Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Systémové inženýrství

Diplomová práce

Optimalizace portfolia kurzových sázek

Bc. Klára Jetlebová

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Klára Jetlebová

Kvantitativní metody v ekonomice
Systémové inženýrství

Název práce

Optimalizace portfolia kurzových sázek

Název anglicky

Odds betting portfolio optimization

Cíle práce

Hlavním cílem diplomové práce je vyřešit úlohu optimálního rozvržení portfolia při kurzovém sázení, přičemž klíčový výpočet bude proveden na datech z druhého kola senátních voleb.
Dílčí cíle diplomové práce jsou stanoveny:
• Předložit pojmy souvisejících s řešením úlohy optimálního rozvržení portfolia při kurzovém sázení.
• Provést základní výpočet očekávaného výnosu a rizika.
• Vytvořit Markowitzův model pro zvolená data, a to jak prostřednictvím grafického, tak i numerického zpracování.
• Posoudit optimalitu portfolia sázek dle vhodnosti použití nástroji vícekriteriální optimalizace nebo pomocí maximalizace střední hodnoty sázkařovy vhodně definované užitkové funkce.
• Vyřešit úlohu s možností akumulovaných tiketů.

Metodika

Diplomová práce je rozdělena do dvou hlavních částí – teoretická východiska a vlastní práce. Teoretická část práce bude zpracována popisnou metodou na základě kompilace a syntézy poznatků nabytých při studiu literárních zdrojů, legislativy související s kurzovou sázkou, internetových podkladů a nabídky hlavních sázkových kanceláří v České republice.

Ve vlastní části práce budou formulované optimalizační úlohy řešeny analyticky (bude-li to možné), numericky, případně ilustrovány prostřednictvím simulací. Praktická část je rozdělena do čtyř částí:

1) Z informací o výši kurzu a pravděpodobnosti výhry kandidáta budou numericky vypočteny údaje nutné pro stanovení očekávaného výnosu a rizika.

2) Následně bude pro data vytvořen Markowitzův model s cílem nalézt všechna efektivní portfolia, a to s použitím metody Lagrangeových multiplikátorů a maximalizace Sharpeho poměru.

3) Alternativní přístup k Markowitzovu modelu bude aplikována exponenciální užitková funkce, která má za cíl maximalizovat střední hodnotu výnosu. Numerický výpočet bude doplněn o grafické znázornění. Ze získaných hodnot bude pro jednotlivé scénáře sestrojen histogram pravděpodobnostního rozdělení zisku,

k čemuž bude použit program SPSS. Po provedení všech potřebných výpočtů budou výsledky obou alternativních metod komparovány.

4) V závěru vlastní práce bude popsán scénář sázek prostřednictvím akumulovaných tiketů.

Doporučený rozsah práce

60-80 s.

Klíčová slova

Kurzové sázení, diverzifikace rizika, averze k riziku, teorie portfolia, vícekriteriální optimalizace, Markowitzův model, Lagrangeho multiplikátor, Sharpeho poměr, užitková funkce, AKU tikety.

Doporučené zdroje informací

ČIŽINSKÁ, Romana, 2018. Základy finančního řízení podniku. Praha: Grada Publishing. Prosperita firmy. ISBN 978-80-271-0194-8

FOTR, J. – HNILICA, J. *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování.* Praha: Grada, 2014. ISBN 978-80-247-5104-7.

KŇAZOVČÍK, Ladislav, 2009. Jak zbohatnout na kurzových sázkách: kniha úspěšného sázkaře. Brno: Tribun EU. Knihovnicka.cz. ISBN 978-80-7399-755-7

REVENDA, Z. *Peněžní ekonomie a bankovnictví.* Praha: Management Press, 2014. ISBN 978-80-7261-279-6.

SEKERKA, B. – BRČÁK, J. – SVOBODA, R. *Mikroekonomie : teorie a praxe.* Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2013. ISBN 978-80-7380-453-4.

ŠUBRT, T. *Ekonomicko-matematické metody.* Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, s.r.o., 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

Předběžný termín obhajoby

2019/20 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Roman Kvasnička, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 2. 4. 2020

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 2. 4. 2020

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 05. 04. 2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci „Optimalizace portfolia kurzových sázek" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autorka uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 31.3.2020 ______________________________

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala panu Ing. Romanu Kvasničkovi, Ph.D., za vedení mé diplomové práce, trpělivost a cenné rady, které mi věnoval. Také bych chtěla poděkovat panu RNDr. Tomáši Hanzákovi, Ph.D., za poskytnutá data a odborné rady týkající se kurzových sázek a senátních voleb.

Optimalizace portfolia kurzových sázek

Abstrakt

Tato diplomové práce řeší úlohu optimálního rozvržení rozpočtu při kurzovém sázení na jednotlivé sázkové příležitosti považované za nezávislé náhodné jevy s odhadnutými pravděpodobnosti. Uvažován je fixní, shora omezený i zcela neomezený rozpočet sázkaře.

Teoretická část práce se věnuje principům kurzového sázení, riziku a jeho diverzifikaci, užitkové funkci a maximalizaci její střední hodnoty, základním pojmům vícekriteriální optimalizace a Markowitzovu modelu.

V celé praktické části jsou používána data druhého kola senátních voleb. První použitou metodou je Markowitzův model. Pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů je nalezena a graficky znázorněna množina efektivních řešení pro pevný rozpočet. Analyticky je odvozeno složení portfolia maximalizující Sharpeho poměr, které má výsadní postavení v případě opuštění podmínky pevného rozpočtu. Druhým přístupem je maximalizace střední hodnoty exponenciální užitkové funkce. Okrajově se práce věnuje i kumulovaným (AKU) tiketům. Na závěr je diskutována odlišnost reality kurzových sázek na druhém kole senátních voleb od použitých matematických modelů.

Klíčová slova: Kurzové sázení, diverzifikace rizika, averze k riziku, teorie portfolia, vícekriteriální optimalizace, Markowitzův model, Lagrangeův multiplikátor, Sharpeho poměr, užitková funkce, AKU tikety.

Odds betting portfolio optimization

Abstract

This diploma thesis deals with the problem of optimal budget allocation into odds betting on individual betting opportunities considered as independent random events with estimated probabilities. A fixed, upper limited and unlimited bettor's budget is considered.

The theoretical part is devoted to the principles of odds betting, risk and its diversification, utility function and maximization of its expected value, basic concepts of multicriteria optimization and Markowitz model.

Throughout the practical part, the data on the second round of Senate elections are used. The first method used is the Markowitz model. Using the Lagrange multiplier method, the set of efficient solutions for a fixed budget is found and graphically represented. The composition of the portfolio maximizing the Sharpe ratio is analytically derived, which plays a fundamental role in case of relaxing the fixed budget constraint. The second approach used is a maximization of the expected value of an exponential utility function. The thesis also shortly deals with accumulator bets. Finally, the difference between the reality of odds betting on the second round of Senate elections from the mathematical models in use is discussed.

Keywords: Odds betting, risk diversification, risk aversion, portfolio theory, multicriteria optimization, Markowitz model, Lagrange multiplier, Sharpe ratio, utility function, accumulator bets.

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů

Úvod

V roce 2018 hráči celkem utratili v hazardních hrách v ČR 249,5 mld. Kč. Hráčům se v rámci výher vyplatilo 218,2 mld. Kč a 31,3 mld. Kč hráči prohráli (prohraná částka je příjmem provozovatelů). Kurzové sázky on-line a kamenné sázkové kanceláře tvořily celkem 24,1 % z tohoto příjmu (Zaostřeno, 2019). Útrata za hazardní hry meziročně roste a domnívám se, že vnímání kurzových sázek jako možnosti investice je zajímavým tématem.

Tato práce se zabývá především optimalizací portfolia kurzových sázek, přičemž získané teoretické poznatky budou aplikovány na příkladu sázek na výsledky druhých kol senátních voleb v letech 2012 a 2016. Naproti tomu se nevěnuje strategii hráče, informovanosti a „návodem“, jak nejlépe dosahovat zisku v tomto odvětví za pomoci rad a zkušeností. Výchozím předpokladem předkládané práce je, že sázkař je zkušený hráč, je dobře informovaný a pouze se snaží své portfolio diverzifikovat na základě výpočtů pomocí Markowitzova modelu.

Markowitzův model (nazývaný také jako „moderní teorie portfolia“) je jedním z modelů vícekriteriálního rozhodování. Markowitzův model zohledňuje konkrétně dvě kritéria, a to zisk a riziko (Gladiš, 2015, s. 67). Jsou to dva protichůdné cíle, kde se zisk maximalizuje a riziko minimalizuje. Protože na portfolio je často kladena omezující podmínka na celkovou vsazenou (investovanou) částku, jde o úlohu nalezení vázaného extrému. Proto k výpočtu bude využita metoda Lagrangeových multiplikátorů.

V této práci bude také pohlíženo na sázkařovu maximalizaci střední hodnoty užitkové funkce ze zisku a k tomu bude použita metoda maximalizace exponenciální užitkové funkce. Nakonec, přestože při využitém příkladě sázení na výsledky senátních voleb není povolena kumulace, bude řešena varianta s možností akumulované sázky (AKU tiket).

1. Cíl práce a metodika

1.1 Cíl práce

Hlavním cílem diplomové práce je vyřešit úlohu optimálního rozvržení portfolia při kurzovém sázení, přičemž klíčový výpočet bude proveden na datech z druhého kola senátních voleb.

Dílčí cíle diplomové práce jsou stanoveny:

- Předložit pojmy souvisejících s řešením úlohy optimálního rozvržení portfolia při kurzovém sázení.
- Provést základní výpočet očekávaného výnosu a rizika.
- Vytvořit Markowitzův model pro zvolená data, a to jak prostřednictvím grafického, tak i numerického zpracování.
- Posoudit optimalitu portfolia sázek dle vhodnosti použití nástroji vícekriteriální optimalizace nebo pomocí maximalizace střední hodnoty sázkařovy vhodně definované užitkové funkce.
- Vyřešit úlohu s možností akumulovaných tiketů.

1.2 Metodika

Diplomová práce je rozdělena do dvou hlavních částí – teoretická východiska a vlastní práce, která je již praktická. Teoretická část práce bude zpracována popisnou metodou na základě kompilace a syntézy poznatků nabytých při studiu literárních zdrojů, legislativy související s kurzovou sázkou, internetových podkladů a nabídky hlavních sázkových kanceláří v České republice.

Nejdříve bude osvětlen princip kurzových sázek v podmínkách České republiky. V potřebném rozsahu budou následně vyloženy základní pojmy a principy vícekriteriální optimalizace a problematiky užitkových funkcí a maximalizace jejich střední hodnoty v podmínkách náhody.

Řešené problémy budou formulovány jako matematické optimalizační úlohy v rámci příslušného pravděpodobnostního modelu sázek. Stručně prezentována bude matematická teorie portfolia (konkrétně Markowitzův model) a bude ukázána její souvislost s řešenými úlohami optimalizace sázkařského portfolia.

V praktické části práce budou formulované optimalizační úlohy řešeny analyticky (bude-li to možné), anebo numericky, případně ilustrovány pomocí simulací.

Z informací o výši kurzu a pravděpodobnosti výhry kandidáta budou numericky vypočteny údaje nutné pro stanovení očekávaného výnosu a rizika – střední hodnota (E), rozptyl (D) a směrodatná odchylka (SD). Hodnota pravděpodobnosti výhry daného kandidáta pro uskutečnění modelace bude s laskavým svolením poskytnuta RNDr. Tomášem Hanzákem, Ph.D., na základě jím vytvořeného modelu.

Následně bude na data vytvořen Markowitzův model s cílem nalézt všechna efektivní portfolia, a to s použitím metody Lagrangeových multiplikátorů a maximalizace Sharpeho poměru. Těmito kroky dojde k odvození analytického vzorce pro složení efektivního portfolia, které budou následně aplikovány na data z vybraných senátních voleb. Optimalita získaných řešení bude namátkově ověřena prostřednictvím doplňku Řešitel v programu MS Excel.

Alternativní přístup k Markowitzovu modelu bude aplikována exponenciální užitková funkce, která má za cíl maximalizovat střední hodnotu výnosu. Numerický výpočet bude doplněn o grafické znázornění. Ze získaných hodnot bude pro jednotlivé scénáře sestrojen histogram pravděpodobnostního rozdělení zisku, k čemuž bude použit program SPSS. Po provedení všech potřebných výpočtů budou výsledky obou alternativních metod komparovány.

V závěru vlastní práce budou předchozí použité postupy v přiměřené míře aplikovány na stejný datový soubor, ovšem s tím rozdílem, že může být sázka podána prostřednictvím akumulovaných tiketů.

2. Teoretická východiska

2.1 Kurzové sázení

Kurzové sázení je sázková (hazardní) hra, která je pořádaná pořadatelem. Principem je uhodnutí výsledku události sázkařem, podmínkou pro získání výhry je spolu s uhodnutím výsledku události finanční vklad. (Zákon č. 186/2016 Sb.)

Kurzové sázení klade velké nároky na pořadatele, který zvažuje pravděpodobnost jednotlivých možných výsledků dané události a nastavuje dle nich patřičné kurzy. Při zvolení nevhodného kurzu se tak vystavuje finančnímu riziku.

V České republice je kurzové sázení chápáno jako hazardní hra, sázka nebo los, do které sázející vloží sázku a její návratnost se nezaručuje. O výhře nebo prohře rozhoduje zcela nebo zčásti náhoda nebo neznámá okolnost. (Zákon č. 186/2016 Sb.)

Jak uvádí Kňazovčík (2009, s. 19), kurzové sázky jsou takovým typem hry, kde je výhra podmíněna uhodnutím sportovního výsledku, pořadí sportovní soutěže nebo závodu, nebo jiných vypsaných událostí či skutečností. Následná výhra je pak úměrná výši vkladu a výhernímu poměru, ve kterém byla sázka přijata. Míra pravděpodobnosti dané události a vlivy jiných skutečností stanoví míru kurzové sázky.

2.1.1 Pravidla sázení

Sázkařem se může stát člověk, jenž splní následující pravidla, která stanovuje Zákon o hazardních hrách (Zákon č. 186/2016 Sb.). Nejdůležitějším bodem tohoto zákona je plnoletost, neboť dle § 7 odstavec 1 – *„Provozovatel nesmí umožnit účast na hazardní hře osobě mladší 18 let.“* Dále by sázkař neměl mít dluhy nebo dostávat státní podporu. Podle § 29 „Účast na kursové sázce“, se při registraci v sázkové kanceláři musí předložit doklad totožnosti a zaregistrovat se. Sázková kancelář si ověří fyzickou osobu v neveřejném informačním systému veřejné správy, který slouží k zamezení přístupu vyloučených fyzických osob k hazardním hrám. Každý hráč může mít u jednoho provozovatele pouze jedno uživatelské konto.

Níže je citován Zákon o hazardních hrách, Hlava II, Díl 1 (Zákon č. 186/2016 Sb.):

„§ 27 Kursová sázka

(1) Kursová sázka je hazardní hra, u níž je výhra podmíněna uhodnutím sázkové příležitosti.

(2) Sázkovou příležitostí se rozumí zejména sportovní výsledek nebo událost veřejné pozornosti.

(3) Výše výhry je přímo úměrná výhernímu poměru (dále jen „kurs“), ve kterém byla sázka přijata, a výši sázky.

§ 28 Živá kursová sázka

(1) Živá kursová sázka je druh kursové sázky, na kterou jsou sázky přijímány v průběhu konání sázkové příležitosti.

(2) Sázkový tiket živé kursové sázky musí obsahovat přesný časový údaj o přijetí sázky na sázkovou příležitost.

(3) Provozovatel o každé sázkové příležitosti, na kterou přijal živou kursovou sázku, pořídí datový záznam se současným záznamem přesného času. Provozovatel je povinen uchovávat tento záznam po dobu 1 roku.“

Citovaný zákon má samozřejmě více ustanovení týkajících se kurzových sázek. Výše uvedené jsou však ty nejpodstatnější pro předkládanou práci.

2.1.2 Výklad pojmů

Pro sázení jsou důležitá nejen pravidla, ale také pojmy v nich používané. Níže je přehled nejdůležitějších pojmů v oblasti sázek, se kterými se sázkař může setkat. Pokud není uvedeno jinak, jsou pojmy z prostředí kurzových sázek zpracovány na základě zveřejněných pravidel sázek společnosti Tipsport.net (Podrobná pravidla sázek, 2016).

Událost – sportovní nebo jiná akce, která je vypsána a zveřejněna sázkovou kanceláří. Na každou událost sázková kancelář vypíše takzvanou příležitost.

Příležitost – jeden z možných výsledků události. Ve sportovním utkání může příležitost vypadat následovně:

- 1 – výhra domácích,
- 10 – neprohra domácích (to znamená, že buď domácí vyhrají, nebo bude remíza).
- 0 – remíza,
- 2 – výhra hostů,

- 02 – neprohra hostů (to znamená, že buď domácí vyhrají, nebo bude remíza),
- 3:1 – tip na přesný výsledek.

Dále společnost Tipsport.net uvádí různé specifikace u různých sportů. U fotbalu a hokeje jí je například handicap. Jedná se o sázku na příležitost, kdy jeden z týmů vyhraje s vyšším gólovým rozdílem. Je tak možné tipovat, zda tým vyhraje s určitým minimálním bodovým náskokem. To znamená, že pokud domácí budou mít například handicap −1 gól, z konečného výsledku se domácím tato branka odečte. Výherní tiket je pak ten, ve kterém jsou i po odečtení branky domácí stále vyhrávajícími. Například 2:0 je i po zohlednění handicapu výherní.

Dále je u těchto sportů obvykle možnost vsadit kromě samotného výsledku zápasu také na velmi specifické eventuality, jako je například výsledek bez remízy, kdo vstřelí následující branku nebo x-tý gól v zápase, počet gólů v zápase, kdo vyhraje zbývající část utkání nebo prvního, respektive druhého poločasu nebo počty dvouminutových trestů v hokeji (Nápověda, ©2020).

V tenise je možné sázet na vítěze některého z jednotlivých setů, přesný výsledek utkání nebo vítěze daného gamu v daném setu.

Petronius (2015, s. 50–51) se zmiňuje o tzv. under x nebo over x. To jsou takové sázky, které určují výherní sázku za předpokladu, že byl tip nad nebo pod danou hranicí. Například u under x vsadíme, že padne pod 2,5 gólu (0, 1, nebo 2 góly). Nemusí se jednat pouze o konečný počet gólů, ale také například počet gólů v poločase, počet udělených žlutých nebo červených karet, rohů, bodů a mnoho dalšího.

Každý sport je ovšem jiný a díky tomu je opravdu nepřeberné množství druhů sázek. Každý sázkař se může seznámit s jiným druhem sázek podle toho, kterému sportu nebo společenským událostem rozumí. Tato diplomová práce bude ilustrovat výpočet na datech senátních voleb v ČR (společenská sázka). U společenských sázek se může obvykle sázet na vítěze, na to, zda se událost uskuteční či nikoli, nebo například s kolika procenty kandidát vyhraje atd.

Ke každé příležitosti je pořadatelem sázky vypsán kurz. **Kurzem** je myšleno číslo, které vyjadřuje pravděpodobnost výsledku a možnou výhru. Hodnota kurzu je číslo vyšší než jedna, horní hranice není omezena. Například pokud bude vsazeno 100 Kč na příležitost s vypsaným kurzem 1,25, potenciální výhra bude 125 Kč (po odečtení vstupních prostředků je v takovém případě zisk 25 Kč). Kurz je proměnlivý v čase díky principu nabídky a poptávky na trhu, někdy i v důsledku nových informací.

Tiket neboli sázenka je písemný doklad pro sázejícího o uzavřené sázce. Sázková kancelář sázejícímu vyplatí výhru pouze při předložení výherního tiketu. Předložení výherního tiketu platí pouze u sázek provedených v kamenných sázkových kancelářích, on-line systémy mají vytvořeny plnohodnotné verze elektronických tiketů, které jsou již se sázejícím pevně provázány. Dalšími důležitými pojmy jsou tzv. předzápasový kurz a live kurzy. **Předzápasové kurzy** jsou kurzy, které jsou vidět na webových stránkách nebo v kamenných sázkových kanceláří ještě před tím, než daný zápas začne. **Live kurzy** jsou vypsány až po započetí daného zápasu a lze na ně sázet pouze on-line. Tyto kurzy jsou během zápasu proměnlivé.

2.1.3 Typy sázek

Existují různé typy a druhy sázek. Typem sázek může být **jednoduchá sázka** (také sólo tiket), kdy vsadíme pouze na jednu příležitost. Dále může být **akumulovaná sázka** (AKU). AKU sázka, je taková sázka, při které sázkař v rámci jednoho tiketu vsadí na výsledky více zápasů. Celkový kurz na AKU sázce je součinem jednotlivých kurzů. Nárok na výhru má sázející za předpokladu, že všechny příležitosti byly správně tipovány (Petronius, 2015, s. 61).

Například při akumulované sázce na fotbal, že vyhraje Sparta Praha v zápase se Zlínem s kurzem 1,50, a v hokejovém zápase Nových Zámků s Košicemi dojde k výhře Nových Zámků s kurzem 4,80. Celkový kurz je tedy 7,2. Když sázkař vsadí 100 Kč na tento tiket, pak v případě výhry (všechny události na tiketu jsou správné) získá 720 Kč. Jeho čistý zisk je 620 Kč.

Neexistují jen tyto dva typy sázek, je jich mnohem více. Například tutovka, teaser sázka, podmíněné sázky, skupinový tiket, handicapované sázky, dlouhodobé sázky atd. (Druhy a typy kurzových sázek, 2020).

2.1.4 Sázka jako investice

Sázení lze chápat z několika pohledů. Někdo sází pro zábavu, rekreačně, někdo je na sázení závislý a někdo to bere jako investici. Kurzové sázení se chová obdobně jako investování na finančních trzích, a to svou podstatou, principy a zákonitostmi. I zde se tvoří nabídka a poptávka. Nabízejícím jsou zde sázkové kanceláře a sázkař se nachází v roli poptávajícího.

Jestli je sázení hazardem, nebo investicí, rozhoduje pouze chování sázkaře. Jako hazard se označuje ve chvíli, kdy sázkař vsadí i přes to, že předem ví o své nevýhodě, a přitom doufá, že vyhraje. Takto sázkové kanceláře z dlouhodobého hlediska dosahují zisku. Obdobná situace nastává i při obchodování na burze, kde se může s určitým přístupem „sázkaře" jednat také o hazard. Zde se nesbírají informace o hráčích, týmech nebo rozhodčích, ale o chování firmy, finančních výkazech a o budoucím vývoji firmy.

