TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická

Elo systém očima matematické statistiky

Bakalářská práce

Studijní program:	B1101 Matematika
Studijní obory:	Matematika se zaměřením na vzdělávání Historie se zaměřením na vzdělávání
Autor práce:	**Filip Zadražil**
Vedoucí práce:	Mgr. Martin Schindler, Ph.D. Katedra aplikované matematiky

Liberec 2020

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická

Zadání bakalářské práce

Elo systém očima matematické statistiky

Jméno a příjmení:	**Filip Zadražil**
Osobní číslo:	P17000278
Studijní program:	B1101 Matematika
Studijní obory:	Matematika se zaměřením na vzdělávání Historie se zaměřením na vzdělávání
Zadávající katedra:	Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Akademický rok:	**2018/2019**

Zásady pro vypracování:

Student se seznámí s ratingem Elo, systémem hodnocení výkonnosti hráče. Pomocí metod inferenční statistiky bude na reálných datech z šachového prostředí s využitím vhodného softwaru (Statistica, R) zkoumat vybrané vlastnosti tohoto ratingu. Mimo jiné se zaměří na predikci výsledku partie pomocí rozdílu ratingu hráčů a dalších faktorů. Pro analýzu dat budou použity jak klasické, tak případně neparametrické statistické postupy.

Rozsah grafických prací:	
Rozsah pracovní zprávy:	
Forma zpracování práce:	tištěná/elektronická
Jazyk práce:	Čeština

Seznam odborné literatury:

1) GLICKMAN, M. Chess rating system. American Chess Journal, 1995.

2) ELO, A. The Rating of Chess Players Past and Present. Arco, 1978.

3) ANDĚL, J. Statistické metody. Matfyzpress, 1993.

4) ANDĚL, J. Základy matematické statistiky. Matfyzpress, 2007.

Vedoucí práce:	Mgr. Martin Schindler, Ph.D. Katedra aplikované matematiky
Datum zadání práce:	10. dubna 2019
Předpokládaný termín odevzdání:	30. dubna 2020

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.
děkan

doc. RNDr. Jaroslav Mlýnek, CSc.
vedoucí katedry

V Liberci dne 10. dubna 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

29. dubna 2020 Filip Zadražil

Poděkování

Chtěl bych upřímně poděkovat svému vedoucímu, panu Martinu Schindlerovi, PhD. A to jednak za obětavé a příjemné vedení bakalářské práce, jednak za vytvoření podnětného prostředí i ve chvílích, v nichž jsem měl v ruce jen málo konkrétních výstupů.

Poděkování patří i Univerzitní knihovně Technické univerzity v Liberci, že zařadila do svého fondu jinak obtížně dostupnou knihu Arpada Ela *The Rating of Chessplayers*, bez které by nebylo možné práci uspokojivě vypracovat.

Anotace

Elo systém očima matematické statistiky

Tato bakalářská práce je zaměřená na ratingový způsob hodnocení vytvořený Arpadem Elem a popisuje jeho zavedení pro původní účel, totiž hodnocení výkonnosti šachistů. Důraz je kladený zejména na matematický význam a interpretaci jednotlivých prvků elo systému. Pozornost je věnována i řádnému odvození tabulek používaných Mezinárodní šachovou federací pro potřeby administrace elo systému. V praktické části jsou na základě statistického rozboru výsledků reálných turnajů z roku 2019 zkoumány základní vlastnosti použití elo systému v šachovém prostředí. Jde hlavně o spolehlivost elo systému v závislosti na síle hodnocených hráčů, o kvantifikaci výhody bílých figur a o výskyt remíz.

Klíčová slova: elo systém, elo, Arpad Elo, predikce výsledku, tabulky FIDE, remízy v šachu, výhoda bílých figur, šachové turnaje

Abstract

Elo system through the eyes of mathematical statistics

This bachelor thesis is focused on the rating system created by Arpad Elo and describes its use for the original purpose, namely the evaluation of the strength of chess players. Emphasis is put on mathematical meaning and interpretation of components of the Elo system. Tables used by the World Chess Federation for the administration of the Elo system are properly derived in the text. Finally, there are described some fundamental properties of the implementation of the Elo system in chess, such as general reliability of the Elo system in dependence on strength of evaluated chess players, quantification of white pieces advantage or incidence of draws. These properties are analyzed with statistical methods using the results of real tournaments in 2019.

Keywords: elo rating system, elo rating, Arpad Elo, result prediction, FIDE tables, draw incidence in chess, white pieces advantage, chess tournaments

Obsah

Seznam grafů 9

Seznam příkladů 10

Seznam testů 11

Seznam tabulek v textu 12

Úvod 13

1 Zavedení elo systému 15

1.1 K historii elo systému 15

1.2 Rozšíření elo systému 15

1.3 Matematické věty bezprostředně potřebné k zavedení elo systému 16

1.4 Hlavní myšlenky elo systému 17

1.5 Průběžná metoda výpočtu ela 18

1.6 Periodická metoda výpočtu ela 20

1.7 Poznámky 21

2 Nedostatky elo systému 22

2.1 Konstrukce tabulek potřebných pro výpočet ela 22

2.2 Výhrady k elo systému 24

2.3 Příklady špatné interpretace ela 26

3 Analýza výsledků vybraných turnajů v roce 2019 29

3.1 Představení analyzovaných turnajů 29

3.2 Principy v textu použitých statistických metod 32

3.3 Poznámka k trinomickému rozdělení 37

3.4 Test, kterým Elo testoval svůj systém v roce 1965 39

3.5 Značení pro vlastní testy 40

3.6 Jak odpovídají očekávané hodnoty skutečným 41

3.7 Význam výhody bílých figur 47

3.8 Otázka rozložení výher, remíz a proher 49

3.9 Rozdíly mezi jednotlivými turnaji 52

Závěr 56

Zdroje 58

Přílohy 60

A. Rozepsané výsledky testů 2 a 3 60

B. Shrnutí testových statistik z testu 2 68

C. Rozepsané výsledky testu 5 68

D. Podíly výher, remíz a proher v jednotlivých turnajích 69

E. Rozepsané výsledky testu 6 76

F. Shrnutí podílů remíz v jednotlivých turnajích 76

G. Shrnutí podílů remíz na zisku jednotlivých hráčů 77

H. Rozepsané výsledku testu 7 78

I. Posudek Ústavu pro jazyk český o používání slova elo 79

Seznam grafů

Graf 1 – rozdělení pravděpodobnosti, že hráč v partii podá daný výkon 27
Graf 2 – histogram rozdělení četnosti partií podle rozdílu el hráčů na společném ME 30
Graf 3 – krabicový diagram el hráčů v jednotlivých turnajích 32
Graf 4 – procentuální odlišnost reálných výsledků od očekávání na ME do 18 let a ME seniorů 42
Graf 5 – podíly výher, remíz a proher v turnajích Czech Open A a Czech Open D 50
Graf 6 – podíl bodových příjmů z remíz na celkovém zisku bílých, respektive černých 51

Seznam příkladů

Příklad 1 – výpočet nového ela průběžnou metodou 19

Příklad 2 – obecný výpočet nového ela průběžnou metodou 19

Příklad 3 – výpočet nového ela periodickou metodou 20

Příklad 4 – co vyplývá z toho, že hráč má dané elo 26

Příklad 5 – zápas na deset partií 28

Příklad 6 – co je úspěch v turnaji 29

Příklad 7 – co znamená výhoda bílých figur pro průběžnou metodu 48

Příklad 8 – co znamená výhoda bílých figur pro periodickou metodu 49

Seznam testů

Test 1 – Elův test z roku 1965 39
Test 2 – porovnání nahraných a očekávaných výsledků v intervalech 43
Test 3 – porovnání nahraných a očekávaných výsledků v intervalech za celé turnaje 45
Test 4 – zda bílí uhrávají výsledky více nad očekávání, když jsou v partii slabší nebo silnější 46
Test 5 – celkový zisk bílých v turnaji 47
Test 6 – výskyt remíz napříč intervaly 51
Test 7 – podíl bodů z remíz na celkovém zisku hráče 52
Test 8 – porovnání celkových zisků bílých napříč turnaji 53
Test 9 – porovnání výskytu remíz napříč turnaji 53
Test 10 – porovnání dvojic turnajů z hlediska celkového zisku bílých 54
Test 11 – porovnání dvojic turnajů z hlediska výskytu remíz 55

Seznam tabulek v textu

Tabulka 1 – Elem očekávané rozvrstvení hráčů 18

Tabulka 2 – očekávaný zisk hráče v závislosti na rozdílu el soupeřů 22

Tabulka 3 – výpočet ela periodickou metodou 24

Tabulka 4 – výsledky Elova testu z roku 1965 39

Tabulka 5 – výsledky testu 2 pro ME žen 44

Tabulka 6 – výsledky testu 4 pro jednotlivé turnaje 46

Tabulka 7 – intervaly spolehlivosti pro ratingovou výhodu bílých 48

Tabulka 8 – rozložení výher, remíz a proher v jednotlivých turnajích 53

Tabulka 9 – výsledky testu 10 pro dvojice turnajů 54

Tabulka 10 – výsledky testu 11 pro dvojice turnajů 55

Úvod

Elo systém je ratingový systém navržený původně pro potřeby šachové hry, který zvláštním způsobem přiděluje hráčům jejich číselný rating určující jejich výkonnost. Název nese podle svého tvůrce, maďarského rodáka s vlastním jménem Élő Árpád Imre (1903–1992). Vzhledem k tomu, že jeho rodina se v jeho deseti letech odstěhovala do Spojených států amerických, budeme v dalším textu o něm mluvit podle známější anglicizované verze jako o Arpadu Elovi.

V souladu s doporučením Ústavu pro jazyk český budeme důsledně psát slova od autorova jména odvozená s malým písmenem, tedy elo systém, elo, elové zlepšení atp., ačkoli to je proti zažitému stavu v šachovém prostředí (viz příloha I).

Elo vystudoval fyziku na Chicagské univerzitě a později ji dlouhá léta učil na soukromé vysoké škole ve městě Milwaukee. Široký rozsah zájmů jej mimo profesní život vedl k astronomii, zahradnictví, včelařství, či hudbě, ale zejména k šachu, v němž dosáhnul mistrovské úrovně. Wisconsinská šachová federace uvádí, že se v letech 1935–1961 stal čtyřikrát samostatným mistrem státu Wisconsin a k tomu třikrát první místo dělil s dalšími hráči. K jeho úctyhodným výsledkům patří i dvě remízy s Reubenem Finem, toho času hráčem užší světové špičky. Za šachovnicí se se ctí střetl i s pozdějším mistrem světa Robertem Fischerem. V roce 1939 se stal jedním ze sedmi zakládajících členů Americké šachové federace. To jsou předpoklady k tomu, aby mohl v roce 1959 vyvinout elo systém, jak uvidíme v textu.

V první kapitole budeme sledovat nástup elo systému do praxe šachové i nešachové. Vymezíme význam intuitivních pojmů, kterými se řídí, a na jejich základě zavedeme, jak funguje. Důraz přitom položíme na to, co vlastně znamenají vzorce, jež lze snadno najít na internetu, a upozorníme na některá špatná často se vyskytující vysvětlení. Podíváme se i na konstrukci tabulek, kterými by se elo systém měl řídit.

V druhé kapitole prodiskutujeme možné chyby elo systému. Předně zpochybníme správnost některých tabelovaných hodnot pro základní vzorce elo systému. Tabulky se přitom v nezměněné podobě používají od roku 1959. Dále se pokusíme odpovědět na otázku, jaké faktory elo systém zanedbává nebo reflektuje nedostatečně. A uvedeme několik příkladů chybné práce s elem.

Celkově v práci popisujeme vlastnosti elo systému v šachovém prostředí, protože v něm je dosud používán víceméně bez modifikací. Vlastnosti popisujeme výhradně z mikroskopického pohledu. Jde o snahu co nejlépe pochopit principy a souvislosti elo systému a na základě toho například zlepšit schopnost předvídat výsledek partie, tedy těžit informace pro potřebu jednotlivce (hráče, sázkové kanceláře, kapitána družstva apod.) a to vše se zlepšenou představou o spolehlivosti těchto informací.

Můžeme přitom někdy poukázat na to, že elo systém by mohl lépe posloužit k predikci výsledku partie, kdyby zohlednil to či ono, ale nebudeme takové tvrzení ověřovat, protože důkladné ověření by muselo pracovat i s možnou inflací či naopak deflací ratingových hodnot a dalších makroskopických faktorů, jejichž zpracování by překročilo mimo jiné možnosti autora.

Ve třetí kapitole sledujeme některé obecné jevy v elo systému na analýze výsledků čtrnácti reálných turnajů z roku 2019. Půjde zejména o to, jak celkově odpovídají očekávané výsledky reálným, případně pro které výkonnostní rozdíly elo systém dává méně přesné informace, jak je to s remízami nebo jakou roli hraje výhoda bílých figur. Možnost srovnání analýz různých turnajů rovněž nabízí i omezené informace o jednotlivých kategoriích hráčů, můžeme například srovnat odlišnosti ve výsledcích mistrovství Evropy žen s podobně silným pardubickým turnajem Czech Open.

Většinu věcí vysvětlujících zavedení elo systému opřeme o knihu sepsanou samotným tvůrcem systému Arpadem Elem a jeho *The Rating of Chessplayers, Past and Present*, která poprvé vyšla v roce 1978 [1].

V textu na příhodných místech opakujeme část potřebné teorie, ale obecně předpokládáme znalost středoškolské matematiky i některých částí vysokoškolské, nebudeme zde například definovat pojmy jako hustota pravděpodobnosti, náhodná veličina atp., zopakujeme jen ty pojmy, které souvisí s výkladem v textu bezprostředně. Hlavní oporou v teoretických záležitostech nám bude kniha *Statistické metody* od Jiřího Anděla [2].

Praktickou část první kapitoly stavíme na vlastní editaci výsledků turnajů zaznamenaných na chess-results.com [3].

K tvorbě grafů byly použity programy MATLAB a Statistica díky školní licenci.

1 Zavedení elo systému

I když má dnes elo systém široké využití v různých oblastech, jeho počátky je nutné hledat v šachovém prostředí. Nejprve nastíníme jeho vývoj a rozšíření a potom jej vysvětlíme.

1.1 K historii elo systému

V roce 1948 vyvinul Anton Hoesslinger v německém Ingolstadtu první významný systém pro výpočet ratingu šachistů. Pro systém se podle mateřského města ujal název Ingo. Myšlenku tohoto systému rozvinul a proměnil v americkém prostředí Kenneth Harkness a v roce 1950 představil vlastní způsob hodnocení. Od prosince téhož roku potom začal vydávat ratingové žebříčky amerických hráčů. Ratingové hodnoty celkem odpovídaly subjektivnímu mínění hráčů. Jak ale uvádí Mark Glickmann, specialista na ratingové systémy a autor inovativního Glicko systému, celý Harknessův systém neměl prakticky žádnou oporu v matematické teorii [4 s. 61]. Z těchto důvodů v roce 1959 vznikla komise vedená Elem, jež měla navrhnout vylepšení. V roce 1960 už Americká šachová federace schválila na kongresu v Saint Louis přijetí nového způsobu hodnocení hráčů vytvořeného Elem.

Zatímco v USA měl svůj rating každý turnajově aktivní hráč, Mezinárodní šachová federace (FIDE) centrální rating postrádala. Proto v roce 1970 na kongresu v německém Siegnu odsouhlasila zavedením elo systému pro své potřeby. Elo již v předcházejících letech publikoval spočítané žebříčky několika prvních stovek světových hráčů. Časem se elo rating počítaný FIDE rozšířil od světové špičky k velké části všech šachistů. Ne zcela okamžitý nástup byl způsobený zejména organizačně-administrativními důvody [1 s. 6–12].

Nyní je pozice elo ratingu počítaného FIDE na mezinárodní scéně zcela dominantní. Ne všechny národní svazy sice posílají všechny odehrané partie k započtení FIDE a v řadě případů nadále počítají různými způsoby vlastní žebříčky, na mezinárodní scéně ale konkurence neexistuje.

Je ale možné, že v budoucnu do hry promluví Americká šachová federace, která pro své potřeby dává přednost inovativním pokusům Marka Glickmanna o vytvoření nového ratingového systému s pozoruhodnými výsledky [5].

1.2 Rozšíření elo systému

Jak je zřejmé, elo rating vznikl pro potřeby šachistů, ale poměrně jednoduchý níže popsaný princip se logicky uchytil i v dalších sportech a soutěžích. Určitou stopu zanechal jen namátkou v badmintonu nebo go. Bakalářská práce Lenky Šťastné analyzuje praxi elo systému v prostředí stolního tenisu [6]. Oblíbený fanouškovský server ultimatetennisstatistics.com počítá elo rating i pro špičkové tenisty. Velké využití je i v různých internetových hrách.

Od roku 2003 počítá dokonce i Mezinárodní federace fotbalových asociací FIFA svůj žebříček pro národní ženský fotbal a od roku 2018 i pro mužský rovněž na základech elo systému [7]. Stejně jako u ostatních jmenovaných příkladů jde ovšem o vlastní větší, či menší modifikace. Proto budeme analyzovat data pocházející z šachového prostředí počítané podle oficiálních pravidel FIDE, které se nejvíc drží původních myšlenek Arpada Ela.

Závěrem této části jen poznamenejme, že prvky elo systému se neobjevují jen v počítání žebříčků sportovních. Zakladatel Facebooku Mark Zuckenberg se v nich měl inspirovat při vytváření internetové stránky Facemash, kde uživatelé hodnotili dívky podle jejich atraktivnosti [8 s. 23].

1.3 Matematické věty bezprostředně potřebné k zavedení elo systému

Níže zavádíme ty matematické náležitosti, které jsou bezprostředně potřebné k zavedení elo systému [2 s. 32–42].

Značení 1: Střední hodnotu náhodné veličiny budeme značit μ, směrodatnou odchylku náhodné veličiny σ a rozptyl náhodné veličiny σ^2.

Definice 1: Normální rozdělení pravděpodobnosti s parametry μ a σ^2, pro $-\infty < \mu < \infty$ a $\sigma^2 > 0$, je pro $-\infty < x < \infty$ definováno hustotou pravděpodobnosti o předpisu:

$$\varphi(x) := \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

a dále pro distribuční funkci rozdělení pravděpodobnosti je za stejných podmínek platí, že je integrál z hustoty pravděpodobnosti:

$$\phi(x) := \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \tag{2}$$

Kvantilová funkce normálního rozdělení je inverzní k jeho distribuční funkci, její hodnoty nalezneme v každých statistických tabulkách a značíme ji

$$u(p) := \phi^{-1}(p) \tag{3}$$

Značení 2: Skutečnost, že náhodná veličiny A má normální rozdělení s parametry μ a σ^2 zapíšeme jako $A \sim N(\mu; \sigma^2)$.

Lemma 1: Mějme dvě náhodné veličiny z normálních rozdělení: $A \sim N(\mu_1; \sigma_1^2)$ a $B \sim (\mu_2; \sigma_2^2)$. Potom

$$(\mathrm{A}-\mathrm{B}) \sim \mathrm{N}\left(\mu_1-\mu_2; \sigma_1^2+\sigma_2^2-2\mathrm{cov}(\mathrm{A},\mathrm{B})\right) \tag{4}$$

což speciálně pro případ $\sigma_1 = \sigma_2$ a nezávislost náhodných veličin A a B dává

$$(A-B) \sim N(\mu_1-\mu_2; 2\sigma_1^2) \tag{5}$$

Důkaz: Plyne z vlastností střední hodnoty a rozptylu normálně rozdělené náhodné veličiny.

1.4 Hlavní myšlenky elo systému

Předně vyjasněme význam numerické ratingové hodnoty. V dobách před používáním ratingu bylo v šachu zavedené udělování obecných výkonnostních tříd popřípadě titulů podobně, jako je tomu třeba v karate. K numerickým hodnotám se přešlo proto, že nabízí lepší škálu vyjádření výkonnosti. Zřejmě však nelze hráčům přiřadit nějaké číslo a s jistotou tvrdit, že přesně vystihuje jejich výkonnost. Jde o to, že hráč má celou škálu výkonností, které podává a ratingová hodnota je jejich pravděpodobným průměrem.

Elo vyšel při vytváření elo systému ze zásadního předpokladu, totiž že výkony hráče v jednotlivých partiích jsou normálně rozdělené.[1] Potom výkonnost hráče je náhodnou veličinou, která je normálně rozdělená a její střední hodnotou je právě rating hráče, jemuž říkáme elo. Směrodatnou odchylku této normálně rozdělené výkonnosti Elo stanovil na 200 elo bodů.

Při praktickém zavedení systému do praxe v USA se využily ratingové hodnoty hráčů z předcházejícího Harknessova systému. Směrodatnou odchylku 200 elo bodů stanovil Elo proto, že 200 bodů bylo chápáno v Harknessově systému jako interval vystihující jednu výkonnostní kategorii. Je-li rozdíl el dvou hráčů menší než 200, můžeme to interpretovat tak, že jde o hráče stejné výkonnostní kategorie.

V tabulce 1 vidíme očekávané a vcelku odpovídající rozvrstvení hráčů, jak je nastínil již Elo. Poznamenejme, že jde o přibližné roztřídění autora ratingu, názvosloví je zavádějící, protože udělování mezinárodních titulů se neřídí pouze elem hráče. Z podobného důvodu používáme označení výkonnostní kategorie a ne výkonnostní třídy, protože ty v českém prostředí chápeme trochu jinak.

Horní hranice tohoto spektra je otevřená. Dosud nejvyšší oficiální elo člověka měl současný mistr světa Magnus Carlsen a to 2882 v květnu 2014. Naproti tomu dolní hranice je pevně daná, v praxi

[1] „The many performances of an individual will be normally distributed, when evaluated on an appropriate scale.“ [1 s. 19]

je hráč, jemuž elo klesne pod 1000 ze systému vyloučený, respektive je na něj pohlíženo jako na hráče bez ela a na startovních listinách se uvádí jeho elo jako právě 1000.

Tabulka 1: Elem očekávané rozvrstvení hráčů podle jejich ela [1 s. 18].

elo hráče	výkonnostní kategorie
>2600	kandidáti mistra světa
2400–2600	většina velmistrů a mezinárodních mistrů
2200–2400	většina národních mistrů
2000–2200	kandidáti mistra
1800–2000	amatérští hráči 1. kategorie
1600–1800	amatérští hráči 2. kategorie
1400–1600	amatérští hráči 3. kategorie
1200–1400	amatérští hráči 4. kategorie
1000–1200	nováčci

1.5 Průběžná metoda výpočtu ela

Mějme hráče A a hráče B, kterým přísluší jejich ela R_A a R_B. Víme, že výkonnost obou hráčů je normálně rozdělenou náhodnou veličinou o směrodatné odchylce 200 elo bodů. Vzhledem k lemmatu 1 je i rozdíl výkonů obou hráčů normálně rozdělená náhodná veličina se střední hodnotou $D = R_A - R_B$ a směrodatnou odchylkou 282,84 elo bodu $(200 \cdot \sqrt{2})$.

Dále zaveďme $W_e(D)$ jako očekávaný bodový zisk hráče v partii se soupeřem, jehož elo se liší o D [MS1]dosazením do předpisu distribuční funkce normálního rozdělení (2) tak, že $\sigma = 282{,}84$, $\mu = 0$ a $x = D$ následujícím způsobem:

$$W_e(D) := \int_{-\infty}^{D} \frac{1}{282{,}84\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\cdot 282{,}84^2}} dt \tag{6}$$

Pokud nebude moci dojít k nedorozumění, zapíšeme v určitých situacích $W_e(D)$ jen jako W_e.

V praxi se používala a používá tabelovaná verze, která pro celá D shrnuje $W_e(D)$ zaokrouhlená na dvě desetinná místa. Uvádí jí ve své knize Elo a je dosud v nezměněné podobě součástí ratingové legislativy FIDE i Šachového svazu České republiky (ŠSČR). Zaokrouhlovací chyba v rámci tabulky je zřejmě zanedbatelná. V rámci této práce ji uvádíme jako tabulku 2 až v podkapitole 2.1, kde ji dále diskutujeme.

Dále označíme W výsledek partie (připisujeme 1 za výhru, 0,5 za remízu a 0 za prohru) a R_o jako původní elo hráče. Potom R_n jako nové elo hráče spočítáme následovně (v praxi se výsledek nového ela hráče rovněž bez významného znehodnocení zaokrouhluje na celé číslo):

$$R_n := R_o + k \cdot \big(W - W_e(D)\big) \tag{7}$$

Vzorec (7) určuje tzv. průběžnou metodu výpočtu ela.

