



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA VRTNÉ VĚŽE V GBELÍCH

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF THE GBELY DRILLING TOWER

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Peter Vizváry

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2020

## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Peter Vizváry</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Napjatostně deformační analýza vrtné věže v Gbelích**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování mostů, jeřábů, stožárů a ostatních technických objektů, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Vrtná věž ve Gbelích bude v rámci bakalářské práce modelována prutovou soustavou a posoudí se z hlediska napjatosti a deformace.

#### **Cíle bakalářské práce:**

1. Rešerše a získání vstupních údajů vrtné věže.
2. V případě nutnosti úprava topologie prutů vrtné věže tak, aby byly splněny předpoklady kladené na prutovou soustavu.
3. Vytvoření 3D výpočtového modelu prutové soustavy vrtné věže a provedení napjatostně deformační analýzy při různém statickém zatěžení.
4. Posouzení změna napjatosti a deformace konstrukce vrtné věže při změně míry statické neurčitosti uložení.
5. Verifikace vybraného analytického výpočtu numerickým řešením.

#### **Seznam doporučené literatury:**

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K. a ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

# ABSTRAKT

Bakalárska práca je svojím obsahom zameraná na napätostne deformačnú analýzu vrtnej veže nachádzajúcej sa v Gbeloch. Jej hlavným cieľom je zostavenie rovníc statickej rovnováhy pre analytické riešenie konštrukcie a jeho následná numerická verifikácia pomocou vytvoreného 3D výpočtového modelu na základe rôzneho statického zaťažovania či zmeny miery statickej určitosti. V prvej časti tejto práce je zhrnutá teória prútu a prútových sústav, základné medzné stavy a metóda konečných prvkov (MKP). Druhá časť obsahuje rešerš o histórii ťažby ropy na Slovensku, jej objaviteľovi a vývoji technológií hlbínnej vrtby a ťažby. V tretej časti je popísaná samotná vrtná veža v Gbeloch. Obsahom štvrtej časti je vytvorenie 3D výpočtového modelu reálnej konštrukcie, ktorá má čo najpresnejšie reprezentovať vrtnú vežu. Najobsiahlejšia je piata časť, ktorú tvorí návrh zjednodušenej konštrukcie, spísanie rovníc statickej rovnováhy pre analytické riešenie, vytvorenie 3D výpočtového modelu, určeného pre numerickú verifikáciu analytického riešenia a zhodnotenie záverov, ku ktorým jednotlivé varianty riešenia viedli.

## Kľúčové slová

vrtná veža v Gbeloch, ťažba ropy, Ján Medlen, prút, styčnik, prútová sústava, analytické riešenie, numerické riešenie, miera statickej určitosti, deformácia, napätie, normálové sily, Ansys Workbench, Maple, metóda konečných prvkov (MKP)

# ABSTRACT

The content of the bachelor's thesis is focused on the stress-strain analysis of a drilling tower located in Gbely. Its main goal is to compile equations of static equilibrium for the analytical solution of the structure and its subsequent numerical verification using the created 3D computational model based on various static loads or changes in the degree of static determinacy. The first part of this work summarizes the theory of the bar and of bar systems, the basic limit states and the finite element method (FEM). The second part contains a search on the history of oil production in Slovakia, its discoverer and the development of deep drilling and production technologies. The third part describes the drilling tower in Gbely. The content of the fourth part is the creation of a 3D computational model of a real structure, which should represent the drilling tower as accurately as possible. The most comprehensive is the fifth part, which consists of the design of a simplified structure, writing the equations of static equilibrium for the analytical solution, creating a 3D computational model for numerical verification of the analytical solution and evaluating the conclusions to which the individual variants of the solution led.

## Key words

drilling tower in Gbely, oil extraction, Ján Medlen, bar, node, bar system, analytical solution, numerical solution, degree of static determinacy, strain, stress, normal forces, Ansys Workbench, Maple, finite element method (FEM)

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA**

VIZVÁRY, Peter. *Napjatostně deformační analýza vrtné věže v Gbelích*. Brno, 2020. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125768>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.

# ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému „Napjatostně deformační analýza vrtné věže v Gbelích“ vypracoval samostatně s použitím prameňov a odbornej literatúry uvedených v zozname, ktorý tvorí prílohu na konci tejto práce.

12. júna 2020

---

Peter Vizváry

## **POĎAKOVANIE**

Ďakujem týmto doc. Ing. Vladimírovi Fuisovi, Ph.D. za cenné pripomienky a rady, ktoré mi poskytol pri vypracovaní záverečnej práce. Ďalej by som sa chcel poďakovať Miroslavu Dosedělovi za jeho pomoc a mojej snúbenici, rodine a priateľom za podporu.

# OBSAH

<b>1. ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>2. CIELE PRÁCE</b> .....	<b>11</b>
<b>3. TEORETICKÝ ÚVOD</b> .....	<b>12</b>
3.1. PRÚTOVÉ SÚSTAVY.....	12
3.1.1. Predpoklady prútových sústav .....	12
3.1.2. Statická určitosť .....	13
3.1.3. Metódy riešenia prútových sústav.....	13
3.2. PRÚT AKO TELESO V PEVNOSTI A PRUŽNOSTI .....	14
3.2.1. Prútové predpoklady .....	14
3.2.2. Výsledné vnútorné účinky (VVÚ) .....	17
3.3. PROSTÝ ŤAH A TLAK.....	17
3.4. CASTIGLIANOVA VETA .....	18
3.5. MEDZNÉ STAVY.....	19
3.5.1. Medzný stav pružnosti .....	19
3.5.2. Medzný stav vzpernej stability .....	20
3.6. METÓDA KONEČNÝCH PRVKOV (MKP) .....	22
<b>4. HISTÓRIA ŤAŽBY ROPY NA SLOVENSKU</b> .....	<b>23</b>
4.1. OBJAVITEĽ JÁN MEDLEN.....	23
4.2. ZAČIATKY PRIEMYSELNEJ ŤAŽBY ROPY .....	24
4.3. VYUŽITIE ZEMNÉHO PLYNU .....	25
4.4. VÝVOJ ŤAŽOBNEJ A VRTNEJ TECHNIKY .....	26
<b>5. VRTNÁ VEŽA V GBELOCH</b> .....	<b>29</b>
<b>6. RIEŠENIE CELKOVEJ KONŠTRUKCIE</b> .....	<b>32</b>
6.1. STATICKÝ ROZBOR .....	32
6.2. MODEL SKUTOČNEJ KONŠTRUKCIE RIEŠENÝ NUMERICKY PRVKAMI TYPU BEAM.....	32
6.2.1. Úprava konštrukcie pre vytvorenie modelu .....	33
6.2.2. Geometria a model.....	33
6.2.3. Záťažový stav 1.....	36
6.2.4. Záťažový stav 2.....	38
6.3. POROVNANIE ZÁŤAŽOVÝCH STAVOV .....	40
<b>7. RIEŠENIE ZJEDNODUŠENEJ KONŠTRUKCIE</b> .....	<b>41</b>
7.1. ANALYTICKÉ RIEŠENIE .....	42
7.1.1. Systém označenia prútov a styčníc .....	42
7.1.2. Určenie jednotkových vektorov normálových síl .....	43
7.1.3. Výpočet gravitačných síl.....	46
7.1.4. Vplyv vetra .....	49
7.1.5. Rovnice statickej rovnováhy.....	54
7.1.6. Staticky určité uloženie sústavy .....	55
7.1.7. Jedenkrát staticky neurčité uloženie sústavy .....	62
7.2. NUMERICKÉ RIEŠENIE PRVKAMI TYPU LINK .....	69
7.2.1. Geometria a model.....	69
7.2.2. Staticky určité uloženie sústavy .....	70
7.2.3. Jedenkrát staticky neurčité uloženie sústavy .....	74
7.3. POROVNANIE ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO RIEŠENIA PRVKAMI TYPU LINK .....	79
7.4. MODEL RIEŠENÝ NUMERICKY PRVKAMI TYPU BEAM.....	81
7.4.1. Geometria a model.....	81
7.4.2. Výsledky a porovnanie modelov riešených prvkami typu Beam s vplyvom vetra .....	81
7.5. PROBLÉMY V NUMERICKOM A ANALYTICKOM RIEŠENÍ.....	86
<b>8. ZÁVER</b> .....	<b>88</b>



<b>ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV .....</b>	<b>91</b>
<b>ZOZNAM NAJDÔLEŽITEJŠÍCH SYMBOLOV A SKRATIEK .....</b>	<b>93</b>
<b>ZOZNAM PRÍLOH.....</b>	<b>95</b>

# 1. ÚVOD

Jedným z najčastejších spôsobov ako realizovať stavby, u ktorých je najdôležitejšia funkčnosť, a to aj na úkor estetického vzhľadu, sú prúťové konštrukcie. Ich hlavnými výhodami sú jednoduchosť zostavenia, ušetrenie na materiále, váhe a tým aj na nákladoch, možnosť rozloženia konštrukcií, ich prevezenia a následného zloženia na inom mieste a iné. Typickými predstaviteľmi týchto konštrukcií sú rozhladne, stožiare vysokého napätia, žeriavy, mosty, telekomunikačné veže či vrtné a ťažobné súpravy.

Typickou črtou týchto konštrukcií je to, že sa skladajú z telies, tzv. prúťov. Jedná sa o dlhé a štíhle telesá, čiže ich dva rozmery sú zanedbateľné voči tretiemu. Okrem stavieb tohto typu tvoria prúťové konštrukcie taktiež kostru mnohých druhov budov. Väčšina prúťových konštrukcií sa zaraďuje medzi rámové alebo priehradové konštrukcie. Špeciálnym prípadom je prúťová sústava, ktorá musí spĺňať určité predpoklady. Ich splnenie umožňuje využiť radu zjednodušení, vďaka ktorým je možné tieto konštrukcie riešiť aj analyticky.

Téma tejto práce a jej ciele boli zvolené a vypracované na základe absolvovania predmetov Pružnosť a pevnosť I, Statika a Metóda konečných prvkov (MKP) v inžinierskych výpočtoch. Prvé dva predmety boli dôležité pre zvládnutie analytickej časti práce a posledný pre numerické modelovanie v programe Ansys Workbench. Hlavným dôvodom výberu tejto témy bola aplikácia teoretických znalostí na reálny problém, nakoľko školské príklady sú koncipované a dopredu vypracované tak, aby vyšli presne alebo naopak poukázali na konkrétne úskalía výpočtov a nefigurujú v nich mnoho z problémov vyskytujúcich sa v reálnom živote.

Pre účely napätostne deformačnej analýzy bola zvolená vrtná veža v Gbeloch a to z viacerých dôvodov. Prvým dôvodom je zaujímavý tvar konštrukcie a topológia prúťov, z ktorých je zostavená, ďalším je zaujímavá história, ktorá sa s vrtnými vežami a samotnou ťažbou ropy spája, ako napríklad jej objavenie na území Slovenska.

Pri analýze vrtnej veže v Gbeloch sa v tejto práci bude postupovať nasledujúcim spôsobom:

- Zhrnutie teoretických znalostí potrebných pre analytické riešenie
- Krátka história objavenia ropy a jej ťažby na území Slovenska
- Základné informácie o vrtnej veži v Gbeloch
- Vytvorenie 3D výpočtového modelu konštrukcie v programe Ansys Workbench a jej numerické riešenie
- Zjednodušenie konštrukcie a úprava topológie prúťov pre zostavenie rovníc statickej rovnováhy použitých v analytickom riešení a vytvorenie 3D výpočtového modelu pre numerickú verifikáciu výpočtov pri rôznych variantách riešenia.
- Zistenie bezpečností vzhľadom k medzným stavom pružnosti a vzpernej stability prúťov v analytickom riešení u jednotlivých variant riešenia.
- Zhrnutie najdôležitejších výsledkov a poznatkov v závere

## 2. CIELE PRÁCE

Za hlavný cieľ tejto práce je možné považovať analytické riešenie konštrukcie pomocou vytvorenia sústavy rovníc statickej rovnováhy a jeho následná verifikácia numerickým výpočtom, vytvorením 3D výpočtového modelu v programe Ansys Workbench. Za účelom zostavenia funkčného analytického riešenia sa v priebehu práce objavil ďalší cieľ, a to návrh zjednodušeného modelu konštrukcie a úprava topológie prútov tak, aby boli splnené predpoklady prútovej sústavy. Riešenie zjednodušenej konštrukcie obsahuje rôzne varianty, súvisiace so zmenou statického zaťažovania a miery statickej určitosti.

Ďalším cieľom práce je numerické riešenie konštrukcie, ktorá sa bude svojím zostavením čo najviac približovať skutočnej vrtnej veži v Gbeloch, a to vytvorením 3D výpočtového modelu v programe Ansys Workbench.

V poslednom rade bolo cieľom získanie vstupných údajov k vrtnej veži a vytvorenie rešerše spracovaním histórie ťažby ropy na Slovensku.

## 3. Teoretický úvod

V nasledujúcej kapitole sú zhrnuté základné teoretické poznatky dôležité k pochopeniu napätostne deformačnej analýzy bakalárskej práce. Jedná sa o teóriu prútových sústav, o prút v pružnosti a pevnosti, základné typy namáhania, základné medzné stavy a metódu konečných prvkov. Pre celú kapitolu 3 bolo čerpané z nasledujúcich zdrojov [1], [2], [3], [4], [5].

### 3.1. Prútové sústavy

Jedná sa o najjednoduchšiu modelovú sústavu, ktorá má za úlohu reprezentovať reálne prútové a priehradové konštrukcie. Medzi typické príklady reálnych prútových alebo priehradových konštrukcií patria veže, rozhľadne, mosty, žeriavy, stožiare vysokého napätia a iné. Nie všetky konštrukcie zložené z prútov sú zároveň aj prútovými sústavami. Na to, aby sa medzi ne mohli zaradiť, musia spĺňať určité predpoklady, ktoré sú uvedené v nasledujúcej podkapitole.

#### 3.1.1. Predpoklady prútových sústav

Reálne prútové a priehradové konštrukcie sú náročné na analytické riešenie, a preto sa u nich najčastejšie využíva riešenie pomocou numerických nástrojov. Po zavedení určitých predpokladov, ktoré musí daná konštrukcia spĺňať, je možné daný výpočet uskutočniť aj analyticky. Taká konštrukcia sa ďalej nazýva prútovou sústavou a predpoklady, ktoré vymedzujú jej platnosť sa nazývajú predpoklady prútových sústav. Tieto predpoklady sú uvedené v nasledujúcich bodoch:

- „Väzby medzi telesami sú sférické alebo rotačné kinematické dvojice.
- Prútovú sústavu tvoria prúty a styčnikové telesá (styčníky).
- Vonkajšie sily pôsobia len na styčníky.
- Stykom v styčníku je zabezpečené uloženie prútovej sústavy k základnému telesu a to rotačnou alebo obecnou kinematickou dvojicou v prípade rovinných sústav alebo sférickou či obecnou kinematickou dvojicou v prípade priestorových sústav.
- Každý jednotlivý prút musí byť viazaný minimálne k dvom ďalším prútom, prostredníctvom styčnikov. Zároveň musia byť prúty nepohyblivé, čo vytvára nepohyblivé prútové teleso.“ [2]

### 3.1.2. Statická určitost'

*Vonkajšia statická určitost':*

Nutnou podmienku pre vonkajšiu statickú určitost' je rovnosť počtu neznámych parametrov vonkajších stykových síl a počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy. Túto formuláciu je možné vyjadriť vzťahom:

$$\vartheta = \mu_A, \quad (1)$$

kde  $\mu_A$  je počet neznámych parametrov vonkajších stykových síl a  $\vartheta$  je počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy.

Ak  $\vartheta > \mu_A$ , sústava je staticky preurčená, a ak  $\vartheta < \mu_A$ , sústava je staticky neurčitá.

*Vnútoraná statická určitost':*

Je zviazaná s určovaním síl v prútoch, pričom platí lineárna závislosť medzi podmienkami statickej rovnováhy prútového telesa a sústavou podmienok statickej rovnováhy styčníc. Počet všetkých použiteľných podmienok statickej rovnováhy je pre priestorovú prútovú sústavu  $3k$  a pre rovinnú prútovú sústavu  $2k$ . Z toho vyplýva formulácia podmienky vnútornej statickej určitosti:

$$3k - 6 = p \dots \text{pre priestorovú prútovú sústavu} \quad (2)$$

$$2k - 3 = p \dots \text{pre rovinnú prútovú sústavu,} \quad (3)$$

kde  $k$  je počet styčníc a  $p$  je počet prútov.

Pre stupeň statickej určitosti platí:

$$s = p - (3k - 6) \dots \text{pre priestorovú prútovú sústavu} \quad (4)$$

$$s = p - (2k - 3) \dots \text{pre rovinnú prútovú sústavu} \quad (5)$$

Ak  $s > 0$ , sústava je staticky neurčitá, ak  $s < 0$ , sústava je staticky preurčená.

### 3.1.3. Metódy riešenia prútových sústav

Pre riešenie prútových sústav existuje viacero metód. Sú to všeobecné metódy, ale aj špecifické metódy pre konkrétne prútové sústavy. K základným všeobecným metódam patria:

*Všeobecná styčnicová metóda:*

Je nutné uvoľniť všetky styčnice a zostaviť lineárne algebraické rovnice, tvorené použiteľnými podmienkami statickej rovnováhy. V praxi sa nevyužíva pre riešenie na

papieri, ale na počítači cez vhodný software. Maticovo je možné algebraické rovnice zapísať v tvare:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6)$$

kde  $\mathbf{A}$  je matica sústavy,  $\mathbf{x}$  je stĺpcový vektor neznámych parametrov a  $\mathbf{b}$  je stĺpcový vektor zadaných prvkov. Touto metódou je možné riešiť všetky typy prútových sústav.

*Postupná styčnicková metóda:*

Riešenie prebieha pomocou postupného uvoľňovania jednotlivých styčníc. Väčšinou sa začína styčnikom, v ktorom je možné určiť všetky neznáme parametre (najviac tri neznáme parametre v priestorovej úlohe a dva v rovinnej úlohe) a z neho sa postupuje na ďalšie styčnicky. Ak sa nedá nájsť staticky určito viazaný styčnik, tak je možné v riešení pokračovať v prípade, ak sa pomocou uvoľnenia podsústavy podarí určiť niektorý z neznámych parametrov. Touto metódou sa nedajú riešiť všetky typy prútových sústav.

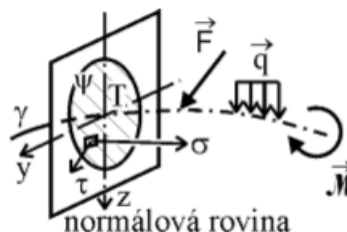
## 3.2. Prút ako teleso v pevnosti a pružnosti

Najjednoduchším modelom reálneho telesa je prút. Musí však spĺňať geometrické, väzbové, zaťažovacie, deformačné a napätostné predpoklady, súhrnným názvom prútové predpoklady, ktoré budú uvedené v podkapitole 3.2.1.

