



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

MODELOVÁNÍ NELINEÁRNÍCH JEVŮ V ULTRAZVUKOVÝCH POLÍCH

MODEL NONLINEAR EFFECT IN ULTRASOUND FIELDS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. TOMÁŠ KULÍK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ ROZMAN, CSc.

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav biomedicínského inženýrství

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Biomedicínské inženýrství a bioinformatika

Student: Bc. Tomáš Kulík

ID: 109608

Ročník: 2

Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Modelování nelineárních jevů v ultrazvukových polích

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1) Prostudujte teoretické základy ultraakustiky a zaměřte se na oblast ultrazvukových polí v lékařské diagnostice. 2) Seznamte se s principy generování ultrazvukových vln v současných diagnostických systémech a metodami zpracování získávaných signálů při vytváření tomogramů. 3) Proveďte literární rešerši v uvedených oblastech. 4) Prostudujte princip vzniku nelineárních jevů v ultrazvukové diagnostice a popište parametry nelinearity polí odvozené z vlnové rovnice. 5) Pro typické parametry zobrazovacího systému a zvolenou tkáň vypracujte v programovém prostředí Matlab model nelineárního ultrazvukového pole. 6) Dosažené výsledky vhodným způsobem presentujte a proveďte jejich diskusi.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] ROZMAN, J. Ultrazvuková technika v lékařství. Ediční středisko VUT, Brno, 1979

[2] HILL, C.R. Physical principles of medical ultrasonics. Ellis Horwood Ltd, Chichester, 1986, ISBN 0-85312-208-3

Termín zadání: 6.2.2012

Termín odevzdání: 18.5.2012

Vedoucí práce: doc. Ing. Jiří Rozman, CSc.

Konzultanti diplomové práce:

prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Hlavním tématem této diplomové práce je modelování nelineárních jevů v ultrazvukových polích. Práce se zabývá aplikací metody konečných diferencí (FDTD) na Westerveltovu rovnici a následnou tvorbou modelu ultrazvukového pole v programovém prostředí MATLAB. Součástí práce je i teoretický rozbor základů ultraakustiky a technických aspektů při ultrazvukovém zobrazení. Dále tento dokument obsahuje i ověření teoretických předpokladů pomocí vytvořeného modelu.

Klíčová slova

Ultrazvuk, ultrazvuková diagnostika, nelineární jevy, Westerveltova rovnice, Metoda konečných diferencí v časové oblasti (FDTD), modelování, simulace.

Abstract

The main topic of this diploma thesis is the modeling of nonlinear effects in ultrasonic fields. The work deals with application of finite difference method (FDTD) on the Westervelt equation and the subsequent creation of the model of ultrasonic fields in MATLAB. This thesis also includes theoretical analysis of ultra-acoustic and technical aspects of diagnostic ultrasonography. In addition, this document includes verification of theoretical assumptions by using created model.

Key words

Ultrasound, diagnostic ultrasonography, nonlinear effects, Westervelt equation, Finite difference method - time domain (FDTD), modeling, simulation.

Bibliografická citace:

KULÍK, T. *Modelování nelineárních jevů v ultrazvukových polích*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 76 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Jiří Rozman, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma *Modelování nelineárních jevů v ultrazvukových polích* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

V Brně dne 18. května 2012

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Jiřímu Rozmanovi, CSc. za věcné připomínky, cenné rady, odbornou pomoc a profesionální přístup při vedení mé diplomové práce.

V Brně dne 18. května 2012

.....
podpis autora

Obsah

1	Úvod	8
2	Základy ultraakustiky	9
2.1	Fyzikální princip ultrazvuku.....	9
2.1.1	Definice vlnění	9
2.1.2	Základní veličiny ultrazvukového pole	11
2.2	Interakce ultrazvukového vlnění s prostředím.....	12
2.2.1	Útlum ultrazvukového vlnění	12
2.2.2	Reflexe ultrazvukového vlnění.....	13
2.2.3	Rozptyl a absorpce ultrazvukového vlnění	14
2.3	Popis lineárního šíření ultrazvuku	15
2.3.1	Stavová rovnice	16
2.3.2	Eulerova rovnice	16
2.3.3	Rovnice kontinuity	17
2.3.4	Vlnová rovnice	17
2.4	Nelineární šíření ultrazvuku	18
2.4.1	Základní vztahy – stavová a vlnová nelineární rovnice	18
2.4.2	Zkreslení uzv vlny při průchodu nelineárním prostředím	19
3	Technické aspekty UZV zobrazení.....	22
3.1	Generování ultrazvukových vln.....	22
3.1.1	Piezoelektrický jev	22
3.1.2	Rozdělení a konstrukce diagnostických sond.....	22
3.2	Tvar a formování uzv svazku	24
3.2.1	Fresnelova a Fraunhoferova oblast	24
3.2.2	Fokusace UZV vlnění.....	25
3.3	Elektronické zpracování ultrazvukového vlnění	28
3.3.1	Časové sounáležitosti při generování uzv pulsů.....	28
3.3.2	Signálové zpracování v režimu příjmu.....	28
3.4	Zobrazovací módy pro diagnostické vyšetření	30
3.5	Kontrastní látky v ultrasonografii	30
3.6	Harmonické zobrazení	31
4	Modelování nelineárního šíření uzv vlnění.....	32
4.1	Nejčastěji používané modelové rovnice	32
4.1.1	Westerveltova rovnice	32
4.1.2	Burgersova rovnice	33
4.1.3	Chochlova-Zabolotské-Kuzněčovova (KZK) rovnice	33
4.2	Matematické metody pro řešení modelových rovnic.....	34
4.2.1	Metoda konečných prvků (FEM)	34
4.2.2	Metoda konečných diferencí (FDTD)	35
4.3	Aplikace metody konečných diferencí na Westerveltovu rovnici	36
4.3.1	Diskrétní podoba modelové rovnice	36
4.3.2	Okrajové podmínky metody konečných diferencí	39

4.3.3	Optimální volba časového kroku – Δt	43
5	Tvorba a popis modelu	44
5.1	Obecný popis modelu	44
5.2	Nastavení tkáně a jejich typických parametrů	46
5.3	Nastavení parametrů modelu	47
5.4	Nastavení buzení modelu.....	51
5.5	Nastavení vykreslení.....	54
5.6	Ovládací prvky modelu	57
6	Ověření teoretických předpokladů pomocí vytvořeného modelu	58
6.1	Harmonické zkreslení signálu jako míra nelineárních jevů.....	58
6.2	Zkreslení tvaru ultrazvukové vlny v důsledku nelinearit	65
7	Závěrečné zhodnocení	70
	Literatura	71
	Seznam tabulek a obrázků	74

1 Úvod

Zobrazení měkkých tkání a patologických útvarů pomocí ultrazvukového vlnění má dnes již nezastupitelné místo v diagnostickém zobrazování. Jedná se o neinvazivní metodu zobrazování, při které nevznikají pro pacienta žádná rizika, která by ho v krátkodobém či dlouhodobém časovém horizontu ohrožovala.

Pro kompletní pohled na ultrazvukové zobrazení je nutné nejen znát základní technické pojmy a řešení, ale také fyzikální aspekty, jimiž se ultrazvukové vlnění šíří a následně interaguje s danou tkání. Cílem této práce není obsáhnout kompletní problematiku ultrazvukového zobrazování, ale vytvořit na tuto problematiku ucelený náhled v té míře, aby bylo možné správně pochopit a modelovat jevy, které nejsou z hlediska ultraakustiky zcela probádané. Jedná se především o jevy nelineární, jichž se dnes v hojné míře využívá například v harmonickém zobrazení, které umožňuje vyšetřit i ty pacienty, které nebylo možné konvenčním ultrazvukovým zobrazením diagnostikovat.

Teoretická část diplomové práce je věnována základům ultraakustiky a technickým aspektům při uzv zobrazení. Kapitola o základech ultraakustiky pojednává o vzniku a charakteru akustického vlnění a jeho následné interakci s prostředím. Součástí této kapitoly je i stať o lineárním a nelineárním šíření ultrazvuku, ve které jsou z vlnové rovnice odvozeny parametry nelinearity. V pořadí druhá kapitola, o technických aspektech uzv zobrazení, je rozdělena do tří základních bloků: typy diagnostických uzv sond, fokusace ultrazvukového vlnění a elektronické zpracování ultrazvukového vlnění. Teoretická část práce je uzavřena rozбором v oblasti kontrastních látek v ultrasonografii, harmonického zobrazení a typů vyšetřovacích módu v diagnostickém uzv zobrazování.

Praktická část diplomové práce popisuje aplikaci metody konečných diferencí na Westerveltovu modelovou rovnici. Tato aplikace posloužila jako základ pro tvorbu modelu ultrazvukového pole, jež byl vytvořen v programovém prostředí MATLAB. Výsledný model je detailně popsán z hlediska nastavení a možných situací, které mohou při jeho běhu nastat. Součástí praktické části diplomové práce je i ověření teoretických předpokladů pomocí vytvořeného modelu.

2 Základy ultraakustiky

Pojmem ultrazvuk rozumíme mechanické kmity, jež mají frekvenci vyšší, nežli je slyšitelná mez lidského ucha. Lidský sluchový orgán je schopen rozeznat zvuk o frekvenčním rozsahu 16 Hz – 20 kHz. Mechanické vlnění o kmitočtu nižším než 16 Hz se nazývá infrazvuk. Ultrazvukové vlnění tedy nabývá frekvencí od 20 kHz, přičemž pro lékařské (diagnostické) účely se využívají frekvence v megahertzové oblasti (1-20 MHz), [13], [21].

2.1 Fyzikální princip ultrazvuku

2.1.1 Definice vlnění

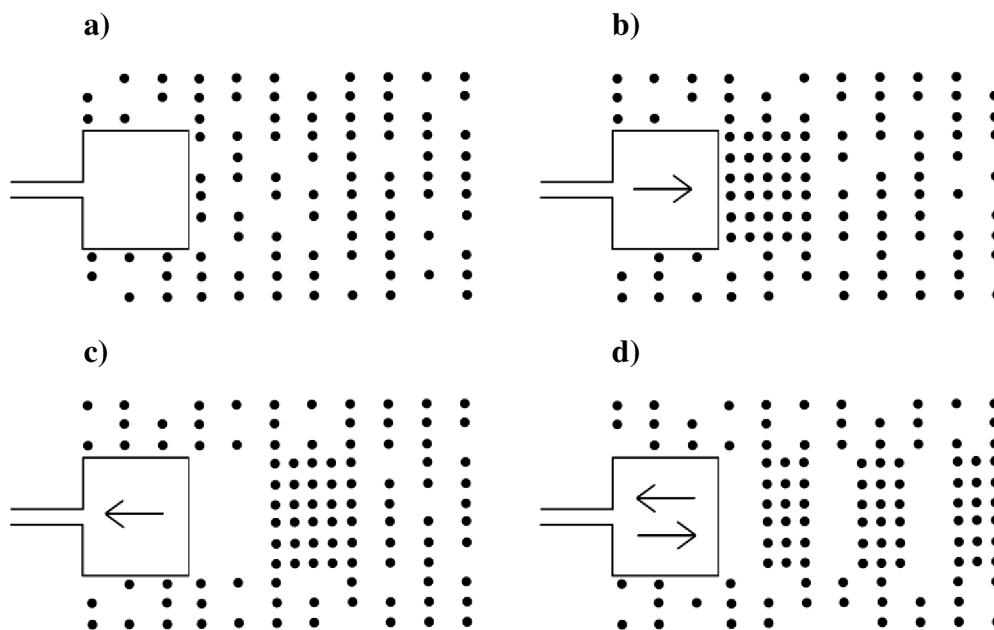
Druhy šíření ultrazvukových¹ vln lze rozdělit v závislosti na prostředí, kterým procházejí. Z hlediska fyzikálního principu vzniku je dělíme na vlnění podélné, příčné a povrchové. Všechny tři typy vlnění se vyskytují při průchodu pevnými látkami. Při interakci s prostředím plynným a kapalným převažuje vlnění podélné.

Prvním zmíněným typem vlnění je *vlnění podélné*, které se může šířit látkami kapalnými, plynnými i pevnými. Jelikož je lidské tělo z převážné většiny nehomogenního charakteru, je nutné se tedy věnovat problematice podélných vln detailněji a vysvětlit tak vznik podélného vlnění na modelovém příkladu při průchodu kapalinou.

Kapalné prostředí sestává z molekul, které jsou dle Brownova pohybu náhodně uspořádány. Pokud na kapalinu nepůsobí žádná vnější síla, molekuly jsou rozloženy v prostředí více či méně chaoticky (Obrázek 1a). Pokud však na prostředí působí vnější síla, např. píst², molekuly mají tendenci soustředit se okolo zdroje síly, přičemž v této oblasti narůstá tlakový gradient. Jestliže se píst pohybuje směrem vpřed, posouvá se i oblast s vysokým tlakovým gradientem a mechanicky narušuje okolní prostředí ve směru, jež mu udává zdroj vnější síly (Obrázek 1b). Shluk částic s vysokým tlakovým gradientem vůči okolnímu prostředí se nazývá „oblast zhuštění či komprese“. Pokud oblast zhuštění prostupuje dále médiem a zdroj vnější síly již na prostředí nepůsobí, vytvoří se v médiu „oblast zředění či relaxace“ (s nízkým tlakovým gradientem) a okolní molekuly mají tendenci toto místo zaplnit (Obrázek 1 c). Pokud píst vykonává práci vpřed i vzad, v prostředí se vytváří několik oblastí zhuštění a na ně navazující oblasti zředění (Obrázek 1d), čímž dochází ke změně objemu. Prostup těchto oblastí skrz kapalné médium narušuje v pravidelných intervalech dané prostředí a dává za vznik podélnému vlnění (pohyb molekul prostředí je přímočarý ve směru šíření vlnění) – Obrázek 2, [23]. Základní podmínkou pro vznik podélného vlnění je dostatečná velikost částic vzhledem k vlnové délce a orientace pístu vůči prostoru, [11], [21].

¹ Dále jen uzv vlna.

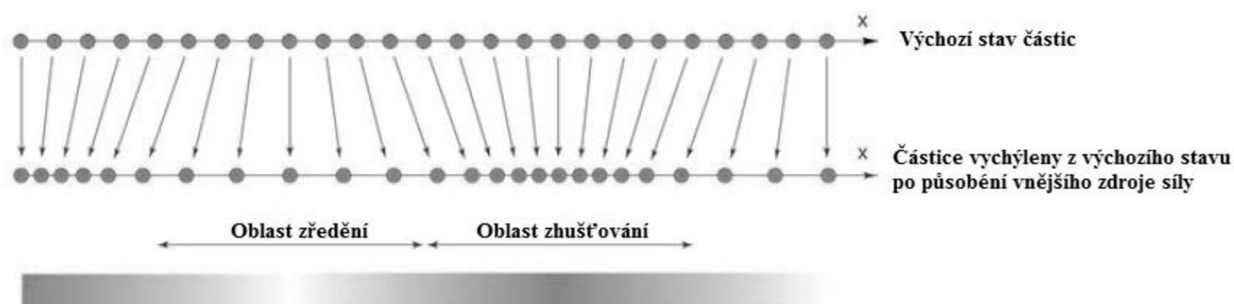
² V aplikaci ultrazvuku se pod pojmem píst rozumí UZV měnič.



Obrázek 1 - Vznik ultrazvukové podélné vlny

Dalším typem vln jsou *vlny příčné*. Tento druh vlnění se může šířit pouze v látkách pevného skupenství, přičemž limitující podmínkou je velikost částic prostředí větší než vlnová délka. Charakteristickým faktem pro tento typ vlnění je, že částice prostředí kmitají ve směru kolmém na směr šíření podélného vlnění. Příčné vlnění nemá vliv na změnu objemu prostředí. Hlavním rozdílem mezi výše zmíněnými druhy vlnění je rychlost částic, která je u vlnění příčného vždy menší, nežli je tomu u vln podélných, [21].

Speciálním druhem příčných vln jsou tzv. *vlny povrchové*, též označovány jako Rayleighovy vlny, které se šíří po povrchu pevného prostředí a pronikají pouze do hloubky, která je dána vlnovou délkou. Tento typ vln se vyznačuje kmitáním po dráze, jež odpovídá protáhlé elipse. Dále také rozeznáváme vlny Loveovy (částice prostředí kmitají příčným pohybem v rovině rovnoběžné s povrchem) a vlny Lambovy (deskové vlny – šíří se v prostředích srovnatelných svou velikostí s vlnovou délkou), [21].



Obrázek 2 - Pohyb částic v podélném vlnění

2.1.2 Základní veličiny ultrazvukového pole

Jak již bylo zmíněno v kapitole výše, ultrazvuk je mechanické vlnění šířící se ve všech třech typech skupenství. V každém z těchto prostředí jsou částice vázány pružnými vazebnými silami. Rozkmitáním částice při působení vnější síly se naruší základní rovnováha a kmitání přechází na sousední částice prostředí. Daný rozruch se šíří rychlostí v (rychlost částic prostředí), která je přímo závislá na fyzikálních vlastnostech prostředí. Tato rychlost má za následek relativní přemístění částic, které se projevuje malými změnami hustoty ζ a akustického tlaku p . Lze tedy říci, že průchod ultrazvukové vlny prostředím definuje základní tři veličiny ultrazvukového pole. O vztazích mezi těmito veličinami bude pojednáno v kapitole 2.3, přičemž dílčím výsledkem těchto vztahů je i rychlost šíření ultrazvuku c . Vybrané hodnoty veličin c a ζ pro lidskou tkáň jsou uvedeny v Tabulce 1, [21].

Tabulka 1 - Základní veličiny uzv pole c a ζ vybraných tkání

Typ tkáně	<i>Tuk</i>	<i>Krev (čerstvá)</i>	<i>Mozek</i>	<i>Játra</i>	<i>Ledvina</i>	<i>Čočka</i>	<i>Lebeční kost</i>	<i>Metastatický karcinom</i>	<i>Sval (podél vláknů)</i>
c [m.s ⁻¹]	1478	1584	1560	1595	1560	1640	4080	1535	1568
ζ [kg.m ⁻³]	960	1060	1040	1060	1040	1136	1850	1040	1060

Z hodnot v Tabulce 1 vyplývá, že průměrná rychlost šíření ultrazvukových vln v lidské tkáni je 1540 m/s, přičemž tato hodnota platí pro většinu měkkých tkání. Rychlost šíření ultrazvuku v kostech ($c = 3500 - 4800$ m.s⁻¹) a v prostředích naplněných vzduchem (plíce – $c = 330$ m.s⁻¹) je značně odlišná, což demonstrují např. hodnoty pro lebeční kost, [21], [26].

Kromě základních veličin, které již byly zmíněny výše, je nutné doplnit výčet o další veličiny charakterizující ultrazvukové pole. Jedná se o akustickou impedanci, intenzitu ultrazvuku a akustický výkon. Nejdůležitější z těchto veličin je ultrazvuková impedance Z , která s korespondujícím koeficientem reflexe tvoří primární parametr v diagnostickém zobrazení. Akustická impedance je definována jako odpor, který klade průchodu ultrazvukové vlně okolní prostředí a to především na rozhraních, kde se odlišuje stavba tkáně. Lze ji vypočítat pomocí vztahu

$$Z = \zeta \cdot c, \quad (1)$$

kde ζ je hustota prostředí a c je rychlost šíření ultrazvuku.

Intenzita ultrazvuku se udává jako střední hodnota energie, která projde za jednotku času jednotkovou plochou, jež je orientována kolmo na směr šíření vlny

$$I = \frac{p_m^2}{2 \cdot \zeta \cdot c} \quad [W \cdot m^2], \quad (2)$$

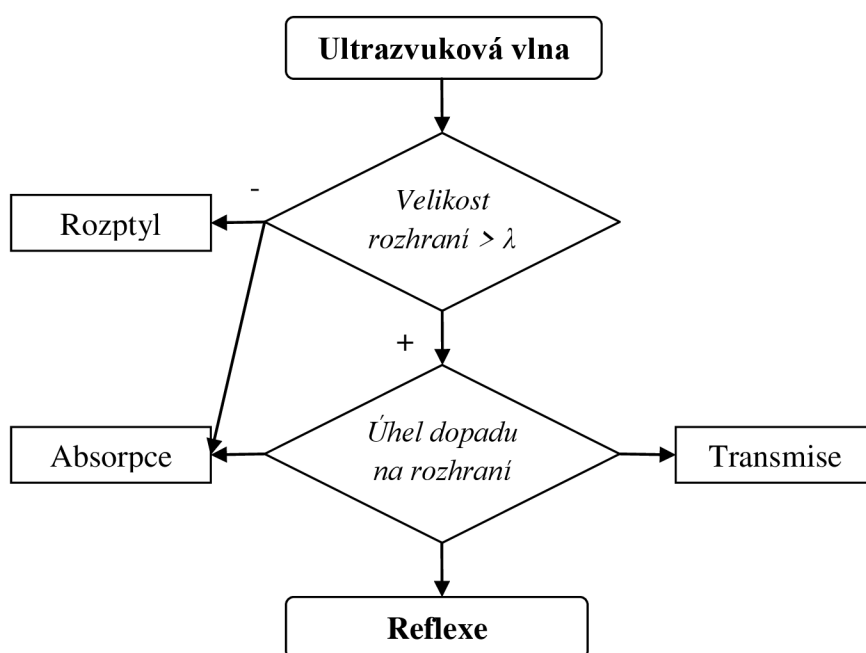
kde p_m je maximální akustický tlak, ζ je hustota prostředí a c je rychlost šíření ultrazvuku. Akustický výkon lze vypočítat jako integrál z intenzity ultrazvuku po uzavřené ploše

$$N = \oint_S I \cdot dS \quad [W], \quad (3)$$

kde I je intenzita ultrazvuku a S uzavřená plocha, [11], [21].

2.2 Interakce ultrazvukového vlnění s prostředím

Hlavní oblastí zájmu při diagnostickém využití ultrazvuku je vyšetřovaná tkáň, na kterou je příslušný ultrazvukový svazek zaměřen. Při putování uzv vlny do této oblasti zájmu se odehrává velké množství interakcí s prostředím, které způsobují žádoucí i nežádoucí jevy a ovlivňují tak výsledek daného zobrazení. Z tohoto důvodu je nutné zmínit základní prvky interakce uzv vlnění s prostředím. Komplexně lze tedy hovořit o útlumu uzv vlny, který vzniká vždy při průchodu vlnění jakoukoli tkání. Mezi rušivé vlivy lze zařadit především rozptyl, refrakci a absorpci a za žádoucí jev, lze považovat reflexi akustického vlnění. Všechny tyto interakce závisí jak na samotném charakteru vlnění, tak také na typu tkáně. Základní roli ve všech typech interakcí hraje akustická impedance, jež charakterizuje změnu tkáně a udává tak akustické rozhraní. Schéma interakcí ultrazvukových vln na akustických rozhraních je vyobrazeno na Obrázku 3.



Obrázek 3 - Schéma interakcí ultrazvukové vlny na akustických rozhraních

2.2.1 Útlum ultrazvukového vlnění

Při popisu chování ultrazvukové vlny dopadající na překážku či akustické rozhraní je nutné rozeznávat, zda je daná překážka či rozhraní větší či menší nežli vlnová délka. Pro úplnost je nutno uvést, že vlnová délka pro uzv vlnění se vypočte ze vztahu

$$\lambda = \frac{c}{f} [m], \quad (4)$$

kde c je rychlost šíření ultrazvuku a f jeho frekvence.

Je-li překážka v porovnání s vlnovou délkou větší (a je relativně hladká), lze říci, že si uzv vlna zachovává svoji integritu. V praxi to znamená, že část vlnění se odrazí zpět ke zdroji a část pokračuje za překážku (avšak s nižší intenzitou nežli původní vlna).

Tento jev lze popsat jako spekulární reflexi³. Je-li naopak překážka stejných či menších rozměrů nežli příslušná vlnová délka, vlnění se o překážku rozptýlí do různých směrů, přičemž část z této rozptýlené energie se může vrátit ke zdroji jako tzv. nespekulární reflexe (rozptyl vlnění), o které bude pojednáno v kapitole 2.2.3 společně s absorpcí vlnění. Obecně lze útlum ultrazvukového vlnění vyjádřit pomocí koeficientu útlumu jako úbytek intenzity

$$I_x = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \text{ [dB]}, \quad (5)$$

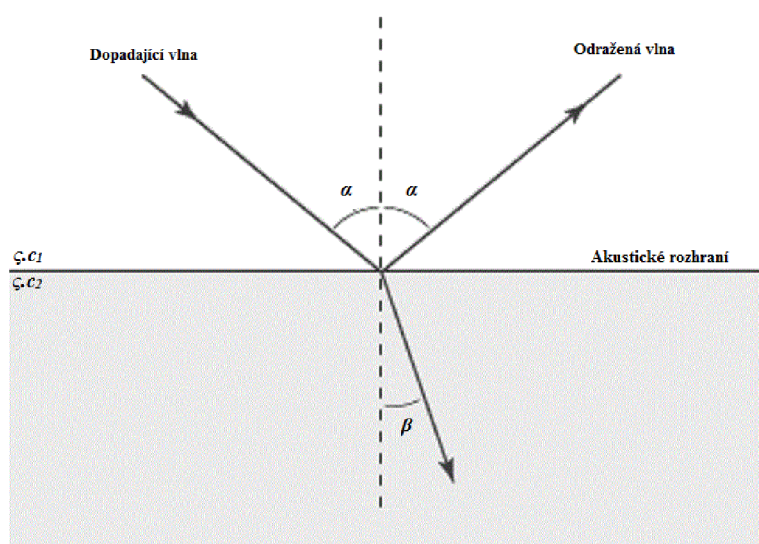
kde I_x je výsledná intenzita vlnění, I_0 základní intenzita vlnění a α je koeficient útlumu. Koeficient útlumu je frekvenčně závislý a pohybuje se v rozmezí od 0.20 dB/cm/1 MHz pro krev až po 6.10 dB/cm/1 MHz pro kost, [5], [26].

2.2.2 Reflexe ultrazvukového vlnění

Základní a nejdůležitější interakcí v ultrazvukovém zobrazování je reflexe neboli odraz vlnění. Narazí-li ultrazvukové vlnění na akustické rozhraní či překážku, část vlnění projde za překážku a část vlnění se odrazí zpět. V případě, kdy je překážka či akustické rozhraní větší nežli vlnová délka, lze již plně popsat lom a odraz vlnění pomocí Snellova zákona (Obrázek 4). Snellův zákon lze v makroskopické rovině definovat tak, že úhel dopadu se rovná úhlu odrazu, přičemž matematický zápis je následující

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}, \quad (6)$$

kde $n_{1,2}$ je index lomu, α je úhel dopadu a odrazu a β je úhel lomu.



Obrázek 4 - Odraz a lom vlnění

³ Spekulární reflexí se rozumí typ reflexe, jenž splňuje Snellův zákon (viz kapitola 2.2.2),[5].

Intenzita odražené vlny, která bude po odrazu registrována přijímačem, závisí především na úhlu dopadu, indexu lomu a také na rozdílu akustických impedancí, které tvoří dané akustické rozhraní. Při dostatečně velkém ΔZ lze vypočítat koeficient reflexe a koeficient transmise dle vztahu

$$\alpha_R = \frac{I_{ov}}{I_{dv}} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2, \quad \alpha_T = \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}, \quad \alpha_R + \alpha_T = 1, \quad (7)$$

kde α_R je koeficient reflexe, α_T je koeficient transmise, I_{ov} je intenzita odražené vlny, I_{dv} je intenzita dopadající vlny a Z_1, Z_2 jsou akustické impedance v různých prostředích.

S rostoucím rozdílem akustických impedancí (tkáňového kontrastu) roste také hodnota reflexního koeficientu, což má za následek velikost odraženého echa, které putuje zpět k přijímači (sondě). Vybrané hodnoty reflexe uzv vlny v % na různých typech rozhraní jsou uvedeny v Tabulce 2, [5], [21], [26].

Tabulka 2 - Hodnoty reflexe [v %] energie uzv vlny na jednotlivých rozhraních

Typ rozhraní	Sval/Tuk	Ledvina/Tuk	Kost/Sval	Kost/Tuk	Měkká tkáň/Vzduch	Měkká tkáň/Voda
% reflexe	1,00	0,60	41,00	49,00	99,90	0,20

Refrakce uzv vlnění

Společně se spekulární reflexí je také nutno zmínit refrakci vlnění (ohyb). Refrakce popisuje změnu směru vlnění na akustickém rozhraní v závislosti na rychlosti šíření ultrazvukové vlny danou tkání. V principu lze vycházet z rovnice (6), přičemž poměry rychlostí c_1 a c_2 určují, v jaké míře se ultrazvukové vlnění na daném rozhraní bude lámat (lom od kolmice, lom ke kolmici, totální odraz). Totální odraz lze odvodit pro případ, kdy $c_1 < c_2$ a $n_{1,2} < 1$. Tehdy je možné určit tzv. mezní úhel, při kterém se veškeré vlnění odrazí podél rozhraní a žádné neprojde za překážku ($\beta = 90^\circ$). Mezní úhel lze vyjádřit ze Snellova zákona

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = n_{1,2} \Rightarrow \sin \alpha_m = n_{1,2}, \quad (8)$$

kde α_m je mezní úhel, [5].

