



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

LETECKÝ ÚSTAV

INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

NÁVRH OBĚŽNÉ DRÁHY SATELITU PRO VÝZKUM SLUNCE

CALCULATION OF ORBIT FOR SOLAR RESEARCH SATELLITE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jiří Stopka

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jaroslav Bartoněk

BRNO 2023

Zadání diplomové práce

Ústav: Letecký ústav
Student: **Bc. Jiří Stopka**
Studijní program: Letecká a kosmická technika
Studijní obor: Stavba letadel
Vedoucí práce: **Ing. Jaroslav Bartoněk**
Akademický rok: 2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.1111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Návrh oběžné dráhy satelitu pro výzkum Slunce

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Nízká oběžná dráha Země (LEO) je díky pokroku v konstrukci vesmírných nosičů stále lépe a levněji dostupná. Miniaturizace elektroniky pak dovoluje přenést mnohé výzkumné úkoly na malé standardizované satelity (cubesaty). Jednou z možností jejich využití je pozorování Slunce za účelem získání vědeckých poznatků. V některých případech toto pozorování vyžaduje podmínky zatmění Slunce. Student(ka) sestaví metodiku hledání geocentrických oběžných drah, které přivedou satelit do zákrytu za Měsícem a napodobí tak podmínky zatmění Slunce, avšak ve vesmíru.

Cíle diplomové práce:

1. Vytvořit přehled vědeckých pokusů a pozorování, jež je nezbytné provádět v podmínkách zatmění Slunce.
2. Navrhnout metodiku hledání oběžných drah Země, které umožní navodit podmínky zatmění Slunce ve vesmíru.
3. Uvést příklady těchto drah a jejich vlastností (elementy drah, dobu trvání zatmění,...).
4. Zjistit, zda tyto dráhy mají takové vlastnosti, aby byly prakticky použitelné pro soudobé vědecké experimenty a pozorování, a případně zda poskytují dostatečné výhody ve srovnání s dosavadními pozemskými podmínkami těchto experimentů.

Seznam doporučené literatury:

DANĚK, Vladimír. Mechanika kosmického letu. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2018. ISBN 978-80-7204-984-4.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jaroslav Juračka, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Cílem této práce je navržení vhodné metodiky hledání oběžných drah kolem Země, ve kterých bude možné navodit podmínky úplného zatmění Slunce. Metodika pro hledání drah je navržena a zrealizována skriptem v programovacím jazyce Pascal, jež je součástí této práce. Výsledné oběžné dráhy, získané pomocí navrhované metodiky, jsou vzájemně zhodnocovány. Práce obsahuje i diskuzi k rozsahu využitelnosti této metodiky.

Summary

The aim of this thesis is to propose a suitable methodology for finding orbits around the Earth in which it will be possible to create conditions for a total solar eclipse. The methodology for orbit determination is designed and implemented through a Pascal scripting language, which is included in this work. The resulting orbits obtained using the proposed methodology are mutually evaluated. The thesis also includes a discussion on the scope of applicability of this methodology.

Klíčová slova

Zatmění, Slunce, Oběžná dráha, Měsíc, Země, Úplné zatmění Slunce, Keplerovy Zákony, Elementy dráhy, Mechanika kosmického letu

Keywords

Eclipse, Sun, Orbit, Moon, Earth, Total Eclipse, Kepler's laws, Orbital elements, Orbital mechanics

STOPKA, J. *Návrh oběžné dráhy satelitu pro výzkum Slunce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2023. 50 s. Vedoucí Ing. Jaroslav Bartoněk.

Prohlašuji, že jsem tuto závěrečnou práci *Návrh oběžné dráhy satelitu pro výzkum Slunce* vypracoval samostatně, pod vedením pana Ing. Jaroslava Bartoňka, vedoucího diplomové práce, a s použitím literatury a zdrojů, které jsou řádně uvedeny v seznamu použitých zdrojů.

Jiří Stopka

Rád bych poděkoval mé rodině a přátelům, jež pečlivě přikládali do ohně mé vnitřní motivace a nezdráhali se pozvednout prapor na podporu mých studií v potřebných časech. Mé velké díky patří též panu Ing. Jaroslavu Bartoňkovi, za jeho čas při vedení této práce, jeho cenné poznatky a konzultace.

Jiří Stopka

Obsah

1	Úvod	3
2	Terminologie a vznik zatmění a jeho mechanismus	6
2.1	Mechanismus úplného zatmění Slunce	6
2.2	Typy zatmění Slunce	6
2.3	Anatomie Slunce	9
2.4	Sluneční vítr	10
3	Experimenty prováděné během zatmění Slunce	11
3.1	Eddingtonův experiment	11
3.2	Pozorování Slunce z oběžné dráhy Země	12
3.2.1	SDO - Solar Dynamic Observatory	12
3.2.2	Proba-2 ESA	12
3.2.3	SOHO - Solar and Heliospheric Observatory	13
3.2.4	STEREO - Solar Terrestrial Relations Observatory	13
3.2.5	IRIS - Interface Region Imaging Spectrograph	14
3.2.6	Omezení pozorování zatmění Slunce ze Země a oběžné dráhy	14
4	Struktura algoritmu pro hledání oběžných drah	17
4.1	Použité principy orbitální mechaniky	19
4.1.1	Řešení Keplerovy rovnice	19
4.1.2	Elementy dráhy	21
4.1.3	Stavový vektor	22
4.1.4	Vliv nesféricity Země na oběžnou dráhu	22
4.2	Souřadnice Země, Měsíce a bodu vrcholu úplného zatmění	23
4.3	Nalezení minimální vzdálenosti úplného zatmění od Země	25
4.4	Úprava souřadnic vrcholu kužele pro konstrukci dráhy	26
4.5	Náklon trajektorie bodu úplného zatmění	27
4.6	Stavový vektor kosmického tělesa pohybujícího se v oblasti zatmění	28
4.7	Výpočet elementů hledané dráhy	29
4.7.1	Hlavní poloosa	29
4.7.2	Sklon oběžné dráhy	29
4.7.3	Excentricita dráhy	29
4.7.4	Argument pericentra	30
4.7.5	Délka vzestupného uzlu	30
4.7.6	Čas průchodu pericentrem	31
4.8	Ověření polohy kosmického tělesa v oblasti úplného zatmění Slunce	31
4.8.1	Souřadnice kosmického tělesa na oběžné dráze	32
5	Vyhledané oběžné dráhy v příštích šesti letech	36
5.1	Vlastnosti drah	36
6	Ověření správnosti nalezených výsledků	38
6.1	General Mission Analysis Tool (GMAT)	38
6.2	Porovnání výsledků algoritmu	38

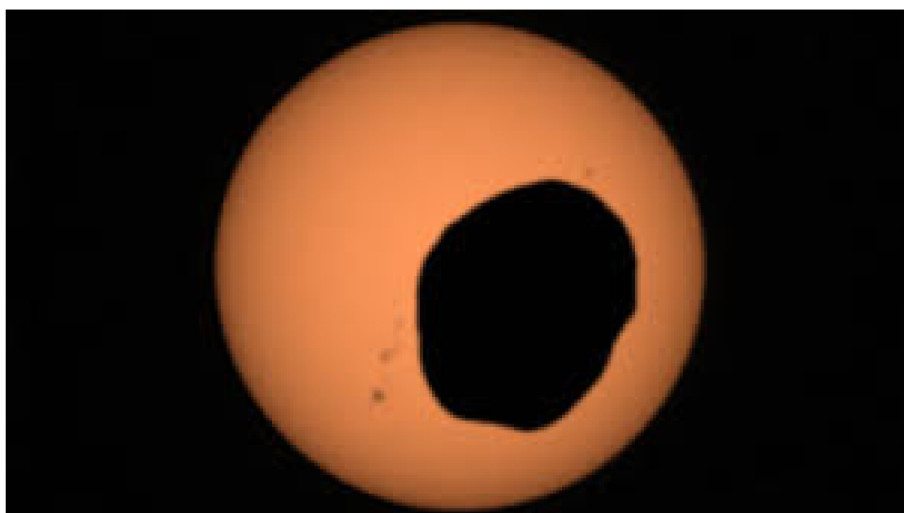
OBSAH

7	Navržení dalšího vývoje algoritmu	43
7.1	Omezení na kruhové dráhy	43
7.2	Navržení úpravy algoritmu	43
7.3	Zanedbané kosmické vlivy	44
7.4	Alternativní metody	44
8	Závěr	46
	Literatura	47
	Seznam použitých ilustrací	50

1. Úvod

Již po staletí lidé pozorují na Zemi zvláštní jev zvaný zatmění Slunce. Nejranější prameny popisující pozorování zatmění jsou ze starověké Číny či Babylonské říše. V těchto dávných časech lidé věřili, že zatmění předznačuje příchod velkých událostí. A není divu, neboť tento úkaz se skutečně jeví jako plný mysticismu. Když měsíční kotouč na obloze přechází přes ten sluneční, okolí zahalí náhlé šero, utichne ptačí zpěv, stíny se najednou mohou jevit vlivem nebodového zdroje světla až pruhované a to vše provází náhlé a silné ochlazení až o 15°C [8] [9].

Tento jev je tak jedinečný, že nemá v celé Sluneční soustavě obdoby. Ano, zatmění Slunce bylo pozorováno například i na Marsu roverem Perseverance v únoru 2021, avšak měsíc Phobos, který přecházel přes dráhu Slunce na nebeské sféře ani zdaleka nedosahuje takové velikosti aby pokryl celý sluneční kotouč (obrázek 1.1). Místo úplného zatmění Slunce rover pozoroval spíše bramboru připomínající objekt přecházející přes jasně zářící Slunce. Dalšími kandidáty ve Sluneční soustavě jsou Saturn a Jupiter, na kterých byl pozorován stín jejich měsíců Titan a Io. Oba tyto měsíce se sice jeví na nebeské sféře větší než Phobos, ale vzhledem k vzdálenosti těchto planet od Slunce až příliš - Například úhlový průměr Titanu pro pozorovatele ze Saturnu je asi 5° a Slunce zabírá asi 0.05° [10].



Obrázek 1.1: Částečné zatmění Slunce pozorované z povrchu Marsu [32]

Náš Měsíc se tedy zdá být jako stvořený pro zatmění Slunce. Jeho velikost a oběžná dráha způsobují, že se na naší obloze jeví stejně velký jako naše hvězda, avšak kvůli excentricitě jeho oběžné dráhy někdy může být i menší než sluneční kotouč. Měsíc se navíc od planety Země postupně vzdaluje a naše planeta o výsadu úplného zatmění Slunce přijde, neboť Měsíc se bude jevit na obloze příliš malý - poslední úplné zatmění je odhadováno za 600 milionů let. Všechny tyto vlivy dělají ze zatmění Slunce velice vzácný úkaz. Vzácný úkaz je to však pouze na povrchu Země. Když lidstvo v roce 1957 odemčelo prvním orbitálním letem družice Sputnik 1 lety do kosmu, otevřeli se dveře novým možnostem. Pokud se pozorovatel zatmění Slunce již nemusí nacházet na povrchu Země, dá se říci, že se tento jev odehrává každý den, každou minutu a každou vteřinu.

Cílem této práce je proto navrhnout způsob, jak najít vhodné oběžné dráhy Země pro kosmické plavidlo, jehož misí je vydat se na lov zatmění Slunce do prázdnoty vesmíru. Tento způsob pozorování zatmění má hned několik výhod, které jsou shrnuty v první

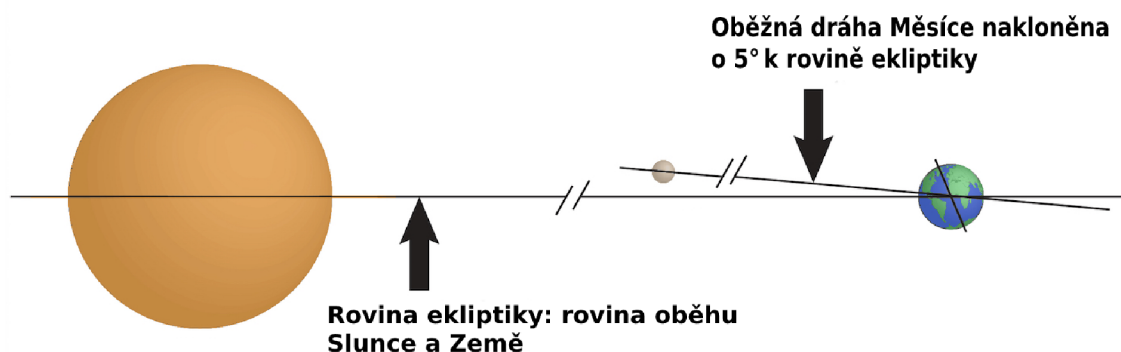
části této práce společně s dosavadními způsoby pozorování zatmění. Druhá část práce se věnuje popisu metodiky hledání oběžných drah vhodných k vyslání satelitu. Třetí část shrnuje výsledky této metodiky a diskutuje, zda pozorování zatmění z nalezených drah poskytuje významné výhody oproti současným experimentům.

Vědecká pozorování v podmínkách zatmění Slunce

2. Terminologie a vznik zatmění a jeho mechanismus

2.1. Mechanismus úplného zatmění Slunce

Zatmění Slunce či Měsíce vzniká díky vzájemné konstelaci Země, Slunce a Měsíce. Zatmění Slunce nastává, když se Měsíc na své oběžné dráze naskytne mezi Zemí a Sluncem. Vzhledem k náklonu oběžné dráhy Měsíce se tento jev nestává každý měsíc, jak předchozí věta naznačuje. Dráha Měsíce je vzhledem k ekliptické rovině (přibližná rovina oběhu Země kolem Slunce, spolu s většinou planet Sluneční soustavy) nakloněna o 5.1° , jak je patrné z obrázku 2.1. Zatmění Slunce, pozorovatelné z povrchu Země, může proto nastat pouze v blízkosti uzlových bodů Měsíční dráhy [11].



Obrázek 2.1: Náklon oběžné dráhy Měsíce [33]

2.2. Typy zatmění Slunce

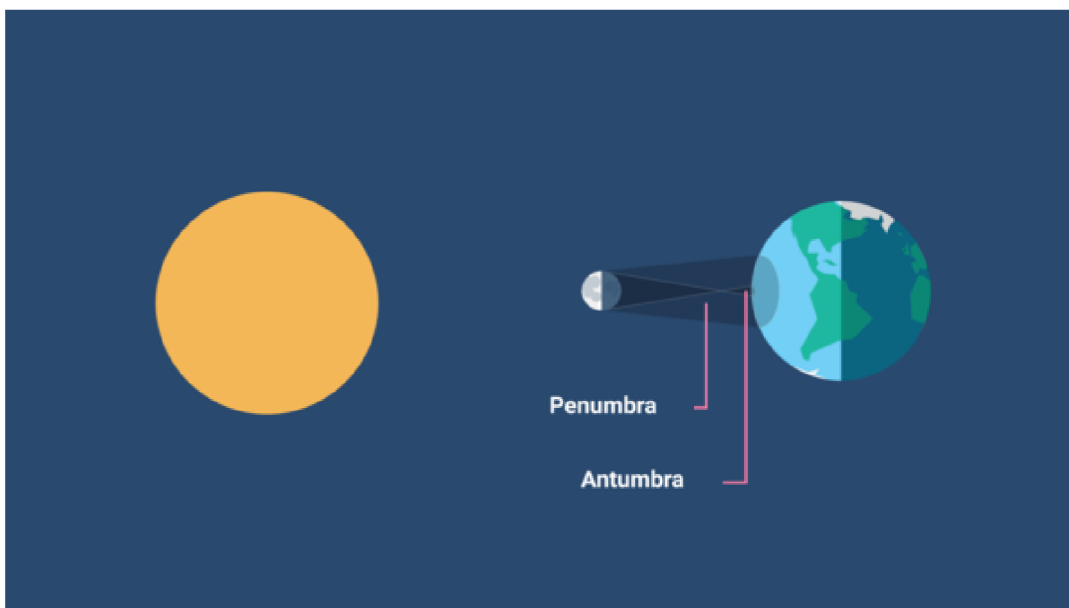
Při zatmění Slunce se pozorovatel nachází v úplném nebo částečném stínu Měsíce. Podle toho, jakou část slunečního kotouče Měsíc zakryje, se zatmění dělí na čtyři skupiny. Ovlivňuje to zejména vliv polohy Měsíce vůči přímce Země – Slunce, avšak vliv má i výstřednost oběžné dráhy Měsíce a samozřejmě poloha pozorovatele na povrchu Země [11].

Pozorovatel, který pozoruje, jak Měsíc kompletně kryje sluneční kotouč, se nachází v úplném stínu Měsíce, nazývaném Umbra. V okolí této zastíněné oblasti se rozprostírá polostín, tzv. Penumbra. V závislosti na vzdálenosti Měsíce a Země (vlivem eliptické oběžné dráhy Měsíce) může nastat i případ, kdy plný stín nedopadne na zemský povrch, ale bude se nacházet nad ním. Tato oblast za plným stínem se nazývá Antumbra. Důsledkem tohoto jevu se pozorovateli bude jevit sluneční kotouč větší než Měsíc, což způsobí jasně viditelný sluneční prstenec okolo Měsíce. Poloha stínů Měsíce je patrná z obrázku 2.2.

