UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Diplomová práce

Olomouc 2024

Bc. Alena Kubíková

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Alena Kubíková

Matematické úlohy se zeměpisnou tématikou na 2. stupni ZŠ

Olomouc 2024 vedoucí práce: doc. Mgr. Karel Pastor, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedenou literaturu a zdroje.

V Olomouci dne

Alena Kubíková

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala doc. Mgr. Karlu Pastorovi, Ph.D za odborné vedení, jeho čas, připomínky, cenné rady a hlavně za trpělivost během vedení mé práce. Dále bych ráda poděkovala učitelům matematiky na Základní škole Rudník, okres Trutnov, kteří mi ochotně odpovídali na dotazy a pomohli mi s realizací praktické části diplomové práce.

OBSAH

ÚVOD

V posledních letech je velmi diskutovaná problematika mezipředmětových vztahů, jejich využití při výuce k oživení, ale především k motivaci žáků. Motivace je žádoucím efektem hlavně u náročnějších a méně oblíbených předmětů, jako jsou matematika, fyzika či chemie. Tato diplomová práce se zabývá vztahem mezi matematikou a zeměpisem. V zeměpisu je často využívaná matematika, a to hlavně v oblasti matematického zeměpisu. Jmenovitě se může jednat o téma pohyby Země, zeměpisné souřadnice, výpočet vzdáleností na Zemi, měřítko mapy, měření času, práce s daty a mnoho dalších. Opačné provázání matematiky a zeměpisu, tedy příklady se zeměpisnou tématikou v matematice, jsou však výjimečné a v praxi málo používané.

Tématem diplomové práce jsou matematické úlohy se zeměpisnou tématikou na 2. stupni základní školy. Toto téma jsem zvolila záměrně, dochází v něm k prolínání obou mnou zvolených studijních zaměření. Zároveň hlavním aprobačním předmětem mého studia je matematika, proto je diplomová práce směřována na využití témat zeměpisu k oživení výuky matematiky.

První dvě kapitoly diplomové práce mají za cíl seznámit čtenáře s pojetím matematiky a zeměpisu v platných kurikulárních dokumentech České republiky, na základě kterých školy vytváří své školní vzdělávací programy a realizují výuku daných předmětů. V kapitolách jsou přiblíženy tematické okruhy a cílové zaměření daných vzdělávacích oblastí.

Cílem třetí kapitoly je podat ucelený pohled na mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu. Dále se v kapitole zabývám učivem zeměpisu, ve kterém je využití matematiky zřetelné, např. tvar Země, orientace na Zemi, pohyby Země a čas a kalendář. U každého tématu je uveden stručný přehled teorie na úrovni základní školy.

Čtvrtá kapitola popisuje problematiku matematické gramotnosti a její testování. Získání matematické gramotnosti je základní cíl výuky matematiky na základní škole. K naplnění tohoto cíle lze dojít různými metodami. Jedna z metod je právě mezipředmětové pojetí učiva matematiky a tím cílená motivace žáků.

Předposlední kapitolou teoretické části jsou slovní úlohy. V této kapitole je uvedena definice slovních úloh a jejich funkce. Dále se zabývám taxonomií učebních úloh a v neposlední řadě slovním úlohám v matematice. V kapitole je uvedeno podrobné dělení slovních úloh v matematice podle jejich typu doplněné o konkrétní slovní úlohu jako názorný příklad.

Poslední kapitola teoretické části se zaměřuje na teorii didaktického testu. V této kapitole jsou popsány základní druhy testů. Největší část je věnována charakteristice didaktického testu a jeho hodnocení, které je využito v praktické části diplomové práce. Je zde uvedena problematika obtížnosti testových úloh, citlivosti testových úloh, reliability didaktického testu, percentilová škála a klasifikační stupně.

V praktické části je uveden výzkum, který byl proveden na dvou třídách základní školy (8. třída, 9. třída). Výzkum je realizován souborem slovních úloh v didaktickém testu. Tyto slovní úlohy mají matematiko-zeměpisný charakter a testování probíhá v hodinách matematiky. Didaktický test je použit pro pilotní testování a na základě jeho výsledků je didaktický test prohlášen za vhodný pro žáky a další využívání, a nebo je navržena jeho změna.

1. Pojetí matematiky v RVP ZV

Matematika je v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání roku 2023 zastoupena vzdělávací oblastí „Matematika a její aplikace“ a jediným vzdělávacím oborem. Výuka se uskutečňuje v samostatném předmětu „Matematika“ od první do deváté třídy, kde na prvním stupni je minimální časová dotace předmětu 20 vyučovacích hodin a na druhém stupni 15 vyučovacích hodin[1]. Vzdělávací oblast je založena hlavně na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. [7, 26]

Vzdělávací obsah a stejně tak i očekávané výstupy oblasti jsou rozděleny do čtyř tematických okruhů. Tyto výstupy jsou stanoveny pro 5. až 9. ročník a jsou stanoveny tak, aby dávaly školám potřebnou volnost při tvorbě školních vzdělávacích programů.

Tematický okruh „Čísla a početní operace“, na který na druhém stupni navazuje okruh „Číslo a proměnná“ rozvíjí u žáků dovednost provádět operace, algoritmické porozumění a významové porozumění. Žáci provádějí operace s jednočleny a mnohočleny, učí se řešit a aplikovat lineární rovnice a soustavy dvou lineárních rovnic. Dbá se na nácvik řešení základních slovních úloh, kde se rozvíjí schopnost chápat text a matematizovat slovní úlohu. V tomto tematickém okruhu je začleněn procentový počet a základy finanční matematiky.

Tematický okruh „Závislost, vztahy a práce s daty“ je zaměřen na rozpoznávání určitých typů změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa, jako je přímá a nepřímá úměrnost. Při práci s daty se dbá na jejich grafické znázornění, žáci se učí analyzovat z tabulek, grafů a diagramů. Zkoumáním těchto závislostí je směřováno k pochopení pojmu funkce na středních školách.

Tematický okruh „Geometrie v rovině a prostoru“ je zaměřen na poznání a určení rovinných a prostorových útvarů, zdůvodňování vlastností útvarů, matematickou terminologii a symboliku. Žáci se učí řešit aplikační úlohy z reálného světa. V rámci mezipředmětových vztahů je vhodné propojit výuku s informatikou a využívat grafické počítačové programy (volně dostupný je např. program Geogebra).

Posledním tematickým okruhem jsou „Nestandardní aplikační úlohy a problémy“, kde úlohy mají komplexní charakter. Tyto úlohy se prolínají všemi tematickými okruhy, jsou

[1] Minimální časová dotace pro jednotlivé vzdělávací oblasti (vzdělávací obory) je pro tvorbu ŠVP závazná. Číslo udává, kolik hodin týdně musí škola minimálně věnovat dané vzdělávací oblasti na příslušném stupni základního vzdělávání. [26]

mezioborové a mezitematické povahy a k jejich řešení lze využít více způsobů, kde některé způsoby nemusí lpět na matematice. Zde se dostává prostoru i pro žáky, kteří v běžných hodinách příliš nevynikali, ale dokáží myslet v reálných situacích na základě vlastní zkušenosti. Tito žáci zde mohou zažít pocit úspěchu a najít zalíbení v matematice.

Cílové zaměření vzdělávací oblasti vede žáka k utváření a rozvoji klíčových kompetencí pomocí:

- využívání matematických znalostí a dovedností v každodenním životě – odhady, měření vzdáleností, porovnávání velikostí, orientace v prostoru,
- využívání numerických výpočtů a matematických vzorců a algoritmů k rozvíjení základních pamětních operací,
- rozvíjení kombinatorického a logického myšlení ke kritickému myšlení a schopnosti srozumitelně a věcně argumentovat,
- rozvíjení abstraktního představ a s tím spojeným exaktním myšlením za využití základních matematických vztahů a pojmů,
- rozšiřování a utváření dostatečné zásoby matematických nástrojů, které je žák schopen efektivně využívat,
- schopnosti matematizovat si reálné situace (matematické modelování) a díky tomu těmto situacím porozumět, chápat složitost reálného života i to, že realita je mnohem složitější než matematický model,
- plánováním řešení a rozborem postupu řešení, odhad výsledků i jeho ověření (vyhodnocení správnosti),
- využívání matematického jazyka k přesné a stručné komunikaci, používání matematických symbolů k zápisu a zdokonalování grafického projevu,
- poznávání možností matematiky a faktu, že k výsledku lze dojít několika způsoby,
- rozvíjení spolupráce mezi studenty při řešení problémových úloh z reálného života a následné použití získaného řešení v dalších příkladech z praxe,
- rozvíjení sebedůvěry ve vlastní schopnosti, poznání vlastních hranic, soustavná sebekontrola při každé fázi řešení, systematické plánování kroků, vytrvalost v práci, přesnost,
- vytváření dovednosti vyslovit hypotézu a následně ji pomocí příkladu z praxe nebo pokusu ověřit nebo vyvrátit. [26]

Matematika je do jisté míry konzervativní předmět a při změnách RVP ZV nedochází v této oblasti k velkým změnám. V roce 2008 se z RVP ZV vynechaly mocniny s přirozeným mocnitelem (ponechala se pouze druhá mocnina a odmocnina), lomené výrazy, lineární nerovnice a lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli, není požadována kvadratická funkce ani goniometrické [7]. Aktualizace RVP ZV z roku 2021 ani z roku 2023 se nedotkly matematiky, nic nebylo vyškrtnuto ani přidáno.

2. Pojetí zeměpisu v RVP ZV

Vzdělávací obor „Zeměpis“ má složitější umístění do vzdělávací oblasti. Vzdělávací obsah má přírodovědný i společenskovědní charakter. Na prvním stupni je celý obor umístěn ve vzdělávací oblasti „Člověk a jeho svět“, ale na druhém stupni již zasahuje do dvou oblastí. Fyzická geografie řadí zeměpis do oblasti „Člověk a příroda“ a humánní geografie do vzdělávací oblasti „Člověk a společnost“. V RVP ZV je v zájmu zachování celistvosti oboru umístěn celý v oblasti „Člověk a příroda“. [26]

Časová dotace oboru „Zeměpis“ je plně v režii vedení konkrétní školy. Záleží, zda se vedení školy bude držet tradičního dělení vzdělávací oblasti „Člověk a příroda“ na předměty zeměpis, fyzika, přírodopis a chemie či zda si škola zvolí své vlastní předměty. Pokud se však škola bude držet tradičního dělení, připadá na všechny vyučované předměty z této oblasti časová dotace 22 hodin. Velmi často školy přistupují k modelu výuky zeměpisu 2+2+1+1, kde se na výuku chemie v 8. a 9. ročníku vyčleňují 4 hodiny a zbylých 18 hodin se dělí rovnoměrně mezi zbylé předměty [11]. Tomu tak bylo do aktualizace RVP ZV v roce 2021, kdy se časová dotace bude zmenšovat ve prospěch vzdělávací oblasti „Informatika“ [34].

Vzdělávací obsah je rozdělen do 7 tematických okruhů. Prvním okruhem jsou „Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie“. V tomto okruhu došlo během aktualizace v roce 2021 k největším změnám a s ohledem na složitost byly vyškrtnuty některé očekávané výstupy. Podstata tohoto celku zůstává nezměněna, žák se učí rozumět a užívat geografický a kartografický jazyk. Dále se žáci seznamují s kartografií a topografií.

V tematickém okruhu „Přírodní obraz Země“ se žáci seznamují s krajinnou sférou. V aktualizaci z roku 2021 došlo k vyškrtnutí výuky Země jako vesmírného tělesa, dochází zde totiž k duplicitě, kde se stejná látka avšak v jiných pohledech vyučuje v přírodopisu, fyzice a chemii. [34]

V tematickém okruhu „Regiony světa“ se žáci naučí členit svět na světadíly, oceány a makroregiony světa a jsou seznamováni s různými kritérii členění světa. Jedná se o socioekonomické poměry s důrazem na vazby a souvislosti (patří sem členění na přírodní oblasti, vegetační pásma, jazykové oblasti, náboženské oblasti,…). Výuce tohoto okruhu je v rámci časové dotace věnováno nejvíce času, jde o poměrně obsáhlé a složité učivo.

V tematickém okruhu „Společenské a hospodářské prostředí“ se žáci seznamují s kvalitativním a kvantitativním rozdělením obyvatelstva ve světě, s demografickými, hospodářskými a kulturními složkami. Dále je probírána globalizace, politické a hospodářské procesy ve světě, hospodářství.

Tematický okruh „Životní prostředí“ seznamuje žáky s pojmem krajina a jejími typy, přírodním a společenským prostředím. V tomto okruhu je věnována pozornost i principům a zásadám ochrany přírody, chráněným územím, globálním problémům. Celý okruh je úzce vázán na průřezové téma „Environmentální výchova“, spoustu témat se prolíná s oborem „Přírodopis“ s okruhy „Základy ekologie“.

Tematický okruh „Česká republika“ přibližuje žákům místní region, jeho polohu, rozlohu, členitost, přírodní poměry, ale také demografické a hospodářské charakteristiky. Věnuje se zde pozornost hospodářskému a politickému postavení v Evropě i ve světě, zapojení do mezinárodní dělby práce a obchodu.

Posledním tematickým okruhem je „Terénní geografická výuka, praxe a aplikace“, kde se žák učí orientovat v krajině kolem sebe, vyhledávat a poznávat orientační body, jevy. Učí se zacházet s pomůckami a přístroji, které mu usnadňují orientaci (určování světových stran, pohyb podle mapy, azimut, měření vzdáleností,…). Součástí tohoto okruhu je také téma ochrana člověka při ohrožení zdraví a života.

Vzdělávání v oblasti „Člověk a příroda“ osvojuje a rozvíjí klíčové kompetence tím, že žák je veden k:

- pozorování a zkoumání přírodních jevů a jejich souvislostí s využitím empirických metod (pozorování, měření, experiment) a racionálních metod,
- myšlení, které vyžaduje ověřování domněnek nezávislými způsoby,
- posuzování o důležitosti, pravosti, spolehlivosti a použitelnosti přírodovědných dat pro potvrzení či vyvrácení tvrzení,
- uvědomění a porozumění si souvislostí mezi lidským jednáním a přírodním a životním prostředím.

Vzdělávání v oblasti „Člověk a společnost“ osvojuje a rozvíjí klíčové kompetence tak, že žák je veden k:

- posuzování a seznamování se s každodenními situacemi a událostmi ve vzájemných vazbách a širších souvislostech,

- utváření vlastní identity, vytváření realistického sebepoznání a sebehodnocení, k přijmutí vlastní osobnosti i osobnosti druhých,
- využívání vhodných prostředků komunikace k vyjádření vlastních myšlenek, názorů a postojů.

3. Mezipředmětové vztahy

Pedagogický slovník [25] vymezuje mezipředmětové vztahy jako *„…vzájemné souvislosti mezi jednotlivými předměty, chápání příčin a vztahů přesahujících předmětový rámec, prostředek mezipředmětové integrace. V předmětovém kurikulu jsou vyjadřovány v učebních osnovách jednotlivých předmětů jako tzv. mezipředmětová témata. Progresivním trendem v zahraničí je řešení mezipředmětových vztahů na úrovni kurikula jako celku“.*

Vědní obory, obzvláště přírodní vědy, mezi sebou navzájem interagují, překrývají se, doplňují se. Tato integrace vědních oborů se do didaktiky přenesla ve formě mezipředmětových vztahů. Tyto vztahy podporují souhrnný přístup k realizaci RVP ZV s možnostmi vhodného propojování vzdělávacího obsahu napříč obory.