U obou případů investor/sázkař očekává zhodnocení. Tedy vrácení investice a dosahovaní zisku. Důležité je si vybrat téma, jež investora/sázkaře baví. Pokud je to ekonomika a analyzování výkazů a finančních zpráv, je vhodné se zaměřit na obchodování na burze. Jestli je to ovšem hokej či jiná sportovní událost, je dobré se specializovat na kurzové sázení. Z pohledu zhodnocení financí mohou být kurzové sázky výhodnou investicí s vysokou a téměř okamžitou návratností (Petronius, 2015, s. 15).

Rysem dobrého sázkaře, který vykazuje zisk, je sázení do oblastí, kterým rozumí. Tím je myšleno, že sázkař, který se nevyzná v určitém sportu či společenské příležitosti, by na tyto příležitosti neměl sázet. Vhodné je vybrat si pár soutěží, jim věnovat čas a pečlivě je sledovat. Sázkař si díky tomu může vést pečlivé statistiky jednotlivých klubů či sportovců a zvýšit si tak svou pravděpodobnost na výhru.

Na internetu i v mnoha tištěných publikacích lze najít různá pravidla zodpovědného a dlouhodobě udržitelného sázení, někdy souhrnně označovaná jako tzv. money management. Jde o systémy zásad pro zacházení s financemi a řízení vkladů sázek. Tato pravidla byla do velké míry převzata z obchodování na finančních trzích. Samozřejmě jejich následování není zárukou dlouhodobého výdělku sázkaře a na mnohých z nich by jistě mezi profesionálními sázkaři nepanovala shoda.

Ať už se obchoduje na burze nebo vsází kurzové sázky, je podle Běloty (2011, s. 58) dobré držet se základního pravidla rozložení svého rizika, a to nevsázet do jednoho tipu více než 3–5 % z celkové sumy, kterou má sázkař k dispozici.

Bělota (2011, s.61) také v souvislosti s money managementem vyzdvihuje vedení záznamů o vlastních sázkách. Jsou důležité pro vyhodnocení, u kterých sázek se sázejícímu daří případně u kterých se dopustil chyb. Vhodné je proto dle autora po zápasech nebo jiných událostech výsledky zaznamenávat a sázky vyhodnocovat. Dále je také prospěšné již po uskutečnění sázky zapsat zůstatek na hráčském účtu, aby sázkař měl před případnou další sázkou dostatečné informace o výši svých prostředků.

Petronius (2015, s. 59–60) uvádí následující základní pravidla pro money management:

- Používání peněz, které neohrozí osobní nebo domácí rozpočet.
- Stanovení si částky na určité období a tuto částku nepřekračovat.
- Stanovení maximální denní částky, kterou sázkař může vsadit. Obvykle 3–7 % z vyčleněných prostředků.
- Určení si rozsahu kurzů, na které může sázkař vsázet.
- Sázet jednoduché sázky, nebo AKU sázky s maximálně dvěma příležitostmi.
- Vybírat sázkové kanceláře s vysokými kurzy a vysokým výplatním poměrem.
- Nesázet pod vlivem omamných látek, alkoholu nebo v negativním rozpoložení.
- V případě prohry mít chladné emoce.
- A posledním je dodržovat si stanovená pravidla.

Tato diplomová práce se zaměřuje jen na určitou velice specifickou oblast řízení vkladů sázek, a to na vhodné rozložení celkového rozpočtu mezi několik v daný okamžik dostupných sázkových příležitostí. Zde je přímá analogie s optimalizací portfolia cenných papírů, kdy se snažíme dosáhnout vysokého očekávaného výnosu při nízké rizikovosti investice. Práce se tedy především vůbec nevěnuje řízení rozpočtu sázkaře a sázek v delším časovém období, ani neřeší vztah objemu vsázených prostředků k rozpočtu sázkařovy domácnosti či emocionální aspekt sázení (s výjimkou lidem přirozené averze vůči riziku).

2.2 Riziko a nejistota

Riziko a nejistota jsou u většiny lidských aktivit významným atributem. Zejména u podnikatelských aktivit, výzkumu a vývoji, zavádění, vstupu na trh, fúze a akvizice nebo také investice. Jsou to příklady aktivit, jejichž budoucí výsledky jsou nejisté. Mohou se od plánovaných výsledků lišit ať už pozitivně, či negativně. Shrnuto v jedné větě: *„Riziko je pojem, který označuje nejistý výsledek s možným nežádoucím stavem.“* (Rizika (Risks), ©2011-2016)

Bohužel ani velice kvalitní příprava neznamená odstranění rizika a nejistoty. Jak uvádí Fotr a Hnilica (2014, s. 12), rizika a nejistoty jsou z větší části neovlivnitelné, jejich odstranění nezaručuje dosažení nejlepších nebo očekávaných výsledků. Proto je důležité je zvažovat, zhodnocovat a na základě tohoto procesu rozhodnout o přijetí či zamítnutí příležitosti nejen v budoucím investování.

Fotr a Hnilica (2014, s. 13) dále uvádí důležité body, které kvalitní příprava projektů, jejich hodnocení a výběr vyžadují:

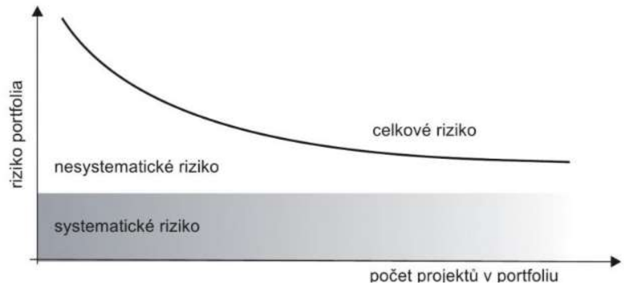
- najít takové rizika a nejistoty, které ovlivňují výsledky projektů,
- posoudit jejich význam,
- určit dopady těchto rizik a nejistot,
- posoudit přijatelnost či nepřijatelnost těchto rizik a nejistot,
- zajistit opatření na zmenšení rizik a nejistot v projektu.

2.2.1 Diverzifikace rizika

Nejzávažnějšími riziky v portfoliu pro investora jsou rizika tržní a operační. Tržní riziko obsahuje finanční deriváty a další některé položky, které reagují na případné změny tržních cen. Operační riziko je spojeno s lidským faktorem, informačními technologiemi, interními procesy v bankách a vnějšími událostmi. (Revenda 2014, s. 252)

Proti těmto rizikům se musí investor bránit, rizika ovšem nelze zcela odstranit, jen eliminovat. S eliminací rizika souvisí pojem diverzifikace. Diverzifikace je rozložení rizika takovým způsobem, že se peníze vloží do různých typů investic, do obligací, akcií, peněžního trhu a podobně. Také v jednom odvětví se může diverzifikovat a to tak, že se nakoupí například více akcií za méně peněz u více podniků. Takto se výrazně sníží dopad výkyvů cen jednotlivých akcií na celou hodnotu portfolia. (Gladiš, 2005, s. 23)

Fotr a Hnilica (2014, s. 264) uvádějí, že existují hospodářské projekty, které jsou pozitivně korelované, a méně se vyskytují negativně korelované, resp. statisticky nezávislé. Příčinou je systematické riziko, které je vyvoláno společnými faktory pro všechny projekty a firmy. Systematické riziko je pozitivně korelováno, jak je vidět na níže uvedeném Obrázek 1. Autoři tuto situaci ilustrují například na faktu, že v případě pozitivního vývoje ekonomiky se hospodářské výsledky firem zlepšují a v případě nepřízně zhoršují. Druhá složka rizika je riziko nesystematické. Takové riziko je pro každou firmu specifické kvůli odlišnosti firem, resp. projektů.



Obrázek 1 – Celkové riziko portfolia

Zdroj: Fotr, Hnilica, 2014

Markowitzův selektivní model říká, že pokud je portfolio dobře sestaveno, může být jeho riziko nižší, než je vážený průměr rizik jednotlivých investic, které jsou obsaženy v tomto portfoliu. Více je popsáno v kapitole 2.5.2.

2.2.2 Postoj vůči riziku

V oblasti investičního rozhodování Fotr a Hnilica (2014, s. 64) předkládají tři základní postoje investora k riziku a blíže je specifikují. Prvním z nich je averze k riziku, při kterém se investor snaží vyhnout takovým investicím, jež jsou vysoce rizikové a vyhledává ty, které mají vysokou pravděpodobnost zisku a jsou málo rizikové.

Dalším postojem je dle autorů sklon k riziku, při něm investor naopak rizikové investice vyhledává. Investor se potýká s vyšším nebezpečím ztráty, na druhou stranu při dosažení dobrých výsledků má naději na vysoké zisky.

Posledním je neutrální postoj k riziku. Investor v takovém případě nemá ani averzi, ani sklon k riziku.

Jaký má investor postoj k riziku, se projeví na jeho chování v situaci, kdy má možnost se rozhodnout mezi dvěma nebo více investicemi, které jsou stejně výnosné. Zda jsou stejně výnosné investorovi udává střední hodnota výnosového kritéria. Rozdílem mezi těmito investicemi je jejich riziko. Míru rizika investice můžeme měřit např. rozptylem náhodného výnosu investice. Čím větší hodnotu rozptyl má, tím vyšší představuje riziko pro investora, a naopak. (Fotr, Hnilica 2014, s. 64)

Existuje nástroj, kterým lze vyjádřit postoj subjektu k riziku. Tímto nástrojem je funkce užitku za rizika. Tato funkce umí převádět nejisté hodnoty kritéria hodnocení rizikových variant na ohodnocení, které nemá rozměr, a to v intervalu od nuly do jedné. Tvar této funkce vyjadřuje postoj rozhodovatele k riziku. V případě, že je averzní vůči riziku, tvar funkce je konkávní a v případě se sklonem k riziku je tvar funkce konvexní. Nakonec pro rozhodovatele s neutrálním postojem k riziku je tvar funkce lineární. (Fotr, Hnilica, 2014, s. 65)

2.3 Funkce užitku

Obecně v mikroekonomii je užitek vyjádřením subjektivního pocitu uspokojení nebo potěšení ze spotřebovaného statku nebo služby. Za předpokladu racionálně uvažujícího spotřebitele se užitek bude maximalizovat. (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 69–70)

Jedna z možných aplikací konceptu užitku je použít užitkovou funkci k ohodnocení jednotlivých portfolií z hlediska jejich středního výnosu a rizika. Užitek pak bude rostoucí funkcí středního výnosu (ten je žádoucím „statkem“) a klesající funkcí rizika (to je nežádoucím „statkem“) (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 87). Pro tento účel nám plně postačí tzv. ordinalistická teorie užitku, která nevyžaduje kvantifikaci užitku, ale pouze uspořádání variant dle užitku.

Ordinalistická teorie zavádí užitkovou funkci (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 79) tak, že platí

$$q_A > q_B \leftrightarrow U(q_A) > U(q_B), \tag{1}$$

kde $q_A = (q_{1A}, q_{2A}), q_B = (q_{1B}, q_{2B})$ jsou kombinace množství statků 1 a 2. V případě, že spotřebitel preferuje kombinaci statků q_A před q_B, pak užitek ze spotřeby kombinace A je vyšší než užitek ze spotřeby kombinace B.

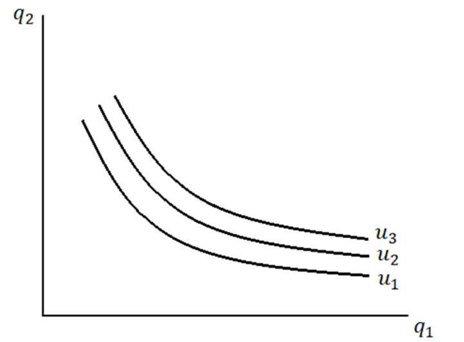
Za pomoci užitkové funkce lze definovat indiferenční křivku (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 79):

$$T(q_A) = \{q = (q_1, q_2); U(q) = U(q_A)\}. \tag{2}$$

Indiferenční křivky graficky znázorňují teorii volby spotřebitele. Zobrazují všechny kombinace dvou statků, jejichž spotřeba přinese pro spotřebitele stejný užitek. Indiferenční křivku lze vyjádřit jako:

$$u = U(q_{1,}q_2), \qquad (3)$$

kde u je konstanta. Indiferenční křivky pro různé hladiny užitku můžeme graficky znázornit, jako zobrazuje Obrázek 2 (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 80).



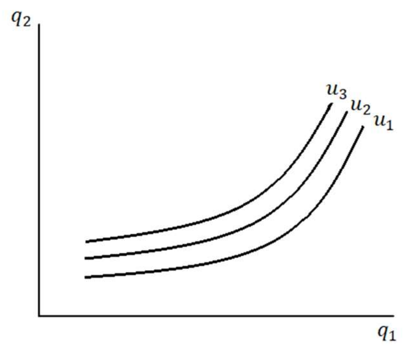
Obrázek 2 – Síť indiferenčních křivek v modelu dvou statků

Zdroj: Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 81

Křivka, která je dále od počátku, znázorňuje spotřebiteli vyšší užitek než křivka blíže k počátku. Takovýmto způsobem lze seřadit všechny kombinace statků dle celkového užitku.

Do teď bylo uvažováno o spotřebě statků, které jsou pro spotřebitele žádoucí. Ovšem může nastat situace, kdy je spotřebitel nucen spotřebovávat kombinaci žádoucího statku a nežádoucího. Tedy žádoucí bude přinášet užitek a nežádoucí užitek bude snižovat. V tomto případě budou indiferenční křivky vypadat jako na

Obrázek 3 (Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 87). V této práci se s takovouto křivkou setkáme při výběru optimálního portfolia, kde žádoucím bude výnos a nežádoucí bude riziko.



Obrázek 3 – Indiferenční křivky žádoucího a nežádoucího statku

Zdroj: Brčák, Sekerka, Svoboda, 2013, s. 87

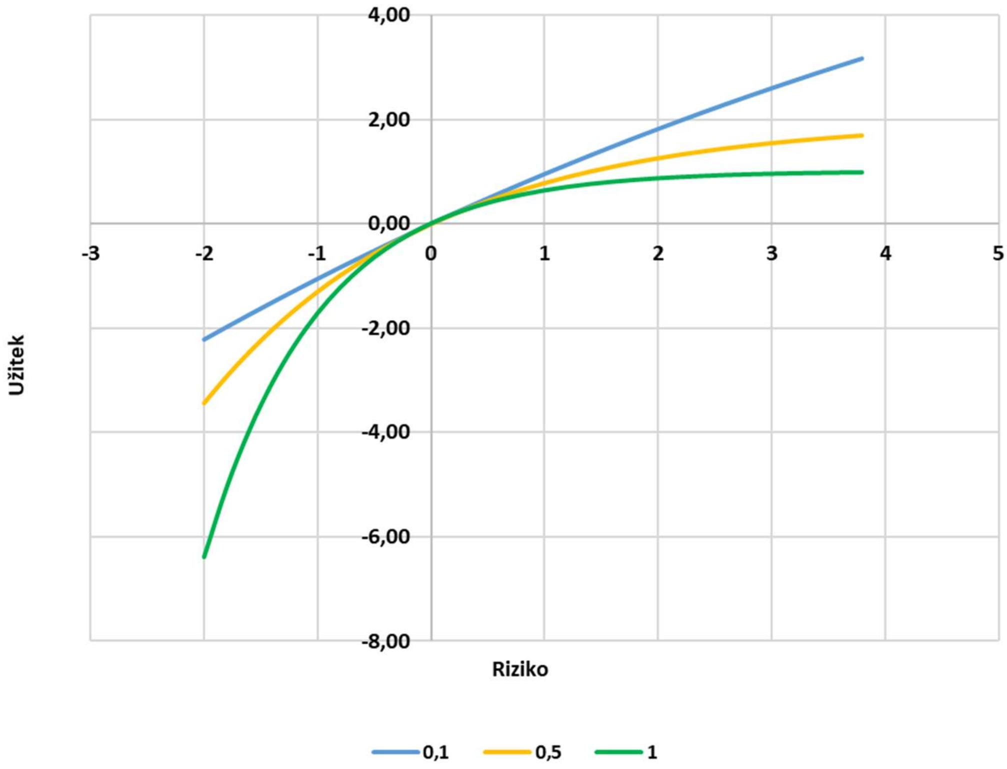
Zcela jiné využití teorie užitku pro optimalizaci portfolia představuje koncept maximalizace střední hodnoty užitku. Ten je možné použít ve chvíli, kdy výsledek rozhodnutí (např. investice) je závislý nejen na našem rozhodnutí (např. volbě vah složek aktiv v portfoliu), ale i na neodstranitelném prvku náhody. Každé přípustné portfolio je tak charakterizováno pravděpodobnostním rozdělením zisku (resp. ztráty v případě záporných hodnot zisku).

Úloha maximalizovat střední hodnotu zisku logicky vede k investici co největšího objemu prostředků do co nejvýnosnějšího aktiva a vůbec nebere v potaz hledisko rizika a averze vůči němu. Možným řešením je místo střední hodnoty zisku samotného maximalizovat střední hodnotu vhodně definované užitkové funkce toho zisku (jelikož zisk je náhodnou veličinou, je náhodnou veličinou i užitek plynoucí ze zisku). Užitková funkce by měla nabývat reálných hodnot (ne nutně pouze kladných), být pokud možno definována na celé reálné přímce a být neklesající funkcí zisku. Užitkové funkce v praxi bývají typicky konkávní, čímž v sobě zahrnují averzi vůči riziku.

V kapitole 3.4 bude použita tzv. *exponenciální užitková funkce*, definovaná následujícím vzorcem:

$$u(z) = \begin{Bmatrix} \frac{1-e^{-az}}{a} & a \neq 0 \\ z & a = 0 \end{Bmatrix}, \tag{4}$$

kde z je výše zisku (v určitých peněžních jednotkách) a a je parametr určující míru preference či averze k riziku (Monahan, 2000, s. 489). V našem případě bude $a > 0$, což vede ke konkávním funkcím reprezentujícím větší či menší míru averze vůči riziku.



Obrázek 4 – Exponenciální užitková funkce

Zdroj: vlastní zpracování

2.4 Vícekriteriální optimalizace

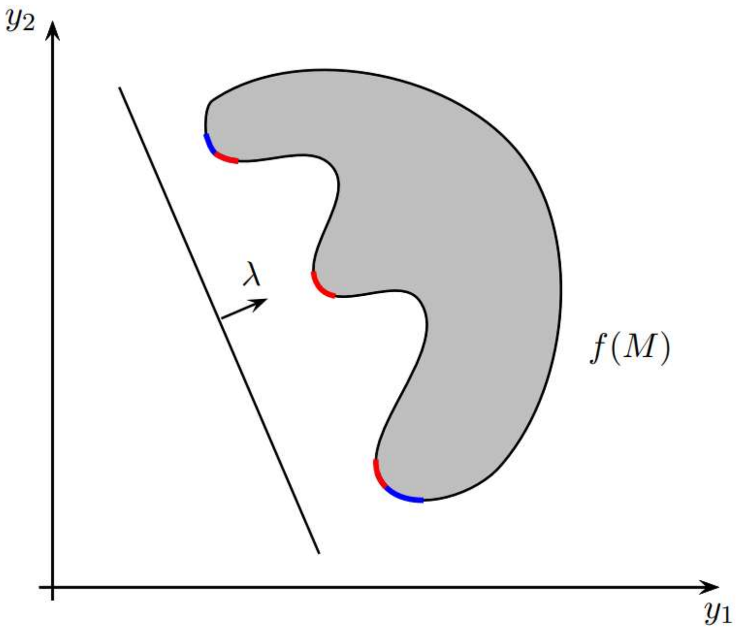
Ještě před postoupením k moderní teorii portfolia je nutné zavést potřebné základní pojmy a tvrzení z vícekriteriální optimalizace. Vícekriteriální optimalizací se rozumí hledání optimálního řešení z množiny přípustných řešení, kde jednotlivá řešení jsou ohodnocena více než jednou reálnou účelovou funkcí, resp. můžeme mluvit o vícerozměrné účelové funkci. Odtud také pochází název „vícekriteriální“ – úloha obsahuje více než jedno kritérium pro výběr optimálního řešení. (Šubrt, 2015, s. 162)

Tzv. ideální řešení, které by dosahovalo optimální hodnoty ve všech kritériích, v praxi zřídkakdy existuje. Proto se musíme spokojit s hledáním tzv. kompromisního řešení. Prvním krokem na cestě k určení kompromisního řešení je pojem **dominance řešení** (Šubrt, 2015, s. 166). Řešení A je dominované jiným řešením B, pokud hodnoty všech kritérií pro řešení B jsou alespoň tak dobré jako v případě řešení A a u alespoň jednoho kritéria dokonce ostře lepší. Je zcela logické, že řešení A, které je dominované nějakým jiným řešením B, nemůže nikdy být optimálním řešením – bez ohledu na různé váhy, které mohou být přikládány jednotlivým variantám.

Další důležitý pojem je tzv. **efektivní řešení** (též nedominované řešení, paretovsky optimální řešení). Jde o takové řešení, které není dominované žádným jiným přípustným řešením. Množina efektivních řešení tvoří přirozenou množinu řešení, mezi kterými má smysl se rozhodovat. Volba konkrétního efektivního řešení z této množiny a jeho prohlášení za zvolené „kompromisní“ řešení je pak již závislá na důležitosti, jež je přisouzena jednotlivým kritériím (a je tedy ve spoustě situací i subjektivní). (Šubrt, 2015, s. 166)

Definice efektivního řešení sama o sobě není příliš praktická pro hledání množiny všech efektivních řešení (pokud neuvažujeme situace malého konečného počtu přípustných řešení). Naštěstí existuje v praxi použitelný postup, jak tuto množinu sestrojit. Jde o převedení úlohy vícekriteriální optimalizace na úlohu s jednou účelovou funkcí a její následné řešení vhodnými prostředky (včetně výpočetních – numerických). Jednorozměrná účelová funkce vznikne jako lineární kombinace jednotlivých kritérií s daným kladným vektorem vah. Je zřejmé, že každé optimální řešení každé takové jednorozměrné optimalizační úlohy (pro libovolný kladný vektor vah) je efektivním řešením. (Šubrt, 2015, s. 165–166)

Vzniká přirozená otázka, zda i naopak každé efektivní řešení vícekriteriální optimalizační úlohy je optimálním řešením pomocné jednorozměrné optimalizační úlohy pro nějaký vhodně zvolený kladný (či eventuálně nezáporný) vektor vah. Obecně tomu tak není, o čemž se lze snadno přesvědčit konstrukcí jednoduchého protipříkladu. Např. na obrázku číslo 5 je znázorněn obraz množiny přípustných řešení M v dvourozměrné rovině hodnot minimalizovaných účelových funkcí (y_1, y_2) s naznačením spádnice pro jednu konkrétní volbu váhového vektoru λ. Modře jsou vyznačeny obrazy efektivních řešení, která je možné získat jako optimální řešení jednorozměrné optimalizační úlohy, červeně pak další efektivní řešení, která touto metodou nalezeny být nemohou.