### 3.2.1. Prútové predpoklady

*Geometrické:*

Prút je určený strednicou  $\gamma$  a v každom bode strednice pričným prierezom  $\psi$ . Strednica je teda spojnicou ťažísk pričných prierezov. Musí byť spojitou a hladkou krivkou, ktorá má konečnú dĺžku. Musí platiť, že dĺžka strednice je významne (rádovo) väčšia, než najväčší rozmer pričného prierezu. Pričným prierezom sa chápe ohraničená jednoduchá alebo viacnásobne súvislá oblasť (pričný prierez je zobrazený na Obrázku 1).



Obrázok 1 – znázornenie pričného prierezu prútu [1]

*Väzbové a zaťažovacie:*

Väzbami sú obmedzené len posuvy a uhly natočenia strednice. Všetko vonkajšie zaťaženie je sústredené iba na strednicu prútu. Jedná sa o osamelé sily, líniové sily

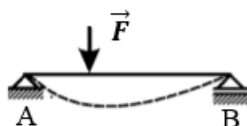
a silové dvojice s pôsobiskom na strednici. V prípade pôsobiska sily mimo strednicu sa použije staticky ekvivalentná náhrada tohto silového pôsobenia, vid' Obrázok 2, s pôsobiskom na tejto strednici.



Obrázok 2 – staticky ekvivalentná náhrada silového pôsobenia [1]

*Deformačné:*

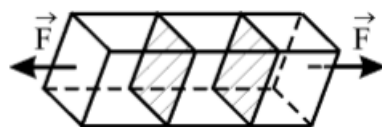
Počas deformácie si strednica zachováva spojitosť, hladkosť a priečne prierezy rovinnosť a kolmosť k deformovanej strednici, vid' Obrázok 3.



Obrázok 3 – deformácia strednice priečného prierezu [1]

Priečne prierezy sa v prípade:

- ťahu vzájomne oddávajú (Obrázok 4),



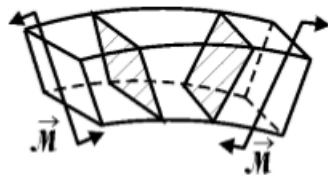
Obrázok 4 – oddávajúce sa priečne prierezy [1]

- tlaku vzájomne približujú (Obrázok 5),



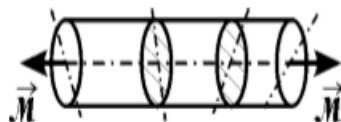
Obrázok 5 – približujúce sa priečne prierezy [1]

- ohybu natáčajú okolo osi priečného prierezu (Obrázok 6),



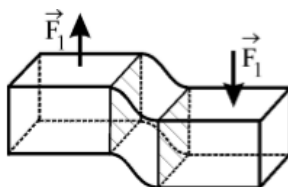
Obrázok 6 – natáčanie priečných prierezov [1]

- krutu natáčajú okolo osi kolmej k priečnému prierezu ale nedeformujú sa (Obrázok 7),



Obrázok 7 – krútenie priečných prierezov [1]

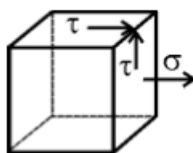
- smyku posúvajú kolmo k strednici (Obrázok 8).



Obrázok 8 – smyk priečných prierezov [1]

### Napätostné:

Špeciálnym typom napätosti, ktorá platí práve u prútových telies je tzv. prútová napätosť, zobrazená na elementárnej kocke na Obrázku 9. Je daná normálovým a smykovým napätím v priečnom priereze.



Obrázok 9 – zobrazenie prútovej napätosti na elementárnej kocke [1]

Tenzor napätia má v tomto prípade tvar:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

alebo

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & \tau \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

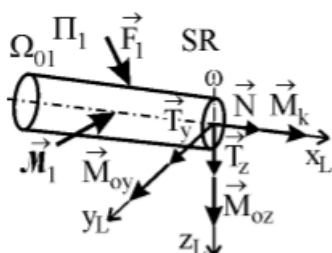


### 3.2.2. Výsledné vnútorné účinky (VVÚ)

Jedná sa o zložky silovej a momentovej výslednice vnútorných síl v ťažisku pričného prierezu. Spolu so sústavou vonkajších silových účinkov tvoria rovnovážnu silovú sústavu, ktorá pôsobí na prvok.

V priestore rozlišujeme 3 silové a 3 momentové VVÚ, ktoré sú zobrazené na Obrázku 10, sú to:

- Normálová sila ( $N$ ) – pri namáhaní ťahom/tlakom
- Posúvajúce sily ( $T_y, T_z$ ) – pri namáhaní smykom
- Krútiaci moment ( $M_k$ ) – pri namáhaní krutom
- Ohybové momenty ( $M_{oy}, M_{oz}$ ) – pri namáhaní ohybom



Obrázok 10 – znázornenie jednotlivých výsledných vnútorných účinkov [1]

*Znamienková konvencia:*

Jednotlivé veličiny výsledných vnútorných účinkov sú považované za kladné, ak sa ich smery zhodujú s kladnou orientáciou os lokálneho súradného systému.

Prútové sústavy prenášajú len ťah/tlak, preto jedinou nenulovou zložkou VVÚ je v tomto prípade normálová sila  $N$ .

### 3.3. Prostý ťah a tlak

Jedná sa o zaťažovanie priameho prizmatického prútu. Prizmatický prút má v každom bode svojej strednice rovnaký pričný prierez a hlavné centrálné osi majú stále ten istý smer.

Podmienky potrebné pre klasifikáciu typu zaťažovania ako prostého ťahu/tlaku:

- musia byť splnené prútové predpoklady,
- pričné prierezy sa približujú či odďaľujú bez toho, aby sa pri deformácii menil ich tvar (mení sa len veľkosť pričného prierezu),
- jediná nenulová zložka VVÚ je normálová sila,
- z hľadiska statickej rovnováhy musí platiť, že zmeny rozmerov sú nepodstatné.

U prostého ťahu/tlaku vzniká trojosý stav deformácie. Tenzor pretvorenia má tvar:

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \quad (9)$$

kde pre pretvorenie  $\varepsilon_x$  platí:

$$\varepsilon_x(y, z) = \frac{du}{dx} = konst. \quad (10)$$

Pre hookovský materiál platí lineárna závislosť:

$$\sigma_x(yz) = E \cdot \varepsilon_x(yz) \quad (11)$$

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)} \gamma, \quad (12)$$

pretože  $\sigma_x = konst$ ,  $\sigma_y, \sigma_z = 0$  a  $\gamma_{xy}, \gamma_{xz} = 0$ ,  $\tau_{xy}, \tau_{xz} = 0$ .

Preto pre tenzor napätia platí:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

### 3.4. Castiglianova veta

„Ak na lineárne pružné teleso pôsobí silová sústava, potom posuv  $u_K$  pôsobiska sily  $\vec{F}_K$  po jej nositeľke je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napätosti telesa  $W$  (alebo sústavy) podľa tejto sily.“ [1]

$$u_K = \frac{\partial W}{\partial F_K} \quad (14)$$

„Uhol natočenia  $\varphi_K$  priamky spojenej s pôsobiskom silovej dvojice  $\vec{M}_K$  v rovine jej pôsobenia je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napätosti telesa  $W$  (alebo sústavy) podľa tejto silovej dvojice.“ [1]

$$\varphi_K = \frac{\partial W}{\partial M_K} \quad (15)$$

Výsledné znamienko (kladné alebo záporné) určuje smer posuvu alebo natočenia. Ak je znamienko kladné, znamená to, že posuv alebo natočenie je v smere pôsobiacej sily alebo silovej dvojice. Ak je znamienko záporné, analogicky to znamená, že posuv alebo natočenie je proti smeru pôsobiacej sily alebo silovej dvojice.

Castiglianova veta je všeobecnou metódou pre určovanie deformačných posuvov a priehybov. Deformačný posuv je všeobecne vyjadrený podľa vzťahu 16 ako:

$$u_K = \frac{\partial W}{\partial F} = \int_{\gamma} \frac{N(x)}{S(x) \cdot E(x)} \cdot \frac{\partial N(x)}{\partial F_K} dx \quad (16)$$

Ak je normálová sila  $N$ , plocha priečného prierezu  $S$ , modul pružnosti  $E$  a dĺžka prútu  $l$  po častiach konštantná, je možné tento integrál previesť na sumu:

$$u_K = \frac{\partial W}{\partial F} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{S_i \cdot E_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_K} \quad (17)$$

Tento vzťah je často využívaný práve pri práci s prútovými sústavami.

### 3.5. Medzné stavy

*„Medzný stav je taký zo zaťažovacích stavov telesa, pri ktorom sa kvalitatívne mení schopnosť telesa plniť niektorú z požadovaných funkcií, prípadne teleso túto schopnosť úplne stráca.“ [1]*

Príčiny týchto medzných stavov je možné rozdeliť na vonkajšie (napr. mechanické zaťaženie, teplota, vplyv prostredia, chybná manipulácia) a vnútorné (napr. nevhodne použitý materiál, chyby na materiále alebo zvare, nevhodná technológia).

Medzné stavy (MS) sa rozdeľujú do viacerých kategórií:

- MS súvisiace s deformáciou telesa:
  - o MS deformácie
  - o MS pružnosti
  - o MS deformačnej stability (vzpernej stability)
- MS súvisiace s porušovaním telesa:
  - o MS porušenia
  - o MS stability trhliny
  - o MS trhlín
  - o MS lomu

Pri analýze prútovej sústavy budú rozoberané medzné stavy pružnosti (MSP) a vzpernej stability (MSVS).

#### 3.5.1. Medzný stav pružnosti

Podľa toho, či sa teleso po odľahčení vráti do pôvodného stavu sa deformácia rozlišuje na elastickej (po odľahčení sa vráti do pôvodného stavu) a plastickej (trvalá deformácia po odľahčení).

Medzný stav pružnosti je charakteristický tým, že po jeho prekročení vznikajú (nezvratné) makroplastické deformácie.

Bezpečnosť vzhľadom k MSP sa označuje  $k_k$  a určuje sa porovnaním vypočítanej hodnoty napätia  $\sigma$  s medzou klzu  $\sigma_k$  (alebo  $R_e$ ), ktorá je materiálovou charakteristikou (určuje sa experimentálne pri ťahovej skúške z ťahového diagramu).

$$k_k = \frac{\sigma_k}{|\sigma|} \quad (18)$$

Ak je  $k_k > 1$ , medzný stav pružnosti nenastane, ak  $k_k \leq 1$ , medzný stav pružnosti nastane a vznikajú makroplastické deformácie.

### 3.5.2. Medzný stav vzpernej stability

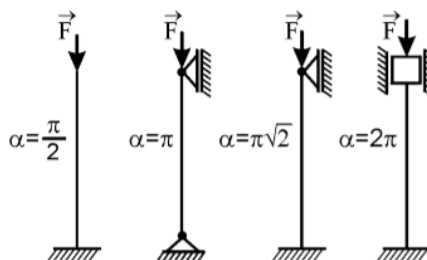
Pri stlačovaní prútu (namáhanie tlakom) nastane pri určitej veľkosti zaťaženia priehyb prútu. V priebehu zaťažovania sa mení charakter deformácie. Na začiatku sa jedná len o stlačovanie prútu, po dosiahnutí medzného stavu vzpernej stability sa pridá ohyb, ktorý sa stane zároveň hlavnou zložkou deformácie.

Z toho vyplýva, že medzný stav vzpernej stability je charakteristický práve zmenou hlavnej (podstatnej) zložky deformácie.

Kritická sila, ktorá je potrebná k dosiahnutiu tohto stavu je určená vzťahom 19:

$$F_{krit} = \frac{\alpha^2 E J_2}{l^2}, \quad (19)$$

kde  $\alpha$  je konštanta, daná typom uloženia prútu podľa Obrázku 11,  $E$  je Youngov modul (modul pružnosti v ťahu),  $J_2$  je minimálny kvadratický moment, pri ktorom bude mať kritická sila najmenšiu hodnotu, a  $l$  je dĺžka prútu.



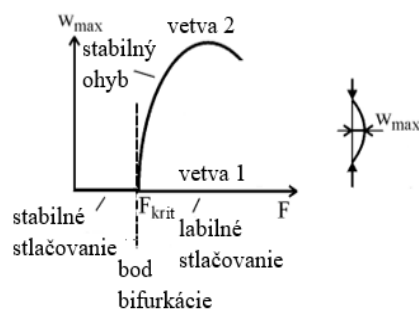
Obrázok 11 – druhy uloženia prútu [1]

Podľa veľkosti zaťažovacej sily v porovnaní s kritickou silou môžu nastať 3 prípady:

$F < F_{krit}$  ... prút je len stlačovaný,

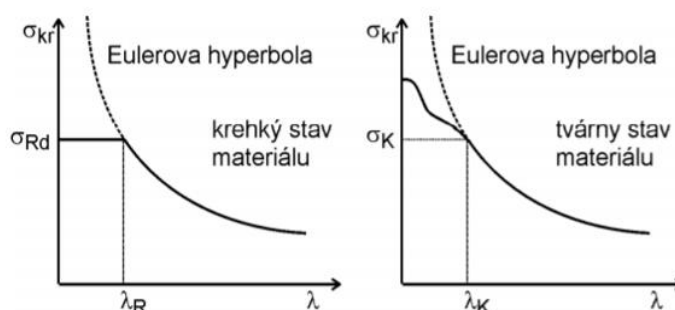
$F > F_{krit}$  ... prút môže byť buď len stlačovaný (je v labilnej rovnováhe) alebo je len ohýbaný (potom je v stabilnej rovnováhe),

$F = F_{krit}$  ... nastáva bod rozdvojenia rovnováhy, tzv. bifurkácia – stlačovanie, ktoré bolo pôvodne stabilné sa mení na labilné a stabilným sa stáva ohyb, vid' Obrázok 12.



Obrázok 12 – rozdvojenie rovnováhy stlačovaného prútu [1]

Závislosť tlakového napätia  $\sigma_{kr}$  na štihlosti prútu  $\lambda$  je vyjadrená Eulerovou hyperbolou, podľa Obrázku 13.



Obrázok 13 – závislosť tlakového napätia na štihlosti prútu pre krehký (vľavo) a tvárny (vpravo) materiál [1]

Pre výpočet bezpečnosti vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability je najprv potrebné určiť štihlosť prútu zo vzťahu 20:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{S}}}, \quad (20)$$

kde  $l$  je dĺžka prútu,  $J$  je minimálny kvadratický moment a  $S$  je obsah priečného prierezu. Následne sa táto hodnota musí porovnať s kritickou hodnotou štihlosti prútu, ktorá sa určí zo vzťahu 21:

$$\lambda_k = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} \quad (21)$$

Ak platí podmienka, že  $\lambda > \lambda_k$ , tak u daného prútu ako prvý nastane práve medzný stav vzpernej stability. Ak táto podmienka neplatí, u daného prútu dôjde skôr k medznému stavu pružnosti. Bezpečnosť vzhľadom k MSVS sa potom spočíta zo vzťahu 22:

$$k_v = \frac{F_{krit}}{|F|}, \quad (22)$$

kde  $F_{krit}$  je kritická sila, spočítaná vo vzťahu 19 a  $F$  je normálová sila v prúte.

### 3.6. Metóda konečných prvkov (MKP)

Najpoužívanejšou metódou pre napätostne deformačnú analýzu je v dnešnej dobe metóda konečných prvkov (ďalej MKP). Táto metóda je založená na variačnom princípe, ktorý spočíva v hľadaní minima nejakého funkcionálu, pričom funkcionálom sa rozumie priradenie číselnej hodnoty nejakej funkcii (jedná sa napr. o deformačnú energiu).

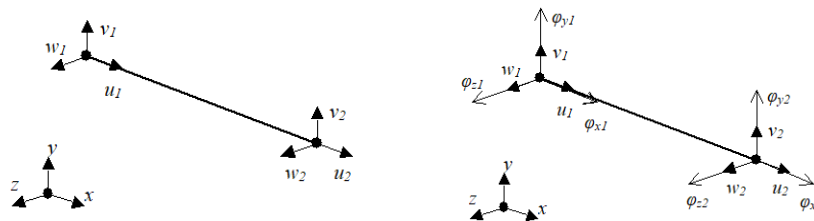
Jedná sa o numerickú metódu, na ktorej sú založené niektoré počítačové programy (napr. Ansys). V týchto programoch sa vytvorí geometrický model telesa, ktorý je rozdelený na prvky konečných rozmerov do tzv. siete. Prvky sa rozdeľujú na rovinné, priestorové, prútové, škarupinové, dosko-stenové a špeciálne. Základným prvkom je štvoruholník (v rovine) a šesťsten (v priestore). Pre prútové systavy, resp. systavy, kde sú dva rozmery zanedbateľné voči tretiemu rozmeru, existujú vhodnejšie prvky a to prvky prútové. Tieto sa navzájom spájajú v uzloch (prútový prvok obsahuje 2 uzly), pričom sa odlišujú na základe počtu deformačných parametrov v uzloch.

Prútové prvky sa rozdeľujú na dva základné typy a to *Link* a *Beam*. Prvky typu *Link* majú ako deformačné parametre len posunutia, pričom prvky typu *Beam* obsahujú v deformačných parametroch okrem posunutí aj natočenia. Oba typy sa ďalej rozdeľujú ešte na niekoľko druhov, na základe toho, či sa jedná o prútový prvok v rovine (*LINK1* a *BEAM3*) alebo priestore (*LINK8* a *BEAM4*), pričom dva z nich sú zobrazené na Obrázku 14.

Základná rovnica MKP, na ktorej stoja všetky výpočty je uvedená vo vzťahu 20:

$$\mathbb{K} \cdot \mathbb{U} = \mathbb{F}, \quad (20)$$

kde  $\mathbb{K}$  je globálna matica tuhosti,  $\mathbb{U}$  je matica deformačných parametrov a  $\mathbb{F}$  je matica zaťaženia.



Obrázok 14 – prvok typu LINK 8 (vľavo) a prvok typu BEAM (vpravo)

## 4. História ťažby ropy na Slovensku

História ťažby ropy na Slovensku sa začala písať v roku 1914, konkrétne 13. januára v obci Gbely, keď Rakúsko-Uhorsko prvýkrát začalo ťažiť ropu priemyselne. Jej objavenie na území Slovenska je pripisované maloroľníkovi Jánovi Medlenovi, zobrazeného na fotografii (na Obrázku 15).

### 4.1. Objaviteľ Ján Medlen

V tejto kapitole boli informácie o živote Jána Medlena a jeho objave čerpané zo zdrojov [6] a [7].