Tyto čtyři případy jsou v bližším detailu popsány níže a na obrázku 2.4:

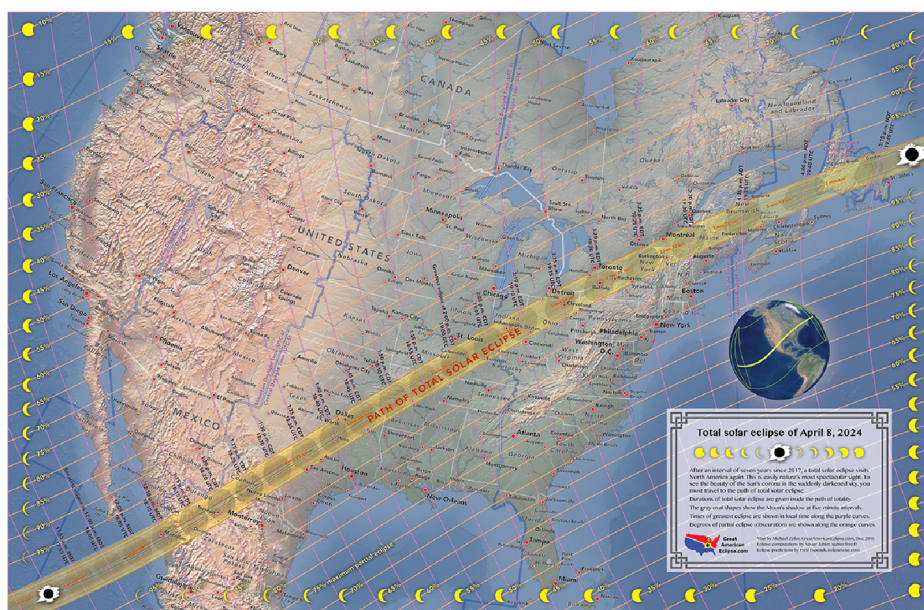
- Úplné zatmění Slunce
Tento druh zatmění je způsoben úplným zastíněním slunečního kotouče Měsícem. Pozorovatel se tedy musí nacházet v době zatmění v měsíční umbře, která cestuje napříč zemským povrchem. Trajektorie tohoto úplného stínu se nazývá pás totality.

2. TERMINOLOGIE A VZNIK ZATMĚNÍ A JEHO MECHANISMUS



Obrázek 2.2: Měsíční Penumbra a Antumbra [34]

Pás totality tedy označuje místa, ze kterých lze na zemském povrchu pozorovat úplné zatmění Slunce. Na obrázku 2.3 je vidět pás totality zatmění Slunce, které se uskuteční 8. dubna 2024. Souběžné křivky na ilustraci zobrazují míru částečného zatmění v penumbrě Měsíce. Typicky bývá 16 000 kilometrů dlouhý avšak o šířce pouhých 160 kilometrů. Při tomto typu zatmění je vidět pouze sluneční korona, která je prostředkem mnoha studií.



Obrázek 2.3: Pás totality úplného zatmění 8. dubna 2024 [35]

- Částečné zatmění Slunce
Tento případ zatmění je pozorován nejčastěji. Šíře penumbrálního stínu je několika-násobně větší než šíře umbrý (typicky okolo 6500 km), což má za následek možnost pozorování částečného zatmění z více zemských lokací. Pozorovatel se při částečném

2.2. TYPY ZATMĚNÍ SLUNCE

zatmění nachází mimo pás totality, vidí tedy z jeho pozice sluneční kotouč částečně krytý Měsícem. Míra krytí závisí na vzdálenosti od pásu totality.

- Prstencové zatmění Slunce
Díky excentricitě oběžné dráhy Měsíce kolem Země se mění úhlový průměr Měsíce na nebeské sféře, a to až o 12 %. Úhlový průměr se pohybuje mezi 29.387' a 33.48'. Slunce má úhlový průměr na obloze 32'. Stává se tedy, že ikdyž jsou podmínky konstelace pozorovatel-Měsíc-Slunce vhodné pro úplné zatmění, velikost měsíčního kotouče není dostatečná, aby zakryl ten sluneční. Pozorovatel uvidí prsteneček, tedy další druh neúplného zatmění Slunce [12].
- Hybridní zatmění Slunce
Hybridní zatmění je kombinací prstencového zatmění a úplného zatmění. Vzhledem k zakřivení zemského povrchu může dojít k situaci, kdy je trajektorie stínu Měsíce nejprve v příliš velké vzdálenosti na úplné zatmění, tudíž dojde k prstencovému. Přiblížení vlivem zakřivení Země způsobí úplné zatmění, které opět přejde do prstencového [13].



Obrázek 2.4: Fotografie úplného (vlevo), prstencového (uprostřed) a částečného (vpravo) zatmění Slunce [36]

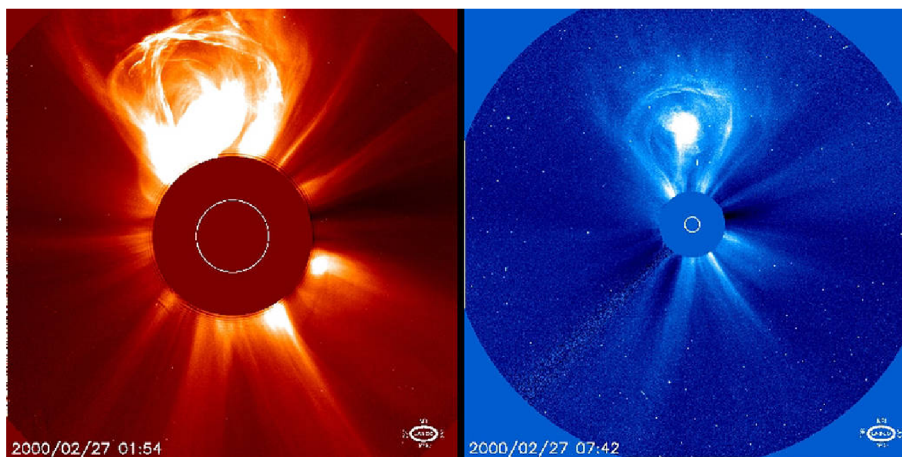
2.3. Anatomie Slunce

Jedním z hlavních předmětů pozorování zatmění Slunce je zkoumání sluneční korony. Sluneční korona je nejzažší vrstvou Slunce. Postupující od středu Slunce se toto hvězdné těleso skládá z následujících vrstev [4] [14]:

- **Sluneční Jádru**
Oblast, ve které Slunce vytváří svou energii. Vysoká hustota a tlak způsobuje nukleární fúzi jader vodíku na helium za uvolnění velkého množství energie. Jaderná vrstva Slunce dosahuje 138 000 km a její teplota sahá k 15 milionům stupňů celsia.
- **Radiační zóna**
Vrstva obalující sluneční jádro. Plasma je v této vrstvě nahuštěna natolik, že tepelná výměna neprobíhá konvekcí, ale pouze radiací. Tato vrstva sahá do výšky 513 000 km a její teplota se mění se vzdáleností od jádra Slunce, začínající na 7 milionech stuňů celsia až k 2 milionům stupňů na okraji vrstvy.
- **Konvektivní zóna**
V této zóně se poměrně prudce mění teplota sluneční plasmy (2 miliony stupňů u radiační vrstvy, 4500-6000 stupňů u fotosféry). Tyto rozdíly v teplotě v kombinaci s uvolněním plasmy ke konvekci způsobují, že plasma na dně vrstvy je vynášena vztlačovou silou dále od jádra. Tímto vznikají vysoce turbulentní víry.
- **Fotosféra a chromosféra**
Oblast, která by se dala označit jako povrch Slunce. Tato vrstva má tloušťku pouze okolo 100 km a je zodpovědná za téměř všechnu Sluncem vyzářenou energii. Teplota slunečního povrchu je vzhledem k malé tloušťce podobná teplotě konce konvektivní zóny, tedy 4000-6000 stupňů celsia. Bezprostředně nad fotosférou se nachází chromosféra, kde rychle klesá teplota a dosahuje svého minima.
- **Transitní region**
Tato vrstva Slunce odděluje chromosféru a sluneční koronu. V této oblasti dochází k obrovskému nárůstu teploty na téměř jeden milion stupňů celsia. Narozdíl od konvektivní zóny a fotosféry, kde dochází k proudění plasmy díky konvekci, v této vrstvě převládá síla magnetického pole a plasma zde proudí po magnetických siločárách.
- **Korona**
Sluneční korona, je atmosferickou vrstvou Slunce. Tato vrstva počíná na konci transitního regionu a nemá definovaný výškový limit. Teplota korony je předmětem zkoumání, jelikož dosahuje více než jednoho milionu stupňů celsia. Stále nebyl nalezen přímý důvod tohoto prudkého navýšení teploty a je předmětem dalších studií. Toto zvýšení teploty není v souladu se zákonem termodynamiky, který stanovuje, že teplo nemůže být předáno z chladnější části Slunce do části s vyšší teplotou a proto tu musí hrát roli jiné faktory. Existuje několik teorií a vysvětlení vyšší teploty sluneční korony. Jedna z populárních hypotéz uvádí, že korona je ohřívána urychlováním nabitých částic ve sluneční atmosféře pomocí magnetického pole Slunce. Korona je viditelná pouze v podmínkách úplného zatmění Slunce.

2.4. Sluneční vítr

Sluneční vítr vzniká z rozpínání plasmy v horké sluneční koruně. Plasma je zahřívána a akcelerována magnetickým polem Slunce do chvíle, kdy už nabitě částice plasmy sluneční gravitace neudrží. Sluneční vítr je pak emitován radiálním směrem od Slunce do Sluneční soustavy. Tyto proudy částic pochází povětšinou z takzvaných koronálních děr, nepravidelností v koruně. Částice slunečního větru jsou emitovány do celé Sluneční soustavy a ještě dál, slábnoucí na intenzitě se vzdáleností od epicentra. Magnetosféra Země reaguje se slunečním větrem a většinu zvládne odklonit. V extrémních případech, kdy je koncentrace částic vysoká (například při výronu koronální hmoty, obr 2.5), může být magnetické pole země zdeformováno natolik, že v atmosféře pozorujeme geomagnetickou bouři. Takovýto incident může mít decimující vliv na ekonomiku a technologii. Jedna z největších geomagnetických bouří zaznamenaných v historii byla takzvaná Carringtonova událost roku 1859. Při této bouři byla vyřazena z provozu a poté zničena telegrafní síť. Polární záře byla pozorovatelná ve všech zeměpisných šířkách. V roce 1859 život na zemi nezávisel na elektronice ani zdaleka tolik, jako život v 21. století. Studie sluneční korony nepochybně pomáhá podobné incidenty předvídat [15] [6].

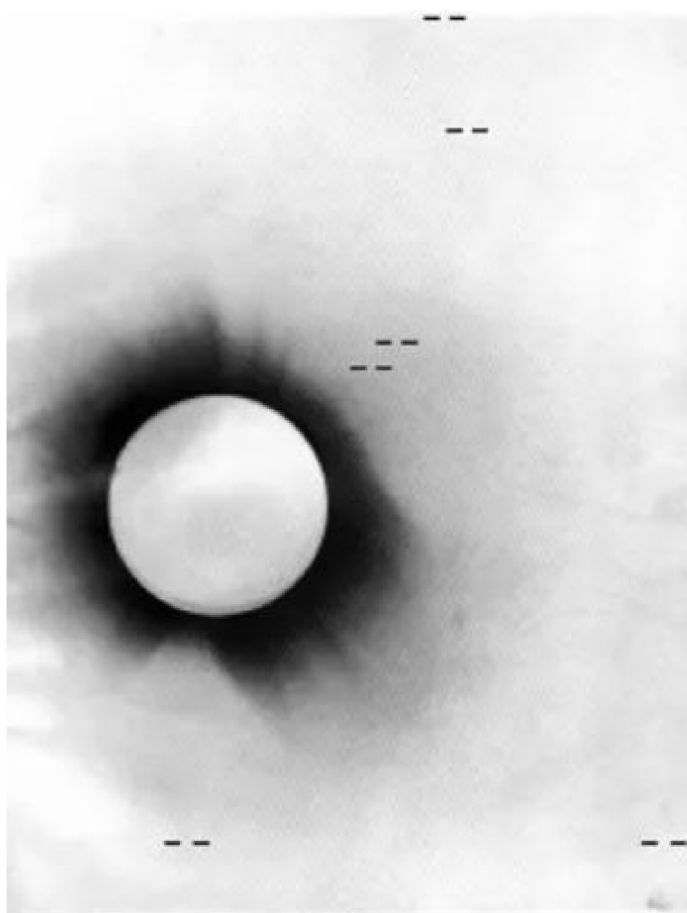


Obrázek 2.5: Výron koronální hmoty [37]

3. Experimenty prováděné během zatmění Slunce

3.1. Eddingtonův experiment

Jedním z přelomových objevů dvacátého století byl výsledek takzvaného Eddingtonova experimentu, který měl potvrdit obecnou teorii relativity. Albert Einstein v roce 1916 publikoval svou práci „Die Feldgleichungen der Gravitation“, ve které formuloval základy obecné teorie relativity a zakřivení časoprostoru. Jednou z implikací této publikace bylo zakřivení světla cestujícího okolo velmi hmotných objektů, planet a hvězd. Teorie vysvětlovala také tehdejší abnormalitu sledování oběžné dráhy Merkuru, jejichž percese se neshodovala s Newtonovými gravitačními zákony. Jedním ze způsobů ověření těchto tezí bylo porovnat vzájemnou polohu hvězd na noční obloze s jejich polohou v blízkosti Slunce na obloze. Arthur Eddington navrhl provedení tohoto experimentu v úplném zatmění Slunce 29. května roku 1919. Dvě nezávislé expedice do různých lokací v pásu totality zatmění přinesly shodující se výsledky, a to sice že teleskopy skutečně zachytily zdánlivý posun pozorovaných hvězd. Tento posun se shodoval s výsledkem, který předpovídal Einstein a byl považován za první experimentální ověření obecné teorie relativity. Na obrázku 3.1 je zdokumentovaná fotografie úplného zatmění a zaznačení pozorovaných hvězd [16].

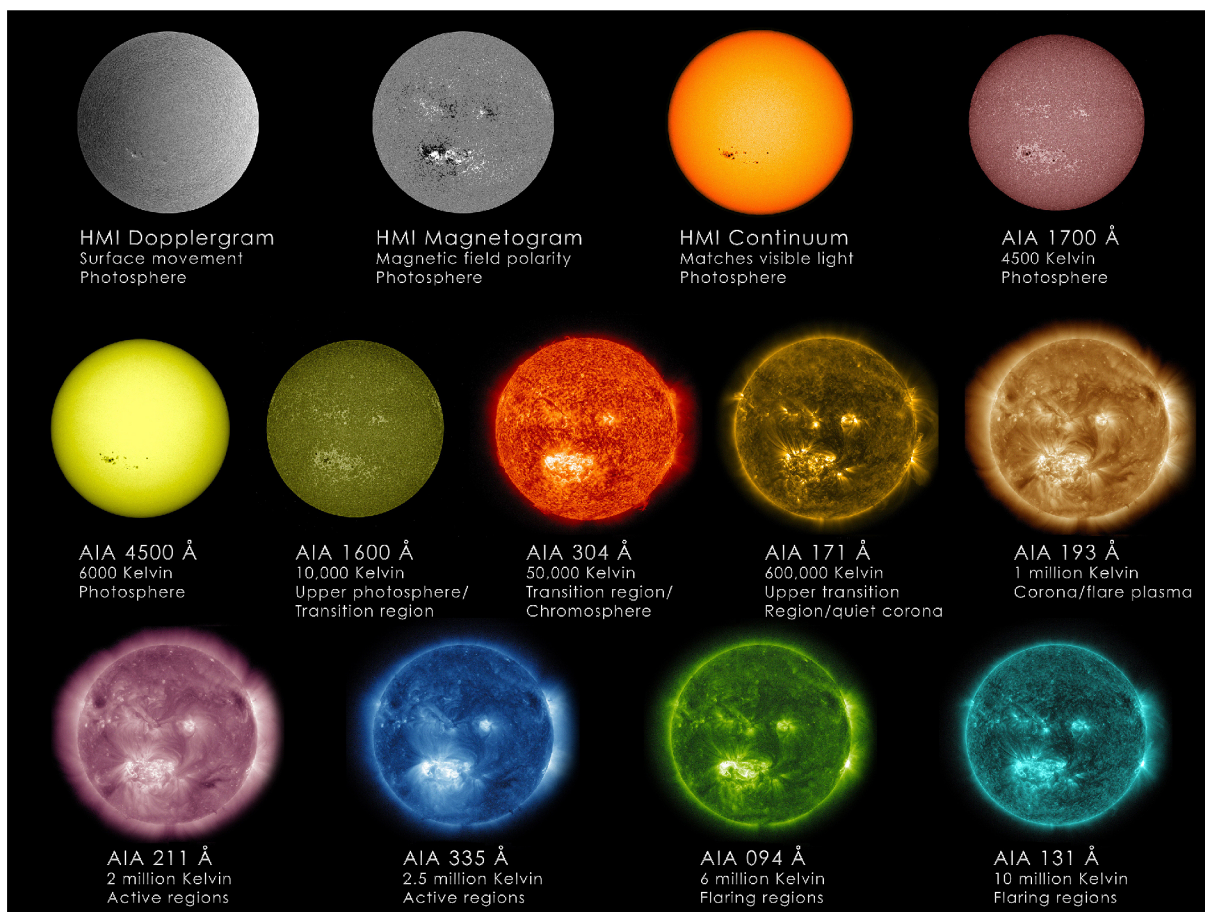


Obrázek 3.1: Negativ historické fotografie zatmění Slunce v roce 1919 s značkami pozorovaných hvězd [38]

3.2. Pozorování Slunce z oběžné dráhy Země

3.2.1. SDO - Solar Dynamic Observatory

SDO je kosmická observatoř spuštěna v roce 2010, která má pozorovat sluneční vlivy na planetu Zemi. Je vybavena nástroji na pozorování Slunce ve velkém rozmezí vlnových délek (ultrafialové, extrémní ultrafialové záření a viditelné světlo), což umožňuje pozorování povrchu Slunce a jeho korony detailněji. SDO je vybaven taktéž nástroji na pozorování helioseismických a magnetických dějů ve Slunci a jejich oscilací. Díky tomuto lze zkoumat a lépe předvídat sluneční erupce a výrony koronální hmoty. Na obrázku 3.2 se nachází přehled nástrojů, jimiž SDO pozoruje Slunce [17].