Obrázek 5 – Hledání efektivních řešení

Zdroj: Hladík, 2018

Ovšem odpověď na výše položenou otázku je kladná v případě, že množina přípustných řešení je konvexní, minimalizované účelové funkce jsou konvexní a maximalizované účelové funkce jsou konkávní (Hladík, 2018 s. 9–10). Jak bude zřejmé dále, v případě aplikace na optimalizaci sázkového portfolia bude předpoklad konvexnosti splněn.

2.5 Moderní teorie portfolia

Už v padesátých letech minulého století ekonom Harry Markowitz přišel s moderní teorií portfolia (Modern Portfolio Theory, MPT), která se v příštích letech stala základním kamenem finanční teorie. I když se základy této teorie objevily už dříve, tak díky Harrymu Markowitzovi došlo k popularizaci tohoto přístupu. Proto moderní teorie portfolia je také označována jako Markowitzova. S touto teorií byly zavedeny pojmy jako je averze k riziku, systematické a nesystematické riziko, rizikově upravený výnos, volatilita jako definice rizika a podobně (Gladiš, 2015, s. 67).

Markowitz dokázal odpovědět na otázku, jestli celkové riziko portfolia je ekvivalentní součtu rizik individuálních aktiv, která ho tvoří. Tímto poprvé formálně vytyčil koncepci diverzifikace portfolia. Ekonomové již dříve pracovali poměrně volně s koncepcí výnosu a rizika, zároveň se však nepokoušeli kvantifikovat tyto veličiny. (Revenda, 2014, s. 188).

Markowitz (1952, s. 77) ve svém článku uvádí, že portfolio lze rozdělit do dvou fází. V první fázi investor pozoruje a sbírá zkušenosti o očekávané výkonnosti aktiv. Ve druhé fázi na základě těchto očekávaných výkonnostních aktiv vybírá portfolio. Tímto způsobem investor své portfolio vybírá tak, aby splnilo cíl ze dvou hledisek. Prvním cílem autor označuje maximalizaci očekávaných výnosů a druhým cílem minimalizaci očekávaného rizika. Kdyby investor měl jen první cíl, zvolil by aktivum s nejvyšším výnosem, ale aktiva s nejvyšším výnosem obsahují z pravidla vyšší prvek nejistoty.

Markowitzův model zahrnuje i tato hlediska, a proto je považován za průlomový. Poprvé formálně stanovil pojetí diverzifikace portfolia a ukázal, jak a proč diverzifikace portfolia snižuje rizika investorů. Markowitzův selektivní model podle Revenda (2014, s. 188) je založen na níže uvedených předpokladech:

1. *„investoři jsou averzní vůči riziku;*
2. *všichni investoři investují na stejně dlouhé období;*
3. *investiční rozhodování je uskutečněno na základě očekávaných užitků;*
4. *svá investiční rozhodnutí si investoři vytvářejí na základě očekávaného výnosu a rizika, které stanovují na základě směrodatných odchylek;*
5. *existují dokonalé kapitálové trhy.“*

2.5.1 Vlastnosti Markowitzova modelu

Jak bylo výše uvedeno, Markowitzův model se skládá ze dvou hledisek. Prvním je maximalizování zisku a druhým minimalizování rizika. Aby mohl investor vybrat konkrétní portfolio, je zapotřebí stanovit směrodatné odchylky, které určují míru rizika a střední hodnoty, které ukazují očekávanou výnosnost. Díky těmto hodnotám si může investor na základě svého postoje k riziku vybrat takové portfolio, jež je pro něj optimální.

Očekávaný výnos portfolia

Racionálně uvažující investoři, kteří se snaží snížit riziko, neinvestují do jediného investičního instrumentu, ale snaží se investovat do kombinace více instrumentů. Tato výsledná kombinace se označuje jako portfolio. Očekávaná míra výnosu portfolia je pak váženým průměrem výnosů jednotlivých investic. Váhy jsou podíly jednotlivých investičních instrumentů na celkovém portfoliu. (Čižinská, 2018, s. 121)

Jednou z možností, jak prakticky provést výpočet střední hodnoty výnosu dané investice (portfolia), je uvažovat konečné množství scénářů budoucího vývoje. Poté se střední hodnota výnosu spočte jako vážený průměr výnosů při jednotlivých variantách vývoje (váženo jejich pravděpodobnostmi):

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \tag{5}$$

Kde:

$E(X)$ – očekávaná míra výnosu investice X,

n – počet možných výsledků,

x_i – výnos investice při i-té variantě budoucího vývoje,

p_i – pravděpodobnost výskytu i-té varianty budoucího vývoje.

Podobným způsobem (pomocí variant budoucího vývoje) lze získat i jiné charakteristiky pravděpodobnostního rozdělení náhodného výnosu portfolia než jen jeho střední hodnotu, včetně např. percentilů rozdělení či grafického znázornění tvaru tohoto rozdělení.

Očekávané riziko portfolia

Investování je spojeno s rizikem, tzn. že dochází k odchylce od očekávaného stavu, kdy investor nezíská očekávaný výnos. Riziko určují charakteristiky variability, jež ukazují kolísání nebo proměnlivost jednotlivých hodnot náhodné veličiny kolem dané střední hodnoty. Nejčastěji charakteristiku variability popisují rozptyl a směrodatná odchylka. (Svatošová, Kába, 2007, s. 22)

Rozptyl *D(X)* investice lze tedy vyjádřit jako:

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(X)]^2 \cdot p_i \tag{6}$$

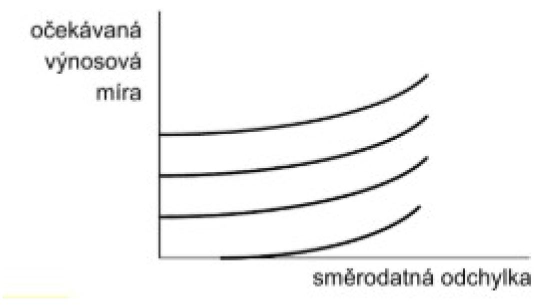
A směrodatnou odchylku $\sigma(X)$ investic jako (Svatošová, Kába, 2007, s. 22):

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \tag{7}$$

Křivky indiference

Ve chvíli, kdy je dána množina portfolií, investor by si měl stanovit očekávanou výnosnost a riziko při změně výnosnosti těchto portfolií. Dále při rozhodování, které portfolio zvolit, by se měl opírat o svůj postoj k riziku a výnosnosti. Tento postoj lze vyjádřit křivkami indiference. (Teorie portfolia, ©2020)

Jedna křivka indiference znázorňuje všechna portfolia, které jsou pro investora stejně vyhovující. Je to tedy hypotetická čára znázorňující vztah mezi rizikem a výnosem dané investice. Takových křivek je nekonečně mnoho a jsou navzájem „rovnoběžné“, tedy nemohou se protínat. Pro investora s averzí k riziku je nejideálnější taková indiferenční křivka, která je položena nejvíce vlevo (leží výš než ostatní křivky). Taková křivka zobrazuje větší výnos s nižším rizikem. (Čámský, 2007, s. 17-18)

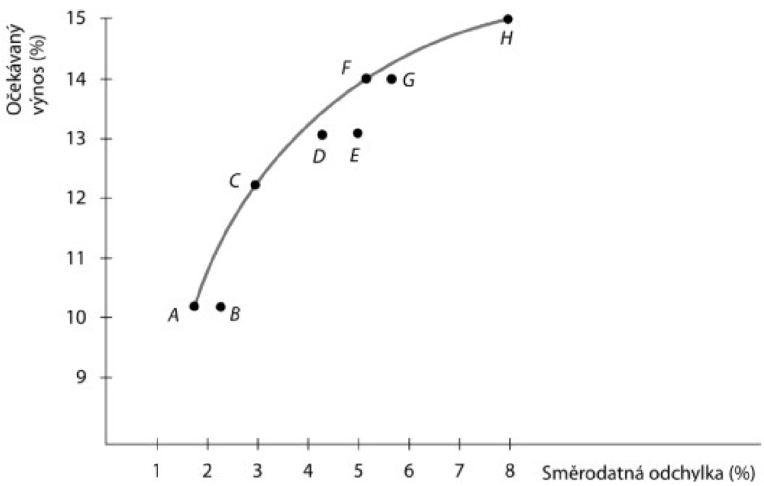


Obrázek 6 – Křivky indiference

Zdroj: Nývltová a Režňáková, 2007

Optimální portfolio a efektivní hranice

Racionální investor si modeluje dostatečně velké množství možných portfolií. Na následujícím Obrázek 7 je zobrazen vztah mezi očekávaným výnosem (střední hodnota) a rizikem (směrodatná odchylka).

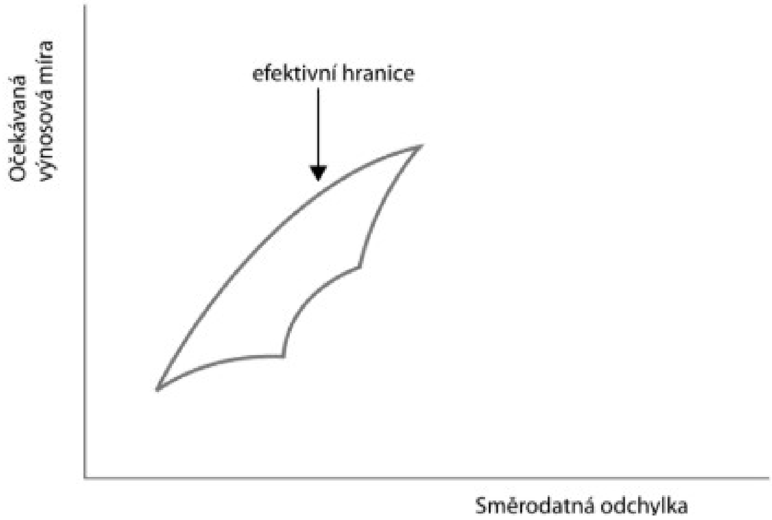


Obrázek 7 – Očekávané výnosy a rizika

Zdroj: Revenda, 2014

Jednotlivé body A až H znázorňují jednotlivá možná portfolia. Křivka vedoucí z bodu A do bodu H, znázorňuje množinu efektivních portfolií. Efektivních proto, že na ní leží taková portfolia, která zajišťují nejvyšší rizikově očištěný výnos. Bod A znázorňuje úroveň výnosu při minimálním riziku a bod H znázorňuje velikost rizika při maximálním výnosu.

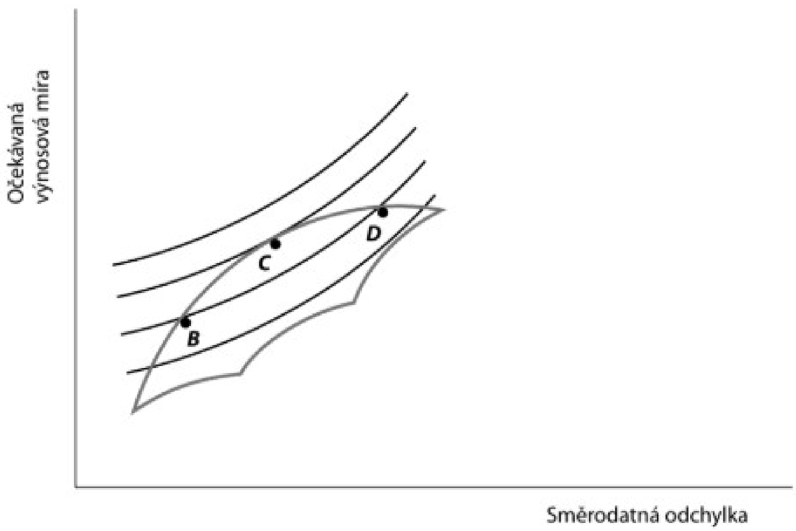
Revenda (2014, s. 192–193) uvádí, že na efektivní hranici portfolií lze dosáhnout minimálního rizika při daném výnosu a maximum výnosu při dané úrovni rizika. Množina všech možných kombinací portfolií má zpravidla deštníkový tvar (umbrella shape), jako je tomu na Obrázek 8.



Obrázek 8 – Deštníkový tvar přípustné množiny všech portfolií

Zdroj: Revenda, 2014

Investor porovnává množinu možných portfolií s jejím systémem indiferenčních křivek. V místě, kde bude se dotýkat jeho preferovaná indiferenční křivka s efektivní hranicí portfolia, vznikne bod, případně body, který se nazývá optimální portfolio (Obrázek 9).



Obrázek 9 – Optimální portfolio

Zdroj: Revenda, 2014

Sharpeho poměr

Podíl očekávaného výnosu a směrodatné odchylky se nazývá Sharpeho poměr (Prigent, 2007, s. 132):

$$S = \frac{E(R)}{\sigma} \tag{8}$$

Vzorec výše uvažuje nulový bezrizikový (*risk free*) výnos. To dobře odpovídá aplikaci na sázkové portfolio, kde jediná dostupná bezriziková „sázka“ spočívá v ponechání části rozpočtu nevsazeného (může být interpretováno jako sázka na jistou příležitost s kurzem 1).

Sharpeho poměr má následující příjemnou vlastnost. Uvažujme portfolia A a B, kde množství prostředků investovaných do každého jednotlivého aktiva v portfoliu B je přesně x-násobkem množství stejného aktiva v portfoliu A. Potom pro náhodné výnosy obou portfolií platí (Prigent, 2007, s. 132):

$$R_B = x \cdot R_A \tag{9}$$

a odtud plyne stejný vztah pro jejich střední hodnoty a směrodatné odchylky:

$$E(R_B) = x \cdot E(R_A) \tag{10}$$

$$\sigma(R_B) = x \cdot \sigma(R_A) \tag{11}$$

Ve výsledku pak platí:

$$S_A = S_B \tag{12}$$

Z uvedeného vztahu vyplývá, že portfolia mají stejný Sharpeho poměr. Přitom x-násobky portfolia A tvoří v grafu středního výnosu a rizika polopřímku procházející počátkem a bodem odpovídajícímu portfoliu A. Sharpeho poměr odpovídá směrnici této polopřímky.

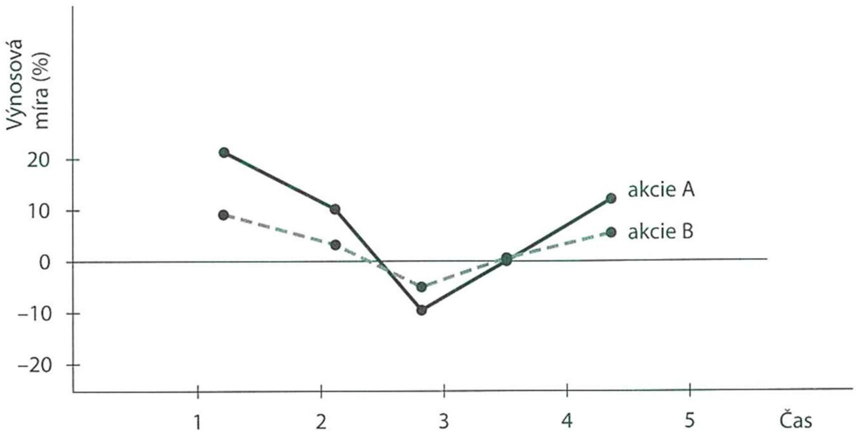
Pokud připouštíme, že část prostředků může být neinvestována (ponechána stranou), pak ke každému portfoliu je dostupná i celá úsečka spojující toto portfolio a počátek. Pokud objem investice není ani shora omezen, ke každému portfoliu je dostupná dokonce celá polopřímka procházející počátkem a bodem příslušícím danému portfoliu. V tom případě jedinými efektivními portfolii jsou ta ležící na polopřímce maximalizující Sharpeho poměr, která se zcela shodují procentuálním zastoupením aktiv a liší se jen celkovým objemem investice. Proto má smysl považovat Sharpeho poměr za jistou míru kvality portfolia a portfolia maximalizující Sharpeho poměr za v jistém smyslu optimální. Pochopitelně předpoklad shora neomezeného investičního rozpočtu většinou není příliš realistický.

2.5.2 Markowitzův selektivní model

Jestliže je portfolio vhodně sestaveno, dle Čižinské (2018, s. 122) riziko může být nižší, než je vážený průměr rizik dílčích investičních instrumentů, které jsou v portfoliu obsaženy. Tedy celkové riziko portfolia se nemusí rovnat součtu rizik jednotlivých investičních instrumentů, které ho tvoří. Je zde závislost na míře korelace pohybů zisků dílčích investičních instrumentů v portfoliu. Podle Čižinské ji mohou tvořit:

- Výnosy, které se pohybují plně identicky. Investiční instrumenty mají dokonale pozitivně korelované výnosy.
- Inverzní pohyby výnosů. Investiční instrumenty s dokonale negativně korelovanými výnosy.
- Výnosy, které nemají mezi sebou žádný vztah. Investiční instrumenty s nekorelovanými výnosy.

Ad. 1

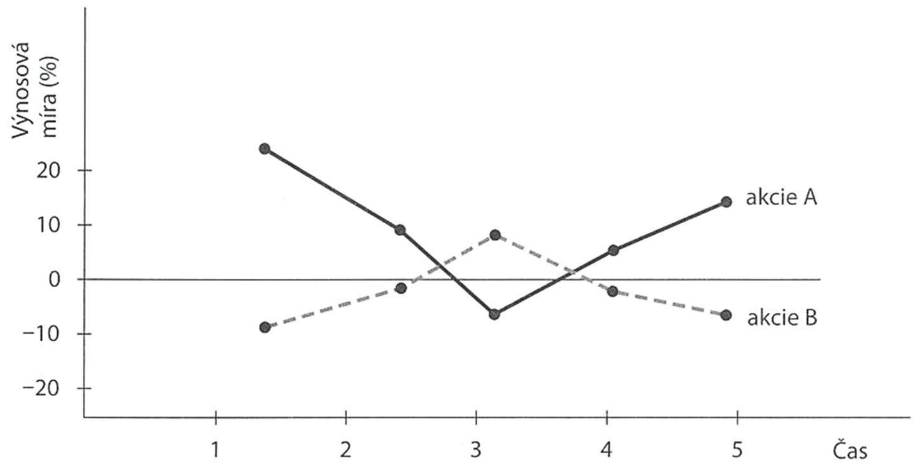


Obrázek 10 – Chování výnosů aktiv s dokonale pozitivně korelovanými výnosy

Zdroj: Revenda, 2014, s. 189

Obrázek 10 znázorňuje chování výnosů aktiv s dokonale pozitivně korelovanými výnosy. Zde při investování investor nesnižuje riziko svého portfolia. Je to stejný efekt, jako kdyby investoval své prostředky pouze do jednoho aktiva.

Ad. 2

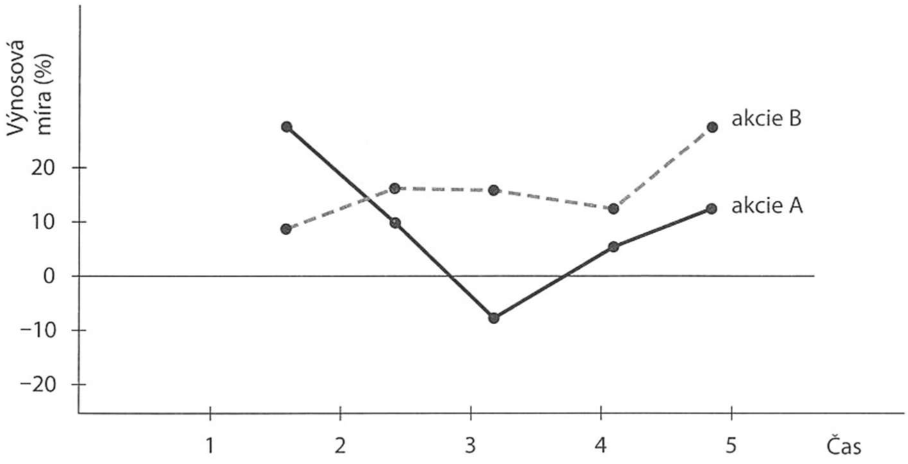


Obrázek 11 – Chování výnosů aktiv s dokonale negativně korelovanými výnosy

Zdroj: Revenda, 2014, s. 190

Perfektně negativně korelované výnosy, jako je tomu na Obrázek 11, jsou ideální pro sestavení portfolia. Pro takovéto portfolio musí platit následující teze: jestli je velká pravděpodobnost vysokého výnosu u jedné investice, pak taková šance nesmí být u jiných investic. A naopak vysoká pravděpodobnost nízkého výnosu nesmí být doprovázena nízkým výnosem s vysokou pravděpodobností u druhé investice. (Revenda, 2014, s. 190)

Ad. 3



Obrázek 12 – Chování aktiv s nekorelovanými výnosy

Zdroj: Revenda, 2014, s. 190

Na Obrázek 12 je znázorněno chování aktiv s nekorelovanými výnosy. Tyto výnosy nejsou v žádném vztahu a jejich korelační koeficient těchto aktiv se blíží nule. (Revenda, 2014, s. 190)

Zachytit závislost mezi investičními instrumenty lze pomocí kovariance mezi i-tým a j-tým investičním instrumentem. Kovarianci můžeme zapsat takto (Čižinská, 2018, s. 122):

$$COV_{ij} = \sum_{t=1}^{T} [r_{t,i} - E(r_i)] \cdot [r_{t,j} - E(r_j)] \cdot P_t \tag{13}$$

kde:

COV_{ij} – kovariance mezi i-tým a j-tým investičním instrumentem,

$r_{t,i(j)}$ – výnos $i(j)$-tého instrumentu při události t,

$E(r_{i(j)})$ – střední hodnota očekávaného zisku $i(j)$-tého instrumentu,

P_t – pravděpodobnost výskytu události t,

T – počet událostí.

K tomu, aby se zjistilo celkové riziko portfolia, je potřeba znát vzájemný vztah mezi výnosy. Vztah mezi dvěma investičními instrumenty v portfoliu lze měřit korelačním koeficientem. Korelační koeficient (také jako Pearsonův) měří sílu lineární závislosti mezi dvěma veličinami. Ten lze vypočítat jako poměr kovariance dvou investičních instrumentů a součin jejich směrodatných odchylek. Výpočet korelačního koeficientu pro dvousložkové portfolio má následující tvar:

$$KK_{i,j} = \frac{COV_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j} \tag{14}$$

kde:

$KK_{i,j}$ – korelační koeficient i-tého a j-tého instrumentu,

COV_{ij} – kovariance mezi i-tým a j-tým inv. instrumentem,

σ_i – směrodatná odchylka očekávaných výnosů i-tého instrumentu,

σ_j – směrodatná odchylka očekávaných výnosů j-tého instrumentu.

