. Po ukončení cyklu spotřebiče se stav spotřebiče v systému opět změní (*Běžící*  $\Rightarrow$  *Nenaplánovaný*) a takto setrvá do dalšího naplánovaní cyklu uživatelem.



OBRÁZEK 5.1: Možné stavy odložitelného spotřebiče

### 5.1.1 Vstupní parametry

Pro účely modelování se napříč touto prací značí parametry, týkající se odložitelných spotřebičů, indexem *DE* (z anglického *Deferrable appliances*). Cyklus každého z odložitelných spotřebičů pro potřeby modelování je popsán dvěma vektory parametrů, jejichž délka odpovídá počtu časových intervalů, po které je vykonáván pracovní cyklus zařízení. První z nich – vektor  $\mathbf{e}_a^{DE}$  udává, kolik energie zařízení spotřebuje v jednotlivých časových intervalech pracovního cyklu. Vektor  $\mathbf{p}_a^{DE}$  pak popisuje maximální hodnou příkonu zařízení pro každý časový interval cyklu. Je-li tedy délka časového intervalu cyklu 15 minut a pro zařízení jsou k dispozici naměřené hodnoty odebrané energie  $\varepsilon$  s periodou 1 minuta, pak

$$e_{a,t}^{DE} = (1/\Delta) \cdot \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \quad (5.1)$$

$$p_{a,t}^{DE} = \max_{t=1}^T \varepsilon_t. \quad (5.2)$$

<sup>3</sup>Předpokládá se využití chytrých spotřebičů, tedy takových, které může *energy manager* vzdáleně řídit a vyměňovat si s nimi informace.

### 5.1.2 Definice optimalizačního problému

Bud'  $\mathbb{A}$  množinou všech odložitelných spotřebičů<sup>4</sup>, pak pro každý spotřebič  $a$  z této množiny definujme vektor  $r$  délky odpovídající délce plánovacího horizontu  $T$ <sup>5</sup>. Pro každý nadcházející časový slot  $t$  je  $r_{a,t} = 1$  v případě, že cyklus spotřebiče  $a$  má být v odpovídajícím časovém slotu spuštěn. Ve všech ostatních případech jsou prvky tohoto vektoru nulové. Rovnice 5.3 tuto podmínu zabezpečuje.

$$\sum_{t=1}^T r_{a,t} = 1 \quad \forall a \in \mathbb{A} \quad (5.3)$$

Ve většině případů uživatel požaduje vykonání cyklu spotřebiče v užším časovém intervalu, než je celý plánovací horizont. Hodnota  $\alpha_a$  označuje nejdřívější start a hodnota  $\beta_a$  nejpozdější konec cyklu spotřebiče  $a$  ( $\alpha_a < \beta_a$ ). Délka vykonávaného cyklu je pak dána hodnotou  $l_a^{DE}$ . Rovnice 5.4 zaručuje, že start cyklu spotřebiče nastane pouze v takovém časovém slotu, kdy platí, že celý jeho cyklus bude hotov uvnitř intervalu specifikovaného uživatelem. Uživatel může pevně zvolit interval, ve kterém si přeje cyklus spotřebiče vykonat, tím, že nastaví  $\beta_a - \alpha_a = l_a^{DE}$ . Očividně pokud  $\beta_a - \alpha_a \gg l_a^{DE}$ , může *energy manager* cyklus plánovat v širokém rozpětí časů a je tedy vyšší šance, že dosáhne při optimalizaci lepších výsledků.

$$r_{a,t} = 0 \quad \forall t \notin \{\alpha_a, \beta_a - l_a^{DE}\}, \forall a \in \mathbb{A} \quad (5.4)$$

Během svého cyklu spotřebič  $a$  nekonzumuje elektrickou energii rovnoměrně. V modelu je proto možné definovat pro každý časový slot  $t$  jinou spotřebu energie  $e_{a,t}^{DE}$  a spolu s ní i maximální příkon spotřebiče  $p_{a,t}^{DE}$ . Nerovnice 5.5, resp. 5.6 zabezpečují, že v žádném časovém slotu není překročena maximální hodnota příkonu  $P^{TOT}$ , která je dána technickým či smluvním omezením (např. velikostí hlavního jističe)<sup>6</sup>.

$$\sum_{a=1}^{\mathbb{A}} \left( \sum_{j=1}^{l_a^{DE}} r_{a,t-j+1} \cdot e_{a,t}^{DE} \right) \leq E^{TOT} \quad \forall t \in T : t - j + 1 > 0 \quad (5.5)$$

$$\sum_{a=1}^{\mathbb{A}} \left( \sum_{j=1}^{l_a^{DE}} r_{a,t-j+1} \cdot p_{a,t}^{DE} \right) \leq P^{TOT} \quad \forall t \in T : t - j + 1 > 0 \quad (5.6)$$

Uživatel může požadovat, aby při plánování více zařízení byla brána v potaz požadovaná časová souslednost cyklů dvou či několika zařízení. Tato souslednost je definována hodnotou

<sup>4</sup>Seznam všech symbolů a jejich popis lze nalézt v příloze A, pro odložitelné spotřebiče je popis součástí kapitoly A.2, rozhodovací proměnné jsou uvedeny zvlášť v kapitole A.7.

<sup>5</sup>Plánovací horizont označuje počet časových slotů, které bereme v úvahu pro plánování.

<sup>6</sup>Nerovnice 5.5 a 5.6 jsou na tomto místě uvedeny pouze pro názornost. Ve výsledném modelu *energy managera* nefigurují, neboť omezení maximálního příkonu je společné pro všechny skupiny spotřebičů.

$c_{a1,a2}^{DE}$  v matici. Pokud je tato hodnota rovna 1, spotřebič  $a_1$  musí dokončit svůj cyklus dříve, než může být spuštěn cyklus spotřebiče  $a_2$ . Pro možnost definovat tuto podmínu v lineárním problému zavedeme nejprve celočíselnou proměnnou  $s$ , která pro každý spotřebič označuje pořadí časového slotu, ve kterém je cyklus tohoto spotřebiče aktivován<sup>7</sup>. Rovnice 5.7 popisuje vztah mezi vektorem  $\bar{r}$  a proměnnou  $s$ . S použitím proměnné  $s$  lze jednoduše definovat časovou souslednost zařízení tak, jak popisuje rovnice 5.8.

$$r_{a,t} = 1 \implies s_a = t \quad \forall a \in \mathbb{A}, t \in T \quad (5.7)$$

$$s_{a2} \geq c_{a1,a2}^{DE} \cdot (s_{a1} + l_{a1}^{DE} + 1) \quad \forall a_1, a_2 \in \mathbb{A}, t \in T \quad (5.8)$$

Dnešní spotřebiče mohou konzumovat určité množství elektrické energie, přestože jsou vypnuty<sup>8</sup>. Při řízení spotřebičů *energy managerem* ve stavu *Čekající* je tedy rovněž konzumována energie. V rámci modelu a aktuální verze *energy managera* tuto spotřebu zanedbáváme.

### 5.1.3 Kriteriální funkce

Rovnice 5.9 představuje člen kriteriální funkce, jehož řešením (minimalizací) lze získat optimální plán spouštění odložitelných spotřebičů na horizontu plánování. Bez dalších rozšiřujících předpokladů definovaných dále v kapitole 6 je jediným možným kritériem cena spotřebované energie, respektive její minimalizace pro všechny časové sloty  $t$  na horizontu predikce  $T$ . Pro každý časový slot  $t$  je celková cena za běh spotřebičů určena součinem jednotkové ceny v tomto časovém slotu  $\Theta_k$  a součtu energie spotřebované množinou spotřebičů  $\mathbb{A}$  v příslušné fázi jejich cyklu. Výraz  $r_{a,t-j+1}$  udává posun startu  $j$  cyklu spotřebiče oproti příslušnému časovému slotu  $t$ , zatímco výraz  $e_{a,t}^{DE}$  charakterizuje energii odebranou spotřebičem během příslušné fáze cyklu.

$$\min \sum_{t=1}^T \Theta_t \cdot \left( \sum_{a=1}^{|\mathbb{A}|} \sum_{j=1}^{l_a^{DE}} r_{a,t-j+1} \cdot e_{a,t}^{DE} \right) \quad (5.9)$$

s ohledem na 5.3...5.8

### 5.1.4 Okamžité spuštění spotřebiče

V mnoha případech uživatel preferuje okamžitý start spotřebiče tak, aby jeho cyklus skončil co nejdříve. V takovém případě je při spuštění spotřebiče nutno provést přepočtení jeho předpokládaného pracovního cyklu. V případě, že je spuštěním spotřebiče překročen některý

<sup>7</sup>Proměnná  $s$  je tedy pouze jinou interpretací vektoru binárních proměnných  $\bar{r}$ .

<sup>8</sup>tzv. *standby* mód

z definovaných limitů (viz další kapitoly), je možno provést odpojení jiného spotřebiče (typicky vytápění), případně využít energii dříve uchovanou. Po skončení časového okna, v němž došlo k okamžitému startu spotřebiče, dochází k výpočtu nového optimalizačního problému, ve kterém je již spotřebič zahrnut. Okamžité spuštění spotřebiče v této práci však není bráno v úvahu.

### 5.1.5 Přerušení cyklu spotřebiče

Přerušení cyklu odložitelného spotřebiče může být výhodné např. ve chvíli, kdy je nutno spustit jiný spotřebič s vyšší prioritou a celkový příkon všech spotřebičů by přesáhl stanovenou mez, případně pokud se krátkodobě zvýší cena elektrické energie s výhledem na blízké snížení.

Požadavek na přerušení cyklu je do spotřebiče odeslán nadřazeným systémem, nicméně pouze spotřebič samotný na základě svého stavu a vnitřní logiky rozhoduje o tom, zda požadavek na přerušení přijme. Pokud je přerušení realizováno, nesmí zpravidla překročit určitou kritickou dobu, po jejímž uplynutí se zhorská kvalita služby poskytované spotřebičem (např. teplá voda v pračce vychladne, kvalita připravovaného pokrmu utrpí). Určit tuto dobu je vzhledem k množství působících vlivů obtížné, proto o přerušitelnosti musí rozhodovat vnitřní logika spotřebiče a *know-how* výrobce spotřebiče, nikoli BEM<sup>9</sup> (Timpe [2009]).

Formální model spotřebičů s přerušitelným cyklem jsme prezentovali v Bradac et al. [2015]. Tím, že pro každý spotřebič vznikla další rozhodovací úroveň tzv. energetických fází (tj. sekvenčně usporádaných částí cyklů spotřebiče), mezi kterými může být povoleno čekání, došlo k expanzi velikosti optimalizačního problému. Pro větší počet spotřebičů (cca 30 a více) je optimalizační úloha, konstruovaná tímto způsobem, jen velmi obtížně řešitelná i jedním z nejlepších (Muller [2013]) v současnosti komerčně dostupných MILP solverů - CPLEX (IBM [2014]). Kvůli těmto problémům bylo rozhodnuto, že do aktuální verze modelu a potažmo *energy managera* tato možnost nebude implementována a spotřebiče s přerušitelným cyklem budou reprezentovány pomocí odlišného matematického modelu (jako přerušitelné spotřebiče).

---

<sup>9</sup>Výrobci spotřebičů proto v současné době nejsou nakloněni možnosti akceptovat požadavky na přerušení nadřazeným systémem. To se zřejmě změní v době, kdy tito výrobci budou dodávat celé uzavřené systémy zahrnující jak inteligentní spotřebiče, tak i ostatní prostředky *enabling technology*.

## 5.2 Spotřebiče s přerušitelným během (přerušitelné spotřebiče)

Přerušitelné spotřebiče jsou takové, u kterých je požadováno, aby běžely v průběhu dne po určitou dobu. Příkladem takového spotřebiče mohou být např. čerpadla zajišťující oběh bazénové vody přes čisticí filtry i několikrát v průběhu dne. Je zřejmé, že v tomto případě se požadovaná doba běhu spotřebiče určí výpočtem ze známé hodnoty žádaného přečerpaného množství a výkonu čerpadla. Pomocí sady pravidel definovaných pro přerušitelné spotřebiče může být rovněž modelován elektrický akumulační ohřívač vody<sup>10</sup> – ze známého (predikovaného) denního odběru teplé vody je možno snadno určit čas potřebný k jejímu ohřátí.

Ve speciálních případech může být žádoucí specifikovat chování přerušitelného spotřebiče detailněji. V praxi může např. docházet při běhu spotřebiče k jeho zahřívání, v matematickém problému je tedy nutno řešit implementaci požadavku na maximální souvislou dobu běhu. Naopak pro spotřebič (či technologii) může být nezbytné, aby tento po zapnutí běžel po určitou minimální dobu, případně po vypnutí zůstal určitou minimální dobu v klidu. Tyto požadavky je rovněž možno v matematickém modelu specifikovat.

### 5.2.1 Vstupní parametry

Pro účely modelování jsou v této práci značeny parametry, týkající se přerušitelných spotřebičů, indexem  $IN$  (z anglického *Interruptible appliances*). Počet časových slotů, po které má být spotřebič v běhu, je popsán hodnotou  $l_i^{IN}$ <sup>11</sup>, rozhodovací proměnné jsou pak uvedeny v kapitole A.7. Předpokládá se dále, že přerušitelný spotřebič odebírá v průběhu své činnosti konstantní množství elektrické energie (pracuje stále se stejným příkonem). Energie odebrána spotřebičem během jednoho časového slotu může být tedy popsána hodnotou  $e_i^{IN}$ . Maximální souvislá doba běhu spotřebiče je dána hodnotou  $s_i^{IN}$ , minimální doba běhu po zapnutí, respektive klidu po vypnutí, pak hodnotami  $u_i^{IN}$ , respektive  $d_i^{IN}$ .

### 5.2.2 Definice optimalizačního problému

Bud'  $\mathbb{I}$  množinou všech přerušitelných spotřebičů, pak pro každý spotřebič  $i$  z této množiny definujme vektor  $m$  délky odpovídající délce plánovacího horizontu  $T$ . Pro každý časový slot  $t$  je  $m_{i,t} = 1$  v případě, že spotřebič  $i$  má v tomto časovém slotu běžet. V opačném případě obsahuje prvek vektoru hodnotu 0. Toto chování je popsáno v rovnici 5.10. Uživatel může definovat časový interval, ve kterém může konkrétní přerušitelný spotřebič běžet. Mimo

<sup>10</sup>Samozřejmě jeho linearizovaná varianta.

<sup>11</sup>Seznam symbolů použitých pro přerušitelné spotřebiče je součástí přílohy A.3

tento interval spotřebič běžet nesmí. Pro každý spotřebič  $i$  z množiny  $\mathbb{I}$  je počátek intervalu značen  $\alpha_i^{IN}$  a konec pak  $\beta_i^{IN}$ . Požadavek je formálně definován jako 5.11.

$$\sum_{t=1}^T m_{i,t} = l_i^{IN} \quad \forall i \in \mathbb{I} \quad (5.10)$$

$$m_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \mathbb{I}, t \in \langle \alpha_i^{IN}, \beta_i^{IN} \rangle \quad (5.11)$$

Požadavek omezení maximální doby běhu spotřebiče ( $s_i^{IN}$ ) je formálně definován jako 5.12. Pomocná proměnná  $n$  použitá v této rovnici je definována v rámci 5.13. Pravidla 5.14, respektive 5.15 modelují s pomocí této proměnné požadavky na minimální dobu běhu spotřebiče po jeho zapnutí (značenou jako  $u_i^{IN}$ ), respektive minimální dobu klidu po jeho vypnutí ( $d_i^{IN}$ ).

$$\sum_{k=t}^{t+s_i^{IN}} m_{i,k} \leq s_i^{IN} + M \cdot (1 - n_{i,t}) \quad \forall i \in \mathbb{I}, t \in \langle 1, T - s_i^{IN} + 1 \rangle \quad (5.12)$$

$$n_{i,t} \leq m_{i,t} - m_{i,t-1} \quad \forall i \in \mathbb{I}, t \in (1, T) \quad (5.13)$$

$$\sum_{k=t-u_i^{IN}+1}^t n_{i,k} \leq m_{i,k} \quad \forall t \in \langle \alpha_i^{IN} + u_i^{IN} + 1, \beta_i^{IN} \rangle \quad (5.14)$$

$$\sum_{k=t-d_i^{IN}+1}^t n_{i,k} \leq 1 - m_{i,k} \cdot (t - d_i^{IN}) \quad \forall t \in \langle \alpha_i^{IN} + d_i^{IN} + 1, \beta_i^{IN} \rangle \quad (5.15)$$

### 5.3 Termostatem řízené spotřebiče

Jak již bylo řečeno, pracovní cyklus termostatem řízených spotřebičů (TCA) je řízen regulátorem teploty<sup>12</sup>. Základní veličinou ovlivňující běh TCA spotřebičů je žádaná hodnota teploty, tzv. *setpoint* na vstupu termostatu, která určuje žádanou teplotu pracovního prostoru<sup>13</sup>. Ve většině případů *setpoint* nastavuje uživatel systému<sup>14</sup>. Druhým, neméně důležitým parametrem ovlivňujícím chod TCA systémů, je šířka *zóny komfortu*, která určuje, v jakém pásmu okolo nastaveného *setpointu* může teplota v pracovním prostoru kolísat bez poklesu úrovně kvality služby dodávané spotřebičem. Je zřejmé, že čím širší je toto pásmo, tím lepší jsou možnosti pro optimální řízení.

<sup>12</sup>Termostat jako prvek pro regulaci teploty může být rovněž součástí spotřebičů spadajících i do jiných kategorií (např. každá pračka obsahuje nejméně jeden, který slouží pro řízení teploty prací vody). Termostat pračky však vykonává pouze podružnou regulaci, zatímco charakter jejího pracovního cyklu lépe spadá do množiny odložitelných spotřebičů.

<sup>13</sup>Pracovním prostorem se rozumí např. chlazená či vytápěná místo pro HVAC, zásobník teplé vody pro elektrický ohříváč vody.

<sup>14</sup>Není to ovšem podmínkou, stejně tak existuje možnost, aby *setpoint* v určitých mezích měnil např. distributor.

Pro efektivní optimalizaci a řízení této skupiny spotřebičů je nutno na ně nahlížet jako na komplexní stochastický systém, jehož chování ovlivňuje řada faktorů. Teplota v místnosti je kromě výkonu TCA spotřebiče pro tuto místnost ovlivněna rovněž venkovní teplotou<sup>15</sup>, počtem osob v místnosti a dalšími jevy.

### 5.3.1 Výběr metody pro vytvoření modelu

Jako vždy má každá z metod uvedených v kapitole 4 své přednosti i nedostatky. Výhodou fyzikálního modelu (4.1) proti *black-box* modelu (4.2) je, že konstanty přiřazené jednotlivým koeficientům rovnic odpovídají příslušným fyzikálním vlastnostem jednotlivých prvků. V případě, že dojde v rámci systému ke změně vlastnosti některého z prvků (např. přidání izolační vrstvy na stěnu), lze tuto změnu uplatnit v modelu přímo změnou jednoho či několika parametrů, přičemž zbytek modelu zůstává nezměněn. Lze rovněž jednoduše porovnat chování různých modelů a výsledky interpretovat. Nevýhodou pak je složitost takového návrhu – i s využitím moderních simulačních programů je stále nutno detailně znát parametry konstrukce budovy. Oproti tomu je výhodou parametrických modelů jejich jednoduchost, velkým problémem při jejich nasazení je nutnost správné volby jejich struktury a získání dostatečně kvalitních dat použitelných pro identifikaci jejich parametrů.

Původním záměrem bylo využít experimentálně naměřená data k sestavení ARX modelu budovy o několika místnostech. Během experimentů se však nepodařilo získat dostatečně kvalitní data<sup>16</sup>. Nalezení vhodného způsobu měření a vhodné identifikační metody je však mimo rámec této práce, a proto bylo přikročeno k řešení metodou vytvoření fyzikálního modelu podobně, jako popisují Haghghi [2010] a Mendes et al. [2001].

### 5.3.2 Model termodynamického systému

Teoretický popis metody, která je v rámci práce využita pro vytvoření matematického modelu termodynamického systému, je uveden v kapitole 4. Jak bylo uvedeno výše, při znalosti parametrů konstrukce budovy lze sestavit fyzikální model. Konkrétní příklad sestavení modelu použitého v této práci je uveden dále v kapitole 7.2.3. Výsledkem modelování jednotlivých částí (teplenných kapacit) budovy a vztahů mezi nimi je soustava nelineárních diferenciálních rovnic, kterou je možno v maticové podobě zapsat jako

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + f(x, u) + \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad , \quad (5.16)$$

<sup>15</sup>Předpokládáme místnost, která sdílí s venkovním prostředím alespoň jednu společnou zeď.

<sup>16</sup>To mohlo být dánou (mimo jiné) tím, že měření teplot spolu s odhadem příkonu topných těles bylo provedeno pouze v části objektu. Přenos tepla mezi touto částí a zbytkem však měřená data ovlivnil natolik, že byla pro identifikaci zcela nepoužitelná.

kde  $f(x, u)$  je nelinearita ve tvaru (*vstup·stav*) a  $\mathbf{d}(t)$  je vektor časově proměnných poruch působících na systém (ve verzi modelu popsané v této práci se jedná o vliv venkovní teploty).

### 5.3.3 Linearizace v okolí pracovního bodu

Při modelování většiny reálných systémů nastává situace, kdy vytvořený model je ne-lineární – není možno jej popsat lineárními diferenciálními rovnicemi. Stejně tak je tomu i u tohoto modelu. Práce s nelineárním systémem je však náročná, neboť mnoho matematických metod je použitelných pouze právě na modely lineární. Vyhodnocení tedy otázka, zda a za jakých podmínek je možno na modelovaný systém pohlížet jako na systém lineární. V tomto konkrétním případě, kdy se předpokládá, že stav systému (množina vnitřních teplot) se bude vždy pohybovat v blízkém okolí konstantní hodnoty (např.  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), je možno provést linearizaci v okolí pracovního bodu pomocí rozvoje do Taylorova polynomu pro tento bod pomocí vztahu:

$$f(x_1, x_2) \Rightarrow \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \Big|_{x_{10}, x_{20}} (x_1 - x_{10}) + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \Big|_{x_{20}, x_{20}} (x_2 - x_{20}) \quad (5.17)$$

V okolí pracovního bodu  $(x_{10}, x_{20})$  je tedy nový systém lineární a je možno jej popsat stavovými rovnicemi

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (5.18)$$

$$y = \mathbf{C}x \quad (5.19)$$

### 5.3.4 Diskretizace

Je-li vstupní signál spojitého systému tvarován tvarovačem nultého řádu a výstupní signál vzorkován vzorkovačem, vstupuje do systému po částech konstantní signál  $u(t) = u(k)$ ,  $kT_s \leq t < (k+1)T_s$  (Havlena and Štecha [1999]). Výstup systému je pak posloupnost  $y(k) = y(t) \Big|_{t=kT_s}$ , za předpokladu, že oba převodníky pracují synchronně s periodou  $T_s$  – periodou vzorkování. Řešení stavových rovnic 5.18 a 5.19 v čase  $t = kT_s$  je rovno

$$x((k+1)T_s) = e^{AT_s}x(kT_s) + e^{AT_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{-A\tau} d\tau Bu(kT_s) \quad (5.20)$$

$$y(kT_s) = Cx(kT_s) \quad (5.21)$$

Po nahrazení času  $t = kT_s$  diskrétním časem  $k$  přejdou tyto rovnice do tvaru

$$x(k+1) = e^{AT_s}x(k) + \int_0^{T_s} e^{A\tau} d\tau Bu(k) \quad (5.22)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (5.23)$$

Tento vnitřní popis diskrétního systému vznikl diskretizací spojitého systému – řešením stavových rovnic. Vyjádřením stavových matic  $A$ ,  $B$  a  $C$  dostáváme

$$A = e^{AT_s} \quad (5.24)$$

$$B = \int_0^{T_s} e^{A\tau} d\tau B \quad (5.25)$$

Obě matice je možno analyticky vypočítat dle vztahu

$$A_d = \mathbf{I} + AT_s + \frac{A^2 T_s^2}{2!} + \dots + \frac{A^i T_s^i}{i!} + \dots \quad (5.26)$$

$$B_d = \left( \mathbf{I} T_s + \frac{AT_s^2}{2!} + \dots + \frac{A^i T_s^{i+1}}{(i+1)!} + \dots \right) B \quad (5.27)$$

V případě, že perioda vzorkování je nízká ve srovnání s dynamickými vlastnostmi systému, lze v rozvoji při výpočtu matic  $A_d$  a  $B_d$  uvažovat pouze první dva členy ([Havlena and Štecha \[1999\]](#)).

### 5.3.5 Dvojí časové měřítko

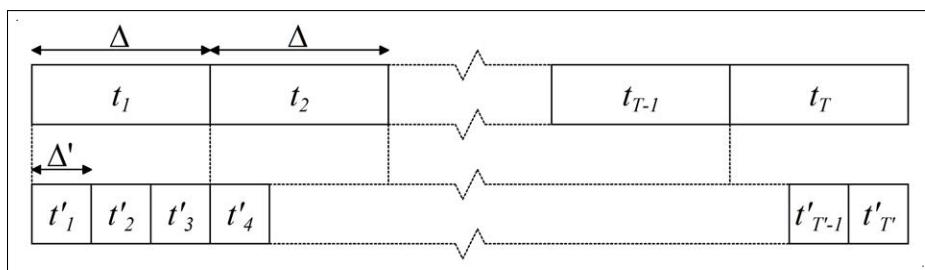
Zatímco optimální běh odložitelných spotřebičů je možno plánovat v relativně hrubém časovém měřítku (cena energie se většinou nemění častěji než jedenkrát za hodinu, hodnota 15 minut se tedy jeví jako dostatečná – [Molderink et al. \[2010\]](#), [Sou et al. \[2011\]](#)), při řízení termodynamického systému je nutno akční zásahy korigovat častěji. V této práci je použita perioda 1 minuta. Celý optimalizační problém není však ani možné ani přínosné řešit v takto jemném rozlišení, proto je nutno zavést dvě časová měřítka ([Hubert and Grijalva \[2012\]](#)).

Kromě optimálního plánování ostatních skupin spotřebičů je v rámci hrubého časového měřítka řešen i hrubý odhad činnosti TCA spotřebičů. V jemném měřítku je pak laděn konkrétní akční zásah pro TCA na základě dalších zpřesňujících údajů. Mezi výhody tohoto přístupu patří:

- Nalezení optimálního řešení plánovacího problému, neboť všechny spotřebiče jsou optimalizovány v rámci jedné úlohy.

- Dosažení požadované kvality regulace při zachování akceptovatelné obtížnosti optimalizační úlohy.
- Možnost realizovat řízení v jemném měřítku různými způsoby: PI regulátorem či dvoustavovým regulátorem, případně je možno sloty jemného časového měřítka rozdělit na několik částí a vypočít znova optimální řízení<sup>17</sup>. Tako je možno opět definovat a řešit lineární program či využít jinou metodu (např. hledání nejkratší cesty v orientovaném grafu [Yu et al. \[2012\]](#)).

Každý časový slot  $t$  z horizontu predikce  $T$  je rozdělen na  $\pi$  subslotů. Celkový počet časových slotů horizontu predikce pro jemné měřítko  $T'$  je tedy  $T' = T * \pi$ . Konkrétní časový slot je pak značen  $t' \in T'$ . Zatímco délka jednoho časového slotu hrubého měřítka je značena  $\Delta$ , délka časového slotu jemného měřítka je dále značena  $\Delta'$ . Problém je znázorněn na obrázku 5.2.



OBRÁZEK 5.2: Dvojí časové měřítko

### 5.3.6 Definice robustního optimalizačního problému

V rámci této kapitoly je definován optimalizační problém pro stanovení optimální trajektorie teplet v objektu a doporučených akčních zásahů pro skupinu termostatem ovládaných zařízení v hrubém časovém měřítku. Optimalizační problém je nutno definovat jako robustní<sup>18</sup>, tedy takový, v němž se na výstupní proměnné nebudou uplatňovat žádná tvrdá omezení, jak definuje [5.28 \(Bemporad and Morari \[1999\]\)](#). Taková omezení mohou vlivem působení stochasticke složky znemožnit nalezení řešení problému. Proto je nutno je tzv. zmékctit přidáním uvolňujících proměnných – přetransformovat do tvaru [5.29](#) s tím, že do kriteriální funkce přibude člen pro minimalizaci  $W \cdot \varepsilon$ . Vhodnou volbou hodnoty  $W$  je možno docílit požadovaného chování systému. Robustní je tedy optimalizační problém, ve kterém

<sup>17</sup>Tento přístup se uplatní v případě, kdy TCA spotřebič neumožnuje plynulou regulaci výkonu (disponuje tedy dvou či několikastavovou regulací), pak je možno řešit optimalizační problém, který rozhodne o volbě jednotlivých výkonových stupňů v průběhu časového intervalu.

<sup>18</sup>Robustní z hlediska možnosti splnění daných omezení vstupů či stavů. Tento typ robustního problému je popsán v [Bemporad and Morari \[1999\]](#).

se nevyskytuje tvrdá omezení jiných proměnných než těch, které omezují výstup regulátoru (akční zásah).

$$u \leq T \quad (5.28)$$

$$u \leq T + \varepsilon \quad (5.29)$$

### 5.3.7 Problém v hrubém časovém měřítku

$\mathbb{H}$  popisuje množinu všech TCA zařízení<sup>19</sup>. Fyzikální model je po diskretizaci reprezentován trojicí matic: maticí vnitřních vazeb systému  $\mathbf{A}$ , maticí vazeb vstupů na stavy  $\mathbf{B}$  a maticí vazeb stavů na výstupy  $\mathbf{C}$ . Rozměry těchto matic odpovídají vlastnostem modelu:  $|\mathbf{A}| = (\gamma \times \gamma)$ ,  $|\mathbf{B}| = (\gamma, |\mathbb{H}| + 1)$ ,  $|\mathbf{C}| = (|\mathbb{H}|, \gamma)$ , kde  $\gamma$  je řád modelu,  $\mathbb{H}$  počet zařízení. Řád modelu je dán počtem tepelných kapacit v modelu (nejen kapacit vytápěných místností, ale rovněž stěn a dalších uvažovaných částí budovy).

Stav modelu během výpočtu je v každém časovém slotu plně popsán vektorem stavových proměnných  $\mathbf{x}_t = (x_{1,t}, \dots, x_{\gamma,t})^\top$ . V případě modelu popsaném v této práci odpovídají jednotlivé stavové proměnné přímo teplotám příslušných hmot objektu. Vektor vstupů systému  $\mathbf{u}_t = (u_{1,t}, \dots, u_{|\mathbb{H}|,t}, t_t^{amb})^\top$  pak představuje výkony jednotlivých TCA zařízení s tím, že jeho poslední prvek je venkovní teplota. 5.30 je pak stavová rovnice modelu definující jeho dynamické chování v čase.

Jak bylo uvedeno, v modelu navrženém v rámci této práce odpovídají jednotlivé stavové proměnné teplotám jednotlivých hmot.  $\mathbf{C}$  tedy značí obdélníkovou matici takovou, že  $c_{i,i} = 1, \forall i \in |\mathbb{H}|$  a  $c_{i,j} = 0, \forall i \neq j$ . Rovnice 5.31 formálně určuje průběh výstupní teploty  $t_{h,t}$  v čase  $t$  pro jednotlivá zařízení  $h \in \mathbb{H}$ .

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{Ax}_t + \mathbf{Bu}_t \quad \forall t \quad (5.30)$$

$$\mathbf{T}_t = \mathbf{Cx}_t \quad \forall t \quad (5.31)$$

Pro každou místnost a zařízení  $h$  má uživatel možnost nastavit úroveň komfortu – rozmezí hodnot, uvnitř kterých se teplota v místnosti musí pohybovat. Vektory  $\zeta_h^{min}$ , resp.  $\zeta_h^{max}$  udávají minimální, resp. maximální uživatelem akceptovanou teplotu v místnosti  $h$  pro všechny časové sloty  $t$ . Rovnice 5.32 tento požadavek definuje formálně. Uvedená podmínka by bez změkčení mohla způsobit neřešitelnost optimalizačního problému. Zavedením proměnných  $u_{h,t}^{min}$  a  $u_{h,t}^{max}$  spolu s jejich minimalizací v kriteriální funkci 5.35 je tato

---

<sup>19</sup>Symbole užívané v této kapitole jsou shrnutы v příloze A.4, rozhodovací proměnné pak v příloze A.7.

změkčena - uživatelem nastavené meze je možno překročit za cenu určité penalizace v kriteriální funkci. Možnost porušení mezí výstupní hodnoty je důležitá, protože meze mohou být překročeny nejen technickými omezeními např. vlivem šumu v signálu či numerických chyb při výpočtu, ale také v případě nastavení tak úzkých rozmezí hodnot *setpointů*, že vlivem dynamiky systému není fyzikálně možné je při výpočtu dodržet. Změkčující proměnné  $\mathbf{u}^{min}$  a  $\mathbf{u}^{max}$  musí vždy splňovat podmínu 5.33.

$$\zeta_{h,t}^{min} - u_{h,t}^{min} \leq T_{h,t} \leq \zeta_{h,t}^{max} + u_{h,t}^{max} \quad \forall h, t \quad (5.32)$$

$$u_{h,t}^{min} \geq 0, u_{h,t}^{max} \geq 0 \quad \forall h, t \quad (5.33)$$

$$0 \leq p_{h,t} \leq P_{max,h}^{TC} \quad \forall h, t \quad (5.34)$$

Při praktické realizaci má TCA spotřebič konečný maximální výkon. Ten popisuje konstanta  $P_{max,h}^{TC}$  a jeho dodržení zabezpečuje pravidlo 5.34. V obecném případě může TCA spotřebič místo jak topit, tak i chladit. Formálně zapsáno<sup>20</sup> bude při chlazení výkon spotřebiče brán jako záporný ( $p_{h,t} \leq 0, \forall h, t$ ), přičemž venkovní teplota se po většinu časového období předpokládá vyšší než teplota v místo ( $T_t^{amb} > T_{h,t}$ ). Rovnice 5.34 pak bude mít tvar  $-P_{max}^{TC} \geq p_{h,t} \geq 0$ , kdy  $P_{max}^{TC}$  bude značit maximální chladicí výkon spotřebiče. Možnost, aby oba režimy spotřebiče (tj. topení i chlazení) fungovaly najednou, tedy kdy by bylo možno topit či chladit dle okamžitého rozdílu teplot, se v praxi příliš nevyužívá (obvykle se režim přepíná dvakrát ročně – na jaře a na podzim), a proto není uvažována ani v této práci.

$$\begin{aligned} \min J(\Theta, \Delta, \mathbf{P}, \mathbf{u}^{min}, \mathbf{u}^{max}, w_\Theta, w_{TH}) = \\ w_\Theta \cdot \Delta \cdot \sum_{t=1}^T \Theta_t \cdot \sum_{h=1}^{|\mathbb{H}|} p_{h,t} + w_{TH} \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^{|\mathbb{H}|} \left( u_{h,t}^{min 2} + u_{h,t}^{max 2} \right) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Obecná kriteriální funkce uvedená v 3.9 je upravena do konkrétního tvaru 5.35. Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.2.1, jednotlivé členy obecné kriteriální funkce zahrnují penalizaci za (i) velikost akčního zásahu, (ii) nedodržení požadované trajektorie a (iii) nedodržení cílového bodu. Funkce 5.35 používá pouze ekvivalenty prvních dvou termů. Prvním je minimalizace celkového akčního zásahu (výkonu spotřebičů  $\mathbf{p}$ ) pro všechny časové sloty váhovaná složkami cenového vektoru  $\Theta$ . Druhým členem je minimalizace celkového porušení komfortu pro všechny spotřebiče a časové sloty nedodržením teploty uvnitř mezí  $(\zeta_h^{min}, \dots, \zeta_h^{max}), \forall h \in \mathbb{H}$ . Pomocí konstant  $w_\Theta$  a  $w_{TH}$  je možno upřednostnit či potlačit některé z kritérií.

---

<sup>20</sup>z hlediska této práce

### Reformulace problému pro zařízení s nespojitou regulací

Při konkrétní implementaci může nastat situace, kdy HVAC zařízení neposkytuje možnost plynulé regulace výkonu a místo ní nabízí pouze  $m$  výkonových stupňů  $s_h = (0, s_1, \dots, s_m)$ . Je-li  $m = 1$ , jedná se o *on/off* řízení. V rámci hrubého časového měřítka lze situaci řešit reformulací optimalizačního problému. Z matematického úhlu pohledu bude reálná proměnná  $p_{h,t}$  rozšířena na vektor binárních proměnných  $\mathbf{p}_{h,t}$ , s počtem prvků rovným  $|S|$ . Je nutno přidat rovnici 5.36, která zaručí, že vždy pouze jeden z prvků vektoru  $p_{h,t,1} - p_{h,t,|S|}$  bude nenulový ([Zhang et al. \[2011\]](#)). Reformulace ostatních pravidel je pak již zřejmá. Výhodou tohoto řešení je výpočet optimální predikce stejně jako ve spojitém případě, významnou nevýhodou pak fakt, že takto se do modelu dostane i velmi vysoký počet binárních proměnných a jeho typ se změní z kvadratického programování na MIQP. Třída obtížnosti pak bude *NP-kompletní* (viz kapitola 3.4). V důsledku této skutečnosti prudce narůstá výpočetní čas nutný pro vyřešení optimálního problému (vliv délky horizontu predikce na obtížnost řešení optimalizačního problému je diskutován v kapitole 7.5.8).

$$\sum_{s=1}^{|S|} p_{h,t,s} = 1 \quad \forall h \in \mathbb{H}, t \in T \quad (5.36)$$

#### 5.3.8 Řízení v jemném časovém měřítku

HVAC zařízení, stejně tak jako všechna ostatní zařízení spadající do stejné kategorie, je nutno řídit ve zpětné vazbě s periodou nižší, než je perioda hrubého měřítka. Zároveň však není možné efektivně provádět optimalizaci celého modelu s touto krátkou periodou. Právě proto je definováno jemné časové měřítko.

Cykly jemného časového měřítka probíhají vždy v rámci jednotlivých period hrubého měřítka s tím, že se vždy jedná o řízení na konstantní žádanou hodnotu. V případě, že je možno výkon TCA zařízení měnit plynule, dá se pro řízení využít klasického PI (či jiného) regulátoru. V případě, kdy se jedná o řízení typu *on-off* či s několika diskrétními výkonovými stupni, je nutno realizovat dvoustavovou regulaci, případně jiným mechanizmem rozhodovat o volbě výkonového stupně (viz kapitola 5.3.7).

V jedné ze studií realizovaných v této práci je MPC regulátor porovnáván právě s dvoustavovým regulátorem. Algoritmus tohoto regulátoru je uveden v 3 – na základě žádaných hodnot  $\mathbf{w}(t)$  a aktuálních teplot  $\mathbf{y}(t)$  jsou určovány akční zásahy do systému (výkony jednotlivých TCA zařízení)  $\mathbf{p}(t)$ . Hodnota  $2 \cdot \Omega$  je šířka pásma necitlivosti regulátoru.

---

**Algorimus 3** Algoritmus rozhodování dvoustavového regulátoru v kroku  $k$ 


---

```

1: for  $h = 1 \dots |\mathbb{H}|$  do
2:   if  $y_{h,k} < w_{h,k} - \Omega$  then
3:      $p_{h,k} = p_{max,h}^{TC}$ 
4:   else if  $y_{h,k} < w_{h,k} + \Omega$  then
5:      $p_{h,k} = 0$ 
6:   else
7:      $p_{h,k} = p_{h,k-1}$ 
8:   end if
9: end for

```

---

## 5.4 Distribuované zdroje elektrické energie

Mezi nejčastější distribuované generátory z obnovitelných zdrojů energie se řadí fotovoltaické články, větrné a vodní turbíny. V měřítku této práce lze vodní turbíny vyloučit. Ze zbývajících dvou možností byla zvolena generace energie z proudícího větru. Jakkoli se principiálně tento způsob generace energie liší od použití fotovoltaických článků, lze pro oba způsoby ve vysoké míře využít zde popsanou metodu modelování.

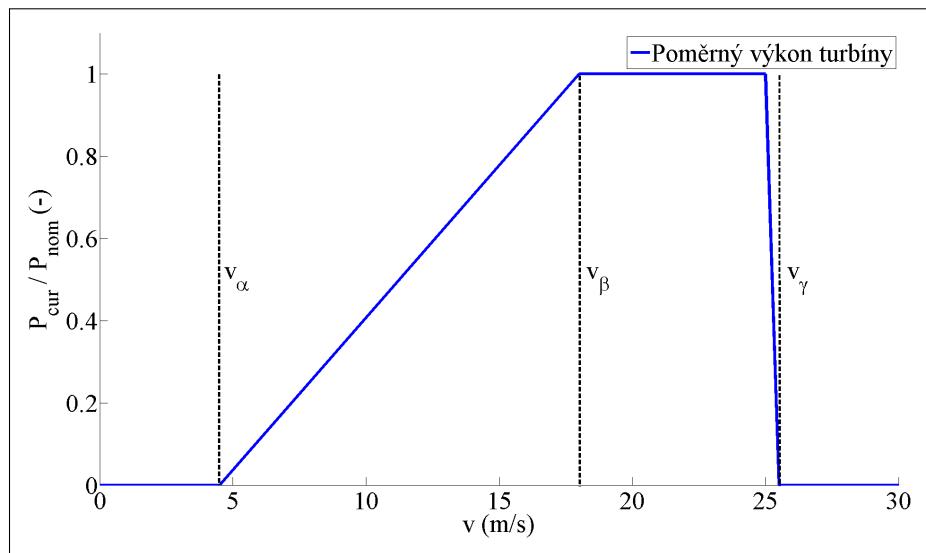
### 5.4.1 Predikce rychlosti proudění větru

Pro optimální nakládání s energií vyrobenou větrnou turbínou je důležité znát co nejpřesnější odhad objemu výroby na horizontu predikce, a tedy i odhad rychlosti proudění větru. Získávání takových odhadů je díky nehomogenitě atmosféry a stále se měnícím podmínkám komplexní disciplína, jíž se meteorologové a matematici systematicky zabývají po mnoho let. Získat odhad je tedy možno jednak

- *s využitím dostupných matematických modelů* – na základě získaných dat je stanovena dostatečně přesná predikce rychlosti proudění větru. Problémem však je, že takto přesná predikce bývá zveřejňována pouze pro významné geografické body (větší města, letiště, apod.). Pro zbytek území je obvykle zveřejněna predikce např. ve tříhodinových intervalech (příkladem takové předpovědi je server [yr.no](#) ([Institutt \[2015\]](#)), na kterém je předpověď rychlosti větru pro následujících 24 hodin dostupná s rozlišením právě 3 h)). Nadto se směr i rychlosť větru mohou vlivem nepředvídatelných jevů v atmosféře i vlivem charakteru zemského povrchu významně lišit i relativně blízko místa, pro které je predikce stanovena.
- *sestavením vlastního odhadu na základě pravděpodobnostního modelu* – na základě historických dat měřených v konkrétním místě je možno sestavit model, pomocí nějž lze odhadnout rychlosť větru v tomto konkrétním místě. Díky autoregresnímu chování

proudění větru je pro sestavení modelu potřeba znát historická data za poslední minimálně 4 měsíce (Togelou et al. [2012]). Sahin and Sen [2001] dokazuje, že pro modelování rychlosti větru lze využít Markovův řetězec prvního řádu.

- kombinací obou zmíněných principů – pravděpodobnostní model lze s dostatečnou přesností využít pro predikci rychlosti na první 4 hodiny (Togelou et al. [2012]). Predikce pro vzdálenější čas se získává z dat poskytovaných matematickými modely.



OBRÁZEK 5.3: Typická závislost výkonu větrné turbíny na rychlosti větru

#### 5.4.2 Určení generovaného výkonu

Funkční závislost mezi rychlosí větru a objemem generovaného výkonu je nelineární a je zobrazena v 5.37 (vychází z Keyhani and Marwali [2012]). V intervalu, kdy je proudění větru slabé ( $v_w \leq v_\alpha$ ), je generovaný výkon nulový. Při nárůstu rychlosti nad určitou mez  $v_\alpha$  je vztah popsán obecně jako  $\Theta(v_w)$ . Tento vztah může být lineární či kvadratický a uplatňuje se do rychlosti  $v_\beta$ , od které je generovaný výkon roven maximálnímu výkonu turbíny. Při nárůstu rychlosti větru nad kritickou mez  $v_\gamma$  je nutno turbínu odstavit z provozu, aby se zamezilo jejímu poškození a generovaný výkon klesá na nulu (Ioakimidis et al. [2014]).

$$p_w(t) = \begin{cases} \Theta(v_w) & v_\alpha \leq v_w \leq v_\beta \\ P_n & v_\beta \leq v_w \leq v_\gamma \\ 0 & jinak \end{cases} \quad (5.37)$$

## Pravděpodobnostní model

Markovovy řetězce jsou stochastické procesy, které jsou empiricky popsány přechodovými pravděpodobnostmi mezi diskrétními stavami zkoumaných systémů. Markovovy řetězce prvního rádu jsou takové procesy, ve kterých každý jejich přechod závisí jen a pouze na stavu, který bezprostředně předchází (přechod v MP druhého rádu pak závisí na dvou posledních stavech). Markovův řetězec prvního rádu pro odhad rychlosti větru dle [Sahin and Sen \[2001\]](#) je možno vytvořit dle následujícího postupu:

- Naměřená historická data rychlosti větru jsou po nutném předzpracování rozdělena do  $N$  kategorií, které pokrývají žádaný rozsah rychlostí.
- Poslední –  $N$ tá kategorie – obsahuje všechny rychlosti větru vyšší, než je horní mez. Mezní hodnota odpovídá rychlosti větru, při které je nutno odstavit turbínu a generovaná energie je pro všechny vyšší rychlosti nulová.
- Data jsou dále rozdělena po jednotlivých hodinách napříč všemi dny tak, že pro každou hodinu  $k$  dne je vytvořen Markovův řetězec prvního rádu s přechodovou maticí  $\mathbf{P}_k$  (5.38). Jednotlivé prvky  $(i, j)$  této přechodové matice pak udávají pravděpodobnost, s jakou se rychlosť větru změní z hodnoty  $i \text{ m/s}$  na hodnotu  $j \text{ m/s}$ .

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}, \quad (5.38)$$

Součet přechodových pravděpodobností z jednoho stavu je roven 1, tedy

$$\sum_{j=1} p_{ij} = 1, \quad \forall i \quad (5.39)$$

Pro modelování rychlosti větru je pak důležité znát jeho současnou hodnotu  $w_0$  v aktuálním časovém slotu ( $k = 0$ ). Tato hodnota je pokládána za známou a jistou. Rozložení pravděpodobnosti rychlosti větru v tomto časovém slotu je pak dán vektorem délky  $n$ , pro jehož prvky  $i$  platí

$$\mathbf{w}_0(i) = \begin{cases} 1 & l = w_0 \\ 0 & jinak \end{cases}, \quad \forall i \in \langle 1 \dots n \rangle \quad (5.40)$$

Pravděpodobnostní rozložení pro další časové sloty lze pak získat násobením vektoru  $W_0$  a součinu všech relevantních přechodových matic, tedy

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_0 \cdot \mathbf{P}_0 \quad (5.41)$$

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{P}_1 = W_0 \cdot \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1 \quad (5.42)$$

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_0 \cdot \left( \prod_{i=T_f}^{T_s} \mathbf{P}_i \right) \quad (5.43)$$

Ze vzorce 5.43 je zřejmé, že spolehlivost predikce dramaticky klesá s narůstajícím časem. Další podrobnosti o predikci rychlosti větru spolu s daty pravděpodobnostního modelu použitého v této práci jsou uvedeny v příloze C.3.

#### 5.4.3 Definice optimalizačního problému

V této práci je využit *deterministický model predictive control*. Nedeterministické změny rychlosti větru v čase jsou do optimalizačního procesu začleněny jako tzv. *rolling estimates*, tzn. že před samotnou optimalizací je v každém časovém slotu na základě aktuálních dat a historického modelu určena nejlepší predikce budoucích hodnot rychlosti proudění větru  $w_1 \dots w_T$ . Tato predikce se získává kombinovanou metodou popsanou výše, tedy pro první maximálně 3 hodiny je určena nejvíce pravděpodobná hodnota z modelu popsaného Markovovými řetězci, pro zbytek plánovacího horizontu je získána z veřejně dostupných dat matematických modelů. S touto metodou, ačkoli není postavena na robustním vědeckém základu, je v praxi dosahováno dobrých výsledků (Boyd [2015]).

Z aktuálně měřené hodnoty  $w_0$  a predikovaných hodnot  $w_1 \dots w_T$  se dle rovnice 5.44 vypočte vektor  $\mathbf{P}_W^{RE}$ . Jednotlivé prvky tohoto vektoru udávají predikovaný objem výroby energie větrnou turbínou pro jednotlivé časové sloty na plánovacím horizontu.

$$\mathbf{P}_W^{RE}(t) = \begin{cases} \Theta(v_{w,t}) & v_\alpha \leq v_{w,t} \leq v_\beta \\ P_n & v_\beta \leq v_{w,t} \leq v_\gamma \\ 0 & jinak \end{cases} \quad \forall t \in \langle 1 \dots T \rangle \quad (5.44)$$

## 5.5 Akumulátory

Přítomnost akumulátoru v BEMS má na jeho činnost podstatný dopad – umožňuje přebytečnou levnou energii uchovat do doby, kdy dojde ke jejímu optimálnímu využití v rámci systému, a tím dosáhnout úspory. V praxi bývá obvyklé každý lokální generátor vybaven

svým akumulátorem, který slouží k vyrovnaní v čase nepředvídatelně kolísajícího množství generované energie ([Keyhani and Marwali \[2012\]](#)) – řízení toků energie v rámci těchto akumulátorů není v této práci uvažováno.

Pro ukládání elektrické energie se z hlediska rezidenčních budov uvažovaných v této práci jeví jako nejvýhodnější využití baterie v elektromobilu ([Stadler et al. \[2011\]](#)). Otázka rentability ukládání přebytečné energie do akumulátorů je diskutována v kapitole [5.5.1](#).

Mezi další možnosti spadající do této kategorie patří ukládání jiné než elektrické energie – nejčastěji tepla, méně často pak chladného média v zásobníku. Žádná taková možnost není v této práci uvažována.