Obrázek 3.2: Přehled nástrojů na satelitu SDO [39]

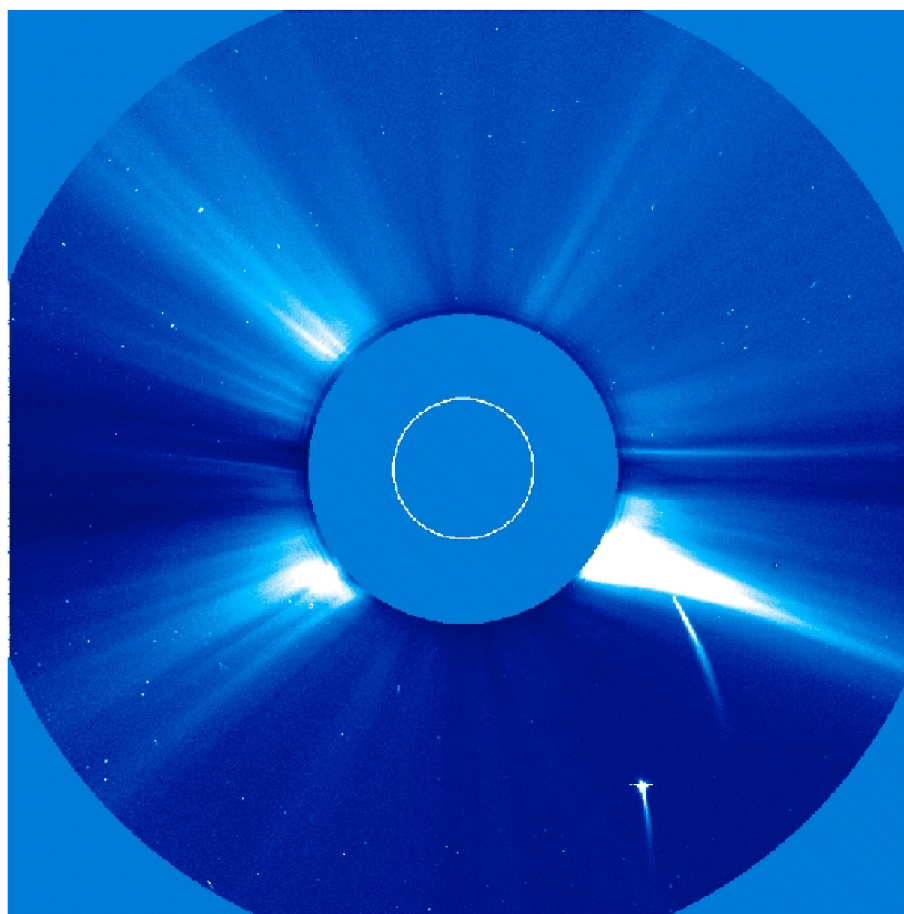
3.2.2. Proba-2 ESA

Proba-2 je projektem Evropské kosmické agentury. Je to malý satelit, vypuštěn roku 2009. Jeho primární cíl je testování nových technologií a nástrojů. Je vybaven ultrafialovým teleskopem s koronagrafem pro pozorování sluneční aktivity, slunečních erupcí a výronů. Mezi další nástroje tohoto satelitu patří autonomní navigace a nástroj pro měření teplotního a tlakového profilu zemské atmosféry. Některá data z tohoto satelitu byla zpřístupněna studentům a veřejnosti za účelem propagace vzdělání a vesmírného průmyslu [18].

3.2.3. SOHO - Solar and Heliospheric Observatory

Solar and Heliospheric Observatory (SOHO) je společným projektem NASA a ESA vypuštěným v roce 1995. Jeho primární cíl byl studovat povrch Slunce a sluneční koronu. Tento satelit byl vypuštěn do lagrangeova bodu L1, jež je pro takovéto pozorování ideální kvůli své stabilní pozici vůči Slunci. Satelit je vybaven několika nástroji včetně koronagrafů, spektrometrů, helioseismologických instrumentů (pozorování oscilací sluneční aktivity). SOHO byl první satelit, který zaznamenal existenci solárního větru a vlastnosti sluneční korony, například její teplotu, strukturu a rychlost. Satelit SOHO je stále funkční a zůstává tak nejdéle používaným nástrojem svého druhu.

Na obrázku 3.3 je vidět koronograf zakrývající Slunce, ke kterému se přibližují dvě komety. Komety se přes Slunce nedostaly, ale v místě jejich dopadu je vidět erupující výron sluneční hmoty [19].



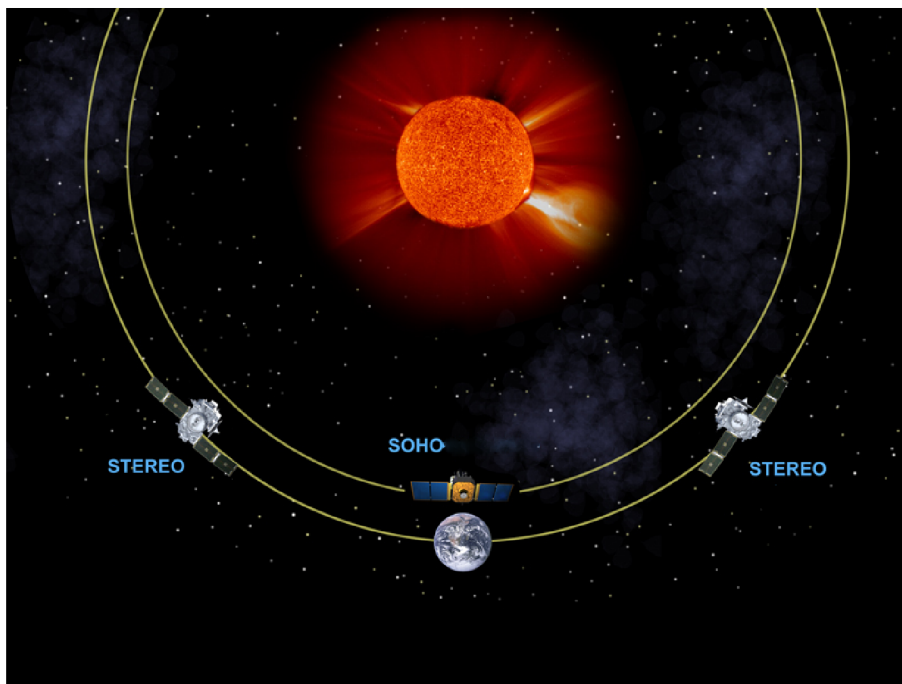
Obrázek 3.3: Dopad komet do Slunce pozorován přes satelit SOHO [40]

3.2.4. STEREO - Solar Terrestrial Relations Observatory

Solar Terrestrial Relations Observatory je dvojice satelitů, vypuštěná v roce 2006. Jejich účelem je studie Slunce a jeho efekt na zemské prostředí. Dvojice satelitů je umístěna na oběžné dráze kolem Slunce, na podobné trajektorii jako Země. Jeden ze satelitů je před Zemí a druhý za ní zaostává. To umožňuje studovat solární vítr proudící směrem k Zemi

3.2. POZOROVÁNÍ SLUNCE Z OBĚŽNÉ DRÁHY ZEMĚ

z více úhlů. Data z těchto satelitů jsou používána na předpověď vesmírného počasí. Na obrázku 3.4 je patrná vzájemná pozice těchto satelitů a Země [20].



Obrázek 3.4: Pozice satelitů STEREO v rámci Sluneční soustavy [41]

3.2.5. IRIS - Interface Region Imaging Spectrograph

Interface Region Imaging Spectrograph (IRIS) je satelit zaštitován společností NASA, který byl vypuštěn v roce 2013. Je vybaven teleskopem snímajícím ultrafialové záření a spektrografy, které umožňují rozlišení více než 10 krát vyšší než u předchozích sond. Hlavním cílem IRIS je zkoumat interakci fotosféry a sluneční korony, mechanismus zahřívání korony a urychlování slunečního větru [21]

3.2.6. Omezení pozorování zatmění Slunce ze Země a oběžné dráhy

Výše zmíněné nástroje a experimenty byly prováděny buď z prostředí zemského povrchu či z oběžné dráhy Země za použití satelitu vybaveného diskem, blokujícím Slunce, takzvaným koronografem.

Při pozorování zatmění Slunce ze zemského povrchu experiment narazí hned na několik překážek. Z geografického hlediska se experiment musí odehrávat v pásu totality. Pozorovatel je také limitován meteorologickými podmínkami, tedy v dané lokaci musí být vhodné atmosferické podmínky pro pozorování zatmění a studii sluneční korony. Dalším faktorem je časové omezení, které je hned dvojí. Zatmění Slunce na povrchu Země probíhá v průměru každých 18 měsíců [22], experiment je tedy velice časově omezen. Další časové omezení je samotná délka zatmění. Nejdelší čas totality v 21. století se stal při zatmění v roce 2009 a trval 6 minut a 39 sekund [23].

Možnost pozorovat zatmění Slunce z oběžné dráhy je tedy velice lákavá. Při použití koronografu mohou satelity pozorovat sluneční koronu kdykoliv je Slunce v jejich zorném poli. Omezení koronagrafů spočívá v tom, že způsobují difrakci světla, která omezuje

3. EXPERIMENTY PROVÁDĚNÉ BĚHEM ZATMĚNÍ SLUNCE

možnosti experimentu, pokud se disk nachází příliš blízko teleskopu. Tento problém by bylo možné eliminovat zasazením disku do dostatečné vzdálenosti (cca 100 m), například na tyči spojené se satelitem či na druhém kosmickém tělese, které by bylo v dostatečné vzdálenosti a synchronně obíhalo tak, aby prvnímu satelitu blokovalo sluneční záři. Při takovýchto technických řešeních však silně narůstá cena vesmírné mise [5].

Další možností je použít místo koronagrafu větší objekt, jako například Země nebo Měsíc. Použití Země není vhodné kvůli atmosferickým vlivům. Použití Měsíce se jeví jako vhodnější metoda. Při vyslání satelitu na oběžnou dráhu Měsíce by bylo možné sledovat zatmění Slunce periodicky, byť chvilkově [5].

Poslední možností je vyslání satelitu na oběžnou dráhu Země a to tak, aby se dostal do oblasti úplného zatmění Slunce. Tato možnost je kombinací dvou předchozích variant. Dopřít satelit na oběžnou dráhu Země není tak nákladné, jako dostat jej na oběžnou dráhu Měsíce. Z oběžné dráhy Země sice satelit nebude v oblasti zatmění periodicky, ale díky menší nákladnosti bude nahraditelný.

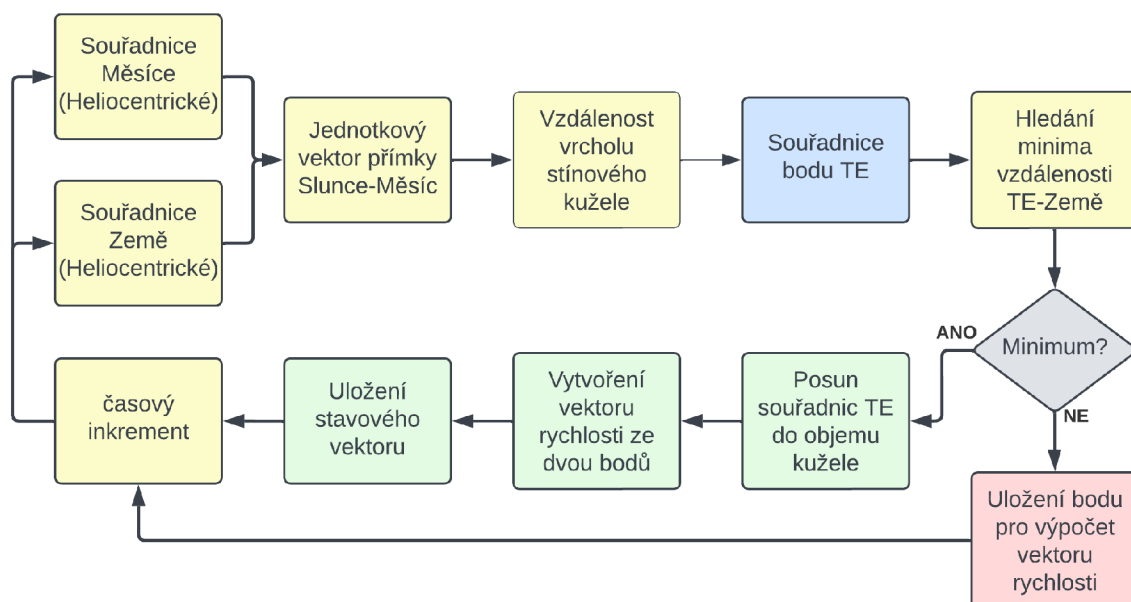
Metodika hledání oběžných drah

4. Struktura algoritmu pro hledání oběžných drah

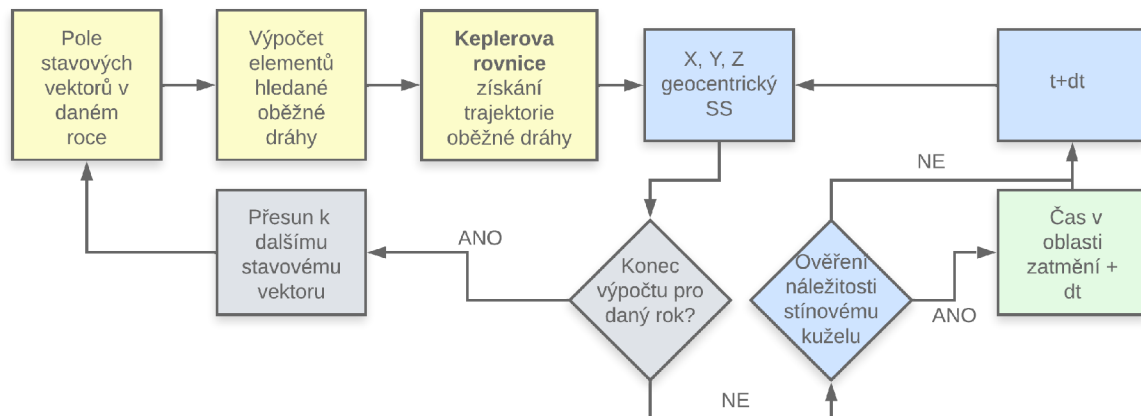
V této kapitole je popsán algoritmus pro hledání oběžných drah do oblasti úplného zatmění Slunce. Vstupem pro tento algoritmus jsou elementy dráhy Země a Měsíce, časové údaje a některé fyzikální konstanty (kompletní seznam vstupních hodnot je popsán níže). Výstupem jsou pak elementy oběžných drah kolem Země, na kterých lze navodit podmínky pozorování úplného zatmění Slunce.

Algoritmus po inicializaci vstupních hodnot a proměnných, popsaných v tabulce 4, hledá oblast úplného zatmění Slunce, která vzniká za Měsícem. Tato oblast je ve své podstatě stín měsíčního kotouče, který je vyhraněn tvarem kužele. Algoritmus najde souřadnice Měsíce a Slunce a definuje tak geometrii stínového kužele pro každý časový krok a hledá ten nejvhodnější pro pozorování zatmění Slunce z oběžné dráhy Země. Jako nejtěžejnější parametr pro vhodnost dráhy byla zvolena vzdálenost oblasti zatmění od Země kvůli výšce oběžné dráhy. Algoritmus proto hledá nejbližší pozici vrcholu stínového kužele k Zemi v každém časovém kroce. Tyto časové úseky jsou děleny do celých ročních intervalů a je z nich vybrána minimální vzdálenost (minimum v roce 2023, 2024 atd.).

Po nalezení souřadnic bodu vrcholu zatmění (v této práci označován jako bod TE - Total Eclipse) pro každý roční úsek, nalezne i vhodný stavový vektor pro kosmické těleso, které by se nacházelo v oblasti zatmění na oběžné dráze kolem Země. Ze stavového vektoru poté určuje elementy dráhy. Pro každý rok tedy vznikne jedna vyhodnocená oběžná dráha definovaná elementy dráhy a časem průběhu zatmění Slunce. Tyto parametry jsou poté prostředkem zhodnocení vhodnosti dráhy. Na obrázku 4.1 je znázorněna hlavní časová smyčka algoritmu hledající souřadnice bodu TE a dále na obrázku 4.2 je znázorněno zpracování souřadnic a průběh konstrukce oběžné dráhy.



Obrázek 4.1: Algoritmické znázornění hlavní časové smyčky pro hledání souřadnic [42]



Obrázek 4.2: Algoritmické znázornění produkce elementů dráhy ze stavových vektorů [42]

Elementy dráhy Země byly zjištěny ze stavového vektoru z 4. ledna 2024 (průchod Země perihelem) podle postupu popsáno v kapitole 4.7. Stavový vektor byl získán programem GMAT, nástojem pro návrh vesmírných misí vyvíjeným společností NASA [28]. Pro Elementy dráhy Měsíce byl použit výpočetní program Horizons [24].