(Čižinská, 2018, 127)

2.6 Lagrangeovy multiplikátory

Metoda Lagrangeových multiplikátorů hledá vázané extrémy funkce f na množině M určené podmínkami ve tvaru rovností (Turzík, 1999, s. 91):

Určete:

$$\max f(x), \text{ resp. } \min f(x)$$

za podmínek:

$$h_1(x) = 0$$
$$h_2(x) = 0$$
$$\vdots$$
$$h_n(x) = 0$$

Budeme předpokládat, že funkce f, $g_1, \ldots, g_n$, $h_1, \ldots, h_n$, mají první, případně druhé parciální derivace spojité na nějaké otevřené množině $G \subset \mathbb{R}^n$, v nichž jsou všechna přípustná řešení dané úlohy. Metoda Lagrangeových multiplikátorů definuje následující věta podle Turzíka (1999, s. 91):

„Nechť M je množina přípustných řešení úlohy. Má-li funkce f v bodě $\bar{x}$ *lokální extrém vzhledem k M a jsou-li vektory* $\nabla h_1(\bar{x}), \dots, \nabla h_r(\bar{x})$ *lineárně nezávislé, pak existují čísla* $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ *tak, že*

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(\bar{x}) + \sum_{j=1}^{r} \lambda_j \frac{\partial h_j}{\partial x_i}(\bar{x}) = 0, pro\ i = 1, \dots, n.\text{“} \qquad (15)$$

Rovnost (15) výše se nazývají Kuhn-Tuckerovy podmínky a lze je též zapsat vektorově ve tvaru

$$\nabla f(\bar{x}) + \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \nabla h_j(\bar{x}) = 0 \qquad (16)$$

Koeficienty $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ se nazývají Lagrangeovy multiplikátory.

Metoda Lagrangeových multiplikátorů umožňuje převést nalézání bodů $\bar{x}$, ve kterých se může nacházet lokální vázaný extrém úlohy na řešení soustavy *n* + *r* nelineárních rovnic o *n* + *r* neznámých. Neznámé jsou zde Lagrangeovy multiplikátory $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ a souřadnice bodu $\bar{x}$, tj. čísla $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$ a *r*. Vztah (15) znázorňuje *n* rovnic pro tyto neznámé a pro dalších *r* rovnic znázorňují vztahy $h_1(\bar{x}) = 0, \dots, h_r(\bar{x}) = 0$. (Turzík, 1999, s. 91)

3. Vlastní práce

O tom, jak nejlépe sázet, je už napsána spousta jak odborných, tak laických článků, knih nebo prací. Vesměs se v nich řeší takzvaná výhoda nad bookmakerem. To znamená, že samotné kurzy neodrážejí reálnou pravděpodobnost výsledku, ale jaké má očekávání bookmaker. Ten se ovšem neřídí pouze informovaností ohledně daného zápasu či jakékoli jiné sázkové příležitosti. Bookmaker cílí na určitý zisk sázkové kanceláře a musí tedy zohlednit i chování sázkařů. To znamená, že pokud budou sázkaři sázet příliš jednostranně, pak bookmakeři budou měnit kurzy takovým způsobem, aby sázkaři sázeli i na ostatní příležitosti. Může se tedy zdát, že sázkař „hraje“ proti sázkovým kancelářím, ovšem jeho protihráčem jsou někdy ostatní sázkaři a jejich chování.

Jak již bylo zmíněno dříve, předkládaná práce se nezabývá vhodnou strategií hráče či „zaručeným postupem“, jak docílit zisku v kurzových sázkách. Tím, že je pro potřeby této práce zvažovaný pouze sázkař v roli zkušeného hráče, který je nejen dobře informovaný, ale i racionální, je ústředním tématem snaha o diverzifikaci a optimalizaci portfolia za pomoci aplikace vhodných optimalizačních výpočtů. Optimalizačním výpočtem je vícekriteriální rozhodování, a to konkrétně pomocí Markowitzova modelu, případně maximalizací střední hodnoty užitkové funkce.

Optimalizační postupy použité v následujících kapitolách jsou aplikovatelné na následující obecnou situaci:

- V jednu chvíli je k dispozici větší množství sázkových příležitostí.
- Jednotlivé sázkové příležitosti je možné považovat za nezávislé náhodné jevy.
- Kurzy na jednotlivé sázkové příležitosti jsou pevně dané, v čase se nemění a nereagují na objem vsazených prostředků na jednotlivé příležitosti.
- Sázkař má k dispozici odhadnuté pravděpodobnosti úspěchu pro všechny jednotlivé sázkové příležitosti.

Tato situace poměrně dobře odpovídá např. jednomu kolu hokejové či fotbalové ligy, kdy se v jednu chvíli odehrává několik zápasů. Kurzy na ně jsou vypsány po odehrání předcházejícího kola, typicky tedy jen několik málo dní předem. Proto je realistický předpoklad, že se tyto kurzy nebudou měnit v čase. Protože fotbal a hokej (spolu s tenisem) patří v ČR k nejčastěji sázeným sportům, je objem sázek na každý lidový zápas tak velký, že žádný individuální sázkař nemá potenciál svými sázkami kurz ovlivnit.

3.1 Vstupní data

Všechny výpočty prováděné v následujících kapitolách budou numericky a graficky ilustrovány pomocí dat druhého kola senátních voleb v letech 2012 a 2016. Vždy každý sudý rok na podzim se v rámci voleb utkává 27 dvojic kandidátů (pokud v některém z obvodů nezískal některý kandidát přes 50 % hlasů v 1. kole, což se stává zřídka). Kurzy na jednotlivé volební obvody jsou sázkovými kancelářemi vypsány ve stejnou chvíli, typicky den až dva po zveřejnění výsledků prvního kola voleb. Druhé kolo se pak koná o týden později ve všech 27 obvodech naráz. Na těchto 27 duelů je možné se dívat jako na přibližně nezávislé náhodné jevy.

Data použitá v této diplomové práci obsahují jméno kandidáta, vypsaný kurz na jeho vítězství ve 2. kole (tedy zisk mandátu) a pravděpodobnost výhry daného kandidáta. Kurz je dán sázkovou kanceláří – pokud se kurz během týdne oddělujícím první a druhé kolo senátních voleb měnil, jde o jeho hodnotu ve zvolenou chvíli, případně o průměr hodnot kurzů v různých chvílích. Pravděpodobnosti výhry byly odhadnuty pomocí predikčního modelu vyvinutém na historických datech. Autorem tohoto modelu, který mi laskavě poskytl výsledné odhadnuté pravděpodobnosti, je RNDr. Tomáš Hanzák, Ph.D. Detaily tohoto modelu, který sám úspěšně používá k sázení, jsou jeho soukromým know-how. Od stejného zdroje jsem získala i (průměrné) sázkové kurzy.

Pro každý ročník senátních voleb bude uvažováno jen 13 kandidátů s největším očekávaným ziskem (ve všech případech kladným). Tím došlo typicky k vyřazení kandidátů s velice vysokými pravděpodobnostmi výhry a velice nízkými kurzy v rozsahu např. 1,01 až 1,05.

Kandidát	k	p
Veleba Jan Ing.	1,50	97,9%
Berka Zdeněk Ing.	1,15	96,9%
Šesták Jiří Mgr.	2,30	96,0%
Jermář Jaromír PhDr.	1,30	95,3%
Bublan František Mgr.	1,35	92,8%
Jeništa Luděk Mgr.	2,20	91,4%
Látka Jan	1,45	90,9%
Franc Lubomír Bc.	1,80	90,5%
Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	1,60	89,9%
Mezian Hassan MUDr.	1,95	88,4%
Sulovský Leopold Ing.	1,55	76,7%
Adámek František Bc.	3,60	68,2%
Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	1,80	67,8%

Tabulka 1 – Vstupní data 2. kola senátních voleb, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Kandidát	k	p
Václavec Ladislav MUDr.	1,20	99,7%
Chaloupek Václav Mgr.	1,56	96,8%
Vítková Jaromíra Ing.	1,29	96,3%
Holeček Petr	1,39	95,7%
Hubáčková Anna Ing. Bc.	1,75	95,2%
Chmelová Renata	1,34	91,5%
Větrovský Jaroslav Mgr.	1,56	90,8%
Staněk Pavel Ing.	1,70	84,9%
Dušek Jiří Mgr. Ph.D.	1,58	80,4%
Brázdil Milan MUDr.	1,55	75,1%
Malý Jan JUDr.	2,35	74,6%
Kos Ladislav Ing.	2,39	57,8%
Šanc Ivo RNDr. CSc.	2,20	57,5%

Tabulka 2 – Vstupní data 2. kola senátních voleb, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

3.2 Výpočet očekávaného výnosu a rizika

Pro výpočet optimálního portfolia je potřeba z informací o výši kurzu (*k*) a pravděpodobnosti (*p*) výhry kandidáta určit střední hodnotu (*E*), rozptyl (*D*) a směrodatnou odchylku (*SD*) jednotkové sázky na každého z uvažovaných *n* kandidátů. Všechny tyto číselné charakteristiky je možné spočítat aplikací vzorců z kapitoly 2.5.1. V tomto případě uvažujeme jen dva scénáře „budoucího vývoje“: vítězství (pravděpodobnost p) a prohru (pravděpodobnost $1 - p$) kandidáta. Odpovídající výnosy jsou $k - 1$ a -1. Střední hodnota (očekávaný zisk), rozptyl a směrodatná odchylka (očekávané riziko) se v tomto případě budou počítat následovně:

Střední hodnota *E*

$$E_i = p_i \cdot (k_i - 1) + (1 - p_i) \cdot (-1) = k_i \cdot p_i - 1$$

Střední hodnota zisku portfolia skládajícího se z $w_i \geq 0$ vsazených peněžních jednotek na kandidáta *i* se pak spočte jako vážený součet středních hodnot přes jednotlivé kandidáty:

$$E = \sum_{i=1}^{n} w_i(k_i \cdot p_i - 1)$$

Střední hodnota *E* je tedy suma součinů všech příležitostí a kurzu s pravděpodobností těchto příležitostí mínus jedna. Abychom získali čistý zisk, je v tomto vzorci −1, které značí jednu jednotku vsazené částky. Tuto střední hodnotu se budeme snažit maximalizovat.

Rozptyl *D*

$$D_i = {k_i}^2 \cdot p_i(1 - p_i)$$
$$D = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 k_i^2 p_i(1 - p_i)$$

Rozptyl *D* je suma součinů všech druhých mocnin příležitostí, druhých mocnin kurzů, pravděpodobnosti výhry a pravděpodobnosti prohry. Tento rozptyl se budeme snažit minimalizovat.

Směrodatná odchylka *SD*

Směrodatná odchylka je odmocninou rozptylu.

$$SD = \sqrt{D}$$

Rok 2012

Následující Tabulka 3 znázorňuje tyto ukazatele pro rok 2012:

Kandidát	k	p	E	D	SD (σ)
Veleba Jan Ing.	1,50	97,9%	0,469	0,046	0,214
Berka Zdeněk Ing.	1,15	96,9%	0,114	0,040	0,200
Šesták Jiří Mgr.	2,30	96,0%	1,207	0,204	0,452
Jermář Jaromír PhDr.	1,30	95,3%	0,239	0,076	0,275
Bublan František Mgr.	1,35	92,8%	0,252	0,122	0,350
Jeništa Luděk Mgr.	2,20	91,4%	1,010	0,381	0,617
Látka Jan	1,45	90,9%	0,319	0,173	0,416
Franc Lubomír Bc.	1,80	90,5%	0,629	0,279	0,528
Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	1,60	89,9%	0,438	0,232	0,482
Mezian Hassan MUDr.	1,95	88,4%	0,723	0,391	0,625
Sulovský Leopold Ing.	1,55	76,7%	0,189	0,429	0,655
Adámek František Bc.	3,60	68,2%	1,454	2,812	1,677
Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	1,80	67,8%	0,221	0,707	0,841

Tabulka 3 – Číselné charakteristiky, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Nejlepším kandidátem, tedy kandidátem s nejlepší střední hodnotou, je Bc. František Adámek, a to se střední hodnotou 1,454. Ovšem jeho rozptyl je příliš vysoký (2,812). Kdyby sázkař měl sklon k riziku, s největší pravděpodobností by vsadil na tohoto kandidáta. Naopak sázkař s averzí k riziku by vyhledával rozptyl co nejmenší. S nejmenším rozptylem je kandidát Ing. Zdeněk Berka, a to s rozptylem 0,040, střední hodnota je u tohoto kandidáta 0,114. Můžeme si zde všimnout kandidáta Mgr. Jiřího Šestáka, jehož střední hodnota je druhá nejvyšší (1,207), a přesto nemá nejvyšší rozptyl (0,204). Takto pouhým okem se zdá být nejlepším kandidátem pro výběr sázkaře.

Rok 2016

Pro rok 2016 jsou tyto údaje znázorněny v Tabulka 4:

Kandidát	k	p	E	D	SD (σ)
Václavec Ladislav MUDr.	1,20	99,7%	0,197	0,004	0,061
Chaloupek Václav Mgr.	1,56	96,8%	0,510	0,075	0,274
Vítková Jaromíra Ing.	1,29	96,3%	0,242	0,060	0,245
Holeček Petr	1,39	95,7%	0,331	0,079	0,281
Hubáčková Anna Ing. Bc.	1,75	95,2%	0,666	0,140	0,374
Chmelová Renata	1,34	91,5%	0,226	0,140	0,374
Větrovský Jaroslav Mgr.	1,56	90,8%	0,416	0,204	0,451
Staněk Pavel Ing.	1,70	84,9%	0,444	0,370	0,608
Dušek Jiří Mgr. Ph.D.	1,58	80,4%	0,271	0,393	0,627
Brázdil Milan MUDr.	1,55	75,1%	0,164	0,449	0,670
Malý Jan JUDr.	2,35	74,6%	0,752	1,048	1,024
Kos Ladislav Ing.	2,39	57,8%	0,382	1,393	1,180
Šanc Ivo RNDr. CSc.	2,20	57,5%	0,265	1,183	1,088

Tabulka 4 – Číselné charakteristiky, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

V roce 2016 má nejvyšší střední hodnotu JUDr. Jan Malý s hodnotou 0,752 a rozptylem 1,048. Tento kandidát ovšem nemá nejhorší rozptyl, jako tomu bylo u kandidáta Bc. Františka Adámka z roku 2012, který měl taktéž nejvyšší střední hodnotu. Můžeme si zde všimnout, že existuje kandidát, který má vyšší riziko výnosu a zároveň není nejvýnosnější. Tímto kandidátem je Ing. Ladislav Kos. Naopak s nejnižším, skoro nulovým, rozptylem je kandidát MUDr. Ladislav Václavec, který má střední hodnotou 0,197. V tomto roce se na první pohled nemusí zdát některý z kandidátů výrazně výhodnější než ostatní.

3.3 Aplikace Markowitzova modelu

V úvodu kapitoly 3 bylo popsáno, jakou situací sázkaře/investora se bude tato práce zabývat. Cílem je přitom pomoci sázkaři optimalizovat portfolio z hlediska maximalizace očekávaného zisku a minimalizace rizika. To odpovídá aplikaci Markowitzova modelu popsaného v kapitole 2.5, přičemž cílem je nalézt všechna efektivní portfolia. Definice efektivního portfolia je uvedena v kapitole 2.4, spolu s metodou jejich hledání spočívající v převedení úlohy na optimalizační úlohu s jednorozměrnou účelovou funkcí. Protože na portfolio je často kladena omezující podmínka na celkovou vsazenou (investovanou) částku, jde o úlohu nalezení vázaného extrému. K tomu je možné použít metodu Lagrangeových multiplikátorů popsanou v kapitole 2.6.

V této kapitole bude nejprve aplikována metoda Lagrangeových multiplikátorů s cílem odvodit analytické vzorce pro složení efektivního portfolia. Poté budou tyto výsledky aplikovány na konkrétní data sázek na vítěze druhého kola senátních voleb v ČR (viz kapitola 3.1) včetně grafického znázornění efektivních řešení a jejich složení.

Každý investor i sázkař se snaží maximalizovat střední hodnotu svého zisku a současně minimalizovat riziko. Proto naše účelová jednorozměrná funkce bude vypadat takto:

$$\max[E(w) - \beta \cdot D(w)],$$

kde

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i w_i$$

je střední hodnota zisku portfolia a

$$D = \sum_{i=1}^{n} v_i w_i^2$$

je rozptyl zisku portfolia (použité veličiny jsou definovány v kapitole 3.2). Veličina $\beta > 0$ představuje váhu rozptylu (v poměru k jednotkové váze střední hodnoty) v jednorozměrné účelové funkci.

Bude požadováno, aby součet všech vah w_i se rovnal 1 (jedna obecná peněžní jednotka). Jde tedy o omezení celkové vsazené částky. Dále je vyžadováno, aby všechny váhy w_i byly větší nebo rovna nule. To proto, že nemůžeme sázet se zápornou hodnotou vkladu. Souhrnně tedy kladené omezující podmínky vypadají takto:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Jde tedy o hledání vázaného extrému, a proto použijeme metodu Lagrangeových multiplikátorů. Můžeme dosadit do obecného vzorce Lagrangeovy funkce.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= f(w) + \lambda \cdot h(w) = \\ &= E(w) - \beta \cdot V(w) + \lambda \cdot (\sum_i w_i - 1) = \\ &= \sum_i E_i w_i - \beta \cdot \sum_i v_i w_i^2 + \lambda \cdot (\sum_i w_i - 1) \end{aligned}$$

Derivací Lagrangeovy funkce podle všech vah w_i a Lagrangeova multiplikátoru λ získáme:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} = E_i - 2\beta \cdot v_i \cdot w_i + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \sum_i w_i - 1 = 0$$

Z první derivace podle váhy w_i si můžeme vyjádřit w_i.

$$w_i = \frac{-\lambda - E_i}{-2\beta v_i} = \frac{\lambda + E_i}{2\beta v_i}$$

Dále budeme chtít vyjádřit λ a β. Vycházíme z omezující podmínky, kdy suma w_i se rovná jedné.

$$\sum_i w_i = \sum_i \frac{\lambda + E_i}{2\beta v_i} = \lambda \cdot \sum_i \frac{1}{2\beta v_i} + \sum_i \frac{E_i}{2\beta v_i} = 1$$

Z této rovnosti je možné vyjádřit λ:

$$\lambda = \frac{2\beta - \sum_i \frac{E_i}{v_i}}{\sum_i \frac{1}{v_i}}$$

Vyjádřit je však možné též β:

$$\beta = \sum_i \frac{\lambda + E_i}{2v_i}$$

Běžný postup by byl, že se vyjde ze zvolené hodnoty β a pro ni se bude řešit úloha nalezení vázaného extrému (v rámci čehož se též vypočte hodnota λ). Problém je však ten, že tímto postupem se může některá w_i obdržet záporná, což je v rozporu s danou podmínkou nezápornosti w_i. Bylo by možné postupovat tak, že sázkové příležitosti, které obdržely zápornou váhu w_i, se zcela vyřadí a vyřeší se úloha s omezeným počtem sázkových příležitostí. To však zpětně změní hodnotu λ a tím se zase mohou objevit jiné záporné váhy w_i.

Bude se proto postupovat netradičně naopak. Tedy bude se volit hodnota λ a k ní dopočítávat příslušnou hodnotu β. Přípustný rozsah hodnot λ je interval

$$\lambda \in (-\max_i(E_i), +\infty)$$

Pro nižší hodnoty λ by totiž vyšlo $\beta = 0$ a ve vzorci na výpočet w_i by nastalo dělení nulou.

Výhoda tohoto postupu je, že hodnota λ přímo a definitivně určí, které váhy w_i vyjdou záporné. Tyto se můžou nastavit na hodnotu 0 a požadovat součet zbývajících vah roven 1. Hodnota β se proto bude počítat pomocí upraveného vzorce

$$\beta = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\lambda + E_i)^+}{2v_i}$$

kde symbol x^+ značí kladnou celou část $x^+ = \max(x, 0)$. Váhy w_i jsou pak spočteny jako

$$w_i = \frac{(\lambda + E_i)^+}{2\beta v_i}$$

Optimalita takto získaných řešení w byla namátkově ověřena pomocí doplňku Řešitel v programu MS Excel (Řešitel umožňuje zadat omezující podmínku na součet w_i i jejich nezápornost).

V následujících tabulkách pro roky 2012 a 2016 jsou tyto hodnoty vypočteny. Pro ilustraci jsou vybrány takové λ, které vystihují chování vstupu kandidátů do portfolia. V tabulkách je označení w^* pro jednotlivé váhy před normalizací.

Rok 2012

	Lambda	-1,4	-1,2	-1,1	-0,9	-0,5	-0,4	0	0,5	1
	Beta	0,0	0,1	0,3	1,0	3,1	4,6	18,0	42,0	66,0
Veleba Jan Ing.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,75	5,13	10,60	16,07
Berka Zdeněk Ing.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,42	7,66	13,90
Šesták Jiří Mgr.	w*	0,00	0,02	0,26	0,75	1,73	1,98	2,96	4,18	5,40
Jermář Jaromír PhDr.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,58	4,88	8,19
Bublan František Mgr.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,03	3,07	5,12
Jeništa Luděk Mgr.	w*	0,00	0,00	0,00	0,14	0,67	0,80	1,33	1,98	2,64
Látka Jan	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,92	2,36	3,80
Franc Lubomír Bc.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,23	0,41	1,13	2,02	2,92
Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,94	2,02	3,09
Mezian Hassan MUDr.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	0,41	0,92	1,56	2,20
Sulovský Leopold Ing.	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	0,80	1,39
Adámek František Bc.	w*	0,01	0,05	0,06	0,10	0,17	0,19	0,26	0,35	0,44
Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	w*	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,16	0,51	0,86
Veleba Jan Ing.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	16,29%	28,50%	25,23%	24,34%
Berka Zdeněk Ing.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	7,91%	18,24%	21,05%
Šesták Jiří Mgr.	w	0,00%	28,80%	80,69%	75,56%	56,09%	42,74%	16,43%	9,95%	8,19%
Jermář Jaromír PhDr.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	8,78%	11,63%	12,41%
Bublan František Mgr.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,73%	7,32%	7,75%
Jeništa Luděk Mgr.	w	0,00%	0,00%	0,00%	14,55%	21,70%	17,32%	7,37%	4,72%	4,00%
Látka Jan	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,11%	5,62%	5,76%
Franc Lubomír Bc.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	7,48%	8,87%	6,27%	4,82%	4,42%
Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,78%	5,24%	4,80%	4,69%
Mezian Hassan MUDr.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	9,24%	8,94%	5,14%	3,72%	3,34%
Sulovský Leopold Ing.	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,22%	1,91%	2,10%
Adámek František Bc.	w	100,0%	71,20%	19,31%	9,89%	5,49%	4,05%	1,44%	0,83%	0,66%
Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	w	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,87%	1,21%	1,31%
	E	145,4%	138,3%	125,5%	120,3%	109,0%	95,5%	59,2%	46,8%	43,4%
	SD	167,7%	120,1%	48,8%	39,0%	30,9%	24,5%	12,8%	10,7%	10,4%

Tabulka 5 – Lagrangeova funkce – senátní volby 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Můžeme si zde všimnout hned několika výpočetních zajímavostí. Pokud je zvolena λ nižší, než je střední hodnota kandidáta, vychází hodnota jeho optimální váhy v portfoliu (při ignorování podmínky nezápornosti) záporná. V tomto případě, aby se zachovala podmínka nezápornosti, je tato hodnota nulová. Tedy při volbě $\lambda = -1{,}4$, u senátních voleb roku 2012, do portfolia vstupuje pouze jeden kandidát a tím je Bc. František Adámek. Pokud má sázkař sklon k riziku, potom by své celé portfolio vložil pouze na tohoto kandidáta. Čím zvolí λ vyšší, tím do portfolia vstupuje více kandidátů, na které by mohl vsadit. Při zvolené $\lambda = 0$ a vyšší již vstupují do portfolia s kladnou vahou vždy všichni kandidáti.