### 5.5.1 Ekonomická rozvaha

V této sekci je provedena jednoduchá ekonomická rozvaha o účelnosti využití baterií vzhledem k jejich relativně vysoké ceně a omezené životnosti. Všechny následující údaje byly převzaty jednak z tiskové zprávy společnosti *Nissan* přetisknuté v [Autoblog \[2014\]](#), jednak přímo od výrobce [Nissan \[2015\]](#).

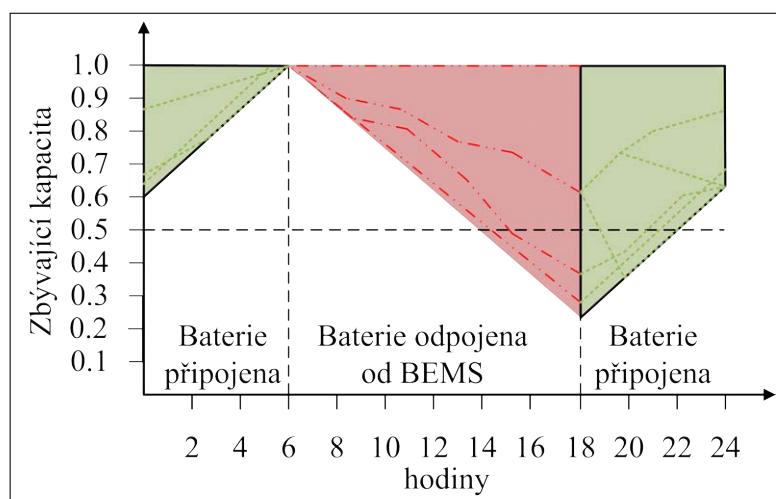
Baterie pro automobil *Nissan Leaf* má při ceně 5 500 USD kapacitu 24 kWh. 1 kWh kapacity baterie tedy stojí cca 230 USD. Výrobce na baterii poskytuje záruku o délce 8 let či na 150 000 ujetých kilometrů. Tento počet ujetých kilometrů během 8 let odpovídá 18 750 kilometrům za rok, a tedy při každodenním používání po dobu 2920 dní<sup>21</sup> asi 51 kilometrům denně. Cena 230 USD za 1 kWh energie rozpočítaná do osmileté životnosti baterie dává hodnotu 0,078 USD/kWh, což je amortizace, kterou je nutno uvažovat při vycerpání každé jedné kilowatthodiny energie. Pro lepší přiblížení odpovídá tato hodnota 1,93 CZK (Kurz ČNB, 29.1. 2015). V situaci, kdy je možno 1 kWh energie nakoupit za 1,99 CZK (nízký tarif sazby D 25d, [EON \[2014\]](#)), není možno počítat s ekonomickou návratností ani v případě, že by baterie sloužila k uchování elektrické energie vyrobené zcela zdarma (či nakoupené za nulovou cenu). Uvažovat o takové baterii primárně jako o prostředku pro optimalizaci spotřeby energie v rámci BEMS není tedy možné.

Jiná situace však nastává, pokud během osmileté životnosti baterie není ani zdaleka ujeto výrobcem uváděných 150 000 kilometrů. Výrobce uvádí, že po této době je nutno baterii v každém případě vyměnit (baterii končí záruka, bude tedy pravděpodobně na hranici své životnosti), a tedy je možno připojení baterie do BEMS chápát jako službu navíc, se kterou se investice do baterie vrátí rychleji. Takový režim činnosti baterie však s sebou přináší omezení na maximální vyčerpanou energii v rámci jednoho nabíjecího cyklu – je tedy možno vyčerpat pouze energii, kterou nevyčerpal automobil, a poté je nutno baterii nabít pro další jízdu. Například po 30 km ujetých během dne je baterie nabité na cca 75 % své kapacity,

<sup>21</sup>Počet plných nabíjecích cyklů výrobce neuvádí.

tj. zůstatková energie je 18 kWh. Maximální denní nájezd 51 km pak odpovídá 13.7 kWh, tj. cca 57 % zbývající kapacity. Rozdíl mezi těmito dvěma hodnotami, tedy cca 4,3 kWh může být v rámci BEMS nabídnut jako disponibilní energie. V případě, že automobil není některý den využit vůbec, je možno BEMS nabídnout až 10,3 kWh energie k dispozici. Naopak při nájezdu celých 51 kilometrů či delším je vhodné pro maximalizaci životnosti baterii v rámci BEMS pro konkrétní den nevyužít.

V dalším vycházejme z předpokladu, že uživatel již disponuje elektromobilem a potřebnou infrastrukturou pro nabíjení v rámci BEMS. Do výpočtu tak bude zahrnuta pouze amortizace baterie. Na obrázku 5.4 je uveden předpokládaný průběh úrovně nabití akumulátoru elektromobilu během jednoho pracovního dne.



OBRÁZEK 5.4: Příklad cyklu nabíjení-vybíjení baterie

### 5.5.2 Definice lineárního problému

V rámci optimalizačního problému je stav baterie plně popsán její zbývající kapacitou v každém časovém slotu  $t$  označenou jako  $q_t$ <sup>22</sup>. Tato hodnota musí z důvodu technických omezení pro konkrétní baterii ležet uvnitř intervalu  $\langle e_{min}^{ST}, e_{max}^{ST} \rangle$  (viz rovnice 5.45). Jak vyplývá z ekonomické rozvahy, mohou tyto dvě hodnoty představovat úroveň vybití baterie odpovídající maximálnímu dennímu nájezdu kilometrů, potažmo optimální úroveň nabití (což může být např. 90 % energie kvůli technickým omezením dané technologie). Energie, která v baterii zbývá v okamžiku připojení elektromobilu k BEMS v časovém slotu  $\alpha^{ST}$ , je značena  $e_{\alpha}^{ST}$  (5.46). Analogicky požadovaná energie v baterii při odpojení od BEMS v časovém slotu  $\beta^{ST}$  je značena  $e_{\beta}^{ST}$  (5.47). Mimo časový interval reprezentovaný konstantami  $\langle \alpha^{ST}, \beta^{ST} \rangle$  je baterie odpojena (5.50). Objem energie nabity do baterie v každém časovém

<sup>22</sup>Seznam symbolů je uveden v příloze A.6, seznam proměnných pak v příloze A.7.

slotu  $t$  je reprezentován hodnotou proměnné  $c_t$ . Analogicky objem vybité energie hodnotou proměnné  $d_t$ . Rovnice 5.48 a 5.49 zabezpečují, aby maximální objem energie nabitý během jednoho časového slotu nepřesáhl  $c_{max}^{ST}$  a maximální vybitý objem pak  $d_{max}^{ST}$ .

$$0 \leq e_{min}^{ST} \leq q_t \leq e_{max}^{ST} \quad \forall t \quad (5.45)$$

$$q_{\alpha}^{ST} = e_{\alpha}^{ST} \quad (5.46)$$

$$q_{\beta}^{ST} = e_{\beta}^{ST} \quad (5.47)$$

$$0 \leq c_t \leq c_{max}^{ST} \quad \forall t \quad (5.48)$$

$$0 \leq d_t \leq d_{max}^{ST} \quad \forall t \quad (5.49)$$

$$c_t = 0, \quad d_t = 0 \quad \forall t : \quad t < \alpha^{ST} \vee t > \beta^{ST} \quad (5.50)$$

Proces nabíjení i vybíjení energie do/z baterie popsáný v rovnici 5.51 je zatížen ztrátami. Jeho účinnost je popsána konstantami  $\eta_c$  pro nabíjení, respektive  $\eta_d$  pro vybíjení ( $\eta_c \in (0, 1)$ ,  $\eta_d \in (0, 1)$ ). Při uchovávání energie v baterii dochází k jejímu samovybíjení. Poměrná část energie, která v baterii ubude za dobu trvání jednoho časového slotu  $\Delta$ , je popsána konstantou  $\kappa$  ( $\kappa \rightarrow 0$ ). Amortizace, kterou je nutno uvažovat pro každou 1 kWh energie odebrané z baterie, je značena  $\theta_{unit}^{ST}$  a figuruje v kriteriální funkci, která je popsána dále v kapitole 6.4.

$$q_t = q_{t-1}(1 - \kappa) + \Delta \left( c_t \eta_c - \frac{d_t}{\eta_d} \right) \quad \forall t : \quad \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.51)$$

Bereme-li hodnoty  $e_{min}^{ST}$  a  $e_{max}^{ST}$  ne jako technické omezení baterie, ale jako omezení, u nichž při nepřekročení nedochází ke zkracování životnosti baterie využitím v rámci BEMS (viz ekonomická rozvaha výše), musí být daný problém přeformulován. Do rovnice 5.45 je v takovém případě nutno přidat změkčující podmínky tak, aby aktuální hodnota energie mohla ležet mimo definovaný interval, avšak aby taková situace byla penalizována v kriteriální funkci. Rovnice se pak změní na 5.52.

$$0 \leq e_{min}^{ST} - u_{bat,t} \leq q_t \leq e_{max}^{ST} \quad \forall t \quad (5.52)$$

V ekonomické rozvaze uvedené v kapitole 5.5.1 je uvažován počet cyklů nabíjení akumulátoru. Během jeho připojení k *energy manageru* v časovém intervalu  $\langle \alpha^{ST}, \beta^{ST} \rangle$  je tedy nutné definovat pravidla, podle kterých bude energie z/do akumulátoru přesouvána. V této práci jsou popsány a dále pak testovány dva způsoby chování, které zaručí, aby energie vybitá z akumulátoru v rámci jednoho časového intervalu  $\langle \alpha^{ST}, \beta^{ST} \rangle$  nebyla vyšší, než je rozdíl mezi zbývající kapacitou  $e_{\alpha}^{ST}$  v čase připojení  $\alpha^{ST}$  a minimální kapacitou  $e_{min}^{ST}$  definovanou výše.

- První ze způsobů zaručuje, že celková odebraná energie elektromobilem a BEMS

nebude větší, než energie odpovídající maximálnímu dennímu nájezdu uvedenému v rozvaze v kapitole 5.5.1. Takové chování zabezpečují rovnice 5.53 a 5.54.

$$\sum c_t \leq e_{\beta}^{ST} - e_{min}^{ST} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.53)$$

$$\sum d_t \leq e_{\alpha}^{ST} - e_{min}^{ST} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.54)$$

- Druhý způsob pak navíc zabezpečuje, aby po připojení akumulátoru k BEMS docházel po určitou optimální dobu nejprve k jeho nepřetržitému vybíjení (nebo k udržování konstantní kapacity) a poté k nepřetržitému nabíjení (nebo udržování konstantní kapacity)<sup>23</sup>. Pro takové chování je nutno definovat dva vektory binárních proměnných  $\mathbf{c}^{ST,bin}$  (5.55) a  $\mathbf{d}^{ST,bin}$  (5.56), které popisují pro každý časový slot, zda je akumulátor nabíjen či vybíjen. V takovém případě pravidla 5.57 – 5.59 popisují právě požadovaný tvar křivky zbývající kapacity. Pro tento případ dojde také k úpravě výše uvedených rovnic 5.48 a 5.49 na tvary uvedené v 5.60, respektive 5.61.

$$c_t^{ST,bin} \in \{0, 1\} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.55)$$

$$d_t^{ST,bin} \in \{0, 1\} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.56)$$

$$d_{t-1}^{ST,bin} - d_t^{ST,bin} \leq c_t^{ST,bin} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.57)$$

$$c_t^{ST,bin} + d_t^{ST,bin} \leq 1 \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.58)$$

$$c_{t-1}^{ST,bin} \leq c_t^{ST,bin} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.59)$$

$$0 \leq c_t \leq c_t^{ST,bin} \cdot c_{max}^{ST} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.60)$$

$$0 \leq d_t \leq d_t^{ST,bin} \cdot d_{max}^{ST} \quad \forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST} \quad (5.61)$$

---

<sup>23</sup>Ukazatel zbývající kapacity v uvažovaném intervalu bude mít tvar *vanové křivky*.

# Kapitola 6

## Building energy manager

*V kapitole 2 je popsána koncepce automatického demand response pomocí řízení skupiny domácích spotřebičů a je definováno několik tříd spotřebičů podle jejich dynamického chování. V průběhu dalších kapitol jsou pro jednotlivé třídy vytvořeny matematické modely. Na základě těchto modelů, vlastního měření dat ze zařízení a získávání externích informací je možno sestavit optimální plán běhu spotřebičů. Konečně v této kapitole je popsán způsob, jakým building energy manager získává optimální plán.*

### 6.1 Charakteristika systému

*Building energy manager* (BEM) je, jak již bylo zmíněno, zařízení, které v měřítku inteligentního domu koordinuje výrobu, spotřebu a případné ukládání energie<sup>1</sup>. Lze na něj pohlížet ve dvou rovinách.

V rovině technické je BEM koncové zařízení, které realizuje obousměrnou datovou komunikaci se všemi řízenými spotřebiči s cílem získat o nich informace a ovlivnit jejich funkci, poskytuje svému uživateli vhodně strukturované informace a nabízí možnosti volby optimálních strategií prostřednictvím terminálu či webového rozhraní, dále pak realizuje komunikaci se *smart metrem* (případně s webovou službou), zajišťující přísun čerstvých informací o současné (případně predikované) ceně energie, komunikaci s poskytovatelem předpovědi počasí a provádí mnoho dalších úkolů (záznam a zpracování dat atp.). Takto je BEM popsán v kapitole 8.

V rovině teoretické je kladen největší důraz na metody vytváření modelů a optimálních plánů činnosti jednotlivých zařízení na základě vstupních dat. Cílem této kapitoly je návrh a ověření takového řešení pro BEM, které bude možno uplatnit beze změn i při širokém rozpětí vstupních dat a konfigurací (např. různých kombinací domácích spotřebičů, při provozu v ostrovním režimu bez připojení k elektrické rozvodné síti, apod.).

---

<sup>1</sup>Nejčastěji elektrické energie, některé výzkumy kombinují optimalizaci elektrické energie a zemního plynu (Molderink et al. [2010]).

## 6.2 Energy manager v literatuře

Myšlenka *energy managera* tak, jak je popsána, je relativně nová, avšak samozřejmě není původní. Podobným konceptům se v minulosti věnovala a dosud věnuje řada výzkumných týmů. Tato podkapitola stručně shrnuje základní vlastnosti několika nejzajímavějších studií a jejich odlišnosti od této práce.

V [Livengood \[2011\]](#) je popisovaný koncept nazýván *Energy Box*. Autor se věnuje návrhu algoritmu pro koordinované rozhodování o běhu domácích spotřebičů s použitím výpočetní metody zvané *dynamické programování*<sup>2</sup>. V práci je formálně definováno několik kategorií spotřebičů, avšak návrh algoritmu je realizován pouze pro dvě skupiny (lépe řečeno pro dva spotřebiče) – odložitelný spotřebič a klimatizaci v součinnosti s lokálním generátorem z obnovitelných zdrojů. Právě kvůli stavové expanzi vznikající při řešení optimalizačních úloh se autor detailně věnuje rozboru, zda je možno koordinované rozhodování o spotřebičích realizovat jednodušeji (např. sekvenčním rozhodováním na základě priorit). Autor realizuje a popisuje rovněž softwarovou implementaci zjednodušené verze *Energy Boxu* a ověruje její funkčnost.

[Agnetis et al. \[2013\]](#) se zabývá problémem komplexněji a navrhuje MILP matematický model pro odložitelné, přerušitelné a termostatem řízené spotřebiče. Tento model řeší jednak komerčně dostupným solverem, jednak navrhuje algoritmus, který dokáže vyhledat alespoň pseudooptimální řešení. V této práci nejsou zahrnuty lokální generátory energie. Navíc je zde, stejně jako v předchozí popsané práci ([Livengood \[2011\]](#)), uvažován pouze jednoduchý termodynamický model oddělený pro jednotlivé místnosti budovy ve tvaru samostatných diferenčních rovnic prvního rádu<sup>3</sup>.

[Soares et al. \[2012\]](#) popisuje svůj koncept jako *Energy management system* a zahrnuje do něj možnost řízení tří skupin spotřebičů, které jsou zhruba ekvivalentní odložitelným, přerušitelným a termostatem řízeným spotřebičům definovaným v rámci této práce. Pro modelování a optimalizaci konstruuje jednoduchý MILP model, který optimalizuje komerčně dostupným solverem a analyzuje dopady modifikace spotřeby na charakter poptávkové křivky. Autor se rovněž zabývá analýzou preferencí uživatelů a jejich ochoty měnit své zvyky. Pro všechny tři dosud popsané případy je společné, že dominantní vliv na rozhodování o činnosti jednotlivých elektrických spotřebičů má kolísání cen energie v průběhu horizontu predikce.

Otázkou implementace řídicích algoritmů se zabývá i [Oldewurtel et al. \[2012\]](#). Tato práce zahrnuje však pouze termostatem řízené spotřebiče. Autoři zde popisují celý řídicí proces

<sup>2</sup>Řešení optimalizačních úloh probíhá rekurzivním rozkladem na jednodušší podúlohy.

<sup>3</sup>Takový model byl v této práci testován na reálných datech, avšak vlivem nejistot měření a různých náhodných chyb nebylo možné určit vyhovující hodnoty jeho jednotlivých parametrů.

počínaje získáním matematického modelu budovy, jeho adaptivním laděním a optimalizací. Část práce je také věnována i úpravě dat předpovědi počasí získaných z vnějšího zdroje. Online data jsou společně s daty získanými měřením upravována Kálmanovým filtrem, který zlepšuje jejich kvalitu s ohledem na možnou systematickou chybu předpovědi. S přihlédnutí k velkému množství nejistot v systému definují autoři optimalizační úlohu jako tzv. *stochastic MPC*. Práce se však nezabývá jinými domácími spotřebiči, stejně tak je při optimalizaci kladen důraz jedině na dodržování tepelného komfortu v budově.

Molderink et al. [2010] řeší problém plánování energie optimální spotřeby a výroby energie ve dvou měřítcích – tím prvním je měřítko jediného chytrého domu (kde uvažuje redukovanou skupinu spotřebičů popsanou jako jednoduchý MILP problém), druhým pak měřítko několika desítek chytrých domů. Spíše než na kompletní popis a algoritmy pro řízení jediného domu se práce orientuje právě na výzkum a vývoj distribuovaných algoritmů pro řízení většího celku (studie prováděná autory zahrnuje 39 domů).

Z uvedených studií vyplývá jistá mezera – žádný z výzkumů se nevěnuje komplexně modelování všech definovaných tříd spotřebičů (např. Livengood [2011] sice jednotlivé skupiny definuje, avšak dále se vymezuje pouze na návrh řešení jejich úzké podmnožiny, jiní autoři vždy vynechávají buďto generátor z OZE, případně možnost ukládání energie do baterie EV). Existuje jistě i mnoho dalších studií věnujících se podobným konceptům (jen v kapitole 2 je popsáno velké množství lépe či hůře zpracovaných výzkumů z posledních let, které v důsledku musejí vést k podobnému cíli), není však účelné jich na tomto místě jmenovat více.

### 6.3 Požadavky na BEM

V rámci projektu FP7 ARTEMIS<sup>4</sup> probíhá mimo jiné i vývoj a implementace prostředků pro *demand response* u koncových uživatelů. V tomto projektu byl ve spolupráci s dalšími zainteresovanými partnery vytvořen seznam událostí a aktivit, které mohou při řízení chytrého domu nastat nebo které může jeho uživatel požadovat. Součástí tohoto seznamu je pro každou událost rovněž popis jejího řešení. Takový popis interakce je někdy nazýván *business logikou*.

Agregovaný přehled relevantních událostí je uveden v následujícím textu. Jejich úplný popis je pak součástí veřejného dokumentu ACCUS [2015]. Algoritmus pro *energy manager*, který je na základě modelů spotřebičů navržen a otestován v této a následujících kapitolách, je vytvořen právě s cílem splnit všechny body zmíněné *business logiky*.

Na *building energy manager*, popisovaný v této práci, jsou kladený následující požadavky:

<sup>4</sup>ARTEMIS JU - 333020 ACCUS – Adaptive Cooperative Control in Urban (sub) Systems; informace o projektu jsou dostupné na adrese <https://www.itea3.org/project/50-accus.html>.

- *Spolehlivý chod spotřebičů* - elektrické spotřebiče, které patří do skupiny odložitelných spotřebičů, musí vykonat svůj pracovní cyklus v intervalu určeném uživatelem. Spotřebiče ze skupiny přerušitelných pak musí být spouštěny dle zadaných podmínek v průběhu dne. Čím větší je rozpětí nastavené uživatelem, tím lepsí možnost má BEM k dosažení optimálního plánu.
- *Dodržení tepelné pohody* - termostatem řízené spotřebiče musí být nastaveny tak, aby byla dodržena tepelná pohoda ve všech místnostech podle požadavků uživatele - uživatel v rámci časového plánu vytápění či chlazení nastavuje pro jednotlivé časy (dny v týdnu) požadovaná rozpětí teplot v jednotlivých místnostech. Čím větší je rozpětí teplot, které uživatel akceptuje, tím lepsí možnost má BEM k dosažení optimálního plánu.
- *Nabíjení akumulátorů* - uživatel požaduje, aby baterie elektromobilu byla v určitou hodinu nabita na požadovanou kapacitu. Před touto hodinou může systém (při dodržení konstrukčních omezení) v časech, kdy je energie ze sítě dostatečně drahá, využít energii z baterie k provozu spotřebičů. Čím více energie lze takto z baterie odčerpat, tím lepsí možnost má opět BEM k dosažení optimálního plánu.
- *Dosažení finanční úspory* - je zcela zásadní požadavek uživatele a zároveň jde o významnou motivaci k provozování celého systému.

V odborné literatuře se dále vyskytují studie, které se zaměřují rovněž na:

- *Maximální využití energie z obnovitelných zdrojů* - je-li v budově možno generovat dostatek energie z obnovitelných zdrojů, je možno uvažovat o podmínce maximalizace jejího lokálního využití. Jiné než lokální využití znamená její prodej zpět distributorovi.
- *Optimalizaci prodeje elektrické energie* - v případě, kdy uživatel má možnost elektrickou energii prodávat distributorovi, využívá k tomu lokálně vyrobenou energii (případně energii akumulovanou). Obě ceny energie (dodané i odebrané) se mohou lišit a rovněž kolísat v čase. Volba vhodné strategie nákupu a prodeje je tedy ne-triviální úkol.

BEM rovněž zabezpečuje dodržení všech definovaných technických omezení spjatých jak se spotřebiči samotnými, tak i s celkovými omezeními – např. musí zohlednit dodržení maximálního výkonu odebíraného z distribuční sítě. Zatímco technická omezení pro jednotlivé třídy spotřebičů byla uvedena v kapitole 5, celková omezení jsou definována dále v kapitole 6.4.

Jednotlivé uvedené požadavky jsou vzájemně protichůdné – nejlépe je to možné demonstrovat na faktu, že požadavek na zlepšování *tepelného komfortu* (kdy skutečné hodnoty teplot

lépe kopírují žádané hodnoty, respektive hranice pásma tolerance) vede ke zvyšování *ceny*. Naopak požadavek na snížení ceny (mj. i za provoz termostatem řízených spotřebičů) vede ke snížení úrovně tepelného komfortu. BEM tedy rozhoduje podle určité strategie. Volba konkrétní strategie je v pak kompetencí uživatele systému.

## 6.4 Optimalizační problém

Pro *building energy manager* je v této práci definován smíšený celočíselný kvadratický problém (MIQP) sestávající z

- pravidel a omezení pro jednotlivé domácí spotřebiče, definovaných v rámci kapitoly 5,
- globálních technických a jiných omezení (např. energetické rovnováhy),
- kriteriální funkce, jejíž tvar odpovídá zvolené strategii.

Z požadavků uživatele na BEM, které jsou definovány v kapitole 6.3, byly navrženy následující strategie:

- minimalizace ceny za spotřebovanou energii, viz kapitola 6.4.3,
- dodržení času spouštění odložitelných spotřebičů, viz kapitola 6.4.4,
- maximalizace tepelného komfortu, viz kapitola 6.4.5 a
- omezení četnosti akčních zásahů pro TCA, viz kapitola 6.4.6.

### 6.4.1 Energetická rovnováha

Doposud byla definována pravidla pro modelování jednotlivých tříd domácích spotřebičů zvlášť. Všechny tyto spotřebiče však pracují v rámci jednoho systému společně a konzumují společnou elektrickou energii. V rámci matematického modelu BEM je tato vlastnost dána rovnicí energetické rovnováhy (6.1). Levá strana této rovnice popisuje celkový odebraný příkon domácnosti, tedy součet příkonů spotřebičů spadajících do příslušných kategorií (DE, IN, TH) a dále příkonu nabitého do akumulátoru  $c_t$  pro daný časový slot  $t$ . Pravá strana pak udává dodaný výkon. Zde se jedná o součet výkonu odebraného z akumulátoru

$d_t$ , výkonu generátoru z obnovitelných zdrojů  $p_t^{RE}$  a výkonu odebraného z distribuční sítě  $p_t^{MAINS}$  ve stejném časovém slotu<sup>5</sup>.

$$\sum_{a=1}^{\mathbb{A}} p_{a,t}^{DE} + \sum_{i=1}^{\mathbb{I}} p_i^{IN} + \sum_{h=1}^{\mathbb{H}} e_{h,t}^{TH} + c_t = p_t^{RE} + d_t + p_t^{MAINS} \quad \forall t \quad (6.1)$$

$$0 \leq p_t^{MAINS} \leq P_{MAX}^{MAINS} + u_t^{MAINS} \quad \forall t \quad (6.2)$$

$$u_t^{MAINS} \geq 0 \quad \forall t \quad (6.3)$$

Maximální hodnota výkonu odebraného v libovolném časovém slotu  $p_t^{MAINS}$  je dána technickými, potažmo smluvními omezeními zákazníka (velikostí jističe). Tato omezení jsou popsána konstantou  $P_{MAX}^{MAINS}$ . Omezení 6.2 pak stanovuje, že při výpočtu musí být hodnota odebíraného výkonu kladná (výkon nelze dodávat zpět do sítě) a menší, než hodnota technického omezení. Uvolňující promenná  $u_t^{MAINS}$  slouží pro zajištění robustnosti optimalizačního problému. Tato udává, že výkon lze přeci jen překročit, avšak za cenu obrovské penalizace hodnoty kritéria. Případ, že se tak stane a pro některý z časových slotů dojde k tomuto překročení, je nad rámec této práce (jedná se již o implementační záležitost - bylo by nutné omezit či zrušit cyklus některého ze spotřebičů; jednotlivé spotřebiče či celé skupiny spotřebičů by pro tento případ mohly být opatřeny hodnotou priority). Poslední pravidlo 6.3 pak udává, že uvolňující promenná musí vždy nabývat kladné hodnoty.

#### 6.4.2 Matematický model skupiny domácích spotřebičů

Rovnice 6.4a – 6.4e popisují jednotlivé skupiny pravidel definovaných pro výše uvedené kategorie spotřebičů. 6.4a platí pro odložitelné, 6.4b pro přerušitelné a 6.4c pro termostatem řízené spotřebiče. Rovnice 6.4d a 6.4e pak pro zásobník elektrické energie. Zapsána dohromady popisují tato pravidla konvexní polyedrickou množinu, v níž je hledáno optimální řešení některé z kriteriálních funkcí popsaných dále.

---

<sup>5</sup> Je nutno poznamenat, že v této rovnici nijak nefigurují ostatní domácí spotřebiče. V reálném případě je nutno jejich běh predikovat, detekovat a na základě zjištěných informací provést modifikaci optimalizačního problému.

|                                                                                         |                                                                               |        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------|
| $\sum_{t=1}^T r_{a,t} = 1$                                                              | $\forall a \in \mathbb{A}$                                                    | (6.4a) |
| $r_{a,t} = 0$                                                                           | $\forall t \notin \{\alpha_a, \beta_a - l_a^{DE}\}, \forall a \in \mathbb{A}$ |        |
| $r_{a,t} = 1 \implies s_a = t$                                                          | $\forall a \in \mathbb{A}, t \in T$                                           |        |
| $s_{a2} \geq c_{a1,a2}^{DE} \cdot (s_{a1} + l_{a1}^{DE} + 1)$                           | $\forall a_1, a_2 \in \mathbb{A}, t \in T$                                    |        |
| $\sum_{t=1}^T m_{i,t} = l_i^{IN}$                                                       | $\forall i \in \mathbb{I}$                                                    | (6.4b) |
| $m_{i,t} = 0$                                                                           | $\forall i \in \mathbb{I}, t \in \langle \alpha_i^{IN}, \beta_i^{IN} \rangle$ |        |
| $\sum_{k=t-u_i^{IN}+1}^{t+s_i^{IN}} m_{i,k} \leq s_i^{IN} + M \cdot (1 - n_{i,t})$      | $\forall i \in \mathbb{I}, t \in \langle 1, T - s_i^{IN} + 1 \rangle$         |        |
| $n_{i,t} \leq m_{i,t} - m_{i,t-1}$                                                      | $\forall i \in \mathbb{I}, t \in (1, T)$                                      |        |
| $\sum_{k=t-u_i^{IN}+1}^t n_{i,k} \leq m_{i,k}$                                          | $\forall t \in \langle \alpha_i^{IN} + u_i^{IN} + 1, \beta_i^{IN} \rangle$    |        |
| $\sum_{k=t-d_i^{IN}+1}^t n_{i,k} \leq 1 - m_{i,k} \cdot (t - d_i^{IN})$                 | $\forall t \in \langle \alpha_i^{IN} + d_i^{IN} + 1, \beta_i^{IN} \rangle$    |        |
| $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t$                                                                 | $\forall t$                                                                   | (6.4c) |
| $T_{h,t} = Cx_t$                                                                        | $\forall t$                                                                   |        |
| $\zeta_{h,t}^{min} - u_{h,t}^{min} \leq T_{h,t} \leq \zeta_{h,t}^{max} + u_{h,t}^{max}$ | $\forall h, t$                                                                |        |
| $0 \leq p_{h,t} \leq P_{max}^{TC}$                                                      | $\forall h, t$                                                                |        |
| $u_{h,t}^{min} \geq 0, u_{h,t}^{max} \geq 0$                                            | $\forall h, t$                                                                |        |
| $0 \leq e_{min}^{ST} - u_{bat,t} \leq q_t \leq e_{max}^{ST}$                            | $\forall t$                                                                   | (6.4d) |
| $q_\alpha^{ST} = e_\alpha^{ST}$                                                         |                                                                               |        |
| $q_\beta^{ST} = e_\beta^{ST}$                                                           |                                                                               |        |
| $0 \leq c_t \leq c_{max}^{ST}$                                                          | $\forall t$                                                                   |        |
| $0 \leq d_t \leq d_{max}^{ST}$                                                          | $\forall t$                                                                   |        |
| $c_t = 0, d_t = 0$                                                                      | $\forall t : t < \alpha^{ST} \vee t > \beta^{ST}$                             |        |
| $q_t = q_{t-1}(1 - \kappa) + \Delta \left( c_t \eta_c - \frac{d_t}{\eta_d} \right)$     | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $c_t^{ST,bin} \in \{0, 1\}$                                                             | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              | (6.4e) |
| $d_t^{ST,bin} \in \{0, 1\}$                                                             | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $d_{t-1}^{ST,bin} - d_t^{ST,bin} \leq c_t^{ST,bin}$                                     | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $c_t^{ST,bin} + d_t^{ST,bin} \leq 1$                                                    | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $c_{t-1}^{ST,bin} \leq c_t^{ST,bin}$                                                    | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $0 \leq c_t \leq c_t^{ST,bin} \cdot c_{max}^{ST}$                                       | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |
| $0 \leq d_t \leq d_t^{ST,bin} \cdot d_{max}^{ST}$                                       | $\forall t : \alpha^{ST} \leq t \leq \beta^{ST}$                              |        |

### 6.4.3 Minimalizace ceny

Základním požadavkem koncového uživatele na systém *demand response* je dosažení cenové úspory. Výraz  $\Psi_\Theta$  ve funkci 6.9 udává celkovou cenu energie spotřebovanou všemi kategoriemi spotřebičů pro celý horizont predikce. Tato cena je získána jako součin jednotkové ceny v časovém slotu  $\Theta_t$  a energie odebrané z distribuční sítě v jednotlivých časových slotech (96 intervalů délky 15 minut)<sup>6</sup>. Pro každý časový slot je odebraná energie vypočtena jako součet energie spotřebované odložitelnými (DE, 6.5), přerušitelnými (IN, 6.6), termostatem řízenými (TH, 6.7) spotřebiči, energie nabité do akumulátoru, dále pak záporně vzaté hodnoty energie vybité z akumulátoru (6.8) a hodnoty energie generované distribuovaným generátorem (větrnou turbínou).

$$\psi_t^{DE} = \sum_{a=1}^{|A|} \sum_{j=1}^{l_a^{DE}} r_{a,t-j+1} \cdot e_{a,t}^{DE} \quad (6.5)$$

$$\psi_t^{IN} = \sum_{i=1}^{|I|} \Delta \cdot p_i^{IN} \cdot m_{i,t} \quad (6.6)$$

$$\psi_t^{TH} = \sum_{h=1}^{|H|} \Delta \cdot p_{h,t}^{TH} \quad (6.7)$$

$$\psi_t^{ST} = c_t - d_t \quad (6.8)$$

$$\Psi_\Theta = \sum_{t=1}^T \Theta_t \cdot (\psi_t^{DE} + \psi_t^{IN} + \psi_t^{TH} + \psi_t^{ST} - \Delta \cdot p_t^{RE}) \quad (6.9)$$

### 6.4.4 Dodržení preferovaných časů spuštění odložitelných spotřebičů

Minimalizace rovnice 6.10 vede k takovému chování systému, ve kterém je pracovní cyklus DE spotřebičů vykonán co nejdříve v intervalu zvoleném uživatelem. Při *Real-time pricing* (RTP) cenových tarifech (viz kapitola 1.6.3), kdy je nutné do značné míry spoléhat se na predikci budoucí ceny energie (jak ji popisuje např. Zhao et al. [2008]), vede kombinace požadavku dodržení preferovaných časů a minimalizace ceny ke snížení rizika jejího špatného odhadu. Spolehlivost predikce je obecně nejvyšší na začátku predikovaného intervalu a dále do budoucnosti klesá. Zjednodušeně řečeno se tedy v takovém případě nevyplatí posouvat cyklus spotřebiče daleko do budoucna, neboť odpovídající cena je predikovaná pouze s nízkou pravděpodobností. Spolu s minimalizací ceny energie je proto vhodné zahrnout do

---

<sup>6</sup>Jedná se o odebranou energii (kWh), nikoli příkon spotřebiče (kW), příkony jednotlivých spotřebičů  $p_\diamond$  jsou násobeny délkou časového slotu  $\Delta$ .

optimalizační úlohy i tuto podmínsku.

$$\Psi_{DE} = \frac{1}{|\mathbb{A}|} \sum_{a \in \mathbb{A}} (s_a - \alpha_a) \quad (6.10)$$

#### 6.4.5 Maximalizace tepelného komfortu

Minimalizace rovnice 6.11 zabezpečuje dodržení optimálních průběhů teploty v jednotlivých místnostech (maximalizuje tepelný komfort), neboť penalizuje vyšší hodnoty tzv. uvolňujících proměnných, které představují rozdíl mezi skutečnou teplotou a minimální/maximální teplotou požadovanou uživatelem při současném dodržení omezujících podmínek pro konkrétní zařízení. Optimální řešení této rovnice vede k udržení teploty na střední hodnotě mezi minimální a maximální mezí v rámci celého plánovacího horizontu. Jedná se o nejčastější požadavek běžného spotřebitele.

$$\Psi_{TH} = \frac{1}{|\mathbb{H}|} \sum_{t=1}^T \sum_{h \in \mathbb{H}} \left( u_{h,t}^{min2} + u_{h,t}^{max2} \right) \quad (6.11)$$

#### 6.4.6 Minimalizace četnosti akčních zásahů

V případě, kdy je změna akčního zásahu termostatem řízených spotřebičů prováděna prostřednictvím elektromechanického prvku (např. servopohonu), je vhodné, aby regulátor minimalizoval četnost požadovaných akčních zásahů. Pro naplnění takové podmínky je možno využít buď přidání pravidel, která zabezpečí rovnost akčních zásahů vždy v několika sousedních časových slotech<sup>7</sup>, nebo úpravu kriteriální funkce. V rámci této práce je pro jednoduchost zvolena metoda modifikace této funkce přidáním výrazu 6.12. Tento zaručí minimalizaci rozdílu akčních zásahů vždy ve dvou sousedních časových slotech<sup>8</sup>.

$$\Psi_{TH,P} = \sum_{h=1}^{\mathbb{H}} \sum_{t=2}^T (p_{h,t} - p_{h,t-1})^2 \quad (6.12)$$

#### 6.4.7 Omezení maximálního výkonu odebraného z distribuční sítě

V rovnici 6.2 se vyskytuje člen  $u_t^{MAINS}$ , pomocí kterého je zvýšena robustnost optimalizačního problému – tento člen zabezpečí, že problém má řešení i v případě, kdy jsou

<sup>7</sup>V takovém případě je však nutné specifikovat, pro které skupiny časových slotů je přidání takové podmínky vhodné.

<sup>8</sup>Jak již bylo uvedeno, v rámci každého časového slotu je akční zásah zpětnovazebně řízen např. PI regulátorem. Četnost akčních zásahů závisí mimo jiné rovněž na nastavení jeho parametrů (tomuto problému se podrobněji věnuje kapitola 7.5.4).

nevhodně zvoleny vstupní parametry (je žádáno spuštění velkého počtu spotřebičů během jediného dostatečně krátkého časového intervalu). Za běžného provozu je však nežádoucí, aby tento člen byl nenulový. Proto je vždy do kriteriální funkce nutno přidat výraz pro jeho minimalizaci. Je možné minimalizovat buď pouze jeho hodnotu či velikost kvadrátu tohoto člena stejně, jako je uvedeno v rovnici 6.13. V případě, kdy je minimalizována pouze hodnota, je nutno přidat pravidlo  $u_t^{MAINS} \geq 0$

$$\Psi_{PP} = m \cdot \sum_{t=1}^T (u_t^{MAINS})^2 \quad (6.13)$$

Konstanta  $m$  musí být zvolena tak, aby hodnota výrazu byla dostatečně velká i při velmi malém překročení maximálního přípustného výkonu odebraného z distribuční sítě (pro výpočet byla využita hodnota 1000).

#### 6.4.8 Vícekriteriální optimalizace

Při vícekriteriální optimalizaci představuje nastavení preferencí (vah jednotlivých členů) klíčový problém. Každá z proměnných  $\Psi_\Theta$ ,  $\Psi_{DE}$ ,  $\Psi_{TH}$ ,  $\Psi_{TH,P}$  a  $\Psi_{PP}$ <sup>9</sup> totiž může nabývat rozdílných hodnot, přičemž ty se mohou lišit až o několik řádů. Zároveň se však v jednotlivých cyklech řízení s klouzavým horizontem jejich velikosti podstatně mění<sup>10</sup>. Má-li mít nastavení vah jednotlivých členů v optimalizaci smysl, je nutno zaručit, že jednotlivé proměnné budou nabývat pouze hodnot v určitých mezích. Pro každou z nich je tedy nutno stanovit její předpokládanou nejmenší a největší hodnotu a provést normalizaci, která hodnoty jednotlivých proměnných nejen přibližně sjednotí (v řádu), ale zejména vykompenzuje jejich velké změny při běhu systému.

Meze  $\Psi^{min}$  a  $\Psi^{max}$  jednotlivých proměnných je tedy nutno určit před každým procesem optimalizace vždy na základě aktuálních vstupních parametrů. V rámci této práce byl navržen heuristický algoritmus pro výpočet těchto mezí, který je nutno spustit vždy s aktuálními parametry před optimalizací modelu v rámci nového časového okna. Algoritmus určuje meze ceny spotřebované energie ( $\Psi_\Theta$  pro jednotlivé třídy spotřebičů:  $\Psi_{\Theta,DE}$ ,  $\Psi_{\Theta,IN}$ ,  $\Psi_{\Theta,TH}$  a  $\Psi_{\Theta,ST}$ ), rozsah proměnných  $\Psi_{DE}$  a  $\Psi_{TH}$  pro určení komfortu DE a TH spotřebičů a rozsah proměnné  $\Psi_{TH,P}$  pro omezení velikosti akčního zásahu TH spotřebičů.

- Pro odložitelné spotřebiče postup určení dolní meze  $\Psi_{\Theta,DE}^{min}$  zahrnuje jednoduché hledání takového umístění spotřebiče v rámci uživatelem preferovaného intervalu,

---

<sup>9</sup>Člen  $\Psi_{PP}$  normalizován nebude, neboť právě jeho zcela rozdílná absolutní velikost je pro jeho funkci klíčová.

<sup>10</sup>Například proměnná popisující cenu –  $\Psi_\Theta$  – u odložitelných spotřebičů závisí na tom, kolik spotřebičů má při každém výpočtu naplánován svůj cyklus na horizontu predikce.

kdy cena spotřebované energie bude nejnižší. Horní mez  $\Psi_{\Theta,DE}^{max}$  je pak určena jako průměr z několika náhodných umístění spotřebiče do zmíněného intervalu.

- Pro přerušitelné spotřebiče je postup triviální, pouze pokud nejsou na jejich běh definována žádná přídavná pravidla 5.13–5.15 (viz kapitola 5.2.2). V takovém případě pro výpočet dolní meze  $\Psi_{\Theta,IN}^{min}$  probíhá umístění cyklů spotřebiče do časových slotů s nejnižší cenou, horní mez  $\Psi_{\Theta,IN}^{max}$  je pak stanovena jako průměrná cena za několik náhodných rozmístění cyklů. Případ, kdy jsou na provoz přerušitelných spotřebičů definována další pravidla, je podrobně popsán v příloze D.
- Horní mez pro termostatem řízené spotřebiče  $\Psi_{\Theta,TH}^{max}$  je určena algoritmem, který provádí simulaci jednoduchého dvoustavového regulátoru na horizontu predikce. Dolní mez  $\Psi_{\Theta,TH}^{min}$  je pak stanovena výpočtem jako poměrná část meze horní nebo na základě výsledků předchozích optimalizací.

Meze pro index porušení komfortu odložitelných spotřebičů  $\Psi_{DE}^{min}$ , respektive  $\Psi_{DE}^{max}$ , je možno jednoduše určit ze znalosti uživatelem preferovaného časového okna pro spuštění spotřebiče a jeho vzdálenosti od obou konců preferovaného intervalu. Není-li k dispozici explicitní definice preferovaného časového okna, lze použít jeho začátek, případně polovinu intervalu. Meze dalších proměnných, jako jsou úrovně porušení komfortu  $\Psi_{TH}$  a  $\Psi_{TH,P}$ , jsou stanoveny na základě empiricky určených vstupních parametrů. Kompletní popis algoritmu je uveden v příloze D.

Po stanovení uvedených parametrů lze již jednotlivé proměnné v kriteriální funkci normalizovat dle vztahů 6.14 – 6.17.

$$\bar{\Psi}_{\Theta} = \frac{\Psi_{\Theta} - \Psi_{\Theta}^{min}}{\Psi_{\Theta}^{max} - \Psi_{\Theta}^{min}} \quad (6.14)$$

$$\bar{\Psi}_{DE} = \frac{\Psi_{DE} - \Psi_{DE}^{min}}{\Psi_{DE}^{max} - \Psi_{DE}^{min}} \quad (6.15)$$

$$\bar{\Psi}_{TH} = \frac{\Psi_{TH} - \Psi_{TH}^{min}}{\Psi_{TH}^{max} - \Psi_{TH}^{min}} \quad (6.16)$$

$$\bar{\Psi}_{TH,P} = \frac{\Psi_{TH,P} - \Psi_{TH,P}^{min}}{\Psi_{TH,P}^{max} - \Psi_{TH,P}^{min}} \quad (6.17)$$

$$\bar{\Psi}_{PP} = \Psi_{PP} \quad (6.18)$$

Na základě rozhodnutí uživatele je každému z uvedených kritérií  $\Psi_{\Theta}(\cdot)$ ,  $\Psi_{DE}(\cdot)$ ,  $\Psi_{TH}(\cdot)$ ,  $\Psi_{TH,P}(\cdot)$  přiřazena váha  $w$ , která rozhoduje o jeho relativní důležitosti. Sporivý uživatel bude volit větší důraz na minimalizaci ceny, a tedy tomuto cíli bude přiřazena vyšší váha. Uživatel preferující dodržení tepelného komfortu se bude chovat odlišně. Při optimalizaci je tedy možno jak nastavit do požadované rovnováhy všechna kritéria, tak lze některá z nich z výpočtu zcela vyloučit přiřazením nulové hodnoty odpovídajícím váhám. Výsledná

kriteriální funkce pro *energy manager* 6.19 pak odpovídá sumě jednotlivých váhovaných proměnných.

$$E = \omega_{\Theta} \cdot \bar{\Psi}_{\Theta} + \omega_{DE} \cdot \bar{\Psi}_{DE} + \omega_{TH} \cdot \bar{\Psi}_{TH} + \omega_{TH,P} \cdot \bar{\Psi}_{TH,P} + \bar{\Psi}_{PP}. \quad (6.19)$$

Celou optimalizační úlohu lze tedy definovat formálně jako

minimalizuj funkci 6.19  
na základě kritérií 6.1, 6.2, 6.3, 6.4a – 6.4e

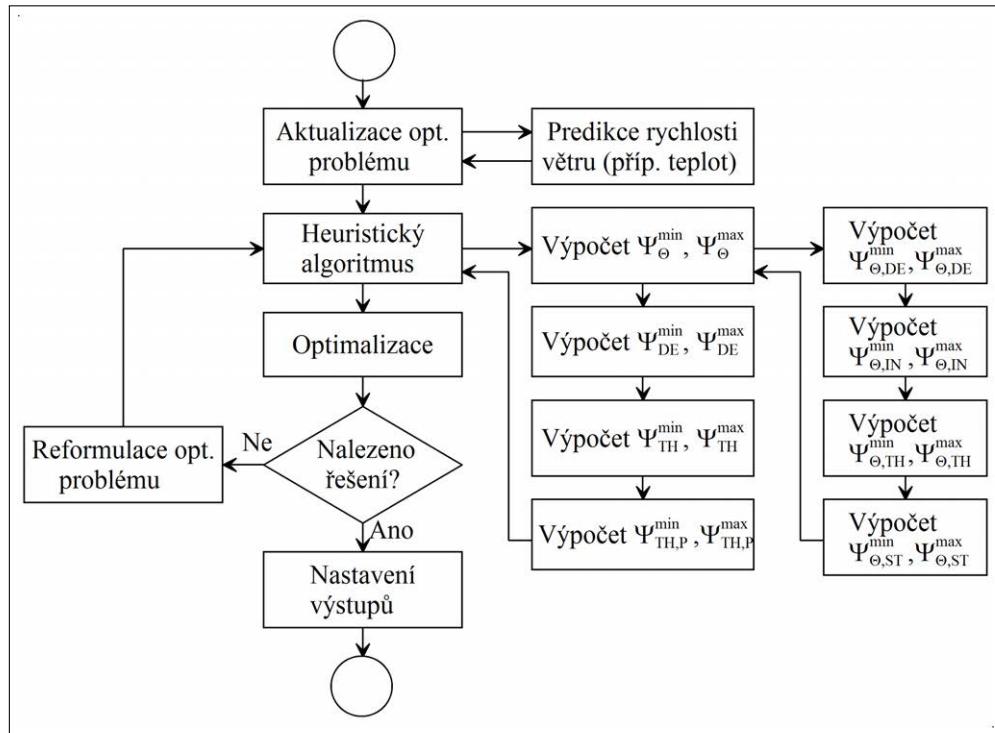
(6.20)

Tuto úlohu lze vypočít některým ze známých algoritmů specializovaných na hledání řešení kombinatorických optimalizačních problémů. V této práci je využita implementace algoritmu *branch and bound* popsaného v kapitole 3.1.1 v komerčním solveru CPLEX (IBM [2014]).

## 6.5 Funkcionalita energy managera

V rámci této kapitoly byly specifikovány možnosti *energy managera* s ohledem na možnosti tvorby optimálního plánu. Pohled z funkcionálního hlediska je přiblížen na obrázku 6.1, na němž je naznačen postup událostí, které je nutno vykonat vždy před začátkem nového časového okna.

V prvé řadě musí *energy manager* získat aktuální data ze všech dostupných zdrojů (uživatelského rozhraní, spotřebičů, ceny energie, počasí), případně část dat predikovat (rychlosť větru). Nad těmito daty je následně spuštěn heuristický algoritmus a jeho podprogramy. Na základě hodnot mezí určených heuristickým algoritmem je dále upravena kriteriální funkce a následně je spuštěn proces optimalizace. V případě, kdy je během tohoto procesu nalezeno řešení, je toto použito pro řízení v následujícím časovém slotu. Pokud ne, je nutno provést reformulaci optimalizačního problému, což v praxi znamená změkčení některého z tvrdých omezení, případně jinou modifikaci. Je rovněž možné upravit podmínky zastavující řešení (podrobněji se tomuto problému věnuje studie v kapitole 7.5.8). V případě, kdy se nepodaří získat řešení v patřičném časovém intervalu, je možné využít výstupní hodnoty dle plánu vypočteného v rámci předchozího časového okna.



OBRÁZEK 6.1: Blokové schéma popisované funkcionality

# Kapitola 7

## Ověření navrženého řešení

V kapitole 5 byl definován matematický model pro jednotlivé kategorie domácích spotřebičů. Dále pak byl v kapitole 6 popsán energy manager, který tento model udržuje a využívá k optimálnímu řízení jednotlivých spotřebičů. V průběhu této kapitoly je popsáno osm studií, které se zaměřují na ověření jednotlivých specifik modelu. Základem pro tyto studie je konkrétní matematický model systému budovy a spotřebičů navržený v úvodu této kapitoly.