Jediné, co jsme ze vzorce (7) dosud nezavedli je koeficient rozvoje k. To je konstanta, která stanoví, jak dynamicky se elo hráče mění. Elo používal hodnotu 32, ale nestanovil ji dogmaticky. Současná směrnice FIDE stanoví koeficient rozvoje 40 pro všechny hráče mladší 18 let, kteří mají elo nižší než 2300 a pro nové hráče, kteří dosud odehráli méně než 30 partií, dále 20 pro ostatní hráče s elem menším než 2400 a 10 pro všechny hráče s vyšším elem než 2400 [9 bod 8.56].

Pro srovnání ŠSČR stanoví v jinak identickém vzorci koeficient rozvoje 25 pro hráče mladší 20 let s elem nižším než 2200, dále 15 pro ostatní hráče s elem nižším než 2400 a 10 pro všechny hráče s vyšším elem [10 bod 3.12].

Koeficient rozvoje je také jedním z prvků, jímž se odlišuje ratingový systém Deutsche Wertungszahl. Ten jej stanoví pro každého hráče individuálně zvláštním a dost složitým vzorcem, který zahrnuje věk a současný rating [11].

Zmíněná implementace Elových myšlenek ze strany FIFA zase zahrnuje využití koeficientu rozvoje tak, že každý zápas jej má různě vysoký podle důležitosti, tedy od přípravných zápasů přes oficiální zápasy k finále mistrovství světa.

Nyní si ukážeme vzorový příklad spočítání nového ela hráče průběžnou metodou.

Příklad 1: Hráč A s elem 2500 se utká s hráčem B s elem 2350, přičemž oba hráči jsou starší 18 let. Partie skončí remízou. R_{n_A} spočteme dosazením do vzorce (7). Rozdíl $D = R_A - R_B$ je 150, koeficient rozvoje hráče k je 10 a nahlédnutím do tabulky 2 zjistíme, že $W_e(150)$ je 0,7.

$$R_{n_A} = 2500 + 10 \cdot (0{,}5 - 0{,}7) = 2498$$

Pro spočtení R_{n_B} rozdíl $D = R_B - R_A$ činí –150, $W_e(-150)$ je 0,3 a koeficient rozvoje hráče k je 20.

$$R_{n_B} = 2350 + 20 \cdot (0{,}5 - 0{,}3) = 2354$$

Pokud ve sledovaném období hráči odehrají jen tuto jednu partii, pak nové elo hráče A bude 2498 a nové elo hráče B 2354.

Samozřejmě, že pokud hráč ve sledovaném období odehrál víc než jednu hru, vzorec pro výpočet R_n se zobecní.

Příklad 2: Hráč s koeficientem rozvoje k odehraje n partií se soupeři, jejichž elo se lišilo o D_i a hráč s nimi uhrál výsledky W_i pro $i = 1, 2, 3 \dots n$. Potom:

$$R_n := R_o + k \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(W_i - W_e(D_i)\right) \tag{8}$$

Průběžná metoda výpočtu nového ela se používá, když už hráč má určené své elo a je tedy k čemu přičítat případné změny. FIDE vydává nové ratingové listiny začátkem každého měsíce, ŠSČR třikrát do roka, a sice 5. ledna, května a září.

1.6 Periodická metoda výpočtu ela

Naproti tomu periodická metoda výpočtu nového ela se používá pro stanovení ela hráče, který dosud žádné nemá, nebo k tomu, aby se stanovil výkon hráče v turnaji. Způsob výpočtu je odlišný. Nebudeme zde rozebírat jednotlivé směrnice pro výpočet ela hráče, který dosud žádné nemá, protože ty se liší i podle druhu turnaje, a spokojíme se jen s obecným vysvětlením metody, protože tu použijeme i v další části práce.

Označme R_c jako průměrné elo soupeřů hráče, s kterými se utkal ve sledovaném období a P jako poměr počtu uhraných bodů a počtu partií (v tabulkách se někdy uvádí v procentech). Potom výkon hráče R_p se rovná

$$R_p := R_c + D(P)\,, \tag{9}$$

kde přitom $D(P)$ je hodnota pro P zaokrouhlená na dvě desetinná místa pro praktické účely opět tabelovaná. Stejně jako u průběžné metody tabulku pro periodickou metodu jako tabulku 3 v podkapitole 2.1, kde jí dále diskutujeme. Podklad pro tabelaci by měl tvořit vzorec (10):

$$D(P) := \sigma \cdot \phi^{-1}(P) \tag{10}$$

Platí, že $\sigma = 282{,}84$ a $\phi^{-1}(P)$ jsme určili ve vzorci (3) a číselnou hodnotu můžeme najít ve statistických tabulkách. Samozřejmě předpokládáme, že P nabývá pouze hodnot od nuly do jedné, jak je zřejmé z povahy úlohy.

Příklad 3: Mějme hráče, který odehraje 10 partií se soupeři s průměrným elem 1610 a uhraje 3,5 bodu. Jeho procentuální zisk P je tedy 0,35. Nahlédnutím do tabulky 3zjistíme $D(0{,}35) = -110$.

$$R_p = 1610 - 110 = 1500$$

Výkon hráče A v turnaji byl 1500.

Periodická metoda má proti průběžné metodě tu výhodu, že odráží výsledky hráče jen za poslední sledované období a fakticky tedy lépe reflektuje aktuální výkonnost hráče, i když na druhou stranu může být více ovlivněná momentálním výkyvem. Tohoto principu užívá například Britská šachová federace, která do roku 2013 vydávala své ratingy jednou ročně počítané vlastní modifikací pouze periodické metody. Od roku 2013 vydává ratingové listiny půlročně, přičemž platí, že odehrál-li hráč za onen půlrok méně než 30 partií, zahrne se do výpočtu ještě scházející počet nejmladších partií z předcházejících období [12].

Naproti tomu FIDE i ŠSČR používají periodickou metodu pouze pro ohodnocení nových hráčů a pro ohodnocení výkonu hráče v turnaji, který však na elo jako takové nemá žádný vliv.

1.7 Poznámky

Závěrem kapitoly ještě vyjasníme některé věci, na něž dosud vzhledem k plynulosti textu nezbyl čas.

Jestliže elo je pravděpodobný průměr šachové výkonnosti, myslí se tím výkonnost ve smyslu prokázané schopnosti bodovat v soutěžních partiích. Elo rating nehodnotí a nemůže hodnotit kvalitu hry toho kterého hráče. Takovou ambici má nepříliš rozšířený systém CAPS (Computer Aggregated Precision Score), který posuzuje kvalitu hry podle procentuální shody tahů hráče s doporučením počítače [13].

Na internetu nacházíme v mnoha zdrojích níže uvedený vzorec jako formuli elo systému. Tak jí pojímá i bakalářská práce Matěje Galduna. [14 s. 12]:

$$W_e(D) = \frac{1}{1 + 10^{\frac{-D}{400}}} \tag{11}$$

Jeho hodnoty jsou skutečně poměrně blízké těm, které dává vzorec (6). Sám Elo se o vzorci (11) zmiňuje ve své knize [1 s. 138–143] a vyzdvihuje, že má v některých ohledech lepší vlastnosti než vzorec (6). Nicméně původní myšlenky Ela vystihuje jednoznačně právě vzorec (6).

Některá zavedení elo systému v nešachové praxi však s tímto vzorcem nebo obecněji s logistickou funkcí běžně pracují [15]. Výhodou může být výpočetní jednoduchost a těžší[m2] chvosty.

2 Nedostatky elo systému

Rozebereme tři věci. Nejprve se vrátíme ke konstrukci tabulek, které FIDE i ŠSČR v nezměněné podobě používá při výpočtu nového ela, a zpochybníme jejich platnost. Potom se podíváme na některé jevy z praxe a zamyslíme se nad tím, jestli je elo systém reflektuje, případně jestli by měl. Závěrem kapitoly naopak na konkrétních příkladech ukážeme možné chybné interpretace elo systému, které se spíše neprávem vydávají za nedostatky elo systému.

2.1 Konstrukce tabulek potřebných pro výpočet ela

Tabulku zachycující hodnoty pro výpočet nového ela průběžnou metodou stanovil Elo v roce 1959. Tak, jak ji otisknul v roce 1978 ve své knize, ji používá FIDE i ŠSČR dodnes. Pokud sestavíme vlastní tabulku na základě logického vzorce (6), potom shledáváme v zásadě kosmetické, ale jasné rozdíly. Přitom se opíráme o Elovo zdůvodnění konstrukce tabulky. [2]

Tabulka 2: Tabulka hodnot pro výpočet nového ela průběžnou metodou, tedy vztah mezi D a [m3]$W_e(D)$. [1 s. 31], [9 bod 8.1b], [10 bod 3.9].

$W_e(D)$ slabšího hráče	$W_e(D)$ silnějšího hráče	D používaná FIDE	přepočtená D	$W_e(D)$ slabšího hráče	$W_e(D)$ silnějšího hráče	D používaná FIDE	přepočtená D
0,50	0,50	0 – 3	0 – 3	0,24	0,76	198 – 206	196 – 204
0,49	0,51	4 – 10	4 – 10	0,23	0,77	207 – 215	205 – 213
0,48	0,52	11 – 17	11 – 17	0,22	0,78	216 – 225	214 – 223
0,47	0,53	18 – 25	18 – 24	0,21	0,79	226 – 235	224 – 233
0,46	0,54	26 – 32	25 – 31	0,20	0,80	236 – 245	234 – 243
0,45	0,55	33 – 39	32 – 39	0,19	0,81	246 – 256	244 – 253
0,44	0,56	40 – 46	40 – 46	0,18	0,82	257 – 267	254 – 264
0,43	0,57	47 – 53	47 – 53	0,17	0,83	268 – 278	265 – 275
0,42	0,58	54 – 61	54 – 60	0,16	0,84	279 – 290	276 – 287
0,41	0,59	62 – 68	61 – 68	0,15	0,85	291 – 302	288 – 299
0,40	0,60	69 – 76	69 – 75	0,14	0,86	303 – 315	300 – 311
0,39	0,61	77 – 83	76 – 82	0,13	0,87	316 – 328	312 – 325
0,38	0,62	84 – 91	83 – 90	0,12	0,88	329 – 344	326 – 339
0,37	0,63	92 – 98	91 – 97	0,11	0,89	345 – 357	340 – 354
0,36	0,64	99 – 106	98 – 105	0,10	0,90	358 – 374	355 – 370

[2] „The normal probabilities may be taken directly from the standard tables of areas under the normal curve when the difference in rating is expressed as a z score. Since the standard deviation σ of individual performances is defined as 200 points, the standard deviation σ' of the differences in performances becomes $\sigma\sqrt{2}$ or 282.84. The z value of a difference then is $D/282.84$. This z will divide the area under the curve into two parts, the larger giving P for the higher rated player and the smaller giving P for lower rated player. … These probabilities are rounded to two figures in table 2.11.“ (table 2.11 = [1 s. 31], to jsou hodnoty v tabulce 2, ve sloupci D používaná FIDE) [1 s. 159]

$W_e(D)$ slabšího hráče	$W_e(D)$ silnějšího hráče	D používaná FIDE	přepočtená D	$W_e(D)$ slabšího hráče	$W_e(D)$ silnějšího hráče	D používaná FIDE	přepočtená D
0,35	0,65	107 – 113	106 – 112	0,09	0,91	375 – 391	371 – 388
0,34	0,66	114 – 121	113 – 120	0,08	0,92	392 – 411	389 – 407
0,33	0,67	122 – 129	121 – 128	0,07	0,93	412 – 432	408 – 428
0,32	0,68	130 – 137	129 – 136	0,06	0,94	433 – 456	429 – 452
0,31	0,69	138 – 145	137 – 144	0,05	0,95	457 – 484	453 – 479
0,30	0,70	146 – 153	145 – 152	0,04	0,96	485 – 517	480 – 512
0,29	0,71	154 – 162	153 – 160	0,03	0,97	518 – 559	513 – 554
0,28	0,72	163 – 170	161 – 169	0,02	0,98	560 – 619	555 – 613
0,27	0,73	171 – 179	170 – 177	0,01	0,99	620 – 735	614 – 728
0,26	0,74	180 – 188	178 – 186	0,00	1,00	> 735	> 728
0,25	0,75	189 – 197	187 – 195				

Chyba mohla docela dobře vzniknout tak, že Elo stanovil hodnoty ručním počítáním za pomoci statistických tabulek, které měly jen omezený počet desetinných míst. K opravě nedošlo asi proto, že rozdíly mají zanedbatelný význam. Přesto je pozoruhodné, že na internetu nenacházíme žádná upozornění na tu chybu s výjimkou jednoho obtížně zdrojovatelného textu [16].

Pokud jde o tabulku, jež by shrnovala vyčíslené hodnoty závislostí $D(P)$ na P, tak tu v Elově knížce nenacházíme v explicitní podobě vůbec. Při sestavování se podle Ela můžeme pokusit o jistou inverzi z tabulky 2.[3] Vypadá to, že tabulka používaná FIDE vznikla takovým ne zcela korektním způsobem – tak, že se hodnoty $D(P)$ stanovily jako dolní celá část průměru nejvyšší a nejnižší celočíselné hodnoty rozdílu el obou hráčů D pro každou zaokrouhlenou hodnotu P.

Takové vysvětlení odpovídá s výjimkou hodnoty $D(0{,}1)$ a $D(0{,}9)$, kde by podle tohoto pravidla mělo být D rovno –366 respektive 366, ale je –368, respektive 368. FIDE i ŠSČR se v tomto bodě neliší. Liší se ale ve stanovení $D(0)$, respektive $D(1)$, kterou výše uvedenou metodou nelze určit. FIDE stanoví –800, respektive 800, zatímco ŠSČR počítá –766, respektive 766.

Níže v tabulce 3 konfrontujeme zavedené hodnoty s přepočítanými podle vzorce (10). Hodnoty $D(0)$ a $D(1)$ necháme prázdné jako nejednoznačné. To není nelogické. Je obtížné interpretovat, jaký výkon podal například velmistr, jestliže porazil deset z deseti šachistů čtvrté výkonnostní třídy.

[3] „From the tabulation of rating point differences D and percentage score P, one may read directly the percentage expected for a given difference, namely $P(D)$, or the difference $D(P)$ indicated by a given percentage score." [1 s. 31–32]. (V tomto textu s označením $P(D)$ nepracujeme a nahrazujeme jej pro lepší přehlednost $W_e(D)$.)

Tabulka 3: Tabulka hodnot pro určení nového ela nebo výkonu hráče periodickou metodou, tedy vyčíslená závislost $D(P)$ na P. [9 bod 8.1a], [10 bod 3.9].

P	$D(P)$ podle FIDE	přepočtená $D(P)$	P	$D(P)$ podle FIDE	přepočtená $D(P)$	P	$D(P)$ podle FIDE	přepočtená $D(P)$
0,00	−800		0,34	−117	−117	0,68	133	132
0,01	−677	−658	0,35	−110	−109	0,69	141	140
0,02	−589	−581	0,36	−102	−101	0,70	149	148
0,03	−538	−532	0,37	−95	2−94	0,71	158	157
0,04	−501	−495	0,38	−87	−86	0,72	166	165
0,05	−470	−465	0,39	−80	−79	0,73	175	173
0,06	−444	−440	0,40	−72	−72	0,74	184	182
0,07	−422	−417	0,41	−65	−64	0,75	193	191
0,08	−401	−397	0,42	−57	−57	0,76	202	200
0,09	−383	−379	0,43	−50	−50	0,77	211	209
0,10	−368	−362	0,44	−43	−43	0,78	220	218
0,11	−351	−347	0,45	−36	−36	0,79	230	228
0,12	−336	−332	0,46	−29	−28	0,80	240	238
0,13	−322	−319	0,47	−21	−21	0,81	251	248
0,14	−309	−306	0,48	−14	−14	0,82	262	259
0,15	−296	−293	0,49	−7	−7	0,83	273	270
0,16	−284	−281	0,50	0	0	0,84	284	281
0,17	−273	−270	0,51	7	7	0,85	296	293
0,18	−262	−259	0,52	14	14	0,86	309	306
0,19	−251	−248	0,53	21	21	0,87	322	319
0,20	−240	−238	0,54	29	28	0,88	336	332
0,21	−230	−228	0,55	36	36	0,89	351	347
0,22	−220	−218	0,56	43	43	0,90	368	362
0,23	−211	−209	0,57	50	50	0,91	383	379
0,24	−202	−200	0,58	57	57	0,92	401	397
0,25	−193	−191	0,59	65	64	0,93	422	417
0,26	−184	−182	0,60	72	72	0,94	444	440
0,27	−175	−173	0,61	80	79	0,95	470	465
0,28	−166	−165	0,62	87	86	0,96	501	495
0,29	−158	−157	0,63	95	94	0,97	538	532
0,30	−149	−148	0,64	102	101	0,98	589	581
0,31	−141	−140	0,65	110	109	0,99	677	658
0,32	−133	−132	0,66	117	117	1,00	800	
0,33	−125	−124	0,67	125	124			

Jestliže je i tato tabulka špatně, opět se to nedotkne praktické funkčnosti elo systému.

2.2 Výhrady k elo systému

Zamysleme se nejdříve nad předpoklady, které učinil Elo. Předně uvažujeme, že výkony hráče v jednotlivých partiích jsou normálně rozdělené. Aniž bychom to podrobněji testovali, dá se říct, že nejsou. Hráč, který prochází obdobím výkonnostního růstu, patrně nemá partie normálně rozdělené se střední hodnotou svého ela. S jistou mírou zjednodušení sice můžeme předpokládat, že se z hlediska všech hráčů vyváží jedinci procházející silným výkonnostním růstem právě tak jako propadem. Z pohledu jednorázové predikce výsledku to ale na věci nic nemění.

Hráč je ovlivňován nejen svými výkony, ale i výkony svých soupeřů. Na praktickém příkladu, pokud dospělý hráč s ustálenou výkonností odehraje turnaj s dvanáctiletými šachovými nadějemi v plném tréninku, lze se domnívat, že dopadne pod svá výsledková očekávání. Protože výkony hráčů v kategorii jeho soupeřů mají ještě zřetelnou vzestupnou tendenci a podávají ve skutečnosti lepší výsledky, než jaké je jejich elo.

Nebylo by proto od věci zavedení nějakého faktoru, který by určoval s jakou přesností elo vyjadřuje výkonnost hráče. Právě touhle cestou kráčí nový systém Marka Glickmanna [5]. Takovou cestou však těžko půjde tradiční elo systém založený na jednoduchosti. Naproti tomu dobrým systémovým lékem jak řešit tento problém by bylo zavést co nejčastější aktualizaci ela, v ideálním případě po každé jedné partii.

Určit spolehlivost ela u hráčů, kteří prochází evidentním výkonnostním růstem je velmi obtížné, a v této práci tuto problematiku blíže zkoumat nebudeme. Je na místě být v takových konkrétních případech při svých vývodech obezřetnější.

Při zkoumání předpokladů elo systému nacházíme ještě jeden napadnutelný předpoklad. Podle Ela je výkonnost dvou hráčů, kteří hrají proti sobě, nezávislá, ale je tomu skutečně tak? Opět na praktickém příkladu, mějme hráče s mimořádně malým sebevědomím. Dozví-li se, že hraje s výrazně silnějším soupeřem, může systémově nejen prohrávat, ale podávat i výkon výrazně pod své možnosti.

Můžeme si představit silné hráče, kteří naopak podceňují své slabší protivníky a, i když třeba vyhrají většinu partií, nedosahují s nimi očekávaných výsledků. Konečně v šachové historii existuje celá řada případů, kdy někteří hráči měli některé své mnohdy silnější soupeře doslova ochočené, v takových případech už neuspějeme se zdůvodněním, že jde o obyčejný souběh pravděpodobností. [17 s. 202–204].

Výkon hráče tak může záviset i na skladbě jeho soupeřů. Pokud bychom takové tvrzení chtěli dokázat, bylo by vhodné podrobit důkladné analýze výsledky konkrétních hráčů a přitom reflektovat přímo i šachovou stránku věci. Více se tomuto druhu problematiky nebudeme věnovat a uzavřeme ji slovy, že ne všechny předpoklady, na kterých stojí elo systém, platí, což však nutně neznamená, že činí systém nefunkčním nebo nějak výrazně obecně nespolehlivým.

Co je ale zcela evidentní nedostatek, to je zanedbání zahrnutí výhody bílých figur. Bílí, a to uvidíme v příští kapitole poměrně průkazně, uhrávají v turnajích nadpoloviční počet bodů. Toho si byl vědom už Elo,[4] ten ale viděl v zavedení nějaké konstanty, která by učinila systém spravedlivější, jen zbytečné administrativní nároky bez reálného užitku.

Dnes už by šachoví administrátoři patrně neměli problém výhodu bílých figur do svých výpočtů zahrnout. Otázkou by bylo jak. V další kapitole mimo jiné otestujeme domněnku, která vysvětluje, proč jsou šachové federace zdrženlivé k takovému kroku. Může se totiž ukázat, že u různých kategorií hráčů se výhoda bílých figur projevuje jako různě významná. Zavedení jediné konstanty by potom systémově některé hráče zvýhodňovalo a jiné znevýhodňovalo.

Navíc je dobré poznamenat, že nepřítomnost korekce pro výhodu bílých figur elo systém jako celek nijak zvlášť nepokřivuje. Hráči hrají obvykle polovinu svých her bílými a polovinu černými, pozitivní, či negativní vliv na elo hráče se tak v celkovém úhrnu vyruší. Současně ale přicházíme o možné informace vedoucí ke schopnosti předvídat výsledek partie ve smyslu přesnější hodnoty $W_e(D)$.

2.3 Příklady špatné interpretace ela

V šachovém prostředí se lze setkat s dvěma extrémními přístupy k elu. Někdo může tvrdit, že jeho vypovídající hodnota je ve skutečnosti malá, případně u dětí třeba i nulová a naproti tomu někdo jiný může brát elo velmi vážně a tvrdit, že je určitě lepší šachista než jeho protivník, když ten má elo o 20 bodů menší.

Správný přístup bude logicky někde uprostřed. Řada věcí spojených s elem je k diskuzi. Níže uvedeme z ilustrativních důvodů několik triviálních příkladů. Ty mohou působit jako napadnutelná hra s čísly, ale my je budeme interpretovat v duchu toho, jak Elo svůj systém nadefinoval, což samo o sobě rozporovat nelze. Samozřejmě se stává, že výsledky hráče nekopírují přesně jeho elové předpoklady a potom se jeho elo příslušným způsobem aktualizuje. Zejména u hráčů, jejichž výkonnost je nějakým způsobem ustálená, ale může jít o poměrně dobrý odhad. Navíc není lepší způsob, jak snadno odhadnout výsledek hráče, než vycházet z jeho ela a Elových definic. Specifika hráčů určitých výkonnostních skupin nakousneme ve třetí kapitole.

Příklad 4: Hráč má elo 1800. V kolika procentech partií podá elový výkon v partii a) mimo rozmezí 1750–1850, b) v rozmezí 1600–2000 c) alespoň 2150 d) méně než 1400?