Můžeme si povšimnout dalších ukazatelů pod tabulkou s výpočtem vah w. Je zde střední hodnota E celého portfolia a směrodatná odchylka SD. S vyšší λ střední hodnota klesá a směrodatná odchylka stoupá. Tedy klesá riziko, ale i očekávaný výnos. Platí proto, že vyšší hodnota λ odpovídá vyšší hodnotě β a vyšší averzi vůči riziku (a tedy nižší střední hodnotě zisku a současně jeho nižší směrodatné odchylce).

Zde je obdobná tabulka pro rok 2016 (zvolená mřížka hodnot λ odráží hodnoty E_i):

Rok 2016

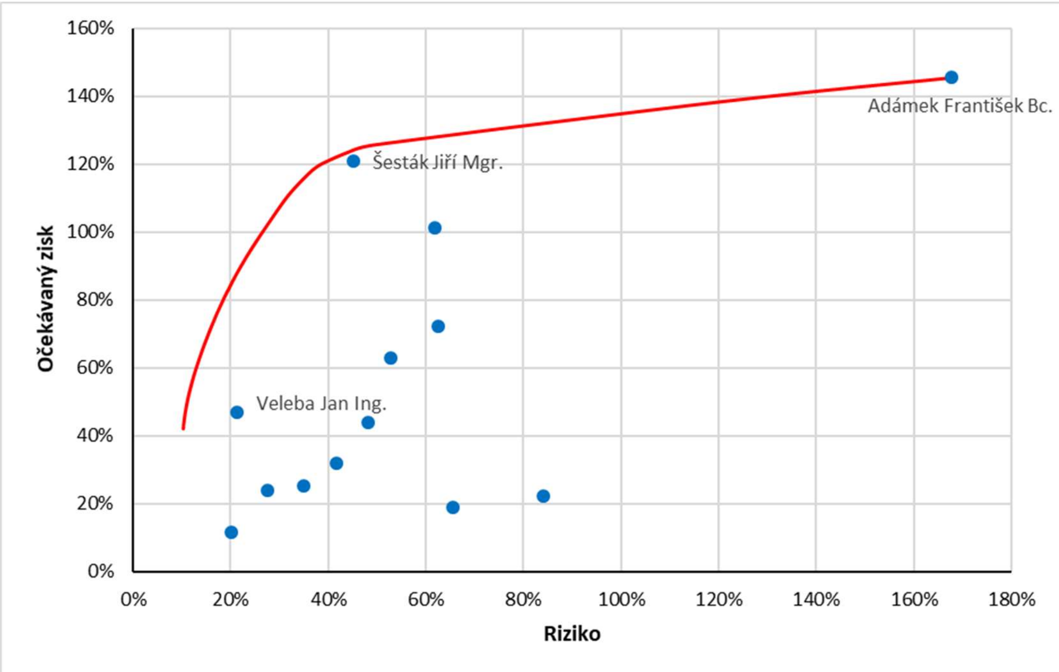
	Lambda	-0,7	-0,6	-0,2	-0,1	0	0,25	0,5	0,75	1
	Beta	0,0	0,3	6,3	22,9	40,0	82,7	125,5	168,2	210,9
Václavec Ladislav MUDr.	**w***	0,00	0,00	0,00	13,08	26,57	60,30	94,03	127,77	161,50
Chaloupek Václav Mgr.	**w***	0,00	0,00	2,07	2,74	3,40	5,07	6,73	8,40	10,07
Vítková Jaromíra Ing.	**w***	0,00	0,00	0,35	1,18	2,02	4,11	6,19	8,28	10,37
Holeček Petr	**w***	0,00	0,00	0,83	1,46	2,09	3,67	5,25	6,84	8,42
Hubáčková Anna Ing. Bc.	**w***	0,00	0,24	1,67	2,03	2,38	3,28	4,17	5,07	5,96
Chmelová Renata	**w***	0,00	0,00	0,09	0,45	0,81	1,70	2,59	3,48	4,37
Větrovský Jaroslav Mgr.	**w***	0,00	0,00	0,53	0,78	1,02	1,64	2,25	2,87	3,48
Staněk Pavel Ing.	**w***	0,00	0,00	0,33	0,46	0,60	0,94	1,28	1,61	1,95
Dušek Jiří Mgr. Ph.D.	**w***	0,00	0,00	0,09	0,22	0,35	0,66	0,98	1,30	1,62
Brázdil Milan MUDr.	**w***	0,00	0,00	0,00	0,07	0,18	0,46	0,74	1,02	1,29
Malý Jan JUDr.	**w***	0,02	0,07	0,26	0,31	0,36	0,48	0,60	0,72	0,84
Kos Ladislav Ing.	**w***	0,00	0,00	0,07	0,10	0,14	0,23	0,32	0,41	0,50
Šanc Ivo RNDr. CSc.	**w***	0,00	0,00	0,03	0,07	0,11	0,22	0,32	0,43	0,53
Václavec Ladislav MUDr.	**w**	0,00%	0,00%	0,00%	57,00%	66,38%	72,88%	74,95%	75,97%	76,58%
Chaloupek Václav Mgr.	**w**	0,00%	0,00%	32,78%	11,92%	8,50%	6,13%	5,37%	5,00%	4,77%
Vítková Jaromíra Ing.	**w**	0,00%	0,00%	5,52%	5,16%	5,04%	4,96%	4,94%	4,92%	4,92%
Holeček Petr	**w**	0,00%	0,00%	13,09%	6,36%	5,22%	4,44%	4,19%	4,06%	3,99%
Hubáčková Anna Ing. Bc.	**w**	0,00%	76,54%	26,44%	8,83%	5,96%	3,96%	3,33%	3,01%	2,83%
Chmelová Renata	**w**	0,00%	0,00%	1,45%	1,96%	2,01%	2,05%	2,06%	2,07%	2,07%
Větrovský Jaroslav Mgr.	**w**	0,00%	0,00%	8,42%	3,39%	2,55%	1,98%	1,79%	1,70%	1,65%
Staněk Pavel Ing.	**w**	0,00%	0,00%	5,22%	2,03%	1,50%	1,13%	1,02%	0,96%	0,93%
Dušek Jiří Mgr. Ph.D.	**w**	0,00%	0,00%	1,43%	0,95%	0,86%	0,80%	0,78%	0,77%	0,77%
Brázdil Milan MUDr.	**w**	0,00%	0,00%	0,00%	0,31%	0,46%	0,56%	0,59%	0,60%	0,61%
Malý Jan JUDr.	**w**	100,0%	23,46%	4,18%	1,36%	0,90%	0,58%	0,48%	0,43%	0,40%
Kos Ladislav Ing.	**w**	0,00%	0,00%	1,03%	0,44%	0,34%	0,27%	0,25%	0,24%	0,24%
Šanc Ivo RNDr. CSc.	**w**	0,00%	0,00%	0,44%	0,30%	0,28%	0,26%	0,26%	0,26%	0,25%
	E	75,2%	68,6%	50,2%	30,9%	27,7%	25,5%	24,8%	24,4%	24,2%
	SD	102,4%	37,4%	15,5%	6,7%	5,9%	5,5%	5,5%	5,4%	5,4%

Tabulka 6 – Lagrangeova funkce – senátní volby 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Za pomoci Lagrangeových multiplikátorů se získaly údaje o složení efektivních portfolií v závislosti na parametru λ vyjadřujícího averzi vůči riziku. Nyní je možné efektivní portfolia graficky znázornit ve dvourozměrném grafu, kde na vodorovné ose je vynesena směrodatná odchylka a na svislé ose střední hodnota zisku portfolia. Množina všech efektivních portfolií tak tvoří dvourozměrnou parametrickou křivku (jejím parametrem je λ) nazývanou efektivní hranicí portfolia (v grafu vyznačena červeně). Ve stejném grafu je pro srovnání možné znázornit i jednotlivé kandidáty (označeni modře). Tyto body odpovídají pomyslným portfoliím, kde celý rozpočet je kompletně vsazen jen na daného kandidáta.

Rok 2012

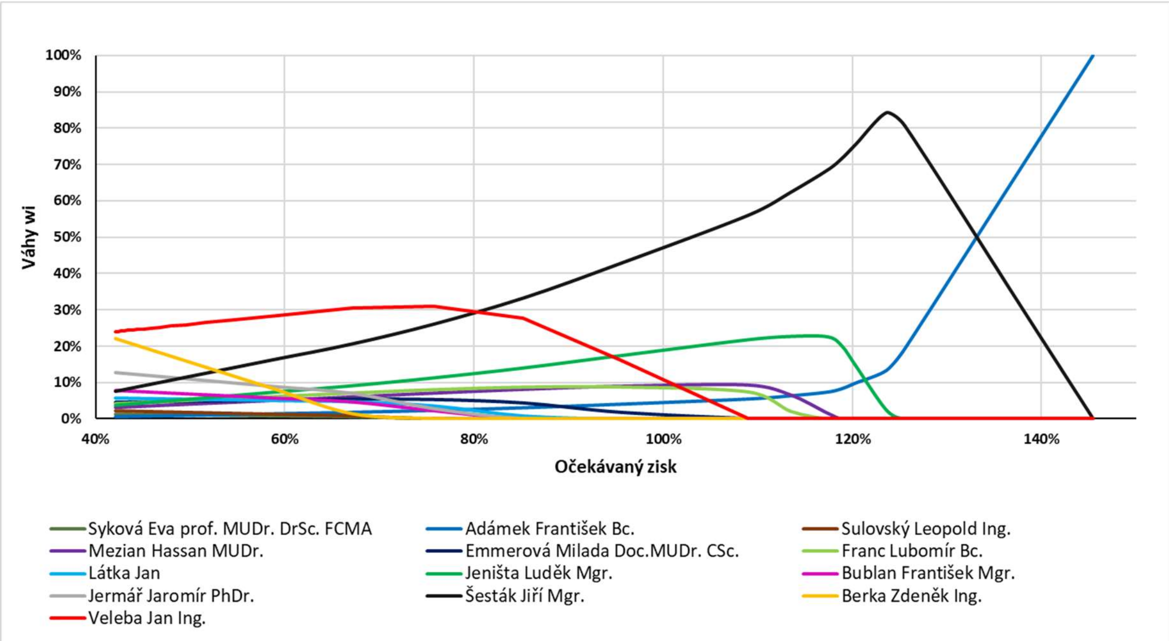


Graf 1 – Efektivní hranice portfolia pro rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Je možné si v Graf 1 všimnout modrého bodu nejvíce vpravo nahoře. Zde končí hranice efektivního portfolia a zároveň je to kandidát Bc. František Adámek. Je to tedy takové portfolio, které zahrnulo pouze jednu volbu pro sázkaře, a to nejvíce výnosnou. Jinými slovy zde je střední hodnota i směrodatná odchylka kandidáta rovna střední hodnotě i směrodatné odchylce celého portfolia. Na druhém konci tohoto efektivního portfolia jsou zahrnuty všechny možnosti (kandidáti). Pokud bychom λ neustále navyšovali, mohli bychom si všimnout, že tato hranice se příliš neposouvá.

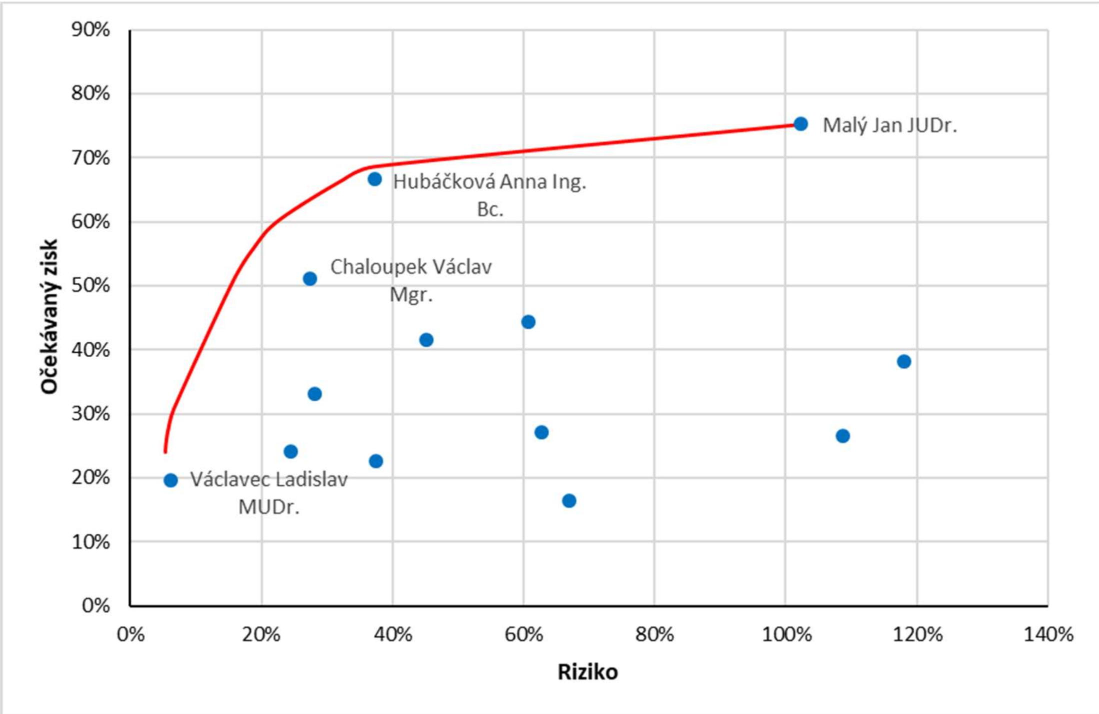
Následující Graf 2 znázorňuje váhy w_i (v procentech) jednotlivých 13 kandidátů (senátních voleb roku 2012) pro všechna efektivní portfolia, seřazená od nejnižšího očekávaného zisku po nejvyšší (vodorovná osa představuje tento očekávaný zisk portfolia). V levé části grafu jsou všechny váhy *wi* kladné a při posunu doprava se postupně stávají nulovými (v pořadí očekávaných zisků jednotlivých kandidátů). Portfolio s nejvyšším očekávaným ziskem dává 100% váhu kandidátovi Adámkovi. Portfolia s očekávaným ziskem nad 123 % se skládají z kandidátů Adámek a Šesták, přičemž jejich váhy lineárně rostou, resp. klesají (protínají se v úrovni 50 %). Další kandidáti, kteří mají významnější váhu v efektivních portfoliích jsou Jeništa, Veleba, Berka a Jermář.



Graf 2 – Očekávaný zisk jednotlivých kandidátů v závislosti na váhy w_i, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

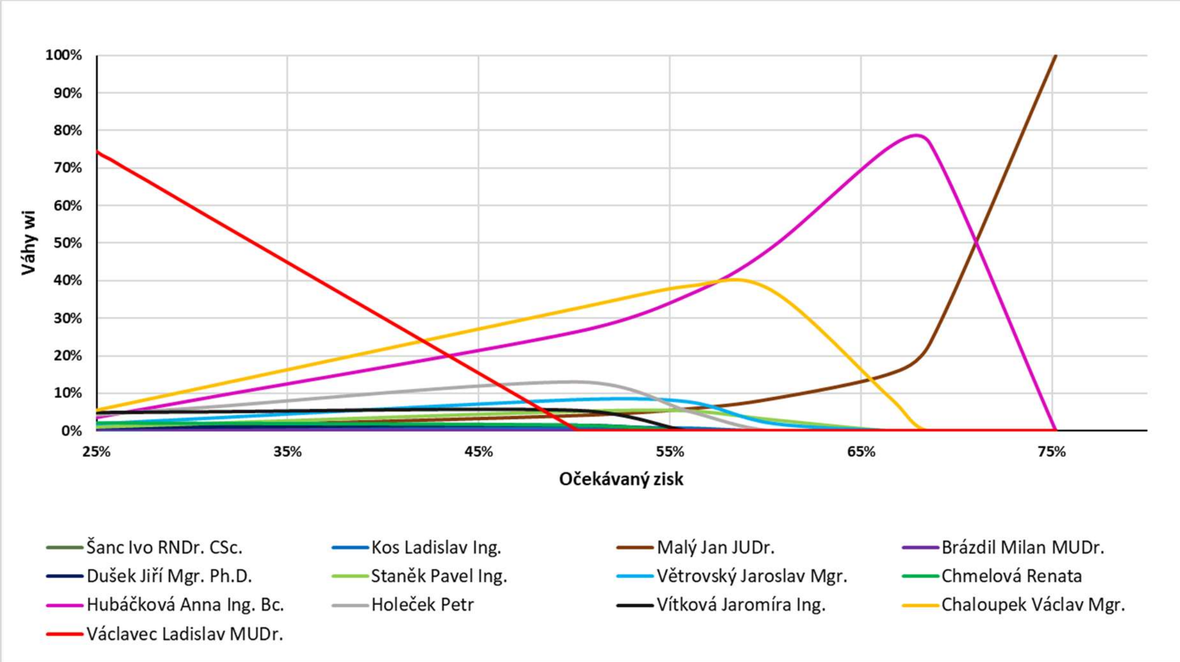
Rok 2016



Graf 3 – Efektivní hranice portfolia pro rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Obdobně jako v Graf 1 je i v Graf 3 efektivní hranice vpravo nahoře ukončena nejvýnosnějším kandidátem. Jím je zde JUDr. Jan Malý. Následující Graf 4, obdobně jako Graf 2, znázorňuje váhy w_i jednotlivých 13 kandidátů (senátních voleb roku 2016) pro všechna efektivní portfolia, seřazená od nejnižšího očekávaného zisku po nejvyšší. Jeho výklad je obdobný jako pro senátní volby z roku 2012.



Graf 4 – Očekávaný zisk jednotlivých kandidátů v závislosti na váhy w_i, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

3.3.1 Sharpeho poměr

V kapitole 2.5.1 byl definován tzv. Sharpeho poměr a vysvětlen jeho význam. Je důležité zdůraznit, že pokud není omezena výše celkové vsazené částky (investice), pak jediná efektivní portfolia jsou ta, která maximalizují Sharpeho poměr. Jejich obraz v rovině znázorňující střední hodnotu a směrodatnou odchylku zisku tvoří polopřímku procházející počátkem, která se dotýká (jako tečna) efektivní hranice.

Výsledek výpočtu Sharpeho poměru pro zvolené λ zobrazují následující tabulky.