Matematika jako vědní disciplína se zabývá kvantitou, strukturou, prostorem a změnou a je budována jako exaktní věda a vyznačuje se nejvyšší mírou abstrakce a přesnosti. Široká veřejnost ve většině případů ovládá pouze elementární matematiku, která se zabývá základními operacemi s čísly, řeší se praktické úlohy, využívají jednoduché rovnice a popis základních geometrických útvarů. Ostatní vědní obory využívají aplikovanou matematiku, což je velmi rozsáhlý obor, který zahrnuje mnoho disciplín (např. teorii grafů, teoretickou informatiku, matematickou fyziku, numerickou matematiku). Nejtěsnější propojení má matematika s fyzikou, ale svoji nezastupitelnou roli má například i v informatice, chemii, biologii, geografii, ekonomii.

Mezipředmětové vztahy jsou za poslední roky více vyzdvihovány a je žádoucí na ně poukazovat ve výuce. Hovoří o nich sami školy i široká veřejnost, což lze poznat z četných novinových článků na toto téma i četných diskuzí pod těmito články. Identifikace mezipředmětových vztahů, zjednodušeně řečeno přesahů jednoho předmětu do jiného, je stěžejní při tvorbě školního vzdělávacího plánu a podílí se na ní celý kolektiv učitelů. Již z podstaty mezipředmětových vztahů je zřejmé, že se jedná neustále nekončící tvůrčí činnost, která bude postupně procházet změnami při naplňování ŠVP.

Fakt, že vědomosti a vlastní empirii z jednoho předmětu lze využít v jiném předmětu, porozumění, jak na sebe jednotlivé poznatky navazují, doplňují se, je velmi cílenou motivací pro řadu žáků. Během motivace žáků je třeba rozlišovat motivaci vnitřní nebo vnější. O vnější motivaci mluvíme, pokud se žák neučí z vlastního zájmu, ale pod vlivem vnějších činitelů (známka ve škole, popud rodičů,…). Vnitřní motivace je stálejší, kvalitnější a bývá těžší ji u

žáků vzbudit. Žák má zájem o danou činnost kvůli ní samotné, neočekává odměnu, pochvalu. Vnitřní motivace je u žáků klíčová, má velmi pozitivní dopad na úspěšnost, kvalitu učení, paměť, koncentraci. Její budování a rozvíjení je v rámci mezipředmětových vztahů jednak v zájmu samotných žáků a učitelů, ale i rodičů a okolí žáků.
Motivaci vymezuje Průcha [25] jako „… rozvinutá potřeba poznání, výrazná aspirace, potřeba úspěchu, potřeba sociálního ocenění, zájem o předmět nebo skupinu předmětů i konkrétně o určité téma, konkrétní obsah. Učitel vyvolává potřebu učit se organizací vyučování, metodickou pestrostí, propojováním obsahu vyučování se zkušenostmi žáků, organizací kooperace, vlastním příkladem.“ Pavelková [23] motivaci vymezuje jako „…souhrn faktorů vnějších a vnitřních, které podněcují, energizují a řídí průběh chování a prožívání, hybná síla jednání, určuje zaměření, trvání a intenzitu jednání, pohnutka k činnosti,…“. Motivaci je nutné chápat jako celý komplex různých a vzájemně se ovlivňujících faktorů. Bylo zjištěno a ověřeno, že velmi pozitivně zesiluje výkonnostní motivaci úspěch ve studiu, naopak neúspěch či přehnané nároky jak učitele, žáka, rodiny i okolí tuto motivaci snižují.

3.1. Mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu

Propojení vědních oborů matematiky a geografie je nejvíce patrné v oboru matematická geografie. Tento vědní obor se zabývá studiem povrchu Země a jeho matematickým popisem (měření rozměrů Země, definování geoidu, elipsoidu a referenční koule), popisem pohybu Země ve vztahu k Měsíci a Slunci (rotace kolem zemské osy, pohyb kolem barycentra). Dále se zabývá zeměpisnými a astronomickými souřadnicemi, vesmírem (zákony nebeské mechaniky, hvězdy, souhvězdí, …) a vlivem atmosféry na pozorování, problematikou času a kalendáře (časová pásma, datová hranice), popisem tíhového, magnetického a elektrického pole Země. Z výše uvedeného výčtu je patrné, že matematická geografie má svoji nezastupitelnou roli v dalších vědních disciplínách, jako je například kartografie, meteorologie, klimatologie.

Propojení vědních oborů se zákonitě promítá i do propojení předmětů matematika a zeměpis na základní škole. Na konci 9. ročníku základní školy mají žáci podle RVP ZV [26] dosáhnout naplnění očekávaného výstupu „žák prokáže na konkrétních příkladech tvar planety Země, zhodnotí důsledky pohybů Země na život lidí a organismů“ a „žák rozlišuje a porovná složky a prvky přírodní sféry, jejich vzájemnou souvislost a podmíněnost, rozezná, pojmenuje a klasifikuje tvary zemského povrchu“. Na plnění očekávaných výstupů z tematického celku „Země jako vesmírné těleso“ je poté dále a podrobněji navazováno v RVP G.

3.1.1. Tvar Země

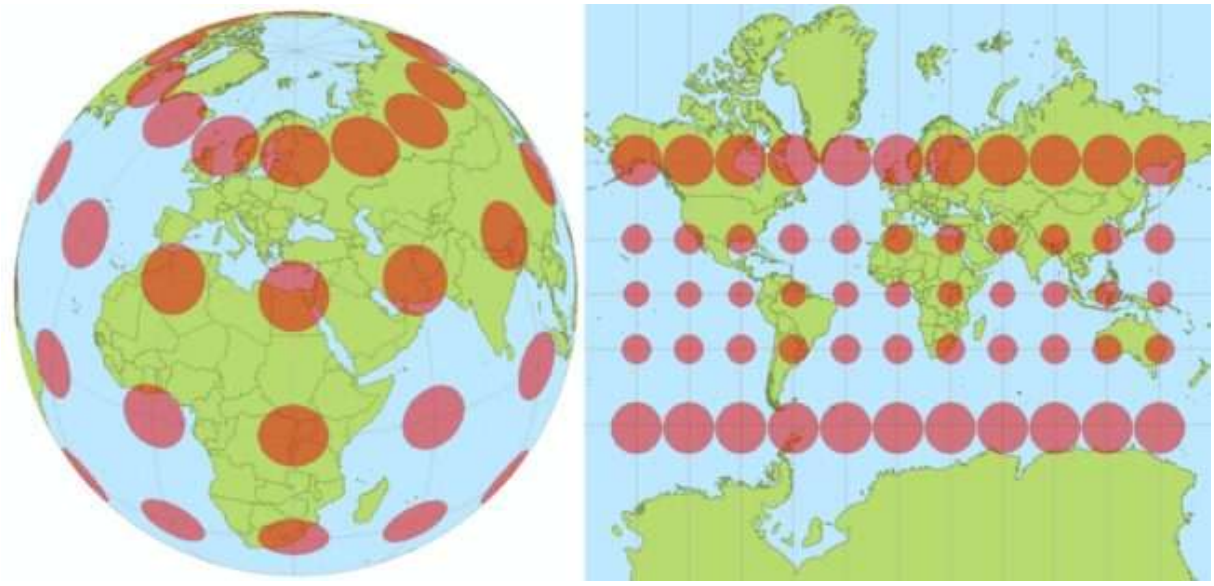
Fyzikálním modelem Země je geoid. Definován je jako ekvipotenciální plocha vůči gravitaci, tedy plocha se stejnou výší tíhového potenciálu, na kterou je vektor tíhového zrychlení kolmý. Tento model Země je velmi přesný, avšak pro žáky základní školy velmi složitý. Na základní škole se žáci seznamují s tělesem Země a jeho tvar popisují jako přibližnou kouli, na pólech zploštěnou. Tento zjednodušený model je demonstrován na glóbu. Žáci se setkávají s poloměrem Země $R = 6\ 378\ km$ (poučka pro zapamatování: „Šetři (6, 3) se (7), osle (8).“), počítají povrch Země $S = 4\pi r^2 = 510\ 000\ 000\ km^2$, délku poledníku/rovníku/obvod Země $o = 2\pi r = 40\ 075 km$ [8].

Během studia tvaru Země žáci využívají své vlastní empirické poznatky, ale také dostupné mapy a schémata (Atlas světa, nástěnné mapy, internetové zdroje). Vyhledávají nejvyšší bod na Zemi (Mount Everest 8 850 m n. m.) a nejhlubší místo (Mariánský příkop 11 km) [8]. Pro lepší představu o velmi členitém povrchu Země lze spočítat rozdíl nejvyššího a nejnižšího místa (19 850 m = 19,85 km) a přirovnat tento rozdíl ke vzdálenosti dvou míst v místím regionu (vzdálenost dvou měst, vesnic,…). V neposlední řadě nachází důkazy kulatosti Země z běžného života – loď při odplouvání mizí pod obzor, zatmění Měsíce (Země vrhá kulatý stín), družicové snímky.

3.1.2. Orientace na povrchu Země

Studium tvaru Země je bezpochyby spjato i s kartografií, tedy vědou, zabývající se tvorbou a zpracováním map. „Mapa je zmenšený generalizovaný konvenční obraz Země, nebeských těles, kosmu či jejich částí, převedený do roviny pomocí matematicky definovaných vztahů (kartografickým zobrazením), ukazující podle zvolených hledisek polohu, stav a vztahy přírodních, socioekonomických a technických objektů a jevů.„ [12] Matematická kartografie je vědní disciplína, která se zabývá vhodností volby referenčních ploch (geoid, elipsoid, koule, rovina) a jejich zobrazením. Nejpřesnější referenční plocha je geoid, ale matematicky poměrně složitě popsatelná. Pro účely kartografie se nejvíce využívá elipsoid – dobře vystihuje tvar Země a matematicky je snadno definovatelný. Nejznámějšími elipsoidy jsou Besselův (katastrální mapy), Krasovského (turistické mapy v měřítku 1:50 000) a WGS-84 (vojenské mapy). Tyto elipsoidy se liší délkou hlavní a vedlejší poloosy a místem dotyku zobrazovací plochy a referenční plochy. Podle zobrazovací plochy se kartografická zobrazení dělí na azimutální, válcová (cylindrická) a kuželová (kónická).

- Měřítko mapy – poměr, který vyjadřuje zmenšení mapy. Tedy poměr délky naměřené v mapě k délce naměřené ve skutečnosti. Měřítko má podobu číselného poměru (např. 1:10 000) nebo grafickou (úsečka s vyznačenou skutečnou délkou). Podle velikosti měřítka rozdělujeme mapy na mapy malého, středního a velkého měřítka. Pro mapy s velkým měřítkem platí, že mají nejvyšší zkreslení skutečnosti (např. mapa světa s měřítkem 1:120 000 000). Toto zkreslení reality je nejvíce patrné u zobrazení polárních oblastí. V mapách zobrazujících celý svět je Grónsko přibližně stejně veliké jako Austrálie, ve skutečnosti je ale 3,5x menší. Toto zkreslení je způsobeno snahou přenést povrch Země (koule) do roviny, což nejde. K převodu povrchu Země se používají tzv. referenční plochy. Jednou z nich je referenční válec, který se dotýká povrchu v oblasti rovníku. Oblast rovníku tedy nemá skoro žádné zkreslení, ale čím více se bude blížit pólům, tím více bude válec hůře kopírovat tvar Země a tím větší bude zkreslení.



Obr. 1 Ukázka zkreslení délek a ploch v oblasti pólů [29]

- Zeměpisné souřadnice – používají se k určení polohy na Zemi. K určení jakéhokoliv místa na povrchu Země se nejčastěji používají tři údaje: zeměpisná šířka, délka a nadmořská výška.
  - zeměpisná šířka udává vzdálenost od rovníku na severní či jižní polokouli. Její hodnota se udává ve stupních a nabývá hodnot od 0° na rovníku po 90°na zemských pólech. Rozlišuje se, zda se jedná o severní či jižní polokouli. Např. vrchol Devíti skal na Vysočině má zeměpisnou šířku 49°40´14.757´´ N (N = North - severní polokoule; S = South – jižní polokoule), lze ji také zapsat decimálně 49.6707658N [21].

    Nejvýznamnějšími zemskými rovnoběžkami jsou rovník (0°), obratník Raka (23°27´ s. š.), obratník Kozoroha (23°27´ j. š.), severní polární kruh (66°33´ s. š.), jižní polární kruh (66°33´ j. š.), severní pól (90° s. š.) a jižní pól (90° j. š.).
  - zeměpisná délka udává vzdálenost od základního, nultého poledníku, který prochází Královskou observatoří v Greenwichi v Anglii. Hodnoty zeměpisné délky jsou od 0° do 180° na východní a západní stranu. Poledník 180° je protilehlý poledník k nultému poledníku a nachází se zde datová hranice. Vrchol Devíti skal na Vysočině má zeměpisnou délku 16°1´55.718´´ E (E = East – východní polokoule, W = West – západní polokoule), nebo 16.0321439E decimálního zápisu [21].
  - nadmořská výška udává vzdálenost bodu od hladiny moře, která je teoreticky stanovena jako nulová výška. Hodnota se udává v metrech nad mořem, popřípadě v metrech pod mořem. Vrchol Devíti skal má nadmořskou výšku 836,3 m n. m [21].

3.1.3. Pohyb Země

Planeta Země vykonává několik pohybů najednou – „rotace kolem osy za jeden den, oběh kolem Slunce za jeden rok, precesi a nutaci, měsíční pohyb kolem gravitačního středu dvojice Země-Měsíc, změny v naklonění rotační osy vzhledem k ekliptice, změny výstřednosti zemské dráhy, stáčení periapsidy, perturbace způsobené ostatními planetami a posouvání gravitačního středu Sluneční soustavy“ [19]. Pohyb Země je komplikovaný a pro žáky základní školy velmi složitý. Žáci se seznamují pouze se třemi pohyby Země [8]. A to s rotací kolem zemské osy, oběhem kolem Slunce a oběhem celé Sluneční soustavy kolem středu galaxie.

- Rotace Země, nebo také otáčení Země kolem zemské osy, je pohyb, který Země vykoná za přibližně 24 hodin (23 hodin 56 minut a 4 sekundy = 1 siderický den). Zemská osa je pomyslná přímka, která prochází severním a jižním pólem. Země se otáčí od západu k východu. Lidé pohyb země nevnímají, nepociťují, ale můžeme pozorovat důsledky rotace – střídání dne a noci, odchylka padajících předmětů, slapové jevy, zploštění na pólech, zdánlivý pohyb nebeské sféry.
- Oběh kolem Slunce se uskutečňuje po eliptické dráze od západu k východu a Slunce se nachází v jednom ohnisku elipsy. Pro žáky základní školy je tento pohyb zjednodušen na pohyb po kružnici se středem ve Slunci. Poloměr kružnice, po které Země obíhá, je 150 mil km = 1 AU (astronomická jednotka). Země jeden oběh vykoná přibližně za jeden kalendářní rok. Důsledkem oběhu kolem Slunce je střídání ročního období, soumrak (přechodná doba mezi dnem a nocí, kdy Slunce není nad horizontem, avšak už není ani tma) a rozložení teplotních pásů.
- Celá Sluneční soustava včetně všech těles v ní obsažených vykonává oběh kolem středu Galaxie. Galaxie má tvar spirály a odhaduje se, že obsahuje 100 až 400 miliard hvězd. Střed Galaxie je umístěn 25-28 tisíc světelných let (ly, tedy z angličtiny light-year; $1ly=9{,}46 \cdot 10^{15}$ m=63 241 AU) od Slunce. Ve středu se nachází intenzivní zdroj rádiového vlnění a předpokládá se, že jde o supermasivní černou díru. Slunce kolem tohoto středu krouží skoro po kružnici. Jednu otočku kolem středu vykoná za 225 až 250 miliónům pozemských let (za svoji existenci oběhlo Slunce střed Galaxie asi dvacetkrát až jednadvacetkrát). Doba oběhu se označuje jako galaktický rok, tedy 1 galaktický rok=225 až 250 milionu pozemských let.