2.2.3 Rozptyl a absorpce ultrazvukového vlnění

Rozptyl uzv vlnění

Jak již bylo dříve zmíněno, rozptyl vlnění vzniká na rozhraních či překážkách menších než λ . Ultrazvukové vlnění, jež se po rozptylu vrací zpět k přijímači má značně změněnou a nevyzpytatelnou dráhu. Tento fakt je dán především tím, že rozptýlené vlnění je suma dílčích vln, které vznikly jako směs četných konstruktivních a destruktivních interferencí. Tato suma interferencí je známa jako „speckle“, což je charakteristický šumový jev

doprovázející ultrazvukové zobrazování. Nespekulární reflexe je však do jisté míry frekvenčně závislá (na rozdíl od spekulární reflexe), a proto ji lze částečně eliminovat použitím vyšších frekvencí, [11], [26].

Absorpce uzv vlnění

Absorpce ultrazvukového vlnění je proces, při kterém je při průchodu daným prostředím energie uzv svazku transformována na jiný druh energie, převážně na energii tepelnou. Míra absorpce v daném médiu je dána třemi hlavními faktory:

- a) viskozitou prostředí,
- b) dobou trvání relaxace částic (viz kapitola 2.1.1),
- c) základní frekvencí při formování uzv svazku.

Ad a) Viskozita je míra třecí síly mezi částicemi, jež se posouvají jedna po druhé a které tvoří prostředí pro šíření uzv vlny. Čím větší jsou tyto síly, tím více energie z uzv svazku se promění na teplo. S rostoucí hodnotou viskozity roste i míra absorpce ultrazvukového vlnění.

Ad b) Míra absorpce ultrazvukového vlnění také přímo závisí na době relaxace, která je nutná k tomu, aby se částice navrátili do svého rovnovážného stavu. Je-li relaxační doba krátká, částice se navracejí rychleji a nově vybuzený uzv svazek je zastihne v jejich rovnovážné pozici. Je-li však relaxační doba příliš dlouhá, uzv svazek naruší návrat částic do rovnováhy a působí tak proti síle, která částice navrácí. Z tohoto důvodu se část energie ze svazku disipuje v energii tepelnou.

Ad c) Hodnota budící frekvence uzv vlnění je také úzce spjata s absorpcí vlnění. Jak již bylo zmíněno v odstavci Ad b), podstatnou roli hraje návrat částic do jejich rovnovážné polohy. Z tohoto důvodu je vhodné volit budící frekvenci s ohledem na strukturu zobrazované tkáně, přičemž platí, že s rostoucí frekvencí u zobrazování měkkých tkání roste také míra absorpce ultrazvukového vlnění.

Pokud je absorpce v procesu zobrazování signifikantním faktorem a vyšetřovanou tkáň ležící za absorbujícím médiem nelze zobrazit, mluvíme o tzv. akustickém stínu. Z hlediska diagnostiky se akustický stín nachází převážně v blízkosti kostí a struktur minerálního charakteru, [11], [26].

2.3 Popis lineárního šíření ultrazvuku

Pro detailnější popis základního chování ultrazvukové vlny při průchodu prostředím je nutné analyzovat jednotlivé vztahy mezi třemi základními veličinami uzv pole, jež byly zmíněny v kapitole 2.1.2. Pro úplnost je třeba uvést, že se jedná o hustotu prostředí ρ , akustickou rychlost částic prostředí v a akustický tlak p .

2.3.1 Stavová rovnice

Základním vztahem mezi hustotou prostředí a akustickým tlakem je stavová (adiabatická) rovnice

$$p = f(\rho) \quad (9)$$

Změny akustického tlaku a hustoty jsou však tak malé, že lze zanedbat vnitřní tření a použitím Taylorova rozvoje je možné popsat rozdíl akustického tlaku jako

$$dp = p - p_0 = \frac{\partial p}{\partial \rho} d\rho + \dots = c^2 \cdot d\rho + \dots \quad (10)$$

(po zanedbání vyšších stupňů derivací podle ρ uvažujeme substituci $c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$).

Po integrování výše zmíněného Taylorova rozvoje je možné získat lineární stavovou rovnici

$$p = c^2 \cdot \rho + konst. \quad (11)$$

Poté pomocí derivace dle času získáme vztah

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}, \quad (12)$$

kde veličinu c označujeme jako rychlost šíření ultrazvuku, [6], [21].

2.3.2 Eulerova rovnice

Druhým vztahem, popisujícím vzájemnou provázanost veličin p , ρ , a v , je Eulerova rovnice. Tuto rovnici získáme aplikací Newtonova zákona na pohybující se nekonečně malý „zmrazený“ objem ideální kapaliny. Jak bylo zmíněno v kapitole 2.1.1, pohyb malého objemu vytvoří v daném prostředí oblasti zhuštění a zředění, což vede ke změnám hodnot tlaku v daném místě. Tento tlak působící na plochu S vyvolá změny síly F

$$dF = S \cdot \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right) dx. \quad (13)$$

Je-li element prostředí $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ vystaven působení zrychlení \vec{a} , vzniká v prostředí tzv. objemová síla $\vec{a} \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$, jenž je dle Newtonova zákona v rovnováze se silou tlakovou. V tomto případě lze definovat Eulerovou rovnici, jež platí pouze za nulového proudění kapaliny

$$dp = -\rho \cdot (a_x \cdot dx + a_y \cdot dy + a_z \cdot dz) \Rightarrow -grad(p) = \rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right), \quad (14)$$

kde \vec{v} je vektor rychlosti kmitání částic, jehož derivace dle času reprezentuje zrychlení kmitání částic média, [21].

2.3.3 Rovnice kontinuity

Poslední ze tří základních rovnic ultraakustiky je rovnice kontinuity, jež vychází ze zákona zachování hmotnosti. Základním předpokladem je, že v kapalině se nenachází žádné druhy nespojitostí a nevytvářejí se v ní dutiny, jako je tomu při kavitačním jevu. Množství kapaliny, jež vtéká díky působení uzv vlnění do uvažovaného elementárního objemu, je schopno vyvolat v tomto objemu zvětšení hustoty. Pro úplné vyjádření rovnice kontinuity je nutné uvažovat neustále proudící kapalinu, přičemž platí vztah, [21]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v_z)}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \cdot \vec{v}) = 0. \quad (15)$$

Jestliže kmitání částic prostředí vyvolá jen nepatrné změny hustoty $\rho = \rho_0 + \rho_1$ a také malé změny rychlosti $v = v_0 + v_1$ lze při zanedbání stacionárního proudění v_0 z rovnice (15) odvodit rovnici kontinuity

$$\operatorname{div} \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (16)$$

Po úpravě pomocí linearizované stavové rovnice lze rovnici kontinuity vyjádřit, [21]

$$\operatorname{div} \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0 \cdot c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (17)$$

2.3.4 Vlnová rovnice

Další rovnicí, jež popisuje charakter ultrazvukového vlnění, je vlnová rovnice. Tento vztah lze získat ze tří výše uvedených rovnic odvozených pro jednorozměrný případ, a to derivací Eulerovy rovnice dle x a derivací rovnice kontinuity dle t

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Vlnovou rovnicí pro trojrozměrný případ v pravouhlých souřadnicích lze získat aplikací operace div na Eulerovu rovnici a derivací rovnice kontinuity dle t

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \text{ nebo } \nabla^2 = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (19)$$

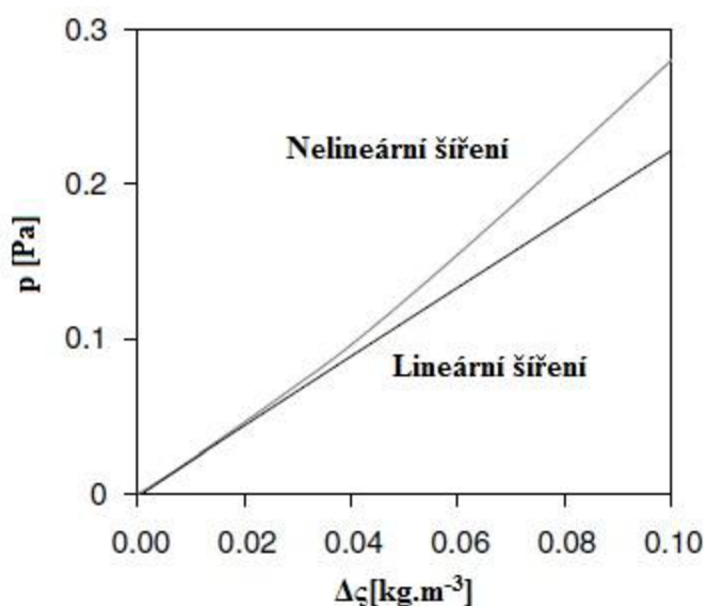
Vlnová rovnice poskytuje matematické vyjádření faktu, že množství kapaliny, jež vtéká do základního objemu, vyvolá v tomto objemu odpovídající změnu hustoty. Vliv hustoty lze eliminovat pomocí stavové rovnice a vliv rychlosti částic prostředí pomocí Eulerova vztahu, [21].

2.4 Nelineární šíření ultrazvuku

Průchod ultrazvukové vlny prostředím se v ideálním případě řídí dle lineární stavové rovnice (11). V reálném chování ultrazvukové vlny se však uplatňují nelineární jevy, jež mohou významně ovlivnit kvalitu výsledného diagnostického uzv tomogramu. Efekty nelinearity se uplatňují především v tzv. harmonickém zobrazení (viz. Kapitola 3.8) a v zobrazení, kdy se používají kontrastní látky (viz. Kapitola 3.7).

2.4.1 Základní vztahy – stavová a vlnová nelineární rovnice

Nelinearita je vlastnost prostředí, jež udává fakt, že amplituda akustické vlny postupující médium již není nadále proporcionální vzhledem k základní excitaci. Tento fakt lze demonstrovat na závislosti změny akustického tlaku na přírůstku hustoty ve vodném prostředí (Obrázek 5).



Obrázek 5 - Závislost akustického tlaku uzv vlny na změně hustoty ve vodním prostředí

Výše zmíněná lineární stavová rovnice (11), kde vztah závislosti akustického tlaku na přírůstku hustoty je lineární, je aproximací pouze pro malé amplitudy. Zahnutím výpočtu vyšších řádů do Taylorova rozvoje (10), lze získat aproximaci i pro nelineární prostředí, tzv. nelineární stavovou rovnici, [10]

$$dp = p - p_0 = \frac{\partial p}{\partial \rho} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right) \cdot (\rho - \rho_0)^2 + \dots \Rightarrow c_0 \cdot \rho + \frac{1}{2} \frac{c_0^2}{\rho_0} \left(\frac{B}{A} \right) \cdot \rho^2, \quad (20)$$

$$A = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right), \quad B = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right), \quad (21)$$

kde p_0 je akustický tlak, ρ_0 je hustota prostředí nenarušená postupující uzv vlnou, c_0 je rychlost šíření ultrazvuku a poměr B/A se nazývá míra nelinearity.

Pro nelineární chování ultrazvukového vlnění lze také odvodit nelineární vlnovou rovnici, která vychází z rovnice (20)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \cdot \Delta p = \frac{\partial}{\partial t} \left[(\nabla p)^2 + \frac{B}{2 \cdot c_0^2} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^2 \right]. \quad (22)$$

Míra nelinearity B/A bývá obecně nahrazena tzv. koeficientem nelinearity β , jež lze vypočítat jako

$$\beta = 1 + \frac{B}{2 \cdot A}. \quad (23)$$

Koeficient nelinearity udává komplexnější informaci o daném prostředí a u lidské tkáně se pohybuje v rozmezí hodnot 3-10, což udává Tabulka 3, [25]. Pro kontrastní látky dosahuje parametr nelinearity několikanásobně vyšších hodnot (pro vysoké koncentrace kontrastních látek až 1000), než pro lidskou tkáň, [6], [25].

Tabulka 3 - Vybrané hodnoty parametru nelinearity pro lidskou tkáň

Typ tkáně	Voda	Játra	Srdeční sval	Krev	Prsní tkáň	Tuková tkáň
β [-]	3,5	6,6	3,7	6,1	6,2	9,633

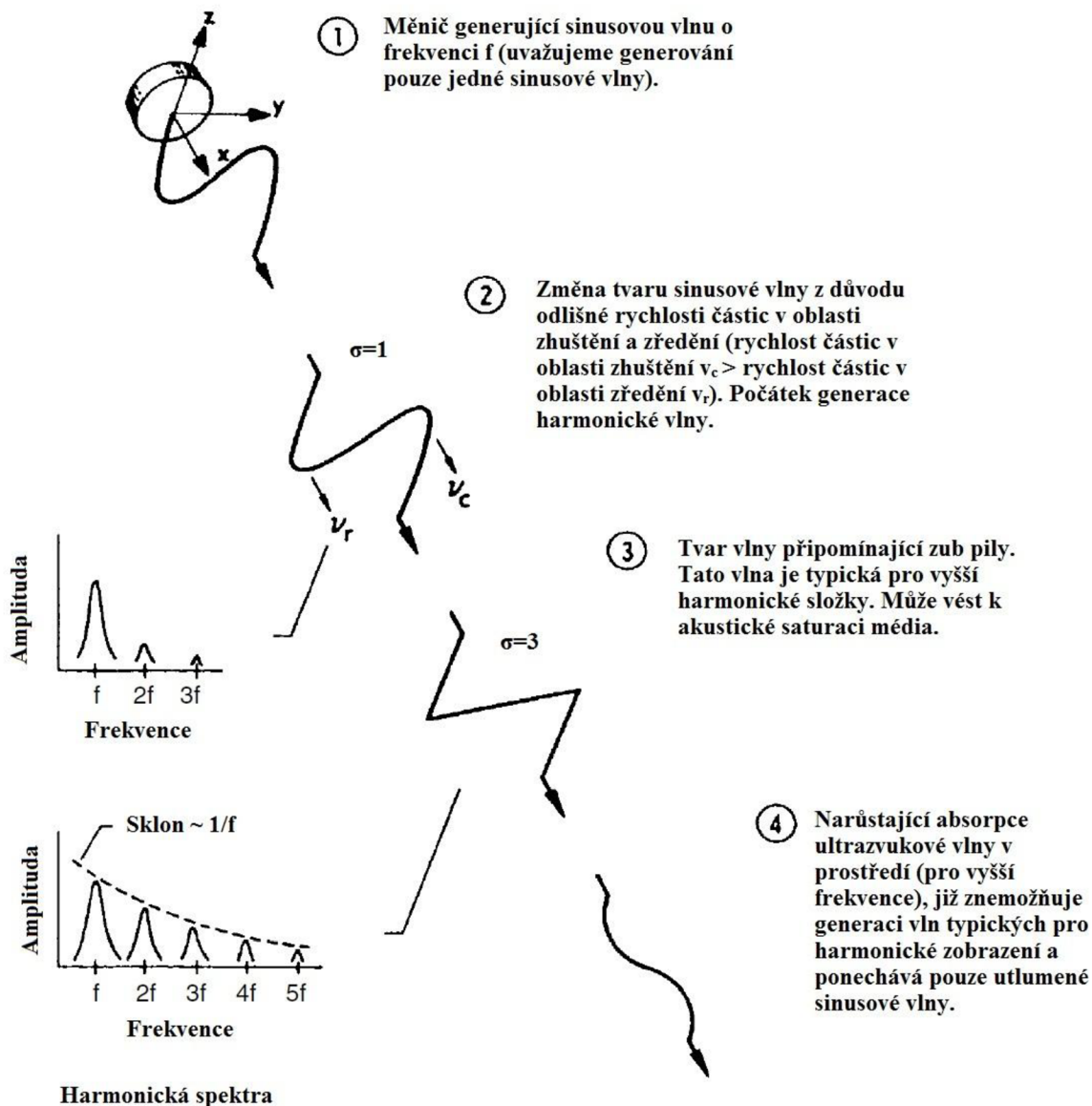
2.4.2 Zkreslení uzv vlny při průchodu nelineárním prostředím

Nelinearita prostředí, jež definuje kvadratickou závislost akustického tlaku na hustotě prostředí, je způsobena různou rychlostí částic, a to v závislosti na tom, zda se nacházejí v oblasti zhuštění či zředění. Pro rovinnou sinusovou ultrazvukovou vlnu v bezztrátovém nelineárním médiu lze rychlost vlnění a rozprostření amplitudy vlny popsat vztahem

$$\frac{dz}{dt} = c_0 + \beta \cdot u, \quad (24)$$

kde c_0 je rychlost vlnění a u jeho amplituda.

Ze vztahu (24) vyplývá, že kladná část sinusové vlny je urychlována faktorem $\beta \cdot u$ a záporná část vlny je tímto faktorem naopak zpomalována. Kladná půlvlna se tedy pohybuje směrem od nuly pomyslné osy y (kartézské souřadnice) a záporná půlvlna se naopak pohybuje směrem k nule - střed souřadnic. Pro ideální případ, kdy se půlvlny posunou o hodnotu $\pi/2$ ze své počáteční pozice, lze tvrdit, že bod koincidence obou půlvln nastane na hodnotě π , tzn. v počátku souřadnic. V důsledku tohoto děje tak vzniká ultrazvuková vlna, jenž má tvar tzv. „zuby pily“ (Obrázek 6, [25]). Po dosažení tohoto bodu dochází k deformaci vlny a vlna tak ztrácí svoji počáteční amplitudu. Rovnice (24) také udává, že změna rychlosti uzv vlny a její následné zkreslení roste s parametrem nelinearity prostředí β , se vzdáleností od zdroje z a také s velikostí amplitudy u .



Obrázek 6 - Zkreslení ultrazvukové vlny při průchodu nelineárním prostředím

Ultrazvuková vlna je při průchodu nelineárním prostředím vystavena kumulativnímu zkreslení svého tvaru a generování vyšších harmonických frekvencí. Někdy se také definuje možný vznik akustické saturace média. Na Obrázku 6, [25] je vyobrazen postup ultrazvukové sinusové vlny nelineárním prostředím. Postupující uzv vlna je zkreslována z důvodu rozdílné rychlosti jednotlivých půlvln a dochází ke generaci harmonických složek ve spektru. Jak již bylo zmíněno výše, uzv vlna je zkreslena do tzv. tvaru „N“, či „zubu pily“. Jestliže označíme základní akustickou vlnu generovanou zdrojem za první harmonickou složku spektra, následná vlna „N“ se projeví na dvojnásobku základní frekvence. Amplituda jednotlivých „n“-tých harmonických složek ve spektru poté bude klesat o hodnotu n^{-1} . V určité vzdálenosti od zdroje je následně vlna vlivem absorpce na vyšších frekvencích utlumená a nelze ji již nadále považovat za proporcionální vzhledem k první harmonické vlně – nevhodné pro diagnostické zobrazení, [25].

Pro kompletní popis nelineárních jevů je také nutné zmínit tzv. normalizovaný nelineární parametr vzdálenosti, jež pomáhá k určení míry zkreslení ultrazvukové vlny. Výpočet tohoto parametru vychází z Machova čísla

$$\varepsilon = \frac{u_0}{c_0} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot I}{(\rho_0 \cdot c_0^3)}}, \quad (25)$$

kde I je průměrná intenzita vlnění a $p_0 = \rho_0 \cdot u_0 \cdot c_0$ je tlak uzv vlny vyslané zdrojem.

Normalizovaný nelineární parametr vzdálenosti lze poté vyjádřit jako, [8]

$$\sigma = \beta \cdot \varepsilon \cdot k \cdot z = \frac{\beta \cdot p_0 \cdot 2\pi \cdot f \cdot z}{\rho_0 \cdot c_0^3}, \quad (26)$$

kde k je vlnové číslo ($k = \frac{\omega}{c_0}$) a z je vzdálenost od zdroje vlnění, [25].

Hlavní výhodou parametru σ je předpoklad zkreslení v závislosti na nelinearitě prostředí (β), frekvenci (f), akustickém tlaku (p_0) a hlavně vzdálenosti od zdroje vlnění z , [25]. Zkreslení původní akustické vlny, v důsledku průchodu nelineárním prostředím, lze definovat podle vzdálenosti od měniče, ve které se vlna nachází. V blízkém okolí měniče (viz Kapitola 3.2.1) nedochází k významné tvorbě harmonických složek vzhledem k zanedbatelné vzdálenosti, jež akustická vlna v prostoru urazila. S postupným nárůstem vzdálenosti dochází ke generování vyšších harmonických složek signálu, přičemž jejich maximální možné zastoupení se nachází zhruba v úrovni středního pole. Po dosažení vzdálenějšího konce středního pole se podíl harmonických složek zmenšuje, jelikož jejich vznik je kompenzován zvýšeným útlumem, který se projevuje tím více, čím vyšší frekvence se ve spektru signálu nacházejí. Ve vzdáleném poli měniče je poté možné pozorovat utlumenou akustickou vlnu o základním kmitočtu, která již nemá dostatečnou energii k tomu, aby mohlo docházet k možnému generování vyšších harmonických složek, [6], [21].

Základními původci nelineárních jevů v ultrazvukovém zobrazování jsou tedy nelineární stavová a vlnová rovnice, lokální nelinearity způsobené rychlostí uzv vlny, nelineární parametr β charakterizující tkáň a normalizovaný nelineární parametr vzdálenosti.

3 Technické aspekty UZV zobrazení

V kapitole číslo 2 byl uveden základní náhled na teorii ultraakustiky a chování ultrazvukové vlny v charakteristickém prostředí. V širším náhledu na problematiku ultrazvukového zobrazování je však nutné zmínit také samotnou generaci ultrazvukových vln a to nejen z konstrukčního hlediska uzv sond, ale i z principu jakým lze ultrazvukové vlnění formovat, fokusovat a elektronicky zpracovávat.

3.1 Generování ultrazvukových vln

Ultrazvuk je generován a zpětně přijímán pomocí sond, které jsou složeny z jednoho či více keramických komponentů s elektromechanickými vlastnostmi. Keramické komponenty konvertují elektrickou energii na energii mechanickou za účelem vytvoření ultrazvukové vlny. Provádí také i zpětnou konverzi z mechanické na elektrickou energii z důvodu zpětné detekce odražené ultrazvukové vlny.

3.1.1 Piezoelektrický jev

Charakteristickým rysem pro piezoelektrické materiály je jejich molekulární stavba, která sestává z přesně uspořádaných dipólů. Jestliže je materiál namáhán v důsledku působení vnější síly, uspořádané dipóly budou vychýleny ze své rovnovážné pozice, což způsobí narušení rozložení náboje. Po přiložení povrchových elektrod na daný materiál lze registrovat přeskupení náboje, což má za následek vznik potenciálového rozdílu, který lze detekovat jako elektrické napětí => přímý piezoelektrický jev. Naměřené povrchové napětí je přímo úměrné působení vnější síly a toto tvrzení lze aplikovat i reverzibilně, tzn., že přiložené elektrické napětí způsobí deformaci piezoelektrického materiálu => nepřímý piezoelektrický jev. V dnešní době jsou nejčastěji používané piezokeramické materiály jako je PZT (syntetická keramika na bázi olovo-zirkon-titan), jež jsou ve výrobním procesu polarizovány v intenzivním elektrickém poli, čímž dochází k jejich ohřevu nad specifickou Curieovu teplotu (pro PZT v rozmezí 328°-365°C). Při polarizaci je následně materiál zchlazen a nabývá piezoelektrických vlastností. Tento technologický postup je volen z toho důvodu, aby se materiál při běžném použití zpětně neohříval, jelikož by se mohl stát piezoelektricky neaktivním, [1].

3.1.2 Rozdělení a konstrukce diagnostických sond

Základním prvkem každé diagnostické sondy je tedy elektroakustický měnič (v dnešní době pole elektroakustických měničů), který mění elektrické napětí na ultrazvukové kmity a naopak. Diagnostické uzv sondy (Obrázek 7, [27]) lze rozdělit na základě konstrukčního hlediska a využití na

- a) sektorové,
- b) lineární,
- c) konvexní,
- d) pro zvláštní využití (sondy pro 3D a 4D zobrazení, transvaginální, transesofageální, transrektální apod.).



Obrázek 7 - Typy diagnostických ultrazvukových sond

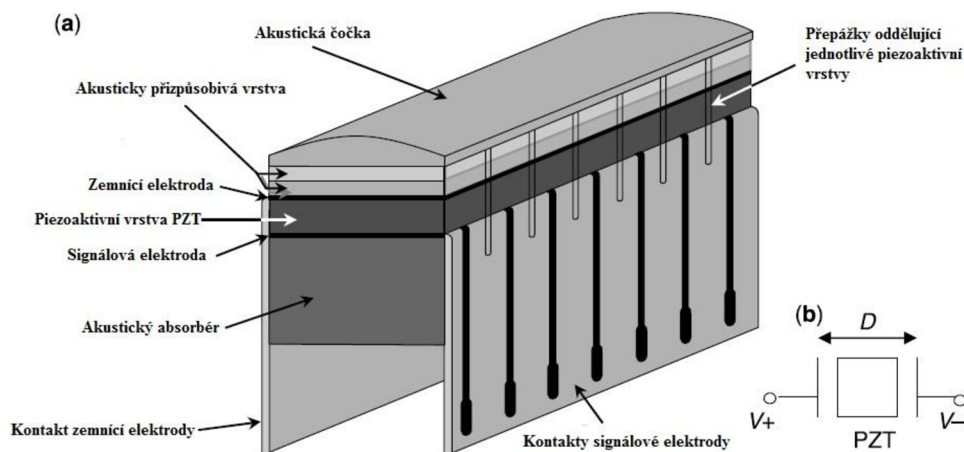
Ad a) Sektorové sondy jsou tzv. multielementového typu, tj. jsou složeny z většího počtu elementárních měničů, přičemž sektorového vychýlení se dosahuje buzením elektrickými impulsy, které jsou fázově zpožděny. Více se této technice buzení věnuje Kapitola 3.3. Hlavní předností a výhodou sektorových sond je možnost snímání akustického řezu vyšetřovanou oblastí z relativně malé vstupní plochy (tzv. akustického okénka). Této techniky se využívá především při transtorakálním vyšetření srdce či jater z mezižebních prostorů, [13].

Ad b) Lineární sondy patří do skupiny tzv. pravoúhlých zobrazovacích sond. Jsou taktéž, jako sektorové sondy, složeny z velkého pole měničů, avšak lineárně uspořádaných v řadě. Lineární sondy se používají především pro vyšetření povrchových orgánů a jsou součástí Dopplerovského systému. Technické provedení lineární sondy je na Obrázku 8a, [23]. Vlastní sonda obsahuje pole piezoaktivních vrstev složených z PZT, jež jsou na jedné straně mechanicky i elektronicky utlumeny pomocí akustického absorbéru, aby docházelo k přenosu energie pouze směrem k vyšetřovanému objektu. Signálové elektrody vybudí v PZT piezoelektrický efekt, přičemž vzniklá ultrazvuková vlna je akusticky přizpůsobena pomocí speciálních vrstev a čočky, která částečně eliminuje nežádoucí jevy, jako jsou rozptyl a absorpce vlnění na rozhraní sonda - tkáň. Na Obrázku 8b je znázorněno schéma jednoho PZT měniče s naznačenou šířkou, která se mění v závislosti na vybuzení daného měniče, [13], [25].

Ad c) Kombinací obou výše uvedených typů sond jsou konvexní sondy. Uspořádání jejich měničů odpovídá v principu sondě lineární, avšak konvexní tvar jejich plochy poskytuje zobrazení typově shodné se sektorovým záběrem. Konvexní sondy jsou však konstrukčně jednodušší a tím pádem i levnější nežli sondy sektorové.

Ad d) Speciální druhy sond, pomineme-li sondy pro 3D, repektive 4D zobrazení, jsou konstruovány za účelem zpřístupnění ultrazvukového vyšetření i do tělních dutin. V dnešní době jsou nejrozšířenější sondy transvaginální (vyšetření orgánů malé pánve), transrektální (k vyšetření rekta a prostaty) a esofageální sondy k vyšetření srdce skrze jícen. Všechny tyto sondy mohou zobrazovat jak monoplanárně, tak i biplanárně či multiplanárně⁴. Zvláštními typy sond jsou sondy endoluminální (kmitočty 30 - 40 MHz), jež jsou katetrem zaváděny do dutých orgánů za účelem vyšetření orgánových stěn. Posledním typem sond jsou sondy endosonografické, jež kombinují výhody endoskopického vyšetření s vyšetřením ultrazvukovým, [13].

⁴ Monoplanární zobrazení je zobrazení v jedné rovině řezu. Biplanární zobrazení je zobrazení v na sebe navzájem kolmých rovinách. Multiplanární zobrazení disponuje možností zvolit několik rovin zobrazení.