Rok 2012

Lambda	-1,4	-1,2	-1,1	-0,9	-0,5	-0,4	0	0,5	1
Beta	0,0	0,1	0,3	1,0	3,1	4,6	18,0	42,0	66,0
Sharpeho poměr	0,867	1,152	2,573	3,084	3,526	3,898	4,615	4,357	4,163
E	145,4%	138,3%	125,5%	120,3%	109,0%	95,5%	59,2%	46,8%	43,4%
SD	167,7%	120,1%	48,8%	39,0%	30,9%	24,5%	12,8%	10,7%	10,4%

Tabulka 7 – Sharpeho poměr, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Rok 2016

Lambda	-0,7	-0,6	-0,2	-0,1	0	0,25	0,5	0,75	1
Beta	0,0	0,3	6,3	22,9	40,0	82,7	125,5	168,2	210,9
Sharpeho poměr	0,735	1,837	3,245	4,577	4,708	4,615	4,540	4,495	4,466
E	75,2%	68,6%	50,2%	30,9%	27,7%	25,5%	24,8%	24,4%	24,2%
SD	102,4%	37,4%	15,5%	6,7%	5,9%	5,5%	5,5%	5,4%	5,4%

Tabulka 8 – Sharpeho poměr, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Z Tabulka 7 a Tabulka 8 se zdá, že nejlepšího Sharpeho poměru dosahuje efektivní portfolio odpovídající hodnotě $\lambda = 0$. To by mj. znamenalo, že takové portfolio vždy s kladnou vahou obsahuje všechny kandidáty (samozřejmě se celou dobu zabýváme jen kandidáty s kladnou střední hodnotou zisku E_i). Tento fakt se nyní ověří teoretickým výpočtem. Bude se tedy maximalizovat Sharpeho poměr:

$$max \frac{E}{SD}$$

Položí se parciální derivace maximalizované funkce podle všech w_j rovny nule:

$$\frac{\partial \frac{\sum_i E_i w_i}{\sqrt{\sum_i v_i w_i^2}}}{\partial w_j} = 0$$

Zderivuje se podle w_j:

$$\frac{E_j \sqrt{\sum_i v_i w_i^2} - \sum_i E_i w_i \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2 w_j v_j}{\sqrt{\sum_i v_i w_i^2}} \right)}{\sum_i v_i w_i^2} = 0$$

Tato rovnost se vynásobí jmenovatelem levé strany (jde o nenulové číslo) a dále drobně se upraví:

$$E_j\sqrt{\sum_i v_i w_i^2} = \sum_i E_i w_i \cdot \frac{w_j v_j}{\sqrt{\sum_i v_i w_i^2}}$$

Nyní se rovnost vynásobí výrazem $\sqrt{\sum_i v_i w_i^2}$ (opět jde o nenulové číslo):

$$E_j \sum_i v_i w_i^2 = \sum_i E_i w_i \cdot w_j v_j$$

Nakonec se vyjádří w_j:

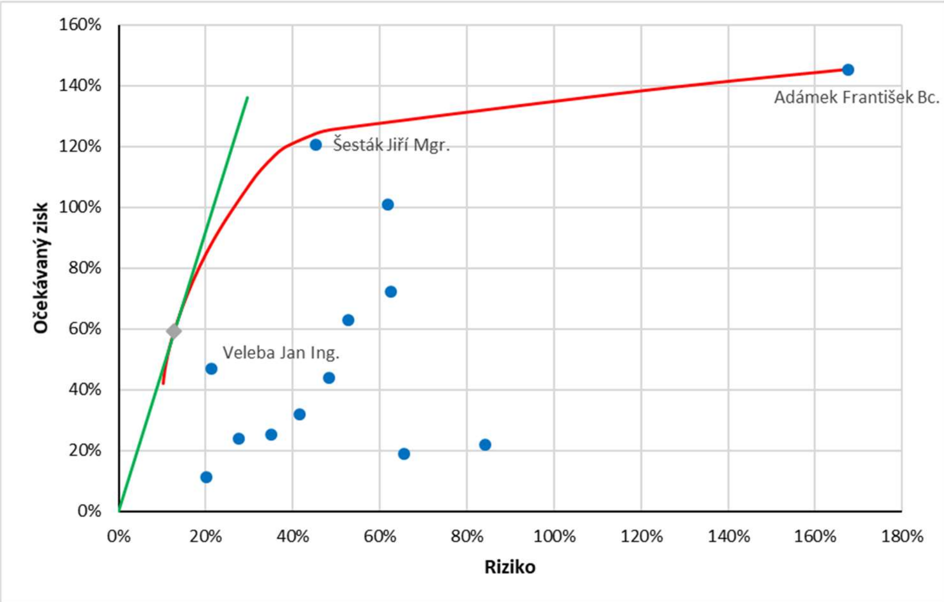
$$w_j = \frac{E_j}{v_j} \cdot \frac{\sum_i v_i w_i^2}{\sum_i E_i w_i}$$

Z tohoto vzorce je vidět, že optimální hodnota w_j je přímo úměrná výrazu $\frac{E_j}{v_j}$ (druhý činitel totiž nezávisí na indexu j). Bez ohledu na celkovou velikost portfolia (celkovou vsazenou částku) tak jednotliví kandidáti musí v optimálním (z hlediska Sharpeho poměru) portfoliu být zastoupeni v poměru jejich hodnot $\frac{E_j}{v_j}$. Tento výsledek skutečně odpovídá portfoliu s $\lambda = 0$, jak je možno ověřit dosazením $\lambda = 0$ do vzorce

$$w_j = \frac{\left(\lambda + E_j\right)^+}{2\beta v_j} = \frac{\left(0 + E_j\right)^+}{2\beta v_j} = \frac{E_j}{v_j} \cdot \frac{1}{2\beta}$$

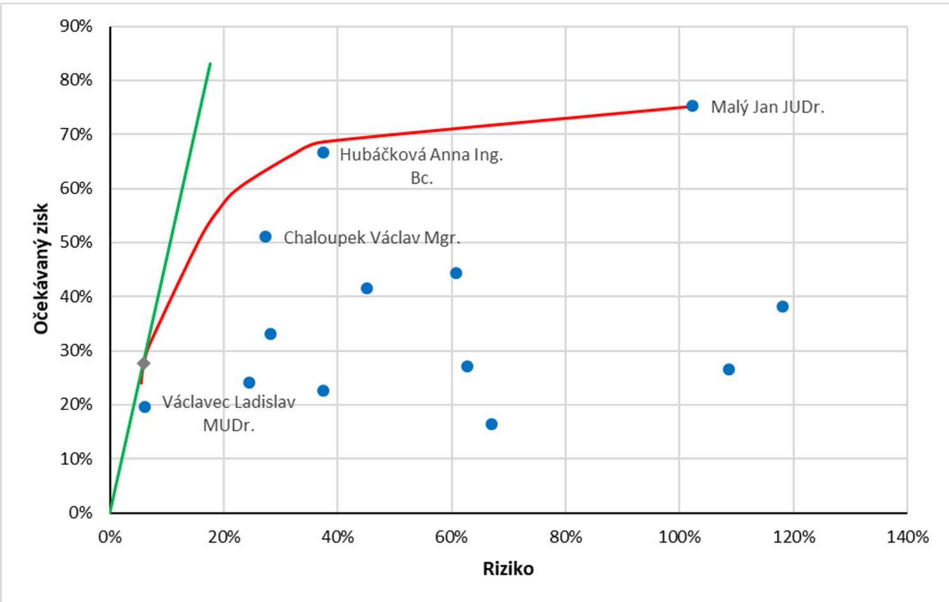
V předchozí kapitole byla konstruována množina efektivních řešení pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů. Pravý horní konec efektivní hranice zobrazuje portfolio skládající se čistě z kandidáta s nejvyšším středním ziskem. Levý dolní konec naopak odpovídá portfoliu, které minimalizuje riziko bez ohledu na střední zisk. Z toho vyplývá, že podoba tohoto portfolia je zcela nezávislá na hodnotách E_j – proto je při jeho hledání možné předpokládat, že např. $E_j = 1$ se týká všech kandidátů. Potom platí též $E = 1$ pro všechna možná portfolia se součtem vah rovným 1 a minimalizace rizika je ekvivalentní maximalizaci Sharpeho poměru. Dosazením $E_j = 1$ pak zjistíme, že portfolio s nejnižším rizikem musí mít váhy w_j nepřímo úměrné rozptylům vj.

Následující Graf 5 pro rok 2012 a Graf 6 pro rok 2016 Sharpeho polopřímku znázorňují zeleně.



Graf 5 – Přímka Sharpeho poměru pro rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování



Graf 6 – Přímka Sharpeho poměru pro rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

V roce 2016 dosahovalo jedno z efektivních portfolií hodnot kolem E = 70 % a SD = 50 %. Pokud by byla opuštěna podmínka na celkovou vsazenou částku rovnu jedné peněžní jednotce, toto portfolio přestane být efektivní – bude totiž nově dominováno portfoliem např. s parametry E = 80 % a SD = 17 %. Je však dobré si uvědomit, že toto portfolio vyžaduje celkovou vsazenou částku ve výši cca 2,9 peněžních jednotek, tedy přibližně 2,9krát větší než původně efektivní portfolio. V praxi pochopitelně sázkaři často čelí jistým omezením na celkovou vsazenou částku, např. objemem jim aktuálně okamžitě dostupných peněžních prostředků nebo emocionálními zábranami k vsazení „příliš vysoké“ částky. Proto, i přes význam maximalizace Sharpeho poměru, má stále smysl uvažovat a řešit i úlohu včetně omezení na celkovou vsazenou částku.

Smysl však může mít nepožadovat celkovou vsazenou částku rovnou 1, ale pouze menší nebo rovnou 1. Tím se otevírají nové možnosti v podobě portfolií ležících na spojnici počátku a bodu dotyku „Sharpeho polopřímky“ s efektivní hranicí, které mají vsazenou částku menší než 1 a dominují všechna portfolia v levé dolní části efektivní hranice, až do bodu dotyku se „Sharpeho polopřímkou“.

Celkovou vsazenou částku nižší než 1 si můžeme představit i jako vsazení části rozpočtu na fiktivní sázkovou příležitost s pravděpodobností úspěchu 100 % a kurzem 1. V klasické teorii portfolia hraje tuto roli tzv. bezrizikové aktivum.

3.4 Maximalizace střední hodnoty užitku

V kapitole 3.3 je ilustrován výpočet Markowitzova modelu, který optimalizoval portfolio z hlediska maximalizace očekávaného výnosu a minimalizace rizika. V této kapitole bude aplikována exponenciální užitková funkce, podle které se může sázkař také rozhodnout, do kterého portfolia bude investovat. V kapitole 2.3 je tato funkce popsána a sázkařovo chování se může za pomoci parametru a vypočítat a graficky i znázornit.

K výpočtu použijeme už známé charakteristiky jako je kurz, pravděpodobnost, střední hodnota a směrodatná odchylka u každého kandidáta. Dále si sestavíme matici možných scénářů, které mohou nastat. Jsou to takové scénáře, které znázorňují případy výhry či prohry daného kandidáta. Tyto situace si označíme prostřednictvím nul a jedniček. Nula bude představovat prohru daného kandidáta a jednička naopak výhru. Takto nám vznikne 2^{13} možností, tedy 8 192. Ke každé z těchto situací se vypočte zisk a pravděpodobnost, se kterou daná situace může nastat.

Zisk portfolia při daném scénáři se vypočte jako:

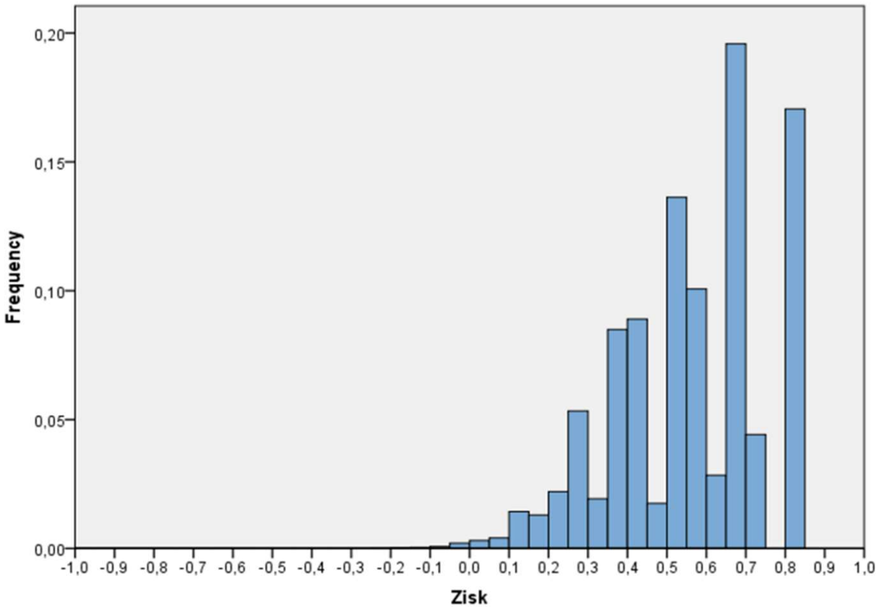
$$z = \sum_{i=1}^{n} k_i w_i m_i - 1$$

kde m_i je 0/1 indikátor výhry kandidáta i při daném scénáři.

Pravděpodobnost daného scénáře se vypočte jako:

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i^{m_i} \cdot (1 - p_i)^{1-m_i}$$

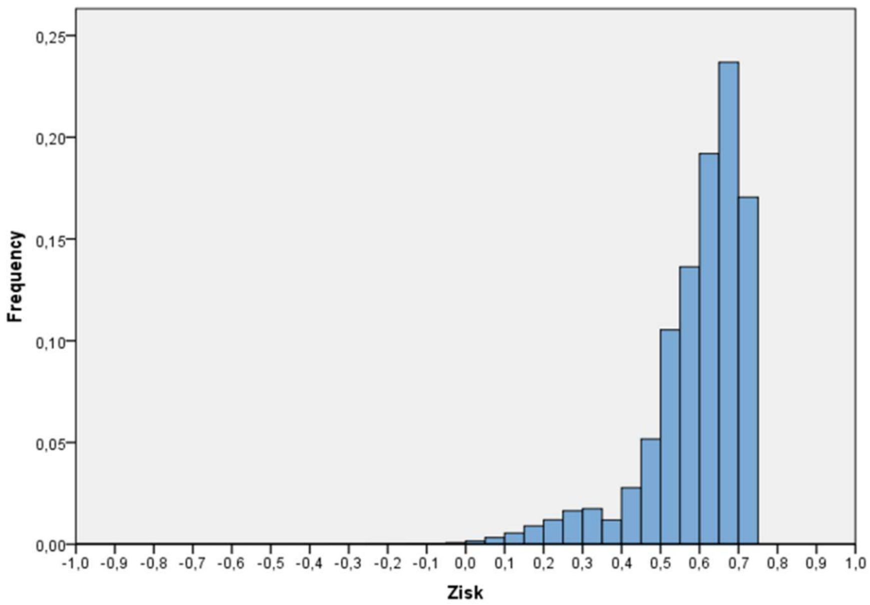
Z hodnot z a P pro jednotlivé scénáře je možné sestrojit histogram pravděpodobnostního rozdělení zisku. Použit byl program SPSS, přičemž pravděpodobnosti scénářů byly použity jako váhy datového souboru. Z následujících grafů vždy pro daný rok ukazuje první histogram data pro rovnoměrně rozdělení portfolio (Graf 7 – Histogram rozdělení zisku, rok 2012 a Graf 9), kdy váhy $w_i = 1/13$, a následující graf (Graf 8 a Graf 10) pak zobrazuje histogram pro portfolio maximalizující Sharpeho poměr (viz kapitola 3.3.1).



min(z)	-1,000
max(z)	0,812
P(z < 0)	0,35%
E(z)	0,559
SD(z)	0,187
Sharpe	2,993

Graf 7 – Histogram rozdělení zisku, rok 2012

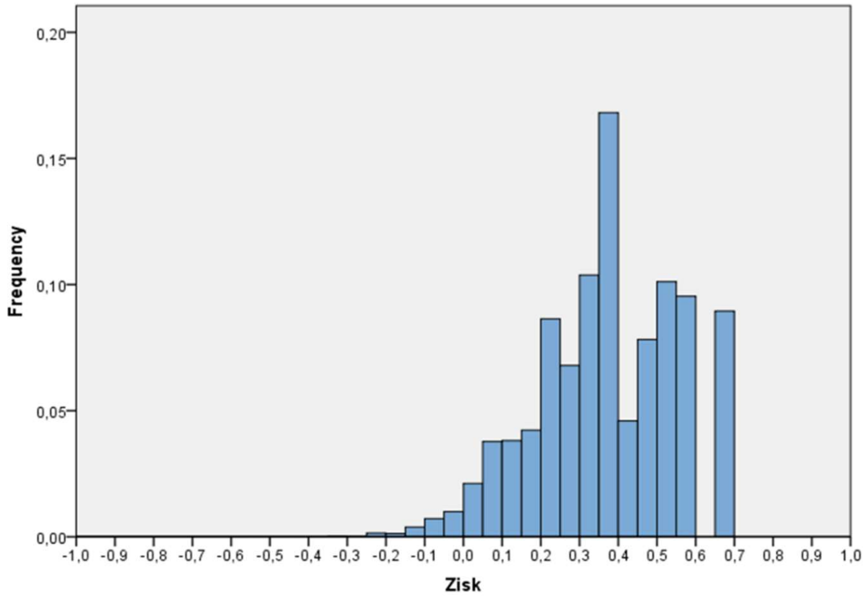
Zdroj: vlastní zpracování



min(z)	-1,000
max(z)	0,707
P(z < 0)	0,20%
E(z)	0,592
SD(z)	0,128
Sharpe	4,615

Graf 8 – Histogram rozdělení zisku s nejlepším Sharpeho poměrem, rok 2012

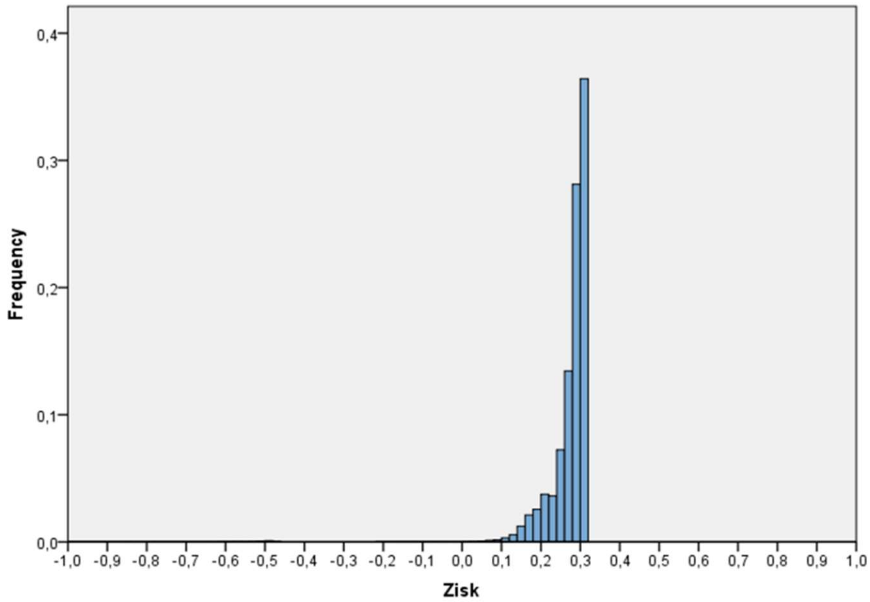
Zdroj: vlastní zpracování



min(z)	-1,000
max(z)	0,682
P(z < 0)	2,43%
E(z)	0,374
SD(z)	0,181
Sharpe	2,068

Graf 9 – Histogram rozdělení zisku, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování



min(z)	-1,000
max(z)	0,319
P(z < 0)	0,27%
E(z)	0,277
SD(z)	0,059
Sharpe	4,708

Graf 10 – Histogram rozdělení zisku s nejlepším Sharpeho poměrem, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Ve všech případech je minimum rozdělení rovno -1, což odpovídá situaci prohry všech 13 sázených kandidátů. Pravděpodobnost tohoto scénáře je však velice malá (řádově 10^{-14}). Dokonce i pravděpodobnost ztráty, tedy $P(z < 0)$, je ve všech případech nejvýše

2,43 % (a v ostatních případech je v řádu desetin procenta). Rozdělení mají tedy extrémně dlouhý a „tenký“ levý chvost. Maximum zisku odpovídá výhře všech kandidátů v portfoliu a tato hodnota již závisí na vstupních datech (pravděpodobnosti a kurzy) a na rozložení portfolia – pohybuje se cca od 0,3 do 0,8. V roce 2012 je pravděpodobnost tohoto nejoptimističtějšího scénáře 17 %, v roce 2016 pak 9 %. Tedy na pravém konci spektra hodnot jsou rozdělení spíše „useknutá“ a výsledkem je výrazně záporná šikmost. V případě rovnoměrných portfolií (na rozdíl od „Sharpeho portfolií“) je v histogramu vidět malá mezera mezi maximálním možným ziskem a druhým nejvyšším možným ziskem. To je dáno tím, že při rozložení vah w = 1/13 je prohra kteréhokoli kandidáta znatelným zásahem do zisku celého portfolia. Výrazně nižší maximum a směrodatná odchylka rozdělení zisku u „Sharpeho portfolia“ v roce 2016 než v roce 2012 je dána dominancí kandidáta Ladislava Václavce (váha v portfoliu 66,4 %) s poměrně nízkým kurzem 1,2 a pravděpodobností výhry 99,7 % v „Sharpeho portfoliu“ v roce 2016.

Nyní se může vyjádřit užitek pro každý scénář. Užitek se vypočte za pomoci vzorce (4) tedy:

$$u(z) = \frac{1 - e^{-az}}{a}$$

Následující Tabulka 9 znázorňuje část množiny (konkrétně pět nejlepších a pět nejhorších kandidátů z hlediska zisku) ze všech scénářů, které mohou pro každého kandidáta nastat. Následně pro každý možný scénář je uveden jeho zisk, pravděpodobnost a nakonec užitek. Konkrétně to jsou hodnoty, které počítají s parametrem a = 1 a portfolio je rozděleno rovnoměrně (tedy váha w_i = 1/13).