Aj napriek tomu, že sa Jánovi Medlenovi pripisuje objavenie ropy na Slovensku, neobjavil priamo ako prvú ropu, ale horľavé plyny, ktoré v podobe výronov vychádzali na zemský povrch. Stalo sa to po tom, ako sa snažil odvodniť časť zeme, na ktorej bolo močarisko, aby ho premenil na poľnohospodársku pôdu. Vtedy sa začali objavovať výrony plynu, o ktorých zistil, že sú horľavé a to náhodou, keď sa jeden výron vznietil od jeho odhodenej horiacej cigarety. Napadlo mu, že by si týmto plynom mohol vykurovať svoju chalupu. Na mieste najväčšieho výronu vykopal jamu, obstaval ju tehľami a vykopaným jarkom, ktorý tiež obložil tehľami, zakryl ho hlinou a doviedol plyn priamo do ohniska v jeho chalupe. Tento spôsob, ktorým si vykuroval svoj dom, fungoval až do chvíle, kým sa na začiatku roku 1913 vrátil nič netušiac domov, že sa chalupa naplnila plynom, škrtol zápalkou a nastal veľký výbuch, ktorý vyhodil do vzduchu strechu jeho domu. Keďže Medlen býval v blízkosti železničnej stanice, jej prednosta bol svedkom výbuchu a oznámil ho Železničnej správe Rakúsko-Uhorska.



Obrázok 15 – fotografia Jána Medlena [6]

*Zaujímavosti o Jánovi Medlenovi:*

Vyznačoval sa samotárstvom a podivíntvom, postupom času sa uňho začali objavovať halucinácie a tiež psychická porucha, schizofrénia. Na druhú stranu sa uňho prejavili aj

náznaky génia a vynálezcu, keď sa pokúsil vytvoriť stroj na princípe perpetuum mobile, zobrazený na Obrázku 16.



*Obrázok 16 – Medlenov pokus o perpetuum mobile [6]*

## **4.2. Začiatky priemyselnej ťažby ropy**

Informácie v nasledujúcich kapitolách o histórii priemyselnej ťažby ropy na Slovensku boli čerpané zo zdroja [8].

Po výbuchu, ktorý sa odohral v dome Jána Medlena, príslušné štátne orgány nariadili vykonať geologický prieskum, a tak 28. októbra 1913 sa v hĺbke 163 až 168 metrov našli ložiská vzácnej ťažkej ropy. Následne sa počiatkom roka 1914 začala písať história priemyselnej ťažby ropy na území Slovenska.

K prvej sonde postupne pribúdali ďalšie a len do roku 1918 sa navráťalo 56 sond. Mesačne sa vyťažilo okolo 650 ton ropy a do vzniku ČSR sa stihlo vyťažiť 29 362 ton ropy. Keďže ropa bola vzácna a vysoko perspektívna, sústreďovala sa na ňu veľká pozornosť. Ťažbu spravoval štát a vznikli Štátne naftové bane v Gbeloch. Ich začiatky sú vyobrazené na Obrázku 17. Produktívna rozloha predstavovala približne 49 km<sup>2</sup>.



*Obrázok 17 – Štátne naftové doly Gbely vo svojich začiatkoch [8]*



Po objavení tak významného ropného bohatstva sa samozrejme pátralo po ďalších možných ložiskách ropy na Slovensku, hlavne v okolí mesta Gbely. Ďalšie ložiská sa našli napríklad v Závode, Moravskom sv. Jáne, Kopčanoch, Holíči, Brodskom či Gajaroch, v Gbeloch ale následne objavili nové najbohatšie ložisko. V medzivojnovom období sa v Gbeloch vytťažilo 214 tisíc ton ropy, čo bolo 71 % zo všetkej vytťaženej ropy v ČSR. Ukážka, ako vyzerali Štátne naftové doly v Gbeloch po 1. svetovej vojne je na Obrázku 18.

Počas 2. svetovej vojny boli Štátne naftové bane prenajaté nemeckej firme, ktorá za účelom zisku zmodernizovala vrtnú a ťažobnú techniku. Začalo sa využívať rotačných vrtných súprav, výkonných čerpadiel a karotáže (geofyzikálne meranie vo vrtoch). Po 2. svetovej vojne však nemecká firma, ktorej boli bane prenajaté, odviezla väčšinu svojej ťažobnej techniky späť do Nemecka, a tak bola ČSR nútená túto techniku svojpomocne obnoviť. Použili sa moderné súpravy typu Wirth, Trauzl a Haniel Leug. Počas nasledujúcich rokov sa o obnovu techniky staralo ZSSR.

Do roku 1947 aktívne ťažilo v Gbeloch 217 sond, z celkového počtu 350, ktoré vznikli od úplného začiatku. Do tohto roku bolo na tomto území vytťažných približne 400 tisíc ton ropy.

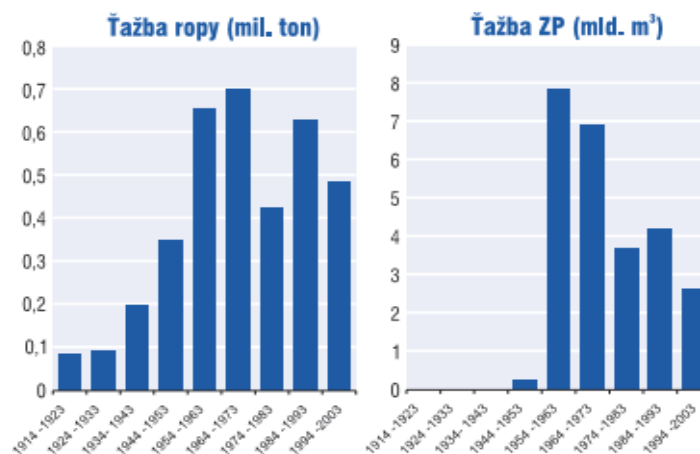


Obrázok 18 – Štátne naftové doly v Gbeloch v roku 1923 [8]

### 4.3. Využitie zemného plynu

V nasledujúcich rokoch sa ročná produkcia zvyšovala nachádzaním nových vrtoch až na 80 tisíc ton ročne. Taktiež sa začal zužitkovať aj zemný plyn, ktorý bol dovtedy opomenutý a nevyužívaný. Považoval sa len za vedľajší produkt ťažby ropy.

Týmto sa začal využívať aj na vykurovanie domácností a ku koncu 50. rokov dosiahla jeho ťažba svoj vrchol, a to až 1,3 miliárd m<sup>3</sup> ročne. Následne začal mierny pokles ťažby ropy aj zemného plynu. Podarilo sa nachádzať nové ložiská zemného plynu, avšak nové ložiská ropy boli skôr vzácne a ekonomicky nevýhodné. V 90 ročnej histórii ťažby ropy a zemného plynu, bolo na Slovensku objavených v podobe geologických zásob v ložiskách 25 miliárd m<sup>3</sup> zemného plynu a 3,7 milióna ton ropy, pričom absolútny vrchol dosiahla ťažba v roku 1963.



Obrázok 19 – grafy zobrazujúce ťažbu ropy a zemného plynu od roku 1914 do roku 2003 [8]

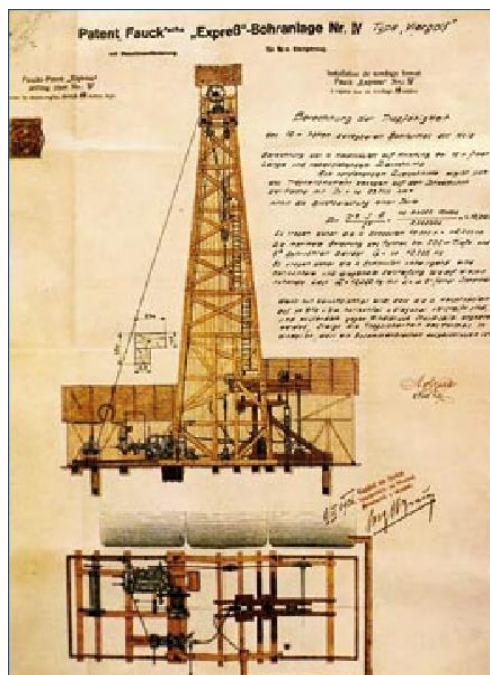
V nasledujúcich rokoch sa čoraz viac začalo uvažovať nad vytvorením podzemného skladovania zásob zemného plynu. Na začiatku 70. rokov sa začali budovať podzemné skladovacie objekty, ktoré spravovalo československé a neskôr slovenské plynárenstvo. Tieto zásoby umožnili vytvoriť rovnomernú dodávku zemného plynu aj napriek občasným výkyvom dodávok zo zahraničia alebo nerovnomernej spotrebe. Na Obrázku 19 je zobrazený graf, ktorý po jednotlivých desaťročiach od roku 1914, až do roku 2003, ukazuje množstvo vyťaženej ropy a zemného plynu na území Československa.

## 4.4. Vývoj ťažobnej a vrtnej techniky

Vývojom samozrejme prechádzala aj samotná ťažobná a vrtná technika. Ťažobná technika nadväzovala na vrtnú, preto je nutné tieto dve techniky od začiatku rozlišovať. Vrtná technika je používaná na vyhlbenie samotného vrtu pomocou rotačnej súpravy, odstránenie zeminy a vytvorenie priameho prístupu k ložisku. Ťažobná technika nasleduje po dokončení vrtu pomocou sond, ktorými sa uskutočňuje priamo ťažba ropy z podzemného ložiska.

V úplných začiatkoch ťažby sa vrty vykonávali ručne a to pomocou súpravy Trauzl – Rapid prevažne rotačným spôsobom, pomocou lyžicového vrtáku, ktorý sa nazýval Šapa. Čo sa týka vrtných veží, z počiatku sa využívali hlavne jednoduché drevené trojnožky alebo štvornožky. Vrtná súprava Trauzl ako prvá začala využívať kovovú konštrukciu veže. V roku 1926 si firma Fauck dala patentovať listinu na ťažobnú súpravu. Tento patent je zobrazený na Obrázku 20.

Aj napriek tomu, že sa využívali benzínové motory a parný pohon, veľká časť práce bola stále vykonávaná ručne. Samotná ťažba ropy sa vykonávala buď samotkom, alebo lyžicovaním. Odťažovanie sond spôsobovalo zavodňovanie, čo malo za následok zmiešanie ropy s vodou, preto sa budovali zariadenia na oddeľovanie ropy, tzv. lapače oleja. Tie fungovali na gravitačnom princípe, kedy sa ropa oddelila od vody a následne odvádzala do nádrže.



Obrázok 20 – patentová listina na ťažobnú supravu od firmy Fauck z roku 1926 [8]

V období medzi vojnami technologický pokrok upadal a ťažba ropy klesala. Jediným významnejším pokrokom bolo využívanie zemného plynu pre pohon plynových motorov.

Počas 2. svetovej vojny, keď sa Štátne naftové bane dostali do prenájmu nemeckej firme, sa zlepšila najmä efektívnosť ťažby. Napríklad vrt, ktorý mal hĺbku 1200 metrov, bolo možné vyvŕtať za mesiac, pričom pred pár rokmi to trvalo 3 mesiace. Významne sa zlepšovali aj geologické prieskumné metódy.



Obrázok 21 – skupina robotníkov zachytená pri vŕtaní v Gbeloch v roku 1959 [8]

Jednou z najstarších metód ťaženia ropy je metóda lyžicovania. Využívala sa veľmi dlho, prakticky od začiatku ťažby až do konca 2. svetovej vojny. Jej princíp spočíval v tom, že lyžica, ktorá bola dutá, sa ponárala do sond, ropa natiekla cez záklopku do lyžice a následne sa táto záklopka pri vyťahovaní zatvorila. Po vytiahnutí sa lyžica oprela zospodu o trň, záklopka sa otvorila a ropa vytiekla do nádoby, z ktorej potom putovala do oddeľovacích nádrží. Novou metódou, ktorá sa začala využívať, bolo zatlačanie plynu a vody do ložiska, čím sa výrazne zvýšila vyťažiteľnosť.

V období po 2. svetovej vojne šiel technický vývoj do popredia. Zvyšoval sa ťažobný výkon aj dosiahnuteľná hĺbka. Technika bola zabezpečovaná súpravami zo ZSSR a Rumunska, odkiaľ sa privážali súpravy pre veľmi hlboké vrty. Fotografia na Obrázku 21 zachytáva robotníkov pri skúšobných vrtoch v Gbeloch. Rekordným vrtom bol vrt Šaštín s hĺbkou 6505 metrov. V 50. rokoch bolo jedným z najvýznamnejších vylepšení zavedenie valivých dlát, zobrazených na Obrázku 22 vľavo, a následne triskového vírtania. V 70. rokoch sa začali využívať mobilné súpravy typu DIR a BIR, ale tiež súpravy typu GVS vyrobené priamo v Gbeloch.

Novým typom ťažby sa stala ťažba pomocou hlbinných čerpadiel. Tie sa poháňali pomocou ťažobných kozlíkov (príklad takého kozlíka je na Obrázku 22 vpravo). Tento typ ťažby je známy a je možné ho bežne vidieť aj dnes. Okrem tohto typu sa ešte využíva ťažba samotokom, pohon je však už zabezpečený elektrickou energiou. Ropa sa privádza vysokotlakovým potrubím do naftových stredísk, kde sa separuje od vody a všetkých prídavných látok, a následne je ďalej distribuovaná.



Obrázok 22 – valivé vrtné dláto (vľavo) [8] a ťažobný kozlík (vpravo) [13]

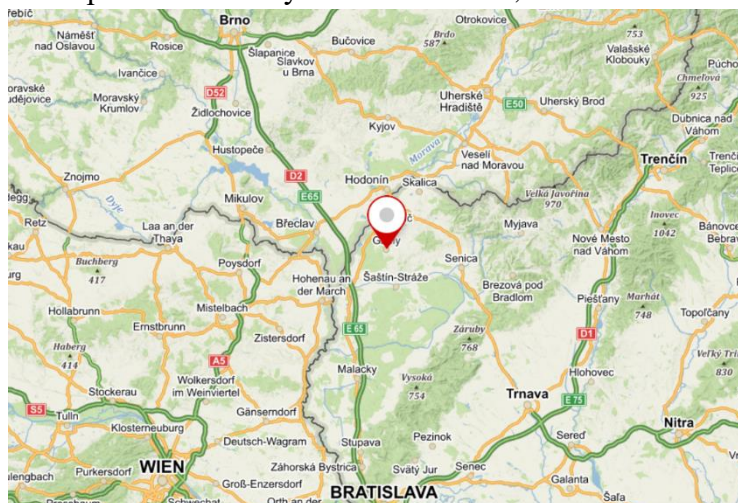
## 5. Vrtná veža v Gbeloch

Informácie o vrtných vežiach podobných vrtnej veži, nachádzajúcej sa v Gbeloch boli čerpané zo zdroja [9].

Vrtné veže sa stavajú nad ústím vrtu pre udržovanie vrtného náradia v závese. Výška veží závisela na type hlbinného vrtania. V prípade plytkého vrtania bola výška veže 28 m, pri hlbokom vrtaní 41 m a pre najhlbšie vrty 53,3 m. U väčšiny veží sa ako materiál volila oceľ. Častokrát sa využívali aj kotevné laná pre zabezpečenie väčšej stability veže.

Vrtná veža v Gbeloch patrila spoločnosti Nafta a.s., ale momentálne je pod správou mesta Gbely ako exponát v Mestskej a naftárskej expozícii, ktorá slúži ako múzeum. Pôvodne sa nachádzala na inom mieste, avšak po jej vyradení z prevádzky bola rozobraná, prevezená do Gbelov a znovu postavená na mieste blízko Naftárskeho múzea. Aktuálna poloha vrtnej veže v Gbeloch je zobrazená na Obrázku 23.

Aj napriek veľkému pátraniu u rôznych firiem a osôb, neboli získané žiadne materiály



Obrázok 23 - poloha vrtnej veže na mape [14]

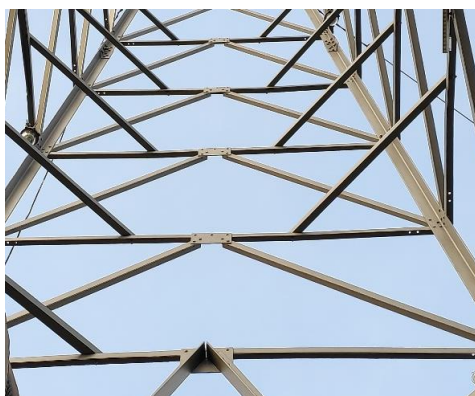
k tejto veži, ako napr. technické výkresy, technické správy, preto sa k tejto veži bolo nutné dostaviť osobne a zmerať si potrebné rozmery. Pre namodelovanie konštrukcie bolo najdôležitejšie zmerať šírku spodnej podstavy  $W$ , šírku vrchnej podstavy  $w$  a výšku  $H$ . Spodná i vrchná podstava tvorí štvorec. Ostatné rozmery boli následne dopočítané alebo sa určili analyticky. Výška bola určená po spodnú časť plošiny. Na základe zmeranej výšky pravdepodobne táto veža patrila do typu BM-28-4 (celková výška 28 m, profilová oceľ). Fotografia vrtnej veže sa nachádza na Obrázku 24.



*Obrázok 24 – fotografia vrtnej veže v Gbeloch*

Samotná veža sa skladá z niekoľkých častí. Spodnú časť tvoria štyri nohy, ktoré sú zabetónované do zeme a medzi sebou prepojené traverzami z troch strán. Štvrtá strana tvorí vstup pre kozlík (čerpadlo na naftu). Nohy sa postupne zbíhajú, až sa spoja do jedného celku. Ďalšiu časť tvoria poschodia veže, ktoré pod rovnakým zbíhavým uhlom pokračujú až k poslednej časti. Prvých päť poschodí je navyše vystužených prútmi, ktoré spájajú vždy dve strany k sebe (sú umiestnené v rohoch konštrukcie, vid' Obrázok 25). Ďalšie fotografie vrtnej veže sú umiestnené v Prílohe 5 bakalárskej práce (ďalej len BP).

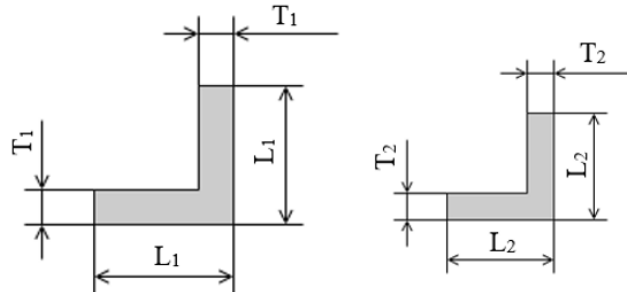
Zaujímavým zistením bol fakt, že v reálnej konštrukcii jeden vystužovací prút chýba, čo je možné vidieť na Obrázku 25. Prečo tomu tak je ale nebolo zistené, pravdepodobne však táto skutočnosť nastala pri opätovnom zložení konštrukcie na mieste jej vystavenia v Gbeloch.



*Obrázok 25 – fotografia chýbajúceho prútu*

Poslednú časť tvorí plošina so zábradlím, kladkostrojom a ukončením veže v tvare  $\Delta$ , na ktorú vedie rebrík umiestnený na boku veže a dve traverzy tvoriace jej vrchol. Na tejto plošine je umiestnený aj systém kladiek, ktorý sa využíva pri vŕtaní.