### 7.1 Cenové modely

#### Sazba 1 - FRP

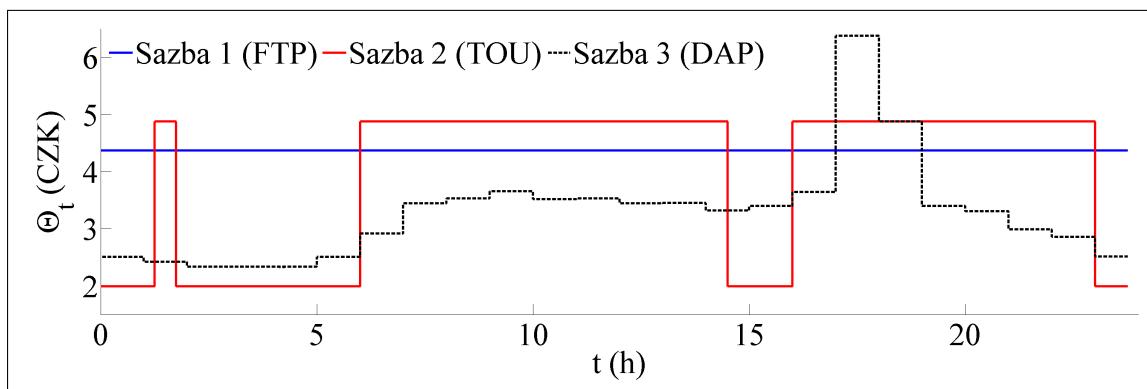
Prvním modelem využitým v rámci testování je v České republice nejrozšířenější sazba – D02d. Jedná se o jednotarifní sazbu typu *Fixed Rate Pricing* (FRP) určenou pro domácnosti se střední spotřebou energie (takové, které elektřinou svítí a používají doma běžné elektrospotřebiče), pro jejíž získání není nutno splnit žádné specifické podmínky. Pro testování byla vybrána nabídka společnosti E.ON ([EON \[2014\]](#)). Cena elektřiny, stejně jako v jiných sazbách, zahrnuje cenu silové elektřiny, poplatek za distribuci, platbu za systémové služby, služby OTE a příspěvek na obnovitelné zdroje energie. Cena 1 kWh energie v této sazbě je tedy konstantní a dále je uvažována hodnota 4.37 CZK ([EON \[2014\]](#)).

#### Sazba 2 - TOU

Druhým modelem pro testování je dvojtarifní sazba D25d. Uživatel této sazby využívá během dne vysoký (VT) a nízký (NT) tarif; jedná se tedy o model *time-of-use pricing* (TOUP). V rámci platnosti nízkého tarifu se uplatňuje (podstatně) snížená cena za distribuci energie. Doba platnosti nízkého tarifu je 8 hodin denně. Tato doba je rozdělena do několika intervalů dle specifikace distributora. Pro další práci jsou uvažovány ceny v jednotlivých tarifech 4.88 CZK, respektive 1.99 CZK a konkrétní identifikátor sazby A1B8DP6 (časový průběh je pak uveden na obrázku 7.1).

### Sazba 3 - DAP

Posledním cenovým modelem pro testování je proměnná sazba typu *day ahead pricing* (DAP). Vzhledem k tomu, že v České republice aktuálně není žádný takový tarif nabízen, byl využit tarif z [FERC \[2012\]](#), který byl upraven tak, aby střední hodnota ceny za daný den odpovídala střední hodnotě ceny v sazbě 2. Sazba 3 tak, jak je zde prezentována, je tedy pouze hypotetická. Přesto si ji dovolím užít pro zkoumání jejího teoretického ekonomického přínosu pro uživatele.



OBRÁZEK 7.1: Průběh cen v jednotlivých tarifech

## 7.2 Modelový dům

Pro ověření funkčnosti navržené metody je v této kapitole specifikován konkrétní matematický model systému pro všechny kategorie spotřebičů. Jsou tedy popsány jednotlivé kategorie pro konkrétní spotřebiče a dále jsou uvedeny potřebné parametry. Při tvorbě modelu byla snaha v maximální možné míře se přiblížit reálným hodnotám konkrétních spotřebičů, případně předpokládanému skutečnému využití systému. Většina parametrů byla proto čerpána z již existujících studií, informačních materiálů konkrétních spotřebičů, případně změřena na reálných spotřebičích.

### 7.2.1 Odložitelné spotřebiče

Studie zahrnuje simulaci tří typů odložitelných spotřebičů, kterými jsou pračka (WM), myčka nádobí (DW) a sušička prádla (TD). Tyto jsou součástí množiny, která je podrobně popsána v [Bradac et al. \[2015\]](#) a v níž je studováno chování skupiny domácností s odložitelnými spotřebiči. Ve zmíněné práci je rovněž brána v potaz statistická hodnota

rozšíření jednotlivých spotřebičů v domácnostech. Tato práce, jelikož necílí pouze na odložitelné spotřebiče a zároveň předpokládá simulaci pouze jediné domácnosti, statistickou hodnotu rozšíření ignoruje a stanovuje pevnou přítomnost všech tří spotřebičů v průběhu všech výpočtů (spotřebiče jsou tedy přítomny, nemusí být však pro konkrétní den naplánovány, viz dále).

Tabulka 7.1 udává průměrný počet cyklů každého ze spotřebičů za rok. Jedná se o průměrné hodnoty získané od výrobce [Siemens \[2013\]](#). Při simulaci je pro konkrétní den pravděpodobnost, že cyklus spotřebiče bude vykonán, dána jako  $P = \text{cyklu\_za\_rok}/365$ .

TABULKA 7.1: Výrobcem [Siemens \[2013\]](#) udávaný počet cyklů jednotlivých zařízení za rok

| Zařízení | Počet cyklů/rok | Pravděpodobnost spuštění |
|----------|-----------------|--------------------------|
| WM       | 220             | 0.6023                   |
| DW       | 240             | 0.6570                   |
| TD       | 147             | 0.4024                   |

Energetické profily WM, DW a TD byly získány měřením konkrétních spotřebičů<sup>1</sup>. Naměřená data byla diskretizována tak, jak je uvedeno v rovnicích 5.1, respektive 5.2 (spotřebovaná energie v každém časovém slotu byla tedy určena jako  $e_{a,i}^{DE} = (1/60t) \cdot \sum p_i$ , kde  $t$  je délka časového slotu,  $p_i$  vektor okamžitých hodnot výkonů měřených v průběhu časového slotu  $i$ . Špičková hodnota příkonu byla pak získána jako  $p_{a,i}^{DE} = \max(p_i)$ ). Vypočtené a diskretizované hodnoty pro všechny odložitelné spotřebiče jsou shrnutý v tabulce 7.2. Skutečné profily pro DW a WM spotřebiče jsou uvedeny na obrázku 7.2 vlevo, hodnoty pro DW diskretizované dle uvedených vztahů pak na obrázku 7.2 vpravo.

TABULKA 7.2: Energetické profily zařízení.

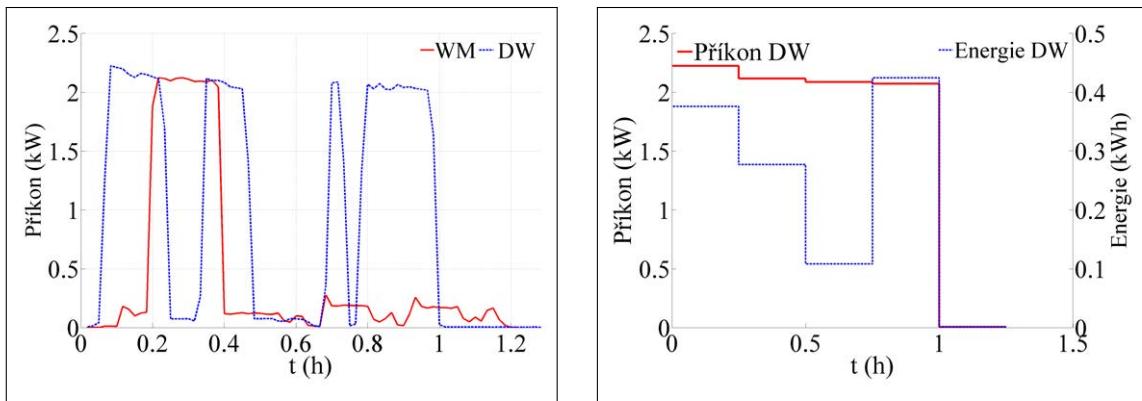
| ID | Délka cyklu | Spotřebovaná energie /kWh          | Špičkový příkon/kW                 |
|----|-------------|------------------------------------|------------------------------------|
| WM | 5 × 1       | 0.15, 0.29, 0.03, 0.03, 0.02       | 2.12, 2.12, 0.28, 0.26, 0.18       |
| DW | 6 × 1       | 0.38, 0.28, 0.11, 0.43, 0.01, 0.01 | 2.23, 2.12, 2.09, 2.07, 0.01, 0.01 |
| TD | 6 × 1       | 0.15, 0.20, 0.20, 0.20, 0.17, 0.01 | 2.20, 2.20, 2.20, 2.20, 2.20, 0.10 |

<sup>1</sup>Fyzické měření bylo realizováno přístrojem *Voltcraft Energy Logger 4000*, data byla měřena s periodou 1 minuta.

<sup>2</sup>Uživatelské preference zapnutí spotřebiče WM se pro konkrétní den určí náhodně z časového intervalu 6 : 00 – 12 : 00. Nultý časový slot je uvažován pro 0 : 00 – 0 : 15 hodin.

| ID | Nejdřívější start cyklu                    | Nejpozdější ukončení cyklu               |
|----|--------------------------------------------|------------------------------------------|
| WM | $X_{WM,s}^{DE} \sim \mathcal{U}(24, 48)^2$ | $X_{WM,f}^{DE} \sim \mathcal{U}(60, 80)$ |
| DW | $X_{DW,s}^{DE} \sim \mathcal{U}(16, 40)$   | $X_{DW,f}^{DE} \sim \mathcal{U}(60, 80)$ |
| TD | $X_{TD,s}^{DE} \sim \mathcal{U}(24, 48)$   | $X_{TD,f}^{DE} \sim \mathcal{U}(50, 80)$ |

TABULKA 7.3: Uživatelské preferenze.



OBRÁZEK 7.2: Energetické profily (vlevo) a jejich diskretizované podoby pro odložitelné spotřebiče (vpravo)

## Parametry simulace

Pro každý den simulace se nejprve na základě pravděpodobnosti popsané v tabulce 7.1 určí, které spotřebiče budou vykonávat svůj cyklus. Pro tyto spotřebiče jsou intervaly preferencí uživatele určeny rovnoměrným rozložením s parametry popsanými v tabulce 7.3. Na základě této tabulky se tedy určí konkrétní časy nejdřívějšího startu a nejpozdějšího ukončení cyklu. Tyto časy jsou základním parametrem pro simulaci.

### 7.2.2 Přerušitelné spotřebiče

V této kategorii jsou pro simulační studii zahrnutý dva spotřebiče – bazénové čerpadlo (PP) a akumulační ohřívač vody (EWH). Parametry bazénového čerpadla byly stanoveny empiricky. Hodnoty pro ohřívač vody byly pak vypočteny na základě odhadované denní spotřeby teplé vody domácnosti. Všechny parametry obou spotřebičů jsou shrnuty v tabulce 7.4.

| ID  | Příkon (W) | Délka cyklu (h) | Technická omezení    |
|-----|------------|-----------------|----------------------|
| PP  | 300        | 5               | Min. 2, Max. 2 sloty |
| EWH | 2200       | 3.5             | -                    |

TABULKA 7.4: Parametry přerušitelných spotřebičů

Oba spotřebiče jsou zahrnuty do výpočtu pro každý den simulace. Matematický model umožňuje definovat časový interval, během kterého mají být cykly těchto spotřebičů vykonány (podobně jako pro odložitelné spotřebiče), avšak v rámci této studie jsou tyto intervaly nastaveny na celých optimalizovaných 24 hodin.

### 7.2.3 Termostatem řízené spotřebiče

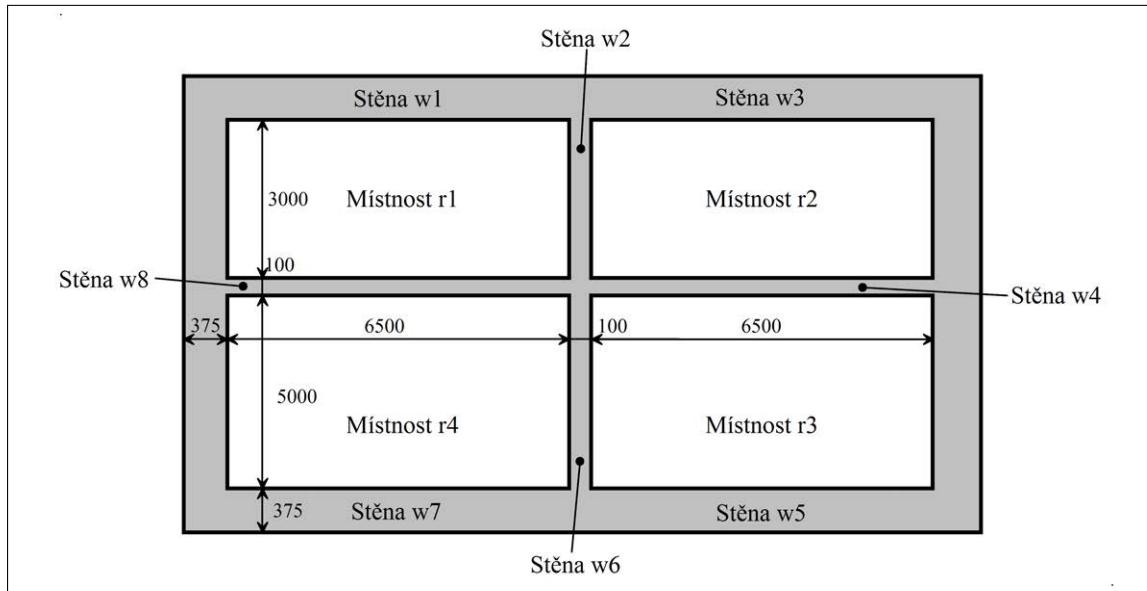
V této studii je uvažována budova o čtyřech místnostech (viz obrázek 7.3). V současné zjednodušené verzi model neuvažuje okna budovy a stejně tak šíření tepla mezi místnostmi jinak než vedením stěnami (např. otevřenými dveřmi). Každá z místností sousedí se dvěma dalšími místnostmi přes dvě vnitřní stěny a současně jsou dvě její stěny venkovní. Při zavedení zjednodušujících podmínek, např. zanedbání šíření tepla zářením<sup>3</sup>, lze z dvou stěn venkovních vytvořit jedinou o příslušné délce. Vytápění každé místnosti je realizováno jednotkou o topném výkonu 2350 Watt. Pro zjednodušení termodynamického modelu se předpokládá, že teplo je v jednotce generováno přímým ohřevem vzduchu, vnitřní tepelná dynamika jednotky je tedy mnohem rychlejší než dynamika místností, a tudíž je zanedbána. Obecné vztahy pro teplotní závislosti místností a stěn v budově jsou uvedeny v kapitole 4 jako rovnice 4.1, respektive 4.2. Matematický popis uvedeného modelu, potažmo ekvivalentního elektronického obvodu, sestává z jedné diferenciální rovnice pro každou kapacitu. Z obrázku je zřejmé, že budou modelovány čtyři místnosti, které jsou odděleny čtyřmi stěnami. Další čtyři stěny tvoří obálku budovy. Z modelu je pak metodou konečných prvků s použitím vztahů z kapitoly 4 vytvořen ekvivalentní elektronický obvod, který je uveden na obrázku 7.4.

V konkrétním případě pro místnost  $r_1$  je rovnice uvedena v 7.1. První tři členy na pravé straně této rovnice odpovídají šíření tepla mezi místností a stěnami 1, 2 a 8. V čitateli těchto členů figuruje vždy rozdíl teplot místnosti a geometrického středu stěny, ve jmenovateli pak polovina celkového tepelného odporu stěny<sup>4</sup>. Dalším členem v rovnici je energie předaná do místnosti *fancoil* spotřebičem, která je závislá na hmotnostním průtoku a teplotě vzduchu vystupujího z jednotky<sup>5</sup>. V tomto členu figuruje součin hodnoty vstupu a stavu systému, díky němuž je výsledný systém nelineární. Posledním ze členů rovnice je parazitní složka modelující teplo, které v místnosti vznikne např. přítomností osob či vlivem činnosti dalších elektrických spotřebičů.

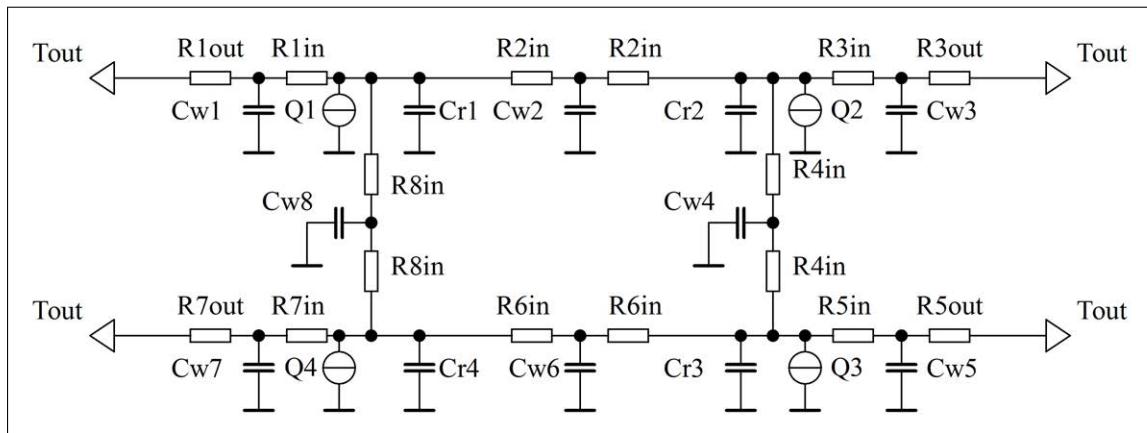
<sup>3</sup>Na každou z venkovních zdí budou zřejmě dopadat sluneční paprsky v jinou denní dobu, pod jiným úhlem apod.

<sup>4</sup>Přesně řečeno se tepelný odpor od geometrického středu *obvodové – venkovní* stěny směrem ven a směrem dovnitř liší v různých hodnotách součiniteli přestupu tepla prouděním na vnitřní a vnější straně stěny. U vnitřní stěny oddělující dvě místnosti je odpor pro obě poloviny stěny konstantní.

<sup>5</sup>Přesně řečeno na rozdílu teplot vzduchu vystupujícího z jednotky a aktuální teploty v místnosti.



OBRÁZEK 7.3: Půdorys modelovaných místností



OBRÁZEK 7.4: Ekvivalentní elektrický obvod

$$C_{r1} \frac{dT_{r1}}{dt} = \frac{T_{w1} - T_{r1}}{R_{1,in}} + \frac{T_{w2} - T_{r1}}{R_{2,in}} + \frac{T_{w8} - T_{r1}}{R_{8,in}} + \dot{m}_1 c_a (T_a - T_{r1}) + \dot{q}_{int,1} \quad (7.1)$$

$$C_{w1} \frac{dT_{w1}}{dt} = \frac{T_{r1} - T_{w1}}{R_{1,in}} + \frac{T_{out} - T_{w1}}{R_{1,out}} \quad (7.2)$$

Teplotní rovnováha v geometrickém středu venkovní stěny  $w_1$  je uvedena v rovnici 7.2. Na pravé straně jsou členy odpovídající šíření tepla oběma polovinami stěny. Zatímco v čitateli těchto členů figuruje vždy rozdíl teploty na příslušné straně stěny a teploty stěny, jmenovatel odpovídá polovině celkového odporu stěny<sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Opět v případě venkovní stěny se oba jmenovatelské liší právě o hodnotu součinitele přestupu tepla prouděním.

Rovnice 7.1, 7.3, 7.4 a 7.5 popisují tepelnou rovnováhu v místnostech  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  a  $r_4$ . Další rovnice 7.2 spolu se 7.6 – 7.12 popisují rovnováhu stěn.

$$C_{r2} \frac{dT_{r2}}{dt} = \frac{T_{w2} - T_{r2}}{R_{2,in}} + \frac{T_{w3} - T_{r2}}{R_{3,in}} + \frac{T_{w4} - T_{r2}}{R_{4,in}} + \dot{m}_2 c_a (T_a - T_{r2}) + \dot{Q}_{int,2} \quad (7.3)$$

$$C_{r3} \frac{dT_{r3}}{dt} = \frac{T_{w4} - T_{r3}}{R_{4,in}} + \frac{T_{w5} - T_{r3}}{R_{5,in}} + \frac{T_{w6} - T_{r3}}{R_{6,in}} + \dot{m}_3 c_a (T_a - T_{r3}) + \dot{Q}_{int,3} \quad (7.4)$$

$$C_{r4} \frac{dT_{r4}}{dt} = \frac{T_{w6} - T_{r4}}{R_{6,in}} + \frac{T_{w7} - T_{r4}}{R_{7,in}} + \frac{T_{w8} - T_{r4}}{R_{8,in}} + \dot{m}_4 c_a (T_a - T_{r4}) + \dot{Q}_{int,4} \quad (7.5)$$

$$C_{w2} \frac{dT_{w2}}{dt} = \frac{T_{r1} - T_{w2}}{R_{2,in}} + \frac{T_{r2} - T_{w2}}{R_{2,in}} \quad (7.6)$$

$$C_{w3} \frac{dT_{w3}}{dt} = \frac{T_{r2} - T_{w3}}{R_{3,in}} + \frac{T_{out} - T_{w3}}{R_{3,out}} \quad (7.7)$$

$$C_{w4} \frac{dT_{w4}}{dt} = \frac{T_{r2} - T_{w4}}{R_{4,in}} + \frac{T_{r3} - T_{w4}}{R_{4,in}} \quad (7.8)$$

$$C_{w5} \frac{dT_{w5}}{dt} = \frac{T_{r3} - T_{w5}}{R_{5,in}} + \frac{T_{out} - T_{w5}}{R_{5,out}} \quad (7.9)$$

$$C_{w6} \frac{dT_{w6}}{dt} = \frac{T_{r3} - T_{w6}}{R_{6,in}} + \frac{T_{r4} - T_{w6}}{R_{6,in}} \quad (7.10)$$

$$C_{w7} \frac{dT_{w7}}{dt} = \frac{T_{r4} - T_{w7}}{R_{7,in}} + \frac{T_{out} - T_{w7}}{R_{7,out}} \quad (7.11)$$

$$C_{w8} \frac{dT_{w8}}{dt} = \frac{T_{r4} - T_{w8}}{R_{8,in}} + \frac{T_{r1} - T_{w8}}{R_{8,in}} \quad (7.12)$$

Stavové vyjádření systému lze rozepsat na lineární deterministickou část (matice **A** a **C**), nelineární deterministickou část  $\mathbf{f}(x, u)$  a stochastickou složku  $\mathbf{d}(t)$  tak, jak je uvedeno v rovnici 7.13. Stavový vektor je pak vytvořen jako  $\mathbf{x} = [T_{r1}, \dots, T_{r4}, T_{w1}, \dots, T_{w8}]^T$ . Kompletní matice stavového popisu jsou pro lepší přehlednost přesunuty do přílohy B.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(x, u) + \mathbf{d}(t) \quad (7.13)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

Uvedený model je nelineární, je třeba jej tedy linearizovat (viz kapitola 5.3.3) a diskretizovat (viz kapitola 5.3.4).

### Parametry simulace

V další části této kapitoly budou uvedeny konkrétní hodnoty parametrů modelu. Parametry jednotlivých místností jsou uvedeny v tabulce 7.5. Za měrnou tepelnou kapacitu vzduchu v místnostech  $c_a$  je brána hodnota  $1.010 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Pro jednotlivé zdi pak platí parametry v tabulce 7.6.

Součinitel prostupu tepla, tedy celková výměna tepla v ustáleném stavu mezi dvěma prostředími, vzájemně oddělenými stavební konstrukcí o tepelném odporu  $R$  s přilehlými

---

<sup>7</sup>Parametry vzduchu jsou uvedeny pro teplotu  $20^\circ\text{C}$  a tlak  $100.0 \text{ kPa}$ .

| Místnost             | $V \ (m^3)$ | $c_r \left( \frac{kJ}{kg \cdot K} \right)$ | $\lambda \left( \frac{W}{m \cdot K} \right)$ | $\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$ |
|----------------------|-------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------|
| $r_1, r_2, r_3, r_4$ | 62.5        | $c_a$                                      | 0.0252                                       | 1.188                                |

TABULKA 7.5: Fyzikální parametry jednotlivých místností.

| Stěna                | $d \ (m)$ | $S \ (m^2)$ | $c \left( \frac{kJ}{kg \cdot K^{-1}} \right)$ | $\lambda \left( \frac{W}{m \cdot K} \right)$ | $\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$ |
|----------------------|-----------|-------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------|
| $w_1, w_3, w_5, w_7$ | 0.375     | 25.0        | 1000                                          | 0.150                                        | 850                                  |
| $w_2, w_4, w_6, w_8$ | 0.100     | 12.5        | 1000                                          | 0.170                                        | 700                                  |

TABULKA 7.6: Fyzikální parametry jednotlivých stěn.

| Konstrukce         | Hodnota součinitele $(\frac{W}{m^2 \cdot K})$ |
|--------------------|-----------------------------------------------|
| Vnitřní – $h_{in}$ | 7.6923                                        |
| Vnější – $h_{out}$ | 25.000                                        |

TABULKA 7.7: Hodnoty součinitele prostupu tepla

| Parametr                              | Hodnota | Jednotka           |
|---------------------------------------|---------|--------------------|
| Topný výkon $P_T$                     | 1170    | W                  |
| Minimální průtok vzduchu $F_{min}$    | 0       | $m^3 \cdot h^{-1}$ |
| Maximální průtok vzduchu $F_{max}$    | 106     | $m^3 \cdot h^{-1}$ |
| Teplota výstupního vzduchu $T_{heat}$ | 43      | °C                 |

TABULKA 7.8: Parametry spotřebičů *fancoil* 1–4

mezními vzduchovými vrstvami, zahrnuje vliv všech tepelných mostů včetně vlivu prostupujících hmoždinek a kotev, které jsou součástí konstrukce. Je definován vztahem  $U = \frac{1}{R_T}$ . Hodnoty součinitele pro vodorovný směr tepelného toku udává tabulka 7.7.

Z výše uvedených parametrů lze získat hodnoty tepelné kapacity jednotlivých místností (rovnice 7.14) a zdí (rovnice 7.15). V matematickém modelu je kapacita každé ze zdí modelována (připojena) v geometrickém středu zdi (viz kapitola 5.3.2), je nutno tepelné odpory jednotlivých částí vypočítat zvlášť a modelovat dle obrázku 7.4. Výpočet hodnot tepelných odporů pro obě strany každé zdi je uveden v rovnicích 7.16 a 7.17.

$$C_{ri} = \rho_a \cdot V_{ri} \cdot c_a \quad (7.14)$$

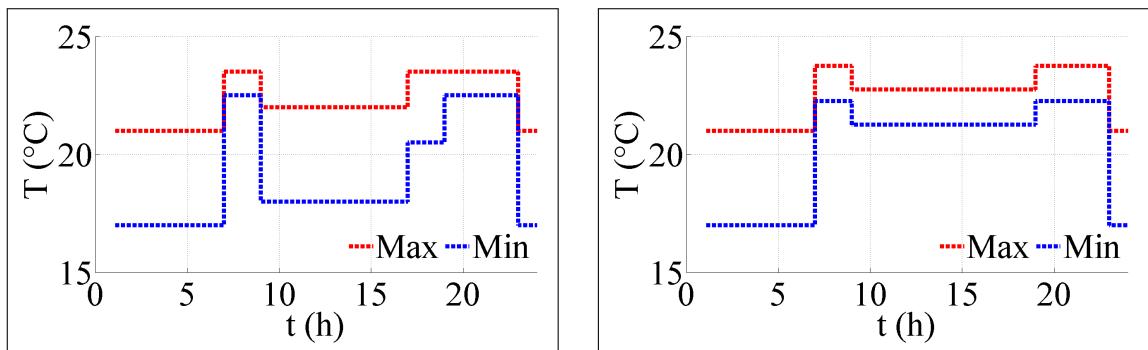
$$C_{wi} = \rho_w \cdot S_i \cdot d_i \cdot c_i \quad (7.15)$$

$$R_{wi,in} = \frac{1}{h_{in} \cdot S_i} + \frac{d_i}{2 \cdot S_i \cdot \lambda_i} \quad (7.16)$$

$$R_{wi,out} = \frac{1}{h_{out} \cdot S_i} + \frac{d_i}{2 \cdot S_i \cdot \lambda_i} \quad (7.17)$$

Z tepelného výkonu fancoil spotřebiče – 2350 W, teploty vstupního vzduchu 21 °C<sup>8</sup> a maximálního průtoku vzduchu jednotkou 320 m<sup>3</sup>/h byla vypočtena žádaná teplota výstupního vzduchu 43 °C. Teplotu v místnosti v tomto modelu lze řídit jednak změnou hodnoty průtoku vzduchu, jednak změnou jeho teploty. V tomto příkladu bude uvažováno řízení pouze změnou průtoku, zatímco teplota vzduchu je uvažována konstantní. Předpokládá se možnost spojitého řízení objemu dodávaného vzduchu mezi hodnotami 0 - 320 m<sup>3</sup>/h.

Počáteční podmínky jsou pro jednotlivé studie voleny různě, většinou jsou teploty v místnostech nastaveny na polovinu rozdílu největší a nejmenší hodnoty *setpointu*, teploty vnitřních zdí na polovinu rozdílu teplot mezi místnostmi a teploty vnějších zdí na polovinu rozdílu příslušné vnitřní a vnější teploty. Uživatelem definované *setpointsy* pro jednotlivé místnosti jsou v rámci studie totožné pro celý interval simulace (není-li řečeno jinak). Hodnoty pro místnost 1 jsou znázorněny na obrázku 7.5 vlevo (konkrétní hodnoty pro ostatní místnosti jsou uvedeny v příloze C.1). Obrázek 7.5 vpravo pak popisuje hodnoty pro tutéž místnost během víkendu. Tyto jsou využity v rámci studie 6 (viz kapitola 7.5.6).



OBRÁZEK 7.5: Hodnoty *setpointu* místnost 1 pro všední den (vlevo) a víkend (vpravo)

#### 7.2.4 Akumulátory

V rámci případové studie je uvažován akumulátor automobilu Nissan Leaf ([Nissan \[2015\]](#)) popsaný v kapitole 5.5.1. Tabulka 7.9 shrnuje nejdůležitější parametry akumulátoru.

<sup>8</sup>V rámci zachování dostatečné přesnosti je možno teplotu, kolem které oscilují skutečné teploty v místnosti, považovat za konstantní. Pro tuto vnitřní teplotu byl také linearizován původní nelineární model.

| Parametr                     | Hodnota | Jednotka                |
|------------------------------|---------|-------------------------|
| Celková kapacita akumulátoru | 24      | kWh                     |
| Životnost baterie            | 8       | roků                    |
| Maximální nájezd             | 150 000 | km                      |
| Amortizace                   | 1.93    | CZK · kW <sup>-1</sup>  |
| Příkon nabíječky             | 6.6     | kW                      |
| Doba nabíjení                | 4.3     | h                       |
| Účinnost nabíjení            | 0.85    | -                       |
| Účinnost vybíjení            | 0.90    | -                       |
| Úroveň samovybíjení          | 5       | % · měsíc <sup>-1</sup> |

TABULKA 7.9: Parametry akumulátoru

### Další parametry simulace

Časy připojení a odpojení akumulátoru do/z BEMS jsou reprezentovány náhodnými veličinami  $X_c^{ST}$ , respektive  $X_d^{ST}$  s rovnoměrným rozdělením. Vlastnosti těchto veličin jsou uvedeny v tabulce 7.10. Dalším parametrem pro využití akumulátoru je také jeho zbývající kapacita v době připojení (potažmo tedy počet kilometrů najetých elektromobilem od posledního nabíjení). V rámci simulace je pro různé studie tato hodnota popsána v tabulce 7.11.

| Studie č. | Uživatelská akce      | Časový slot                         |
|-----------|-----------------------|-------------------------------------|
| 5         | Připojení akumulátoru | $X_c^{ST} \sim \mathcal{U}(1, 10)$  |
| 5         | Odpojení akumulátoru  | $X_d^{ST} \sim \mathcal{U}(86, 96)$ |
| 6         | Připojení akumulátoru | $X_c^{ST} \sim \mathcal{U}(20, 32)$ |
| 6         | Odpojení akumulátoru  | $X_d^{ST} \sim \mathcal{U}(60, 76)$ |

TABULKA 7.10: Připojení akumulátoru

| Studie č. | Najetý počet kilometrů                                  |
|-----------|---------------------------------------------------------|
| 5         | 30 km                                                   |
| 6         | $X_{range}^{ST} \sim \mathcal{N}(40, 100)$ <sup>9</sup> |

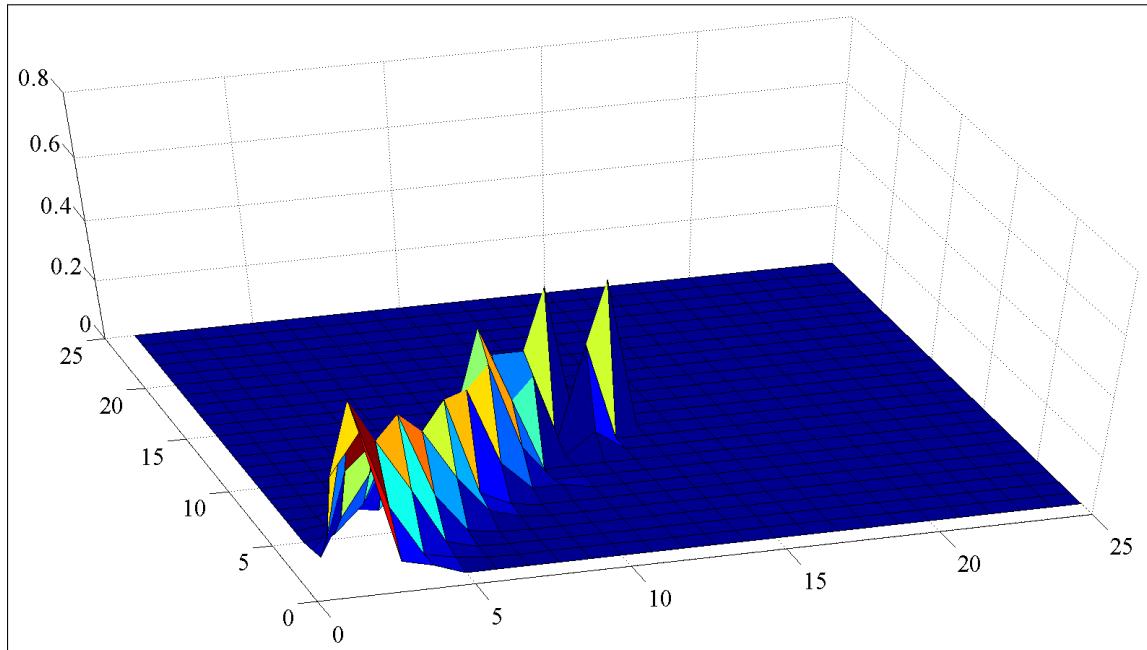
TABULKA 7.11: Zbývající energie v akumulátoru

<sup>9</sup>Náhodná veličina s normálním rozdělením  $X_{range}^{ST} \sim \mathcal{N}(40, 100)$  (střední hodnota  $E(X_{acc}) = 40$  a rozptyl  $D(X_{acc}) = 100$ )

### 7.2.5 Obnovitelné zdroje energie

Pro vytvoření pravděpodobnostního modelu dle [Sahin and Sen \[2001\]](#) byla využita historická data z let 2004–2014 měřená na letišti Brno-Tuřany (ICAO kód LKTB). Právě proto, že se jedná o letiště, je k dispozici kompletní množina dostatečně přesných dat stejně tak, jako by byla v případě vlastního měření rychlosti větru *energy managerem* v průběhu konkrétního časového období.

Získaná data jsou nejprve upravena tak, že z dat rychlosti větru je oříznuta desetinná část. Dále jsou data rozdělena po jednotlivých hodinách. Pro každou hodinu jsou vytvořeny kategorie  $\langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \dots, \langle n - 1, n \rangle$ . Tyto kategorie pak označují četnosti výskytů jednotlivých rychlostí v konkrétních hodinách všech sledovaných dní. Hodnoty, které jsou vyšší než  $n$ , jsou brány jako  $n$  (tato hodnota udává maximální rychlosť větru, pro kterou je možno generovat elektrickou energii a zde je rovna  $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Pro každou hodinu  $k$  je vytvořen Markovův řetězec prvního rádu s přechodovou maticí  $P_k$  (rovnice 5.38). Jednotlivé prvky  $(i, j)$  této přechodové matice pak udávají pravděpodobnost, s jakou se rychlosť větru v této hodině změní z hodnoty  $i \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  na hodnotu  $j \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Hodnoty jedné z takto získaných přechodových matic jsou znázorněny na obrázku 7.6. Další podrobnosti pravděpodobnostního modelu pro proudění větru jsou uvedeny v příloze C.3.



OBRÁZEK 7.6: Zobrazení přechodové matice Markovova řetězce pro 0 h

Pro simulaci v rámci této práce byla vybrána malá větrná turbína s parametry uvedenými v tabulce 7.12. Podobnou turbínu je možno zakoupit jako kompletní řešení i s regulací a měničem např. na [ecoShop \[2015\]](#).

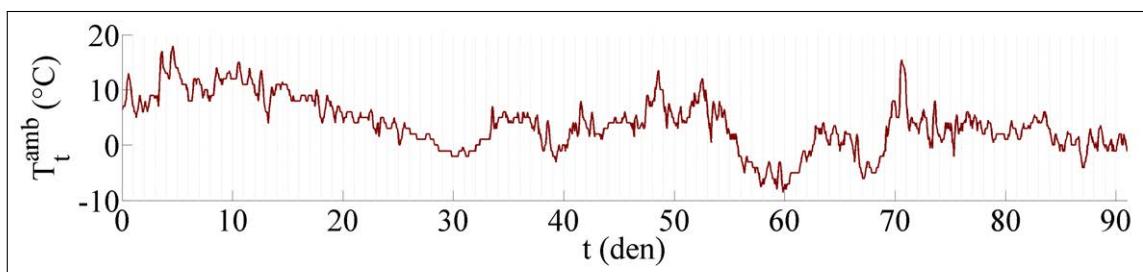
| Parametr                   | Hodnota | Jednotka         |
|----------------------------|---------|------------------|
| Počet lopatek              | 3       | -                |
| Průměr turbíny             | 2.5     | $m$              |
| Rozběhová rychlosť         | 2.5     | $m \cdot s^{-1}$ |
| Odpojovací rychlosť        | 25      | $m \cdot s^{-1}$ |
| Nominální rychlosť větru   | 8       | $m \cdot s^{-1}$ |
| Nominální výkon generátoru | 500     | $W$              |

TABULKA 7.12: Parametry větrné turbíny využité v rámci simulace

V praxi je každý lokální generátor propojen přes regulátor a měnič s vlastním akumulátorem. Tento akumulátor slouží k akumulaci vyrobené energie, potažmo tedy k vyrovnaní kolísajícího objemu výroby při její spotřebě. Regulátor mimo svou základní funkci, kterou je řízení toků energie, plní rovněž funkci ochrannou – chrání brzděním turbínu při překročení otáček a akumulátor proti nadměrnému nabítí či vybití. V této práci je problém lokálního generátoru zjednodušen odstraněním akumulátoru, jehož funkci částečně plní baterie elektromobilu.

### 7.3 Další parametry simulace

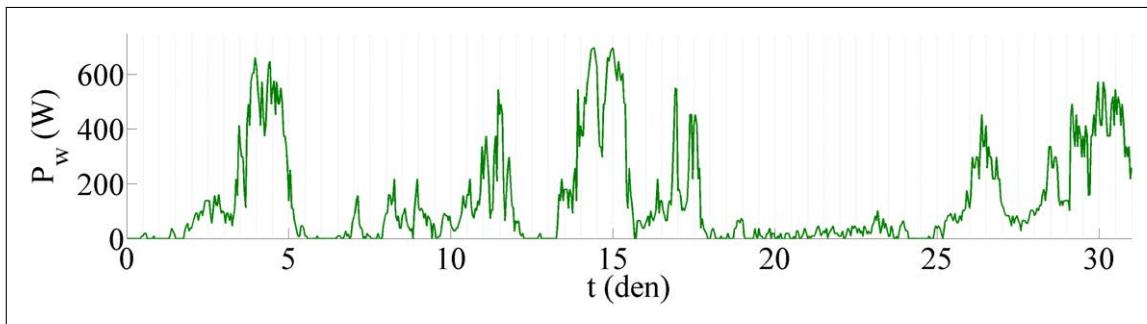
V této podkapitole jsou popsány vnější vlivy, které působí na modelový systém. Jedním z nich je venkovní teplota, která je přiváděna na vstup termodynamického modelu budovy a která tedy ovlivňuje rychlosť chladnutí či zahřívání jednotlivých místností. Pro simulaci byl zvolen zimní režim, ve kterém *fancoil* spotřebiče slouží k vytápění budovy, předpokládá se tedy, že venkovní teplota bude po většinu simulace nižší než teplota v budově. Na obrázku 7.7 je znázorněn průběh venkovní teploty pro měsíce listopad 2014 – leden 2015 včetně, získaný z online archivu ([Channel \[2015\]](#)). Jednotlivé studie popsané v následující podkapitole jsou prováděny na různě dlouhých podmnožinách tohoto časového intervalu. Pro každý simulovalý den je uvažován konkrétní průběh teplot.



OBRÁZEK 7.7: Vývoj hodinových teplot během simulace

Kromě venkovní teploty má na chování modelu podstatný vliv rovněž rychlosť větru, který působí na turbínu s generátorem. Na základě parametrů uvedených v kapitole 7.2.5 je

proveden přepočet rychlosti větru na výkon generovaný v jednotlivých hodinách každého dne. Časový průběh výkonu pro prvních 31 dní simulace je uveden na obrázku 7.8.



OBRÁZEK 7.8: Výkon větrné turbíny během simulace prvních 31 dní simulace

## 7.4 Přehled prováděných případových studií

Tato kapitola popisuje způsoby hodnocení a evaluace navržené metody při různých vnějších podmínkách. V rámci některých studií je prováděno srovnání s jinými typy regulátorů, jiné pak srovnávají různé způsoby návrhu a nastavení parametrů samotného prediktivního řízení a jeho následné chování.

Všechny simulace v rámci všech studií jsou prováděny na modelovém případu definovaném v rámci kapitoly 7.2. Studie 1–5 a 8 jsou simulovány se vstupními parametry platnými pro měsíc leden 2015 (na obrázcích 7.7, respektive 7.8 se jedná o dny 62 – 92). Simulace pro studie 6 a 7 jsou pak prováděny na celém časovém intervalu.

### Studie 1 – Termostatem řízené spotřebiče – tepelný komfort

V rámci této případové studie jsou uvažovány pouze termostatem řízené spotřebiče. Na tyto spotřebiče je aplikováno řízení typu MPC. Výsledky jsou porovnány s rozšířenými metodami řízení pomocí PI regulátoru, respektive dvoustavového regulátoru. Tato studie počítá s prvním definovaným cenovým tarifem – FRP, hodnotícím kritériem je pouze dodržení žádaného tepelného komfortu v rámci celého objektu. Simulace jsou prováděny pro časový horizont jednoho měsíce. Studie je součástí kapitoly 7.5.1.

### Studie 2 – Termostatem řízené spotřebiče – finanční úspora

Tato případová studie jde nad rámec studie 1 a zkoumá možnosti nastavení MPC regulátoru při současné optimalizaci uživatelského komfortu a ceny zaplacené za energii. Ve studii je

použit druhý definovaný cenový tarif – TOU. Veškeré simulace jsou opět prováděny pro jeden měsíc. Studie je součástí kapitoly 7.5.2.

### **Studie 3 – Termostatem řízené spotřebiče – technická omezení**

Nad rámec předchozí případové studie je zde definováno technické omezení - maximální hodnota výkonu odebraného všemi uvažovnými spotřebiči. Studie popisuje změnu chování MPC regulátoru směrem ke koordinovanému rozhodování. Dále je v této případové studii zkoumána možnost optimalizace výsledného tvaru akčního zásahu s ohledem na prodloužení životnosti případných elektromechanických akčních členů. Studie je součástí kapitoly 7.5.3.

### **Studie 4 – Termostatem řízené spotřebiče – dvojstupňové řízení**

Jak bylo uvedeno v kapitole 5.3.5, vypočtený optimální akční zásah pro aktuální časový slot je nutno za přítomnosti zpětné vazby (měřené teploty) korigovat. V této případové studii je vytvořena simulace systému s PI regulátorem tvořícím vnitřní regulační smyčku. Studie ukazuje, jak se liší simulované hodnoty akčních zásahů od hodnot teoreticky vypočtených; dále pak popisuje, jak lze na základě ladění parametrů PI regulátoru dosáhnout požadovaného průběhu teplot v systému a uspokojivě tvarovaného akčního zásahu. Ve studii je dále řešen způsob zvýšení odolnosti vůči poruchám působícím na vstup systému. Studie je popsána v rámci kapitoly 7.5.4.

### **Studie 5 – Akumulátor**

Případová studie zkoumá chování modelu obsluhujícího termostatem řízené spotřebiče při připojení akumulátoru elektromobilu. V rámci matematického modelu je definováno několik variant chování nabíjecího/vybíjecího procesu. V této studii je provedena simulace na všech těchto variantách a jsou prezentovány jejich praktické výsledky a rozdíly mezi nimi. Studie je popsána v kapitole 7.5.5.

### **Studie 6 – Všechny spotřebiče – komplexní chování**

V rámci této případové studie jsou simulovány činnosti všech typů spotřebičů definovaných v této práci. První část studie se věnuje ověření funkčnosti kompletního navrženého modelu. Druhá část pak odpovídá na otázku, jak lze laděním jednotlivých parametrů v optimalizační funkci simulovat různé preference uživatelů (finanční úspora – včasné spouštění spotřebičů – zachování tepelné pohody – technické aspekty), a popisuje rozdíly v chování systému na

základě těchto nastavení. Takto je realizováno ověření funkčnosti heuristického algoritmu pro odhad mezí proměnných kriteriální funkce. Studie je popsána v rámci kapitoly 7.5.6.

### Studie 7 – Citlivost vůči nepřesnosti modelu

Případová studie zkoumá vliv nepřesnosti parametrů modelu na kvalitu vyregulování teploty v budově. V průběhu studie jsou parametry původního modelu zatěžovány rostoucí nejistotou a jsou vyhodnocovány objektivní změny kvality regulace. Studie je součástí kapitoly 7.5.7

### Studie 8 – Škálovatelnost optimalizačního problému

Délka horizontu predikce ovlivňuje možnosti optimalizačního algoritmu, a tedy i chování celého systému. Se zvyšující se délkou horizontu vzrůstají možnosti optimalizace, avšak roste i obtížnost řešení matematického problému. V této případové studii je kvantifikováno chování algoritmu při různých délkách horizontu predikce a jsou vyhodnoceny různé možnosti ukončení běhu optimalizační úlohy. Studie je popsána v kapitole 7.5.8.

## 7.5 Výsledky případových studií

### 7.5.1 Studie 1 – Termostatem řízené spotřebiče – tepelný komfort

Účelem studie je porovnání přínosu MPC řízení na dodržování tepelného komfortu v objektu. V rámci studie jsou řízeny čtyři *fancoil* spotřebiče (s parametry uvedenými v tabulce 7.8). Tyto jednotky jsou umístěny v budově, jejíž model je definován v rámci kapitoly 7.2.3. Hodnoty *setpointů* pro jednotlivé místonosti uvedené v příloze C jsou modifikovány tak, že namísto uživatelem definovaného pásma tolerance je nyní žádaná hodnota vypočtena jako aritmetický průměr mezi minimální a maximální teplotou původního pásma. Pro účely této studie je modifikace nezbytná, neboť na jednotky jsou postupně aplikovány následující 3 řídicí algoritmy:

- *Model Predictive Control* s kritériem maximalizace tepelného komfortu na horizontu predikce,
- *regulace na žádanou hodnotu PI regulátorem* s omezením integrační složky a
- *regulace na žádanou hodnotu dvoustavovým regulátorem* s hysterezí  $0.5^{\circ}\text{C}$ .

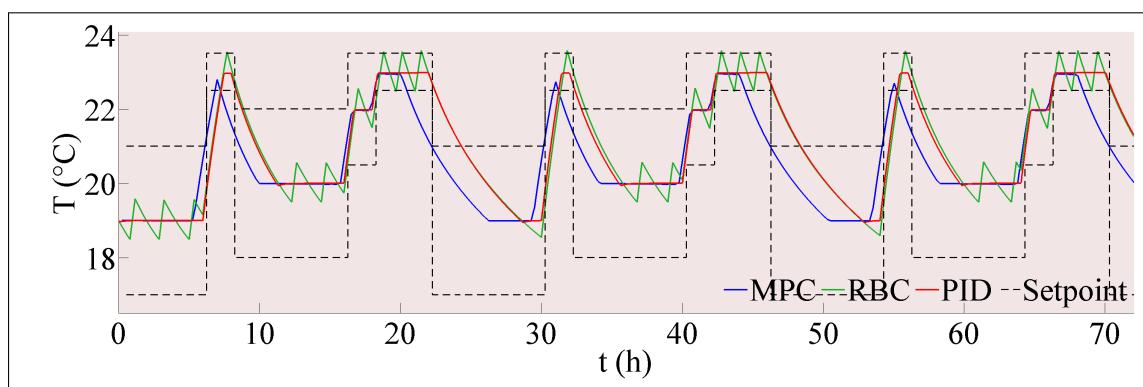
V rámci studie je uvažována FRP cenová sazba 1 (viz kapitola 7.1) a průběh venkovních teplot odpovídající datům naměřeným během měsíce ledna 2015. Je zvolena doba simulace jeden měsíc.

## Výsledky

Na obrázku 7.9 jsou znázorněny průběhy teplot v místnosti 1 během prvních tří dnů simulace<sup>10</sup>. Z obrázku je zřejmá funkčnost PI regulátoru (v systému je brzy po změně žádané hodnoty dosaženo nulové ustálené odchylky), respektive dvoustavového regulátoru (skutečná hodnota osciluje kolem žádané hodnoty, amplituda oscilací je závislá na hodnotě hystereze, jejich perioda pak navíc na dynamice systému). Průběh žádané hodnoty generované MPC regulátorem je však od předchozích dvou odlišný. Na základě tvaru použité kriteriální funkce uvedené jako rovnice 7.18 je zjevné, že regulátor optimalizuje kvadrát predikovaných teplotních odchylek. Nedodržuje tedy striktně žádanou hodnotu na celém horizontu predikce, namísto toho ji upravuje tak, že zvýhodňuje menší odchylky před případnými většími odchylkami, způsobenými změnou *setpointů*.