Obrázek 8 – a) Konstrukce 1D lineární sondy b) Schéma jednoho PZT měniče

3.2 Tvar a formování uzv svazku

3.2.1 Fresnelova a Fraunhoferova oblast

Z Huygens-Fresnelova principu lze každý bod vycházející z elementární vlnoplochy považovat za nový zdroj vlnění. Základní zdroje vlnění mohou být buď nekonečně velké (poté lze hovořit o rovinném vlnění) či nekonečně malé – bodové (poté se vlnění šíří v tzv. kuloplochách). Zdroje ultrazvuku pro diagnostické účely jsou z hlediska fyziky zdroje konečné, a proto je lze s určitostí popsat. Těmito zdroji jsou měniče, které vysílají sférické vlny do vyšetřovaného prostoru. Z tohoto důvodu dochází při vzniku vlnění k častým interferencím, ať už konstruktivním či destruktivním, které závisí na aktuálním rozložení částic. Tyto interference lze pozorovat především v blízké vzdálenosti od čela diagnostické sondy, přičemž jejich výskyt klesá se vzdáleností od prvotního zdroje vlnění. Oblast, v níž se generují interference, a která leží blízko čela sondy, se nazývá Fresnelova (blízká) oblast. Pro kulový tvar měniče lze délku této oblasti popsat pomocí jeho průměru a vlnové délky

$$D_{Fresnel} = \frac{r^2}{\lambda} = \frac{d^2}{4 \cdot \lambda} = \frac{d^2 \cdot f}{4 \cdot c} [m], \quad (27)$$

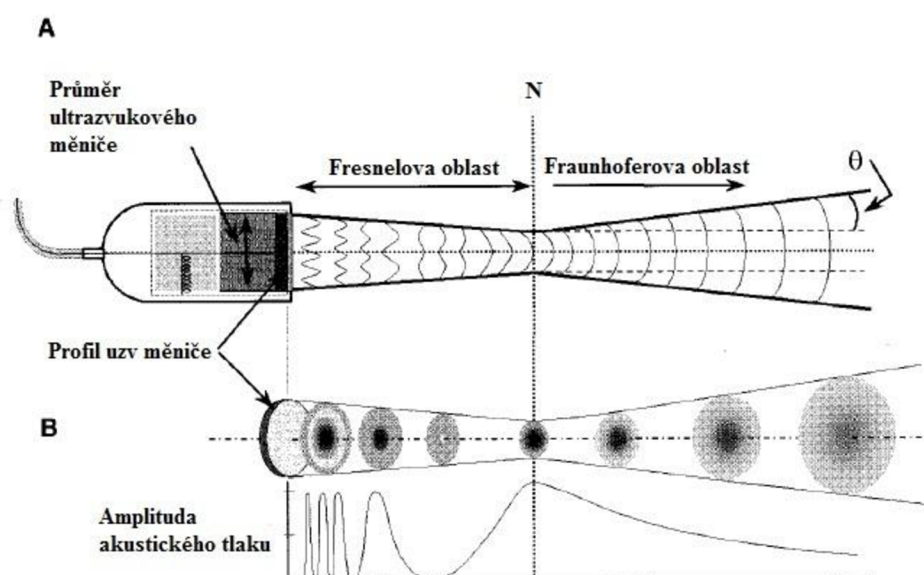
kde r je poloměr měniče (d je jeho průměr), λ je vlnová délka, c je rychlost šíření ultrazvuku a f je jeho frekvence.

Fresnelova oblast je díky interferenčním jevům značně nehomogenní a lze v ní pozorovat časté střídání akustického tlaku, viz Obrázek 9b [4]. Maxima i minima akustického tlaku jsou dány složitými interferencemi jednotlivých vln, které přicházejí z různých měničů a mnohdy i s různou fází a lze je pozorovat v celém blízkém poli (nejen v ose uzv měniče). Polohy maxim akustického tlaku lze pozorovat v jedné třetině, pětina a sedmině blízkého pole a minima poté v jedné polovině, čtvrtině a osmině jeho délky D , [5], [11], [21].

Většina ultrazvukové energie procházející Fresnelovou oblastí nepřekročí hranice, jež jsou dány průměrem sondy. Na konci blízké oblasti však dochází v bodě N (Obrázek č. 9a, [5]) k divergenci ultrazvukového svazku, kterou lze popsat Fraunhoferovým divergenčním úhlem

$$\sin \theta = 1,22 \cdot \left(\frac{\lambda}{D} \right), \quad (28)$$

kde θ je Fraunhoferův divergenční úhel [°], D je průměr měniče a λ je vlnová délka. Oblast za Fresnelovou oblastí se nazývá Fraunhoferova, nebo též vzdálená oblast. Vzdálená oblast je co do homogenity daleko rovnoměrnější, nežli oblast blízká. Akustický tlak je rozložen převážně v ose měniče a od posledního maxima rovnoměrně klesá se vzdáleností od čela sondy (viz Obrázek 9b, [5]).



Obrázek 9 – a) Popis ultrazvukového svazku pro kruhový typ měniče b) Rozložení akustického tlaku v ose měniče

Pro diagnostické využití ultrazvuku jsou preferovány především takové tvary uzv svazku, které eliminují přílišnou laterální disperzi energie. Z tohoto důvodu je nutná delší Fresnelova oblast a také použití svazků vlnění, jež mají vysoký poměr r/λ . Tyto požadavky je možné splnit použitím vlnění o krátkých vlnových délkách (vyšší frekvence vlnění). Takto zvolené řešení je však konfrontováno s přílišným útlumem na vyšších frekvencích a také s frekvenčním omezením klinického využití ultrazvuku na 1-20 MHz, [5], [11].

3.2.2 Fokusace UZV vlnění

Fokusace svazku ultrazvukového vlnění je jedním z důležitých aspektů, jež má zásadní vliv na celkové výsledné diagnostické zobrazení. Pod pojmem fokusace lze rozumět soustředění uzv svazku do určitého prostoru – ohniskové zóny, kde výsledná intenzita ultrazvukového vlnění je mnohdy stonásobně vyšší, než je tomu tak mimo tuto zónu. Vysoká hodnota intenzity uzv vlnění má za následek fakt, že z této zóny pochází většina odraženého

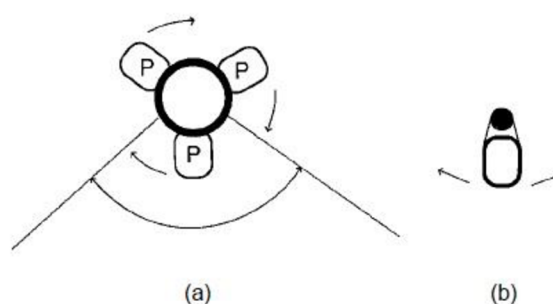
vlnění, jež je zpětně detekováno sondou. Vzdálenost mezi sondou a polohou maximálního odraženého echa v ohniskové zóně se nazývá ohnisková vzdálenost f .

Nejčastějším a nejjednodušším způsobem fokusace je samotný profil ultrazvukového měniče, jenž má tvar konkávního disku. Ultrazvukový svazek lze taktéž fokusovat pomocí čoček a zrcadel⁵, jež jsou schopny zvýšit hodnotu intenzity vlnění v řádech stonásobků. Z důvodu odlišné rychlosti uzv vlnění, která je vyšší při průchodu čočkou, než při průchodu okolním médiem, jsou konkávní čočky fokusační a konvexní čočky defokusační, tedy přesně naopak než je známo ze základních principů optiky. Pro ultrazvukový svazek s kruhovým profilem lze vyjádřit míru fokusace v závislosti na vlnové délce, ohniskové vzdálenosti a průměru měniče, čočky či jiného fokusačního elementu. Pomocí těchto proměnných lze vypočítat stupeň fokusace prostým podělením délky blízkého pole ($D_{Fresnel}$) ohniskovou vzdáleností – viz Tabulka 4, kde $f = \frac{r}{1 - \frac{c_M}{c_L}}$ (c_M a c_L je rychlost vlnění při průchodu médiem

resp. čočkou), [11].

Tabulka 4 - Stupně fokusace

Stupeň fokusace	$D_{Fresnel}/f$
Slabá	$(r^2/\lambda)/f = < 1,4$
Středně slabá	$1,4 < (r^2/\lambda)/f = < 6$
Střední	$6 < (r^2/\lambda)/f = < 20$
Silná	$20 < (r^2/\lambda)/f$



Obrázek 10 - Mechanická fokusace uzv svazku

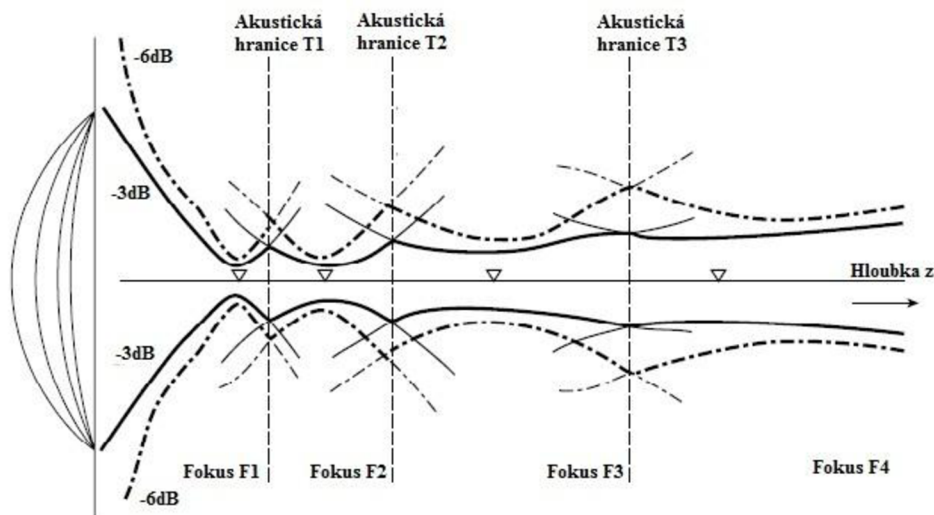
Dalším způsobem fokusace je tzv. mechanické sektorové skenování, kdy jsou jednotlivé měniče podílející se na tvorbě uzv svazku upevněny na rotující hlavě či jsou uchyceny v pevném bodě a oscilují po předem dané dráze – Obrázek 10, [11]. Často používanou metodou bylo i fokusační zrcadlo uchycené v jednom pevném bodě, jež oscillovalo v závislosti na vzájemné poloze zrcadlo – měnič. Tento způsob formování uzv svazku se však již v dnešní době nepoužívá a byl nahrazen tzv. elektronickou fokusací, [11].

Elektronická fokusace, která nahradila fokusaci mechanickou, se uplatňuje u sond, jež jsou složeny z uspořádaného pole měničů. Jednotlivé elementy tohoto pole lze budit buď po skupinách, nebo s určitým časovým rozdílem, čímž lze dosáhnout různých stupňů a směrů fokusace.

⁵ Fokusační zrcadla jsou nejčastěji vyrobeny z wolframem potažené epoxidové pryskyřice.

Lineární pole měničů se skládá z 60 až 240 elementů, které jsou buzeny impulsem elektrického napětí po skupinách (3 a více měničů). Každá excitace skupiny měničů vede k vygenerování jedné skenovací linie. Z důvodu zajištění návaznosti jednotlivých skenovacích linií je nutné, aby následná skenovací linie překrývala linii předešlou (skenovací linie 1 je tvořena měniči 1,2 a 3, skenovací linie 2 je tvořena měniči 2,3 a 4 atd.). Tento typ generování uzv vlnění je znám jako lineární přepínané pole, přičemž po vybuzení celého pole měničů je obraz složen z mnoha skenovacích linií (typicky 64, 128, 256 atd.). Další metodou buzení lineárního pole měničů je tzv. metoda fázového buzení pole. Pole měničů sestává z velkého počtu elementů (nejčastěji 128 elementů), jež se všechny podílejí na vzniku jedné skenovací linie. Princip tohoto buzení je založen na mírném časovém zpoždění při aktivaci jednotlivých měničů, čímž lze dosáhnout vyzařování do různých směrů a fokusace uzv vlnění do různých vzdáleností (vyšetřované hloubky) – *dynamická fokusace*. Zpětný příjem odraženého vlnění je poté realizován pomocí fázového zpoždění měničů, které kompenzuje různou vzdálenost, jež musí vlnění urazit směrem k sondě (kratší dráha ve středu svazku a delší dráha pro okraje svazku). Fázové zpoždění jednotlivých měničů v režimu příjmu je nepřímo úměrné vyšetřované hloubce. Dynamickou technikou fokusace je možné dosáhnout stavu, kdy část výsledného obrazu bude složena z ohniskové zóny, jež se nachází blízko čela sondy, a část obrazu bude složena z ohniskové zóny náležející vzdálenému poli, viz Obrázek 11, [15]. Výsledný obraz má pak po opakování dané akvizice výrazně lepší rozlišení ve směru šíření uzv svazku, než-li obraz vytvořený pomocí lineárně přepínaného pole.

Hlavním rozdílem mezi fázově buzeným polem a lineárně přepínaným polem je tedy počet měničů tvořících jednu skenovací linii. Nedostatkem lineárně uspořádaného pole měničů je fakt, že jej lze fokusovat pouze v jednom směru – fokusace v jiném směru je následně zajištěna akustickými čočkami či konkávností jednotlivých měničů, [11].



Obrázek 11 - Dynamická fokusace v režimu příjmu

3.3 Elektronické zpracování ultrazvukového vlnění

3.3.1 Časové sounáležitosti při generování uzv pulsů

Každý tomogram, jenž lze získat pomocí ultrazvukového vlnění je složen z mnoha skenovacích linií. V kapitole 3.2.2 je zmíněn základní princip generace těchto linií. Důležitým parametrem z hlediska diagnostického zobrazení je však časová prodleva, s jakou se dané skenovací linie generují. Aby bylo možné získat korektní obrazovou informaci, je nutné přijmout odražené vlnění vzniklé jednou skenovací linií předtím, než bude vygenerována linie další. Ultrazvukový impuls vyslaný v rámci jedné skenovací linie trvá několik nanosekund a doba, než-li se vygeneruje impuls další, se nazývá perioda opakování impulsu (PRP⁶). V rámci trvání PRP se uplatňuje tzv. „naslouchací doba“, která se zpravidla volí jako 1/2 či 3/4 trvání doby PRP. V rámci naslouchací doby je elektronický budící systém v pasivním režimu a uplatňuje se režim příjmu – přímý piezoelektrický děj. Odražené echo je poté součástí výsledného obrazu pouze v případě, že bylo detekováno v rámci naslouchací doby. V souvislosti s PRP rozeznáváme i frekvenci opakování impulsu (PRF⁷), jež lze vypočítat ze vztahu

$$PRF = \frac{1}{PRP} [Hz], \quad (29)$$

a také tzv. snímací čas FT⁸, jenž je nutný k vygenerování jednoho úplného tomogramu

$$FT = PRP \cdot N [s], \quad (30)$$

kde N je počet skenovacích linií. Obdobně lze vypočítat snímací frekvenci jako

$$FR = \frac{1}{FT} [s^{-1}], \quad (31)$$

jež udává počet obrazů za jednotku času (obvykle 25 snímků/s), [5], [11].

3.3.2 Signálové zpracování v režimu příjmu

Odražené echo obsahuje velkou míru informací o zobrazované tkáni. V klasickém B mód zobrazení je jednotlivé místo v obraze spjata s hodnotou jedné přijaté odezvy. Tyto odezvy registrované sondou jsou ukládány v paměti zařízení a transformovány na jasovou hodnotu. Tato transformace je hlavním cílem signálového zpracování, které lze rozdělit na dvě části:

- a) Předzpracování – zpracování signálu při snímání vyšetřovaného objektu,
- b) Dodatečné zpracování – zpracování uložených dat v paměti přístroje (úprava jasových hodnot, kontrastu zobrazení apod.).

Vzhledem k faktu, že dodatečné zpracování je závislé na subjektivním dojmu vyšetřujícího, bude nadále zmíněno pouze signálové předzpracování.

⁶ Z anglického Pulse Repetition Period.

⁷ Z anglického Pulse Repetition Frequency.

⁸ Z anglického Frame Time.

Předzpracování

Hlavním cílem předzpracování přijímaného signálu je snaha o kompenzaci útlumu uzv vlnění, jež způsobuje pokles intenzity odraženého echa. Řešení tohoto problému je realizováno pomocí obvodů pro časovou kompenzaci zisku, tzv. TGC⁹ obvodů. Tyto obvody pracují se surovými daty, která jsou získána po odrazu uzv vlnění na akustickém rozhraní. Vzhledem ke vzdálenosti a časovému údaji, kdy jsou jednotlivá odražená echa registrována, lze předpokládat i vývoj útlumu. Principem kompenzace pomocí TGC obvodů je právě sounáležitost mezi hloubkou odrazu a časovým údajem příjmu. Odezvy, jež jsou registrovány na konci naslouchací doby, jsou zesíleny více než odezvy zachycené krátce po vyslání uzv impulsu. Hodnoty zesílení, které jsou přiřazeny jednotlivým odezvám, odpovídají tzv. TGC křivce, jež má ve většině případů tvar exponenciálního růstu. Nevýhodou této kompenzace je odlišný útlum uzv vlnění v závislosti na typu tkáně a tělesné stavbě pacienta. Z tohoto důvodu se nepoužívá konstantní nastavení TGC křivky, jelikož je nutné měnit nastavení této kompenzace při každém novém vyšetření. V současné době se nastavení TGC křivky provádí dvěma způsoby – pomocí sady potenciometrů nebo pomocí tří ovladačů, kterými lze měnit počáteční zisk, sklon křivky a konečný zisk.

Následným krokem předzpracování je soubor úkonů, jež zpracovává elektrický signál (U v řádech mV) převedený z mechanického vlnění. Mezi tyto úkony se především řadí usměrnění, filtrace, detekce obálky a klasifikace. Usměrnění signálu spočívá v přepočtu všech napěťových odezev pomocí absolutní hodnoty a následná prahová filtrace eliminuje signály, které jsou příliš malé či příliš velké na to, aby nesly významnou diagnostickou hodnotu. Detekce obálky je nutná pro následnou klasifikaci signálu, kdy se hodnotí především výška píku, plocha pod křivkou a inflexní bod daného píku.

Posledním krokem zpracování je přiřazení paměťových hodnot jednotlivým hodnotám intenzity detekovaného signálu. Výsledkem je tzv. mapa zpracování, jež udává, jaké hodnoty v paměti budou přiřazeny jednotlivým hodnotám intenzity udávané v dB. Je-li mapa zpracování lineární, pak nárůst intenzity o 10 dB bude odpovídat hodnotě v paměti o 10% vyšší, než měla předešlá uložená hodnota intenzity. Při použití nelineární mapy je poté možné zdůraznit určité hodnoty intenzity na úkor ostatních. Pro příklad lze uvést, že hodnoty intenzity odpovídající rozsahu 15 – 30 dB budou kódovány do paměti v intervalu hodnot 50 – 256, zatímco nízké hodnoty intenzity odpovídající 0 – 15 dB budou kódovány jako 0 – 50. Takto lze zvýraznit vysoké hodnoty intenzity, které ve výsledku zabírají 4/5 z celkové kapacity paměti. Tento fakt je výhodou především proto, že malé hodnoty odraženého signálu jsou v zobrazení B-mód kódovány jako velmi tmavé a vysoké hodnoty intenzity jako světlé odstíny šedi, [5], [11], [23].

⁹ Z anglického Time Gain Compensation.

3.4 Zobrazovací módy pro diagnostické vyšetření

Diagnostické zobrazení pomocí ultrazvuku rozeznává základní tři zobrazovací módy. Jedná se o zobrazení A, B, M (TM). Základním a nejjednodušším zobrazením je zobrazení A^{10} , jež je charakterizováno výchylkami časové základny osciloskopu. Jednotlivé výchylky přesně odpovídají místu odrazu uzv vlnění a jejich amplitudy definují množství odražené akustické energie. Tento typ zobrazení se již dnes výhradně používá pouze v oftalmologii jako jediné možné neinvazivní vyšetření délkových poměrů oka. Důležitým mezníkem v diagnostickém ultrazvukovém zobrazení bylo zavedení dvojrozměrného statického B^{11} módu. Tento typ zobrazení však vykazoval značné nedostatky z důvodu velmi pomalého vzniku obrazu, který byl vytvářen ručním posunem a nakláněním sondy. Výše zmíněný způsob snímání také neumožňoval zobrazení pohybu tkání (srdeční chlopně, srdeční svalovina apod.). Z tohoto důvodu byla pro kardiologické vyšetření zavedena metoda M (TM)¹², která při zachycení pohybující se struktury pomocí A obrazu vytvoří na monitoru tzv. plovoucí echo, ze kterého je možno rozeznat hranice pohybu. Po nahrazení časové základny jasovou hodnotou je možno zaznamenat časový průběh pohybu daných tkáňových struktur. V dnešní době se již výhradně používá tzv. dynamické B zobrazení, které se vyznačuje rychlým snímáním a širokou stupnicí šedi (128 – 256 odstínů šedi). Principem této metody je vytvoření série obrazů zájmové oblasti, která umožňuje jejich současné zhlédnutí v reálném čase (25 snímků/s), přičemž vzniká iluze pohybu tkáňových struktur. Dynamické B zobrazení je pilířem dnešní ultrazvukové diagnostiky, jelikož poskytuje důležité informace o morfologii lidského těla na základě odrazivosti jednotlivých tkání, [13].

3.5 Kontrastní látky v ultrasonografii

Kontrastní látky, používané pro klinické ultrazvukové vyšetření, jsou plynem napuštěné mikrobubliny s poloměrem srovnatelným s erytrocytem (2-6 μm). Jsou složeny z biokompatibilního pláště o tloušťce 10-200 nm (fosfolipidy či denaturovaný albumin) a z plynu, kterým je nejčastěji buď fluorid sírový nebo perfluorokarbon. Malá velikost jednotlivých bublin umožňuje jejich snadnou adaptaci do krevního oběhu, čehož je využíváno zejména při perfúzním zobrazení srdce, [28].

Důležitým aspektem při zobrazování tkáně pomocí kontrastních látek je hodnota akustického tlaku. Při nárůstu akustického tlaku v prostředí mikrobublina zvětšuje svůj objem v závislosti na tom, v jaké fázi akustické vlny se právě nachází. Zvětšení objemu dané mikrobubliny (a nemožnost jejího stlačení na původní velikost) způsobí, že závislost akustického tlaku v čase nebude již nadále lineární (kmitají s dvojnásobnou frekvencí než uzv vlna - generace vyšších harmonických složek ve spektru). Z tohoto důvodu jsou kontrastní látky považovány za jeden z původců nelineárních jevů v ultrazvukovém zobrazování. Tohoto faktu se využívá především při tzv. harmonickém zobrazení, které je popsáno v kapitole 3.6, [6].

¹⁰ Z anglického Amplitude.

¹¹ Z anglického Brightness.

¹² Z anglického Time Motion.

Při neustálém stlačování a rozpínání mikrobubliny může nastat jev, jež se nazývá kavitace. Kavítaci lze rozdělit do tří kategorií dle typu vzniku: stabilní, přechodná (prchavá) a setrvačná kavitace. Stabilní kavitace je jev, který nastává při neustálé periodické nelineární kompresi a expanzi mikrobubliny. Tento jev není z hlediska bezpečnosti ničím závažným, jelikož hodnoty akustického tlaku nedosahují té míry, aby bylo možné pozorovat kolaps mikrobubliny. Závažnějším druhem kavitace je kavitace přechodná, jež vzniká náhle při velkém nárůstu akustického tlaku, který může vyvolat i kolaps mikrobubliny. Kolaps mikrobubliny je provázen vysokou teplotou (5000°K), vznikem volných radikálů a zřídka pozorovatelnou sonoluminiscencí. Zvláště sonoluminiscence je téma, o kterém se v dnešní době vedou rozsáhlé diskuze. Nejobektivnější pohled na problematiku kavitace nabízí kavitace setrvačná, jež byla zjištěna empiricky a je definována prahovou hodnotou tlaku, při které lze určit, zda dojde či nedoje ke kavítaci. Optimální akustický tlak lze vypočítat jako

$$P_{OPT} = 0.245 \cdot \sqrt{f_c}, \quad (32)$$

kde f_c je centrální frekvence uzv vlnění, [25], [28].

3.6 Harmonické zobrazení

V současné době je každý moderní diagnostický uzv přístroj opatřen možností tzv. harmonického zobrazení. Tento typ zobrazení umožňuje i vyšetření 25% pacientů, jež byli běžnou konvenční ultrasonografií obtížně diagnostikováni – neúměrné zvyšování intenzity uzv pulsů, dlouhá doba vyšetření apod. Harmonické zobrazení se využívá především při nelineárním zkreslení uzv vlny při průchodu médiem (viz Kapitola 2.4.2) a při použití kontrastních látek (viz Kapitola 3.5).

Tato technika zobrazování je založena na potlačení základní frekvence vysílaných impulsů a na následném detekování vyšších harmonických složek. Je-li vysílací frekvence uzv impulsů 2 MHz, typické hodnoty přijímané frekvence pro konvenční zobrazení jsou v rozsahu 1.2 – 2.8 MHz. Při harmonickém zobrazení jsou však tyto frekvence potlačeny a hlavním bodem zájmu jsou frekvence v násobcích frekvence základní – nejčastěji jen dvojnásobek, či trojnásobek tj. 4 MHz, resp. 6 MHz. Energie těchto kmitů je však velmi nízká, což klade velké nároky na signálové zpracování. Využití těchto harmonických složek pro vznik obrazové informace vyžaduje velký dynamický rozsah zesílení a potlačení odrazů v oblasti základní frekvence. V současné době se používají pro toto zobrazení širokopásmové sondy, jež vysílají základní pulsy o dané frekvenci a následně přijímají frekvence v násobcích frekvence základní. Hlavní a nespornou výhodou tohoto zobrazení je potlačení artefaktů (postranní laloky, rozptyl vlnění apod.), menší šířka hlavního laloku, eliminace odrazů z povrchových vrstev, snížení poměru signál/šum, lepší laterální rozlišení a v neposlední řadě také jasnější a lépe diagnostikovatelné patologické útvary v lidské tkáni, [6], [13], [25].

4 Modelování nelineárního šíření uzv vlnění

Další část této diplomové práce je převážně věnována vlastnímu modelování nelineárních jevů v ultrazvukových polích. Vzhledem k pokroku ve výpočetní technice se v poslední době klade velký důraz na modelování nejen nelineárních jevů, ale všeobecně na modelování propagace uzv vlnění a jeho interakce s prostředím (především při použití kontrastních látek). Následující podkapitoly se tak budou věnovat základním modelovým rovnicím a matematické metodě, která umožňuje jejich přesnou aplikaci.

4.1 Nejčastěji používané modelové rovnice

Kompletní popis šíření ultrazvukové vlny nelineárním prostředím popisuje nelineární vlnová rovnice (22). Vzhledem k tomu, že tato rovnice je značně složitějšího tvaru, její přímá aplikace pro popis uzv vlnění je v praxi téměř nemožná. Z tohoto důvodu se používají pro modelování ultrazvukového vlnění tři základní rovnice. Jedná se o rovnici Burgersovu, Chochlovové-Zabolotské-Kuzněcovovu rovnici a rovnici Westerveltovu.

4.1.1 Westerveltova rovnice

Westerveltova rovnice je v současné době nejvyžívanější modelovou rovnicí. Její nespornou výhodou je fakt, že po vynechání vybraných členů z jejího základního tvaru lze modelovat různé vlastnosti ultrazvukového vlnění. Dalším důvodem její časté aplikace je možnost modelování kumulativních nelineárních jevů, čehož se hojně využívá pro různé modelové studie ohřevu tkáně spojeného s aplikací uzv vlnění apod. Westerveltova rovnice se využívá nejen k modelování nelinearity, ale také i k vizualizaci vyzařovacích diagramů sond, k modelování fokusace a také k popisu vzájemných interakcí mezi uzv vlněním, kontrastními látkami a tkání. Danou rovnicí lze vyjádřit jako, [2], [9]

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = 0, \quad (33)$$

kde p je hodnota akustického tlaku, c_0 je rychlost šíření ultrazvuku v prostředí, β je koeficient nelinearity, ρ_0 je hustota prostředí a δ je difuzivita ultrazvuku, kterou lze vypočítat v závislosti na koeficientu útlumu α jako, [19].

$$\delta = \frac{\alpha}{\omega^2} \left[\frac{m^2}{s} \right]. \quad (34)$$

První člen rovnice (33) $\nabla^2 p$ určuje hodnotu akustického tlaku v závislosti na prostorových souřadnicích. Symbol ∇^2 je tzv. Laplaceův operátor, jenž lze rozepsat do tvaru

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (35)$$

kde jednotlivé parciální derivace definují hodnotu tlaku ve směru příslušné osy kartézského souřadného systému.

Druhý člen rovnice (33) $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ je zodpovědný za lineární propagaci uzv vlny prostředím.

Třetí člen rovnice (33) $\frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3}$ určuje vliv útlumu akustického vlnění. Řídícím prvkem tohoto členu je koeficient δ , jenž je ovlivňován koeficientem α (viz rovnice (34)). Vzhledem k tomu, že útlum ultrazvukového vlnění je závislý jak na zvolené frekvenci vlnění, tak na prostoru, kterým se vlna šíří, lze pomocí tohoto členu modelovat a ověřit tabulkové hodnoty parametru α .