Konštrukcia je zostavená z tyčí (prútoch), ktoré sú k sebe znitované. Priechne prierezy prútoch tvoria L-profilu a rebrík je uchytený na dvoch prútoch. L-profil sa tu nachádza v dvoch rozmeroch, ktoré sú uvedené na Obrázku 26. Zakótované hlavné rozmery konštrukcie sú zobrazené na Obrázku 27.



Obrázok 26 – priechne prierezy nachádzajúce sa v konštrukcii

Zmerané rozmery profilov:

$$L_1 = 0,15 \text{ m}$$

$$L_2 = 0,08 \text{ m}$$

$$T_1 = 0,01 \text{ m}$$

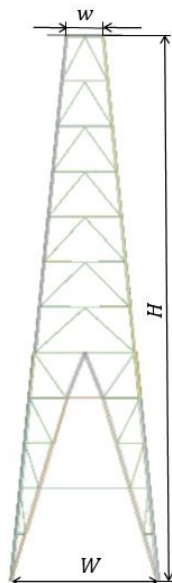
$$T_2 = 0,005 \text{ m}$$

Zmerané rozmery veže:

$$W = 6,2 \text{ m} \dots \text{šírka spodnej podstavy}$$

$$w = 1,6 \text{ m} \dots \text{šírka vrchnej podstavy}$$

$$H = 22,8 \text{ m} \dots \text{výška konštrukcie}$$



Obrázok 27 – hlavné rozmery konštrukcie

## 6. Riešenie celkovej konštrukcie

V tejto kapitole bude rozobraná analýza celkovej konštrukcie. Jedná sa o čo najpresnejšie znázornenie skutočnej vrtnej veže v Gbeloch. Bude riešená numericky, vytvorením 3D výpočtového modelu pomocou programu Ansys Workbench.

### 6.1. Statický rozbor

Prvým krokom v analýze celkovej konštrukcie bol statický rozbor, ktorý slúžil pre zistenie, či sa naozaj jedná o prútovú sústavu, poprípade koľko prútov chýba alebo naopak, koľko prútov je tam navyše ak sa o prútovú sústavu nejedná.

Pre uľahčenie výpočtu statického rozboru bola konštrukcia rozdelená na dve časti: nohy a poschodia nad nohami. Keďže všetky štyri nohy sú identické, stačilo spočítať len jednu a vynásobiť ju štyrmi. Vďaka symetrii sú aj všetky štyri strany časti s poschodiami rovnaké, a tak stačilo rovnako spočítať len jednu z nich a vynásobiť ju štyrmi. Počty prútov a styčníc jednotlivých častí a celkovej konštrukcie sú uvedené v Tabuľke 1.

Tabuľka 1 – počty prútov a styčníc celkovej konštrukcie

	Jedna noha	Všetky nohy	Jedna strana poschodí	Všetky strany poschodí	Celá konštrukcia
2D styčníky	0	0	18	72	72
3D styčníky	13	52	8	32	84
Prúty	35	140	52	208	348

Výpočet vnútorného statického rozboru:

$$s = p - (3k_{3D} + 2k_{2D} - 6) \quad (21)$$

$$s = 348 - (3 \cdot 84 + 2 \cdot 72 - 6) = -42 \quad (22)$$

Z výsledku statického rozboru vyplýva, že konštrukcia bola 42-krát staticky preurčená. To by znamenalo, že pre dosiahnutie statickej určitosti konštrukcie by bolo nutné, do nej na správne miesta vložiť 42 prútov.

### 6.2. Model skutočnej konštrukcie riešený numericky prvkami typu *Beam*

Pre túto analýzu bol ako typ prvku pre numerické riešenie zvolený prvok typu *Beam*, čiže rámový prvok. Keďže jednou z podmienok prútovej sústavy je, že sústava musí byť



zaťažená len ťahom alebo tlakom a prvky typu *Beam* umožňujú aj zaťaženie sústavy ohybom, tak sa v tejto kapitole jedná o analýzu všeobecnej rámovej sústavy, nie prútovej.

## 6.2.1. Úprava konštrukcie pre vytvorenie modelu

K vytvoreniu modelu konštrukcie v programe Ansys Workbench sa museli vykonať určité úpravy reálnej vrtnej veže. Po dohode s vedúcim práce bolo rozhodnuté o nasledujúcich úpravách:

- zanedbanie rebríka, ktorý sa nachádzal na jednej strane konštrukcie,
- nahradenie vrchnej plošiny ekvivalentným silovým pôsobením,
- zanedbanie traverz spájajúcich spodnú podstavu,
- zanedbanie kotviacich lán.

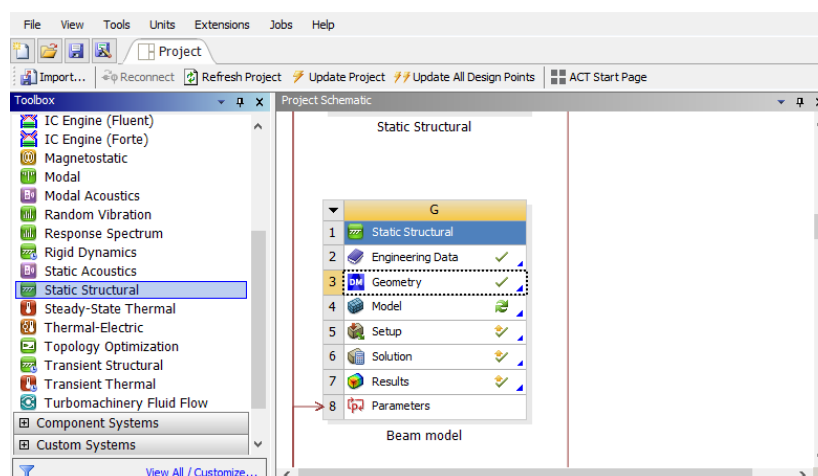
Namodelovanie rebríka by bolo v programe Ansys komplikované a zdĺhavé, pričom jeho zaťaženie na stranu konštrukcie nie je významné.

Plošinu (so zábradlím, kladkostrojom a ukončením veže v tvare  $\Delta$ ), takisto ako rebrík, by nebolo jednoduché v programe namodelovať, ale jej váha sa na rozdiel od rebríka nedala zanedbať. Preto bola nahradená silovým pôsobením v styčníkoch na vrchnej podstave konštrukcie.

Pretože sa na spodnej podstave nachádzali len tri traverzy, ktoré by spôsobili silnú asymetriu modelu, bolo nutné ich takisto zanedbať. Traverzy sa napájali v miestach, kde už prúty boli spojené do jedného miesta, takže bolo možné konštrukciu uvažovať tesne nad touto hranicou.

## 6.2.2. Geometria a model

Po otvorení programu Ansys Workbench sa vľavo zobrazila ponuka rôznych druhov analýz, ktoré boli k dispozícii. Z ponuky bola vybraná analýza *Static Structural*, zobrazená na Obrázku 28.



Obrázok 28 – novovytvorený projekt v analýze *Static Structural* v Ansys Workbench

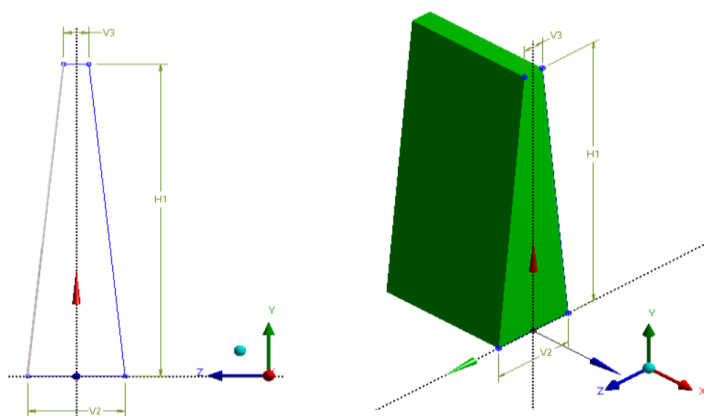
Po vytvorení projektu bolo vhodné postupovať v poradí, ktoré predurčil program. Preto ako ďalšia nasledovala záložka *Engineering Data*, v ktorej sa nastavil materiál ako konštrukčná oceľ a jej parametre, ktorými boli hustota a Youngov modul (modul pružnosti v ťahu). Ostatné parametre boli ponechané ako defaultné.

Hustota konštrukčnej ocele:  $\rho = 7850 \text{ kg.m}^{-3}$

Youngov modul:  $E = 210 \text{ GPa}$

### *Geometria:*

Geometria bola vytvorená v programe *Desing Modeler* (je súčasťou programu Ansys Workbench). Po otvorení programu sa v ľavej časti zobrazil strom jednotlivých vykonaných krokov. Na začiatku sa zvolila rovina *YZPlane*, v ktorej sa vytvoril prvotný *Sketch* (skeč), kde boli zakótované tri hlavné rozmery konštrukcie, a to šírka vrchnej podstavy, šírka spodnej podstavy a výška konštrukcie.



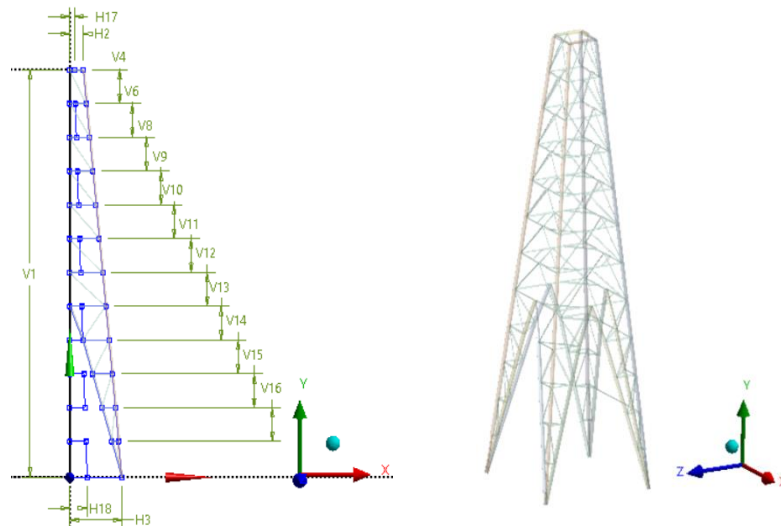
Obrázok 29 – zakótovanie hlavných rozmerov a vytiahnutie tvaru do priestoru pomocou príkazu *Extrude*

Pri vytváraní rozmerov bola využitá možnosť *Parameters* (parametre), ktorú tento program ponúkal. Vďaka tomu sa rozmery celej konštrukcie stali závislé na zmienených troch hlavných rozmeroch. Pomocou príkazu *Extrude* (vysunúť) sa tento tvar vytiahol do priestoru, ako je znázornené na Obrázku 29.

Následne sa na jeho širšej strane vytvoril nový súradný systém, v ktorom bol vytvorený nový *Sketch*. Vďaka symetrii konštrukcie bola v tomto *Sketchi* vytvorená polovica jednej strany veže. *Sketch* obsahoval aj pomocné čiary, ktoré sa ďalej už neobjavili.

Rozdiel medzi jednotlivými poschodiami bol stanovený ako celková výška konštrukcie rozdelená počtom poschodí. Pomocou príkazu *Lines from points* (čiary z bodov) sa vytvorili strednice jednotlivých prútov. Dôležité bolo taktiež rozlíšiť prúty rôznych prierezov a to zmenením nastavenia *Add Material* na *Add Frozen*. Toto nastavenie spôsobilo vytvorenie viacerých *Line bodies* (prútových telies), u ktorých sa mohli zadávať rôzne druhy pričných prierezov. Použitím príkazu *Rotate* (otočiť) sa vytvorila celá jedna strana konštrukcie podľa osi symetrie vedúcej jej stredom. Tento príkaz sa následne zopakoval ešte dvakrát, keď sa najprv vytvorila polovica konštrukcie a následne celá.

Opäť pomocou príkazu *Lines from Points* sa dotvorili zostávajúce vystužovacie prúty. Priechne prierezy boli vytvorené v záložke *Cross Section* (priechny prierez), kde sa vybrala možnosť s profilom v tvare L. Tieto prierezy boli priradené k patričným prútom. V dôsledku použitia nastavenia *Add Frozen*, a tým vytvorenia väčšieho počtu *Line Bodies*, sa museli všetky tieto prútové telesá označiť a zlúčiť do jedného *Partu* (celok). Týmto sa zabezpečilo, že program bude chápať všetky prútové telesá ako jeden celok. Tvorba geometrie bola týmto krokom dokončená a mohlo sa prejsť na záložku *Model*. Výsledná geometria sa v 3D zobrazení nachádza na Obrázku 30 vpravo.



Obrázok 30 – rozdelenie veže na jednotlivé poschodia a celkový vzhl'ad konštrukcie

### Model:

Model sa vytváral v prostredí *Ansys Mechanical*. Ako prvé po načítaní geometrie bolo nutné skontrolovať nastavený typ prvku zvolením záložky *Geometry*, v ktorej bolo potrebné vybrať príslušný *Part* a v ňom konkrétne *Line body*. Typ prvku potom bolo možné nájsť a prípadne aj zmeniť v nastavení *Model Type*. Pre túto analýzu sa ponechal defaultný prvok typu *Beam*.

Ďalším krokom v tvorbe modelu bolo vytvorenie siete, ktoré sa nachádzalo v záložke *Mesh* (sieť). Voľba hustoty siete bola dôležitá, pretože príliš riedka sieť by zkrášľovala výsledky a naopak príliš hustá sieť by spôsobila veľkú časovú náročnosť výpočtu. Preto sa veľkosť jedného elementu zvolila ako 0,1 m. Typ prvku, z ktorého bola sieť poskladaná, sa ponechal ako *Program Controlled* (kontrolované programom). Po kliknutí na *Generate Mesh* (vytvoriť sieť) bola sieť vygenerovaná a obsahovala 12 387 uzlov a 6628 prvkov.

Pridanie rôznych typov väzieb a zaťažení sa nachádzalo v záložke *Static Structural*. Keďže sa jednalo o model riešený prvkami typu *Beam* a mal sa čo najviac podobať reálnej konštrukcii, tak typ väzieb, ktorými boli uchytené všetky nohy k podkladu sa zvolil ako *fixed* (pevný), čo znamenalo, že zamedzenie posuvov a natočení. V záložke *Inertial* bol zvolený typ zaťaženia spoločný pre oba záťažové stavy, a to *Standart Earth Gravity*, čiže gravitačné pôsobenie Zeme. Do všetkých styčnícok vrchnej podstavy sa vložilo zaťaženie reprezentujúce tiaž plošiny. Jej hmotnosť nebolo možné zistiť zo žiadnych dostupných

zdrojov, preto sa odhadla na 2000 kg. Ďalší typ zaťaženia sa pridal až ku konkrétnym záťažovým stavom.

Pred dokončením modelu a získaním výsledkov bolo nutné ešte zvoliť, čo presne mal program spočítať. V záložke *Solution* (riešenie) bolo možné vybrať z veľkého množstva analýz, pričom pre účely tejto práce sa použili deformačné analýzy *Total Deformation* (celková deformácia) a *Directional Deformation* (smerová deformácia), napät'ová analýza *Ekvivalent Stress*, analýza reakčných síl väzieb *Force Reaction* a síl v prútoch *Axial Forces*. Takto dokončený model sa už mohol použiť pre skúmanie jednotlivých záťažových stavov.

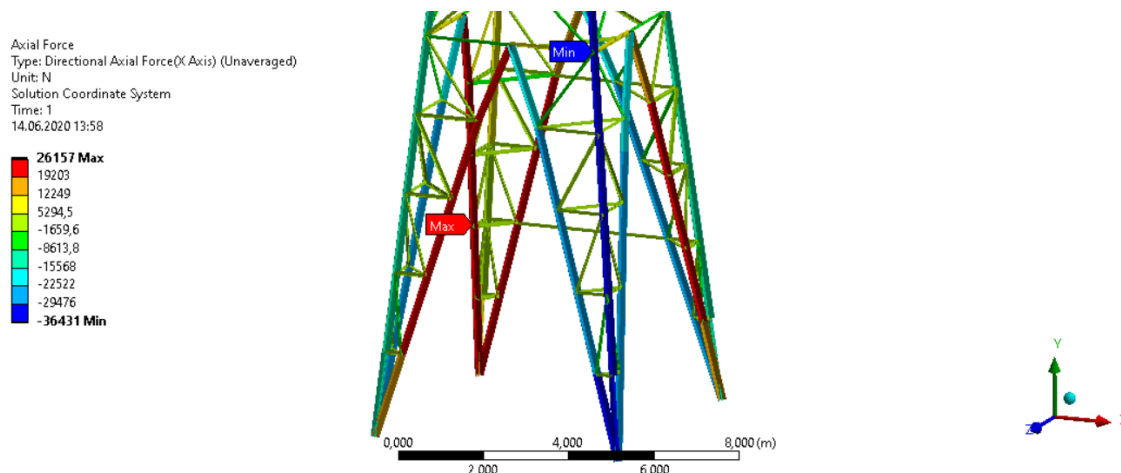
### 6.2.3. Záťažový stav 1

Jednalo sa o záťažový stav celkovej konštrukcie s gravitačným pôsobením a s vplyvom vetra pôsobiacom v smere osi  $x$  a  $z$ . Gravitačné pôsobenie bolo reprezentované prostredníctvom *Standart Earth Gravity* a vplyv vetra sa vložil do jednotlivých styčníc prostredníctvom analyticky vypočítaných síl. Z dôvodu prehľadnosti, a takisto jednoduchšieho a kratšieho výpočtu, bol presný postup určenia síl vetra uvedený v podkapitole 7.1.4. u zjednodušenej konštrukcie. Výpočty síl vetra spolu s výsledkami pre celkovú konštrukciu sú uvedené v Prílohe 4 BP.

Výpočty boli vykonané v programe Ansys Workbench, pričom sa zamerali na zistenie redukovaného napätia *Equivalent Stress*, normálových síl v prútoch *Axial Forces* a celkovej deformácie *Total Deformation*. Tieto výpočty je možné nájsť v modeloch uvedených v Prílohe 3 BP.