3.1.4. Čas a kalendář

Jak již bylo zmíněno v předešlé kapitole, v důsledku pohybu Země kolem zemské osy nebo kolem Slunce, dochází ke střídání dne a noci, ročního období. Od dob dávno minulých mělo lidstvo potřebu změřit délku trvání dne a noci. V počátcích se používaly k měření času např. gnómón, sluneční hodiny. Dnes se lidstvo pokouší čas měřit vědecky a velmi přesně. Zatím nejpřesnější zkonstruované hodiny jsou atomové hodiny, které jsou založené na principu kmitání atomů určitých látek.

- Gnómón jsou vlastně velice jednoduché sluneční hodiny. K měření času stačí dlouhá tyč, strom, sloup aj. Stačilo pak umístit předmět na volném prostranství a pozorovat dopadající stín tohoto objektu.
- Sluneční hodiny je složitější zařízení konstruované pro odečet času. Skládá se z ciferníku, gnómónu, polosu (ukazatel rovnoběžný se zemskou osou, nejčastěji tyčka zakončená kuličkou – nodem). Na ciferníku jsou zpravidla vyznačeny časy 6:00 až 18:00 a ciferník je vždy konstruován na míru místu umístění hodin. K odečtu času se podle konstrukce hodin využívá světelný bod, linka, hrana stínu. Umístění hodiny do prostoru vyžaduje dobrou znalost zeměpisné šířky daného místa.
- Atomové hodiny jsou zatím nejpřesnější hodiny na měření času. Přesnost těchto hodin je tak velká, že se zpozdí o 1 sekundu za 300 milionů let [20]. K určení času se využívají atomy stroncia (nebo i jiných vhodných prvků), které se ochladí na teplotu -273°C (absolutní nula) a umístí se do přesné optické mřížky vytvořené laserem. Poté se sleduje kmitání těchto atomů a na základě tohoto kmitání se měří čas.

Každé místo na Zemi má svůj tzv. místní čas. Tento čas lze zjistit slunečními hodinami a liší se od místa k místu. Tento rozdíl se stával čím dál větším problémem s rozvojem dopravy a komunikace, proto se přešlo k pásmovému času. V pásmovém času platí, že v daném pásmu 15° kolem poledníku je stejný čas a dvě sousední pásma se vždy liší o jednu hodinu. Země je rozdělena na 24 časových pásem se středovými poledníky 0°, 15°, 30°,…až 180°. Základní časové pásmo je kolem nultého poledníku s koordinovaným světovým časem UTC. Na východ a západ od nultého poledníku se časové pásmo liší o hodinu, na západ UTC-1 a na východ UTC+1 (Středoevropský čas). Velké státy, jako např. USA, Rusko, zasahují hned do několika časových pásem. Ve většině případů je ale snaha, aby celý stát ležel v jednom časovém pásmu.

Datová hranice probíhá kolem 180. poledníku Je to mezinárodně stanovená hranice, při jejímž překročení se musí změnit datum. Při přechodu ze západu na východ se den přidává a při přechodu z východu na západ den ubírá.

4. Matematická gramotnost

V charakteristice vzdělávací oblasti „Matematika s její aplikace“ se v RVP ZV setkáme s pojmem matematická gramotnost. Matematická gramotnost je v [35] definována jako „schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou matematika hraje ve světě, dělat dobře předložené úsudky, proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana“. Podle [1] lze matematickou gramotnost rozdělit do tří složek:

- ***situace a kontexty***, v rámci kterých se řeší problémy, kde je třeba aplikovat vědomosti a poznatky,
- ***kompetence***, které se uplatňují během řešení problémů:
    - matematické uvažování (schopnost klást matematické otázky a dokázat na ně odpovědět),
    - matematická argumentace,
    - matematická komunikace (porozumění matematickým sdělením v písemné i ústní formě, jednoznačné a srozumitelné vyjadřování),
    - modelování (porozumění matematickým modelům reálných situací),
    - vymezování problémů a jejich řešení,
    - užívání matematického jazyka,
    - užívání pomůcek a nástrojů,
- ***matematický obsah***, který je nezbytný k formulaci matematické podstaty problémů:
    - kvantita (význam čísel a jejich reprezentace, operace s čísly, pojem o velikosti čísel, odhady),
    - prostor a tvar (orientace v prostoru, rovinné a prostorové objekty, konstrukční úlohy),
    - změna a vztahy (závislosti, proměnné, základný typy funkcí, rovnice a nerovnice, dělitelnost; vytváření vztahů pomocí tabulek, grafů nebo symbolů),
    - neurčitost (sběr a následná analýza dat, jejich prezentace a znázornění, pravděpodobnost a kombinatorika).

Rozvoj matematické gramotnosti se neuskutečňuje pouze v předmětu matematika, ale jednotlivé složky jsou rozvíjeny napříč vzdělávacími oblastmi. Ve vzdělávací oblasti „Člověk a jeho svět“ je rozvíjena kompetence k užívání matematického jazyka prací s různými druhy dat, používáním a vytvářením náčrtků, plánků a map. Ve vzdělávací oblasti „Člověk a příroda“ se rozvoj matematických kompetencí uskutečňuje popisem prostých schémat reality, využíváním analýzy a syntézy jako metody řešení složitějších problémů, formováním hypotéz a jejich ověřováním. Náležitě volené úlohy vedou k řešení situací s přírodovědným zaměřením s využitím matematických vědomostí a dovedností. Matematická gramotnost je užívána i v průřezových tématech „Environmentální výchova“ a „Mediální výchova“. Celosvětově dochází k testování matematické gramotnosti napříč státy. Zabývá se tím především výzkum PISA (Programme of International Student Assessment) a výzkum TIMSS (Trend in International Mathematics and Science Study).

4.1. Mezinárodní výzkum PISA

Mezinárodní výzkum PISA má za hlavní cíl zjistit připravenost žáků posledního ročníku základních škol na budoucí studentský nebo pracovní život. Žáci jsou testováni z matematické, čtenářské a přírodovědné gramotnosti a to vždy v 3 letém cyklu. Matematická gramotnost se testovala v roce 2012 a naposled v roce 2022 (výsledky testování budou zveřejněni ve třetím čtvrtletí 2023). V matematické gramotnosti se čeští žáci při posledním testování umístili na 22. místě a v přírodovědné gramotnosti na 21. místě ze 79 zapojených zemí. V Česku se testování zúčastnilo 333 základních škol, víceletých gymnázií a prvních ročníků středních škol. Mezi nejlepšími byly státy Čína, Tchaj-wan nebo Estonsko. Co se týče srovnání s předešlými ročníky, tak si čeští žáci pohoršili. Nejlepších výsledků bylo zatím dosaženo v letech 2003 a 2006, oproti těmto rokům dosáhli žáci v roce 2018 o 17 bodů méně v matematické a o 16 bodů méně v přírodovědně gramotnosti. Pokud bychom srovnávali školy v rámci regionu ČR, nejlépe si vedly školy v Praze, Zlínském a Plzeňském kraji, naopak nejhůře dopadly školy v Ústeckém a Královehradeckém kraji. [13]

4.2.Mezinárodní šetření TIMSS

Mezinárodní šetření TIMSS se provádí ve čtyřletých cyklech. Během testování se zjišťuje úroveň dovedností a vědomostí v matematice a přírodních vědách žáků 4. a 8. ročníků základních škol (víceletých gymnázií). Z každé země se zapojuje vzorek minimálně 4000 žáků ze 150 až 225 škol. V oblasti přírodních věd je šetření prováděno v obsahových doménách živá příroda, neživá příroda a nauka o Zemi. V matematice v obsahových doménách čísla, měření a geometrie, data. První testování v ČR probíhalo v roce 1995. Od roku 1995 až do roku 2007 došlo k velkému poklesu výsledků českých žáků, v roce 2015 došlo k mírnému zlepšení. Testování probíhalo naposledy v roce 2019. V tomto roce dosáhli žáci 4. tříd z ČR nadprůměrných výsledků v obou předmětech. V porovnání s členskými státy EU měly pouze tři státy lepší výsledek v matematice a pět států srovnatelný. V přírodovědě se čeští žáci 4. tříd umístili na třetím místě v rámci EU, pět zemí mělo srovnatelné výsledky. Podobný trend lze pozorovat i u žáků 8. tříd. [4]

Současná úroveň matematické a přírodovědné gramotnosti je u žáků základních škol spíše průměrná, někdy podprůměrná ve srovnání se státy OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development), které se těchto šetření účastní. V začátcích testování jsme patřili k nadprůměrným státům, poté ale nastal velmi rapidní pokles znalostí hlavně v oblasti matematické gramotnosti. [13]

5. Učební úlohy

Učební úloha je v Pedagogickém slovníku [25] charakterizovaná jako „každá pedagogická situace, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle. Je zaměřená na pět aspektů učení: obsahový, stimulační (motivační), operační, formativní a regulativní.“ Podle Tollingerové [18] má učební úloha čtyři základní funkce:

- navodit žákovu činnost,
- vytvořit prostor pro činnost žáka (do jisté míry i vymezení i postupů, které má žák použít),
- podmínka utváření žákovy činnosti, slouží k dosažení výsledku, ale i k osvojení činnosti, která k výsledku směřovala,
- prostředek, kterým lze hodnotit činnost žáka.

Učební úlohy by měly být v ideálním případě zadávány v předem promyšleném souboru, ve kterém bude narůstat náročnost řešení. Soubor by měl být ale i rozmanitý, úlohy musí vést k naplňování cílů výuky, musí žáky stimulovat a být pro ně výzvou k jejich řešení.

Každá učební úloha by měla obsahovat několik parametrů, sloužících jak k motivaci, tak k naplnění cílů. Jedním z těchto parametrů je *motivační*, který má za úkol vzbudit v žácích zájem o poznání, podnítit jejich aktivitu, samostatnost. Tohoto parametru je možné dosáhnout vhodnou formulací úlohy, znalostí možností žáků, ale také situací, kdy se úloha zadá a jak ji učitel uvede. Dalším parametrem je *operační*, který určuje, jaké učební operace budou u žáků cíleně vyvolávány. K dosažení tohoto parametru lze využít vhodně volené cíle výuky a taxonomie cílů. Posledním parametrem je *regulační*. Úlohy mohou být zadané tak, že máme pouze jednu možnost řešení, ale také tak, že podmínky řešení nejsou zadány všechny a žáci mají větší volnost v řešení, mohou řešit různými postupy. U žáků to vede k větší motivaci, samostatnosti při řešení a podněcuje se i autoregulace jejich vlastní činnosti.

Velmi blízkým pojmem k učební úloze je otázka. „Otázka je jeden ze základních prvků pedagogické komunikace. 1. Kladení otázek učitelem má důležité didaktické funkce (aktivovat a kontrolovat žáky aj.) a tvoří přibližně 20% učitelovy verbální činnosti. 2. Otázky žáků jsou méně časté a mají odlišný charakter. 3. V učebnicích a jiných didaktických textech jsou otázky prostředkem řídícím žákovo učení z textu. [25]“ Mezi základní požadavky na otázku patří srozumitelnost, stručnost, výstižnost. Odpověď by naopak měla být výstižná a přesná a na každou odpověď by se měla dostavit reakce tazatele. Otázky můžeme dělit podle různých kritérií na otevřené a uzavřené, osobní a věcné, nebo podle významu na hlavní, pomocné a doplňující.

- *Otevřené otázky* – odpověď na tuto otázku může být velmi obsáhlá, široká. Tazatel jen těžko odhadne, jaká bude odpověď a lze těžko stanovit kritéria pro hodnocení správnosti odpovědi.
- *Uzavřené otázky* – odpovědi bývají většinou stručné, předem definované. Tazatel obdrží odpověď, kterou mohl předem odhadnout a lze ji lépe vyhodnotit. Do uzavřených otázek se řadí např. i řečnické otázky.
- *Věcné otázky* – ptají se na objektivní skutečnost. Odpovědí může být i zjednodušení problémové situace z otázky.
- *Osobní otázky* – subjektivně mířené otázky na osobní pocity, postoj, mínění. Odpověď je v režii tázaného a jen velmi těžce lze stanovit její správnost, předvídatelnost. Osobní otázky se používají často pro zvýšení aktivity tázaných.

Dalším velmi blízkým pojmem k učební úloze je úkol. Úkolem můžeme rozumět zadanou práci k vykonávání, domácí procvičování, nebo uzavřený pracovní úsek, ve kterém je předem vymezený objem činností.

5.1. Taxonomie učebních úloh

Učební úlohy jsou zadávány v souboru úloh různých témat, různé náročnosti, formy zadání. Aby bylo možné tento soubor posoudit z hlediska náročnosti a objektivně porovnat různé soubory mezi sebou, byla sestavena taxonomie úloh. Tuto taxonomii podle náročnosti operací potřebných k řešení sestavila D. Tollingerová (1970). Při sestavování taxonomie vycházela z Bloomovi taxonomie kognitivních cílů.

Taxonomie učebních úloh podle D. Tollingerové [18]:

I. Úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků:
   a. úlohy na znovupoznání,
   b. úlohy na reprodukci jednotlivých faktů, čísel, pojmů apod.,
   c. úlohy na reprodukci definic, norem, pravidel apod.,
   d. úlohy na reprodukci velkých celků, básní, textů, tabulek apod.

Tyto úlohy vyžadují od žáků pamětní operace – vyhledávání v paměti, vybavování si a následná reprodukce vybavených fakt či celků, tabulek apod.

Typické formulace: *Jak zní? Definujte! Co platí?*

II. Úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace a poznatky:

   a. úlohy na zjišťování faktů (měření, vážení, jednoduché výpočty apod.),
   b. úlohy na vyjmenování a popis faktů (výčet, soupis),
   c. úlohy na vyjmenování a popis procesů a způsobů činnosti,
   d. úlohy na rozbor a skladbu (analýzu a syntézu),
   e. úlohy na pozorování a rozlišování (komparace a diskriminace),
   f. úlohy na třídění (kategorizace a klasifikace),
   g. úlohy na zjišťování vztahů mezi fakty (příčina, následek, cíl, prostředek, vliv, funkce, účel, nástroj, způsob apod.),
   h. úlohy na abstrakci, konkretizaci a zobecňování,
   i. řešení jednoduchých příkladů (s neznámými veličinami).

Obvykle začínají slovy: *Uveďte postup při…! Změřte! Vypočtěte rozměr! Porovnejte!*

III. Úlohy vyžadující složité myšlenkové operace a poznatky:

   a. úlohy na překlad (translaci, transformaci),
   b. úlohy na výklad (interpretaci, vysvětlení smyslu, vysvětlení významu, zdůvodnění apod.),
   c. úlohy na vyvozování (indukci),
   d. úlohy na odvozování (dedukci),
   e. úlohy na dokazování a ověřování (verifikaci),
   f. úlohy na hodnocení

Obvykle začínají formulacemi: *Dokažte, ověřte správnost! Zdůvodněte, k čemu je to dobré! Vysvětlete význam!*

IV. Úlohy vyžadující sdělení poznatků:

   a. úlohy na vypracování přehledu, výtahu, obsahu apod.,
   b. úlohy na vypracování zprávy, pojednání, referátu apod.,
   c. samostatné písemné práce, výkresy, projekty apod.

Tyto úlohy vyžadují ke svému řešení kromě myšlenkových operací i písemnou výpověď o nich. Žák interpretuje výsledek, ale i postup, podmínky řešení apod.

V. Úlohy vyžadující tvořivé myšlení:

   a. úlohy na praktickou aplikaci
   b. řešení problémových situací,
   c. kladení otázek a formulace úloh,
   d. úlohy na objevování na základě vlastních pozorování,
   e. úlohy na objevování na základě vlastních úvah.

Tyto úlohy předpokládají tvořivý přístup a tvořivé řešení s využitím předchozích operací. Začínají formulacemi: *Vymyslete praktický příklad! Navrhněte zlepšení/nové řešení!*

5.2. Slovní úlohy v matematice

Různí autoři nahlíží na dělení učebních úloh odlišně, většinou se ale uvádí dělení na dva základní druhy.