Řešení: Víme, že výkonnost hráče je normálně rozdělená náhodná veličina se směrodatnou odchylkou $\sigma = 200$ a střední hodnotou $\mu = 1800$. Dosadíme požadované hodnoty do distribuční funkce normálního rozdělení (2) a zjišťujeme, jak často hráč podá výkon v partii mimo rozmezí 1750–1850

[4] „The value of white pieces is a legitimate question in rating theory, since master play statistics show, on the average, that the scoring probability favors white approximately 57 to 43, a ratio equivalent to a rating advantage of just 50 points. … Any incorporation of colors into the rating systém, however, would again inordinately expand the bookkeeping requirements with small prospect of any utility for it, in the final analysis.“ [1 s. 159].

$$1 - \phi(1850) + \phi(1750) \doteq 0{,}802,$$

tedy v přibližně 80 % případů. Dále hráč podá výkon v partii v rozmezí 1600–2000

$$\phi(2000) - \phi(1600) \doteq 0{,}317$$

tedy v necelé třetině případů. Hráč podá výkon v partii alespoň 2150

$$1 - \phi(2150) \doteq 0{,}040,$$

tedy přibližně ve 4 % případů. A konečně hráč podá výkon v partii méně než 1400

$$\phi(1400) \doteq 0{,}023,$$

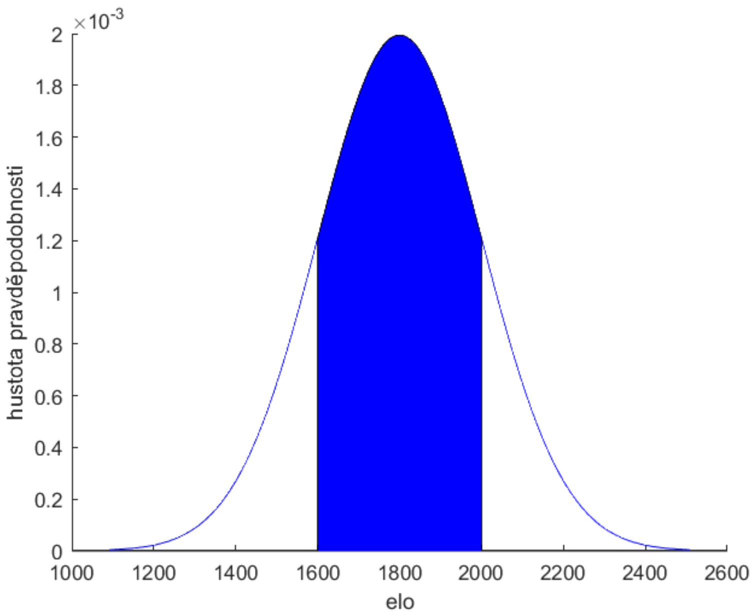
tedy přibližně ve 2 % případů.

Význam těchto čísel docení šachista znalý relací ratingových hodnot. Oproti zažitému vnímání je možná překvapivý skutečný rozptyl výkonnosti hráče.

Je ale dobré zopakovat. Bylo by velkou interpretační chybou říct, že hráč s elem 1800, který má výjimečný den a podá výkon 2150, automaticky porazí hráče s elem 2100 porazí. Je potřeba vždy pamatovat na to, že výsledek partie závisí na tom, jaký výkon, tedy každý svůj, podají oba hráči.

Pokud hráč zahraje partii tak, že vypadá, jako by ji hrál hráč o dvě třídy slabší, neznamená to nutně, že jeho elo je nadhodnocené, naopak je to zcela přirozený jev, pokud se neděje příliš často. Všimněme si, že hráči například s elem například 2300 bude stačit na porážku hráče s elem 1800 pravděpodobně i velmi podprůměrný výkon, kterého si výsledkově vůbec nemusíme všimnout.

Graf 1: Ilustrace k příkladu 4b. Pravděpodobnost (modře), že hráč s elem 1800 podá v partii výkon v rozmezí 1600–2000, činí přibližně 68 %.



Příklad 5: Mějme hypotetický zápas mezi dvěma hráči na deset partií. Předpokládáme, že partie jsou nezávislé, tedy hráč nepropadá depresi, pokud prohrává atp. a současně se nemění [MS4]výkonnost obou hráčů v průběhu zápasu. Jaká je pravděpodobnost, že hráč s elem 1900 uhraje se soupeřem s elem 2250 alespoň 1 bod?

Řešení: Elo systém na takovou otázku neumí odpovědět. Nelze totiž z rozdílu el dvou hráčů stanovit pravděpodobnost výhry, prohry nebo remízy. Můžeme ale spočítat pravděpodobný zisk obou hráčů v takovém zápase jako součin počtu partií a jejich očekávaný zisk v každé partii. V příkladu je to pro slabšího hráče

$$10 \cdot W_e(1900 - 2250) = 10 \cdot 0{,}19 = 1{,}9\,.$$

Očekáváme tedy, že slabší hráč uhraje 1,9 bodu, víc než 1 bod. Pravděpodobnost pro konkrétní bodové zisky ale stanovit korektním způsobem nelze. Šlo by to v případě, když bychom znali pravděpodobnost remízy v utkání takové dvojice.

Příklad 6: Mějme hráče s elem 2700, který odehraje v rámci turnaje 8 partií a to s hráči, jejichž průměrné elo je 2390 bodů. Kolik musí uhrát bodů, aby jeho výkon v turnaji byl lepší než je jeho elo?

Řešení: Pokud hráč uhraje více bodů, než kolik se od něj očekává, je důvodné to považovat za úspěch. Bylo by chybou se domnívat, že hráč, když je o tolik silnější než jeho protivníci, musí nutně vyhrát všechny partie, jinak to bude neúspěch.

$D(P)$ požadujeme alespoň 310, protože $2700 - 2390 = 310$. Přímo ze vzorce (10) vyjádříme

$$\phi^{-1}(P) > \frac{310}{282{,}84} \doteq 1{,}10$$

a nahlédnutím do statistických tabulek nebo dopočítáním pro výše uvedenou rovnost stanovíme P jako 0,86. To znamená, že pokud hráč uhraje víc než 86 %, což je 6,9 bodu, může si oprávněně říct, že byl v turnaji úspěšný. Uhrát 7 bodů pro něj tedy znamená zahrát víceméně na své možnosti, 7,5 bodu nebo 8 bodů by šlo hodnotit jako vyložený úspěch.

3 Analýza výsledků vybraných turnajů v roce 2019

Šachový žebříček vyhodnocovaný podle elo systému má tu vlastnost, že je používaný pro celou turnajově aktivní populaci – FIDE vede rating přibližně 360 000 šachistům [18]. Ne všechny národní svazy sice posílají všechny partie svých členů k započítání FIDE, například kvůli manipulačnímu poplatku, ale obecně lze říci, že FIDE elo může mít každý turnajově aktivní šachista [19].

Tím se šachy liší od většiny sportů, jež mají pro úzkou špičku speciální žebříček, jaký například vychází z bodového ohodnocení turnajů, které nejsou všeobecně dostupné. Pokud chceme analyzovat chování dat elo systému, musíme k vyhodnocování obecných závěrů přistupovat velmi opatrně.

Jestliže totiž nemáme k dispozici všechna data, která mají k dispozici administrátoři elo systému, můžeme si proto jen vybrat výsledky z některých turnajů, čímž však jen těžko zaručíme náhodný výběr. Proto vybíráme turnaje pro hráče různých výkonnostních i jiných skupin a budeme je vyhodnocovat do značné míry samostatně. Nenárokujeme přitom poměrné zastoupení hráčů jednotlivých analyzovaných turnajů vzhledem k celé populaci turnajově aktivních šachistů.

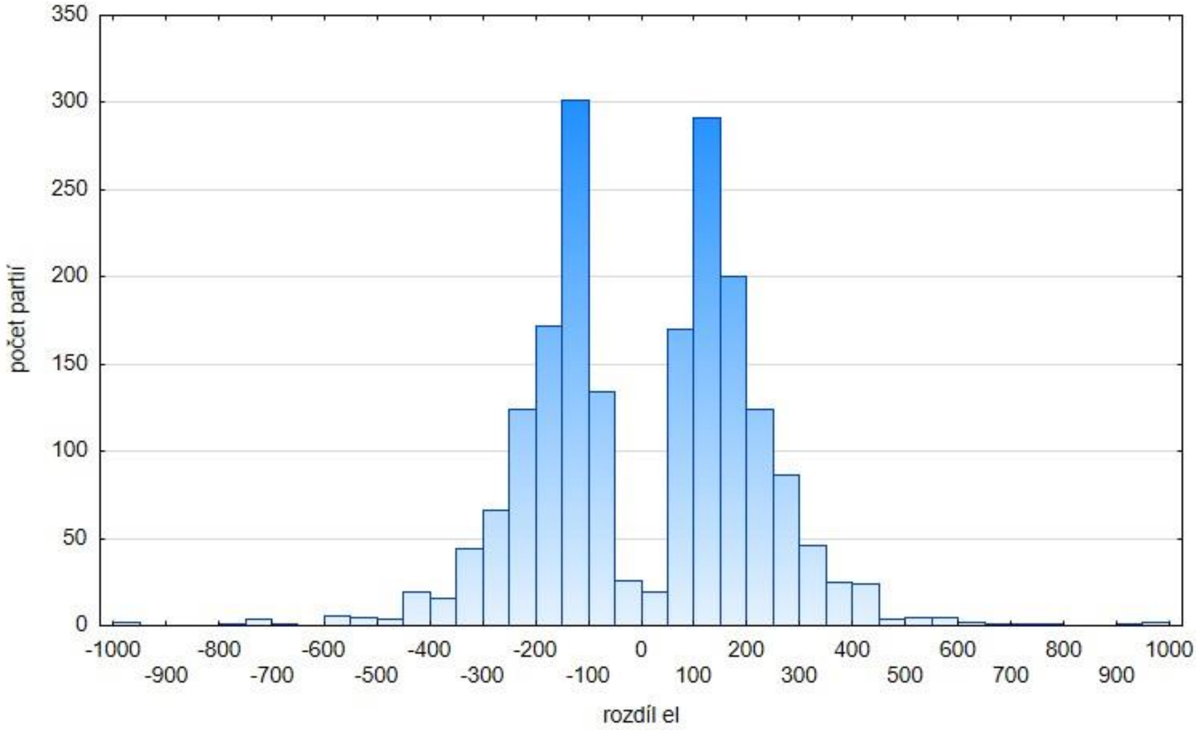
3.1 Představení analyzovaných turnajů

Analyzovat budeme výsledky ze 14 turnajů, čímž dostáváme celkem 11 271 partií. Ty budeme zkoumat podle výsledku a FIDE ela hráčů a podle platných tabulek FIDE (tabulka 2), nezahrneme tedy odhalené chyby v konstrukci těchto tabulek.

K analýze jsme vybírali výhradně turnaje z roku 2019 hrané švýcarským systémem. Jeho pravidla podrobně rozebírá např. bakalářská práce Petera Nagyho [20]. Jde o systém, který umožňuje odehrát turnaj s poměrně vysokým počtem hráčů a přitom jen s nízkým počtem kol (obvykle 7, 9, 11, 13) určit jednoznačně vítěze. Hráče páruje zjednodušeně řečeno tak, že se utkávají se soupeři, kteří do té doby vykazují v turnaji podobnou úspěšnost (tj. mají stejně bodů).

Výběr švýcarského systému nám bohužel nezaručuje stejný nebo aspoň podobný počet partií pro dvojice s různými rozdíly el D. To dokumentujeme na níže uvedeném histogramu, který zachycuje, jaké partie máme k dispozici ze společného mistrovství Evropy. Podobné rozložení mají i všechny ostatní turnaje.

Graf 2: Histogram popisující rozdělení četnosti partií podle rozdílu el obou hráčů na společném mistrovství Evropy 2019.



Jaké turnaje jsme pro analýzu vybrali? Společné evropské mistrovství, dále mistrovství Evropy žen, seniorů starších 65 let, mládeže do 18, 14 a 10 let, dívek do 18, 14 a 10 let, dále turnaj Grand Swiss a turnaje Czech Open A, B, C, D.[5] Tímto výběrem se snažíme pokrýt celou šachovou populaci.

Vlastně vezmeme pro různé skupiny hráčů vždy jeden turnaj a označíme jej za náhodný výběr ze všech partií, které hrají hráči dané skupiny. Pokud dojdeme ke stejnému výsledku u většiny takových turnajů, můžeme to vzít jako signál (ne jako důkaz), že jde o jev, který se týká celé populace šachistů, z níž ovšem náhodný výběr získat neumíme.

Je přitom zřejmé, že výběr pouze čtrnácti různých skupin hráčů je značně omezený, celou pestrost šachové populace tím jistě nevystihneme. Navíc je namístě interpretační opatrnost i u jednotlivých turnajů. Například, pokud vyhodnotíme nějaký test provedený na turnaji mistrovství Evropy žen do čtrnácti let, jistě výsledek nezobecňujeme na všechny čtrnáctileté šachistky, ale spíš na hráčky, které svou výkonností a věkem odpovídají účastnicím daného turnaje.

[5] Výsledky lze dohledat ve [3], odkazy mohou být proměnlivé, spolu s rokem je potřeba zadávat European Individual Chess Championship (hrálo se ve Skopji) pro společné mistrovství Evropy, European Women Individual Chess Championship (hrálo se v Antalyi) pro mistrovství Evropy žen, European Chess Championship (hrálo se na Rhodu), Grand Swiss (hrál se na ostrově Man), výsledky mládežnických mistrovství z Bratislavy lze nalézt na společné stránce pod European Youth Chess Championship a výsledky všech čtyř turnajů Czech Open z Pardubic opět na jediné společné stránce.

Při výběru turnajů vysvětleme zvláštnost, která je opět šachovou specialitou. Mistrovství Evropy mužů fakticky neexistuje. Nacházíme jej pouze jako společné mistrovství Evropy, jehož se můžou účastnit muži i ženy. Například v analyzovaném turnaji mistrovství Evropy 2019 ve Skopji hrálo 8 % žen. Naopak mistrovství Evropy žen je turnajem výhradně ženským. Analogické zjištění platí u mládežnických šampionátů. Také platí, že mladší hráči mohou hrát ve starších kategoriích.

Pokud jde o Czech Open, turnaj A je otevřený všem hráčům, turnaj B těm, kteří mají elo mezi 1700 a 2300, turnaj C těm, kteří mají elo menší než 2100 a turnaj D těm, kteří mají elo nižší než 1700, přičemž cenová politika je taková, že hráči, kteří by mohli hrát ve slabším turnaji, ale chtějí hrát v silnějším, platí vyšší startovné. Horní hranice je striktní. Jde o typický veřejný turnaj s velkou hráčskou účastí (hraje se v hokejové hale v Pardubicích) a bohatým mezinárodním zastoupením.

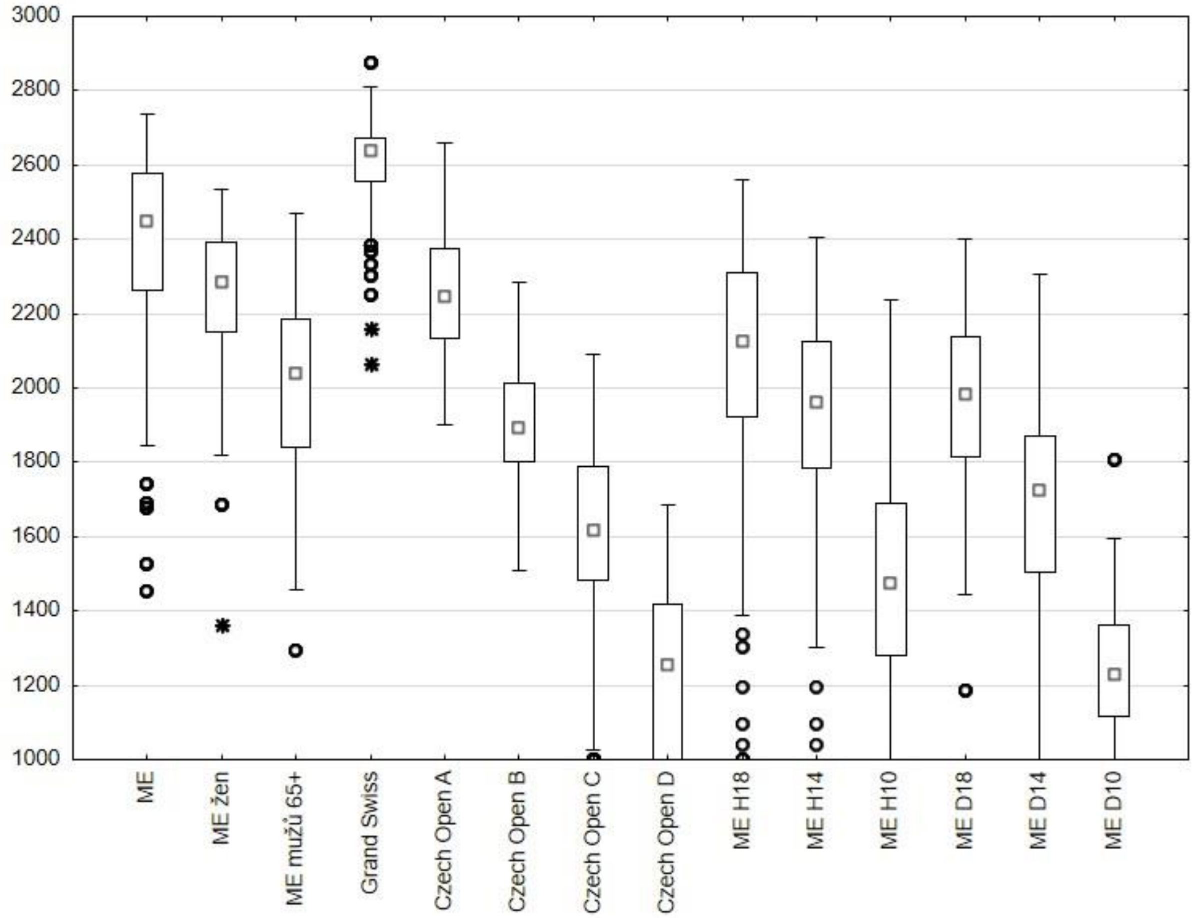
Turnaj Grand Swiss je nový typ turnaje vytvořený FIDE, 160 převážně špičkových hráčů hrálo o jedno postupové místo do turnaje kandidátů. Jde patrně o jeden z nejsilnějších turnajů hraných švýcarským systémem všech dob. Co je ještě vhodné zmínit, to jsou dva parametry turnajů, kterými se turnaje mohou lišit. Prvním z nich je hrací tempo. Turnaje Czech Open a všechna mistrovství Evropy se hrála tempem upřednostňovaným FIDE, a sice pro každého hráče 90 minut na partii s přidáním 30 minut po 40. tahu a 30 vteřin po provedení každého jednoho tahu, zatímco na turnaji Grand Swiss bylo každému hráči vyhrazeno 100 minut na partii s přidáním 50 minut po 40. tahu, 15 minut po 60. tahu a 30 vteřin po provedení každého jednoho tahu.

Je legitimní se ptát, jestli má hrací tempo vliv na výkon hráče. Důvodně se počítají oddělené ratingy pro partie tzv. bleskové, rapid a vážné, přičemž výsledky ve vážném šachu se berou jako zdaleka nejvýznamnější. Pro další ale budeme předpokládat, že výše uvedené rozdíly v hracím tempu nehrají roli, protože obě spadají do kategorie vážného šachu.

Druhým parametrem je aplikace kontroverzního tzv. sofijského pravidla. To zapovídá hráčům dohodnout se na remíze před nějakým určeným tahem (zpravidla 30.). Jeho smyslem je zabránit divácky neatraktivním krátkým remízám. I zde ale pro další budeme předpokládat, že sofijské pravidlo nemá vliv na výkon hráče. Týká se to opět jen turnaje Grand Swiss, kde bylo zakázáno nabízet remízu před 30. tahem. V ostatních turnajích byly nabídky remíz povoleny počínaje prvním tahem.

V testech budeme pracovat s FIDE ely hráčů, vyfiltrovali jsme pouze ty partie, [MS5]které skončily regulérně, tedy ne kontumací způsobenou například pozdním příchodem k partii či vůbec nenastoupením nebo zazvoněním mobilu jednoho z hráčů.

Graf 2: Krabicový diagram vystihující, s jakým elem hráli hráči analyzované turnaje. Sestrojeno klasicky [21 s. 24], hvězdičky značí extrémní hodnoty.



3.2 Principy v textu použitých statistických metod

Pro jednotné vnímání dále prováděných testů nyní stanovíme, co si budeme představovat pod jednotlivými testy. Zopakujeme i některé související pojmy principy, ale opět předpokládáme kvůli plynulosti textu jistou znalost matematické statistiky.

Princip testování statistických hypotéz: Mějme náhodný výběr $X = X_1,\ X_2, \dots, X_n$. z rozdělení, jehož parametry neznáme. Na základě znalosti situace stanovíme tzv. nulovou hypotézu o parametru tohoto rozdělení H_0. Alternativní hypotézou H_1 potom budeme rozumět, že pro parametr platí doplněk hypotézy H_0 do parametrického prostoru.

Poté zvolíme vhodný test, který má svůj kritický obor. Pokud náhodný výběr X náleží do takového kritického oboru, pak zamítneme hypotézu H_0 a platí tedy H_1. Naopak pokud X do takového kritického oboru nenáleží, pak hypotézu H_0 nezamítneme. Při takovém rozhodnutí musí nastat jeden ze čtyř případů.

Jestliže H_0 ve skutečnosti platí a test ji nezamítá, potom je naše rozhodnutí správné.

Pokud H_0 ve skutečnosti neplatí a test ji zamítá, naše rozhodnutí je opět správné.

Když H_0 ve skutečnosti platí, ale test ji zamítá, nastává chyba 1. druhu.

V případě, že H_0 ve skutečnosti neplatí a test ji nezamítá, nastává chyba 2. druhu. Tu neumíme stanovit. V praxi proto formulujeme hypotézu H_0 tak, že se chceme ujistit, že neplatí. Protože potom se mýlíme s chybou 1. druhu, kterou umíme stanovit.

Při zadávání testu si můžeme stanovit hladinu testu α, která ovlivní podobu kritického oboru. Potom chyba 1. druhu nastane nejvýše s pravděpodobností α [2 s. 79].

Interpretace p-hodnoty: Hladina testu α se volí podle situace. Pro běžné účely se stanoví $\alpha = 0{,}05$, pokud si chceme být rozhodnutím více jistí, můžeme volit $\alpha = 0{,}01$ případně ještě méně. Díky statistickému softwaru můžeme ale poměrně snadno určit tzv. p-hodnotu. To je nejnižší hladina testu, při které už zamítneme H_0 [22].

Je přitom ale vhodné si i tak vhodně stanovit hladinu testu, aby se p-hodnoty daly lépe klasifikovat. V tomto textu pro přehlednost budeme říkat, že jestliže p-hodnota bude vyšší než 0,05, tak hypotézu H_0 nezamítáme, bude-li mezi 0,01 a 0,05, hypotézu H_0 zamítáme, a pokud bude menší než 0,01 pak hypotézu H_0 s jistotou zamítáme. Mějme přitom na paměti, že tuto klasifikaci jsme si sami stanovili pro potřeby textu.

Intervaly spolehlivosti: V textu nebudeme používat pouze testování statistických hypotéz, ale i metodu intervalového odhadu střední hodnoty. Interval o spolehlivosti $(1-\alpha)$ interpretujeme následovně. Pokud bychom náš pokus prováděli opakovaně, tedy náhodně vybírali ze základního souboru stejně veliké výběry a z nich sestrojovali interval spolehlivosti, potom $100(1-\alpha)$ % takto sestrojených intervalů bude obsahovat skutečnou střední hodnotu.

Test o střední hodnotě v normálním rozdělení se známým rozptylem (z-test): Nechť $X = X_1, X_2, \dots, X_n$ je náhodný výběr z $N(\mu; \sigma^2)$, kde σ^2 je známý parametr. Stanovíme hodnotu μ_0 a hypotézu $H_0\colon \mu = \mu_0$ proti alternativě $H_1\colon \mu \neq \mu_0$ testujeme tak, že vypočítáme testovou statistiku [2 s. 81–82]:

$$U := \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \tag{12}$$

Kde přitom:

$$\bar{X} := \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \tag{13}$$

S použitím vzorce (3), hypotézu H_0 zamítneme, když:

$$|U| \geq u\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{14}$$

Má smysl zavést i jednostranné alternativy. Pokud chceme testovat hypotézu $H_0: \mu \leq \mu_0$ oproti alternativě $H_1: \mu > \mu_0$, vypočítáme stejnou veličinu U ze vzorce (12), ale hypotézu H_0 tentokrát zamítneme, jestliže

$$U \geq u(\alpha)\,. \tag{15}$$

A pokud chceme testovat hypotézu $H_0: \mu \geq \mu_0$ oproti alternativě $H_1: \mu < \mu_0$, pak zase spočítáme veličinu U a hypotézu H_0 zamítneme, když

$$U \leq -u(\alpha)\,. \tag{16}$$

Obecně z-test používáme, pokud se domníváme, že náš náhodný výběr pochází z normálního rozdělení. V jiných případech můžeme použít neparametrický test založený na pořadí:

Jednovýběrový Wilcoxonův test: Nechť $X = X_1, X_2, \dots, X_n$ je náhodný výběr ze spojitého rozdělení, které je symetrické kolem svého mediánu, který značíme $\tilde{x}$. Potom můžeme testovat hypotézu $H_0: \tilde{x} = x_0$ proti alternativě $H_0: \tilde{x} \neq x_0$ [2 s. 86–88].

