

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra ekonomiky**



**Diplomová práce**

**Prognostický model vývoje ceny kukuřice na americkém  
trhu**

**Petr Slavík**

© 2017 ČZU v Praze



## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Petr Slavík

Provoz a ekonomika

Název práce

**Prognostický model vývoje ceny kukuřice na americkém trhu**

Název anglicky

**The Econometric Forecast for the Price of Maize on the American Market**

---

### Cíle práce

Hlavním cílem je konstrukce ekonometrického modelu pro účely prognózy komoditní ceny.

Dílčí cíle:

- Konstrukce alternativních specifikací modelu
- Komparace spolehlivosti derivovaných modelů
- Srovnání koncipovaných modelů s reálně využívanými modely komoditních cen
- Vlastní prognóza ceny kukuřice

### Metodika

Metodický postup jen založen nejprve na rešerši existujících prognostických metod modelování komoditních cen s následnou koncepcí vlastních specifikací prognostických modelů včetně komparace s reálně využívanými modely v běžné praxi.

Harmonogram:

1. Úvod 05/16
2. Cíl 05/16
3. Metodika 05/16
4. Literární rešerše 09/16
5. Výsledky 12/16
6. Závěry 03/17.

## Doporučený rozsah práce

70 str.

## Klíčová slova

Prognóza, ekonometrický model, kukuřice, komoditní trhy,

---

## Doporučené zdroje informací

DVOŘÁK, Petr. Finanční deriváty. VŠE v Praze. 1998. ISBN 80-7079-633-2.

GREENE, William. Econometric Analysis. 7th ed. Prentice Hall, 2011. ISBN 978-0131395381.

GREGOR, M. – NORDHAUS, W D. – SAMUELSON, P A. *Ekonomie : 18. vydání*. Praha: NS Svoboda, 2007. ISBN 978-80-205-0590-3.

HALLAM, David. Econometric Modelling of Agricultural Commodity Markets. Routledge. 1990. ISBN 978-0415004053.

SCHNEPF, Randy. Price determination in agricultural commodity markets. 2006. ISBN 978-1293255131.

---

## Předběžný termín obhajoby

2017/18 ZS – PEF (únor 2018)

## Vedoucí práce

Ing. Michal Malý, Ph.D.

## Garantující pracoviště

Katedra ekonomiky

Elektronicky schváleno dne 28. 2. 2017

**prof. Ing. Miroslav Svatoš, CSc.**

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 3. 3. 2017

**Ing. Martin Pelikán, Ph.D.**

Děkan

V Praze dne 08. 11. 2017

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že svou diplomovou práci "Prognostický model vývoje ceny kukuřice na americkém trhu" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 30.11.2017

---

## **Poděkování**

Rád bych touto cestou poděkoval Doc. Ing. Michalu Malému, Ph.D. za trpělivost, odbornou pomoc a cenné rady při přípravě práce.

# Prognostický model vývoje ceny kukuřice na americkém trhu

## Abstrakt

Práce se věnuje stanovení prognózy vývoje ceny kukuřice na americkém trhu s využitím metod ekonometrické analýzy. Text je podložen popisem metodického postupu a rešerší shrnující základní informace, které jsou pro charakteristiku trhu s kukuřicí významné. Metodický postup konstrukce a komparace prognostických modelů vychází z Box-Jenkinsovy metodiky (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015), která prostřednictvím ARIMA modelování měsíčních historických cen kukuřice stanovuje prognózu budoucího vývoje ceny na čtyři měsíce. Výsledný prognostický model vychází z komparace ARIMA modelů sestavených na třech vybraných úsecích v rámci časové řady měsíčních cen v období od 1997/09 do 2017/06. Vybraný model pro stanovení prognózy je statisticky porovnán s konstruovanými modely na základě informačních kritérií AIC a BIC. Model je rovněž charakterově porovnán s modely zmíněnými v odborných textech dalších autorů, které se také věnují analýze zemědělských komoditních cen a jsou konstruovány stejnou nebo podobnou metodikou. Výsledný model je vytvořen na období 2012/06 – 2017/06 a obsahuje parametry specifických zpoždění klouzavých průměrů. Výsledná prognóza pro období 2018/02 stanovuje střední cenu kukuřice na americkém trhu na 138,46 USD/t s horní hranicí 175,24 USD/t a spodní hranicí 101,68 USD/t.

**Klíčová slova:** komodity, zemědělství, ekonometrický model, ARIMA, kukuřice, časové řady, prognostický model, Box-Jenkins

# The Econometric Forecast for the Price of Maize on the American Market

## Abstract

The thesis provides a forecast for the price of maize on the American commodity market using methods of econometric analysis. The analysis is supported with a description of the methodological approach and with a research summarizing basic information that is essential for the maize market. The method of constructing and comparing prognostic models is based on the Box-Jenkins methodology (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015), which allows to fit an ARIMA model of monthly historical maize prices to forecast future price developments for four months. The resulting forecasting model is based on a comparison of ARIMA models compiled on three selected time periods within the time series of monthly prices in the period from 1997/09 to 2017/06. The selected forecasting model is statistically compared to the constructed models based on the AIC and BIC information criteria. The model is also compared in character with models published by other authors, who also cover the analysis of agricultural commodity prices and whose models are constructed by a similar methodology. The resulting model is derived from the period 2012/06 - 2017/06 and contains parameters of specific lags of moving average. The resulting forecast for 2018/02 predicts the average price of maize on the US market at 138.46 USD / t with a maximum of 175.24 USD / t and a minimum of 101.68 USD / t.

**Keywords:** commodity, agriculture, econometric model, ARIMA, maize, time series, prognostic model, Box-Jenkins



# Obsah

<b>1 Úvod.....</b>	<b>14</b>
<b>2 Cíl práce.....</b>	<b>16</b>
<b>3 Metodika .....</b>	<b>18</b>
3.1    Ekonometrická metodologie .....	18
3.2    Analýza časových řad .....	19
3.3    Dekompozice časové řady.....	20
3.4    Autoregresní modely.....	22
3.5    Modely klouzavých průměrů (MA) .....	23
3.6    Stacionarita.....	23
3.7    Box – Jenkinsova metodologie .....	25
3.7.1    Identifikace modelu .....	27
3.7.2    Odhad modelu.....	33
3.7.3    Validace modelu .....	34
3.8    Ceteris Paribus .....	36
3.9    Použitý software.....	36
<b>4 Teoretická východiska .....</b>	<b>37</b>
4.1    Sledovaná komodita – Kukuřice .....	37
4.2    Struktura trhu a cena .....	38
4.3    Produkce - Výrobní základna.....	40
4.4    Poptávka po kukuřici (základní charakteristika možných užitných směrů)....	42
4.5    Nákladovost.....	44
4.6    Mezinárodní obchod.....	46
4.7    Bilanční tabulka .....	47
4.8    Alternativní využití .....	48
4.9    Americký komoditní trh - CBOT .....	49
4.10    Používané metody v prognostickém modelování .....	52
<b>5 Vlastní práce.....</b>	<b>54</b>
5.1    Konstrukce modelu pro období 1997/09 – 2017/06.....	55
5.2    Konstrukce modelu pro období 2012/09 – 2017/06.....	62
5.3    Konstrukce modelu pro období 1997/09 – 2006/09.....	69
5.4    Prognóza.....	74
<b>6 Výsledky a diskuse .....</b>	<b>77</b>
<b>7 Závěr.....</b>	<b>80</b>
<b>8 Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>82</b>

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Hlavní produkční oblasti kukuřice USA .....	41
Obrázek 2: Užité směry kukuřice.....	44

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Druhy křivek ACF .....	28
Tabulka 2: Hodnota rostlinné produkce USA.....	40
Tabulka 3: Produkční plocha rostlinné výroby USA .....	42
Tabulka 4: Světová plocha kukuřice .....	42
Tabulka 5: Náklady a výnosy produkce kukuřice v USA.....	45
Tabulka 6: Bilance kukuřice USA .....	47
Tabulka 7: Specifikace futures kontraktu s kukuřicí .....	50
Tabulka 8: ADF pro 1997/09 - 2017/06.....	56
Tabulka 9: ADF pro období 1997/09 - 2017/06 – transformace diferencemi .....	57
Tabulka 10: Hodnoty ACF a PACF pro období 1997/09 - 2017/06 - transformovaná řada.....	58
Tabulka 11: Model ARIMA (0,1,0) pro období 1997/09 - 2017/06 .....	59
Tabulka 12: Modely pro období 2012/09 - 2017/06 .....	60
Tabulka 13: Model 1.13 SARIMA (1,1,0)(1,1,1) <sub>12</sub> pro období 1997/09 - 2017/06.....	60
Tabulka 14: Modely se specifickým zpožděním pro období 1997/09 - 2017/06.....	61
Tabulka 15: Model 1.21 SARIMA pro období 1997/09 - 2017/06 .....	61
Tabulka 16: ADF pro období 2012/09 - 2017/06 .....	64
Tabulka 17: ADF pro období 2012/09 - 2017/06 - transformovaná řada .....	65
Tabulka 18: Model ARIMA (0,1,0) pro období 2012/09 - 2017/06 .....	66
Tabulka 19: Modely pro období 2012/09 - 2017/06 .....	67
Tabulka 20: Modely se specifickým zpožděním pro období 2012/09 - 2017/06.....	67
Tabulka 21: Model 2.13 ARIMA pro období 2012/09 - 2017/06.....	68
Tabulka 22: ADF pro období 1997/09 - 2006/09 .....	70
Tabulka 23: ADF pro období 1997/09 - 2006/09 - transformovaná řada .....	70
Tabulka 24: Hodnoty ACF PACF pro období 1997/09 - 2006/09 - transformovaná řada ..	71
Tabulka 25: Modely pro období 1997/09 - 2006/09 .....	72
Tabulka 26: Modely se specifickým zpožděním pro období 1997/09 - 2006/09.....	73
Tabulka 27: Model 3.15 ARIMA pro období 1997/09 - 2006/09.....	74
Tabulka 28: Nejlepší modely .....	74
Tabulka 29: Prognóza a konfidenční interval .....	76

## Seznam Grafů

Graf 1: Dekompozice časové řady .....	21
Graf 2: Vývoj ceny kukuřice 1960 – 2014.....	24
Graf 3: Transformovaná řada - Vývoj ceny kukuřice 1960 - 2014.....	25
Graf 4: Autokorelační funkce pro ARIMA (0,0,0) .....	28

Graf 5: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (0,0,0).....	29
Graf 6: Autokorelační funkce pro ARIMA (0,1,0).....	29
Graf 7: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (0,1,0).....	30
Graf 8: Autokorelační funkce pro ARIMA (3,1,0).....	31
Graf 9: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (3,1,0).....	31
Graf 10: Reziduální složka pro ARIMA (3,1,0).....	32
Graf 11: Posun křivek nabídky a poptávky .....	39
Graf 12: Produkce etanolu vs. cena kukuřice .....	49
Graf 13: Rozdíl mezi cenou komodity na lokálním trhu a komoditním trhu .....	52
Graf 14: Vývoj ceny kukuřice pro období 1997/09 – 2017/06.....	54
Graf 15: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2017/06 .....	55
Graf 16: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2017/06.....	56
Graf 17: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2017/06 – transformace diferencemi .....	57
Graf 18: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2017/06 – transformace diferencemi.....	58
Graf 19: Reziduální ACF a PACF pro Model 1.21 období 1997/09 – 2017/06.....	62
Graf 20: Vývoj řady pro období 2012/09 – 2017/06 .....	63
Graf 21: ACF a PACF pro období 2012/09 – 2017/06.....	64
Graf 22: transformace řady pomocí diferencí, období 2012/09 -2017/06.....	65
Graf 23: ACF a PACF pro období 2012/09 – 2017/06 – transformace diferencemi.....	66
Graf 24: Reziduální ACF a PACF pro model 2.13 období 2012/09 – 2017/06 .....	68
Graf 25: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2006/09 .....	69
Graf 26: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2006/09.....	69
Graf 27: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2006/09 – transformovaná řada .....	70
Graf 28: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2006/09 – transformovaná řada.....	71
Graf 29: Reziduální ACF a PACF pro model 3.13 období 1997/09 – 2006/09 .....	72
Graf 30: Reziduální ACF a PACF pro model 3.15 období 1997/09 – 2006/09 .....	73
Graf 31: Skutečná vs. teoretická cena kukuřice podle Modelu 2.13 .....	75
Graf 32: Prognóza ceny kukuřice podle Modelu 2.13 .....	76

## Seznam použitých zkratk

ADF	Augmented Dickey-Fuller test Rozšířený Dickey-Fullerův test
AIC	Akaike Information Criterion Akaikeho informační kritérium
AR	Autoregression Autoregrese
ARFIMA	Autoregressive fractionally integrated moving average Augregresní částečně integrovaný model klouzavých průměrů
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average Autoregresní integrovaný model klouzavých průměrů
ARMA	Autoregressive moving average Autoregresní model klouzavých průměrů
BIC	Bayesian Information Criterion Bayesovské informační kritérium
CBOT	Chicago Board of Trade Chicagská komoditní burza
CME	Chicago Mercantile Exchange Chicagská komoditní burza
DF	Dickey-Fuller test Dickey-Fullerův test
EU	European Union Evropská Unie
FAO	Food and Agriculture Organization of the United Nations Organizace pro výživu a zemědělství
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model obecné autoregresní podmíněné heteroskedasticity
HDP	Hrubý domácí produkt
MA	Moving Average Klouzavý průměr
MLE	Maximum Likelihood Estimation Metoda maximální věrohodnosti

RFS	Renewable Fuel Standard Standard obnovitelných paliv
SAR	Seasonal Auto-Regression Sezónní autoregresní model
SARIMA	Seasonal Autoregressive integrated moving average Sezónní autoregresní integrovaný model klouzavých průměrů
SMA	Seasonal Moving Average Sezónní model klouzavých průměrů
USA	United States of America Spojené státy americké
USD	United States Dollar Americký dolar
USDA	United States Department of Agriculture Ministerstvo zemědělství Spojených států amerických
VAR	Vector Autoregression Vektorový autoregresní model
ECM	Error Correction Model Model korekce chyb
VECM	Vector Error Correction Model Vektorový model korekce chyb
WASDE	World Agricultural Supply and Demand Estimates Odhad světové zemědělské nabídky a poptávky

# 1 Úvod

Motivace autora k sepsání následující práce vyplynula ze studia ekonomie na Provozně ekonomické fakultě České zemědělské univerzity, které bylo velice úzce spjato se zemědělským sektorem. V rámci ekonomické teorie fungování agrárních trhů a s tím související analýzy rozličných faktorů, které na takové trhy působí, se jeví jako významné řadu vztahů kvantifikovat. Zvoleným tématem provedené práce je tak analýza trhu s kukuřicí z pohledu ekonometrického modelování historických cen k dosažení prognózy cen budoucích.

Kukuřice je jednou z klíčových světových zemědělských komodit. Vedle svého historického využití, jakým je zdroj energie ve výživě ve formě krmiv nebo potravin, se kukuřice v novodobé historii využívá i jako zdroj obnovitelné energie, konkurující fosilním zdrojům, zejména jako palivo do spalovacích motorů. Dlouhá tradice a vícestranné využití této komodity představuje zajímavé téma pro ekonometrické měření a analýzu. Jedním z důvodů pro výběr amerického trhu pro analýzu a následnou konstrukci modelu byl zejména silný rostoucí trend využití alternativních energetických zdrojů. USA se rozhodly věnovat značnou část své zemědělské produkce k nahrazení fosilních zdrojů ropy. Spojené státy tak přeměrovaly 30% veškeré produkce kukuřice do výroby a zpracování etanolu a dnes představují světovou velmoc na trhu s kukuřicí.

Tento významný trend na celosvětovém trhu se zemědělskými komoditami, tažený americkou kukuřicí, byl v posledních několika dekadách velmi často analyzován pro svůj ekonomický význam v mnoha oborech. Odborné práce s praktickým zaměřením na analýzu cen se snaží dynamiku trhu s kukuřicí přesně kvantifikovat. Pomocí analýzy faktorů, které na cenu kukuřice působí, lze s danou mírou pravděpodobnosti odhadovat vývoj cen. Jedním z nejčastějších přístupů, používaných při kvantifikaci ceny, je právě využití ekonometrického měření a konstrukce modelů, které dokáží dynamiku trhu s kukuřicí s danou mírou pravděpodobnosti modelovat, odhadnout a následně poskytnout prognózu vývoje ceny, která je klíčovou informací pro poptávající i nabízející účastníky volného trhu.

Vzniká řada modelů, které modelují vývoj ceny a definují celé spektrum proměnných, které cenu vysvětlují. Vzniká však i řada modelů, které jsou odvislé pouze od ceny samotné, která v sobě již obsahuje všechny vlivy, které konečnou cenu stanovují. Zpracovaná práce je věnována konstrukci ekonometrického modelu, který dokáže s danou

mírou jistoty předpovědět cenu kukuřice na americkém trhu, tj. cenu obchodovanou na americké burze. Práce se věnuje analýze jednorozměrné časové řady a vychází z burzovních obchodních dat chicagské burzy - Chicago Board of Trade (CBOT).

## 2 Cíl práce

Hlavním cílem práce je prostřednictvím konstrukce ekonometrického modelu vytvořit prognózu ceny kukuřice na americkém trhu. Výsledná prognóza by měla s danou mírou pravděpodobnosti předpovědět cenu kukuřice a naznačit její další vývoj na několik následujících období. Hlavní cíl je založen na předpokladu výběru nejvhodnějšího modelu, který pomocí metod popsanych v rešeršní části umožní podat co nejpřesnější prognózu. Dosažení hlavního cíle je podmíněno konstrukcí alternativních specifikací modelu, vzájemnou komparací specifikovaných modelů, komparací s dalšími typy modelů a konečně vyslovením závěrečné prognózy.

První dílčí cíl předpokládá konstrukci více alternativních specifikací modelu. Ke specifikaci modelů bude použita autoregresní analýza pomocí smíšených ARMA procesů, které shrnuli autoři G. Box a G. Jenkins (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015). Identifikace ARMA procesů umožňuje z časové řady s pouze jednou proměnnou, kterou jsou historické hodnoty ceny, identifikovat stochastické vlivy, které výslednou cenu ovlivňují. Pokud je ARMA proces dobře specifikovaný, potom jsou stochastické vlivy vystiženy právě modelem a z časové řady zůstane pouze bílý šum, který již neobsahuje významné informace o vnitřní struktuře časové řady. Lze nalézt více vhodných variant modelu, které dokáží stochastický proces modelovat, proto je následně nutné modely porovnat a vybrat nejvhodnější variantu.

Druhým dílčím cílem je tedy komparace derivovaných modelů a vzájemné srovnání statistických a ekonometrických vlastností. Ke konečnému výběru nejvhodnějšího modelu poslouží srovnání expertní, které bude podloženo porovnáním vypovídacích schopností modelů. Jednou z nejčastěji používaných metod při komparaci ARMA modelů je využití tzv. informačních kritérií. Informační kritéria dokáží posoudit, zda by testovaný model nebylo možné ještě více rozšířit nebo naopak více zjednodušit tak, aby poskytoval lepší výsledky. Výběr modelu ARMA je obvykle stanoven podle nejnižší hodnoty informačního kritéria.

Třetím dílčím cílem je srovnání koncipovaných modelů s reálně využívanými modely komoditních cen. Dojde ke srovnání s dalšími modely, které se využívají při stanovování prognóz se zaměřením na cenové modely zemědělských komodit. Zde se očekává popis rozdílu v modelování jednorozměrných a vícerozměrných řad a bude-li to



možné, bude provedena komparace zde vypracovaných modelů a modelů popsaných v odborných textech na základě srovnatelných kritérií.

Posledním dílčím cílem je vlastní prognóza vývoje ceny kukuřice na americkém trhu. Prognóza bude stanovena skrze zvolený model, který bude podávat nejlepší výsledky. Prognóza by měla být stanovena na několik dalších období, v případě měsíčních dat se očekává prognóza na období čtyř měsíců. Bude stanoven konfidenční interval, ve kterém by se měla prognózovaná cena pohybovat. Konfidenční interval určí maximální a minimální hranici ceny, kterou by skutečná cena s danou pravděpodobností neměla překročit.

### 3 Metodika

Práce, jejímž výsledkem by mělo být vytvoření prognózy vývoje ceny kukuřice na americkém trhu, je rozdělena do několika částí pro účely poskytnutí metodického aparátu, poskytnutí teoretického ekonomického základu trhu s kukuřicí a pro účely konstrukce modelu, jehož výsledkem bude závěrečná prognóza vývoje ceny kukuřice na americkém trhu.

V první části bude nastíněna ekonometrická metodika konstrukce a hodnocení ekonometrického modelu. Budou vysvětleny základní postupy analýzy časové řady a následně budou vysvětleny klíčové kroky konstrukce modelu. V metodické části je věnována pozornost také vysvětlení stacionarity a jejího významu v analýze časových řad, což se dotýká zejména statistických metod, ale zmíněn bude také velmi důležitý předpoklad ekonometrické analýzy *ceteris paribus*, který umožňuje sledovat právě vliv vysvětlujících faktorů na vysvětlovanou proměnnou s podmínkou, že další vlivy, které analýza neobsahuje, zůstanou pro účely analýzy konstantní.

V druhé části bude uvedena teoretická rešerše amerického a světového trhu s kukuřicí, která poskytne základní teoretická východiska, jakými jsou výrobní základna, hlavní faktory působící na cenu zemědělských komodit, popis americké komoditní burzy.

Závěrečná část bude věnována samotné konstrukci několika modelů, jejich specifikaci a následné komparaci. Budou zde zhodnoceny rozdíly v modelech a jejich vypovídacích vlastnostech, na základě kterých bude vybrán nejvhodnější model pro provedení závěrečné prognózy. Součástí závěru bude také zmínění prognostických metod používaných při modelování zemědělských komodit v praxi.

#### 3.1 Ekonometrická metodologie

Ekonometrie je založena na využití statistických metod k identifikaci a testování ekonomických hypotéz a teorií s využitím matematických postupů odhadu parametrů modelů (Woolridge, 2012, s. 1). Ekonometrie se nejčastěji využívá k tvorbě modelování vztahů v rámci mikroekonomických a makroekonomických soustav a k tvorbě prognóz. Např. v makroekonomii se jedná o modelování a predikci míry inflace, úrokové míry nebo HDP. V mikroekonomii lze za pomoci ekonometrie naopak odhadnout dynamiku vnitřních hmotně-energetických toků v rámci podniku a lze tak předpovídat a efektivněji nastavovat například úroveň výroby, využití disponibilních zdrojů apod. Obecně lze říci, že

ekonometrická metoda využívá ekonomické teorie k sestavení hypotéz a závislostí ekonomických jevů, které jsou následně pomocí matematických metod odhadovány (např. metoda nejmenších čtverců) a pomocí statistických metod je poté testována statistická významnost získaných odhadů. Pokud se odhady parametrů funkcí jeví jako statisticky významné, lze výsledné ekonometrické modely použít k prognóze ekonomických jevů (Woolridge, 2003, s. 4).

Ekonometrická analýza obvykle plyne ze dvou hlavních forem dat. První jsou průřezová data, tj. taková, kdy sběr dat nemusí být závislý na přesném čase, např. průřez populací pro zjištění struktury výdajů obyvatelstva. Důležitým rysem průřezových dat bývá fakt, že se často jedná o analýzu pouze reprezentativního vzorku namísto analýzy celé populace. Druhým typem dat používaných v ekonometrii jsou potom časové řady, které právě oproti průřezovým datům splňují podmínku systematického intervalu sběru dat, tj. například denní obchodní burzovní data, měsíční či roční statistické výkazy statistických úřadů apod. Třetím typem dat používaným v ekonometrii jsou panelová data, která představují kombinaci průřezových dat a časových řad. Panelová data tak obsahují řadu průřezů, např. vzdělání, výše příjmů, výše nákladů atd., které jsou zaznamenány v pravidelných intervalech typických pro časové řady (Woolridge, 2003, s. 6).

### **3.2 Analýza časových řad**

Analýza časových řad má obvykle za úkol popsat a shrnout soubor dat, vytvořit model a získat předpověď. Časová řada je soubor statistických pozorování zaznamenaných obvykle v pravidelných časových intervalech. Časové řady se vyskytují v mnoha odvětvích lidského konání. Vedle například klasických exaktních či humanitních oborů se časové řady využívají v ekonomii při predikci řady stochastických veličin, jakými jsou například inflace, nezaměstnanost či cena. Cena je spojitou funkcí času a její hodnoty jsou diskrétními stavy zaznamenanými v pravidelných intervalech, například měsíčně nebo ročně (Artl, 2007, s. 14).

Cenové časové řady jsou v čase dynamické a nelze předpovědět budoucí hodnoty ceny přesně a bezchybně. Vždy zde bude existovat jistá pravděpodobnost, že se předpověď nevyplní a dojde k odchýlení skutečné hodnoty od teoretické predikce. Tato neustálá přítomnost náhody/chyby je dána nemožností přesně změřit poptávku a nabídku pro danou komoditu v daném čase. Lze si však všimnout trendů, pravidelných cyklů a korelace s předešlými obdobími. Cena se v čase neustále mění a na základě analýzy hodnot

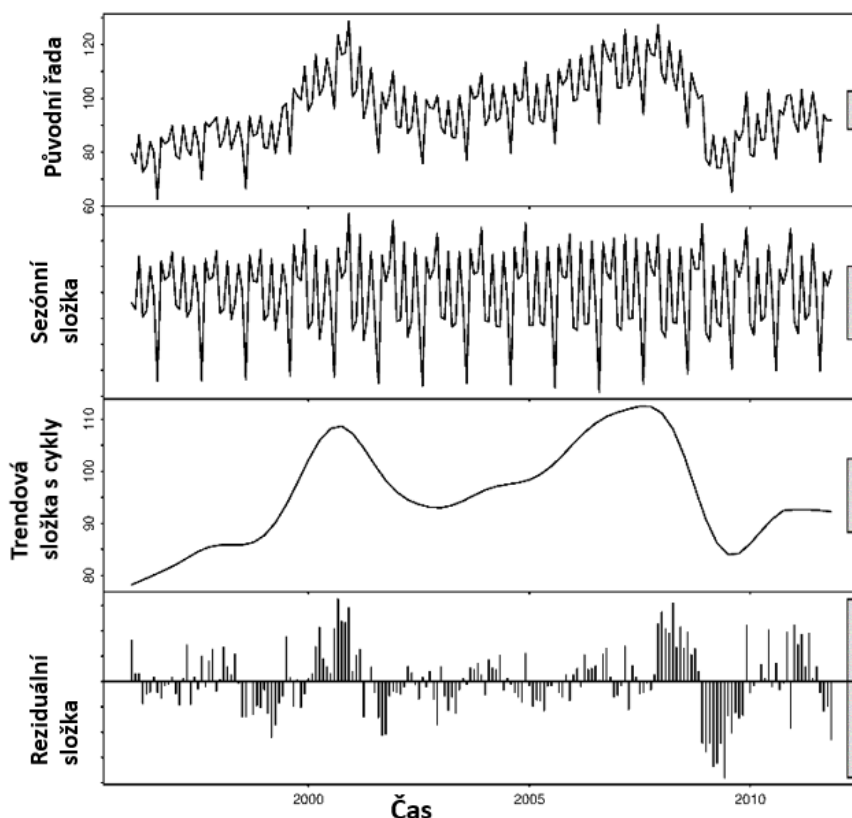
předešlých období lze najít pravděpodobnost, s jakou se budoucí hodnota odchýlí od cenového rovnovážného bodu (Woolridge, 2012, s. 8).