První jsou slovní úlohy, které jsou zadávány slovně, popisují reálnou situaci, matematické symboly se v nich používají jen zřídkakdy. Některé numerické údaje jsou zadány v zadání, jiné se hledají, bývá položena jedna či více otázek. Při řešení je třeba odvodit ze zadání vztahy mezi zadanými matematickými symboly a pomocí těchto vztahů poté úlohu řešit. Řešitel musí slovně zadanou úlohu matematizovat a řešit.

Druhou podobou úloh jsou úkoly, které mají v zadání jen jediné slovo („Vypočtěte:“, „Zmenšete:“, „Zjednodušte:“,…) a zbytek je tvořen matematickými symboly. V zadáních těchto úloh je vše obsaženo a již není třeba nic vyvozovat. U obou druhů matematických úloh ale platí, že by řešitel měl provést zkoušku a ověřit si správnost svého postupu a výsledku.

Na řešení slovních úloh nahlíží autoři různě. Například podle Reeda a Sternberga [28] lze rozdělit řešení do sedmi kroků:

a) identifikace problému,
b) definování problému,
c) uspořádání informací,
d) zhodnocení zdrojů pro řešení,
e) volba strategie řešení,
f) monitorování procesu řešení,
g) zhodnocení výsledku řešení.

Jak uvádí Vondrová [33], většina autorů při tvorbě modelu řešení slovních úloh vychází z klasického modelu řešení matematické úlohy:

1. pochopení problému (co hledáme, co známe, jaké jsou stanoveny podmínky, jsou známy všechny podmínky,…),
2. vytvoření plánu řešení (uvědomění si, zda jsme podobnou úlohu již řešili, známe podobnou úlohu, známe řešení úlohy, umíme řešit jednodušší úlohy,…),
3. realizace plánu (realizace a kontrola každého kroku z řešení, kontrola, zda jsou správné,…),
4. pohled zpět (kontrola výsledku, hledání druhého řešení, hledání dalších úloh, ve kterých lze použít tento postup,…).

Z výše uváděných modelů je zřejmé, že žáci mohou mít problém s řešením v kterémkoliv kroku. Zadání pro ně může být nesrozumitelné, mohou být použity termíny, se kterými se nesetkali, archaismy, historismy, cizí slova. Pak nedochází k pochopení problému, stanovení podmínek a vytvoření si plánu. Tito žáci však mohou být i tak úspěšnými řešiteli. Vyřeší slovní úlohu „povrchově“. Najdou podobu se vzorovou slovní úlohou, nebo vyberou ze zadání čísla a klíčová slova a snaží se sestavit matematický model. Neúspěšné řešení slovních úloh může být i didaktickým problémem – během školní docházky si mohou žáci vytvořit určitá přesvědčení, nereálné očekávání.

5.2.1. Dělení slovních úloh

Slovní úlohy v matematice lze dělit mnoha způsoby, např. podle toho, jaké metody se používají v řešení, jaké učivo je procvičováno. Učivo matematiky pro 2. stupeň základní školy lze rozdělit do témat:

- základní operace,
- přímou a nepřímou úměru, trojčlenka, shodnost,
- procenta,
- zaokrouhlování,
- lineární rovnice a nerovnice,
- kvadratické rovnice a nerovnice,
- soustava lineárních rovnic a nerovnic,
- úprava algebraických výrazů a vzorců,

- funkce a jejich grafy,
- Pythagorova věta,
- goniometrie a trigonometrie,
- obsahy a obvody rovinných útvarů,
- povrchy a objemy těles,
- posloupnosti a řady,
- množiny,
- výroky a výroková logika,
- kombinatorika,
- pravděpodobnost a statistika,
- finanční matematika.

Toto dělení kopíruje témata obsažená v časově tematickém plánu, avšak nekopíruje ho zcela přesně. Najdeme další témata, která v tomto výčtu nejsou obsažena.

Nejčastěji se v publikacích setkáváme s dělením slovních úloh, podle jejich typu. Jedná se o:

- **Slovní úlohy o celku a částech** – v úlohách se vyskytuje určitý celek a jeho části, které mohou, ale i nemusí, být stejně velké. Ze zadání jsou známé údaje o některých veličinách a zbylé je třeba dopočítat.
  „Turisté ušli za tři dny 45 km. Druhý den ušli dvakrát více než první den. Třetí den ušli o 5 km méně než druhý den. Kolik kilometrů ušli v jednotlivých dnech?[5]"
- **Slovní úlohy o číslech** – úkolem ve slovní úloze je najít číslo, o němž máme určité informace nebo známe vlastnosti jednotlivých cifer.
  „Myslím si dvě čísla. Jejich součet je 579, jedno z čísel je o 13 větší, než druhé. Jaká čísla si myslím?[5]"
- **Slovní úlohy o pohybu** – v úlohách se vyskytují informace o době pohybu, dráze, rychlosti a vzájemné kombinaci uvedeného. Při řešení se nejčastěji používá vztah pro přímočarý pohyb $s = v \cdot t$ pro dráhu s, průměrnou rychlost v a dobu pohybu t. Ve slovních úlohách nemusí jít vždy jen o přímočarý pohyb.
  „Petr vyšel z domova v 10:45 průměrnou rychlostí 5 km/h, za 30 minut za ním vyjel na kole po stejné dráze Honza průměrnou rychlostí 20 km/h. Za kolik minut dojede Honza Petra a kolik kilometrů při tom ujede?[5]"

- **Slovní úlohy o směsích** – v úlohách se setkáváme s mísením roztoků různé koncentrace, sléváním kapalin o různé teplotě, se slitinami kovů, se směsí složené z různých surovin (krmivo) a se skupinami různých živočichů a předmětů.
  „V Antarktidě žijí vedle sebe tučňáci císařští, kteří váží 35 kilogramů, a menší tučňáci kroužkoví, ti váží pouze 5 kilogramů. Včera objevilo 60 tučňáků obrovskou starou váhu ze ztroskotané nákladní obchodní lodi. Když na ni všichni vlezli, váha ukázala 840 kilogramů. Kolik bylo v objevitelské tučňáčí bandě tučňáků kroužkových?[5]“
- **Slovní úlohy o společné práci** – úlohy o společné práci lidí či strojů, naplňování nebo vyprazdňování nádob a spotřebě zásob. V těchto úlohách je typické, že objekty vykonávající společnou práci mají různou výkonnost.
  „Jeden dělník potřebuje na určitou práci 40 hodin, druhý by tuto práci provedl již za 30 hodin. Několik hodin pracovali společně, potom byl druhý dělník odvolán a první dokončil práci sám za 5 hodin. Kolik hodin pracovali společně a jakou část práce každý z nich vykonal?[5]“
- **Slovní úlohy o věku a letopočtu** – v úloze je znám vztah mezi stářím více osob a úkolem je vypočítat věk jednotlivých členů. Můžeme počítat i věk jedné osoby, pokud máme zadán vztah jejího věku k letopočtu.
  „Před 5 lety měl John polovinu let, než kolik bude mít za 8 let. Kolik let je Johnovi nyní?[5]“
- **Slovní úlohy o procentech** – úlohy různého typu, ve kterých je úkolem určit výsledek v procentech. Nepatří sem slovní úlohy týkající se finanční matematiky.
  „Při pokrývání střech plechem se počítá s 8 % odpadu. Kolik kilogramů plechu je třeba na 68 kg hotové krytiny?[5]“
- **Slovní úlohy s fyzikální tématikou** – při řešení úloh se využívají fyzikální vzorce (astronomie, působení sil). Příklady o pohybu jsou zařazeny v samostatné kategorii.
  „Výslednice dvou sil, které svírají pravý úhel má velikost 25 N. Pokud menší sílu zvětšíme o 8 N a větší zmenšíme o 4 N, výslednice sil se nezmění. Vypočítejte obě síly.[5]“
- **Slovní úlohy o geometrických útvarech** – slovní úlohy na určení velikosti geometrických útvarů, vzdálenosti, odchylky atd. Slovní úlohy na výpočet obsahu, obvodu rovinných obrazců, objemů a povrchů těles. Patří sem i slovní úlohy z trigoniometrie.

„Na obdélníkové ploše o rozměrech 12 m a 10 m chceme mít takový obdélníkový květinový záhon s rozlohou 8 m2, aby jeho okraje byly stejně vzdáleny od okrajů plochy. *Vypočítejte rozměry záhonu. [5]"*

6. Didaktický test

Didaktický test je v Pedagogickém slovníku definován jako „nástroj systematického zjišťování výsledků výuky. Je navržen, ověřen, použit a interpretován podle předem vymezených pravidel. Jeho základními vlastnostmi jsou validita, reliabilita, praktičnost, obtížnost, citlivost.“ V praxi se setkáváme s tím, že za test je považována krátká písemná zkouška („pětiminutovka“) nebo třeba písemná práce sestavená výhradně z otázek s výběrem úloh. Didaktickým testem jsou ale také testy sestavené z úloh, u kterých je úkolem řešit určitý problém, zamyšlením se nad určitým tématem.

Didaktický test má dvě základní funkce, a to diagnostickou a kontrolní.

Diagnostická funkce slouží učiteli, dává mu zpětnou vazbu o vyučovacím procesu, zejména o přeměně informací ve znalosti u žáků. Učitel tak může zhodnotit svoji dosavadní výuku, popřípadě ji přehodnotit a upravit potřebám žáků.

Kontrolní funkce testu slouží k ověření dosažení cílů, které byly na začátku stanoveny. Tato kontrola je důležitá pro obě strany, jak pro žáka, tak pro učitele.

Pedagogický výzkum rozlišuje několik druhů testů.

KLASIFIKAČNÍ HLEDISKO	**DRUHY TESTŮ**		
měřená charakteristika výkonu	rychlosti		úrovně
dokonalost přípravy testu a jeho příslušenství	standardizované	kvazi-standardizované	nestandardizované
povaha činnosti testovaného	kognitivní		psychomotorické
míra specifičnosti učení zjišťované testem	výsledků výuky		studijních předpokladů
interpretace výkonu	rozlišující (relativního výkonu)		ověřující (absolutního výkonu)
časové zařazení do výuky	vstupní	průběžná (formativní)	výstupní (sumativní)
tematický rozsah	monotematická		polytematická (souhrnné)
míra objektivity skórování	objektivně skórovatelné	kvaziobj. skórovatelné	subjektivně skórovatelné

Tab. 1 M. Chráska - Didaktické testy [16]

Z uvedené tabulky vyplývá, že testy dělíme podle:

- měřené charakteristiky výkonu na testy rychlosti a testy úrovně. Testy rychlosti ověřují schopnost žáků vyřešit určitý počet velmi snadných úkolů za přesně daný časový úsek. Testy úrovně nemají žádné časové omezení a úspěch v testu je dán pouze vědomostmi a dovednostmi žáka. [16]
- dokonalosti přípravy testu a jeho příslušenství na standardizované, kvazi-standardizované a nestandardizované. Standardizované testy jsou profesionálními testy, bývají důkladně připravovány a jsou předem známy jeho vlastnostmi. K testu je k dispozici testová příručka. Standardizované testy vydává většinou MŠMT, SCIO. Nestandardizované testy jsou častější, tvoří si je sám učitel, nejsou testované na velkém vzorku žáků. Přechodem od nestandardizovaných ke standardizovaným testům jsou kvazi-standardizované testy. Těmto testům se věnuje větší pozornost než učitelským testům, slouží k porovnání znalostí většího počtu žáků. Může se jednat o srovnání žáků v rámci školy, města. [16]
- povahy činnosti testovaného dělíme testy na kognitivní a psychomotorické. Kognitivní testy ověřují vědomosti (např. test z matematiky), psychomotorický test ověřuje dovednosti (např. psaní na stroji). [16]
- míry specifičnosti učení zjišťované testem na testy výsledků výuky a testy studijních předpokladů. Testy studijních předpokladů se používají při přijímacích zkouškách na střední školy, během studia se žáci setkávají výhradně s testy výsledků výuky.
- interpretace výkonu na rozlišující a ověřující testy. Rozlišující testy určují výkon žáka vzhledem k populaci, ověřující testy určují výkon žáka vzhledem ke všem úlohám, které učivo představují. [16]
- časového zařazení do výuky na testy vstupní, průběžné a výstupní. Vstupní testy se zadávají na začátku ročníku, nového celku. Vstupní testy dávají cenné informace o stavu vědomostí před výukou, umožňují efektivně naformulování cílů výuky a rozvržení výuky. Úspěšné rozvržení výuky a postupné zvládání učiva učitel testuje průběžnými testy. Jejich vyhodnocením rychle a efektivně reaguje na aktuální potřeby žáků. Výstupní testy mapují zvládnutí celého celku, bývají důležité pro hodnocení žáků. [16]

- tematického rozsahu na monotématické a polytematické testy. U monotématických testů je testována pouze jedna látka, u polytematických testů se testuje učivo z dvou a více tematických celků. [16]
- míry objektivity skórování na objektivně, kvaziobjektivně a subjektivně skórovatelné testy. U objektivně skórovatelných testů lze objektivně rozhodnout o jejich správnosti, např. vybráním správné odpovědi z nabídky. Testy subjektivně skórovatelné jsou testy s otevřenými otázkami, často lze hodnotit i postup řešení. Tyto úlohy bývají často komplexnější, testují se obsáhlejší vědomosti a dovednosti než u objektivně hodnocených testů. [16]

6.1. Charakteristiky testu

6.1.1. Obtížnost testových úloh

Obtížnost testových úloh pro žáky je jedním ze základních charakteristik testu. Při analýze příkladu zjišťujeme buď hodnotu obtížnosti Q nebo index obtížnosti P. Hodnota obtížnosti vyjadřuje, kolik procent žáků na úlohu odpověděli špatně nebo na úlohu neodpověděli.

$$Q = 100 \cdot \frac{n_š}{n} \qquad (1)$$

kde Q je hodnota obtížnosti, $n_š$ je počet žáků, kteří odpověděli špatně nebo vůbec a n je počet všech žáků, kteří odpovídali na úlohu.

Index obtížnosti vyjadřuje procentuální zastoupení správných odpovědí.

$$P = 100 \cdot \frac{n_s}{n} \qquad (2)$$

kde P je index obtížnosti, n_s je počet správných odpovědí, n je počet všech odpovědí na úlohu.

Velmi obtížné úlohy jsou takové, kde hodnota obtížnosti $Q > 80$. U velmi snadných je poté hodnota obtížnosti $Q < 20$. Dobře sestavený didaktický test by měl obsáhnout příklady od snadných až po obtížné, avšak neměl by obsahovat extrémně obtížné příklady ($Q \rightarrow 100$). [16]

6.1.2. Citlivost testových úloh

Citlivost testových úloh vyjadřuje, do jaké míry úlohy v testu testují konkrétní dovednosti, znalosti nebo schopnosti žáků. Úlohy s vysokou citlivostí jsou schopny odhalit rozdíly v dovednostech žáků. Jinými slovy, citlivost testových úloh ukazuje, jak moc úlohy zvýhodňují nadanější žáky před ostatními. Chytřejší žáci mívají úlohy s vyšší citlivostí vyřešené správně, kdežto slabší žáci tyto úlohy úspěšně řeší jen velmi obtížně a zřídkakdy.

Citlivost testových úloh je zásadní pro zjištění relevance a efektivity didaktického testu. Využívá se k zjištění validity testu, zajištění spravedlivého hodnocení.