4. STRUKTURA ALGORITMU PRO HLEDÁNÍ OBĚŽNÝCH DRAH
 Tabulka 4.1: Inicializace vstupních parametrů algoritmu [25][26][27]

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Počátek výpočetního intervalu	t	2459945.5	JD
Časový krok výpočtu	dt	0.02	den
Časový interval výpočtu	-	6	dok
Průměr Země	D_Z	12756	km
Průměr Měsíce	D_M	3474.8	km
Průměr Slunce	D_S	1391400	km
Gravitační parametr Země	μ_Z	$3.986 \cdot 10^5$	$km^3 s^{-2}$
Gravitační parametr Slunce	μ_S	$1327124 \cdot 10^5$	$km^3 s^{-2}$
Hlavní poloosa Země	a_Z	149548442	km
Sklon dráhy Země	i_Z	0.003094	deg
Excentricita dráhy Země	e_Z	$1.6386 \cdot 10^{-2}$	-
Argument pericentra Země	ω_Z	251.408	deg
Délka vzestupného uzlu Země	Ω_Z	213.042	deg
Čas průchodu Země perihelem	t_{pZ}	2459949.9	JD
Hlavní poloosa Měsíce	a_M	380934	km
Sklon dráhy Měsíce (vůči ekliptice)	i_M	5.1	deg
Excentricita dráhy Měsíce	e_M	$5.715 \cdot 10^{-2}$	-
Argument pericentra Měsíce	ω_M	318.06	deg
Délka vzestupného uzlu Měsíce	Ω_M	125.08	deg
Čas průchodu Měsíce perihelem	t_{pM}	2459937.25	JD
Počet dní ve výpočetním cyklu	n	365	den

4.1. Použité principy orbitální mechaniky

4.1.1. Řešení Keplerovy rovnice

Keplerova rovnice je vztah vyjadřující časový průběh polohy tělesa v rovině její oběžné dráhy. Jedná se konkrétně o rovnici provazující střední a extcentrickou anomálii. Střední anomálie M popisuje úhel mezi přímkou apsid a myšleným bodem, kde by se nacházelo

4.1. POUŽITÉ PRINCIPY ORBITÁLNÍ MECHANIKY

kosmické těleso při pohybu po kruhové dráze. Střední anomálie se dá také vyjádřit pomocí středního pohybu kosmického tělesa, resp. periody oběhu dle rovnice 4.1 [1]

$$M = n(t - t_p) = \frac{2\pi}{T}(t - t_p). \quad (4.1)$$

Excentrická anomálie E je úhel mezi přímkou apsid a spojnicí středu kružnice s kolmým průmětem bodu kosmického tělesa na oběžné dráze do pomocné kružnice o poloměru $r = a$. Keplerova rovnice je formulována podle rovnice 4.2. Její geometrické odvození je patrné z obrázku 4.3.

$$M = E - e \sin(E) \quad (4.2)$$

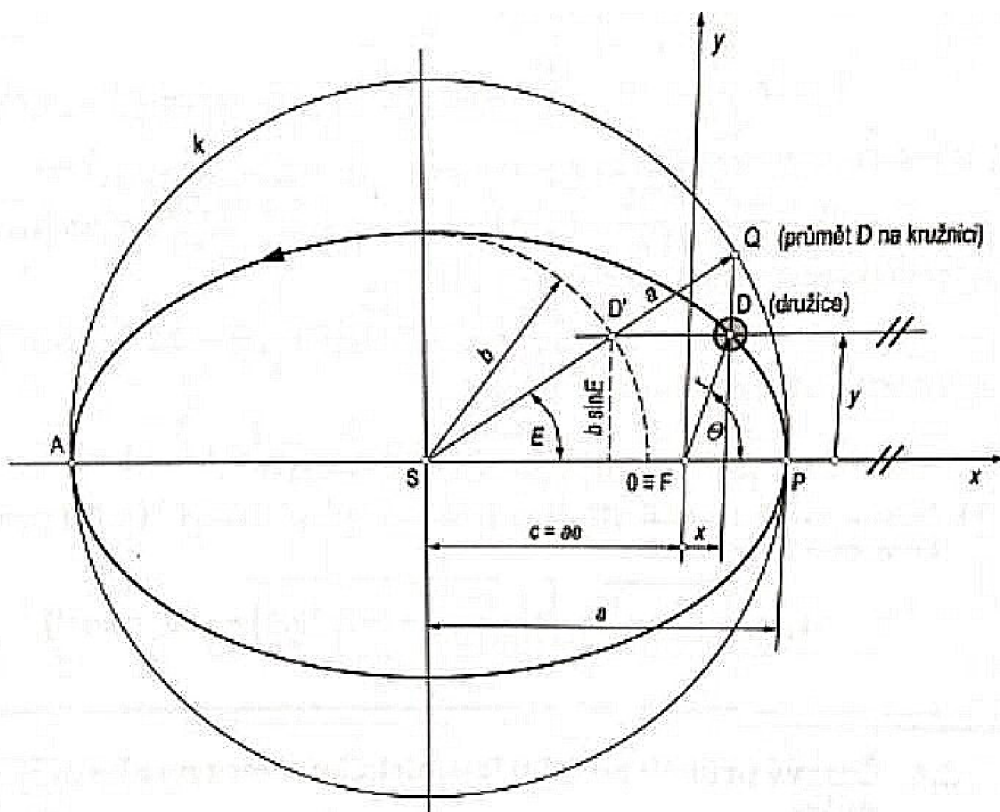
Tuto rovnici lze řešit iteračním způsobem po vyjádření excentrické anomálie E dle rovnice 4.3. Za počáteční hodnotu E_0 lze zvolit $E_0 = M + e/2$ pro $M < \pi$ či $E_0 = M - e/2$ pro $M > \pi$.

$$E_{i+1} = M + e \cdot \sin(E_i) \quad (4.3)$$

Iterační výpočet skončí po přípustné hodnotě rozdílu $|\Delta E|$. Z obrázku 4.3 je také zřejmé odvození rovnic pro souřadnice x a y v perifokální souřadnicové soustavě dle rovnic 4.4 a 4.5

$$x = a \cdot \cos(E) - ae \quad (4.4)$$

$$y = b \cdot \sin(E). \quad (4.5)$$



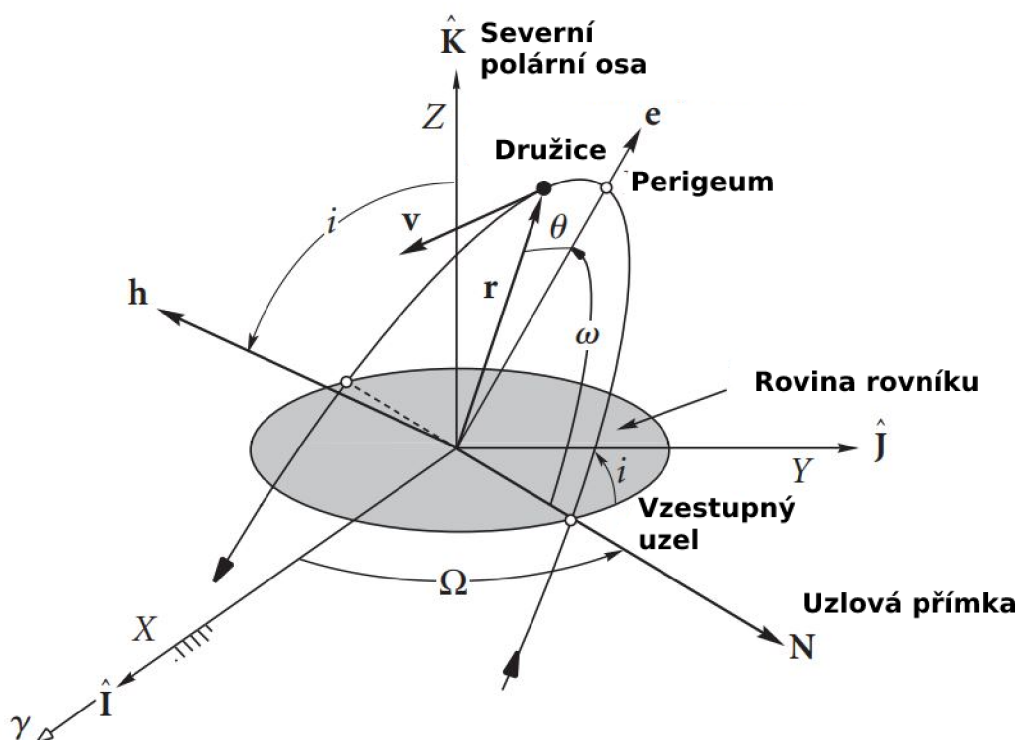
Obrázek 4.3: Definiční obrázek k řešení keplerovy rovnice [1]

4.1.2. Elementy dráhy

Elementy dráhy jsou vlastnosti oběžné dráhy jednoznačně popisující její tvar a polohu v prostoru. V této práci je použita šestice základních elementů:

- Hlavní poloosa dráhy a
- Excentricita dráhy e
- Sklon dráhy i : Určuje úhel mezi rovinou oběhu a referenční rovinou (například rovinou rovníku) centrálního tělesa
- Délka vzestupného uzlu Ω : Určuje úhel mezi referenčním směrem (například směr jarní rovnodennosti) a uzlovou přímkou dráhy
- Argument pericentra ω : Určuje úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid
- Pravá anomálie Θ : Určuje úhel polohy kosmického tělesa na oběžné dráze ($\Theta = 0^\circ$ v pericentru)

Dalšími elementy dráhy jsou například specifický moment hybnosti h , který ve výpočtech nahrazuje hlavní poloosu. V této práci je také použit čas průchodu pericentrem t_p , který nahrazuje okamžitou polohu kosmického tělesa, pravou anomálii. Ilustrační popis vybraných elementů dráhy je na obrázku 4.4 [1] [2].



Obrázek 4.4: Elementy dráhy [2]

4.1. POUŽITÉ PRINCIPY ORBITÁLNÍ MECHANIKY

4.1.3. Stavový vektor

Stavový vektor v každé poloze kosmického tělesa definuje jeho oběžnou dráhu. Úplný stavový vektor se skládá z polohového vektoru \vec{r} a vektoru rychlosti \vec{V} . Při oběhu kosmického tělesa po kruhové oběžné dráze v souřadnicovém systému s počátkem v centrálním tělese je polohový vektor dán souřadnicemi kosmického tělesa (rovnice 4.6), vektor rychlosti je dán velikostí složek rychlosti v daném bodě na oběžné dráze dle rovnice 4.7.

$$\vec{r} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (4.6)$$

$$\vec{V} = V_X\vec{i} + V_Y\vec{j} + V_Z\vec{k}, \quad (4.7)$$

kde $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jsou jednotkové vektory směrů v pravotočivém souřadnicovém systému. Grafické znázornění stavového vektoru je vidět též na obrázku 4.4.

Stavový vektor lze využít k výpočtu jednoho z důležitých parametrů dráhy - specifický moment hybnosti \vec{h} . Tento vektor je důležitým odrazovým můstkem pro výpočet elementů dráhy, jelikož se na rozdíl od stavového vektoru, skládajícího se z šesti složek, nemění po celou dobu oběhu dráhy. Odvození této skutečnosti je znázorněno níže.

Specifický moment hybnosti, jehož odvození vychází z obecné pohybové rovnice 4.9 dvou těles [1], lze vyjádřit jako vektorový součin polohového vektoru \vec{r} a vektoru rychlosti \vec{v} .

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{V} \quad (4.8)$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \quad (4.9)$$

Pokud v této rovnici provedeme vektorové násobení zleva vektorem \vec{r} , vyjde na pravé straně rovnice nula. Levá strana rovnice pak značí vztah mezi zrychlením tělesa a polohovým vektorem.

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = 0 \quad (4.10)$$

Pokud bude vztah pozměněn a zrychlení vyjádřeno jako časová derivace rychlosti, pak lze vztah přepsat do tvaru rovnice 4.11. S uvážením vztahu 4.8 lze konstatovat stálost vektoru \vec{h} v čase.

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{V}) = \frac{d}{dt}\vec{h} = 0 \quad (4.11)$$

4.1.4. Vliv n esféricnosti Země na oběžnou dráhu

Vlivem n esféricnosti Země není její gravitační pole zcela homogenní. Směr gravitační síly má v daném místě směr lokální geodetické normály. Vlivem tohoto jevu dochází k nerovnoměrně působící gravitační síle v průběhu oběhu tělesa a tím i změně elementů dráhy. Tímto fyzikálním procesem je ovlivňována i oběžná dráha Měsíce. Vliv zploštění Země je vyjadřován druhým zonálním harmonickým koeficientem J_2 , bezrozměrnou veličinou, která má pro Zemské těleso hodnotu

$$J_2 = 1.08263 \cdot 10^{-3}[1]. \quad (4.12)$$

N esféricnost se projevuje na změně argumentu perigea a délky vzestupného uzlu díky stáčení úzlové přímky. Časová změna těchto hodnot je dána rovnicemi 4.13 a 4.14 [1]

$$\dot{\Omega} = - \left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 r_z^2}{(1 - e^2) a^{\frac{7}{2}}} \right] \quad (4.13)$$

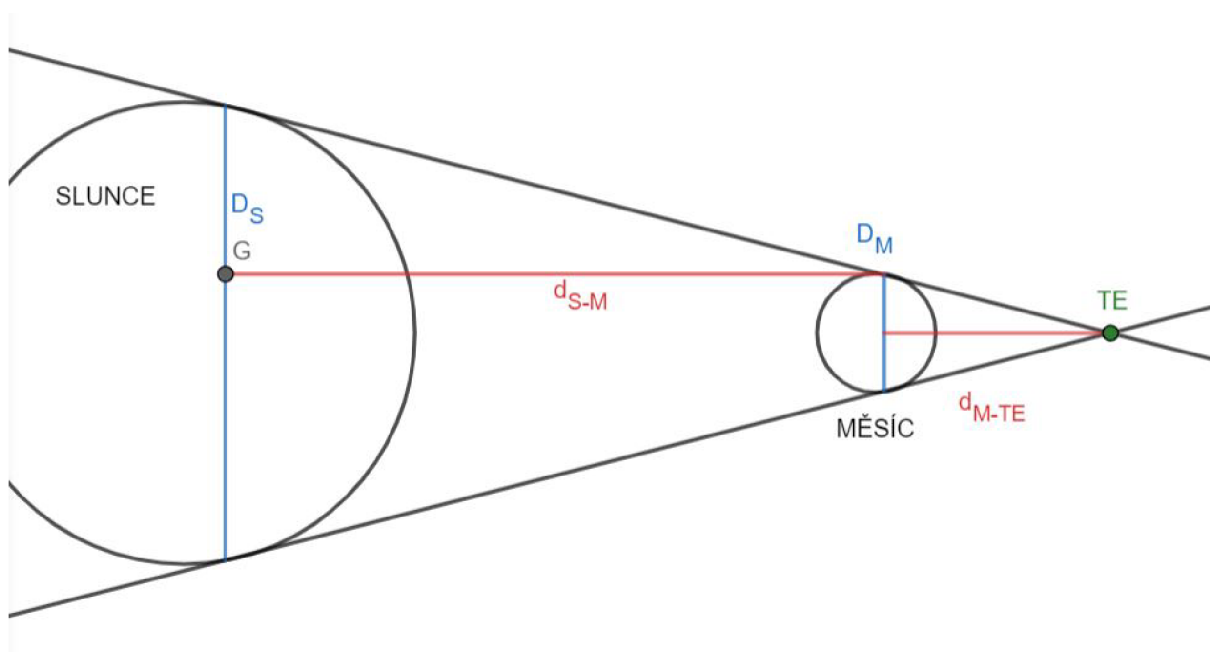
$$\dot{\omega} = - \left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 r_z^2}{(1 - e^2) a^{\frac{7}{2}}} \right] \left(\frac{5}{2} \sin^2 i - 2 \right). \quad (4.14)$$

4.2. Souřadnice Země, Měsíce a bodu vrcholu úplného zatmění

Algoritmus pro získání souřadnic kosmických těles postupuje nejprve získáním souřadnic x a y v perifokální souřadnicové soustavě dle Keplerovy rovnice 4.3 a poté rovnic 4.4 a 4.5. Souřadnice v perifokální soustavě je poté nutné převést do souřadnicového systému v prostoru kolem oběžného tělesa. Pro Zemi je to heliocentrický souřadnicový systém, pro Měsíc pak geocentrický.

Cílem programu po získání souřadnic Měsíce a Země je výpočet vrcholu kužele úplného zatmění Slunce. Tento bod je vrcholem stínového kužele, který vzniká za Měsícem. Časový průběh trajektorie tohoto bodu je pro hledání vhodných drah proto stěžejní. Bod vrcholu kužele je v této práci označován jako bod TE (Total Eclipse).

Pro získání souřadnic bodu TE v prostoru je potřeba sledovat přímku Slunce—Měsíc, právě na této linii se bod nachází v určité vzdálenosti od Měsíce. Tuto vzdálenost, pojmenovanou d_{TE} lze v každém časovém úseku určit pomocí vzájemné vzdálenosti Slunce a Měsíce a průměrů těchto těles dle rovnice 4.15, která vychází z podobnosti trojúhelníků na obrázku 4.5.



Obrázek 4.5: Znázornění výpočtu vzdálenosti bodu TE od Měsíce [2]

$$d_{M-TE} = \frac{D_M * d_{S-M}}{(D_S - D_M)}, \quad (4.15)$$

4.2. SOUŘADNICE ZEMĚ, MĚSÍCE A BODU VRCHOLU ÚPLNÉHO ZATMĚNÍ

kde D_M a D_S jsou průměry Měsíce a Slunce a d_{S-M} je vzdálenost Měsíce a Slunce v daném čase a d_{TE} je vzdálenost bodu TE od Měsíce. Nutno podotknout, že pokud je řeč o vzdálenosti od Měsíce, je tím myšleno vzdálenost od středu tělesa. Z obrázku 4.5 je vidět, že výpočet vzdálenosti byl uvažován z bodů tečen mezi Sluncem a Měsícem. Skutečnost, že se tyto místa nachází lehce mimo průměr nebeských těles byla zanedbána. Algoritmus tedy potřebuje získat perifokální souřadnice Země a převést je do heliocentrické souřadnicové soustavy. Stejně tak proběhne výpočet perifokálních souřadnic Měsíce, které budou následně přetransformovány do geocentrické souřadnicové soustavy. Aby bylo možné zobrazit přímkou Slunce—Měsíc, je třeba převést geocentrické souřadnice Měsíce ještě do heliocentrických.

Transformační matice pro přechod z perifokální do heliocentrické/geocentrické souřadnicové soustavy:

$$[T_{P/H}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega & -\sin \omega \cos \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega & \sin i \sin \Omega \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega & -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega & -\sin i \cos \Omega \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{bmatrix},$$

kde i , Ω a ω jsou elementy dráhy příslušného tělesa. Maticový zápis převodu souřadnic vypadá ve tvaru dle rov 4.16, kde index P značí perifokální souřadnicovou soustavu a index H heliocentrickou

$$[T_{P/H}]^{-1} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_H \\ Y_H \\ Z_H \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Převod souřadnic Měsíce do heliocentrického souřadnicového systému lze provést opět vynásobením souřadnic transformační maticí s elementy dráhy pro Zemi a následným přičtením vektoru heliocentrických souřadnic Země, jakožto posun počátku souřadnicové soustavy ze středu Země do středu Slunce dle rovnice 4.17

$$\begin{bmatrix} X_{MH} \\ Y_{MH} \\ Z_{MH} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{MG} \\ Y_{MG} \\ Z_{MG} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{ZH} \\ Y_{ZH} \\ Z_{ZH} \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

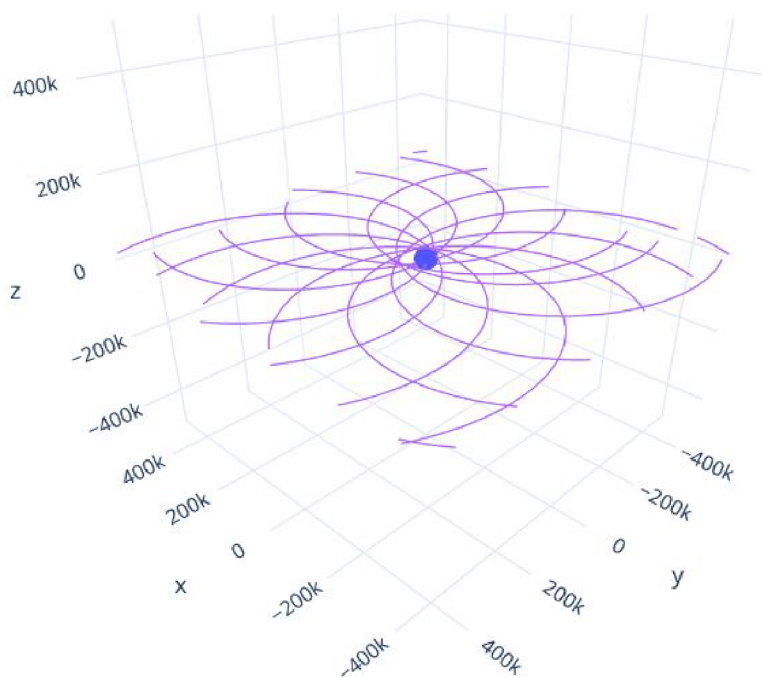
kde první index u souřadnice určuje vesmírné těleso a druhý index název souřadnicové soustavy.