*Normálové sily:*

Hodnoty normálových síl v prútoch sa pohybovali v rozmedzí od -36431 N až po 26157 N, pričom záporné hodnoty zodpovedali tlakovým silám a kladné hodnoty ťahovým silám. Vietor v tomto prípade pôsobil v smere osí  $x$  a  $z$ , pričom by sa dalo

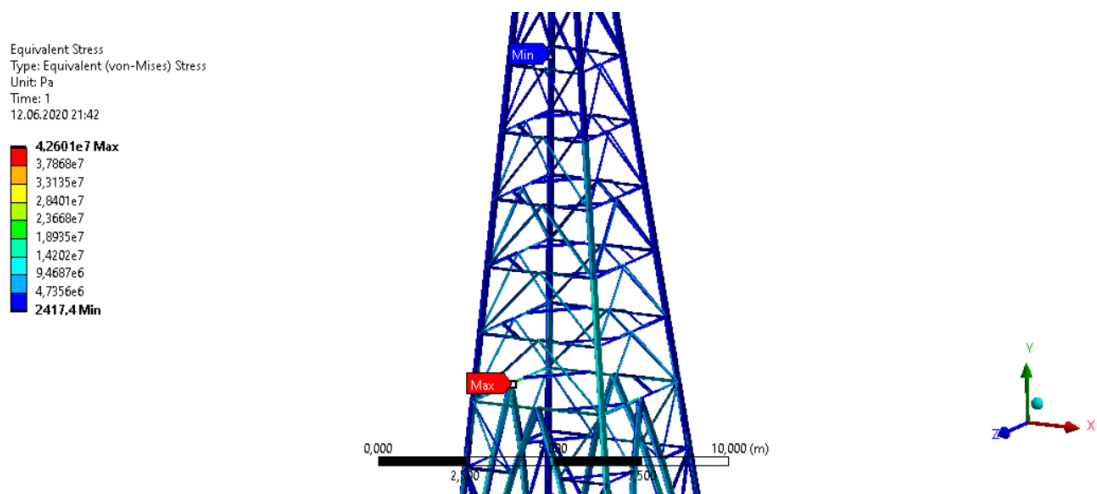


Obrázok 31 – rozloženie normálových síl v nohách konštrukcie a umiestnenie ich maximálnych a minimálnych hodnôt

predpokladať, že prúty na strane, kde vietor do konštrukcie vstupoval, budú namáhané na ťah a naopak prúty v protiľahlej stene, z ktorej vietor vystupoval, a na ktorú sa konštrukcia bude vplyvom vetra nakláňať, budú namáhané na tlak. Tento predpoklad sa výpočtom potvrdil, ako je možné vidieť na obrázku 31, kde je jasne vidieť, ktorým smerom vietor do konštrukcie vstupoval, a ktorým vystupoval, teda kde sa prúty namáhali ťahom (červená farba) a kde tlakom (modrá farba). Vo vyšších častiach konštrukcie, kde sa opakovali poschodia, bolo rozloženie normálových síl podobné a pohybovalo sa približne v strede rozmedzia v menších záporných hodnotách, čiže sa tam nachádzalo menšie tlakové namáhanie.

### Redukované napätie:

Hodnoty napätia sa pohybovali v rozmedzí od 2 417,4 Pa až do 42,6 MPa. Ako je vidieť z Obrázka 32, väčšina konštrukcie sa ocitla v modrých farbách reprezentujúcich minimálne alebo veľmi nízke napätia. Výrazné zvýšenie hodnôt napätí sa vyskytlo v miestach, kde sa prúty na seba navzájom napájajú. Je však potrebné zvážiť legitimitu týchto maximálnych hodnôt, pretože v programe Ansys nebolo možné žiadnym jednoduchým spôsobom namodelovať spojenie prútov tak, aby ich program nebral ako rozdelené. Napríklad prút, ktorý v skutočnosti na sebe obsahuje niekoľko styčníc v dôsledku napojenia bočných prútov, je v programe Ansys chápaný ako niekoľko prútov spojených práve týmito styčníkmi. Preto sa v skutočnosti v týchto miestach mohli nachádzať iné hodnoty napätí.

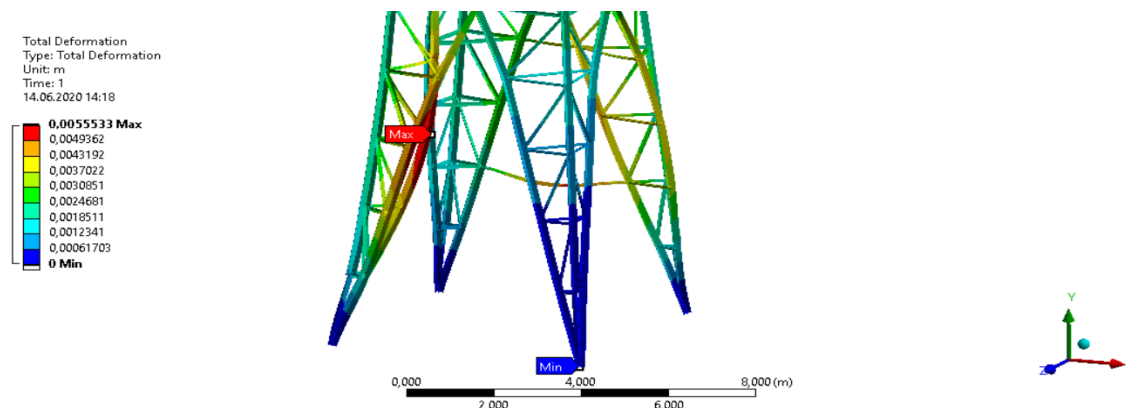


Obrázok 32 – rozloženie redukovaného napätia v celkovej konštrukcii, poloha minimálneho a maximálneho napätia

### Celková deformácia:

Celkovou deformáciou sa rozumie vektorový súčet všetkých smerových deformácií. Maximálnou hodnotou bola v tomto záťažovom stave deformácia 5,6 mm na prúte, ktorý sa nachádzal podľa Obrázku 33 v ľavej prednej nohe. Minimálna hodnota 0 mm sa vyskytla vo väzbách všetkých štyroch nôh, pričom sa tento výsledok očakával, keďže väzby nôh s podkladom boli zvolené ako *fixed*, čiže pevná väzba vo všetkých osiach. Súčtom síl vetra pôsobiacich v smere osí *x* a *z* je sila, ktorá pôsobí na nohy, ktoré sú na

Obrázku 33 vľavo vzadu a vpravo vpredu, priamo a na ostatné dve nohy z boku. Z výsledkov by sa dalo dedukovať, že nohy, vystavené pôsobeniu vplyvu vetra z boku, boli náchylnejšie na deformáciu, než nohy, na ktoré vietor pôsobí priamo. Výsledné deformácie vyšli malé v pomere k veľkosti konštrukcie, čo sa pri tomto záťažovom stave, pri priemernej sile vetra dalo očakávať.



Obrázok 33 – celková deformácia prútov v spodnej časti konštrukcie so zobrazením minima a maxima, deformácie sú v merítke 1:230

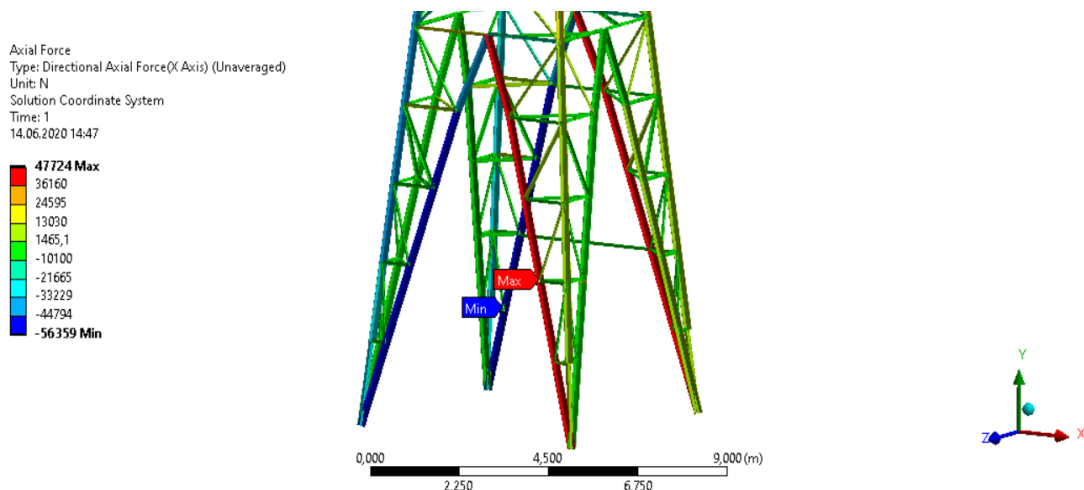
## 6.2.4. Zátťažový stav 2

Druhý zátťažový stav celkovej konštrukcie sa od zátťažového stavu 1 líšil vplyvom pôsobenia vetra. Narozdiel od predošlého zátťažového stavu, kde vietor fúkal v smere osí  $x$  a  $z$ , tu vietor pôsobil len v jednom smere, a to proti kladnej orientácii osi  $x$ , jeho veľkosť však bola dvojnásobná. Tento stav zodpovedal situácii, kedy na konštrukciu pôsobil nárazový vietor. Výsledky výpočtov síl vetra pre tento zátťažový stav sú uvedené v Prílohe 3 BP.

Výpočty boli rovnako ako v predošlom zátťažovom stave zamerané na zistenie redukovaného napätia *Equivalent Stress*, normálových síl v prútoch *Axial Forces* a celkovej deformácie *Total Deformation*. Tieto výpočty je možné nájsť v modeloch nachádzajúcich sa v Prílohe 3 BP.

*Normálové sily:*

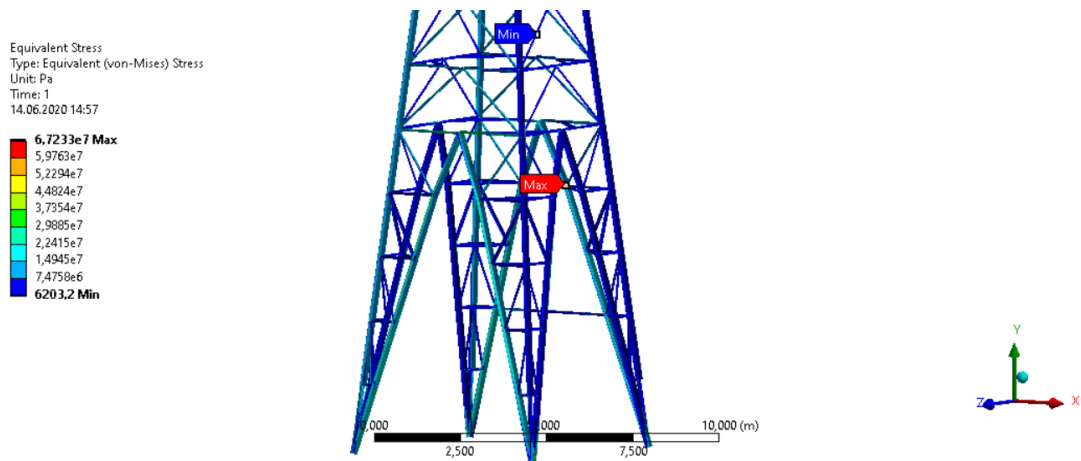
Normálové sily v prútoch sa pohybovali v intervale od -56359 N do 47724 N. Tieto okrajové hodnoty intervalu sa nachádzali hlavne v prútoch, ktoré spájajú jednotlivé nohy. V tomto zátťažovom stave vietor pôsobil len proti smeru osi  $x$ , no jeho hodnota sa oproti zátťažovému stavu 1 zdvojnásobila. Vplyv vetra spôsobil naklonenie konštrukcie proti smeru osi  $x$ , a to vyvolalo tlakové namáhanie (modrá farba) v nohách, ktoré sú na Obrázku 34 vľavo vpredu a vľavo vzadu, a ťahové namáhanie (červená farba) v ostatných dvoch nohách. V ostatných miestach konštrukcie vyšli hodnoty normálových síl výrazne nižšie a pohybovali sa okolo stredu intervalu hodnôt.



Obrázok 34 2– rozloženie normálových síl v nohách konštrukcie a umiestnenie ich maximálnych a minimálnych hodnôt

### Redukované napätie:

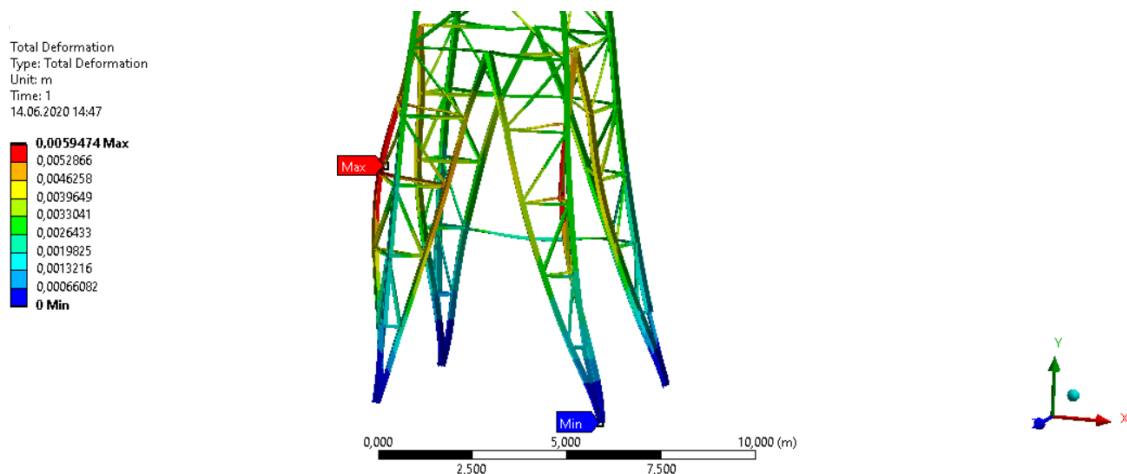
Výsledné hodnoty redukovaného napätia v druhom záťažovom stave sa pohybovali v rozmedzí od 6203,2 Pa až do 67,2 MPa. Veľká väčšina prútov sa nachádzala v modrej oblasti, vid' Obrázok 35, ktorá značí nízke hodnoty napätia. Prevažná časť hodnôt sa pohybovala v rozmedzí 1-14 MPa. Hodnoty, ktoré boli výrazne vyššie ako toto rozmedzie sa vyskytli v spojoch jednotlivých prútov, ako tomu bolo aj v záťažovom stave 1.



Obrázok 35 – rozloženie redukovaného napätia v celkovej konštrukcii, poloha minimálneho a maximálneho napätia

### Celková deformácia:

Maximálnou hodnotou celkovej deformácie v záťažovom stave 2 bola hodnota 5,9 mm nachádzajúca sa v nohe vľavo vpredu podľa Obrázka 36. Minimálnou hodnotou bolo 0 mm vo väzbách, rovnako ako v záťažovom stave 1. Keďže smer pôsobenia vetra bol proti orientácii osi x, v tomto smere sa nakláňala aj deformedovala konštrukcia.



Obrázok 36 – celková deformácia prútov v spodnej časti konštrukcie so zobrazením minima a maxima, deformácie sú v merítku 1:230

### 6.3. Porovnanie záťažových stavov

*Normálové sily:*

Po zvýšení sily vetra v záťažovom stave 2 sa zvýšili aj hodnoty normálových síl a to približne o polovicu. Zmena smeru vetra mala za dôsledok zmenu rozloženia ťahových a tlakových síl v prútoch, ktoré sa nachádzali v nohách konštrukcie. Z výsledkov by sa teda dalo jednoznačne usúdiť, že ťahové sily sa nachádzali v prútoch na strane, kde vietor do konštrukcie vstupoval, a naopak tlakové sily v prútoch na strane, kde vietor z konštrukcie vystupoval.

*Redukované napätie:*

Rovnako, ako v prípade normálových síl sa aj hodnoty redukovaného napätia výrazne zvýšili, a to ako hodnoty maximálne a minimálne, tak aj hodnoty intervalu, v ktorom sa nachádzala väčšina prútov konštrukcie. Zmena smeru vetra nemala zásadný vplyv na rozloženie napätia v konštrukcii.

*Celková deformácia:*

Podľa očakávaní sa v prípade záťažového stavu 2 zvýšili aj hodnoty celkových deformácií. Zvýšenie o 0,3 mm však nebolo nijako zásadné, a teda ani pri nárazovom vetre neprišlo k žiadnemu väčšiemu zvýšeniu deformácií v konštrukcii. Deformácie sa najviac prejavili v prútoch, nachádzajúcich sa v nohách, ktoré sa na základe charakteru ich zostavenia oveľa náchylnejšie deformovali, než jednotlivé poschodia konštrukcie, ktoré boli navyše vystužené priečnymi prútmi.



## 7. Riešenie zjednodušenej konštrukcie

Jedným z hlavných cieľov práce bol analytický výpočet konštrukcie a jeho následná verifikácia numerickým výpočtom. Keďže celá konštrukcia sa skladala zo 156 styčníc a počet rovníc by sa rovnal ich trojnásobku, čo by znamenalo veľkú pracnosť pri písaní jednotlivých rovníc, bolo po konzultácii s vedúcim práce rozhodnuté, že sa analytický výpočet vytvorí pre zjednodušenú konštrukciu. Tým vznikla nová úloha, a to navrhnúť zjednodušenie.

Hlavné zjednodušenie spočívalo v zredukovaní počtu poschodí. Pôvodná konštrukcia sa skladala z 12 poschodí, pričom zjednodušenej konštrukcii sa priradili 4 poschodia, z toho 2 tvorili nohy a 2 tvorili telo. Hlavné rozmery, čiže šírka spodnej podstavy, šírka vrchnej podstavy a výška konštrukcie, zostali rovnaké ako pri celej konštrukcii. To znamená, že výška jedného poschodia bola 5,7 m. Výsledkom zjednodušenia bolo, že počet styčníc klesol na 40, čo predstavovalo 120 rovníc. Počet prútov sa zmenšil z 348 na 92. Dôležitým faktorom, ktorý vplýval na návrh zjednodušenej konštrukcie, bolo splnenie predpokladov prútovej sústavy.

Konštrukcia bola zároveň s analytickým výpočtom modelovaná numericky v programe Ansys Workbench. Pri vytváraní modelu sa zistilo, že program mal problém v počítaní rovinných styčníc a vyžadoval zamedzenie aj do tretieho smeru. Preto bolo potrebné navrhnúť dodatočné prúty tak, aby sa všetky styčníc zmenili na priestorové. Vo vnútornom statickom rozbere sa všetky rovinné styčníc nahradili priestorovými a taktiež sa zistil počet prútov, ktorý bol potrebný do konštrukcie dodať.