Koeficient citlivosti lze počítat několika způsoby. Poměrně spolehlivou metodou výpočtu je výpočet koeficientu ULI (upper – lower – index). Používá se i v případě nestandardizovaného testu, protože jeho výpočet je poměrně jednoduchý. Výpočet vychází z rozdílu mezi obtížností úlohy lepších a horších žáků. Žáci jsou rozděleni do dvou stejně početných skupin (poloviny) na základě dosaženého bodového skóre v testu. Tyto skupiny jsou označeny L, H a následně je zjištěn počet žáků lepší skupiny n_L , kteří úlohu vyřešili správně a počet žáků horší skupiny n_H, kteří úlohu vyřešili správně. K výpočtu použijeme vzorec (3), kde d je koeficient ULI a N je celkový počet žáků.

$$d = \frac{n_L - n_H}{N} \tag{3}$$

Požaduje se, aby u úloh s hodnotou obtížností $Q = 30 - 70$ byl koeficient ULI v rozmezí $d = 0{,}25 - 1$ a u úloh s hodnotou obtížnosti $Q = 20 - 30$ a $Q = 70 - 80$ dosahoval koeficient ULI hodnot $d = 0{,}15 - 1$. [16]

6.1.3. Reliabilita didaktického testu

Reliabilita didaktického testu je nejdůležitější ukazatel. Určuje, do jaké míry jsou úlohy ovlivněny náhodnými jevy. Pokud jsou úlohy málo ovlivnitelné náhodnými jevy, test dosahuje vysoké validity, tedy testuje to, co má. Vysoká reliabilita vyjadřuje vysokou technickou kvalitu testu, nic ale nevypovídá o jeho správnosti, a zda test testuje to, co má. Reliabilitu počítáme pomocí Kuderova-Richardsonova vzorce:

$$r_{kr} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum pq}{s^2}\right) \tag{4}$$

kde k je počet úloh v testu, p je počet žáků, kteří vyřešili danou úlohu správně, $q = 1 - p$ a s je směrodatná odchylka pro celkové výsledky žáků v testu. [16]

Reliabilita testu ukazuje, jak je test technicky správně konstruován, zda není test ovlivněn náhodnou chybou, tipováním odpovědí. Z hodnot reliability ale nelze hodnotit správnost testu, zda testuje co má. Tuto vlastnost testu zkoumá validita. Validita má několik kategorií, které se určují, např. obsahová, kriteriální, konstruktivní validita. Validita testu se ověřuje hodnocením hypotéz, které jsou před testováním řečeny a po testování ověřeny. [30]

6.1.4. Percentilová škála

Percentilová škála je statistický nástroj, díky němuž můžeme porovnávat výsledky žáka v didaktickém testu vzhledem k výsledkům ostatních žáků. Na základě získaných bodů je žákovi přiřazeno percentilové skóre. Toto skóre vyjadřuje umístění daného žáka ve skupině, vyjadřuje, kolik procent žáků napsalo test stejně dobře či hůře.

Zařazení žáků do percentilové škály má několik výhod, ale i nevýhod. Mezi výhody se řadí relativní porovnání žáků ve skupině (třídě, ročníku atd.), snadná interpretace a porozumění umístění, možnost využití ke sledování vývoji žáků v čase. Mezi nevýhody patří nemožnost určit, co žáci skutečně vědí či dokáží a neposkytuje absolutní měření výkonu.

Zařadit žáka podle počtu získaných bodů v testu do určité škály umožňuje standardizace testu. Díky standardizaci porovnáme žáka na základě dosažených bodů se zbytkem třídy (vzorku). K porovnání použijeme percentilovou škálu

$$PR = 100 \cdot \frac{n_k - \frac{n_i}{2}}{n} \tag{5}$$

kde PR je percentilové pořadí žáka, n_k je kumulativní četnost daného výsledku, n_i je četnost výsledku a n je počet žáků účastnících se testování. [16]

6.1.4.1. Kolmogorovův – Smirnovův test: normalita

Během zpracování výsledků testů a porovnávání bodových výsledků může být patrná jistá podoba s Gaussovým normálním rozdělením. Aby bylo možné tuto podobu potvrdit, či vyvrátit, je zapotřebí statistického ověření. K tomuto ověření je možné využít Kolmogorovův – Smirnovův test.

Věta 1.1. Testujeme hypotézu, že zjištěná data (o počtu n) s distribuční funkcí $F(x)$ pocházejí z normálního rozdělení s distribuční funkcí $F(x)$ pocházejí z normálního rozdělení s distribuční funkcí $\phi(x)$. Testovanou statistikou je statistika

$$D = sup|F(x) - \phi(x)| \tag{6}$$

Nulovou hypotézu zamítáme na hladině významnosti α, když $D \geq D_n(\alpha)$, kde $D_n(\alpha)$ je tabelovaná kritická hodnota.

6.1.5. Klasifikační stupně

Klasifikační stupně jsou důležitým prvkem současného vzdělávacího systému a slouží k hodnocení pochopení a zafixování látky žáky. Klasifikace žáků se může provádět na základě jejich aktivity během vyučování, úspěchu v testech a zkouškách, kooperace během společných prací, vytváření samostatných prací atd. Nejběžnější stupnice zahrnuje známky od "výborně - 1" až po "nedostatečně - 5". Známky jsou udělovány na základě znalostí, dovedností a schopností aplikovat učivo.

Klasifikační stupně mají významný vliv na motivaci a sebevědomí žáků. Někteří žáci se snaží dosahovat co nejlepších studijních výsledků a klasifikace je jejich motivací. Naopak jiní se mohou cítit demotivováni horšími známkami. Důležité je, aby žáci, ale i rodiče chápali klasifikační stupně jako nástroj pro zlepšení dovedností a znalostí, nikoli pouze jako hodnocení jejich osoby či výkonu.

Klasifikační stupně mají několik funkcí:

1. Hodnocení žáků - umožňuje učitelům a rodičům posoudit úspěch žáka a jeho schopnosti v jednotlivých předmětech.
2. Sledování pokroku - umožňuje sledovat pokrok žáka v průběhu školního roku a v průběhu celého vzdělávacího procesu.
3. Orientace v učebním plánu - klasifikace pomáhá učitelům určit, která témata a dovednosti žáci dobře ovládají a na kterých je třeba ještě pracovat.
4. Pomoc při výběru dalšího studijního směru - klasifikace může žákům a jejich rodičům poskytnout oporu při rozhodování o dalším studijním směru a výběru střední školy.

Jak již bylo nastíněno, klasifikace může mít negativní dopad na žáky a má i nedostatky. Některé z nich mohou být:

- Jednostranný pohled – klasifikace hodnotí pouze vědomosti, ale nebere v úvahu další důležité vlastnosti žáků.
- Motivace vs. stres – špatné známky mohou u žáků vyvolávat stres, třídy se mohou rozdělit na úspěšné a neúspěšné žáky.
- Rozdíly v hodnocení – hodnocení žáků bývá často subjektivní a význam známky na jedné škole nemusí vůbec odpovídat významu známky na škole jiné, stejně tak význam známek u jednotlivých učitelů v jedné škole.

Převod bodového hodnocení na klasifikační stupně je možný na základě hned několika přístupů k této problematice. Uvedeny jsou tři nejběžnější přístupy podle Chrásky [16].

a) Intuitivní přístup

Někteří učitelé, zejména starší a zkušenější s bohatou praxí, přistupují ke klasifikaci zcela subjektivně na základu své intuice. V některých případech je hodnocení vcelku odpovídající, ale není to vždy podmínkou.

b) Klasifikace na základě procenta správných odpovědí

Při převodu bodového hodnocení na známky se může vycházet i z procenta správných odpovědí, kterého žák dosáhl v testu.

Procento správně vyřešených úloh v testu			**Klasifikační stupeň**
Běžná klasifikace	Přísná klasifikace	Velmi přísná klasifikace	
91 - 100	96 - 100	95 – 100	1
81 - 90	88 – 95	90 – 94	2
71 - 80	82 – 87	85 – 89	3
61 - 70	70 – 81	80 – 84	4
0 - 60	0 - 69	0 - 79	5

Tab. 2 Klasifikace podle procenta správných odpovědí [16]

c) Klasifikace na základě normálního rozdělení

U této klasifikace se vychází z předpokladu, že výsledky dosažené v testu jsou v rámci třídy rozloženy a odpovídají Gaussově křivce. Nejvíce je vždy výsledků průměrných a na obě strany četnost výsledků symetricky klesá, tedy nejvíce žáků dostane známku 3, méně žáků 2 a 4 a nejméně žáků 1 a 5. Rozdělení těchto skupin v % je různé a záleží na pedagogovi, jaké použije. V následující tabulce je uveden příklad nejpoužívanějších.

Klasifikační stupeň	Rozdělení [%]		
	I.	II.	III.
1	7	10	15
2	24	20	20
3	38	40	30
4	24	20	20
5	7	10	15

Tab. 3 Klasifikační stupně podle normálního rozdělení [16]

PRAKTICKÁ ČÁST

7. Výzkumné šetření a jeho cíle

Cílem praktické části diplomové práce bylo navrhnout a následně realizovat výzkumné šetření zabývající se schopností žáků základní školy úspěšně vyřešit matematické úlohy se zeměpisnou tématikou. Jak bylo popsáno výše v teoretické části práce, mezipředmětové vztahy jsou velmi důležité pro motivaci žáků. Jako výzkumný nástroj byl použit didaktický test. Následně bylo provedeno pilotní testování souboru úloh v didaktickém testu. Posledním krokem praktické části bylo vyhodnocení navrhnutého didaktického testu a interpretace získaných dat.

Pro praktickou část byly stanoveny následující výzkumné cíle:

Výzkumný cíl číslo 1: Navržení souboru matematických úloh se zeměpisnou tématikou s různými typy zadání (zadání slovní úlohou, zadání grafem, tabulkou atd.)

Výzkumný cíl číslo 2: Posouzení vhodnosti navržených matematických úloh pro žáky 8. a 9. třídy základní školy a následného vypracování didaktického testu žáky.

Výzkumný cíl číslo 3: Vyhodnocení didaktického testu, bodové ohodnocení a následné posouzení klasifikačních stupnic.

8. Charakteristika testovaných žáků

Didaktický test byl se svolením paní učitelky zadán v osmé a deváté třídě Základní školy Rudník, okres Trutnov. Test žáci psali většinou ve dvojicích, trojicích během června 2022.

Žáci deváté třídy měli v době psaní didaktického testu po příjímacích zkouškách a měli uzavřené známkování z matematiky. Ve třídě bylo 29 žáků, žádný žák neměl IVP ani PLPP, žádný z žáků nebyl nadaný. V matematice byla třída velmi pasivní, žáci neměli zájem o jakoukoliv činnost, diskuzi. Po dopsání testů mi bylo paní učitelkou sděleno, že minulý školní rok jeden ze žáků dané třídy spáchal sebevraždu a celá třída byla touto událostí velmi poznamenaná. Žáci si vzájemně pomáhali, drželi pohromadě jako kolektiv, ale odmítali pustit si k sobě dospělého.

Žáci osmé třídy byli opakem deváté. Ve třídě bylo 21 žáků, jeden žák měl IVP a jedna žačka byla z Ukrajiny. Tato žačka se testování neúčastnila, z důvodu jazykové bariéry byla osvobozena od slovních úloh v matematice. Ostatní žáci byli aktivní, do testování se s chutí zapojili. Během vypracování jsem si všimla, že ve třídě jsou tři chlapci, vůdčí osobnosti, kteří ovládají matematiku a vše řídili, ujali se rozdávání testů, pomohli s rozdělením do dvojic a hlavně radili skupinkám kolem sebe (i přes to, že byli důrazně upozorněni, aby pracovala každá skupinka samostatně).

9. Charakteristika didaktického testu

9.1. Soubor úloh didaktického testu

V následující kapitole budou uvedeny slovní úlohy zařazené do didaktického testu. Slovní úlohy jsou inspirované příklady ze „*Sbírky úloh z matematiky pro základní školu*“ od F. Bělouna [16]. Všechny příklady prošly před testováním na žácích kontrolou a schválením obtížnosti od paní učitelky.

V řešení každé úlohy je zaznamenáno i bodové hodnocení tučným písmem v hranatých závorkách.

9.1.1. Příklad č. 1

Zadání:

Rodina Růžičkova uvažuje o koupi domu se zahradou. V mapě je pozemek zaznačený červenou barvou s rozměry. Jaká je výměra pozemku ve skutečnosti?

Rozbor:

Při řešení slovní úlohy si žáci musí vybavit učivo ze zeměpisu 6. třídy. Měřítko mapy se nejčastěji vyučuje v prvním pololetí v tématu „Mapy“.

Z učiva matematiky žáci použijí násobení, které znají z prvního stupně. Při převodu rozměrů pomocí měřítka využijí trojčlenku. Téma „Přímá a nepřímá úměrnost“ bývá zařazena spolu s poměrem a procenty do učiva sedmé třídy.

Poslední učivo, které žáci použijí při výpočtu je obsah obdélníků. Toto učivo se vyučuje na prvním stupni základní školy.

V katastrální mapě ze zadání příkladu je uvedeno jak grafické, tak číselné měřítko. Žáci měřítko v mapě musí najít a poté se rozhodnout, které použijí při výpočtu. Vhodnější a přesnější je použít číselné měřítko. Poté rozměry pozemku převedou pomocí trojčlenky do skutečných rozměrů a vypočítají plochu pozemku.

Řešení:

[maximálně 3 body za správné řešení příkladu]

Měřítko katastrální mapy je 1:250. Díky znalosti významu měřítka převedeme rozměry pozemku uvedené v mapě na rozměry pozemku v reálném světě. Využijeme k tomuto převodu přímou úměru.

$$1\ cm\ na\ mapě \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 250\ cm\ ve\ skutečnosti$$

$$\underline{15\ cm\ na\ mapě \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots x\ cm\ ve\ skutečnosti}$$

$$x = \frac{15 \cdot 250}{1}$$

$$x = 3\,750\ cm = 37{,}5\ m$$

$$1\ cm\ na\ mapě \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 250\ cm\ ve\ skutečnosti$$

$$\underline{3\ cm\ na\ mapě \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots y\ cm\ ve\ skutečnosti}$$

$$y = \frac{3 \cdot 250}{1}$$

$$y = 750\ cm = 7{,}5\ m$$

Výměra pozemku ve skutečnosti je obsah obdélníku o stranách $37{,}5\ m\ a\ 7{,}5\ m$.

[1 bod za rozměry ve skutečnosti]

$$S = 37{,}5 \cdot 7{,}5 = 281{,}25\ m^2$$

Na závěr žáci formulují slovní odpověď.

$$Výměra\ pozemku\ ve\ skutečnosti\ je\ 281{,}25\ m^2.$$

[2 body za správný výsledek]

9.1.2. Příklad č. 2

Zadání:

Žáci 9. A se vydali na školní výlet do Krkonoš. Celodenní výšlap začínají v Rokytnici nad Jizerou, směřují na Labskou boudu a poté do Špindlerova mlýna. Délka trasy je 19,6 km po turistických stezkách. Kolik centimetrů měří trasa v mapě, jestliže měřítko mapy je 1:140 000?

Rozbor:

Při řešení si žáci musí opět vybavit látku 6. třídy ze zeměpisu na téma „Mapa“. Měřítko je zadané v zadání slovní úlohy, při řešení bude použito číselné měřítko.

Z pohledu matematiky žáci využijí poznatky z převodu jednotek. Základní převod z kilometrů na centimetry se vyučuje na prvním stupni. Dále žáci využijí trojčlenku (přímou úměru), kdy se téma „Přímá a nepřímá úměrnost“ vyučuje v sedmé třídě.

Žáci mohou úlohu řešit dvěma způsoby. První možností řešení je, že se délka trasy převede z kilometrů na centimetry a poté pomocí trojčlenky převede z reálné délky do délky trasy v mapě. Druhou možností je použít nejdříve trojčlenku a převést délku trasy z kilometrů ve skutečnosti na kilometry v mapě. Nakonec se převede trasa z kilometrů na centimetry a musíme dostat stejný výsledek jako při použití první možnosti.

Řešení:

[maximálně 2 body za správné řešení příkladu]

Řešení slovní úlohy ukážeme na obou možnostech postupu.