Jinými slovy, cenové časové řady jsou stochastické a nestacionární v kontrastu k deterministickým a stacionárním řadám, kde se trendy a cykly nevyskytují a budoucí hodnota je v čase nezávislá a lze ji určit přesně. Ještě je třeba rozlišit, zda se jedná o model s jednou časovou řadou nebo vícerozměrný model, kde se nachází více časových řad, které určují hodnotu jedné nebo více vysvětlovaných proměnných. Diplomová práce se věnuje lineární parametrické analýze stochastické jednorozměrné časové řady.

### 3.3 Dekompozice časové řady

Existuje více způsobů modelování jednorozměrných časových řad. Jednou z metod je rozklad časové řady do čtyř složek, které se nejprve analyzují zvlášť a následně se složí a vytvoří předpověď vysvětlované proměnné. Dekompozice časové řady usnadňuje kategorizaci chování řady, které lze v jejím průběhu rozpoznat. Při analýze pomocí dekompozice lze z časové řady oddělit systematickou složku, tj. složku, která se opakuje nebo je konzistentní v celém průběhu řady, a složku nesystematickou, kterou nelze pomocí modelu odhadnout. Obecně se za nesystematickou složku považuje bílý šum, resp. se jedná o část časové řady, která má náhodný průběh. Ze systematické složky časové řady lze identifikovat trend ( $T_t$ ), který existuje v podobě dlouhodobé tendence k růstu nebo naopak k poklesu hodnot (Artl, 2007, s. 15). Trend nemusí být lineární a může obsahovat cykly, které se v trendu objevují v jedné části řady s rostoucím charakterem vývoje a v jiné části řady s klesajícím charakterem vývoje. Cykly ( $C_t$ ) se obvykle střídají v řádu let. Další systematickou složkou jsou sezónní opakování ( $S_t$ ), které v ekonomické praxi koreluje nejčastěji s obdobím kalendářního, případně obchodního roku nebo kvartálu nebo měsíce či týdne. Za sezónu se obvykle považuje stejně dlouhé období, které má tendenci stejného nebo alespoň podobného periodického průběhu. Poslední složkou, tentokrát nesystematickou, je náhodná složka, která je také označovaná jako bílý šum nebo reziduum ( $E_t$ ), kdy nesystematická složka obsahuje vše ostatní, co model nedokáže zachytit (Artl, 2007, s. 15, Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 331, Nau, 2016). Průběh jednotlivých složek dekompozice časové řady ilustruje Graf 1.

Graf 1: Dekompozice časové řady



Zdroj: Hyndman, Athanasopoulos, 2013

Pro vytvoření celkového modelu lze následně jednotlivé složky kombinovat (NIST 2013) a dekompozici za pomoci výše zmíněných systematických a nesystematických složek lze pak matematicky zapsat nejčastěji ve dvou formách, viz rovnice (3.1) a (3.2) níže. Formálně lze dekompozici zapsat jako model aditivní (rovnice 3.1) nebo jako model multiplikativní (rovnice 3.2).

Aditivní model:

$$X_t = T_t + S_t + C_t + E_t \quad (3.1)$$

Kde  $X_t$  je vysvětlovaná proměnná,  $T_t$  je trendová složka,  $S_t$  je sezónní složka,  $C_t$  je cyklická složka a  $E_t$  je reziduální složka (také označována jako bílý šum). Aditivní zápis předpokládá lineární křivku trendu a lineární sezónnost shodnou s délkou periody a shodným rozptylem dané periody (Hyndman, Athanasopoulos, 2013, s. 144).

Multiplikativní model:

$$X_t = T_t * S_t * C_t * E_t \quad (3.2)$$

Kde opět  $X_t$  je vysvětlovaná proměnná,  $T_t$  je trendová složka,  $S_t$  je sezónní složka,  $C_t$  je cyklická složka a  $E_t$  je reziduální složka. Multiplikativní modely, na rozdíl od aditivních modelů, předpokládají nelineární průběh trendové křivky a nelineární délku periody, tj. některé periody jsou delší a jiné naopak kratší, s nestejným rozptylem v jednotlivých periodách (Hyndman, Athanasopoulos, 2013, s. 145). Dekompozici jednotlivých složek časové řady ilustruje Graf 1, ze kterého jsou patrné jednotlivé sezóny v případě sezónní složky, které mají silně periodický charakter. Dále je z Grafu 1 patrná trendová složka, která je očištěná o drobné výkyvy a její průběh je hladký, kopírující vývoj původní řady a konečně je graficky zobrazena také reziduální složka, která obsahuje vše ostatní, co není postihnuté v ostatních složkách.

### 3.4 Autoregresní modely

Autoregresní modely se snaží předpovědět chování řady pomocí systematického sledování historických hodnot, které předpovědi předcházely. Model, který závisí pouze na svých historických výstupních hodnotách, se nazývá autoregresní model (AR), zatímco model, který závisí na svých historických vstupních hodnotách, se nazývá model klouzavých průměrů (MA). Odhad AR modelu je podmíněn odhadnutím parametrů jednotlivých zpožděných vysvětlujících proměnných. Pro odhad parametrů lze využít běžnou metodu nejmenších čtverců. Autoregresní model je druh náhodného procesu, kde proměnná je lineárně závislá na svých historických hodnotách a na stochastickém prvku. Autoregresní model řádu  $p$  lze zapsat jako AR ( $p$ ) a je definovaný (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 54):

$$X_t = \sum_{r=1}^p \phi_r X_{t-r} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

kde  $\phi_1, \dots, \phi_r$  jsou konstanty a  $\{\varepsilon_t\}$  je bílý šum, tedy posloupnost nezávislých a nekorelovaných náhodných proměnných s nulovým průměrem a odchylkou  $\sigma^2$ . Hodnota  $X_t$  je tak lineární kombinací nejbližších minulých hodnot pozorování až do  $r$  zpoždění. Zároveň je nutné přičíst chybu pozorování ve formě  $\varepsilon_t$ , která v sobě zahrnuje veškeré vnější nové informace, které nejsou vysvětleny zpožděnými, tj. minulými hodnotami.

Jedná se o vícenásobnou regresi, která však není regresi na nezávislé proměnné, nýbrž je regresi na vlastní minulé hodnoty pozorování. Stupeň autoregresního procesu se nejčastěji určuje pomocí parciální autokorelační funkce (PACF), která dokáže identifikovat statisticky významné zpožděné proměnné, které mají na nezpožděnou hodnotou pozorování vliv a je vhodné je tak do modelu zahrnout (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 64).

### 3.5 Modely klouzavých průměrů (MA)

V analýze časových řad se velmi často využívá klouzavých průměrů k odstranění jednorázových nepravidelností ve formě různých výkyvů, které doprovázejí náhodný proces. Klouzavý průměr tak poskytuje detailnější analýzu průběhu hlavních, tj. různých trendů a sezónních procesů, které zapříčiňují výsledné chování řady. Model klouzavých průměrů dokáže odfiltrvat bílý šum od skutečného průběhu časové řady (Arsham 2015). Model klouzavých průměrů řádu  $q$ , tj. MA ( $q$ ), je lineární regresi vysvětlované hodnoty na náhodnou složku (bílý šum) jedné nebo více předešlých pozorování a je definovaná jako:

$$X_t = \sum_{s=0}^q \theta_s \varepsilon_{t-s} \quad (3.4)$$

kde  $\theta_1, \dots, \theta_q$  jsou konstanty a  $\theta_0 = 1$  a  $\{\varepsilon_t\}$  je posloupnost nezávislých a nekorelovaných náhodných proměnných s nulovým průměrem a odchylkou  $\sigma^2$ . Předpokládá se, že náhodné složky pocházejí z normálního rozdělení pravděpodobnosti. K identifikaci stupně MA procesu, tj. modelu klouzavých průměrů, je vhodné použít autokorelační funkci (ACF), která identifikuje délku zpoždění, které má ještě na vysvětlovanou proměnnou statisticky významný vliv (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 68).

### 3.6 Stacionarita

Většina používaných metod analýzy finančních stochastických časových řad předpokládá zajištění stacionarity časové řady, tj. aby distribuce pravděpodobnosti, respektive průměr a odchylka, zůstaly v čase konstantní a bez vykazování trendu:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad (3.5)$$

$$\text{Var}[\varepsilon_t] = \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.6)$$

$$\text{Cov}[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0 \text{ pro } t \neq s \quad (3.7)$$

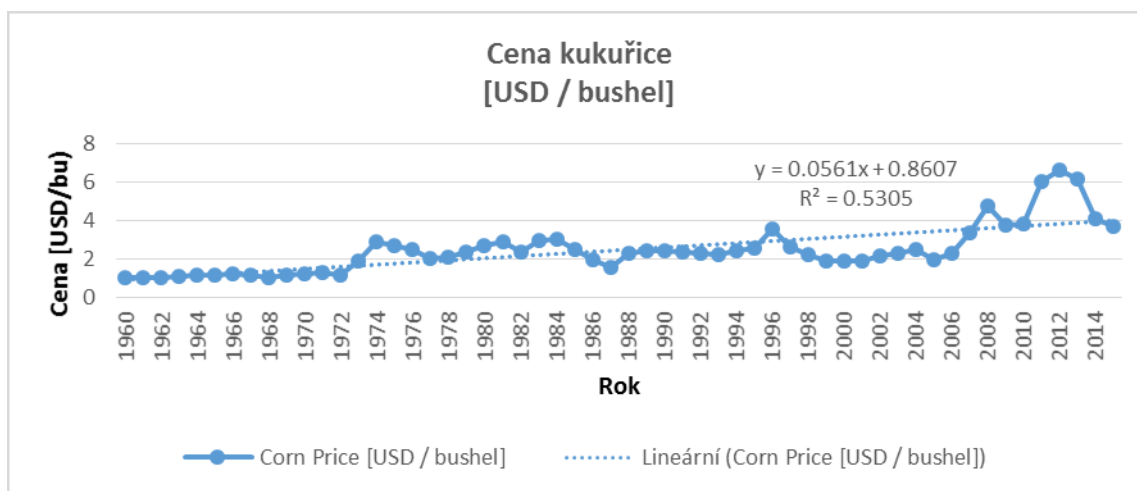
Většina statistických prognostických metod je založena na předpokladu, že časová řada může být stacionární s využitím matematických transformací (Nau 2016). Transformovaná časová řada poté splňuje požadavek, kterým je stacionarita definována, tj. průměr, odchylka a autokorelace se v čase nemění (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 7, Woolridge, 2012, s. 281).

K získání stacionarity lze dospět využitím řady nástrojů. Jedním ze způsobů transformace je využití diferencování. Transformovaná hodnota  $X'_t$  se запиše jako:

$$X'_t = X_t - X_{t-1} \quad (3.8)$$

Kde  $X'_t$  je transformovaná hodnota pozorování a  $X_t$  je původní hodnota (Woolridge, 2012, s. 396). Výsledná diferencovaná řada bude proto zkrácena o jedno pozorování. Diference lze užít pro jednu řadu vícenásobně, nicméně pro získání stacionarity obvykle stačí první diference. Pokud řada vykazuje trend, můžeme jej vystihnout funkcí, od které se hodnoty řady dlouhodobě neodchylují v trendu. Obvykle se používá lineární funkce (rostoucí či klesající). Pro nekonstantní odchylku lze řadu logaritmovat nebo využít druhou odmocninu a výsledkem bude ustálení odchylky (Woolridge, 2012, s. 396). Časová řada s původními hodnotami pozorování je zobrazena na Grafu 2.

**Graf 2: Vývoj ceny kukuřice 1960 – 2014**

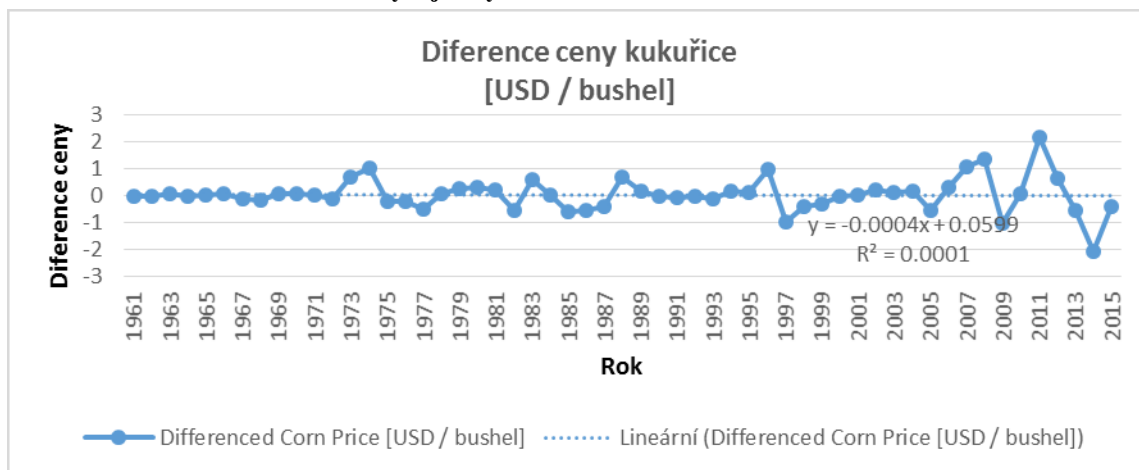


Zdroj: FAO



Časovou řadu rozdílů ceny za jednotku oproti minulému období ilustruje Graf 3. Je patrné, že došlo ke zkrácení časové řady o jedno pozorování (rok 1960), od kterého je první diference počítána.

**Graf 3: Transformovaná řada - Vývoj ceny kukuřice 1960 - 2014**



Zdroj: FAO

Stacionaritu lze testovat nejčastěji pomocí Dickey-Fullerovu testu (DF). Nulová hypotéza DF testu říká, že řada obsahuje jednotkový kořen, a proto je nestacionární. Pokud je p-hodnota DF testu  $< 5\%$ , dochází k zamítnutí nulové hypotézy, řada jednotkový kořen neobsahuje a časová řada, resp. transformovaná časová řada, je stacionární. Daleko častěji se však využívá rozšířená podoba DF testu, tzv. rozšířený Dickey-Fullerův test (ADF, z ang. Augmented Dickey-Fuller test), který k testování nulové hypotézy o existenci jednotkového kořene přidává další zpožděné závislé proměnné (Dickey, Fuller, 1979, s. 427 - 431).

### 3.7 Box – Jenkinsova metodologie

V roce 1970 byla popsána dnes bohatě využívaná metodika, která kombinuje AR a MA procesy, jejíž autory jsou George Box a Gwilym Jenkins (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015). Metoda umí sloučit systematickou složku řady s její deterministickou složkou, což umožňuje modelovat stochastické procesy, tj. ty, které v sobě obsahují určitý díl náhodné složky.

ARMA model lze proto definovat jako součet polynomů AR procesu (3.3) a MA procesu (3.4) (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 94):

$$X_t = \sum_{r=1}^p \phi_r X_{t-r} + \sum_{s=0}^q \theta_s \varepsilon_{t-s} \quad (3.9)$$

ARMA modelování pomocí Box-Jenkinsovy metody požaduje několik důležitých předpokladů. Jedním z předpokladů je dostatečná délka časové řady, kdy minimální doporučená hranice počtu pozorování je alespoň 50. Nejčastěji se tato metoda využívá např. pro denní data namísto např. ročních dat, a to z toho důvodu, že model si neumí poradit s šokovými změnami trendu, které by nevznikly v důsledku pravidelné sezónnosti apod. Jinými slovy, Box-Jenkinsova metoda si neumí osvojit a zahrnout významné nepravidelné strukturální změny v průběhu časové řady. Pokud jsou však strukturální změny pravidelné, lze do ARMA procesu zahrnout i sezónní složku. Zejména v případě měsíčních dat je důležité mít dostatečné množství pozorování, jelikož např. 3 roky měsíčních dat obsahují sice 36 pozorování, ale pouze 3 sezóny, od kterých se lze stochastický proces dostatečně naučit (SAS, 2014. Arsham, 2015).

Druhým důležitým předpokladem ARMA modelu je zajištění stacionarity časové řady. Pokud není řada stacionární, např. vykazuje trend, pak je nutné provést transformaci dat, např. diferenci prvního nebo vícenásobného řádu, dokud stacionarity nedosáhneme (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015). To lze vyzorovat z autokorelační funkce, kdy některá pozorování mohou vykazovat velmi silnou autokorelaci. Za statisticky významnou autokorelaci v závislosti na velikosti datového souboru lze obecně považovat  $\frac{2}{\sqrt{N}}$ , což např. v případě řady o 100 pozorováních je autokorelace na úrovni 0,2. Obecně se k ověření stacionarity nejčastěji využívá různých variant DF testu, jehož nulová hypotéza říká, že řada obsahuje jednotkový kořen, a tudíž není stacionární (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 7, Woolridge, 2012, s. 281).

Pokud je pro získání stacionarity nutné provést integraci procesu, lze řadu transformovat pomocí první difference a upravit tak původní ARMA model na model ARIMA ( $p, d, q$ ), který v sobě zahrnuje diferencovanou řadu a kde parametr  $d$  určuje stupeň integrace. Např. při diferencování prvního stupně řady ( $d = 1$ ) a využití dvou zpožděných proměnných v autoregresi ( $p = 2$ ) a jedné zpožděné proměnné rezidua ( $q = 1$ ) se takový model zapíše jako ARIMA (2,1,1). Pro úspěšné definování ARIMA modelu je nutné model nejprve **identifikovat**, tedy určit hodnotu  $p, d, q$ , tj. stupeň AR procesu ( $p$ ), stupeň integrace

( $d$ ) a stupeň MA procesu ( $q$ ). Po zvolení stupňů procesů je nutné **odhadnout** parametry zvoleného modelu. A posledním nezbytným krokem Box-Jenkinsovy metody je nutnost model **validovat**, tj. stanovit, že mezi rezidui již není významná struktura a tudíž se podařilo dostatečně identifikovat systematickou složku od náhodné složky (NIST 2013).

### 3.7.1 Identifikace modelu

Po zajištění stacionarity je nutné zjistit stupně AR a MA procesů k čemuž se využije autokorelační funkce (ACF), která počítá korelaci mezi dvěma po sobě jdoucími pozorováními  $X_t$  a  $X_{t+k}$ , a parciální autokorelační funkce (PACF), která indikuje korelaci mezi různými zpožděnými pozorováními např.  $X_t$  a  $X_{t-1}$  a  $X_t$  a  $X_{t-4}$  (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 179. Nau, 2016).

Stupeň  $p$  procesu AR ( $p$ ) se odhaduje pomocí parciální autokorelační funkce (PACF), která dokáže detekovat jednotlivé korelace mezi aktuální hodnotou pozorování a jeho historickou hodnotou, např. tedy korelaci mezi  $X_t$  a  $X_{t-3}$ . Je-li totiž korelace mezi některými pozorováními významná, znamená to, že je vhodné dané zpožděné pozorování zahrnout do modelu, jelikož jeho hodnota, tj. např. hodnota  $X_{t-3}$ , má na vysvětlovanou proměnnou, v našem případě  $X_t$ , vliv. Z toho důvodu se podle poslední významné hodnoty PACF, kdy autokorelace dalších zpoždění již nejsou v konfidenčním intervalu významné, určí stupeň AR procesu (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 54, s. 64).

Podobně se určí stupeň  $q$  procesu MA ( $q$ ) na základě ACF, kdy poslední zpoždění s vysokou autokorelací a ostatními zpožděními již nevýznamnými určí stupeň klouzavých průměrů. Koeficienty ACF měří korelaci mezi dvěma po sobě jdoucími stupni zpoždění, např.  $X_{t-3}$  a  $X_{t-4}$ . Analýza autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce tak slouží k identifikaci řádu autoregresního procesu (AR) a řádu procesu klouzavých průměrů (MA). Správnou identifikaci modelu, vycházející z autokorelační funkce pro MA proces a parciální autokorelační funkce pro AR proces, lze zasadit do zobecněných průběhů obou funkcí, které jsou popsány v Tabulce 1 (Nau, 2016, Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 68).

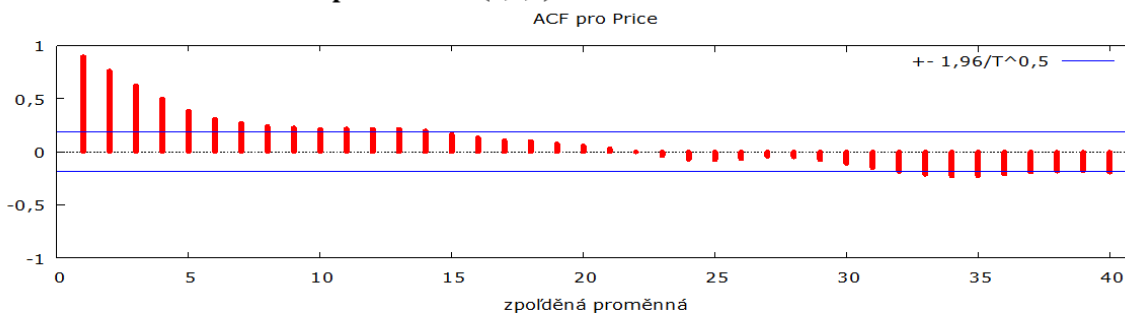
**Tabulka 1: Druhy křivek ACF**

Tvar ACF	Indikovaný model
Exponenciální, směřující k nule	AR model. PACF určí stupeň $p$
Střídavá pozitivně a negativně, směřující k nule	AR model. PACF určí stupeň $p$
jeden nebo dva významné skoky, ostatní hodnoty k nule	MA model. ACF určí stupeň $q$
směřující k nule, následně několik skoků	Smíšený ARMA model
Všechny nulové nebo blízké nule	Náhodná data
Vysoké hodnoty v pravidelných intervalech	Sezónní AR model
Bez konvergence k nule	Nestacionární časová řada

Zdroj: Nau, 2016 (přeloženo z ang.)

Při analýze autokorelační funkce (ACF) stochastického procesu, který je ilustrován v grafu 4 níže, je patrné, že zde existuje silná korelace mezi po sobě jdoucími pozorováními až do 14. zpoždění (NAU, 2016. Upadhyay, 2015):

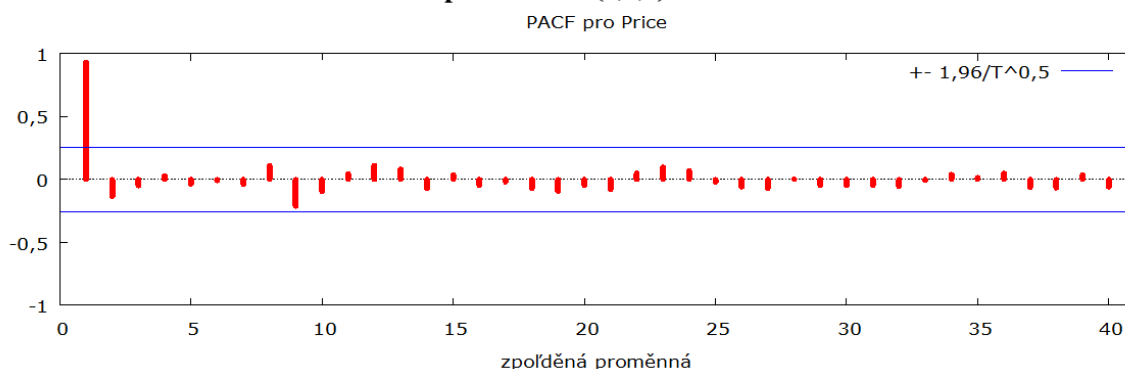
**Graf 4: Autokorelační funkce pro ARIMA (0,0,0)**



Zdroj: autor

Silná autokorelace je potvrzena i v následujícím grafu parciální autokorelační funkce (PACF) (viz Graf 5), kde je patrné, že korelace je způsobena zcela jednoznačně prvním zpožděním a je také patrné, že autokorelace dalších zpoždění se zdají být vysvětlena právě autokorelací prvního zpoždění (Nau, 2016. Konasani, 2013).

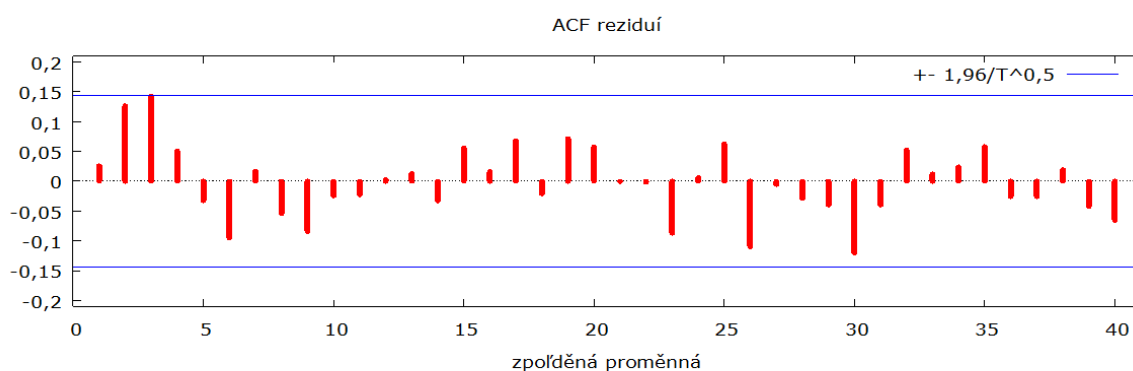
**Graf 5: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (0,0,0)**



Zdroj: autor

Průběh obou funkcí, autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce, potvrzuje, že se jedná o stochastický proces, který není stacionární. Právě první zpoždění parciální autokorelační funkce, které by naznačovalo, že se má zvolit první stupeň autoregresního procesu AR (1), signalizuje nutnost integrace řady, nejčastěji pomocí diferencí. Graf 6 zobrazuje autokorelační funkci a Graf 7 parciální autokorelační funkci již integrované řady (v podobě transformace pomocí prvních diferencí).

**Graf 6: Autokorelační funkce pro ARIMA (0,1,0)**

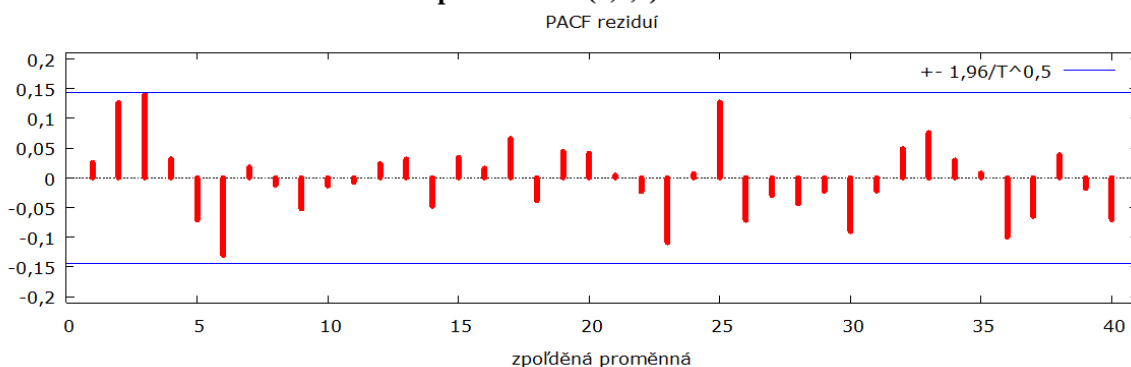


Zdroj: autor

Z Grafu 6 pro autokorelační funkci transformované řady vyplývá, že vzájemná závislost mezi po sobě jdoucími zpožděními již není tak silná jako v případě netransformované řady v Grafu 4. Potvrzení může poskytnout Dickey-Fullerův test

jednotkového kořene, který by měl v tomto případě již stacionaritu potvrdit a podle metodiky Box-Jenkinse lze již s takovou řadou pracovat ve smyslu specifikace řádů autoregresní složky a složky klouzavých průměrů (Nau, 2016). Pokud by stacionarita nebyla zajištěna, další specifikace modelu by tak pro výslednou prognózu podávala zkreslený výsledek, který by vznikl z důvodu stále existujícího trendu nebo nekonstantního rozptylu (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 7), jak bylo popsáno v části 2.2.6 Stacionarita. Z Grafu 7 je patrné, že poslední významná parciální autokorelace se vyskytuje u třetího zpoždění, proto lze v tomto případě uvažovat o modelu ARIMA (3,1,0).