Čtvrtý člen rovnice (33) $\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}$ plně definuje nelinearity vzniklé při průchodu vlny daným prostředím. Řídícím prvkem tohoto členu je koeficient β , který je typický pro různě zvolenou tkáň a pomocí kterého lze simulovat generaci vyšších harmonických frekvencí, či zkreslení tvaru uzv vlny.

Jestliže zvolíme koeficienty δ (respektive α) a β rovny nule, lze z Westerveltovy rovnice získat lineární vlnovou rovnici (18), která modeluje průchod ultrazvukové vlny bezeztrátovým prostředím bez vlivu nelinearit.

4.1.2 Burgersova rovnice

Další hojně využívanou rovnicí pro modelování nelinearit a útlumu je Burgersova rovnice. Hlavním rozdílem mezi Burgersovou a Westerveltovou rovnicí je fakt, že rovnice Burgersova v sobě zahrnuje tzv. retardovaný čas. Tato funkce zajišťuje možnost posunu souřadného systému zároveň s akustickou vlnou, jenž se pohybuje akustickou rychlostí c_0 . Díky tomu lze modelovat lokální nelinearity a lokální útlum, který již není závislý na vyšetřované hloubce. Tohoto faktu se využívá především pro modelování průchodu vlnění vlnovodem, kde se lokální jevy projevují v hojně míře. Výše zmíněná rovnice je definována jako

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + \frac{\beta p}{\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (36)$$

kde v je akustická rychlost, $\tau = t - z/c_0$ je retardovaný čas, β je koeficient nelinearity a δ je difuzivita zvuku, [2], [3].

4.1.3 Chochlova-Zabolotské-Kuzněcovova (KZK) rovnice

Poslední ze tří modelových rovnic je tzv. KZK rovnice. Jedná se o možné rozšíření Burgersovy rovnice, jelikož KZK rovnice v sobě zahrnuje nejen útlum a nelinearity, ale také i disipační a difrakční jevy. Tyto posledně dva zmíněné jevy umožňují dle KZK rovnice modelovat trojrozměrnou propagaci ultrazvukové vlny podobně, jak je tomu u reálných uzv

sond. Nevýhodou této rovnice je však její obtížná aplikovatelnost, jelikož KZK rovnice nabývá tvaru

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial \tau} = \frac{c_0}{2} \nabla^2 \perp \hat{p} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 \hat{p}}{\partial \tau^3} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} \hat{p} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \tau}, \quad (37)$$

kde τ je opět retardovaný čas, \hat{p} je akustický tlak jako funkce retardovaného času τ , $\nabla^2 \perp$ je Laplaceův operátor zahrnující složky kolmé na směr šíření z a β je koeficient nelinearity, [2], [20].

4.2 Matematické metody pro řešení modelových rovnic

Všechny výše uvedené rovnice, jež se používají pro modelování ultrazvukových polí, jsou z matematického hlediska nelineární parciální diferenciální rovnice. Vzhledem k tomu, že jejich analytické řešení je značně výpočetně náročné a zároveň vyžaduje jisté expertní matematické znalosti, existuje jejich převod ze spojité do diskrétní oblasti s následným jednodušším řešením. V dnešní době jsou pro tento převod používány zejména dvě základní metody: FDTD¹³ (Metoda konečných diferencí v časové oblasti) a FEM¹⁴ (Metoda konečných prvků). Vzhledem k faktu, že nadále se tato práce bude výhradně zabývat metodou konečných diferencí, bude metoda FEM popsána pouze okrajově.

4.2.1 Metoda konečných prvků (FEM)

Základním principem této metody je rozdělení předem určeného modelovaného prostoru na jednotlivé elementy – konečné prvky, které na sebe vzájemně působí. Těmito konečnými prvky jsou pro rovinné úlohy například trojúhelníky či čtyřúhelníky a pro prostorové úlohy jsou to většinou čtyřstěny či pětistěny atd. Tyto prvky, které se vzájemně nepřekrývají, následně rozdělí dříve spojitý prostor na diskrétní oblasti, přičemž sledované parametry jsou vždy spočteny v jednotlivých uzlových bodech nově vzniklé sítě. Dalším krokem je minimalizace odpovídající potenciální energie (energetického integrálu) na množině spojitých a po částech polynomických funkcí nad již vytvořenou diskrétní sítí. Následnou vhodnou volbou bázových funkcí lze danou úlohu převést na řešení soustavy lineárních (či nelineárních) algebraických rovnic, jejíž matice je řídká, tj. obsahuje většinou nulové prvky. Nespornou výhodou této metody je, že umožňuje dokonale aproximovat daný prostor v několika jednoduchých krocích:

- 1) interpolace vstupních dat,
- 2) generování diskrétní sítě pomocí konečných elementů,
- 3) sestavení a vyřešení soustavy algebraických rovnic,
- 4) vyhlazení numerického řešení,
- 5) a posteriori odhad chyby,
- 6) grafické znázornění výsledků.

¹³ Z anglického Finite Difference Time Domain.

¹⁴ Z anglického Finite Element Method.

V současné době je metoda konečných prvků obsažena v mnoha modelovacích softwarech. Za zmínku stojí především Finite Element Toolbox pro MATLAB či FEM jako součást programu COMSOL, [4], [2].

4.2.2 Metoda konečných diferencí (FDTD)

Další metodou, kterou lze řešit nelineární parciální diferenciální rovnice, je metoda konečných diferencí. Tato metoda je založena na nahrazování diferenciálního počtu počtem diferencí. Dříve spojité parciální derivace se tak nahradí příslušnými diferencemi, jež lze odvodit z Taylorova rozvoje, [16]

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + \frac{\partial^3 f(x_0)}{\partial x^3} \frac{(\Delta x)^3}{3!} + \frac{\partial^n f(x_0)}{\partial x^n} \frac{(\Delta x)^n}{n!} + O(\Delta x)^{n+1}. \quad (38)$$

Pomocí základních matematických úprav lze z tohoto rozvoje vyjádřit první derivaci jako

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)}{2!} - \frac{\partial^3 f(x_0)}{\partial x^3} \frac{(\Delta x)^2}{3!} \dots \quad (39)$$

Rovnici (39) lze poté přepsat do diskrétního tvaru a získat tak vztah pro dopřednou diferencí prvního řádu, jež aproximuje první derivaci ve tvaru

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x), \quad (40)$$

kde $O(\Delta x)$ značí tzv. chybu v důsledku zkrácení rozvoje, kdy nejsou použity všechny členy Taylorova rozvoje. Tato chyba je společně s celým numerickým řešením závislá na hodnotě Δx . S klesající hodnotou Δx klesá také chyba $O(\Delta x)$.

Podobně jako dopřednou diferencí prvního řádu lze určit i zpětnou diferencí prvního řádu. V tomto případě lze rozepsat Taylorův rozvoj pro $f(x_0 - \Delta x)$, který je stejný jako rovnice (38) až na záporná znaménka u sudých členů rozvoje. Tuto rovnici lze opět upravit do tvaru

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + \frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)}{2!} - \frac{\partial^3 f(x_0)}{\partial x^3} \frac{(\Delta x)^2}{3!} \dots, \quad (41)$$

a následně ji lze přepsat do diskrétní podoby

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x). \quad (42)$$

Sečtením rovnic (39) a (41) a jejich následným podělením dvěma, lze získat poslední typ difference, jež je známa jako centrální difference. Chyba v důsledku zkrácení je v tomto případě druhého řádu avšak samotná difference řádu prvního

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2. \quad (43)$$

Vhodnou úpravou Taylorova rozvoje tak lze získat kompletní slovník diferencí, jež mohou aproximovat různé druhy derivací v kombinaci s rozličnými řády diferencí. Tohoto faktu bylo využito i při aplikaci metody konečných diferencí na Westerveltovu rovnici.

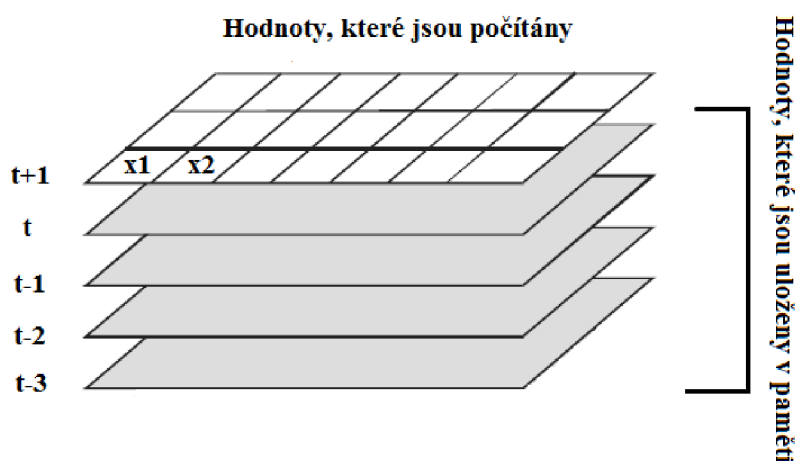
Nespornou výhodou této metody je její snadná implementace na různé fyzikální jevy a také snadná aplikace na nelineární modely. Značnou nevýhodou je poté její stabilita (zajištění konvergence metody) v závislosti na volbě Δx a také okrajové podmínky v krajních bodech sítě, jež je vytvořena pomocí konečných diferencí, [16].

4.3 Aplikace metody konečných diferencí na Westerveltovu rovnici

Nedílnou součástí každého modelování je i výběr správné rovnice, která nejlépe vystihuje zadaný problém, jež má být řešen. Vzhledem k tomu, že výstupem této práce je model nelineárních jevů v uzv polích bude pro další účely použita rovnice Westerveltova, jež bude pomocí metody konečných diferencí převedena ze spojitě do diskretní podoby.

4.3.1 Diskretní podoba modelové rovnice

Westerveltova rovnice pro modelování ultrazvukového vlnění je složena z parciálních derivací akustického tlaku v prostoru a čase. Z tohoto důvodu je nutné volit vhodné typy použitých diferencí v závislosti na jednotlivých členech rovnice. Celý princip použití metody FDTD spočívá v převedení Westerveltovy rovnice do vektorového či maticového tvaru¹⁵ v různých diskretních časových okamžicích. Jednotlivé matice obsahují hodnoty akustického tlaku na příslušných prostorových souřadnicích (rovněž s diskretním krokem). Počet matic, jež jsou nutné k výpočtu, určuje nejvyšší derivace v rovnici, která v tomto případě reprezentuje útlum uzv vlnění. Vzhledem k tomu, že derivace je třetího řádu a zvolená diference řádu druhého, postačí tak k výpočtu pouze matice do hodnoty v čase p^{t-3} (Obrázek 12 [7] a rovnice (47)). Ostatní, dříve spočtené matice od času p^{t-4} , není nutné uchovávat v paměti, což je velkou výhodou z hlediska časové náročnosti celého výpočtu.



Obrázek 12 - Paměťová náročnost pro metodu konečných diferencí

¹⁵ Zda-li se jedná o vektor či matici závisí na počtu zvolených os kartézského souřadného systému.

Pro přehlednost bude v následujícím textu zvoleno odvození veškerých rovnic pouze pro jednodimenzionální případ, tedy pro jedinou souřadnici – osu x . Jak již bylo řečeno výše, metoda konečných diferencí je paměťově náročná v závislosti na zvoleném řádu diferencí. Z tohoto důvodu byly pro přepis Westerveltovy rovnice voleny pouze difference druhého řádu.

Pro připomenutí nabývá Westerveltova rovnice tvaru, [7], [9]

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = 0. \quad (44)$$

Pro aplikaci metody konečných diferencí na rovnici (44) lze zavést substituci jednotlivých derivací

$$W - \frac{1}{c_0^2} X + \frac{\delta}{c_0^4} Y + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} Z = 0, \quad (45)$$

kde W je centrální difference druhého řádu pro druhou derivaci akustického tlaku dle prostorové souřadnice x . Lze ji vyjádřit jako

$$W = \nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{p_{x+1}^t - 2p_x^t + p_{x-1}^t}{\Delta x^2}. \quad (46)$$

Podobným způsobem lze rozepsat i další derivace akustického tlaku dle času

$$X = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{p_x^{t+1} - 2p_x^t + p_x^{t-1}}{\Delta t^2}, \quad (47)$$

$$Y = \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = \frac{p_x^t - 3p_x^{t-1} + 3p_x^{t-2} - p_x^{t-3}}{\Delta t^3}, \quad (48)$$

$$Z = \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = \frac{(p_x^t)^2 - (2p_x^{t-1})^2 + (p_x^{t-2})^2}{\Delta t^2}, \quad (49)$$

kde X značí centrální difference druhého řádu pro lineární člen Westerveltovy rovnice, Y značí zpětnou difference druhého řádu pro člen útlumu a Z značí zpětnou difference pro člen zodpovědný za nelinearity.

Vzhledem k tomu, že poslední dva členy Westerveltovy rovnice lze libovolně eliminovat a následně opětovně přidávat, bylo pro jejich diskretizaci použito pouze zpětných diferencí, které odpovídají příslušným řádům derivace jednotlivých členů. První dva členy jsou však nezbytné pro správnou interpretaci rovnice a z tohoto důvodu byly nahrazeny centrálními diferencemi. Důležitou roli ve výsledném modelování hraje lineární člen, který jako jediný obsahuje neznámou v podobě hodnoty akustického tlaku v čase p_x^{t+1} . Z tohoto důvodu je nutno vypustit substituci X a vyjádřit z dané rovnice hodnotu tlaku p_x^{t+1} , jež bude sloužit jako hlavní člen pro výpočet modelu. Stejně tak je centrální difference nahrazena i prostorová druhá derivace akustického tlaku, avšak v tomto případě se jedná o specifický člen, který bude

v textu popsán níže. Ostatní substituce jsou vypočteny pouze z hodnot, které jsou již známy (zpětné diference), a proto není nutné je dále do rovnice rozepisovat. Po dosazení centrální diference za X , je možné Westerveltovu rovnici rozepsat následujícím způsobem

$$W - \frac{1}{c_0^2} \frac{p_x^{t+1} - 2p_x^t + p_x^{t-1}}{\Delta t^2} + \frac{\delta}{c_0^4} Y + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} Z = 0. \quad (50)$$

Po vynásobení této rovnice prvky $c_0^2 \Delta t^2$ lze dosáhnout zápisu

$$W c_0^2 \Delta t^2 - (p_x^{t+1} - 2p_x^t + p_x^{t-1}) + \frac{\delta \Delta t^2}{c_0^2} Y + \frac{\beta \Delta t^2}{\rho_0 c_0^2} Z = 0. \quad (51)$$

Z rovnice (51) tak lze již pomocí elementárních matematických operací určit hodnotu tlaku p_x^{t+1} , který je nezbytný pro výpočet modelu

$$p_x^{t+1} = W c_0^2 \Delta t^2 + \frac{\delta \Delta t^2}{c_0^2} Y + \frac{\beta \Delta t^2}{\rho_0 c_0^2} Z + 2p_x^t - p_x^{t-1}. \quad (52)$$

Jak již bylo v předchozím textu uvedeno, speciálním členem Westerveltovy rovnice je derivace akustického tlaku dle prostoru (substituce W). Tento člen zajišťuje prostorové šíření dané akustické vlny v čase t , kterou je celý systém buzen, a která bude popsána v kapitole o buzení modelu (kapitola 5.4). Z tohoto důvodu není možné pro prostorový člen zvolit zpětnou diferenci druhého řádu, jak tomu bylo u ostatních členů rovnice (vyjma členu lineárního). Zpětná diference druhého řádu pro prostorovou derivaci totiž nabývá tvaru

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{p_x^t - 2p_{x-1}^t + p_{x-2}^t}{\Delta x^2}, \quad (53)$$

ze kterého není možné určit následný prostorový člen p_{x+1}^t , který zajišťuje fakt, že vlna se bude dále šířit zvoleným prostorem. V tomto případě je tak vhodné volit diferenci centrální, která však také disponuje jistými nedostatky. Hlavním problémem této diference je fakt, že neumožňuje vypočítat krajní body zvoleného prostoru, tedy p_1^t a p_n^t , kde index n značí poslední bod prostoru. Vzhledem k použití metody konečných diferencí, nelze tyto body zvolit jako nulové, jelikož by na okrajích prostoru vznikly perfektní odrazivé podmínky, které by vytvořily akustické rozhraní s vlastnostmi zajišťujícími totální odraz. Z tohoto důvodu se používá takzvaná duplikace krajních vzorků, kde se vzorky p_1^t a p_n^t nahradí vzorky sousedními, tedy $p_1^t = p_2^t$ a $p_n^t = p_{n-1}^t$. Tato duplikace však sama o sobě neeliminuje odrazy na okrajích zvoleného prostoru, a proto je nutné odvodit tzv. okrajové podmínky pro akustické vlnění.

4.3.2 Okrajové podmínky metody konečných diferencí

Okrajové podmínky pro aplikaci metody FDTD na akustické vlnění jsou natolik specifickou záležitostí, že není dostatek odborné literatury, která by se tímto problémem zabývala. Z tohoto důvodu byly okrajové podmínky odvozeny z modelování elektromagnetických polí.

Základní zápis okrajových podmínek prvního řádu pro teorii elektromagnetických polí je následující

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} \right) E = \frac{\frac{E_{x+1}^{t+1} + E_{x+1}^t}{2} - \frac{E_x^{t+1} + E_x^t}{2}}{\Delta x} - \sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\frac{E_x^{t+1} + E_{x+1}^{t+1}}{2} - \frac{E_x^t + E_{x+1}^t}{2}}{\Delta t} = 0, \quad (54)$$

kde E je složka elektromagnetického pole, μ je permeabilita a ε permitivita. První člen rovnice udává průměr ze sousedních prostorových vzorků a druhý člen udává naopak průměr ze sousedních časových vzorků, [22]. Pro potřeby akustického vlnění byla konstanta $\sqrt{\mu\varepsilon}$ nahrazena konstantou $\frac{1}{c}$, kde c je akustická rychlost, a hodnota složky elektromagnetického pole E byla nahrazena akustickým tlakem p . Základní rovnice pro okrajové podmínky prvního řádu pro akustické vlnění tak vypadá následovně

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) p = \frac{\frac{p_{x+1}^{t+1} + p_{x+1}^t}{2} - \frac{p_x^{t+1} + p_x^t}{2}}{\Delta x} - \frac{1}{c} \frac{\frac{p_x^{t+1} + p_{x+1}^{t+1}}{2} - \frac{p_x^t + p_{x+1}^t}{2}}{\Delta t} = 0. \quad (55)$$

Jak již bylo zmíněno výše, základním členem pro výpočet modelu je p_x^{t+1} . Z tohoto důvodu je nutné z rovnice (55) opět vyjádřit tento člen jako

$$p_x^{t+1} = p_{x+1}^t + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (p_{x+1}^{t+1} - p_x^t). \quad (56)$$

Pro potřeby odvození okrajových podmínek druhého řádu je nutno z části vztahu (56) vyjádřit tzv. Courantovo číslo, jež nabývá tvaru

$$S_c = \frac{c\Delta t}{\Delta x}. \quad (57)$$

Po úpravě rovnice (56) pomocí Courantova čísla, tak lze již plně zapsat okrajovou podmínku prvního řádu pro akustické vlnění jako

$$p_x^{t+1} = p_{x+1}^t + \frac{S_c - 1}{S_c + 1} (p_{x+1}^{t+1} - p_x^t). \quad (58)$$

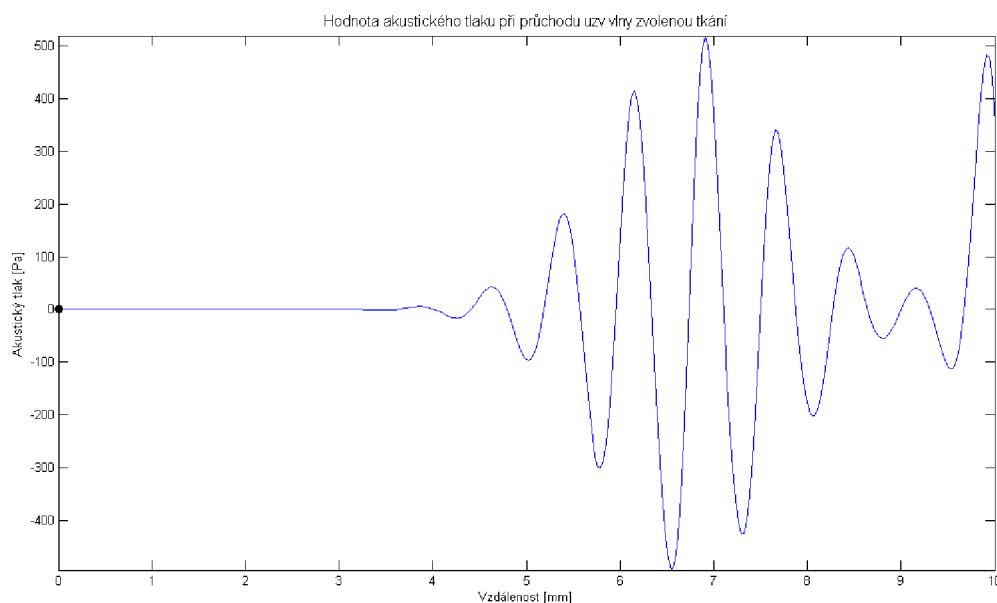
Získaná okrajová podmínka z rovnice (58) je plně univerzální, čehož lze využít pro řešení počátečního i koncového bodu zvoleného prostoru. Pro počáteční bod zvoleného prostoru nabývá rovnice (58) tvaru

$$p_1^{t+1} = p_2^t + \frac{S_c - 1}{S_c + 1} (p_2^{t+1} - p_1^t). \quad (59)$$

Pro koncový bod je poté podmínka následující

$$p_n^{t+1} = p_{n-1}^t + \frac{S_c - 1}{S_c + 1} (p_{n-1}^{t+1} - p_n^t). \quad (60)$$

Vyřešení odrazů na krajních bodech prostoru pomocí okrajových podmínek prvního řádu však není dostačující. Při aplikaci těchto podmínek dochází na okrajích prostoru ke snížení počáteční amplitudy akustického tlaku cca o tři řády (Obrázek 13 – použité podmínky: $c=1595$ m/s, $\zeta=1060$ kg/m³, $\Delta t=1e-8$ s, $\Delta x=30e-6$ m, $\alpha=0$ Np/m, $\beta=0$), což není z hlediska diagnostického použití uzv ideální (hodnoty akustického tlaku p v řádech kPa). Hodnota amplitudy odraženého vlnění při použití okrajových podmínek prvního řádu je závislá na hodnotě zvolené akustické rychlosti c , na časovém kroku Δt a na prostorovém kroku Δx – všechny tyto veličiny slouží k výpočtu Courantova čísla. Z tohoto důvodu je nutné odvodit okrajové podmínky druhého řádu, které tuto závislost do jisté míry eliminují tím, že pro výpočet krajních bodů využívají více okolních bodů v různých časových okamžicích.



Obrázek 13 - Okrajová podmínka prvního řádu pro koncový bod prostoru – odraz z původní hodnoty akustického tlaku $p_0 = 200$ kPa na cca 500 Pa

Okrajové podmínky druhého řádu pro akustické vlnění lze stejně jako v předchozím případě odvodit z podmínek pro elektromagnetické vlnění, kde základní rovnice pro odvození nabývá tvaru,[22]

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}\right)E = 0. \quad (61)$$

Rovnici (61) je tak možné opět přeformulovat pro potřeby akustického vlnění jako

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right)p = 0. \quad (62)$$

Po vzájemném roznásobení jednotlivých členů z rovnice (62) lze získat podobný tvar jako v rovnici (55), kde po vyjádření členu p_x^{t+1} vypadá obecná okrajová podmínka druhého řádu následovně

$$p_x^{t+1} = \frac{-1}{\frac{1}{S_c} + 2 + S_c} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{S_c} - 2 + S_c\right) [p_{x+2}^{t+1} + p_x^{t-1}] \\ + 2 \left(S_c - \frac{1}{S_c}\right) [p_x^t + p_{x+2}^t - p_{x+1}^{t+1} - p_{x+1}^{t-1}] \\ - 4 \left(\frac{1}{S_c} + S_c\right) p_{x+1}^t \end{array} \right\} - p_{x+2}^{t-1}, \quad (63)$$

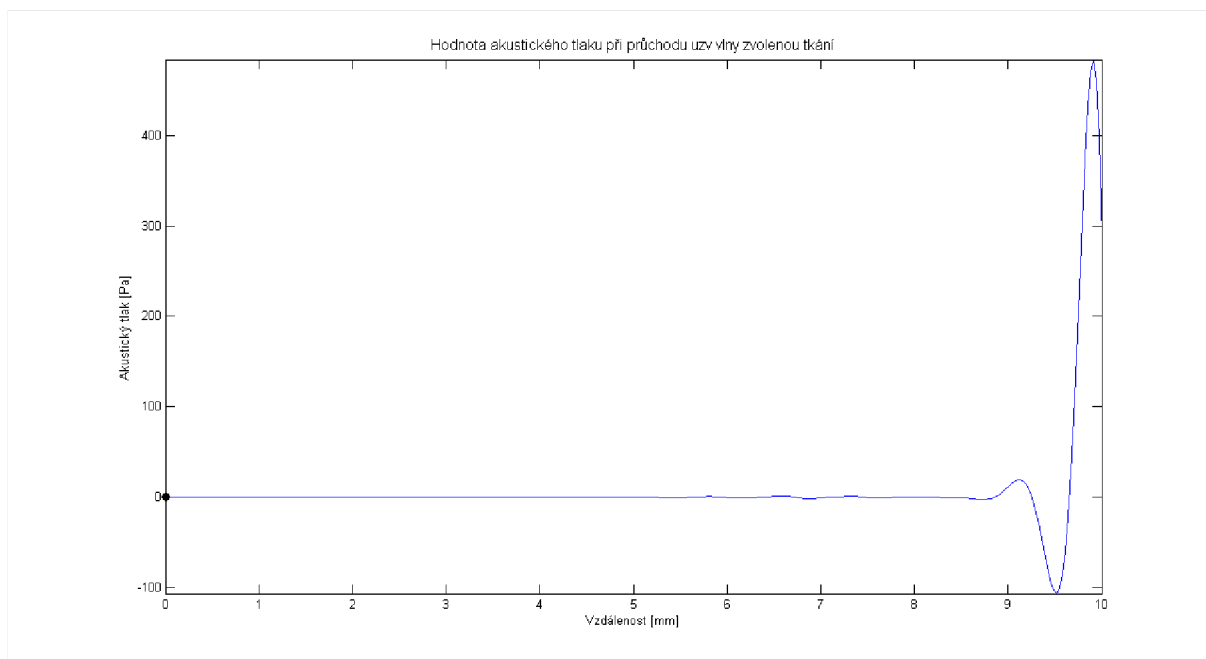
kde S_c je opět Courantovo číslo. Zobecněná podmínka druhého řádu může být opět vyjádřena pro oba koncové body zvoleného prostoru. Pro počáteční bod je formulace následující

$$p_1^{t+1} = \frac{-1}{\frac{1}{S_c} + 2 + S_c} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{S_c} - 2 + S_c\right) [p_3^{t+1} + p_1^{t-1}] \\ + 2 \left(S_c - \frac{1}{S_c}\right) [p_1^t + p_3^t - p_2^{t+1} - p_2^{t-1}] \\ - 4 \left(\frac{1}{S_c} + S_c\right) p_2^t \end{array} \right\} - p_3^{t-1}, \quad (64)$$

a pro koncový bod prostoru

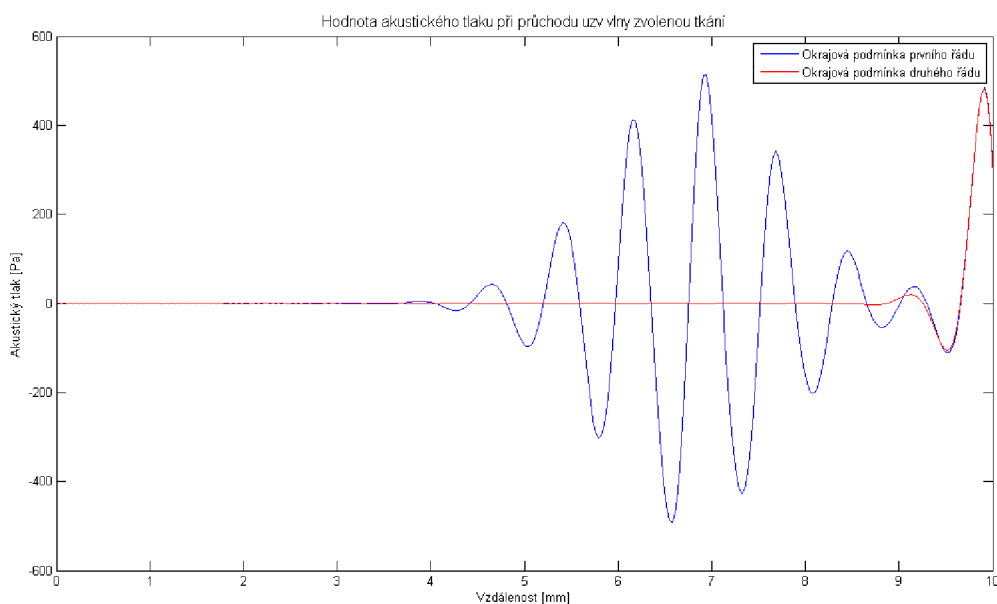
$$p_n^{t+1} = \frac{-1}{\frac{1}{S_c} + 2 + S_c} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{S_c} - 2 + S_c\right) [p_{n-2}^{t+1} + p_n^{t-1}] \\ + 2 \left(S_c - \frac{1}{S_c}\right) [p_n^t + p_{n-2}^t - p_{n-1}^{t+1} - p_{n-1}^{t-1}] \\ - 4 \left(\frac{1}{S_c} + S_c\right) p_{n-1}^t \end{array} \right\} - p_{n-2}^{t-1}. \quad (65)$$

Na Obrázku 14 je znázorněna okrajová podmínka druhého řádu za použití totožných podmínek jako v předchozím případě. Okrajová podmínka druhého řádu vykazuje význačné potlačení odrazivosti, přičemž akustická vlna s počátečním akustickým tlakem 200 kPa byla zpětně odražena s amplitudou cca 1 Pa.