Odtud už lze poměrně jednoduchou metodou zjistit souřadnice bodu TE v jednotlivých časových úsecích. Program vytvoří ze souřadnic Měsíce jednotkový vektor \vec{e}_{S-M} (směr přímkou Měsíc—Slunce), jehož směrem posune souřadnice Měsíce o vzdálenost d_{TE} . Tímto je zajištěno, že v každém časovém kroku algoritmu bude známá poloha bodu TE v heliocentrickém souřadnicovém systému, který je opět posunutím počátku o vzdálenost Země—Slunce potřeba přesunout do geocentrického souřadnicového systému.

$$\begin{bmatrix} X_{TE} \\ Y_{TE} \\ Z_{TE} \end{bmatrix} = d_{TE} \begin{bmatrix} e_{xS-M} \\ e_{yS-M} \\ e_{zS-M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{ZH} \\ Y_{ZH} \\ Z_{ZH} \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

4.3. Nalezení minimální vzdálenosti úplného zatmění od Země

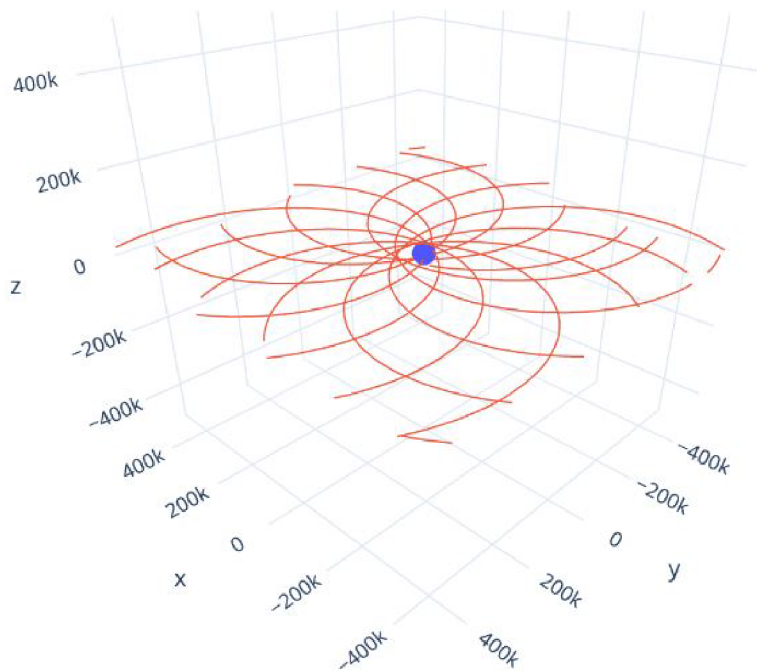
Algoritmus pro výpočet souřadnic zmíněný v přechozí kapitole je hlavní část opakujícího se cyklu s inkrementem času. Pro každý časový úsek program spočítá souřadnice bodu zatmění Slunce, porovnává je mezi sebou a hledá minimum. Časový krok dt se přičítá k počátečnímu času stanoveným uživatelem (pro konkrétní případy této práce bylo použito datum 1. ledna 2023) až do konce roku, ze kterého vypíše minimum a pokračuje ve výpočtu dokud neprojde uživatelem stanovený počet let. Cílem této části programu je tedy prohlédnout několik let do budoucnosti a v každém z nich vybrat minimum přiblížení bodu TE k Zemi. Pro vizualizaci dat poskytnutých programem byl zvolen 3D plotter Plotly [44], kde bylo vytvořeno několik grafik, jako třeba časový průběh trajektorie bodu TE v jednotlivých letech. Vykreslení této trajektorie je vidět na obrázku 4.6 pro rok 2025 a obrázku 4.7 pro rok 2028. Jak si lze povšimnout, trajektorie bodu zatmění se poměrně periodicky pohybuje v prostoru okolo Země.



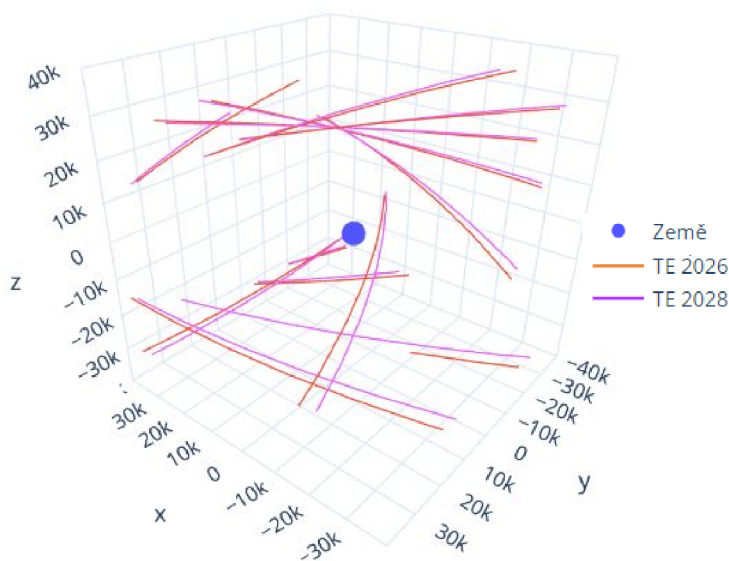
Obrázek 4.6: Trajektorie vrcholu stínu Měsíce v roce 2025 [44]

Vzájemně se však trajektorie bodu TE v jednotlivých letech liší při prozkoumání přiblížení k planetě Zemi. Takové přiblížení je vidět na obrázku 4.8.

4.4. ÚPRAVA SOUŘADNIC VRCHOLU KUŽELE PRO KONSTRUKCI DRÁHY



Obrázek 4.7: Trajektorie vrcholu stínu Měsíce v roce 2028 [44]



Obrázek 4.8: Přiblížení trajektorie do oblasti v blízkosti Země v letech 2025 a 2028 [44]

4.4. Úprava souřadnic vrcholu kužele pro konstrukci dráhy

Jak již bylo zmíněno, algoritmus doposud našel bod TE, tedy přiblížení Země k bodu zatmění. Tento bod je však vrcholem stínového kužele a z orientace jeho trajektorie v čase (obrázek 4.6) plyne, že kosmické těleso pohybující se po dráze kolem Země, která

4. STRUKTURA ALGORITMU PRO HLEDÁNÍ OBĚŽNÝCH DRAH

má apogeum v bodě vrcholu kužele, se měsíčního stínu pouze dotkne. Oběžná dráha však nebude procházet skrz stín. Je proto potřeba apogeum hledané dráhy posunout směrem k Měsíci, aby dráha protínala stínový kužel. Toho je dosaženo následující metodou:

1. Vyčíslení jednotkového vektoru \vec{e}_{TE-M} osy kužele (bodu TE a Měsíce).

$$\vec{e}_{TE-M} = \frac{1}{d_{TE-M}} \left(\begin{bmatrix} X_{MG} \\ Y_{MG} \\ Z_{MG} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{TE} \\ Y_{TE} \\ Z_{TE} \end{bmatrix} \right) \quad (4.19)$$

Konstrukce jednotkového vektoru dle rovnice 4.19, který směřuje na ose stínového kuželu vždy od bodu TE do Měsíce zaručí lepší pozorovací čas zatmění.

2. Zjištění poloměru pomyslné dráhy, která by mířila přímo do bodu vrcholu kuželu. Toho je docíleno dle rov. 4.20, pomocí souřadnic bodu TE . Tento krok je nutný proto, aby rozšíření souřadnic směrem do kužele bylo úměrné velikosti dráhy. Pokud by místo toho byl posun například konstantní (např. 1 000 km), u vysokých oběžných drah by to byl neznatelný posun a u velkých přiblížení by naopak byl posun zbytečně velký. Tato pomyslná dráha je znázorněna na obrázku 4.9.
3. Posunutí souřadnic bodu TE o jednotkový vektor osy stínového kužele vynásobeného poměrnou částí r . Pro účely této práce bylo použito při výpočtech 20 % vzdálenosti Země a bodu TE . Souřadnice nového bodu jsou označovány jako TE -Shift. Tento proces je znázorněn na obrázku 4.10

$$r = \sqrt{(X_{TE}^2 + Y_{TE}^2 + Z_{TE}^2)} \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} X_{TE-Shift} \\ Y_{TE-Shift} \\ Z_{TE-Shift} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{TE} \\ Y_{TE} \\ Z_{TE} \end{bmatrix} + 0.2r \vec{e}_{TE-M} \quad (4.21)$$

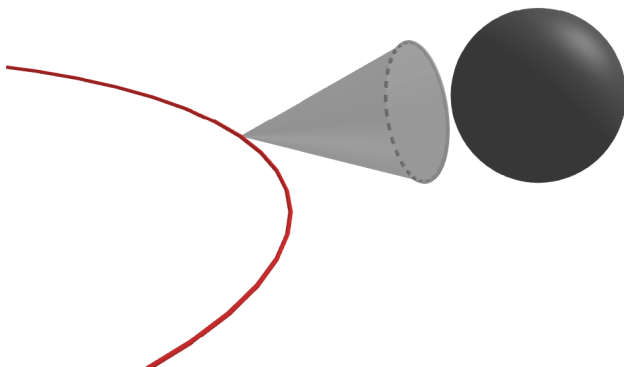
Stejný posun je proveden pro bod, který bodu TE časově předchází. Zdůvodnění je uvedeno v následující kapitole.

4.5. Náklon trajektorie bodu úplného zatmění

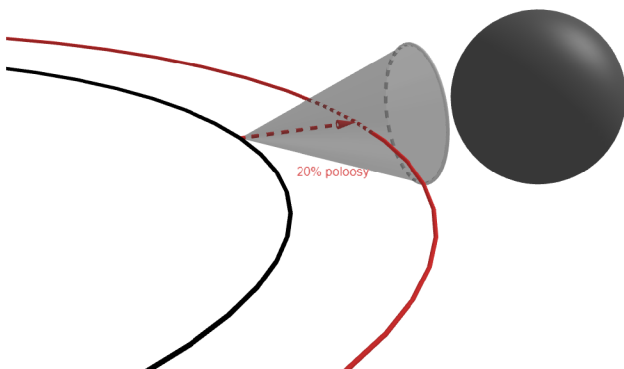
Aby byla maximalizována efektivita oběžné dráhy a čas zatmění, je potřeba, aby při průchodu bodem TE byl vektor rychlosti kosmického tělesa alespoň přibližně ve směru trajektorie bodu TE . Tímto se prodlouží doba, po kterou bude kosmické plavidlo v oblasti zatmění Slunce. Algoritmus výpočetního programu si ke každému minimálnímu přiblížení TE v každém roce zapamatuje jemu předcházející hodnotu TE_{-1} a vytvoří z nich jednotkový vektor \vec{e}_V . Tento jednotkový vektor bude dále použit jako směr vektoru rychlosti na oběžné dráze v bodě TE

$$\vec{e}_V = \begin{bmatrix} X_{TE} \\ Y_{TE} \\ Z_{TE} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{TE-1} \\ Y_{TE-1} \\ Z_{TE-1} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Vektor \vec{e}_V se dále při konstrukci oběžné dráhy použije jako jednotkový vektor směru rychlosti v bodě na oběžné dráze.



Obrázek 4.9: Pomyslná dráha přímo do vrcholu stínového kužele[45]



Obrázek 4.10: Posunutí do stínového kužele [45]

4.6. Stavový vektor kosmického tělesa pohybujícího se v oblasti zatmění

Stavový vektor sestává z polohového vektoru \vec{r} a vektoru rychlosti \vec{V} . V této fázi algoritmu je polohový vektor již známý. Z vektoru rychlosti však známe pouze směr jednotkového vektoru \vec{e}_V . Protože se ale algoritmus prozatím omezuje pouze na kruhové oběžné dráhy, lze modul vektoru rychlosti V vypočítat dle rovnice 4.23 pomocí modulu polohového vektoru a gravitačního parametru Země

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{r}}. \quad (4.23)$$

Odsud je už vektor rychlosti dle rov 4.24

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = V \vec{e}_V. \quad (4.24)$$

Úplná forma stavového vektoru se skládá ze spojení polohového vektoru a vektoru rychlosti. Stavový vektor bude v tuto chvíli sloužit pro určení specifického momentu hybnosti h , který je po celém úseku dráhy konstantní a bude použit na výpočet elementů oběžné dráhy [1]. Specifický moment hybnosti je určen dle rovnice 4.25

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X & Y & Z \\ V_x & V_y & V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

4.7. Výpočet elementů hledané dráhy

V této kapitole je postup, pomocí něž algoritmus nalezne hledanou oběžnou dráhu, která bude protínat stínový kužel zatmění Slunce v přiblížení k Zemi.

4.7.1. Hlavní poloosa

Velikost hlavní poloosy eliptické oběžné dráhy je dána dle níže zmíněného vztahu 4.26 a 4.27 [1] a to výpočtem specifické energetické konstanty ε pomocí modulu vektoru rychlosti, modulu polohového vektoru a gravitační konstanty μ

$$\varepsilon = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (4.26)$$

$$a = -\frac{\mu}{2\varepsilon}. \quad (4.27)$$

Tyto vztahy jsou vhodné pro hledání hlavní poloosy eliptických drah. Algoritmus popsaný v této práci se však omezuje pouze na kruhové dráhy, proto je hlavní poloosa dána poloměrem kružnice oběžné dráhy dle rovnice 4.28

$$a = r = \sqrt{(X_{TE}^2 + Y_{TE}^2 + Z_{TE}^2)} \quad (4.28)$$

a vztahy 4.26 a 4.27 není třeba uvažovat.

4.7.2. Sklon oběžné dráhy

Sklon oběžné dráhy určuje úhel mezi referenční rovinou (například rovinou ekliptiky či rovinou rovníku) a rovinou oběžné dráhy. Sklon lze určit pomocí specifického momentu hybnosti h dle rovnice 4.29 [1]

$$i = \arccos\left(\frac{h_z}{h}\right). \quad (4.29)$$

4.7.3. Excentricita dráhy

Excentricita oběžné dráhy je v případě získání elementů dráhy pomocí stavového vektoru určena modulem vektoru excentricity. Vektor excentricity, znázorněn na obrázku 4.4, je určen směrem od apogea do perigea a velikostí excentricity oběžné dráhy. Složky vektoru

4.7. VÝPOČET ELEMENTŮ HLEDANÉ DRÁHY

excentricity jsou dány stavovým vektorem a gravitačním parametrem obíhaného tělesa dle rovnice 4.30 [2]

$$\vec{e} = \frac{1}{\mu} [\vec{r}(V^2 - \frac{\mu}{r}) - \vec{V}(\vec{r} \cdot \vec{V})]. \quad (4.30)$$

Opět je nutno podotknout, že pokud se bude jednat o kruhové dráhy, vektor excentricity není definován, jeho velikost u kruhových drah je $e = 0$.

4.7.4. Argument pericentra

Pro výpočet argumentu pericentra je použit vektor excentricity a vektor uzlové přímky \vec{u} oběžné dráhy. Vektor uzlové přímky je znázorněn na obrázku 4.4 (Node line). Nalezení vektoru uzlové přímky lze provést pomocí jeho kolmosti na vektor \vec{h} a vektor osy Z \vec{K} [1]

$$\vec{u} = \vec{K} \times \vec{h} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ h_x & h_y & h_z \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Argument pericentra, který je dle obrázku 4.4 úhlem mezi vektorem přímky apsid (vektorem excentricity) a vektorem uzlové přímky, lze určit pomocí skalárního součinu dvou vektorů, který závisí na úhlu mezi nimi (rovnice 4.32). Po upravení vznikne vztah pro velikost argumentu pericentra ω dle rovnice 4.33

$$\cos(\omega) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{e}}{|\vec{u}||\vec{e}|} \quad (4.32)$$

$$\omega = \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{e}}{|\vec{u}||\vec{e}|}\right). \quad (4.33)$$

Vzhledem k tomu, že funkce $y = \arccos(x)$ má obor hodnot pouze v intervalu $\langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$ a argument pericentra je definován v celém intervalu $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$, je třeba udělat úpravu pro jednoznačnost řešení. Tato úprava závisí na vertikální složce vektoru excentricity následovně:

$$\text{pro } e_z \geq 0, \omega = \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{e}}{|\vec{u}||\vec{e}|}\right) \quad (4.34)$$

$$\text{pro } e_z < 0, \omega = 360^\circ - \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{e}}{|\vec{u}||\vec{e}|}\right) \quad (4.35)$$

Pro kruhové oběžné dráhy není argument pericentra definován. Matematicky kvůli nulovosti velikosti vektoru excentricity, fyzikálně pak kvůli neurčité orientaci přímky apsid při kruhovitosti dráhy. Pro výpočetní účely proto můžeme říci že $\omega = 0$.