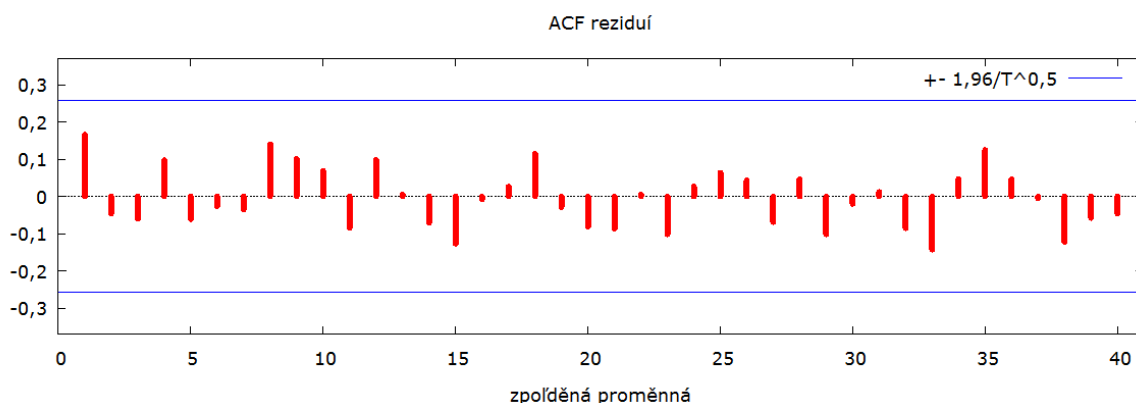
**Graf 7: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (0,1,0)**



Zdroj: autor

Po zobrazení korelogramů autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce dostaneme následující průběh obou funkcí zobrazený v grafech 8 a 9. Po grafickém posouzení a následném přihlédnutí k přesným hodnotám obou funkcí pro jednotlivá zpoždění je zjevné, že žádné zpoždění ani u ACF (Graf 8) či u PACF (Graf 9) není již statisticky významné.

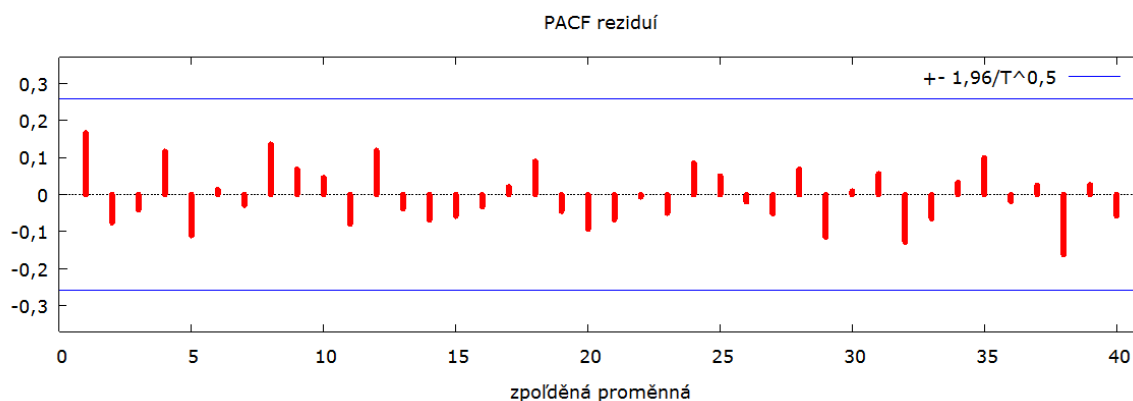
**Graf 8: Autokorelační funkce pro ARIMA (3,1,0)**



Zdroj: autor

Jak je patrné z autokorelační funkce (Grafu 8) a parciální autokorelační funkce (Grafu 9) pro model ARIMA (3,1,0), není již první ani druhé nebo třetí zpoždění významné a model by již neměl obsahovat významné strukturální chování, které by nebylo vystiženo právě modelem ARIMA (3,1,0).

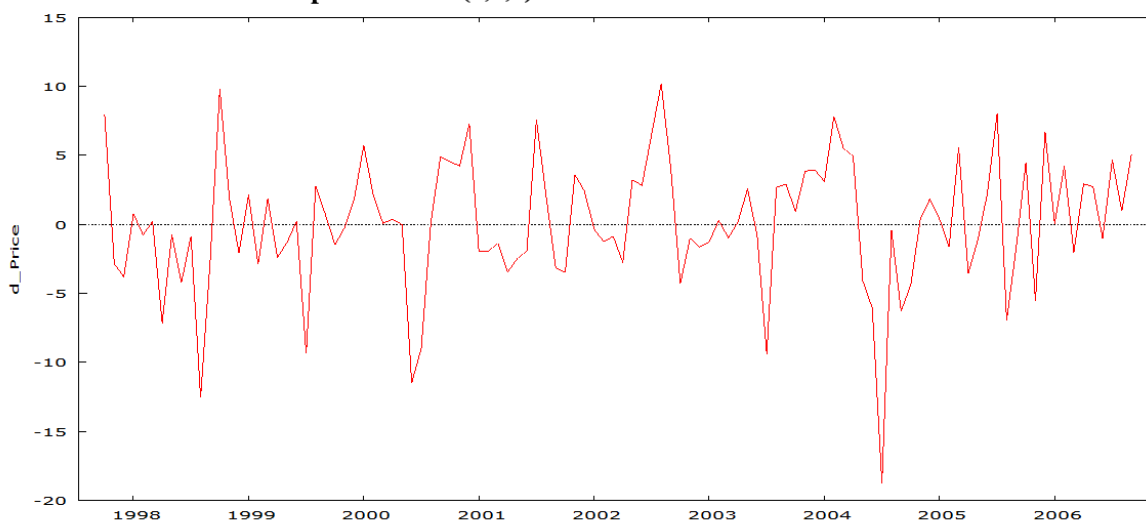
**Graf 9: Parciální autokorelační funkce pro ARIMA (3,1,0)**



Zdroj: autor

Průběh reziduální složky lze zobrazit na Grafu 10, kde je patrné, že reziduum nemusí obsahovat významné strukturální procesy, které model ARIMA (3,1,0) nepostihuje (Nau, 2016. Konasani, 2013). V takovém případě, že reziduální složka již neobsahuje statisticky významné vlivy v modelu neobsažené, lze výsledný model využít ke stanovení prognózy. Prognóza na základě výsledného modelu však předpokládá statistickou významnost specifikovaných parametrů, bez čehož by prognóza nebyla spolehlivá.

**Graf 10: Reziduální složka pro ARIMA (3,1,0)**



Zdroj: autor

V souvislosti s analýzou autokorelační funkce (ACF) a parciální autokorelační funkce (PACF) lze identifikovat stav, kdy zpožděné proměnné mají vliv na vysvětlovanou proměnnou v pravidelných cyklech, tj. sezónách. V takovém případě je patrné, že například při analýze časové řady, která obsahuje měsíční pozorování, se statisticky významný vliv zpožděné proměnné vyskytuje periodicky, např. vždy po dvanácti měsících. Proto stojí za zvážení zahrnout do modelu i sezónní složky autoregresního procesu (AR) a sezónní složky procesu klouzavých průměrů (MA). Pokud je identifikováno sezónní chování, potom se takový model označuje jako sezónní autoregresní model klouzavých průměrů pod zkratkou SARIMA (Arsham, 2015). Model se pak zapíše obecně jako  $ARIMA(p,d,q),(P,D,Q)_s$ , kde  $p$  vyjadřuje stupeň AR procesu,  $d$  vyjadřuje stupeň integrace procesu,  $q$  stupeň MA procesu a analogicky  $P$  vyjadřuje stupeň sezónního AR procesu,  $D$  stupeň integrace sezónního procesu,  $Q$  stupeň sezónního MA procesu a  $S$  vyjadřuje délku sezónního cyklu. Například v případě, že ARIMA model v sobě zahrnuje sezónní AR proces druhého řádu a délka sezóny je 12 pozorování (často se jedná o případ měsíčních dat, která vykazují podobný průběh v rámci každého roku), potom lze takový model zapsat jako  $SARIMA(p,d,q),(2,D,Q)_{12}$ . Obecně se při identifikaci doporučuje vyzkoušet více druhů modelů a následně vybrat ty, které nevykazují silnou vnitřní strukturu reziduí a mají tak statisticky významnou vypovídací hodnotu. Při nejednoznačném výběru vhodného modelu lze využít například různých variant informačního kritéria, které dokáží odhadnout shodu modelu s modelovanou řadou a zároveň dokáží zohlednit počet vysvětlujících



parametrů, kdy nemusí vždy platit, že více parametrů povede k přesnějšímu modelu (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 310).

### 3.7.2 Odhad modelu

Pro odhad modelu se nejčastěji využívá metoda maximální věrohodnosti nebo metoda nejmenších čtverců. Metoda nejmenších čtverců se snaží minimalizovat sumu druhých mocnin odchylek od teoretické lineární křivky (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 209). Tento vztah lze zapsat jako:

$$\min \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad (3.10)$$

Kde  $n$  je počet pozorování,  $y$  je skutečná hodnota a  $\hat{y}$  je teoretická hodnota. Pokud definujeme teoretickou regresní křivku, potom se jí snažíme definovat tak, aby suma čtverců odchylek skutečných hodnot od teoretické hodnoty byla co nejmenší, a proto lze regresní křivku zapsat jako:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (3.11)$$

kde  $Y$  je křivka jednoduché lineární regrese,  $\beta_0$  je konstanta,  $\beta_1$  určuje sklon křivky,  $x$  je nezávislá proměnná a  $\varepsilon$  je náhodná složka. Nicméně je nutné podotknout, že lineární metodu nejmenších čtverců lze využít u modelů, které obsahují pouze regresní prvek (AR). Pokud specifikace modelu předpokládá i složku klouzavých průměrů (MA), potom je nutné použít nelineární metodu nejmenších čtverců, které dokáží odhadnout parametry pomocí sekvenčních výpočtů, jinými slovy období po období, jelikož reziduální složka není před odhadem modelu ještě známa (Nau, 2016).

Velmi častou metodou používanou k odhadu parametrů časových řad je metoda maximální věrohodnosti (MLE, z angl. Maximum Likelihood Estimation). Metoda se snaží maximalizovat pravděpodobnost výskytu teoretických hodnot co nejbližší skutečným. Při odhadu pomocí MLE se sleduje na vybraném vzorku hodnot jejich střední hodnota a směrodatná odchylka, od kterých se snaží maximalizovat pravděpodobnost stejné střední hodnoty a odchylky celé populace. MLE tak pomocí střední hodnoty a směrodatné odchylky jako svých parametrů odhaduje parametry celé populace a snaží se pravděpodobnost shody maximalizovat. Obecně řečeno, MLE na sledovaném vzorku

maximalizuje pravděpodobnostní funkci (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 209 nebo Hazewinkel, 1994, s. 173).

### 3.7.3 Validace modelu

Validace modelu je kritickým krokem při konstrukci Box-Jenkinsova ARMA modelu, který rozhoduje, zda je model dostatečně specifikován a zda je tak v důsledku schopen s dostatečnou pravděpodobností poskytnout prognózu. Box a Jenkins nabízejí dva směry validace modelu. Prvním je hypotéza, že přidáním dalších proměnných lze vytvořit model, který bude mít lepší výsledek než model, který je testovaný. Druhým směrem jde kontrola chování reziduální složky, u které se doporučuje potvrdit, že reziduální složka nevykazuje žádné další systematické chování, které by již nebylo vysvětlováno zkonstruovaným modelem. Validace modelu tak vychází zejména z předpokladu, že náhodná složka splňuje požadavky stacionárního procesu. Pokud je ARIMA model dobře definovaný, rezidua by tyto požadavky měla splňovat. Pokud nejsou požadavky splněny, je nutné model upravit, tedy znovu identifikovat, odhadnout a opět validovat (Brooks, 2014, Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 284).

Při konstrukci ARIMA modelů dochází často ke konstrukci více alternativních specifikací, které se zdají být adekvátní pro vytvoření prognózy. Právě v takových případech se zkoumá chování reziduální složky, které může prozradit, že model není adekvátní a náhodná složka vykazuje autokorelaci. Chování rezidua lze posoudit např. pomocí korigovaného reziduálního rozptylu  $R^2$  nebo pomocí autokorelační funkce (ACF) a parciální autokorelační funkce (PACF). Nedostačujícím faktorem validace pomocí reziduální ACF a PACF však zůstává to, že takový přístup dokáže pouze nalézt model, který je nedostatečně definovaný, ale neodhalí, že model může být naddimenzovaný. Z toho důvodu lze říci, že je obecně vhodné vybrat jednodušší model, tj. takový, který obsahuje spíše nižší stupně AR a MA procesů, např. ARIMA (1,1,2), nežli vybrat model s vyššími stupni AR a MA procesů, např. ARIMA (2,1,4) (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 190).

Při vzájemném porovnávání modelů během validační fáze lze využít tzv. informační kritérium, které v sobě obsahuje dvě složky. První vystihuje chování reziduální složky a druhá model penalizuje za každé další přidání vysvětlující proměnné. Proto přidání proměnné, tj. přidání další zpožděné proměnné v případě jednorozměrných časových řad, způsobí dva protichůdné efekty. Jedním efektem je odstranění autokorelace rezidua a

druhým efektem je penalizace za přidanou proměnnou. Hodnota informačního kritéria pak žádoucně klesá, pokud přidání další proměnné předčí penalizaci za rozšíření modelu. K výběru nejvhodnějšího modelu se proto doporučuje využít např. Akaikeho informační kritérium (AIC) nebo Bayesovské informační kritérium (BIC) nebo Hannan-Quinn kritérium (HQC) (Hyndman, Athanasopoulos, 2013, s. 45).

$$AIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{N} \quad (3.12)$$

$$BIC = \ln(\sigma^2) + \frac{k}{N} \ln(N) \quad (3.13)$$

$$HQC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{N} \ln(\ln(N)) \quad (3.14)$$

Kde  $\sigma^2$  je reziduální rozptyl,  $k$  je počet parametrů ( $p + q + 1$ ) a  $N$  je počet pozorování.

Analogicky lze výše zmíněný zápis informačních kritérií (3.12, 3.13, 3.14) zapsat jako:

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (3.15)$$

$$BIC = \ln(n)k - 2\ln(L) \quad (3.16)$$

$$HQC = -2L_{max} + 2k \ln(\ln(N)) \quad (3.17)$$

Kde  $k$  je počet parametrů,  $L$  je maximální hodnota pravděpodobnostní funkce a  $N$  je počet pozorování.

Bayesovské informační kritérium (BIC) nabízí daleko přísnější penalizaci za každou další přidanou proměnnou v kontrastu k Akaikeho informačnímu kritériu (AIC), zatímco Hannan-Quinn kritérium (HQC) nabízí kompromis mezi AIC a BIC. Je žádoucí vybrat model s co nejnižší hodnotou informačního kritéria. Při samotné selekci vhodného modelu se proto doporučuje přihlížet nejčastěji k Akaikeho informačnímu kritériu (AIC) a Bayesovskému informačnímu kritériu (BIC) současně. U Akaikeho informačního kritéria (AIC) hrozí, že dojde k volbě příliš komplexního modelu (příliš stupňů AR a MA), naopak u Bayesovského informačního kritéria (BIC) hrozí riziko zvolení příliš jednoduchého modelu, proto se doporučuje sledovat obě informační kritéria současně (Box, Jenkins, Reinsel, Ljung, 2015, s. 193).

### 3.8 Ceteris Paribus

Při ekonometrické analýze, kdy se sleduje vztah mezi jednou nebo více vysvětlujícími proměnnými a jednou nebo více vysvětlovanými proměnnými, je nutné zajistit, aby do vztahu již nezasahovala žádná jiná proměnná, resp. aby neexistoval žádný další vliv, který by mohl výsledky analýzy změnit. Tento předpoklad je latinsky označován jako *ceteris paribus* a lze jej přeložit, jako *ostatní se nemění*. Například při analýze vlivu velikosti výměry zemědělské plochy na výsledný objem produkce kukuřice je nutné vycházet z předpokladu, že ostatní faktory zůstávají neměnné. Předpoklad *ceteris paribus* při sledování vlivu velikosti výměry plochy určené k pěstování kukuřice na výsledný objem produkce kukuřice např. očekává neměnný vliv počasí bez výkyvů, které by mohly i při zvýšené výměře zapříčinit nižší objem produkce. Podobně lze přistoupit například k produktivitě práce a vlivu technologických postupů, které mají na výslednou produkci značný vliv, přesto *ceteris paribus* znamená, že i tyto vlivy zůstávají neměnné. Předpoklad *ceteris paribus* je při analýze kritickým předpokladem, bez kterého by nebylo možné oddělit analyzované vlivy na sledovanou proměnnou od ostatních vlivů, které v analýze zahrnuté nejsou. *Ceteris paribus* zmiňuje a dále rozvádí např. Woolridge (Woolridge, 2003, s. 12) nebo Schlicht (Schlicht, 1985, s. 15).

### 3.9 Použitý software

K ekonometrické analýze, která zahrnuje zejména testování stacionarity, transformaci časové řady, specifikaci modelů, odhad a testování parametrů, analýzu korelogramů ACF a PACF či samotnou prognózu, je použitý software Gretl (Baiocchi, Distaso, 2003) ve verzi 2016b, určený pro MS Windows (x86, 64-bit).

## 4 Teoretická východiska

V následující části budou rozebrána základní teoretická východiska, ze kterých vychází závěrečná část konstrukce ekonometrického modelu a výsledná prognóza vývoje ceny. Teoretická část má tak za úkol přiblížit obecný tržní mechanismus utváření ceny prostřednictvím nabídky a poptávky, jakožto i hlavní faktory, které na nabídku a poptávku působí. Bude proveden rozbor produkční základny kukuřice, který zahrnuje kvantitativní posouzení amerického trhu s kukuřicí, a budou také zmíněni hlavní konkurenti americké kukuřice na světovém trhu. Budou vysvětleny hlavní užitné směry produkce kukuřice, které zahrnují nejen pěstování pro krmivo a výživu, ale také význam kukuřice jako alternativního zdroje energie ve formě etanolu pro spalovací motory. Zejména skokový nárůst objemu produkce a s tím spojený nárůst plochy určený k pěstování kukuřice pro účely rafinace k získání etanolu zaznamenal v posledních letech fenomén na trhu s kukuřicí. Stručně bude uvedena struktura nákladů, které jsou s produkcí kukuřice spjaty a zmíněny budou také základní technologické postupy produkce a zpracování kukuřice. Rešeršní část je rovněž doplněna srovnáním mezinárodního trhu z pohledu mezinárodního obchodu s kukuřicí, které zahrnuje zmínění hlavních exportérů a importérů odvětví. Nedílnou součástí rešerše amerického trhu s kukuřicí je také popis bilanční tabulky a představení americké komoditní burzy CBOT, která je dnes součástí burzy CME (CBOT, 2016).

### 4.1 Sledovaná komodita – Kukuřice

Kukuřice, latinsky *Zea mays*, z čeledi lipnicovitých pochází nejspíše z oblasti centrálního Mexika jako potomek divokých trav zhruba před 7 tisíci lety. Kultivací domorodými indiány se z těchto trav stal zdroj potravy. V Evropě se objevuje až kolem 15. stol. a následně se začíná využívat na dalších kontinentech. V Americe se kukuřice stala hlavní zemědělskou komoditou a vysoká variabilita rostliny tak umožňovala její adaptaci na různé klimatické podmínky pro geograficky rozličné oblasti. Je tak možné vidět rostliny vysoké několik desítek centimetrů, ale i několik metrů (FAO, 2016).

Z pohledu zastoupení složek kukuřice připadá 60 – 70% na škrob, 10% dusíkatých látek, 3 – 6% tuků (u sladké kukuřice až 9%) a 2% vlákniny. Kukuřice jako teplomilná rostlina začíná klíčit při dosažení teploty půdy alespoň 8°C a je citlivá na dostatek vody zejména v období intenzivního růstu. Nároky na půdu nejsou nijak vysoké, jen se

nedoporučuje pěstovat v těžších a chladnějších půdách, nicméně lze ji pěstovat i několik let po sobě bez zvláštních nároků na předplodinu. Přesto se doporučuje věnovat pozornost přípravě půdy, tj. aplikace hnojiv před setím je následována zkyplením do hloubky výsevu (6 – 9 cm). Setí se provádí strojově a je nutné zachovat dostatečné odstupy mezi rostlinami, aby se předešlo poléhání a oddálení zrání. Kultivační či chemická opatření jsou ze začátku růstu směřována zejména k potlačení rychleji rostoucích plevelů, zatímco ochrana proti škůdcům vychází zejména ze šlechtění jednotlivých odrůd. Zralé zrno kukuřice je tvrdé, lesklé a na bázi má načernalou vrstvu. Sklizeň se obvykle provádí sklízecími mlátičkami, když sušina zrna dosahuje 60% a vlhkost je do 40%. Při vyšší vlhkosti může docházet k poškození zrna (Pulkrábek a kol., 2004, s. 54 - 56).

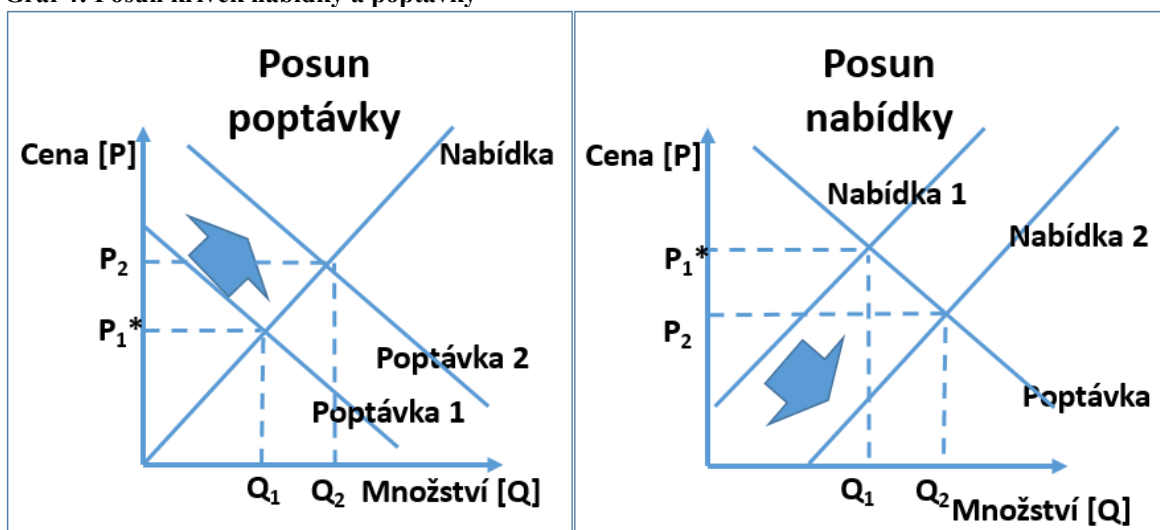
Z celkového pohledu na produkci kukuřice ve Spojených státech je na 97,3% osevní plochy využito určité formy pesticidů, což zároveň představuje 2,6 kg/ha. Insekticidů se využívá na 9,3% osevní plochy s intenzitou 0,2 kg/ha, herbicidy se využívají na 95% osevní plochy s intenzitou 2,5 kg/ha a fungicidy se využívají na 7,5% osevních s intenzitou 0,13 kg/ha. Využití vody je zabezpečeno z 92% spodními vodami a zavlažováno je zhruba 12% osevních ploch určených pro pěstování kukuřice (USDA, ARMS, 2015).

Na americkém trhu se lze setkat nejčastěji se dvěma odrůdami: Dent a Flint. Dent, neboli také „Koňský zub“, je nejčastěji pěstovanou odrůdou užitou primárně v krmivářském průmyslu, k výrobě škrobu a následně etanolu. Flint neboli kukuřice obecná, je podobná odrůdě Dent, pěstuje se v chladnějších oblastech a zrna mohou být barevná (bílá, žlutá, oranžová, červená...). Cukrová kukuřice se využívá nejčastěji v potravinářském průmyslu, kde je běžně zamrazována nebo konzervována před konečnou spotřebou (Brown, Zuber, Darrah, Glover, 1985, s. 5; Zicha, 2017).

## **4.2 Struktura trhu a cena**

Cena představuje rovnovážný bod, ve kterém se aktéři, tj. nakupující na straně poptávky a prodávající na straně nabídky, setkávají na jednom trhu. Nové tržní informace, např. malá úroda na zahraničních trzích, šířící se infekce, významná revize a přehodnocení původních odhadů produkce apod., mohou změnit původní očekávání aktérů trhu a tyto změny tak vytvářejí neustále nové rovnovážné body (Schnepf, 2006, s. 21).

Graf 4: Posun křivek nabídky a poptávky



Zdroj: Schnepf, 2006, s. 24

Pokud se z rovnovážného bodu vychýlí poptávka, např. v důsledku malé úrody na zahraničním trhu, dojde ke zvýšení potřeby exportu směrem k deficitním oblastem a to má za následek zvýšení poptávky po domácí nabídce, která se stává vzácnější. Opačně, pokud dojde k posunu celkové nabídky, např. v důsledku navýšení odhadu oseté plochy oproti původním nižším odhadům, očekává se tak celkově vyšší produkce a to má za následek snížení ceny, při konstantní poptávce (Westcott, Hoffman, 1999, s. 2). Dynamika trhu, tj. směr a rychlost změn, je spoluvytvářena řadou faktorů, které určují výslednou hlavní strukturu trhu. Dynamika tvorby ceny je ilustrována v Grafu 11 (Schnepf, 2006, s. 3).

Jedním z faktorů je počet nakupujících a prodávajících. Trend růstu počtu nakupujících a prodávajících vede obecně ke zvýšení konkurenceschopnosti a tlaku na cenu. Dalším z faktorů jsou kvalitativní znaky komodity. Homogenní produkty, například hlavní komodity obchodované na světových burzách (např. drahé kovy, zemědělské komodity atd.), mají velmi podobnou cenovou hladinu. Naopak heterogenní statky s mnoha kvalitativními a typovými rozdílnostmi, např. automobily či elektronika, se pohybují v mnoha různých cenových hladinách. Dalším z důležitých faktorů tržní rovnováhy je množství blízkých substitutů. Větší množství alternativních substitutů na trhu vede k vyšší citlivostem na cenu u sledované komodity, např. při slabých změnách ceny dochází ke zdatelným změnám v poptávaném množství (Schnepf, 2006, s. 3).