Obrázek 14 - Okrajová podmínka druhého řádu pro koncový bod prostoru – odraz z původní hodnoty akustického tlaku $p_0 = 200$ kPa na cca 1 Pa

Obrázek 15 poskytuje vzájemné srovnání okrajových podmínek obou řádů. Mírnou nevýhodou okrajové podmínky druhého řádu jsou mírné oscilace (v rozmezí +/- 1 Pa) po průchodu akustické vlny systémem – viz levá část Obrázku 15.



Obrázek 15 – Vzájemné srovnání okrajových podmínek obou řádů

4.3.3 Optimální volba časového kroku – Δt

Nejdůležitějším parametrem při aplikaci metody konečných prvků na Westerveltovu rovnici je diskrétní časový krok Δt , který přesně definuje časové rozlišení metody. Při nevhodně zvoleném Δt je model vystaven riziku oscilací, které neumožní simulaci průběhu akustické vlny skrze zvolené prostředí. Z tohoto důvodu byla odvozena řada, některých i empirických, podmínek stability, jež řeší maximální možnou hodnotu Δt .

Všechny známé podmínky vycházejí z Courantova čísla. Základní a nejjednodušší podmínkou pro volbu správného Δt je tak volba $S_c = 1$, kdy maximální Δt je dáno následující nerovnicí, [18]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}, \quad (66)$$

kde c je akustická rychlost a Δx je diskrétní prostorový krok ve směru osy x . Tato podmínka je však dostačující pouze pro jednorozměrný případ, kdy lze brát v úvahu pouze Δx . Pokud je zvolen vícerozměrný prostor, tato podmínka již není lehce rozšiřitelná a je nutné ji přepsat do tvaru

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}, \quad (67)$$

kde Δy a Δz jsou prostorové kroky ve směru osy y , respektive z . Tato podmínka pro volbu Δt je všeobecně rozšířena a používána pro modelování akustického vlnění pomocí metody FDTD. Limitací této podmínky je fakt, že je odvozena pouze pro první dva členy Westerveltovy rovnice, tj. pro lineární vlnovou rovnici. Při zapojení dalších členů rovnice (útlumového a nelineárního členu) může docházet při rovnosti této podmínky k již dříve zmíněným oscilacím. Tyto oscilace se však neprojeví ihned, ale jejich vliv je patrnější tím více, čím jsou hodnoty koeficientů α a β vyšší. Z tohoto důvodu některé publikace uvádějí jistý specifický empirický poměr, kterým lze podmínku vynásobit, aby se předešlo možným nechtěným oscilacím modelu. Jednou z variant je následující tvar, [14]

$$\Delta t \leq \frac{\sqrt{3}}{2c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}. \quad (68)$$

Další případnou možností může být i užití podmínky stability (pro dvourozměrný případ), jež byla taktéž odvozena pro lineární vlnovou rovnici, [1]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y}{c \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}. \quad (69)$$

5 Tvorba a popis modelu

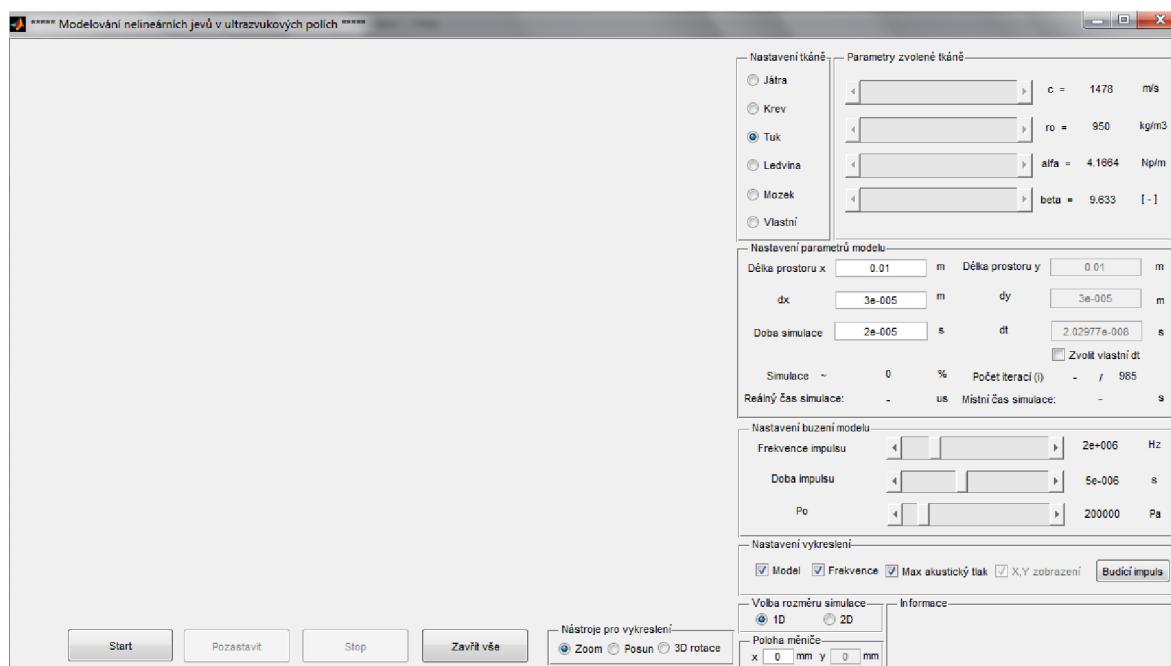
Hlavním cílem této práce je vytvoření modelu, jenž bude simulovat nelineární jevy v ultrazvukových polích. V předchozí kapitole byl zmíněn teoretický rozbor týkající se modelových rovnic a matematického aparátu, který je vhodný k jejich řešení. Tento teoretický rozbor posloužil jako základ pro tvorbu modelu, jenž bude popsán v následujících kapitolách.

5.1 Obecný popis modelu

Požadovaný model nelineárních jevů v ultrazvukových polích byl vytvořen v programovém prostředí MATLAB 7.13.0.564. Pro větší přehlednost bylo navrženo grafické uživatelské prostředí, které usnadňuje nastavení a následnou práci s daným modelem. Výsledná podoba grafického rozhraní je zobrazena na Obrázku 16. Pravá plocha tohoto rozhraní slouží k zobrazení průběhů akustického tlaku a jeho doplňujících veličin. Levá strana poté slouží k detailnímu nastavení modelu. Nastavení lze provádět v těchto oblastech:

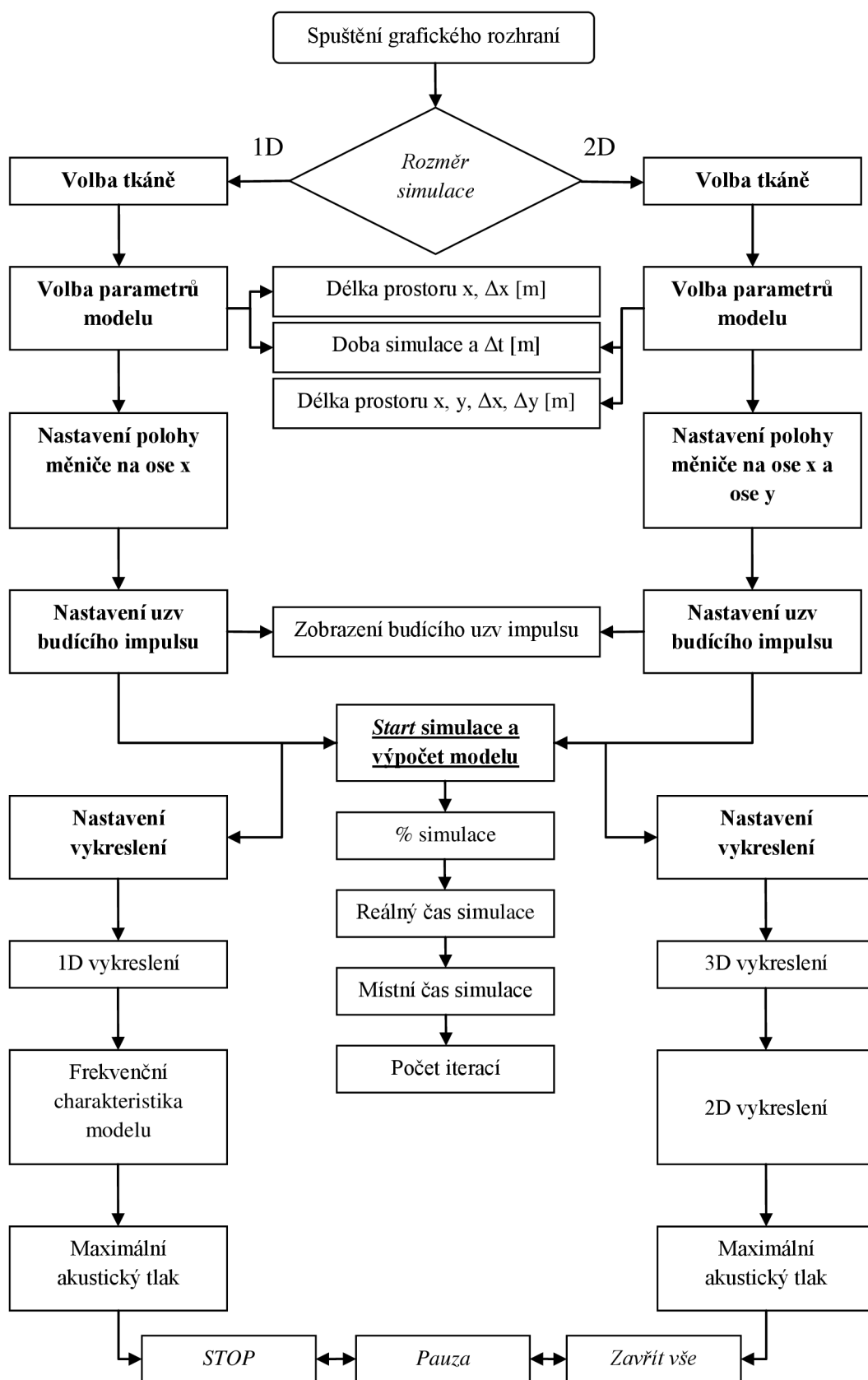
- volba tkáně a jejich typických parametrů,
- nastavení parametrů modelu,
- nastavení buzení modelu + volba polohy měniče,
- nastavení vykreslení,
- volba rozměru simulace.

Součástí uživatelského prostředí je i pole Informace, kde se zobrazují chybová hlášení při neodborném nastavení modelu. Pro lepší práci s výslednými grafy lze libovolně nastavit přiblížení, posun a 3D rotaci daných průběhů akustického tlaku. Posledním interaktivním prvkem je ovládání modelu z pozice tlačítek Start, Pozastavit, Stop a Zavřít vše. Všechny tyto možnosti nastavení budou probrány v následujících podkapitolách.



Obrázek 16 - Uživatelské prostředí vytvořeného modelu

Pro přehlednost je také nutné uvést vývojový diagram vytvořeného modelu – Obrázek 17.



Obrázek 17 - Vývojový diagram modelu nelineárních jevů v ultrazvukových polích

5.2 Nastavení tkáně a jejich typických parametrů

Typ tkáně, jež definuje parametry vytvořeného prostředí, kterým akustická vlna prochází, lze nastavit pomocí tlačítek výběru. Tyto tlačítka umožňují nastavit pouze jeden typ tkáně, která disponuje svými typickými parametry. Těmito parametry jsou akustická rychlost v daném prostředí c , hustota prostředí ζ , koeficient útlumu α a koeficient nelinearity β . Pro potřeby vytvořeného modelu byly zvoleny tyto typy tkání: játra, krev, tuková tkáň, ledvina, mozek a vlastní nastavení tkáně.

Typické hodnoty parametrů těchto tkání jsou uvedeny v Tabulce 5. Veškeré hodnoty jsou udávány při tělesné teplotě 37° C a hodnota koeficientu útlumu α je vztažena na 1 MHz s idealizovanou lineární závislostí na frekvenci, [17], [24].

Tabulka 5 - Typické hodnoty parametrů zvolené tkáně

Typ tkáně	c [m/s]	ζ [kg/m ³]	α [Np/m]	β [-]
<i>Játra</i>	1595	1060	4,340	6,6
<i>Krev</i>	1584	1060	1,736	6,1
<i>Tuk</i>	1478	960	4,166	9,633
<i>Ledvina</i>	1560	1050	8,680	7,4
<i>Mozek</i>	1560	1040	5,208	7,1

Jednotlivé parametry jsou v grafickém prostředí vyjádřeny posuvníky, avšak uživatel nemá možnost jejich nastavení měnit. Pro uživatelské testování slouží položka Vlastní v záložce Nastavení tkáně, kde je možné nastavit hodnoty parametrů a simulovat tak různé podmínky, jež nabízí Westerveltova rovnice. Tato možnost umožňuje definovat vybrané parametry na těchto intervalech:

- $c \approx \langle 100, 2100 \rangle$ m/s po kroku¹⁶ 200 nebo 20,
- $\zeta \approx \langle 100, 2100 \rangle$ kg/m³ po kroku 200 nebo 20,
- $\alpha \approx \langle 0, 20 \rangle$ Np/m po kroku 2 nebo 0,2,
- $\beta \approx \langle 0, 100 \rangle$ po kroku 10 nebo 1.

Nejmenší hodnota parametru c je volena s ohledem na funkčnost modelu, jelikož při nulové hodnotě akustické rychlosti nelze modelovat akustické vlnění pomocí Westerveltovy rovnice. Stejně tak je nutné zadat i parametr ζ , jelikož jeho nulová hodnota by vyřadila z výpočtu nelineární člen i při nenulové hodnotě koeficientu β .

¹⁶ První hodnota udává krok po kliknutí do vnitřního prostoru posuvníku, druhá hodnota udává krok po kliknutí na šipku posuvníku. Libovolnou hodnotu všech parametrů v rámci daných intervalů lze nastavit pomocí potáhnutí posuvníku.

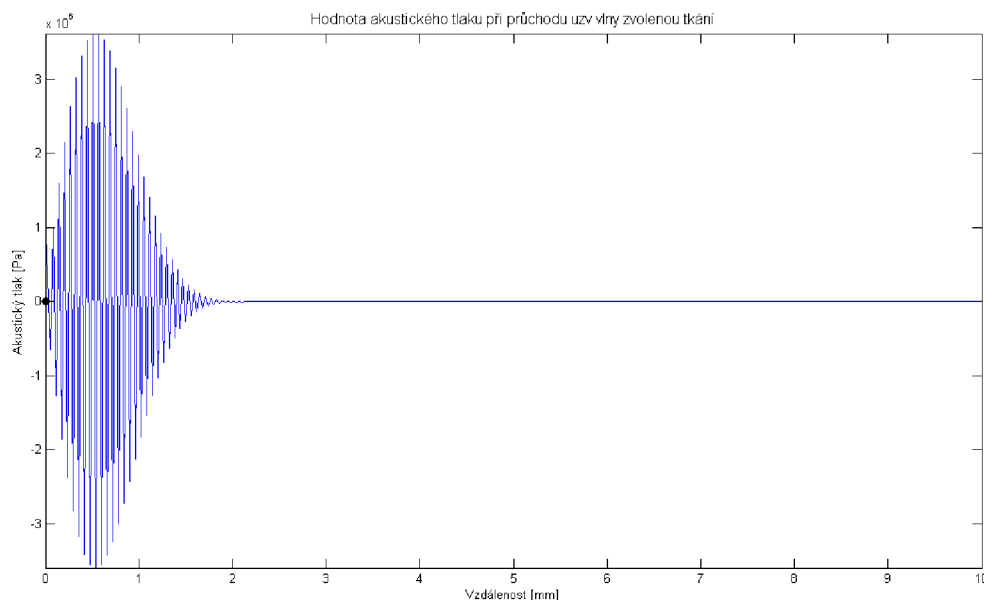
5.3 Nastavení parametrů modelu

Nejdůležitějším nastavením z hlediska vytvořeného modelu je nastavení diskrétních kroků Δt a Δx (Δy) pro metodu konečných prvků. Největší důležitost zde má bezesporu nastavení Δt , na jehož hodnotě závisí celá funkčnost modelu.

Počet parametrů, které lze nastavit před spuštěním modelu závisí na volbě rozměru simulace. Je-li zvolena simulace pouze v jednorozměrném prostoru, lze nastavit hodnotu Δx a Délku prostoru x , která simuluje hodnotu vyšetřované hloubky při uzv diagnostickém zobrazení. Je-li zvolena druhá možnost rozměru, tedy 2D simulace, zpřístupní se i nastavení druhého prostoru v rámci osy y , tedy Délka prostoru y a Δy . Veškeré nastavení prostoru se udává v jednotkách délky, tedy [m].

Další možností nastavení je hodnota doby simulace. Doba simulace je udávána v jednotkách času [s] a podílí se z části na počtu iterací, které model vykoná. Při změně doby simulace se také změní celkový počet iterací, jež je rovněž uveden v kartě nastavení parametrů modelu.

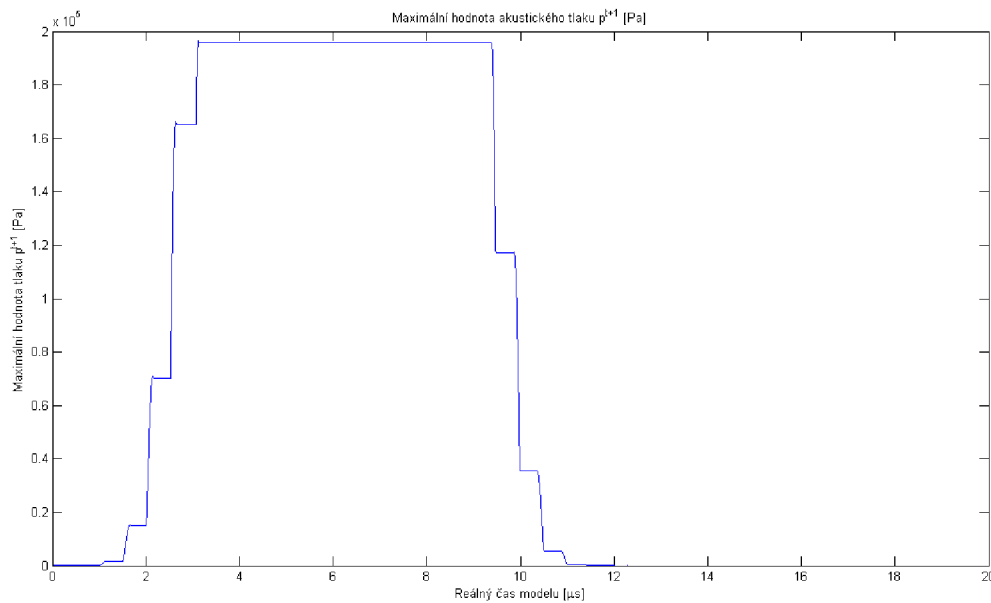
Hlavním nastavením je volba parametru Δt . V kapitole 4.3.3, Optimální volba časového kroku, byla nastíněna problematika nevhodně zvoleného Δt . Při příliš vysokém Δt , jež nesplňuje podmínku stability, hrozí oscilace modelu, které negativně ovlivní celou simulaci. Na Obrázku 18 je znázorněna volba Δt , při které byla podmínka stability ze vztahu (67) přesažena o dvě setiny nanosekundy (vypočtená podmínka stability $\Delta t = 1,88e-8$ s, zvolené $\Delta t = 1,9e-8$ s). Použité podmínky pro simulaci - $c=1595$ m/s, $\zeta=1060$ kg/m³, $\Delta x=30e-6$ m, $\alpha=0$ Np/m, $\beta=0$, $P_0=200$ kPa.



Obrázek 18 – Oscilace modelu při nesplnění podmínky stability metody FDTD

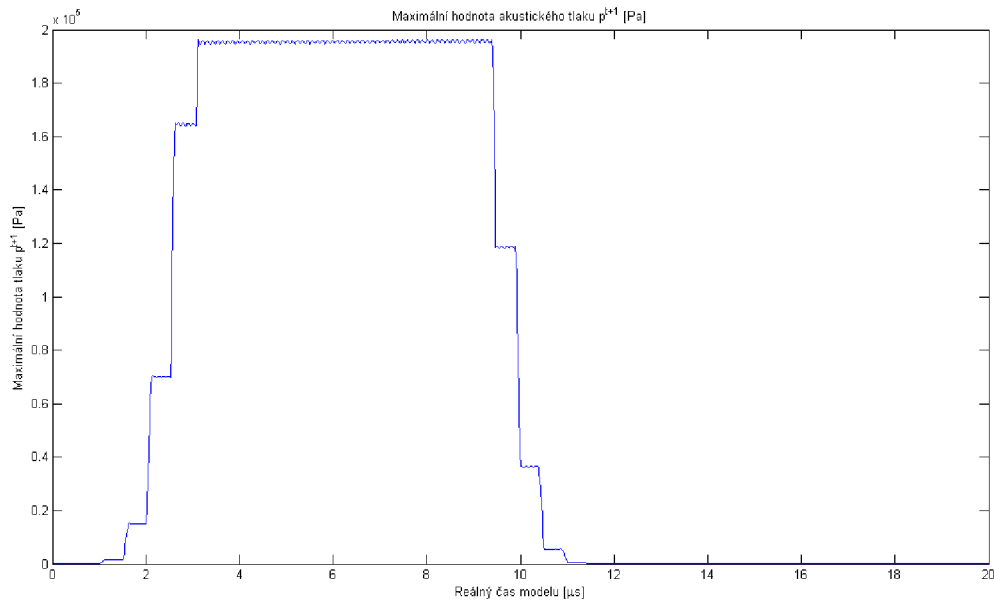
Podmínka stability ze vztahu (67) má charakter nerovnice, jež umožňuje zvolit i menší Δt , než odpovídá zavedenému pravidlu $S_c = 1$. Při takto zvoleném Δt hrozí taktéž riziko oscilací, ale na rozdíl od předchozího případu nejsou na první pohled jasně patrné. Možný vznik oscilací při volbě Δt vynásobeného empirickým koeficientem, jež udává například vztah (68),

bude vysvětlen na ukázkovém příkladu. Důležitým ukazatelem, na kterém lze demonstrovat jemné oscilace modelu, je maximální průběh akustického tlaku v čase, jež je pro níže zadané hodnoty zobrazen na Obrázku 19. Levá část obrázku vyjadřuje vstup akustické vlny do systému a pravá část zobrazuje výstup akustické vlny ze systému. Střední ustálená část odpovídá konstantní hodnotě akustického tlaku (bez útlumu a nelinearit). Zvolíme-li prostředí s akustickou rychlostí $c=1595$ m/s a volbou prostorového kroku $\Delta x= 3e-5$ m, nabývá vypočtené Δt (dle vztahu (67) a uvažované rovnosti) hodnoty $1,88e-8$ s.



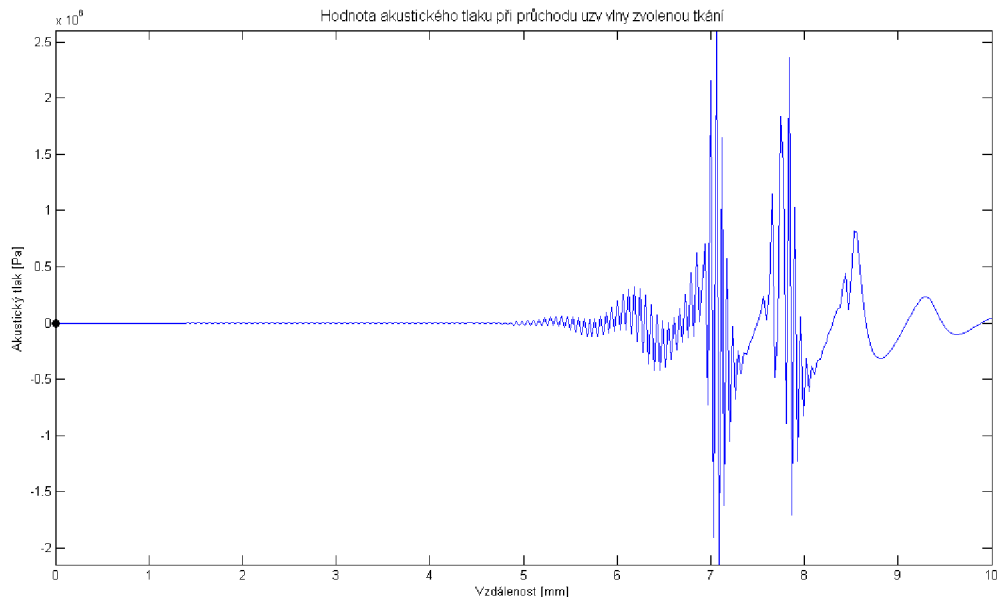
Obrázek 19 - Maximální hodnota akustického tlaku p^{t+1} v čase při splnění $S_c=1$

Po vynásobení takto vypočteného časového kroku koeficientem $\sqrt{3/2}$ nabývá nové Δt hodnoty $1,6e-8$ s. Vzhledem k faktu, že veličiny Δt , Δx a c jsou navzájem svázány pomocí vztahu pro výpočet Courantova čísla, nelze bez následků na správné chování modelu měnit pouze jednu veličinu. Při volbě $\Delta t=1,6e-8$ s a ponechání parametrů Δx a c na jejich původní hodnotě je porušena rovnost, jež zajišťovala chod modelu bez případných oscilací. Z tohoto důvodu by tak spolu s časovým krokem měl být měněn i krok prostorový, jelikož akustická rychlost definuje dané prostředí a není možné ji měnit. Pro další upřesnění je nutno říci, že budící akustická vlna je pevně svázána s volbou časového kroku, což bude blíže popsáno v kapitole o buzení modelu. Vzorkování dle času má za následek fakt, že výsledná akustická vlna je navzorkována díky S_c i dle příslušného Δx . Při změně Δt bez následné obměny Δx je model vystaven riziku, že nově vzniklá vlna již nebude nadále proporcionální vzhledem k prostoru. Ponecháním Δx na jeho původní hodnotě nelze zaručit, že jeden vzorek budící vlny bude odpovídat přesně hodnotě zadaného Δx . V takto vzniklé situaci dojde k nesrovnalosti, kdy jeden vzorek budící vlny bude menší, než hodnota prostorového kroku. Jeden vzorek akustické vlny tak obsáhne jen $\sqrt{3/2}$ původního Δx , čímž vznikají oscilace, které jsou v řádech desetin % zvoleného iniciačního akustického tlaku (1300 Pa z 200 kPa = $0,65\%$). Frekvence těchto oscilací dále roste se zmenšující se hodnotou Δt . Vzniklé oscilace, jež jsou patrné na Obrázku 20, lze částečně eliminovat zvětšením vlnové délky (snížením budící frekvence).