Položíme $Y_i = X_i - x_0$ a veličiny Y_i seřadíme do neklesající posloupnosti podle jejich absolutní hodnoty

$$|Y|_{(1)} \leq |Y|_{(2)} \leq \cdots \leq |Y|_{(n)} \tag{17}$$

a označíme R_i^+ pořadí veličiny $|Y_i|$. Dále označíme:

$$S^+ = \sum_{Y_i \geq 0} R_i^+ \tag{18}$$

Protože S^+ má asymptoticky normální rozdělení, můžeme použít z-test, pro který spočítáme ES^+ a $var\,S^+$ následujícím způsobem:

$$ES^+ = \frac{1}{4} n(n+1) \tag{19}$$

$$var\,S^+ = \frac{1}{24} n(n+1)(2n+1) \tag{20}$$

Nakonec spočítáme testovou statistiku U takto:

$$U = \frac{S^+ - ES^+}{\sqrt{var\, S^+}} \tag{21}$$

Veličina U má [MS6]asymptoticky normované normální rozdělení, proto hypotézu H_0 zamítáme nebo nezamítáme podle pravidel uvedených v z-testu, stejně budeme konstruovat i případné jednostranné testy.

Binomické rozdělení: Skutečnost, že náhodná veličina X má binomické rozdělení o parametrech n a p značíme $X \sim Bi(n; p)$. Jestliže jev A má pravděpodobnost p, jev B má pravděpodobnost $1 - p$ a učiníme n nezávislých pokusů, potom počet nastání jevu A je náhodná veličina, která má binomické rozdělení o předpisu:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \tag{22}$$

Interval spolehlivosti binomického rozdělení: Mějme náhodnou veličinu $Y \sim Bi(n; p)$. $(1 - \alpha)\%$ interval spolehlivosti pro střední hodnotu binomického rozdělení vypočítáme za pomoci odhadu parametru p parametrem $\hat{p}$ následovně [22]:

$$\left(\hat{p} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) \tag{23}$$

Testy o parametrech binomického rozdělení: Mějme náhodnou veličinu $Y \sim Bi(n; p)$. Testujeme $H_0: p = p_0$, oproti alternativě $H_1: p \neq p_0$, kde p_0 je daná hodnota od 0 do 1. Při větších hodnotách n zakládáme test na testové statistice [2 s. 90–92]

$$U = \frac{Y - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \tag{24}$$

která má asymptoticky normované normální rozdělení. Proto s veličinou U pracujeme jako v případě z-testu a to včetně jednostranných variant testu. Asymptotická varianta testu je vhodná pro větší hodnoty n, pro srovnání ji ale použijeme i pro menší n.

Mějme m náhodných veličin $Y_i \sim Bi(n_i;\ p_i)$ a m daných parametrů p_{0_i}. Můžeme testovat hypotézu $H_0: p_{0_i} = p_i$ pro všechna $i \leq m$, oproti alternativě, že všechny náhodné veličiny Y_i se obecně neřídí parametry p_{0_i}. Protože platí:

$$\sum_{i=1}^{m} U_i^2 \sim \chi_m^2 \tag{25}$$

tak hypotézu H_0 zamítáme na hladině α jestliže

$$\sum_{i=1}^{m} U_i^2 > \chi_m^2(1-\alpha) \tag{26}$$

přičemž kvantily rozdělení χ^2 jsou tabelované.

Test homogenity dvou binomických rozdělení: Nechť $X \sim Bi(m;\ p_1),\ Y \sim Bi(n;\ p_2)$ a nechť veličiny X a Y jsou nezávislé. Testujeme hypotézu homogenity $H_0: p_1 = p_2$, oproti alternativní hypotéze $H_1: p_1 \neq p_2$ [2 s. 107–108].

Označíme

$$x = \frac{X}{m} \tag{27}$$

$$y = \frac{Y}{n} \tag{28}$$

a

$$z = \frac{X+Y}{m+n} \tag{29}$$

Testovou statistiku vypočítáme

$$U = \frac{x-y}{\sqrt{z(1-z)\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}} \tag{30}$$

Veličina U má asymptoticky normované normální rozdělení, zamítnutí nebo nezamítnutí hypotézy se tak řídí pravidly z-testu.

Pro rozdíl $p_1 - p_2$ můžeme zkonstruovat $(1-\alpha)\cdot 100\%$[MS7] interval spolehlivosti ve tvaru:

$$\left(x-y-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{x(1-x)}{m}+\frac{y(1-y)}{n}};\, x-y+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{x(1-x)}{m}+\frac{y(1-y)}{n}};\right) \tag{31}$$

Test homogenity binomických rozdělení: Nechť $X_1 \sim Bi(n_1;\ p_1), \dots, X_k \sim Bi(n_k;\ p_k)$ a nechť veličiny $X_1, \dots, X_k$ jsou nezávislé. Testujeme hypotézu homogenity $H_0: p_1 = \cdots = p_k = \hat{p}$, oproti alternativní hypotéze H_1, která říká, že alespoň jedna taková rovnost neplatí.

Označíme

$$x_i = \frac{X_i}{n_i} \tag{32}$$

a

$$N = n_1 + \cdots + n_k \, . \tag{33}$$

Odhadem parametru p je veličina:

$$\hat{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \tag{34}$$

Potom vypočítáme veličinu $\tilde{Q}$, která má asymptoticky rozdělení χ^2_{k-1}:

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\hat{p}(1-\hat{p})} \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \hat{p})^2 \tag{35}$$

což je ekvivalentní s

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\hat{p}(1-\hat{p})} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - N \frac{\hat{p}}{1-\hat{p}} \tag{36}$$

H_0 zamítneme na hladině α, jestliže

$$\tilde{Q} > \chi^2_{k-1}(1-\alpha) \tag{37}$$

3.3 Poznámka k trinomickému rozdělení

V dalším textu budeme využívat výhradně výše uvedenou teorii. Je ovšem nezbytné vysvětlit, proč budeme v souvislosti s elo systémem pracovat s binomickým rozdělením.

Často se budeme zaobírat otázkou, jestli různé skupiny hráčů uhrávají tolik bodů, kolik se od nich čeká. Zisk bílého (z jehož pohledu budeme vše řešit) v partii ovšem není binomicky rozdělenou náhodnou veličinou, ale trinomicky rozdělenou náhodnou veličinou (označíme ji X), která se v případě i-té partie řídí tímto rozdělením pravděpodobnosti:

$$X \sim \begin{cases} P(X_i = 1) = v \\ P(X_i = 0{,}5) = r \\ P(X_i = 0) = 1 - v - r \end{cases} \tag{38}$$

kde přitom v je pravděpodobnost určující výhru bílého v partii, $r < 1$ pravděpodobnost určující remízu a $1 - v - r$ pravděpodobnost určující prohru bílého v partii.

Z výše nastíněného rozdělení pravděpodobnosti vyplývá, že $EX_i = v + 0{,}5r$ a $var\, X_i = v(1 - v - r) + 0{,}25r(1 - r)$.

Pokud bychom chtěli testovat $H_0: v + 0{,}5r = v_0 + 0{,}5r_0$, měli bychom využít toho, že veličina U_X

$$U_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n(v_0 + 0{,}5r_0)}{\sqrt{n(v_0(1 - v_0 - r_0) + 0{,}25r_0(1 - r_0))}} \tag{39}$$

má asymptoticky normální rozdělení.

Označme $p_0 = v_0 + 0{,}5r_0$. Potom můžeme veličinu U_x přepsat do tvaru

$$U_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0) - 0{,}25nr_0}} \tag{40}$$

A pro test využít statistiku vypočítanou za podmínky, že r je rovna $\hat{r}$, kde $\hat{r}$ je odhad (pro danou sérii partií) pravděpodobnosti remízy:

$$U_X^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0) - 0{,}25n\hat{r}}} \tag{41}$$

Nevýhodou této testové statistiky je, že může vyjít záporný výraz odmocninou a to tehdy, když odhad $\hat{r}$ bude příliš vysoký. Stane se to ale zejména v případech malého počtu partií, kdy tak jak tak není použití asymptotického testu úplně korektní.

V konkrétních úlohách v dalším textu nás často bude zajímat, jak vysoké je právě $p = v + 0{,}5r$. Můžeme se na p dívat jako na parametr binomického rozdělení určující zisk bílého? Věcně to je nesprávné, protože takové pojetí neodpovídá situaci v jednotlivých partiích.

Označíme Y jako binomicky rozdělenou náhodnou veličinu určenou následujícím rozdělením pravděpodobnosti

$$Y \sim \begin{cases} P(Y_i = 1) = p \\ P(Y_i = 0) = 1 - p \end{cases} \tag{42}$$

Z toho vyplývá $EY_i = np$ a $var\ Y_i = p(1-p)$.

Pro test $H_0: p = p_0$ použijeme $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ a veličinu

$$U_Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \tag{43}$$

o které předpokládáme, že má asymptoticky normální rozdělení.

Porovnejme veličiny U_X a U_Y. Liší se pouze členem $-0{,}25nr_0$ u veličiny U_X. Z toho vyplývá, že pro $r > 0$ je $|U_X| > |U_Y|$[MS8]. To znamená, že testy o parametru binomického rozdělení konstruované pomocí veličiny U_Y jsou slabší, zejména pro turnaje s vysokou remízovostí. Častěji v nich může vzniknout chyba II. druhu, tedy že test nějakou hypotézu nezamítne, ačkoli ta ve skutečnosti neplatí. Naopak chyba I. druhu se zmenší, tedy test méně často zamítne hypotézu, která ve skutečnosti platí. V tom smyslu jsou takto pojaté testy konzervativnější.

V této práci budeme pro jednoduchost pracovat s tím, že chápání zisku bílého za binomicky rozdělenou náhodnou veličinu je korektní. A to i při vědomí, že takový postup není věcně úplně správný a že z dat nezískáme všechny dostupné informace. Toto zjednodušení se týká testů 2, 3, 5 a 8 až 11. Na základě některých vlastních přepočítání konstatujeme, že méně přesná konstrukce testů nemění závěry významným způsobem.

3.4 Test, kterým Elo testoval svůj systém v roce 1965

Ve své knížce Elo uvádí test, kterým ověřoval na příkladu každoročního turnaje North Central and Western Open v Milwaukee za roky 1961-64, zda očekávané hodnoty jeho systému odpovídají skutečným výsledkům [1 s. 161–162].

Tabulka 4: Elův test z roku 1965

rozdíl el z pohledu slabšího hráče	počet her	f0	fe	fe - f0	(fe-f0)^2/fe
0-50	327	144,5	151,7	7,2	0,34
51-100	509	193	200,5	7,5	0,28
101-150	862	290,5	281,9	-8,6	0,26
151-200	1064	314,5	284,1	-30,4	3,25
201-250	775	168	166,6	-1,4	0,01
251-300	481	69	81,8	12,8	2
301-350	462	62	61,4	-0,6	0,01
351-400	176	17,5	18,3	0,8	0,04
401-500	139	19	9,7	0,7	0,05
celkem	4795				6,24

Elo v tomto testu rozřadil partie podle jejich příslušnosti do určitých intervalů, spočítal, kolik bodů by měli uhrát slabší hráči (f_e) a pomocí testu dobré shody to porovnal s jejich reálnými výsledky v daném turnaji (f_o). Vyšla mu testová statistika 6,24, jíž porovnal s kritickými hodnotami testové statistiky s osmi stupni volnosti pro $\alpha = 0{,}05$ a $\alpha = 0{,}01$ (tj. 15,50 a 20,09[MS9]) a vzhledem k tomu, že testová statistika je menší, učinil závěr, že test potvrdil hypotézu o tom, že napozorované výsledky odpovídají funkci očekávaných výsledků.

Konkrétní konstrukci testu ponecháme stranou, protože z Elovy knihy není vůbec zřejmé, jak Elo test sestavil, jak dospěl k hodnotám f_e, a jestli je tento test v takové podobě korektní použít. V dalším odstavci zavedeme značení, s jehož pomocí sestavíme testy podobného ražení. Test jsme uvedli z ilustrativních důvodů v tom smyslu, že sám Elo ve svých testech shrnoval výsledky partií podle elového rozdílu do takto širokých intervalů.

3.5 Značení pro vlastní testy

Nejprve zavedeme některá vlastní označení pro pohodlnější manipulaci s daty.

Označíme jako I_1 interval $(-\infty; -412]$, I_2 interval [–411;–392] … interval I_{51} [–3;0], interval I_{52} $(0; 3]$ … interval I_{101} $[392; 411]$, interval I_{102} $[412; \infty)$. Intervaly jsou sestavené tak, aby odpovídaly řádkům v tabulce 2. Jestliže tedy existují různé partie, v nichž rozdíl mezi hráči D spadá do jediného intervalu I_i pro $i = 1, 2, 3, \dots, 102$, $W_e(D)$ je díky zaokrouhlení na dvě desetinná místa vždy stejný. Například $W_e(5)$ se v duchu tabulky 2 rovná $W_e(7)$. Obě partie spadají do intervalu I_{53}.

Pokud máme soubor partií, z nichž všechny spadají podle D do I_i, můžeme tento soubor s výhodou v dalším zápise nazvat taky I_i. Očekávaný zisk bílých ze souboru partií I_i, který má rozsah $|I_i|$, budeme značit $W_e(I_i)$ a vypočítáme takto:

$$W_e(I_i) = |I_i| \cdot W_e(D \in I_i) \tag{44}$$

Jestliže tedy máme dvě partie, kde byl $D = 12$, a jednu partii, kde byl $D = 13$, potom tyto tři partie označíme jako soubor partií I_{54}, $|I_{54}| = 3$ a $W_e(I_{54}) = 3 \cdot 0{,}52 = 1{,}56$. Protože 0,52 je podle tabulky 2 očekávaný zisk v jakékoli partii, která rozdílem el soupeřů spadá do intervalu I_{54}.

Dále sestrojíme širší umělé intervaly I_j^* pro $j = 1, 2, \dots, 18$. I_1^* znamená interval $(-\infty; -412]$, I_2^* $[-411; -358]$, I_3^* $[-357; -303]$, I_4^* $[-302; -257]$, I_5^* $[-256; -207]$, I_6^* $[-206; -154]$, I_7^* $[-153; -107]$, I_8^* $[-106; -54]$, I_9^* $[-53; 0]$ a dále podobně v kladných číslech I_{10}^* $(0; 53]$, I_{11}^* [54;106], I_{12}^* $[107; 153]$, I_{13}^* $[154; 206]$, I_{14}^* [207;256], I_{15}^* $[257; 302]$, I_{16}^* $[303; 357]$, I_{17}^* [358;411], I_{18}^* $[412; \infty)$.

Intervaly jsou pro administrativní jednoduchost sestrojeny tak, aby jejich šíře byla podobně jako v Elově testu přibližně 50, a aby příslušnost partie podle D do i-tého intervalu I_i jednoznačně určovala i příslušnost do j-tého intervalu I_j^*, například $I_{10}^* = I_{52} \cup I_{53} \cup \dots \cup I_{59}$. (Přesněji platí to v oboru celých čísel, což je problematika, která nás zajímá.)

Pokud máme soubor partií, jež patří všechny do j-tého intervalu I_j^*, můžeme tento soubor dále opět nazývat I_j^*. Z tohoto souboru partií spadá do i-tého intervalu I_i právě $|I_i|$ partií, proto $W_e(I_j^*)$ vypočítáme s využitím vzorce (44) pro $j = 1, 2, 3, \dots, 18$ následovně:

$$W_e\left(I_j^*\right) := \sum_{i:\, I_i \in I_j^*} \left(|I_i| \cdot W_e(I_i)\right) \tag{45}$$

Například, jestliže máme jednu partii, v níž je $D = 26$, jednu partii, v níž je $D = 44$ a jednu partii, v níž je $D = 45$, pak tento soubor tří partií označíme I_{10}^*, protože všechny spadají do tohoto intervalu. Současně první partie spadá do intervalu I_{56} a zbylé dvě do intervalu I_{58}. $W_e(I_{10}^*)$ vypočítáme jako $|\mathrm{I}_{56}| \cdot \mathrm{W_e}(\mathrm{I}_{56}) + |\mathrm{I}_{58}| \cdot \mathrm{W_e}(\mathrm{I}_{58}) = 1 \cdot 0{,}54 + 2 \cdot 0{,}56 = 1{,}66$.

Zdůrazněme tento na pohled krkolomný způsob výpočtu $W_e\left(I_j^*\right)$. Oproti němu případná konstrukce například přes střed takových intervalů by byla významnou myšlenkovou chybou, protože jak víme z grafu 3, my nemáme k dispozici pro různá D ani přibližně stejné počty partií.

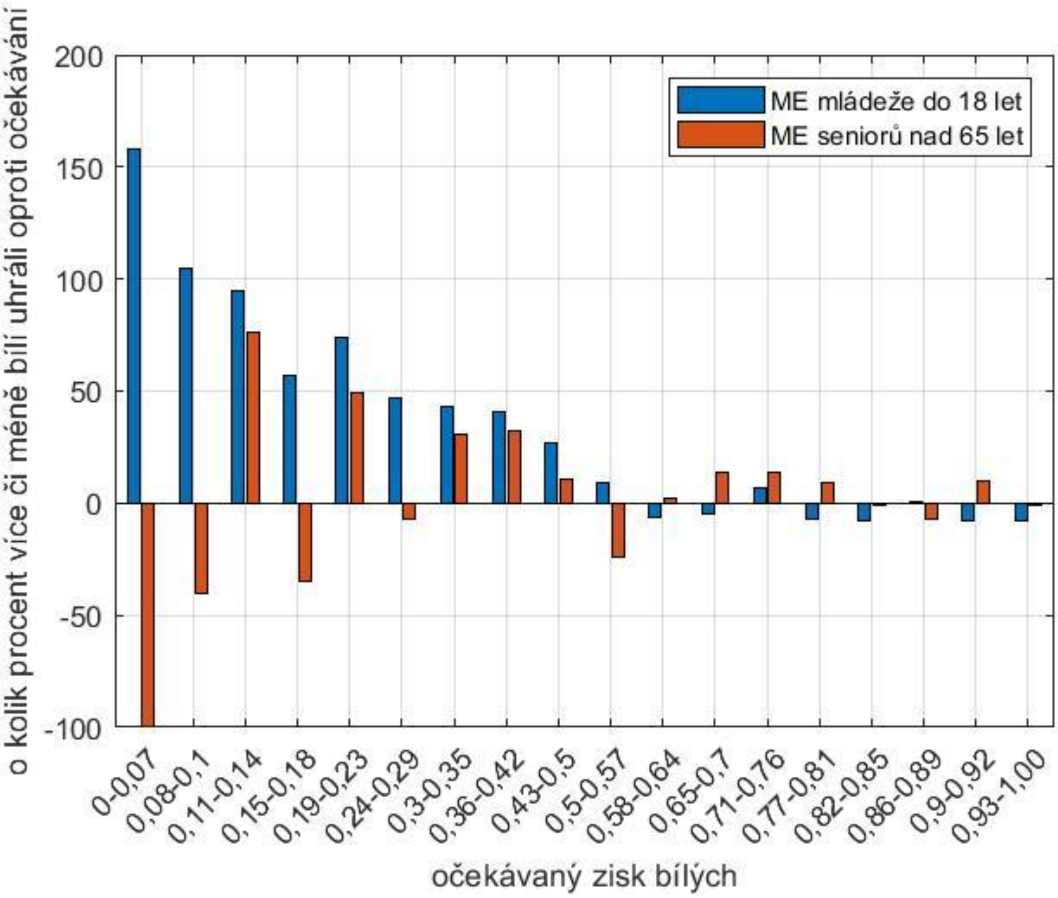
Máme-li soubory partií I_i a I_j^*, pak součet bodů, který bílí uhráli v těchto partiích, budeme značit $W(I_i)$ a $W(I_j^*)$, což necháváme bez příkladu.

3.6 Jak odpovídají očekávané hodnoty skutečným

Úvodem vlastního testování zdůrazněme jednu věc. Elo ve svém testu pracoval se sloučením hráčů s bílými i černými figurami a díval se na problematiku výhradně z pohledu slabších hráčů. My jsme naše značení a následně testy pojali z pohledu hráčů s bílými figurami.

Nejdříve věnujme pozornost následujícímu grafu. Ukazuje pro všech 18 intervalů I_j^* (na vyhodnocení výsledků podle i-tých intervalů, tj. řádků tabulky 2 nemáme pro většinu účelů dost dat), o kolik procent více nebo méně oproti očekávání uhráli hráči v turnajích mistrovství Evropy seniorů nad 65 let a mistrovství Evropy mládeže do 18 let.

Graf 4: O kolik procent více nebo méně oproti očekávání uhráli hráči v turnajích mistrovství Evropy seniorů nad 65 let a mistrovství Evropy mládeže do 18 let v jednotlivých intervalech I_j^*. Ty pro přehlednost ilustrujeme odpovídajícími očekávanými zisky bílých.



V dalších testech nám půjde o to zjistit, jak odpovídají reálně nahrané výsledky očekávaným. Z grafu nabýváme dojem, že zejména v případech, kdy byli bílí slabší (tj. jejich očekávaný zisk byl méně než 0,5), existují významné odlišnosti.

Nyní pro každý j-tý interval porovnáme pomocí testu o parametru binomického rozdělení, zda počet uhraných bodů bílých $W(I_j^*)$ může být binomicky rozdělenou náhodnou veličinou určenou počtem pozorování $|I_j^*|$ a pravděpodobností $\hat{p}_j$, kterou vypočítáme zprůměrováním celkového očekávaného zisku bílých v partiích spadajících do j-tého intervalu na jednu partii:

$$\hat{p}_j = \frac{W_e(I_j^*)}{|I_j^*|}$$

Tím dostaneme pro každý turnaj osmnáct testových statistik, které mají tvar:

$$U_j = \frac{W(I_j^*) - W_e(I_j^*)}{\sqrt{|I_j^*|\hat{p}_j(1-\hat{p}_j)}}$$

Test 2: Máme náhodnou veličinu $W(I_j^*) \sim Bi(|I_j^*|; p_j)$. Testujeme v každém turnaji pro každý interval $j = 1, 2, \dots, 18$ hypotézu

$$H_0: p_j = \frac{W_e(I_j^*)}{|I_j^*|}$$

oproti alternativní hypotéze:

$$H_1: p_j \neq \frac{W_e(I_j^*)}{|I_j^*|}$$

Hypotézu H_0 zamítneme na hladině α, jestliže:

$$|U_j| = \left| \frac{W(I_j^*) - W_e(I_j^*)}{\sqrt{|I_j^*| \hat{p}_j (1 - \hat{p}_j)}} \right| > u\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Testové statistiky všech turnajů uvádíme v příloze A, všech 252 testových statistik pro srovnání v jediné tabulce uvádíme v příloze B. Zde konstatujeme, že 167 testových statistik vyšlo v rozmezí $(-1{,}96; 1{,}96)$, a proto jsme na hladině $\alpha = 0{,}05$ nezamítli hypotézu o tom, že se uhrané výsledky řídí pravděpodobností vypočtenou pro každý interval.

Z těch testových statistik, které vedly k zamítnutí nulové hypotézy, připadly přibližně tři čtvrtiny na nad očekávání úspěšné počínání bílých, tedy když testová statistika vyšla větší než 1,96 a jen přibližně čtvrtina nad očekávání úspěšné počínání černých, tedy když testová statistika vyšla menší než –1,96.

Dodejme, že tyto případy se vyskytovaly téměř výlučně v situacích, kdy byli hráči dané barvy slabší. Tedy bílí uhrávali výsledky nad očekávání dobré tehdy, když byli v partii slabší. A černí rovněž. Tomuto pozorování se příčí pouze dvě výjimky, jež neumíme vysvětlit. Jsou to nad očekávání dobré výsledky bílých na společném mistrovství Evropy a v turnaji Czech Open D, oba v intervalu I_{12}^*.

Obecně rozborem dat a výsledku testů přicházíme na myšlenku, že máme co dočinění s dvěma efekty. Zaprvé slabší hráči uhrávají výsledky nad očekávání častěji než silnější. Zadruhé bílí uhrávají výsledky nad očekávání častěji než černí. Tyto dva efekty se v jistém slova smyslu vyruší v situacích, kdy jsou bílí v partii silnější, ale vedou k velmi častému zamítání hypotéz v situacích, kdy jsou bílí v partii slabší. K této myšlence se ještě vrátíme v testu 4, významu výhody bílých figur pak věnujeme celou kapitolu. Nyní text ilustrujeme ukázkou, jak testy vycházely pro mistrovství Evropy žen.