U zemědělských komodit je dalším důležitým faktorem skladovatelnost. Náročnost na objem či technologii skladování je dána zejména biologickými a fyzikálními vlastnostmi komodit. Vyšší nároky na skladování mají za následek vyšší náklady a vyšší

cenu. Důležitým prvkem jsou tržní informace a překážky přístupu k tržním informacím. Veřejné obchodování komodit poskytuje menší prostor pro manipulaci s cenou ve prospěch jedné či druhé strany. Nedostatek nebo neúplnost informací má za následek větší cenové výkyvy vůči rovnovážnému bodu (Schnepf, 2006, s. 4).

Dalším důležitým faktorem rovnovážné ceny jsou transakční náklady. Rostoucí vzdálenost fyzického transferu komodity od prodávajícího k nakupujícímu obvykle vede ke zvýšení ceny v důsledku nákladů na dopravu a manipulaci (Westcott, Hoffman, 1999, s. 7).

Překážky v přístupu na trh a k informacím mohou být nastaveny v důsledku vládních politik nebo v důsledku kartelových dohod či monopolních nebo monopsonních uspořádání trhu. Vládními opatřeními mohou být například celní opatření (nejčastěji cla či kvóty) nebo hospodářské politiky pobídek a dotačních programů (Schnepf 2006, s. 4).

### 4.3 Produkce - Výrobní základna

Z pohledu podílu kukuřice na celkové hodnotě agrární produkce Spojených států zaujímá kukuřice s cca 51 mld. dolarů celkem 20% celkové hodnoty zemědělské produkce a z toho 30% rostlinné produkce USA (FAOSTAT,2013). Kukuřice je tak hlavní komoditou amerického zemědělství.

**Tabulka 2: Hodnota rostlinné produkce USA**

Hodnota produkce USA [mld. USD \$]			
	2015*	2016**	[% - 2016]
Oves	0,19	0,13	0,0%
Ječmen	1,2	0,98	0,3%
Čirok	1,98	1,39	0,4%
Pšenice	10,08	8,78	2,8%
Sója	35,14	40,92	13,2%
Kukuřice	49,1	51,5	16,6%

\**Odhad*, \*\* *Předpověď*

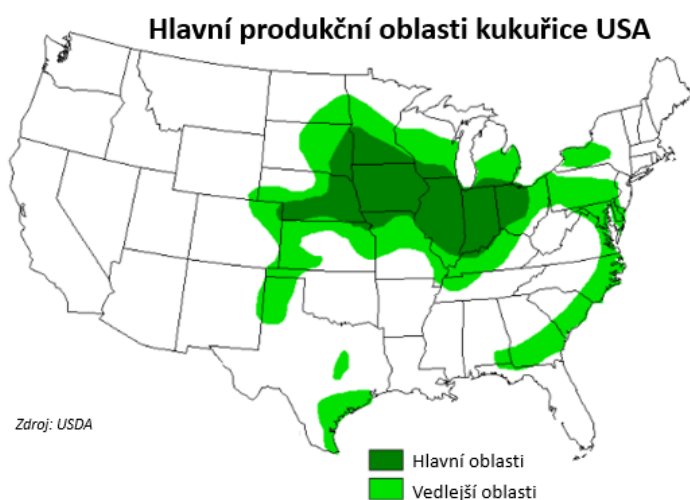
Zdroj: USDA, WASDE 2017

Z pohledu celkové světové produkce kukuřice, která v r. 2014 již druhým rokem překonala historickou hranici s výsledným objemem 1,038 mld. tun, představuje produkce Spojených států v posledních letech zhruba 35 – 40% tohoto celkového světového vyprodukovaného objemu s 361 mil. tun v r. 2014 (FAOSTAT). Navzdory dlouhodobě klesajícímu podílu USA na světové produkci kukuřice jsou Spojené státy největším



producentem kukuřice na světě. Největší konkurenci představují Čína s 20% podílem a Brazílie s necelými 8% podílu na celosvětové produkci. Na evropském kontinentě představuje EU jako celek největšího producenta s objemem přes 60 mil. t., avšak z národního pohledu je hlavním producentem evropského kontinentu Ukrajina s 36 mil. t. (USDA, 2017).

**Obrázek 1: Hlavní produkční oblasti kukuřice USA**



Klíčovou oblastí produkce kukuřice USA je tzv. kukuřičný pás (z angl. Corn belt), což je oblast středozápadu USA s hlavními producenty ve státech Iowa, Illinois, Indiana, Ohio, které se podílí na celkové produkci Spojených států z padesáti procent. Dalšími významnými státy kukuřičného pásu jsou

Michigan, Nebraska, Kansas, Minnesota a Missouri. Do širšího území kukuřičného pásu lze počítat také Jižní a Severní Dakotu, Wisconsin a Kentucky (USDA, 2017). Podrobnější skladba plodin americké zemědělské produkce je zaznamenána v Tabulce 3.

Celková světová plocha věnovaná pěstování kukuřice v r. 2014 představuje 184,8 mil. ha a USA jsou v celosvětovém žebříčku těsně za Čínskou lidovou republikou s 37 mil. ha, což představuje 20% světové výměry kukuřice (Tabulka 4). Pro srovnání je v ČR celková výměra pro pěstování kukuřice zhruba 99 tis. ha, v Evropské unii pak 9,5 mil. ha. (FAOSTAT, 2016).

**Tabulka 3: Produkční plocha rostlinné výroby USA**

Produkční plocha USA [tis. ha]			
	2015*	2016**	[% - 2016]
Kukuřice zrno	32 692	35 121	28,0%
Kukuřice siláž	2 519	2 504	2,0%
Sója	33 090	33 496	26,7%
Seno	22 039	21 644	17,3%
Pšenice	19 157	17 769	14,2%
Bavlna	3 269	3 855	3,1%
Čirok zrno	3 179	2 495	2,0%
Čirok siláž	124	121	0,1%
Rýže	1 043	1 254	1,0%
Ječmen	1 279	1 036	0,8%
Oves	517	397	0,3%
Ostatní	5 549	5 555	4,4%
<b>Celkem</b>	<b>124 457</b>	<b>125 247</b>	

\*Odhad, \*\*Předpověď

Zdroj: USDA, WASDE 2017

**Tabulka 4: Světová plocha kukuřice**

Světová plocha kukuřice [MM ha]	
USA	35.1
Čína	36.8
Brazílie	17.6
EU-27	8.6
Indie	9.6
Mexiko	7.5
Ukrajina	4.3
Ostatní	64.2
<b>Celkem</b>	<b>183.7</b>

Zdroj: USDA, FAS Grain: World Markets and Trade 2017

Za pozornost stojí skokový nárůst plochy určené pro pěstování kukuřice u jinak pozvolně rostoucího trendu v letech 2005 až 2007, kdy byla vládou USA schválena řada opatření, ustavujících povinný podíl biopaliv v dopravním průmyslu, tzv. Standardy obnovitelných paliv (z angl. Renewable Fuel Standard) (US DOE, 2017).

Z pohledu výnosu se mezi světovou špičku řadí Katar, Izrael, Kuvajt nebo Spojené arabské emiráty, které dosahují výnosu nad 30 t/ha. To jsou však extrémní hodnoty vycházející z extrémně intenzivního pěstování. Spojené státy dosahují výnosu přes 10 t/ha, Čína 5,8 t/ha, Brazílie 5,2 t/ha a pro srovnání ČR 8,4 t/ha a průměr EU 8,1 t/ha (USDA, 2017).

#### 4.4 Poptávka po kukuřici (základní charakteristika možných užitných směrů)

Kukuřice je klíčovou komoditou řady odvětví potravinářského i nepotravinářského průmyslu. Jedná se o komoditu světového významu, která je důležitou součástí agrárního obchodu, hraje významnou roli v živočišné výrobě, v potravinářském průmyslu a v posledních letech i v energetickém průmyslu v podobě substitutu fosilních paliv (USDA, 2017).

Jedním z hlavních užitných směrů kukuřice je její využití v živočišné výrobě jako krmivo. Většina poptávky po krmivech je uspokojena produkcí pšenice, nicméně

v důsledku rostoucí oblíbenosti kukuřice jako krmiva se v rámci celkové spotřeby kukuřice jedná o významný díl poptávky. Pro období 2015/2016 činila spotřeba kukuřice pro krmivářský průmysl téměř 37% celkové americké produkce, tj. 136 mil. t. (USDA).

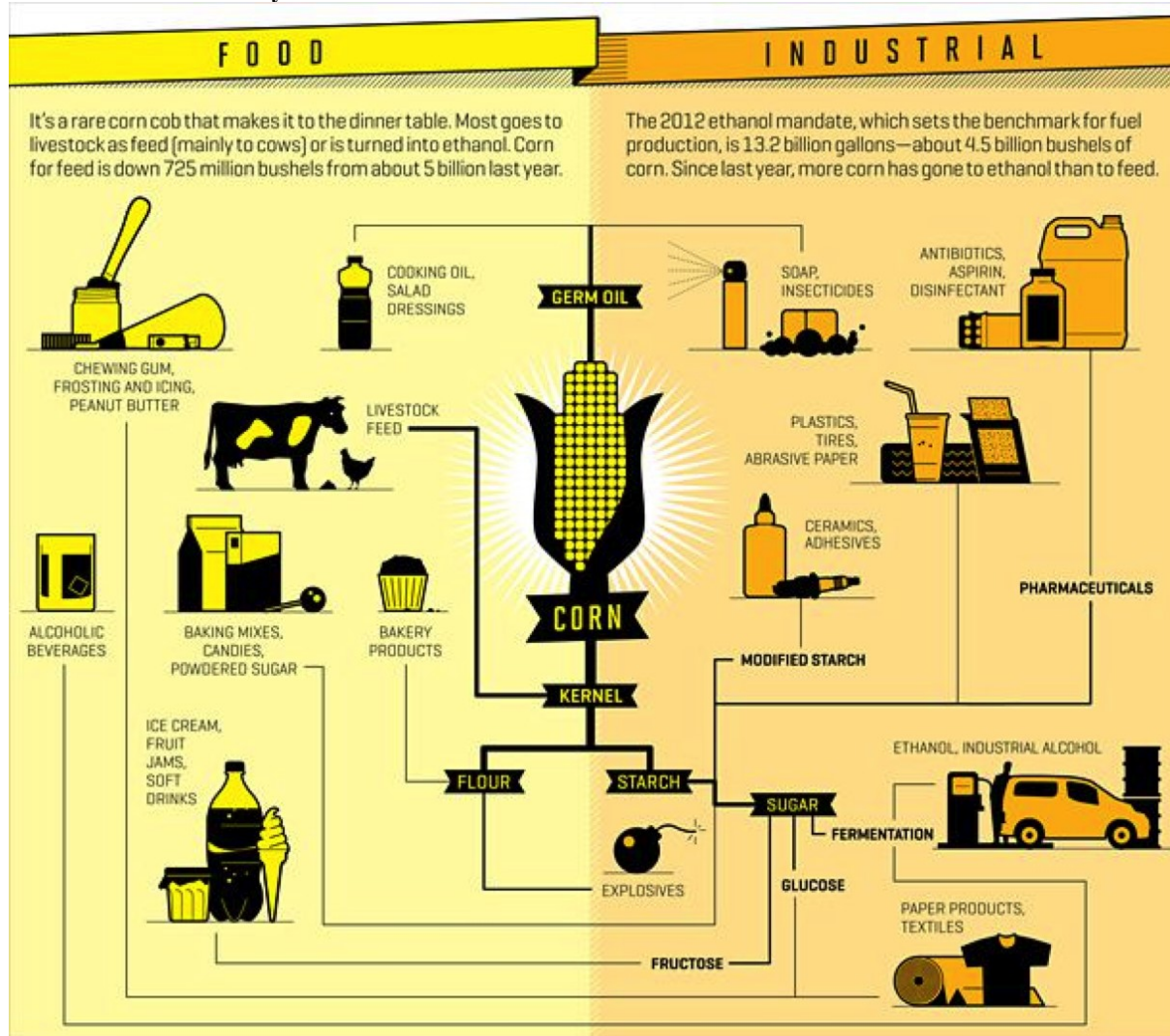
Poptávka po semenech kukuřice je poměrně malá ve srovnání s celkovou poptávkou. Její velikost závisí zejména na celkové výměře kukuřice pro zajištění budoucí sklizně a zajištění zásob semen. Velikost poptávky po semenech je také dána typem půd a použitými technologickými postupy, kde rozdílné půdy a postupy vyžadují rozdílný podíl semen z celkové sklizně (Westcott, Hoffman, 1999, s. 5).

Poptávka po kukuřici v potravinářském průmyslu je poměrně silně korelována s populačním růstem. Je nutné počítat s různými výkyvy, které jsou způsobeny krátkodobými změnami ve spotřebitelských preferencích. Velikost trendu spotřeby je také nutné chápat v kontextu fáze daného trhu, tj. jestli je trh relativně nový a rozvíjející se se silným růstem spotřeby, nebo jestli je trh naopak dlouhodobě poměrně nasycený a stagnující se stabilní poptávkou. Poptávka potravinářského průmyslu je vzhledem k malému podílu potravinářského využití na celkové produkci kukuřice poměrně cenově neelastická. Své uplatnění kukuřice nachází jako cereálie, škrob, surovina pro výrobu alkoholických nápojů, sladidel a sirupů (Westcott, Hoffman, 1999, s. 5).

Další průmyslové využití je zejména ve zpracování kukuřice pro škrob a alkohol. Škrob je využíván při výrobě papíru pro dodání zpevňujících vlastností, ale slouží také jako součást sádrokartonových konstrukcí ve stavebnictví. Poptávka po škrobu obvykle sleduje trend populačního růstu a celkového vývoje ekonomiky (Westcott, Hoffman, 1999, s. 6; Schnepf, 2006, s. 16).

Využití kukuřice při zpracování alkoholu pro využití jako aditivum do paliv spalovacích motorů je závislé zejména na vládních programech a nařízeních a cenách substitutů takových paliv. Produkce etanolu započala ve Spojených státech koncem osmdesátých let dvacátého století a v současnosti tvoří velmi výraznou složku celkové poptávky po kukuřici (Schnepf, 2007, s. 9). Z celkové produkce tak poptávka po etanolu činí přes 36%, tj. 132 mil. t. (USDA, 2016).

Obrázek 2: Užité směry kukuřice



Zdroj: Duke University, 2015

## 4.5 Nákladovost

Při sledování hodnoty produkce lze vysledovat trend růstu (USD/ha) až do vrcholu v r. 2011, kdy celková hrubá hodnota produkce dosahovala 339 USD/ha. Následně hrubá hodnota produkce klesá až na 236 USD/ha v r. 2016. Tento pokles je daný především cenou jedné tuny kukuřice na trhu, která právě od r. 2012 značně klesla. Celkové náklady zaznamenaly pozvolný růst do svého vrcholu v r. 2014 na úrovni 279 USD/ha, nicméně v téže době převýšily hrubou hodnotu produkce ve výši 244 USD/ha. Od r. 2014 lze následně zaznamenat pozvolný pokles celkových jednotkových nákladů až do r. 2016 na úroveň 259 USD/ha. Pokles celkových nákladů lze přisoudit spíše celkovým operačním nákladům, které začaly klesat právě od r. 2014, než celkovým přiděleným režijním nákladům, jejichž pokles začal až v r. 2015. Celkové operační náklady zaznamenaly vrchol

v roce 2014 na úrovni 144 USD/ ha, nicméně v r. 2016 se opět vrací na nižší úroveň – 125 USD/ha – což je stále o zhruba 25 USD/ha více než průměr let 2005 až 2009. Pokles v operačních nákladech je způsobený zejména poklesem jednotkových nákladů na hnojiva a nákladů na pohonné hmoty. Celkové přidělené režijní náklady pozvolna rostly do r. 2015, tj. do svého vrcholu na úrovni 138 USD/ha a poté je patrný pozvolný pokles na 134 USD/ha v r. 2016. Nárůst jednotlivých položek nákladů lze sledovat u většiny hodnot vyjma nákladů ušlé příležitosti, které stojí za poklesem režijních nákladů od r. 2015, tj. z hodnoty 73 USD/ha na úroveň 68 USD/ha v r. 2016. Za zmínění stojí také nárůst nákladů na daně a pojištění, které skokově narostly mezi lety 2014 a 2015 (USDA ERS, 2017).

**Tabulka 5: Náklady a výnosy produkce kukuřice v USA**

<i>Položka</i>	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
	americký dolar / ha produkce						
Hrubá hodnota produkce							
Primární produkt: zrna	278.61	338.55	324.24	291.03	243.54	247.35	235.12
Sekundární produkt: siláž	0.37	0.48	0.54	0.55	0.56	0.56	0.51
Celková hrubá hodnota produkce	278.99	339.03	324.78	291.58	244.10	247.91	235.64
Operační náklady							
Semena	33.01	34.14	37.25	39.49	40.89	41.12	39.92
Hnojiva	45.34	59.63	63.34	62.05	60.39	55.58	46.85
Chemikálie	10.64	10.66	11.14	11.56	11.82	11.31	11.65
Další činnosti (technické služby, čištění...)	6.62	6.79	6.91	7.19	7.38	7.71	7.86
Pohonné hmoty, mazivo, energie	10.44	13.12	12.40	13.06	13.27	8.61	7.84
Opravy	9.70	10.03	10.31	10.44	10.59	10.59	10.70
Zavlažování	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.06
Úroky z kapitálu	0.11	0.07	0.09	0.06	0.05	0.11	0.29
Celkové operační náklady	115.91	134.49	141.47	143.91	144.44	135.08	125.16
Přidělené režijní náklady							
Mzdové náklady	1.20	1.18	1.22	1.26	1.28	1.33	1.38
Náklady ušlé příležitosti a neplacené mzdové náklady	9.12	9.21	9.57	9.87	10.02	10.37	10.79
Amortizace strojů a vybavení	34.16	36.26	38.06	39.20	40.53	41.53	41.74
Náklady ušlé příležitosti půdy	51.53	55.93	62.70	67.88	71.06	72.50	67.74
Daně a pojištění	3.42	3.61	3.64	3.72	3.78	4.46	4.45
Všeobecné režijní náklady farmy	7.32	7.58	7.82	7.91	8.05	8.02	8.03
Celkové přidělené režijní náklady	106.75	113.77	123.02	129.84	134.71	138.21	134.13
Náklady CELKEM	222.66	248.26	264.49	273.75	279.15	273.30	259.29
Hodnota produkce snižená o celkové náklady	56.33	90.78	60.29	17.83	-35.05	-25.39	-23.66

Hodnota produkce snížená o provozní náklady	163.08	204.54	183.31	147.67	99.66	112.83	110.48
Doplňující informace:							
Výnos (t / ha)	10.0	9.2	7.4	9.8	10.7	10.5	11.0
Cena (dolarů za bušl při sklizni)	0.11	0.15	0.17	0.12	0.09	0.09	0.08

Zdroj: USDA, Economic Research Service, Commodity Costs and Returns 2016

## 4.6 Mezinárodní obchod

Navzdory faktu, že Spojené státy americké představují 40% světové produkce kukuřice, je většina domácí produkce, téměř 384 mil. t. v roce 2016/17, uspokojena v rámci domácího trhu a na export jde necelých 15% domácí produkce, tj. v letech 2014/15 a 2015/16 kolem 50,7 mil. t. a v obchodním roce 2016/17 to je 55,5 mil. t. Tento fakt znamená, že poptávka po exportu je relativně nízká a cena kukuřice je vytvářena především americkým trhem, od kterého přebírají cenu i ostatní státy světového obchodu. Dlouhodobě jsou hlavními světovými konkurenty amerického exportu zejména Brazílie, Ukrajina, Rusko, Indie a Jižní Afrika. Čína je také významným hráčem světového obchodu, ale zejména v tom smyslu, že čínský export je spíše diktován vládní politikou podpor nebo naopak restrikcí jejich zahraničního obchodu a historicky se Čína postavila jak na stranu převažujícího importu, tak na stranu převažujícího exportu v různých obdobích s ohledem na fakt, že čínské ceny kukuřice jsou obvykle vyšší než světový trh (USDA, WASDE 2017).

Od osmdesátých let velcí importéři, jako například bývalý Sovětský svaz či evropské státy, postupně snižovali poptávku po americkém exportu. Například v případě Společné zemědělské politiky EU se bývalí evropští exportéři po vstupu do EU začali omezovat spíše na export do samotné EU než na mimoevropské trhy. Naopak začal růst poptávky po kukuřici v Japonsku, Jižní Koreji a Tchaj-wanu hnaný rostoucí spotřebou masa, a tudíž poptávkou po krmivech (USDA, WASDE 2017).

Mezi největší importéry se dnes řadí Japonsko, které je předním importérem kukuřice vzhledem k téměř nulové domácí produkci, dále následuje Mexiko, jehož import, podobně jako u Japonska, se pohybuje na úrovni 15 mil t. a převyšuje mexickou domácí produkci. Z celkového objemu importů je import do Japonska, Jižní Koreje, Vietnamu, Mexika, Egypta a EU kolem 50% světového obchodu, tj. 77 mil. t. (USDA, WASDE 2017).

Import do zemí EU je v letech 2009 – 2014 značně proměnlivý od 3 mil. t. do 16 mil. t v letech 2013/14. Naopak export EU je poměrně nízký na úrovni 2 mil. t. Americký export směřuje zejména do Mexika, 10,5 mil. t. v 2013/14 až 13,3 mil. t. v 2015/16, do výše zmíněného Japonska, 10,4 mil. t. v 2015/16, dalších 8,6 mil. t. do Jižní Ameriky (Kolumbie, Peru, Venezuela a Guatemala). Celkový objem amerického exportu činil v 2015/16 téměř 50 mil. t. Dlouhodobě fluktuuje americký export mezi 45 a 55 mil. t. již několik desítek let (USDA, WASDE 2017).

#### 4.7 Bilanční tabulka

Z pohledu bilance nabídky a poptávky kukuřice na americkém trhu lze vysledovat dlouhodobou soběstačnost Spojených států (cca 115%), která umožňuje přebytky nabídky směřovat zejména do exportů, které činí za posledních osm let v průměru téměř 50 mil. t., tedy asi 12% celkové nabídky. Pro hospodářský rok 2016/17 činil vývoz přes 70 mil. t. Průměrných 44% celkové nabídky směřuje do výroby potravin, alkoholu a dalších průmyslových produktů. Krmivářský průmysl poptává téměř 34% celkové nabídky, tj. 194 mld. t. Poptávka po semenech představuje 2% procenta celkové nabídky, tj. 1,2 mil. t. Zbýlých průměrných 10% celkové nabídky zůstává v konečných, resp. počátečních zásobách (USDA, WASDE 2017). Celá bilance od r. 2009 je zobrazena v Tabulce 6.

**Tabulka 6: Bilance kukuřice USA**

**Bilance kukuřice USA (mil. tun)**

Hospodářský rok (září - srpen)	Počáteční zásoba	Produkce	Dovoz	Celková nabídka	Potravin, alkohol, průmyslové využití	Semena	Krmiva, zbytkové využití	Celková domácí spotřeba	Vývoz	Celková poptávka	Konečná zásoba	Soběstačnost [%]
2009/10	43	332	0.2	375	151	0.7	129	281	50	331	43	118%
2010/11	43	316	0.7	360	163	0.8	121	285	47	331	29	111%
2011/12	29	313	0.7	342	163	0.8	115	278	39	317	25	113%
2012/13	25	273	4.1	302	153	0.8	109	263	19	282	21	104%
2013/14	21	351	0.9	373	165	0.8	127	293	49	342	31	120%
2014/15	31	361	0.8	393	167	0.7	134	302	47	349	44	120%
2015/16	44	346	1.7	391	168	0.8	130	299	48	347	44	116%
2016/17	44	385	1.4	430	174	0.8	138	312	58	371	60	123%

Zdroj: USDA, WASDE, 2017

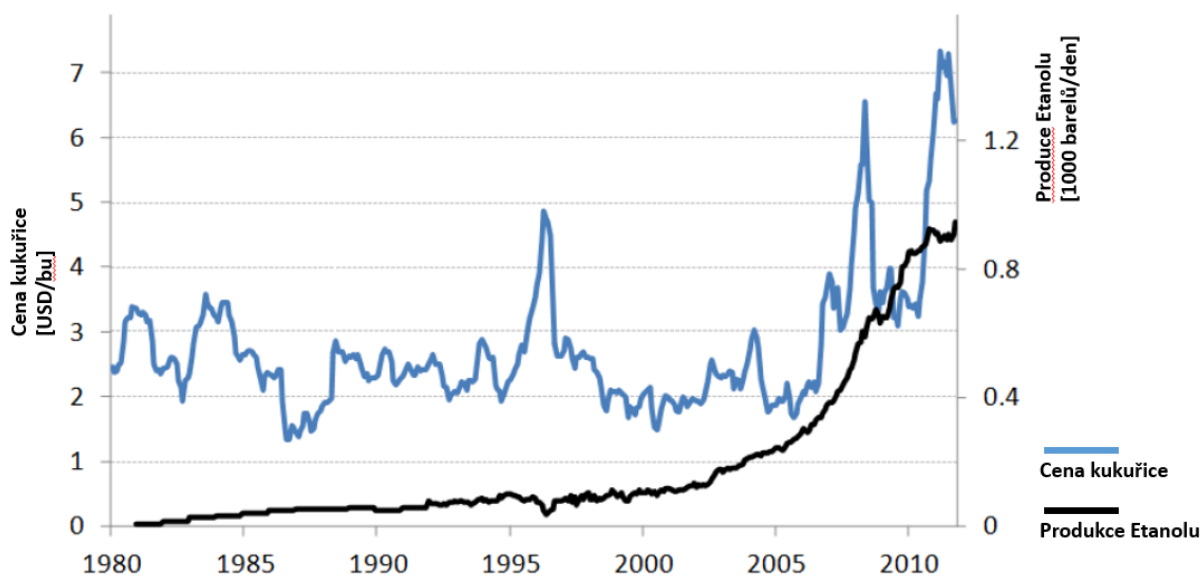
## 4.8 Alternativní využití

Jedním z dnes velice významných užitných směrů zpracování kukuřice je její využití při výrobě etanolu. Etanol, neboli etyl alkohol, vzniká fermentací cukrů z krmiv, které obsahují buď přírodní cukr, nebo obsahují škrob, ze kterého lze cukr získat. Na americkém trhu se etanol produkuje zejména z kukuřice, nicméně nemusí to být vždy pravidlem, jelikož např. Brazílie produkuje etanol zejména z cukrové třtiny. Myšlenku využití etanolu jako substitutu fosilních paliv pro spalovací motory lze zaznamenat již na počátku 20. století s rozmachem automobilového průmyslu a nástupem sériové výroby, kdy již Henry Ford tvrdil, že v kukuřici je palivo a že je nejvyšší čas se tomuto segmentu věnovat (Kovarík, 1998, s. 7).