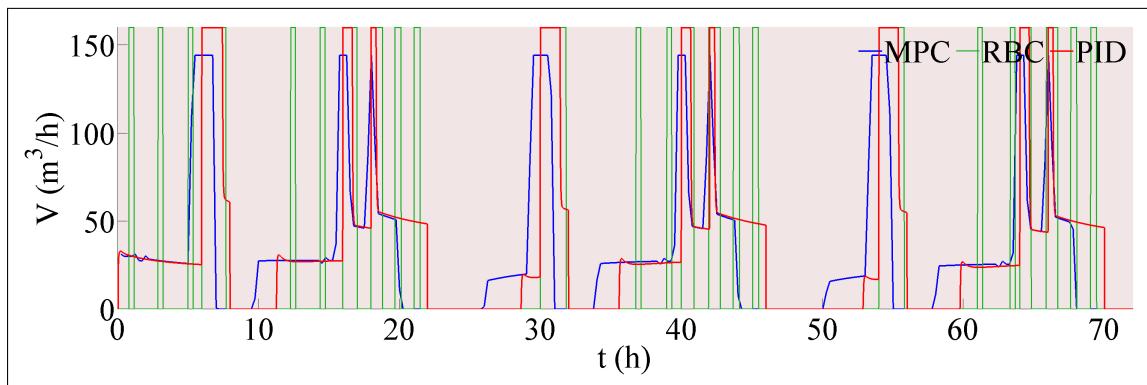
$$E = \sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^{|\mathbb{H}|} (\zeta_{h,t} - t_{h,t})^2 \quad (7.18)$$

Obrázek 7.10 pak ukazuje průběhy akčních zásahů v čase pro jednotlivé regulátory. Tvar průběhu pro dvoustavový regulátor není možno nijak ovlivnit (nastavenou hysterezí lze pouze modifikovat četnost spínání akčního členu). Pro PI jsou průběhy akčních zásahů charakteristické dle nastavení zesílení jednotlivých složek regulátoru. V případě MPC pak tvar průběhu závisí na způsobu, jakým je definována kriteriální funkce spolu s množinou pravidel.



OBRÁZEK 7.9: Průběhy teplot v místnosti 1 po první tři dny simulace

<sup>10</sup>Kompletní vstupní data a výsledky jsou součástí elektronické verze příloh této práce.



OBRÁZEK 7.10: Okamžité průtoky vzduchu jednotkami v místnosti 1 po první tři dny simulace

Na obrázku 7.11 vlevo je uvedeno srovnání studovaných regulátorů z hlediska dodržení tepelného komfortu. Průběhy jsou rozděleny pro jednotlivé místnosti. Uváděné hodnoty jsou denní průměry získané z celého období simulace. Je zřejmé, že testovaný MPC regulátor vykazuje podstatně nižší hodnoty porušení komfortu než zbývající dva (jedná se o optimální hodnoty vzhledem ke kritériu uvedenému v rovnici 7.18). Z obrázku 7.9 je pak zřejmé, že nižších hodnot při daných podmínkách již dosáhnout nelze, neboť rychlosť zahřívání prostoru a jeho chladnutí je dána jednak jeho vnitřní dynamikou, jednak výkonem jednotlivých zařízení.

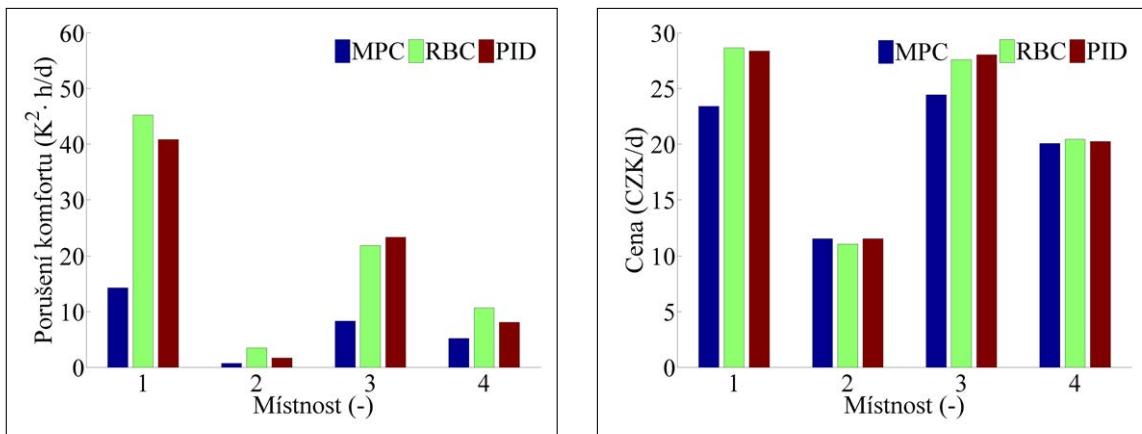
Průměrná denní cena elektrické energie pro jednotlivé typy regulátorů a jednotlivé místnosti je pak uvedena na obrázku 7.11 vpravo. Je zřejmé, že v tomto případě (který počítá s FRP – tarifem s konstantní sazbou) nelze očekávat žádnou finanční úsporu. Té bylo sice dosaženo, avšak pouze proto, že optimální teplota určená MPC regulátorem byla po většinu času simulace nižší než hodnota *setpointu* (lze poznat na obrázku 7.9)<sup>11</sup>.

### 7.5.2 Studie 2 – Termostatem řízené spotřebiče – finanční úspora

V předchozí studii byly porovnány tři různé typy regulátorů z hlediska možnosti dodržení tepelného komfortu. Jako jeden z těchto tří byl studován i MPC regulátor, jehož jediným kritériem byla právě maximalizace tepelného komfortu. Tato studie zahrnuje vícekriteriální optimalizaci uživatelského komfortu spolu s celkovou cenou energie při cenové sazbě TOU. Jinými slovy studie zkoumá vliv nastavení vah  $\omega_\Theta$  a  $\omega_{TH}$  (viz kapitola 6.4.8) na tvar optimální teplotní křivky.

V tuto chvíli již MPC regulátor nepracuje se *setpointem* daným konkrétní hodnotou (jako v kapitole 7.5.1). Namísto toho jsou dány uživatelem akceptované rozsahy teplot (jednotlivé

<sup>11</sup>Takové chování je však zčásti specifické pro zvolený průběh *setpointu*.



OBRÁZEK 7.11: Porušení komfortu (vlevo) a cena energie (vpravo) pro jednotlivé místnosti v průběhu celé simulace

časové průběhy jsou prezentovány v příloze C). Díky těmto rozsahům má regulátor možnost dopředu reagovat vhodným tvarem akčního zásahu na známé změny vstupních veličin (zde se jedná o kolísání ceny energie v rámci TOU sazby) a dosáhnout cenové úspory maximální úrovni komfortu. Kvantitativní zhodnocení dodržení komfortu pro konkrétní spotřebič  $h$  je pak určeno na základě rovnice 7.19, ve které hodnota  $D$  popisuje počet dní simulace. Význam dalších symbolů je uveden v příloze A.

$$I_h = \frac{1}{D \cdot T \cdot \Delta} \sum_{t=0}^{D \cdot T} \max \left( (t_{h,t} - \zeta_{h,t}^{\min})^2, (t_{h,t} - \zeta_{h,t}^{\max})^2 \right), \forall h \in \mathbb{H} \quad (7.19)$$

Dvoustavový regulátor a PI regulátor, které byly simulovány s jiným průběhem žádaných teplot, nejsou již dále uváděny. Právě díky rozdílným úrovním žádaných hodnot není možno mezi nimi kvantitativně porovnávat jejich vlastnosti. Kriteriální funkci pro tuto studii lze zjednodušeně uvést jako

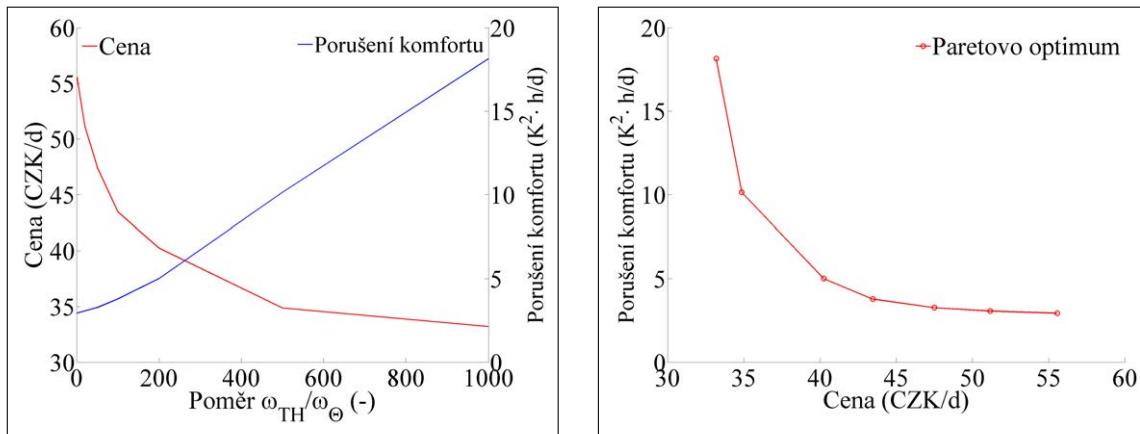
$$E = \omega_\Theta \cdot \Psi_\Theta + \omega_{TH} \cdot \Psi_{TH}, \quad (7.20)$$

kde  $\Psi_\Theta$ , respektive  $\Psi_{TH}$  jsou detailně popsány v kapitolách 6.4.3, respektive 6.4.5.

## Výsledky

Jelikož pro tuto studii ještě není využita navržená metoda normalizace koeficientů v kriteriální funkci pomocí heuristického algoritmu, je nutno pečlivě volit poměry obou vah  $\omega$ . V rámci studie byly prováděny simulace s hodnotami  $\omega_{TH}/\omega_\Theta$  od 1 : 1 do 1 : 1000. V tabulce 7.13 jsou uvedeny průměrné denní ceny a hodnoty porušení tepelného komfortu vztažené k poměru 1:1 pro všechny provedené simulace. Graf na obrázku 7.12 vlevo je vytvořen právě z

těchto hodnot. Na stejném obrázku vpravo je pak vyobrazena křivka popisující vzájemnou závislost obou částí kriteriální funkce, tzv. Paretova křivka. Tato křivka mapuje všechna optimální řešení dané úlohy – udává, jak s klesající cenou za energii vzrůstá úroveň porušení komfortu.

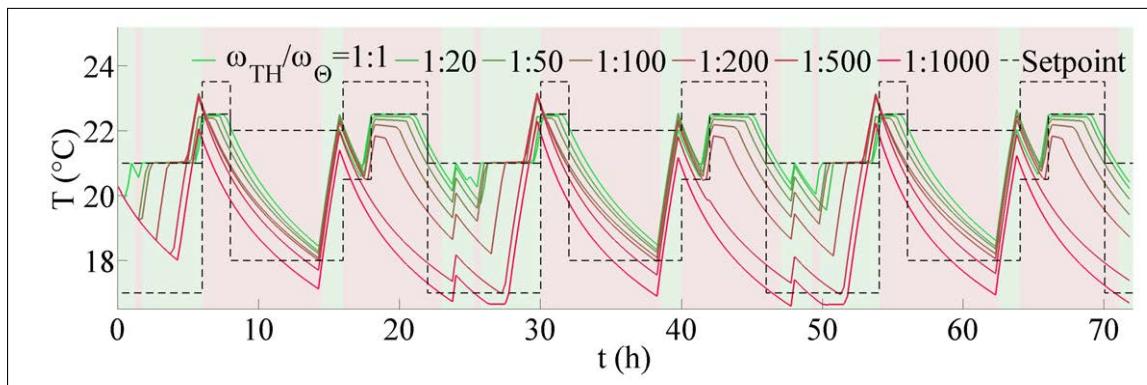


OBRÁZEK 7.12: Závislost ceny a úrovně komfortu na poměru vah  $\omega_{TH}$  a  $\omega_{\Theta}$  (vlevo), zobrazení Paretovy křivky pro obě proměnné. (Všechny místnosti, sazba TOU)

Obrázek 7.13 zobrazuje průběhy teplot v místnosti 1 po první tři dny každé ze simulací. Jednotlivé barevné pruhy na pozadí tohoto obrázku mapují cenový tarif pro konkrétní čas simulace – červený pruh pro vysoký tarif, zelený pak pro nízký. Pro všechny průběhy lze vysledovat tendenci předehřívat místnost při nízkém cenovém tarifu. Z obrázku je patrné, jak se vzrůstající hodnotou váhy  $\omega_{\Theta}$  dochází k postupnému poklesu absolutní hodnoty teploty v místnosti a ke stupňující se odchylce od uživatelských preferencí vymezených minimální a maximální hodnotou *setpointu*.

| Poměry vah $\omega_{TH}/\omega_{\Theta}$ (-) | Rel. cena (-) | Rel. porušení komfortu (-) |
|----------------------------------------------|---------------|----------------------------|
| 1 : 1                                        | 1.000         | 1.000                      |
| 1 : 20                                       | 0.921         | 1.044                      |
| 1 : 50                                       | 0.855         | 1.111                      |
| 1 : 100                                      | 0.782         | 1.287                      |
| 1 : 200                                      | 0.724         | 1.702                      |
| 1 : 500                                      | 0.627         | 3.450                      |
| 1 : 1000                                     | 0.597         | 6.171                      |

TABULKA 7.13: Cena a porušení komfortu pro různé poměry vah vztažené k případu



OBRÁZEK 7.13: Průběhy teplot v místnosti 1 pro různá nastavení vah po první tři dny simulace a sazbu TOU

### 7.5.3 Studie 3 – Termostatem řízené spotřebiče – technická omezení

Tato studie demonstruje vliv technických omezení na rozhodování MPC regulátoru. Jedním ze zásadních technických omezení je nutnost dodržet maximální výkon odebíraný z přenosové soustavy. Pro demonstraci chování MPC regulátoru je zvolena hodnota tohoto omezení relativně nízká – 3850 W (odpovídá elektrickému proudu 16 A). Stejným způsobem, jakým je v optimalizačním problému realizováno toto technické omezení, je možné vytvořit i striktnější, případně i časově proměnlivá omezení – tato mohou sloužit např. distributrovi elektrické energie v optimálním tvarování odběrové křivky napříč mnoha zákazníky ve stejné oblasti.

V této studii je opět zahrnut modelový objekt se čtyřmi *fancoil* spotřebiči pro samostatné řízení všech čtyř místností. Hodnoty *setpointů* jsou však nastaveny pro celý objekt stejné jako pro místnost 1 (viz obrázek C.1 vlevo). Právě díky tomuto nastavení lze lépe sledovat změnu chování regulátoru v jednotlivých modelovaných případech.

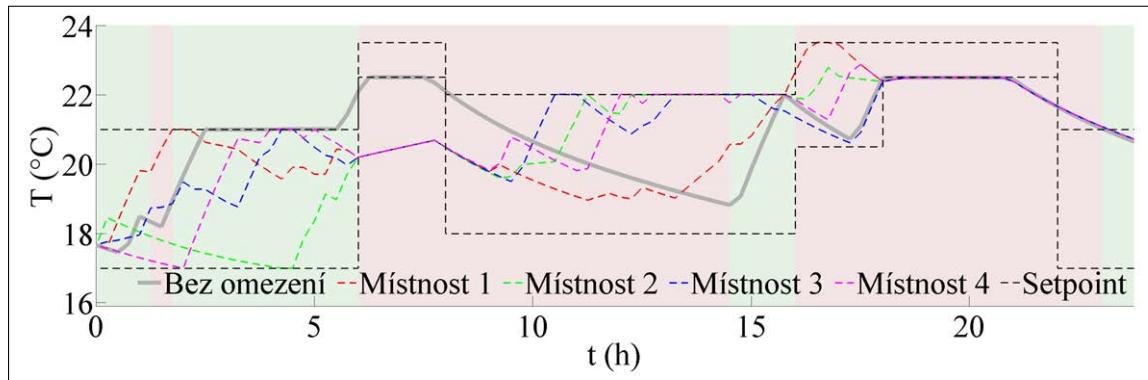
### Výsledky

Výše zmíněné omezení maximálního příkonu nutí MPC regulátor rozhodovat o *fancoil* spotřebičích **koordinovaně**<sup>12</sup>. Při zkoumání teplotních průběhů v místnostech uvedených na obrázku 7.14 je zřejmý cíl regulátoru minimalizovat současně odchylku od nastaveného *setpointu* a cenu spotřebované energie, a to i přes výše uvedená technická omezení<sup>13</sup>. Je zřejmé, že takto striktní omezení znemožňuje dosáhnout v rámci prvního dne dodržení

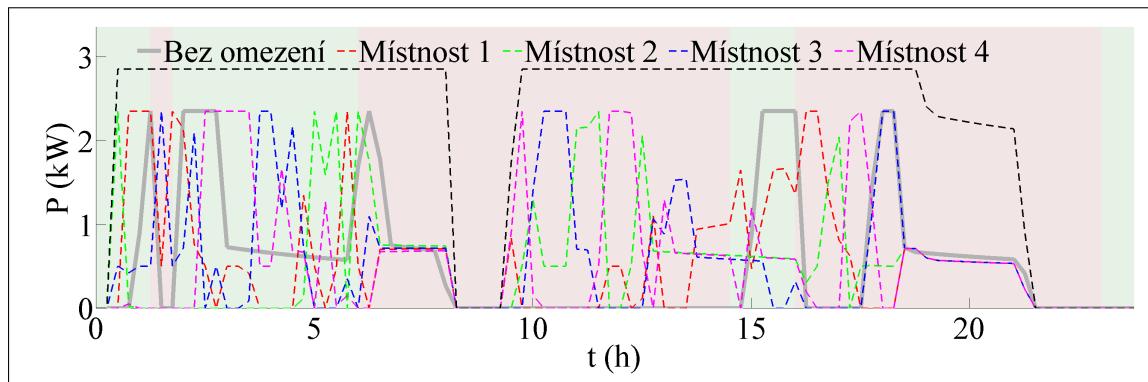
<sup>12</sup>MPC regulátor samozřejmě rozhoduje o jednotkách koordinovaně vždy, neboť model, který používá, zahrnuje mimo jiné přenos tepla mezi místnostmi, avšak dosud byla tato koordinace relativně skrytá.

<sup>13</sup>Pro srovnání je v tomto obrázku uveden časový průběh teploty, jaký by byl bez technického omezení. Tento průběh, vlivem stejných počátečních podmínek a stejných průběhů *setpointů*, je pro všechny místnosti stejný a je znázorněn šedou čarou.

žádané teploty mezi 6. a 8. hodinou ranní. Časové průběhy příkonů pro jednotlivé místnosti uvedené na obrázku 7.15 prezentují způsob, jakým regulátor koordinovaně rozhoduje. Celkový příkon daný sumou časových průběhů příkonů jednotlivých jednotek (reprezentovaný černým průběhem na témže obrázku) pak ukazuje, že v žádném časovém intervalu není porušeno výše definované technické omezení.



OBRÁZEK 7.14: Průběhy teplot v místnostech během prvního dne simulace



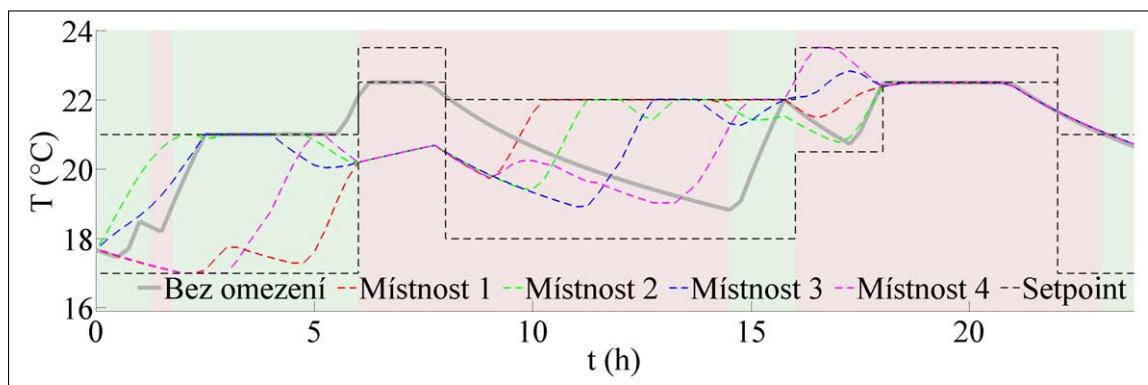
OBRÁZEK 7.15: Výkony jednotlivých zařízení během prvního dne simulace

Za určitých okolností může vyvstat požadavek na specifický tvar časového průběhu akčního zásahu. Ten může být dán např. požadavkem na minimalizaci opotřebení akčních členů. V simulovaném případě je spínání a regulace příkonu jednotek realizována elektronicky, avšak při elektromechanické regulaci (např. průtoku topné vody) je takové chování žádoucí. Z matematického úhlu pohledu se opět jedná o vícekriteriální optimalizaci. Kriteriální funkci definovanou v předchozí studii je však nutno doplnit o další člen (tentot je detailně popsán v kapitole 6.4.6). Její zjednodušený tvar pak odpovídá

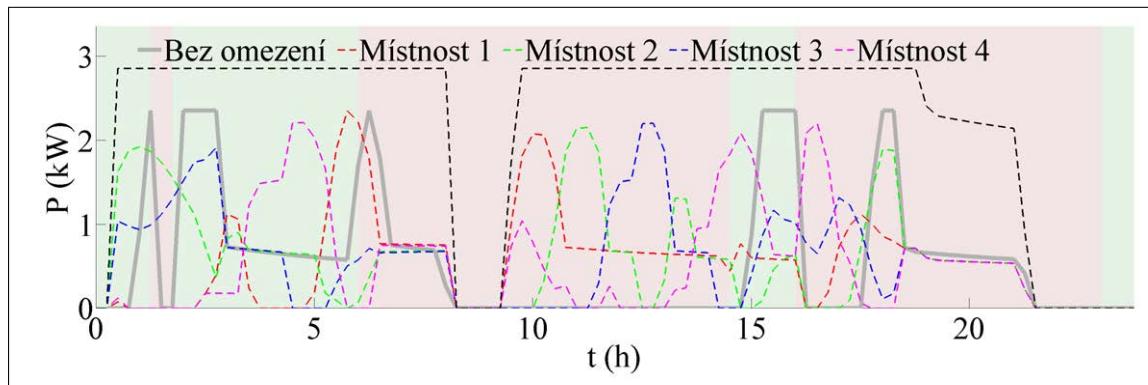
$$E = \omega_{\Theta} \cdot \Psi_{\Theta} + \omega_{TH} \cdot \Psi_{TH} + \omega_{AC} \cdot \Psi_{AC} \quad (7.21)$$

Stejně jako v minulé studii není uvažován heuristický algoritmus pro výpočet koeficientů pro normalizaci proměnných v kriteriální funkci, a proto je poměr jednotlivých vah stanoven

empiricky s ohledem na požadovanou funkčnost.  $\omega_\Theta : \omega_{TH} : \omega_{TH,P} = 1 : 1 : 10^{-4}$ . Klíčovými preferencemi regulátoru tedy nadále zůstávají dodržení tepelného komfortu spolu s minimalizací ceny. Obrázek 7.16 zobrazuje průběhy teplot v jednotlivých místnostech s upravenou kriteriální funkcí. Při podrobnějším zkoumání a při srovnání s předchozím případem (obrázek 7.14) je zjevné, že průběhy teplot jsou nyní prosty rychlých výkyvů. Zpomalení lze pozorovat rovněž u časových průběhů příkonu jednotek na obrázku 7.17.



OBRÁZEK 7.16: Průběhy teplot v místnostech během prvního dne simulace při upraveném kritériu



OBRÁZEK 7.17: Výkony jednotlivých jednotek během prvního dne simulace při upraveném kritériu

Numerické hodnoty prezentovaných výsledků jsou uvedeny v tabulce 7.14. Ta uvádí hodnoty sledovaných kritérií pro první tři dny simulace. Vlivem nepříznivých počátečních podmínek (nízkých teplot v objektu nastavených na začátku simulace) je zřejmé, že zavedené výkonové omezení zvyšuje cenu zaplacenou za vytápění (o cca 11 % první den). Během simulace se však objekt postupně zahřívá na optimální teplotu, a tak v průběhu druhého a třetího dne je cena vyšší již pouze o 7 %, respektive 0.5 % ve srovnání s neomezenou variantou. I přes velký cenový rozdíl v prvním dni není možné s ohledem na dynamiku systému dodržet požadovanou úroveň komfortu (o čemž svědčí i výrazně vyšší hodnota jeho porušení). V dalších dnech se právě vlivem ustálení počátečních podmínek úroveň komfortu dostává na

přibližně stejnou hodnotu pro všechny případy. Tuto skutečnost lze přičíst faktu, že i přes nastavené technické omezení nečiní MPC regulátoru s dostatečně výkonnými akčními členy potíže sestavit řešení, které se téměř blíží optimálnímu ve variantě bez omezení. Čím více svazující však technické omezení bude, tím bude mít regulátor větší problém s dosažením tohoto cíle, až při jeho určité hodnotě začne docházet k trvalému zvýšení ceny za energii, případně trvalému porušování komfortu.

Kvantitativní porovnání snížení četnosti zásahů po úpravě kritéria poskytuje poslední sloupec tabulky 7.14. Z toho je patrné, že po úpravě se četnost akčních zásahů sníží na 20–25 % oproti původním hodnotám. Za povšimnutí stojí téměř identická denní cena energie a rovněž úroveň porušení komfortu pro případy s technickým omezením. Provedená úprava kritéria tedy v tomto případě nemá žádný podstatný vliv na ostatní sledované vlastnosti systému.

| <b>Den</b> | <b>Simulace</b>  | <b>Cena (CZK)</b> | <b>Komfort (<math>K^2 \cdot h</math>)</b> | <b>Rel. zásahů(-)</b> |
|------------|------------------|-------------------|-------------------------------------------|-----------------------|
| 1          | Bez omezení      | 93.84             | 3.71                                      | -                     |
|            | S omezením       | 105.28            | 38.67                                     | 1.000                 |
|            | S upr. kritériem | 105.28            | 38.59                                     | 0.250                 |
| 2          | Bez omezení      | 73.79             | 3.79                                      | -                     |
|            | S omezením       | 79.34             | 5.66                                      | 1.000                 |
|            | S upr. kritériem | 79.34             | 5.58                                      | 0.287                 |
| 3          | Bez omezení      | 66.9              | 4.03                                      | -                     |
|            | S omezením       | 67.2              | 5.29                                      | 1.000                 |
|            | S upr. kritériem | 67.2              | 5.23                                      | 0.196                 |

TABULKA 7.14: Denní cena a porušení komfortu pro počátek simulace

#### 7.5.4 Studie 4 – Termostatem řízené spotřebiče – dvojstupňové řízení

V této studii (poslední, ve které jsou zahrnuty čistě termostatem ovládané spotřebiče) je zkoumáno chování modelu systému v případě, kdy výstup MPC regulátoru (tedy optimální žádaná hodnota) slouží jako žádaná hodnota pro podřízenou regulační smyčku realizovanou PI regulátorem (tentotracuje s řádově nižší vzorkovací periodou než prediktivní regulátor). V prvé řadě je nutno zmínit, že ani v rámci této studie se *nejedná o MPC řízení s klouzavým horizontem*, neboť optimalizační problém je v rámci simulace řešen pokaždé pouze na počátku každého dne simulace. Požadované akční zásahy jsou poté realizovány pouze vnitřní regulační smyčkou. Absence klouzavého horizontu, který v optimálním prediktivním řízení realizuje zpětnou vazbu, by při změně vstupních podmínek způsobila problémy. Z důvodu implementační náročnosti nebylo řízení s klouzavým horizontem na celé skupině domácích spotřebičů testováno.

Výstup optimalizačního algoritmu MPC regulátoru zahrnuje nejen optimální hodnoty teplot v jednotlivých místnostech v průběhu horizontu predikce (s ohledem na tvar kriteriální

funkce), ale rovněž i hodnoty výkonu, který musí *fancoil* spotřebiče vyrobit v daných časových oknech pro dodržení těchto teplot v závislosti na dynamice řízeného systému. V případě vnitřní smyčky realizované PI regulátorem je výkon určen jako akční zásah na základě průběhu regulační odchylky. Bez uvažování technického omezení popsaného v kapitole 7.5.3 není řízení jednotlivých *fancoil* spotřebičů v místnostech nijak omezeno. Výstup PI regulátoru – akční veličina – bude v tomto případě omezena pouze maximálním výkonem příslušné *fancoil* spotřebiče. Simulací bylo zjištěno, že systém je v takovém případě dostatečně robustní i při relativně velkých změnách vstupních veličin (vnesení silných regulačních poruch). Je zřejmé, že v takovém případě systém nepracuje v optimálním režimu, nicméně stále pracuje dle základních požadavků uživatele na dodržení tepelného komfortu.

Pokud bude pro optimalizaci definováno i technické omezení maximálního celkového příkonu všech *fancoil* spotřebičů, je nutné, aby se toto omezení uplatnilo i pro vnitřní řídicí smyčku. Při ideálních podmínkách, tedy bez přítomnosti poruch, bude takto navržené řešení funkční. V případě, kdy bude na vstup systému působit porucha, jejíž kompenzace bude vyžadovat zvýšení akčního zásahu (zvýšení výkonu *fancoil* spotřebiče), dojde ke stálé teplotní odchylce (žádaná teplota bude vyšší než skutečná).

V případě řízení s klouzavým horizontem (MPC v uzavřené smyčce) dojde ke kompenzaci této poruchy v okamžiku dalšího výpočtu optimálního plánu (v modelovém případě tedy nejpozději po 15 minutách). V otevřené smyčce by tuto poruchu nebylo možno kompenzovat vůbec. Implementačním řešením, které lze využít v otevřené i uzavřené smyčce a které za cenu mírného snížení možností systému dovolí kompenzaci vzniklé poruchy v rámci stejného časového slotu, je rezervace malé části výkonu spotřebičů výhradně pro kompenzaci uvedených poruch<sup>14</sup>. Pro výpočet optimalizačního problému je maximální výkon *fancoil* spotřebičů snížen právě o výkonovou rezervu ( $\bar{\mathbf{P}}_{max}^{TC} = \xi \cdot \mathbf{P}_{max}^{TC}$ ). Maximální hodnota výkonu odebraného z distribuční sítě je pak snížena o hodnotu odpovídající sumě “ušetřených” výkonů všech *fancoil* spotřebičů ( $\bar{\mathbf{P}}^{MAINS} = \mathbf{P}^{MAINS} - \sum_{a=1}^A (\bar{p}_{max,a}^{TC} - p_{max,a}^{TC})$ ).

Zatímco nadřazené prediktivní řízení pracuje s omezenými hodnotami výkonu, respektive celkového odebraného výkonu, vnitřní PI regulace aplikuje omezení akčního zásahu ve větosti skutečného výkonu příslušné jednotky. Je-li  $\xi = 0.1$ , je možno rezervu ve výši 10 % jmenovitého výkonu využít pro kompenzaci poruch.

## Návrh PI regulátorů

Vzhledem k tomu, že vliv přestupu tepla mezi jednotlivými místnostmi je uvažován již nadřazeným MPC regulátorem, je možno se při návrhu vnitřní řídicí smyčky omezit pouze

<sup>14</sup>Rovněž by bylo možno navrhnout termodynamický model budovy tak, aby zahrnoval i regulátory pro jednotlivé termostatem ovládané spotřebiče, pak je však řízení omezeno na konkrétní typ a parametry regulátoru. Z těchto důvodů nebyla tato varianta využita.

na strukturu uvedenou na obrázku 7.18. Jedná se tedy o návrh čtyř nezávislých regulačních smyček. Odezva systému na jednotkový skok řízení se blíží odezvě systému prvního rádu<sup>15</sup>, jehož přenos je uveden v rovnici 7.22.

$$F(s) = \frac{8.5}{200 \cdot s + 1} \quad (7.22)$$

Jelikož všechny místnosti jsou modelované jako totožné, byl pro všechny navržen a použit stejný PI regulátor, a to ve tvaru uvedeném v rovnici 7.23. Tento tvar je možno jednoduchými úpravami (7.24) převést do paralelního tvaru 7.25. Po diskretizaci (perioda vzorkování  $T_{vz} = 60s$ , časové konstanty jsou uvažovány v minutách) je přenos diskrétního regulátoru roven 7.26. Po dalších úpravách (7.27–7.28) je přírůstkový tvar diferenční rovnice v časové oblasti vyjádřen jako 7.29. V tomto tvaru je regulátor také implementován v rámci této studie.

$$F_r(s) = \frac{K_r \cdot (1 + 200s)}{s} \quad (7.23)$$

$$F_r(s) = \frac{K_p}{T_i} \cdot \frac{(1 + T_i s)}{s} = \frac{\frac{K_p}{T_i} + K_p s}{s} \quad (7.24)$$

$$F_r(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \quad K_p = 200K_r, \quad T_i = K_r \quad (7.25)$$

$$F_r(z) = K_p \cdot \left(1 + \frac{T_{vz}}{T_i} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}\right) \quad (7.26)$$

$$U(z) = \left[ K_p + \frac{K_p \cdot T_{vz}}{T_i} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right] \cdot E(z) \quad (7.27)$$

$$U(z) = \left[ \frac{K_p \cdot (1 - z^{-1}) + \frac{K_p \cdot T_{vz}}{T_i} \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right] \cdot E(z) \quad (7.28)$$

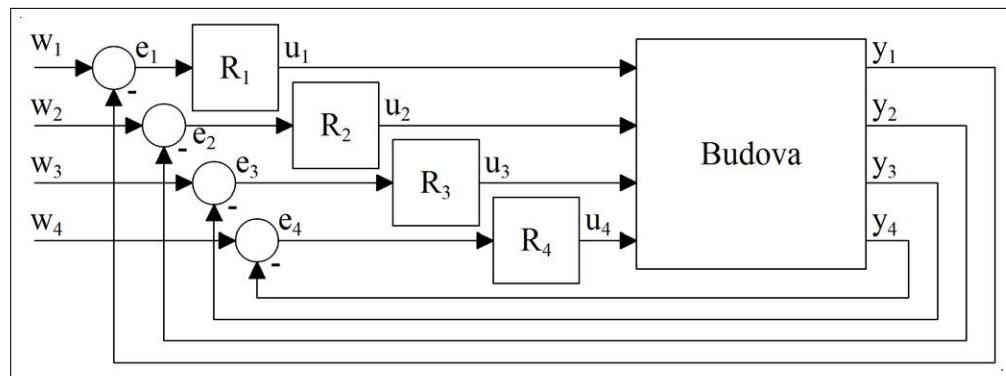
$$u(k) = u(k-1) + K_p \cdot e(k) + \left( \frac{K_p \cdot T_{vz}}{T_i} - K_p \right) \cdot e(k-1) \quad (7.29)$$

## Výsledky

Na obrázku 7.19 jsou znázorněny průběhy teplot v místnostech řízené PI regulátorem s nadřazeným MPC řízením (ve kterém bylo využito výše popsané modifikace). V tomto případě nejsou uvažovány žádné poruchy a skutečná hodnota tedy přesně kopíruje hodnotu žádanou (žádané hodnoty pro jednotlivé místnosti jsou vyneseny přerušovanými čarami).

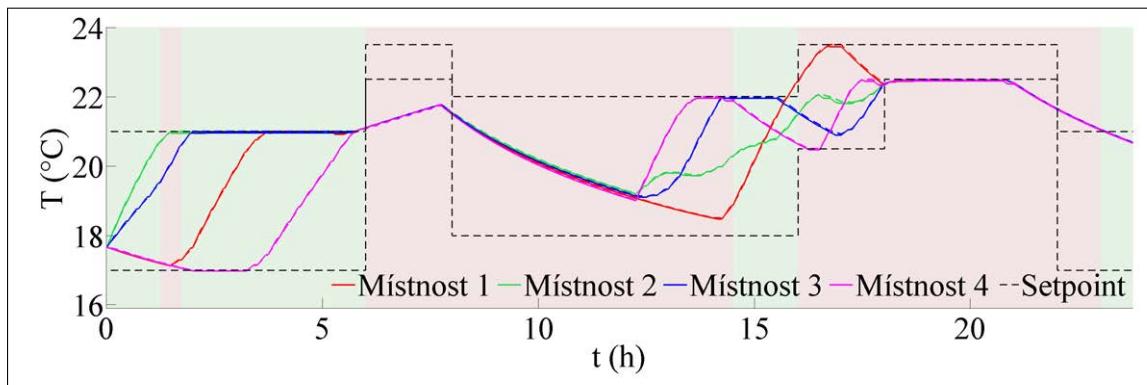
---

<sup>15</sup>Teplota vzduchu v místnosti (v modelu se jedná o hmotu s nejnižší akumulační schopností) je měřena ideálním snímačem – takovým, který nemá žádnou vlastní hmotnost ani tepelnou kapacitu. V opačném případě by odezva systému byla ekvivalentní odezvě systému druhého rádu.



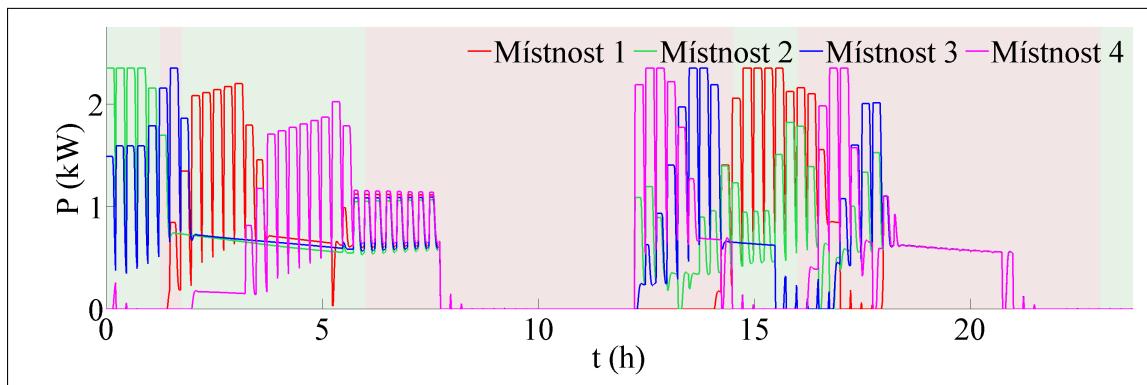
OBRÁZEK 7.18: Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace

Případ s uvažovanými poruchami působícími na vstupu do soustavy je uveden v příloze C.2.



OBRÁZEK 7.19: Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace

Obrázek 7.20 pak zobrazuje časový průběh akčních zásahů. Jejich tvar velmi závisí na nastavení konkrétních hodnot PI regulátoru. V tomto případě bylo voleno vyšší proporcionální zesílení, skutečné hodnoty (obrázek 7.19) věrně kopírují hodnoty žádané, avšak za cenu častých změn akčního zásahu (jakmile je v rámci každého časového okna dosaženo žádané úrovně teploty, velikost akčního zásahu strmě klesá k nule na dobu, která zbývá do konce tohoto časového okna). Při snížení vlivu proporcionální a zvýšení vlivu integrační složky (spolu se zvýšením hodnoty jejího omezení) dochází ke zpomalení přechodových dějů a menšímu kmitání výstupu regulátoru. Takové nastavení má rovněž příznivý vliv na potlačení šumů. Příslušné průběhy teplot a akčních zásahů spolu se srovnáním obou variant jsou uvedeny v příloze C.2.



OBRÁZEK 7.20: Akční zásahy z PI regulátoru během prvního dne simulace

### 7.5.5 Studie 5 – Akumulátor

Tato studie zkoumá chování modelu při připojení akumulátoru elektromobilu. V kapitole 7.2.4 jsou definovány jednak základní parametry akumulátoru, jednak časy (lépe řečeno náhodné veličiny popisující způsob výpočtu konkrétních časových slotů) jeho připojení a odpojení do/ze systému pro jednotlivé dny simulace. V rámci této studie je pro lepší názornost uvažováno denní připojení akumulátoru do BEMS delší, než je v praxi předpokládaná doba. V kapitole 5.5.2 je uvedeno několik variant sestavení lineárního optimalizačního problému. V této studii jsou testovány a vyhodnoceny čtyři varianty:

- *Varianta 1 – Bez amortizace* – provoz akumulátoru bez pravidel omezujících tvar křivky zbývající kapacity a bez uvažované amortizace (viz kapitola 5.5.1).
- *Varianta 2 – S amortizací* – na rozdíl od varianty 1 je uvažována amortizace 1.93 CZK za každou 1 kWh elektrické energie, kterou BEMS z baterie spotřebuje.
- *Varianta 3 – Vana bez amortizace* – v této variantě je požadován *vanový* tvar křivky popisující zbývající kapacitu baterie. Toto pravidlo zaručuje, že během životnosti akumulátoru elektromobilu deklarované výrobcem nedojde k jeho degradaci vlivem „nadměrného“<sup>16</sup> nájezdu kilometrů.
- *Varianta 4 – Vana s amortizací* – tato varianta pak v sobě kombinuje omezení specifikovaná ve variantách 2 a 3 a omezuje tak využití akumulátoru v rámci BEMS na bezpečné minimum.

<sup>16</sup>Detailně je tento problém rozebrán v ekonomické rozvaze (viz kapitola 5.5.1).

## Výsledky

Z definice lineárního problému pro jednotlivé varianty je zřejmé, že k největšímu využití potenciálu akumulátoru dochází ve variantě bez jakýchkoli omezení (Varianta 1). Akumulátor je v této variantě využíván k dodávce energie v průběhu vysokého tarifu<sup>17</sup>, zatímco během nízkého tarifu je nabíjen.

Na obrázku 7.21 je znázorněna energetická rovnováha v rámci BEMS systému pro první tři dny simulace. Na grafu jsou zde zobrazeny velikosti jednotlivých toků energie (v kW) pro každý časový slot. Kladné hodnoty udávají energii systémem spotřebovanou (elektrickými spotřebiči, případně nabíjením akumulátoru), záporné hodnoty pak energii do systému dodanou (z distribuční sítě, z akumulátoru<sup>18</sup>). Z obrázku 7.21 tedy vyplývá zřejmá snaha BEMS o nabítí akumulátoru na maximální kapacitu během nízké sazby (např. v průběhu desáté hodiny simulace) a následné maximální využití této energie. Z obrázku 7.22 je dále zřejmé, že BEMS po popsaném nabítí nemůže akumulátor opět vybit na minimální možnou kapacitu, neboť jeho nabítí na požadovanou kapacitu v okamžiku odpojení (cca 22. hodina simulace) by s ohledem na uvažovanou nabíjecí/vybíjecí účinnost nebylo ekonomicky efektivní. Hodnoty umožňující srovnání jednotlivých variant jsou uvedeny v tabulce 7.15 (jedná se o průměrné denní hodnoty vypočtené za období celé simulace).

Výsledky pro variantu 1 jsou tedy shrnutý v prvním řádku tabulky 7.15. Sloupec „Cena“ udává průměrnou denní cenu zaplacenou za elektrickou energii, kterou spotřebují *všechny* spotřebiče, tedy nejen akumulátor. Ve sloupci „Amort.“ je udána průměrná denní amortizace (pro variantu 1 není uvažována), sloupec „Nab.“ pak udává energii, kterou je nutno denně do akumulátoru nabít tak, aby byl elektromobil při odpojení připraven k jízdě a sloupec „Vyb.“ energii, kterou BEMS průměrně využije pro provoz spotřebičů za účelem minimalizace některého z kritérií.

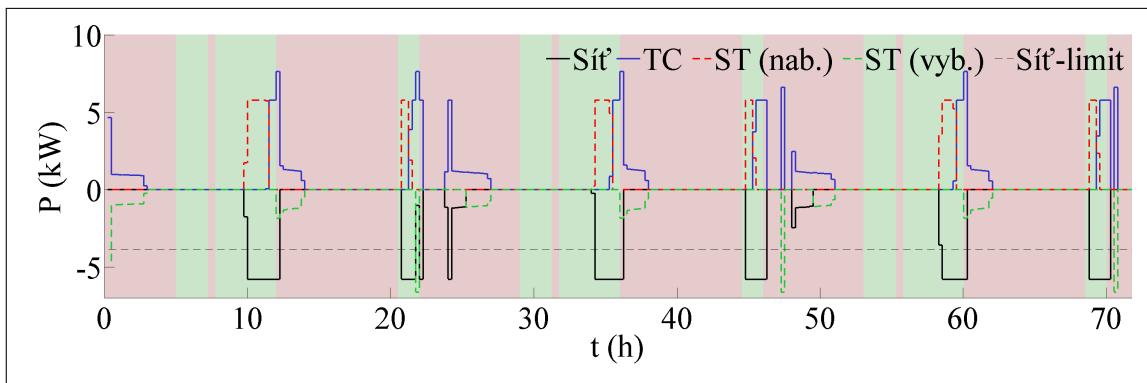
| Případ             | Cena (CZK) | Amort. (CZK) | Nab. (kWh) | Vyb. (kWh) |
|--------------------|------------|--------------|------------|------------|
| Bez amortizace     | 44.64      | -            | 9.87       | 5.57       |
| S amortizací       | 51.99      | 4.07         | 5.34       | 2.11       |
| Konvex. bez amort. | 62.94      | -            | 5.61       | 0.66       |
| Konvex. s amort.   | 62.84      | 0.89         | 5.34       | 0.46       |

TABULKA 7.15: Srovnání průměrných hodnot za celé období simulace pro jednotlivé případy

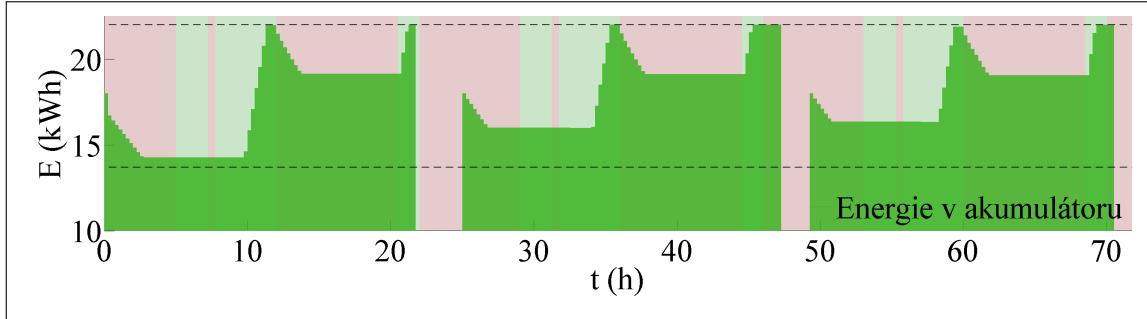
Ve variantě 2 je uvažována amortizace akumulátoru, tedy každá 1 kWh elektrické energie vyčerpané z akumulátoru je „zpoplatněna“ částkou 1.93 CZK. Při optimalizaci to znamená malou úpravu tvaru člena kriteriální funkce uvedeného v kapitole 6.8. Jelikož se

<sup>17</sup>Studie je prováděna s využitím sazby 2 definované v kapitole 7.1.

<sup>18</sup>V dalším pak i energii vyrobenou lokálními generátory.



OBRÁZEK 7.21: Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5)



OBRÁZEK 7.22: Zbyvající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5)

původně jedná čistě o minimalizaci ceny energie odebrané ze systému, je nutno jej modifikovat přidáním výrazu pro amortizaci – viz rovnice 7.30, ve kterém je navíc přítomna sumace součinu hodnoty amortizace a celkové energie využité systémem BEMS z akumulátoru.

$$\Psi_{\Theta,AMORT} = \sum_{t=1}^T (\Theta_{unit}^{ST} \cdot d_t + \Theta_t \cdot (\psi_t^{DE} + \psi_t^{IN} + \psi_t^{TH} + \psi_t^{ST} - \Delta \cdot p_t^{RE})) \quad (7.30)$$

Časový průběh energetické rovnováhy spolu s průběhem zbyvající kapacity akumulátoru jsou uvedeny v příloze C.4 jako obrázky C.8, respektive C.9. Z těchto průběhů je zřejmé, že v této variantě BEMS omezuje čerpání energie z akumulátoru tak, aby velikost amortizace nepřekročila velikost úspory energie získané díky rozdílu cen nízké a vysoké sazby. Pro uvažovaný tarif TOU tento rozdíl činí 2.89 CZK, zatímco velikost amortizace je 1.93 CZK. Odečtením obou hodnot je získána částka 0.96 CZK, která by teoreticky měla představovat přímou úsporu při využití 1 kWh energie dříve uložené do akumulátoru, avšak je nutno brát v úvahu i definované účinnosti nabíjení (0.85) a vybíjení (0.9) akumulátoru spolu s jeho samovybíjením ( $5 \% \cdot měsíc^{-1}$ ). Průměrná denní cena za spotřebovanou energii a další parametry pro tuto variantu jsou uvedeny ve druhém rádku tabulky 7.15.

Varianty 3 a 4 je možno zhodnotit společně, neboť pro konkrétní simulaci dávají srovnatelné výsledky. Průběhy, které jsou prakticky totožné, jsou graficky opět znázorněny v příloze C.4

jako obrázky C.10 a C.11. Z nich je zřejmé, že BEMS dodržuje požadavek na charakteristický "vanový" tvar křivky zbývající kapacity akumulátoru. V této konkrétní simulaci je však energie odebraná z akumulátoru v rámci intervalu připojení malá – v období, kdy by bylo dle pravidel definovaných v 5.5.2 možno ji využít, není pro TC spotřebiče potřebná. Tato situace se samozřejmě změní při přidání dalších skupin spotřebičů do simulace. Právě malé množství vybité energie způsobuje velice podobné chování varianty 3 a 4. Numerické výsledky jsou uvedeny ve třetím, respektive čtvrtém řádku tabulky 7.15.

#### 7.5.6 Studie 6 – Všechny spotřebiče a generátory – komplexní chování

Tato studie zkoumá chování celého modelového systému – tedy nejen termostatem ovládaných spotřebičů, ale také odložitelných a přerušitelných spotřebičů, lokálního generátoru elektrické energie a akumulátoru.