Tabulka 5: Výsledky a testové statistiky testu 2 na mistrovství Evropy žen. Červeně jsou zvýrazněné testové statistiky vyšší než 1,96, zeleně menší než –1,96.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	9	0,19	2	4,197
0,08–0,1	10	0,94	4	3,316
0,11–0,14	17	2,09	3,5	1,041
0,15–0,18	17	2,8	3,5	0,458
0,19–0,23	48	10,21	15,5	1,866
0,24–0,29	60	15,83	25	2,686
0,3–0,35	91	29,52	41	2,571
0,36–0,42	63	24,05	28	1,024
0,43–0,5	27	12,12	15	1,114
0,5–0,57	27	14,62	17	0,919
0,58–0,64	67	41,18	43,5	0,582
0,65–0,7	95	64,36	61,5	–0,628
0,71–0,76	68	50,09	48,5	–0,438
0,77–0,81	51	40,13	41,5	0,468
0,82–0,85	16	13,26	12	–0,836
0,86–0,89	21	18,22	17	–0,786
0,9–0,92	8	7,22	7	–0,262
0,93–1	13	12,64	10,5	–3,617

Vidíme, že hráčky v tomto turnaji, pokud vedly bílé figury a byly slabší, uhrály vždy větší počet bodů, než se od nich čekalo, ve čtyřech případech signifikantně víc. Naopak pokud byly silnější, uhrály navzdory svým bílým figurám ve většině případů méně bodů, než se od nich čekalo, ale jen v jednom případě signifikantně méně. To je do značné míry typický jev napříč turnaji.

Vyskytovaly se ale i velice výjimečné výsledky u některých turnajů. U turnaje Czech Open C nás může zaujmout, jak moc překročili slabší hráči svá očekávání. Můžeme se domnívat, že tento turnaj víc než ostatní přeje hráčům, kteří prochází nějakým výkonnostním vývojem a tím pádem podávají překvapivé výsledky.

Další z příčin je poměrně prozaická. V tomto amatérském turnaji hrálo 65 % cizinců. A je potřeba říct, že ne všechny národní svazy posílají například kvůli manipulačnímu poplatku všechny partie všech svých členů (zejména ne amatérských) na započet FIDE ela [19]. Může se potom stát, že ela zahraničních hráčů jsou zastaralá, v případě zlepšujících se hráčů pak významně nižší, než jak by odpovídalo realitě. Aby se předešlo tomuto jevu, který dost možná ovlivnil výsledky zejména tohoto turnaje, doporučujeme důsledné lpění na započtu všech partií a co nejčastější aktualizaci ela.

Poznamenáme ještě jednu věc k testu 2. Překvapivé napříč turnaji byly zejména výsledky partií, kde se utkávaly dvojice hráčů, mezi nimiž byl elový rozdíl více než 411 elo bodů (intervaly I_1^* a I_{18}^*).

Všimli jsme si, že slabší hráči uhráli ve většině turnajů podstatně více bodů, než kolik bych se od nich očekávalo. Pokusíme se o možné vysvětlení.

Pokud se spolu utkají hráči s tak velkým elovým rozdílem, je to samo o sobě neobvyklé, protože švýcarský systém k sobě řadí hráče, kterým se daří v turnaji podobně (i když ne úplně stejně (viz [20]). Taková neobvyklost může být způsobená tím, že slabšímu hráči se nečekaně hodně daří, zatímco silnějšímu naopak. Otázka zní, jestli můžeme takové dvojice pokládat za náhodný výběr z obecných dvojic hráčů se stejným rozdílem el. Mohlo by se totiž ukázat, že u opravdu náhodně vybraných dvojic s takovým rozdílem, by k tak překvapivým výsledkům docházelo méně.

V dalším testu využijeme testové statistiky z testu 2 a podíváme se na to, jak si stojí turnaje jako celek.

Test 3: Testujeme pro každý turnaj hypotézu H_0, že binomická rozdělení $Bi\left(\left|I_j^*\right|; p_j\right)$ mají pro $j = 1, 2, 3, \dots, 18$ parametry $p_j = \hat{p}_j$ oproti alternativní hypotéze H_1, že $p_j = \hat{p}_j$ obecně neplatí. Podle věty někde zamítneme hypotézu H_0 na hladině α, jestliže:

$$\sum_{j=1}^{18} U_j^2 > \chi_{18}^2(\alpha)$$

Výsledky shrnujeme v příloze A společně s testy 2, protože testovou statistiku každého turnaje vlastně tvoří součet čtverců nad testovými statistikami jednotlivých intervalů I_j^* z testu 2.

U 12 ze 14 turnajů vyšla testová statistika velmi vysoká a i na hladině $\alpha = 0{,}01$ jsme je s jistotou zamítli. V případě mistrovství Evropy mládeže do 18 let vyšla p-hodnota 0,036 a u tohoto turnaje jsme hypotézu H_0 zamítli na hladině $\alpha = 0{,}05$. Pouze u mistrovství Evropy seniorů nad 65 let jsme nulovou hypotézu nezamítli, protože v tomto případě se elové předpoklady naplnily poměrně dobře.

Jak je ale možné, že Elův test vyšel tak dobře? Odpovědí může být, že Elo by jen těžko do své knihy o svém systému zařadil test, který by jeho systém zpochybňoval. Navíc znamená nutně signifikantní odlišnost očekávaných a nahraných výsledků zaznamenaná u většiny turnajů, že elo systém jako celek nefunguje?

Nemusí, protože přirozenou součástí šachové populace jsou hráči, kteří prochází nějakým výkonnostním růstem nebo naopak propadem. Ti v podstatě systematicky uhrávají více respektive méně bodů oproti očekávání. Proto nás nemusí překvapit, že jsme H_0 nezamítli pouze v případě mistrovství Evropy seniorů nad 65 let, kde lze očekávat od hráčů obecně poměrně stabilizovanou výkonnost.

V posledním testu této kapitoly se pokusíme ověřit domněnku, již nám naznačil rozbor dat a výsledky testu 2. Realizuje se výhoda bílých figur více u hráčů, kteří jsou ve svých partiích slabší než jejich soupeři? Jinými slovy uhrávají bílí výsledky více nad očekávání, když jsou v partii slabší, než když jsou silnější?

Test 4: Otestujeme hypotézu H_0, že je tomu naopak. Označíme

$$x_i = \frac{W(I_{103-i}) - W_e(I_{103-i})}{|I_{103-i}|} - \frac{W(I_i) - W_e(I_i)}{|I_i|}$$

a budeme pro $i = 1, 2, \dots, 51$ testovat pomocí Wilcoxonova testu hypotézu o mediánu výběru $x_1, x_2, \dots, x_{51}$.

$$H_0: \tilde{x} \geq 0$$

$$H_1: \tilde{x} < 0$$

Možná je vhodné dovysvětlit konstrukci testu. Výraz $W(I_i) - W_e(I_i)$ znamená, o kolik více nebo méně oproti očekávání bílí uhráli v případech, v nichž byli slabší (intervalů s indexem i je 102 a prvních 51 připadá na případy, kdy je bílý slabší). Výraz $W(I_{103-i}) - W_e(I_{103-i})$ znamená, o kolik více nebo méně oproti očekávání bílí uhráli v případech, v nichž byli silnější (intervaly s indexem od 52 do 102). Oba výrazy dělíme počtem takových partií, aby hodnoty byly porovnatelné. Například pro $i = 50$ porovnáváme průměrné výsledky případů, kdy byli bílí o 4–10 bodů slabší s případy, kdy byli bílí o 4–10 bodů silnější (I_{50} a I_{53}). A právě na rozdíly mezi průměrnými výsledky z obou intervalů aplikujeme Wilcoxonův test o mediánu.

Wilcoxonův test volíme i při vědomí možných oprávněných výtek. Z-test nepoužíváme, protože rozdíly nejsou normálně rozdělené. Nemůžeme si být jistí, že jsou obecně symetricky rozdělené kolem mediánu, ale lze to předpokládat. Test bohužel nereflektuje, že některé rozdíly jsou spočítané z více vzorků než jiné. Jsou dokonce dvojice intervalů, pro něž nemáme k dispozici žádná data.

Tabulka 6: Výsledky testu 4 pro jednotlivé turnaje. Číslo n značí, pro kolik rozdílů máme vůbec k dispozici vůbec data. Testovali jsme jednostrannou hypotézu, proto ji zamítáme na hladině $\alpha = 0{,}05$, když testová statistika vyjde méně než –1,64 a s jistotou zamítáme, když vyjde méně než –2,32.

turnaj	n	testová statistika	závěr
ME	47	–2,50797	s jistotou zamítáme H_0
ME žen	45	–2,48891	s jistotou zamítáme H_0
ME 65+	41	2,779568	nezamítáme H_0
Grand Swiss	38	–1,42847	nezamítáme H_0
Czech Open A	39	–2,16302	zamítáme H_0
Czech Open B	36	–4,17901	s jistotou zamítáme H_0
Czech Open C	46	–5,21687	s jistotou zamítáme H_0
Czech Open D	44	–3,6411	s jistotou zamítáme H_0
ME 18	42	–2,2069	zamítáme H_0
ME 14	45	–2,79367	s jistotou zamítáme H_0

turnaj	n	testová statistika	závěr
ME 10	41	−4,01061	s jistotou zamítáme H_0
ME D18	39	−1,89788	zamítáme H_0
ME D14	43	−1,99237	zamítáme H_0
ME D10	38	0,210283	nezamítáme H_0

Test ve většině případů nulovou hypotézu zamítá, což nás utvrzuje v domnění, že výhoda bílých figur se realizuje více v případech, když jsou bílí v partii slabší. Proti této myšlence se staví závěry z turnaje Grand Swiss (těsně), mistrovství Evropy dívek do 10 let a nejvíce mistrovství Evropy seniorů nad 65 let. Může to mít nějaký speciální důvod?

Asi je možné reálně uvažovat turnajovou strategii starších hráčů, kteří se snaží maximalizovat svůj zisk v případech, kdy jsou opravdu favority, tedy mají vyšší elo než soupeř a ještě bílé, zatímco v případech, kdy jsou slabší, mohou být například povolnější k remízám a to proto, aby ušetřili fyzické síly.

3.7 Význam výhody bílých figur

Už předchozí rozbor dat poukázal na to, že hráči dosahují jiných výsledků, když jsou bílí, obecné šachové povědomí hovoří o jasné výhodě bílých figur. Otestujeme proto tedy opačnou hypotézu, totiž že bílí uhrávají polovinu nebo méně bodů. Na věc se podíváme jednoduše z pohledu celkových výsledků celých turnajů, což je legitimní, protože součet očekávaných bodů bílých v jednotlivých intervalech je téměř přesně roven polovině počtu partií.

Test 5: V každém testovaném turnaji se odehraje n partií. Testujeme pro každý celý turnaj hypotézu H_0, že $p \leq 0{,}5$, tedy že parametr binomického rozdělení určující počet uhraných bodů bílými v jednotlivých turnajích Y je menší nebo roven 0,5, oproti hypotéze H_1, že $p > 0{,}5$. Vypočítáme proto pro každý turnaj testovou statistiku U takto:

$$U = \frac{Y - 0{,}5n}{\sqrt{0{,}5n(1 - 0{,}5)}}$$

Výsledky tohoto testu pro jednotlivé turnaje uvádíme rozepsané v příloze C. V 8 ze 14 případů jsme nulovou hypotézu na hladině $\alpha = 0{,}01$ s jistotou zamítli, což znamená, že bílí v turnajích těchto typů uhrávají signifikantně víc než polovinu bodů. I v ostatních bílí uhráli nadpoloviční počet bodů, ale vzhledem k rozsahu dat nejsme s to nulovou hypotézu bezpečně zamítnout. Nemusíme si tedy přestat myslet, že bílí uhrávají v turnajích těchto typů obecně nadpoloviční počet bodů, ale je dobré si uvědomit, že tento jev nemusí být u všech kategorií hráčů nutně tak významný, abychom jej byli schopní s relativně malým vzorkem dat statisticky potvrdit.

Pokusme se nyní výhodu bílých figur kvantifikovat. Sestrojíme intervaly spolehlivosti pro podíly bílými uhraných bodů a počtů partií a tyto podíly přepočteme na ratingovou výhodu.

Tabulka 7: Počty bodů uhrané bílými v jednotlivých turnajích, 95% intervaly spolehlivosti pro podíly těchto bodů z celku a přepočet na ratingovou výhodu.

turnaj	dolní mez IS (v %)	horní mez IS (v %)	dolní mez ratingové výhody (v elo bodech)	horní mez ratingové výhody (v elo bodech)
ME	54,0	58,5	28	61
ME žen	52,2	59,7	16	69
ME 65+	46,2	58,4	–27	60
Grand Swiss	53,5	60,6	25	76
Czech Open A	52,5	57,8	17	55
Czech Open B	51,7	58,1	12	58
Czech Open C	47,5	53,2	–18	23
Czech Open D	47,9	54,1	–15	29
ME 18	51,5	60,5	10	75
ME 14	49,9	57,3	–1	52
ME 10	52,0	59,7	14	69
ME D18	52,7	63,7	19	99
ME D14	46,9	56,3	–22	45
ME D10	46,9	57,0	–22	50

Poznamenejme, že podíl počtu uhraných bodů z počtu partií není totéž jako počet výher z počtu rezultativních partií, i když konstatujeme, že výsledky podobného testu vycházejí podobně případně ještě více ve prospěch bílých.

V této práci nepřinášíme nějaký obecně platný konkrétní odhad ekvivalentu ratingové výhody bílých figur. Představu máme díky tabulce 7 a možnost nějakého zpřesnění je mimo jiné vzhledem k rozsahu dat sporná. Pojďme si ale ukázat, co v praxi znamená, když řekneme, že bílý ve skutečnosti hraje například o 40 bodů silněji než jaké je jeho elo.

Příklad 7: Mějme hráče E a F se stejným elem $R_E = R_F = 2000$. Oba hrají se soupeři G, kterému přísluší elo $R_G = 2020$ a proti soupeři H, kterému přísluší elo $R_H = 1640$. Rozdíl je v tom, že hráč E hraje s G bílými a s H černými, zatímco F má se svými soupeři barvy obrácené. Jestliže elo systém nezohledňuje barvu obou hráčů, je očekávaný zisk obou hráčů stejný, tedy

$$W_e(2000 - 2020) + W_e(2000 - 1640) = 0{,}47 + 0{,}9 = 1{,}37$$

A teď spočítáme, jaká je situace obou hráčů, jestliže bílému vždy navýšíme elo o 40 bodů. Potom očekávaný zisk hráče E bude

$$W_e((2000 + 40) - 2020) + W_e(2000 - (1640 + 40)) = 0{,}53 + 0{,}87 = 1{,}4$$

Naproti tomu očekávaný zisk hráče F bude

$$W_e(2000 - (2020 + 40)) + W_e((2000 + 40) - 1640) = 0{,}42 + 0{,}92 = 1{,}34$$

Vidíme, že vhodná skladba barev k určitým soupeřům hráče E jasně zvýhodnila. Pokud to řekneme odlehčeně, hráč F vyplýtval bílé na soupeři, s nímž by byl jasným favoritem bez ohledu na barvu, a chyběly mu potom na vyrovnaném soupeři, se kterým se mohla barva ukázat naopak jako rozhodující faktor.

Příklad 8: Mějme hráče, který odehrál 4 partie černými proti hráčům s průměrným elem 2530 a 3 partie bílými proti hráčům s průměrným elem 2460. Jaký byl jeho výkon v turnaji, jestliže uhrál sedm remíz?

Řešení: Pokud nezohledníme skladbu barev, pak vypočítáme $R_c = 2500$ a vzhledem k $P = 0{,}5$ konstatujeme, že výkon hráče v turnaji byl $R_p = 2500$.

Bylo by logické chtít zohlednit barvu figur. Nabízí se následující postup. Soupeřům, kteří vedli bílé, zvýšíme jejich elo o 40 elo bodů a soupeřům, kteří vedli černé, jejich elo o 40 elo bodů snížíme. Výsledkem je $R_c \doteq 2506$ a vzhledem k $P = 0{,}5$ stanovíme $R_p = 2506$.

Hráči tedy v našem příkladu pomohlo zohlednění barev k vyššímu ohodnocení výkonu.

To přitom může mít praktický význam. Výkon hráče v turnaji se používá jako parametr při udělování titulů FIDE (GM – velmistr, IM – mezinárodní mistr, FM – FIDE mistr, CM – kandidát mistra a ženské varianty). K udělení titulů hráč zpravidla musí uhrát tři normy, tedy za určitých podmínek proti jisté skladbě soupeřů uhrát určitý výkon. A tehdy může skutečně jít o jednotlivé elo body ve výkonu, které rozhodnou o udělení nebo neudělení titulu. Přitom barva figur se při udělování žádným způsobem nezohledňuje [23].

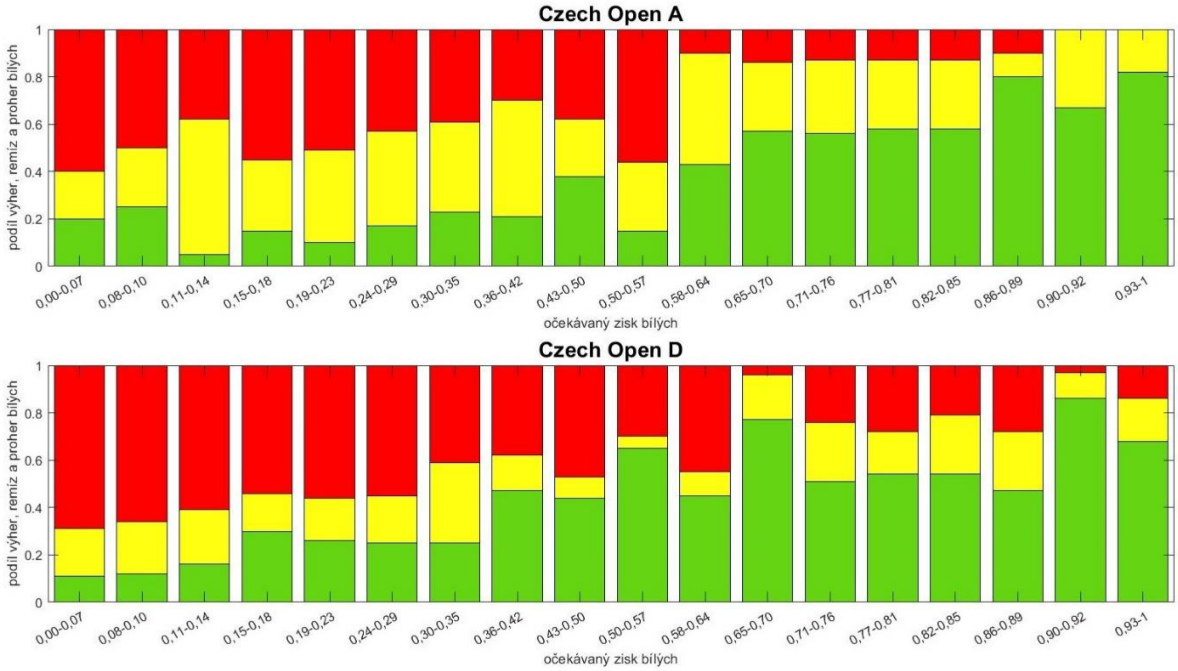
Jiná otázka ale je, jestli vůbec má smysl hovořit například o tom, že výhoda bílých figur je ekvivalentní nějaké konstantní ratingové výhodě, když jsme se přesvědčili, že při různých elových rozdílech se tato výhoda uplatňuje různě.

3.8 Otázka rozložení výher, remíz a proher

Vraťme se k interpretaci $W_e(D)$. Mluvíme o ní jako o očekávaném výsledku partie, v níž se elo hráče A, liší od ela hráče B o D. Víme, že je velkou chybou o $W_e(D)$ mluvit jako o pravděpodobnosti výhry hráče A.[m10] Z $W_e(D)$ není korektní cesta, jak stanovit pravděpodobnosti výhry, remízy a prohry[m11]. Přitom by nám parametry takového trinomického rozdělení daly dalekosáhlé možnosti při předvídání například výsledku turnaje.

V příloze D uvedeme, jaké počty výher, remíz a proher bílých včetně vyčíslení podílů jsme napozorovali v j-tých intervalech jednotlivých turnajů, což můžeme brát jako určitý odhad, který lze při velmi opatrné interpretaci jako konkrétní předpověď výsledku partie.

Graf 5: Podíly výher, remíz a proher bílých v intervalech I_1^* až I_{18}^* v turnajích Czech Open A a Czech Open D.



Grafem 5 nabízíme představu o tom, jak jsou podíly výher, remíz a proher rozvrstveny u dvou turnajů různých úrovní. Můžeme si například všimnout, že výskyt remíz se zdá být vyšší u silnějšího turnaje.

Poznamenejme jednu věc, vysoký podíl remíz neznamená nutně nebojovnost. Například zápas o titul mistra světa mezi Magnusem Carlsenem a Fabianem Caruanou v roce 2018 skončil remízou 6:6 po dvanácti remízách. Šlo by namítnout, že nešlo o nejbojovnější zápas šachové historie, ale oba hráči jistě vyhrát chtěli, partie nebyly krátké nebo šachově bezobsažné.

Jenže hráči byli příliš vyrovnaní. Snad bychom z toho mohli vyvodit, že nejvyšší podíl remíz očekáváme v situacích, kdy je výkonnost soupeřů velmi podobná. Nebo je správné se domnívat, že výskyt remíz nezávisí na elovém rozdílu hráčů?

Test 6: Remízy se v intervalech I_1^* až I_{18}^* vyskytovaly s pravděpodobností p_j. Testujeme pro každý turnaj hypotézu H_0, totiž že výskyt remíz je ve skutečnosti určený společným parametrem $\hat{p}$, oproti hypotéze H_1, že tomu tak není.

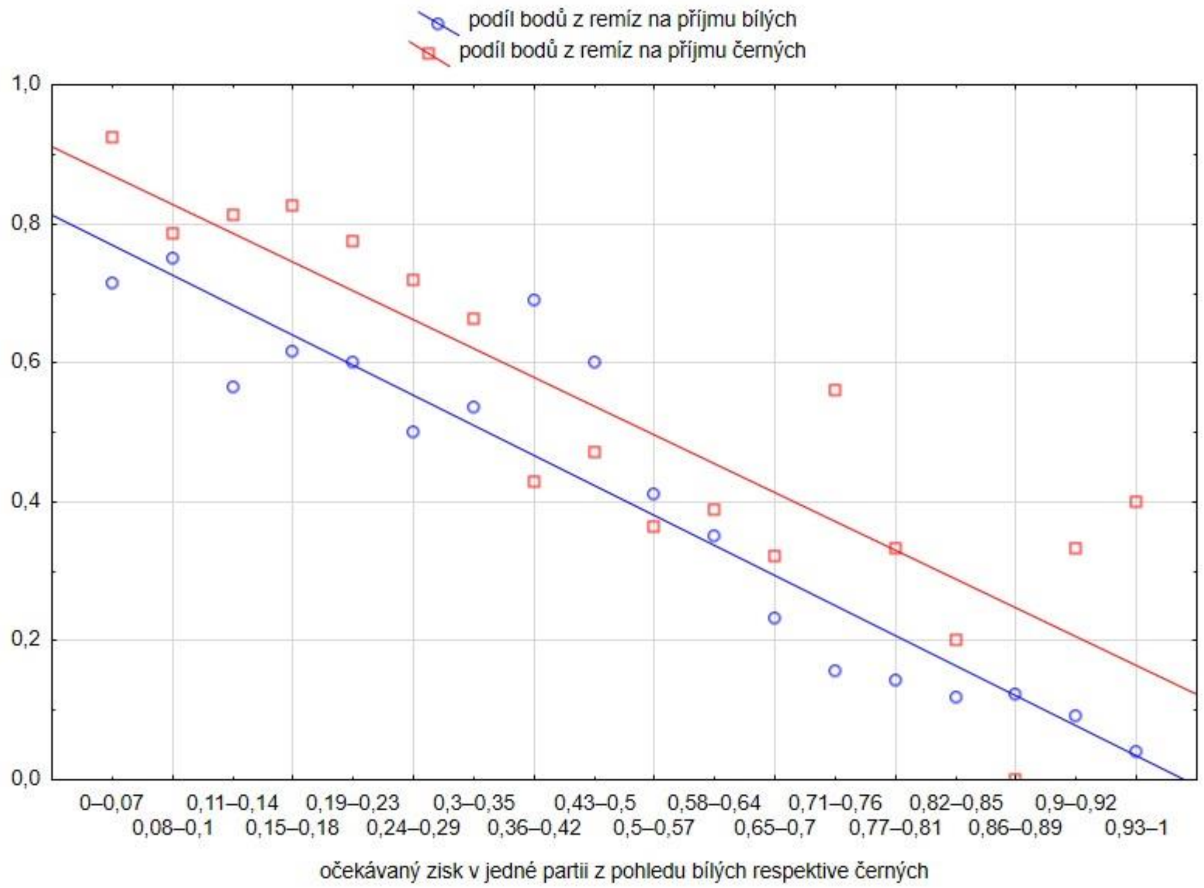
Za parametr $\hat{p}$ se v souladu s testem homogenity binomických rozdělení vezme vždy vážený průměr podílů v jednotlivých turnajích $\tilde{Q}$. Nulovou hypotézu na hladině $\alpha = 0{,}05$ zamítneme, jestliže:

$$\tilde{Q} > \chi_{17}^2(0{,}05) = 27{,}59$$

Výsledky shrnujeme v příloze E. Nulovou hypotézu jsme zamítli na hladině $\alpha = 0{,}05$ pouze v případě společného mistrovství Evropy a mistrovství Evropy mládeže do 14 let. Obecně tak nemůžeme říkat, že výskyt remíz závisí na rozdílu el hráčů. Přehled o výskytu remíz napříč turnaji a intervaly získáme nahlédnutím do přílohy F.