4.7.5. Délka vzestupného uzlu

Délka vzestupného uzlu je určena polohou vektoru uzlové přímky v rovině jako úhel mezi uzlovou přímkou a referenčním směrem (v tomto případě směrem jarního bodu). Tento úhel lze získat pomocí rovnice 4.37. Stejně jako u argumentu pericentra je nutno počítat

4. STRUKTURA ALGORITMU PRO HLEDÁNÍ OBĚŽNÝCH DRAH

s tím, že délka vzestupného uzlu je definována v intervalu $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$, proto je nutné pro jednoznačnost výsledku úhel definovat následovně:

$$\text{pro } u_y \geq 0, \Omega = \arccos\left(\frac{u_x}{u}\right) \quad (4.36)$$

$$\text{pro } u_y < 0, \omega = 360^\circ - \arccos\left(\frac{u_x}{u}\right). \quad (4.37)$$

4.7.6. Čas průchodu pericentrem

Dalším elementem dráhy je čas průchodu kosmického tělesa pericentrem, tedy nejnižším bodem oběžné dráhy. U kruhových oběžných drah je však tento čas nedefinovatelný kvůli konstantní vzdálenosti od oběžného tělesa. Místo specifikace času průchodu periheliem t_p je obvykle specifikován časový okamžik zvaný epocha, označován jako t_0 , poté se v této epoše definuje střední anomálie M [7]. Pro jednotnost se v této práci definuje epocha t_0 jako čas průchodu kosmického tělesa vzestupným uzlem oběžné dráhy. Pravá anomálie je tedy úhel mezi uzlovou přímkou a polohovým vektorem kosmického tělesa. Pravou anomálii Θ lze určit ze vztahu 4.38, který vychází ze skutečnosti, že úhlová rychlost se na kruhové oběžné dráze nemění [2]

$$\Theta = \frac{2\pi}{T}(t - t_0). \quad (4.38)$$

4.8. Ověření polohy kosmického tělesa v oblasti úplného zatmění Slunce

Výstupem výpočtů a celého procesu algoritmu není jen oběžná dráha a její elementy, ale také čas, po který by se na oběžné dráze těleso nacházelo v oblasti stínového kužele Měsíce, tedy v oblasti úplného zatmění. Tento čas je jedním z hlavních parametrů pro porovnání oběžných drah a vyhodnocení jejich vhodnosti.

Algoritmus pomocí postupu zobrazeném v kapitole 4.1.1 vypočítá souřadnice x a y kosmického tělesa po dobu jedné periody. Dobu periody oběhu algoritmus určuje pomocí třetího Keplerova zákona z velikosti poloměru dráhy

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}. \quad (4.39)$$

Tyto souřadnice se nachází v perifokální souřadnicové soustavě, proto je nutné je pomocí elementů dráhy a transformační matice (rovnice 4.16) převést do geocentrické souřadnicové soustavy. Jelikož jsou v geocentrické souřadnicové soustavě známy i souřadnice vrcholu stínového kužele a Měsíce, není je třeba dále převádět. Pro každou dvojici souřadnic x a y algoritmus poté ověří podmínku, zda se bod na oběžné dráze nachází uvnitř kužele. Podmínka náležitosti bodu kuželu je konstruována následovně:

- Průmět vzdálenosti kosmického tělesa od bodu TE do osy kužele musí být menší než vzdálenost vrcholu a podstavy kužele (výška kužele). Je poznamenáníhodné, že podstava kužele není shodná s umístěním Měsíce v prostoru. Z důvodu přílišné velikosti měsíčního kotouče při přiblížení k Měsíci by sluneční korona již neposkytovala

4.8. OVĚŘENÍ POLOHY KOSMICKÉHO TĚLESA V OBLASTI ÚPLNÉHO ZATMĚNÍ SLUNCE

žádná hodnotná vědecká data. Vzdálenost podstavy kužele od Měsíce odhadnuta na 8000 km. Průmět vzdálenosti kosmického tělesa do osy kužele lze získat ze skalárního součinu vektoru, který je ze své definice projekcí jednoho vektoru do druhého

$$h_p < h \quad (4.40)$$

$$h_p = d \cos(\alpha) \quad (4.41)$$

$$d = \sqrt{(X_p - X_{TE})^2 + (Y_p - Y_{TE})^2 + (Z_p - Z_{TE})^2} \quad (4.42)$$

$$\cos(\alpha) = \begin{bmatrix} X_p - X_{TE} \\ Y_p - Y_{TE} \\ Z_p - Z_{TE} \end{bmatrix} \cdot \frac{\vec{e}_{TE-M}}{d}. \quad (4.43)$$

kde h_p je průmět vzdálenosti kosmického tělesa do osy kužele od vrcholu kužele a h je výška kužele, tedy vzdálenost bodu TE a plochy 8000 km od středu Měsíce. X_p, Y_p, Z_p jsou souřadnice bodu na oběžné dráze, X_{TE}, Y_{TE}, Z_{TE} souřadnice vrcholu kužele. d je přímá vzdálenost těchto bodů a \vec{e}_{TE-M} je jednotkový vektor osy kužele směrem k Měsíci.

- Vertikální vzdálenost souřadnic oběžné dráhy v rámci roviny kolmé na osu kužele musí být menší než poloměr kružnice vzniklé průsečnicí této roviny a hranice kužele. Tato podmínka je vyjádřena rovnicí 4.46 a je znázorněna na obrázku 4.11. Výpočet poloměru hraniční kružnice vychází z podobnosti trojúhelníků na obrázku 4.12

$$r_p < r \quad (4.44)$$

$$r_p = d \sin(\alpha) \quad (4.45)$$

$$r = \frac{R_M h_p}{d_{TE-M}}, \quad (4.46)$$

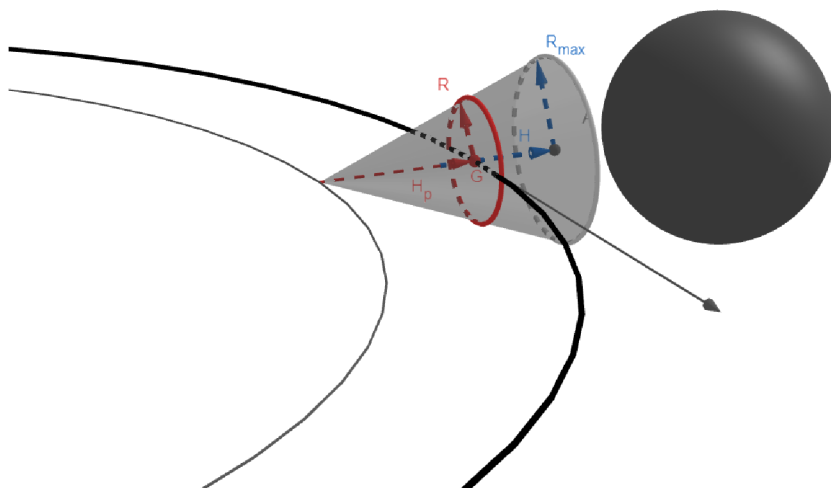
kde r_p je poloha na oběžné dráze (kolmo k ose kužele), d je přímá vzdálenost dvou bodů, R_M je poloměr Měsíce, h_p je průmět vzdálenosti d do osy kužele a d_{TE-M} je vzdálenost vrcholu kužele od středu Měsíce.

4.8.1. Souřadnice kosmického tělesa na oběžné dráze

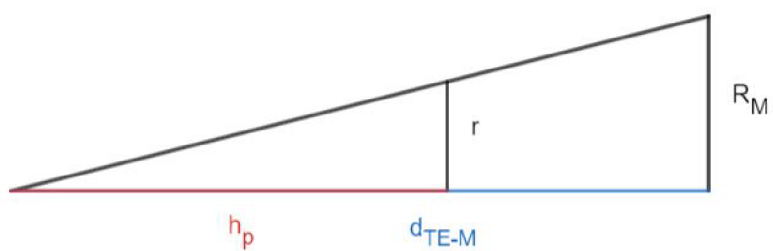
Pro ověření správnosti výpočtu bylo využito vizualizace oběžné dráhy v prostoru pomocí programu Excel a webové aplikace Plotly. Na obrázku 4.13 je vidět oběžná dráha vykreslená do minimální vzdálenosti zatmění od Země v roce 2024. Průběžné čáry jsou znázornění trajektorie bodu TE v celém roce. Je zde vidět i lehké odchýlení od skutečného minima vzdálenosti ve směru osy stínového kužele (kužel není na obrázku 4.13 vykreslen).

Pomocí výstupu algoritmu lze také ověřit náležitost bodů k stínovému kuželu a to za pomoci výše uvedených podmínek. Pro ukázkou byla vybrána vygenerovaná oběžná dráha pro rok 2023 čistě z grafických důvodů. Tato dráha je znázorněna oranžovou křivkou na obrázku 4.14, zelené křivky jsou opět znázornění trajektorie bodu TE a fialová zóna na oběžné dráze je průnik dráhy a oblasti úplného zatmění.

4. STRUKTURA ALGORITMU PRO HLEDÁNÍ OBĚŽNÝCH DRAH

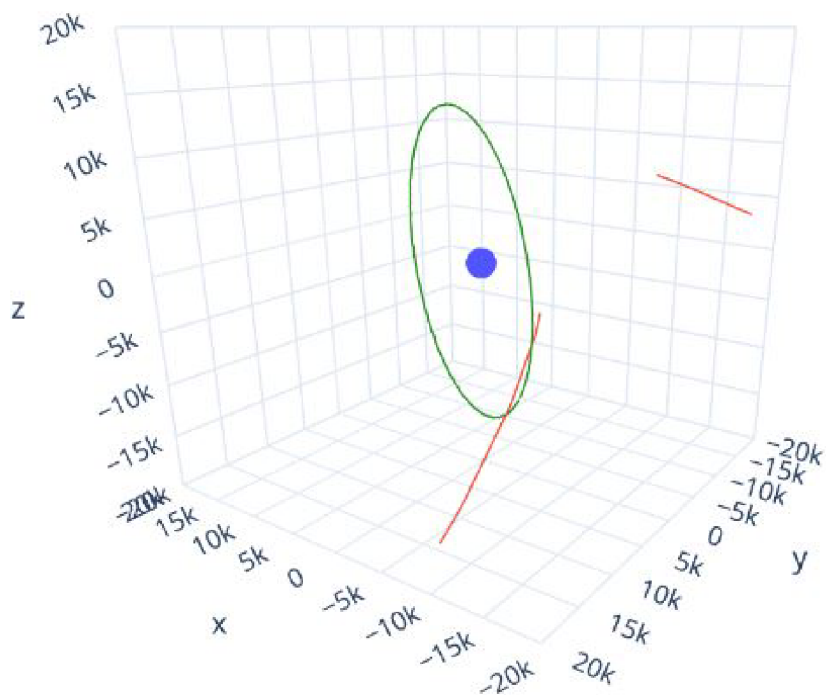


Obrázek 4.11: Grafická vizualizace podmínky náležitosti kužele [45]

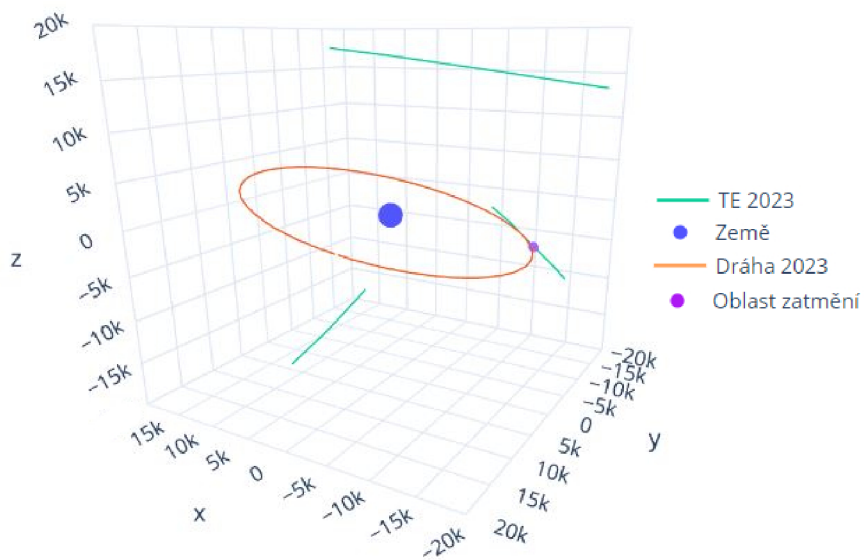


Obrázek 4.12: Odvození vztahu pro poloměr hraniční kružnice stínu [43]

4.8. OVĚŘENÍ POLOHY KOSMICKÉHO TĚLESA V OBLASTI ÚPLNÉHO ZATMĚNÍ SLUNCE



Obrázek 4.13: Vykreslení trajektorie kosmického tělesa na oběžné dráze do oblasti zatmění [44]



Obrázek 4.14: Znázornění průniku oběžné dráhy a oblasti úplného zatmění v roce 2023 [44]

Vyhodnocení oběžných drah

5. Vyhledané oběžné dráhy v příštích šesti letech

5.1. Vlastnosti drah

V této práci byl popsán algoritmus hledání oběžných drah, který byl zkonstruován v programovacím jazyce Pascal. Jako ukázka výstupu této práce bylo nalezeno šest oběžných drah vhodných pro pozorování zatmění Slunce z prostoru mimo Zemi. Z algoritmu popsaného v druhé části této práce vyplývá, že výpočet šesti drah odpovídá časovému úseku šesti let. Následující výsledky jsou dráhy nalezeny v časovém intervalu od 1. 1. 2023 do 1. 1. 2029.

V tabulce 5.1 a 5.2 je výčet elementů dráhy nalezených oběžných drah, také čas T_e a datum minimálního přiblížení bodu TE. Čas T_e je doba, po kterou se kosmické těleso nachází v objemu stínového kužele, tedy v oblasti úplného zatmění Slunce. Na obrázku 5.1 je vizualizace těchto drah, dosahujících do přiblížení bodu TE k Zemi.

Tabulka 5.1: Parametry dráhy nalezené dráhy za rok 2023—2025

Rok	2023	2024	2025
a [km]	16238	13255	16898
e [-]	0.0	0.0	0.0
i [deg]	77.51	13.86	71.74
ω [deg]	0	0	0
Ω [deg]	289.45	290.34	286.21
T_e [min]	1.5	2.1	1.36
JD	2460074.4	2460425.9	2460806.2
Datum	9. 5. 2023	25. 4. 2024	10. 7. 2025

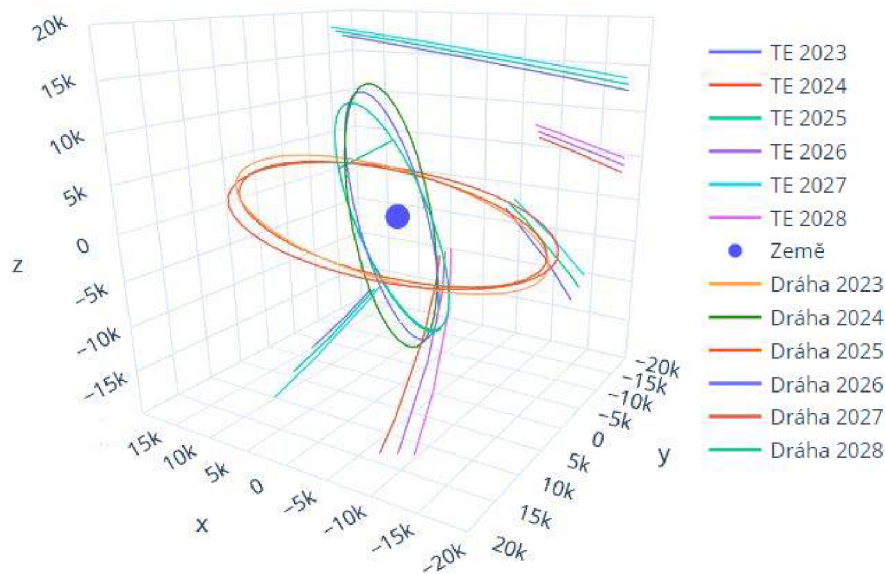
Je poznamenáníhodné, že díky periodicitě pohybu bodu TE, který byl konstatován již v kapitole 4.3, se přiblížení zatmění objevuje s určitou odchylkou na stejném místě v prostoru kolem Země. Tato pravidelnost je způsobena zanedbáním některých kosmických vlivů jako například vliv Měsíce na oběžnou dráhu Země, vliv jiných kosmických těles a také změna elementů dráhy v čase jak pro Zemi, tak pro Měsíc. Tyto odchylky od skutečnosti budou dále diskutovány v kapitole 6. Obecné shodnocení nalezených drah by mohlo probíhat několika způsoby a bude se velice lišit v rámci požadavků vesmírné mise. Délka hlavní poloosy je jedním z možných parametrů pro výběr vhodné dráhy právě kvůli nižší energetické náročnosti dopravení kosmického tělesa na oběžnou dráhu. Podobné omezení vyvstává u inklinace dráhy, která se v různých letech liší o několik stupňů. Nejsledovaněj-

5. VYHLEDANÉ OBĚŽNÉ DRÁHY V PŘÍŠTÍCH ŠESTI LETECH

ším parametrem ale zůstává doba v oblasti zatmění T_e , neboť pozorování zatmění je stále primárním cílem vesmírné mise.

Tabulka 5.2: Parametry dráhy nalezené dráhy za rok 2026—2028

Rok	2026	2027	2028
a [km]	12 978	17 265	12 829
e [-]	0.0	0.0	0.0
i [deg]	71.7	11.3	65.8
ω [deg]	0	0	0
Ω [deg]	291.7	281.3	292.1
T_e [min]	4.0	1.35	3.3
JD	2461157.2	24615375.2	2461888.5
Datum	26. 7. 2026	4. 7. 2027	27. 4. 2028



Obrázek 5.1: Vizualizace nalezených oběžných drah v prostoru [44]

6. Ověření správnosti nalezených výsledků

Tato kapitola je věnována metodice ověření správnosti výsledků programu. Vlivem různých fyzikálních jevů na oběžné dráze ve Sluneční soustavě se pouhé použití Keplerovy rovnice na výpočet souřadnic kosmických těles může jevit jako nepřesné. Cílem této kapitoly je poukázat na odchylku výsledků algoritmu popsaného v této práci a výsledků pokročilejších metod a algoritmů.

6.1. General Mission Analysis Tool (GMAT)

Hlavní nástroj pro analýzu mise (GMAT) je jediným open-source softwarovým systémem na světě pro návrh, optimalizaci a navigaci vesmírných misí. Systém podporuje mise v letových režimech od nízké oběžné dráhy až po lunární mise a mise do hlubokého vesmíru. GMAT je vyvíjen týmem NASA, soukromým průmyslem, veřejností a soukromými přispěvateli a je používán pro podporu misí v reálném světě, inženýrské studie a jako nástroj pro vzdělávání [28]. GMAT je používám jako primární systém pro plánování manévru pro Solar Dynamics Observatory (SDO). Je také používán pro určení oběžných drah pro Solar and Heliospheric Observatory (SOHO) a další. Program disponuje vysokou přesností pro výpočet polohy satelitů a kosmických těles. Do svých modelů zahrnuje spoustu vedlejších vlivů, jako jsou například harmonické gravitační vlivy, slapové jevy, odpor kosmického prostředí a relativistické vlivy. V této práci sehraává nástroj GMAT důležitou roli v ověřování výsledků. Vzhledem k povaze metodiky hledání oběžných drah do oblasti úplného zatmění bude GMAT verifikovat pouze výsledky souřadnic kosmických těles Země a Měsíce [28].