### *Vnútorný statický rozbor:*

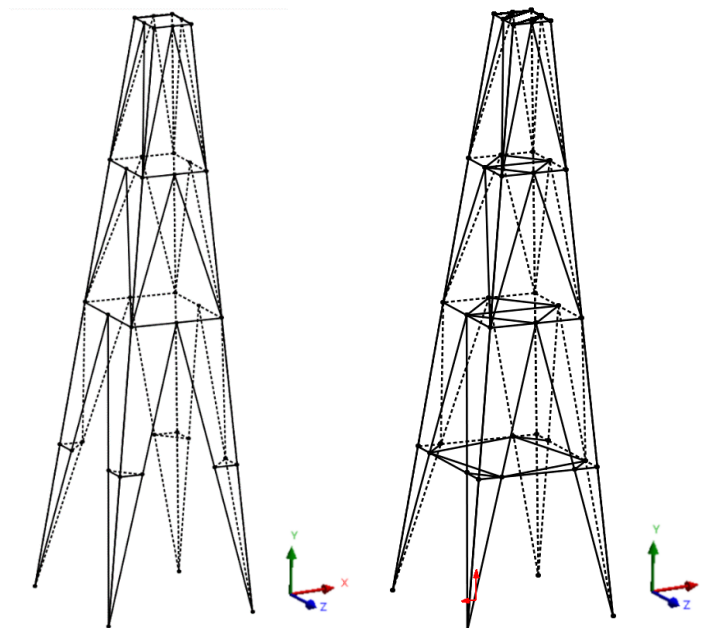
Pre priestorovú prútovú sústavu sa určila miera statickej určitosti zo vzťahu:

$$s = p - (3k - 6), \quad (23)$$

kde  $p$  predstavoval počet prútov, čiže 92 a  $k$  predstavoval počet priestorových styčníc, čiže 40.

$$s = 92 - (3 \cdot 40 - 6) = -22 \quad (24)$$

Z výsledku vnútorného statického rozboru vzišlo, že sústava bola 22x vnútorne staticky preurčená (vnútorne pohyblivá), čo znamená, že bolo do nej potrebné dodať práve tento počet prútov. Po ich dodaní do modelu na predpokladané miesta, kde by sa mali umiestniť, program ukazoval chybu, že niektoré styčníc sú pohyblivé. Keďže skúšať pridávať prúty náhodne bolo extrémne neefektívne, bol zvolený postup, pri ktorom sa do všetkých styčníc zaviedol *Displacement* (zamedzenie pohybu) a zamedzil sa pohyb do všetkých smerov. V tomto stave program Ansys model spočítal. Následne sa iteratívne odstraňovali jednotlivé *Displacementy* a za každým sa musel model znova spočítať, a tak overiť, v ktorých styčníc sa pohyb nachádzal. Týmto postupom sa získali body, ktoré boli v niektorom smere pohyblivé a museli sa spojiť dodatočnými prútmi. Počet týchto prútov súhlasil s výsledkom statického rozboru.



Obrázok 37 – zjednodušená konštrukcia bez dodaných prútov (vľavo)  
a s dodanými prútmi (vpravo)

Na Obrázku 37 je uvedené porovnanie zjednodušenej konštrukcie bez dodaných prútov a následne po ich pridaní do konštrukcie.

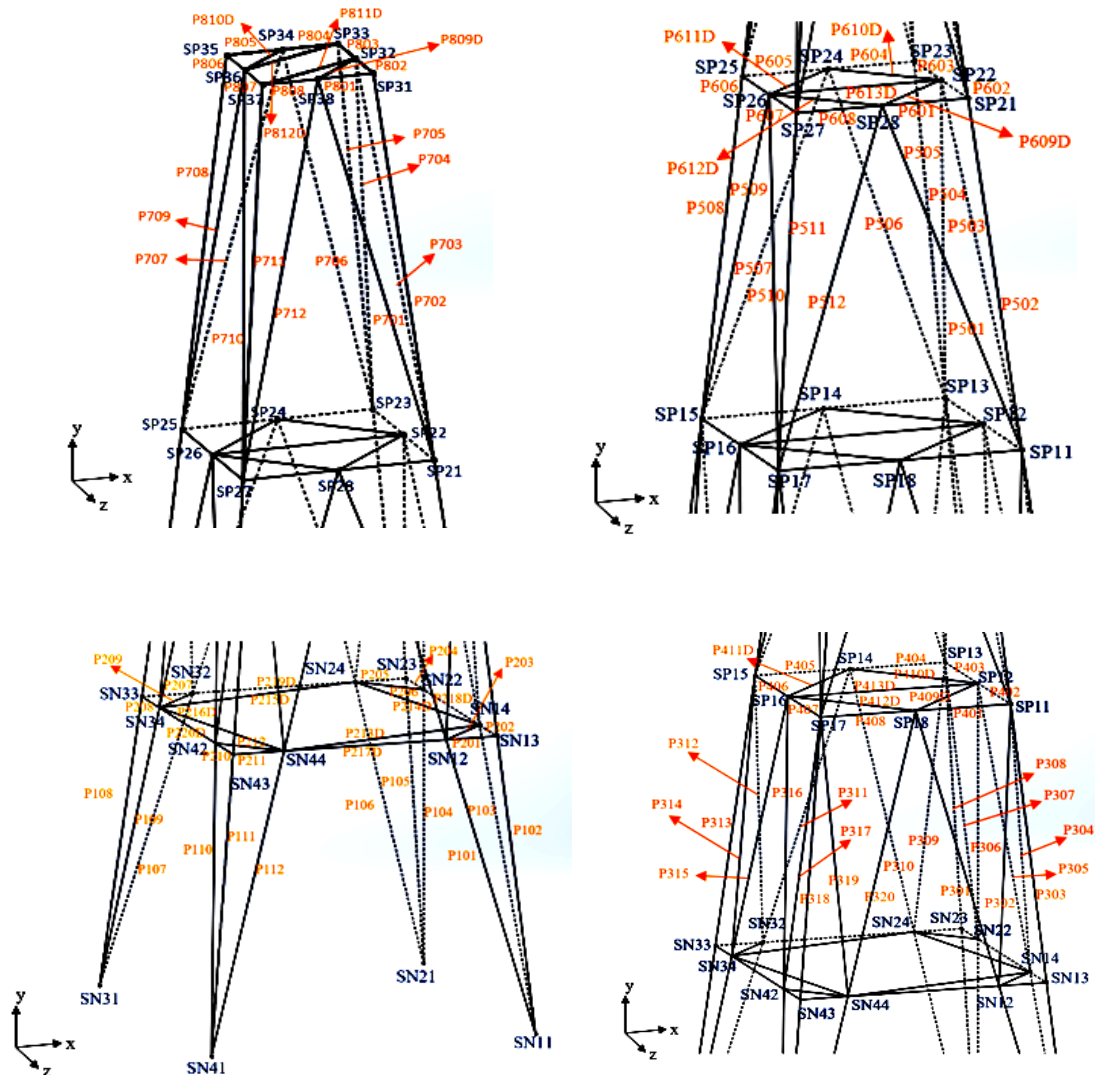
## 7.1. Analytické riešenie

V tejto kapitole bude popísaná tvorba analytického modelu a jeho riešenie pre viaceré typy úloh s rôznym zaťažením a mierou statickej určitosti. Pre jeho vytvorenie bol použitý program Matlab a pre výpočty program Maple.

### 7.1.1. Systém označenia prútov a styčníc

Pre navrhnutú zjednodušenú konštrukciu bol vytvorený systém označenia prútov a styčníc. Styčnice sa rozdelili do dvoch kategórií. Prvou boli styčnice v jednotlivých nohách, ktoré dostali označenie  $SN_{xx}$ , kde „S“ znamenalo „styčnica“, „N“ znamenalo „noha“ a v dvojčíslí „xx“ znamenala prvá číslica číslo nohy a druhá číslica číslo styčnice na danej nohe. Obdobne boli označené styčnice na poschodiach nad nohami označením  $SP_{xx}$ , kde „P“ znamenalo poschodie a v dvojčíslí „xx“ znamenala prvá číslica číslo poschodia nad nohami a druhá číslica číslo styčnice v danom poschodí. Pre prúty sa zaviedlo označenie  $P_{xxx}$ , kde „P“ znamenalo prút a v trojčíslí „xxx“ prvá číslica znamenala číslo skupiny prútov, nachádzajúcich sa v rovnakej výške. Posledné dvojčíslie označovalo číslo prútu v danom poschodí. U dodatočných prútov sa do označenia na posledné miesto pridalo písmeno „D“, pre ich odlišenie od pôvodných prútov.

Označenie jednotlivých prútov a styčiek zjednodušenej konštrukcie je uvedené na Obrázku 38.

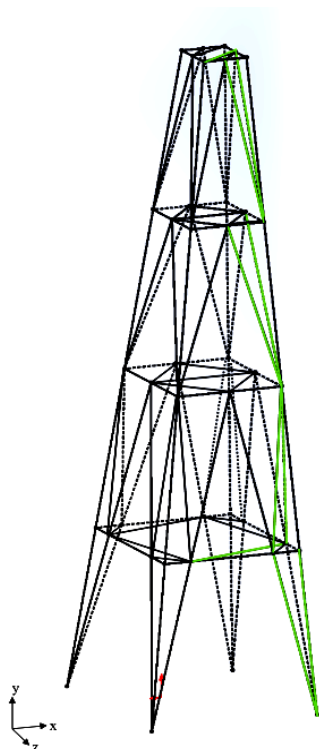


Obrázok 38 – prvé (vľavo dole), druhé (vpravo dole), tretie (vpravo hore) a štvrté (vľavo hore) poschodie zjednodušenej konštrukcie s označením prútov a styčiek

## 7.1.2. Určenie jednotkových vektorov normálových síl

Pre zadefinovanie natočenia jednotlivých prútov, a tým aj ich normálových síl bolo potrebné zistiť kosíny uhlov natočenia každého prútu od osí globálneho súradného systému. Keďže analytický výpočet týchto uhlov by bol veľmi náročný, zdĺhavý a z dôvodu natočenia všetkých prútov možno aj neuskutočiteľný, namodelovala sa konštrukcia v programe SolidWorks a uhly sa určili v tomto programe. Vzhľadom na symetriu konštrukcie nebolo potrebné merať uhly pre všetky prúty, ale len pre pár z nich a ostatné sa dopočítali rotáciou vždy o uhol  $90^\circ$ .

Na Obrázku 39 sú vyznačené prúty, ktorých uhly natočenia od osí globálneho súradného systému boli zmerané. Jednalo sa o prúty P101, P102, P213D, P302, P304, P501, P503, P701, P703 a P811D.



Obrázok 39 – znázornenie prútov (zelená farba), ktorých uhly odklonenia od jednotlivých osí bolo potrebné zmerať

Hodnoty týchto uhlov sú uvedené v Tabuľke 2.

Tabuľka 2 – uhly od os globálneho súradného systému zmerané v programe SolidWorks

Prút	Osi		
	x	y	z
P101	-74,86°	16,17°	-84,44°
P102	-84,27°	8,12°	-84,27°
P213D	-13,46°	0°	76,54°
P302	86,01°	7,01°	-84,25°
P304	-84,25°	7,01°	86,01°
P501	-71,20°	19,64°	-84,55°
P503	-84,55°	19,64°	-71,20°
P701	-76,50°	14,65°	-84,40°
P703	-84,40°	14,65°	-76,50°
P811D	-26,57°	0°	63,43°

V Tabuľke 3 je uvedený princíp rotácie, využitý pri dopočítavaní ostatných vektorov.

Tabuľka 3 – systém rotácie uhlov v osách  $x$  a  $z$

Súradnice		Rotácia o 90°	Súradnice	
$x$	$z$	→	$x$	$z$
o	+	→	+	o
o	-	→	-	o
+	o	→	o	-
-	o	→	o	+
+	+	→	+	-
-	-	→	-	+
+	-	→	-	-
-	+	→	+	+

Os  $y$  nie je v Tabuľke 3 uvedená, pretože nie je potrebná, keďže sa rotuje práve okolo nej, tým pádom zložka vektoru v tejto ose zostáva konštantná. Symbol „o“ znamená, že sa vektor v tejto ose nenachádzal, napríklad ak bol vektor pôvodne orientovaný v zápornom smere osi  $x$ , po rotácii sa vektor orientoval v kladnom smere osi  $z$ . Taktiež, ak bol vektor orientovaný v kladnom smere osi  $x$  aj  $z$ , po rotácii sa zmenila jeho orientácia na kladný smer osi  $x$  a záporný smer osi  $z$ . Dôležitým faktom, aby tento systém mohol fungovať, je zámena hodnôt v ose  $x$  a  $z$  po každej rotácii, pričom ich znamienko určila až Tabuľka 3.

Príklad výpočtu:

$$FN1 = (FN1_x; FN1_y; FN1_z) \quad (25)$$

$$FN1 = (-\cos(74,86053291); \cos(16,17432296); -\cos(84,44021603)) \quad (26)$$

Príklad rotácie:

$$FN4 = (FN1_z; FN1_y; -FN1_x) \quad (27)$$

V Tabuľke 4 sú uvedené hodnoty kosínov uhlov natočenia od osí globálneho súradného systému pre vybrané vektory. Pri každom vektore je uvedený styčník, z ktorého vektor vychádzal a určoval tak jeho smer po dĺžke prútu. Všetky hodnoty obsahuje Príloha 1 BP.

Tabuľka 4 – zložky jednotkových vektorov pre vybrané prúty

Prút	Vektor	Osi			Prút	Vektor	Osi		
		$x$	$y$	$z$			$x$	$y$	$z$
P101	FN1	-0,2612	0,96042	-0,0969	P412D	FN64	-0,7071	0	-0,7071
P102	FN2	-0,0999	0,98998	-0,0999	P413D	FN65	-1	0	0
P103	FN3	-0,0969	0,96042	-0,2612	P501	FN66	-0,3223	0,94184	-0,0950
P104	FN4	-0,0969	0,96042	0,2612	P502	FN67	-0,0999	0,98998	-0,0999
P201	FN13	1	0	0	P606	FN83	0	0	-1

P202	FN14	0	0	1	P607	FN84	0	0	1
P214D	FN26	0,2327	0	0,9726	P608	FN85	-1	0	0
P305	FN37	-0,0969	0,96042	-0,2612	P609D	FN86	-0,7071	0	0,70711
P306	FN38	-0,0969	0,96042	0,2612	P610D	FN87	0,7071	0	0,70711
P307	FN39	-0,1001	0,99253	-0,0697	P704	FN94	-0,0976	0,96748	0,23337
P308	FN40	-0,0999	0,98998	0,09987	P705	FN95	-0,0999	0,98998	0,09987
P404	FN56	1	0	0	P808	FN110	-1	0	0
P405	FN57	-1	0	0	P809D	FN111	-0,7071	0	0,70711

### 7.1.3. Výpočet gravitačných síl

V tejto podkapitole bude uvedený postup výpočtu gravitačných síl, ako náhradu účinkov gravitácie pre účely analytického a numerického výpočtu.

V analytickom riešení nebola iná možnosť, ako zohľadniť účinky gravitácie na model prútovej sústavy, než pomocou výpočtu jednotlivých gravitačných síl. V numerickom riešení v programe Ansys Workbench je možnosť použiť tzv. *Standard Earth Gravity*, ktorá reprezentuje účinky gravitácie, avšak pre čo najväčšiu zhodnosť oboch riešení bolo rozhodnuté túto možnosť v numerickom riešení zjednodušenej konštrukcie nevyužiť, ale použiť tie isté vypočítané hodnoty, aké sa použili v analytickom riešení.

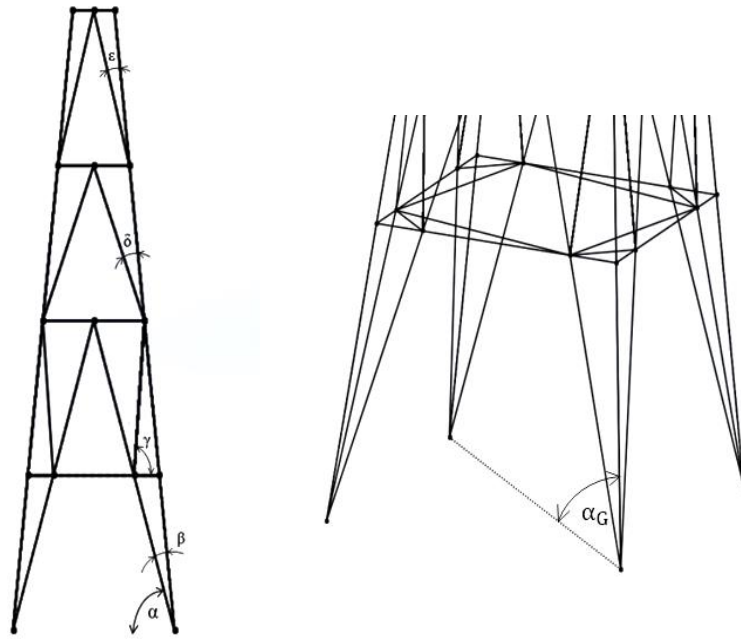
Princíp výpočtu gravitačných síl spočíval v presunutí váhy prútov do jednotlivých styčníc. To znamená, že bolo potrebné zobrať každý jeden styčníc, pozrieť sa koľko prútov spájal a následne z každého tohto prútu vziať polovicu jeho dĺžky  $l$ . Po prenasobení tejto dĺžky plochou priechneho prierezu  $S$ , hustotou  $\rho$  a gravitačným zrýchlením  $g$  vznikla tiažová sila pre polovicu daného prútu. Tento postup sa opakoval pre všetky styčníc a výsledné sily sa doplnili do y-ových rovníc každého styčníc so záporným znamienkom (tzn. smer proti orientácii osi  $y$ ).

Pre výpočet gravitačných síl sa museli zistiť dĺžky jednotlivých prútov. Z dôvodu, že neboli k dispozícii žiadne technické výkresy veže a rozmery sa stanovili len pomocou troch hlavných rozmerov, bolo nutné všetky dĺžky spočítať analyticky.

*Hlavné rozmery veže:*

- $W = 6,2$  m ... šírka spodnej podstavky
- $w = 1,6$  m ... šírka vrchnej podstavky
- $H = 22,8$  m ... výška konštrukcie

V konštrukcii sa nachádzalo niekoľko prútov, ktoré boli rôzne natočené v priestore. Aby bolo možné zistiť ich dĺžku, museli sa určiť niektoré z uhlov, ktoré sa nachádzali v rovine steny konštrukcie a jeden mimo tejto roviny. Tieto uhly sú zobrazené na Obrázku 40.



Obrázok 40 – znázornenie uhlov konštrukcie, ktoré bolo nutné spočítať pre určenie dĺžok prútov

Príklad výpočtu uhlu:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{H}{\frac{W-w}{2}} \right) \quad (28)$$

V Tabuľke 5 sú uvedené všetky vypočítané uhly:

Tabuľka 5 – uhly zjednodušenej konštrukcie

Uhol	Veľkosť [°]
$\alpha$	84,24
$\beta$	74,86
$\gamma$	86,01
$\delta$	71,20
$\varepsilon$	76,50
$\alpha_G$	81,88

Po zistení týchto uhlov bolo možné spočítať dĺžky všetkých prútov.