I. Délku trasy převedeme z kilometrů na centimetry.

$$19{,}6\ km = 1\ 960\ 000\ cm$$

Poté délku trasy v reálném světě převedeme díky znalosti měřítka a jeho významu na délku trasy v mapě. Použijeme přímou úměru.

$$1\ cm\ na\ mapě \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 140\ 000\ cm\ ve\ skutečnosti$$

$$\underline{x\ cm\ na\ mapě \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 1\,960\,000\ cm\ ve\ skutečnosti}$$

$$x = \frac{1\,960\,000 \cdot 1}{140\,000}$$

$$x = 14\ cm$$

Vypočítali jsme délku trasy v mapě, tato délka je 14 cm.

[2 body za správný výsledek]

II. Ze znalosti měřítka a jeho významu převedeme délku trasy z reálu na délku trasy v mapě. Využijeme k tomu přímou úměru.

$$1\ km\ na\ mapě \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 140\,000\ km\ ve\ skutečnosti$$

$$\underline{x\ km\ na\ mapě \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 19{,}6\ km\ ve\ skutečnosti}$$

$$x = \frac{19{,}6 \cdot 1}{140\,000}$$

$$x = 0{,}00014\ km$$

Délku trasy v mapě převedeme z kilometrů na požadované centimetry.

$$0{,}00014\ km = 14cm$$

Délka trasy v mapě vyšla opět 14 cm, stejně jako v první možnosti řešení.

Po vyřešení slovní úlohy následuje slovní odpověď.

$$Trasa\ v\ mapě\ \text{měří}\ 14\ cm.$$

[2 body za správný výsledek]

9.1.3. Příklad č. 3

Zadání:

Pan Zelený jede na služební cestu po Evropě. Vyjíždí ve 12:00 z Prahy (červená hvězda v mapě) do Vídně (zelená hvězda). Cesta mu trvá tři hodiny. Ve Vídni nasedá okamžitě na letadlo a letí 1,5 hodiny do Londýna (modrá hvězda). Zde ihned přesedá na let do Kyjeva (žlutá hvězda). Cesta trvá 4 hodiny. Když vystupuje z letadla, kolik hodin ukazují hodiny na letišti v Kyjevě?

Rozbor:

Slovní úloha je koncipovaná tak, že žáci nepotřebují přílišné znalosti ze zeměpisu ani matematiky, aby byli schopni správného řešení, musí ovšem správně číst v přiložené mapě a její legendě. V mapě jsou zaznačená místa, odkud kam se pohybuje pan Zelený ze zadání slovní úlohy. V mapě jsou barevně vyznačená časová pásma a pro žáky by nemělo být obtížné vyčíst, v kterém časovém pásmu se města a posléze pan Zelený nachází.

Ze zeměpisu je při řešení úkolu potřeba znát učivo o rozložení časových pásem na Zemi. Tato látka je vyučována v prvním pololetí šesté třídy v tématu „Planeta Země“ a „Čas na Zemi“.

Během řešení také využijí znalosti ze čtení z mapy. Tuto dovednost si žáci osvojují v tématu „Mapa“, které bývá nejčastěji vyučováno na začátku šesté třídy.

Z matematiky žáci potřebují znát operace s časem, sčítání a odečítání časů mezi sebou. Toto učivo je v časově tematickém plánu prvního stupně.

Úlohu je možné řešit dvěma způsoby. První možností je k úvodnímu času ze zadání postupně přičítat délky letů mezi městy. Po přičtení posledního letu se získaný čas zvýší o hodinu, neboť počáteční a koncové místo pro odečet času leží v sousedních časových pásmech a rozdíl mezi nimi je jedna hodina. V Kyjevě je o hodinu více než v Praze.

Druhou možností řešení je postupně přičítat časy a mezičasy postupně přepočítávat pro dané časové pásmo.

Řešení:

[maximálně 3 body za správné řešení příkladu]

Řešení slovní úlohy si ukážeme na obou možnostech výpočtu.

I. K původnímu času v Praze postupně přičteme všechny časy, které pan Zelený strávil cestováním.

$$12:00 + 3:00 + 1:30 + 4:00 = 20:30$$

[1 bod za mezivýsledek]

Pan Zelený tedy vystupuje v Kyjevě ve $20:30$ ale středoevropského času. Posledním krokem je připočíst k času rozdíl časových pásem obsahujících Prahu a Kyjev. Tento rozdíl je 1 hodina, tedy v Praze je o hodinu méně, než v Kyjevě.

$$20:30 + 1:00 = 21:30$$

V Kyjevě tedy vystupuje pan Zelený v 21:30.

[2 body za výsledek]

II. Časy postupně měníme během celé cesty pana Zeleného po Evropě.

Při první cestě z Prahy do Vídně zůstáváme ve stejném časovém pásu, tedy neposouváme výsledný čas.

$$12:00 + 3:00 = 15:00$$

Z Vídně odlétá pan Zelený v $15:00$. Cesta mu trvá 1,5 $hodiny$.

$$15:00 + 1:30 = 16:30$$

V Londýně letadlo dosedá v $16:30$. Londýn je ale v jiném časovém pásmu než Vídeň. K výslednému času musíme tedy přičíst rozdíl těchto dvou pásem. Pokud letíme z Vídně do Londýna, je tento rozdíl $-1\ hodina$.

$$16:30 - 1:00 = 15:30$$

Hodiny v Londýně tedy ukazují $15:30$ a pan Zelený ihned odlétá do Kyjeva. Cesta mu trvá 4 hodiny.

$$15:30 + 4:00 = 19:30$$

[1 bod za mezivýsledek]

K získanému času opět musíme připočíst rozdíl časových pásem mezi Londýnem a Kyjevem. Tento rozdíl je $+2\ hodiny$.

$$19:30 + 2:00 = 21:30$$

V Kyjevě pan Zelený vystupuje v $21:30$.

Na závěr řešení formulujeme slovní odpověď.

$$Při\ vystupování\ z\ letadla, ukazují\ hodiny\ v\ Kyjevě\ 21:30.$$

[2 body za výsledek]

9.1.4. Příklad č. 4

Zadání:

Vypočtěte obvodovou rychlost Země na rovníku, když znáte poloměr Země $r = 6\,371 km$ a čas jednoho otočení Země kolem své osy $t = 24\ hod.$

Rozbor:

Tato slovní úloha se opírá o hlubší znalosti z fyziky i zeměpisu. Avšak v zadání je uvedeno vše potřebné.

V prvním kroku si žáci musí vybavit učivo o rychlosti, obvodové rychlosti z fyziky a jak se rychlost počítá. Toto učivo je vyučováno na začátku 7. třídy v tématu „Pohyb tělesa“.

Ze zeměpisu si žáci vybaví učivo o tvaru Země, jeho aproximaci na kouli. Tato látka je vyučována na začátku 6. třídy v tématu „Planeta Země“.

Z matematiky je zapotřebí znát vzorec pro obvod kružnice (délku kružnice). Kruh a kružnice jsou probírány na prvním stupni.

Řešení:

[maximálně 6 bodů za správné řešení příkladu]

Při řešení si žáci musí nejdříve uvědomit, co budeme počítat a jak. Máme vypočítat obvodovou rychlost na rovníku. Nejdříve si musí vybavit, co je obvodová rychlost a jak se počítá,

$$v = \frac{s}{t} \tag{7}$$

kde s je dráha, kterou urazí hmotný bod a t je čas, jak dlouho tuto dráhu hmotný bod opisuje.

Dále si musí žáci představit, jakou dráhu bude hmotný bod opisovat. Bod se pohybuje po rovníku, opisuje tedy na Zemi kružnici s poloměrem $r = 6\,371 km$. Nyní je zapotřebí vypočítat délku této dráhy, tedy délku kružnice. Budeme počítat obvod kružnice.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6371 = 40\,053{,}84 km$$

[2 body za výpočet obvodu kružnice]

Nyní máme vypočítanou dráhu hmotného bodu $s = 40\,053{,}84 km$ a ze zadání víme, že tuto dráhu opíše za čas $t = 24\ hod$. Získané hodnoty dosadíme do vzorce (6).

$$v = \frac{s}{t} = \frac{40\,053{,}84}{24} = 1\,668{,}91\ km/hod = 463{,}59\ m/s$$

[4 body za výpočet obvodové rychlosti]

Na závěr zbývá formulace slovní odpovědi.

$$Obvodová\ rychlost\ Země\ na\ rovníku\ je\ 463{,}59\ m/s.$$

9.1.5. Příklad č. 5

Zadání:

Doplňte tabulku:

Kontinent	Rozloha [mil. km2]	Počet obyvatel [mil]	Hustota zalidnění [ob/km2]
Asie	44,60	4 522	
Amerika	42,55	1 002	
Afrika	31,37	1 276	
Antarktida	13,72	0,001	
Evropa	10,18	740	
Austrálie a Oceánie	8,50	41	

$$\text{Hustota zalidnění} = \frac{Počet\ obyvatel}{Rozloha}$$

Rozbor:

Úkolem v této úloze je správně dopočítat chybějící sloupec v tabulce, tedy „Hustotu zalidnění". Pod tabulkou mají žáci návod na výpočet hustoty zalidnění. Stačí tedy dosadit správně do vzorce. Při řešení této úlohy se žáci musí vyznat v tabulce a umět si z ní vybrat data, která potřebují. Dále je zapotřebí vyčíst jednotky uváděných dat a uvědomit si, zda se musí převádět před dosazením do zadaného vzorce.

Ze zeměpisu si v této úloze nemusí žáci nic vybavovat. V zadání je uvedeno, jak se hustota zalidnění počítá a všechny potřebné údaje o kontinentech.

Z matematiky musí žáci použít dělení, které se vyučuje na prvním stupni. Údaje o rozloze i počtu obyvatel jsou uvedeny v milionech. Při dosazení do vzorce není potřeba nic převádět.

Řešení:

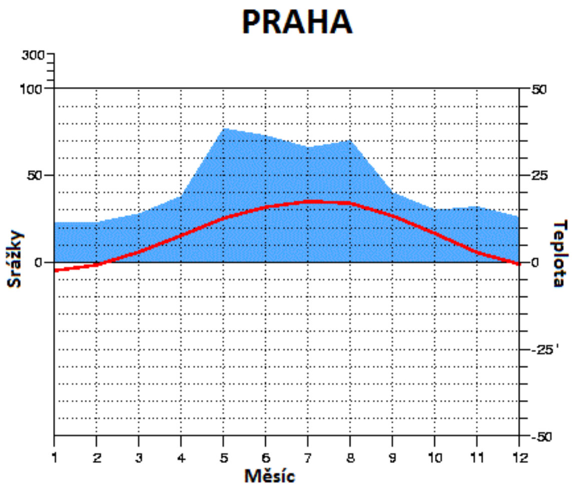
[maximálně 6 bodů za správné řešení příkladu]

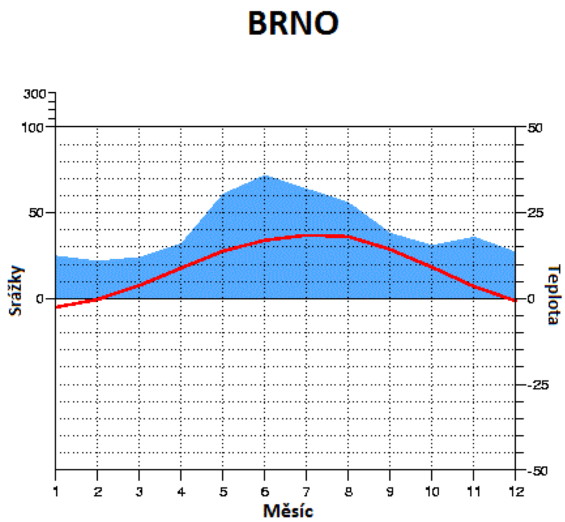
Kontinent	Rozloha [mil. km2]	Počet obyvatel [mil]	Hustota zalidnění [ob/km2]
Asie	44,60	4 522	101,39
Amerika	42,55	1 002	23,55
Afrika	31,37	1 276	40,68
Antarktida	13,72	0,001	7,29E-5
Evropa	10,18	740	72,69
Austrálie a Oceánie	8,50	41	4,82

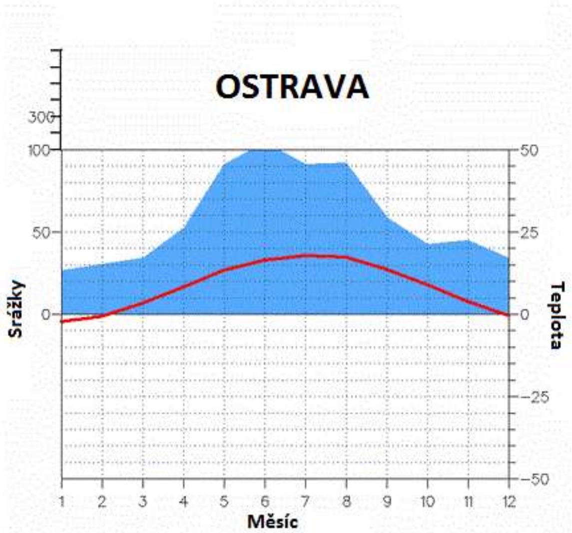
[1 bod za každý správně dopočítaný řádek v tabulce]

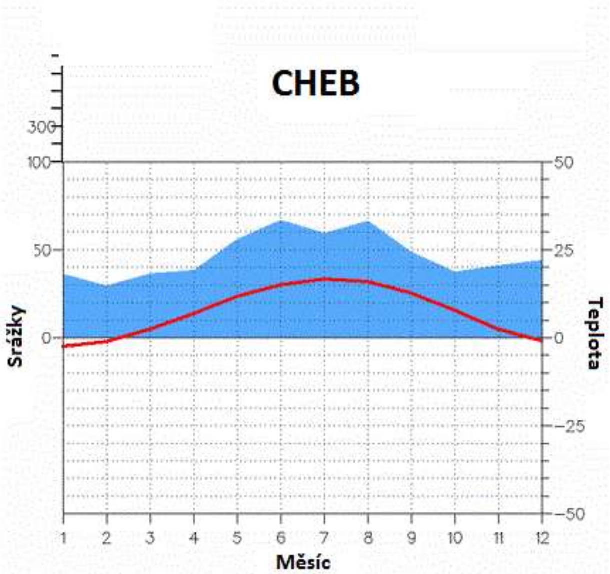
9.1.6. Příklad č. 6

Zadání:









Na klimadiagramech je znázorněn úhrn srážek (levá osa, modrá barva v grafu) a průměrná teplota (pravá osa, červená barva v grafu) za měsíc (osa x). Prostudujte klimadiagramy Prahy, Brna, Ostravy a Chebu. Poté doplňte a dopočtěte tabulky:

	Nejteplejší měsíc	**Nejchladnější měsíc**	**Nejdeštivější měsíc**	**Nejsušší měsíc**
Praha	Červenec (7)	Leden (1)	Květen (5)	Leden, únor (1,2)
Brno				
Ostrava				
Cheb				

	Nejvyšší teplota	Nejnižší teplota	Největší úhrn srážek	Nejnižší úhrn srážek
Praha	17	-3	77	23
Brno				
Ostrava				
Cheb				
průměr				

Rozbor:

Tato úloha má ověřit schopnost žáků číst v grafech. Graf mají popsaný v zadání a jejich úkolem je vyčíst z grafů požadované údaje a doplnit je do tabulky. V tabulkách je vždy uveden první řádek pro Prahu, aby bylo pro žáky snazší se v grafech zorientovat.

Čtení z grafů se žáci učí postupně během celého studia. Začíná se na prvním stupni a pokračuje dále na druhém stupni složitějšími grafy a grafy s větším objemem dat. Učivo grafů je rozvíjeno i napříč předměty, žáci je využívají jak ve zmiňované matematice, zeměpisu, informatice, fyzice, chemii atd.

Z matematiky žáci využijí poznatky o výpočtu průměru. Toto učivo bývá nejčastěji zařazeno na konci osmé třídy v tématu „Základy statistiky“.