Slova H. Forda však nebyla následujících několik desetiletí vyslyšena zejména z důvodu rozmachu těžby ropy na západě Spojených států, kde se ropa stala poměrně levnou komoditou a nebylo tak nutné hledat alternativní zdroje fosilních paliv. První vládní intervence přichází až v sedmdesátých letech, kdy ceny ropy zaznamenaly výkyv a americká vláda přišla s daňovou úlevou pro ty subjekty, které přidávaly do benzínu etanol (1978 Energy Policy Act – Zákon o energetické politice). V následujících letech postupně americká vláda zesilovala tlak na povinné přimíchávání etanolu do benzínu. V roce 1980 však americké ministerstvo zemědělství a ministerstvo energetiky zveřejnilo zprávu, ve které popsali ekonomickou neudržitelnost produkce etanolu pro využití v automobilovém průmyslu. Opětovně se americká vláda vrací k povinnému přimíchávání etanolu do benzínu až začátkem 21. století, kdy v r. 2005 přijímá energetický zákon, který zakládá Renewable Fuel Standard (RFS, čes. Standard obnovitelných paliv). Standard obnovitelných paliv (RFS) je federálním programem, který požaduje, aby dopravní paliva obsahovala minimální procento paliv pocházejících z obnovitelných zdrojů. Schválení výše zmíněného standardu mělo značný vliv na objem celkové produkce a cenu kukuřice a v celkovém důsledku významně stoupla produkce zemědělských komodit vyčleněná pouze na výrobu biopaliv a to zejména kukuřice, případně v daleko menší míře čiroku (US DOE, 2017; Schnepf, 2007, s. 46 – s. 49). V r. 2007 je tato vládní politika podpořena ještě silněji schválením zákona o energetické soběstačnosti a bezpečnosti (US DOE, 2017). Společný trend produkce kukuřice a etanolu je zobrazen v Grafu 12.



**Graf 5: Produkce etanolu vs. cena kukuřice**



Zdroj: Smith, 2014

Etanol v palivech jako takový sice tvoří pouze malé procento trhu s fosilními palivy, nicméně důsledky do americké domácí rostlinné a živočišné výroby jsou značné. Od roku 2006, kdy etanol zaujímal cca 4% podíl na objemu paliv, se jeho zastoupení vyšplhalo na téměř 11% v roce 2011, což na trh s kukuřicí mělo zásadní vliv, jelikož více než třetina celé americké produkce kukuřice směřuje do etanolového průmyslu. Obecně je biopalivo členěno do třech kategorií podle podílu na redukci produkce skleníkových plynů v minimálních mírách od 20% v případě konvenčních biopaliv, od 50% v případě nafty z biomasy a od 60% v případě paliv derivovaných z celulózy a hemicelulózy (US DOE, 2017).

#### **4.9 Americký komoditní trh - CBOT**

Jedním z hlavních rysů amerického komoditního trhu je význam trhů s futures kontrakty. Na rozdíl od hotovostních trhů, kde nastává okamžitý transfer komodity za sjednanou cenu, je trh s futures kontrakty založen na nákupu/prodeji smlouvy o dodání budoucí produkce za fixní cenu v budoucnosti. Americké historické komoditní burzy se zemědělskými produkty dnes vesměs spadají pod jednu jedinou burzu, CME / Chicago Board of Trade Company, na které je obchodována i značná část světového obchodu s kukuřicí (CBOT, 2016).

Burza poskytuje informace o jednotlivých kontraktech jako je velikost kontraktu, jakost komodity, obchodní hodiny, doba kontraktu, cenové výkyvy, denní cenové limity, apod. Futures kontrakt musí přesně definovat jakost, kvalitu, množství a podmínky doručení, tedy místo doručení a čas doručení. Čas realizace během roku je obvykle daný povahou komodity, například březen/květen/srpen/prosinec v případě kukuřice. Je možné tak obchodovat kontrakty s konečnou splatností od několika dní či měsíců až po několik let, například prosinec/2020 (CBOT). Obecná specifikace futures kontraktu s kukuřicí (Tabulka 7) obsahuje základní specifikace komodity, jakými jsou zejména velikost, tj. objem 5000 bušlů<sup>1</sup> (cca 127 tun v případě kukuřice), minimální hodnotu jednoho cenového pohybu, tj. USD 12,5, dále obchodní hodiny, označení měsíce a kód obchodovaného kontraktu, podmínky vypořádání, jakostní a kvalitativní podmínky atp. (CBOT, 2016).

**Tabulka 7: Specifikace futures kontraktu s kukuřicí**

Contract Unit	5,000 bushels (~ 127 Metric Tons)
Price Quotation	Cents per bushel
Trading Hours	Sunday – Friday, 7:00 p.m. – 7:45 a.m. CT and
	Monday – Friday, 8:30 a.m. – 1:20 p.m. CT
Minimum Price Fluctuation	1/4 of one cent per bushel (\$12.50 per contract)
Product Code	CME Globex: ZC
	CME ClearPort: C
	Clearing: C
	TAS: ZCT
Listed Contracts	March (H), May (K), July (N), September (U) & December (Z)
Settlement Method	Deliverable
Termination Of Trading	The business day prior to the 15th calendar day of the contract month.
Trade At Marker Or Trade At Settlement Rules	Trading at settlement is available for first 3 listed futures contracts, nearby new-crop December contract (if not part of the first 3 outright), first to second month calendar spread, second to third month calendar spread, and nearest Jul-Dec spread when available (when July is listed); and are subject to the existing TAS rules. The Last Trade Date for CBOT Grain and Oilseed TAS products will be the First Position Day (FPD) of the front-month contract (FPD is the second to last business day in the month prior to the nearby contract month).
	Trading in all CBOT Grain TAS products will be 19:00-07:45 and 08:30-13:15 Chicago time. All resting TAS orders at 07:45 will remain in the book for the 08:30 opening, unless cancelled.

<sup>1</sup> Bušl (bushel) je objemová a hmotnostní jednotka používaná pro obilniny na angloamerických komoditních burzách. 1 bušl kukuřice odpovídá cca 25,4016 kg (Murphy, 2005).

	TAS products will trade a total of four ticks above and below the settlement price in ticks of the corresponding futures contract (0.0025), off of a "Base Price" of 0 to create a differential (plus or minus 4 ticks) versus settlement in the underlying product on a 1 to 1 basis. A trade done at the Base Price of 0 will correspond to a "traditional" TAS trade which will clear exactly at the final settlement price of the day.
Settlement Procedures	Corn Settlement Procedures
Position Limits	CBOT Position Limits
Exchange Rulebook	CBOT 10
Price Limit Or Circuit	Price Limits
Vendor Codes	Quote Vendor Symbols Listing
Last Delivery Date	Second business day following the last trading day of the delivery month.
Grade And Quality	Through December 2018: #2 Yellow at contract Price, #1 Yellow at a 1.5 cent/bushel premium, #3 Yellow at a 1.5 cent/bushel discount. As of March 2019: #2 Yellow at contract Price, #1 Yellow at a 1.5 cent/bushel premium, #3 Yellow at a discount between 2 and 4 cents/bushel depending on broken corn and foreign material and damage grade factors.

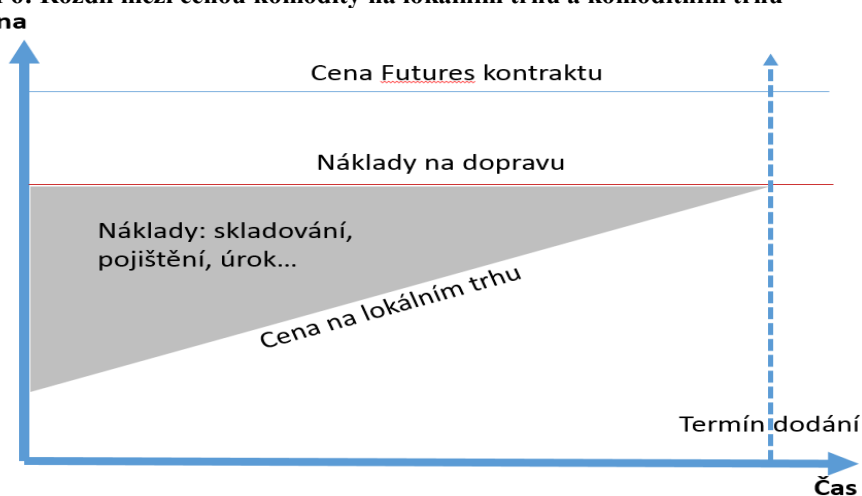
Zdroj: [www.cmegroup.com](http://www.cmegroup.com)

Komoditní burzy poskytují denní informace o vývoji obchodů. Jsou tak k dispozici informace o cenách (nejvyšší či nejnižší ceny, otevírací a uzavírací ceny), informace o objemu, tj. počet kontraktů, ale i celkový objem komodity v daných měrných jednotkách, např. v tunách nebo bušlech v případě kukuřice. V důsledku tak komoditní burza slouží jako ústřední místo pro sdílení informací o množství a ceně směny domácí a zahraniční produkce. Burzovní aktivity tak fungují jako mechanismus pro určení cen. Na jedné straně trhy s malým objemem jsou náchylné k manipulaci cen, zatímco naopak trhy s velkými objemy obchodů a vysokým množstvím transakcí odrážejí skutečnou cenu mnohem přesněji. Je tak rozdíl, pokud se sleduje cena kontraktu s dodáním v září/2017, u kterého se již blíží termín dodání, a nebo se sleduje cena kontraktu s dodáním v prosinci/2020, u kterého nejsou objemy zatím příliš vysoké. Veřejné ceny futures kontraktů hrají také důležitou roli při forwardových obchodech obecně při zajišťování rizika regionálních a místních sil. V oblastech s nadprodukcí nabízejí zboží za cenu o něco nižší, než je cena futures kontraktu. Naopak v oblastech s deficitní produkcí nabízejí kukuřici za cenu uzavřenou na komoditní burze, k níž si přičítají prémii (Amosson, Mintert, Tierney, Waller, 1999).

Nedílnou součástí komoditních burz jsou spekulace. Spekulanti, na rozdíl od faktických producentů nebo spotřebitelů kukuřice, neobchodují za účelem faktického nákupu či prodeje. Jejich činnost spočívá v odhadu budoucího vývoje ceny a následného obchodování s komoditou za účelem zisku a to tak, že kontrakt nebývá fyzicky vypořádaný

a spekulanti tak nejpozději poslední obchodní den prodávají své kontrakty skutečným finálním poptávajícím. Pohyb ceny v čase v závislosti na termínu vypořádání je zobrazen na Grafu 13. Činností spekulací se zvyšuje objem a denní likvidita trhu s kukuřicí (Schnepf, 2006, s. 8). Soukromé investiční fondy tak v roli spekulantů představují většinu účastníků komoditního trhu a jejich činností dochází k utlumení vysoké volatility cen, což usnadňuje nákup a prodej velkých objemů zemědělskými a zpracovatelskými subjekty (Schnepf, 2016, s. 8).

**Graf 6: Rozdíl mezi cenou komodity na lokálním trhu a komoditním trhu**



Zdroj: Schnepf, 2006, s. 9. (přeloženo z angl.)

#### 4.10 Používané metody v prognostickém modelování

Pro analýzu časových řad existuje celý soubor metod a postupů, které lze využít pro zjištění vlastností a vztahů v rámci jedné nebo více řad. Zvolená metoda může být například podmíněna počtem zvolených proměnných, kdy lze rozdělit používané metody modelování řady na modely jednorozměrné, které analyzují vývoj pouze jediné časové řady, a modely vícerozměrné, které jsou tvořeny více než jednou časovou řadou (SAS, 2014. STAT510, 2016).

Mezi nejpoužívanější modelovací metody jednorozměrné časové patří zejména autoregresní analýza (AR) a modely klouzavých průměrů MA, které se obvykle vzájemně kombinují. K těmto modelům spadá zejména Box-Jenkinsova metodika pro modelování ARMA procesů, jejichž různá forma je dnes rozpracována do mnoha modifikací, např. ARIMA, ARIMAX, ARFIMA. V případě modelování vícerozměrných řad se jedná o VAR

modely, které předpokládají zahrnutí více časových řad. Zmíněné modely však předpokládají stacionaritu zejména v podobě dlouhodobě konstantního rozptylu, který je v čase nezávislý, tj. řada musí vykazovat znaky homoskedasticity. V opačném případě, tj. je-li rozptyl závislý na čase, lze využít modely, které dokáží heteroskedasticitu pojmout a zahrnout ji do modelu. Mezi takové modely lze zmínit například ARCH modely a jeho varianty, jako např. GARCH či EGARCH (STAT510, 2016; Brooks, 2008, s. 392).

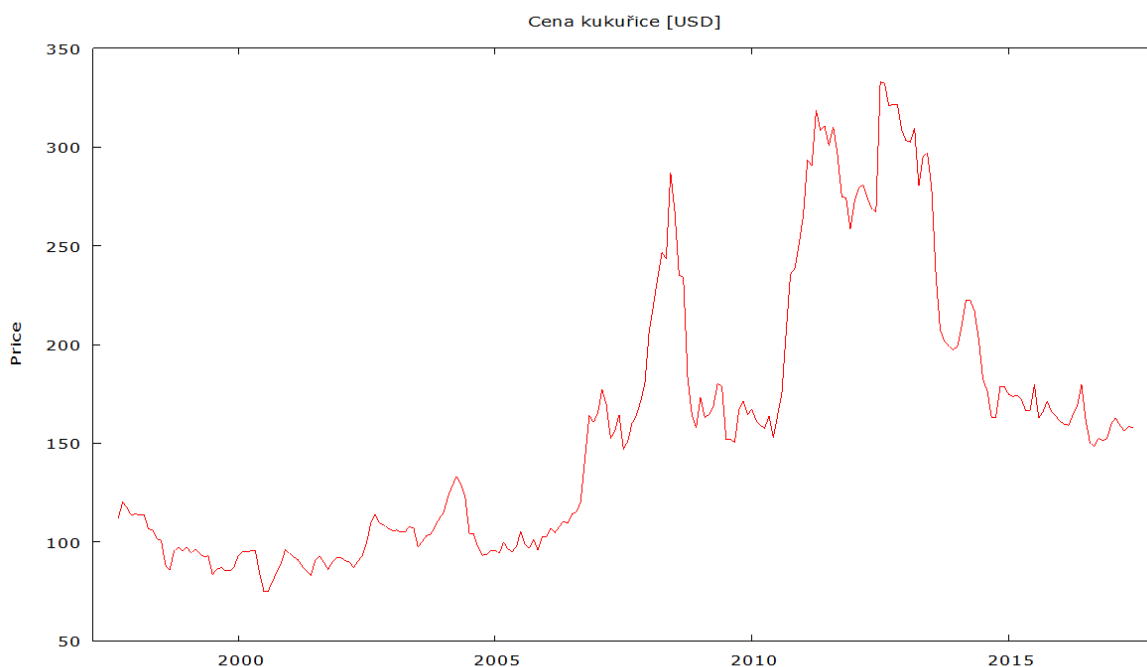
Za zmínění stojí ještě modely, které předpokládají, že zahrnuté řady se sice v krátkém období ovlivňují, ale v celkovém dlouhém období jsou ve vzájemné rovnováze (Greene, 2000, s. 379). Mezi modely definující dlouhodobou rovnováhu mezi proměnnými, tzv. kointegraci, a snažící se odhadovat krátkodobé odchylky (chyby) od dlouhodobého rovnovážného stavu patří ECM modely, případně VECM modely (z angl. Vector Error-Correction Model) (Brooks, 2008, s. 350).

## 5 Vlastní práce

Při grafickém zhodnocení vývoje časové řady (Graf 14), který zobrazuje vývoj ceny od r. 1997/09 až 2017/06, lze vypožorovat, že vývoj v období:

- **od 1997/09 do 2006/09** je vývoj pozvolný bez významnějšího trendu a cena se pohybuje kolem mediánu cca 97 USD.
- **od 2006/10 do 2010/06** dochází k posunutí ceny na novou rovnovážnou úroveň s mediánem ceny cca 164 USD. Toto období se také vyznačuje významným výkyvem ceny v hospodářském roce 2007/2008, kde cena dosáhla vrcholu téměř 290 USD (2008/06).
- **od 2010/07 do 2014/08** se cena posunula ještě výše, a to k mediánu cca 274 USD se dvěma vrcholy na úrovni 318 USD (2011/04) a na úrovni téměř 333 USD o rok později (2012/07).
- **Od 2014/09 do 2017/06** cena pozvolně klesá a medián je opět na úrovni cca 163 USD, což je stejné jako v období 2006/10 – 2010/06.

**Graf 14: Vývoj ceny kukuřice pro období 1997/09 – 2017/06**



Zdroj: autor

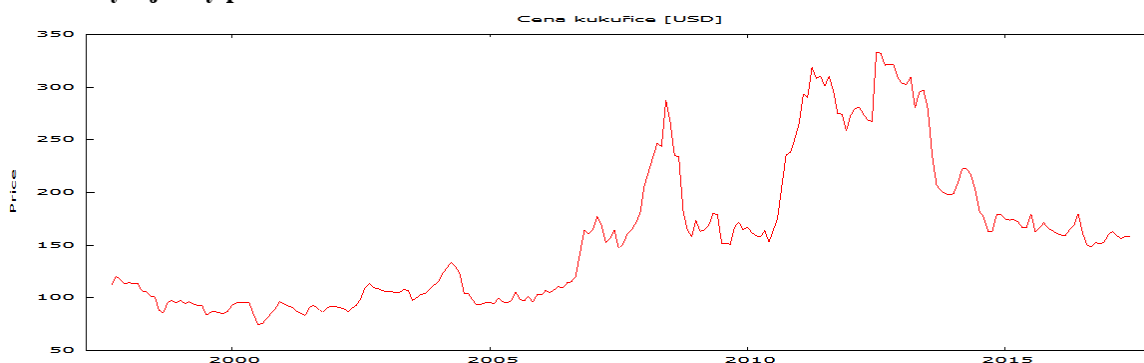
Z prostého posouzení vývoje měsíčních dat za období od 1997/09 do 2017/06, tj. 238 pozorování, jsou patrné dva až tři významné cenové výkyvy, které měly za následek posun

cenové hladiny, a to zejména v období 2016/10 – 2010/06, kdy cena stoupla k 164 USD, a dále v období 2010/07 – 2014/08, kdy cena stoupla k rekordním hodnotám přes 300 USD, tj. více než trojnásobek cenové úrovně začátku řady v období 1997/09 – 2006/06. Tento fakt vede k úvaze provést konstrukci vhodného modelu jednak na celou uvažovanou řadu, tj. 238 pozorování pro období 1997/09 – 2006/06, a dále provést konstrukci modelu na úseku časové řady, kde nedochází k významným výkyvům, tj. první úsek časové řady pro období 1997/09 – 2006/09 a také poslední úsek řady, tj. poslední období, tj. 2014/09 – 2017/06, kde již k významným posunům mezi cenovými hladinami také nedochází. Všechny tři varianty výběru, tj. celé období **1997/09 – 2017/06**, počáteční období **1997/09 – 2006/09** a poslední období **2014/09 – 2017/06** budou podrobeny ekonometrickému modelování. Následně budou varianty modelů mezi sebou navzájem porovnány a bude vybrán takový model, který bude podávat nejlepší ekonometrický výsledek. Volba bude založena především na hodnocení informačních kritérií (AIC a BIC).

## 5.1 Konstrukce modelu pro období 1997/09 – 2017/06

Pro konstrukci následujících několika modelů a výběru toho nejvhodnějšího modelu je využito plného rozsahu pozorování, tj. 238 měsíčních hodnot cen za 1t kukuřice. Při vizuálním posouzení vývoje ceny je patrné, že řada obsahuje několik významných cenových šoků a dlouhodobých cenových výkyvů. Průběh vývoje ceny zaznamenává Graf 15, kde jsou zmíněné výkyvy patrné pro období 2006/10 - 2010/06, 2010/07 - 2014/08 a 2014/09 - 2017/06.

**Graf 15: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2017/06**

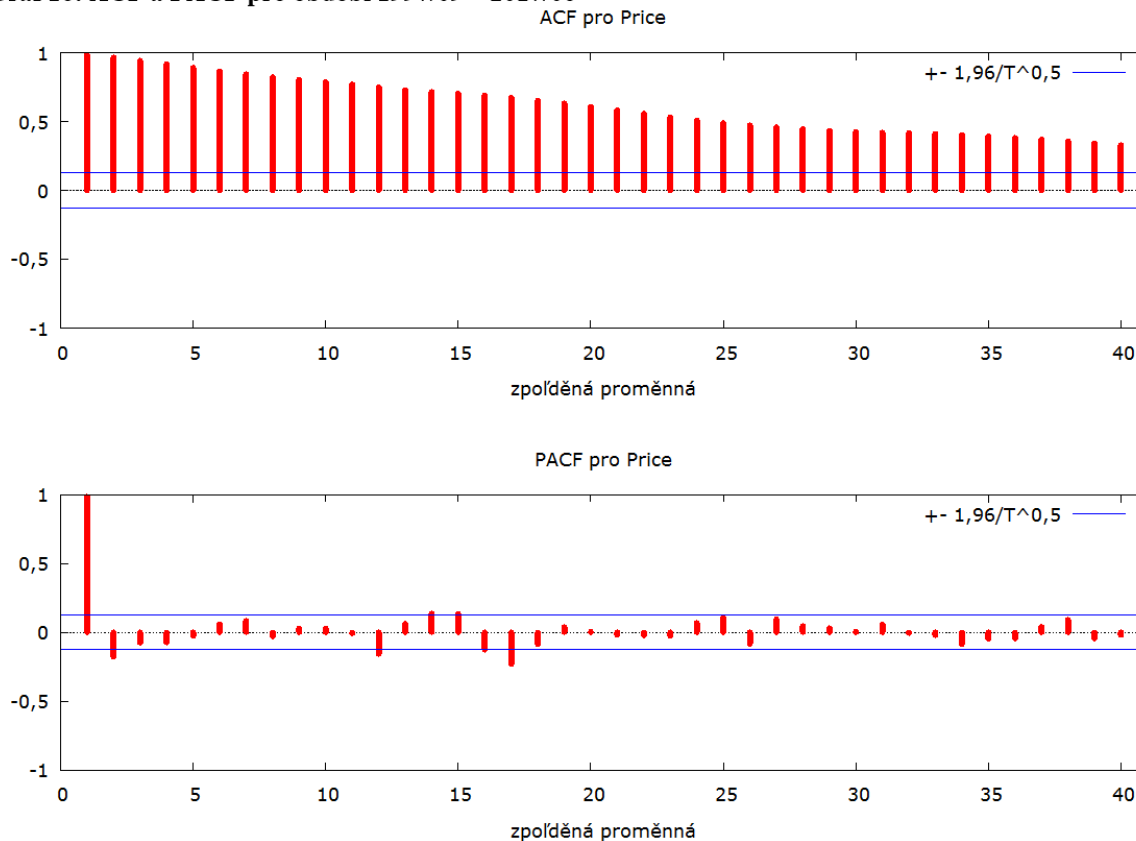


Zdroj: autor

Podle grafického posouzení vývoje ACF a PACF je patrné, že řada není stacionární. Existuje zde silná závislost mezi po sobě jdoucími pozorováními, jak lze pozorovat na

Grafu 16 u ACF, což potvrzuje i graf PACF, kde existuje velmi silná závislost zejména v prvním zpoždění, tj. korelace mezi  $X_t$  a  $X_{t-1}$ .

**Graf 16: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2017/06**



Zdroj: autor

Existenci stacionarity potvrzuje také ADF test (Tabulka 8), který indikuje statistickou významnost nulové hypotézy o existenci jednotkového kořene a nelze proto alternativní hypotézu, která by potvrdila stacionaritu řady, přijmout. Pravděpodobnost chybného zamítnutí alternativní hypotézy je 39,96%. V důsledku neúspěšného ADF testu je nutné řadu transformovat a poté transformovanou řadu opět podrobit ADF testu, dokud nebude nalezena řada, u které by mohlo dojít ke konstrukci ARMA modelu, jehož konstrukce je podmíněna stacionaritou řady.

**Tabulka 8: ADF pro 1997/09 - 2017/06**

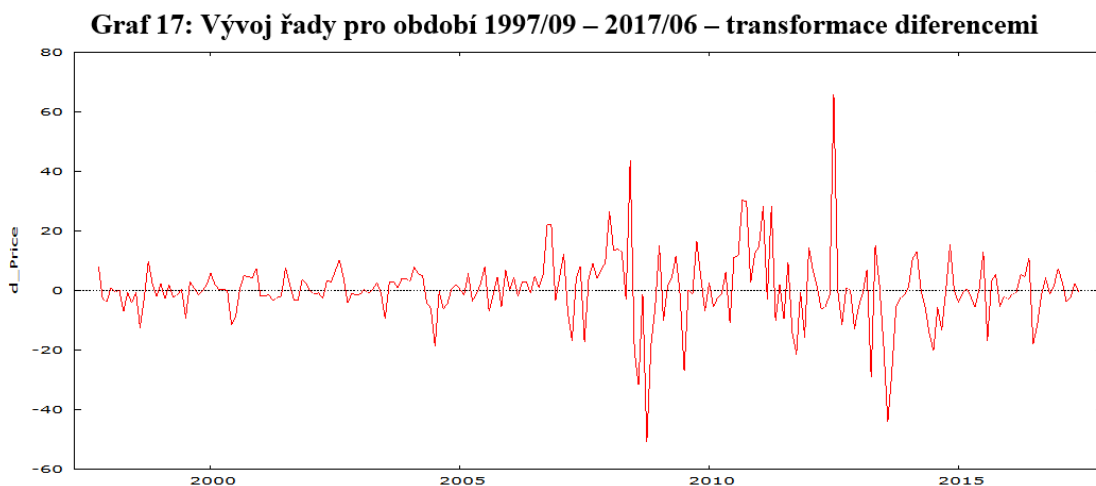
Rozšířený Dickey-Fullerův test pro Price	
odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.0200387</b>
testovací statistika Tau:	<b>-1.76261</b>
p-hodnota:	<b>0.3996</b>

Zdroj: autor



## Transformace pomocí diferencí

Řada bude transformována pomocí diferencí do transformované podoby. Průběh řady zobrazuje Graf 17. Lze spatřit odstranění trendu řady, nicméně je patrný značný výkyv v rozptylu hodnot v obdobích skokových nárůstů ceny, tj. 2006/10 - 2010/06 a 2010/07 - 2014/08. Rozhodnutí, zda je transformovaná řada již vhodná ke konstrukci ARMA modelu, je opět podrobena ADF testu.



Zdroj: autor

Provedený ADF test (Tabulka 9) potvrzuje, že pravděpodobnost nulové hypotézy o existenci jednotkového kořenu je na úrovni 1,79%, a tudíž lze usoudit, že pravděpodobnost existence nestacionární řady je minimální. Transformovaná řada pomocí diferencí je slabě stacionární, a proto lze zahájit konstrukci ARIMA modelu, který je právě zajištěním stacionarity analyzované řady podmíněn.