V rámci kapitoly 6.3 jsou definovány základní technické a uživatelské požadavky na *energy manager* – tento musí rozhodovat o spouštění všech připojených spotřebičů tak, aby byla zachována daná pravidla. Tato zahrnují nejen preference uživatele systému, ale rovněž technické požadavky jednotlivých spotřebičů a BEM. Na základě těchto požadavků a možných preferencí jsou v rámci kapitoly 6.4 odvozeny různé tvary kriteriálních funkcí. Patří sem např. funkce pro minimalizaci ceny energie, maximalizaci tepelného komfortu a další. Z kapitoly 6.3 jsou v této studii uvažovány následující případy:

- *Minimalizace ceny* – všechny druhy spotřebičů jsou spouštěny v časových slotech s nejnižší cenou energie.
- *Maximalizace tepelného komfortu* – termostatem ovládané spotřebiče jsou spouštěny tak, aby se skutečná teplota nacházela výhradně uvnitř pásma tolerance v celém intervalu optimalizace.
- *Optimalizace spouštění odložitelných spotřebičů* – pro každý ze spotřebičů uživatel zvolí preferovaný čas spuštění. Systém se snaží spotřebič v tomto čase spustit např. s využitím energie uložené v akumulátoru. *Energy manager* může však cyklus spotřebiče odložit.
- *Minimalizace četnosti akčních zásahů* – pro termostatem ovládané spotřebiče slouží tento člen jednak ke snížení opotřebení akčních členů, jednak ke zpomalení teplotních změn v místnostech.

V předchozích studiích byl vždy kladen důraz pouze na minimalizaci ceny spotřebované energie s tím, že optimalizační kritérium obsahovalo i další členy potřebné pro korektní funkci systému. Jejich vliv bylo však nutno vždy potlačit vynásobením příslušného člena

funkce váhovací konstantou. Tato byla ve většině případů mnohem menší než konstanta pro minimalizaci ceny, avšak její velikost (přesněji řečeno řád) byla vždy určena experimentálně.

V rámci této studie se však počítá s možností nastavení vlastností systému “za běhu” přímo uživatelem. Vzhledem k tomu, že hodnoty jednotlivých členů kriteriální funkce vlivem měnících se vstupních podmínek významně kolísají<sup>19</sup>, je nutno tyto členy před výpočtem normalizovat. Tato normalizace zabezpečí, že chování systému při váhovacích koeficientech nastavených na konkrétní hodnotu zůstane stále stejně. Princip této normalizace je popsán v kapitole 6.4.8. Výpočet nezbytných normalizačních koeficientů pro jednotlivé členy kriteriální funkce je pak detailně rozebrán v příloze D.

## Vstupní data

Pro tuto studii je uvažována cenová sazba 3 – DAP uvedená v kapitole 7.1. Pro jednoduchost je tento konkrétní tvar cenové křivky aplikován na všechny dny simulace v nezměněné podobě. Dále, na rozdíl od předchozích studií, ve kterých byl vždy pevně daný časový plán termostatem řízených spotřebičů, jsou zde zahrnutý rovněž víkendy (prvním dnem simulace je pondělí) a dovolená (nepřítomnost uživatele v objektu ve dnech 33–40), během kterých je volen plán jiný (minimální i maximální teplota v objektu jsou po celé dny nastaveny na konstantní hodnoty – 15 °C, respektive 19 °C). Tabulka 7.16 pak popisuje, jakým způsobem se mění chování uživatele při využívání všech typů spotřebičů právě během zmíněných tří typů dnů.

| Den        | Odložitelné     | Přerušitelné | Termostatem řízené   | Akumulátor |
|------------|-----------------|--------------|----------------------|------------|
| Všední den | – <sup>20</sup> | –            | –                    | –          |
| Víkend     | –               | –            | Časový plán víkend   | –          |
| Dovolená   | 0 <sup>21</sup> | –            | Časový plán dovolená | 0          |

TABULKA 7.16: Modifikace plánu jednotlivých kategorií spotřebičů pro studii 6

Na základě informací z kapitoly 7.2 jsou vygenerována data pro simulované časové období, tj. 3 měsíce (viz kapitola 7.2.4). Pro každý jeden simulovaný den jsou data zpracována heuristickým algoritmem pro výpočet normalizačních koeficientů (viz příloha D). Průměrné hodnoty koeficientů jsou shrnuty v tabulce 7.17, hodnoty pro jednotlivé složky celkové ceny pak graficky znázorněny na obrázku 7.23 (pole konkrétní barvy udává vždy pro jednotlivé dny nejmenší  $\Psi_{\diamond}^{min}$  a největší  $\Psi_{\diamond}^{max}$  hodnotu pro konkrétní druh spotřebičů  $\diamond$ ; rozsah celkové ceny  $\Psi^{min}$  a  $\Psi^{max}$  se pak určí jako součet pro jednotlivé složky, viz příloha D.1).

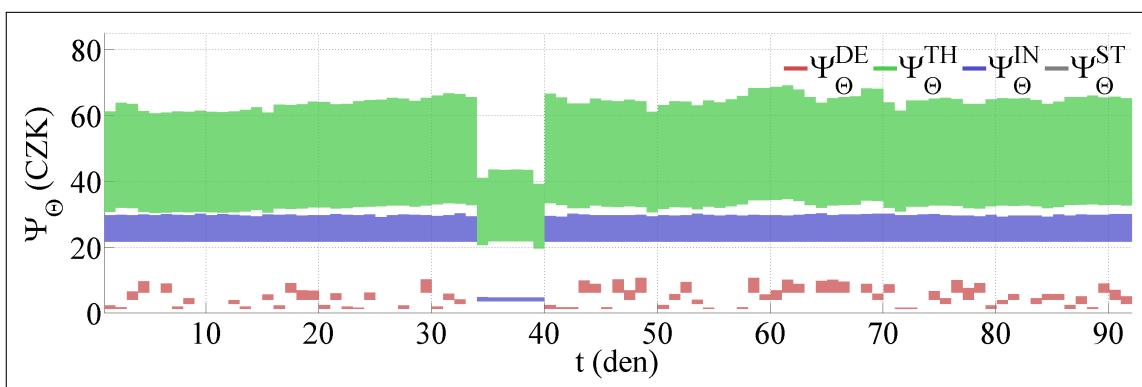
<sup>19</sup>Velikost konkrétního člena může kolísat i v rámci několika řádů – např. cena za provoz termostatem řízených spotřebičů během teplého dne může být téměř nulová, v extrémně chladném dni bude u prezentovaného modelu cca 100 CZK.

<sup>20</sup>Spotřebič běží dle pravidel definovaných v kapitole 7.

<sup>21</sup>Spotřebič vůbec v tento den neběží.

| Spotřebiče         | Typ                | Značení            | Nejmenší $\Psi_{\diamond}^{min}$ | Největší $\Psi_{\diamond}^{max}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Odložitelné        | Cena               | $\Psi_{\Theta,DE}$ | 0                                | 11.41                            |
| Odložitelné        | Komfort            | $\Psi_{DE}$        | 0                                | 732.5                            |
| Termostatem řízené | Cena               | $\Psi_{\Theta,TH}$ | 19.61                            | 69.15                            |
| Termostatem řízené | Komfort            | $\Psi_{TH}$        | 0                                | 16                               |
| Termostatem řízené | Akční zásah        | $\Psi_{TH,P}$      | $2.788 \cdot 10^{-3}$            | $2.788 \cdot 10^{-2}$            |
| Přerušitelné       | Cena               | $\Psi_{\Theta,IN}$ | 3.58                             | 30.32                            |
| Akumulátor         | Cena <sup>22</sup> | $\Psi_{\Theta,ST}$ | 0                                | 31.58                            |

TABULKA 7.17: Normalizační koeficienty získané heuristickým algoritmem

OBRÁZEK 7.23: Nejmenší a největší hodnoty  $\Psi_{\Theta}$  pro všechny kategorie spotřebičů

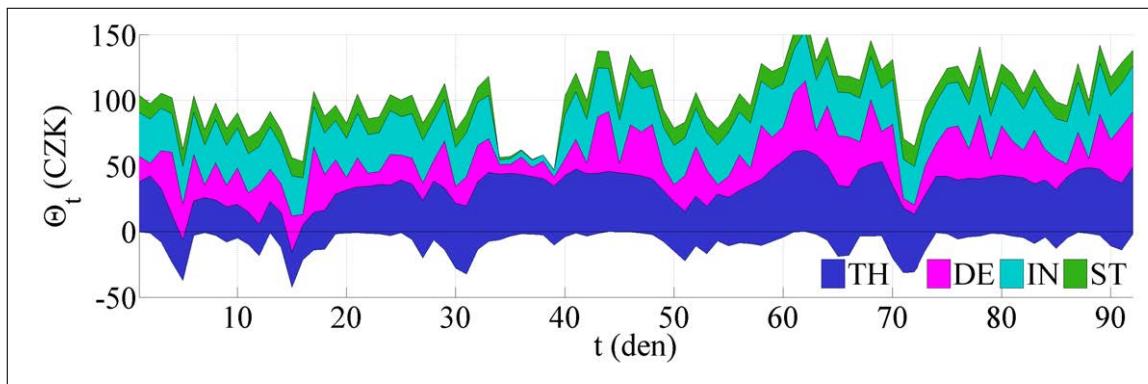
Z grafu na obrázku 7.23 lze vyčíst, jakým způsobem se vyvíjí nejmenší a největší hodnoty jednotlivých složek ceny během intervalu simulace. Je zjevné, že zatímco cena za provoz termostatem řízených spotřebičů zůstává (s výjimkou dovolené) velmi podobná v celém intervalu, cena za provoz odložitelných spotřebičů značně kolísá (v závislosti na tom, jaké spotřebiče jsou během konkrétního dne spouštěny). Celkově vzato by kolísání ceny nepředstavovalo zásadní problém, pokud by se ovšem absolutní hodnoty pro další normalizační koeficienty neodlišovaly až o několik řádů (viz tabulka 7.17). V optimalizační funkci uvedené jako rovnice 6.19 tedy musí vystupovat normalizované hodnoty získané dosazením vypočtených koeficientů  $\Psi_{\diamond}^{min}$  a  $\Psi_{\diamond}^{max}$  do výrazů v rovnicích 6.14 – 6.17.

Po normalizaci je možno jednotlivé členy optimalizační funkce váhat vynásobením konstant: pro zvýraznění či potlačení důležitosti cenové úspory ( $\omega_{\Theta}$ ), pro preferované spouštění odložitelných spotřebičů ( $\omega_{DE}$ ), pro dodržení tepelného komfortu ( $\omega_{TH}$ ) a pro potlačení míry akčních zásahů termostatem ovládaných spotřebičů ( $\omega_{TH,P}$ ).

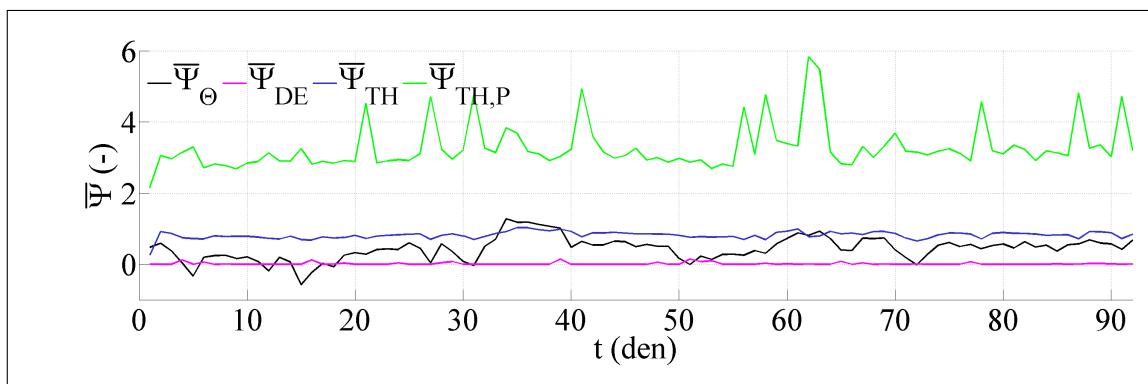
<sup>22</sup>Pro přehlednost je akumulátor v systému simulován pro všechny dny identicky - tedy zůstatková kapacita při připojení a žádaná kapacita při odpojení jsou vždy stejně. To spolu s cenovým tarifem identickým pro všechny dny způsobuje stejně výsledky v průběhu simulace.

## Výsledky

Jedním z cílů této studie je ověření funkce kompletního modelu systému. Zatímco v předchozích studiích byly vždy zahrnuty pouze termostatem řízené spotřebiče, případně akumulátor, zde jsou brány v potaz i ostatní skupiny (odložitelné, přerušitelné a lokální generátor energie). Všechny obrázky v této podkapitole se vztahují k jedinému nastavení vah proměnných v kriteriální funkci – k vyváženému nastavení  $\omega_\Theta = 0.33$ ,  $\omega_{DE} = 0.33$ ,  $\omega_{TH} = 0.33$ , přičemž  $\omega_{TH,P} = 0.01$ .



OBRÁZEK 7.24: Ceny za provoz jednotlivých tříd spotřebičů pro všechny dny

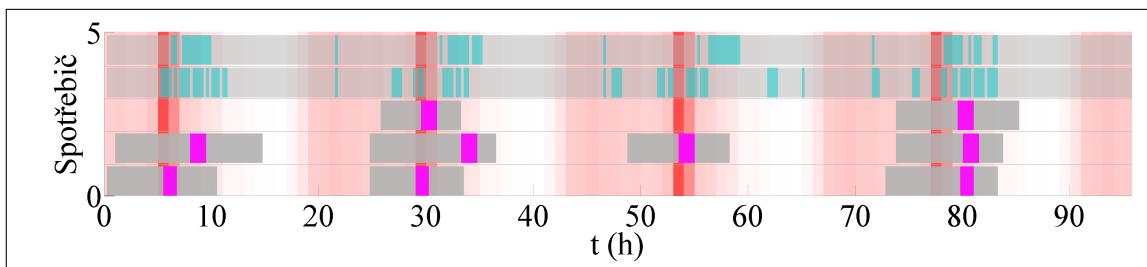


OBRÁZEK 7.25: Hodnoty členů kriteriální funkce pro všechny dny

Obrázek 7.24 udává ceny za provoz jednotlivých typů spotřebičů během simulovaného období. Během dní, kdy hodnoty grafu začínají v záporné části cenové osy  $\Theta_t$ , byla lokálním generátorem dodána do systému energie v odpovídající ceně, celkový „účet“ je tedy o příslušnou sumu snížen. Na grafu je zřetelná úspora za přerušitelné spotřebiče a nabíjení akumulátoru mezi 30. a 40. dnem definovaná ve vstupních podmínkách. Přestože v těchto dnech došlo i k omezení žádané teploty v budově, na ceně za energii pro termostatem řízené spotřebiče se to vizuálně nepromítlo. Toto chování lze přičíst faktu, že právě v tomto období byla nižší venkovní teplota, a tedy rozdíl mezi venkovní a vnitřní žádanou teplotou přibližně stejný jako v jiných obdobích simulace.

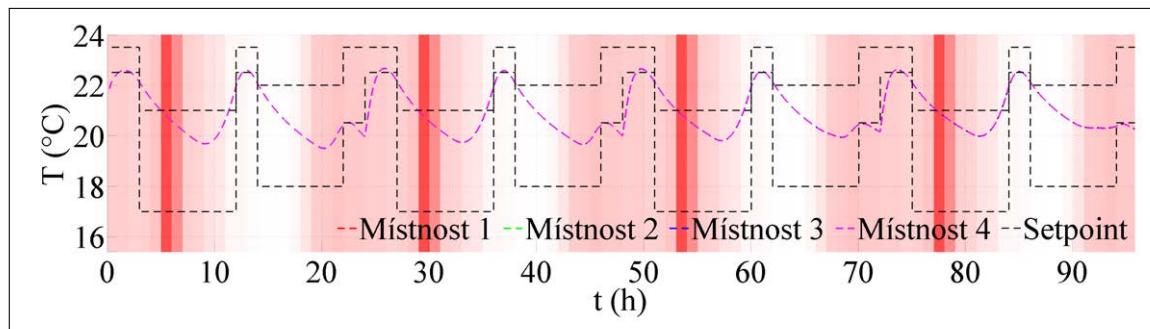
Obrázek 7.25 pak udává pro celé simulované období výsledné hodnoty jednotlivých částí kritéria po ukončení optimalizace. Na něm je zřejmé, že tyto hodnoty odpovídají vstupním požadavkům daným jednotlivými váhami – první tři hodnoty ( $\bar{\Psi}_\Theta$ ,  $\bar{\Psi}_{DE}$  a  $\bar{\Psi}_{TH}$ ) zhruba oscilují v rozmezí 0 – 1, poslední ( $\bar{\Psi}_{TH,P}$ ), jejíž váha byla výrazně nižší, nabývá několikanásobně vyšších hodnot. Lze si rovněž povšimnout, že hodnoty nejsou striktně uzavřeny ve zmíněném intervalu, např. hodnota kritéria ceny ( $\bar{\Psi}_\Theta$ ) nabývá i záporných hodnot. To je dáno návrhem heuristického algoritmu a tím, že hodnoty jím vypočtené jsou pouze odhadu horních a spodních mezí jednotlivých hodnot. Takové chování však není na překážku. Několik dalších příkladů, jak se mění hodnoty členů kriteriální funkce při změně vah, lze nalézt v příloze C.5.

Provoz jednotlivých spotřebičů v rámci prvních čtyř dnů simulace je zachycen na obrázcích 7.26 - 7.28. Systém červené barvy v pozadí těchto obrázků odpovídá kolísání ceny energie v čase (čím sytější červená, tím dražší energie). První ze zmiňovaných obrázků (7.26) popisuje činnost přerušitelných (průběhy 5 a 4 shora) a odložitelných spotřebičů (průběhy 3 – 1). Šedivým podbarvením jsou na tomto grafu znázorněny uživatelské preference – povolené intervaly běhu jednotlivých spotřebičů. Způsob jejich rozvrhování se může jevit jako špatný, neboť některé spotřebiče jsou spouštěny v době, kdy je cena energie nejvyšší. Při pohledu na obrázek 7.29 lze však vždy dohledat, že energie pro jejich spouštění nebyla odebrána ze sítě, ale získána bud' z akumulátoru nebo z lokálního zdroje energie. Obrázek 7.27 ukazuje

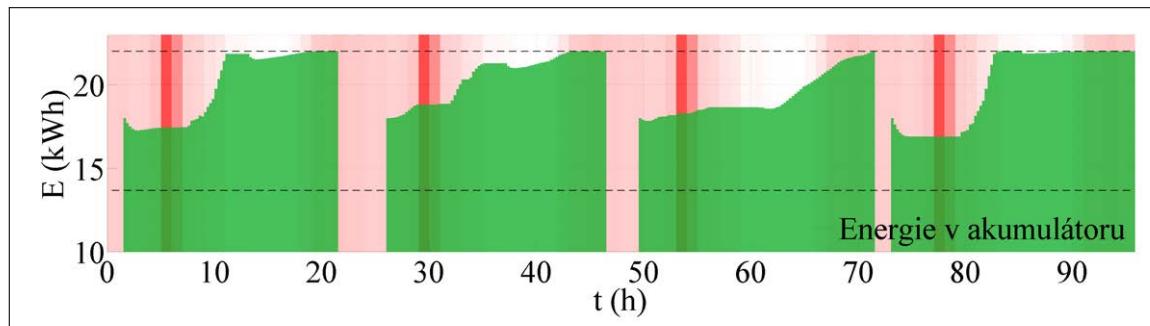


OBRÁZEK 7.26: Odložitelné a přerušitelné spotřebiče po první čtyři dny simulace

průběhy teplot v jednotlivých místnostech. Pro jednoduchost byly zvoleny pro všechny místnosti stejné průběhy *setpointů*. Tím, že jsou všechny čtyři místnosti a vazby mezi nimi modelovány shodně, dochází i ke stejným optimálním průběhům žádaných hodnot. Obrázek 7.28 pak znázorňuje optimální průběh zůstatkové energie v akumulátoru – pro každý den mezi připojením (akumulátor vybitý) a odpojením (akumulátor nabité). Doby připojení a odpojení, stejně jako zůstatková kapacita při připojení a žádaná kapacita při odpojení, jsou dány vstupními podmínkami. Na obrázku 7.29 je znázorněna rovnováha mezi příkonem a výkonem v rámci prvních šesti dní simulace. Tento obrázek nejlépe zachycuje předpokládané optimální chování systému v čase – záporně jsou uvedeny výkony, které jsou do systému dodávány – černý průběh určuje výkon odebraný z rozvodné sítě (omezený na hodnotu 3850 W vyznačenou přerušovanou čarou), zelený průběh výkon z akumulátoru, žlutý pak

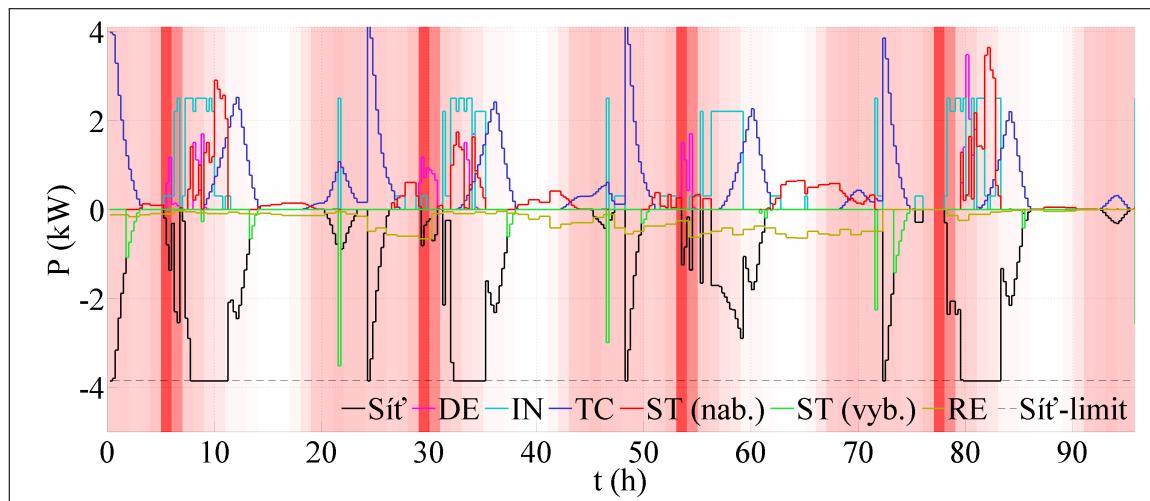


OBRÁZEK 7.27: Průběhy teplot po první čtyři dny simulace



OBRÁZEK 7.28: Průběhy teplot po první čtyři dny simulace

predikovaný výkon dodaný lokálním generátorem energie. Kladné hodnoty určují příkony jednotlivých tříd spotřebičů – odložitelných (fialově), přerušitelných (azurově), termostatem řízených (modře). Výkon nabité do akumulátoru je pak zobrazen červeným průběhem. Součet výkonů v každém časovém slotu je roven nule. Výše prezentovaná část shrnuje



OBRÁZEK 7.29: Výkonová rovnováha pro prvních 6 dní

výsledky získané pro jedno konkrétní nastavení vah členů kriteriální funkce. Prezentované

grafy byly navrženy tak, aby maximálně jednoduše poskytovaly náhled na funkčnost modelu celého systému. Testováním a podrobnou analýzou jak průběhů, tak numerických výsledků, byla ověřena korektní funkčnost modelu pro BEM.

### Funkce heuristického algoritmu

Cílem této studie je však nejen ověření správnosti matematického modelu, ale rovněž funkčnosti heuristického algoritmu pro normalizaci koeficientů optimalizační funkce. Jak již bylo řečeno, vícekriteriální optimalizace byla využita i v předchozích studiích, avšak u nich bylo vždy nutno nastavit experimentálně váhy jednotlivých členů v optimalizační funkci. Tento nedostatek řeší právě aplikace heuristického algoritmu. Po normalizaci členů optimalizační funkce je možno je jednoduše váhovat.

Tato studie popisuje čtyři případy optimalizace, kterým odpovídají čtyři členy v optimalizační funkci a čtyři různé váhovací proměnné. Testování probíhalo tak, že pro každou z vah  $\omega_{\diamond}$  byly postupně nastavovány hodnoty  $0 - 0.01 - 0.1 - 0.2 - \dots - 0.8 - 0.9 - 0.99 - 1$ , ostatním váhám  $\omega_{\blacklozenge}$  pak vždy hodnoty dle vzorce  $\omega_{\blacklozenge} = \frac{1}{3} \cdot (1 - \omega_{\diamond})$ .

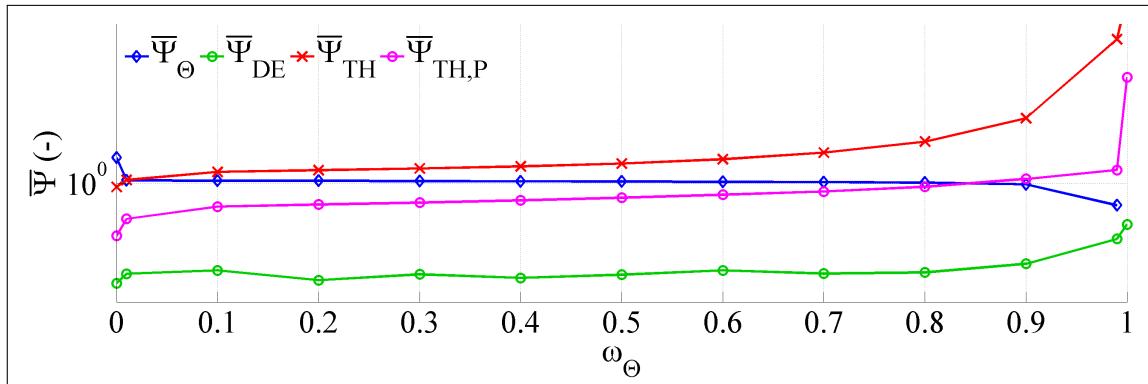
### Preference ceny

Na obrázku 7.30 jsou vyobrazeny průběhy jednotlivých členů optimalizační funkce. Člen  $\bar{\Psi}_{\Theta}$  zobrazuje postupně klesající cenu s tím, jak je zvyšována její preference  $\omega_{\Theta}$ . Je zřejmé, že jakmile je  $\omega_{\Theta} = 0$ , cena není do optimalizační funkce zahrnuta vůbec, její hodnota je tedy vysoká (vertikální osa grafu má logaritmické měřítko). S postupným růstem preference ceny dochází k jejímu poklesu na úkor ostatních tří vlastností systému. Ve chvíli, kdy je nastavena váha  $\omega_{\Theta} = 1$ , dochází čistě k optimalizaci ceny bez ohledu na hodnoty ostatních členů. V logaritmickém grafu chybí právě cena pro tuto variantu, neboť ve výpočtu zde vychází malá záporná hodnota<sup>23</sup>. Hodnoty ostatních tří členů v tomto případě skokově vzrostou.

### Preference komfortu odložitelných spotřebičů

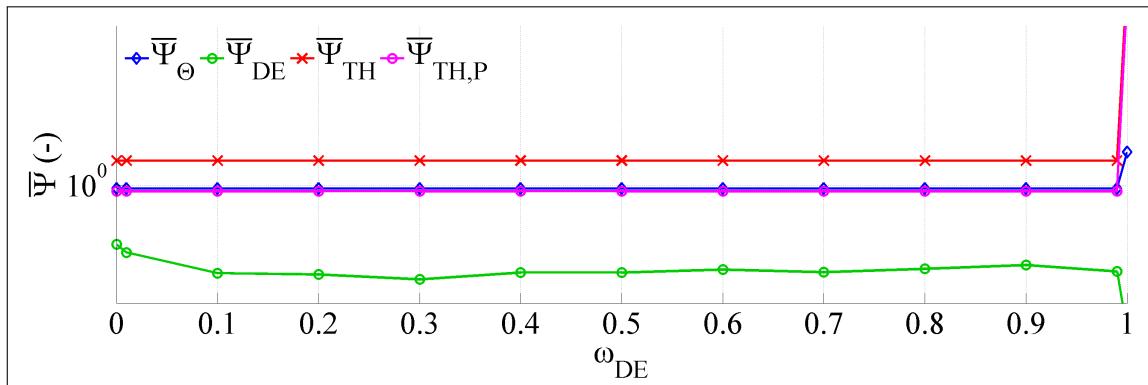
Tento případ popisuje obrázek 7.31. Na první pohled je zřejmé, že změna váhy  $\omega_{DE}$  nemá na chování systému v tomto případě žádný podstatný vliv. To je dáno příznivou kombinací časového průběhu ceny za energii a uživatelských preferencí odložitelných spotřebičů a dále tím, že tento člen není tak úzce spjat s ostatními uvažovanými členy. Při optimalizaci tedy

<sup>23</sup>Záporná hodnota členu je v pořádku, svědčí pouze o tom, že heuristický normalizační algoritmus nevypočítal správně minimální hodnotu. V tomto případě se při  $\omega_{\Theta} = 1$  systém dostane do stavu, kdy např. TCA spotřebiče nejsou spouštěny vůbec, na což algoritmus není navržen.



OBRÁZEK 7.30: Členy kriteriální funkce při změně preferencí ceny

není problém nakombinovat pro člen  $\bar{\Psi}_{DE}$  optimální řešení. V extrémním případě  $\omega_{DE} = 1$  dochází k váhování ostatních členů kriteriální funkce hodnotou 0 (zejména členu pro cenu  $\bar{\Psi}_\Theta$ ), mnoho pravidel modelu není uplatňováno a optimalizační proces generuje nekorektní výsledky.

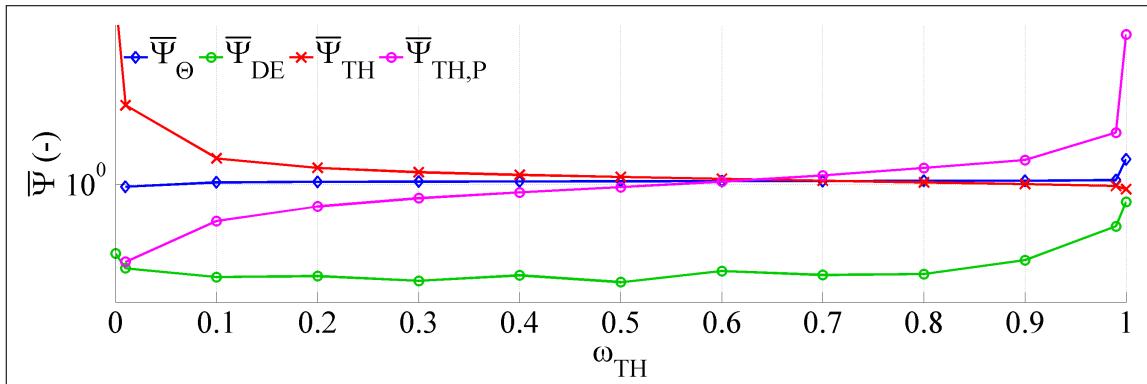


OBRÁZEK 7.31: Členy kriteriální funkce při změně preferencí komfortu DE spotřebičů

### Preference tepelného komfortu

Změna chování systému na základě změny váhy člena pro tepelný komfort  $\omega_{TH}$  je uvedena na obrázku 7.32. Chování modelu dosahuje extrémů opět v případech  $\omega_{TH} = 0$ , a  $\omega_{TH} = 1$ . Pro první zmíněný nedochází opět k žádnému spouštění termostatem řízených spotřebičů – normalizovaný člen pro minimalizaci ceny  $\bar{\Psi}_\Theta$  je roven 0, stejně tak jako člen pro minimalizaci akčního zásahu termostatem řízených spotřebičů  $\bar{\Psi}_{TH,P}$  (to je logické vzhledem k tomu, že v kriteriální funkci je definován jako suma rozdílů výkonů HVAC spotřebičů v sousedních časových slotech). S rostoucí váhou  $\omega_{TH}$  lze pozorovat postupné zmenšování člena  $\bar{\Psi}_{TH}$ , tedy zlepšování kvality tepelného komfortu v budově. Pokud jsou však ostatní váhy

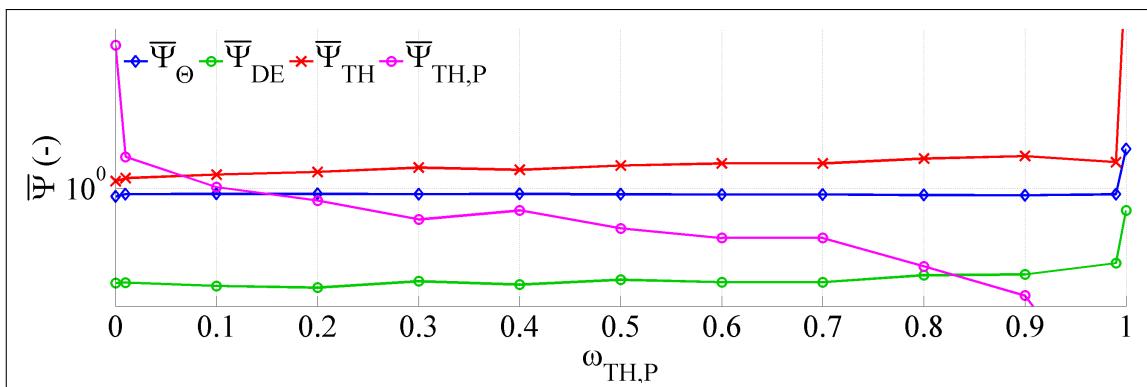
potlačeny příliš ( $\omega_{TH} > 0.9$ ), projevuje se to na velikosti ostatních členů – optimalizační algoritmus není nucen jejich velikost minimalizovat a systém se opět nechová korektně.



OBRÁZEK 7.32: Členy kriteriální funkce při změně preferencí TH spotřebičů

### Preference redukce akčního zásahu TH spotřebičů

Průběh hodnot jednotlivých členů optimalizační funkce při různých hodnotách váhy  $\omega_{TH,P}$  je uveden na obrázku 7.33. S rostoucí velikostí má hodnota této váhy vliv na “zakulacování” časového průběhu akčního zásahu termostatem řízených spotřebičů. To se projevuje zejména poklesem tepelného komfortu, kdy systém v tomto konkrétním případě není schopen reagovat na ostře ohraničené změny *setpointů*, a v tomto případě rovněž mírným nárůstem ceny. V případě  $\omega_{TH,P} = 0$  se člen  $\Psi_{TH,P}$  vůbec neuplatní a k žádnému tvarování akčního zásahu nedochází. V opačném případě –  $\omega_{TH,P} = 1$  dojde opět k potlačení vah ostatních členů kriteriální funkce – projevuje se prudkým nárůstem jejich hodnot – systém opět přestává plnit svou funkci.



OBRÁZEK 7.33: Členy kriteriální funkce při změně preferencí omezení četnosti akčního zásahu TH spotřebičů

## Zhodnocení

Uvedené případy ukázaly, jakým způsobem se mění chování systému při změně konstant váhujících jednotlivé členy kriteriální funkce. Ze studie uvedených průběhů vyplývá, že:

- Díky tomu, že jednotlivé členy optimalizační funkce jsou normalizovány za pomocí hodnot získaných aplikací heuristického algoritmu, je možno kompletně ovlivnit chování systému tím, že se normalizované členy násobí váhovacími konstantami v rozmezí hodnot 0 – 1. Součet všech váhovacích konstant může být roven 1, není to však podmínkou. V případě, kdy by ale váhovací konstanty nastavoval přímo uživatel pomocí uživatelského rozhraní systému, uchovával by součet vah jednotlivých požadavků rovný 1 (či 100 %) v uživateli povědomí principu *quid pro quo*<sup>24</sup>.
- Nastavení některé z vah na hodnotu 0 či 1 by v takovém případě znamenalo její úplné zanedbání či jednostrannou preferenci. Způsob definice optimalizačního problému však na tuto možnost není připraven a výsledky v takových případech nejsou použitelné. Takovému nastavení je tedy nutno předejít.

### 7.5.7 Studie 7 – Vliv nepřesnosti modelu na chování systému

Tato studie zkoumá, jaký vliv na kvalitu vyregulování teploty v budově má kolísání parametrů matematického modelu, tedy jak se systém zachová, pokud model, se kterým je prováděn výpočet MPC, neodpovídá řízenému.

#### Vstupní data

Pro výpočet optimalizačního problému v rámci testovaného období je využit stejný model jako v předchozích studiích a je prováděna simulace vývoje teploty podobná jako v rámci studie 4 (kapitola 7.5.4). Určené teoretické hodnoty příkonů spotřebičů v rámci dlouhého časového měřítka jsou pro krátké časové měřítka brány jako hodnoty maximální (stejně jako ve studii 4 je vytvořena výkonová rezerva snížením maximálního příkonu *fancoil* spotřebičů:  $\bar{\mathbf{P}}_{max}^{TC} = \xi \cdot \mathbf{P}_{max}^{TC}$ , kde  $\xi = 0.9$ ). Během simulace je model řízen PI regulátorem s periodou odpovídající délce krátkého časového měřítka.

Modifikace modelu pro simulaci probíhala tak, že hodnoty některých jeho parametrů byly zvýšeny vždy o náhodnou hodnotu takto:  $par' = par + \mathcal{N}(0, u_m \cdot par)$ , kde  $u_m$  udává nejistotu, a bylo voleno v rozmezí 0 – 1. Zvyšováním některých z těchto parametrů docházelo ke „zpomalování“ dynamiky modelu (např. tloušťka stěn), jiné parametry (např. tepelná

---

<sup>24</sup>Něco za něco (lat.)

vodivost) svým zvyšováním naopak model “zrychlovaly”. Globálně se však odezva modelu se zvyšující nejistotou poněkud zpomalovala<sup>25</sup>.

Pro simulaci byly k MPC modelu vybrány tři PI regulátory. Prvním je regulátor navržený v rámci studie 7.5.4. Druhým je pak regulátor popsáný v příloze C.2 (vychází z prvního, avšak je u něj zvýrazněn vliv integrační složky). Konečně posledním je PI regulátor obdobný jako v prvním případě, avšak s přidaným pásmem necitlivosti vstupní hodnoty 5 % z rozsahu<sup>26</sup>. Pro každou z hodnot nejistoty bylo vygenerováno 10 konkrétních instancí modelu, na kterých byly prováděny simulace. Jako výsledky simulací byly zaznamenány průměrné hodnoty četnosti akčních zásahů, indexy porušení komfortu a ceny energie.

## Výsledky

Numerické výsledky všech simulací provedených v této studii jsou uvedeny v tabulkách C.9 a C.10 v příloze C.7.

Nejlépe viditelným výsledkem studie je graf na obrázku 7.34, na kterém je zobrazen postupný nárůst indexu porušení komfortu se zvyšující se nejistotou modelu. V případech, kdy je simulace prováděna na modelu, který se příliš neliší od modelu použitého při výpočtu MPC regulátoru, dosahují kombinace MPC+PI výrazně nižších hodnot indexu porušení komfortu. Zde se prokazuje výhoda prediktivního řízení oproti jednoduchému dvoustavovému regulátoru. S postupným zvyšováním nejistoty parametrů modelu se však rozdíl mezi oběma typy regulátorů snižuje a cca u hodnoty 100 % nejistoty<sup>27</sup> jsou oba způsoby řízení v tomto ohledu rovnocenné. S dalším zhoršováním kvality modelu vykazuje dvoustavový regulátor lepší vlastnosti.

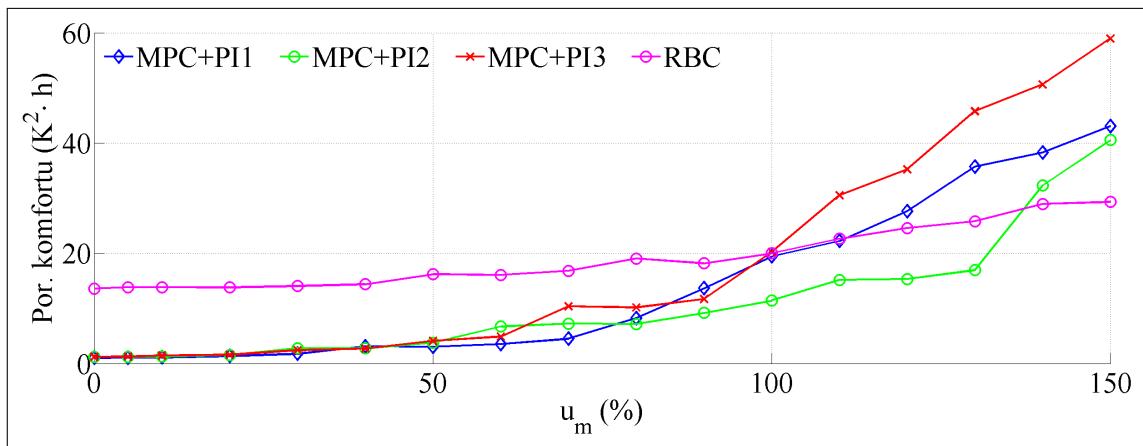
Z grafu na tomtéž obrázku je patrný nárůst indexu porušení komfortu i u dvoustavového regulátoru, přestože by tento z logiky jeho funkčnosti<sup>28</sup> měl zůstat neměnný. Jak již bylo uvedeno, z konkrétního provedení změny nejistoty vyplývá postupné zpomalování dynamiky modelu (převažuje přibývání tepelné kapacity jednotlivých hmot). Proto je pro dosažení stejněho přechodného děje potřeba stále větší akční zásah, který je však shora omezen. Jednotlivé datové řady by tedy bylo možné normalizovat tak, aby hodnota pro dvoustavový regulátor zůstávala v celém intervalu konstantní (s přihlédnutím k lokálním výkyvům). Vzhledem k tomu, že obrázek 7.34 se jeví dostatečně přehledný, nebyl tento krok realizován.

<sup>25</sup>O tomto způsobu tvorby nejistého modelu bylo rozhodnuto na základě série testů, kdy naopak při snižování hodnot parametrů docházelo často u modelu k jeho nestabilitě.

<sup>26</sup>Takový regulátor byl v rámci testování využit i v jiných studiích, avšak do této práce je zahrnut až na tomto místě.

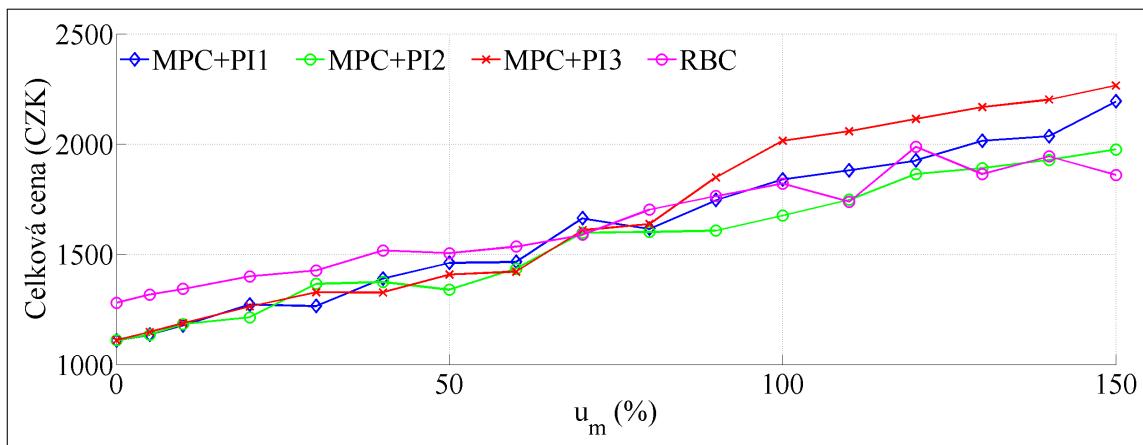
<sup>27</sup>To při způsobu, jakým je zde definována nejistota parametrů, znamená, že každý z “nejistých” parametrů modelu kolísá v rozmezí 100 %-200 % své původní hodnoty.

<sup>28</sup>Podrobnější popis dvoustavového regulátoru viz kapitola 5.3.8



OBRÁZEK 7.34: Index porušení komfortu pro různé regulátory a měnící se nejistotu parametrů modelu

Dalším ze závěrů, které lze ze změrených hodnot učinit, je, že při lepším souhlasu modelů použitych pro výpočet a simulaci dosahuje MPC spolu s PI regulátory nižší celkové ceny za energii spotřebovanou ve zkoumaném časovém období (tentotrend je viditelný z grafu na obrázku 7.35). Je zřejmé, že do hodnoty nejistoty parametrů 60 % zůstává MPC cenově výhodnější se všemi navrženými PI regulátory. Nad tuto hodnotu přestává toto tvrzení postupně pro jednotlivé regulátory platit, přesto až do hodnoty nejistoty 120 % jsou ceny přibližně srovnatelné.



OBRÁZEK 7.35: Celková cena za spotřebovanou energii pro různé regulátory a měnící se nejistotu parametrů modelu

Z uvedených grafů vyplývá, že navržený systém je do určité míry robustní vůči špatnému odhadu parametrů modelu. Tato vlastnost je dána jednak využitím PI regulátoru pro řízení teploty v mírnosti v jemném časovém měřítku, jednak vytvořením výkonové rezervy, kterou může PI regulátor využít pro zvýšení úrovně akčního zásahu nad doporučenou hodnotou danou výpočtem MPC.

Všechny tyto testy byly prováděny v otevřené smyčce, tedy MPC problém byl vypočten pouze jednou na začátku každého dne. V případě zpětnovazebního řízení, kdy je MPC problém vypočten na začátku každého časového slotu hrubého měřítka, se předpokládá další zvýšení robustnosti řízení.

### 7.5.8 Studie 8 – Škálovatelnost optimalizačního problému

V této studii bude vyhodnocena doba, kterou optimalizační software (solver) stráví řešením optimalizační úlohy v závislosti na její velikosti. Všechny výpočty v rámci této studie (respektive v rámci celé práce) byly prováděny na PC vybaveném procesorem Intel(R) Core(TM) i7 s 8 jádry běžícími na frekvenci 3.20 GHz a 8 GB pamětí RAM. V nastavení solveru bylo zvoleno využití všech 8 jader. Použitý solver CPLEX patří v současné době ke špičce pro řešení konvexních optimalizačních problémů. Vykazuje lepší výsledky než většina komerčně dostupných produktů a dokonce rádově lepší výsledky ve srovnání s volně dostupnými produkty ([Muller \[2013\]](#)).

Pro tuto studii byl využit kompletní model tak, jak je představen ve studii [7.5.6](#). Jsou tedy přítomny všechny kategorie spotřebičů a jejich konkrétní zastoupení v průběhu jednotlivých simulovaných dní pak odpovídá specifikaci pro zmíněnou studii. Optimalizační problém je počítán 100 krát a výsledky jsou průměrovány. V tabulce [7.18](#) jsou uvedeny průměrné časy výpočtu při proměnné délce horizontu predikce (24–144 časových slotů) a proměnné relativní toleranci ( $epgap$ <sup>29</sup>, definovanou jako  $|BP - BF|/|BP|$ , kde  $BP$  (best possible) je nejlepší nalezené omezení pro kriteriální funkci a  $BF$  (best found) hodnota kriteriální funkce nejlepšího nalezeného řešení. Jakmile je tato hodnota menší nebo rovna nastavené maximální přípustné chybě, a tedy přípustná odchylka hodnoty nejlepšího nalezeného celočíselného řešení je menší, než hodnota vypočteného neceločíselného řešení, dojde k ukončení výpočtu.

### Výsledky

Z tabulky [7.18](#) vyplývá, že až pro 96 časových slotů je pro solver CPLEX v základním nastavení problém jednoduše zvládnutelný. Při zvětšení horizontu predikce na 144 časových slotů však již dochází k takové expanzi stavů, že v tomto nastavení ( $epgap=0.01\%$ ) solver není úlohu schopen v rozumném čase vyřešit. Po zvýšení tolerance na hodnotu 0.5 % solver dokáže problém vyřešit v požadovaném čase.

<sup>29</sup>Relativní tolerance bude dále zkracována jako  $epgap$ , což je název parametru, pomocí kterého se její hodnota nastavuje v rámci uživatelského prostředí solveru CPLEX.

<sup>30</sup>Horizontu predikce

| Délka HP <sup>30</sup> | Relativní tolerance |       |       |       |       |        |
|------------------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
|                        | 5 %                 | 2 %   | 1 %   | 0.5 % | 0.1 % | 0.05 % |
| 24                     | 1.085               | 1.229 | 1.379 | 1.385 | 1.562 | 1.533  |
| 48                     | 2.584               | 3.129 | 4.136 | 5.821 | 6.043 | 21.63  |
| 72                     | 7.496               | 8.815 | 9.188 | 10.69 | 18.15 | 29.35  |
| 96                     | 16.85               | 28.15 | 35.66 | 62.87 | 187.1 | 358.9  |
| 144                    | 45.20               | 125.8 | 320.0 | -     | -     | -      |

TABULKA 7.18: Průměrná doba optimalizace v závislosti na *epgap*

IBM [2015] uvádí několik možností, jak změnit nastavení solveru tak, aby byl optimalizační problém řešitelný snáze. Mezi ty se řadí například

- Sondování – technika, která vyhodnocuje důsledky upoutání binárních proměnných na konkrétní hodnotu. Vzhledem k časové náročnosti se nehodí pro řešení jednoduchých úkolů. Usnadňuje však řešení úkolů, pro které je obtížné nalézt přípustné řešení.
- Změna způsobu větvení – říká solveru, zda má před větvením důkladně zkoumat model s důrazem na hledání přípustných řešení. Změnou lze urychlit vyhledání optimálního řešení mezi všemi nalezenými přípustnými řešeními. (Škoda [2011])
- Prioritizace – se využívá v modelech, ve kterých jsou některé celočíselné proměnné závislé na jiných. Nezávislé proměnné pak mohou být označeny vyšší prioritou a větvení se provádí nejprve podle nich.
- Reformulace matematického problému – jeden a týž logický problém je možné zakódovat jako lineární program různými způsoby, jejichž obtížnost řešení se může diametrálně lišit. Tento bod je uváděn pouze jako informační, matematický model navržený v rámci této práce nebyl kvůli zefektivnění výpočtu nijak měněn.