6.2. Porovnání výsledků algoritmu

V tabulce 6.1 se nachází příklad dat, který byl použit pro kontrolu správnosti výpočtu. V tabulce jsou zobrazeny odchylky jednotlivých souřadnic počínající modifikovaným juliánským datem 29945.5 v průběhu šedesáti dní, tedy do 30004.5. Z analýzy těchto dat vyplývají dva poznatky. Prvním z nich je počáteční odchylka která se na souřadnicích X a Y pohybuje v řádu $\Delta = 10^5$, druhým pak je skutečnost že se odchylka postupně zvětšuje. Tyto skutečnosti jsou způsobeny především vlivy nezahrnutými do výpočetního modelu algoritmu. Souřadnice ΔZ se pohybuje v rámci malých odchylek. Důvodem tohoto je oběh Země téměř v rovině ekliptiky.

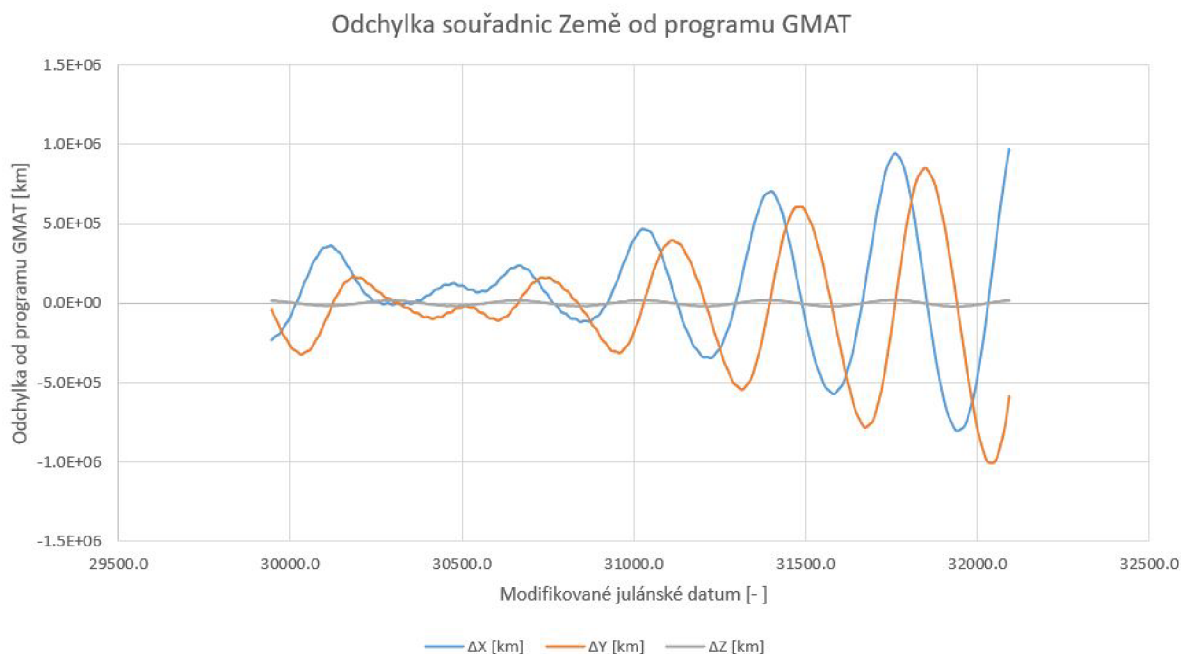
6. OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI NALEZENÝCH VÝSLEDKŮ

Tabulka 6.1: Odchyly v souřadnicích Země vypočítaných programem GMAT od hodnot algoritmu

t [MJD]	ΔX [km]	ΔY [km]	ΔZ [km]	t [MJD]	ΔX [km]	ΔY [km]	ΔZ [km]
29945.5	-231457.8	-37312.4	14621	29975.5	-175259.8	-179575.5	11014.2
29946.5	-230033.9	-43153.9	14730.6	29976.5	-171442	-184107.7	10967.3
29947.5	-228470.6	-48833.1	14832.3	29977.5	-167515.8	-188378.6	10891
29948.5	-226523.3	-54261.7	14917.6	29978.5	-163527.9	-192386.9	10780
29949.5	-224524.7	-59482.2	14978.6	29979.5	-159523.9	-196139.4	10630.6
29950.5	-222426.4	-64465.5	15008.8	29980.5	-155546.9	-199651.3	10440.4
29951.5	-220275.2	-69212.3	15002.8	29981.5	-151636.2	-202945.4	10208.6
29952.5	-218116.5	-73731.7	14956.8	29982.5	-147826.3	-206051.4	9935.8
29953.5	-215992.6	-78041.1	14868.3	29983.5	-144145.4	-209005.5	9624.4
29954.5	-213941.5	-82165.3	14736.6	29984.5	-140614.5	-211848.7	9278.2
29955.5	-211995.8	-86135.7	14562.2	29985.5	-137246.4	-214626.3	8902.6
29956.5	-210182	-89989.6	14347.4	29986.5	-134044.5	-217386.3	8504.3
29957.5	-208519.2	-93769	14096	29987.5	-131002.1	-220177.7	8091.4
29958.5	-207018.5	-97519.9	13813.3	29988.5	-128101.6	-223048.7	7673.1
29959.5	-205681.7	-101291.5	13506	29989.5	-125314	-226044.7	7259.1
29960.5	-204500.1	-105134.7	13182.2	29990.5	-122598.3	-229205.1	6860
29961.5	-203452.7	-109100.3	12851.7	29991.5	-119902	-232560.1	6485.9
29962.5	-202505.4	-113235.7	12524.9	29992.5	-117163.2	-236126.6	6146.3
29963.5	-201609.9	-117581.4	12213.2	29993.5	-114313.6	-239904.1	5848.7
29964.5	-200705.1	-122165.5	11927.4	29994.5	-111284.5	-243872.1	5597.8
29965.5	-199720.4	-126998.4	11677.2	29995.5	-108014	-247990.1	5394.5
29966.5	-198582	-132069.6	11469.5	29996.5	-104454	-252200.1	5236.1
29967.5	-197221.1	-137346.1	11307.8	29997.5	-100575.7	-256433.4	5115.9
29968.5	-195581.6	-142776.1	11191.3	29998.5	-96371.2	-260617.6	5024.8
29969.5	-193626	-148295.1	11115.5	29999.5	-91852.3	-264684.4	4951.8
29970.5	-191337.3	-153833.4	11073	30000.5	-87046.6	-268574.5	4886
29971.5	-188533.7	-159189.9	11054.2	30001.5	-81992.5	-272240.2	4816.5
29972.5	-185599.6	-164564.5	11048.8	30002.5	-76735.3	-275646.2	4733.8
29973.5	-182383.1	-169778.9	11046.7	30003.5	-71323.2	-278769	4629.8
29974.5	-178922.1	-174792.6	11038.1	30004.5	-65805.6	-281595.9	4497.6

6.2. POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ALGORITMU

Vyjádření dat z tabulky 6.1 je taktéž zobrazeno v grafu 6.1, kde je možné pozorovat jak se odchylka vůči programu GMAT chová v delším časovém úseku. Graf pro odchylku souřadnic Země je vykreslen pro celých šest let výpočtu dopředu. Z grafu na obrázku 6.1 je zřejmé, že v průběhu času výpočetního modelu ztrácí svou přesnost. Relativně malé oscilace probíhající na začátku výpočtu mohou být způsobeny ovlivněním oběžné dráhy jiným kosmickým tělesem, v pozdější fázi výpočtu jsou však zastíněny postupnou změnou elementů oběžné dráhy. Elementy dráhy Země byly pro přesnost této verifikační metody převzaty přímo z programu GMAT, který uživateli poskytne stavový vektor pozorovaného vesmírného tělesa. Stavový vektor Země byl stanoven v čase průchodu perihelem v roce 2023 (4. ledna 2023 16:17 UTC [29]). Z tohoto vektoru byly stanoveny všechny potřebné elementy pro výpočet dle kapitoly 4.7. Vysoké oscilace odchylky souřadnic Země jsou způsobeny postupnou změnou elementů dráhy v čase. Minimalizace této odchylky by byla možná zahrnutím změny elementů v čase do výpočetního modelu nebo zkrácením intervalu výpočtu a provádění nového výpočtu, například pro každý rok s obnoveným stavovým vektorem podle programu GMAT a tedy i aktuálními elementy dráhy [29].



Obrázek 6.1: Odchylka souřadnic Země od programu GMAT [46]

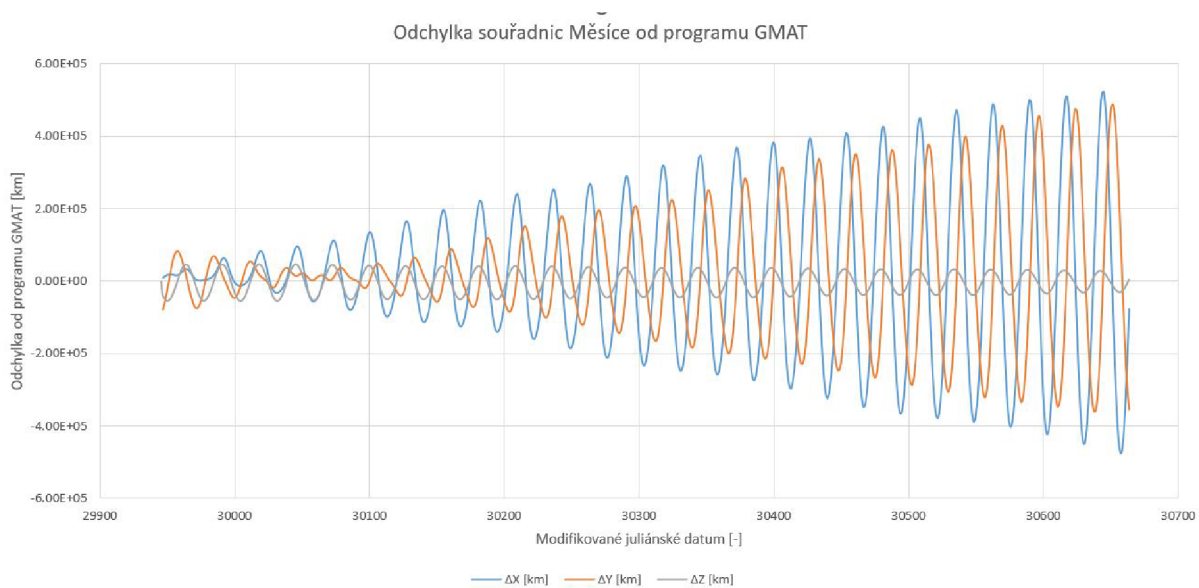
Podobná data jako v tabulce 6.1, značící souřadnice Země, jsou zpracovány pro souřadnice Měsíce v tabulce 6.2 a jejich vizualice v dlouhodobém měřítku na obrázku 6.2. Souřadnice Měsíce byly kontrolovány v geocentrické souřadnicové soustavě vůči programu GMAT.

6. OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI NALEZENÝCH VÝSLEDKŮ

Tabulka 6.2: Odchytky v souřadnicích Měsíce vypočítaných programem GMAT od hodnot algoritmu

t [MJD]	ΔX [km]	ΔY [km]	ΔZ [km]	t [MJD]	ΔX [km]	ΔY [km]	ΔZ [km]
29945.5	93991.9	176710.1	24452.8	29975.5	-23052.1	188577.4	-22977.2
29946.5	43930.1	239735.8	9278	29976.5	-99108.7	210665.9	-35404.8
29947.5	-19593.4	289156	-5638.8	29977.5	-178585.9	214825.3	-45706.5
29948.5	-92851.9	322834.4	-19590.1	29978.5	-257693.4	201018.5	-53456.2
29949.5	-172430.7	339288	-31944.2	29979.5	-332751	169902.7	-58338.8
29950.5	-254411.5	337882.5	-42161.4	29980.5	-400283.3	122796	-60157
29951.5	-334982.4	318711.7	-49807.5	29981.5	-457117.1	61638.7	-58836.4
29952.5	-410465.9	282582.9	-54563.1	29982.5	-500481	-11056.4	-54429.8
29953.5	-477431.4	230968.7	-56230.5	29983.5	-528104.1	-92270.4	-47118.1
29954.5	-532795.3	165946	-54737.6	29984.5	-538308.4	-178558.9	-37209.4
29955.5	-573908.7	90129.3	-50137.9	29985.5	-530094.5	-266149.4	-25133.7
29956.5	-598633.9	6601.2	-42610.2	29986.5	-503217.1	-351051.9	-11435.2
29957.5	-605416.7	-81156.4	-32456.9	29987.5	-458256	-429185.4	3238.6
29958.5	-593364.4	-169332	-20102.8	29988.5	-396678.9	-496527.1	18152.4
29959.5	-562336.2	-253864.4	-6094	29989.5	-320894	-549295.9	32503.9
29960.5	-513052.3	-330549.4	8905.6	29990.5	-234275	-584183.2	45455.4
29961.5	-447214.1	-395199	24122.9	29991.5	-141126.6	-598637.9	56179.2
29962.5	-367612.8	-443877.8	38697.1	29992.5	-46544.4	-591192.7	63919.6
29963.5	-278175.6	-473235.4	51720.7	29993.5	43875.7	-561783.3	68070.9
29964.5	-183881.2	-480918.4	62306.4	29994.5	124497.6	-511971	68257.8
29965.5	-90474.8	-465993.3	69678.3	29995.5	190228.6	-444962.9	64401
29966.5	-3962.5	-429259	73271.1	29996.5	237102.8	-365361.3	56743.1
29967.5	70045.5	-373311.3	72813.4	29997.5	262709.3	-278663.9	45821.5
29968.5	126982.5	-302291.7	68365.8	29998.5	266349.8	-190640.5	32395.8
29969.5	163784	-221372.8	60300.9	29999.5	248915.8	-106749.5	17350
29970.5	179054.8	-136133.7	49235.8	30000.5	212573.9	-31717.4	1599
29971.5	173148.1	-51862.6	35942.6	30001.5	160381.8	30681.3	-13984.5
29972.5	147155.9	26318.1	21261	30002.5	95934.2	77678.1	-28616
29973.5	103676.2	94454.2	6030.5	30003.5	23087.1	107462.8	-41621.5
29974.5	45779.7	149327	-8955.3	30004.5	-54234.2	119093.4	-52445.9

6.2. POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ALGORITMU



Obrázek 6.2: Odchylka souřadnic Měsíce od programu GMAT[46]

Ze závislosti na obrázku 6.2 je vidět dle očekávání větší periodicitu pohybu Měsíce. Zároveň je patrná počáteční odchylka souřadnic a jejich postupná oscilace. Měsíc je mnohem více náchylný na změnu svých elementů dráhy a výchylky ze své oběžné dráhy. Mezi hlavní vlivy nepravidelnosti oběžné dráhy Měsíce patří například nesféricnost Země, popsána v kapitole 4.1.4, slapové jevy a vliv polohy Slunce a jiných kosmických těles. I kvůli této skutečnosti je obtížné přesně určit elementy dráhy Měsíce, které používá program GMAT. Pro co nejpřesnější srovnání s programem GMAT byly použity elementy dráhy vypočítané programem Horizons [24], výpočetním algoritmem JPL, který vyčte elementy dráhy těles v požadovaném čase. Z obrázku 6.2 je patrné, že při použití elementů dráhy z 1. 1. 2023 (začátek výpočtu algoritmu) se odchylka od programu GMAT drží nejprve na stálé hodnotě, poté se ale odchylka zvyšuje kvůli algoritmem nezahrnutým a výše zmíněným vlivům.

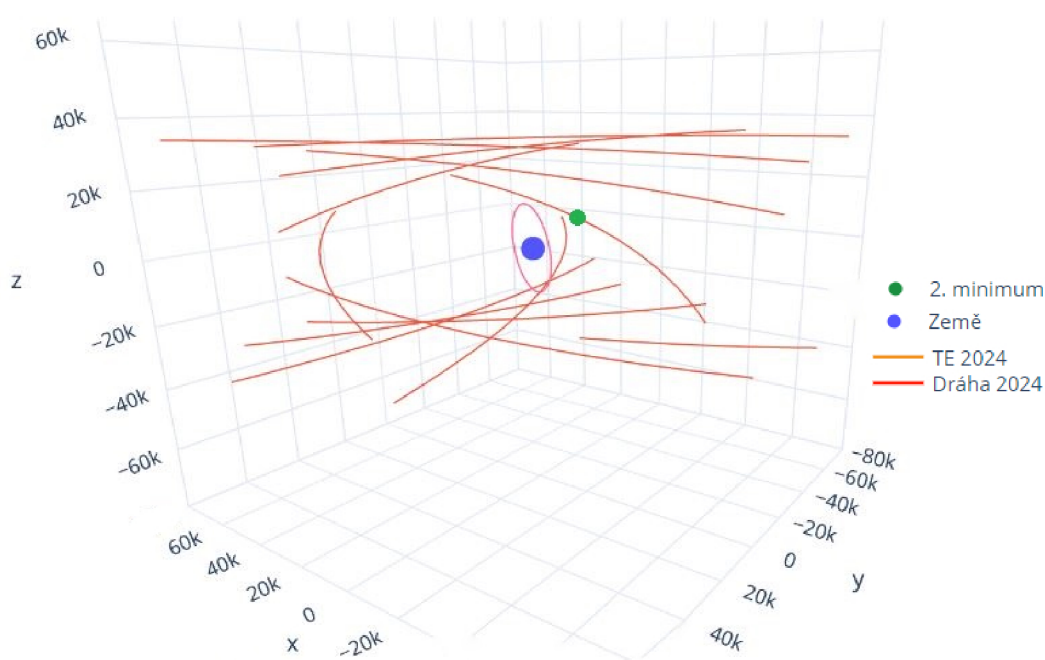
7. Navržení dalšího vývoje algoritmu

7.1. Omezení na kruhové dráhy

Algoritmus hledání drah pracuje pouze s kruhovými dráhami. Tato skutečnost je dána vytvořením stavového vektoru v kapitole 4.7, kde se při použití rovnice 4.23 omezuje pouze na kruhové dráhy. Cílem kosmického tělesa na oběžné dráze nalezené algoritmem je dostat se do oblasti úplného zatmění Slunce. Vylepšení programu v tomto ohledu by spočívalo v zachování cílové oblasti zatmění jakožto apogea oběžné dráhy, přičemž perigeum by se mohlo snížit natolik, dokud by nebylo ovlivněno zemskou atmosférou.