Veleba Jan Ing.	Berka Zdeněk Ing.	Šesták Jiří Mgr.	Jermář Jaromír PhDr.	Bublan František Mgr.	Jeništa Luděk Mgr.	Látka Jan	Franc Lubomír Bc.	Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	Mezian Hassan MUDr.	Sulovský Leopold Ing.	Adámek František Bc.	Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	zisk	Pravděpodobnost	užitek
K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**	**K9**	**K10**	**K11**	**K12**	**K13**	***z***	***P***	***u***
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,812	0,171	0,556
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,723	0,006	0,515
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,712	0,008	0,509
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0,708	0,013	0,507
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0,700	0,017	0,503
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-0,888	0,000	-1,431
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,896	0,000	-1,450
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,900	0,000	-1,460
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,912	0,000	-1,488
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,000	0,000	-1,718

Tabulka 9 – Zisk, pravděpodobnost a užitek, rok 2012

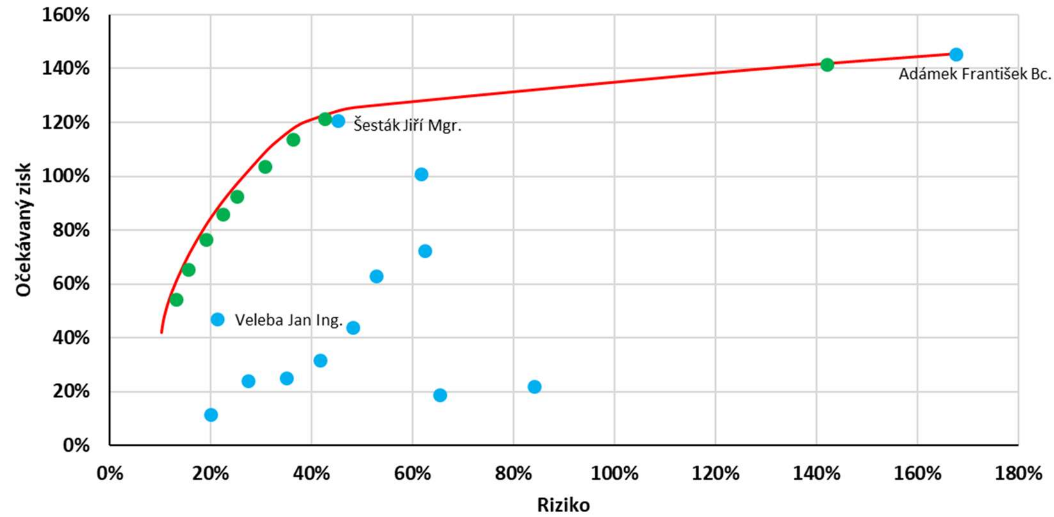
Zdroj: vlastní zpracování

Následně můžeme pro konkrétní zvolené *a* maximalizovat střední hodnotu užitku. V MS Excel k tomu použijeme doplněk Řešitel. Určíme si účelovou funkci – maximalizace střední hodnoty užitku – proměnné modelu jsou jednotlivé váhy kandidátů w_i a omezující podmínku, která určuje součet všech vah, aby byl roven 1 (a samozřejmě nezápornost w_i). Pro každé *a*, které bylo zvoleno, byly nalezeny optimální hodnoty w_i a dále byla vypočtena střední hodnota a směrodatná odchylka zisku tohoto optimálního portfolia (hodnoty za jednotlivé roky jsou zobrazeny v Tabulka 10 a Tabulka 11). Následně byly tyto hodnoty zaneseny zeleně do grafu, ve kterém již byla zobrazena efektivní hranice (Graf 11 a Graf 12).

a	0,1	1	2	3	4	5	7	10	15
E	141,6%	121,5%	113,9%	103,8%	92,7%	86,0%	76,6%	65,3%	54,4%
SD	142,1%	42,6%	36,3%	30,8%	25,3%	22,4%	19,0%	15,7%	13,1%
E(u)	122,9%	66,5%	42,3%	30,4%	23,6%	19,2%	14,0%	9,9%	6,6%

Tabulka 10 – Hodnoty výpočtu užitkové funkce, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování



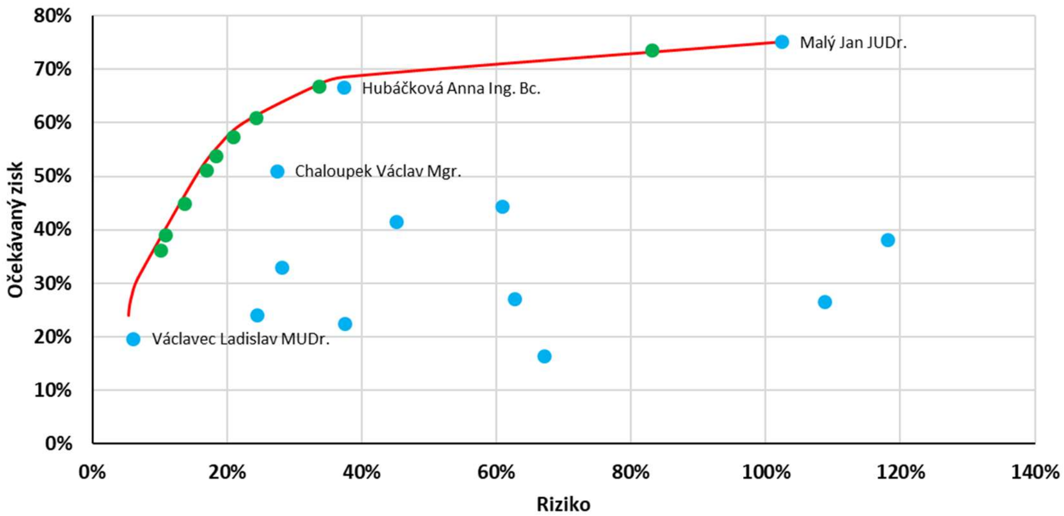
Graf 11 – Střední hodnota zisku a směrodatná odchylka při střední hodnotě užitku, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

a	0,1	1	2	3	4	5	7	10	15
E	73,6%	66,8%	61,0%	57,5%	53,9%	51,2%	45,0%	39,1%	36,2%
SD	83,1%	33,7%	24,3%	20,9%	18,4%	16,9%	13,7%	10,9%	10,1%
E(u)	0,676	0,448	0,326	0,254	0,206	0,173	0,130	0,095	0,064

Tabulka 11 – Hodnoty výpočtu užitkové funkce, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování



Graf 12 – Střední hodnota zisku a směrodatná odchylka při střední hodnotě užitku, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Povšimněme si, že jsou tyto zanesené body velice blízko efektivní hranici. Lze říct, že jde o „téměř efektivní“ řešení. Dokonce to vypadá, že pohybem na škále možných hodnot a je vytvářena křivka těsně kopírující efektivní hranici. Při hodnotách a blížících se 0 se optimální portfolio svojí skladbou blíží k sázce pouze na jediného kandidáta s nejvyšší hodnotou E_i (pravý horní konec efektivní hranice). Naopak při vyšších hodnotách parametru a (vyšší averze vůči riziku) jsou optimální portfolia blízko levému dolnímu konci efektivní hranice. Parametr a tak hraje podobnou roli jako parametr β.

Prakticky toto zjištění znamená, že hledání „optimálních“ řešení pomocí Markowitzova modelu a pomocí maximalizace střední hodnoty užitku (alespoň tedy při použití exponenciální užitkové funkce) vede k velmi podobným výsledkům, a tedy v praxi je možno použít jednu či druhou metodu. V obou případech také zůstává na sázkaři, aby projevil svou osobní míru averze vůči riziku volbou zcela konkrétního portfolia ze škály efektivních/optimálních portfolií.

3.5 Kumulované (AKU) tikety

V předchozích kapitolách se předpokládalo o možnosti vsadit v rámci jednoho tiketu pouze na jednoho kandidáta a s takovýmto předpokladem co nejlépe rozložit své portfolio mezi jednotlivé kandidáty. Naopak v této kapitole bude předpokladem možnost vsadit v rámci jednoho tiketu na více kandidátů (vytvořit jeden akumulovaný tiket) a optimalizovat „portfolio“ (obsahující jediný AKU tiket) s tímto předpokladem.

Pokud nadále uvažujeme stejných 13 kandidátů, pak všech možných AKU tiketů existuje 2^{13}, tedy 8 192 tiketů (pokud je uvažován i pomyslný prázdný tiket). V tomto případě se vypočte (celkový kumulovaný) kurz, pravděpodobnost výhry, střední hodnota zisku, rozptyl a směrodatná odchylka zisku a Sharpeho poměr každého možného AKU tiketu. Podobně jako v kapitole 3.4 sestrojíme matici nul a jedniček o velikosti 8 192×13, reprezentující jednotlivé AKU tikety. Hodnota 1 bude značit zařazení daného kandidáta na daný tiket, hodnota 0 naopak nezařazení.

U kumulovaného tiketu se kurzy jednotlivých kandidátů na tiketu násobí, takže celkový kurz AKU tiketu získáme jako

$$k = \prod_{i=1}^{n} {k_i}^{T_i},$$

kde *Ti* je 0/1 indikátor zařazení kandidáta *i* na tiket. Výherním AKU tiketem je pouze ten, který má všechny příležitosti na tiketu výherní. Tedy pravděpodobnost výhry AKU tiketu se vypočte jako:

$$P = \prod_{i=1}^{n} {p_i}^{T_i}$$

Střední hodnota, směrodatná odchylka a Sharpeho poměr se pak již vypočte klasickým způsobem, stejně jako pro jednotlivé sólo tikety s daným kurzem k a pravděpodobností výhry *P*.

Pro ilustraci výsledků je níže uvedena Tabulka 12 (senátní volby 2012) s těmito hodnotami. AKU tikety jsou seřazeny sestupně podle Sharpeho poměru a je zobrazeno prvních deset s největší hodnotou a posledních deset s nejhorší hodnotou.

Veleba Jan Ing.	Berka Zdeněk Ing.	Šesták Jiří Mgr.	Jermář Jaromír PhDr.	Bublan František Mgr.	Jeništa Luděk Mgr.	Látka Jan	Franc Lubomír Bc.	Emmerová Milada Doc.MUDr. CSc.	Mezian Hassan MUDr.	Sulovský Leopold Ing.	Adámek František Bc.	Syková Eva prof. MUDr. DrSc. FCMA	kurz	Pravděpodobnost	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Sharpeho poměr
K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12	K13	*k*	*p*	E	SD	S
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	1,00	0,00	0,00	-
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,45	0,94	2,24	0,82	2,73
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,30	0,96	1,21	0,45	2,67
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,97	0,91	2,61	1,13	2,31
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,49	0,90	3,02	1,37	2,20
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,50	0,98	0,47	0,21	2,19
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,65	0,93	1,46	0,68	2,16
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7,59	0,86	5,52	2,64	2,09
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,99	0,91	1,73	0,84	2,08
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5,06	0,88	3,44	1,66	2,07
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1253	0,17	212,7	471,3	0,45
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,43	0,63	0,53	1,17	0,45
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	3,63	0,50	0,80	1,81	0,44
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	3,77	0,48	0,82	1,88	0,43
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1,78	0,74	0,32	0,78	0,42
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	3,21	0,50	0,62	1,60	0,38
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,07	0,66	0,36	0,98	0,37
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2,79	0,52	0,45	1,39	0,32
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1,55	0,77	0,19	0,66	0,29
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1,80	0,68	0,22	0,84	0,26

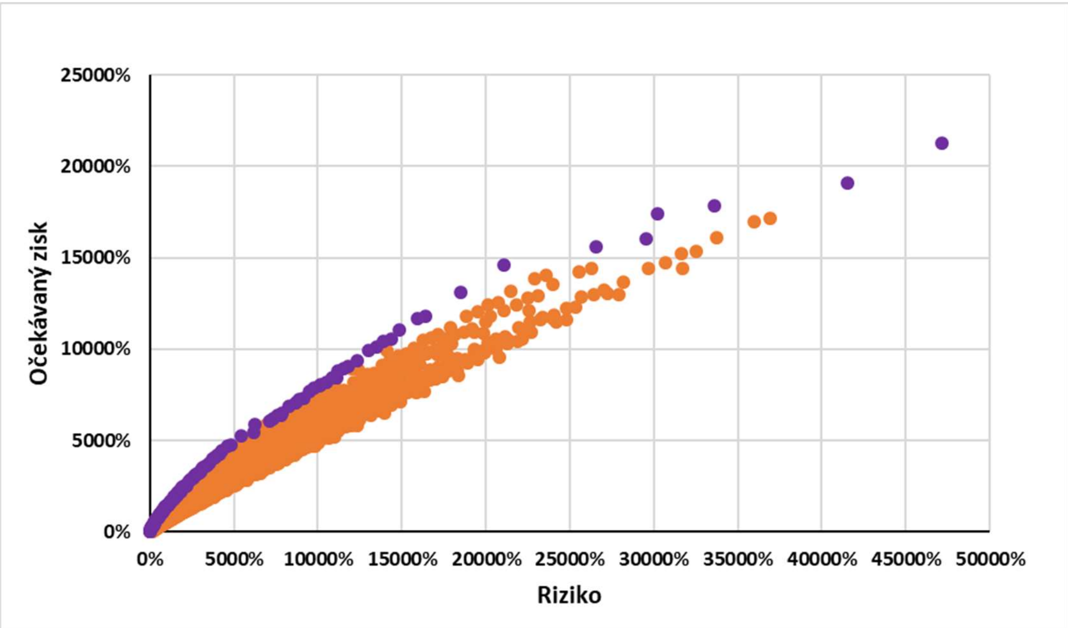
Tabulka 12 – Kumulované tikety a jejich parametry, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Zde je vidět, že pokud na tiket nikoho nevsadíme (vytvoříme „prázdný tiket“), pak je jeho kurz roven 1 a pravděpodobnost výhry je 1. Proto zisk takového „tiketu“ bude vždy 0.

Druhou nejvyšší pravděpodobnost výhry (98 %) má tiket obsahující pouze jediného kandidáta a to Ing. Velebu. Pravděpodobnost výhry i kurz je shodný s pravděpodobností výhry a kurzem tohoto kandidáta (to platí vždy, pokud se vsadí pouze na jednoho kandidáta).

Zajímavější jsou už kombinace více kandidátů na tiketu. Například s nejlepším Sharpeho poměrem (s hodnotou 2,73) vychází tiket obsahující dva kandidáty, a to Ing. Velebu a Mgr. Šestáka. V jejich kombinaci je kurz tiketu 3,45 a pravděpodobnost výhry je 94 %. Další nejvýhodnější kombinací více kandidátů je, když se na tiket přidá k těmto dvěma kandidátům ještě Ing. Berka. Poté je kurz zvýšen na 3,97, ale pravděpodobnost výhry se již snižuje na 91 % (a Sharpeho poměr vychází 2,31). S každým takto přidaným kandidátem na tiket se pravděpodobnost výhry bude snižovat a kurz zvyšovat. Extrémem je pak AKU tiket obsahující všech 13 kandidátů (v tabulce je takováto kombinace zobrazena na 10. řádku od spodu). Dosahuje nejvyšší hodnoty kurzu 1 253, ale zároveň nejnižší pravděpodobnosti výhry – 17 %. Sharpeho poměr ovšem není nejhorší, dosahuje hodnoty 0,45. S nejhorším Sharpeho poměrem (0,26) je vsazení pouze na jednoho kandidáta, a to na prof. MUDr. Eva Sykovou, DrSc.

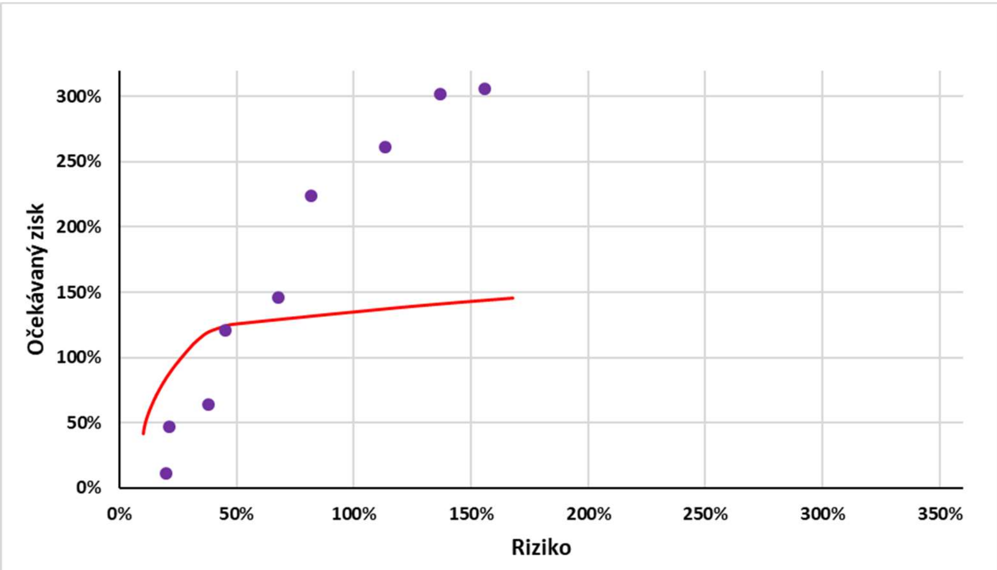


Graf 13 – Akumulované tikety, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Dále bylo pro každý AKU tiket rozhodnuto, zda je v rámci množiny všech AKU tiketů efektivní. V programu MS Excel byl ke každému AKU tiketu pomocí funkce COUNTIFS spočten počet jiných AKU tiketů, které ho dominují (tedy mají vyšší střední hodnotu zisku a nižší směrodatnou odchylku zisku). Efektivní jsou pak ty AKU tikety, kde tento počet vyšel roven 0. Efektivních AKU tiketů je celkem 131 (tato hodnota je samozřejmě pro každý rok voleb jiná).

Následující Graf 14 znázorňuje na svislé ose očekávaný zisk a na vodorovné ose riziko (směrodatnou odchylku zisku) pro všech 8 192 AKU tiketů, přičemž ty efektivní jsou odlišeny fialovou barvou. Tvoří obdobu efektivní hranice v případě optimalizace portfolia sólo tiketů, viz kapitola 3.3. Je zajímavé porovnat v jednom grafu tyto dvě efektivní hranice. Je zřejmé, že možnost vsadit jeden AKU tiket otevírá cestu k výrazně vyšším očekávaným ziskům (doprovázených však současně vyšším rizikem). Zatímco nejvýnosnější a nejrizikovější portfolio sestávající se ze sólo tiketů v kapitole 3.3 (rok 2012) mělo očekávaný zisk 145,4 % a riziko 167,7 %, tak AKU tiket obsahující všech 13 kandidátů dosahuje očekávaného zisku 21 270 % a rizika 47 130 %. Proto není prakticky možné nechat vykreslit obě celé efektivní hranice do jednoho grafu. Je však možné vykreslit celou efektivní hranici portfolií ze sólo tiketů spolu s částí (levým dolním koncem) efektivní hranice AKU tiketů, viz následující Graf 14.



Graf 14 – Sólo a AKU efektivní hranice, rok 2012

Zdroj: vlastní zpracování

Z tohoto grafu je vidět, že možnost rozložit rozpočet mezi více sólo tiketů přináší možnost lépe diverzifikovat portfolio – v levé dolní části červená křivka dominuje fialové body pod ní. Avšak možnost vsadit jeden AKU tiket dovoluje dosahovat vyššího očekávaného zisku – v pravé horní části grafu fialové body dominují červenou křivku pod nimi. Porovnání nejlepších Sharpeho poměrů vychází v poměru 4,62 ku 2,73 ve prospěch portfolia sólo tiketů.

Zda by si konkrétní sázkař měl přát vsadit více sólo tiketů nebo jeden AKU tiket, bude záviset na jeho averzi vůči riziku a zda má nebo nemá omezený rozpočet. Zřejmě nejvýhodnější situaci by představovala možnost vsadit více (libovolný počet) různých AKU tiketů. Tím by bylo možné dosahovat vyšších očekávaných zisků a současně diverzifikovat riziko. Touto situací se však tato diplomová práce nezabývá z důvodu její výrazně vyšší složitosti.

Tabulka 13 znázorňuje stejně jako Tabulka 12 střední hodnotu, směrodatnou odchylku a Sharpeho poměr pro akumulované tikety, ovšem zde pro rok 2016. Hodnoty jsou taktéž seřazeny podle Sharpeho poměru sestupně a je zobrazených 10 nejlepších a 10 nejhorších tiketů.

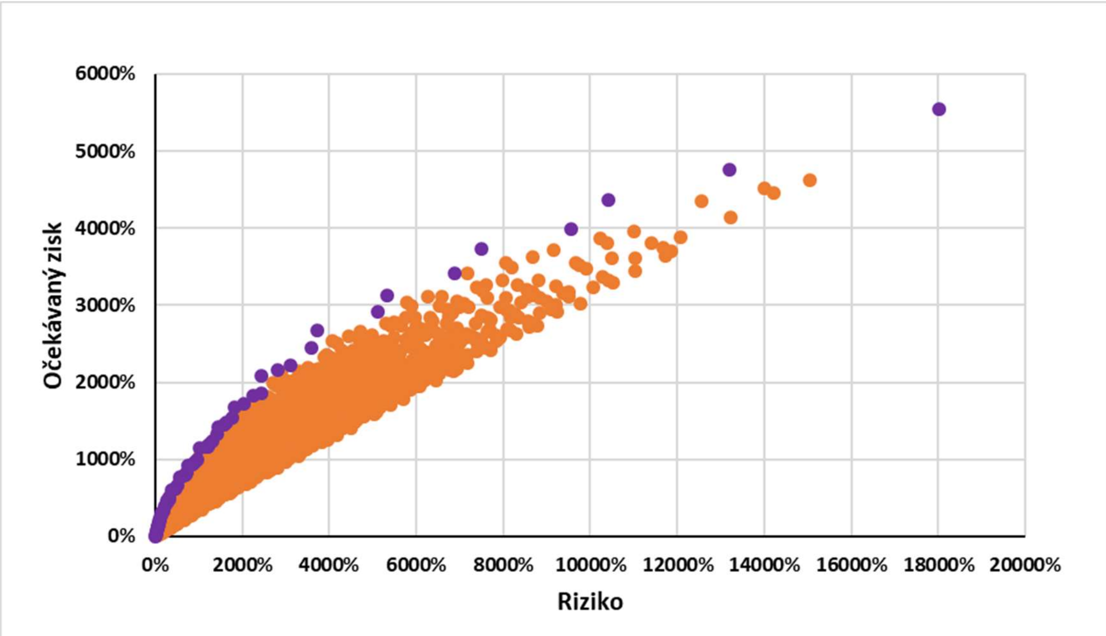
Václave c Ladisl av MUDr.	Chaloup ek Václa v Mgr.	Vítková Jaromír a Ing.	Holeček Petr	Hubáčk ová An na Ing. Bc.	Chmelo vá Rena ta	Větrovs ký Jaros lav Mgr.	Staněk Pavel Ing.	Dušek Ji ří Mgr. Ph.D.	Brázdil Milan MUDr.	Malý Ja n JUDr.	Kos Ladi slav Ing.	Šanc Ivo RNDr. CSc.	kurz	Pravdě podobn ost	Střední hodnot a	Směrod atná odchylk a	Sharpe ho poměr
K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**	**K9**	**K10**	**K11**	**K12**	**K13**	***k***	***p***	**E**	**SD**	**S**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	1,00	0,00	0,00	-
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,20	1,00	0,20	0,06	3,23
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,87	0,97	0,81	0,34	2,37
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3,28	0,92	2,01	0,89	2,26
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2,10	0,95	0,99	0,46	2,16
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2,73	0,92	1,52	0,73	2,07
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,60	0,92	1,41	0,69	2,04
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4,55	0,88	3,01	1,48	2,03
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4,23	0,89	2,74	1,35	2,03
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,41	0,93	1,24	0,62	2,01
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	404,9	0,09	36,41	117,3	0,31
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	337,4	0,09	30,26	97,83	0,31
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	631,7	0,09	55,51	180,3	0,31
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	12,88	0,20	1,59	5,16	0,31
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	526,4	0,09	46,21	150,4	0,31
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	5,26	0,33	0,75	2,48	0,30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	8,15	0,25	1,03	3,53	0,29
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	3,41	0,43	0,47	1,69	0,28
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1,55	0,75	0,16	0,67	0,24
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,20	0,58	0,27	1,09	0,24

Tabulka 13 – Kumulované tikety a jejich parametry, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Kombinace alespoň dvou kandidátů má nejlepší Sharpeho poměr 2,37. Tento tiket obsahuje dva kandidáty, MUDr. Ladislav Václavec a Mgr. Václav Chaloupek, s kurzem 1,87 a pravděpodobností 0,97. S nejvyšším kurzem je stejně jako v roce 2012 AKU tiket, který obsahuje všechny kandidáty. Jeho kurz je 631,7 a pravděpodobnost 0,09. Tuto pravděpodobnost mají i jiné AKU tikety a v této tabulce je to nejnižší hodnota.