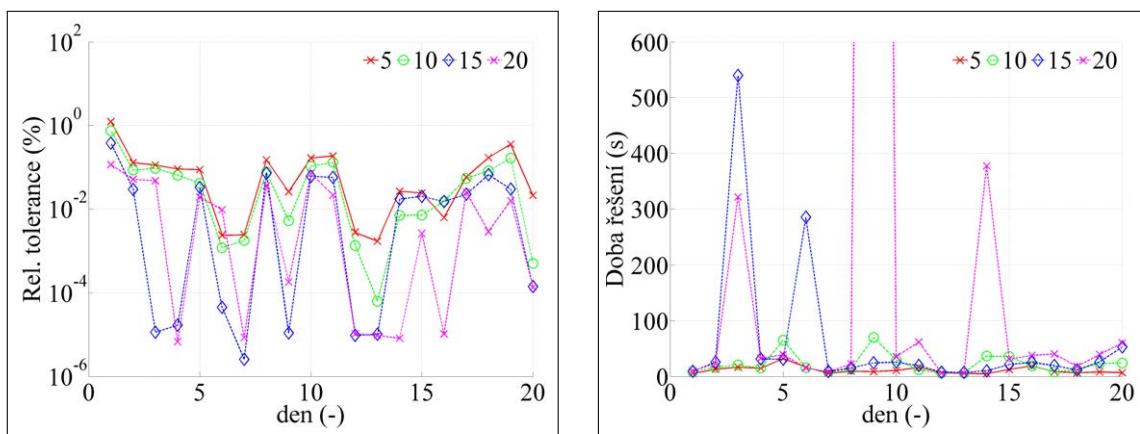
Aplikací žádné z výše uvedených metod se však nepodařilo dosáhnout podstatného zvýšení efektivity algoritmu solveru (a zkrácení času více než o jednotky procent). Z tohoto důvodu byl testován vliv změny velikosti ukončovacích podmínek na výsledek optimalizačního procesu. Mezi testované podmínky se řadí:

- Povolená relativní tolerance (*epgap*) – z tabulky 7.18 vyplývá, že řešení v případě vyšší nastavené relativní tolerance lze získat v dostatečně krátkém čase<sup>31</sup>.
- Omezení maximálního počtu nalezených celočíselných řešení – po dosažení stanoveného počtu celočíselných řešení je optimalizace ukončena a nejlepší dosud nalezené řešení je uvažováno jako optimální. Obrázek 7.36 vlevo ukazuje hodnoty relativních

<sup>31</sup>V případě velikosti časového slotu 15 minut je doba výpočtu okolo jedné minuty dostatečná.

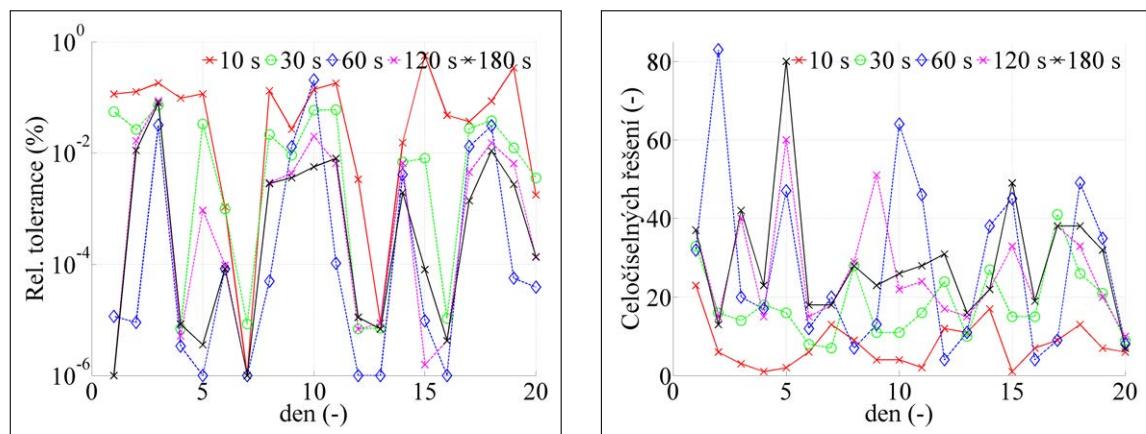
tolerancí získaných při optimalizaci s nastaveným minimálním počtem řešení 5, 10, 15, 20; obrázek 7.36 vpravo pak doby řešení pro prvních 20 dní simulace. Pro všechny dny simulace vycházejí (téměř) všechny hodnoty relativní tolerance nižší než 1 %. Doba potřebná pro nalezení dostatečného počtu celočíselných řešení však velmi kolísá (její maximum pro 9. den neuvedené v příslušném grafu má hodnotu 4518 s).

- Omezení maximální doby optimalizace – po dosažení daného časového limitu je optimalizace ukončena a nejlepší dosud nalezené řešení je uvažováno jako optimální. Na obrázku 7.37 vlevo jsou znázorněny dosažené hodnoty relativní tolerance pro různě nastavené časové limity a prvních 20 dní simulace. Z průběhu vyplývá, že se zvyšujícím se časem klesá nejlepší dosažená relativní tolerance. Stejný obrázek vpravo pak znázorňuje pro každý den a časový limit počet nalezených celočíselných řešení. Zde je zjevné, že se vzrůstajícím časem stoupá počet celočíselných řešení. Odchylky od uvedených tvrzení jsou patrně způsobeny nestejným zpracováním jednotlivých simulací heuristickými částmi optimalizačního algoritmu solveru.



OBRÁZEK 7.36: Relativní tolerance (vlevo) a doba řešení (vpravo) v závislosti na požadovaném minimálním počtu celočíselných řešení

Při optimalizaci modelu sítě spotřebičů je vzhledem k výši předpokládané finanční úspory kladen větší důraz na získání vyhovujícího řešení v dostatečně krátké době, než zcela přesného optimálního řešení, kdy ale není garantován čas výpočtu. Z uvedených průběhů pro jednotlivé ukončovací podmínky vyplývá, že nejlepší je kombinovat hodnotu relativní tolerance a maximální dobu výpočtu a ukončit solver, jakmile je splněna první z podmínek. Příkladem takové kombinace může být např. hodnota *tolerance* 0.1 % a hodnota *maximální doby* 90 s. Omezení maximálního počtu celočíselných řešení by v tomto případě nebylo užitečné, neboť počet řešení nijak nesouvisí s jejich kvalitou.



OBRÁZEK 7.37: Relativní tolerance (vlevo) a počet nalezených celočíselných řešení (vpravo) v závislosti na maximálním času optimalizace

# Kapitola 8

## Implementace

*Tato kapitola popisuje tři stupně implementace metody navržené a validované v předchozích kapitolách. Její první část prezentuje postup, který byl využit pro ověření a validaci v rámci této práce. Druhá část se pak zabývá softwarovým nástrojem pro simulaci chování skupiny odložitelných spotřebičů. V poslední části je pak popsána předpokládaná bloková struktura autonomního zařízení – building energy managera.*

### 8.1 Postup využitý v této práci

#### Generování vstupních dat

Vzhledem k tomu, že v rámci jednotlivých studií bylo provedeno cca 10 000 jednotlivých výpočtů optimalizační úlohy, bylo nutno vstupní data generovat automaticky na základě parametrů definovaných v kapitole 7.2. Pro tuto akci byl vybrán program *Matlab*, v němž byly vytvořeny skripty zajišťující naplnění skupiny souborů vstupních dat. Ve stejném programu byl vytvořen rovněž matematický model termodynamického systému, jehož stavový popis je rovněž součástí souborů vstupních dat.

#### Optimalizace

Pro návrh a testování modelů spotřebičů v rámci BEM systému byl využit nástroj *CPLEX Optimization Studio*, jehož prostřednictvím je možno definovat formálně lineární či kvadratický problém. Jádrem této aplikace je solver *CPLEX* výrobce IBM ([IBM \[2014\]](#)). Pro formální zápis matematického problému využívá *CPLEX Optimization Studio* popisný jazyk OPL (*optimization programming language*) se syntaxí velmi podobnou jazyku C. Vlastní “program” může být v tomto jazyce složen z několika částí oddělených v různých souborech.

- Modelová část, ve které je definována optimalizační úloha, tedy kriteriální funkce spolu s omezeními. V této části jsou rovněž deklarovány všechny používané proměnné.

Mohou zde být rovněž inicializovány jejich hodnoty, avšak není to nutné, pokud se tak učiní v datové části. Jedná se o jedinou povinnou část programu.

- Datová část, je-li využita, obsahuje inicializační hodnoty konstant. Výhodou oddělení modelové a datové části je fakt, že pro jeden model lze potupně využít několik různých souborů dat. Datová část modelu byla vždy vygenerována skriptem programu *Matlab*.
- Skriptová část řídí vykonávání programu. Je-li využita, po spuštění optimalizační úlohy je řízení předáno funkci `main` v této části. V rámci ní je definováno, jaký model (či modely) bude optimalizován a s jakými daty. Skriptová část umožňuje provádět opakování výpočty iterací přes několik datových souborů, ale i přes několik modelů. Velkou výhodou je možnost uložení výsledků optimalizace (zejména hodnot jednotlivých optimalizačních proměnných) do oddělených souborů, přičemž celý postup je nutno naprogramovat ručně – za touto komplikací se skrývá výhodná možnost definovat uložení dat v libovolném formátu, např. takovém, který je možno přímo zpracovat programem *Matlab*.

## Zpracování výstupních dat

Vyhodnocení výstupních souborů, vytvořených z výsledků optimalizace, je opět realizováno programem *Matlab*. Jediným skriptem je opět možno načíst postupně hodnoty ze všech souborů. Jednoduchým způsobem lze implementovat postup, který spojí vektory optimalizačních proměnných z jednotlivých souborů do jediného vektoru, který je následně možno jednoduše automaticky zpracovat. Konkrétní postup zpracování dat se pak liší dle jednotlivých studií.

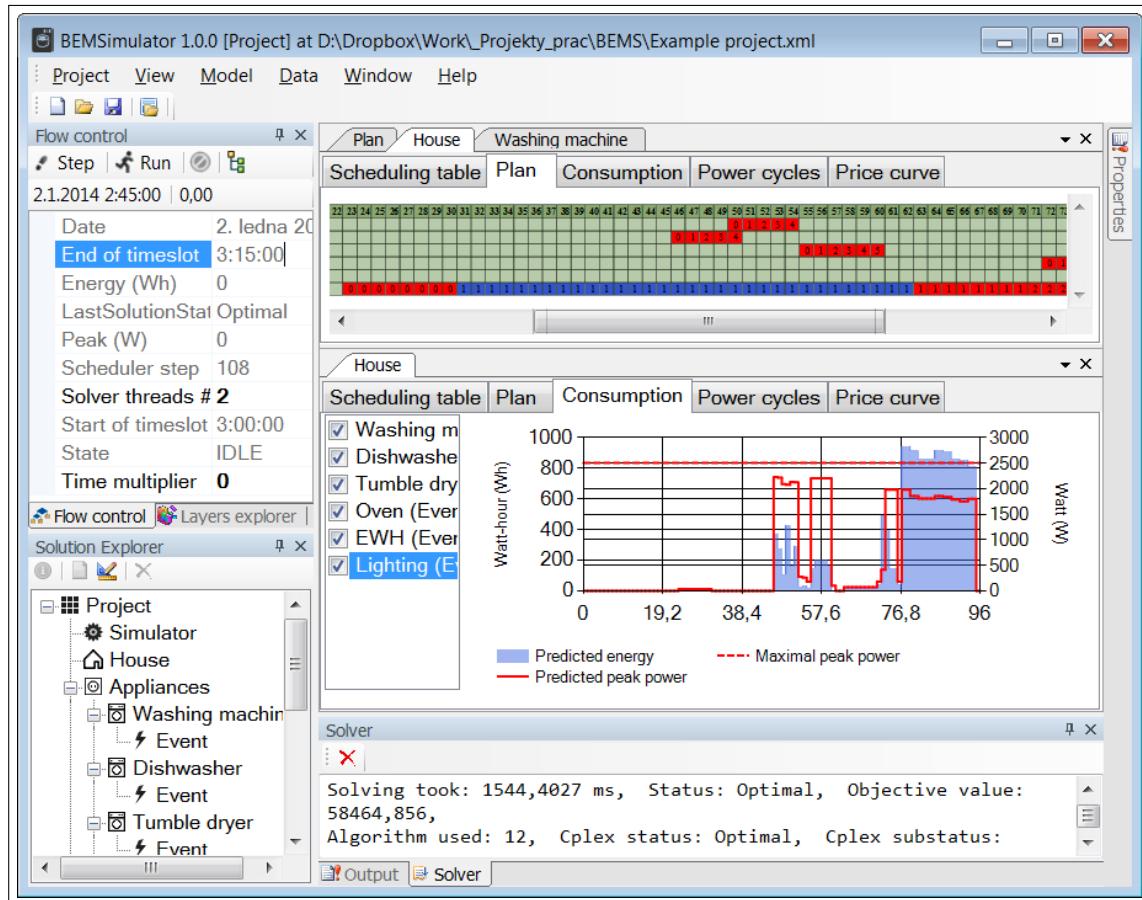
## 8.2 Simulátor dynamického chování řízeného systému

V rámci projektu FP7 ARTEMIS<sup>1</sup> byl vytvořen simulátor chování systému chytrého domu – BEMSimulator (*Building Energy Management Simulator*). Jedná se o aplikaci vytvořenou pro .NET framework, která umožňuje jednoduše pomocí grafického uživatelského rozhraní (viz obrázek 8.1) definovat parametry modelů jednotlivých odložitelných spotřebičů v rámci chytrého domu a zkoumat jejich chování. Podoba modelů spotřebičů v rámci tohoto nástroje je pevně dána a byla popsána v článku Bradac et al. [2015] (článek se věnuje pouze odložitelným spotřebičům, simulátor v současné verzi umožňuje rovněž práci pouze s touto skupinou spotřebičů).

---

<sup>1</sup> ARTEMIS JU - 333020 ACCUS – Adaptive Cooperative Control in Urban (sub) Systems; informace o projektu jsou dostupné na adrese <https://www.itea3.org/project/50-accus.html>.

Oproti přístupu uvedenému v kapitole 8.1 má jednoúčelová aplikace tu výhodu, že umožňuje jednoduše provádět simulaci řízení na klouzavém horizontu, tedy takovou, při které je před každým započatým časovým slotem provedena nová optimalizace modelu. V rámci jednotlivých časových slotů se model průběžně mění<sup>2</sup>, využití nástrojů, jako je *CPLEX optimization studio* spolu s programem *Matlab*, by proto bylo neúměrně náročné.



OBRÁZEK 8.1: Uživatelské rozhraní programu BEMSimulator

Jak již bylo zmíněno, v simulátoru je možno jednoduše vytvořit model skupiny odložitelných spotřebičů. Matematický model popsaný v Bradac et al. [2015] bylo nutno dále upravit tak, aby umožňoval právě simulaci na klouzavém horizontu. Popis této úpravy stejně jako ukázka práce simulátoru je dokumentována v článku Kaczmarczyk et al. [2015].

Pro simulaci řízení na klouzavém horizontu je k datům vlastního modelu spotřebičů nutno dodat ještě některé další informace, jako jsou např. predikce ceny energie na nadcházející časové období, výkonová omezení, apod. Implicitně je při startu simulace zvolen simulační čas 00:00, a datum 1. ledna aktuálního roku, přičemž rychlosť plynutí simulačního času je

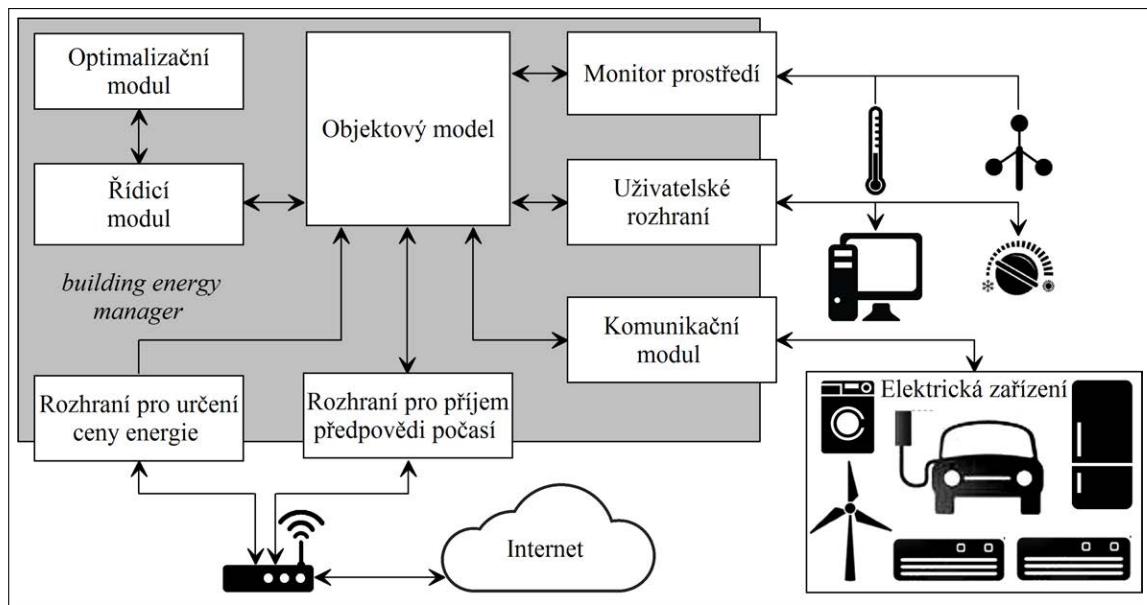
<sup>2</sup>Přestože se může zdát, že model žádnou změnu neprochází, dojde k jeho úplné změně po ukončení každého časového slotu na klouzavém horizontu.

možno libovolně měnit. Optimalizační proces je v současné verzi definován jako atomická operace, tedy taková, která nekonzumuje žádný simulační čas. Během optimalizace proto dojde k zastavení tohoto času. Po ukončení výpočtu jsou na model aplikovány výsledky a simulační čas se znova rozebíhá. V průběhu simulace jsou grafickým rozhraním přehledně prezentovány aktuální stavy jednotlivých spotřebičů a jejich naplánovaných cyklů spolu se statistickými informacemi o celkové spotřebované energii, nákladech a dosažených úsporách za dobu simulace. Výsledky pak lze exportovat do obecného *csv* formátu a zpracovat v jiných aplikacích.

V budoucnu se počítá s režimem "emulace", při kterém bude simulační čas odpovídat času reálnému a nebude během výpočtu zastaven. V takovém případě se chování simulátoru bude přibližovat chování reálného *energy managera*. Posledním logickým krokem směrem k dosažení funkcionality reálného *energy managera* bude implementace dalších subsystémů (např. subsystému komunikace se spotřebiči). Popis subsystémů reálného *energy managera* je popsán v kapitole 8.3.

### 8.3 Building energy manager

Na *building energy manager* je z hlediska praktické implementace možno pohlížet jako na aplikaci, která se kromě jádra realizujícího vlastní optimalizační proces skládá z řady funkčních bloků – modulů (viz obrázek 8.2). V průběhu této kapitoly budou jednotlivé moduly stručně popsány.



OBRÁZEK 8.2: Architektura *building energy managera*

- *Komunikační modul* – softwarový komunikační modul spolu s konkrétním komunikačním hardware (např. WiFi, Bluetooth, ZigBee, apod.) tvoří most realizující oboustrannou komunikaci mezi domácími spotřebiči a jádrem *energy managera*. Jeho hlavním úkolem je automatická identifikace jednotlivých zařízení, cyklické čtení jejich stavových informací, případně jejich povelování. Jednoduchý komunikační protokol postavený nad TCP-IP a umožňující provádět popsané úkony je prezentován v [Kaczmarczyk et al. \[2012\]](#). Na “vnitřní” straně *energy managera* jsou informace o jednotlivých zařízeních ukládány do tzv. *objektového modelu* sítě spotřebičů. Informace z tohoto modelu jsou pak využívány ostatními moduly *energy managera*. Jednoduchý objektový model založený na EN 50523 pak popisuje článek [Bradac et al. \[2012\]](#). Z funkčního hlediska tedy komunikační modul zrcadlí v systému aktuální “obraz” každého ze spotřebičů.
- *Monitor prostředí* – modul, který spolu s konkrétním hardware (sériové linky, A/D převodníky,  $I^2C$  apod.) autonomně realizuje cyklické čtení aktuálních informací o venkovní teplotě, síle větru, intenzitě slunečního svitu a ukládá je do datového modelu aplikace pro další zpracování. Do modulu monitoru prostředí je možno zahrnout např. i měření vnitřní teploty v jednotlivých místnostech budovy (za předpokladu, že tato není měřena jiným způsobem – přímo termostatem řízenými spotřebiči, prostřednictvím uživatelského interface apod.).
- *Uživatelské rozhraní* – modul, který zprostředkovává výměnu informací mezi systémem a uživatelem. Informace mohou být uživateli prezentovány buď přímo prostřednictvím terminálu a/nebo např. přes webový server *energy managera*. Schopnost poskytovat uživateli informace v jednoduše srozumitelné formě hráje podstatnou roli při masovém rozšiřování této technologie ([Chassin \[2010\]](#)). Chod spotřebičů musí být maximálně autonomní s tím, že uživatel má činit pouze ta rozhodnutí, která nemohou být přijata automaticky. Toho je možno dosáhnout implementací nějaké formy učícího režimu do *energy managera*, kdy po určitou tento sleduje a analyzuje chování uživatele a to pak v dalším provozu napodobuje. Typickým příkladem, při kterém se tento režim může uplatnit, je nastavení žádané teploty v místnosti (podobně je dnes využíváno v některých inteligentních termostatech, např. [Labs \[2015\]](#)).
- *Rozhraní pro určení předpovědi počasí* – softwarový modul, který zajišťuje spojení s poskytovatelem předpovědi počasí, jímž může být příslušná webová služba s odpovídajícím API (*application programming interface*). Příklad takové služby je uveden na [Institutt \[2015\]](#). Získané informace jsou vkládány do objektového modelu udržovaného v aplikaci.
- *Rozhraní pro určení cen energie* – předpokládá se určení cen energie a jejího budoucího vývoje dvěma způsoby. Buď podobně jako informace o předpovědi počasí, tedy připojením ke službě poskytované distributorem (např. [ComEd \[2015\]](#)), nebo

komunikací se *smart metrem*, který tyto informace získává od distributora např. prostřednictvím datové komunikace po silnoproudých vodičích<sup>3</sup>.

- *Objektový model* – jednotlivými moduly zprostředkovávajícími komunikaci nebo interakci s uživatelem jsou do objektového modelu vkládány informace o aktuálním stavu, možnostech a prioritách BEMS. V modelu by měly být přítomny nejen konkrétní informace, ale rovněž meta informace, popisující rozsah platnosti obsažených informací. Na základě dat z objektového modelu je před každým procesem optimalizace definován model matematický. Výsledky optimalizace jsou opět zahrnuty do objektového modelu a jednotlivé komunikační moduly musí zajistit přenos relevantních dat jednotlivým členům BEM.
- *Optimalizační modul* – zabezpečuje provedení volání heuristického algoritmu a po jeho dokončení rovněž bud' volání optimalizační funkce (v případě, kdy je modul pro řešení – solver – součástí *energy managera*) nebo sestavení úlohy pro externí solver. V současné době se stále více prosazují tzv. *cloudová řešení*, kdy výpočetní výkon či úložiště dat jsou poskytovány jako služby běžící na externích serverech. V rámci projektu FP7 ARTEMIS<sup>4</sup> je vyvíjena platforma, která bude (mimo jiné) poskytovat službu zajišťující výpočet optimálního plánu běhu spotřebičů pro více připojených klientů – *energy managerů*. Po ukončení procesu optimalizace (at' už pomocí zabudovaného či externího solveru) je plán běhu spotřebičů ukládán zpět do objektového modelu. Následně je ostatními moduly dále zpracováván.
- *Řídicí jednotka* – je centrální modul *energy managera*, který koordinuje činnost všech ostatních modulů.

---

<sup>3</sup>Power line communication

<sup>4</sup>ARTEMIS JU - 333020 ACCUS – Adaptive Cooperative Control in Urban (sub) Systems; informace o projektu jsou dostupné na adrese <https://www.itea3.org/project/50-accus.html>.

# Závěr

S klesajícími zásobami fosilních paliv a zvyšujícím se tlakem na využívání energie vyrobené z obnovitelných zdrojů roste potřeba integrace těchto těžko predikovatelných zdrojů do elektrizační soustavy. Následný růst ceny elektrické energie zvyšuje ochotu spotřebitelů měnit své chování s cílem omezit výdaje. Cílem této práce byl návrh univerzální metody optimálního plánování spotřeby elektrické energie v rozsahu chytrého domu. Validace a verifikace této metody byla realizována formou softwarové implementace. V práci byly uvažovány nejen domácí spotřebiče, ale i lokální zdroje elektrické energie. Tyto byly nejprve v závislosti na typickém způsobu jejich využívání a dalších vlastnostech rozděleny do pěti kategorií – zařízení s odložitelným a nepřerušitelným cyklem, zařízení s přerušitelným cyklem, termostatem řízené spotřebiče, akumulátory a lokální generátory z obnovitelných zdrojů. Pro každou kategorii byl následně navržen matematický model. V práci je částečně zohledněna i existence neřiditelných spotřebičů. Navržená metoda umožňuje koncovému zákazníkovi na základě principu *demand response* optimalizovat cenu zaplacenu za spotřebovanou elektrickou energii.

Odhlédneme-li od řízení spotřebičů v rámci každého jednoho domu dále až na úroveň ulic, čtvrtí či celých měst, je zřejmé, že další výzkum v této oblasti je nutno směřovat ke koordinaci velkého množství systémů pracujících se stejnou “logikou”. Bez této koordinace mohou snahy o naplnění principu *demand response* přinést přesně opačný výsledek, tedy místo vyhlazení poptávkové křivky pouze vznik nových špiček poptávky v odlišných časových okamžicích, případně rozkmitání systému. Takovému chování bude možno na úrovni distributora energie předcházet zavedením několika různých tarifů, členěním zákazníků do skupin, případně využitím vyjednávacích metod, kdy vyjednávání probíhá mezi infrastrukturou distributora a infrastrukturou koncového zákazníka. Práce proto předpokládá existenci *energy managera*, tedy zařízení zabezpečujícího koordinaci spouštění jednotlivých spotřebičů v rámci inteligentního domu na základě řady vstupních informací včetně informací získaných z infrastruktury distributora. *Energy manager* je komplexní zařízení, které udržuje matematický model vzniklý syntézou modelů jednotlivých domácích spotřebičů a implementuje metodu zabezpečující nalezení řešení komplexního optimalizačního problému. Základním účelem tohoto zařízení je zajištění cenové úspory pro koncového uživatele při současném zachování komfortu používání spotřebičů, na který je uživatel zvyklý. Významným rysem je rovněž schopnost respektovat technická omezení jednotlivých zařízení. V rámci této práce je řešena část výše definované úlohy, která se týká optimalizace běhu spotřebičů v rozsahu jednoho domu.

Řešení optimalizační úlohy spočívá v minimalizaci kvadratické kriteriální funkce tvořené váženým součtem dílčích funkcí reprezentujících jednotlivé požadavky s ohledem na lineární omezení, definované pro jednotlivé spotřebiče a pro preference uživatele (jedná se tedy o problém smíšeného celočíselného kvadratického programování). Vzhledem k tomu, že požadavky jsou často navzájem protichůdné, patří řešení optimalizační úlohy do skupiny vícekriteriálních kombinatorických problémů. Změnou hodnot váhovacích konstant jednotlivých částí kriteriální funkce lze dosáhnout zvýraznění či naopak potlačení určitého aspektu chování.

Podstatným rysem této práce je pak rozšíření základní metody, které umožní, aby takové nastavení mohl snadno realizovat i koncový uživatel prostřednictvím jednoduchého výběru jedné z nabízených strategií. Toto rozšíření vyžadovalo provést modifikaci kriteriální funkce pomocí normalizace jednotlivých členů, přičemž normalizační koeficienty byly získány heuristickým algoritmem. Modifikovaná kriteriální funkce doplněná o omezující podmínky již plně reprezentuje hledanou optimalizační úlohu. Jejím řešením je plán využití jednotlivých zařízení, který je následně použit pro řízení systému v průběhu jednoho časového slotu. Po jeho uplynutí se výpočet optimalizační úlohy opakuje s novými vstupními podmínkami. Jedná se tedy o prediktivní řízení na základě modelu na klouzavém horizontu. Heuristická část navržená v této práci umožňuje dodržení uživatelem nastavené strategie jednak při běhu systému, jednak při libovolné změně vstupních parametrů a činí tak celou prezentovanou metodu univerzální.

Verifikace navržené metody rozšířené o heuristický algoritmus byla realizována s využitím dvojice univerzálních softwarových nástrojů - program *Matlab* byl využit pro generování vstupních parametrů a prezentaci výsledků a nástroj *CPLEX Optimization Studio* zabezpečoval řešení samotné optimalizační úlohy. V rámci práce byl rovněž vytvořen softwarový simulační nástroj, pomocí kterého je možno modelovat chování skupiny spotřebičů s odložitelným cyklem na klouzavém horizontu. Tento nástroj byl realizován jako příspěvek do projektu FP7 - ARTEMIS (333020). S popsanými softwarovými prostředky bylo následně provedeno několik případových studií sloužících k ověření žádaných vlastností systému.

Největší podíl na spotřebě domácností mají systémy vytápění a klimatizace, tedy termostatem řízené spotřebiče (viz kapitola 2.3). Vzhledem k tomu, že jejich chování je značně komplexní, byly témto systémům věnovány první čtyři případové studie (kapitoly 7.5.1 – 7.5.4). První z těchto studií byla věnována problematice dodržení tepelného komfortu systému s prediktivním řízením ve srovnání s jednoduššími metodami. V rámci studie bylo ukázáno, že prediktivní řízení dokáže významně zvýšit úroveň tepelného komfortu v místnostech<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>V závislosti na použitém kritériu bylo dosaženo průměrného snížení hodnoty porušení komfortu na 33 % oproti PI regulátoru.

Druhá z těchto studií pak zkoumala možnosti prediktivního řízení při proměnném cenovém tarifu v podobě řešení vícekriteriálního optimalizačního problému. Výsledky této studie objasňují chování systému při různě nastavených hodnotách vah jednotlivých částí kritéria. Z této studie vyplývá nutnost normalizace jednotlivých členů kriteriální funkce, a tedy nutnost využití heuristického algoritmu. Významným aspektem prediktivního řízení je možnost činit koordinovaná rozhodnutí, která jsou nezbytná pro plánování činnosti spotřebičů v případech, kdy existují společná omezení.

V rámci třetí studie byla proto zkoumána změna chování systému v případě, kdy existovalo omezení maximálního výkonu odebíraného z elektrické sítě, přičemž součet nominálních příkonů termostatem řízených spotřebičů byl výrazně větší. V této případové studii bylo ověřeno, že navržené prediktivní řízení zajistilo koordinované spouštění spotřebičů takovým způsobem, který splňoval definované omezující podmínky.

Ve čtvrté případové studii zaměřené čistě na termostatem řízené spotřebiče byl realizován návrh regulátoru pro regulační smyčku podřízenou prediktivnímu řízení. Při simulaci v této studii byly analyzovány skutečné dynamické parametry systému a průběhy akčních zásahů do systému v čase. Na dvou různých konfiguracích PI regulátorů byly demonstrovány možnosti návrhu a odlišnosti výsledného dynamického chování. V této studii byla rovněž prezentována možnost, jak lze implementačně vyřešit kompenzaci poruch působících na vstup systému. Výše uvedenými čtyřmi případovými studiemi bylo tedy realizováno ověření funkčnosti modelu termostatem řízených spotřebičů.

Pátá studie (kapitola 7.5.5) se podrobně věnuje připojení akumulátoru a různým režimům jeho činnosti, kdy je možno zahrnout amortizaci akumulátoru, případně požadavky na specifický průběh vybíjení/nabíjení během horizontu predikce. Tato studie reflektuje současný výzkumný trend, kdy je uvažováno o možnostech využití energie uložené v akumulátorech elektromobilů pro účely optimalizace nákladů a stabilizace elektrizační soustavy.

Šestá případová studie (kapitola 7.5.6) zahrnuje všechny kategorie spotřebičů definované v této práci, přičemž její první část demonstruje funkcionalitu celého modelu na komplexní simulaci. Druhá část této studie se věnuje analýze chování systému při použití v práci prezentovaného heuristického algoritmu. Z výsledků studie je jasné patrné, že normalizace členů kriteriální funkce pomoci již zmíněného heuristického algoritmu poskytuje možnost jednoduchou změnou váhy příslušného člena podstatně ovlivnit skutečné chování systému. Prezentované řešení je tedy možné využít pro možnost jednoduché a robustní volby konkrétní uživatelské strategie (spořivý uživatel × uživatel žádající komfort). Jednoduchost je dána tím, že je nutné zvolit pouze hodnoty čtyř koeficientů. Robustnost pak spočívá v dodržení této strategie i při podstatné změně vstupních podmínek i vnitřních parametrů systému.

Sedmá případová studie (kapitola 7.5.7) pak analyzuje, jakým způsobem se změní chování systému v případě, že termodynamický model budovy nebude přesně odpovídat reálnému systému. Ze závěru této studie je zřejmé, že se zvyšující se nepřesností modelu klesají možnosti prediktivního řízení (stoupá míra porušení tepelného komfortu, stejně tak i cena za spotřebovanou energii), avšak díky vnitřní řídicí smyčce zůstává systém i při relativně vysoké nepřesnosti dostatečně robustní.

Poslední, osmá případová studie (popsána v kapitole 7.5.8) pak řeší problém praktického nalezení řešení optimalizační úlohy, neboť pro některé konfigurace modelu je schopnost použitého software nalézt optimální řešení horší než pro jiné. Studie proto analyzuje vliv změny ukončovacích podmínek řešení na jeho kvalitu a pokouší se nalézt takové podmínky, které budou pro použitý model přinášet vyhovující výsledky v přijatelném čase.

V průběhu celé práce je kladen důraz právě na možnost budoucí implementace navržené metody do reálného zařízení. Z kapitoly 8.3 vyplývá, že pro implementaci by bylo nutné vyřešit celou řadu problémů, avšak zde popisovaná metoda koordinace spotřebičů na základě jejich modelů spolu s rozšířením o heuristický algoritmus mohou být použity bez zásadních modifikací. Mnoho existujících studií, které se zaměřují na podobnou problematiku (viz kapitola 6.2), otázku možností praktické implementace nezvažuje.

**V této práci byla tedy navržena, implementována a na případových studiích validována metoda optimálního plánování spotřeby elektrické energie pro využití v rezidenční oblasti. Tato metoda kombinuje optimalizaci smíšeného kvadratického problému a heuristický algoritmus.** Implementací uvedené metody do zařízení koordinujícího běh spotřebičů v rámci systému chytrého domu lze dosáhnout naplnění principů *demand response*. Systém tedy bude připraven plynule reagovat na měnící se vstupní podmínky změnou aktuální spotřeby elektrické energie. Z výsledků případových studií vyplývá, že navržené řešení splňuje podmínky, které na ně byly v rámci práce kladeny.

---

# Literatura

- ACCUS (2015). D2.10: System functionalities and operational logic. Technical report, ACCUS.
- Achterberg, T. (2009). Scip: solving constraint integer programs. *Mathematical Programming Computation*, 1(1):1–41.
- Agency, E. E. (2009). Household energy consumption by end-use in the eu-27. dostupné online (<http://www.eea.europa.eu/data-and-maps/figures/households-energy-consumption-by-end-uses-4>). citováno 11. ledna 2015.
- Agnetis, A., de Pascale, G., Detti, P., and Vicino, A. (2013). Load scheduling for household energy consumption optimization. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 4(4):2364–2373.
- Aigner, D. (1985). The residential electricity time-of-use pricing experiments: What have we learned? In *Social Experimentation*, NBER Chapters, pages 11–54. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Albadi, M. and El-Saadany, E. (2007). Demand response in electricity markets: An overview. In *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE*, pages 1–5.
- Allcott, H. (2013). Real-time pricing and electricity market design. dostupné online (<https://files.nyu.edu/ha32/public/research>). citováno 12. 8. 2014.
- Aswani, A., Master, N., Taneja, J., Smith, V., Krioukov, A., Culler, D., and Tomlin, C. (2012). Identifying models of hvac systems using semiparametric regression. In *American Control Conference (ACC), 2012*, pages 3675–3680.
- Athans, M. and Falb, P. L. (1966). *Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications*. McGraw-Hill, Inc. ISBN: 978-0486453286.
- Autoblog (2014). Nissan prices replacement leaf battery at \$5,500. dostupné online (<http://www.autoblog.com/2014/06/27/nissan-leaf-replacement-battery-costs-5500>). citováno 29. 1. 2015.
- Backer, D. (2007). Power quality and asset management the other "two-thirds" of ami value. In *Rural Electric Power Conference, 2007 IEEE*, pages C6–C6–8.
- Barbato, A. and Carpentieri, G. (2012). Model and algorithms for the real time management of residential electricity demand. In *Energy Conference and Exhibition (ENERGYCON), 2012 IEEE International*, pages 701–706.

- Bargiotas, D. and Birdwell, J. (1988). Residential air conditioner dynamic model for direct load control. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 3(4):2119–2126.
- Bemporad, A. and Morari, M. (1999). Robust model predictive control: A survey. In Garulli, A. and Tesi, A., editors, *Robustness in identification and control*, volume 245 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 207–226. Springer London.
- Bischi, A., Taccari, L., Martelli, E., Amaldi, E., Manzolini, G., Silva, P., Campanari, S., and Macchi, E. (2014). A detailed milp optimization model for combined cooling, heat and power system operation planning. *Energy*, 74(0):12 – 26.
- Bixby, R. E. (2012). A brief history of linear and mixed-integer programming computation. *Documenta Mathematica*, Extra Volume ISMP:107–121.
- Borenstein, S. (2004). The long-run effects of real-time electricity pricing. dostupné online ([https://www.aeaweb.org/assa/2005/0108\\_1015\\_1102.pdf](https://www.aeaweb.org/assa/2005/0108_1015_1102.pdf)). citováno 14. 12. 2014.
- Borenstein, S. (2005). The long-run efficiency of real-time electricity pricing. center for the study of energy markets. Technical report, University of California Energy Institute.
- Boyd, S. (2015). Model predictive control. dostupné online ([http://stanford.edu/class/ee364b/lectures/mpc\\_slides.pdf](http://stanford.edu/class/ee364b/lectures/mpc_slides.pdf)). citováno 3. 4. 2015.
- Bozchalui, M., Hashmi, S., Hassen, H., Canizares, C., and Bhattacharya, K. (2012). Optimal operation of residential energy hubs in smart grids. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 3(4):1755–1766.
- Bradac, Z., Kaczmarczyk, V., and Fiedler, P. (2015). Optimal scheduling of domestic appliances via milp. *Energies*, 8(1):217–232.
- Bradac, Z., Kaczmarczyk, V., Fiedler, P., and Sir, M. (2012). Object model of home area network devices. In *Recent Research in Environmental & Geological Sciences*.
- Braithwait, S. D. (2005). Real-time pricing and demand response can work within limits. *Natural Gas & Electricity*, 21(11):1–31.
- Brown, R. E. (2008). Impact of smart grid on distribution system design. In *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, pages 1–4.
- Burke, W. and Auslander, D. (2009). Residential electricity auction with uniform pricing and cost constraints. In *North American Power Symposium (NAPS), 2009*, pages 1–6.
- Carvallo, A. and Cooper, J. (2011). *The Advanced Smart Grid: Edge Power Driving Sustainability*. Artech House.

- Centolella, P. (2010). The integration of price responsive demand into regional transmission organization (rto) wholesale power markets and system operations. *Energy*, 35(4):1568 – 1574.
- CEZ (2014). Pripojovaci podminky nn. dostupné online ([http://www.cezdistribuce.cz/edee/content/file-other/distribuce/technicke-informace/cezdistribuce\\_pripojovacipodminky\\_20110401\\_web.pdf](http://www.cezdistribuce.cz/edee/content/file-other/distribuce/technicke-informace/cezdistribuce_pripojovacipodminky_20110401_web.pdf)). citováno 30. 6. 2014.
- Channel, T. W. (2015). Weather underground. dostupné online (<http://www.wunderground.com/>). citováno 7. 2. 2015.
- Chassin, D. P. (2010). What can the smart grid do for you? and what can you do for the smart grid? *The Electricity Journal*, 23(5):57 – 63.
- Chen, Z., Wu, L., and Fu, Y. (2012). Real-time price-based demand response management for residential appliances via stochastic optimization and robust optimization. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 3(4):1822–1831.
- ComEd (2015). Live prices. dostupné online (<https://rrtp.comed.com/live-prices/>). citováno 6. 5. 2015.
- Commission, E. (2008). Memo on the renewable energy and climate change package. dostupné online ([http://europa.eu/rapid/press-release\\_MEMO-08-33\\_en.htm](http://europa.eu/rapid/press-release_MEMO-08-33_en.htm)). citováno 12. 11. 2014.
- Commission, E. (2015). The set-plan roadmap on low carbon energy technologies. dostupné online (<https://setis.ec.europa.eu/implementation/technology-roadmap/the-set-plan-roadmap-on-low-carbon-energy-technologies>). citováno 7. 6. 2015.
- Crawley, D., Pedersen, C., Lawrie, L., and Winkelmann, F. (2000). Energyplus: Energy simulation program. *ASHRAE Journal*, 42:49–56.
- Dam, Q., Mohagheghi, S., and Stoupis, J. (2008). Intelligent demand response scheme for customer side load management. In *Energy 2030 Conference, 2008. ENERGY 2008. IEEE*, pages 1–7.
- Daryanian, B., Bohn, R., and Tabors, R. (1989). Optimal demand-side response to electricity spot prices for storage-type customers. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 4(3):897–903.
- Deng, R., Yang, Z., Chow, M., and Chen, J. (2015). A survey on demand response in smart grids: Mathematical models and approaches. *Industrial Informatics, IEEE Transactions on*, 11(3):570–582.

- DoE (2009). Smart grid system report. Technical report, U.S. Department of Energy. dostupné online ([https://www.smartgrid.gov/sites/default/files/SGSRMain\\_090707\\_lowres.pdf](https://www.smartgrid.gov/sites/default/files/SGSRMain_090707_lowres.pdf)). citováno 19. 12. 20014.
- Du, P. and Lu, N. (2011). Appliance commitment for household load scheduling. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 2(2):411–419.
- Duffy, M., Hiller, M., Bradley, D., Keilholz, W., and Thornton, J. (2009). Trnsys - features and functionality for building simulation. In *IBPSA Conference*, pages 1950–1954.
- Easow, R. and Muley, P. (2010). Micro-trigeneration:-the best way for decentralized power, cooling and heating. In *Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply (CITRES), 2010 IEEE Conference on*, pages 459–466.
- ecoShop (2015). Větrná elektrárna 2.5m. dostupné online (<http://www.ecoshop.cz>). citováno 7. 3. 2015.
- EEGI (2010). European electricity grid initiative roadmap and implementation plan. Technical report, European Distribution System Operators Association. dostupné online ([http://www.smartgrids.eu/documents/EEGI/EEGI\\_Implementation\\_plan\\_May%202010.pdf](http://www.smartgrids.eu/documents/EEGI/EEGI_Implementation_plan_May%202010.pdf)). citováno 15. 3. 2015.
- EEX (2014). European energy exchange. dostupné online (<http://www.eex.com>). citováno 12. 8. 2014.
- Ekanayake, J., Jenkins, N., Liyanage, K., Wu, J., and Yokoyama, A. (2012). *Smart Grid: Technology and Applications*. Wiley.
- EON (2014). Ceník dodávek elektřiny e.on energie, a.s. dostupné online (<https://www.eon.cz/file/edee/cs/domacnosti/produkty-a-ceny-elektriny/eon-cenik-elektrina-2014-domacnost-cez.pdf>). citováno 3. 2. 2014.
- Erinmez, I., Bickers, D., Wood, G., and Hung, W. (1999). Ngc experience with frequency control in england and wales-provision of frequency response by generators. In *Power Engineering Society 1999 Winter Meeting, IEEE*, volume 1, pages 590–596 vol.1.
- ERU (2009). Závěrečná zpráva energetického regulačního úřadu o metodice regulace iii. regulačního období. Technical report, Energetický regulační úřad. dostupné online ([http://www.eru.cz/documents/10540/462856/Zaverecna\\_zprava\\_o\\_metodice\\_III\\_R0.pdf/db693576-03d8-41f7-9624-8ad2fe7b071f](http://www.eru.cz/documents/10540/462856/Zaverecna_zprava_o_metodice_III_R0.pdf/db693576-03d8-41f7-9624-8ad2fe7b071f)). citováno 6. 9. 2014.
- Česko (2000). Zákon č. 458/2000 sb., o podmínkách podnikání a o výkonu státní správy v energetických odvětvích a o změně některých zákonů (energetický zákon). Sbírka zákonů ČR, ročník 2000, částka 131.

- ESMIG, M. I. G. (2009). *A Guide to Smart Metering, Empowering people for a better environment.* dostupné online (<http://esmig.eu/resource/guide-smart-metering>). citováno 27. 11. 2014.
- EUROSTAT (2013). Electricity production and supply statistics. dostupné online ([http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics\\_explained/index.php/Electricity\\_production\\_and\\_supply\\_statistics](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/Electricity_production_and_supply_statistics)). citováno 12. 8. 2014.
- Farlex, I. (2015). The free dictionary. dostupné online (<http://www.thefreedictionary.com/white+goods>). citováno 9. 5. 2015.
- Faruqui, A. and George, S. (2005). Quantifying customer response to dynamic pricing. *The Electricity Journal*, 18(4):53 – 63.
- Federico, C. (2008). The mathematical derivation of least squares. dostupné online (<http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic515975.files/OLSDerivation.pdf>). citováno 8. 1. 2015.
- FERC (2012). Nyiso daily report. dostupné online (<http://www.ferc.gov/market-oversight/mkt-electric/new-york/2012/02-2012-elec-nyiso-dly.pdf>). citováno 30. 5. 2014.
- Gellings, C. (2009). *The Smart Grid: Enabling Energy Efficiency and Demand Response.* Fairmont Press.
- Giordano, V., Gangale, F., and Fulli, G. (2011). Smart grid projects in europe: lessons learned and current developments. Technical report, JRC. dostupné online ([http://ses.jrc.ec.europa.eu/sites/ses/files/documents/smart\\_grid\\_projects\\_in\\_europe\\_lessons\\_learned\\_and\\_current\\_developments.pdf](http://ses.jrc.ec.europa.eu/sites/ses/files/documents/smart_grid_projects_in_europe_lessons_learned_and_current_developments.pdf)). citováno 16. 5. 2015.
- Giorgio, A. D. and Pimpinella, L. (2012). An event driven smart home controller enabling consumer economic saving and automated demand side management. *Applied Energy*, 96(0):92 – 103. Smart Grids.
- Gomory, R. (1958). Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs. *Bulletin of the American Society*, 64:275–278.
- Gottwalt, S., Ketter, W., Block, C., Collins, J., and Weinhardt, C. (2011). Demand side management: A simulation of household behavior under variable prices. *Energy Policy*, 39(12):8163 – 8174. Clean Cooking Fuels and Technologies in Developing Economies.
- Gudi, N., Wang, L., Devabhaktuni, V., and Depuru, S. (2010). Demand response simulation implementing heuristic optimization for home energy management. In *North American Power Symposium (NAPS), 2010*, pages 1–6.

- Gurobi (2014). Gurobi optimizer. dostupné online (<http://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/gurobi-overview>). citováno 2. 4. 2014.
- Haghghi, M. M. (2010). Modeling and optimal control algorithm design for hvac systems in energy efficient buildings. Diplomová práce, University of California at Berkeley.
- Hammerstrom, D., Brous, J., Chassin, D., Horst, G., Kajfasz, R., Michie, P., Oliver, T., Carlon, T., Eustis, C., and Jarvegren, O. (2007). Pacific northwest gridwise testbed demonstration projects; part ii. grid friendly appliance project. Technical report, Pacific Northwest National Laboratory, Richland, WA. dostupné online ([http://www.pnl.gov/main/publications/external/technical\\_reports/PNNL-17079.pdf](http://www.pnl.gov/main/publications/external/technical_reports/PNNL-17079.pdf)).citováno 15. 11. 2015.
- Havlena, V. and Štecha, J. (1999). *Moderní teorie řízení*. Ediční středisko ČVUT.
- He, Y., Venkatesh, B., and Guan, L. (2012). Optimal scheduling for charging and discharging of electric vehicles. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 3(3):1095–1105.
- Herter, K., Levy, R., Wilson, J., and Rosenfeld, A. H. (2002). Rates and technologies for mass-market demand response. In *ACEEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings*, Pacific Grove, CA.
- Holland, S. (2008). Is real-time pricing green? the environmental impacts of electricity demand variance. *Rev. Econ. Stat.*, vol. 90, no. 3:550–561.
- Honeywell (2007). *Honeywell UtilityPRO*. dostupné online (<https://buildingsolutions.honeywell.com/en-US/newevents/resources/Publications/honeywell-hbs-utilitypro-thermostat-brochure.pdf>). citováno 3. 12. 2014.
- Horčík, J. (2015). Prodej elektrických aut v německu: nový rekord. dostupné online (<http://www.hybrid.cz/prodej-elektrickyh-aut-v-nemecku-novy-rekord>). citováno 29. 1. 2015.
- Houthakker, H. S. (1951). Electricity tariffs in theory and practice. *The Economic Journal*, Vol. 61, No. 241:1–25.
- Huang, B. and Y. Qi, A. K. M. M. M. (2013). *Dynamic Modeling and Predictive Control in Solid Oxide Fuel Cells: First Principle and Data-based Approaches*. John Wiley & Sons.
- Hubert, T. and Grijalva, S. (2012). Modeling for residential electricity optimization in dynamic pricing environments. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 3(4):2224–2231.
- Hutson, C., Venayagamoorthy, G., and Corzine, K. (2008). Intelligent scheduling of hybrid and electric vehicle storage capacity in a parking lot for profit maximization in grid power transactions. In *Energy 2030 Conference, 2008. ENERGY 2008. IEEE*, pages 1–8.