Príklad výpočtu dĺžky prútu:

$$l_{p101} = \sqrt{\left( \frac{\frac{W-w}{4} * 3 + w}{2} - \frac{\frac{W-w}{4} * 2 + w}{4} \right)^2 + \left( \frac{H}{\sin(\alpha) * 4} \right)^2} \quad (29)$$

V Tabuľke 6 sú k jednotlivým prútom priradené ich dĺžky a prierezy:

Tabuľka 6 – pričné prierezy a dĺžky prútov

Prút	Prierez S [cm <sup>2</sup> ]	Dĺžka l [m]	Prút	Prierez S [cm <sup>2</sup> ]	Dĺžka l [m]	Prút	Prierez S [cm <sup>2</sup> ]	Dĺžka l [m]
P101	29,00	5,9349	P307	7,75	5,7429	P512	7,75	6,0517
P102	29,00	5,7577	P308	29,00	5,7577	P601	7,75	1,3750
P103	29,00	5,9349	P309	7,75	5,7429	P602	7,75	1,3750
P104	29,00	5,9349	P310	29,00	5,9349	P603	7,75	1,3750
P105	29,00	5,7577	P311	29,00	5,9349	P604	7,75	1,3750
P106	29,00	5,9349	P312	7,75	5,7429	P605	7,75	1,3750
P107	29,00	5,9349	P313	29,00	5,7577	P606	7,75	1,3750
P108	29,00	5,7577	P314	7,75	5,7429	P607	7,75	1,3750
P109	29,00	5,9349	P315	29,00	5,9349	P608	7,75	1,3750
P110	29,00	5,9349	P316	29,00	5,9349	P609D	7,75	1,9445
P111	29,00	5,7577	P317	7,75	5,7429	P610D	7,75	1,9445
P112	29,00	5,9349	P318	29,00	5,7577	P611D	7,75	1,9445
P201	7,75	0,9750	P319	7,75	5,7429	P612D	7,75	1,9445
P202	7,75	0,9750	P320	29,00	5,9349	P613D	7,75	2,7500
P203	7,75	1,3789	P401	7,75	1,9500	P701	7,75	5,8916
P204	7,75	0,9750	P402	7,75	1,9500	P702	29,00	5,7577
P205	7,75	0,9750	P403	7,75	1,9500	P703	7,75	5,8916
P206	7,75	1,3789	P404	7,75	1,9500	P704	7,75	5,8916
P207	7,75	0,9750	P405	7,75	1,9500	P705	29,00	5,7577
P208	7,75	0,9750	P406	7,75	1,9500	P706	7,75	5,8916
P209	7,75	1,3789	P407	7,75	1,9500	P707	7,75	5,8916
P210	7,75	0,9750	P408	7,75	1,9500	P708	29,00	5,7577
P211	7,75	0,9750	P409D	7,75	2,7577	P709	7,75	5,8916
P212	7,75	1,3789	P410D	7,75	2,7577	P710	7,75	5,8916
P213D	7,75	4,1900	P411D	7,75	2,7577	P711	29,00	5,7577
P214D	7,75	4,1900	P412D	7,75	2,7577	P712	7,75	5,8916
P215D	7,75	4,1900	P413D	7,75	3,9000	P801	29,00	0,8000
P216D	7,75	4,1900	P501	7,75	6,0517	P802	29,00	0,8000
P217D	7,75	3,1000	P502	29,00	5,7577	P803	29,00	0,8000
P218D	7,75	3,1000	P503	7,75	6,0517	P804	29,00	0,8000
P219D	7,75	3,1000	P504	7,75	6,0517	P805	29,00	0,8000
P220D	7,75	3,1000	P505	29,00	5,7577	P806	29,00	0,8000
P301	29,00	5,9349	P506	7,75	6,0517	P807	29,00	0,8000
P302	7,75	5,7429	P507	7,75	6,0517	P808	29,00	0,8000
P303	29,00	5,7577	P508	29,00	5,7577	P809D	7,75	1,1314
P304	7,75	5,7429	P509	7,75	6,0517	P810D	7,75	1,1314
P305	29,00	5,9349	P510	7,75	6,0517	P811D	7,75	1,7889
P306	29,00	5,9349	P511	29,00	5,7577	P812D	7,75	1,7889



Následne sa už mohli vypočítať všetky gravitačné sily. Pre príklad výpočtu bol prierez 29 cm<sup>2</sup> označený ako  $S_1$  a prierez 7,75 cm<sup>2</sup> ako  $S_2$ .

Príklad výpočtu:

$$FG_{SN12} = \frac{\rho * g}{2} * (S_1 * (l_{P101} + l_{P301}) + S_2 * (l_{P201} + l_{P203} + l_{P302} + l_{P217D})) \quad (30)$$

- $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ... gravitačné zrýchlenie
- $\rho = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ... hustota ocele

Veľkosti všetkých gravitačných síl pre všetky styčníky sú uvedené v Tabuľke 7:

Tabuľka 7 – hodnoty gravitačných síl vo všetkých styčníkoch

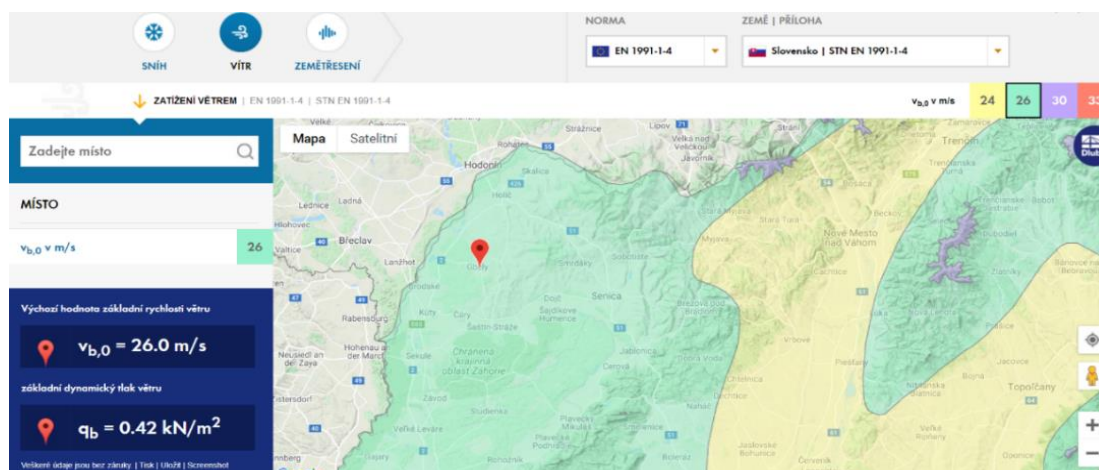
Styčník	Označenie gravitčnej sily	Hodnota gravitačnej sily [N]	Styčník	Označenie gravitčnej sily	Hodnota gravitačnej sily [N]
SP11	$FG_{SP11}$	2092,723	SP35	$FG_{SP35}$	816,346
SP12	$FG_{SP12}$	1711,781	SP36	$FG_{SP36}$	613,490
SP13	$FG_{SP13}$	2092,723	SP37	$FG_{SP37}$	1044,078
SP14	$FG_{SP14}$	1596,143	SP38	$FG_{SP38}$	560,450
SP15	$FG_{SP15}$	2092,723	SN11	$FG_{SN11}$	1955,793
SP16	$FG_{SP16}$	1711,781	SN12	$FG_{SN12}$	1648,960
SP17	$FG_{SP17}$	2092,723	SN13	$FG_{SN13}$	1335,468
SP18	$FG_{SP18}$	1596,143	SN14	$FG_{SN14}$	1897,434
SP21	$FG_{SP21}$	2067,445	SN21	$FG_{SN21}$	1955,793
SP22	$FG_{SP22}$	637,268	SN22	$FG_{SN22}$	1648,960
SP23	$FG_{SP23}$	2067,445	SN23	$FG_{SN23}$	1335,468
SP24	$FG_{SP24}$	555,729	SN24	$FG_{SN24}$	1897,434
SP25	$FG_{SP25}$	2067,445	SN31	$FG_{SN31}$	1955,793
SP26	$FG_{SP26}$	637,268	SN32	$FG_{SN32}$	1648,960
SP27	$FG_{SP27}$	2067,445	SN33	$FG_{SN33}$	1335,468
SP28	$FG_{SP28}$	555,729	SN34	$FG_{SN34}$	1897,434
SP31	$FG_{SP31}$	816,346	SN41	$FG_{SN41}$	1955,793
SP32	$FG_{SP32}$	613,490	SN42	$FG_{SN42}$	1648,960
SP33	$FG_{SP33}$	1044,078	SN43	$FG_{SN43}$	1335,468
SP34	$FG_{SP34}$	560,450	SN44	$FG_{SN44}$	1897,434

## 7.1.4. Vplyv vetra

Výpočet vplyvu vetra, ktorý pôsobil na zjednodušenú konštrukciu sa v tejto podkapitole vypočítal na základe zdrojov [10], [11] a [12].

Každá vyššia konštrukcia, veža, stĺp, rozhl'adňa a pod. musí odolávať vplyvom vetra, ktorý tvorí najväčšie premenlivé zaťaženie (okrem zaťaženia súvisiaceho s jej funkciou),

ktoré musí daný typ konštrukcie znášať (ak sa konštrukcia nenachádza v oblasti s výnimočnými podmienkami, ako napr. zemetrasenie, cunami a iné). Na Slovensku sa touto formou zaťaženia zaoberá norma STN EN 1991-1-4. Územie krajiny je rozdelené do pásiem podľa veľkosti fundamentálnej základnej rýchlosti vetra  $v_{b,0}$ . Oblasť, v ktorej sa nachádza vrtná veža v Gbeloch, patrí do pásma 26 (toto číslo označuje hodnotu  $v_{b,0}$ ), ako je možné vidieť na Obrázku 41.



Obrázok 41 – mapa veterných oblastí Slovenska s uvedením východzej hodnoty základnej rýchlosti vetra pre oblasť, v ktorej sa nachádza veža [10]

Hodnota fundamentálnej základnej rýchlosti vetra v oblasti, v ktorej sa nachádza vrtná veža:

$$v_{b,0} = 26,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (31)$$

K výpočtu sily vetra boli využité nasledujúce rovnice:

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0}, \quad (32)$$

kde  $v_b$  je základná rýchlosť vetra,  $c_{dir}$  je súčiniteľ smeru vetra (obvykle  $c_{dir} = 1$ ) a  $c_{season}$  je súčiniteľ ročného obdobia (obvykle  $c_{season} = 1$ ).

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b, \quad (33)$$

kde  $v_m(z)$  je charakteristická stredná rýchlosť vetra,  $c_r(z)$  súčiniteľ drsnosti terénu a  $c_0(z)$  je súčiniteľ ortografie (obvykle  $c_0(z) = 1$ ).

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad \text{pre } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (34)$$

$$c_r(z) = c_r(z_{min}), \quad \text{pre } z \leq z_{min}, \quad (35)$$

kde  $k_r$  je súčiniteľ terénu,  $z_{min}$  je minimálna výška (bola určená ako  $z_{min} = 0,3$  m pre kategóriu terénu III – Oblasť rovnomerne pokrytá vegetáciou alebo budovami) a  $z_{max}$  je maximálna výška (uvažuje sa 200 m).

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}, \quad (36)$$

kde  $z_0$  je parameter drsnosti terénu,  $z_{0,II}$  je parameter drsnosti terénu pre kategóriu terénu II ( $z_{0,II} = 0,05$  m) a  $z$  je výška nad terénom.

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z), \quad (37)$$

kde  $q_p(z)$  je maximálny dynamický tlak,  $I_v(z)$  je intenzita turbulencií a  $\rho$  je hustota vzduchu ( $\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

$$I_v(z) = \frac{k_1}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}, \quad \text{pre } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (38)$$

$$I_v(z) = I_v(z_{min}), \quad \text{pre } z \leq z_{min}, \quad (39)$$

kde  $k_1$  je súčiniteľ turbulencie (obvykle  $k_1 = 1$ ).

Sila vetra bola určená vzťahom 40:

$$F_v = q_p(z) \cdot S_v, \quad (40)$$

kde  $q_p(z)$  je maximálny dynamický tlak a  $S_v$  je plocha prútu vystavená vetru.

Z dôvodu, že je výška nad terénom  $z$  pre jednotlivé prúty vzťahovaná k ich stredom, bolo možné vytvoriť pre  $q_p(z)$  výškové hladiny, ktoré sú uvedené v Tabuľke 8:

Tabuľka 8 – výšky a maximálne dynamické tlaky výškových hladín

Výšková hladina	$z$ [m]	$q_p(z)$ [Pa]
1	2,85	541,16
2	5,70	573,93
3	8,55	679,59
4	11,40	758,46
5	14,25	821,87
6	17,11	875,13
7	19,95	921,18
8	22,80	961,82

Plocha prútu  $S_v$  vystavená sile vetra sa spočítala ako súčin priemetu dĺžky daného prútu do roviny kolmej na smer vetra a jedného rozmeru prislúchajúceho priečneho prierezu.

*Příklad výpočtu plochy prútu vystavenej vplyvu vetra:*

$$S_{vx,P101} = l_{P101} \cdot \sqrt{FN1_y^2 + FN1_z^2} \cdot L_1 \quad (41)$$

$$S_{vz,P101} = l_{P101} \cdot \sqrt{FN1_y^2 + FN1_x^2} \cdot L_1 \quad (42)$$

*Příklad výpočtu celkovej sily pôsobiacej na prút:*

$$F_{vx,P101} = q_{p1} \cdot S_{vx,P101} \quad (43)$$

$$F_{vz,P101} = q_{p1} \cdot S_{vz,P101} \quad (44)$$

V Tabuľke 9 sú uvedené hodnoty vypočítaných síl vetra pre vybrané prúty (vietor pôsobil na konštrukciu proti smeru osi x a v smere osi z). Všetky hodnoty síl od vetra sú uvedené v Prílohe 1 BP:

*Tabuľka 9 – priečne prierezy prútov, plochy prútov vystavené sile vetra, maximálne dynamické tlaky pre dané výškové hladiny, vypočítané sily vetra v osách x a z*

Prút	L <sub>1,2</sub> [m <sup>2</sup> ]	S <sub>v<sub>x</sub></sub> [m <sup>2</sup> ]	S <sub>v<sub>z</sub></sub> [m <sup>2</sup> ]	q <sub>p</sub> [Pa]	F <sub>v<sub>x</sub></sub> [N]	F <sub>v<sub>z</sub></sub> [N]
P101	0,15	0,85934	0,88605	541,163	-465,04	479,50
P102	0,15	0,85934	0,85934	541,163	-465,04	465,04
P103	0,15	0,88605	0,85934	541,163	-479,5	465,04
P203	0,08	0,078	0,078	573,929	-44,77	44,77
P204	0,08	0,078	0	573,929	-44,77	0,00
P205	0,08	0	0,078	573,929	0	44,77
P206	0,08	0,078	0,078	573,929	-44,77	44,77
P207	0,08	0	0,078	573,929	0	44,77
P305	0,15	0,88605	0,85934	679,585	-602,15	583,99
P306	0,15	0,88605	0,85934	679,585	-602,15	583,99
P307	0,08	0,45712	0,45831	679,585	-310,65	311,46
P406	0,08	0,156	0	758,458	-118,32	0
P407	0,08	0,156	0	758,458	-118,32	0
P506	0,08	0,4583	0,48195	821,871	-376,66	396,10
P507	0,08	0,4583	0,48195	821,871	-376,66	396,10
P608	0,08	0	0,11	875,132	0	96,26
P609D	0,08	0,11	0,11	875,132	-96,26	96,26
P610D	0,08	0,11	0,11	875,132	-96,26	96,26
P711	0,15	0,85934	0,85934	921,18	-791,61	791,61
P712	0,08	0,45832	0,46908	921,18	-422,19	432,11
P807	0,15	0,12	0	961,822	-115,42	0
P808	0,15	0	0,12	961,822	0	115,42
P809D	0,08	0,064	0,064	961,822	-61,56	61,56

Týmto bolo zistené silové pôsobenie od vetra na jednotlivé prúty, avšak pre výpočty bolo potrebné previesť pôsobenie do styčníc. Toto sa uskutočnilo analogicky ako u výpočtu gravitačných síl (kapitola 7.1.3).

*Príklad výpočtu pre styčníc SP11:*

$$FV_{SP11x} = \frac{1}{2} (F_{vx,P101} + F_{vx,P102} + F_{vx,P103}) \quad (45)$$

$$FV_{SP11z} = \frac{1}{2} (F_{vz,P101} + F_{vz,P102} + F_{vz,P103}) \quad (46)$$

Vypočítané veľkosti síl od vetra pre všetky styčníky sú uvedené v Tabuľke 10:

Tabuľka 10 – vypočítané zložky síl vetra pre všetky styčníky

Styčník	Označenie sily od vetra	Hodnota sily od vetra [N]	Styčník	Označenie sily od vetra	Hodnota sily vetra [N]
SP11	$FV_{SP11x}$	1401,726	SP35	$FV_{SP35x}$	453,512
	$FV_{SP11z}$	1401,726		$FV_{SP35z}$	453,512
SP12	$FV_{SP12x}$	838,784	SP36	$FV_{SP36x}$	609,082
	$FV_{SP12z}$	820,633		$FV_{SP36z}$	514,526
SP13	$FV_{SP13x}$	1401,726	SP37	$FV_{SP37x}$	484,291
	$FV_{SP13z}$	1401,726		$FV_{SP37z}$	515,069
SP14	$FV_{SP14x}$	702,313	SP38	$FV_{SP38x}$	452,970
	$FV_{SP14z}$	838,784		$FV_{SP38z}$	578,304
SP15	$FV_{SP15x}$	1401,726	SN11	$FV_{SN11x}$	704,791
	$FV_{SP15z}$	1401,726		$FV_{SN11z}$	704,791
SP16	$FV_{SP16x}$	838,784	SN12	$FV_{SN12x}$	702,633
	$FV_{SP16z}$	820,633		$FV_{SN12z}$	812,081
SP17	$FV_{SP17x}$	1401,726	SN13	$FV_{SN13x}$	546,902
	$FV_{SP17z}$	1401,726		$FV_{SN13z}$	546,902
SP18	$FV_{SP18x}$	702,313	SN14	$FV_{SN14x}$	928,015
	$FV_{SP18z}$	838,784		$FV_{SN14z}$	818,567
SP21	$FV_{SP21x}$	1224,217	SN21	$FV_{SN21x}$	704,791
	$FV_{SP21z}$	1224,217		$FV_{SN21z}$	704,791
SP22	$FV_{SP22x}$	588,626	SN22	$FV_{SN22x}$	812,081
	$FV_{SP22z}$	569,188		$FV_{SN22z}$	702,633
SP23	$FV_{SP23x}$	1224,217	SN23	$FV_{SN23x}$	546,902
	$FV_{SP23z}$	1224,217		$FV_{SN23z}$	546,902
SP24	$FV_{SP24x}$	472,924	SN24	$FV_{SN24x}$	818,567
	$FV_{SP24z}$	588,626		$FV_{SN24z}$	928,015
SP25	$FV_{SP25x}$	1224,217	SN31	$FV_{SN31x}$	704,791
	$FV_{SP25z}$	1224,217		$FV_{SN31z}$	704,791
SP26	$FV_{SP26x}$	588,626	SN32	$FV_{SN32x}$	702,633
	$FV_{SP26z}$	569,188		$FV_{SN32z}$	812,081
SP27	$FV_{SP27x}$	1224,217	SN33	$FV_{SN33x}$	546,902
	$FV_{SP27z}$	1224,217		$FV_{SN33z}$	546,902
SP28	$FV_{SP28x}$	472,924	SN34	$FV_{SN34x}$	928,015
	$FV_{SP28z}$	588,626		$FV_{SN34z}$	818,567
SP31	$FV_{SP31x}$	453,512	SN41	$FV_{SN41x}$	704,791
	$FV_{SP31z}$	453,512		$FV_{SN41z}$	704,791

SP32	$FV_{SP32x}$	609,082	SN42	$FV_{SN42x}$	812,081
	$FV_{SP32z}$	514,526		$FV_{SN42z}$	702,633
SP33	$FV_{SP33x}$	484,291	SN43	$FV_{SN43x}$	546,902
	$FV_{SP33z}$	515,069		$FV_{SN43z}$	546,902
SP34	$FV_{SP34x}$	452,970	SN44	$FV_{SN44x}$	818,567
	$FV_{SP34z}$	578,304		$FV_{SN44z}$	928,015

## 7.1.5. Rovnice statickej rovnováhy

V tejto podkapitole sú uvedené príklady rovníc statickej rovnováhy pre staticky určité uloženie s vplyvom vetra. Ako príklad sú v Tabuľke 11 uvedené rovnice pre štyri styčníky, nachádzajúce sa v spodnej podstave konštrukcie. Ostatné rovnice sú umiestnené v Prílohe 4 BP v časti *analytické riešenie zjednodušenej konštrukcie*. Keďže sa jedná o centrálnu silovú sústavu, pre každý styčník bolo potrebné napísať 3 rovnice, a to pre každý smer osi súradného systému jednu.