Při řešení úkolu žáci nejdříve pracují s daty o teplotách (červená část grafu) a poté s daty o srážkách (modrá část). V první tabulce vyhledávají v jednotlivých grafech extrémy – nejteplejší a nejchladnější, nejsušší a nejdeštivější měsíc. Do tabulky poté zapisují měsíc, ve kterém daný extrém nastal. Druhá tabulka se zaměřuje na vyčtení konkrétních údajů z grafů. Žáci vyhledávají hodnotu daných extrémů a tyto hodnoty zapisují do tabulky. Při hledání extrémů si musí vždy uvědomit, zda pracují s pravou či levou legendou a která data k této legendě patří. Poté je třeba seznámit se s vynesením hodnot na ose a odhadnout hodnotu extrému, který vyhledávají v grafu. Poté vše uvedou do tabulky. Na závěr v každé tabulce vypočítají průměrnou hodnotu pro každý sloupec.

Řešení:

[maximálně 8 bodů za správné řešení příkladu]

	Nejteplejší měsíc	Nejchladnější měsíc	Nejdeštivější měsíc	Nejsušší měsíc
Praha	Červenec (7)	Leden (1)	Květen (5)	Leden, únor (1,2)
Brno	**7**	**1**	**6**	**2**
Ostrava	**7**	**1**	**6**	**1**
Cheb	**7**	**1**	**6+8**	**2**

[1 bod za každý správně doplněný řádek tabulky]

	Nejvyšší teplota	Nejnižší teplota	Největší úhrn srážek	Nejnižší úhrn srážek
Praha	17	-3	77	23
Brno	**18**	**-3**	**70**	**22**
Ostrava	**18**	**-1**	**100**	**28**
Cheb	**16**	**-2**	**68**	**30**
průměr	**17,25**	**-2,25**	**78,75**	**33**

[1 bod za každý správně doplněný řádek tabulky]

[2 body za správně dopočítané průměrné hodnoty]

9.2. Vlastnosti didaktického testu

9.2.1. Obtížnost testových úloh

Obtížnost testové úlohy vyjadřuje, jak byla daná úloha obtížná pro žáky, jak obtížné bylo na úlohu správně odpovědět. Obtížnost je již ze své podstaty spíše subjektivní ukazatel, závisí na konkrétním jednotlivci, skupině, třídě, která úlohu řeší.

Při sestavování didaktického testu bylo cílem vytvořit test s obtížností úloh od snadných až obtížné. Takovéto rozvržení by mělo být žádoucí v každém didaktickém testu, aby úspěch ze správné odpovědi měl možnost zažít každý žák. V následující tabulce Tab. 2 jsou zpracované výsledky z jednotlivých odevzdaných testů a je dopočítána hodnota obtížnosti Q podle vztahu (1) a index obtížnosti P podle vztahu (2).

Ze získaných dat vyplývá, že jeden příklad je velmi snadný (příklad číslo 5, hodnota obtížnosti je $Q < 20$) a jeden je velmi obtížný (příklad číslo 4, hodnota obtížnosti je $Q > 80$), žádný příklad není extrémně obtížný (hodnota obtížností se blíží 100). U těchto dvou příkladů je žádoucí se zamyslet, zda jsou příklady vhodné do testu. Při rozhodování bude hrát roli i třída, popř. skupina žáků, která bude test psát. Pokud půjde o žáky spíše slabší, bylo by vhodné velmi obtížný příklad číslo 4 označit jako dobrovolný, udělit za něj např. plusové body, ale do celkového hodnocení nezapočítat. V této skupině bude naopak žádoucí ponechat příklad velmi snadný, aby žáci měli šanci aspoň jeden příklad vyřešit. Naopak bude-li test zadáván ve třídě s chytřejšími žáky, bylo by vhodné příklad číslo 5 (velmi snadný) vynechat, aby žáci zbytečně neztráceli čas s jeho řešením a měli více prostoru na velmi obtížný příklad. Velmi obtížný příklad by byl posléze v testu ponechán a byl započítán do celkového hodnocení.

Čtyři příklady měly obtížnost pod 50% a dva příklady nad 50%. Při ostrém testování žáků by bylo vhodnější navrhnout test, kde bude rozvržení příkladů spíše souměrnější. V případě tohoto didaktického testu vyplývá, že se jedná o test spíše jednodušší s nevhodně zařazeným příkladem číslo 4 (velmi obtížným).

Příklad	**Správně**	**Špatně**	**Celkem**	Q
1	6	12	18	67
2	11	7	18	39
3	13	5	18	28
4	3	15	18	83
5	15	3	18	17
6	11	7	18	39

Tab. 4 Obtížnost testových úloh

9.2.2. Citlivost testových úloh

Během výpočtu citlivosti úloh byli žáci zapsáni do tabulky s bodovým hodnocením, poté seřazeni podle dosažených bodů a následně rozděleni do dvou skupin. V každé skupině, tedy skupině lepších a horších bodových výsledků, je vždy 9 žáků. Následně bylo zjištěno, kolik žáků z každé skupiny vyřešilo daný příklad správně a kolik špatně. Výsledky jsou uvedeny v Tab. 5. Posledním krokem bylo dopočítání koeficientu citlivosti ULI d každé úlohy.

Příklady s hodnotou obtížnosti v rozmezí $Q = 30 - 70$ jsou příklady číslo 1, 2, 6. Hodnota koeficientu by měla být u těchto příkladů v rozmezí $d = 0{,}25 - 1$, což u všech třech příkladů je splněno. U příkladu číslo 1 je citlivost $d = 0{,}78$, tedy nejvyšší v celém celku zadávaných úloh. Lze předpokládat, že příklad testuje to, co má a také že zvýhodňuje chytřejší žáky a slabší žáci tento příklad měli všichni špatně. Naopak příklad číslo 6 má hodnotu obtížnosti nejnižší z těchto tří posuzovaných příkladů, tedy $d = 0{,}33$. Tento příklad neupřednostňuje chytřejší žáky a je to patrné z rozložení správných odpovědí mezi skupinami L, H, kde ve skupině horších žáků H je 44% příkladů vyřešeno správně.

Příklady s hodnotou obtížnosti v rozmezí $Q = 20 - 30$ a $Q = 70 - 80$ jsou příklady číslo 3, 4. Hodnota koeficientu by měla být alespoň $d = 0{,}15$, což oba dva příklady splňují. Hodnota koeficientu ULI je pro oba příklady $d = 0{,}22$. Avšak tato hodnota je poměrně nízká, lze tedy předpokládat, že příklady zcela přesně netestují to, co mají. Příklad číslo 4 je taktéž velmi obtížný, proto bylo vhodné při dalším využití testu příklad upravit či vyměnit za jiný. Příklad číslo 3 vykazuje poměrně nízkou hodnotu obtížnosti, jedná se tedy o jednodušší příklad. Avšak ve snaze zachování úrovně obtížnosti v testu od příkladů snazších po příklady těžší bych tento příklad neměnila a nechala ho v testu beze změn.

Příklad	**L**		**H**		**d**
	+	**-**	**+**	**-**	
1	7	2	0	9	0,78
2	7	2	3	6	0,44
3	8	1	6	3	0,22
4	2	7	0	9	0,22
5	9	0	4	5	0,56
6	7	2	4	5	0,33

Tab. 5 Citlivost testových úloh

9.2.3. Reliabilita didaktického testu

Reliabilita didaktického testu je počítána pomocí Kuderova – Richardsonova vzorce (4). Veličiny potřebné pro výpočet byly dopočítány z dat, které jsou uvedena v přiložených tabulkách Tab. 6 a Tab. 7. Z těchto dat byla dopočítána směrodatná odchylka s podle vzorce

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \tag{8}$$

kde n je celkový počet testovaných žáků, x_i jednotlivé dosažené počty bodů a n_i je četnost pro jednotlivé hodnoty získaných bodů x_i. Hodnota směrodatné odchylky je $s = 4{,}62$. Dále byla dopočítána hodnota výrazu $\sum pq = 1{,}18$ a poté vše zjištěné dosazeno do (4)

$$r_{kr} = \frac{6}{6-1}\left(1 - \frac{1{,}18}{4{,}62^2}\right)$$

$$r_{kr} = 0{,}98$$

Hodnota reliability didaktického testu r_{kr} dosahuje velmi vysoké hodnoty 0,98. Tuto hodnotu lze interpretovat tak, že výsledky testu jsou minimálně ovlivněny náhodnými jevy. Pokud bychom tentýž test psali s další skupinou žáků, dostali bychom podobné výsledky jako nyní. Kdybychom testování přirovnali ke střelbě do terče, byly by střely nahromaděny u sebe. Ale výsledek nic nevypovídá o tom, jak daleko by byly střely vzdáleny od středu terče. Schopnost zasáhnout střed vyjadřuje validita.

Validita testu je schopnost testu testovat to, co má. Tedy v našem případě testovat znalosti z matematiky. Aby byla zajištěna i vysoká schopnost validity, musejí být úlohy formulovány jasně, stručně, nepoužívají se rozsáhlé větné konstrukce, v zadání se nevysvětlují zeměpisné pojmy, otázky jsou formulované jednoznačně. Kritérií pro hodnocení validity je několik, jedná se např. o expertní posouzení (posouzení testu odborníky v daném oboru), korelační analýzy, zdokonalování a revize (test je opakovaně zadáván, zdokonalován a upravován na základě výsledků). Validitu testu lze také odhadnout z dosažených výsledků při testování. Pokud je reliabilita testu vysoká a úspěšnost v testu nepřiměřeně nízká, lze z toho usuzovat na nízkou validitu.

body x_i	četnost n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$n_i \cdot (x_i - \overline{x})^2$
28	1	28	10,35	107,12	107,12
25	1	25	7,35	54,02	54,02
24	1	24	6,35	40,32	40,32
22	1	22	4,35	18,92	18,92
21	1	21	3,35	11,22	11,22
19	5	95	1,35	1,82	9,11
19	5	95	1,35	1,82	9,11
19	5	95	1,35	1,82	9,11
19	5	95	1,35	1,82	9,11
19	5	95	1,35	1,82	9,11
18	1	18	0,35	0,12	0,12
13	2	26	-4,65	21,62	43,25
13	2	26	-4,65	21,62	43,25
11	1	11	-6,65	44,22	44,22
10	1	10	-7,65	58,52	58,52
8	1	8	-9,65	93,12	93,12
7	1	7	-10,65	113,42	113,42
5	1	5	-12,65	160,02	160,02

Tab. 6 Reliabilita didaktického testu

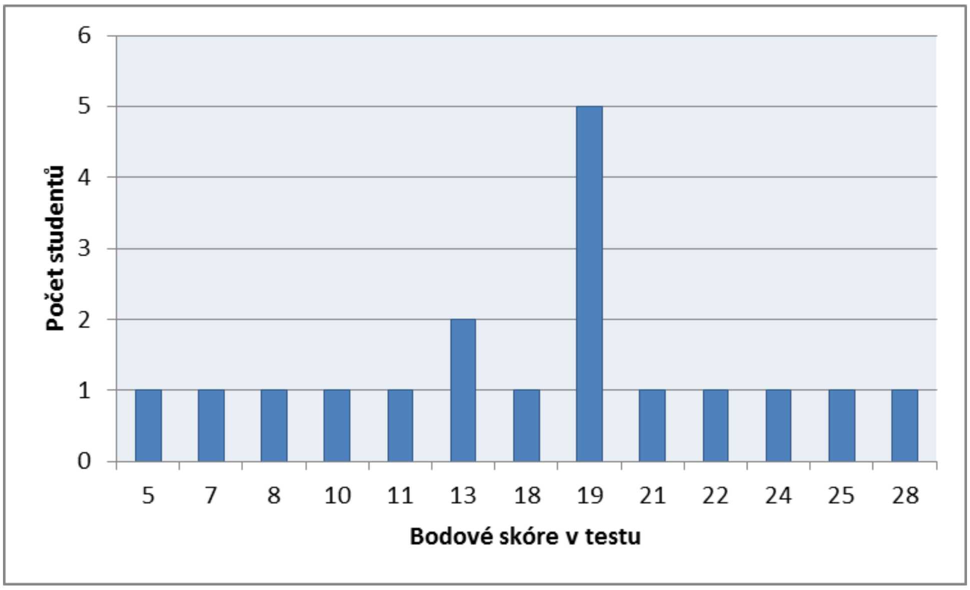
Příklad	Správně	Špatně	p	q
1	6	12	0,33	0,67
2	11	7	0,61	0,39
3	13	5	0,72	0,28
4	3	15	0,17	0,83
5	15	3	0,83	0,17
6	11	7	0,61	0,39

Tab. 7 Reliabilita didaktického testu - výpočet hodnot p a q

9.2.4. Percentilová škála

Za účelem porovnání výsledků konkrétních žáků vzhledem k výsledkům testů ostatních žáků byla sestavena percentilová škála. Každý úkol v testu byl opatřen bodovým hodnocení, které je podrobně uvedeno u výčtu a rozboru příkladů v kapitole 8.1. Na základě tohoto bodování byli žáci obou tříd zařazeni do tabulky Tab. 5. V této tabulce je uvedena četnost jednotlivých dosažených bodových výsledků z testu a jejich percentilové umístění. Toto percentilové umístění říká, kolik procent žáků mělo horší výsledek v testu než daný student. Například žák, který dosáhl v didaktickém testu bodového výsledku 13 bodů, získal percentilové umístění 33.

Toto číslo vyjadřuje, že 33% všech žáků, kteří psali test, dopadli v hodnocení stejně nebo hůře než dotyčný žák.



Obr. 2 Bodové skóre žáků v didaktickém testu

body	četnost n_i	kumulativní četnost	PR
5	1	1	3
7	1	2	8
8	1	3	14
10	1	4	19
11	1	5	25
13	2	7	33
18	1	8	42
19	5	13	58
21	1	14	75
22	1	15	81
24	1	16	86
25	1	17	92
28	1	18	97

Tab. 8 Percentilová škála

Z grafu na Obr. 2 je patrné, že nejvíce studentů dosáhlo bodového hodnocení 19 (5 žáků) a 13 (2 žáci). Zdá se, že rozložení získaných bodů odpovídá Gaussově normálnímu rozdělení. Tento předpoklad je nutné ověřit. K ověření použijeme Kolmogorův – Smirnovův test. Před samotným ověřením je zapotřebí stanovit hypotézu, kterou budeme potvrzovat či vyvracet.

H0: Rozložení získaných bodů odpovídá Gaussově normálnímu rozdělení.

Poté v MS Excel vypočteme hodnoty výběrové distribuční funkce $F(x)$, teoretické distribuční funkce normálního rozdělení $\phi_T(x)$ a rozdíl mezi výběrovou distribuční funkcí a teoretickou distribuční funkcí d.

x	F(x)	$\phi_T(x)$	d
5	0		
7	0,06	0,07	0,02
8	0,11	0,09	0,02
10	0,17	0,16	0,01
11	0,22	0,19	0,03
13			
13	0,33	0,29	0,04
18	0,39	0,58	0,19
19			
19			
19			
19			
19	0,67	0,64	0,03
21	0,72	0,74	0,02
22	0,78	0,79	0,01
24	0,83	0,87	0,03
25	0,89	0,90	0,01
28	0,94	0,96	0,01

Tab. 9 Výpočet v MS Excel výběrové distribuční funkce $\boldsymbol{F(x)}$, teoretické distribuční funkce normálního rozdělení $\boldsymbol{\phi_T(x)}$ a rozdílu mezi výběrovou distribuční funkcí a teoretickou distribuční funkcí $\boldsymbol{d}$

Testová statistika je poté $D = 0{,}19$. Tabelovaná kritická hodnota pro $n = 18$ a $\alpha = 0{,}05$ je rovna $0{,}309$. Jelikož je námi vypočtená testovaná statistika menší než tabelovaná kritická hodnota ($0{,}19 < 0{,}309$), hypotézu o normalitě přijímáme. Rozložení získaných bodů odpovídá Gaussově normálnímu rozdělení.