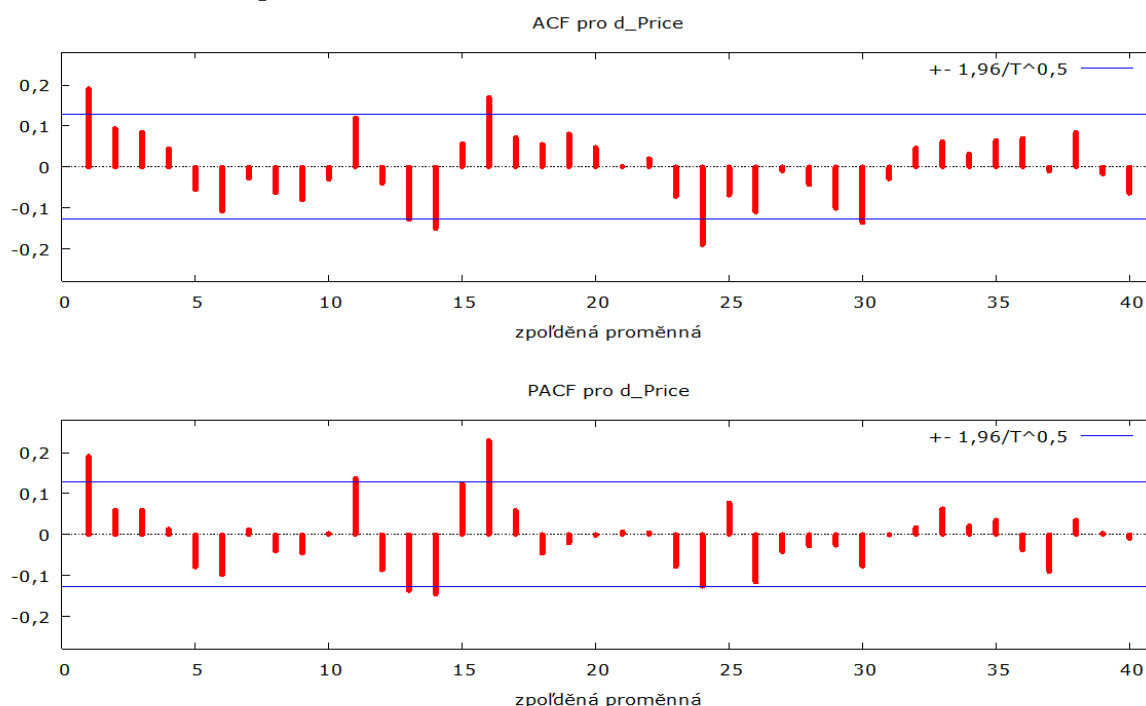
**Tabulka 9: ADF pro období 1997/09 - 2017/06 – transformace diferencemi**

Rozšířený Dickey-Fullerův test pro Price	
odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.727707</b>
testovací statistika Tau:	<b>-3.23835</b>
p-hodnota:	<b>0,0179</b>

Zdroj: autor

Při grafické analýze ACF a PACF transformované časové řady (Graf 18) lze usoudit, že model by mohl zahrnovat jak složku AR, tak složku MA. Nasvědčují tomu významná zpoždění u ACF i u PACF. Nejvýznamnější zpoždění jsou zaznamenána v Tabulce 10.

**Graf 18: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2017/06 – transformace diferencemi**



Zdroj: autor

Z Tabulky 10 je patrné, že existuje relativně silná korelace mezi specifickými zpožděnými proměnnými. Za pozornost stojí zejména zpoždění 1, 14, 16 či 24. Nejsilnější vztah je patrný u prvního zpoždění, kdy je zaznamenána nejvyšší korelace v rámci ACF a druhá nejvyšší korelace v rámci PACF. Velmi významně se také projevuje 16. zpoždění zejména u PACF podobně jako 24. zpoždění u ACF. Indikovaná zpoždění mohou zahrnutím do modelu přinést zlepšení vypovídacích schopností výsledného modelu.

**Tabulka 10: Hodnoty ACF a PACF pro období 1997/09 - 2017/06 - transformovaná řada**

Zpoždění	ACF	PACF	Testová hodnota	p-hodnota
1	0,1915 ***	0,1915 ***	8,8056	[0,003]
11	0,1205 *	0,1371 **	23,6004	[0,015]
13	-0,1291 **	-0,1375 **	28,2247	[0,008]
14	-0,1510 **	-0,1463 **	34,0163	[0,002]
16	0,1702 ***	0,2297 ***	42,2841	[0,000]
24	-0,1904 ***	-0,1270 *	57,8318	[0,000]
26	-0,1101 *	-0,1159 *	62,3718	[0,000]

\* hladina významnosti 10%  
 \*\* hladina významnosti 5%  
 \*\*\* hladina významnosti 1%

Zdroj: autor

Jako výchozí model, sloužící k porovnání s následnými komplexnějšími ARIMA modely, stanovíme model, který bude pouze transformovanou formou původních hodnot ceny kukuřice, bude obsahovat pouze konstantu a nebude obsahovat žádnou složku AR nebo MA procesů. Výchozí hodnoty AIC, BIC a HQC jednoduchého ARIMA (0,1,0) modelu jsou zobrazeny v Tabulce 11.

**Tabulka 11: Model ARIMA (0,1,0) pro období 1997/09 - 2017/06**

	Informační kritérium	
AIC:	1828.853	
BIC:	1832.321	
HQC:	1830.251	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota
konstanta	0.192911	0.7952

Zdroj: autor

Následně byla testována řada modelů (viz Tabulka 12), které intuitivně kombinovaly složky AR a MA v rámci klasického ARIMA modelování, nicméně většina modelů prokazovala relativně vysoké hodnoty informačních kritérií, které nesvědčily o příliš silné vypovídací schopnosti modelů. Nutno podotknout, že u většiny takto obecně konstruovaných modelů často nedocházelo k dostatečné statistické významnosti odhadnutých parametrů. Byly testovány jednoduché ARIMA modely (modely 1.1 až 1.7), které neobsahují sezónní složky, ale jsou pouze jednoduchými kombinacemi AR a MA procesů. Výsledky informačních kritérií a analýzy reziduálních ACF a PACF funkcí naznačovaly, že cenu ovlivňují spíše historické hodnoty ceny samotné v podobě převažující AR složky, nežli zahrnutí klouzavých průměrů (MA), o čemž svědčí např. srovnání modelů 1.2 a 1.3.

**Tabulka 12: Modely pro období 2012/09 - 2017/06**

Modely	AIC	BIC	HQC
Model 1.1: ARIMA (0,1,0)	1828.85	1832.32	1830.25
Model 1.2: ARIMA (1,1,0)	1816.84	1827.23	1821.02
Model 1.3: ARIMA (0,1,1)	1825.02	1835.43	1829.22
Model 1.4: ARIMA (1,1,1)	1817.89	1831.75	1823.48
Model 1.5: ARIMA (2,1,1)	1812.71	1830.01	1819.69
Model 1.6: ARIMA (2,1,0)	1811.17	1825.01	1816.75
Model 1.7: ARIMA (1,1,2)	1819.87	1837.18	1826.85
Model 1.8: SARIMA (0,1,0)(1,0,1)	1748.32	1761.98	1753.83
Model 1.9: SARIMA (0,1,0)(0,0,1)	1832.22	1842.62	1836.41
Model 1.10: SARIMA (0,1,0)(1,0,0)	1749.20	1759.45	1753.34
Model 1.11: SARIMA (1,1,0)(1,0,1)	1735.32	1752.38	1742.21
Model 1.12: SARIMA (1,1,0)(0,1,1)	1756.28	1766.51	1760.41
<b>Model 1.13: SARIMA (1,1,0)(1,1,1)</b>	<b>1663.15</b>	<b>1676.58</b>	<b>1668.58</b>

Zdroj: autor

Nejnižších hodnot AIC a BIC dosahoval Model 1.13, nicméně ani u tohoto modelu nebyly všechny odhadnuté parametry zcela průkazné, zejména sezónní AR složka 1. řádu (viz Tabulka 13).

**Tabulka 13: Model 1.13 SARIMA (1,1,0)(1,1,1)<sub>12</sub> pro období 1997/09 - 2017/06**

	Informační kritérium	
AIC:	1663.149	
BIC:	1676.576	
HQC:	1668.576	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota
AR (1)	0.168384	0.012
SAR (1)	-0.09116	0.1979
SMA (1)	-0.966818	<0.001

Zdroj: autor

Ze studia reziduální autokorelace a parciální autokorelace plyne, že stále nebyly do modelu zahrnuty zpožděné proměnné, které mají významný vliv na vysvětlovanou proměnnou. Následuje přehled dalších modelů (Tabulka 14), které v sobě zahrnují specifické zpožděné proměnné, jejichž výběr se odvíjí především z funkcí ACF a PACF, které byly zmíněny u Tabulky 10.

**Tabulka 14: Modely se specifickým zpožděním pro období 1997/09 - 2017/06**

	Specifické zpoždění		Sezónní proměnné		Informační kritéria		
	AR	MA	SAR	SMA	AIC	BIC	HQC
Model 1.14	1,13	-	SAR (1)	SMA (1)	1772.13	1792.63	1780.41
Model 1.15	1,13	-	-	SMA (1)	1662.3	1675.72	1667.72
Model 1.16	13,14	-	SAR (1)	SMA (1)	1582.12	1598.56	1588.78
Model 1.17	13,14	1	SAR (1)	SMA (1)	1577.65	1597.4	1585.64
Model 1.18	13,14	1,16	SAR (1)	SMA (1)	1575.12	1598.2	1584.45
Model 1.19	11,13,14	1,16	SAR (1)	SMA (1)	1571.93	1598.27	1582.56
Model 1.20	11,14	1,16,24,26	SAR (2)	SMA (2)	1490.67	1526.21	1505.07
<b>Model 1.21</b>	<b>11,14</b>	<b>1,3,16</b>	<b>SAR (2)</b>	<b>SMA (2)</b>	<b>1471.59</b>	<b>1503.9</b>	<b>1484.68</b>

Zdroj: autor

Z výše zmíněných modelů dosahoval nejlepších výsledků Model 1.21, u kterého byly všechny zvolené parametry statisticky významné a u kterého byla zároveň kombinace AIC a BIC nejnižší. Bližší výsledek regresního odhadu parametrů je zanesen v Tabulce 15, kde je patrné, že výsledný model obsahuje 9 parametrů: 4 sezónní parametry autoregresní složky a složky klouzavých průměrů a 5 parametrů specifických zpoždění AR a MA procesů:

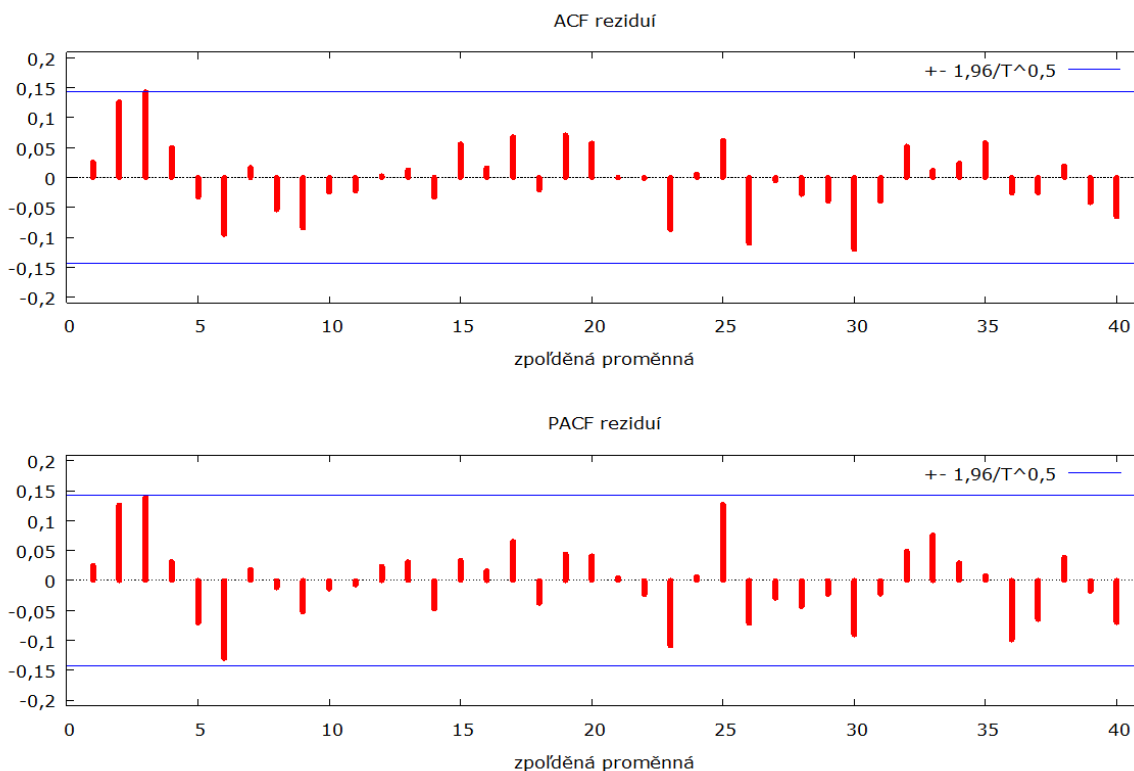
**Tabulka 15: Model 1.21 SARIMA pro období 1997/09 - 2017/06**

		Informační kritérium	
AIC:		1471.59	
BIC:		1503.9	
HQC:		1484.68	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota	
AR 11	0.18343	0.0116	
AR 14	-0.206973	0.0049	
SAR 1	-0.670121	<0.0001	
SAR 2	-0.247895	0.0024	
MA 1	0.118789	0.0979	
MA 3	-0.192805	0.0091	
MA 16	0.165846	0.0235	
SMA 1	-0.318356	0.0658	
SMA 2	-0.609360	0.0005	

Zdroj: autor

Současně při analýze reziduální ACF a PACF (Graf 19) pro vybraný Model 1.21 již autokorelační funkce nepoukazují na zcela významná další zpoždění, byť za zmínění stojí 3. zpoždění, kde je slabší autokorelace stále ještě patrná.

**Graf 19: Reziduální ACF a PACF pro Model 1.21 období 1997/09 – 2017/06**



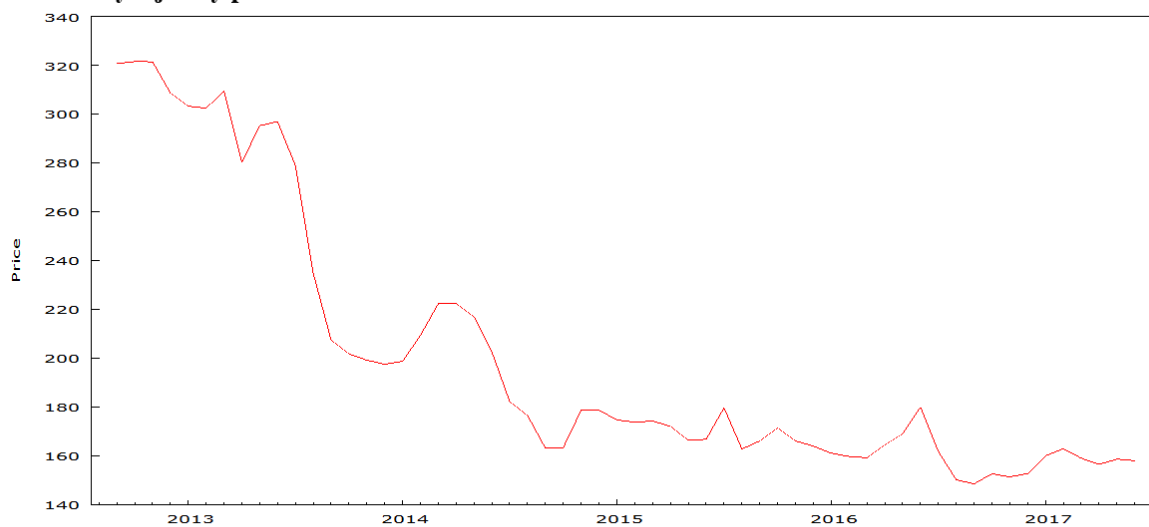
Zdroj: autor

Pro období 1997/09 – 2017/06 se jeví jako nejlepší Model 1.21, který v rámci konstruovaných modelů dosahoval na základě AIC a IBC nejlepších vypovídacích schopností: AIC na úrovni 1471,59 a BIC na úrovni 1503,9. Model 1.21 je tak zjevně lepší než výchozí model 1.1, jehož hodnoty informačních kritérií byly na úrovni 1800.

## 5.2 Konstrukce modelu pro období 2012/09 – 2017/06

Následující modely vychází z časové řady s měsíční frekvencí s počátečním obdobím 2012/09 a posledním obdobím 2017/06. Řada obsahuje 58 pozorování, tj. 4 roky a 10 měsíců. Důvodem výběru období od 2012/09 do 2017/06 je zejména návaznost na současnost, resp. blízkost dat, ze kterých vychází konstrukce modelu, a období prognózy, která z modelu vychází. Druhým důvodem výběru období od 2012/09 do 2017/06 je relativně stabilní průběh řady, který navzdory několika skokovým změnám v rámci klesajícího trendu nevykazuje dlouhodobé změny např. v cenové hladině, tak jak tomu je například u modelování z dat v období od 1997/09 do 2017/06.

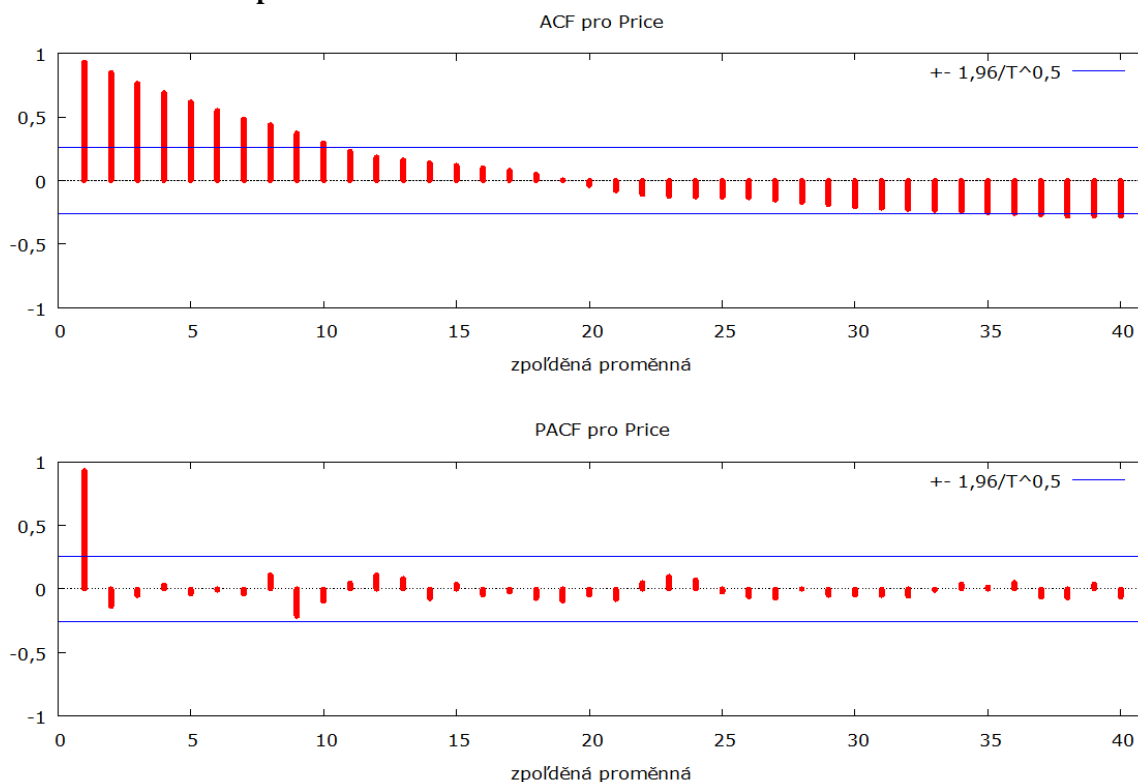
**Graf 20: Vývoj řady pro období 2012/09 – 2017/06**



Zdroj: autor

Jak je z Grafu 20 patrné, tak cenový vývoj kukuřice vykazuje od 2012/09 klesající trend s drobnými výkyvy od trendu, což může svědčit o nestacionární časové řadě. Zmíněný fakt potvrzují i ACF a PACF (Graf 21), které indikují silnou vazbu mezi dvěma po sobě jdoucími pozorováními. Pro závisle proměnnou platí, že její střední hodnota je 199,95 a směrodatná odchylka je 54,55.

**Graf 21: ACF a PACF pro období 2012/09 – 2017/06**



Zdroj: autor

Nestacionaritu potvrzuje také ADF test (Tabulka 16), kdy se nulová hypotéza o existenci jednotkového kořene nedá zcela vyvrátit. Pravděpodobnost existence nestacionarity a tudíž jednotkového kořene je 17,5%, proto je pro dosažení modelu s adekvátními prognostickými schopnostmi vhodné stacionaritu dat zesílit. Pro dosažení silnější stacionarity je nutné řadu transformovat, což bude provedeno pomocí diferencí.

**Tabulka 16: ADF pro období 2012/09 - 2017/06**

odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.0547567</b>
testovací statistika Tau:	<b>-2.28823</b>
p-hodnota:	<b>0.1758</b>

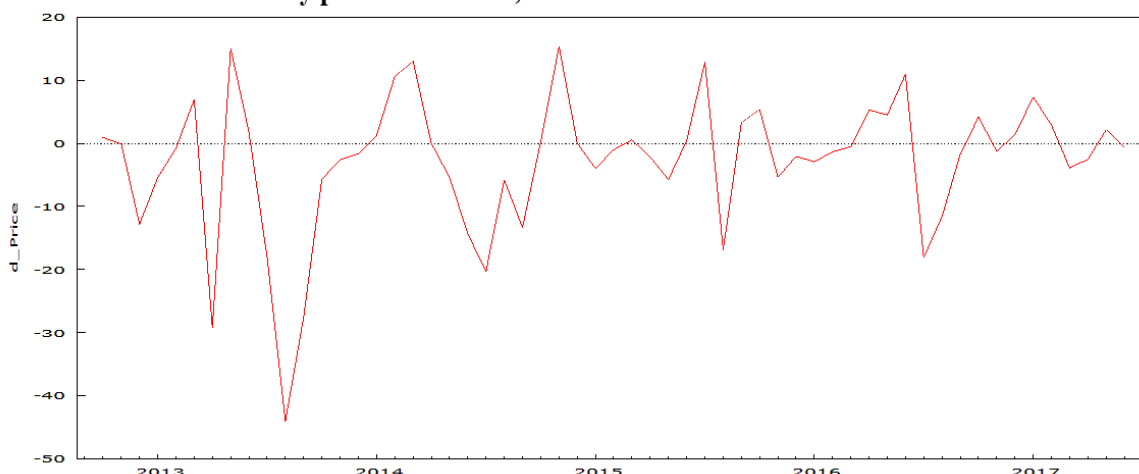
Zdroj: autor

**Transformace pomocí diferencí**

Transformace pomocí diferencí je zvolena z důvodu nejčastějšího využití při dosahování stacionarity. Po transformaci řady pomocí diferencí pak pro závisle proměnnou platí, že její střední hodnota je -3,00 a směrodatná odchylka je 10,85. Průběh transformované řady je zobrazen na Grafu 22 níže.



**Graf 22: transformace řady pomocí diferencí, období 2012/09 -2017/06**



Zdroj: autor

Jak potvrzuje ADF test (Tabulka 17), řada vykazuje daleko silnější znaky stacionarity, zejména je z Grafu 22 patrné odstranění trendu. Zároveň je zjevné, že některé části řady vykazují poměrně velký rozptyl. Pravděpodobnost chybného zamítnutí testované nestacionarity je menší než 0,1 %.

**Tabulka 17: ADF pro období 2012/09 - 2017/06 - transformovaná řada**

odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.752419</b>
testovací statistika Tau:	<b>5.8112</b>
p-hodnota:	<b>&lt;0.001</b>

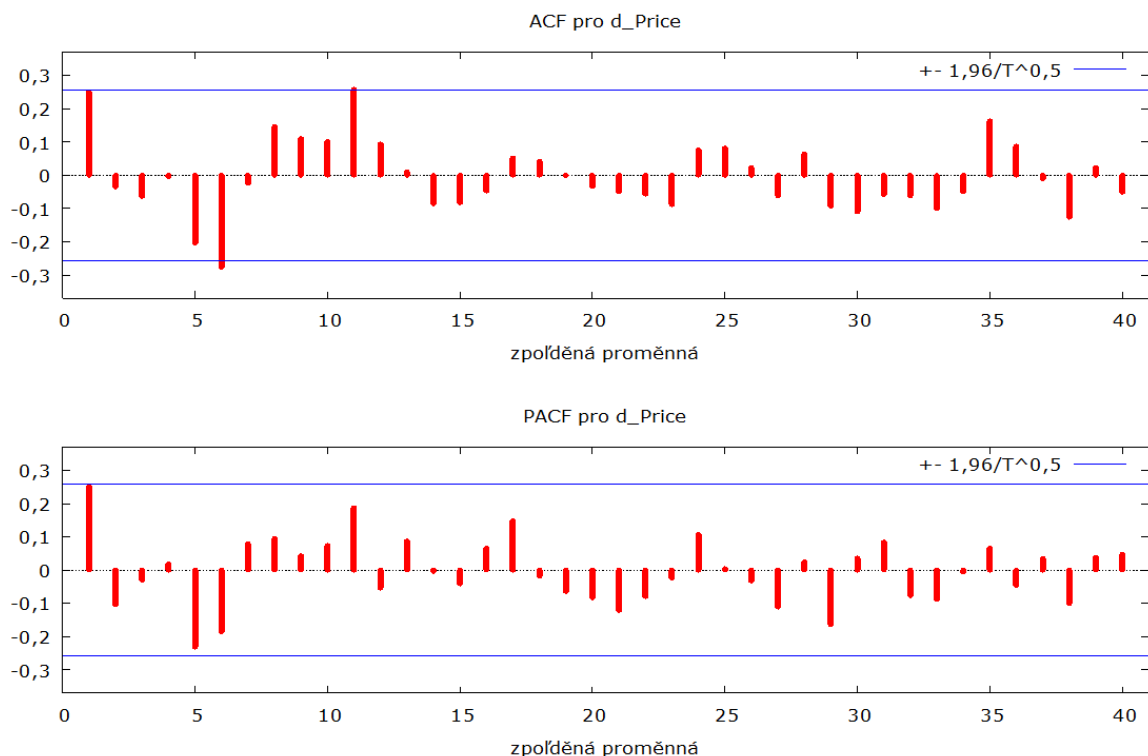
Zdroj: autor

Podle analýzy funkcí ACF a PACF lze vidět u obou funkcí silnou korelaci u prvního zpoždění. Průběh je pravidelný se střídavými pozitivními i negativními hodnotami u ACF, což nasvědčuje tomu, že se jedná o smíšený ARIMA proces. Zároveň lze sledovat vysoké hodnoty v pravidelných intervalech, což by mohlo svědčit o vhodnosti užití sezónní formy ARIMA modelu. Průběh ACF a PACF je zobrazen na Grafu 23, kdy významná autokorelace je zejména u následujících zpoždění:

**ACF: 1,6,11**

**PACF: 1,5,6,11**

**Graf 23: ACF a PACF pro období 2012/09 – 2017/06 – transformace diferencemi**



Zdroj: autor

Jako první je vhodné sestavit model ARIMA, který bude obsahovat pouze konstantu a bude tak představovat nejjednodušší formu modelu ARIMA, tedy bez autoregresní složky a složky klouzavých průměrů. Z Tabulky 18 lze s pomocí hodnot AIC a BIC, které jsou v tomto modelu na úrovni 442,16 pro AIC a 444,2 pro BIC, stanovit model, který bude výchozí, a tudíž zahrnutí AR a MA procesů do dalších modelů by mělo přispět k lepším výsledkům, tj. nižším hodnotám AIC a BIC.