- IBM (2014). Ibm ilog cplex optimization studio. dostupné online (<http://www-03.ibm.com/software/products/en/ibmilogcpleoptistud>). citováno 12. 12. 2014.
- IBM (2015). Cplex performance tuning for mixed integer programs. dostupné online (<http://www-01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg21400023>). citováno 15. 5. 2015.
- Institutt, M. (2015). yr.no. dostupné online ([www.yr.no](http://www.yr.no)). citováno 4. 2. 2015.
- Ioakimidis, C. S., Olivieira, L. J., and Genikomsakis, K. N. (2014). Wind power forecasting in a residential location as part of the energy box management decision tool. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 10(4):2103–2111.
- Kaczmarczyk, V., Bradac, Z., Fiedler, P., and Sir, M. (2012). Communication model of home area network devices. In *Recent Research in Environmental & Geological Sciences*.
- Kaczmarczyk, V., Fiedler, P., Bradac, Z., Franek, L., and Pasek, J. (2015). Simulator for optimal scheduling of domestic appliances. In *Proceedings of 13th International IFAC Conference on Programmable Devices and Embedded Systems.*, volume 1.
- Kang, C.-S., Park, J.-I., Park, M., and Baek, J. (2014). Novel modeling and control strategies for a hvac system including carbon dioxide control. *Energies*, 7(6):3599–3617.
- KEMA (2012). Residential lightning end-use consumption study: Estimation framework and initial estimates. Technical report, KEMA Energy and Sustainability Laboratory. dostupné online ([http://apps1.eere.energy.gov/buildings/publications/pdfs/ssl/2012\\_residential-lighting-study.pdf](http://apps1.eere.energy.gov/buildings/publications/pdfs/ssl/2012_residential-lighting-study.pdf)). citováno 12. 5. 2014.
- KEMA (2014). Integration of renewable energy in europe. Technical report, European Commission. dostupné online ([https://ec.europa.eu/energy/sites/ener/files/documents/201406\\_report\\_renewables\\_integration\\_europe.pdf](https://ec.europa.eu/energy/sites/ener/files/documents/201406_report_renewables_integration_europe.pdf)). citováno 3. 6. 2014.
- Keyhani, A. and Marwali, M., editors (2012). *Smart Power Grids 2011*. Power Systems. Springer Berlin Heidelberg, <http://link.springer.com/book/10.1007>
- Kim, T. and Poor, H. (2011). Scheduling power consumption with price uncertainty. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 2(3):519–527.
- Kirschen, D., Strbac, G., Cumperayot, P., and Mendes, D. P. (2000). Factoring the elasticity of demand in electricity prices. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 15(2):612–617.
- Škoda, . (2011). Řešení lineárních úloh s celočíselnými omezeními v gamsu. Diplomová práce, ČVUT.
- Kordafahar, M., Jaberi, N., and Rafeh, R. (2013). On the optimization of cplex models. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, 4(9):2810–2816. Science Explorer Publications.

- Krejčová, S. (2012). Jak funguje český trh elektriny. Bakalářská práce, Masarykova univerzita, Ekonomicko-správní fakulta. dostupné online ([http://is.muni.cz/th/344717/esf\\_b/](http://is.muni.cz/th/344717/esf_b/)). citováno 8. 9. 2014.
- Kupilík, V. (2006). *Termodynamika*. Grada Publishing. ISBN 80-247-1329-2.
- Labs, N. (2015). Nest. dostupné online (<https://nest.com/>). citováno 10. 5. 2015.
- LeMay, M., Nelli, R., Gross, G., and Gunter, C. (2008). An integrated architecture for demand response communications and control. In *Hawaii International Conference on System Sciences, Proceedings of the 41st Annual*, pages 174–174.
- Lienhard, J. H. (2008). *A Heat Transfer Textbook*. Phlogiston Press. ISBN: 978-0486479316.
- Lijesen, M. G. (2007). The real-time price elasticity of electricity. *Energy Economics*, 29(2):249 – 258.
- Livengood, D. J. (2011). The energy box: Comparing locally automated control strategies of residential electricity consumption under uncertainty. Dizertační práce, MIT.
- Ljung, L. (1987). *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, Englewood Cliffs. ISBN: 978-0136566953.
- Ma, Y., Anderson, G., and Borrelli, F. (2011). A distributed predictive control approach to building temperature regulation. In *American Control Conference (ACC), 2011*, pages 2089–2094.
- Martinez, M. and Russell, F. (2004). Smart thermostats getting results at sce. *Utility Automation & Engineering*.
- Maslow, A. H. (1943). A theory of human motivation. *Psychological Review*, 50:370–396.
- Maxa, P. (2008). Blokový trh – nová obchodní příležitost snížení odchylek obchodováním na ote. dostupné online ([http://svse.aem.cz/ae080123/ote\\_maxa.ppt](http://svse.aem.cz/ae080123/ote_maxa.ppt)). citováno 30. 4. 2015.
- Meindl, B. and Templ, M. (2012). Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems. Technical report, Institut f. Statistik u. Wahrscheinlichkeitstheorie.
- Mendes, N., Olivieira, G. H. C., and de Araujo, H. X. (2001). Building thermal performance analysis by using matlab/simulink. In *Proceedings on Seventh International IBPSA Conference Rio de Janeiro, Brazil*.
- Mets, K., Verschueren, T., Haerick, W., Develder, C., and De Turck, F. (2010). Optimizing smart energy control strategies for plug-in hybrid electric vehicle charging. In *Network*

- Operations and Management Symposium Workshops (NOMS Wksps), 2010 IEEE/IFIP*, pages 293–299.
- MIT (2014). Lp solve reference guide. Technical report, Massachusetts Institute of Technology. dostupné online (<http://web.mit.edu/lpsolve/doc/>). citováno 1. 3. 2014.
- Mohsenian-Rad, A. H. and Leon-Garcia, A. (2010). Optimal residential load control with price prediction in real-time electricity pricing environments. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 1(2):120–133.
- Mohsenian-Rad, A. H., Wong, V., Jatskevich, J., and Schober, R. (2010). Optimal and autonomous incentive-based energy consumption scheduling algorithm for smart grid. In *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2010*, pages 1–6.
- Molderink, A., Bakker, V., Bosman, M. G. C., Hurink, J., and Smit, G. J. M. (2010). Management and control of domestic smart grid technology. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 1(2):109–119.
- Muller, J. (2013). Development of algorithms for demand-side management in smart-grids. Diplomová práce, České Vysoké Učení Technické.
- Navrátil, P. (2007). Metody průběžné identifikace pro návrh samočinně se nastavujících regulátorů. Dizertační práce, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.
- Nghiem, T. and Pappas, G. (2011). Receding-horizon supervisory control of green buildings. In *American Control Conference (ACC), 2011*, pages 4416–4421.
- Nguyen, H. T., Nguyen, D., and Le, L. B. (2013). Home energy management with generic thermal dynamics and user temperature preference. In *Smart Grid Communications (SmartGridComm), 2013 IEEE International Conference on*, pages 552–557.
- Nissan (2015). Nový nissan leaf. dostupné online ([www.nissan.cz](http://www.nissan.cz)). citováno 29. 1. 2015.
- Nordsveen, E. T. (2012). Mixed integer model predictive control of multiple shale gas wells. Diplomová práce, Norwegian University of Science and Technology.
- Šolc, P. (2011). Supergrid elektrické dálnice pro evropskou energetiku 21. století. *Vesmír 90, 290, 5.* dostupné online (<http://casopis.vesmir.cz/clanek/supergrid-elektricke-dalnice-pro-evropskou-energetiku-21-stoleti>). citováno 27. 6. 2014.
- Oldewurtel, F., Parisio, A., Jones, C., Morari, M., Gyalistras, D., Gwerder, M., Stauch, V., Lehmann, B., and Wirth, K. (2010). Energy efficient building climate control using stochastic model predictive control and weather predictions. In *American Control Conference (ACC), 2010*, pages 5100–5105.

- Oldewurtel, F., Parisio, A., Jones, C. N., Gyalistras, D., Gwerder, M., Stauch, V., Lehmann, B., and Morari, M. (2012). Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control. *Energy and Buildings*, 45(0):15 – 27.
- OTE (2014). Day-ahead market. dostupné online ([http://www.ote-cr.cz/short-term-markets/electricity/day-ahead-market/page\\_report\\_01](http://www.ote-cr.cz/short-term-markets/electricity/day-ahead-market/page_report_01)). citováno 3. 2. 2014.
- Pedrasa, M., Spooner, T., and MacGill, I. (2010). Coordinated scheduling of residential distributed energy resources to optimize smart home energy services. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, 1(2):134–143.
- Pisello, A. L., Bobker, M., and Cotana, F. (2012). A building energy efficiency optimization method by evaluating the effective thermal zones occupancy. *Energies*, 5(12):5257–5278.
- Platform, E. T. (2012). Smartgrids strategic research agenda 2035. Technical report, European Technology Platform. dostupné online (<http://www.smartgrids.eu/documents/sra2035.pdf>). citováno 3. 4. 2015.
- Platform, E. T. (2015). Smart grids. dostupné online (<http://www.smartgrids.eu/>). citováno 17. 5. 2015.
- PXE (2007). Trh s elektrickou energií v evropě. Technical report, Energetická burza Praha. dostupné online ([https://www.pxe.cz/pxe\\_downloads/Info/pxe\\_analyza.pdf](https://www.pxe.cz/pxe_downloads/Info/pxe_analyza.pdf)). citováno 12. 8. 2014.
- PXE (2014). Power exchange central europe. dostupné online (<http://www.pxe.cz/>). citováno 18. 8. 2014.
- Reiss, P. C. and White, M. W. (2005). Household electricity demand, revisited. *The Review of Economic Studies*, 72(3):853–883.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L., and Papon, J. (1978). Paper: Model predictive heuristic control. *Automatica*, 14(5):413–428.
- Roos, J. G. and Lane, I. E. (1998). Industrial power demand response analysis for one-part real-time pricing. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 13(1):159–164.
- Sahin, A. D. and Sen, Z. (2001). First-order markov chain approach to wind speed modelling. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89:263–269.
- Santacana, E., Rackliffe, G., Tang, L., and Feng, X. (2010). Getting smart. *Power and Energy Magazine, IEEE*, 8(2):41–48.
- Schiavon, S., Lee, K. H., Bauman, F., and Webster, T. (2010). Influence of raised floor on zone design cooling load in commercial buildings. *Energy and Buildings*, 42(8):1182–1191.

- Schweppé, F., Daryanian, B., and Tabors, R. (1989). Algorithms for a spot price responding residential load controller. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 4(2):507–516.
- Scotton, F. (2012). Modeling and identification for hvac systems. Diplomová práce, Royal Institute of Technology KTH, Sweden.
- SEDC (2014). Mapping demand response in europe today. Technical report, Smart Energy Demand Coalition, VaasaETT Oy. dostupné online ([http://sedc-coalition.eu/wp-content/uploads/2014/04/SEDC-Mapping\\_DR\\_In\\_Europe-2014-04111.pdf](http://sedc-coalition.eu/wp-content/uploads/2014/04/SEDC-Mapping_DR_In_Europe-2014-04111.pdf)). citováno 16. 6. 2015.
- Shrestha, G. and Chew, B. (2007). Study on the optimization of charge-discharge cycle of electric vehicle batteries in the context of singapore. In *Power Engineering Conference, 2007. AUPEC 2007. Australasian Universities*, pages 1–7.
- Siemens (2013). Home appliances. dostupné online ([http://www.bekl.cz/katalogy\\_ds/Siemens\\_Katalog%20\\_MK\\_podzim13.pdf](http://www.bekl.cz/katalogy_ds/Siemens_Katalog%20_MK_podzim13.pdf)). citováno 22. 6. 2014.
- Soares, J., Canizes, B., Lobo, C., Vale, Z., and Morais, H. (2012). Electric vehicle scenario simulator tool for smart grid operators. *Energies*, 5(6):1881–1899.
- Sou, K. C., Weimer, J., and Johansson, H. S. K. H. (2011). Scheduling smart home appliances using mixed integer linear programming. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 5144–5149.
- Spot, N. P. (2015). Day-ahead market. dostupné online (<http://www.nordpoolspot.com/How-does-it-work/Day-ahead-market-Elspot-/>). citováno 3. 5. 2015.
- Stadler, M., Marnay, C., Sharma, R., Mendes, G., Kloess, M., Cardoso, G., Megel, O., and Siddiqui, A. (2011). Modeling electric vehicle benefits connected to smart grids. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2011 IEEE*, pages 1–8.
- Steiner, P. O. (1957). Peak loads and efficient pricing. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 71, No. 4.
- Taylor, T., Schwarz, P., and Cochell, J. (2005). 24/7 Hourly Response to Electricity Real-Time Pricing with up to Eight Summers of Experience. *Journal of Regulatory Economics*, 27(3):235–262.
- Temple, W. G. and Ma, R. T. (2014). Monotonic marginal pricing: Demand response with price certainty. *SIGMETRICS Perform. Eval. Rev.*, 41(3):65–70.
- Timpe, C. (2009). Smart domestic appliances supporting the system integration of renewable energy. Technical report, Oko/Institut e.V. dostupné online ([http://www.smart-a.org/Smart\\_A\\_Brochure\\_Project\\_Results\\_web.pdf](http://www.smart-a.org/Smart_A_Brochure_Project_Results_web.pdf)). citováno 1. 5. 2015.

- Togelou, A., Sideratos, G., and Hatziargyriou, N. D. (2012). Wind power forecasting in the absence of historical data. *IEEE Transaction on Power Systems*, 27(2):579–586.
- Tsilingiris, P. (2003). Thermal flywheel effects on the time varying conduction heat transfer through structural walls. *Energy and Buildings*, 35(10):1037–1047.
- Vanderbei, R. J. (2008). *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Springer. ISBN: 978-0387743875.
- Venkatesh, B., Yu, P., Gooi, H., and Choling, D. (2008). Fuzzy milp unit commitment incorporating wind generators. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 23(4):1738–1746.
- Wang, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. Advances in Industrial Control. Springer London.
- Widén, J. and Wäckelgard, E. (2010). A high-resolution stochastic model of domestic activity patterns and electricity demand. *Applied Energy*, 87(6):1880 – 1892.
- Wille-Haussmann, B., Erge, T., and Wittwer, C. (2010). Decentralised optimisation of cogen-eration in virtual power plants. *Solar Energy*, 84(4):604–611. International Conference CISBAT 2007.
- Wolak, F. A. (2006). Residential customer response to real-time pricing: The anaheim critical-peak pricing experiment. dostupné online (<http://web.stanford.edu/group/fwolak/cgi-bin/>). citováno 13. 1. 2015.
- Yu, Z., McLaughlin, L., Jia, L., Murphy-Hoye, M., Pratt, A., and Tong, L. (2012). Modeling and stochastic control for home energy management. In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, pages 1–9.
- Zhang, D., G, L., Papageorgiou, Samsatli, N. J., and Shah, N. (2011). Optimal scheduling of smart homes energy consumption with microgrid. In *ENERGY 2011 : The First International Conference on Smart Grids, Green Communications and IT Energy-aware Technologies*.
- Zhao, J., Dong, Z., Xu, Z., and Wong, K. (2008). A statistical approach for interval fore-casting of the electricity price. *IEEE Transaction on Power Systems*, 23(2):267–276.
- Zhu, Z., Tang, J., Lambotharan, S., Chin, W. H., and Fan, Z. (2012). An integer linear programming based optimization for home demand-side management in smart grid. In *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2012 IEEE PES*, pages 1–5.

# Příloha A

## Seznam symbolů

### A.1 Obecné

| Symbol            | Vysvětlení                                                                                                                             |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $T$               | Počet časových slotů hrubého měřítka.                                                                                                  |
| $t$               | Index označující časový slot hrubého měřítka.                                                                                          |
| $\Delta$          | Délka časového hrubého měřítka slotu v hodinách.                                                                                       |
| $T'$              | Počet časových slotů jemného měřítka.                                                                                                  |
| $t'$              | Index označující časový slot jemného měřítka.                                                                                          |
| $\Delta'$         | Délka časového slotu jemného měřítka v hodinách.                                                                                       |
| $\Theta$          | Vektor udávající jednotkovou cenu energie na horizontu predikce. Hodnota $\Theta_t$ určuje cenu jednotky energie v časovém slotu $t$ . |
| $P_{MAX}^{MAINS}$ | Hodnota popisující maximální výkon, který je možno z distribuční sítě odebírat v kterémkoli časovém slotu.                             |

### A.2 Odložitelné spotřebiče

| Symbol            | Vysvětlení                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbb{A}$      | Množina všech odložitelných spotřebičů.                                                                                                                                                                                                                    |
| $a$               | Index označující odložitelný spotřebič.                                                                                                                                                                                                                    |
| $\tau$            | Počet časových slotů, po které se vykonává nejdelší z cyklů odložitelných spotřebičů.                                                                                                                                                                      |
| $\mathbf{P}^{DE}$ | Matice o rozměrech $( \mathbb{A}  \times \tau)$ charakterizující špičkový příkon odložitelných spotřebičů během jejich pracovních cyklů. Hodnota $p_{a,t}^{DE}$ určuje velikost špičkového příkonu odložitelného spotřebiče $a$ během časového slotu $t$ . |
| $\mathbf{E}^{DE}$ | Matice o rozměrech $( \mathbb{A}  \times \tau)$ charakterizující energii odebranou odložitelnými spotřebiči během jejich pracovních cyklů. Hodnota $e_{a,t}^{DE}$ určuje velikost energie odebrané odložitelným spotřebičem $a$ během časového slotu $t$ . |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{C}^{DE}$          | Matice o rozměrech ( $ \mathbb{A}  \times \alpha$ ) charakterizující možnou souslednost vykonávání cyklů odložitelných spotřebičů. Hodnota 1 na pozici $(a_1, a_2)$ určuje, že spotřebič $a_1$ musí dokončit svůj cyklus před tím, než může být zařízení $a_2$ spuštěno. |
| $\mathbf{l}^{DE}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{A} $ udávající délku cyklů jednotlivých spotřebičů v celočíselných násobcích časových slotů. Konkrétní hodnota $l_a^{DE}$ tedy udává, po kolik časových slotů se vykonává cyklus spotřebiče $a$ .                                           |
| $\boldsymbol{\alpha}^{DE}$ | Vektor o velikosti $ \mathbb{A} $ uživatelských preferencí startu odložitelných spotřebičů. Hodnota $\alpha_a^{DE}$ tedy udává časový slot, ve kterém nejdříve může být vykonáván cyklus spotřebiče $a$ .                                                                |
| $\boldsymbol{\beta}^{DE}$  | Vektor o velikosti $ \mathbb{A} $ uživatelských preferencí ukončení odložitelných spotřebičů. Hodnota $\beta_a^{DE}$ udává časový slot, ve kterém nejpozději může být vykonáván cyklus spotřebiče $b$ .                                                                  |

### A.3 Přerušitelné spotřebiče

| Symbol                     | Vysvětlení                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbb{I}$               | Množina všech přerušitelných spotřebičů.                                                                                                                                                                                                                    |
| $i$                        | Index označující přerušitelný spotřebič.                                                                                                                                                                                                                    |
| $\mathbf{l}^{IN}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ udávající požadovanou dobu činnosti přerušitelných spotřebičů. Hodnota $l_i^{IN}$ pak udává dobu činnosti spotřebiče $i$ .                                                                                                |
| $\mathbf{s}^{IN}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ udávající dobu maximálního souvislého běhu přerušitelných spotřebičů. Hodnota $s_i^{IN}$ udává tuto dobu pro konkrétní spotřebič $i$ .                                                                                    |
| $\mathbf{u}^{IN}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ udávající minimální dobu běhu po zapnutí přerušitelného spotřebiče. Hodnota $u_i^{IN}$ popisuje tuto dobu pro konkrétní spotřebič $i$ .                                                                                   |
| $\mathbf{d}^{IN}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ udávající minimální dobu klidu po vypnutí přerušitelného spotřebiče. Hodnota $d_i^{IN}$ opět popisuje tuto dobu pro konkrétní spotřebič $i$ .                                                                             |
| $\boldsymbol{\alpha}^{IN}$ | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ uživatelských preferencí startu přerušitelných spotřebičů. Hodnota $\alpha_i$ tedy udává časový slot, ve kterém nejdříve může být vykonáván cyklus spotřebiče $i$ .                                                       |
| $\boldsymbol{\beta}^{IN}$  | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ uživatelských preferencí ukončení přerušitelných spotřebičů. Hodnota $\beta_i$ udává časový slot, ve kterém nejpozději může být vykonáván cyklus spotřebiče $i$ .                                                         |
| $\mathbf{e}^{IN}$          | Vektor o velikosti $ \mathbb{I} $ udávající spotřebu energie jednotlivých přerušitelných spotřebičů. Hodnota $e_i^{IN}$ tedy udává spotřebu energie zařízení $i$ v každém jeho časovém slotu. Přerušitelné spotřebiče mají při zapnutí konstantní spotřebu. |

|                   |                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{p}^{IN}$ | Vektor o velikosti $ \mathbb{H} $ udávající příkon jednotlivých přerušitelných spotřebičů. Hodnota $p_i^{IN}$ tedy udává příkon spotřebiče $i$ v průběhu celého pracovního cyklu. Platí tedy $p_i^{IN} = \Delta \cdot e_i^{IN}$ pro všechna $i$ . |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## A.4 Termostatem řízené spotřebiče

| Symbol                               | Vysvětlení                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbb{H}$                         | Množina všech termostatem řízených zařízení.                                                                                                                                                                                                                        |
| $h$                                  | Index označující termostatem řízené zařízení.                                                                                                                                                                                                                       |
| $\zeta^{min}$                        | Matice o rozměrech $( \mathbb{H}  \times T)$ charakterizující uživatelské preference pro minimální hodnotu <i>setpointu</i> . Hodnota $\zeta_{h,t}^{min}$ pak udává uživatelem žádanou minimální akceptovanou teplotu řízenou spotřebičem $h$ v časovém slotu $t$ . |
| $\zeta^{max}$                        | Matice o rozměrech $( \mathbb{H}  \times T)$ charakterizující uživatelské preference pro maximální hodnotu <i>setpointu</i> . Hodnota $\zeta_{h,t}^{max}$ pak udává uživatelem žádanou maximální akceptovanou teplotu řízenou spotřebičem $h$ v časovém slotu $t$ . |
| $\zeta$                              | Matice o rozměrech $( \mathbb{H}  \times T)$ charakterizující uživatelské preference pro hodnotu <i>setpointu</i> v rámci případové studie 7.5.1. Hodnota $\zeta_{h,t}^{min}$ pak udává uživatelem žádanou teplotu řízenou spotřebičem $h$ v časovém slotu $t$ .    |
| $\mathbf{t}^{amb}$                   | Vektor popisující venkovní teplotu. Hodnota $T_t^{amb}$ udává venkovní teplotu v časovém slotu $t$ .                                                                                                                                                                |
| $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ | Matice vnitřních vazeb systému, matice vazeb vstupů na stav, matice vazeb stavů na výstupy termodynamického modelu budovy                                                                                                                                           |
| $\mathbf{p}_{max}^{TC}$              | Vektor o velikosti $ \mathbb{H} $ určující maximální výkon termostatem řízených zařízení.                                                                                                                                                                           |

## A.5 Lokální zdroje elektrické energie

| Symbol              | Vysvětlení                                                                                                                                                                           |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{v}_w$      | Vektor obsahující predikci rychlosti větru na plánovacím horizontu. Hodnota $\mathbf{v}_{w,t}$ udává predikovanou rychlosť větru v časovém slotu $t$ .                               |
| $\mathbf{p}_W^{RE}$ | Vektor charakterizující objem energie generované větrnou turbínou na plánovacím horizontu. Hodnota $\mathbf{p}_{W,t}^{RE}$ pak udává predikci generace energie v časovém slotu $t$ . |
| $v_\alpha$          | Náběhová rychlosť větru pro větrnou turbínu.                                                                                                                                         |
| $v_\beta$           | Rychlosť větru, při jejímž překročení turbína poskytuje svůj nominální výkon.                                                                                                        |
| $v_\gamma$          | Kritická rychlosť větru, při niž je potřeba turbínu odstavit.                                                                                                                        |
| $\Theta(\cdot)$     | Funkce udávající generovaný výkon při rychlostech větru $v_\alpha - v_\beta$ .                                                                                                       |
| $P_n$               | Maximální výkon generovaný větrnou turbínou při rychlostech větru $v_\beta - v_\gamma$ .                                                                                             |

## A.6 Úložiště energie

| Symbol            | Vysvětlení                                                                                                              |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $e_{min}^{ST}$    | Nejmenší povolená hodnota zbývající kapacity baterie (technická nebo technologická).                                    |
| $e_{max}^{ST}$    | Největší povolená hodnota zbývající kapacity baterie (technická nebo technologická).                                    |
| $e_{\alpha}^{ST}$ | Zbývající hodnota kapacity baterie při jejím připojení k BEMS.                                                          |
| $e_{\beta}^{ST}$  | Požadovaná hodnota kapacity baterie před jejím odpojením od BEMS.                                                       |
| $\alpha^{ST}$     | Index časového slotu, ve kterém dojde k připojení baterie k BEMS.                                                       |
| $\beta^{ST}$      | Index časového slotu, ve kterém dojde k odpojení baterie od BEMS.                                                       |
| $c_{max}^{ST}$    | Největší povolená energie načerpaná do baterie v jediném časovém slotu.                                                 |
| $d_{max}^{ST}$    | Největší povolená energie vyčerpaná z baterie v jediném časovém slotu.                                                  |
| $\kappa$          | Konstanta popisující samovybíjení baterie (poměrná část energie, která z baterie zmizí za dobu jednoho časového slotu). |
| $\eta_c$          | Účinnost nabíjení                                                                                                       |
| $\eta_d$          | Účinnost vybíjení                                                                                                       |

## A.7 Rozhodovací proměnné

| Symbol          | Vysvětlení                                                                                                                                                                         |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $p_t^{MAINS}$   | Hodnota popisující výkon odebíraný z distribuční sítě během horizontu predikce. Hodnota $p_t^{MAINS}$ je pak maximální odebíraný výkon v časovém slotu $t$ .                       |
| $r_{a,t}$       | Binární proměnná, která udává, zda odložitelný spotřebič $a$ právě startuje svou činnost v časovém slotu $t$ .                                                                     |
| $s_a$           | Celočíselný index časového slotu, ve kterém odložitelný spotřebič $a$ startuje svou činnost.                                                                                       |
| $m_{i,t}$       | Binární proměnná, která udává, zda přerušitelný spotřebič $i$ vykonává svou činnost v časovém slotu $t$ .                                                                          |
| $n_{i,t}$       | Pomocná binární proměnná pro přerušitelný spotřebič.                                                                                                                               |
| $u_{h,t}^{min}$ | Uvolňující proměnná pro možnost porušení pravidla definujícího minimální akceptovanou teplotu HVAC spotřebiče $h$ v časovém slotu $t$ .                                            |
| $u_{h,t}^{max}$ | Uvolňující proměnná pro možnost porušení pravidla definujícího maximální akceptovanou teplotu HVAC spotřebiče $h$ v časovém slotu $t$ .                                            |
| $x_{t,i}$       | Proměnná udávající stav $i$ -tého integrátoru modelu spotřebiče $h$ v časovém slotu $t$ . Vektor $\mathbf{x}_t$ tedy plně udává stav termodynamického modelu budovy ve slotu $t$ . |

|               |                                                                                                                              |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $t_{h,t}$     | Proměnná popisující teplotu v místnosti řízenou spotřebičem $h$ v časovém slotu $t$ .                                        |
| $p_{h,t}$     | Proměnná udávající výkon spotřebiče $h$ v časovém slotu $t$ .                                                                |
| $c_t$         | Proměnná udávající objem energie načerpaný do baterie v časovém slotu $t$ .                                                  |
| $d_t$         | Proměnná udávající objem energie vyčerpaný z baterie v časovém slotu $t$ .                                                   |
| $f_t$         | Pomocná binární proměnná ukazující, že v konkrétním časovém slotu $t$ probíhá nabíjení baterie.                              |
| $g_t$         | Pomocná binární proměnná ukazující, že v konkrétním časovém slotu $t$ probíhá vybíjení baterie.                              |
| $q_t$         | Proměnná udávající zbývající kapacitu v baterii v časovém slotu $t$ .                                                        |
| $u_t^{mains}$ | Uvolňující proměnná pro možnost překročení maximálního povoleného odebraného výkonu z distribuční sítě v časovém slotu $t$ . |

## Příloha B

### Matice termodynamického modelu z kapitoly 5.3.2

V této příloze jsou uvedeny kompletní matice stavového modelu termodynamického systému. Jedná se o nelineární model (který je dále v práci linearizován v okolí pracovního bodu), který je popsán rovnicemi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(x, u) + \mathbf{d}(t) \quad (\text{B.1})$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

Matice  $\mathbf{A}$  je uvedena v B.2. Stavová rovnice dále obsahuje členy s rozdílnou povahou, tyto jsou proto rozděleny do dvou matic. Matice  $\mathbf{f}$  (B.3) popisuje nelinearitu systému ve tvaru  $x \cdot u$  (v této matici značenou jako  $T_{ri} \cdot \dot{m}_i$ ). Tato nelinearita vzniká tím, že energie do místonosti dodávaná je závislá nejen na hmotnosti proudícího vzduchu (vstup), ale také rozdílu teploty topného vzduchu a aktuální teploty v místonosti (stav). Model dále obsahuje člen  $\mathbf{d}$  (B.4), který není závislý na stavu či dalších vstupech modelu a popisuje vliv venkovní teploty na model.

Model je navržen tak, aby jednotlivé jeho stavy odpovídaly teplotám jednotlivých částí modelované budovy. Matice  $\mathbf{C}$  má proto velmi jednoduchý tvar uvedený v B.5.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{r1}R_{1,out}} & \frac{1}{C_{r1}R_{2,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{r1}R_{8,in}} \\ 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{r2}R_{2,in}} & \frac{1}{C_{r2}R_{3,out}} & \frac{1}{C_{r2}R_{4,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{r3}R_{4,in}} & \frac{1}{C_{r3}R_{5,out}} & \frac{1}{C_{r3}R_{6,in}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{r4}R_{6,in}} & \frac{1}{C_{r4}R_{7,out}} & \frac{1}{C_{r4}R_{8,in}} \\ \frac{1}{C_{w1}R_{1,in}} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{io,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{w2}R_{2,in}} & \frac{1}{C_{w2}R_{2,in}} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{ii,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{w3}R_{3,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{io,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{w4}R_{4,in}} & \frac{1}{C_{w4}R_{4,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{ii,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{w5}R_{5,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{io,5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{w6}R_{6,in}} & \frac{1}{C_{w6}R_{6,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{ii,6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{w7}R_{7,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{io,7} & 0 \\ \frac{1}{C_{w8}R_{8,in}} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{w8}R_{8,in}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{ii,8} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \frac{-1}{C_{r1}} \left( \frac{1}{R_{1,in}} + \frac{1}{R_{2,in}} + \frac{1}{R_{8,in}} \right)$$

$$\beta = \frac{-1}{C_{r2}} \left( \frac{1}{R_{2,in}} + \frac{1}{R_{3,in}} + \frac{1}{R_{4,in}} \right)$$

$$\gamma = \frac{-1}{C_{r3}} \left( \frac{1}{R_{4,in}} + \frac{1}{R_{5,in}} + \frac{1}{R_{6,in}} \right)$$

$$\delta = \frac{-1}{C_{r4}} \left( \frac{1}{R_{6,in}} + \frac{1}{R_{7,in}} + \frac{1}{R_{8,in}} \right)$$

$$\varepsilon_{io,k} = \frac{-1}{C_{w,k}} \left( \frac{1}{R_{k,in}} + \frac{1}{R_{k,out}} \right)$$

$$\varepsilon_{ii,k} = \frac{-2}{C_{w,k}R_{k,in}}$$

(B.2)

$$\mathbf{f}(x, u) = \begin{pmatrix} \frac{c_a}{C_{r1}}(T_a - T_{r1}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_a}{C_{r2}}(T_a - T_{r2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_a}{C_{r3}}(T_a - T_{r3}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_a}{C_{r4}}(T_a - T_{r4}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \\ \dot{m}_4 \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

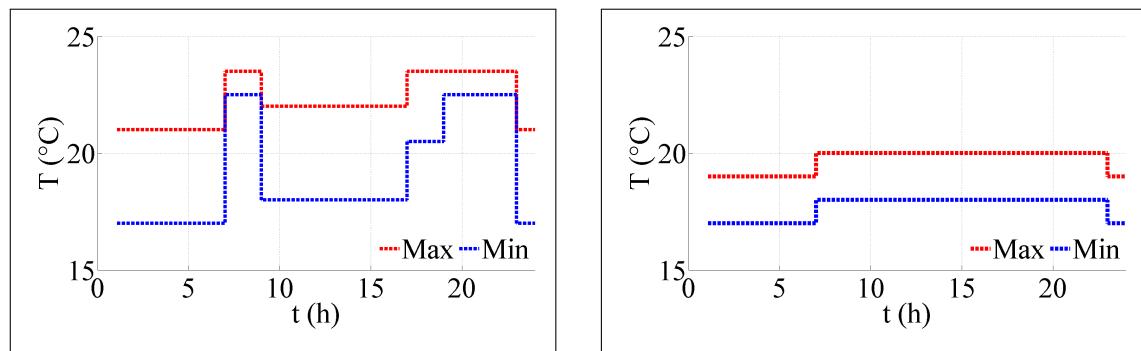
$$\mathbf{d}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_{out}}{C_{w1}R_{1,out}} \\ 0 \\ \frac{T_{out}}{C_{w3}R_{3,out}} \\ 0 \\ \frac{T_{out}}{C_{w5}R_{5,out}} \\ 0 \\ \frac{T_{out}}{C_{w7}R_{7,out}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

# Příloha C

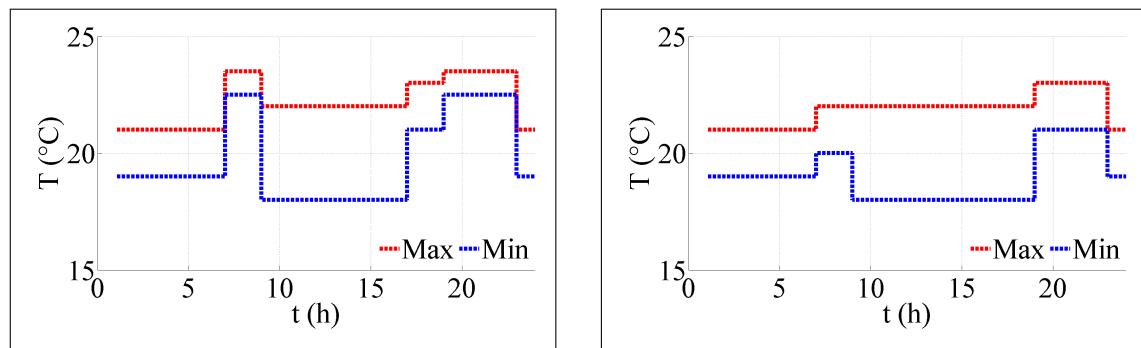
## Ostatní materiály

### C.1 Hodnoty setpointů pro jednotlivé místnosti

Níže jsou uvedeny časové průběhy minimálních a maximálních teplot pro jednotlivé místnosti. V rámci studií 1, 2, 6 a 7 pro jednotlivé místnosti byly brány v potaz příslušné průběhy, zatímco pro studie 3, 4 a 5 jsou pro lepší přehlednost a možnost jednoduššího zhodnocení výsledků uvažovány pro všechny místnosti průběhy definované pro místnost 1.



OBRÁZEK C.1: Hodnoty setpointů pro místnosti 1 a 2



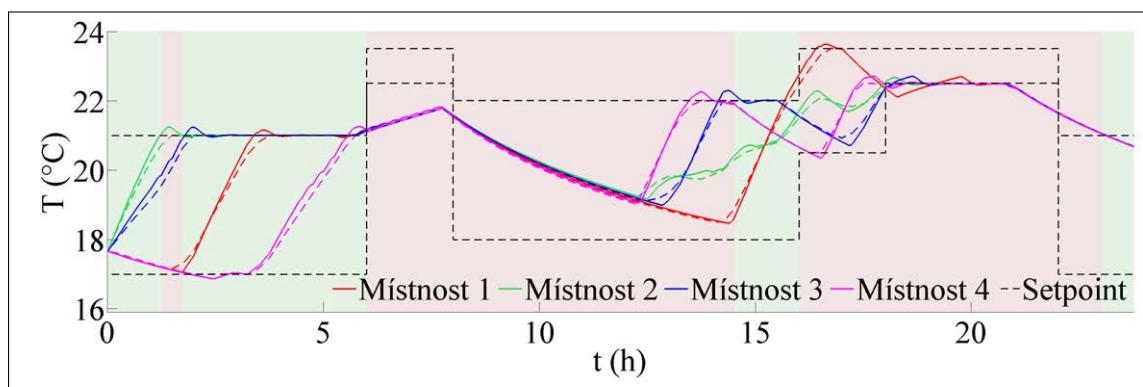
OBRÁZEK C.2: Hodnoty setpointů pro místnosti 3 a 4

## C.2 Varianty nastavení vnitřního PI regulátoru ve studii 4 (7.5.4)

V této příloze jsou obsaženy některé další výsledky studie 4 (popsané v kapitole 7.5.4). Tato studie se zabývá simulací praktického případu, ve kterém je MPC regulátor využit pouze pro generování optimálních průběhů žádaných hodnot, zatímco konkrétní akční zásahy jsou počítány vnitřním PI regulátorem. V kapitole 7.5.4 byly uvedeny výsledky, při nichž byl PI regulátor naladěn tak, aby výstup systému co nejpřesněji kopíroval průběhy žádaných hodnot. Toho bylo dosaženo zvýrazněním proporcionálního zesílení regulátoru. To má však za následek vznik nežádoucích oscilací akčních zásahů.

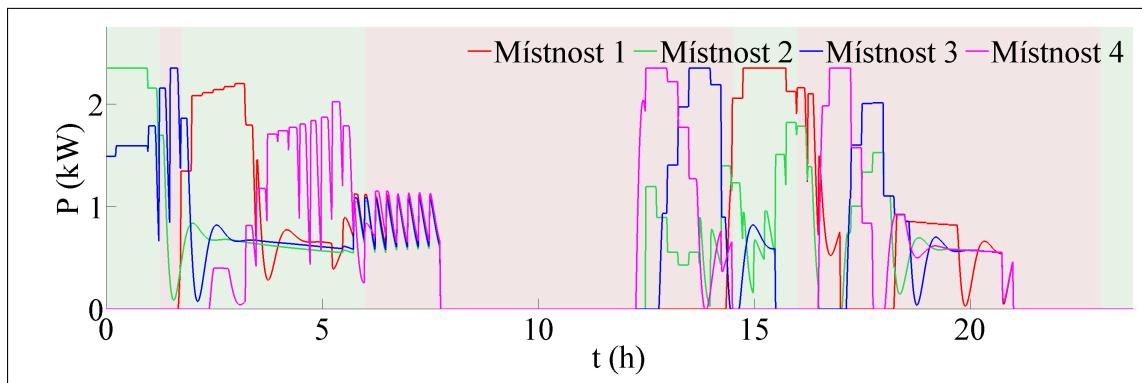
### C.2.1 Zpomalení přechodných dějů

Snížením hodnoty zesílení proporcionální složky, zvýšením zesílení integrační složky a mírným zvýšením úrovně omezení velikosti integrační složky je dosaženo snížení oscilací akčního zásahu (obrázek C.4) za cenu mírného zhoršení kvality regulace (obrázek C.3).



OBRÁZEK C.3: Řízení teplot PI regulátorem během prvního dne simulace

Tabulka C.1 shrnuje velikosti konstant členů obou variant PI regulátorů použitých v rámci studie 4 a jejich další vlastnosti. V tabulce C.2 jsou pak vyčísleny hodnoty dvou protichůdných kritérií. Z ní vyplývá, že s klesajícím množstvím akčních zásahů (modifikovaný regulátor produkuje pouze 47 % akčních zásahů oproti původnímu) klesá kvalita vyregulování teplotní odchylky, což způsobuje častější porušování komfortu (ve sledovaném období došlo k 10 % nárůstu úrovně porušení komfortu).



OBRÁZEK C.4: Akční zásahy z PI regulátoru během prvního dne simulace

| Nastavení            | P     | I      | Omezení I |
|----------------------|-------|--------|-----------|
| Původní PI dle 7.5.4 | 0.300 | 0.0015 | 1         |
| Modifikace dle C.2.1 | 0.100 | 0.025  | 3         |

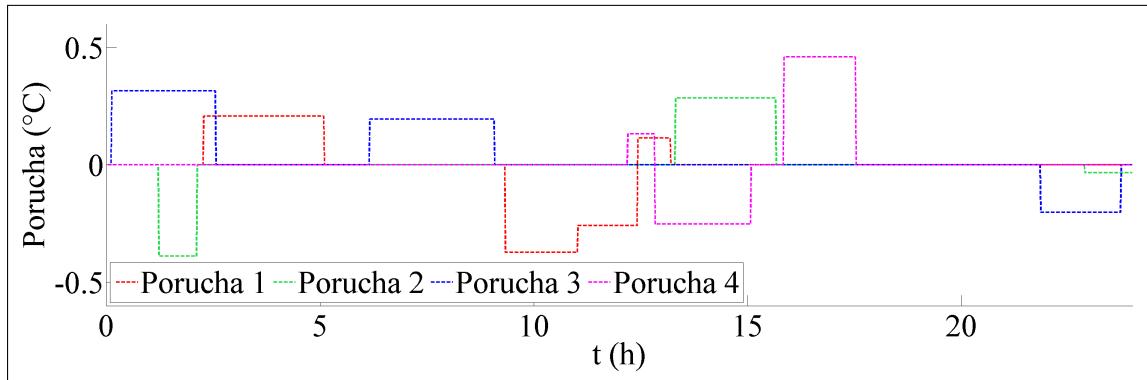
TABULKA C.1: Nastavení obou variant PI regulátorů

| Nastavení            | Rel. akčních zásahů | Rel. porušení komfortu |
|----------------------|---------------------|------------------------|
| Původní PI dle 7.5.4 | 1.000               | 1.000                  |
| Modifikace dle C.2.1 | 0.4779              | 1.101                  |

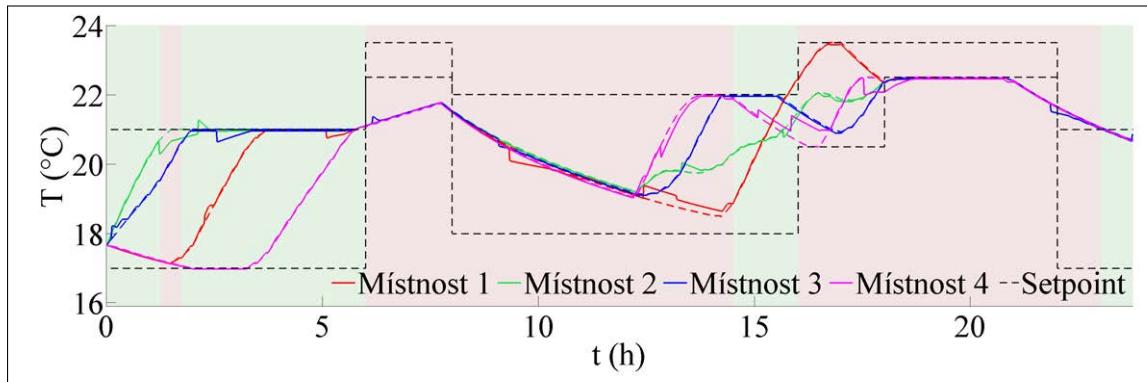
TABULKA C.2: Porovnání obou variant PI regulátorů

## Reakce na poruchovou veličinu

V případě, kdy dojde ke změně vstupních parametrů systému (neočekávaná změna venkovní teploty) či na systém zapůsobí porucha (zde např. otevřené okno, provozování dalšího elektrického spotřebiče, apod.), je žádoucí její rychlé vyregulování. Vnitřní smyčka řízená PI regulátorem zareaguje okamžitě (v závislosti na periodě vzorkování) a v rámci povoleného intervalu velikosti akčních zásahů (viz kapitola 7.5.4) kompenzuje regulační odchylku. Jestliže je popisovaný stav způsoben změnou vstupních parametrů systému (tedy takových parametrů, které lze měřit a zahrnout do optimalizačního problému), je v případě řízení s klouzavým horizontem v nově vypočteném řešení tato změna kompenzována. V opačném případě je změnu nutno kompenzovat pouze vnitřním PI regulátorem. Příklad působících systematických poruch je uveden na obrázku C.5, časové průběhy teplot v jednotlivých místnostech pak na obrázku C.6.



OBRÁZEK C.5: Průběhy poruch pro první den simulace



OBRÁZEK C.6: Řízení teplot PI regulátorem při působení poruch během prvního dne simulace

### C.3 Větrný model

Způsob, jakým byla získána data pro tvorbu větrného modelu, je prezentován v kapitole 7.2.5. Výpočet parametrů modelu je pak popsán v kapitole 5.4.1. Tabulky C.3 a C.4 prezentují dvě z celkového počtu 24 Markovových matic modelu proudění větru použitého v rámci této práce.

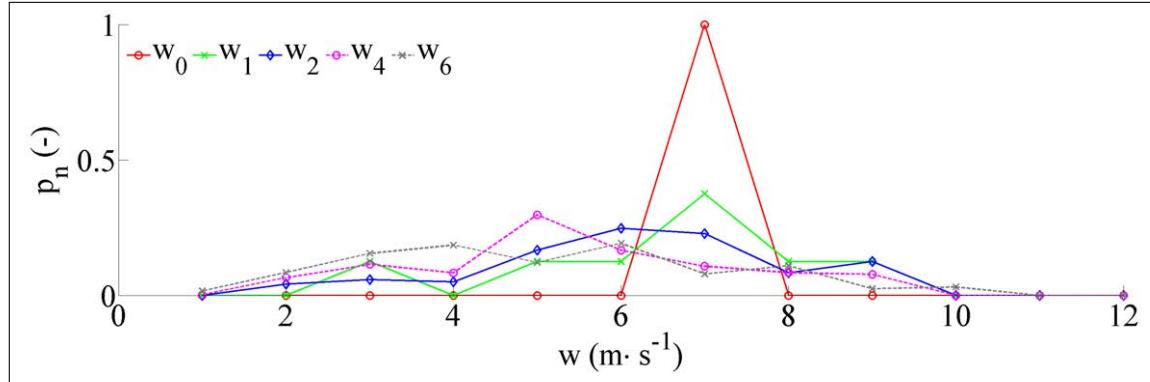
Na základě těchto přechodových matic a rychlosti větru v aktuálním čase lze určit rozložení pravděpodobnosti pro rychlosť větru v následujících hodinách. Na obrázku C.7 jsou tato rozložení pravděpodobnosti znázorněna pro počáteční rychlosť větru  $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a čas 0:00 hodin. Je zřejmé, že s narůstajícím časem se určení pravděpodobné rychlosť stává čím dál obtížnějším. Dle Togelou et al. [2012] je možné takový model využít pro první 4 hodiny.

| v (m/s)                 | $p_{v \rightarrow 0}$ | $p_{v \rightarrow 1}$ | $p_{v \rightarrow 2}$ | $p_{v \rightarrow 3}$ | $p_{v \rightarrow 4}$ | $p_{v \rightarrow 5}$ | $p_{v \rightarrow 6}$ | $p_{v \rightarrow 7}$ | $p_{v \rightarrow 8}$ | $p_{v \rightarrow 9}$ |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\langle 0, 1 \rangle$  | 0.1429                | 0.7143                | 0.1429                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 1, 2 \rangle$  | 0.0625                | 0.6875                | 0.1250                | 0.1250                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 2, 3 \rangle$  | 0.0000                | 0.2941                | 0.2941                | 0.2353                | 0.1176                | 0.0588                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 3, 4 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.2778                | 0.4444                | 0.2222                | 0.0000                | 0.0556                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 4, 5 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0909                | 0.2727                | 0.5455                | 0.0909                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 5, 6 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.2857                | 0.7143                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 6, 7 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.1250                | 0.0000                | 0.1250                | 0.1250                | 0.3750                | 0.1250                | 0.1250                | 0.0000                |
| $\langle 7, 8 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 1.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 8, 9 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.3333                | 0.3333                | 0.3333                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 9, 10 \rangle$ | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 1.0000                |

TABULKA C.3: Matice Markovova řetězce větrného modelu pro časy 00:00 - 01:00

| v (m/s)                 | $p_{v \rightarrow 0}$ | $p_{v \rightarrow 1}$ | $p_{v \rightarrow 2}$ | $p_{v \rightarrow 3}$ | $p_{v \rightarrow 4}$ | $p_{v \rightarrow 5}$ | $p_{v \rightarrow 6}$ | $p_{v \rightarrow 7}$ | $p_{v \rightarrow 8}$ | $p_{v \rightarrow 9}$ |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\langle 0, 1 \rangle$  | 1.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 1, 2 \rangle$  | 0.1905                | 0.6667                | 0.1429                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 2, 3 \rangle$  | 0.0000                | 0.3333                | 0.4000                | 0.2667                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 3, 4 \rangle$  | 0.0588                | 0.0000                | 0.2353                | 0.5294                | 0.1765                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 4, 5 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0667                | 0.1333                | 0.4000                | 0.3333                | 0.0667                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 5, 6 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.3333                | 0.4444                | 0.2222                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 6, 7 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.2000                | 0.4000                | 0.4000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 7, 8 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.3333                | 0.6667                | 0.0000                | 0.0000                |
| $\langle 8, 9 \rangle$  | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 1.0000                | 0.0000                |
| $\langle 9, 10 \rangle$ | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.0000                | 0.3333                | 0.3333                | 0.0000                |

TABULKA C.4: Matice Markovova řetězce větrného modelu pro časy 01:00 - 02:00

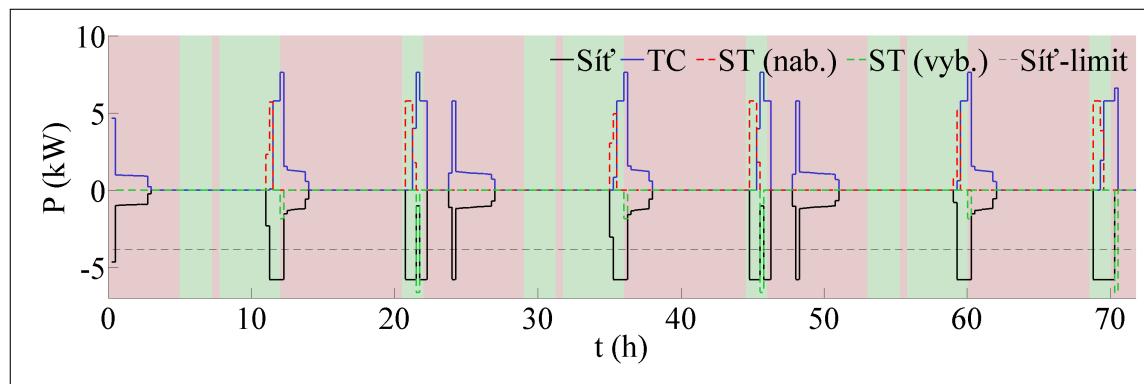


OBRÁZEK C.7: Rozložení pravděpodobnosti proudění větru v časech 0 - 6 hodin od startu predikce

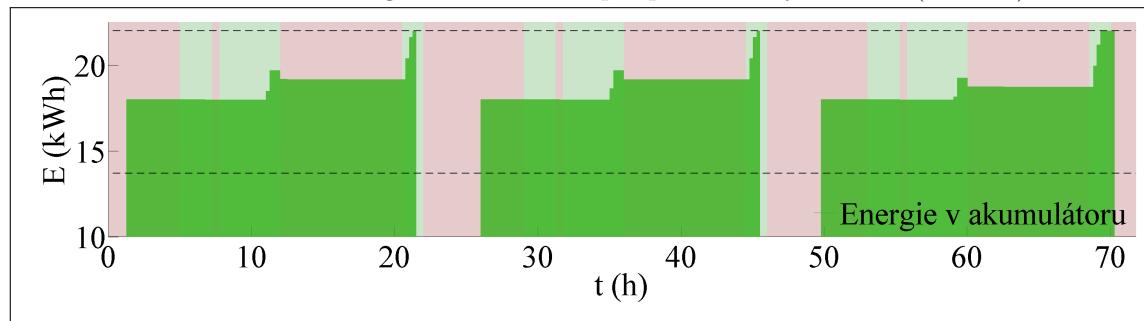
#### C.4 Varianty využití akumulátoru ve studii 5 (7.5.5)

V této části přílohy jsou uvedeny výsledky, které z kapacitních důvodů nebyly umístěny do těla práce. Obrázky C.8 a C.9 znázorňují časový průběh energetické rovnováhy a průběh

zbývající kapacity pro variantu 2 studie 7.5.5, tedy variantu, pro kterou je uvažována amortizace akumulátoru. Z obrázků je patrné, že *energy manager* omezuje čerpání energie z akumulátoru tak, aby velikost amortizace nepřekročila velikost úspory energie.