Obrázek 20 - Maximální hodnota akustického tlaku p^{t+1} v čase při nesplnění $S_c=1$

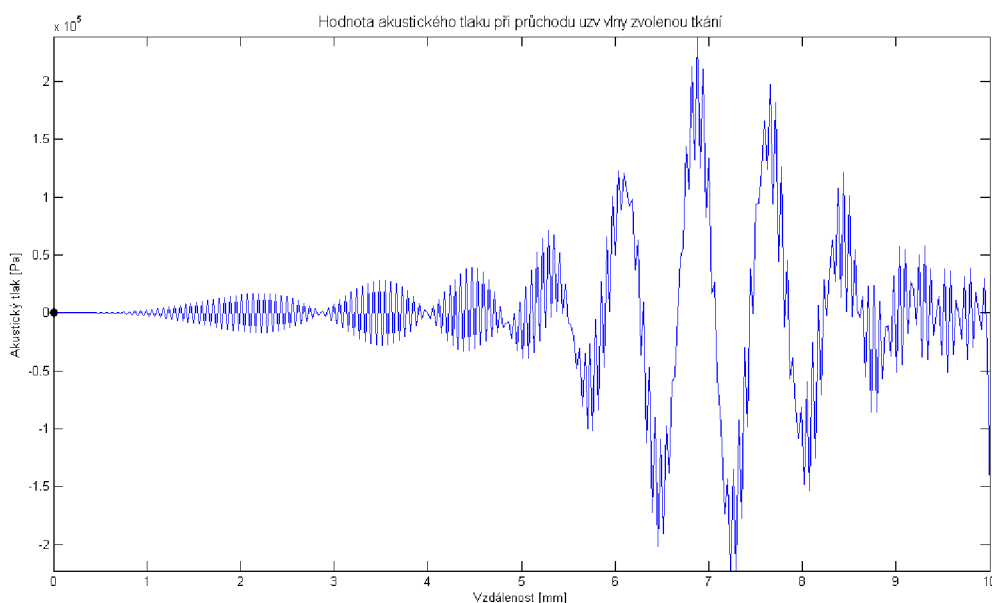
Pro studium nelineárních jevů a útlumu na vytvořeném modelu nejsou tyto oscilace z hlediska funkčnosti překážkou. Volba menšího Δt je naopak v mnoha případech nutností, jelikož všechny podmínky stability pro akustické vlnění byly odvozeny pro lineární vlnovou rovnici. Z tohoto důvodu je možné výše zmíněné oscilace v řádech desetin procent p_0 ignorovat, aby se předešlo závažnějším oscilacím, které nastanou například při specifické volbě koeficientu β a tlaku p_0 - viz Obrázek 21.



Obrázek 21 - Oscilace modelu při splnění $S_c=1$ ($c=1595\text{m/s}$, $\zeta=1060\text{kg/m}^3$, $\alpha=0\text{Np/m}$, $\beta=70$, $P_0=600\text{kPa}$)

Pro hodnoty koeficientu útlumu α se již nemusí jednat o extrémní hodnoty, aby model přešel do stavu oscilací. Pouhé nastavení tkáně na typ „ledvina“ způsobí, že vysoký koeficient útlumu, kterým je tato tkáň charakterizovaná, celý model rozkmitá (při volbě Δt v závislosti na $S_c=1$) – viz Obrázek 22. K dostatečnému potlačení oscilací v důsledku vysokého koeficientu útlumu postačí snížit Δt cca o 35 % z původní vypočtené hodnoty $1,92e-8s$ na $1,25e-8s$ (pro tkáň typu „ledvina“).

Volba menšího Δt , než udává vztah (67), je také vhodná z důvodu možných oscilací, jež vzniknou po průchodu akustické vlny systémem. Tento jev je způsoben okrajovými podmínkami, které nejsou schopny při rovnosti $S_c=1$ zajistit bezproblémové pohlcení vlny.



Obrázek 22 - Oscilace modelu při splnění $S_c=1$ ($c=1595m/s$, $\zeta=1050kg/m^3$, $\alpha=8.68Np/m$, $\beta=7.4$, $P_0=200kPa$)

V důsledku jisté složitosti volby parametru Δt je uživatelské grafické prostředí uzpůsobeno tak, že dává možnost výběru, zda uživatel ponechá pro výpočet modelu hodnotu časového kroku spočtenou dle (67), nebo zadá-li vlastní hodnotu. Po stisknutí tlačítka Zvolit vlastní Δt se uživateli zpřístupní editovací pole, do kterého je možné vepsat vlastní hodnotu Δt . Toto pole je kontrolováno vůči chybnému zadání nenumerné hodnoty a také proti příliš vysokým hodnotám časového kroku, které neumožní zadat do modelu Δt větší, než dovoluje vztah (67). Editovací políčko je interaktivní z hlediska změny typu tkáně (odlišná akustická rychlost) a vůči změně prostorového kroku.

Karta Nastavení parametrů modelu obsahuje i další informace, které mají ryze popisný charakter. Jedná se především o zobrazení postupu simulace, jež je udávána v procentech. Tento procentuální ukazatel je vypočten z reálného času simulace, který je realizován v závislosti na zvoleném Δt . Doplnujícími ukazateli je i místní čas simulace, který udává dobu běhu modelu od stisknutí tlačítka Start, po stisk tlačítka Stop. Poslední informací je zobrazení počtu iterací, které model vykonává. Tento ukazatel se mění v závislosti na zvoleném Δt a tudíž i na Δx , c a zadané době simulace.

Možná chybová hlášení při nastavení parametrů modelu:

Zvoleno vlastní Δt ! Model se pravděpodobně nebude chovat zcela dle teoretických předpokladů! (výskyt mírných oscilací) - tento typ hlášení se objeví v políčku Informace po stisknutí tlačítka Zvolit vlastní Δt . Informační text slouží jako upozornění pro uživatele, že volba vlastního Δt do jisté míry ovlivňuje chování modelu.

Zadané Δt je příliš vysoké! Nelze spustit simulaci! – upozornění při překročení maximální hodnoty ze vztahu (67). Současně s tímto hlášením je inaktivováno tlačítko Start. Po změně Δt , které vyhovuje podmínce stability, se model vrátí do původního stavu.

Nebylo zvoleno vlastní Δt ! Model bude pracovat s vypočteným $\Delta t = XY$ s! – chybové hlášení v případě, kdy uživatel zaškrtně políčko Zvolit vlastní Δt , avšak ponechá editovací pole prázdné. Model poté bere v potaz vypočtenou hodnotu dle (67), kterou nahradí namísto znaku XY.

Zadané Δt není přípustné! Model bude pracovat s vypočteným $\Delta t = XY$ s! – upozornění v případě, kdy uživatel zadá jako hodnotu časového kroku 0 nebo záporné číslo. Model opět bere v potaz vypočtenou hodnotu dle (67), kterou nahradí namísto znaku XY.

Poměr Délka prostoru $x/\Delta x$ není stejný, jako poměr Délka prostoru $y/\Delta y$. Nelze dokončit simulaci! – tento informační text se zobrazí při volbě 2D rozměru simulace v případě, kdy výše uvedené poměry nejsou identické. Po stisku tlačítka Start se provede pouze jedna iterace, která umožní následné opětovné nastavení modelu s již vyhovujícími parametry.

5.4 Nastavení buzení modelu

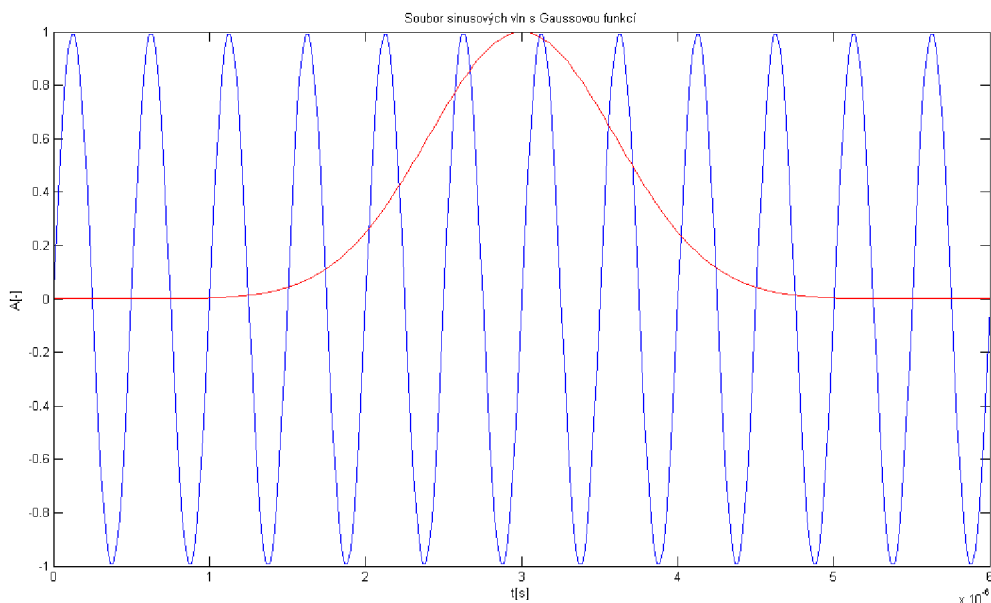
Nedílnou součástí každého modelu, jež se zabývá ultrazvukovým vlněním, je generování budícího akustického impulsu. Charakter a parametry budícího impulsu hrají důležitou roli v mnoha procesech a do jisté míry ovlivňují i chování a projev modelu. Buzení vytvořeného modelu je realizováno pomocí generátoru sinusových vln ve spojení s Gaussovou funkcí.

Prvním krokem k vytvoření budícího impulsu je generace souboru sinusových vln dle vztahu

$$\text{Soubor sinusových vln} = \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{f}{f_{vz}}\right) \cdot t\right), \quad (70)$$

kde f je zvolená budící frekvence, f_{vz} je frekvence vzorkovací a t udává časový interval, na kterém jsou sinusové vlny generovány. Vzorkovací frekvence je dána vztahem

$$f_{vz} = \frac{1}{\Delta t}. \quad (71)$$

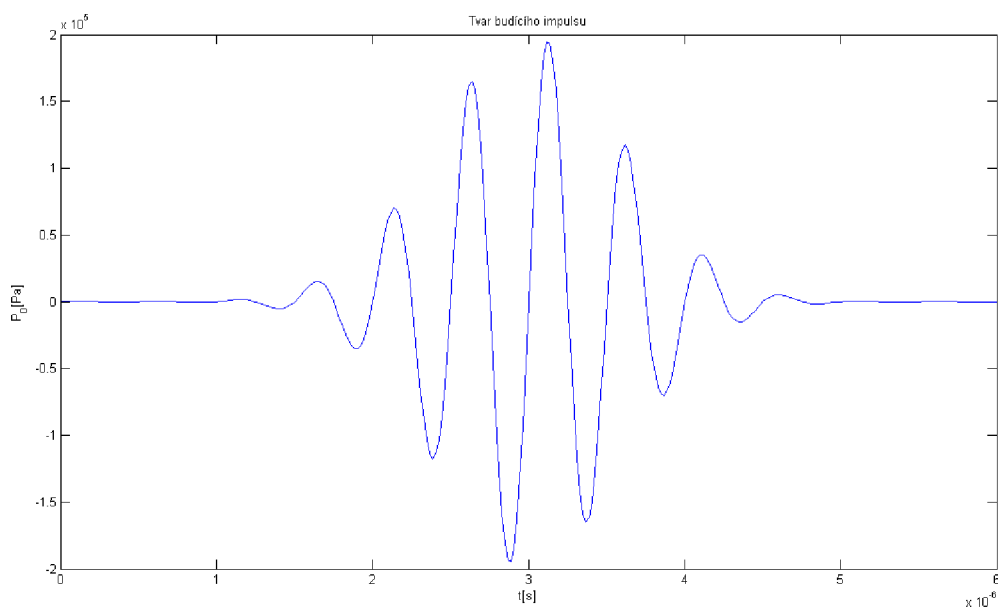


Obrázek 23 - Soubor sinusových vln s Gaussovou funkcí ($t=6e-6s$, $\Delta t=1,92e-8s$, $f=2Mhz$)

Dalším krokem je vytvoření Gaussovy funkce, jež nabývá následujícího tvaru

$$Gauss_fce(x) = ae^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, (\sigma, \mu) = \left(\frac{n_sin}{10}, \frac{n_sin}{2} \right), \quad (72)$$

kde a je amplituda Gaussovy funkce, σ její směrodatná odchylka, μ její střední hodnota a n_sin je počet vzorků na soubor sinusových vln, jež náleží hodnotě $t/\Delta t$ – Obrázek 23. Posledním krokem je poté vzájemné vynásobení obou funkcí, které jsou ve výsledku ještě vynásobeny počáteční hodnotou akustického tlaku p_0 - Obrázek 24.



Obrázek 24 - Tvar budícího impulsu ($t=5e-6s$, $\Delta t=1,92e-8s$, $p_0=200kPa$, $f=2Mhz$)

Jistým nedostatkem takto vytvořeného budícího impulsu je fakt, že Gaussova funkce ne vždy přesně kopíruje maximum sinusové vlny – Obrázek 23. Z tohoto důvodu tak budící impuls nedosahuje 100 % ze zvoleného počátečního akustického tlaku, ale o 3-5% méně (se zvyšující se frekvencí tato procentuální odchylka klesá). Dalším možným nedostatkem je i tvar jednotlivých lokálních maxim a minim vytvořeného budícího impulsu. Při vysoké hodnotě Δt není možné zajistit dostatečný počet vzorků na soubor sinusových vln a z tohoto důvodu nemusí být vrcholy impulsu vždy správně navzorkovány. Tento efekt se však projevuje buď při nízké akustické rychlosti, která se od průměrné akustické rychlosti v lidské tkáni liší v řádech stovek m/s, nebo při volbě příliš vysokého Δx .

Drobným nežádoucím jevem je i fakt, že vytvořený budící impuls je doplněn nulovými vzorky do počtu iterací modelu. Tento krok je volen z důvodu zachování tzv. nulového offsetu (nulový akustický tlak po průchodu akustické vlny). Toto doplnění nulovými hodnotami má za následek, že bod, ve kterém se nachází měnič, je z hlediska akustického vlnění považován za totální reflektor. Při změně akustické rychlosti, která simuluje akustické rozhraní, se tak nově vzniklá vlna šíří směrem k měniči, jenž jí zpětně bezztrátově odrazí. Umístění měniče do bodu 0 na ose x tak znemožňuje funkci levé okrajové podmínky.

Veškeré údaje, které jsou nutné k vytvoření budícího impulsu, lze opět nastavit přes uživatelské rozhraní v kartě nastavení buzení modelu. Jedná se především o parametr budící frekvence impulsu, dobu trvání impulsu a počáteční akustický tlak. Stejně jako v případě nastavení tkáně, tak i nastavení budícího impulsu je realizováno skrze interaktivní posuvníky, které lze nastavit v těchto intervalech:

- $f \approx \langle 1,6 \rangle$ MHz po souhlasném kroku 0,5,
- Doba impulsu $\approx \langle 1,11 \rangle$ μ s po souhlasném kroku 1,
- $P_0 \approx \langle 100\ 000, 1\ 100\ 000 \rangle$ Pa po kroku 100 000 nebo 10 000.

Součástí nastavení modelu je i volba polohy měniče, která udává, odkud se daný budící impuls bude do systému šířit. Tato volba se již nenachází v kartě nastavení buzení modelu, ale je samostatně umístěna vedle pole Informace. Jestliže je uživatelem zvolena 1D simulace, je možné nastavit pouze hodnotu na ose x , a to číselným zápisem, který udává, kde na ose x se bude daný měnič nacházet. Vzhledem k faktu, že tato volba je realizována skrze editovací pole, zadávání pozice je ošetřeno vůči délce prostoru x . Pokud poloha měniče přesáhne nejvyšší možnou souřadnici prostoru x , inaktivuje se tlačítko Start a objeví se chybové hlášení, které bude popsáno níže. Základní nastavení polohy měniče pro osu x je na souřadnici [0]. Pokud je zvolena 2D simulace, model umožní zadat i druhou souřadnici měniče – y . Tato souřadnice je nastavena na počáteční hodnotu 5 mm. Toto praktické základní nastavení je zvoleno z hlediska toho, že volba měniče na souřadnice [0,0] neumožňuje ve dvourozměrném prostoru šíření akustické vlny. Tato limitace vzniká z důvodu výpočtu prostorové souřadnice dle vztahu (45), kde je model vypočítáván ze sousedních vzorků, které na souřadnici [0,0] nejsou přítomny.

Možná chybová hlášení při nastavení buzení modelu:

Zvolená poloha měniče přesahuje délku prostoru $x = XY$ mm! Změňte prosím polohu měniče nebo délku prostoru x , aby bylo možné spustit model! – upozornění na překročení prostoru x při volbě polohy měniče, jež nenáleží prostoru x . Současně se inaktivuje tlačítko Start. Model se vrátí do spustitelného módu po změně délky prostoru x , či změně polohy měniče.

Zvolená poloha měniče přesahuje délku prostoru $y = XY$ mm! Změňte prosím polohu měniče nebo délku prostoru y , aby bylo možné spustit model! – toto hlášení se zobrazí při volbě 2D rozměru simulace. Princip chyby je stejný jako v předchozím případě.

Zvolená poloha měniče přesahuje délku prostoru $x = XY$ mm i délku prostoru $y = XY$ mm! Změňte prosím polohu měniče nebo délku prostoru x (y), aby bylo možné spustit model! – tento typ upozornění se objeví ve chvíli, kdy obě souřadnice měniče přesáhnou prostor, definovaný délkou x a délkou y . Opět dochází k inaktivaci tlačítka Start a model čeká na zadání správné hodnoty. Po změně jedné souřadnice či délky prostoru se objeví jedno z chybových hlášení, jež jsou uvedeny výše.

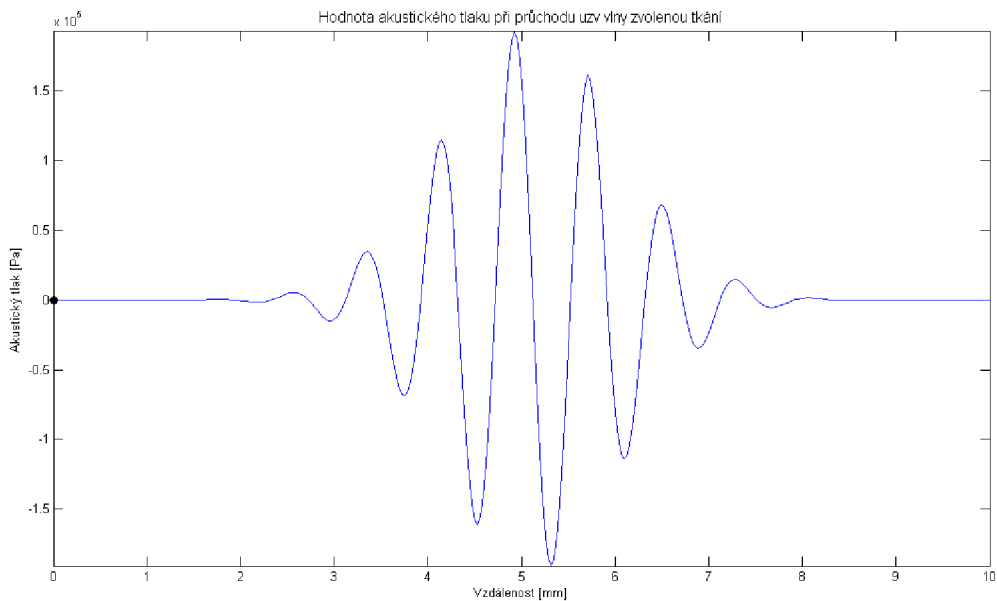
Všechny tři typy chybových hlášení fungují i při neadekvátní změně délky prostoru (směrem k nižším hodnotám), která zmenší daný prostor natolik, že zvolený měnič mu již nadále nenáleží.

5.5 Nastavení vykreslení

Součástí vytvořeného modelu je i možnost nastavení vykreslení, jež přesně definuje, která veličina bude zobrazena jako výstup modelu. Toto nastavení bylo zvoleno s ohledem na fakt, že vykreslení výstupních veličin modelu v jeden okamžik je časově velmi náročné. Uživatel tak má možnost zobrazit si v jednom časovém okamžiku až tři výstupní veličiny nebo také může ponechat model bez výstupního vykreslení a zobrazit si výstupní veličiny v dalším průběhu simulace.

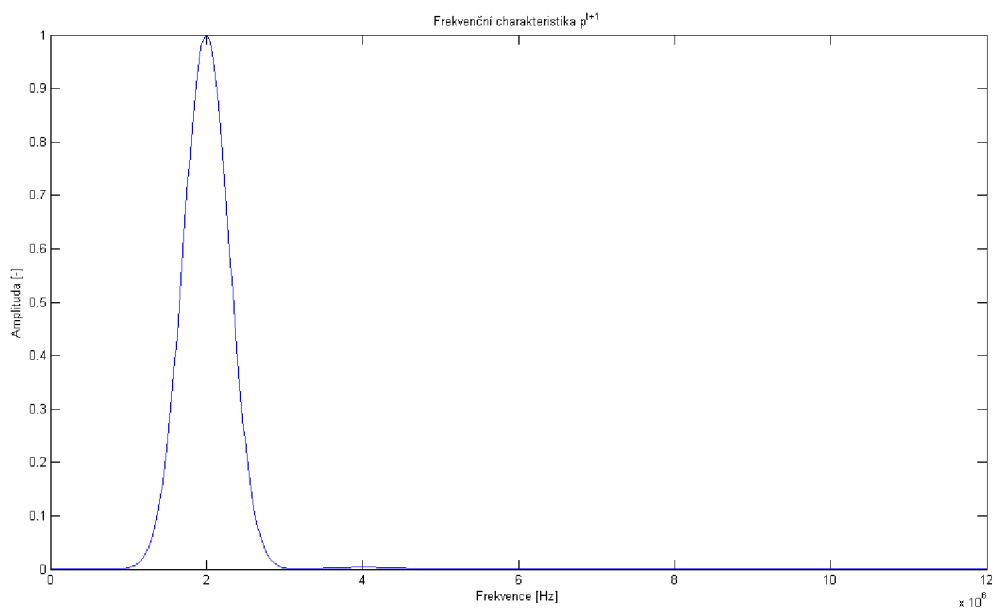
Typ výstupní veličiny, kterou lze zobrazit, závisí na volbě rozměru simulace. Pro jednorozměrnou simulaci lze zobrazit 1D propagaci akustického vlnění prostorem (volba Model – Obrázek 25), frekvenční charakteristiku akustického tlaku p^{t+1} (volba Frekvence – Obrázek 26) a také maximální hodnotu akustického tlaku v závislosti na reálném čase simulace (volba Max akustický tlak – Obrázek 27). Pro dvourozměrnou volbu simulace je možné zobrazit i pseudo-3D graf propagace akustického vlnění prostorem (volba Model – Obrázek 28), 2D graf propagace akustického vlnění prostorem (volba X,Y zobrazení – Obrázek 29) a taktéž maximální hodnotu akustického tlaku v závislosti na reálném čase simulace (volba Max akustický tlak).

Posledním možným vykreslením je zobrazení tvaru budícího impulsu (tlačítko Budící impuls). Tento typ zobrazení je aktivní pouze při zastavené simulaci, jelikož je úzce provázán s parametry modelu. Současně s tvarem budícího impulsu v čase lze zobrazit i jeho frekvenční charakteristiku.



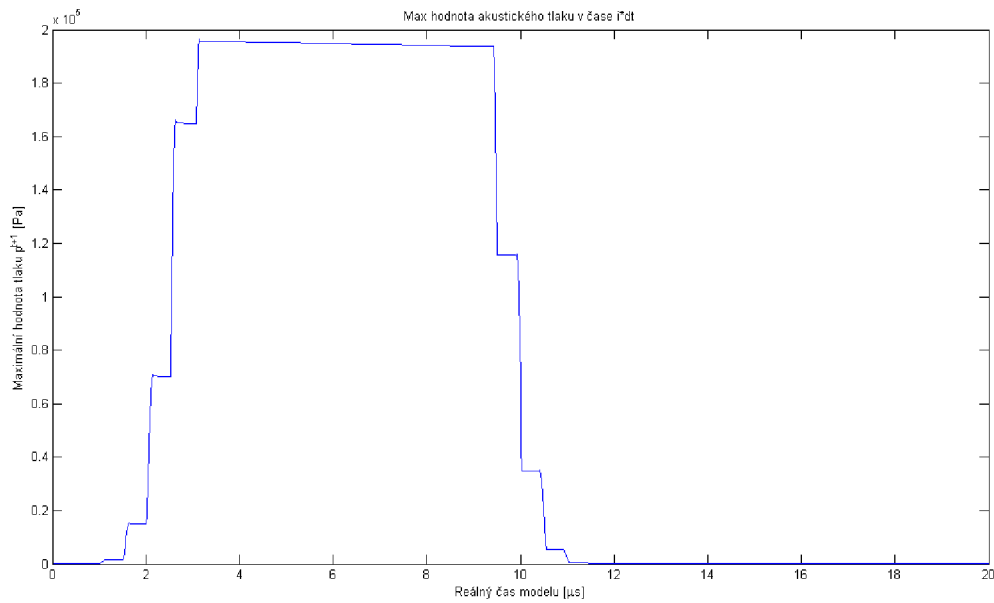
Obrázek 25 - Ukázka zobrazení 1D propagace akustické vlny prostorem

Osy tohoto grafu tvoří akustický tlak v jednotkách [Pa] na ose y a vzdálenost zvoleného prostoru v [mm] na ose x .



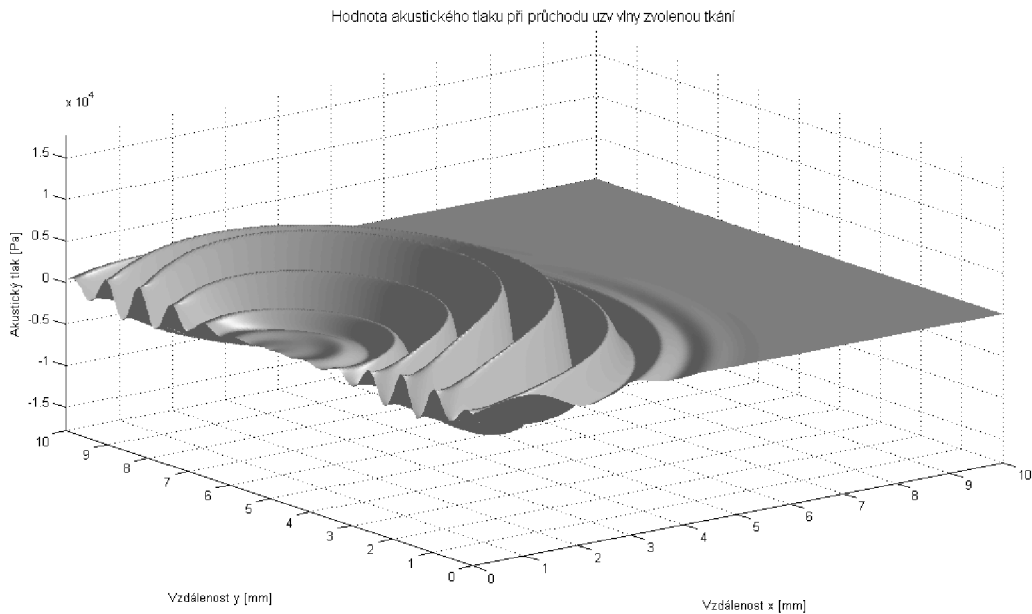
Obrázek 26 - Ukázka frekvenční charakteristiky akustického tlaku p^{t+1}

Tento graf obsahuje na ose y normalizovanou amplitudu frekvenční charakteristiky a na ose x se nachází frekvence v jednotkách [Hz].



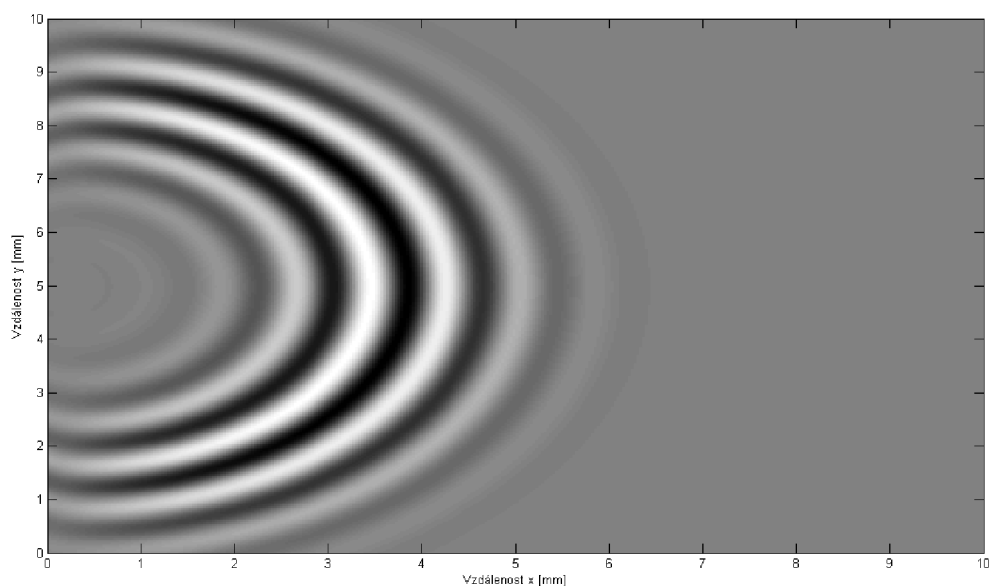
Obrázek 27 - Ukázka zobrazení maximálního akustického tlaku v závislosti na reálném čase simulace (1D)

Souřadný systém tohoto grafu tvoří reálný čas simulace v $[\mu\text{s}]$ na ose x a maximální hodnota akustického tlaku v $[\text{Pa}]$ na ose y .



Obrázek 28 - Ukázka pseudo-3D zobrazení propagace akustické vlny prostorem

Tento pseudo-3D graf je tvořen třemi osami, přičemž osa x definuje délku prostoru x v $[\text{mm}]$, osa y definuje délku prostoru y v $[\text{mm}]$ a osa z udává hodnotu akustického tlaku v $[\text{Pa}]$.