**Tabulka 18: Model ARIMA (0,1,0) pro období 2012/09 - 2017/06**

	Informační kritérium	
AIC:	442.1632	
BIC:	444.2237	
HQC:	442.9658	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota
konstanta	-3.00362	<0.001

Zdroj: autor

Další možné konstrukce klasických ARIMA modelů (viz Tabulka 19), včetně zahrnutí sezónních prvků, většinou nevedly k lepšímu výsledku, kdy hodnocení podle AIC a BIC podávalo horší výsledek než původní model, který obsahoval pouze konstantu a

neobsahoval žádnou AR nebo MA složku. Výjimku tvořil model 2.2, tj. ARIMA (1,1,0), který vykazoval nižší hodnoty AIC i BIC, nežli původní model 2.1, zachycený v Tabulce 18.

**Tabulka 19: Modely pro období 2012/09 - 2017/06**

Modely	AIC	BIC	HQC
Model 2.1: ARIMA (0,1,0)	442.16	444.22	442.97
<b>Model 2.2: ARIMA (1,1,0)</b>	<b>440.5</b>	<b>444.62</b>	<b>442.1</b>
Model 2.3: ARIMA (0,1,1)	441.98	448.16	444.38
Model 2.4: ARIMA (1,1,1)	443.98	452.22	447.19
Model 2.5: ARIMA (2,1,1)	445.15	455.45	449.16
Model 2.6: ARIMA (1,1,2)	445.51	455.81	449.52
Model 2.7: ARIMA (2,1,2)	446.25	458.61	451.07
Model 2.8: SARIMA (0,1,0)(1,0,1)	446.02	454.26	449.22
Model 2.9: SARIMA (1,1,1)(1,0,1)	446.85	459.21	451.67

Zdroj: autor

Následně jsou testovány ARIMA modely se specifickými zpožděními. Zvolení specifických zpoždění se odvíjí od analýzy ACF a PACF (Graf 23) transformované řady, kdy za zmínění stojí 1., 5., 6. a 11. zpoždění. Opět byla testována celá řada modelů, nicméně většina z nich neměla parametry dostatečně statisticky významné až na poslední model 2.13. Přehled modelů se specifickými zpožděními je zaznamenán v Tabulce 20.

**Tabulka 20: Modely se specifickým zpožděním pro období 2012/09 - 2017/06**

	Specifické zpoždění		Informační kritéria		
	AR	MA	AIC	BIC	HQC
Model 2.10	1,5	-	440.93	449.17	444.14
Model 2.11	1,5	11	439.71	450.1	443.72
Model 2.12	1,5	6,11	438.16	450.52	442.98
<b>Model 2.13</b>	<b>-</b>	<b>6,11</b>	<b>436.66</b>	<b>444.9</b>	<b>439.87</b>

Zdroj: autor

Za použití analýzy autoregresní složky a složky klouzavých průměrů se pro testované období 2012/09 – 2017/06 jeví jako nejlepší Model 2.13, kde jsou zahrnuté specifické zpožděné proměnné. Oproti původnímu Modelu 2.1, který obsahoval pouze konstantu, vykazuje Model 2.13 nejlepší vypovídací vlastnosti, což dokazují i nejnižší hodnoty AIC a BIC, příp. HQC, včetně významnosti odhadnutých parametrů (viz Tabulka 21).

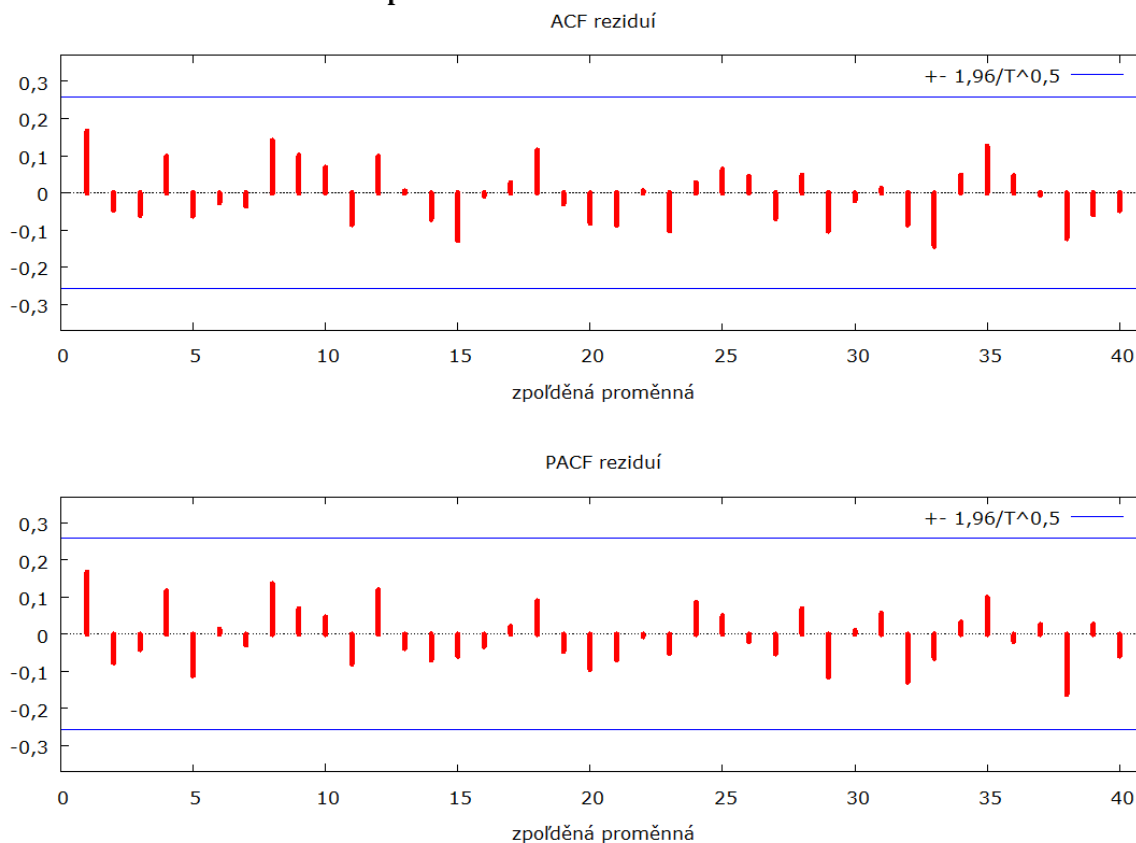
**Tabulka 21: Model 2.13 ARIMA pro období 2012/09 - 2017/06**

		Informační kritérium	
AIC:		436.66	
BIC:		444.9	
HQC:		439.87	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota	
konstanta	-3,10319	0.0271	
MA 6	-0.283747	0.0245	
MA 11	0.471495	0.0181	

Zdroj: autor

Z grafické analýzy reziduální ACF a PACF (Graf 24) je zjevné, že vybraný Model 2.13 popisuje většinu významné struktury časové řady, a tudíž další zpoždění, která by mohl model obsahovat, již nejsou příliš významná. Korelace u autokorelační funkce i parciální autokorelační funkce jsou pro nejvyšší hodnoty menší než 0,2, tudíž vlivy, které model nezahrnul, jsou již natolik nevýznamné, že by další rozšíření modelu nebylo pro prognostické účely žádoucí, jelikož vycházíme z doporučení Box-Jenkinsovy metodiky udržet model maximálně jednoduchý.

**Graf 24: Reziduální ACF a PACF pro model 2.13 období 2012/09 – 2017/06**

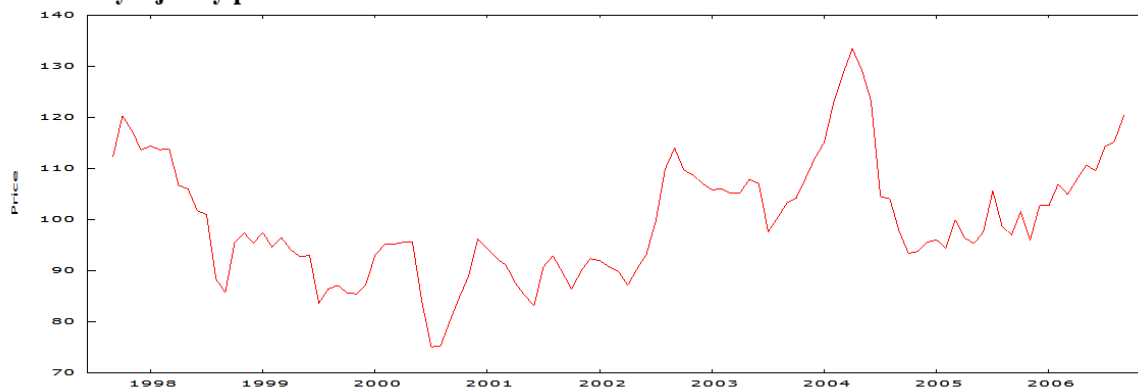


Zdroj: autor

### 5.3 Konstrukce modelu pro období 1997/09 – 2006/09

Pro výběr vhodného modelu je také analyzována první část celého výběru, konkrétně období od 1997/09 do 2006/09, které je poměrně vyrovnané bez výraznějších šoků a bez výraznějšího posunu cenové hladiny tak, jak bylo zmíněno v úvodu při popisu průběhu celé řady. Průběh analyzovaného období je zobrazen v Grafu 25.

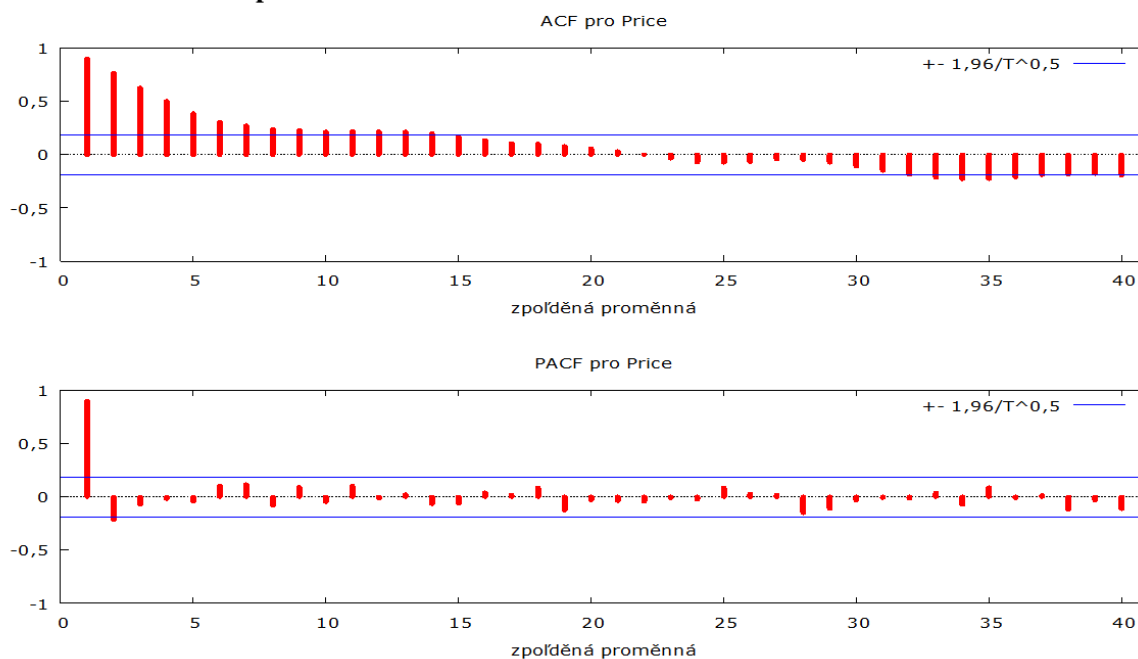
Graf 25: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2006/09



Zdroj: autor

Při pohledu na ACF a PACF pro daný výběr (Graf 26) je patrné, že řada obsahuje silnou autokorelaci mezi zpožděními, které můžou naznačovat nestacionaritu řady.

Graf 26: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2006/09



Zdroj: autor

Nestacionaritu řady potvrzuje i ADF test (Tabulka 22), kde je nestacionarita s pravděpodobností 7,26% stále přítomna, proto je opět vhodné stacionaritu zesílit a indikovanou autokorelaci transformací řady pomocí diferencí odstranit.

**Tabulka 22: ADF pro období 1997/09 - 2006/09**

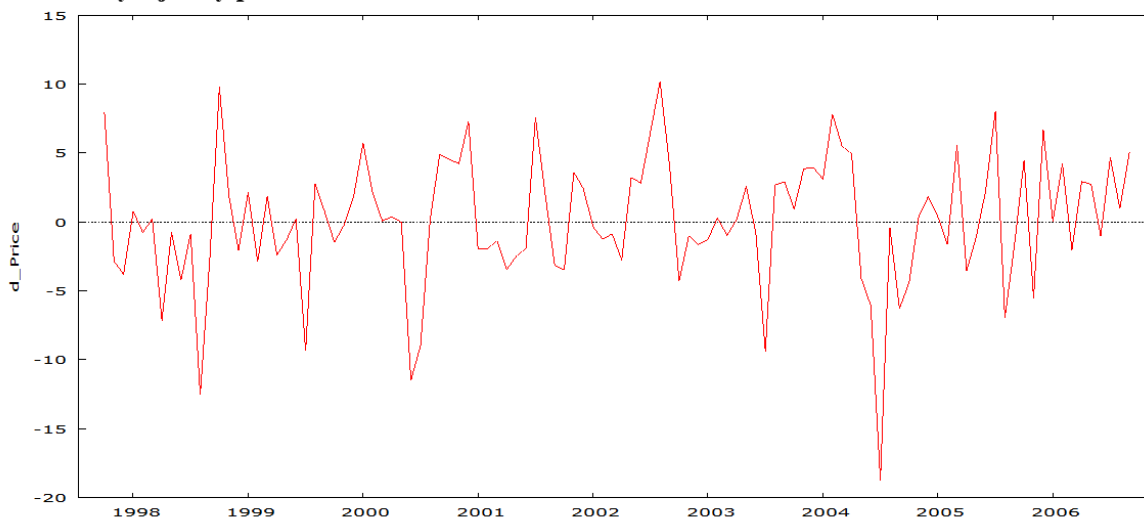
odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.104816</b>
testovací statistika Tau:	<b>-2.70785</b>
p-hodnota:	<b>0.07262</b>

Zdroj: autor

### Transformace pomocí diferencí

S ohledem na ne zcela uspokojivý výsledek ADF testu je přikročeno k transformaci řady pomocí diferencí, jejíž průběh zaznamenává Graf 27, ze které lze usuzovat, že řada by již další známky nestacionarity nemusela vykazovat, což potvrzuje i ADF test (Tabulka 23).

**Graf 27: Vývoj řady pro období 1997/09 – 2006/09 – transformovaná řada**



Zdroj: autor

**Tabulka 23: ADF pro období 1997/09 - 2006/09 - transformovaná řada**

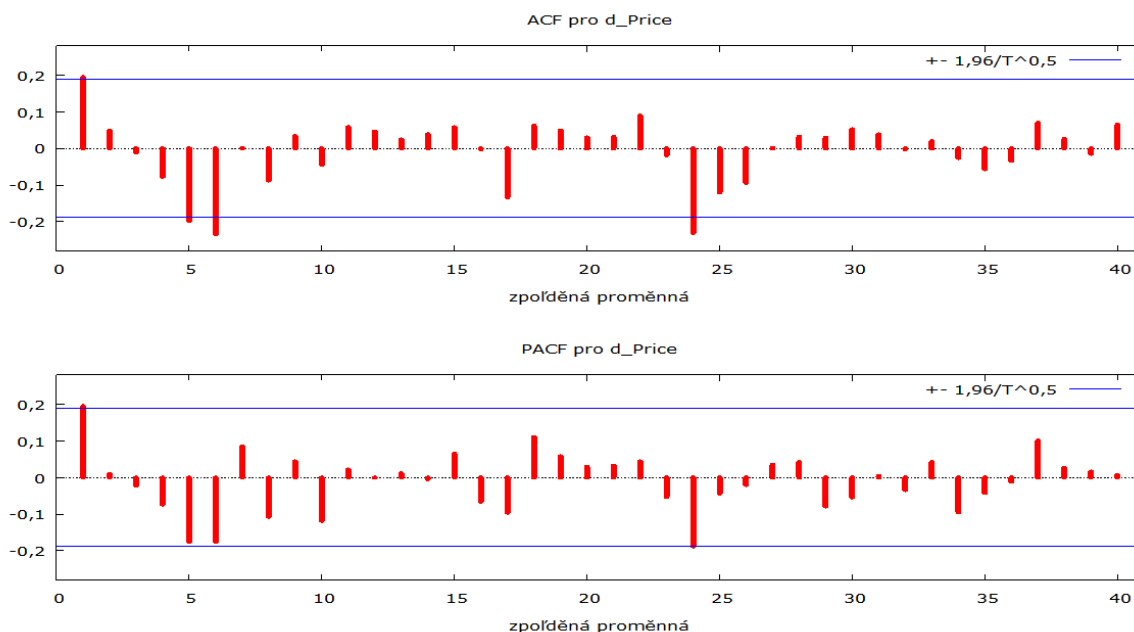
odhadovaná hodnota Tau:	<b>-0.8031</b>
testovací statistika Tau:	<b>-8.4666</b>
p-hodnota:	<b>&lt;0.0001</b>

Zdroj: autor

Následné hodnocení ACF a PACF transformované řady (Graf 28) ukazuje na vnitřní strukturu, jejíž identifikace bude klíčová pro výběr nejvhodnějšího modelu v daném období. Ze záznamu autokorelací jsou nejvýznamnější zpoždění zaznamenána v Tabulce

24. Za pozornost tak stojí 1., 5., 6. nebo dokonce 24. zpoždění u autokorelační funkce, což má význam pro specifikaci složky klouzavých průměrů. Tato zpoždění jsou významná i pro parciální autokorelační funkci, což má vliv na specifikaci autoregresní složky.

**Graf 28: ACF a PACF pro období 1997/09 – 2006/09 – transformovaná řada**



Zdroj: autor

**Tabulka 24: Hodnoty ACF PACF pro období 1997/09 - 2006/09 - transformovaná řada**

Zpoždění	ACF	PACF	Testová hodnota	p-hodnota
1	0,1950 **	0,1950 **	4,2204	[0,040]
5	-0,1977 **	-0,1756 *	9,6785	[0,085]
6	-0,2350 **	-0,1754 *	16,1106	[0,013]
24	-0,2308 **	-0,1882 *	30,8789	[0,157]

\* hladina významnosti 10%  
 \*\* hladina významnosti 5%  
 \*\*\* hladina významnosti 1%

Zdroj: autor

Jako výchozí model je opět zvolen model ARIMA (0,1,0), tj. Model 3.1 obsahující pouze konstantu a neobsahující žádnou AR ani MA složku. Následující modely (Tabulka 25) představují další uvažované varianty klasických ARIMA modelů bez zahrnutí specifických proměnných.

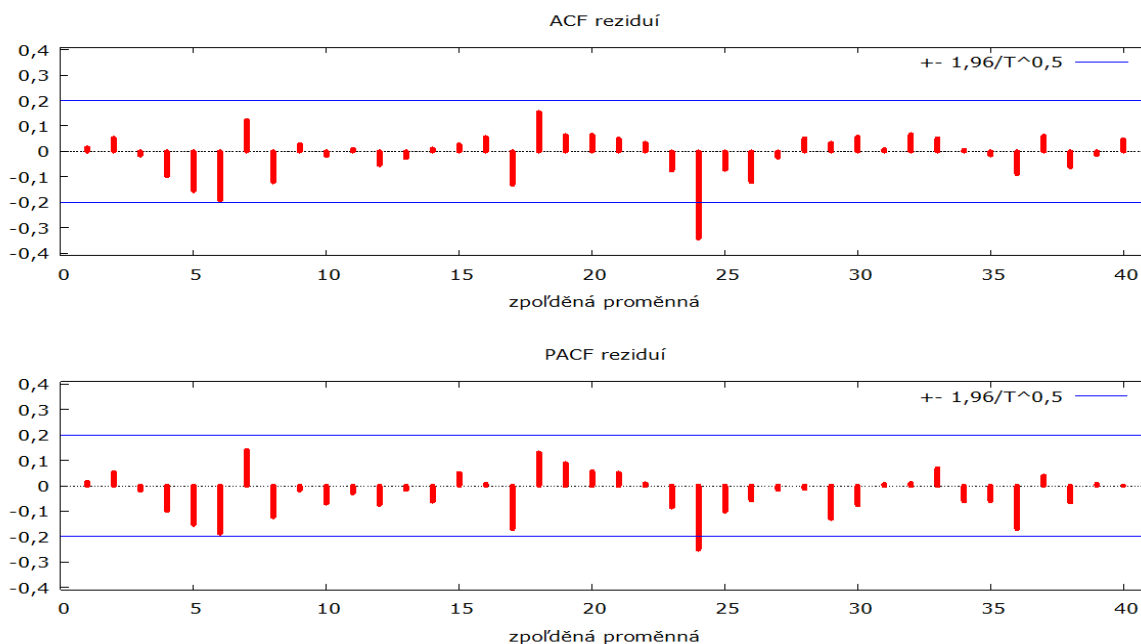
**Tabulka 25: Modely pro období 1997/09 - 2006/09**

Modely	AIC	BIC	HQC
Model 3.1: ARIMA (0,1,0)	643.32	648.67	645.5
Model 3.2: ARIMA (1,1,0)	641.01	649.06	644.27
Model 3.3: ARIMA (0,1,1)	641.25	649.3	644.52
Model 3.4: ARIMA (1,1,1)	643.01	653.74	647.36
Model 3.5: ARIMA (2,1,1)	645	658.41	650.44
Model 3.6: ARIMA (2,1,0)	646.32	659.31	651.85
Model 3.7: ARIMA (1,1,2)	644.99	658.4	650.43
Model 3.8: SARIMA (0,1,0)(1,0,1)	644.29	655.02	648.64
Model 3.9: SARIMA (0,1,0)(0,0,1)	644.8	652.84	648.06
Model 3.10: SARIMA (0,1,0)(1,0,0)	645.07	653.11	648.33
Model 3.11: SARIMA (0,1,0)(1,1,1)	603.51	613.77	607.66
Model 3.12: SARIMA (0,1,0)(0,1,1)	602.4	610.1	605.51
<b>Model 3.13: SARIMA (1,1,0)(0,1,1)</b>	<b>601.96</b>	<b>612.22</b>	<b>606.11</b>

Zdroj: autor

Jako nejlepší model se jeví Model 3.13, který vykazuje nejnižší hodnoty AIC a BIC a zároveň jeho parametry jsou s hranicí významnosti 5% statisticky významné. Při analýze reziduálních ACF a PACF je však zjevné, že ještě nebyla do zmíněných modelů zahrnuta veškerá struktura časové řady, která, jak napovídají ACF a PACF (Graf 29), stále obsahuje statisticky významnou strukturu, kterou model 3.13 nevysvětluje.

**Graf 29: Reziduální ACF a PACF pro model 3.13 období 1997/09 – 2006/09**



Zdroj: autor



S přihlédnutím k původním významným zpožděním transformované řady (Graf 27 a Tabulka 23) jsou konstruovány modely se specifickými zpožděními, které by dokázaly strukturu časové řady vysvětlit lépe než poslední Model 3.13. Další analyzované modely sice přinesly pouze nepatrné zlepšení ve vypovídací hodnotě, ale pouze několik modelů mělo všechny parametry významné (Tabulka 26).

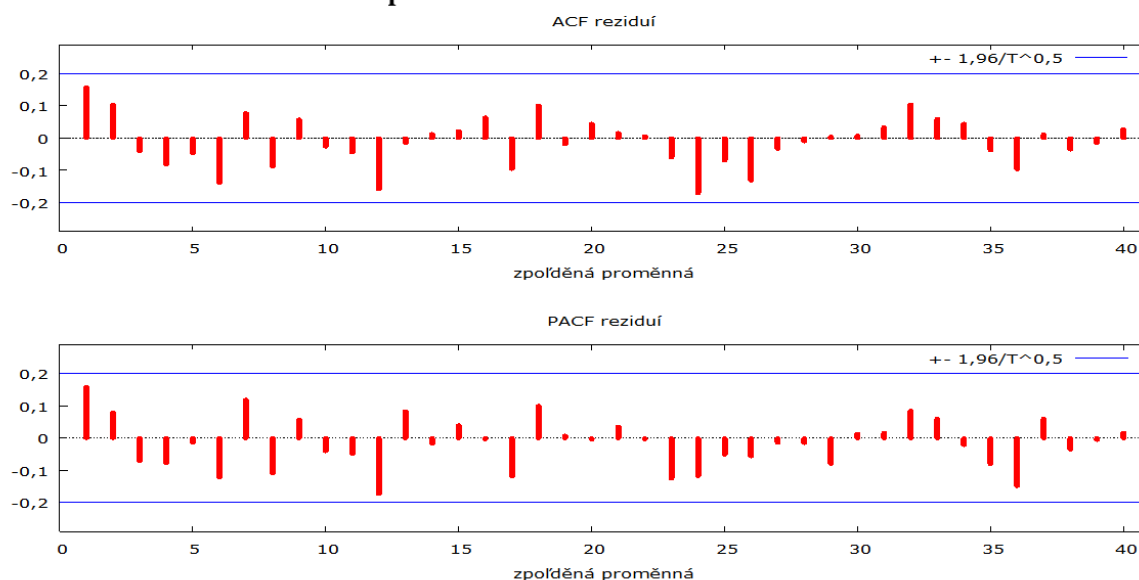
**Tabulka 26: Modely se specifickým zpožděním pro období 1997/09 - 2006/09**

	Specifické zpoždění		Sezónní proměnné		Informační kritéria		
	AR	MA	SAR	SMA	AIC	BIC	HQC
Model 3.14	-	24	-	SMA (1)	596.85	604.55	599.96
<b>Model 3.15</b>	-	<b>5,24</b>	-	<b>SMA (1)</b>	<b>593.84</b>	<b>606.66</b>	<b>599.02</b>

Zdroj: autor

Nejlepším modelem se nakonec jeví Model 3.15 (Tabulka 26), který má všechny odhadnuté parametry specifických zpožděných proměnných významné. Analýza reziduální ACF a PACF (Graf 30) již také neobsahuje další statisticky významné struktury, které by Model 3.15 adekvátně nevysvětloval.

**Graf 30: Reziduální ACF a PACF pro model 3.15 období 1997/09 – 2006/09**



Zdroj: autor

Model 3.15 poskytuje oproti Modelu 3.14 nižší hodnoty AIC, což svědčí o lepší schopnosti popsat vývoj ceny pomocí komplexnějšího modelu, který na rozdíl od Modelu 3.14 obsahuje více parametrů. BIC je v případě vybraného modelu sice vyšší oproti

předchozí variantě, nicméně posun není tak značný a expertně je preferován výběr podle hodnot AIC. Zvolený Model 3.15 obsahuje konstantu a dva parametry složky klouzavých průměrů (Tabulka 27).

**Tabulka 27: Model 3.15 ARIMA pro období 1997/09 - 2006/09**

		Informační kritérium	
AIC:		593.84	
BIC:		606.66	
HQC:		599.02	
Vysvětlující proměnné	parametr	p-hodnota	
konstanta	0,242424	0,0346	
MA 5	-0,252162	0,0023	
MA 24	-0,443294	<0.0001	
SMA (1)	-0,996754	<0.0001	

Zdroj: autor

## 5.4 Prognóza

Pro závěrečnou prognózu byl na základě AIC a BIC vybrán model s nejlepšími vypovídacími schopnostmi, jehož všechny odhadnuté parametry jsou statisticky významné. Na základě porovnání nejlepších modelů (Tabulka 28) ze tří sledovaných období (1997/09 – 2017/06, 2012/09 - 2017/06 a 1997/09 - 2006/09) je vybrán model 2.13.