Trochu jiná otázka je, jaký podíl uhraných bodů bílými tvoří remízy. Jinými slovy, jestliže bílí (a podíváme se i na černé) uhrají 4 body z 10 partií, jaký podíl z toho zařídily remízy?

Graf 6: Podíl příjmů z remíz na celkovém bodovém zisku bílých respektive černých v závislosti na intervalech I_1^* až I_{18}^* na společném ME doplněný regresní přímkou vypočítanou programem Statistica.



Na příkladu společného mistrovství Evropy můžeme ilustrovat, že jsou-li hráči výrazně slabší (ať už bílí, když je očekávaný bodový zisk bílého v partii menší než 0,5, nebo černí, když je očekávaný bodový zisk černého v partii menší než 0,5), potom jejich bodový zisk plyne většinou z remíz. Naopak v momentech, kdy jsou v partiích silnější, pak většinu bodů získávají z výher.

V příloze F uvádíme v tabulkách shrnuté takové podíly každého turnaje. Nyní se pokusíme u všech turnajů ověřit domněnku, kterou nabýváme z grafu 6, totiž, že příjem bodů černých je z větší části tvořen remízami, než jak je tomu u bílých, když je elový rozdíl vůči jejich soupeři podobný.

Test 7: V jednotlivých turnajích bílí uhrají pro $j = 1, 2, \dots, 18$ $W(I_j^*)$ bodů a černí $|I_j^*| - W(I_j^*)$ bodů. Označíme r_j^* jako počet remíz v intervalech I_j^*. Označíme

$$x_j = \frac{0{,}5r_j^*}{W(I_j^*)} - \frac{0{,}5r_j^*}{|I_j^*| - W(I_j^*)}$$ [m12]

a testujeme pomocí Wilcoxonova testu hypotézu o mediánu výběru $x_1, x_2, \dots, x_{18}$

$$H_0: \tilde{x} \geq 0$$

oproti alternativě:

$$H_1: \tilde{x} < 0$$

Výsledky testu shrnujeme v tabulce v příloze H. Ani v jednom turnaji jsme nulovou hypotézu nezamítli. Ve 13 z 14 případů [m13](výjimku tvořil turnaj Grand Swiss) sice testové statistiky byly záporné, kritické hodnotě –1,64 se však nepřiblížily. Není proto vyloučené, že černí skutečně realizují svůj zisk více pomocí remíz než bílí, ale tento efekt není tak statisticky významný, abychom jej touto podobou testu a s takovým rozsahem dat potvrdili.

3.9 Rozdíly mezi jednotlivými turnaji

V předchozích třech podkapitolách jsme se věnovali základním otázkám elo systému a testovali své domněnky na jednotlivých turnajích, přičemž závěry testů se napříč turnaji někdy shodovaly, jindy lišily. V tomto posledním odstavci si ukážeme, zda můžeme tvrdit, že některé faktory elo systému se u hráčů různých turnajů chovají obecně různě.

Ve druhé kapitole jsme vyslovili domněnku, že zohlednění výhody bílých figur (kterou by administrátoři elo systému se svými daty mohli kvantifikovat poměrně přesně) se neujme proto, že výhoda bílých figur se výrazně liší pro různé skupiny hráčů, což jsme do značné míry viděli už na podobě intervalů spolehlivosti pro stanovení ratingové výhody bílých figur. Proto nyní provedeme test homogenity binomických rozdělení. Tím ověříme, zda mohou být podíly uhraných bodů bílými známé z jednotlivých turnajů obecně stejné.

Abychom předešli nedorozumění. Podíly uhraných bodů pro jednotlivé turnaje jsme vypočítali a viděli, že se liší. Jednotlivé turnaje ale chápeme jako náhodné výběry z určitých typů turnajů a ptáme se, jestli se jednotlivé parametry mohou mezi těmito populacemi obecně rovnat, nebo jestli je to vyloučené.

Test 8: Počty bodů uhraných bílými v jednotlivých turnajích jsou určeny pravděpodobnostmi p_i. Testujeme hypotézu H_0, totiž že se podíly p_i bílými uhraných bodů ve všech typech turnajů rovnají jednomu parametru $\hat{p}$, oproti hypotéze H_1, že se nerovnají.

Za parametr $\hat{p}$ se v souladu s testem homogenity binomických rozdělení vezme vážený průměr podílů v jednotlivých turnajích (0,543) a spočítá se testová statistika $\tilde{Q}$.

Protože

$$\tilde{Q} = 5{,}99718 < \chi^2_{13}(0{,}05) = 22{,}36$$

nezamítáme hypotézu o rovnosti parametrů. Test neprokázal, že by se parametry těchto druhů turnajů významně lišily. Je pravděpodobné, že se ve skutečnosti liší, ale nejde o tak významné rozdíly, které by prokázal test s malým objemem dat.

I v dalším testu použijeme test homogenity a ověříme, zda podíl remíz v rámci celých turnajů je shodný.

Test 9: Podíly remíz v jednotlivých turnajích jsou určeny pravděpodobnostmi p_i. Testujeme hypotézu H_0, totiž, že se podíly remíz ve všech typech turnajů rovnají jednomu parametru $\hat{p}$, oproti hypotéze H_1, že tomu tak není.

Za parametr $\hat{p}$ se vezme vážený průměr podílů remíz v jednotlivých turnajích (0,304). Výsledek nás nepřekvapí, testová statistika vychází $\tilde{Q} = 87{,}72477$, což je daleko více než kritická hodnota $\chi^2_{13}(0{,}05)$ a tedy opravdu s jistotou zamítáme hypotézu o tom, že výskyt remíz ve všech typech turnajů řídí jedinou pravděpodobností.

Výsledky tohoto testu nás nemohou překvapit, výše remízovosti se zdá být skutečně vlastní vlastností hráčů jednotlivých turnajů. Jak ostatně ukazuje i následující tabulka.

Tabulka 8: Rozložení výsledků v jednotlivých turnajích

turnaj	her	výher bílých	remíz	výher černých	% remíz
ME	1931	746	680	505	35,2
ME žen	708	291	210	207	29,7
ME 65+	264	95	86	83	32,6
Grand Swiss	838	254	448	136	53,5
Czech Open A	1429	538	499	392	34,9
Czech Open B	952	369	307	276	32,2
Czech Open C	1161	417	335	409	28,9
Czech Open D	985	411	183	391	18,6
ME 18	485	203	137	145	28,2
ME 14	711	294	174	243	24,5
ME 10	665	301	141	223	21,2

turnaj	her	výher bílých	remíz	výher černých	% remíz
ME D18	324	152	73	99	22,5
ME D14	440	175	104	161	23,6
ME D10	378	168	57	153	15,1

Turnaje se zkrátka v některých ohledech liší. My nemůžeme jednoznačně určit, čím to je. Mohli bychom uvažovat rozdíly přístupu v turnajích společných a výhradně ženských, v amatérských a profesionálních, v mládežnických a seniorských. Ale hlavní rozdíl při porovnání takových turnajů tkví v síle zúčastněných hráčů. Proto teď porovnáme dvě dvojice turnajů, jejichž startovní listina je přibližně stejná co do ratingu.

První dvojicí bude mistrovství Evropy žen a turnaj Czech Open A, druhou mládežnické mistrovství Evropy do 14 let a mistrovství Evropy žen do 18 let.

Test 10: Označíme p_1 parametr určující skutečný podíl počtu uhraných bodů bílými z celkového počtu partií v turnajích prvního typu a parametr p_2 určující skutečný podíl počtu uhraných bodů bílými z celkového počtu partií v turnajích druhého typu. Testujeme pro obě dvojice typů turnajů hypotézu $H_0: p_1 = p_2$ oproti alternativní hypotéze $H_1: p_1 \neq p_2$. Použijeme test homogenity dvou binomických rozdělení.

Tabulka 9: Výsledky testu 10, shrnutí $\hat{p}_1$ a $\hat{p}_2$ tedy odhadů parametru p_1 a p_2, testové statistiky a 95% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2$.

$\hat{p}_1$ – ME žen	$\hat{p}_2$ – Czech Open A	dolní mez IS pro $p_1 - p_2$	horní mez IS pro $p_1 - p_2$
0,5593	0,5511	–0,0365	0,0529
testová statistika 0,3606, nezamítáme H_0			
$\hat{p}_1$ – ME 14	$\hat{p}_2$ – ME D18	dolní mez IS pro $p_1 - p_2$	horní mez IS pro $p_1 - p_2$
0,5359	0,5818	–0,1110	0,0191
testová statistika –1,3777, nezamítáme H_0			

Test neprokázal ani u jedné z dvojic, že výhoda bílých figur je významnější u jednoho ze dvou typů turnajů. Přesto na základě výsledku testu a podoby intervalu spolehlivosti rozhodně nevylučujeme, že výhoda bílých figur je významnější u turnajů typu mistrovství Evropy žen do 18 let než u turnajů typu mistrovství Evropy mládeže do 14 let.

Test 11: Označíme p_1 parametr určující skutečný podíl remíz z celkového počtu partií v turnajích prvního typu a parametr p_2 určující skutečný podíl remíz z celkového počtu partií v turnajích druhého typu. Testujeme pro obě dvojice typů turnajů hypotézu $H_0: p_1 = p_2$ oproti alternativní hypotéze $H_1: p_1 \neq p_2$. Použijeme test homogenity dvou binomických rozdělení.

Tabulka 10: Výsledky testu 11, shrnutí $\hat{p}_1$ a $\hat{p}_2$ tedy odhadů parametru p_1 a p_2, testové statistiky a 95% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2$.

		dolní mez IS	horní mez IS
$\hat{p}_1$ – ME žen	$\hat{p}_2$ – Czech Open A	pro $p_1 - p_2$	pro $p_1 - p_2$
0,2966	0,3491	–0,0943	–0,0108
testová statistika –3,4208, s jistotou zamítáme H_0			
		dolní mez IS	horní mez IS
$\hat{p}_1$ – ME 14	$\hat{p}_2$ – ME D18	pro $p_1 - p_2$	pro $p_1 - p_2$
0,2447	0,2253	–0,0360	0,0748
testová statistika 0,6073, nezamítáme H_0			

Test poukázal na významný rozdíl v remízovosti turnajů typu mistrovství Evropy žen a typu Czech Open A. Zdá se, že na turnajích typu mistrovství Evropy žen se remizuje méně. U druhé dvojice nezamítáme hypotézu o tom, že remízovost v turnajích typu mistrovství Evropy do 14 let a mistrovství Evropy žen do 18 let.

Pro potřeby této práce není důležité stanovit konkrétní rozdíly mezi jednotlivými typy turnajů. Naopak je velmi důležité zjištění, že i na turnajích s přibližně stejnou výkonnostní úrovní hráčů mohou existovat významné rozdíly v hráčském chování účastníků, i když testy jsme prokazatelně přišli pouze na rozdíly v remízovosti.

Z toho plyne, že pokud bychom se chtěli zaměřit na predikci výsledků nějakého turnaje, ukazuje se jako výhodná cesta věnovat se statistické analýze přímo konkrétního typu hráčů a ne jen obdobné výkonnosti.

Závěr

V práci ukazujeme, proč je vedle obecně známých vzorců k výpočtu nového ela průběžnou a periodickou metodou k pochopení elo systému potřeba znát i vlastnosti a principy, které k těmto vzorcům vedou.

Elo jsme zavedli a v práci důsledně vnímali jako střední hodnotu normálně rozdělené náhodné veličiny vyjadřující výkonnost hráče se směrodatnou odchylkou 200 elo bodů. Na základě el dvou soupeřů můžeme stanovit očekávaný výsledek partie, který nelze zaměnit s pravděpodobností výhry jednoho z hráčů nebo vágní pravděpodobností úspěchu jednoho z hráčů.

Na základě Elových myšlenek jsme sestavili vzorec, který se v explicitní podobě v žádných zdrojích neobjevuje, a o němž si myslíme, že je tím, na jehož základě mají být sestaveny závazné tabulky elo systému. Jejich vlastním přepočtením jsme zpochybnili správnost několika konkrétních hodnot v tabulkách používaných Mezinárodní šachovou federací. Význam těchto rozdílů nehodnotíme jako veliký, jde spíše o upozornění na možnou chybu, která trvá více než 60 let.

V praktické části jsme narazili na četné limity znemožňující přesnější a konkrétnější výstupy této práce. Vzhledem k nemožnosti získat náhodný výběr partií z partií celé šachové populace, jsme se uchýlili k výběru 14 turnajů, které zastupují různé užší skupiny hráčů od špičkových přes účastníky mládežnických mistrovství Evropy po turnaje zaměřené na šachovou veřejnost.

Pokud se ukázalo, že u většiny těchto turnajů ukazovala data na totéž, dalo nám to signál, že tomu tak může být v celé šachové populaci, ale nemůžeme mluvit o nějaké jistotě. Ze stejného důvodu nepřikládáme větší význam konkrétním hodnotám, které jsme případně zjistili. Práce má v tomto ohledu orientační charakter.

Výsledky reálně odehraných partií ani při velkém počtu neodpovídají očekávání vždy úplně dobře. Zřetelně pozorujeme dva základní jevy, totiž že bílí uhrávají výsledky nad očekávání, a že slabší hráči uhrávají výsledky nad očekávání. Tyto dva jevy se skládají v případech, kdy jsou bílí v partii slabší. Naproti tomu když jsou bílí v partii silnější, elové předpoklady se naplňují lépe.

Jsme ovšem poměrně opatrní k přímému zpochybnění platnosti elo systému nebo některých jeho tabelovaných hodnot. Testy mohl negativně ovlivnit výběr turnajů hraných výhradně švýcarským systémem, poměrně malý rozsah dat a také skutečnost, že ne ve všech zemích se všechny partie posílají na zápočet pro FIDE elo. Můžeme doporučit důrazné lpění na všeobecném zápočtu a co nejčastější aktualizaci el hráčů.

Výhoda bílých figur se při různých rozdílech el soupeřů patrně realizuje s různou silou. Že jde o výhodu, jsme neprokázali u všech turnajů zcela průkazně, neprůkazné jsou turnaje nižší úrovně.

Obecně ale můžeme na základě podoby sestavených intervalů spolehlivosti říci, že pravděpodobně odpovídá řádu desítek elo bodů.

Všimli jsme si zřetelných rozdílů mezi tím, jak moc bílí uhrávají výsledky nad očekávání v jednotlivých turnajů. Nemůžeme ale bezpečně odpovědět na otázku, zda jsou příčinou rozdílné úrovně účastníků z hlediska jejich ela nebo jiná specifika jednotlivých turnajů.

Výskyt remíz se naopak zdá být charakteristickou vlastností jednotlivých turnajů, vysokým podílem jsou zastoupené zejména v turnajích vyšší úrovně. Je dobře možné, že u černých hrají remízy větší roli na jejich celkovém bodovém zisku než u bílých, ale ani o tom nemůžeme hovořit jako o statisticky prokázaném.

Vhodným rozšířením práce by byla buď práce s větším objemem dat a řešení některých otázek spojitým přístupem, nebo naopak zaměření se na co nejkonkrétnější problematiku jednotlivých skupin hráčů a to včetně nezjednodušené práce s trinomickým rozdělením.

Zdroje

[1] ELO, Arpad. The Rating of Chessplayers: Past and Present. 2. New York: Ishi Press International, 2008. ISBN 0-923891-27-7.

[2] ANDĚL, Jiří. Statistické metody. Čtvrté upravené vydání. Praha: Matfyzpress, 2007. ISBN 80-7378-003-8.

[3] HERZOG, Heinz. Chess-Results Server [online]. [cit. 06.03.2020]. Dostupné z: http://chess-results.com/

[4] GLICKMAN, Mark. Chess rating systems. American Chess Journal. 1995, 3.(3.).

[5] GLICKMAN, Mark. Glicko ratings [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: http://www.glicko.net/glicko.html

[6] ŠŤASTNÁ, Lucie. Rating hráčů v kolektivních hrách. Brno, 2015. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, Ústav matematiky a statistiky.

[7] FIFA. Ranking Procedures. [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: https://www.fifa.com/fifa-world-ranking/procedure/.

[8] KIRKPATRICK, David. The Facebook Effect: The Inside Story of the Company That Is Connecting the World. Simon and Schuster, 2011. ISBN 1439102120.

[9] FIDE. FIDE Rating Regulations effective from 1 July 2017 [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: https://handbook.fide.com/chapter/B022017

[10] NOVOTNÝ, Viktor. Klasifikační řád ŠSČR [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: https://www.chess.cz/sachovy-svaz-cr/legislativa/klasifikacni-rad-sscr/

[11] Deutscher Schachbund. Ordnungsbestimmungen zur DWZ-Spielstärkebewertung von Schachspielern in Deutschland [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: https://www.schachbund.de/wertungsordnung.html

[12] ECF Grading System. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2020 [cit. 06.03.2020]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/ECF_grading_system

[13] RENSCH, Daniel. Better Than Ratings? Chess.com's New 'CAPS' [online]. [cit 09.03.2020]. Dostupné z: https://www.chess.com/article/view/better-than-ratings-chess-com-s-new-caps-system

[14] GALDUN, Matěj. Metody pro odhad Elo hráče. Plzeň, 2016. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra informatiky a výpočetní techniky.

[15] EUROPEAN GO FEDERATION. EGF Official ratings system [online]. [cit 09.03.2020]. Dostupné z: http://www.europeangodatabase.eu/EGD/EGF_rating_system.php#System

[16] Elo.pdf [online]. [cit 09.03.2020]. Dostupné z: http://recherche.enac.fr/~alliot/elo.pdf

[17] VESELÝ, Jiří. Psychologický průvodce šachovou partií. 1. Praha: Olympia, 1981.

[18] FIDE. Download Rating list [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: http://ratings.fide.com/download.phtml

[19] MIGLA, Kaspers. Rating analytics: The number of rated chess players goes up [online]. [cit. 09.03.2020]. Dostupné z: https://www.fide.com/news/288

[20] NAGY, Peter. Švýcarský systém šachových turnajů. Brno, 2016. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, Ústav matematiky a statistiky.

[21] ZVÁRA, Karel. Biomedicínská statistika IV: Základy statistiky v prostředí R. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 978-80-246-2245-3.

[22] HOLČÍK, Jiří, KOMENDA, Martin (eds.) a kol. Matematická biologie: e-learningová učebnice [online]. 1. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-8095-9.

[23] FIDE. FIDE Title Regulations effective from 1 July 2017 [online]. [cit. 10.03.2020]. Dostupné z: https://handbook.fide.com/chapter/B01Regulations2017

Přílohy

A. Rozepsané výsledky testů 2 a 3

V tabulkách v tomto odstavci jsou červeně zvýrazněné testové statistiky vyšší než 1,96, zeleně testové statistiky menší než –1,96. Dále uvádíme testovou statistiku U z testu 3. H_0 z testu 3 zamítáme na hladině $\alpha = 0{,}05$ tehdy, když $U > 28{,}86$ a zamítáme s jistotou na hladině $\alpha = 0{,}01$ tehdy, když $U > 34{,}805$.

Tabulka 11: Rozepsaný test 2 pro společnné mistrovství Evropy. Testová statistika testu 3 U = 42,22, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	37	1,53	3,5	1,627
0,08–0,1	18	1,62	4	1,960
0,11–0,14	46	5,92	11,5	2,457
0,15–0,18	59	10,02	13	1,033
0,19–0,23	110	22,92	30	1,662
0,24–0,29	178	47,25	64	2,843
0,3–0,35	273	88,46	105,5	2,204
0,36–0,42	171	65,25	77,5	1,928
0,43–0,5	32	14,28	15	0,256
0,5–0,57	28	15,56	17	0,548
0,58–0,64	184	112,93	117	0,616
0,65–0,7	281	189,85	209,5	2,504
0,71–0,76	204	150,27	150,5	0,037
0,77–0,81	119	94,32	98	0,832
0,82–0,85	77	64,17	67	0,865
0,86–0,89	50	43,71	44,5	0,337
0,9–0,92	25	22,72	22	–0,500
0,93–1	39	37,3	36,5	–0,627

Tabulka 12: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy žen. Testová statistika testu 3 U = 65,95, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	9	0,19	2	4,197
0,08–0,1	10	0,94	4	3,316
0,11–0,14	17	2,09	3,5	1,041
0,15–0,18	17	2,8	3,5	0,458
0,19–0,23	48	10,21	15,5	1,866
0,24–0,29	60	15,83	25	2,686
0,3–0,35	91	29,52	41	2,571

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0,36–0,42	63	24,05	28	1,024
0,43–0,5	27	12,12	15	1,114
0,5–0,57	27	14,62	17	0,919
0,58–0,64	67	41,18	43,5	0,582
0,65–0,7	95	64,36	61,5	–0,628
0,71–0,76	68	50,09	48,5	–0,438
0,77–0,81	51	40,13	41,5	0,468
0,82–0,85	16	13,26	12	–0,836
0,86–0,89	21	18,22	17	–0,786
0,9–0,92	8	7,22	7	–0,262
0,93–1	13	12,64	10,5	–3,617

Tabulka 13: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy seniorů nad 65 let. Testová statistika testu 3 U = 11,26, proto nezamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	9	0,19	2	4,197
0,08–0,1	10	0,94	4	3,316
0,11–0,14	17	2,09	3,5	1,041
0,15–0,18	17	2,8	3,5	0,458
0,19–0,23	48	10,21	15,5	1,866
0,24–0,29	60	15,83	25	2,686
0,3–0,35	91	29,52	41	2,571
0,36–0,42	63	24,05	28	1,024
0,43–0,5	27	12,12	15	1,114
0,5–0,57	27	14,62	17	0,919
0,58–0,64	67	41,18	43,5	0,582
0,65–0,7	95	64,36	61,5	–0,628
0,71–0,76	68	50,09	48,5	–0,438
0,77–0,81	51	40,13	41,5	0,468
0,82–0,85	16	13,26	12	–0,836
0,86–0,89	21	18,22	17	–0,786
0,9–0,92	8	7,22	7	–0,262
0,93–1	13	12,64	10,5	–3,617

Tabulka 14: Rozepsaný test 2 pro turnaj Grand Swiss. Testová statistika testu 3 U = 33,18, proto zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	3	0,09	0	–0,305
0,08–0,1	4	0,36	0	–0,629
0,11–0,14	1	0,12	0,5	1,169
0,15–0,18	7	1,2	0,5	–0,702
0,19–0,23	27	5,75	12,5	3,173
0,24–0,29	55	14,63	20,5	1,791