Obrázek 29 – Ukázka 2D zobrazení propagace akustické vlny prostorem

2D zobrazení propagace akustické vlny prostorem disponuje délkou prostoru x v [mm] na ose x a délkou prostoru y v [mm] na ose y . Hlavní veličinou je průběh akustického tlaku, který je vykreslen ve dvourozměrném prostoru. Vyšší hodnoty akustického tlaku jsou vykresleny světlými odstíny a nižší hodnoty jsou vykresleny tmavými odstíny šedé barvy.

Možná chybová hlášení při nastavení vykreslení modelu:

Nelze vykreslit budící impuls! Zvyšte dobu simulace nebo snižte dobu trvání impulsu! – chybové hlášení, jež se zobrazí v případě, kdy je doba trvání budícího akustického impulsu delší než doba trvání simulace. Vykreslení budícího impulsu je možné ve chvíli, kdy doba trvání impulsu bude kratší než doba simulace. Tohoto stavu lze dosáhnout buď prodloužením doby simulace, nebo zkrácením doby trvání impulsu.

5.6 Ovládací prvky modelu

Vytvořený model je ovládán pomocí čtyř základních tlačítek: Start, Stop, Pozastavit a Zavřít vše. Po nastavení veškerých parametrů je vlastní výpočet modelu spuštěn tlačítkem Start. Po jeho stisku již není možné dané parametry editovat, vyjma nastavení vykreslení. Model je možné na nezbytně dlouhou dobu také pozastavit pomocí stejnojmenného tlačítka, po jehož stisknutí se objeví upozornění *Simulace pozastavena! Zmáčkněte prosím klávesu ENTER!*. Obnovení výpočtu lze provést stisknutím výše zmíněné klávesy¹⁷. Úplné zastavení modelu se provádí pomocí tlačítka Stop, které zastaví výpočet a umožní opětovné zadání nových parametrů modelu. Poslední tlačítko Zavřít vše je aktivní pouze při zastavené simulaci a po jeho zmáčknutí se celé grafické uživatelské prostředí uzavře.

¹⁷ Obnovení výpočtu po pozastavení modelu lze realizovat stiskem libovolné klávesy. Pro přehlednost však bylo vytvořeno upozornění na stisk tlačítka Enter, které je při používání klávesového vstupu hojně rozšířeno.

6 Ověření teoretických předpokladů pomocí vytvořeného modelu

Nedílnou součástí této práce je i kapitola o ověření teoretických předpokladů na vytvořeném modelu. Pozornost je kladena především na míru zastoupení harmonických složek ve výsledném spektru a také na teoretické předpoklady týkající se zkreslení akustické vlny po průchodu nelineárním prostředím.

6.1 Harmonické zkreslení signálu jako míra nelineárních jevů

Prvním ukazatelem, jenž kvantifikuje vznik nelineárních jevů při ultrazvukovém zobrazování, je míra harmonických složek obsažená v celkovém spektru signálu. Tento ukazatel byl vypočten pro všechny typy tkání tj. játra, krev, tuk, ledvinu i mozkovou tkáň. Vzhledem k faktu, že míra nelineárních jevů v ultrazvukových polích je závislá na vzdálenosti v prostoru, kterou akustická vlna urazila, bylo nutné zvolit odpovídající prostorové souřadnice, na kterých bylo harmonické zkreslení určeno. Jedná se o vzdálenosti 1, 2, 3, 5, 7 a 9 cm od měniče. Pro jednotlivé typy tkáně a vzdálenosti od měniče byl volen akustický tlak v rozmezí hodnot od 100 kPa do 1,1 MPa.

Jak již bylo zmíněno výše, vytvořený model je buzen krátkým impulsem s přesně definovanou dobou trvání. Vzhledem k tomu, že takto vytvořený budící impuls má téměř spojitě spektrum, nebylo možné určit podíl zastoupení harmonických složek ve spektru pouhým určením modulu spektrální funkce na příslušné hodnotě, jež odpovídá harmonickým složkám pro danou základní frekvenci. Z tohoto důvodu bylo nutné přistoupit k výpočtu, který umožňuje kvantifikovat spojitě spektrum signálu. Základem pro tento výpočet je hodnota integrálu dané spektrální funkce v okolí bodu, jež odpovídá ve spektru základní a „n“¹⁸ harmonické frekvenci. Pro účely vytvořeného modelu bylo spektrum signálu vypočteno pomocí diskrétní Fourierovy transformace, která umožní vypočítat plochu pod křivkou (integrál spojitě funkce) jako prostou sumu jednotlivých vzorků spektra. Míru harmonického zkreslení lze poté určit jako podíl harmonických složek spektra ke všem složkám, které jsou ve spektru obsaženy. Po zanedbání harmonických složek vyšších řádů (4. řádu a výše) lze harmonické zkreslení vyjádřit jako, [6]

$$THD = \frac{AUC_2^2 + AUC_3^2}{AUC_1^2 + AUC_2^2 + AUC_3^2} [\%]^{19}, \quad (73)$$

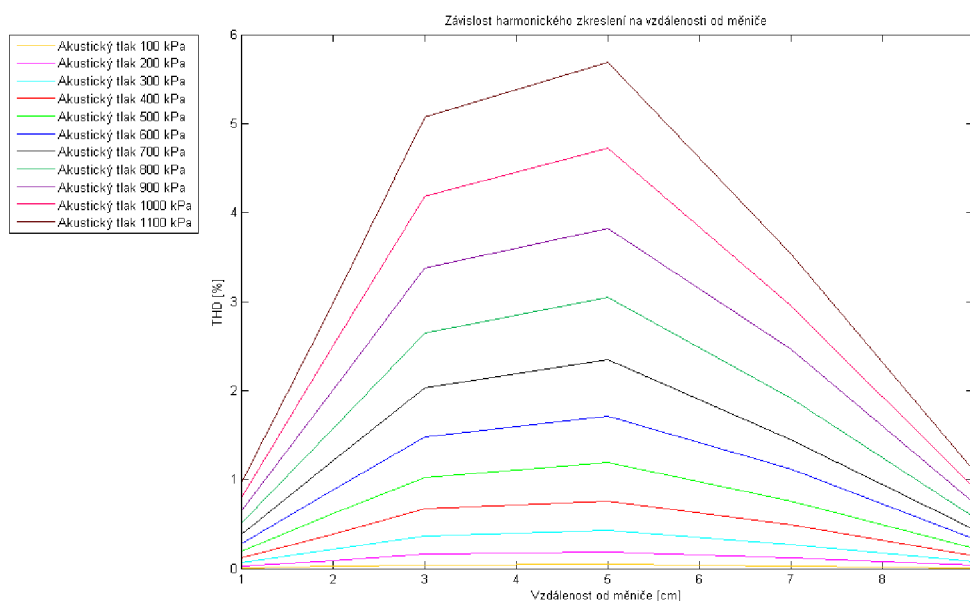
kde AUC_1 značí plochu pod křivkou odpovídající ve spektru základní frekvenci a AUC_2 , AUC_3 odpovídají plochám pod křivkami reprezentujícími druhou a třetí harmonickou složku, [6]. Míra harmonického zkreslení byla vypočtena pro všechny druhy tkáně v závislosti na zvoleném akustickém tlaku a vzdálenosti od měniče, ve které se akustická vlna nacházela. Výsledné hodnoty THD jsou uvedeny v Tabulce 6 – 10 a jejich grafické vyjádření na Obrázku 30 – 34.

¹⁸ Pro účely diagnostického zobrazení pomocí uzv je účelné hodnotit spektrum do 3. harmonické frekvence.

¹⁹ Z anglického Tissue Harmonic Distortion.

Tabulka 6 – Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Játra

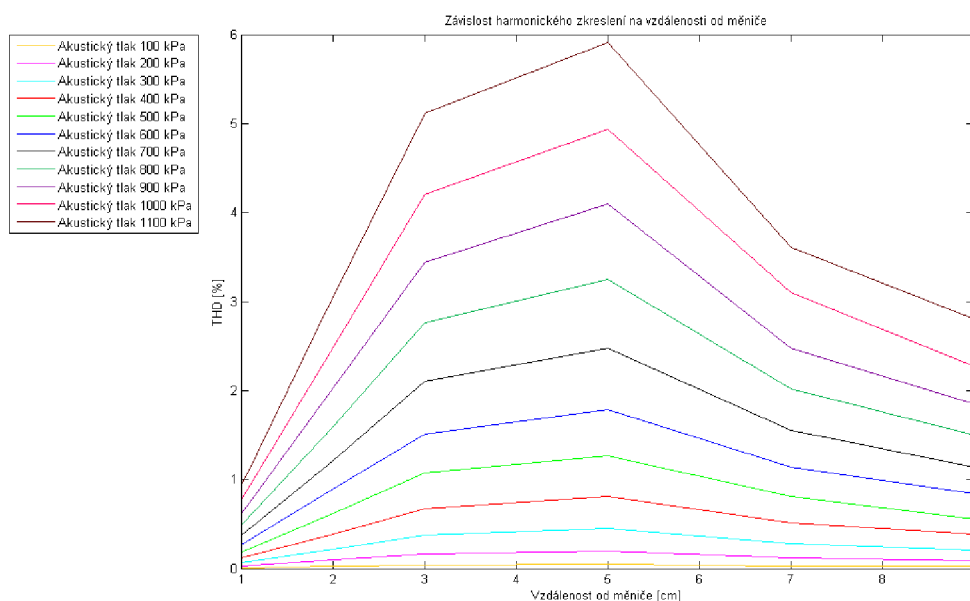
Akustický tlak [Pa]	THD[%] ve vzdálenosti 1 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 2 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 3 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 5 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 7 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 9 cm od měniče
100 000	0,008	0,023	0,040	0,045	0,029	0,008
200 000	0,031	0,094	0,164	0,188	0,121	0,035
300 000	0,070	0,216	0,368	0,427	0,275	0,082
400 000	0,121	0,389	0,671	0,763	0,492	0,144
500 000	0,194	0,619	1,024	1,189	0,760	0,227
600 000	0,282	0,886	1,484	1,710	1,116	0,330
700 000	0,378	1,210	2,026	2,349	1,448	0,443
800 000	0,504	1,577	2,650	3,045	1,912	0,581
900 000	0,641	2,009	3,372	3,822	2,469	0,736
1 000 000	0,789	2,504	4,178	4,725	2,949	0,911
1 100 000	0,958	2,988	5,071	5,692	3,536	1,099



Obrázek 30 - Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Játra

Tabulka 7 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Krev

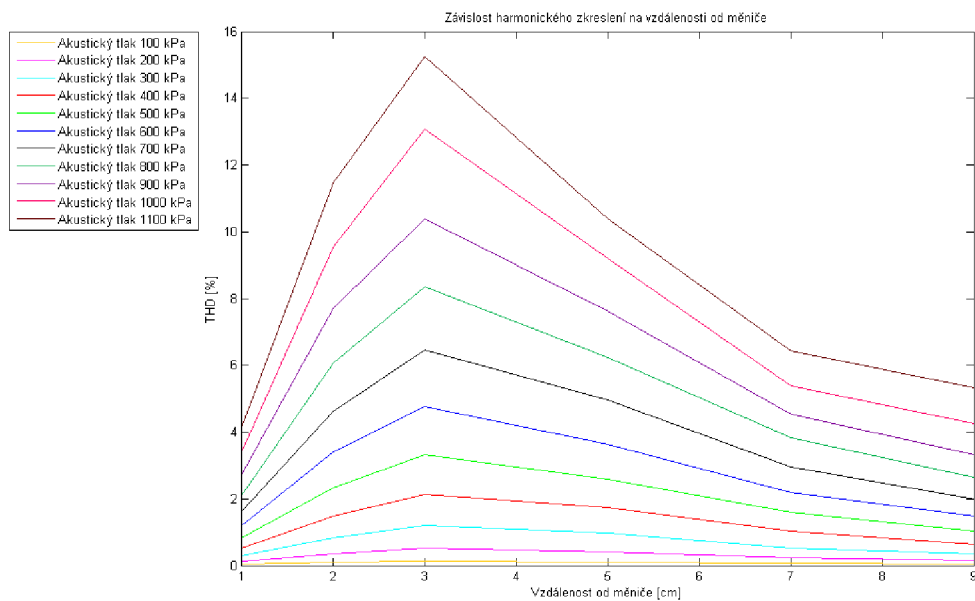
Akustický tlak [Pa]	THD[%] ve vzdálenosti 1 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 2 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 3 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 5 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 7 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 9 cm od měniče
100 000	0,007	0,024	0,041	0,049	0,030	0,022
200 000	0,029	0,097	0,163	0,200	0,125	0,094
300 000	0,065	0,216	0,376	0,454	0,285	0,208
400 000	0,117	0,388	0,677	0,807	0,514	0,384
500 000	0,188	0,618	1,075	1,264	0,806	0,559
600 000	0,271	0,891	1,515	1,791	1,141	0,838
700 000	0,370	1,213	2,099	2,479	1,558	1,138
800 000	0,484	1,595	2,758	3,250	2,018	1,504
900 000	0,613	2,030	3,438	4,092	2,472	1,850
1 000 000	0,770	2,489	4,203	4,930	3,098	2,277
1 100 000	0,932	3,058	5,115	5,911	3,611	2,804



Obrázek 31 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Krev

Tabulka 8 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Tuk

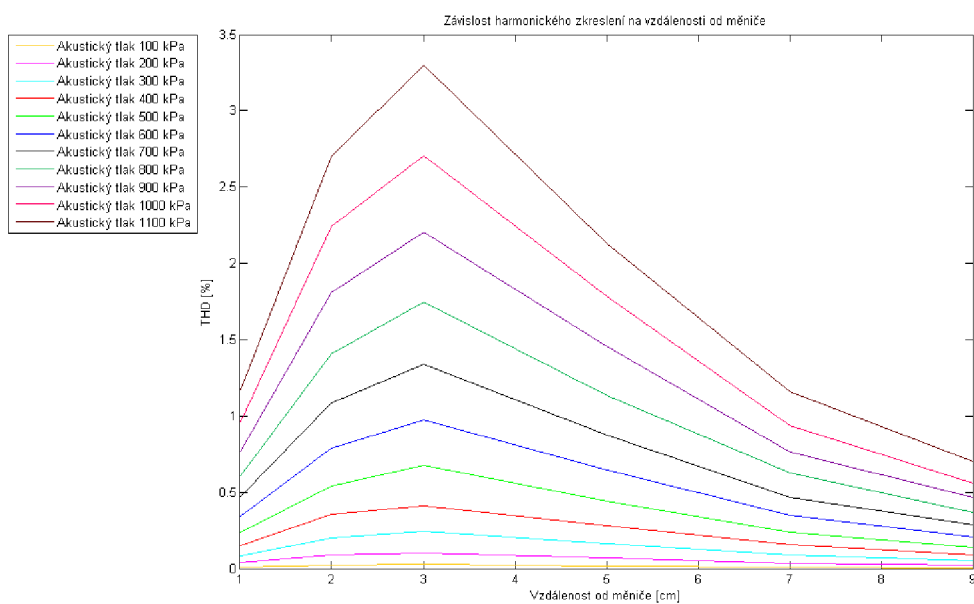
Akustický tlak [Pa]	THD[%] ve vzdálenosti 1 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 2 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 3 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 5 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 7 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 9 cm od měniče
100 000	0,031	0,089	0,127	0,103	0,060	0,039
200 000	0,129	0,361	0,532	0,421	0,249	0,157
300 000	0,287	0,823	1,202	0,963	0,517	0,353
400 000	0,520	1,478	2,135	1,739	1,025	0,629
500 000	0,825	2,341	3,334	2,597	1,608	1,035
600 000	1,198	3,396	4,755	3,636	2,195	1,477
700 000	1,603	4,609	6,455	4,960	2,945	2,006
800 000	2,086	6,074	8,346	6,247	3,842	2,642
900 000	2,697	7,714	10,383	7,608	4,548	3,310
1 000 000	3,382	9,551	13,082	9,193	5,398	4,265
1 100 000	4,093	11,458	15,256	10,379	6,440	5,342



Obrázek 32 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Tuk

Tabulka 9 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Ledvina

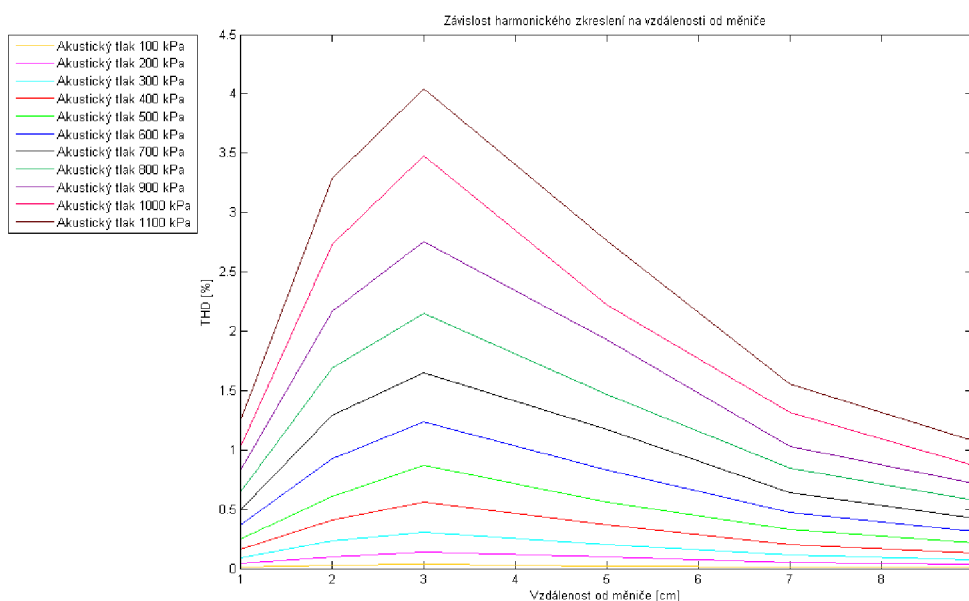
Akustický tlak [Pa]	THD[%] ve vzdálenosti 1 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 2 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 3 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 5 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 7 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 9 cm od měniče
100 000	0,009	0,021	0,026	0,017	0,009	0,005
200 000	0,038	0,088	0,104	0,069	0,037	0,022
300 000	0,085	0,204	0,244	0,161	0,087	0,051
400 000	0,151	0,354	0,412	0,282	0,155	0,092
500 000	0,235	0,541	0,678	0,445	0,239	0,142
600 000	0,344	0,787	0,976	0,647	0,348	0,207
700 000	0,469	1,087	1,336	0,878	0,464	0,285
800 000	0,607	1,407	1,744	1,137	0,629	0,366
900 000	0,763	1,811	2,207	1,455	0,766	0,466
1 000 000	0,958	2,242	2,703	1,786	0,939	0,561
1 100 000	1,165	2,698	3,299	2,131	1,162	0,699



Obrázek 33- Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Ledvina

Tabulka 10 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Mozek

Akustický tlak [Pa]	THD[%] ve vzdálenosti 1 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 2 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 3 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 5 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 7 cm od měniče	THD[%] ve vzdálenosti 9 cm od měniče
100 000	0,010	0,025	0,033	0,022	0,012	0,008
200 000	0,040	0,101	0,138	0,097	0,052	0,034
300 000	0,091	0,233	0,309	0,201	0,119	0,079
400 000	0,164	0,413	0,557	0,367	0,199	0,135
500 000	0,250	0,612	0,867	0,564	0,328	0,217
600 000	0,363	0,924	1,235	0,834	0,470	0,316
700 000	0,493	1,295	1,648	1,171	0,637	0,427
800 000	0,643	1,689	2,152	1,464	0,845	0,579
900 000	0,822	2,164	2,758	1,930	1,029	0,717
1 000 000	1,022	2,734	3,480	2,219	1,312	0,868
1 100 000	1,240	3,285	4,042	2,763	1,553	1,075



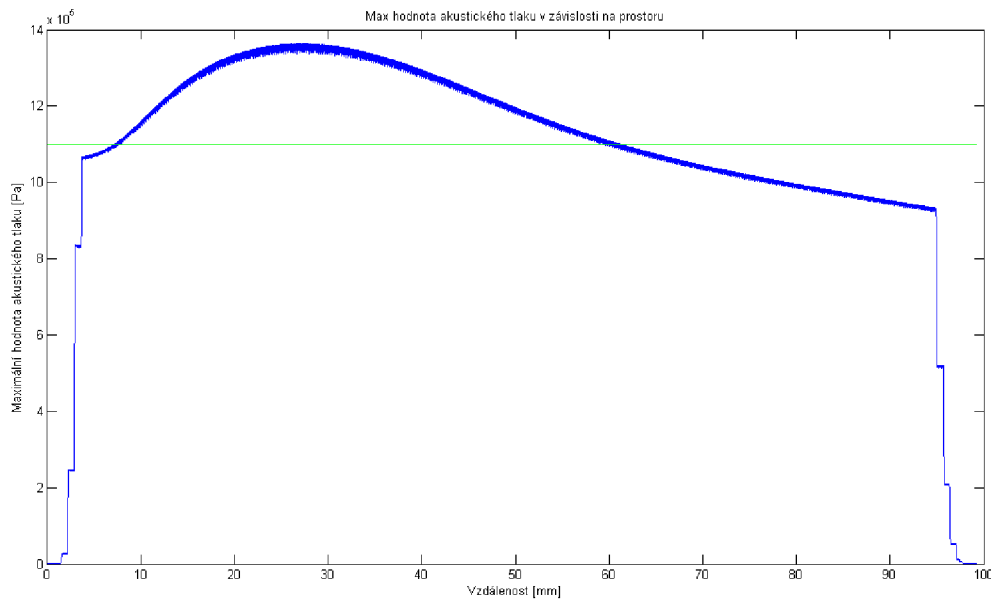
Obrázek 34 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Mozek

Z výsledných hodnot a grafických znázornění THD je jasně patrné, že vytvořený model potvrdil teoretické předpoklady, které jsou uvedeny v kapitole 2.4.2. Pro další srovnání teoretických a nasimulovaných situací je nutné zmínit, že vytvořený model se nezabýval fokusací ultrazvukového vlnění. Z tohoto důvodu nebylo možné sledovat vývoj harmonického zkreslení v ohnisku fokusace. Pro objektivní ověření tak bylo nutné sledovat případné nelineární jevy v celém vyšetřovaném prostoru (9 cm). Budící frekvence byla zvolena na hodnotě 2 MHz s dobou trvání impulsu 5 μ s. Jednotlivé hodnoty Δt , v závislosti na rozdílné akustické rychlosti v lidské tkáni, byly zvoleny jako 35 % pokles z hodnoty vypočtené ze vztahu (66).

Veškeré získané hodnoty parametru THD pro jednotlivé typy tkání dokazují fakt, že v blízkém okolí měniče nedochází k markantnímu zkreslení akustické vlny v důsledku nelineárního charakteru prostředí. S postupnou narůstající vzdáleností, jež akustická vlna urazila v prostoru, narůstá také podíl harmonických složek ve výsledném spektru. Maximální zkreslení v důsledku nelinearity prostředí, a tudíž i maximální podíl harmonických složek ve spektru, se nachází ve vzdálenosti 3 – 5 cm od měniče v závislosti na zvolené tkáni. Pro tkáň typu játra či krev je možné pozorovat maximální harmonické zkreslení ve vzdálenosti 5 cm od měniče. Tento fakt je zapříčiněn tím, že obě tyto tkáně mají relativně nízký koeficient útlumu α a současně vyšší nelineární koeficient β . Z tohoto poznatku plyne, že u těchto dvou typů tkání se markantní útlum projeví až ve vzdálenosti cca 7 cm od měniče. Poté již akustická vlna nemá dostatečnou energii ke vzniku a následnému projevu nelineárních jevů (pro jakýkoli zvolený akustický tlak). Míra harmonického zkreslení se pohybuje pro nejvyšší možnou hodnotu akustického tlaku (1,1 MPa) okolo 5,7 % pro játra a 6 % pro krev (ve vzdálenosti 5 cm od měniče).

Nejvyšší možné harmonické zkreslení by dle teoretických předpokladů měla vykazovat tuková tkáň. Vzhledem k faktu, že tuk má ze všech výše uvedených typů tkání nejvyšší hodnotu nelineárního koeficientu, míra harmonického zkreslení by měla dosahovat mnohonásobně vyšších hodnot než v předchozích dvou případech. Modelová situace tento fakt potvrdila, jelikož míra harmonického zkreslení dosahovala pro akustický tlak 1,1 MPa cca 15 % (ve vzdálenosti 3 cm od měniče). Stejně jako v předchozích dvou případech akustická vlna postupně ztrácí svoji energii spolu s narůstající vzdáleností, což je plně v souladu s teoretickými předpoklady. Tento fakt je vyobrazen na Obrázku 35, ze kterého je jasně patrné, že zpočátku akustický tlak narůstá až na hodnotu 1,36 MPa a s postupně přibývajícím vzdáleností od měniče je akustická vlna utlumena. Poslední dva typy zvolené tkáně (ledvina a mozková tkáň) disponují vysokými koeficienty útlumu. Tento fakt tak znemožňuje projev nelineárních jevů, což je jasně patrné i z výsledných průběhů THD. Jak pro ledvinu, tak pro mozkovou tkáň nepřekročí míra zastoupení harmonických složek ve spektru více než 4% při maximálním možném akustickém tlaku.

Souhrnně lze tedy říci, že nelineární jevy se pro reálné parametry lidské tkáně vyskytují u nefokusovaného systému do vzdálenosti 3 - 5 cm od měniče v závislosti na vyšetřované tkáni. Tento fakt byl zjištěn pomocí výpočtu harmonického zkreslení THD, jenž je v závislosti na narůstající vzdálenosti od měniče spolehlivým ukazatelem nelineárních jevů v ultrazvukových polích.



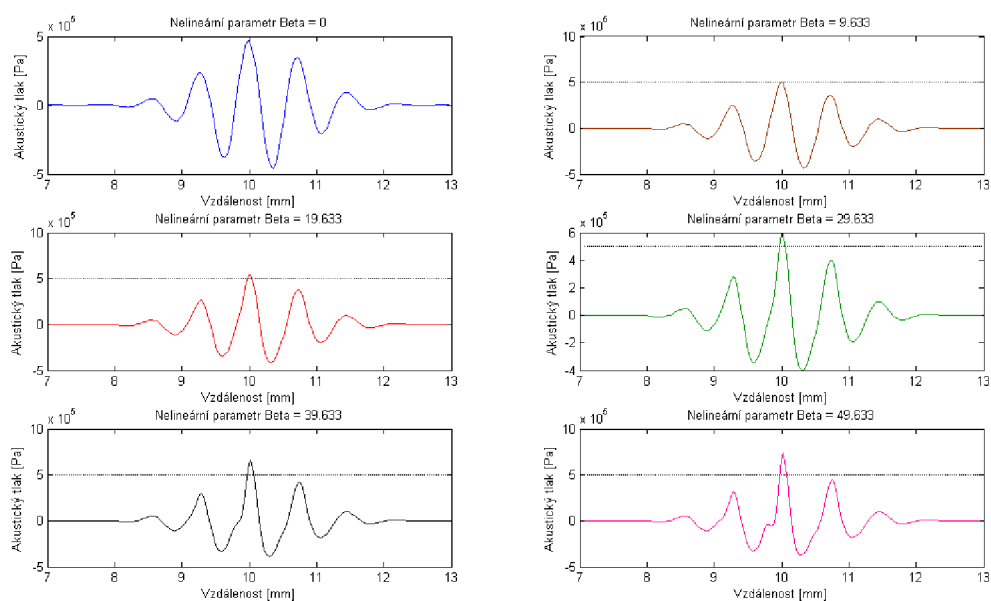
Obrázek 35 - Průběh maximální hodnoty akustického tlaku v závislosti na prostoru pro tukovou tkáň (počáteční hodnota akustického tlaku 1,1 MPa je zobrazena zelenou přímkou)

6.2 Zkreslení tvaru ultrazvukové vlny v důsledku nelinearit

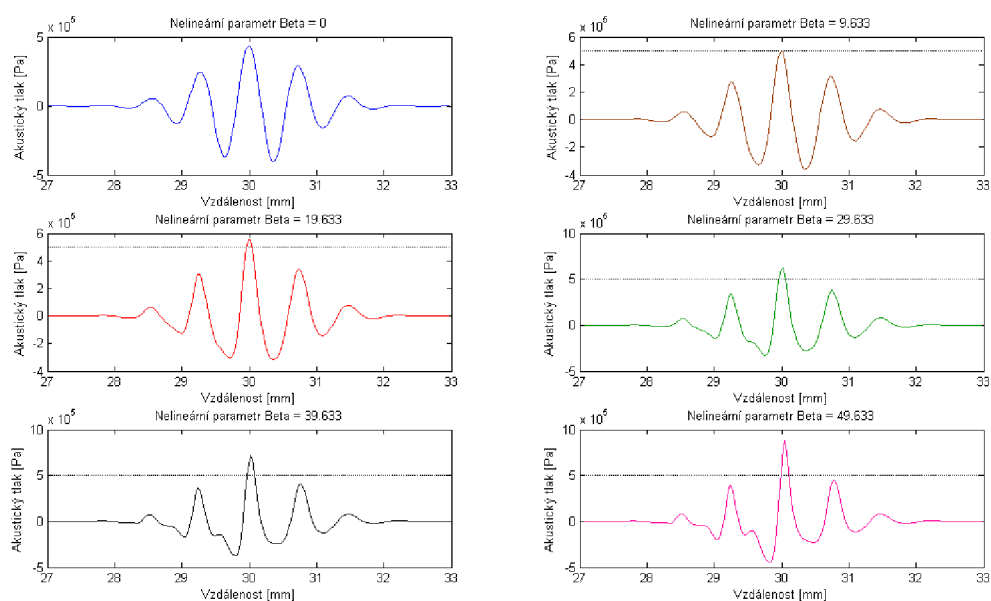
V pořadí druhým základním ukazatelem, jež vyjadřuje míru nelineárních jevů při šíření ultrazvuku, je příslušný tvar akustické vlny. Základním kritériem pro hodnocení výskytu nelinearit je podíl mezi maximální zápornou a maximální kladnou amplitudou dané akustické vlny, [6]. Je-li šíření ultrazvuku prostorem ryze lineární, akustická vlna je souměrná a podíl výše zmíněných amplitud je roven přibližně jedné. Pokud však vlna prochází nelineárním prostředím, mění svůj tvar v závislosti na velikosti nelineárního koeficientu β , iniciačním akustickém tlaku p_0 a na vzdálenosti od zdroje, ve které se nachází. Tento teoretický fakt popisuje již dříve uvedený Obrázek 6 (str. 20), jehož ověření bude provedeno v této kapitole.