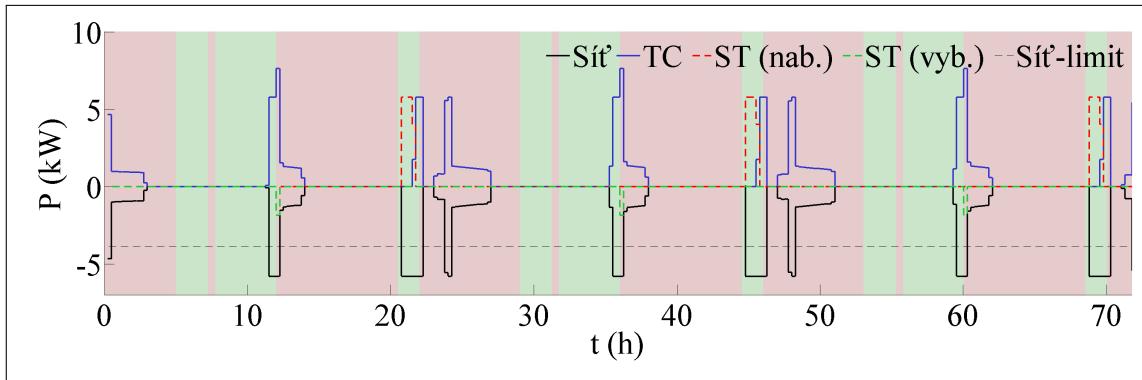


OBRÁZEK C.8: Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5)

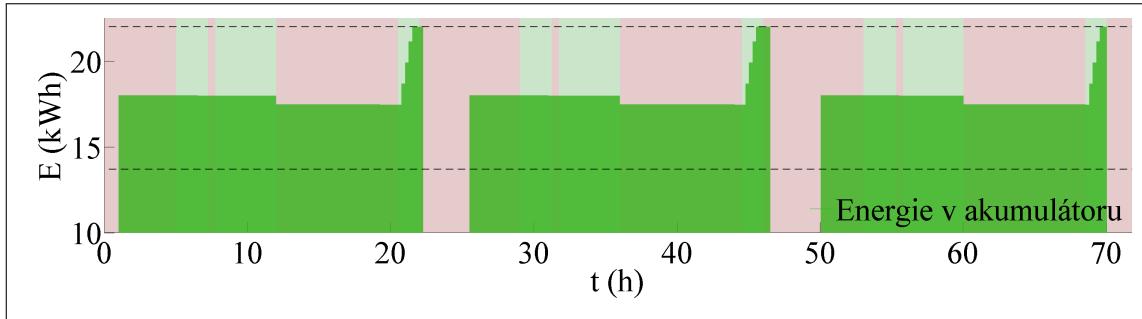


OBRÁZEK C.9: Zbývající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5)

Obrázky C.10 a C.11 pak ukazují, jak se změní časové průběhy při přidání požadavku na konkrétní tvar křivky zbývající kapacity. V situaci, kdy jsou v systému zahrnutы pouze termostatem řízené spotřebiče, je energie odebraná z akumulátoru a dodaná do systému relativně malá.



OBRÁZEK C.10: Energetická rovnováha pro první tři dny simulace (studie 5)



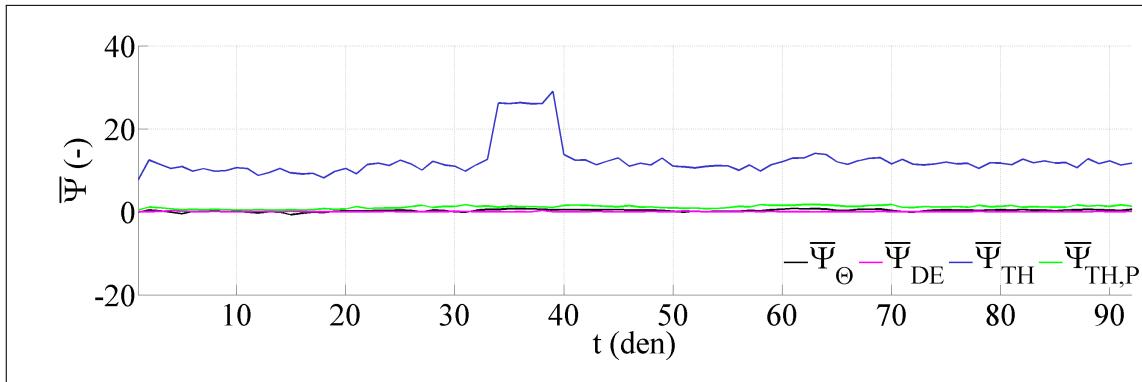
OBRÁZEK C.11: Zbývající kapacita akumulátoru pro první tři dny simulace (studie 5)

## C.5 Závislost hodnot členů kriteriální funkce na váhovacích konstantách ve studii 6

Ve studii 6 byly znázorněny hodnoty jednotlivých normovaných členů kriteriální funkce pro celé období simulace pro jedený případ, kdy  $[\omega_\Theta, \omega_{DE}, \omega_{TH}, \omega_{TH,P}] = [0.33, 0.33, 0.33, 0.01]$ . Výsledek je uveden na obrázku 7.30. Součástí této kapitoly jsou průběhy normovaných členů pro několik jiných nastavení.

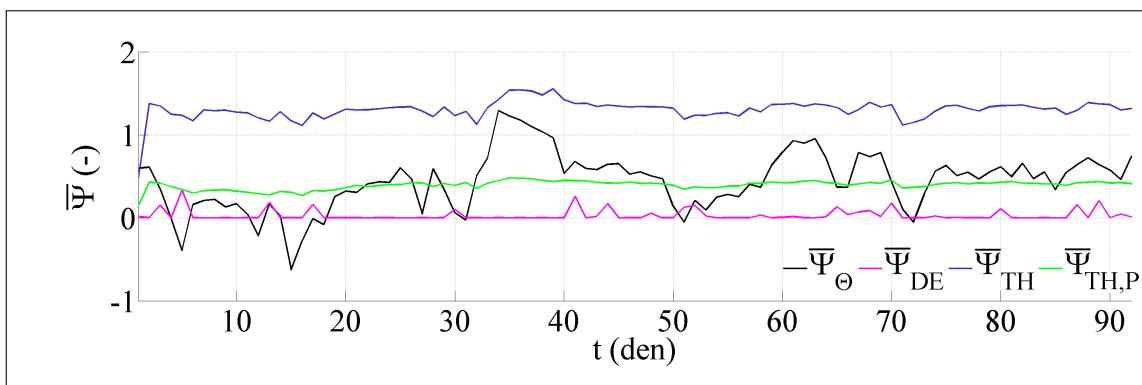
V prvním uvažovaném případě je jednoznačně preferována cena ( $[\omega_\Theta, \omega_{DE}, \omega_{TH}, \omega_{TH,P}] = [0.90, 0.04, 0.04, 0.02]$ ). Z obrázku C.12 pak vyplývá, že požadavek na minimalizaci ceny se nejvíce promítne na snížení tepelného komfortu (projevuje se vysokou hodnotou normovaného člena  $\bar{\Psi}_{TH}$ ).

Dalším uvedeným případem je preference komfortu odložitelných spotřebičů ( $[\omega_\Theta, \omega_{DE}, \omega_{TH}, \omega_{TH,P}] = [0.04, 0.90, 0.04, 0.02]$ ). Z obrázku C.13 je zjevné, že v naprosté většině případů dojde ke startu cyklů spotřebičů v preferovaném časovém slotu. Vzhledem k tomu, že člen pro komfort odložitelných spotřebičů a členy pro termostatem řízené spotřebiče



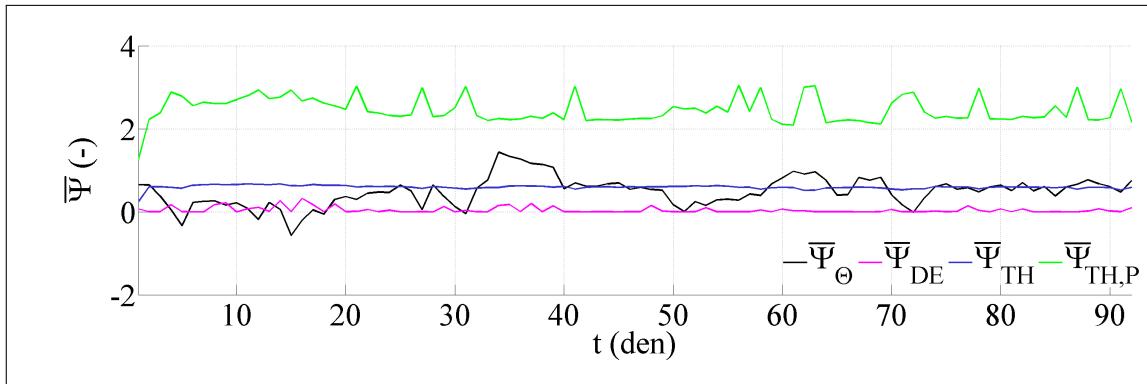
OBRÁZEK C.12: Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci ceny

nepůsobí v kriteriální funkci protichůdně, je možno udržovat v tomto případě i jejich velikost na rozumné hodnotě (je zčásti dáno i potlačením vlivu členu zastupujícího cenu energie).



OBRÁZEK C.13: Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci komfortu DE spotřebičů

Poslední případ ukazuje preferenci tepelného komfortu,  $([\omega_{\Theta}, \omega_{DE}, \omega_{TH}, \omega_{TH,P}] = [0.04, 0.04, 0.90, 0.02])$ . Hodnoty normalizované proměnné  $\bar{\Psi}_{TH}$  se pohybují okolo konstantní hodnoty pro všechny dny simulace, avšak neblíží se nule. To je dáno dynamikou systému a nastaveným průběhem *setpointů* pro místnosti, kdy v určitých časech během dne není možné nastavit optimální žádanou teplotu tak, aby neporušovala meze *setpointů*. Přesnější dodržení tepelného komfortu má logicky za následek vyšší počet změn akčních zásahů pro termostatem řízené spotřebiče ( $\bar{\Psi}_{TH,P}$ ).



OBRÁZEK C.14: Hodnoty členů kriteriální funkce při preferenci tepelného komfortu

## C.6 Vypočtené normované hodnoty koeficientů ve studii 6

| $\omega_{\Theta}$ | ostatní $\omega$ | $\bar{\Psi}_{\Theta}$ | $\bar{\Psi}_{DE}$ | $\bar{\Psi}_{TH}$ | $\bar{\Psi}_{TH,P}$ |
|-------------------|------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| 0                 | 0.33             | 2.744                 | 0.02074           | 0.8778            | 0.1308              |
| 0.01              | 0.33             | 1.133                 | 0.02993           | 1.148             | 0.2531              |
| 0.10              | 0.30             | 1.121                 | 0.03428           | 1.574             | 0.4080              |
| 0.20              | 0.27             | 1.113                 | 0.02327           | 1.689             | 0.4429              |
| 0.30              | 0.23             | 1.105                 | 0.02932           | 1.799             | 0.4769              |
| 0.40              | 0.20             | 1.096                 | 0.02550           | 1.948             | 0.5202              |
| 0.50              | 0.17             | 1.085                 | 0.02885           | 2.180             | 0.5787              |
| 0.60              | 0.13             | 1.073                 | 0.03418           | 2.577             | 0.6480              |
| 0.70              | 0.10             | 1.060                 | 0.03030           | 3.338             | 0.7360              |
| 0.80              | 0.07             | 1.039                 | 0.03156           | 5.125             | 0.8815              |
| 0.90              | 0.03             | 0.9694                | 0.04406           | 12.73             | 1.198               |
| 0.99              | 0                | 0.4302                | 0.1162            | 275.7             | 1.692               |
| 1.00              | 0                | -0.006325             | 0.2053            | 1398              | 63.07               |

TABULKA C.5: Hodnoty koeficientů při změně preference ceny

| $\omega_{DE}$ | ostatní $\omega$ | $\Psi_\Theta$ | $\Psi_{DE}$ | $\Psi_{TH}$ | $\Psi_{TH,P}$ |
|---------------|------------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| 0             | 0.33             | 0.8791        | 0.09933     | 2.604       | 0.7875        |
| 0.01          | 0.33             | 0.8785        | 0.07231     | 2.604       | 0.7872        |
| 0.10          | 0.30             | 0.8786        | 0.03214     | 2.604       | 0.7873        |
| 0.20          | 0.27             | 0.8781        | 0.03072     | 2.603       | 0.7870        |
| 0.30          | 0.23             | 0.8778        | 0.02539     | 2.604       | 0.7870        |
| 0.40          | 0.20             | 0.8781        | 0.03300     | 2.606       | 0.7875        |
| 0.50          | 0.17             | 0.8781        | 0.03300     | 2.606       | 0.7875        |
| 0.60          | 0.13             | 0.8773        | 0.03699     | 2.602       | 0.7866        |
| 0.70          | 0.10             | 0.8782        | 0.03338     | 2.604       | 0.7869        |
| 0.80          | 0.07             | 0.8776        | 0.03828     | 2.604       | 0.7868        |
| 0.90          | 0.03             | 0.8783        | 0.04432     | 2.602       | 0.7865        |
| 0.99          | 0                | 0.8779        | 0.03437     | 2.604       | 0.7870        |
| 1             | 0                | 3.6046        | 0.00344     | 2779        | 1728          |

TABULKA C.6: Hodnoty koeficientů při změně preference komfortu DE spotřebičů

| $\omega_{TH}$ | ostatní $\omega$ | $\Psi_\Theta$ | $\Psi_{DE}$ | $\Psi_{TH}$ | $\Psi_{TH,P}$ |
|---------------|------------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| 0             | 0.33             | 0             | 0.06672     | 1396        | 0             |
| 0.01          | 0.33             | 0.9017        | 0.03750     | 21.64       | 0.04814       |
| 0.10          | 0.30             | 1.068         | 0.02673     | 2.745       | 0.2377        |
| 0.20          | 0.27             | 1.093         | 0.02764     | 1.886       | 0.4186        |
| 0.30          | 0.23             | 1.104         | 0.02296     | 1.593       | 0.5791        |
| 0.40          | 0.20             | 1.111         | 0.02845     | 1.432       | 0.7266        |
| 0.50          | 0.17             | 1.117         | 0.02190     | 1.319       | 0.8895        |
| 0.60          | 0.13             | 1.123         | 0.03376     | 1.227       | 1.101         |
| 0.70          | 0.10             | 1.128         | 0.02888     | 1.143       | 1.405         |
| 0.80          | 0.07             | 1.136         | 0.02997     | 1.066       | 1.883         |
| 0.90          | 0.03             | 1.140         | 0.05175     | 1.005       | 2.561         |
| 0.99          | 0                | 1.171         | 0.19326     | 0.9317      | 7.491         |
| 1             | 0                | 2.638         | 0.49913     | 0.8214      | 341.9         |

TABULKA C.7: Hodnoty koeficientů při změně preference teplotního komfortu

| $\omega_{TH,P}$ | ostatní $\omega$ | $\Psi_\Theta$ | $\Psi_{DE}$ | $\Psi_{TH}$ | $\Psi_{TH,P}$ |
|-----------------|------------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| 0               | 0.33             | 0.7170        | 0.02469     | 1.316       | 264.3         |
| 0.01            | 0.33             | 0.7927        | 0.02505     | 1.474       | 3.392         |
| 0.10            | 0.30             | 0.7976        | 0.02198     | 1.696       | 1.036         |
| 0.20            | 0.27             | 0.7987        | 0.02063     | 1.875       | 0.6165        |
| 0.30            | 0.23             | 0.7915        | 0.02643     | 2.225       | 0.2942        |
| 0.40            | 0.20             | 0.7963        | 0.02323     | 2.047       | 0.4186        |
| 0.50            | 0.17             | 0.7868        | 0.02810     | 2.412       | 0.2075        |
| 0.60            | 0.13             | 0.7807        | 0.02547     | 2.613       | 0.1434        |
| 0.70            | 0.10             | 0.7807        | 0.02547     | 2.613       | 0.1434        |
| 0.80            | 0.07             | 0.7653        | 0.03339     | 3.158       | 0.04712       |
| 0.90            | 0.03             | 0.7568        | 0.03434     | 3.495       | 0.01516       |
| 0.99            | 0                | 0.7872        | 0.05359     | 2.753       | 0.00013       |
| 1               | 0                | 4.6246        | 0.4177      | 6200        | 0             |

TABULKA C.8: Hodnoty koeficientů při změně preference četnosti akčních zásahů

## C.7 Vypočtené hodnoty ve studii 7 - Nejistota modelu

| Nejistota (%) | Četnost akč. zás. (-) |       | Por. komfortu ( $K^2 \cdot h$ ) |       | Cena (CZK) |      |
|---------------|-----------------------|-------|---------------------------------|-------|------------|------|
|               | PI 1                  | PI 2  | PI 1                            | PI 2  | PI 1       | PI 2 |
| 0             | 43.71                 | 8.072 | 1.019                           | 1.205 | 1109       | 1110 |
| 5             | 41.14                 | 7.632 | 1.064                           | 1.215 | 1135       | 1136 |
| 10            | 35.89                 | 7.114 | 1.103                           | 1.260 | 1177       | 1183 |
| 20            | 18.10                 | 6.261 | 1.346                           | 1.561 | 1272       | 1214 |
| 30            | 12.46                 | 4.911 | 1.760                           | 2.765 | 1265       | 1366 |
| 40            | 11.73                 | 4.645 | 3.116                           | 2.764 | 1389       | 1374 |
| 50            | 9.773                 | 4.364 | 3.018                           | 3.782 | 1461       | 1339 |
| 60            | 11.09                 | 4.228 | 3.522                           | 6.700 | 1465       | 1435 |
| 70            | 9.028                 | 4.400 | 4.489                           | 7.246 | 1663       | 1598 |
| 80            | 5.002                 | 4.558 | 8.248                           | 7.141 | 1615       | 1601 |
| 90            | 5.434                 | 3.961 | 13.64                           | 9.195 | 1745       | 1607 |
| 100           | 5.681                 | 3.569 | 19.41                           | 11.41 | 1839       | 1675 |
| 110           | 5.235                 | 3.352 | 22.23                           | 15.15 | 1880       | 1747 |
| 120           | 5.102                 | 3.114 | 27.63                           | 15.34 | 1925       | 1864 |
| 130           | 4.911                 | 3.096 | 35.73                           | 16.94 | 2015       | 1891 |
| 140           | 5.205                 | 3.015 | 38.29                           | 32.28 | 2035       | 1928 |
| 150           | 4.826                 | 3.139 | 43.05                           | 40.54 | 2193       | 1975 |

TABULKA C.9: Degradace algoritmu vlivem změny nejistoty parametrů termodynamického modelu

| Nejistota (%) | Četnost akč. zás. (-) | Por. komfortu ( $K^2 \cdot h$ ) | Cena (CZK) |
|---------------|-----------------------|---------------------------------|------------|
| 0             | 2.877                 | 13.58                           | 1280       |
| 5             | 2.637                 | 13.84                           | 1317       |
| 10            | 2.513                 | 13.85                           | 1343       |
| 20            | 2.272                 | 13.80                           | 1400       |
| 30            | 2.088                 | 14.07                           | 1427       |
| 40            | 1.968                 | 14.39                           | 1517       |
| 50            | 1.758                 | 14.18                           | 1505       |
| 60            | 1.828                 | 16.07                           | 1535       |
| 70            | 1.884                 | 16.80                           | 1589       |
| 80            | 1.851                 | 19.03                           | 1702       |
| 90            | 1.908                 | 18.16                           | 1764       |
| 100           | 1.859                 | 20.01                           | 1821       |
| 110           | 1.619                 | 22.62                           | 1737       |
| 120           | 1.576                 | 24.56                           | 1988       |
| 130           | 1.540                 | 25.81                           | 1863       |
| 140           | 1.392                 | 28.93                           | 1943       |
| 150           | 1.433                 | 29.33                           | 1859       |

TABULKA C.10: Změna chování dvoustavového regulátoru při změně nejistoty parametrů termodynamického modelu

## Příloha D

# Heuristický algoritmus pro stanovení mezí při vícekriteriální optimalizaci

V kapitole 6.4.8 je popsán tvar kriteriální funkce pro současnou optimalizaci několika proměnných. V případě, kdy tyto proměnné by na sobě nebyly závislé, rozpadl by se optimalizační problém na množinu samostatných podproblémů<sup>1</sup>. V opačném případě vzniká komplexní optimalizační problém, pro jehož řešení je klíčové nastavení vah jednotlivých optimalizačních proměnných. Hodnoty jednotlivých proměnných se však od sebe liší i o několik řádů (záleží na definici optimalizačního problému). Dále může docházet k jejich podstatné změně i během jednotlivých časových oken na plovoucím horizontu.

Výše uvedené důvody vedly k nutnosti návrhu a implementace heuristického algoritmu, který zabezpečí dostatečně přesný odhad nejvyšší a nejnižší hodnoty každé z proměnných. Na základě těchto hodnot lze pak jednotlivé proměnné normalizovat tak, aby vždy nabývaly pouze hodnot např. z intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ . Algoritmus je podrobně popsán v této kapitole. Jeho ověření je prezentováno ve studii 7.5.6.

### D.1 Stanovení mezí ceny energie

#### Odložitelné spotřebiče

Algoritmus pro výpočet mezí u odložitelných spotřebičů je uveden v Algorithm 4. Po inicializaci proměnných  $\Psi_{\Theta,DE}^{min}$  a  $\Psi_{\Theta,DE}^{max}$  (řádky 1,2) sloužících pro průběžné uchování hodnoty nejmenší a největší ceny dochází ve smyčce (řádky 3–20) k výpočtu hodnot pro jednotlivé spotřebiče. V prvním případě se hledá minimum, a tedy průběžná hodnota minima se nastaví na  $\infty$  (rádek 4), ve druhém pak maximum, a tedy průběžná hodnota je inicializována na  $-\infty$  (5). Ve smyčce (6–17) jsou procházeny všechny platné možnosti vložení cyklu konkrétního odložitelného spotřebiče do plánovacího intervalu  $\langle \alpha, \beta \rangle$ . V případě hledání

---

<sup>1</sup>Například pokud by byla prováděna optimalizace spotřeby pouze z hlediska ceny a současně neexistovalo omezení maximálního výkonu odebíraného ze sítě.

maxima je pro každou z těchto možností určena cena za cyklus spotřebiče (13). Výsledná maximální (nejvyšší) cena  $\Psi_{\Theta,DE}^{\max}$  je pak stanovena jako průměrná hodnota (16) všech takovýchto cen. Tento postup vychází z předpokladu, že cyklus spotřebiče může být v případě bez optimalizace spuštěn kdykoli v uvedeném intervalu a všechny možnosti jsou stejně pravděpodobné<sup>2</sup>. Nejpravděpodobnější v tom případě je, že skutečná cena se bude blížit té průměrné. Při hledání nejmenší ceny je pro každé platné (9,1) umístění cyklu odložitelného spotřebiče určena jeho cena (11). Z těchto hodnot je postupně určována minimální hodnota  $\Psi_{\Theta,DE}^{\min}$  (15).

---

**Algoritmus 4** Určení nejmenší a největší ceny za provoz DE spotřebičů ( $\Psi_{\Theta,DE}^{\min}, \Psi_{\Theta,DE}^{\max}$ )

---

```

1:  $\Psi_{\Theta,DE}^{\min} \leftarrow 0$ 
2:  $\Psi_{\Theta,DE}^{\max} \leftarrow 0$ 
3: for  $a \in \langle 1 \dots |\mathbb{A}| \rangle$  do
4:    $\theta_a^{\min} \leftarrow \infty$ 
5:    $\theta_a^{\max} \leftarrow -\infty$ 
6:   for  $t \in \langle 1 \dots T - l_a^{DE} \rangle$  do
7:      $\theta_{temp}^{\min} \leftarrow 0$ 
8:      $\theta_{temp}^{\max} \leftarrow 0$ 
9:     for  $l \in \langle 1 \dots t + l_a^{DE} - 1 \rangle$  do
10:      if  $l < l_a^{DE}$  then
11:         $\theta_{temp}^{\min} \leftarrow \theta_{temp}^{\min} + p_{a,l}^{DE} \cdot \Theta_{t+l}$ 
12:      end if
13:       $\theta_{temp}^{\max} \leftarrow \theta_{temp}^{\max} + p_{a,l-t+1}^{DE} \cdot \Theta_t$ 
14:    end for
15:     $\theta_a^{\min} \leftarrow \min(\theta_{temp}^{\min}, \theta_a^{\min})$ 
16:     $\theta_a^{\max} \leftarrow \theta_a^{\max} + \theta_{temp}^{\max} / (T + l_a^{DE})$ 
17:  end for
18:   $\Psi_{\Theta,DE}^{\min} \leftarrow \Psi_{\Theta}^{\min} + \theta_a^{\min}$ 
19:   $\Psi_{\Theta,DE}^{\max} \leftarrow \Psi_{\Theta}^{\max} + \theta_a^{\max}$ 
20: end for

```

---

Pro určení hodnot pro odložitelné spotřebiče je tedy postačující provést pro každý z nich jedinou iteraci přes platnou část horizontu predikce a určit cenu za cyklus spotřebiče, pokud by byl v příslušném čase spuštěn. Nejmenší cena je vypočtena jako minimum ze všech možných kombinací, největší pak jako jejich průměrná hodnota.

## Přerušitelné spotřebiče

V případě přerušitelných spotřebičů je však situace složitější. Tyto spotřebiče se vyznačují tím, že jejich cyklus může být (při dodržení pravidel) libovolně přerušován. Pro určení

---

<sup>2</sup>V případě nerovnoměrného rozložení pravděpodobnosti by bylo nutno maximální cenu stanovit jiným způsobem.

nejmenší ceny byl navržen algoritmus popsaný v bloku Algoritmus 5. Ve stručnosti řečeno tento algoritmus na základě pravidel, která jsou pro jednotlivé přerušitelné spotřebiče definována, plánuje jejich cyklus tak, že umisťuje jeho jednotlivé části postupně do časových slotů s nejnižší cenou za jednotku energie.

Algoritmus počítá nejmenší cenu pro celou skupinu přerušitelných spotřebičů (iteruje přes tyto spotřebiče - smyčka 2–5). Rozvržení pracovního cyklu je pro každý spotřebič udržováno v množině  $\Gamma$  jako výčet uspořádaných dvojic  $(start, stop)$  takových, že  $[start \times stop] \in \Gamma$ . Na počátku plánování každého spotřebiče je tedy tato množina prázdná (3). Na řádku 4 je definována smyčka (4–5), která probíhá tak dlouho, dokud není naplánován celý cyklus. V rámci každého průchodu touto smyčkou jsou vždy realizovány dvě operace – hledání nového intervalu minimální délky ( $d_i^{IN}$ ), do kterého bude možno umístit cyklus spotřebiče (5–20) a pokus o rozšíření některého ze stávajících intervalů (21–34).

Hledání nového intervalu probíhá jako iterace přes všechny možnosti (7), při které je vždy nejprve testováno, zda příslušný interval (8) je možné na navrhovanou pozici umístit (7–16). V rámci tohoto testování se zjišťuje, zda nový interval nekoliduje (12) s některým z již existujících intervalů z množiny  $\Gamma$ . Pokud je interval určen jako vyhovující, je zahrnut do výpočtu minimální ceny (17–19). Nejlevnější povolený interval je uchován jako  $A$  a jeho cena pak  $\Theta(A)$ .

Dalším krokem je pokus o rozšíření některého z již existujících intervalů z  $\Gamma$  o jeden časový slot. Procedura probíhá opět pro všechny intervaly z  $\Gamma$  (22–34). V případě, že konkrétní interval již odpovídá maximální době nepřerušovaného běhu spotřebiče  $s_i^{IN}$  (24–26), není jeho rozšíření již možné. Na řádku 27 se vyhodnocuje cena za přidání nového časového slotu na začátek intervalu, na 30 pak cena za přidání na konec intervalu. Výhodnější řešení je vždy aplikováno, nový interval je uchován jako  $C$  a cena za přidaný časový slot  $\Theta(c)$ .

Oba popsané způsoby rozšíření plánu běhu spotřebiče jsou porovnány na řádku 36. Pokud je cena za přidání celého nového intervalu nižší než cena za rozšíření některého stávajícího a zároveň platí, že je možno takovýto interval vložit s ohledem na maximální délku běhu spotřebiče na plánovacím horizontu, je do množiny  $\Gamma$  tento interval  $A$  vložen (37). V opačném případě je v množině  $\Gamma$  nalezen původní interval  $C$  (před rozšířením), a tento je modifikován (5–5). Řádek 5 zabezpečuje přidání ceny za cyklus spotřebiče do proměnné uchovávající celkovou nejmenší cenu pro všechny spotřebiče.

Ve triviálním případě, kdy je chod přerušitelného spotřebiče plně popsán pouze počtem časových slotů, po které musí být spuštěn ( $s_i^{IN}$  je nastavena na dostatečně velkou hodnotu,  $u_i^{IN}$  a  $d_i^{IN}$  jsou rovny 0), je tedy plánování ve smyčce (4–5) realizováno ve zkratce tak, že první časový slot je umístěn do času s nejmenší cenou, druhý do času s druhou nejmenší cenou atd. až do postupného naplánování celého cyklu.

---

**Algorimus 5** Určení nejmenší ceny za provoz IN spotřebičů ( $\Psi_{\Theta,IN}^{min}$ )

---

```

1:  $\Psi_{\Theta,IN}^{min} \leftarrow 0$ 
2: for  $i \in \langle 1 \dots |\mathbb{I}| \rangle$  do
3:    $\Gamma \leftarrow \{\emptyset\}$ 
4:   while  $\left( \sum_{k=1}^{|\Gamma|} (\beta_k - \alpha_k) | [\alpha_k \times \beta_k] \in \Gamma \right) < l_i^{IN}$  do
5:      $A \leftarrow [0, 0]$ 
6:      $\Theta(A) \leftarrow \infty$ 
7:     for  $k = 2 \dots T - l_i^{IN}$  do
8:        $B \leftarrow [k, k + l_i^{IN}]$ 
9:        $vyhovuje \leftarrow \text{true}$ 
10:      for  $j = 1 \dots |\Gamma|$  do
11:         $(\alpha_j, \beta_j) | [\alpha_j \times \beta_j] \in \Gamma$ 
12:        if  $((k - \beta_j) \leq 1 + d_i^{IN} \wedge (\alpha_j - k + l_i^{IN}) \leq 1 + d_i^{IN})$  then
13:           $vyhovuje \leftarrow \text{false}$ 
14:          break
15:        end if
16:      end for
17:      if  $vyhovuje \wedge (\Theta(B) < \Theta(A))$  then
18:         $A \leftarrow B$ 
19:      end if
20:    end for
21:     $C \leftarrow \emptyset, \Theta(C) \leftarrow \infty$ 
22:    for  $j = 1 \dots |\Gamma|$  do
23:       $(\alpha_j, \beta_j) | [\alpha_j \times \beta_j] \in \Gamma$ 
24:      if  $(\beta_j - \alpha_j = s_i^{IN})$  then
25:        continue
26:      end if
27:      if  $(\Theta(\alpha_j - 1) < \min(\Theta(\beta_j + 1), \Theta(C)))$  then
28:         $\Theta_C \leftarrow \Theta(\alpha_j - 1)$ 
29:         $C \leftarrow [\alpha_j - 1, \beta_j]$ 
30:      else if  $(\Theta(\beta_j + 1) < \min(\Theta(\alpha_j - 1), \Theta(C)))$  then
31:         $\Theta_C \leftarrow \Theta(\beta_j + 1)$ 
32:         $C \leftarrow [\alpha_j, \beta_j + 1]$ 
33:      end if
34:    end for
35:    if  $(\Theta(A) / (\beta_a - \alpha_a) < \Theta(c) \wedge$ 
36:       $l_i^{IN} \geq u_i^{IN} + \sum_{k=1}^{|\Gamma|} (\beta_k - \alpha_k) | [\alpha_k \times \beta_k] \in \Gamma)$  then
37:       $\Gamma \leftarrow \Gamma \cup A$ 
38:    else
39:       $(\alpha_C, \beta_C) | C = [\alpha_C \times \beta_C]$ 

```

---

**Algoritmus 5** Určení nejmenší ceny za provoz IN spotřebičů ( $\Psi_{\Theta,IN}^{min}$ ) (pokračování)

---

```

40:      for  $j = 1 \dots |\Gamma|$  do
41:           $(\alpha_j, \beta_j) | [\alpha_j \times \beta_j] \in \Gamma$ 
42:          if  $(\alpha_j = \alpha_C \vee \beta_j = \beta_C)$  then
43:               $\alpha_j \leftarrow \alpha_C$ 
44:               $\beta_j \leftarrow \beta_C$ 
45:          end if
46:      end for
47:      end if
48:  end while
49:   $\Psi_{\Theta,IN}^{min} \leftarrow \Psi_{\Theta,IN}^{min} + e_i^{IN} \cdot \sum_{j=1}^{|\Gamma|} \beta_j - \alpha_j$ 
50: end for

```

---

V případě hledání maximální hodnoty  $\Psi_{\Theta,IN}^{max}$  je uvedený algoritmus přepracován tak, že pro každý přerušitelný spotřebič je několikrát provedeno plánování do náhodných časových slotů, avšak při dodržení případně definovaných pravidel, a z jednotlivých výsledků je následně vypočtena průměrná hodnota. Tato je brána jako maximální hodnota  $\Psi_{\Theta,IN}^{max}$  (opět se vychází z podobných předpokladů jako u stanovení maximální hodnoty ceny odložitelných spotřebičů).

### Termostatem řízené spotřebiče

Pro termostatem řízené spotřebiče je možné jednoduchým způsobem určit hodnotu  $\Psi_{\Theta,TH}^{max}$ , tedy maximální akceptovatelné ceny za provoz. Tuto hodnotu je možno stanovit iterativně výpočtem – simulací dvoustavového regulátoru na horizontu predikce. Algoritmus 6 tuto simulaci popisuje. Po inicializaci (řádky 1–5), kdy jsou definovány velikosti pracovních vektorů, jsou definovány počáteční podmínky – kromě teplot v objektu zahrnují tyto podmínky i stavy dalších tepelných kapacit – zdí apod. Tyto podmínky jsou známé a vždy na začátku nového časového slotu hrubého měřítka jsou dány stavem systému po posledním časovém slotu jemného měřítka  $t'$ .

Simulace systému s připojeným dvoustavovým regulátorem probíhá ve smyčce 7–21. Na řádku 8 je sestaven vektor vstupů do systému obsahující jednak hodnoty vstupů do jednotlivých fancoil spotřebičů v aktuálním kroku  $(\mathbf{p}_1(j), \dots, \mathbf{p}_{|\mathbb{H}|}(j))$ , jednak venkovní teplotu  $\mathbf{T}_{out}(j)$ . Řádky 9 a 10 popisují řešení stavových rovnic v kroku  $j$ . Na řádku 11 dochází k výpočtu odchylek od žádané teploty pro jednotlivé místnosti  $(\mathbf{T}_{setp}(j))$ , aby v rámci 12–18 mohl být pro jednotlivé místnosti realizován dvoustavový regulátor, který při nárůstu regulační odchylky nad  $\mathbf{H}$  nastaví výkon příslušné jednotky na maximum, při poklesu pod  $-\mathbf{H}$  na 0. Řádek 19 zabezpečuje postupné načítání ceny pro všechny jednotky a všechny kroky (časové sloty jemného měřítka).

**Algorimus 6** Určení největší ceny za provoz TH spotřebičů ( $\Psi_{\Theta,TH}^{max}$ )

---

```

1:  $\Psi_{\Theta,TH}^{max} \leftarrow 0$ 
2:  $\mathbf{x} \leftarrow [|A|_1 \times T']$ 
3:  $\mathbf{y} \leftarrow [|\mathbb{H}| \times T']$ 
4:  $\mathbf{e} \leftarrow [|\mathbb{H}| \times T']$ 
5:  $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{|\mathbb{H}|} \leftarrow [1 \times T']$ 
6:  $\mathbf{x}(0) \leftarrow$  vektor počátečních podmínek
7: for  $j = 2 \dots T'$  do
8:    $\mathbf{u}(j) \leftarrow [\mathbf{p}_1(j), \dots, \mathbf{p}_{|\mathbb{H}|}(j), \mathbf{T}_{out}(j)]^\top$ 
9:    $\mathbf{x}(j) \leftarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(j-1) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(j)$ 
10:   $\mathbf{y}(j) \leftarrow \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(j)$ 
11:   $\mathbf{e}(j) \leftarrow \mathbf{T}_{setp}(j) - \mathbf{y}(j)$ 
12:  for  $k = 1 \dots |\mathbb{H}|$  do
13:    if  $\mathbf{e}(j) > \mathbf{H}$  then
14:       $\mathbf{p}_k(j) \leftarrow max\_flow$ 
15:    end if
16:    if  $\mathbf{e}(j) < -\mathbf{H}$  then
17:       $\mathbf{p}_k(j) \leftarrow 0$ 
18:    end if
19:     $\Psi_{\Theta,TH}^{max} \leftarrow \Psi_{\Theta,TH}^{max} + \Theta(j) \cdot \mathbf{p}_k(j) \cdot sample\_time$ 
20:  end for
21: end for

```

---

Hodnota nejmenší ceny za provoz TH spotřebičů  $\Psi_{\Theta,TH}^{min}$  je získána jako poměrná část ceny největší, tedy  $\Psi_{\Theta,TH}^{min} = M \cdot \Psi_{\Theta,TH}^{max}$ . Hodnota  $M$  byla stanovena experimentálně na 0.5.

## Akumulátor

Matematický model neumožňuje definovat pro vybíjení či nabíjení akumulátoru podobná pravidla jako např. u přerušitelných spotřebičů. Výpočet minimální ceny  $\Psi_{\Theta,ST}^{min}$  za nabití akumulátoru je tedy možno realizovat obdobně jako v případě plánování cyklu přerušitelného spotřebiče  $i$ , jehož nejkratší doba cyklu  $u_i^{IN}$  je 1 časový slot, maximální doba souvislého běhu  $s_i^{IN}$  je nastavena na dostatečně velkou hodnotu a minimální doba klidu  $d_i^{IN}$  je 0. Při výpočtu není zahrnuta energie, která je z akumulátoru čerpána a do něj následně dodána v rámci *building energy management systému*, počítá se tedy pouze s rozdílem zbývající energie v akumulátoru před jeho odpojením a po jeho připojení k systému. Největší cenu  $\Psi_{\Theta,ST}^{max}$  je opět možno určit analogicky jako u přerušitelných spotřebičů.

## Určení mezních hodnot ceny energie

Po získání dlžích hodnot mezí ceny pro jednotlivé skupiny spotřebičů je možno jejich součtem získat korekční hodnoty pro normalizaci cenové proměnné v optimalizační funkci.

$$\Psi_{\Theta}^{\min} = \Psi_{\Theta,DE}^{\min} + \Psi_{\Theta,IN}^{\min} + \Psi_{\Theta,TH}^{\min} + \Psi_{\Theta,ST}^{\min} \quad (\text{D.1})$$

$$\Psi_{\Theta}^{\max} = \Psi_{\Theta,DE}^{\max} + \Psi_{\Theta,IN}^{\max} + \Psi_{\Theta,TH}^{\max} + \Psi_{\Theta,ST}^{\max} \quad (\text{D.2})$$

## D.2 Stanovení mezí komfortu

### Odložitelné spotřebiče

Pro možnost kvantifikace uživatelského komfortu u odložitelných spotřebičů je nutno znát kromě časového intervalu, ve kterém může cyklus proběhnout, rovněž informaci o tom, kdy si uživatel přeje, aby tento cyklus proběhl. Tuto informaci popisuje pro každý spotřebič  $a$  hodnota  $\gamma_a$ . Pokud tedy uživatel preferuje vykonání cyklu co nejdříve, platí  $\gamma_a = \alpha_a$ . Nejvyšší úroveň komfortu pak odpovídá situaci, kdy je cyklus každého spotřebiče skutečně spuštěn v jeho preferovaném časovém slotu, tedy  $s_a = \gamma_a$  pro každé  $a \in \mathbb{A}$ . Z rovnice D.3 vyplývá, že tato hodnota je rovna 0 (D.4). Nejnižší úroveň komfortu v rámci horizontu predikce pak nastává, kdy všechny spotřebiče jsou spuštěny v těch časových slotech, které jsou nejvíce vzdáleny těm uživatelem preferovaným.

$$\Psi_{DE} = \sum_{a=1}^{\mathbb{A}} ((s_a - \gamma_a)^2) \quad (\text{D.3})$$

$$\Psi_{DE}^{\min} = \Psi_{DE}|_{s_a=\gamma_a} = 0 \quad (\text{D.4})$$

$$\Psi_{DE}^{\max} = \Psi_{DE}|_{s_a=\max(\gamma_a-\alpha_a, \beta_a-\gamma_a)} \quad (\text{D.5})$$

### Termostatem řízené spotřebiče

Úroveň komfortu pro termostatem řízené spotřebiče je možno stanovit několika způsoby. V okamžiku, kdy je znám algoritmus pro určení ceny za provoz termostatem řízených spotřebičů na základě simulace systému řízeného dvoustavovým regulátorem, je možno v průběhu této simulace vypočítat i mezní hodnoty komfortu. V této práci je zvolen jednodušší postup, kdy na základě výsledků předchozích studií jsou mezní hodnoty stanoveny empiricky. V obecném případě je komfort (přesněji řečeno porušení komfortu) u termostatem řízených spotřebičů dáno součinem doby porušení a teploty (D.6). Hodnota  $\Psi_{TH}^{\min}$  je rovna 0, proto nejlepším výsledkem při optimalizaci komfortu je situace, kdy nedojde vůbec k

žádnému porušení (D.7). Maximální hodnota je pak brána jako porušení komfortu o 1 °C po dobu 4 hodin (D.8).

$$\Psi_{TH} = \frac{3600}{T_{sample}} \cdot T_v \cdot |\tau_v - \tau_{setpoint}| \quad (\text{D.6})$$

$$\Psi_{TH}^{min} = \Psi_{TH}|_{T_v=0, \tau_v=\tau_{setpoint}} = 0 \quad (\text{D.7})$$

$$\Psi_{TH}^{max} = \Psi_{TH}|_{T_v=4, |\tau_v - \tau_{setpoint}|=1} = 16 \quad (\text{D.8})$$

### D.3 Stanovení dalších parametrů

#### Omezení změny akčního zásahu pro TCA

Změnou akčního zásahu se rozumí rozdíl výstupní hodnoty výkonu některého HVAC spotřebiče mezi dvěma sousedními časovými sloty. Souhrnná změna akčního zásahu může pak být vypočtena jako součet dílčích změn pro všechny spotřebiče (rovnice D.9).

$$\Psi_{TH,P} = \sum_{h=1}^H \sum_{t=2}^T (p_{h,t} - p_{h,t-1})^2 \quad (\text{D.9})$$

$$(\text{D.10})$$

Meze pro maximální souhrnnou velikost akčního zásahu lze stanovit na základě simulace systému s dvoustavovým regulátorem. Očekává se, že MPC regulátor bude pracovat lépe nežli dvoustavový regulátor, a tedy takto stanovená hodnota je považována za maximální. Funkcionalitu lze jednoduše doimplementovat do algoritmu 6 pro výpočet ceny za provoz spotřebičů tak, že do inicializace je přidán výraz D.11 a dále mezi řádky 19 a 20 výraz D.12, který zabezpečí postupnou sumaci rozdílu výkonů pro všechny časové sloty a jednotky.

$$\Psi_{TH,P}^{max} \leftarrow 0 \quad (\text{D.11})$$

$$\Psi_{TH,P}^{max} \leftarrow \Psi_{TH,P}^{max} + (p_k(j) - p_k(j-1))^2 \quad (\text{D.12})$$

Minimální hodnotu  $\Psi_{TH,P}^{min}$  je pak nutno určit experimentálně jako část z hodnoty maximální. V rámci prováděných studií je tato stanovena na 10 % z maximální hodnoty, a tedy  $M = 0.1$  (D.13).

$$\Psi_{TH,P}^{min} = M \cdot \Psi_{TH,P}^{max} \quad (\text{D.13})$$

## Příloha E

### Životopis autora

*Jméno:* Ing. Václav Kaczmarczyk

*Datum narození:* 27. 6. 1984

*Adresa:* Konradova 2212/11, 62800 Brno, Česká republika

#### Dosažené vzdělání

- od 2008 **Doktorský studijní program Elektrotechnika a komunikační technologie (prezenční/kombinovaný)** (Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické, Brno, Česká republika)
- 2008 **Magisterský studijní obor Kybernetika, automatizace a měření** (Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické, Brno, Česká republika)
- 2006 **Bakalářský studijní obor Automatizace a měření** (Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické, Brno, Česká republika)

#### Zahraniční zkušenosti

- 2009 Department of Computer Science, Aalborg University, Denmark (stáž, 5 měsíců)

#### Vybrané publikace

KACZMARCZYK, V.; BRADÁČ, Z.; FIEDLER, P. Optimal Scheduling of Domestic Appliances via MILP. ENERGIES, 2015, vol. 8, no. 1, p. 217-232. ISSN: 1996- 1073. IF: 1,602 (2013); 1,865 (2011); 1,130 (2010). URL: <http://www.mdpi.com/1996-1073/8/1/217>.

KACZMARCZYK, V.; FIEDLER, P.; BRADAC, Z.; FRANEK, L.; PASEK, J.: Simulator for optimal scheduling of domestic appliances. Programmable devices and Embedded systems, 2015, vol. 13, p. 1-6. ISSN: 1474- 6670.

KACZMARCZYK, V.: BEMSimulator; Building Energy Manager Simulator. SE2.134, Vyšoké učení technické v Brně, Technická 12, Brno. URL: <http://www.ceitec.cz/accus/bemsimulator/>. (software)

KACZMARCZYK, V.; FIEDLER, P.; BRADÁČ, Z.; ŠÍR, M. Communication Model of Home Area Network Devices. In Recent Researchers in Environmental & Geological Sciences. Kos, Greece: WSEAS press, 2012. p. 115-120. ISBN: 978-1-61804-110- 4.

HAVLIK, J. et al (2015). Project accus deliverable 2.10: System functionalities and operational logic. dostupné online (<http://projectaccus.eu/>).

BILBAO, S. et al (2015). Project accus deliverable 4.19: Integration platform: Fundamental algorithms and evaluation. dostupné online (<http://projectaccus.eu/>).

BRADÁČ, Z.; FIEDLER, P.; KACZMARCZYK, V.; ŠÍR, M. Object Model of Home Area Network Devices. In Recent Researchers in Environmental & Geological Sciences. Kos, Greece: WSEAS Press, 2012. p. 121-126. ISBN: 978-1-61804-110- 4.

KACZMARCZYK, V.; FIEDLER, P.; ŠTOHL, R.; BRADÁČ, Z. Electric vehicles charger as a part of home area network. In Proceedings of 11th IFAC/ IEEE International Conference on Programmable Devices and Embedded Systems. Brno: 2012. p. 149-154. ISBN: 978-3-902823-21- 2.

KACZMARCZYK, V.; ŠTOHL, R.; FIEDLER, P.; BRADÁČ, Z. Home Coordinator for Smart Grids, Basic theory and approaches. In Proceedings of the 2012 13th International Carpathian Control Conference (ICCC). 1. Košice, Slovakia: ICCC, 2012. p. 254-258. ISBN: 978-1-4577-1866- 3.

## Účast v projektech

- od 2015 TA04021653, Automatický dozorce, řešitel: doc. Ing. Zdeněk Bradáč, Ph.D.
- od 2013 ARTEMIS 333020, Adaptive Cooperative Control in Urban (sub) Systems (ACCUS), řešitel: prof. Ing. Pavel Václavek, Ph.D.
- od 2012 TA02010864, Výzkum a vývoj filtroventilační jednotky pro ochranu osob před chemickými látkami, prachem a biologickou nákazou u prostředků osobní ochrany, řešitel: doc. Ing. Zdeněk Bradáč, Ph.D.
- 2011-2014 ARTEMIS 269374, Internet of Energy for Electric Mobility, řešitel: doc. Ing. Petr Fiedler, Ph.D.
- 2010-2013 FR-TI1/528, Komplexní a inteligentní správa bytových domů (KAIS), řešitel: doc. Ing. Zdeněk Bradáč, Ph.D.
- 2012 FRVŠ 2493/G1, Laboratorní modely pro výuku programování PLC, řešitel: Ing. Michal Šír.
- 2011 FRVŠ 1739/G1, Řídicí systém pro laboratorní model destilační kolony, řešitel: Ing. Václav Kaczmarczyk.
- 2009 FRVŠ 1604/G1, Zkvalitnění laboratorní výuky předmětu BPGA, řešitel: Ing. Marek Kváš.