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0,3–0,35	59	19,17	24	1,343
0,36–0,42	158	62,11	82	3,240
0,43–0,5	85	37,95	45	1,538
0,5–0,57	106	58,81	64	1,014
0,58–0,64	152	92,86	93	0,023
0,65–0,7	58	39,14	39	–0,039
0,71–0,76	70	51,4	55	0,974
0,77–0,81	35	27,41	26,5	–0,373
0,82–0,85	9	7,49	7	–0,437
0,86–0,89	3	2,6	3	0,679
0,9–0,92	4	3,63	3,5	–0,224
0,93–1	2	1,93	2	0,269

Tabulka 15: Rozepsaný test 2 pro turnaj Czech Open A. Testová statistika testu 3 $U = 64{,}51$, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	5	0,27	1,5	2,434
0,08–0,1	8	0,75	3	2,729
0,11–0,14	21	2,74	7	2,760
0,15–0,18	55	9,37	16,5	2,557
0,19–0,23	137	28,7	40,5	2,477
0,24–0,29	169	45,73	62,5	2,904
0,3–0,35	199	64,45	83	2,810
0,36–0,42	90	34,39	41	1,434
0,43–0,5	8	3,52	4	0,342
0,5–0,57	7	3,71	2	–1,295
0,58–0,64	69	42,78	46	0,799
0,65–0,7	252	170,23	180	1,315
0,71–0,76	188	137,57	134,5	–0,505
0,77–0,81	137	108,27	99	–1,945
0,82–0,85	38	31,63	27,5	–1,794
0,86–0,89	29	25,27	24,5	–0,427
0,9–0,92	6	5,47	5	–0,676
0,93–1	11	10,46	10	–0,642

Tabulka 16: Rozepsaný test 2 pro turnaj Czech Open B. Testová statistika testu 3 $U = 94{,}70$, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	3	0,12	0	–0,354
0,08–0,1	12	1,08	4,5	3,450
0,11–0,14	17	2,16	4	1,340
0,15–0,18	38	6,28	12	2,498
0,19–0,23	106	22,7	38,5	3,741

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0,24–0,29	156	41,61	65	4,234
0,3–0,35	98	31,23	49,5	3,961
0,36–0,42	31	11,9	16	1,514
0,43–0,5	7	3,12	4	0,669
0,5–0,57	1	0,52	0,5	–0,040
0,58–0,64	34	21,09	22,5	0,498
0,65–0,7	102	69,66	65	–0,992
0,71–0,76	170	124,99	116	–1,563
0,77–0,81	109	85,77	75	–2,519
0,82–0,85	37	30,88	26	–2,159
0,86–0,89	20	17,41	13	–2,937
0,9–0,92	8	7,26	8	0,903
0,93–1	3	2,85	3	0,397

Tabulka 17: Rozepsaný test 2 pro turnaj Czech Open C. Testová statistika testu 3 U = 631,29, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	80	3,35	24	11,526
0,08–0,1	69	6,28	22,5	6,789
0,11–0,14	84	10,61	27	5,383
0,15–0,18	83	13,57	28	4,283
0,19–0,23	128	26,87	51	5,237
0,24–0,29	90	23,48	40	3,966
0,3–0,35	22	6,9	13,5	3,033
0,36–0,42	12	4,76	6	0,732
0,43–0,5	10	4,64	6,5	1,179
0,5–0,57	12	6,48	7,5	0,591
0,58–0,64	15	9,12	9,5	0,201
0,65–0,7	29	19,76	13	–2,694
0,71–0,76	89	65,57	55,5	–2,424
0,77–0,81	112	88,69	64	–5,747
0,82–0,85	85	71,12	56	–4,437
0,86–0,89	111	97,18	77,5	–5,658
0,9–0,92	46	41,85	31	–5,584
0,93–1	84	80,23	52	–14,877

Tabulka 18: Rozepsaný test 2 pro turnaj Czech Open D. Testová statistika testu 3 U = 188,09, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	35	1,9	7,5	4,178
0,08–0,1	32	2,82	7,5	2,918
0,11–0,14	56	6,99	15,5	3,441
0,15–0,18	86	14,32	33	5,407
0,19–0,23	85	17,86	29,5	3,099
0,24–0,29	85	22,23	29,5	1,794
0,3–0,35	32	10,16	13,5	1,268
0,36–0,42	26	10,11	14	1,565
0,43–0,5	95	46,53	46	–0,109
0,5–0,57	20	10,97	13,5	1,137
0,58–0,64	38	23,25	19	–1,415
0,65–0,7	31	21,23	27	2,231
0,71–0,76	55	40,49	35	–1,680
0,77–0,81	102	80,98	64	–4,157
0,82–0,85	84	70,08	55,5	–4,278
0,86–0,89	43	37,58	25,5	–5,550
0,9–0,92	36	32,81	33	0,111
0,93–1	44	41,67	34	–5,163

Tabulka 19: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy mládeže do 18 let. Testová statistika testu 3 U = 30,72, proto zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	14	0,58	1,5	1,234
0,08–0,1	8	0,73	1,5	0,945
0,11–0,14	12	1,54	3	1,260
0,15–0,18	32	5,43	8,5	1,446
0,19–0,23	48	10,06	17,5	2,638
0,24–0,29	56	14,97	22	2,123
0,3–0,35	37	11,89	17	1,799
0,36–0,42	20	7,82	11	1,457
0,43–0,5	11	5,12	6,5	0,834
0,5–0,57	5	2,75	3	0,225
0,58–0,64	25	15,43	14,5	–0,383
0,65–0,7	38	25,78	24,5	–0,445
0,71–0,76	59	43,45	46,5	0,901
0,77–0,81	43	34,03	31,5	–0,950
0,82–0,85	35	29,11	26,5	–1,179
0,86–0,89	17	14,84	15	0,117
0,9–0,92	9	8,2	7,5	–0,820
0,93–1	16	15,35	14	–1,710

Tabulka 20: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy mládeže do 14 let. Testová statistika testu 3 U = 127,19, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	49	1,97	11,5	6,931
0,08–0,1	28	2,5	6,5	2,651
0,11–0,14	38	4,75	10	2,575
0,15–0,18	30	5,01	7	0,974
0,19–0,23	49	10,43	17,5	2,467
0,24–0,29	76	20,17	34	3,593
0,3–0,35	54	17,2	20,5	0,964
0,36–0,42	22	8,34	7,5	–0,369
0,43–0,5	4	1,81	2	0,191
0,5–0,57	5	2,74	1,5	–1,114
0,58–0,64	17	10,51	11,5	0,494
0,65–0,7	45	30,66	30	–0,211
0,71–0,76	69	50,96	51	0,011
0,77–0,81	72	56,98	53,5	–1,009
0,82–0,85	43	35,76	27,5	–3,366
0,86–0,89	38	33,27	32,5	–0,378
0,9–0,92	27	24,6	19	–3,787
0,93–1	45	43,23	38	–4,011

Tabulka 21: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy mládeže do 10 let. Testová statistika testu 3 U = 257,30, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	75	3,52	18,5	8,179
0,08–0,1	25	2,21	11	6,193
0,11–0,14	38	4,72	12,5	3,827
0,15–0,18	49	8,11	16	3,033
0,19–0,23	52	10,66	25	4,926
0,24–0,29	46	12,12	21,5	3,139
0,3–0,35	30	9,61	13,5	1,522
0,36–0,42	9	3,44	2,5	–0,645
0,43–0,5	6	2,76	5	1,835
0,5–0,57	5	2,75	3,5	0,674
0,58–0,64	10	6,21	8,5	1,493
0,65–0,7	26	17,56	17	–0,235
0,71–0,76	34	25,02	25,5	0,187
0,77–0,81	54	42,75	38,5	–1,424
0,82–0,85	41	34,29	28	–2,655
0,86–0,89	51	44,66	37	–3,251
0,9–0,92	34	31,05	26,5	–2,772
0,93–1	80	76,12	61,5	–7,609

Tabulka 22: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy žen do 18 let. Testová statistika testu 3 U = 59,97, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	11	0,47	2	2,281
0,08–0,1	10	0,93	3,5	2,798
0,11–0,14	20	2,54	7	2,995
0,15–0,18	17	2,78	7	2,767
0,19–0,23	31	6,51	14,5	3,523
0,24–0,29	31	8,3	14,5	2,515
0,3–0,35	17	5,39	6	0,318
0,36–0,42	14	5,44	8	1,404
0,43–0,5	7	3,09	3	–0,069
0,5–0,57	10	5,46	5	–0,292
0,58–0,64	13	7,92	7	–0,523
0,65–0,7	23	15,78	14,5	–0,575
0,71–0,76	23	16,98	14	–1,414
0,77–0,81	22	17,39	18,5	0,581
0,82–0,85	25	20,86	22	0,613
0,86–0,89	23	20,07	20	–0,044
0,9–0,92	17	15,44	13,5	–1,630
0,93–1	10	9,62	8,5	–1,852

Tabulka 23: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy dívek do 14 let. Testová statistika testu 3 U = 47,198, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	23	1,03	1	–0,030
0,08–0,1	20	1,8	5	2,500
0,11–0,14	18	2,22	6	2,710
0,15–0,18	27	4,42	9,5	2,642
0,19–0,23	29	6,04	9	1,354
0,24–0,29	38	10,11	11	0,327
0,3–0,35	28	9,15	11	0,745
0,36–0,42	24	9,16	10	0,353
0,43–0,5	13	5,96	8	1,136
0,5–0,57	5	2,66	2,5	–0,143
0,58–0,64	16	9,92	7,5	–1,246
0,65–0,7	35	23,76	21	–0,999
0,71–0,76	46	33,99	31	–1,004
0,77–0,81	28	22,18	18,5	–1,714
0,82–0,85	24	20	22	1,095
0,86–0,89	22	19,29	18	–0,837
0,9–0,92	20	18,19	17,5	–0,538
0,93–1	24	22,68	18,5	–3,743

Tabulka 24: Rozepsaný test 2 pro mistrovství Evropy dívek do 10 let. Testová statistika testu 3 $U = 48{,}342$, proto s jistotou zamítáme H_0.

očekávaný bodový zisk bílých	počet partií	očekávaný počet bodů bílých	uhraný počet bodů bílými	testová statistika
0–0,07	6	0,27	0,5	0,453
0,08–0,1	11	1,01	1,5	0,512
0,11–0,14	18	2,24	4	1,257
0,15–0,18	27	4,53	11	3,332
0,19–0,23	29	6	10,5	2,063
0,24–0,29	38	10,03	19	3,301
0,3–0,35	29	9,5	10,5	0,396
0,36–0,42	15	5,92	7	0,571
0,43–0,5	13	6,11	5	–0,617
0,5–0,57	10	5,3	5,5	0,127
0,58–0,64	24	14,85	13,5	–0,567
0,65–0,7	33	22,21	20,5	–0,635
0,71–0,76	37	27,21	24	–1,196
0,77–0,81	24	19,05	16	–1,539
0,82–0,85	31	25,79	23	–1,340
0,86–0,89	18	15,72	11	–3,345
0,9–0,92	7	6,36	7	0,839
0,93–1	8	7,6	7	–0,973

B. Shrnutí testových statistik z testu 2

Tabulka 25: Shrnutí testových statistik pro intervaly I_j^* reprezentované očekávanými zisky bílých pro jednotlivé turnaje. Červeně jsou znázorněné hodnoty vyšší než 1,96 a zeleně menší než –1,96.

	ME	ME žen	ME 65+	GS	CO A	CO B	CO C	CO D	U18	U14	U10	D18	D14	D10
0–0,07	1,63	4,20	–0,59	–0,30	2,43	–0,35	11,53	4,18	1,23	6,93	8,18	2,28	–0,03	0,45
0,08–0,1	1,96	3,32	–0,38	–0,63	2,73	3,45	6,79	2,92	0,95	2,65	6,19	2,8	2,5	0,51
0,11–0,14	2,46	1,04	0,75	1,17	2,76	1,34	5,38	3,44	1,26	2,58	3,83	3,00	2,71	1,26
0,15–0,18	1,03	0,46	–0,58	–0,70	2,56	2,50	4,28	5,41	1,45	0,97	3,03	2,77	2,64	3,33
0,19–0,23	1,66	1,87	1,16	3,17	2,48	3,74	5,24	3,1	2,64	2,47	4,93	3,52	1,35	2,06
0,24–0,29	2,84	2,69	–0,20	1,79	2,9	4,23	3,97	1,79	2,12	3,59	3,14	2,51	0,33	3,3
0,3–0,35	2,2	2,57	1,15	1,34	2,81	3,96	3,03	1,27	1,8	0,96	1,52	0,32	0,75	0,40
0,36–0,42	1,93	1,02	0,4	3,24	1,43	1,51	0,73	1,56	1,46	–0,37	–0,64	1,40	0,35	0,57
0,43–0,5	0,26	1,11	–0,72	1,54	0,34	0,67	1,18	–0,11	0,83	0,19	1,83	–0,07	1,14	–0,62
0,5–0,57	0,55	0,92	0,06	1,01	–1,29	–0,04	0,59	1,14	0,22	–1,11	0,67	–0,29	–0,14	0,13
0,58–0,64	0,62	0,58	0,72	0,02	0,80	0,50	0,20	–1,41	–0,38	0,49	1,49	–0,52	–1,25	–0,57
0,65–0,7	2,5	–0,63	0,84	–0,04	1,31	–0,99	–2,69	2,23	–0,44	–0,21	–0,23	–0,58	–1,00	–0,63
0,71–0,76	0,04	–0,44	0,77	0,97	–0,51	–1,56	–2,42	–1,68	0,9	0,01	0,19	–1,41	–1,00	–1,20
0,77–0,81	0,83	0,47	–0,12	–0,37	–1,95	–2,52	–5,75	–4,16	–0,95	–1,01	–1,42	0,58	–1,71	–1,54
0,82–0,85	0,87	–0,84	–0,50	–0,44	–1,79	–2,16	–4,44	–4,28	–1,18	–3,37	–2,66	0,61	1,10	–1,34
0,86–0,89	0,34	–0,79	–1,60	0,68	–0,43	–2,94	–5,66	–5,55	0,12	–0,38	–3,25	–0,04	–0,84	–3,34
0,9–0,92	–0,50	–0,26	1,10	–0,22	–0,68	0,90	–5,58	0,11	–0,82	–3,79	–2,77	–1,63	–0,54	0,84
0,93–1	–0,63	–3,62	–0,79	0,27	–0,64	0,40	–14,88	–5,16	–1,71	–4,01	–7,61	–1,85	–3,74	–0,97

C. Rozepsané výsledky testu 5

Tabulka 26: Rozepsané výsledky testu 5. H_0 zamítáme na hladině $\alpha = 0{,}05$, když je testová statistika vyšší než 1,64 a na hladině $\alpha = 0{,}01$, když je testová statistika vyšší než 2,32.

turnaj	počet partií	celkový zisk bílých	% z celku	testová statistika	závěr
ME	1931	1086	56,2	5,484	s jistotou zamítáme H_0
ME žen	708	396	55,9	3,157	s jistotou zamítáme H_0
ME 65+	264	138	52,2	0,739	nezamítáme H_0
Grand Swiss	838	478	57,0	4,076	s jistotou zamítáme H_0
Czech Open A	1429	787,5	55,1	3,862	s jistotou zamítáme H_0
Czech Open B	952	522,5	54,8	3,014	s jistotou zamítáme H_0
Czech Open C	1161	584,5	50,3	0,235	nezamítáme H_0
Czech Open D	985	502,5	51,0	0,637	nezamítáme H_0
ME 18	485	271,5	55,9	2,634	s jistotou zamítáme H_0
ME 14	711	381	53,5	1,913	zamítáme H_0
ME 10	665	371,5	55,8	3,025	s jistotou zamítáme H_0
ME D18	324	188,5	58,1	2,944	s jistotou zamítáme H_0
ME D14	440	227	51,5	0,667	nezamítáme H_0
ME D10	378	196,5	51,9	0,772	nezamítáme H_0

D. Podíly výher, remíz a proher v jednotlivých turnajích

Tabulka 27: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na společném mistrovství Evropy.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	37	1	5	31	2,7	13,5	83,8
0,08–0,1	18	1	6	11	5,6	33,3	61,1
0,11–0,14	46	5	13	28	10,9	28,3	60,9
0,15–0,18	59	5	16	38	8,5	27,1	64,4
0,19–0,23	110	12	36	62	10,9	32,7	56,4
0,24–0,29	178	32	64	82	18,0	36,0	46,1
0,3–0,35	273	49	113	111	17,9	41,4	40,7
0,36–0,42	171	24	107	40	14,0	62,6	23,4
0,43–0,5	32	6	18	8	18,8	56,3	25,0
0,5–0,57	28	10	14	4	35,7	50,0	14,3
0,58–0,64	184	76	82	26	41,3	44,6	14,1
0,65–0,7	281	161	97	23	57,3	34,5	8,2
0,71–0,76	204	127	47	30	62,3	23,0	14,7
0,77–0,81	119	84	28	7	70,6	23,5	5,9
0,82–0,85	77	59	16	2	76,6	20,8	2,6
0,86–0,89	50	39	11	0	78,0	22,0	0,0
0,9–0,92	25	20	4	1	80,0	16,0	4,0
0,93–1	39	35	3	1	89,7	7,7	2,6

Tabulka 28: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy žen.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	9	1	2	6	11,1	22,2	66,7
0,08–0,1	10	2	4	4	20,0	40,0	40,0
0,11–0,14	17	1	5	11	5,9	29,4	64,7
0,15–0,18	17	1	5	11	5,9	29,4	64,7
0,19–0,23	48	11	9	28	22,9	18,8	58,3
0,24–0,29	60	20	10	30	33,3	16,7	50,0
0,3–0,35	91	25	32	34	27,5	35,2	37,4
0,36–0,42	63	14	28	21	22,2	44,4	33,3
0,43–0,5	27	8	14	5	29,6	51,9	18,5
0,5–0,57	27	10	14	3	37,0	51,9	11,1
0,58–0,64	67	33	21	13	49,3	31,3	19,4
0,65–0,7	95	47	29	19	49,5	30,5	20,0
0,71–0,76	68	43	11	14	63,2	16,2	20,6
0,77–0,81	51	34	15	2	66,7	29,4	3,9
0,82–0,85	16	11	2	3	68,8	12,5	18,8
0,86–0,89	21	15	4	2	71,4	19,0	9,5
0,9–0,92	8	6	2	0	75,0	25,0	0,0
0,93–1	13	9	3	1	69,2	23,1	7,7

Tabulka 29: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy seniorů nad 65 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	9	0	0	9	0,0	0,0	100,0
0,08–0,1	9	0	1	8	0,0	11,1	88,9
0,11–0,14	7	1	1	5	14,3	14,3	71,4
0,15–0,18	14	1	1	12	7,1	7,1	85,7
0,19–0,23	21	2	9	10	9,5	42,9	47,6
0,24–0,29	18	2	5	11	11,1	27,8	61,1
0,3–0,35	28	7	10	11	25,0	35,7	39,3
0,36–0,42	21	3	12	6	14,3	57,1	28,6
0,43–0,5	10	1	5	4	10,0	50,0	40,0
0,5–0,57	9	1	8	0	11,1	88,9	0,0
0,58–0,64	18	7	11	0	38,9	61,1	0,0
0,65–0,7	17	10	6	1	58,8	35,3	5,9
0,71–0,76	25	17	6	2	68,0	24,0	8,0
0,77–0,81	18	11	6	1	61,1	33,3	5,6
0,82–0,85	9	6	2	1	66,7	22,2	11,1
0,86–0,89	8	5	1	2	62,5	12,5	25,0
0,9–0,92	12	12	0	0	100,0	0,0	0,0
0,93–1	11	9	2	0	81,8	18,2	0,0

Tabulka 30: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na turnaji Grand Swiss.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	3	0	0	3	0,0	0,0	100,0
0,08–0,1	4	0	0	4	0,0	0,0	100,0
0,11–0,14	1	0	1	0	0,0	100,0	0,0
0,15–0,18	7	0	1	6	0,0	14,3	85,7
0,19–0,23	27	6	13	8	22,2	48,1	29,6
0,24–0,29	55	7	27	21	12,7	49,1	38,2
0,3–0,35	59	6	36	17	10,2	61,0	28,8
0,36–0,42	158	24	116	18	15,2	73,4	11,4
0,43–0,5	85	19	52	14	22,4	61,2	16,5
0,5–0,57	106	35	58	13	33,0	54,7	12,3
0,58–0,64	152	50	86	16	32,9	56,6	10,5
0,65–0,7	58	27	24	7	46,6	41,4	12,1
0,71–0,76	70	44	22	4	62,9	31,4	5,7
0,77–0,81	35	23	7	5	65,7	20,0	14,3
0,82–0,85	9	5	4	0	55,6	44,4	0,0
0,86–0,89	3	3	0	0	100,0	0,0	0,0
0,9–0,92	4	3	1	0	75,0	25,0	0,0
0,93–1	2	2	0	0	100,0	0,0	0,0

Tabulka 31: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na turnaji Czech Open A.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	5	1	1	3	20,0	20,0	60,0
0,08–0,1	8	2	2	4	25,0	25,0	50,0
0,11–0,14	21	1	12	8	4,8	57,1	38,1
0,15–0,18	55	8	17	30	14,5	30,9	54,5
0,19–0,23	137	14	53	70	10,2	38,7	51,1
0,24–0,29	169	29	67	73	17,2	39,6	43,2
0,3–0,35	199	45	76	78	22,6	38,2	39,2
0,36–0,42	90	19	44	27	21,1	48,9	30,0
0,43–0,5	8	3	2	3	37,5	25,0	37,5
0,5–0,57	7	1	2	4	14,3	28,6	57,1
0,58–0,64	69	30	32	7	43,5	46,4	10,1
0,65–0,7	252	143	74	35	56,7	29,4	13,9
0,71–0,76	188	105	59	24	55,9	31,4	12,8
0,77–0,81	137	79	40	18	57,7	29,2	13,1
0,82–0,85	38	22	11	5	57,9	28,9	13,2
0,86–0,89	29	23	3	3	79,3	10,3	10,3
0,9–0,92	6	4	2	0	66,7	33,3	0,0
0,93–1	11	9	2	0	81,8	18,2	0,0

Tabulka 32: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na turnaji Czech Open B.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	3	0	0	3	0,0	0,0	100,0
0,08–0,1	12	3	3	6	25,0	25,0	50,0
0,11–0,14	17	0	8	9	0,0	47,1	52,9
0,15–0,18	38	6	12	20	15,8	31,6	52,6
0,19–0,23	106	22	33	51	20,8	31,1	48,1
0,24–0,29	156	38	54	64	24,4	34,6	41,0
0,3–0,35	98	31	37	30	31,6	37,8	30,6
0,36–0,42	31	10	12	9	32,3	38,7	29,0
0,43–0,5	7	4	0	3	57,1	0,0	42,9
0,5–0,57	1	0	1	0	0,0	100,0	0,0
0,58–0,64	34	16	13	5	47,1	38,2	14,7
0,65–0,7	102	48	34	20	47,1	33,3	19,6
0,71–0,76	170	89	54	27	52,4	31,8	15,9
0,77–0,81	109	61	28	20	56,0	25,7	18,3
0,82–0,85	37	23	6	8	62,2	16,2	21,6
0,86–0,89	20	9	8	3	45,0	40,0	15,0
0,9–0,92	8	6	4	-2	75,0	50,0	-25,0
0,93–1	3	3	0	0	100,0	0,0	0,0

Tabulka 33: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na turnaji Czech Open C.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	80	12	24	44	15,0	30,0	55,0
0,08–0,1	69	14	17	38	20,3	24,6	55,1
0,11–0,14	84	16	22	46	19,0	26,2	54,8
0,15–0,18	83	16	24	43	19,3	28,9	51,8
0,19–0,23	128	38	26	64	29,7	20,3	50,0
0,24–0,29	90	23	34	33	25,6	37,8	36,7
0,3–0,35	22	9	9	4	40,9	40,9	18,2
0,36–0,42	12	4	4	4	33,3	33,3	33,3
0,43–0,5	10	5	3	2	50,0	30,0	20,0
0,5–0,57	12	5	5	2	41,7	41,7	16,7
0,58–0,64	15	7	5	3	46,7	33,3	20,0
0,65–0,7	29	10	6	13	34,5	20,7	44,8
0,71–0,76	89	42	27	20	47,2	30,3	22,5
0,77–0,81	112	45	38	29	40,2	33,9	25,9
0,82–0,85	85	42	28	15	49,4	32,9	17,6
0,86–0,89	111	66	23	22	59,5	20,7	19,8
0,9–0,92	46	23	16	7	50,0	34,8	15,2
0,93–1	84	40	24	20	47,6	28,6	23,8