**Tabulka 28: Nejlepší modely**

Model	Období	Informační kritéria		
		AIC	BIC	HQC
Model 1.21	1997/09 - 2017/06	1471.59	1503.9	1484.68
<b>Model 2.13</b>	<b>2012/09 - 2017/06</b>	<b>436.66</b>	<b>444.9</b>	<b>439.87</b>
Model 3.15	1997/09 - 2006/09	593.84	606.66	599.02

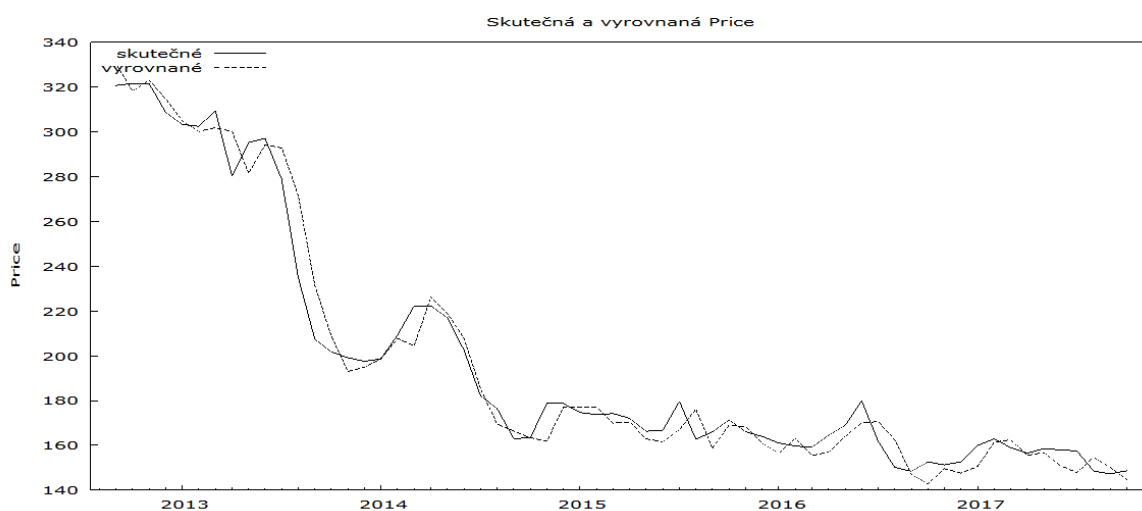
Zdroj: autor

Vybraný model 2.13 prokázal na základě informačních kritérií nejlepší prognostické vlastnosti v porovnání s modely 3.15 a 2.21. Výsledný matematický zápis Modelu 2.13, který obsahuje konstantu a tři parametry složky klouzavých průměrů je znázorněn v rovnici 5.1 :

$$X_t = -0.283747 * \varepsilon_{t-6} + 0.471495 * \varepsilon_{t-11} - 3,10319 \quad (5.1)$$

Po aplikaci modelu 3.15 na zvolený datový soubor měsíčních cen kukuřice v rozsahu 2012/09 – 2017/10 lze stanovit prognózu budoucího vývoje na čtyři měsíce s poslední prognózovanou cenou v únoru 2018. Skutečnou a teoretickou hodnotu ceny kukuřice vykresluje Graf 31:

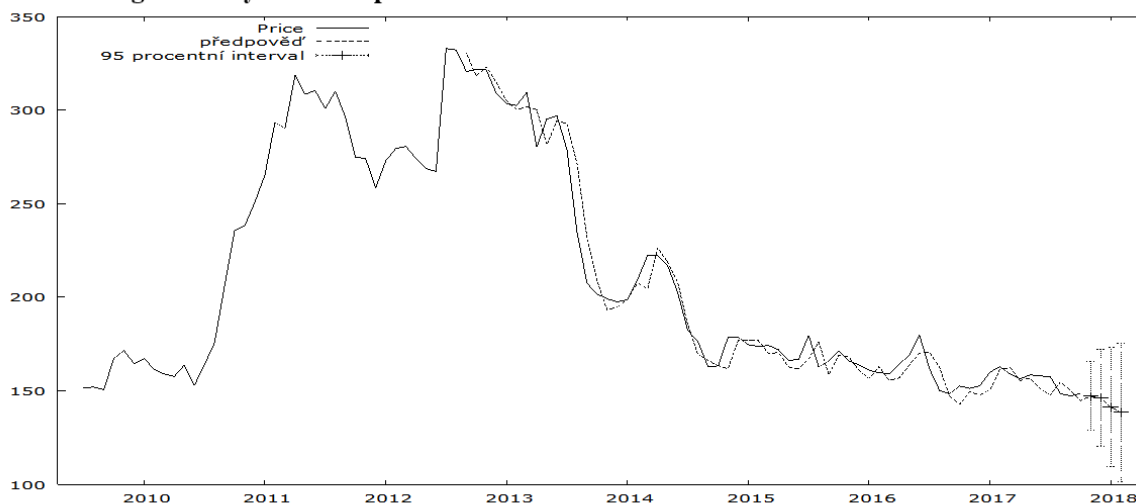
**Graf 31: Skutečná vs. teoretická cena kukuřice podle Modelu 2.13**



Zdroj: autor

Samotnou prognózu vývoje pro období 2017/11 – 2018/02, tj. čtyři měsíce, zaznamenává Graf 32. Z grafu je patrné, že vývoj předpovědi má klesající charakter, kdy předpovídaná měsíční cena kukuřice klesá ze skutečné hodnoty 148,62 USD/t v 2017/10 na teoretickou hodnotu 147,15 USD/t v prvním prognózovaném období, tj. 2017/11, a dále pokračuje poklesem na 146,09 USD/t v 2017/12, na 141,29 USD/t v 2018/01 a konečně na 138,46 USD/t v 2018/02, což je poslední období předpovědi.

**Graf 32: Prognóza ceny kukuřice podle Modelu 2.13**



Zdroj: autor

Hranice zvoleného konfidenčního intervalu na úrovni 95% a prognózu ceny na budoucí čtyři měsíce včetně směrodatné odchylky zaznamenává Tabulka 29, ze které je patrná rostoucí směrodatná odchylka, která signalizuje rostoucí rozpětí minimální a maximální očekávané ceny v rámci konfidenčního intervalu. Pro prognózovanou střední cenu v únoru 2018 na úrovni 138,46 USD/t lze tak zároveň konstatovat, že ve stejném období může cena podle modelu dosáhnout v extrémním případě minima 101,68 USD/t nebo maxima 175,24 USD/t. Pro poslední předpovídané období tak platí, že cenové rozpětí, tj. rozdíl mezi maximální a minimální cenou, je téměř 74 USD/t, zatímco pro první předpovídané období je model daleko přesnější a rozpětí činí pouze necelých 37 USD/t, tedy zhruba polovinu.

**Tabulka 29: Prognóza a konfidenční interval**

Období	Předpověď	Směr. chyba	95% konf. Interval	
			min	max
2017/11	147,15	9,383	128,76	165,54
2017/12	146,09	13,27	120,08	172,1
2018/01	141,29	16,252	109,44	173,14
2018/02	138,46	18,766	101,68	175,24

Zdroj: autor

## 6 Výsledky a diskuse

Hlavní cíl diplomové práce, jímž je prognóza ceny kukuřice na americkém trhu, lze s určitou mírou pravděpodobnosti považovat za splněný. S využitím ekonometrických metod bylo možné definovat s 95% konfidenčním intervalem spolehlivosti prognózu vývoje ceny kukuřice na americkém trhu. Byl konstruován model, který za pomoci Box-Jenkinsovy metodologie našel lineární vztah mezi aktuální cenou kukuřice a cenou historickou, která dokáže aktuální cenu vysvětlit. Na základě řady konstrukcí ARIMA modelů byl nalezen model, který dokáže cenu modelovat a predikovat tak cenovou hladinu na několik budoucích období. Při aktuální ceně 148,62 USD/t v období 2017/10 lze stanovit na další 1 období střední očekávanou cenu 147,15 USD/t, minimální cenu na úrovni 128,76 USD/t a maximální cenu na úrovni 165,54 USD/t. Očekávaná cena po čtyřech měsících, tj. období 2018/02, je na úrovni 138,46 USD/t s minimální hranicí ceny 101,6 USD/t a maximální hranicí na úrovni 175,24 USD/t.

Výsledná prognóza byla podmíněna konstrukcí více modelů, které by umožnily následnou komparaci vedoucí k výběru nejlepšího modelu. Pro tento účel byla analýza rozdělena do dílčích skupin modelů, které pokrývaly rozličné časové periody. Dílčí modely byly konstruovány na celém sledovaném období od 1997/09 do 2017/06, na první části sledovaného období, tj. od 1997/09 – 2006/09, a nakonec na poslední části sledovaného období, tj. 2012/09 – 2017/06. Tento postup se ukázal jako dostačující k identifikaci části řady, která současnou cenu vysvětluje nejlépe. Byly využity základní principy a postupy modelování jednorozměrných časových řad, mezi něž patří zjištění a zajištění stacionarity časové řady, a to zejména z důvodu četnosti výskytu tohoto jevu u stochastických ekonomických dat. Dále byla využita metoda regresní analýzy a reziduální analýzy ke stanovení statisticky významných parametrů, které v aplikaci na historická data dokáží formulovat předpověď budoucího vývoje ceny. Celkem bylo formulováno 49 modelů za všechna tři stanovená období, které byly podrobeny následné komparaci k výběru toho nejvhodnějšího modelu.

Komparace modelů, jakožto druhý dílčí cíl práce, probíhala s využitím informačních kritérií, která se pro komparaci autoregresních modelů využívají nejčastěji, tj. Akaikeho (AIC) a Bayesovské (BIC) informační kritérium. Tento postup byl uplatněn nejprve pro každé období zvlášť (1997/09 – 2017/06; 1997/09 – 2006/09; 2012/09 – 2017/06) a následně byly nejlepší modely za každé období porovnány mezi sebou.

Z výsledků je zjevné, že nejlépe vysvětluje aktuální cenu model, který je založen na časovém intervalu 2012/09 – 2017/06. Lze usuzovat, že ceny, které se v čase nalézají blíže k aktuálnímu datu, mají lepší schopnost predikovat současnou cenu, nežli ceny, které jsou aktuálním cenám vzdálené v řádu mnoha let. Tento jev si lze u analýzy ceny kukuřice vysvětlit zejména dlouhodobou strukturální změnou na trhu s kukuřicí, která započala kolem roku 2005 přijetím amerických zákonů, které vyústily v rostoucí poptávku po kukuřici jakožto substitutu k výrobě alternativních zdrojů energie, tj. zejména etanolu.

Naopak nejhůře vysvětluje cenu model, který byl postaven na celém sledovaném období (1997/09 – 2017/06). Podle výsledků a zpracované rešerše lze nejhůřší výsledek vysvětlit právě tržní strukturální změnou, která v podobě americké hospodářské politiky proběhla uprostřed sledovaného období. Výsledné modely nedokázaly správně pojmut rozdílné charaktery jednotlivých období a celkový výsledek není zdaleka tak dobrý jako výsledky z dílčích částí řady, tj. pro období 1997/09 – 2006/09 nebo pro období 2012/09 – 2017/06). Lze zvažovat přidání dalších proměnných, které by zmíněné tržní změny dokázaly simulovat, nicméně pro daný účel a rozsah práce nebyla tato možnost dále rozpracována.

Výslednou prognózu sepsané práce je vhodné podrobit kritice s ohledem na podobné, ale také odlišné modely, které se v praxi při modelování vývoje cen využívají. V kontrastu ke zde zpracovanému modelu se v praxi daleko více využívají vícerozměrné modely, které do výsledné prognózy zahrnují celou řadu proměnných, které do výpočtu vstupují. Cena samotná bývá u většiny modelů spíše v pozici jedné z mnoha vstupních vysvětlujících proměnných, než aby byla vysvětlována pouze sama sebou bez využití dalších proměnných. Využití ARIMA modelování k prognóze ceny amerického kukuřičného sirupu, vyráběného z kukuřičného škrobu, se věnuje například Lakkakula (Lakkakula, 2016), kde měsíční sezónní model vykazuje hodnoty AIC na úrovni -990 a BIC na úrovni -972, což výrazně předčí Model 2.13 (Kap. 5.2, Tab. 21). Měsíční model SARIMA (3,2,1)(1,0,1)<sub>12</sub> je například ve srovnání s Modelem 2.13 podroben integraci druhého řádu, což mohlo vést k lepším výsledkům v rámci Box-Jenkinsovy metodiky. Lakkakula však testuje řadu také pro kvartální data, kde AIC a BIC dosahují hodnot kolem -200. Jeho kvartální model SARIMA (0,2,0)(3,0,2)<sub>4</sub> je například oproti konstruovanému Modelu 2.13 (Kap. 5.2, Tab. 21) dvakrát transformován, což může jít na úkor přesnosti předpovědi v důsledku nedostatku strukturálních informací. Několikanásobně horších výsledků než model 2.13 dosahuje například ARIMA model, který vypracoval Venkatesh a

kolektiv (Venkatesh a kol., 2017) přímo pro předpověď ceny kukuřice v indickém státě Telangana, jehož AIC a BIC se pohybují kolem téměř 2000. Jejich model ARIMA (2,1,1) je podobně transformován pomocí diferencí, nicméně není v sezónní konfiguraci jako model od Lakkakuly (Lakkakula, 2016). Lze polemizovat, zda nešlo expertním posouzením nalézt vhodnější model, jelikož podle reziduální ACF a PACF lze nalézt významnou strukturu korelací, které nebyly z rezidua dostatečně odstraněny. Komparací výsledků modelů pro cenu hořčice na indickém trhu se zabývá také Bannor a Melkamu (Bannor, Melkamu, 2016), kteří porovnávají jednorozměrný ARIMA model, jednorozměrný ARFIMA model a vícerozměrný ECM model. Podle výsledků zde funguje jednorozměrný ARIMA (1,1,1) model lépe než očekávaný vícerozměrný ECM model nebo model ARFIMA (2, 0.449,1). Za pozornost stojí nižší stupeň integrace ARFIMA modelu, který oproti nejlepšímu modelu ARIMA (1,1,1) obsahuje dvě autoregresní složky. Přesto oba modely, které Bannor vybral, dosahují AIC kolem 1600, což je opět výrazně horší než Model 2.13 (Kap. 5.2, Tab. 21). Například Hoffman (Hoffman, 2004), zemědělský ekonom specializovaný na ekonomiku zemědělským plodin americké federální agentury USDA, zkonstruoval sezónní model klouzavých průměrů, který dosahuje velmi přesných výsledků v předpovědi a závěrem práce konstatuje, že podobné modely sezónních průměrů cen zemědělských výrobců dokáží dostatečně predikovat cenový vývoj komodit, např. pokud se má taková předpověď využít pro řízení hospodářské politiky Spojených států. Je tedy zjevné, že i složitější modely dokáží výsledky prognóz zpřesnit, nicméně lze použít jednorozměrné modely založené pouze na ceně k dosažení adekvátních výsledků.

## 7 Závěr

Kukuřice představuje jednu z klíčových komodit světových trhů a její význam zejména v zemědělství a v celé řadě odvislých odvětví je značný. Schopnost definovat a kvantifikovat vztahy, které na trhu s kukuřicí působí, je velmi cenná, zejména pokud je cílem předpověď budoucího vývoje. Adekvátní model dokáže zpřesnit výši ceny v budoucím období, čímž v praxi pomáhá efektivně alokovat zdroje tržního mechanismu.

Konstrukce ekonometrických modelů, která je založená zejména na ověřených metodických postupech, vyžadovala také v důsledku stochastické povahy zemědělských cen expertní úsudek, který pomohl konstruovat modely tak, aby dosažený výsledek vedl k výběru toho nejlepšího modelu. Pro konstrukci modelů tak byla expertně vybrána tři různá období, ze kterých modely vzešly. Současně samotná specifikace jednotlivých modelů vyžadovala částečně subjektivní rozhodování a následné testování modelových variant, což vedlo k rozšíření báze modelů pro finální výběr.

Vzájemná komparace výsledných modelů se poté odvíjela zejména od statisticky definovaných informačních kritérií, které vedly jednoznačně k výběru nejvhodnějšího prognostického modelu. Rozdělení časové řady do tří testovaných období přispělo k rozšíření základny komparovaných modelů a tím i ke zpřesnění výběru nejadekvátnějšího modelu určeného ke stanovení prognózy.

Při srovnání s dalšími cenovými modely, například ve formě jednorozměrných ARIMA a ARFIMA modelů nebo ve formě vícerozměrných modelů VECM, VAR, SMA, se jeví konstruovaný ARIMA model se dvěma zpožděnými proměnnými klouzavých průměrů jako adekvátní ke stanovení prognózy cen kukuřice. Byť srovnávané modely se stejnou metodikou dosahovaly vyšších hodnot informačních kritérií, než zde zpracovaný model, je nutné respektovat rozdílné charaktery časových řad, které následně vedly k odlišným výsledkům a vypovídacím schopnostem srovnávaných modelů. Hlubší práce s daty ve smyslu rozšíření modelu o umělé proměnné, případně úprava řady ve smyslu očištění o extrémní výkyvy nebo zvolení jiné metodiky, mohou být námětem k další analýze, jež by mohla vést k ještě přesnější prognóze.

Vlastní práce poskytuje ekonometrickou analýzu jednorozměrné řady vývoje ceny kukuřice v období od r. 1997 do r. 2017 vedoucí ke konstrukci ARIMA modelu se dvěma zpožděnými proměnnými klouzavých průměrů a poskytuje prognózu vývoje ceny kukuřice na americkém trhu pro čtyři měsíčních období od 2017/11 do 2018/02. Prognóza naznačuje



pokračující mírně klesající charakter pro všechna předpovídaná období. Předpověď odhaduje cenu 147 USD/t pro první období, tj. 2017/11, a cenu 138,46 USD/t pro poslední období, tj. 2018/02.

## 8 Seznam použitých zdrojů

- AMOSSON, Stephen H., MINTERT, James R., TIERNEY, Jr. William I., WALLER, Mark L. 1999. *Knowing and Managing Grain Basis*. [online]. [cit. 30.7.2017]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/1969.1/87851>
- ARMS. 2015. *Agricultural Resource Management Survey*. [online]. United States Department of Agriculture. [cit. 30.6.2017]. Dostupné z: <https://www.ers.usda.gov/data-products/arms-farm-financial-and-crop-production-practices/arms-data/>
- ARSHAM, Hossein. 2015. *Time-Critical Decision Making for Business Administration*. [online]. University of Baltimore. [cit. 26.6.2016]. Dostupné z: <http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/stat-data/forecast.htm>
- ARTL, Josef, ARTLOVÁ, Markéta, 2007. *Ekonomické časové řady - Vlastnosti, metody modelování, příklady a aplikace*. Praha: Grada Publishing a.s. 288 s. ISBN 987-80-247-1319-9.
- BAIOCCHI, Giovanni, DISTASO, Walter. 2003. *GRETLM: Econometric software for the GNU generation*. [online]. Journal of Applied Econometrics 18. pp. 105-10. [cit. 30.6.2016]. Dostupné z: <http://gretl.sourceforge.net/>
- BANNOR, R. K., MELKAMU, M. 2016. *ARFIMA, ARIMA And ECM Models Forecasting Of Wholesale Price Of Mustard In Sri Ganganagar District Of Rajasthan Of India*. [online]. Journal of Business Management & Social Sciences Research (JBM&SSR). Volume 5, No.1. ISSN No: 2319-5614. [cit. 10.10.2017]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/292616687\\_ARFIMA\\_ARIMA\\_And\\_ECM\\_Models\\_Forecasting\\_Of\\_Wholesale\\_Price\\_Of\\_Mustard\\_In\\_Sri\\_Ganganagar\\_District\\_Of\\_Rajasthan\\_Of\\_India](https://www.researchgate.net/publication/292616687_ARFIMA_ARIMA_And_ECM_Models_Forecasting_Of_Wholesale_Price_Of_Mustard_In_Sri_Ganganagar_District_Of_Rajasthan_Of_India)
- BOX, George, JENKINS, Gwilym, REINSEL, Gregory, LJUNG, Greta, 2015. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Hoboken: John Wiley & Sons. Inc. 5. Ed. 712 s. ISBN 978-1-118-67502-1.
- BROOKS, Chris, 2008. *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge: Cambridge University Press. 648 s. ISBN 978-0-521-87306-2.
- BROWN, W. L., ZUBER, M. S., DARRAH, L. L., GLOVER, D. V., 1985. *Origin, adaptation, and types of corn*. National Corn Handbook NCH-10. University of Wisconsin. 5 s.

- CBOT – Chicago Board of Trade. 2016. *About CBOT*. [online]. [cit. 20.6.2016]. Dostupné z: <http://www.cbot.com>
- DICKEY, David A., FULLER, Wayne A., 1979. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. Jun 1979. Vol 74., No.366. p.427-431.
- DUKE University. 2015. *A-maize-ing Corn*. [online]. [cit. 30.6.2016]. Dostupné z: <https://sites.duke.edu/corn342/>
- GREENE, William H. T., 2000. *The Econometric analysis 5.ed.* Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall. 1026 s. ISBN 978-0-13-066189-0.
- HAZEWINKEL, Michiel, 1990. *Encyclopaedia of Mathematics. Vol. 6.* Springer Science & Business Media. 546 s. ISBN 978-1-55-608005-0.
- HOFFMAN, Linwood, 2004. *Using Futures Prices to Forecast the Season-Average U.S. Corn Price*. [online]. United States Department of Agriculture. [cit. 20.6.2016]. Dostupné z: <https://ageconsearch.umn.edu/bitstream/19020/1/cp04ho01.pdf>
- HYNDMAN, Robin J., ATHANASOPOULOS, George, 2013. *Forecasting: principles and practice*. Otexts. 292 s. ISBN 978-0-98-750710-5.
- KONASANI, Venkat R., 2013. *Time Series Analysis & Forecasting*. [online]. [cit. 23.6.2016]. Dostupné z: [http://www.slideshare.net/21\\_venkat/arima-26196965](http://www.slideshare.net/21_venkat/arima-26196965)
- KOVARIK, Bill, 1998. *Henry Ford, Charles Kettering and the Fuel of the Future*. *Automotive History Review*, Spring 1998, No. 32, p. 7 – 27.
- LAKKAKULA, Prithviraj, 2016. *US HFCS Price Forecasting Using Seasonal ARIMA Model*. [online]. Department of Agribusiness and Applied Economics North Dakota State University. [cit. 10.10.2017]. Dostupné z: [https://ageconsearch.umn.edu/record/230133/files/SAEA%20Paper\\_2016\\_Lakkakula.pdf](https://ageconsearch.umn.edu/record/230133/files/SAEA%20Paper_2016_Lakkakula.pdf)
- MILLS, Terence C., 2013. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press. 247 s. ISBN 978-0-52-141048-9.
- MURPHY, William J., 2005. *Tables for Weights and Measurement: Crops*. [online]. University of Missouri. Department of Agronomy. [cit. 20.7.2016]. Dostupné z: <https://web.archive.org/web/20070525150336/http://extension.missouri.edu/xplor/agguides/crops/g04020.htm>

- NAU, Robert, 2016. *Statistical forecasting: notes on regression and time series analysis*. [online]. Fuqua School of Business, Duke University. [cit. 23.6.2016]. Dostupné z: <http://people.duke.edu/~rnau/411home.htm>
- NIST. 2013. *e-Handbook of Statistical Methods*. [online]. [cit. 20.6.2016]. Dostupné z: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook>
- PRUGAR, Jaroslav. 2008. *Kvalita rostlinných produktů na prahu 3. tisíciletí*. Výzk. Ústav pivovarský a sladařský, a.s. Praha. 327 s. ISBN 978-80-86576-28-2.
- PULKRÁBEK, Josef a kol., 2004. *Speciální fytotechnika*. ČZU v Praze; Power Print. 190 s. ISBN 80-213-1020-0.
- SAS Institute Inc. *13.2 User's Guide The ARIMA Procedure*. [online]. 2014. [cit. 20.6.2016]. Dostupné z: <http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/ets/132/arima.pdf>.
- SCHLICHT, Ekkehart, 1985. *Isolation and Aggregation in Economics*. Berlin: Springer Verlag. 112 s. ISBN 0-387-15254-7.
- SCHNEPF, Randy, 2006. *Price Determination in Agricultural Commodity Markets: A Primer*. CRS report for Congress. Order Code RL33204. 39 s.
- SCHNEPF, Randy, 2007. *Agriculture-Based Renewable Energy Production*. CRS report for Congress. Order Code RL32712. 54 s.
- SMITH, Aaron, 2014. *Econometrics of Commodity Markets*. [online]. UC Davis. [cit. 19.9.2017]. Dostupné z: [https://arefiles.ucdavis.edu/uploads/filer\\_public/2014/08/28/econometrics\\_of\\_commodity\\_prices.pdf](https://arefiles.ucdavis.edu/uploads/filer_public/2014/08/28/econometrics_of_commodity_prices.pdf)
- STAT510, 2016. *Applied Time Series Analysis*. Pennsylvania State University [online]. [cit. 25.6.2016]. Dostupné z: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat510/>
- UPADHYAY, Roopam, 2015. *Step-by-Step Graphic Guide to Forecasting through ARIMA Modeling in R*. [online]. YOU CANalytics. [cit. 23.6.2016]. Dostupné z: <http://ucanalytics.com/blogs/step-by-step-graphic-guide-to-forecasting-through-arima-modeling-in-r-manufacturing-case-study-example/>.
- USDA – United States Department of Agriculture. 2017. Agricultural Service. [online]. [cit. 20.6.2017]. Dostupné z: <http://www.fas.usda.gov>
- USDA ERS – United States Department of Agriculture. 2017. Economic Research Service. [online]. [cit. 25.6.2017]. Dostupné z: <http://www.ers.usda.gov/>

- US DOE – United States Department of Energy. 2017. Alternative Fuels Data Center [online]. [cit. 30.6.2017]. Dostupné z: <https://www.afdc.energy.gov/laws/RFS>
- VENKATESH, Panasa a kol., 2017. *Maize Price Forecasting Using Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA) Model*. [online]. International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences. Volume 6 Number 8 (2017) pp. 2887-2895. ISSN 2319-7706. [cit. 10.10.2017]. Dostupné z: <https://www.ijcmas.com/6-8-2017/Venkatesh%20Panasa,%20et%20al.pdf>
- WASDE, 2017. *World Agricultural Supply and Demand Estimates*. [online]. United States Department of Agriculture. [cit. 30.6.2017]. Dostupné z: <https://www.usda.gov/oce/commodity/wasde/>
- WESTCOTT, Paul C., HOFFMAN, Linwood A., 1999. *Price Determination for Corn and Wheat: The Role of Market Factors and Government Programs*. Economic Research Service, U.S. Department of Agriculture. Technical Bulletin No. 1878. 26 s.
- WOOLRIDGE, Jeffrey M., 2003. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, Mason: South-Western, 2nd edition. 863 s. ISBN 978-0-324-11364-8.
- WOOLRIDGE, Jeffrey M., 2012. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, Mason: South-Western, 5th edition. 881 s. ISBN 978-1-111-53104-1.
- ZICHA, Ondřej, 2017. *BioLib: Zea Mays*. [online]. Biological Library. [cit. 30.7.2017]. Dostupný z <https://www.biolib.cz/cz/taxon/id42737/>