Pro hodnocení tvarového zkreslení akustické vlny byla vybrána tuková tkáň, jež dle předchozích výsledků disponuje největším harmonickým zkreslením THD. V souvislosti s touto volbou byly ponechány typické hodnoty parametrů c , ζ a α . Koeficient nelinearity byl měněn z důvodu objektivnějšího posouzení tvarového zkreslení a také za účelem nasimulování podmínek, které mohou nastat při použití kontrastních látek (vysoké hodnoty koeficientu β). Použity byly hodnoty 0, 9,633 (reálný parametr β pro tukovou tkáň) a poté vždy přírůstky o hodnotu 10 až do konečné hodnoty 49,633. Jednotlivá měření byla provedena ve vzdálenosti 1, 3 a 7 cm od zdroje akustického vlnění. Počáteční hodnota akustického tlaku byla 500 kPa, $\Delta t=1,32e-8$ (35 % pokles z vypočtené hodnoty dle (67)) a budící impuls byl zvolen s dobou trvání 5 μs a frekvencí 2 MHz. Jednotlivé průběhy akustického tlaku s různou volbou koeficientu β jsou zobrazeny na Obrázku 36, 37 a 38²⁰.

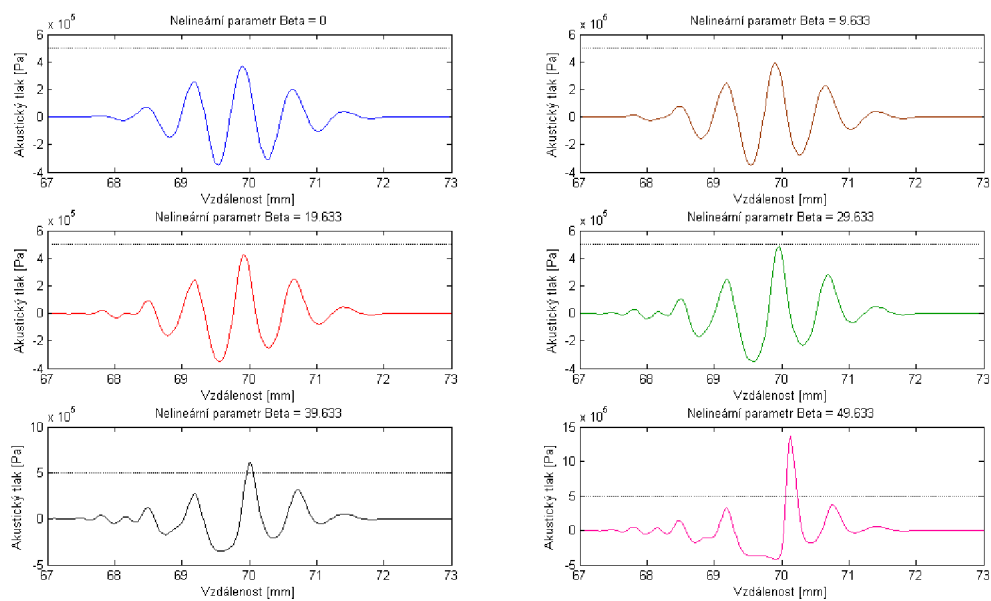
²⁰ Jednotlivá grafická vyjádření mají odlišná měřítka na ose y z důvodu hodnocení nárůstu akustického tlaku. Pro srovnání je v příslušných grafech uvedena hodnota počátečního akustického tlaku p_0 .



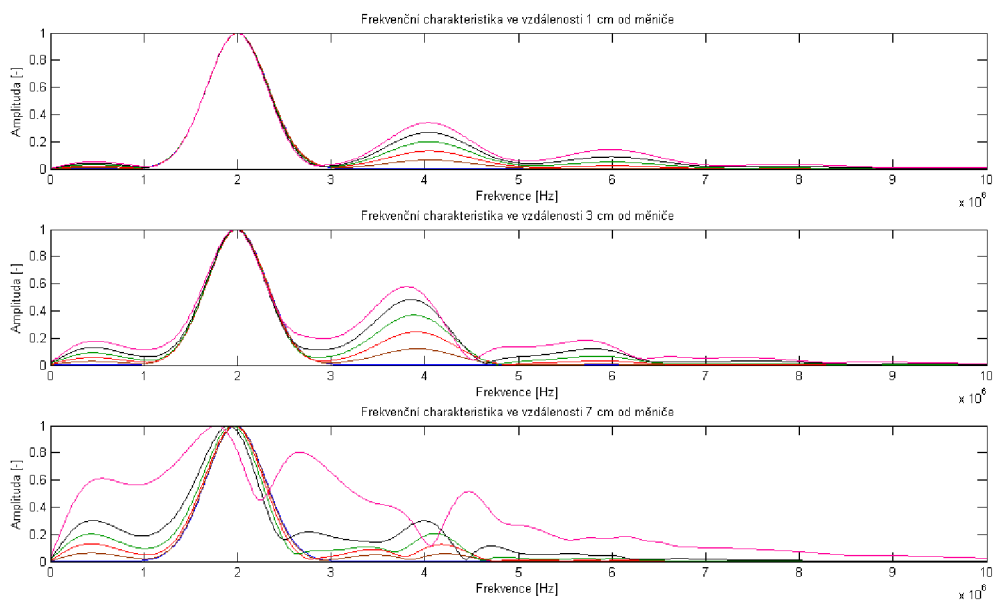
Obrázek 36 – Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 1 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)



Obrázek 37 - Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 3 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)



Obrázek 38 - Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 7 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)

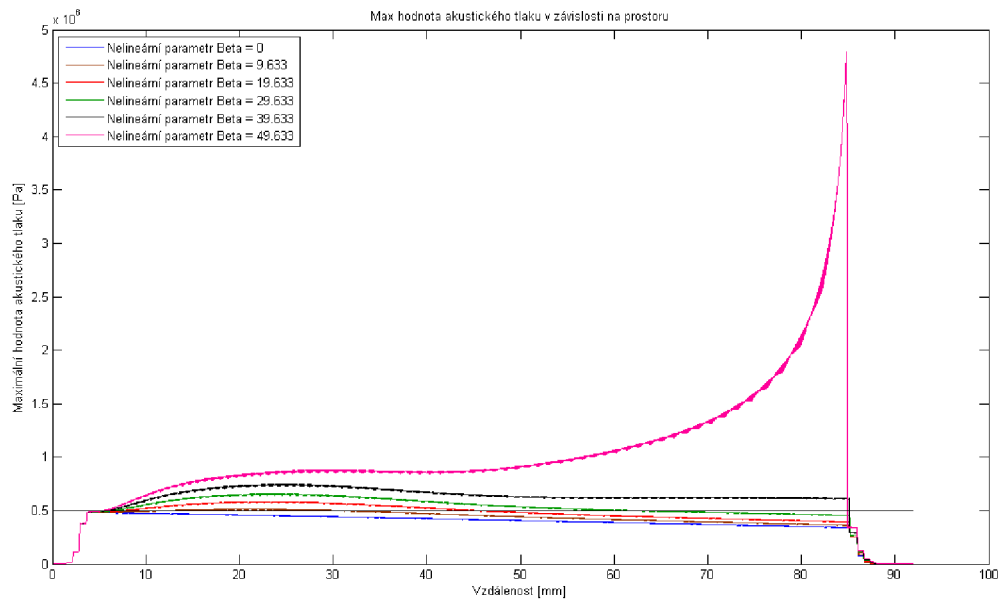


Obrázek 39 - Frekvenční charakteristiky v závislosti na vzdálenosti od zdroje akustického vlnění

Výše uvedené průběhy akustického tlaku opět splňují teoretické předpoklady uvedeny v kapitole 2.4.2 na Obrázku 6. Průběh akustického tlaku v závislosti na prostoru, kdy byl koeficient β roven nule, posloužil jako referenční pro následné hodnocení míry nelineárních jevů. Vzhledem k faktu, že parametr nelinearity byl v tomto případě vyřazen z výpočtu, lze konstatovat, že se jedná o ztrátové lineární šíření ultrazvuku. Výsledná akustická vlna byla s narůstající vzdáleností od měniče více utlumena, což mělo za následek pokles maximální amplitudy akustické vlny. Poměr mezi maximální kladnou a maximální zápornou amplitudou však zůstal roven jedné – lineární šíření uzv. Druhý průběh akustického tlaku, kde $\beta = 9,633$, popisuje šíření akustické vlny pro reálné parametry tukové tkáně. Vzhledem k faktu, že akustická vlna ve vzdálenosti 1 cm od měniče vykazuje symetrický tvar, lze potvrdit předpoklad, že v blízkém poli měniče se nelineární jevy téměř nevyskytují (při použití typických parametrů lidské tkáně). S narůstající vzdáleností od měniče (3 cm) však akustická vlna mění svůj tvar. Maximální kladná amplituda zřetelně převažuje nad zápornou maximální amplitudou akustického tlaku a lze pozorovat i počátek tvorby vlny typu „N“. Ve vzdálenosti 7 cm od zdroje je akustická vlna již plně utlumena a nabývá opět sinusového tvaru. V tomto momentě již nelze pozorovat hojné zastoupení vyšších harmonických složek ve výsledném spektru – Obrázek 39.

Následné dva průběhy akustického tlaku (s volbou $\beta=19,633$ a $\beta=29,633$) již mohou v jisté míře simulovat nízké koncentrace kontrastních látek a to vzhledem k faktu, že takto vysoké hodnoty koeficientu β nelze naměřit pro žádný typ lidské tkáně. Z vyobrazení akustického tlaku v závislosti na prostoru je jasné patrné, že při takto vysokém parametru nelinearity již vzniká tvarové zkreslení akustické vlny i v blízkém poli měniče. Tento poznatek dokazuje zobrazení akustického tlaku ve vzdálenosti 1 cm od měniče se zvoleným $\beta=29,633$. S postupně narůstající vzdáleností od měniče je možné vypořádat značnou deformaci záporné části akustické vlny, kdy akustická vlna má tvar tzv. „zuby pily“. Ve vzdálenosti 7 cm od měniče je akustická vlna, i díky velkému zastoupení harmonických složek, silně utlumena a její maximální amplituda opět nabývá základní hodnoty akustického tlaku 500 kPa.

Poslední dvě pozorování s parametry $\beta=39,633$ a $\beta=49,633$ měla dle předpokladů splňovat stejné teoretické základy, jako tomu bylo v předchozích případech. U volby parametru $\beta=39,633$ tomu tak skutečně bylo, avšak s drobnými rozdíly ve tvaru akustické vlny. V druhém případě, kdy parametr nelinearity dosahoval pětinasobně vyšších hodnot, než v reálné tukové tkáni, došlo ke značně nežádoucí saturaci akustické vlny. Výsledné průběhy akustického tlaku pro tento parametr β vykazují výrazný nepoměr mezi kladnou maximální a zápornou maximální amplitudou ve všech sledovaných bodech prostoru. Ve vzdálenosti 7 cm od zdroje již hodnota akustického tlaku vystoupila na 1,5 MPa při počáteční hodnotě 500 kPa (viz Obrázek 40, kde je vyobrazena maximální hodnota akustického tlaku v závislosti na vzdálenosti od měniče). Z uvedeného obrázku je zřejmé, že ve chvíli, kdy akustická vlna opustila definovaný vyšetřovací prostor (8,5 cm), docházelo již k úplné akustické saturaci, jelikož hodnota akustického tlaku dosahovala cca 4,8 MPa.



Obrázek 40 - Maximální hodnota akustického tlaku v závislosti na vzdálenosti od měniče

Vzhledem ke skutečnosti, že saturace akustické vlny je jedním z nežádoucích možných projevů nelineárních jevů při šíření ultrazvuku (při vysokých hodnotách β), lze i v tomto případě potvrdit, že výsledný průběh je plně korespondující s teoretickými předpoklady. Nebezpečným jevem doprovázejícím akustickou saturaci je zvýšený ohřev prostředí a možný vznik kavitačních jevů v místě, ve kterém se akustická vlna nachází. Z tohoto důvodu je pro aplikaci kontrastních látek v uzv diagnostice důležité, aby výsledná koncentrace kontrastního média v lidské tkáni měla přijatelnou hodnotu parametru β a také dostatečný koeficient útlumu α , jenž by s vhodnou volbou iniciačního akustického tlaku neumožnil akustickou saturaci prostředí.

Stejně jako v předchozí kapitole, tak i zde je možné konstatovat, že tvarové zkreslení akustické vlny v závislosti na vzdálenosti od měniče je užitečným ukazatelem, jenž podává základní informaci o míře nelineárních jevů v ultrazvukových polích.

7 Závěrečné zhodnocení

Hlavním cílem této diplomové práce bylo vytvoření funkčního modelu v programovém prostředí MATLAB simulujícího vznik a průběh nelineárních jevů při průchodu akustického vlnění lidskou tkání. Dílčími úkoly dle zadání bylo prostudování teorie ultraakustiky se zaměřením na lékařskou diagnostiku a následný popis principů generace a získávání tomografických obrazů pomocí ultrazvukového zobrazení. Pro vytvoření požadovaného modelu bylo nutné seznámit se s principem vzniku nelineárních jevů v ultrazvukové diagnostice a s příslušnými nelineárními parametry odvozenými z vlnové rovnice.

Základním stavebním prvkem pro vytvořený model byla Westerveltova rovnice. Tato rovnice byla zvolena z důvodu možnosti simulace kumulativních nelineárních jevů, které v zásadní míře ovlivňují diagnostické zobrazení. Pomocí metody konečných diferencí (FDTD) byla Westerveltova rovnice převedena ze spojitého do diskrétního tvaru (v čase i prostoru). I přes svou snadnou implementaci však tato transformace pomocí metody FDTD disponuje jistými specifiky. Zásadním problémem celého modelu je vzájemná volba diskrétních kroků Δt a Δx . Situace, jež mohou nastat při neodborném nastavení těchto kroků, jsou v práci uvedeny. Výsledným doporučením je tak fakt, že volba Δt by měla být vždy alespoň o jednu třetinu nižší, než udává podmínka stability metody FDTD – viz rovnice (67). Volba diskrétních kroků však není jediným specifikem, jímž metoda FDTD disponuje. Za zmínku také stojí řešení okrajových bodů vytvořené diskrétní sítě, které je nutné uzpůsobit tak, aby nedocházelo k nežádoucím odrazům akustického vlnění. Toto specifikum se podařilo ve vytvořeném modelu eliminovat s 99% úspěšností. Poslední nevýhodou této metody je časová náročnost výpočtu, která však byla díky výslednému algoritmizačnímu zápisu potlačena na minimum.

Pomocí vytvořeného modelu byly ověřeny i teoretické předpoklady týkající se vzniku a působení nelineárních jevů v ultrazvukovém zobrazování. Zkoumáno bylo především harmonické zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče a také tvarové zkreslení akustické vlny v závislosti na vzdálenosti od zdroje akustického vlnění. Veškeré simulace, které byly provedeny za účelem ověření teoretických předpokladů, vykazovaly jasné potvrzení předpokládaných dějů, jež se odehrávají v ultrazvukových polích.

Vypracovaný model nelineárních jevů v ultrazvukových polích tak může sloužit k úspěšnému pochopení mnoha fyzikálních procesů, které probíhají při diagnostickém uzv zobrazení. Možným budoucím rozšířením tohoto modelu by mohla být fokusace uzv vlnění do určitého místa vyšetřovaného prostoru s následným zkoumáním 3D vyzařovacích diagramů sond. Dalším vylepšením modelu by také mohlo být rozšíření o výpočet ohřevu tkáně či zakomponování parametrů kontrastních látek, při jejichž aplikaci se nelineární jevy projevují v hojně míře.

Vzhledem k rozsahu, faktickému obsahu a výstupu diplomové práce lze považovat zadání v bodech 1-6 za splněné.

Literatura

- [1] ACOSTA, S., VILLAMIYAR, V.: *Finite difference on grids with nearly uniform cell area and line spacing for the wave equation on complex domains*. JOURNAL OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS, 2010, č. 234, s. 1970 – 1979. ISSN: 0377-0427
- [2] BAŠTINEC J., NOVÁK M.: *Moderní numerické metody* [online]. VUT Brno, 2007. Dostupné z www: matika.umat.feec.vutbr.cz/inovace/materialy/skripta/mmm.pdf. [cit. 2012-04-02].
- [3] BOTH, E. A.: *Feasibility study of temperature estimation based on nonlinear acoustics*. Magisterská práce (M.Sc.). Delft: Delft university of Technology, Faculty of Applied Science, 2010. 89 s. Dostupné z WWW: http://www.tnw.tudelft.nl/fileadmin/Faculteit/TNW/Over_de_faculteit/Afdelingen/Imaging_Science_and_Technology/Research/Research_Groups/Acoustical_Imaging_and_Sound_Control/Publications/M.Sc._thesis/doc/Eldert_Both_20100219.pdf
- [4] BOUCNÍK, P.: *Simulace mikrostruktury s ohledem na dosažení požadovaných vlastností odlitků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2001. 179 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Jaroslav Čech, CSc.
- [5] BUSHBERG, Jerrold T. [et al.]: *The Essential Physics of Medical Imaging*. LIPPINCOT WILLIAMS&WILKINS, 2001. 956 s. ISBN 0-683-30118-7.
- [6] ČÍŽEK, M.: *Analýza nelineárních jevů v ultrazvukové diagnostice*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 88 s., 2 přílohy. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Jiří Rozman, CSc.
- [7] ČÍŽEK M., ROZMAN, J.: *Acoustic wave equation simulation using FDTD*. 17th INTERNATIONAL CONFERENCE RADIOELEKTRONIKA, 2007, roč. 17, s. 202 - 205. ISBN: 978-1-4244-0821-4
- [8] DUCK, F. A.: *Nonlinear acoustics in diagnostic ultrasound*. ULTRASOUND IN MEDICINE AND BIOLOGY, 2002, č. 28, s. 1 – 18. ISSN: 0301-5629.
- [9] HALLAJ, M., CLEVELAND, RO.: *FDTD simulation of finite-amplitude pressure and temperature fields for biomedical ultrasound*. JOURNAL OF THE ACOUSTICAL SOCIETY OF AMERICA, 1999, č. 105, s. 7 - 12. ISSN: 0001 - 4966.
- [10] HAMILTON, M. F., BLACKSTOCK, D. T.: *Nonlinear Acoustics*. ACOUSTICAL SOCIETY OF AMERICA, 2008. 455 s. ISBN 0-9744067-5-9.
- [11] HENDEE, William R., RITENOUR, Russel E.: *Medical Imaging Physics: Fourth Edition*. WILEY-Liss, 2002. 502 s. ISBN 0-471-38226-4.

- [12] HILL, C. R.: *Physical Principles of Medical Ultrasonics: Second Edition*. WILEY, 2004. 530 s. ISBN 0-471-97002-6.
- [13] HRAZDIRA, I.: *Stručné repetitorium ultrasonografie*. Praha, 2003. 107 s.
- [14] HUIJSSEN, J., BOUAKAZ, A., VERWEIJ, M. D., de JONG, N.: *Simulations of the nonlinear acoustic pressure field without using the parabolic approximation*. 2003 IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, 2003, s. 1851 – 1854. ISSN: 1051-0117.
- [15] INIEWSKI, K.: *Medical Imaging: Principles, Detectors and Electronics*. WILEY, 2009. 312 s. ISBN 978-0-470-39164-8.
- [16] KAUS, B. J. P.: *Introduction to the finite difference method* [online]. Geophysical Fluid Dynamics Department of Earth Sciences, ETH Zurich 2009. Dostupné z WWW: http://jupiter.ethz.ch/~kausb/Teaching/Adamello4D/Finite_Difference_intro.pdf. [cit. 2012-04-12].
- [17] MAST, T. D.: *Empirical relationships between acoustic parameters in human soft tissues*. ACOUSTIC RESEARCH LETTERS ONLINE, 2000, č. 1, s. 37 – 42. ISSN: 1529 - 7853
- [18] NAGEL, J. R.: *The Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Algorithm* [online]. Department of Electrical And Computer Engineering, University of Utah. Dostupné z WWW: http://ece.utah.edu/~ece3300/Labs/lab4/FDTD_Introduction.pdf. [cit. 2012-04-20].
- [19] NORTON, G. V., PURRINGTON, R. D.: *The Westervelt equation with viscous attenuation versus a casual propagation operator: A numerical comparsion*. JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION, 2009, č. 327, s. 163 – 172. ISSN: 0022 - 460X.
- [20] PINTON, G. F.: *Numerical methods for nonlinear wave propagation in ultrasound*. Disertační práce (Ph.D.). Durham: Duke University, Department of Biomedical Engineering, 2007. 198 s. Dostupné z WWW: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.111.1835&rep=rep1&type=pdf>
- [21] ROZMAN, J.: *Ultrazvuková technika v lékařství: Diagnostické systémy*. 1. vydání: VUT Brno, 1980. 264 s.
- [22] SCHNEIDER, J. B.: *Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method* [online]. School of Electrical Engineering and Computer Science, Washington State University 2011. Dostupné z WWW: <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd/ufdtd.pdf>. [cit. 2012-04-14].
- [23] SUETENS, P.: *Fundamentals of Medical Imaging: Second Edition*. CAMBRIDGE University Press, 2002. 262 s. ISBN 978-0-521-51915-1.

- [24] SUN, Y., DONG, Y., TONG, J., TANG, Z.: *Ultrasonic propagation parameters in human tissues*. ULTRASONICS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, 1986, s. 905 – 908. ISSN: 0090 – 5607.
- [25] SZABO, T. L.: *Ultrasound Imaging: Inside Out*. ELSEVIER Academic Press, 2004. 584 s. ISBN 0-12-680145.
- [26] TOLE, N. M.: *Basic Physics of Ultrasonographic Imaging*. WHO, 2005. 100 s. ISBN 92-4-159299-0.
- [27] UNITED MEDICAL INSTRUMENTS: *GE Voluson 730 Transducers* [online]. Dostupný z WWW: <http://ultrasoundvirtualdemo.com/transducers/ge/voluson-730>. [cit. 2012-05-02].
- [28] WEBB, J. A. W., THOMSEN, H. S.: *Contrast Media: Safety Issues and ESUR Guidelines*. SPRINGER, 2006. 229 s. ISBN 978-3-540-72783-5.

Seznam tabulek a obrázků

Tabulka 1 - Základní veličiny uzv pole c a ζ vybraných tkání.....	11
Tabulka 2 - Hodnoty reflexe [v %] energie uzv vlny na jednotlivých rozhraních.....	14
Tabulka 3 - Vybrané hodnoty parametru nelinearity pro lidskou tkáň	19
Tabulka 4 - Stupně fokusace	26
Tabulka 5 - Typické hodnoty parametrů zvolené tkáně.....	46
Tabulka 6 – Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Játra.....	59
Tabulka 7 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Krev	60
Tabulka 8 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Tuk.....	61
Tabulka 9 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Ledvina	62
Tabulka 10 - Míra harmonického zkreslení v závislosti na hodnotě akustického tlaku a vzdálenosti od měniče – Mozek	63
Obrázek 1 - Vznik ultrazvukové podélné vlny.....	10
Obrázek 2 - Pohyb částic v podélném vlnění	10
Obrázek 3 - Schéma interakcí ultrazvukové vlny na akustických rozhraních	12
Obrázek 4 - Odraz a lom vlnění	13
Obrázek 5 - Závislost akustického tlaku uzv vlny na změně hustoty ve vodním prostředí	18
Obrázek 6 - Zkreslení ultrazvukové vlny při průchodu nelineárním prostředím	20
Obrázek 7 - Typy diagnostických ultrazvukových sond	23
Obrázek 8 – a) Konstrukce 1D lineární sondy b) Schéma jednoho PZT měniče.....	24
Obrázek 9 – a) Popis ultrazvukového svazku pro kruhový typ měniče b) Rozložení akustického tlaku v ose měniče.....	25
Obrázek 10 - Mechanická fokusace uzv svazku	26

Obrázek 11 - Dynamická fokusace v režimu příjmu.....	27
Obrázek 12 - Paměťová náročnost pro metodu konečných diferencí	36
Obrázek 13 - Okrajová podmínka prvního řádu pro koncový bod prostoru – odraz z původní hodnoty akustického tlaku $p_0 = 200$ kPa na cca 500 Pa	40
Obrázek 14 - Okrajová podmínka druhého řádu pro koncový bod prostoru – odraz z původní hodnoty akustického tlaku $p_0 = 200$ kPa na cca 1 Pa	42
Obrázek 15 – Vzájemné srovnání okrajových podmínek obou řádů	42
Obrázek 16 - Uživatelské prostředí vytvořeného modelu	44
Obrázek 17 - Vývojový diagram modelu nelineárních jevů v ultrazvukových polích	45
Obrázek 18 – Oscilace modelu při nesplnění podmínky stability metody FDTD	47
Obrázek 19 - Maximální hodnota akustického tlaku p^{t+1} v čase při splnění $S_c=1$	48
Obrázek 20 - Maximální hodnota akustického tlaku p^{t+1} v čase při nesplnění $S_c=1$	49
Obrázek 21 - Oscilace modelu při splnění $S_c=1$ ($c=1595$ m/s, $\zeta=1060$ kg/m ³ , $\alpha=0$ Np/m, $\beta=70$, $P_0=600$ kPa).....	49
Obrázek 22 - Oscilace modelu při splnění $S_c=1$ ($c=1595$ m/s, $\zeta=1050$ kg/m ³ , $\alpha=8.68$ Np/m, $\beta=7.4$, $P_0=200$ kPa)	50
Obrázek 23 - Soubor sinusových vln s Gaussovou funkcí ($t=6e-6$ s, $\Delta t=1,92e-8$ s, $f=2$ Mhz)...	52
Obrázek 24 - Tvar budícího impulsu ($t=5e-6$ s, $\Delta t=1,92e-8$ s, $p_0=200$ kPa, $f=2$ Mhz).....	52
Obrázek 25 - Ukázka zobrazení 1D propagace akustické vlny prostorem	55
Obrázek 26 - Ukázka frekvenční charakteristiky akustického tlaku p^{t+1}	55
Obrázek 27 - Ukázka zobrazení maximálního akustického tlaku v závislosti na reálném čase simulace (1D)	56
Obrázek 28 - Ukázka pseudo-3D zobrazení propagace akustické vlny prostorem.....	56
Obrázek 29 – Ukázka 2D zobrazení propagace akustické vlny prostorem	57
Obrázek 30 - Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Játra	59
Obrázek 31 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Krev	60
Obrázek 32 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Tuk.....	61

Obrázek 33- Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Ledvina	62
Obrázek 34 – Grafické znázornění míry harmonického zkreslení v závislosti na vzdálenosti od měniče - Mozek	63
Obrázek 35 - Průběh maximální hodnoty akustického tlaku v závislosti na prostoru pro tukovou tkáň (počáteční hodnota akustického tlaku 1,1 MPa je zobrazena zelenou přímkou)65	
Obrázek 36 – Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 1 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)	66
Obrázek 37 - Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 3 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)	66
Obrázek 38 - Hodnoty akustického tlaku ve vzdálenosti 7 cm od zdroje akustického vlnění (vodorovná přímka určuje hodnotu P_0)	67
Obrázek 39 - Frekvenční charakteristiky v závislosti na vzdálenosti od zdroje akustického vlnění	67
Obrázek 40 - Maximální hodnota akustického tlaku v závislosti na vzdálenosti od měniče...	69