9.2.5. Klasifikační stupně

Jedním z posledních kroků při vyhodnocování didaktického testu je stanovení klasifikačních stupňů a následná klasifikace. Nejrůznější přístupy ve stanovení klasifikačních stupňů jsou uvedeny v kapitole 5.3.5. Níže jsou v tabulkách uvedeny jednotlivé přístupy na rozvržení klasifikačních stupňů pro didaktický test, kde je možné získat maximálně 28 bodů a tento test psalo 18 žáků.

a) Klasifikace na základě procenta správných odpovědí

Pro převod bodového hodnocení na klasifikační stupně se vychází z procenta správně zodpovězených odpovědí. Každé známce je přiřazeno procentuální rozpětí, které se následně přepočítává na body, které je možno získat v didaktickém testu. Při této klasifikaci je vhodné si všimnout, že pro úspěšné napsání testu (získání známky 4 a lepší) je zapotřebí minimálně 61% získaných bodů. Tedy více než polovinu testu mít správně. Jak je vidět v následujících tabulkách a zejména v posledním sloupci, toto hodnocení je pro tento didaktický test velmi přísné a velké procento ze žáků by dostalo známku nedostatečnou.

Známka	**Procenta**	**Body**	**Počet žáků**
1	91 - 100	26 - 28	1
2	81 - 90	23 - 25	2
3	71 - 80	20 - 22	2
4	61 - 70	17 - 19	6
5	0 - 60	0 - 16	7

Tab. 10 Klasifikace na základě procenta správných odpovědí - běžná klasifikace

Známka	**Procenta**	**Body**	**Počet žáků**
1	96 - 100	27 - 28	1
2	88 - 95	25 - 26	1
3	82 - 87	23 - 24	1
4	70 - 81	20 - 22	2
5	0 - 69	0 - 19	13

Tab. 11 Klasifikace na základě procenta správných odpovědí - přísná klasifikace

Známka	Procenta	Body	Počet žáků
1	95 - 100	27 - 28	1
2	90 - 94	25 - 26	1
3	85 - 89	24	1
4	80 -84	22 - 23	1
5	0 - 79	0 - 21	14

Tab. 12 Klasifikace na základě procenta správných odpovědí - velmi přísná klasifikace

b) Klasifikace na základě normálního rozdělení

Během této klasifikace se předpokládá rovnoměrné rozložení výsledků ve třídě, které odpovídá Gaussově křivce. Nejvíce výsledků je umístěno ve středu, tedy odpovídají známce 3. Poté na obě strany kvantum známek klesá. Toto rozvržení klasifikačních stupňů je možné sestavit až po napsání testu, je zapotřebí znát počty získaných bodů v dané třídě. Těmto bodům je poté podle procentuálního zastoupení známek přiděleno bodové rozpětí. Takto získané klasifikační stupně jsou uvedeny v následujících třech tabulkách. Při sestavování klasifikačních stupňů se vycházelo z procentového rozložení známek v testu odpovídající Gaussově křivce a počtu studentů, kteří test psali. Na základě znalosti těchto dvou veličin se dopočítalo, kolik žáků bude mít známku 1, známku 2 a kolik žáků bude mít známku 5. Poté se získané bodové hodnocení seřadilo od nejvyššího skóre po nejnižší a podle počtu studentů s danou známkou se zjistilo bodové rozpětí pro dané známky. Na základě bodového rozpětí a zachování přibližného rozvržení žáků pro danou známku se zpětně museli upravit počty žáků.

Známka	Procenta	Počet žáků	Body upravené	Počty žáků II
1	**7**	1	28	1
2	**24**	4,5	21 - 25	4
3	**38**	7	13 - 19	8
4	**24**	4,5	7 - 11	4
5	**7**	1	5	1

Tab. 13 Klasifikace na základě normální rozdělení - procentuální zastoupení známek 7 - 24 - 38 - 24 – 7

Známka	Procenta	Počet žáků	Body upravené	Počty žáků II
1	**10**	2	25 - 28	2
2	**20**	4	21 - 24	3
3	**40**	6	18 - 19	6
4	**20**	4	8 - 13	5
5	**10**	2	5 - 7	2

Tab. 14 Klasifikace na základě normální rozdělení - procentuální zastoupení známek 10 - 20 - 40 - 20 – 10

Známka	Procenta	Počet žáků	Body upravené	Počty žáků II
1	**15**	3	24 - 28	3
2	**20**	4	21 - 22	2
3	**30**	4	19	5
4	**20**	4	10 - 18	5
5	**15**	3	5 - 8	3

Tab. 15 Klasifikace na základě normální rozdělení - procentuální zastoupení známek 15 - 20 - 30 - 20 - 15

Porovnáním dvou výše uvedených způsobů stanovení klasifikační škály je patrné, že vhodnější pro tento didaktický test je klasifikace na základě normálního rozdělení. Tato klasifikace je pracnější na sestavení, ale příznivější pro žáky. Menší počet žáků má z testu nedostatečnou známku, známky jsou ve třídě lépe rozvržené a lépe se u nich dosahuje motivačního charakteru. Na druhou stranu není možné takto porovnávat dvě rozdílné třídy na základě získané klasifikace. Nejvhodnější by bylo psát test ve všech třídách daného ročníku a až po napsání a vyhodnocení všech testů dohromady navrhnout klasifikační stupně podle normálního rozdělení pro celý ročník. Toto by bylo ale velmi pracné a proto se ve školách využívají spíše klasifikace na základě procenta správných odpovědí, na základě kterých lze lépe porovnat výkony žáků v celém ročníku.

ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo ukázat možnosti propojení předmětů matematika a zeměpis na druhém stupni základních škol.

V teoretické části bylo popsáno ukotvení matematiky a zeměpisu v kurikulárních dokumentech na druhém stupni základních škol. Byly zde uvedeny mezipředmětové vazby z důrazem na provázanost předmětů matematika a zeměpis. Na jednotlivých tématech z oblasti zeměpisu bylo ukázáno využití poznatků z matematiky na úrovni učiva základní školy. V kapitole věnované učebním úlohám byla uvedena taxonomie úloh a především dělení učebních úloh podle jejich typu opatřených o konkrétní příklad. Poslední kapitola byla věnovaná problematice didaktického testu, jeho sestavení, vyhodnocení, statistickým charakteristikám a jejich interpretaci.

Na začátku praktické části byly stanoveny tři výzkumné cíle, které byly postupně vypracovány.

Prvním výzkumným cílem bylo navržení souboru matematických úloh se zeměpisnou tématikou s různými typy zadání. Soubor matematických úloh se skládal z šesti učebních úloh zadaných různými způsoby. První příklad byl zadán slovně a doplněn o mapu, ze které žáci museli vyčíst údaje potřebné pro výpočet. Druhý příklad byl zadán slovně. Třetí příklad byl zadán slovně a doplněn o mapu, která byla klíčová pro další výpočet. Čtvrtý příklad byl zadán slovně. Pátý příklad byl zadán tabulkou. Šestý příklad byl zadán klimadiagramy.

Druhým výzkumným cílem bylo posouzení vhodnosti navržených matematických úloh pro žáky 8. a 9. třídy základní školy a následného vypracování didaktického testu žáky. Navržené slovní úlohy byly konzultovány a následně schváleny paní učitelkou, která mi umožnila didaktický test zadat jejím studentům 8. a 9. třídy.

Třetím výzkumným cílem bylo vyhodnocení didaktického testu, bodové ohodnocení a následné posouzení klasifikačních stupnic. Vyhodnocení testu podle statistických metod uvedených v teoretické části bylo provedeno a následně okomentováno v kapitole 9.2. Během vyhodnocování testu se jako nejvíce sporný jeví příklad číslo 4. Jeho obtížnost je velmi vysoká a vzhledem k celkové úrovni testu by bylo vhodnější příklad nahradit jiným, méně obtížným.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] ALTMANOVÁ, Jitka a kol. *Gramotnosti ve vzdělávání*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2010. ISBN 978-80-87000-41-0.

[2] BARTOŇ, Petr. *Mezipředmětové vztahy na úrovni plánovaného kurikula ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Člověk a svět práce*. České Budějovice, 2016. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

[3] BEALL, Kathleen. *Principles and standards for school mathematics*. National Council Of Teachers of Mathematics, 2000. ISBN 0-87353-480-8.

[4] BERNATÍKOVÁ, Tereza. *Matematická gramotnost žáků 1. stupně základních škol*. Olomouc, 2019. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta.

[5] BESEDOVÁ, Jana. *Škola po škole* [online]. 2014 [cit. 2023-09-02]. Dostupné z: https://skolaposkole.cz/

[6] BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu: měření v psychologii*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-104-8.

[7] BRANT, Jiří. Pojetí vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v RVP ZV - aktualizovaná verze. *Metodický portál: Články* [online]. 29. 01. 2008, [cit. 2021-08-27]. Dostupný z WWW: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/1930/POJETI-VZDELAVACI-OBLASTI-MATEMATIKA-A-JEJI-APLIKACE-V-RVP-ZV---AKTUALIZOVANA-VERZE.html>. ISSN 1802-4785.

[8] BOČANOVÁ, Tereza, Eliška KUBŮ, Karel ZNAMENÁČEK, et al. *Hravý zeměpis 6: planeta Země : pro 6. ročník ZŠ a víceletá gymnázia : v souladu s RVP*. 2. vydání. Praha: Taktik, [2014]-2017. ISBN 978-807-5631-121.

[9] CÍGLER, Hynek a Miroslav RENDL. *Matematické schopnosti: teoretický přehled a jejich měření*. Brno: Masarykova univerzita, 2018. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-210-9010-1.

[10] ČAPEK, Richard. *Úvod do matematické geografie*. Vydání třetí, upravené a doplněné; první v rámci UJEP v Ústí nad Labem. V Ústí nad Labem: Univerzita J.E.Purkyně, 2020. ISBN 978-807-5612-533.

[11] ČERVENÝ, Pavel. Možnosti výuky zeměpisu v rámci RVP ZV. *Metodický portál: Články* [online]. 21. 03. 2006, [cit. 2021-08-28]. Dostupný z WWW: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/502/MOZNOSTI-VYUKY-ZEMEPISU-V-RAMCI-RVP-ZV.html>. ISSN 1802-4785.

[12] ČSN. *Značky veličin v geodézii a kartografii*. Říjen 2010.

[13] Češi jsou v matematice 22. na světě, vyplývá z mezinárodního srovnání. Premianty jsou Estonci. *Hospodářské noviny* [online]. 2019 [cit. 2023-11-12]. Dostupné z: https://domaci.hn.cz/c1-66687940-cesti-zaci-se-lepsi-v-matematice-ci-prirodovede-horsi-je-jejich-ctenarska-gramotnost-zjistilo-testovani-pisa

[14] HERINK, Josef. *Ke koncepci vzdělávacího oboru Zeměpis (Geografie) v RVP ZV* [online]. 2004 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/79/KE-KONCEPCI-VZDELAVACIHO-OBORU-ZEMEPIS-GEOGRAFIE-V-RVP-ZV.html

[15] HOUSKA, Jan. *Mezipředmětové souvislosti v rámci struktury ŠVP* [online]. 2005 [cit. 2023-07-25]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/240/MEZIPREDMETOVE-SOUVISLOSTI-V-RAMCI-STRUKTURY-SVP.html

[16] CHRÁSKA, Miroslav a Miroslav RENDL. *Didaktické testy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. Brno: Paido, 1999. Edice pedagogické literatury. ISBN 80-859-3168-0.

[17] JEŘÁBEK, Ondřej a Martin BÍLEK. *Teorie a praxe tvorby didaktických testů*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010. ISBN 978-80-244-2494-1.

[18] KALHOUS, Zdeněk. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-717-8253-X.

[19] KRÁLOVÁ, Magda. Pohyby Země. *Techmania Science Centrum* [online]. 2007 [cit. 2023-08-04]. Dostupné z: http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/pohyby-země

[20] Launches a New U.S. Time Standard: NIST-F2 Atomic Clock. *NIST* [online]. 2014 [cit. 2023-08-31]. Dostupné z: https://www.nist.gov/news-events/news/2014/04/nist-launches-new-us-time-standard-nist-f2-atomic-clock

[21] *Mapy.cz* [online]. 2023 [cit. 2022-12-05]. Dostupné z: https://mapy.cz/zakladni?x=15.9354000&y=49.5627000&z=11

[22] MARŠÁK, Jan. *Pojetí vzdělávací oblasti Člověk a příroda v RVP ZV* [online]. In: . [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/82/POJETI-VZDELAVACI-OBLASTI-CLOVEK-A-PRIRODA-V-RVP-ZV.html

[23] PAVELKOVÁ, Isabella, Jiří MAREŠ a Eliška WALTEROVÁ. *Motivace žáků k učení: perspektivy orientace žáků a časový faktor v žákovské motivaci*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2002. ISBN 80-729-0092-7.

[24] PAVLÍK, Jiří. *Aplikovaná statistika*. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2005. ISBN 80-708-0569-2.

[25] PRŮCHA, Jan, Jiří MAREŠ a Eliška WALTEROVÁ. *Pedagogický slovník*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2003. ISBN 80-717-8772-8.

[26] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Praha, 2023 [cit. 2023-8-27]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/file/4983/

[27] STARÝ, Karel a Martin RUSEK. *Rozvoj mezipředmětových vztahů ve škole - metodický materiál pro učitele*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2019. ISBN 978-80-7603-100-5.

[28] STERNBERG, J. Robert. *Cognitive psychology*. Cengage Learning, 2015. ISBN 9781305644656.

[29] *Tissot´s Indicatrix; View from Space and a Mercator projection map with Tissot's indicatrices* [online]. In: KÜHN, Stefan. 2004 [cit. 2023-05-15]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Photographs_by_User:Stefan_K%C3%BChn

[30] URBÁNEK, Tomáš, Denisa DENGLEROVÁ a Jan ŠIRŮČEK. *Psychometrika: měření v psychologii*. Praha: Portál, 2011. ISBN 978-80-7367-836-4.

[31] VALIŠOVÁ, Alena a Miroslava KOVAŘÍKOVÁ. *Obecná didaktika a její širší pedagogické souvislosti v úkolech a cvičeních: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Praha: Grada, 2021. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-271-3249-2.

[32] VONDROVÁ, Naďa a Miroslav RENDL. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-246-3234-6.

[33] VONDROVÁ, Naďa. *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Praha: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2019. ISBN 978-80-246-4516-2.

[34] *Vyjádření k redukcím v RVP ZV* [online]. Národní pedagogický institut České republiky, 9 [cit. 2023-11-09]. Dostupné z: https://revize.edu.cz/files/npi-vyjadreni-k-redukcim-v-rvp-zv.pdf

[35] *Vymezení pojmu matematická gramotnost* [online]. [cit. 2023-08-25]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/12561/VYMEZENI-POJMU-MATEMATICKA-GRAMOTNOST.html

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Alena Kubíková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. Mgr. Karel Pastor, Ph.D.
Rok obhajoby:	2024

Název práce:	Matematické úlohy se zeměpisnou tématikou na 2. stupni ZŠ
Název v angličtině:	Mathematical tasks with geographical topic at the 2nd level of elementary school
Anotace práce:	Diplomová práce se zabývá problematikou mezipředmětových vztahů matematiky a zeměpisu. V práci je uvedena taxonomie a dělení učebních úloh v matematice, statistické metody pro vyhodnocení didaktického testu. Praktická část obsahuje test složený z šesti matematických úloh se zeměpisnou tématikou spolu s jeho statistickým vyhodnocením.
Klíčová slova:	Mezipředmětové vztahy, učební úloha, didaktický test
Anotace v angličtině:	The Diploma Thesis deals with the issue of intersubject relations of mathematics and geography. It presents the taxonomy and division of learning tasks in mathematics and statistical methods for evaluating the didactic test. The practical part contains a test consisting of six mathematical problems with a geographical theme together with a statistical evaluation.
Klíčová slova v angličtině:	Intersubject relationships, learning task, didactic test