Tabulka 34: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na turnaji Czech Open D.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	35	4	7	24	11,4	20,0	68,6
0,08–0,1	32	4	7	21	12,5	21,9	65,6
0,11–0,14	56	9	13	34	16,1	23,2	60,7
0,15–0,18	86	26	14	46	30,2	16,3	53,5
0,19–0,23	85	22	15	48	25,9	17,6	56,5
0,24–0,29	85	21	17	47	24,7	20,0	55,3
0,3–0,35	32	8	11	13	25,0	34,4	40,6
0,36–0,42	26	12	4	10	46,2	15,4	38,5
0,43–0,5	95	42	8	45	44,2	8,4	47,4
0,5–0,57	20	13	1	6	65,0	5,0	30,0
0,58–0,64	38	17	4	17	44,7	10,5	44,7
0,65–0,7	31	24	6	1	77,4	19,4	3,2
0,71–0,76	55	28	14	13	50,9	25,5	23,6
0,77–0,81	102	55	18	29	53,9	17,6	28,4
0,82–0,85	84	45	21	18	53,6	25,0	21,4
0,86–0,89	43	20	11	12	46,5	25,6	27,9
0,9–0,92	36	31	4	1	86,1	11,1	2,8
0,93–1	44	30	8	6	68,2	18,2	13,6

Tabulka 35: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy mládeže do 18 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	14	1	1	12	7,1	7,1	85,7
0,08–0,1	8	1	1	6	12,5	12,5	75,0
0,11–0,14	12	3	0	9	25,0	0,0	75,0
0,15–0,18	32	4	9	19	12,5	28,1	59,4
0,19–0,23	48	9	17	22	18,8	35,4	45,8
0,24–0,29	56	13	18	25	23,2	32,1	44,6
0,3–0,35	37	11	12	14	29,7	32,4	37,8
0,36–0,42	20	6	10	4	30,0	50,0	20,0
0,43–0,5	11	4	5	2	36,4	45,5	18,2
0,5–0,57	5	2	2	1	40,0	40,0	20,0
0,58–0,64	25	9	11	5	36,0	44,0	20,0
0,65–0,7	38	19	11	8	50,0	28,9	21,1
0,71–0,76	59	40	13	6	67,8	22,0	10,2
0,77–0,81	43	25	13	5	58,1	30,2	11,6
0,82–0,85	35	23	7	5	65,7	20,0	14,3
0,86–0,89	17	13	4	0	76,5	23,5	0,0
0,9–0,92	9	7	1	1	77,8	11,1	11,1
0,93–1	16	13	2	1	81,3	12,5	6,3

Tabulka 36: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy mládeže do 14 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	49	7	9	33	14,3	18,4	67,3
0,08–0,1	28	5	3	20	17,9	10,7	71,4
0,11–0,14	38	5	10	23	13,2	26,3	60,5
0,15–0,18	30	4	6	20	13,3	20,0	66,7
0,19–0,23	49	13	9	27	26,5	18,4	55,1
0,24–0,29	76	24	20	32	31,6	26,3	42,1
0,3–0,35	54	12	17	25	22,2	31,5	46,3
0,36–0,42	22	5	5	12	22,7	22,7	54,5
0,43–0,5	4	0	4	0	0,0	100,0	0,0
0,5–0,57	5	1	1	3	20,0	20,0	60,0
0,58–0,64	17	8	7	2	47,1	41,2	11,8
0,65–0,7	45	23	14	8	51,1	31,1	17,8
0,71–0,76	69	44	14	11	63,8	20,3	15,9
0,77–0,81	72	41	25	6	56,9	34,7	8,3
0,82–0,85	43	24	7	12	55,8	16,3	27,9
0,86–0,89	38	29	7	2	76,3	18,4	5,3
0,9–0,92	27	16	6	5	59,3	22,2	18,5
0,93–1	45	33	10	2	73,3	22,2	4,4

Tabulka 37: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy mládeže do 10 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	75	15	7	53	20,0	9,3	70,7
0,08–0,1	25	8	6	11	32,0	24,0	44,0
0,11–0,14	38	9	7	22	23,7	18,4	57,9
0,15–0,18	49	11	10	28	22,4	20,4	57,1
0,19–0,23	52	20	10	22	38,5	19,2	42,3
0,24–0,29	46	15	13	18	32,6	28,3	39,1
0,3–0,35	30	10	7	13	33,3	23,3	43,3
0,36–0,42	9	1	3	5	11,1	33,3	55,6
0,43–0,5	6	4	2	0	66,7	33,3	0,0
0,5–0,57	5	3	1	1	60,0	20,0	20,0
0,58–0,64	10	8	1	1	80,0	10,0	10,0
0,65–0,7	26	15	4	7	57,7	15,4	26,9
0,71–0,76	34	21	9	4	61,8	26,5	11,8
0,77–0,81	54	33	11	10	61,1	20,4	18,5
0,82–0,85	41	21	14	6	51,2	34,1	14,6
0,86–0,89	51	32	10	9	62,7	19,6	17,6
0,9–0,92	34	22	9	3	64,7	26,5	8,8
0,93–1	80	53	17	10	66,3	21,3	12,5

Tabulka 38: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy žen do 18 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	11	2	0	9	18,2	0,0	81,8
0,08–0,1	10	3	1	6	30,0	10,0	60,0
0,11–0,14	20	5	4	11	25,0	20,0	55,0
0,15–0,18	17	3	8	6	17,6	47,1	35,3
0,19–0,23	31	9	11	11	29,0	35,5	35,5
0,24–0,29	31	12	5	14	38,7	16,1	45,2
0,3–0,35	17	4	4	9	23,5	23,5	52,9
0,36–0,42	14	6	4	4	42,9	28,6	28,6
0,43–0,5	7	2	2	3	28,6	28,6	42,9
0,5–0,57	10	4	2	4	40,0	20,0	40,0
0,58–0,64	13	5	4	4	38,5	30,8	30,8
0,65–0,7	23	11	7	5	47,8	30,4	21,7
0,71–0,76	23	12	4	7	52,2	17,4	30,4
0,77–0,81	22	16	5	1	72,7	22,7	4,5
0,82–0,85	25	21	2	2	84,0	8,0	8,0
0,86–0,89	23	18	4	1	78,3	17,4	4,3
0,9–0,92	17	12	3	2	70,6	17,6	11,8
0,93–1	10	7	3	0	70,0	30,0	0,0

Tabulka 39: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy dívek do 14 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	23	0	2	21	0,0	8,7	91,3
0,08–0,1	20	5	0	15	25,0	0,0	75,0
0,11–0,14	18	5	2	11	27,8	11,1	61,1
0,15–0,18	27	4	11	12	14,8	40,7	44,4
0,19–0,23	29	3	12	14	10,3	41,4	48,3
0,24–0,29	38	4	14	20	10,5	36,8	52,6
0,3–0,35	28	6	10	12	21,4	35,7	42,9
0,36–0,42	24	6	8	10	25,0	33,3	41,7
0,43–0,5	13	7	2	4	53,8	15,4	30,8
0,5–0,57	5	1	3	1	20,0	60,0	20,0
0,58–0,64	16	5	5	6	31,3	31,3	37,5
0,65–0,7	35	16	10	9	45,7	28,6	25,7
0,71–0,76	46	26	10	10	56,5	21,7	21,7
0,77–0,81	28	17	3	8	60,7	10,7	28,6
0,82–0,85	24	21	2	1	87,5	8,3	4,2
0,86–0,89	22	16	4	2	72,7	18,2	9,1
0,9–0,92	20	17	1	2	85,0	5,0	10,0
0,93–1	24	16	5	3	66,7	20,8	12,5

Tabulka 40: Počty a příslušné podíly výher, remíz a proher na mistrovství Evropy dívek do 10 let.

	počet partií	počet výher	počet remíz	počet proher	% výher	% remíz	% proher
0–0,07	6	0	1	5	0,0	16,7	83,3
0,08–0,1	11	1	1	9	9,1	9,1	81,8
0,11–0,14	18	2	4	12	11,1	22,2	66,7
0,15–0,18	27	9	4	14	33,3	14,8	51,9
0,19–0,23	29	8	5	16	27,6	17,2	55,2
0,24–0,29	38	15	8	15	39,5	21,1	39,5
0,3–0,35	29	9	3	17	31,0	10,3	58,6
0,36–0,42	15	6	2	7	40,0	13,3	46,7
0,43–0,5	13	3	4	6	23,1	30,8	46,2
0,5–0,57	10	5	1	4	50,0	10,0	40,0
0,58–0,64	24	12	3	9	50,0	12,5	37,5
0,65–0,7	33	17	7	9	51,5	21,2	27,3
0,71–0,76	37	22	4	11	59,5	10,8	29,7
0,77–0,81	24	15	2	7	62,5	8,3	29,2
0,82–0,85	31	21	4	6	67,7	12,9	19,4
0,86–0,89	18	10	2	6	55,6	11,1	33,3
0,9–0,92	7	7	0	0	100,0	0,0	0,0
0,93–1	8	6	2	0	75,0	25,0	0,0

E. Rozepsané výsledky testu 6

Tabulka 41: Rozepsané výsledky testu 6, test homogenity podílu remíz v intervalech jednotlivých turnajů. H_0 zamítáme na hladině $\alpha = 0{,}05$, když je testová statistika vyšší než 27,58 a na hladině $\alpha = 0{,}01$, když je testová statistika vyšší než 33,40.

	počet partií	celkové % remíz	testová statistika	závěr
ME	1931	35,2	30,93089	zamítáme H0
ME žen	708	29,7	8,097472	nezamítáme H0
ME 65+	264	32,6	10,80891	nezamítáme H0
Grand Swiss	838	53,5	20,76235	nezamítáme H0
Czech Open A	1429	34,9	8,527094	nezamítáme H0
Czech Open B	952	32,2	4,706067	nezamítáme H0
Czech Open C	1161	28,9	3,955459	nezamítáme H0
Czech Open D	985	18,6	3,681963	nezamítáme H0
ME 18	485	28,2	5,321014	nezamítáme H0
ME 14	711	24,5	5,571833	nezamítáme H0
ME 10	665	21,2	2,698976	nezamítáme H0
ME D18	324	22,5	3,460598	nezamítáme H0
ME D14	440	23,6	7,665589	nezamítáme H0
ME D10	378	15,1	1,295178	nezamítáme H0

F. Shrnutí podílů remíz v jednotlivých turnajích

Tabulka 42: Podíly remíz v jednotlivých intervalech jednotlivých turnajů.

	ME	ME žen	ME 65+	Grand Swiss	CO A	CO B	CO C	CO D	ME 18	ME 14	ME 10	ME D18	ME D14	ME D10
0–0,07	14 %	22 %	0 %	0 %	20 %	0 %	30 %	20 %	7 %	14 %	9 %	0 %	9 %	17 %
0,08–0,1	33 %	40 %	11 %	0 %	25 %	25 %	25 %	22 %	13 %	33 %	24 %	10 %	0 %	9 %
0,11–0,14	28 %	29 %	14 %	100 %	57 %	47 %	26 %	23 %	0 %	28 %	18 %	20 %	11 %	22 %
0,15–0,18	27 %	29 %	7 %	14 %	31 %	32 %	29 %	16 %	28 %	27 %	20 %	47 %	41 %	15 %
0,19–0,23	33 %	19 %	43 %	48 %	39 %	31 %	20 %	18 %	35 %	33 %	19 %	35 %	41 %	17 %
0,24–0,29	36 %	17 %	28 %	49 %	40 %	35 %	38 %	20 %	32 %	36 %	28 %	16 %	37 %	21 %
0,3–0,35	41 %	35 %	36 %	61 %	38 %	38 %	41 %	34 %	32 %	41 %	23 %	24 %	36 %	10 %
0,36–0,42	63 %	44 %	57 %	73 %	49 %	39 %	33 %	15 %	50 %	63 %	33 %	29 %	33 %	13 %
0,43–0,5	56 %	52 %	50 %	61 %	25 %	0 %	30 %	8 %	45 %	56 %	33 %	29 %	15 %	31 %
0,5–0,57	50 %	52 %	89 %	55 %	29 %	100 %	42 %	5 %	40 %	50 %	20 %	20 %	60 %	10 %
0,58–0,64	45 %	31 %	61 %	57 %	46 %	38 %	33 %	11 %	44 %	45 %	10 %	31 %	31 %	13 %
0,65–0,7	35 %	31 %	35 %	41 %	29 %	33 %	21 %	19 %	29 %	35 %	15 %	30 %	29 %	21 %
0,71–0,76	23 %	16 %	24 %	31 %	31 %	32 %	30 %	25 %	22 %	23 %	26 %	17 %	22 %	11 %
0,77–0,81	24 %	29 %	33 %	20 %	29 %	26 %	34 %	18 %	30 %	24 %	20 %	23 %	11 %	8 %
0,82–0,85	21 %	13 %	22 %	44 %	29 %	16 %	33 %	25 %	20 %	21 %	34 %	8 %	8 %	13 %
0,86–0,89	22 %	19 %	13 %	0 %	10 %	40 %	21 %	26 %	24 %	22 %	20 %	17 %	18 %	11 %
0,9–0,92	16 %	25 %	0 %	25 %	33 %	50 %	35 %	11 %	11 %	16 %	26 %	18 %	5 %	0 %
0,93–1	8 %	23 %	18 %	0 %	18 %	0 %	29 %	18 %	13 %	8 %	21 %	30 %	21 %	25 %

G. Shrnutí podílů remíz na zisku jednotlivých hráčů

Tabulka 43: Podíly remíz na zisku hráčů v jednotlivých turnajích v závislosti na očekávaných ziscích bílých. X znamená, že bílí neuhráli ani bod, takže bychom dělili nulou.

	ME	ME žen	ME 65+	GS	CO A	CO B	CO C	CO D	U18	U14	U10	D18	D14	D10
0–0,07	71 %	50 %	X	X	33 %	X	50 %	47 %	33 %	39 %	19 %	0 %	100 %	100 %
0,08–0,1	75 %	50 %	100 %	X	33 %	33 %	38 %	47 %	33 %	23 %	27 %	14 %	0 %	33 %
0,11–0,14	57 %	71 %	33 %	100 %	86 %	100 %	41 %	42 %	0 %	50 %	28 %	29 %	17 %	50 %
0,15–0,18	62 %	71 %	33 %	100 %	52 %	50 %	43 %	21 %	53 %	43 %	31 %	57 %	58 %	18 %
0,19–0,23	60 %	29 %	69 %	52 %	65 %	43 %	25 %	25 %	49 %	26 %	20 %	38 %	67 %	24 %
0,24–0,29	50 %	20 %	56 %	66 %	54 %	42 %	43 %	29 %	41 %	29 %	30 %	17 %	64 %	21 %
0,3–0,35	54 %	39 %	42 %	75 %	46 %	37 %	33 %	41 %	35 %	41 %	26 %	33 %	45 %	14 %
0,36–0,42	69 %	50 %	67 %	71 %	54 %	38 %	33 %	14 %	45 %	33 %	60 %	25 %	40 %	14 %
0,43–0,5	60 %	47 %	71 %	58 %	25 %	0 %	23 %	9 %	38 %	100 %	20 %	33 %	13 %	40 %
0,5–0,57	41 %	41 %	80 %	45 %	50 %	100 %	33 %	4 %	33 %	33 %	14 %	20 %	60 %	9 %
0,58–0,64	35 %	24 %	44 %	46 %	35 %	29 %	26 %	11 %	38 %	30 %	6 %	29 %	33 %	11 %
0,65–0,7	23 %	24 %	23 %	31 %	21 %	26 %	23 %	11 %	22 %	23 %	12 %	24 %	24 %	17 %
0,71–0,76	16 %	11 %	15 %	20 %	22 %	23 %	24 %	20 %	14 %	14 %	18 %	14 %	16 %	8 %
0,77–0,81	14 %	18 %	21 %	13 %	20 %	19 %	30 %	14 %	21 %	23 %	14 %	14 %	8 %	6 %
0,82–0,85	12 %	8 %	14 %	29 %	20 %	12 %	25 %	19 %	13 %	13 %	25 %	5 %	5 %	9 %
0,86–0,89	12 %	12 %	9 %	0 %	6 %	31 %	15 %	22 %	13 %	11 %	14 %	10 %	11 %	9 %
0,9–0,92	9 %	14 %	0 %	14 %	20 %	25 %	26 %	6 %	7 %	16 %	17 %	11 %	3 %	0 %
0,93–1	4 %	14 %	10 %	0 %	10 %	0 %	23 %	12 %	7 %	13 %	14 %	18 %	14 %	14 %

Tabulka 44: Podíly remíz na zisku hráčů v jednotlivých turnajích v závislosti na očekávaných ziscích **černých**. X znamená, že **černí** neuhráli ani bod, takže bychom dělili nulou.

	ME	ME žen	ME 65+	GS	CO A	CO B	CO C	CO D	U18	U14	U10	D18	D14	D10
0–0,07	60 %	60 %	100 %	X	100 %	X	38 %	40 %	50 %	71 %	46 %	100 %	45 %	100 %
0,08–0,1	67 %	100 %	X	100 %	100 %	X	53 %	67 %	33 %	38 %	60 %	43 %	20 %	X
0,11–0,14	100 %	50 %	20 %	X	33 %	57 %	34 %	31 %	100 %	64 %	36 %	67 %	50 %	14 %
0,15–0,18	80 %	25 %	50 %	100 %	52 %	27 %	48 %	37 %	41 %	23 %	54 %	33 %	50 %	25 %
0,19–0,23	67 %	79 %	75 %	41 %	53 %	41 %	40 %	24 %	57 %	68 %	35 %	71 %	16 %	13 %
0,24–0,29	44 %	28 %	60 %	73 %	55 %	50 %	40 %	35 %	52 %	39 %	53 %	22 %	33 %	15 %
0,3–0,35	68 %	43 %	75 %	63 %	51 %	46 %	19 %	75 %	41 %	47 %	22 %	41 %	36 %	28 %
0,36–0,42	61 %	45 %	100 %	73 %	70 %	57 %	45 %	11 %	52 %	64 %	33 %	33 %	29 %	14 %
0,43–0,5	64 %	70 %	100 %	69 %	20 %	100 %	56 %	8 %	50 %	14 %	33 %	20 %	60 %	11 %
0,5–0,57	53 %	58 %	38 %	65 %	25 %	0 %	43 %	8 %	56 %	100 %	100 %	25 %	20 %	25 %
0,58–0,64	57 %	40 %	50 %	76 %	45 %	40 %	33 %	17 %	56 %	17 %	23 %	33 %	29 %	13 %
0,65–0,7	34 %	32 %	31 %	51 %	33 %	38 %	53 %	30 %	30 %	25 %	21 %	18 %	29 %	8 %
0,71–0,76	28 %	14 %	19 %	39 %	31 %	30 %	34 %	15 %	26 %	24 %	27 %	15 %	26 %	21 %
0,77–0,81	23 %	14 %	31 %	45 %	27 %	24 %	17 %	14 %	28 %	14 %	19 %	33 %	30 %	14 %
0,82–0,85	17 %	19 %	4 %	8 %	22 %	23 %	22 %	13 %	19 %	13 %	15 %	40 %	31 %	13 %
0,86–0,89	19 %	19 %	9 %	100 %	43 %	31 %	19 %	16 %	0 %	18 %	14 %	15 %	8 %	14 %
0,9–0,92	21 %	33 %	6 %	0 %	20 %	20 %	18 %	14 %	8 %	7 %	21 %	8 %	0 %	5 %
0,93–1	7 %	14 %	0 %	0 %	14 %	0 %	21 %	13 %	4 %	12 %	6 %	0 %	5 %	9 %

H. Rozepsané výsledku testu 7

Tabulka 45: Rozepsané výsledky testu 7. H_0 zamítáme na hladině $\alpha = 0{,}05$, pokud je testová statistika menší než –1,64.

turnaj	testová statistika	závěr
ME	–0,326	nezamítáme H_0
ME žen	–0,936	nezamítáme H_0
ME 65+	–0,310	nezamítáme H_0
Grand Swiss	0,398	nezamítáme H_0
Czech Open A	–0,805	nezamítáme H_0
Czech Open B	–1,034	nezamítáme H_0
Czech Open C	–0,413	nezamítáme H_0
Czech Open D	–0,500	nezamítáme H_0
ME 18	–1,066	nezamítáme H_0
ME 14	–1,110	nezamítáme H_0
ME 10	–1,066	nezamítáme H_0
ME D18	–0,849	nezamítáme H_0
ME D14	–0,892	nezamítáme H_0
ME D10	–1,443	nezamítáme H_0

I. Posudek Ústavu pro jazyk český o používání slova elo

Ústav pro jazyk český Akademie věd České republiky, v. v. i.
oddělení jazykové kultury – jazyková poradna
Letenská 4/123, 118 51 Praha 1

Vážený pan
Filip Zadražil
Hluboká 11
466 04 Jablonec nad Nisou

Praha 20. 8. 2019
Č. j.: 30/19

Odpověď na jazykový dotaz

Vážený pane Zadražile,

odpovídáme na Vaši žádost o jazykový posudek týkající se psaní velkého písmena v případech jako *elo rating*, *elo body* a *elo systém*.

Z hlediska jazykového doporučujeme psát ve výše uvedených pojmech písmeno malé. Jde o takzvanou záměrnou apelativizaci, tedy metaforický či metonymický přenos vlastního jména na jméno obecné. Stejným způsobem by měla být psána i odvozená slova, ačkoliv bychom spíše doporučovali se zápisům typu *náš hráč v turnaji elově ztrácí* vyhnout a nahradit je opisem. Pokud by však bylo třeba z nějakého důvodu tento typ označení zachovat, pak je na místě rovněž volit písmeno malé.

Rozšířené užití velkého písmene, které ve svém dotazu zmiňujete, pravděpodobně vychází z anglického úzu, v němž je skutečně ustáleno písmeno velké. Je-li však Vaše práce psána v češtině, není důvod se anglického způsobu zápisu držet.

Za zmínku rovněž stojí velmi časté užívání majuskulí k zápisu celého slova (tedy *ELO rating*, *ELO body*, *ELO systém*). Při pohledu do Českého národního korpusu tento způsob výrazně převažuje nad ostatními typy zápisu. Například porovnáme-li způsob zápisu u *elo bodů*, z celkového výskytu (necelých 800 případů, přičemž jde takřka výhradně o publicistické texty) je pouhých 19 případů zapsáno správně (tedy s písmenem malým), asi 100 výskytů připadá na zápis s velkým počátečním písmenem (*Elo body*) a ve všech ostatních případech

Ústav pro jazyk český AV ČR, v. v. i.
oddělení jazykové kultury – jazyková poradna
Letenská 4/123
118 51 Praha 1

tel.: +420 257 531 793
fax: +420 257 531 761
e-mail: poradna@ujc.cas.cz
www.ujc.cas.cz

bankovní spojení: Raiffeisenbank
č. ú.: 987654386/5500
IČO: 68378092
DIČ: CZ68378092

jde o zápis za užití majuskulí. Vzhledem k tomu, že nejde o iniciálovou zkratku, však tento způsob navzdory jeho rozšíření rozhodně nedoporučujeme.

Další možností zápisu, preferovanou z hlediska systémového, by pak byly varianty jako *Elöho systém*, *Elöho body*, *Elöho rating*, případně *Elův systém*, *Elovy body*, *Elův rating*, pokud bychom příjmení Elo uvažovali s vyslovovaným *-o* na konci. Původem maďarské přímení Elö (ve výslovnosti s koncovým *-e*) patří jak z hlediska skloňování, tak z hlediska přivlastňování ke komplikovanějším případům, a ačkoliv by tento způsob zápisu vyhovoval jazykovému systému češtiny a zároveň by dostatečně poukazoval na přítomnost vlastního jména (a tedy byl pro mluvčí srozumitelný, podobně totiž fungují například pojmenování typu *Aspergerův syndrom* nebo *Fourierova řada* odkazující na jméno odborníka, který se dané problematice věnoval či učinil významný objev), nelze pravděpodobně očekávat, že se uchytí.

Na základě výše řečeného se tedy přikláníme k variantám s malým písmenem.

S pozdravem

ÚSTAV PRO JAZYK ČESKÝ AV ČR, v. v. i.
jazyková poradna
Letenská 4, 118 51 Praha 1

Bc. Viktorie Schödelbauerová
oddělení jazykové kultury

2 / 2