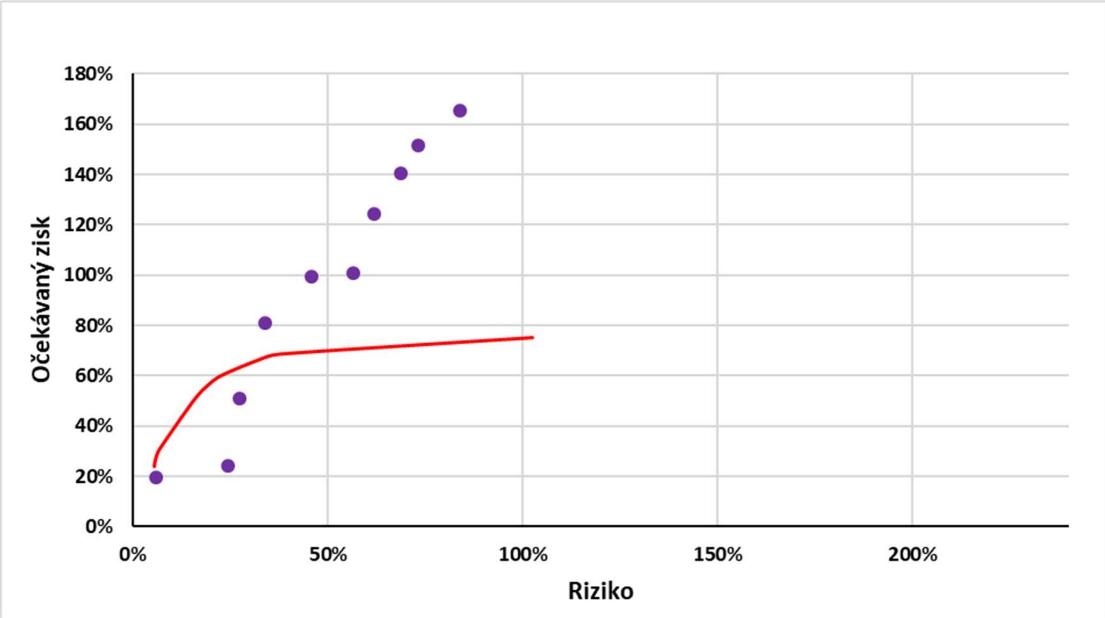
Následující graf 15 zobrazuje všechny AKU tikety pro rok 2016 a z nich jsou fialově AKU tikety, které nejsou jiným AKU tiketem dominovaný, tedy jsou efektivní. Takovýchto tiketů je v tomto roce 62.



Graf 15 – Akumulované tikety, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

Graf 16 porovnává stejně jako v roce 2012 efektivní hranici AKU tiketů (tedy jejich dolní část) a sólo tiketů. Porovnání Sharpeho poměru je zde 3,23 ku 4,71 ve prospěch sólo tiketů. Interpretace tohoto grafu je obdobná jako v roce 2012.



Graf 16 – Sólo a AKU efektivní hranice, rok 2016

Zdroj: vlastní zpracování

4. Výsledky a diskuse

Primárním cílem diplomové práce bylo optimalizovat portfolio kurzových sázek, skládající se z většího množství sólo tiketů s různými vsazenými částkami. Zvolené optimalizační postupy jsou použitelné na obecnou situaci, kdy v jednu chvíli je k dispozici větší množství předzápasových sázkových příležitostí, které je možné považovat za nezávislé náhodné jevy. Jejich kurzy jsou pevně dané, v čase se nemění a nereagují na objem vsazených prostředků na jednotlivé příležitosti. V neposlední řadě sázkař musí mít k dispozici odhadnuté pravděpodobnosti úspěchu pro všechny jednotlivé sázkové příležitosti. Těmto předpokladům nejlépe odpovídají např. zápasy jednoho kola hokejové či fotbalové ligy.

V celé této práci však pro numerické ilustrace a výpočty byla použita data druhého kola senátních voleb z let 2012 a 2016. Na 27 duelů ve druhém kole je možné se dívat jako na přibližně nezávislé náhodné jevy. Odhadnuté pravděpodobnosti výhry byly pro účely této práce poskytnuty RNDr. Tomášem Hanzákem, Ph.D. Pro každý ročník voleb bylo uvažováno jen 13 kandidátů s největším očekávaným ziskem (ve všech případech byl kladný).

První použitou optimalizační metodou byl Markowitzův model, snažící se – jakožto úloha vícekriteriální optimalizace – maximalizovat střední hodnotu zisku a minimalizovat směrodatnou odchylku zisku (riziko). Pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů byla nalezena množina efektivních řešení pro pevně danou celkovou vsazenou částku a graficky znázorněna jako tzv. efektivní hranice. Ta má v tomto případě typický konkávní tvar, známý z aplikace Markowitzova modelu na portfolia cenných papírů.

Analyticky bylo odvozeno složení portfolia maximalizující Sharpeho poměr. Zajímavým výsledkem je, že toto portfolio vždy obsahuje s kladnou vahou všechny kandidáty. To samé platí o portfoliu minimalizující riziko (bez ohledu na očekávaný zisk). Při posunu po efektivní hranici směrem od nejméně rizikového portfolia (levý dolní konec efektivní hranice) po nejvíce rizikové portfolio (pravý horní konec efektivní hranice) jednotliví kandidáti z portfolia vystupují (jejich váha se z doposud kladné hodnoty trvale změní na nulu) v pořadí jejich střední hodnoty zisku, od těch nejméně „ziskových“ po ty nejziskovější.

Maximalizaci Sharpeho poměru lze chápat jako nalezení optimálního portfolia při absenci rozpočtového omezení, jelikož v této situaci všechna efektivní portfolia jsou násobkem portfolia maximalizujícího Sharpeho poměr při pevné celkové vsazené částce. Na druhou stranu předpoklad absence rozpočtového omezení není vždy realistický – ať jde o reálně omezený objem disponibilní hotovosti či sázkařovu psychologickou bariéru ve vztahu k vsazení (investování) „příliš velké“ celkové částky (v praxi se můžeme bavit o statisících korun). Proto lze očekávat, že v praxi budou ze strany sázkařů preferována spíše výnosnější (a rizikovější) portfolia než ta maximalizující Sharpeho poměr.

Druhým přístupem použitým v práci byla maximalizace střední hodnoty užitkové funkce, což je rostoucí konkávní funkce zisku. Konkrétně byla zvolena exponenciální užitková funkce s jedním parametrem a řídícím míru averze vůči riziku. Bylo uvažováno 2^{13} scénářů s jejich zisky a pravděpodobnostmi. Maximalizace samotná byla provedena numericky (Řešitelem v programu MS Excel), a to pro několik různých hodnot a.

Body odpovídající kombinacím střední hodnoty a směrodatné odchylky zisku těchto portfolií leží velice blízko efektivní hranice získané Markowitzovým modelem. S klesající hodnotou parametru a získaná řešení kopírují efektivní hranici směrem doprava nahoru. Dá se tedy říct, že oba dva různé přístupy vedou k velice podobným výsledkům a jsou v praxi zaměnitelné.

Pro vybraná portfolia byly pro lepší představu sestrojeny histogramy pravděpodobnostního rozdělení zisku. V případě použitých dat senátních voleb mají tato rozdělení zápornou šikmost s výrazně dlouhým a tenkým levý chvostem až do extrémně málo pravděpodobného minima v bodě -1. Naopak maximálního zisku (výhra všech 13 kandidátů) je dosahováno s nezanedbatelnou pravděpodobností. To je dáno tím, že pravděpodobnosti výhry kandidátů, na které sázíme, se nejčastěji pohybují nad 80 % a nezřídka kdy dosahují úrovně nad 95 %. Při použití jiných dat, kde by se pravděpodobnosti úspěchu u jednotlivých sázkových příležitostí pohybovaly spíše kolem hodnoty 50 % (odpovídající symetrickému alternativnímu rozdělení), by pravděpodobně i rozdělení zisku portfolia bylo symetričtější.

Výrazná nenormalita či obecně asymetričnost rozdělení zisku v případě dat senátních voleb může vysvětlovat, proč řešení získaná maximalizací střední hodnoty užitkové funkce nejsou přesně (dokonale) efektivní, ale leží pouze blízko efektivní hranice. V případě symetričtějšího (normálnějšího) rozdělení zisku lze očekávat, že tato řešení budou ještě blíže efektivní hranici.

Poslední kapitola praktické části se věnovala možnosti vsadit jeden kumulovaný (AKU) tiket, obsahující jednu či více sázkových příležitostí. Takových různých tiketů existuje 2^{13} a snadno lze určit jejich pravděpodobnost výhry, celkový kurz, střední hodnotu a směrodatnou odchylku zisku. Dále lze tyto tikety graficky znázornit a rozhodnout o jejich efektivnosti, podobně jako v případě aplikace Markowitzova modelu. Tím vzniká efektivní hranice AKU tiketů a opět je na sázkaři, zda se rozhodne pro tiket s nižším ziskem i rizikem nebo pro tiket s větším ziskem i rizikem. V porovnání s možností sázet na jednotlivé sólo tikety je zde možné dosáhnout řádově vyšších výnosů (ale současně i rizika). Naopak možnost rozložit rozpočet mezi více sólo tiketů umožňuje lépe diverzifikovat riziko a dosáhnout např. vyššího Sharpeho poměru.

V roce 2010 sázková kancelář Tipsport prokazatelně umožňovala kumulovat více duelů druhého kola senátních voleb na jeden AKU tiket. Tím dávala najevo, že výsledky v jednotlivých volebních obvodech skutečně považovala za nezávislé náhodné jevy. Na zpravodajském webu iDNES.cz (Šedivý, 2010) je zdokumentován případ sázkaře, který v roce 2010 na jeden AKU tiket vsazený u Tipsportu umístil 15 kandidátů účastnících se 2. kola senátních voleb spolu s 5 výsledky sportovních utkání. Celkový kurz dosáhl 7 352 a při vsazených pouhých 100 Kč sázkař vyhrál 735 000 Kč. Nutno dodat, že tento sázkař měl i poměrně velké štěstí – nejtěsnější výhru na tiketu představoval kandidát Bratský na Praze 6, který zvítězil o pouhých 70 hlasů (a dalších 7 vítězných kandidátů získalo počet hlasů jen rozmezí 50–55 %). Tento výherní tiket je uveden v příloze.

Minimálně od roku 2014 žádná z významných českých sázkových kanceláří tuto možnost již u senátních voleb nenabízí. Buď začaly považovat výsledky v jednotlivých obvodech za závislé náhodné jevy, anebo se obávají vysokých ztrát způsobených sofistikovanými sázkaři zaměřujícími se na tento typ sázek. Možnost rozložit celkovou investovanou částku mezi více různých AKU tiketů (touto možností se pro její složitost tato práce ani nezabývala) by totiž velice pravděpodobně vedla k vysoké ziskovosti těchto sázkařů (pokud by sázkové kanceláře nezměnily způsob určování kurzů).

Již bylo řečeno, že v této práci uvažovaným předpokladům nejlépe vyhovují např. zápasy jednoho kola ligové soutěže (kombinovat by však pochopitelně šlo např. i více soutěží). V případě senátních voleb, jejichž data byla v práci používána, jsou některé předpoklady více či méně porušeny.

Předpoklad statistické nezávislosti výsledků v jednotlivých volebních obvodech při sázení na vítěze ve druhém kole po zveřejnění výsledků kola prvního je poměrně realistický (viz dřívější možnost takové příležitosti dokonce kumulovat na jeden tiket).

Neplatí však předpoklad neměnnosti vypsaných sázkových kurzů a to, že tyto kurzy nereagují na objem vsazených prostředků konkrétním sázkařem. Podle zkušeností sázkařů totiž v případě senátních voleb sázkové kanceláře poměrně výrazně reagují úpravou vypsaných kurzů i na sázky v řádu větších jednotek tisíc až malých desítek tisíc korun.

To je dáno zaprvé poměrně nízkým celkovým objemem sázek na jednotlivé obvody – senátní volby jsou mezi sázkaři nesrovnatelně méně populární než např. volby prezidentské, navíc se odehrávají ve 27 obvodech, mezi které sázkaři své sázky rozdělují. Druhým možným vysvětlením může být fakt, že sázkové kanceláře si svými výchozími kurzy nejsou příliš jisté, a proto je častěji korigují dle počátečního zájmu sázkařů.

Proto v praxi hraje roli i rychlost, s jakou sázkař své tikety vsází, případně po jak malých částkách opakovaně sází na stejného kandidáta. Zásadní pak také je, zda existuje dostatečně mnoho jiných sázkařů, kteří jsou ochotni sázet na protikandidáta a tím udržovat kurz na zajímavé výši.

Nicméně nic z výše řečeného neznamená, že postupy popsané v této diplomové práci nejsou pro sázení na druhé kolo senátních voleb v praxi použitelné. Dynamika vypsaných kurzů pouze do celé záležitosti z pohledu sázkaře přidává další rozměr.

5. Závěr

Cílem této diplomové práce bylo řešit úlohu optimálního rozvržení rozpočtu při kurzovém sázení. Uvažována byla situace, kdy jednotlivé sázkové příležitosti lze považovat za nezávislé náhodné jevy, jejichž pravděpodobnosti dokáže sázkař odhadnout.

Práce se primárně zaměřila na alokaci rozpočtu mezi jednotlivé sólo tikety. Použité metody je možné aplikovat na situaci fixního rozpočtu, situaci maximálního možného rozpočtu i situaci zcela neomezeného rozpočtu sázkaře.

V teoretické části práce byly nejprve vysvětleny pojmy a principy kurzového sázení. Následoval pohled na sázení jako investici a témata riziko a nejistota, diverzifikace rizika a postoj vůči riziku. Další kapitola se věnovala pojmu užitková funkce a maximalizaci střední hodnoty užitku jakožto funkce zisku. Vyloženy byly taktéž základní pojmy vícekriteriální optimalizace a popsán byl Markowitzův model a Sharpeho poměr. Na závěr byla popsána metoda Lagrangeových multiplikátorů.

V praktické části byla pro numerické ilustrace použita data druhého kola senátních voleb z let 2012 a 2016. Ze sázkových kurzů a odhadnutých pravděpodobností byly spočítány očekávané zisky, rozptyly a směrodatné odchylky sázek na jednotlivé kandidáty.

První použitou metodou byl Markowitzův model. Pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů byla nalezena a graficky znázorněna množina efektivních řešení pro pevný rozpočet. Analyticky bylo odvozeno složení portfolia maximalizující Sharpeho poměr, které má výsadní postavení v případě opuštění podmínky pevného rozpočtu.

Druhým přístupem použitým v práci byla (numerická) maximalizace střední hodnoty exponenciální užitkové funkce. Ukázalo se, že tento postup vede k podobným výsledkům jako Markowitzův model. Pro vybraná portfolia byly sestrojeny histogramy pravděpodobnostního rozdělení zisku.

Poslední kapitola praktické části se věnovala možnosti vsadit jeden kumulovaný (AKU) tiket. Z množiny všech takových tiketů byly určeny ty efektivní.

Na závěr byla diskutována odlišnost reality kurzových sázek (na příkladu druhého kola senátních voleb) od použitých matematických modelů. Ta spočívá především v čase proměnlivých a na prováděné sázky reagujících kurzech. Nicméně postupy popsané v této diplomové práci jsou i tak v praxi použitelné.

6. Seznam použitých zdrojů

Knihy

BĚLOTA, Ladislav, 2011. *Jak sázet kurzové sázky úspěšně: cesta k zisku krok za krokem.* Brno: Computer Press. ISBN 978-80-251-3482-5.

BRČÁK, Josef, Bohuslav SEKERKA a Roman SVOBODA, 2013. *Mikroekonomie: teorie a praxe. Plzeň*: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. ISBN 978-80-7380-453-4.

ČÁMSKÝ, František. Teorie portfolia. 2. přepracované a rozšířené vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2007. 123 s. ISBN 978-80-210-4252-0.

ČIŽINSKÁ, Romana, 2018. *Základy finančního řízení podniku*. Praha: Grada Publishing. Prosperita firmy. ISBN 978-80-271-0194-8.

GLADIŠ, Daniel, 2005. *Naučte se investovat*. 2., rozš. vyd. Praha: Grada. Finanční trhy a instituce. ISBN 80-247-1205-9.

GLADIŠ, Daniel, 2015. *Akciové investice*. Praha: Grada. Investice. ISBN 9788024753751.

FOTR, Jiří a Jiří HNILICA, 2014. *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování.* 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Grada. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5104-7

KŇAZOVČÍK, Ladislav, 2009. *Jak zbohatnout na kurzových sázkách: kniha úspěšného sázkaře*. Brno: Tribun EU. Knihovnicka.cz. ISBN 978-80-7399-755-7.

MARKOWITZ, Harry, 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance* [online]. **7**(1) [cit. 2019-11-08]. DOI: 10.2307/2975974. ISSN 00221082. Dostupné z: https://www.jstor.org/stable/2975974?origin=crossref

MONAHAN, George E, 2000. *Management decision making: spreadsheet modeling, analysis, and application*. New York: Cambridge University Press. ISBN 0521781183.

NÝVLTOVÁ, Romana a Mária REŽŇÁKOVÁ, 2007. *Mezinárodní kapitálové trhy: zdroj financování*. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-1922-1.

PETRONIUS, 2015. *Kurzové sázení krok za krokem*. Petr Šístek, 2015. ISBN 978-80-260-7703-9.

PRIGENT, Jean-Luc, c2007. *Portfolio optimization and performance analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC. ISBN 1584885785.

REVENDA, Zbyněk, 2014. *Peněžní ekonomie a bankovnictví*. 6., aktualiz. vyd. Praha: Management Press. ISBN 978-80-7261-279-6.

SVATOŠOVÁ, Libuše a Bohumil KÁBA, 2007. *Statistické metody I*. Praha: Česká zemědělská univerzita, Provozně ekonomická fakulta. ISBN 978-80-213-1672-0.

ŠUBRT, Tomáš, 2015. *Ekonomicko-matematické metody*. 2. upravené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. ISBN 978-80-7380-563-0.

TURZÍK, Daniel, 1999. *Matematika III: základy optimalizace*. Vyd. 3. Praha: Vydavatelství VŠCHT. ISBN 80-708-0363-0.

Internetové zdroje

Druhy a typy kurzových sázek: všechny určitě neznáte, 2020. In: *SazkoveKancelare.com* [online]. 14. 2. 2020 [cit. 20. 02. 2020]. Dostupné z: https://www.sazkove-kancelare.com/druhy-sazek/

HLADÍK, Milan, 2018. Vícekriteriální optimalizace: text k přednášce. In: *Katedra aplikované matematiky: Matematicko-fyzikální fakulta Univerzita Karlova* [online]. Praha, 22. 5. 2018 [cit. 29. 02. 2020]. Dostupné z: https://kam.mff.cuni.cz/~hladik/VP/text_vp.pdf

Nápověda: vysvětlení příležitostí, ©2020. In: *Tipsport* [online]. Beroun [cit. 24. 02. 2020]. Dostupné z: https://www.tipsport.cz/napoveda/kategorie/377-vysvetleni-prilezitosti

Podrobná pravidla sázek, 2016. In: *Tipsport* [online]. Beroun, 12. 10. 2016 [cit. 01. 02. 2020]. Dostupné z: https://home.tipsport.cz/doc_net/podrobna-pravidla-tipsport-net.pdf

Rizika (Risks), ©2011-2016. In: *ManagementMania* [online]. Plzeň: ManagementMania.com [cit. 20. 11. 2019]. Dostupné z: https://managementmania.com/cs/rizika

ŠEDIVÝ, Petr, 2010. Senátor vyhrál o sedmdesát hlasů. Sázkaři tím pomohl k výhře 700 tisíc. In: *iDnes.cz* [online]. Praha: Mafra, 29. 10. 2010 [cit. 22. 03. 2020]. Dostupné z: https://www.idnes.cz/sport/sazeni/senator-vyhral-o-sedmdesat-hlasu-sazkari-tim-pomohl-k-vyhre-700-tisic.A101029_091011_sazeni_pes

Teorie portfolia: Markowitzův model, ©2020. In: *SlidePlayer* [online]. [cit. 10. 02. 2020]. Dostupné z: https://slideplayer.cz/slide/11312997/

Zaostřeno: hazardní hraní v České republice v roce 2018, 2019 [online]. Praha: Úřad vlády České republiky, 2015- [cit. 22.03.2020]. ISSN ISSN 2336-8241. Dostupné z: http://www.drogy-info.cz

Zákon č. 186/2016 Sb., o hazardních hrách. In: *Zákony pro lidi.cz* [online]. © AION CS 2010-2020 [cit. 01. 02. 2020]. Dostupné z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2016-186

7. Přílohy

Tipsport.net

Typ		AKU
Tiket podán dne		19.10.2010 10:39:05
1221 Nový senátor bude(obv76): (22.10.2010 14:00) 2 M.Malý	53,86 %	2.05
8937 Nový senátor bude(obv25): (22.10.2010 08:45) 2 P.Bratský	50,16 %	1.80
1210 Nový senátor bude(obv 7): (22.10.2010 14:00) 2 D.Terelmešová	54,06 %	3.60
1214 Nový senátor bude(obv31): (22.10.2010 14:00) 2 J.Doubrava	55,97 %	1.80
8945 Nový senátor bude(obv70): (22.10.2010 14:00) 4 A.Maštalíř	53,03 %	2.50
1220 Nový senátor bude(obv73): (22.10.2010 14:00) 2 P.Gawlas	51,41 %	2.00
8940 Nový senátor bude(obv43): (22.10.2010 14:00) 3 M.Horská	52,23 %	1.65
1208 Nový senátor bude(obv 1): (22.10.2010 14:00) 1 J.Horník	71,75 %	1.20
1209 Nový senátor bude(obv 4): (22.10.2010 14:00) 1 A.Dernerová	65,14 %	1.04
8939 Nový senátor bude(obv40): (22.10.2010 14:00) 5 J.Strnad	60,16 %	1.15
1213 Nový senátor bude(obv28): (22.10.2010 14:00) 1 V.Vrecionová	55,83 %	1.10
8943 Nový senátor bude(obv55): (22.10.2010 14:00) 4 J.Žaloudík	67,31 %	1.05
1217 Nový senátor bude(obv58): (22.10.2010 14:00) 1 S.Juránek	53,93 %	1.30
1219 Nový senátor bude(obv67): (22.10.2010 14:00) 1 Z.Besta	60,32 %	1.30
1218 Nový senátor bude(obv61): (22.10.2010 14:00) 1 M.Tesařík	54,78 %	1.05
803 Litvínov-Kladno (19.10.2010 17:40) 1 Výhra domácích	4:1	1.70
7 Teplice-Hr.Králové (22.10.2010 18:15) 1 Výhra domácích	2:1	1.47
1 Příbram-Ústí n.L. (23.10.2010 16:00) 02 Neprohra hostů	0:0	1.91
3263 C.Laboral-Maccabi T.A. (21.10.2010 20:30) 1 Výhra domácích	94:78	1.58
13 Liverpool-Blackburn (24.10.2010 16:00) 1 Výhra domácích	2:1	1.68
Vsazená částka		100
Celkový kurs		7351.77
Počet sázek		1
Vsazená částka včetně m.p.		105
Bonifikace		1
Skutečná výhra		[illegible]