7.2. Navržení úpravy algoritmu

Algoritmus je sestaven tak, že v každém roce nalezne minimum vzdálenosti bodu TE k Zemi. Z výsledků a jejich vizualizace je však patrné, že v daném roce je možné nalézt více zajímavých bodů než jen absolutní minimum. Úprava algoritmu na hledání více oběžných drah v jednom roce by proto mohla vynést lepší výsledky. Například nalezená dráha pro rok 2024, znázorněná na obrázku 7.1 s vysokým sklonem dráhy, by mohla být nahrazena dráhou vedoucí k druhému minimum v tomto roce (na obrázku 7.1 označeno zelenou tečkou).



Obrázek 7.1: Neoptimální absolutní minimum a dráha sestrojena algoritmem [44]

Posun poloměru oběžné dráhy, resp. hlavní poloosy z bodu TE do objemu stínového kužele je v algoritmu nastaven na $0.2r$. Z testování jiných hodnot (50 %, 6 %, 10 %) posunu vyplývalo 20% poloměru dráhy jako nejlepší pro zvýšení času zatmění při zachování přijatelných hodnot hlavní poloosy, resp. poloměru dráhy. Na tuto část algoritmu však

7.3. ZANEDBANÉ KOSMICKÉ VLIVY

nebyl brán vývojový důraz a nebyla použita žádná optimalizační metoda. Při použití této metodiky bude záležet na charakteru skutečné vesmírné mise a omezení velikosti hlavní poloosy dráhy. Čím dále od vrholu kužele se kosmické těleso dostane, tím větší bude průnik dráhy s objemem oblasti zatmění.

Tato metodika konstruuje oběžné dráhy, které se snaží dostat do stínu Měsíce. Poté sleduje čas, který ve stínu kosmické těleso stráví. Nepočítá však s tím, že stín Měsíce se v průběhu trajektorie kosmického tělesa taktéž pohybuje. Pro přesnější výsledek by bylo třeba tento vliv zahrnout, případně upravit oběžnou dráhu tak, aby se zmaximalizoval čas pobytu v oblasti zatmění.

7.3. Zanedbané kosmické vlivy

Metodika popsaná v této práci se věnuje pouze problému dvou těles. Při výpočtu souřadnic tedy uvažuje pouze systém Země—Slunce či Země—Měsíc. V Sluneční soustavě je ale spousta dalších těles, která způsobují výchylky z eliptické dráhy získané Keplerovou rovnicí. Tyto poruchy dráhy, známé jako pertubace jsou způsobené vzájemným gravitačním působením více těles (problém N těles) a způsobují náhlé, nebo postupné změny elementů dráhy Země a Měsíce [3]. Slapové jevy jsou dalším fyzikálním jevem, který metodika neuvažuje. Jedná se o působení gravitační síly jednoho tělesa na druhé způsobující deformaci tělesa. Tato deformace poté může ovlivnit trajektorii tělesa a její oběžnou dráhu. Příkladem takového jevu je Měsíc, působící slapové jevy na Zemi. Vlivem gravitační síly Měsíce je na povrchu Země vyboulí oceánská voda směrem k Měsíci. Vzhledem k nesynchronicitě oběhu vodní masy a oběhu Měsíce tento jev zapříčiní nejen zpomalení rotace Země vlivem tření oceánské hmoty ale i změnu oběžné rychlosti Měsíce, což způsobí jeho postupné oddalování od Země. Algoritmus taktéž nepočítá s žádnými relativistickými vlivy, celá metodika staví pouze na Newtonovské mechanice.

7.4. Alternativní metody

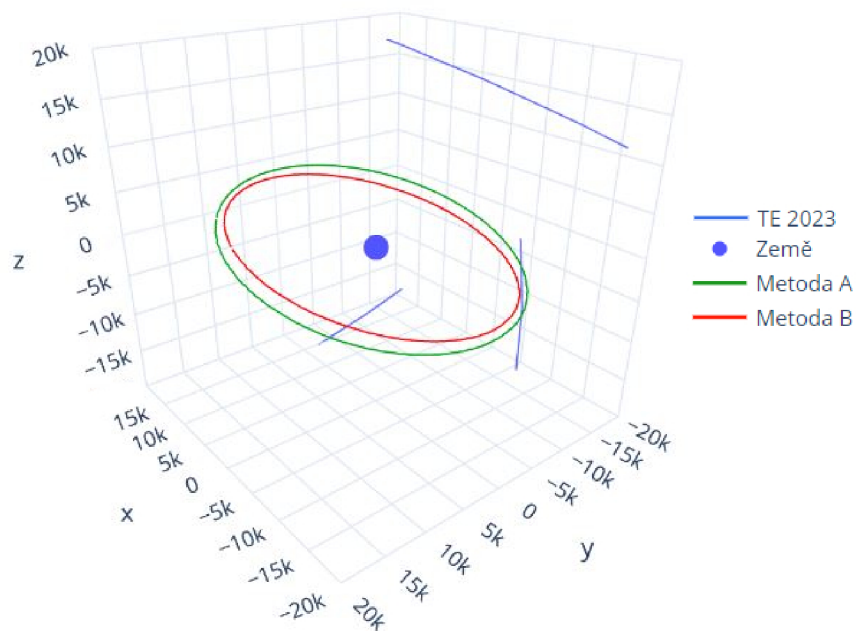
Zajímavým alternativním přístupem, který v některých případech přináší lepší či srovnatelné výsledky, je pozměnění směru vektoru rychlosti. V algoritmu je použit vektor rychlosti, který má směr trajektorie bodu zatmění a je počítán z po sobě jdoucích souřadnic bodu TE . To zajistí správný sklon dráhy, avšak nezajistí optimalizaci délky pobytu v oblasti zatmění Slunce. Pokud by byl vektor rychlosti orientován stejně jako osa kužele, tedy v orientaci přímky Slunce—Měsíc, bude trajektorie procházet stínovým kuželem delší dobu. Tento postup byl otestován pro srovnání s výslednou drahou v roce 2023. Výsledky tohoto srovnání jsou v tabulce 7.4 označeny jako metoda A (použito v algoritmu, vektor rychlosti ve směru trajektorie bodu TE) a B (alternativní metoda, vektor rychlosti ve směru osy stínového kužele).

Z tabulky 7.4 je vidět, že tvar dráhy se téměř nezměnil, avšak orientace rychlosti prodloužila pobyt v oblasti zatmění o více než 3 min. Tato alternativní metoda je však velice citlivá na orientaci kužele, tedy na vzájemnou polohu Slunce a Měsíce. Vizualní znázornění drah je vidět na obrázku 7.2.

7. NAVRŽENÍ DALŠÍHO VÝVOJE ALGORITMU

Tabulka 7.1: Porovnání dvou metod hledání stavového vektoru na dráze v roce 2023

Metoda	A	B
a	16238 km	16238 km
e	0.0	0.0
i	16.779°	16.364°
ω	0°	0°
Ω	289.451°	122.407°
T_e	1.50 min	4.78min



Obrázek 7.2: Vizualizace porovnání dráhy získané alternativní metodou (červená) s metodou použitou v algoritmu (zelená) [44]

8. Závěr

První část této práce se zabývala přehledem vědeckých experimentů a techniky, která slouží k pozorování zatmění Slunce a navržením metodiky hledání oběžných drah kolem Země, které by vhodně navodily podmínky pozorování úplného zatmění Slunce.

V druhé části této práce je popsána metodika hledání těchto drah, které jsou vyjádřeny pomocí elementů dráhy. Každá oběžná dráha má taktéž přiřazenou hodnotu času, kterou by kosmické těleso, obíhající po této dráze strávilo v oblasti úplného zatmění. Metodika pro každý rok najde jednu takovou dráhu. Výsledky ukazují, že nalezené dráhy se pohybují ve výšce orbity od 6 000 km do 11 000 km, přičemž kosmické plavidlo by se v oblasti zatmění pohybovalo až do 4 min. Nejdelší zatmění Slunce na Zemi teoreticky může trvat 7.5 minut, avšak nejdelší zdokumentované zatmění v 21. století trvalo 6.65 minut.

Časové údaje doby zatmění v druhé části se mohou jevit jako nevýhodné oproti pozorování ze zemského povrchu, je však třeba vzít v úvahu třetí část této práce, která popisuje odchylku souřadnic kosmických těles získaných výpočetní metodou algoritmu popsaném v této práci a programu GMAT, vyvinutým společností NASA pro plánování vesmírných misí. Odchylka způsobena nezahrnutými vlivy, může dobu zatmění značně prodloužit, stejně tak jako nástroje popsané v kapitole 7.2. Metodika je tedy validní a při získání souřadnic Měsíce, Země a Slunce v prostoru pomocí pokročilejších programů, jako je GMAT, by byla použitelná pro hledání vhodných oběžných drah.

Významným zvýšením doby pobytu v oblasti zatmění je kapitola 7.4 popisující alternativní přístup ke konstrukci stavového vektoru, který několikanásobně prodlouží čas zatmění. Tato alternativní metoda nebyla zvolena jako primární, právě kvůli třetí části této práce věnující se odchylce souřadnic od modelu GMAT. Výsledky časových údajů by se mohly vlivem odchylky výpočtu lišit a trajektorie bodu vrcholu stínového kužele by mohla mít jiný tvar, který by naopak byl příznivější pro primární metodu hledání stavového vektoru.

Tabulka 8.1: Porovnání časů zatmění získaných pomocí dvou metod

Rok	2023	2024	2025	2026	2027	2028
T_e metoda A	1.50 min	2.1 min	1.4 min	4.0 min	1.35 min	3.3 min
T_e metoda B	4.8 min	4.1 min	5.6 min	4.1 min	5.9 min	4 min

Z výsledků tedy plyne rozsah použitelnosti této metodiky. Při použití přesnějšího nástroje pro hledání souřadnic, který zahrnuje například vlivy popsané v kapitole 7.3 a nikoliv jen výpočet pomocí Keplerovy rovnice, by byly nalezeny dráhy, na kterých k zatmění Slunce skutečně dojde. Tato skutečnost je dokázána například i obrázkem 5.1, kde jsou vykresleny trajektorie vrcholu stínového kužele na dalších šest let - jeden z poznatků poukazujících na nepřesnost výpočtu je periodičita pohybu trajektorie bodu, která je až příliš pravidelná a neodráží skutečnost. Druhým poznatkem je, že vrchol stínu vrhaným Měsícem se nachází až příliš daleko od Země, což je v rozporu s pozorováním úplného zatmění z povrchu planety. Dráhy nalezené momentálním algoritmem jsou tedy spíše demonstrace výstupních hodnot metodiky.

Seznam literatury a použitých zdrojů

- [1] DANĚK, V.; *Mechanika kosmického letu* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2018 [cit. 2023-05-25]. ISBN 978-80-7204-984-4.
- [2] CURTIS, H. D.; *Orbital mechanics for engineering students, Fourth edition* [online] Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2020 [cit. 2023-05-25]. ISBN 978-0-08-102133-0
- [3] BEUTLER, G.; MERVART, L; VERDUN, A. *Methods of Celestial Mechanics: Volume I: Physical, Mathematical, and Numerical Principles* [online] Springer Berlin Heidelberg, 18. 11. 2004 [cit. 2023-05-25]. ISBN 9783540407492
- [4] PETER, H., DWIWEDI, B; *Discovery of the Sun's million-degree hot corona* [online] [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/269513410_Discovery_of_the_Sun%27s_million-degree_hot_corona
- [5] MORGAN, H., DRUCKMÜLLER, M., DING, A., COOPER, J.F., DAW, A., SITTLER, E.C.Jr *Probing the Fundamental Physics of the Solar Corona with Lunar Solar Occultation Observations* [online], 27. 9. 2012 [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11207-012-0115-5>
- [6] VISAKH, U.L.; Kumar 1 and KURIAN, P.J.; *Solar Wind: Origin, Properties and Impact on Earth* [online] [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.intechopen.com/chapters/32530>
- [7] TATUM, J.; *Celestial Mechanics, University of Victoria* [online] [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy___Cosmology/Celestial_Mechanics_\(Tatum\)](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy___Cosmology/Celestial_Mechanics_(Tatum))
- [8] *Space.com - Solar Eclipse temperature drop* [online] [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.space.com/37201-solar-eclipse-temperature-drop.html>
- [9] *Livescience.com - Do other planets have Eclipses?* [online] [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.livescience.com/60037-do-other-planets-have-solar-eclipses.html>
- [10] *Royal Astronomy Society of Canada, Calgary - Sun and transits as seen from other planets* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://calgary.rasc.ca/sun_and_transits.htm
- [11] *NASA 2017 Eclipse - Eclipse 101* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://eclipse2017.nasa.gov/how-eclipses-work>
- [12] *Astronomie.cz - Měsíc v číslech* [online], 24. 4. 2023, [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://mesic.astronomie.cz/mesic-cisla.htm>
- [13] *Space.com - Hybrid Solar Eclipse* [online], 24. 4. 2023, [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.space.com/hybrid-solar-eclipse-guide>

SEZNAM LITERATURY A POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [14] *ESA - Anatomy of the Sun* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2020/01/Anatomy_of_the_Sun
- [15] *Jet Propulsion Laboratory, Solar wind* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.jpl.nasa.gov/nmp/st5/SCIENCE/solarwind.html>
- [16] *The 1919 eclipse results that verified general relativity and their later detractors: A story re-told* [online], 21. 10. 2020, [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsnr.2020.0040>
- [17] *NASA, How SDO sees the Sun* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.nasa.gov/mission_pages/sdo/how-sdo-sees-the-sun
- [18] *ESA, About Proba-2* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Engineering_Technology/Proba_Missions/About_Proba-2
- [19] *NASA, Solar and Heliospheric Observatory* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://soho.nascom.nasa.gov/gallery/images/2cometsstill.html>
- [20] *NASA, Solar Terrestrial Relations Observatory* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.nasa.gov/mission_pages/stereo/news/QUADRATURE.html
- [21] *NASA, Interface Region Imaging Spectrograph, an overview* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://www.nasa.gov/mission_pages/iris/overview/index.html
- [22] *Space.com, Total Solar Eclipses frequency* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.space.com/25644-total-solar-eclipses-frequency-explained.html>
- [23] *NASA, Longest eclipse of 21st century* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: https://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2009/20jul_longestsolareclipse
- [24] *Jet Propulsion Laboratory, System Horizons* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>
- [25] *NASA, Earth fact sheet* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>
- [26] *NASA, Moon fact sheet* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html>
- [27] *NASA, Sun fact sheet* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/sunfact.html>
- [28] *General Mission Analysis Tool* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://documentation.help/GMAT/WelcomeToGmat.html>
- [29] *Time and date, Perihelion and Aphelion* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z: <https://www.timeanddate.com/astronomy/perihelion-aphelion-solstice.html>

SEZNAM LITERATURY A POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [30] *Time and Date, Total Solar Eclipse* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z:
<https://www.timeanddate.com/eclipse/total-solar-eclipse.html>
- [31] *NASA - The moon in motion, Tidal locking* [online], [cit. 2023-05-25]. Dostupné z:
<https://moon.nasa.gov/moon-in-motion/tidal-locking/>

Seznam použitých ilustrací

- [32] Částečné zatmění Slunce pozorované z povrchu Marsu [online] Dostupné z: <https://www.nasa.gov/feature/jpl/nasa-s-perseverance-rover-captures-video-of-solar-eclipse-on-mars>
- [33] Náklon oběžné dráhy Měsíce [online] Dostupné z: https://d32ogooqmya1dw8.cloudfront.net/images/mel/teaching_resources/moon_evidence_3.jpg
- [34] Měsíční Umbra a Penumbra [online] Dostupné z: <https://c.tadst.com/gfx/600x337/annular-solar-eclipse.png?1>
- [35] Pás totality úplného zatmění 8. dubna 2024 [online] Dostupné z: <https://solarsystem.nasa.gov/eclipses/2024/apr-8-total/where-when/>
- [36] Fotografie úplného, prstencového a částečného zatmění Slunce [online] Dostupné z: https://solarsystem.nasa.gov/internal_resources/5746/
- [37] Výron koronální hmoty [online] Dostupné z: <https://www.nasa.gov/content/goddard/what-is-a-coronal-mass-ejection>
- [38] Negativ historické fotografie zatmění Slunce v roce 1919 s značkami pozorovaných hvězd [online] Dostupné z: <https://cdn.mos.cms.futurecdn.net/aaN7Tz8wBPzk-ZQBLgH34MT-1200-80.jpg.webp>
- [39] Solar Dynamics Observatory [online] Dostupné z: https://www.nasa.gov/sites/default/files/styles/full_width_public/images/717632main_Sun-Wavelength-Chart_full.jpg?itok=KywYuHHu
- [40] Dopad komet do Slunce, pozorovaný přes satelit SOHO [online] Dostupné z: https://soho.nascom.nasa.gov/gallery/images/med/2cometsstill_med.jpg
- [41] Vzájemná pozice satelitů STEREO a Země [online] Dostupné z: https://www.nasa.gov/sites/default/files/308784main_st_orbit_800x600.jpg
- [42] Vlastní tvorba v internetovém rozhraní Lucidchart <https://www.lucidchart.com>, 2023
- [43] Vlastní tvorba v programu *Geogebra*, 2023
- [44] Vlastní tvorba ve webovém prostředí *Plotly*, 2023, Dostupné z: <https://chart-studio.plotly.com/>
- [45] Vlastní tvorba ve webovém prostředí *Geogebra 3D* *Geogebra 3D*, 2023, Dostupné z: <https://www.geogebra.org/3d>
- [46] Vlastní tvorba v programu *Microsoft Excel*, 2023