Tabuľka 11 – ukážky rovníc pre staticky určitú úlohu s vplyvom vetra pre styčníky v spodnej podstave nôh

Styčník	Os	Rovnica	
SN11	x	$FN1_x \cdot F1 + FN2_x \cdot F2 + FN3_x \cdot F3 - FV_{SN11x} = 0$	(47)
	y	$FN1_y \cdot F1 + FN2_y \cdot F2 + FN3_y \cdot F3 + F115 + FV_{SN11y} - FG_{SN11} = 0$	(48)
	z	$FN1_z \cdot F1 + FN2_z \cdot F2 + FN3_z \cdot F3 + F116 + FV_{SN11z} = 0$	(49)
SN21	x	$FN4_x \cdot F4 + FN5_x \cdot F5 + FN6_x \cdot F6 + F117 - FV_{SN21x} = 0$	(50)
	y	$FN4_y \cdot F4 + FN5_y \cdot F5 + FN6_y \cdot F6 + F118 + FV_{SN21y} - FG_{SN21} = 0$	(51)
	z	$FN4_z \cdot F4 + FN5_z \cdot F5 + FN6_z \cdot F6 + FV_{SN21z} = 0$	(52)
SN31	x	$FN7_x \cdot F7 + FN8_x \cdot F8 + FN9_x \cdot F9 - FV_{SN31x} = 0$	(53)
	y	$FN7_y \cdot F7 + FN8_y \cdot F8 + FN9_y \cdot F9 + F119 + FV_{SN31y} - FG_{SN31} = 0$	(54)
	z	$FN7_z \cdot F7 + FN8_z \cdot F8 + FN9_z \cdot F9 + FV_{SN31z} = 0$	(55)
SN41	x	$FN10_x \cdot F10 + FN11_x \cdot F11 + FN12_x \cdot F12 - FV_{SN41x} = 0$	(56)
	y	$FN10_y \cdot F10 + FN11_y \cdot F11 + FN12_y \cdot F12 + FV_{SN41y} - FG_{SN41} = 0$	(57)
	z	$FN10_z \cdot F10 + FN11_z \cdot F11 + FN12_z \cdot F12 + F120 + FV_{SN41z} = 0$	(58)

Príklad rovnice pre styčníc SN11 a smer osi y:

$$FN1_y \cdot F1 + FN2_y \cdot F2 + FN3_y \cdot F3 + F115 + FV_{SN11,y} - FG_{SN11} = 0$$

Význam jednotlivých členov:

$FN1_y, FN2_y, FN3_y$  ... y-ové súradnice jednotkových vektorov normálových síl

$F1, F2, F3$  ... normálové sily

$F115$  ... reakčná sila

$FV_{SN11,y}$  ... sila vetra pre styčníc SN11 a smer osi y

$FG_{SN11}$  ... gravitačná sila pre styčníc SN11

## 7.1.6. Staticky určité uloženie sústavy

### Bez vplyvu vetra

Prvou variantou pre analytické riešenie zjednodušenej konštrukcie bol stav, kedy na konštrukciu neoplývala sila vetra, ale len gravitačné pôsobenie. Na základe vnútorného statického rozboru v kapitole 7, ktorý platil pre všetky varianty analytického riešenia, bola miera vnútornej statickej určítosti  $s = 0$ , teda sústava bola vnútorne staticky určitá. V tejto variante sa predpokladalo aj staticky určité uloženie konštrukcie, čiže sústava bola staticky určitá aj zvonka, ako je ukázané aj v nasledujúcom statickom rozbere.

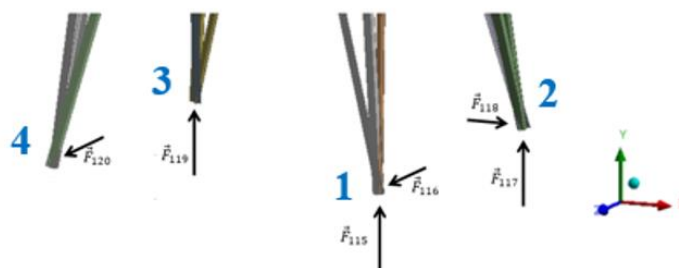
Vonkajší statický rozbor:

$\vartheta = 6$  ... počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy

$\mu = 6$  ... počet neznámych parametrov vonkajších stykových síl

$$\mu - \vartheta = 6 - 6 = 0 \quad (59)$$

Na Obrázku 42 sú zobrazené smery zavedených reakčných síl pre styčníc všetkých štyroch nôh.



Obrázok 42 – rozmiestnenie reakčných síl v jednotlivých nohách konštrukcie

Tabuľke 12 je uvedený prehľad reakčných síl, ich rozmiestnenie v styčníkoch a orientácie s osami súradného systému.

Tabuľka 12 – rozloženie reakčných síl pre styčníky jednotlivých nôh u staticky určitej varianty

Noha	Styčník	Reakčná sila	Smer osi
1	SN11	$\vec{F}_{115}, \vec{F}_{116}$	y,z
2	SN21	$\vec{F}_{117}, \vec{F}_{118}$	y,x
3	SN31	$\vec{F}_{119}$	y
4	SN41	$\vec{F}_{120}$	z

Noha č. 4 nebola podopretá v smere osi y, tak ako ostatné tri, z dôvodu, že by nebolo možné dosiahnuť statickú určitosť a zároveň nepohyblivosť konštrukcie, ktorá by v tomto prípade nastala. Táto skutočnosť sa zistila pri modelovaní konštrukcie v programe Ansys a podrobnosti sú popísané v podkapitole 7.2.1.

#### Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:

Algoritmus riešenia sústavy rovníc bol napísaný v programe Matlab a je uvedený v Prílohe 4 BP. Následne sa sústava 120 rovníc previedla do programu Maple a bola v ňom vyriešená. Toto riešenie sa nachádza v Prílohe 2 BP. Výsledky normálových síl a napätí vo vybraných prútoch boli zapísané do Tabuľky 13. Všetky hodnoty sú uvedené v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 13 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	22956	7,92	P305	11237	3,87	P603	90	0,12
P102	-82305	-28,38	P401	2973	3,84	P611D	10768	13,89
P103	22956	7,92	P402	2947	3,80	P612D	-10847	-14,00
P104	-1201	-0,41	P403	-7689	-15,63	P701	-944	-1,22
P105	4306	1,48	P409D	-12114	15,34	P702	-3302	-1,14
P201	-135	-0,17	P410D	11887	-15,63	P703	-971	-1,25
P202	-135	-0,17	P501	-23745	-30,64	P704	-2198	-2,84
P215D	-21	-0,03	P502	-7262	-2,50	P705	-3532	-1,22
P217D	3678	4,75	P503	-23788	-30,69	P801	-330	-0,11
P301	11198	3,86	P504	23112	29,82	P802	-330	-0,11
P302	13039	16,82	P505	-9890	-3,41	P809D	-430	-0,55
P303	-80956	-27,92	P601	-80	-0,10	P810D	-430	-0,55
P304	13251	17,10	P602	-77	-0,10	P811D	-6	-0,01



### *Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti (MSP):*

Na základe výsledných hodnôt napätia prvej varianty riešenia sa spočítala bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti (MSP). Ako materiálová konštanta  $\sigma_k$  bola zvolená hodnota 250 MPa, ktorú používa v defaultnom nastavení aj program Ansys pre materiál konštrukčnú oceľ. Zo všetkých hodnôt bola vybraná najvyššia absolútna hodnota napätia 30,69 MPa u prútu *P503*, v Tabuľke 13 označená modrou farbou, a pre ňu sa spočítala bezpečnosť k MSP.

$$k_{k,1} = \frac{\sigma_k}{|\sigma_1|} = \frac{250}{|-30,69|} = 8,2 \quad (60)$$

### *Zhodnotenie MSP:*

Hodnota bezpečnosti vzhľadom k MSP u prútu *P503* s najväčšou absolútnou hodnotou napätia vyšla výrazne väčšia než 1, čo znamená, že všetky ostatné prúty mali bezpečnosť vyššiu ako 8,2, u tejto varianty riešenia teda k MSP nepríde. Prút *P503* je označený modrou farbou na Obrázku 43.

### *Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability (MSVS):*

Pre hodnoty tlakových síl bola spočítaná aj bezpečnosť k medznému stavu vzpernej stability (MSVS). V prvom kroku sa určila štíhlosť každého prútu zo vzťahu:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{S}}}, \quad (61)$$

kde  $l$  bola dĺžka prútu,  $J$  minimálny osový kvadratický moment priečneho prierezu prútu a  $S$  jeho obsah.

### *Príklad výpočtu štíhlosti prútu pre prút P102:*

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{S}}} = \frac{5,758}{\sqrt{\frac{6,4 \cdot 10^{-6}}{0,0029}}} = 122,83 \quad (62)$$

Výsledné hodnoty štíhlosti ostatných prútov sú uvedené v Prílohe 1 BP.

Následne bolo potrebné určiť kritickú štíhlosť prútu zo vzťahu:

$$\lambda_k = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}}, \quad (63)$$

kde  $\alpha$  bola podľa Obrázku 11 v podkapitole 3.5.2. zvolená ako  $\pi$ ,  $E$  bol modul pružnosti v ťahu, ktorého hodnota pre konštrukčnú oceľ bola 210 GPa a  $\sigma_k$  medza klzu konštrukčnej oceli, pričom jej hodnota bola 250 MPa.

Výpočet kritickej štíhlosti prútu:

$$\lambda_k = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9}{250 \cdot 10^6}} = 91,05 \quad (64)$$

Bezpečnosť vzhľadom k MSVS bola spočítaná len pre prúty, u ktorých príjde k MSVS skôr než k MSP. Pre tieto prúty musí platiť podmienka:  $\lambda > \lambda_k$

Kritická sila, s ktorou sa jednotlivé normálové sily v prútoch porovnávali, bola určená zo vzťahu:

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2} \quad (65)$$

Príklad výpočtu kritickej sily pre prút P102:

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 6,4 \cdot 10^{-6}}{5,758^2} = 398405,3 \text{ N} \quad (66)$$

Bezpečnosť k MSVS bola potom spočítaná zo vzťahu 67:

$$k_v = \frac{F_{krit}}{|F|} \quad (67)$$

Príklad výpočtu bezpečnosti k MSVS u prútu P102:

$$k_{v,1} = \frac{F_{krit}}{|F|} = \frac{398405,3}{|-82304,7|} = 4,84 \quad (68)$$

Vybrané hodnoty bezpečnosti vzhľadom k MSVS sú uvedené v Tabuľke 14. Tabuľka zároveň obsahuje najnižšie hodnoty bezpečnosti, ktoré sa u tejto varianty riešenia vyskytli a sú označené oranžovou farbou. Všetky výsledné hodnoty sú uvedené v Prílohe 1 BP.

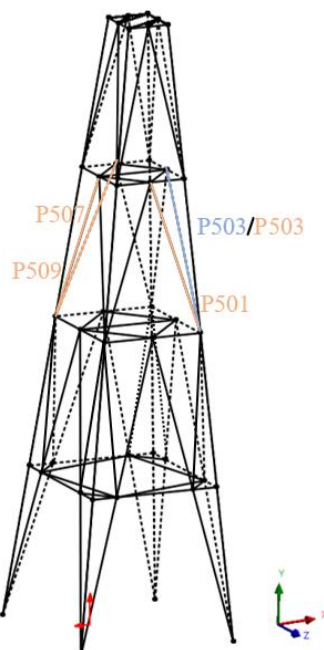
Tabuľka 14 – hodnoty normálových síl, kritických síl a bezpečnosti vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability pre vybrané prúty

Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$	Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$
P102	-82304,7	398405,3	4,841	P501	-23744,8	27520,8	1,159
P104	-1200,9	374970,5	312,232	P503	-23788,1	27520,8	1,157
P303	-80955,7	398405,3	4,921	P507	-23744,8	27520,8	1,159
P310	-12859,4	374970,5	29,159	P509	-23788,1	27520,8	1,157
P409D	-12114,2	132530,8	10,940	P701	-943,7	29036,6	30,770
P505	-9889,6	398405,3	40,285	P703	-971,1	29036,6	29,901

Zhodnotenie MSVS:

Najnižšie hodnoty bezpečnosti sa vyskytli v prútoch P501, P503, P507 a P509, ktoré sú vyznačené na Obrázku 43 oranžovou farbou. Jej hodnoty boli veľmi blízke hodnote 1, čo znamená, že tieto prúty boli na hrane medzného stavu vzpernej stability. Aj napriek tomu,

že neprekročili hodnotu 1, je možné ich považovať za nebezpečné. Prút *P503* mal najnižšiu bezpečnosť vzhľadom k MSP aj MSVS, pričom bezpečnosť vzhľadom k MSVS vyšla výrazne nižšia, preto by u tohto prútu nastal tento medzný stav ako prvý.



Obrázok 43 – zobrazenie prútov s najnižšou hodnotou bezpečnosti voči MSP (modrá) a voči MSVS (oranžová)

## S vplyvom vetra

Druhá varianta riešenia vychádzala z prvej, čiže sa jednalo o staticky určitú úlohu zvnútra aj zvonka, ale okrem zaťaženia od gravitácie na konštrukciu vplývala aj sila vetra. Táto sila bola spočítaná v podkapitole 7.1.4. Reakčné sily boli umiestnené rovnako ako na Obrázku 42.

*Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:*

Sústava 120 rovníc sa upravila pridaním síl od vetra a bola opäť spočítaná programom Maple. Príklady rovníc statickej rovnováhy sú uvedené v podkapitole 7.1.5. Vybrané hodnoty normálových síl a napätí boli zapísané do Tabuľky 15. Všetky hodnoty sú uvedené v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 15 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútoch

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
<i>P101</i>	55182	19,03	<i>P309</i>	93935	121,21	<i>P603</i>	-1734	-2,24
<i>P102</i>	-27130	-9,35	<i>P312</i>	80955	10446	<i>P611D</i>	19663	25,37
<i>P103</i>	-128064	-44,16	<i>P402</i>	30253	39,04	<i>P612D</i>	-18910	-24,40
<i>P104</i>	-77653	-26,78	<i>P403</i>	2375	-18,27	<i>P701</i>	3341	4,31
<i>P105</i>	86886	29,96	<i>P409D</i>	-14157	16,44	<i>P702</i>	-3302	-1,14

P201	-682	-0,88	P410D	12743	-18,27	P703	-5388	-6,95
P202	412	0,53	P501	-36009	-46,46	P704	2219	2,86
P215D	1645	2,12	P502	-7390	-2,55	P705	-3532	-1,22
P217D	11417	14,73	P503	-50755	-65,49	P801	-783	-0,27
P301	18538	6,39	P504	50079	64,62	P802	124	0,04
P302	37120	47,90	P505	-1386	-0,48	P809D	388	0,50
P304	-103218	-133,18	P601	-1886	-2,43	P810D	-1248	-1,61
P307	-90545	-116,83	P602	1747	2,25	P811D	-1334	-1,72

### Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti (MSP):

Rovnako ako u varianty riešenia bez vplyvu vetra, bola na základe výsledných hodnôt napätí spočítaná bezpečnosť vzhľadom k MSP. Pre výpočet najmenej bezpečnosti, nachádzajúcej sa v sústave a tvoriacej zároveň bezpečnosť celej sústavy vzhľadom k MSP, sa zvolila maximálna absolútna hodnota napätia 133,18 MPa u prútu P304, v Tabuľke 15 označenej modrou farbou, pričom podobne namáhané boli aj prúty P307, P309 a P312.

$$k_{k,2} = \frac{\sigma_k}{|\sigma_2|} = \frac{250}{|-133,18|} = 1,88 \quad (69)$$

### Zhodnotenie MSP:

Výsledná hodnota bezpečnosti 1,88 sa v porovnaní so stavom bez vplyvu vetra podstatne znížila a v by praxi určite nebola dostačujúcou, ale je potrebné brať na zreteľ skutočnosť, že konštrukcia bola zjednodušená, pričom sa zachovali rozmery, ale radikálne sa zmenšil počet prútov, čo malo za následok zvýšenie hodnôt napätia a zníženie hodnôt bezpečnosti. Avšak aj v takýchto zámerne zhoršených a nepriaznivých podmienkach pre konštrukciu nepríde k MSP. Prút P304 je modrou farbou označený na Obrázku 44.

### Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability (MSVS):

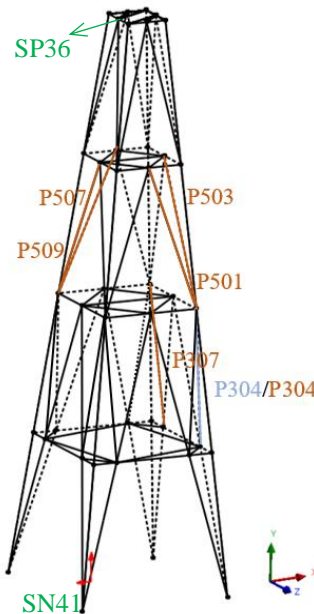
Výpočet MSVS bol realizovaný rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcej variante riešenia. Výsledné hodnoty bezpečnosti vzhľadom k MSVS u vybraných prútov sú uvedené v Tabuľke 16 a najnižšie hodnoty sú označené červenou farbou (prekročili kritickú hodnotu). Všetky hodnoty sa nachádzajú v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 16 - hodnoty normálových síl, kritických síl a bezpečností vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability pre vybrané prúty

Prút	F [N]	F <sub>krit</sub> [N]	k <sub>v</sub>	Prút	F [N]	F <sub>krit</sub> [N]	k <sub>v</sub>
P103	-128064,4	374970,5	2,928	P501	-36008,5	27520,8	0,764
P104	-77653,0	374970,5	4,829	P503	-50755,2	27520,8	0,542
P108	-210106,0	398405,3	1,896	P507	-50507,0	27520,8	0,545
P313	-208757,0	398405,3	1,908	P509	-35846,9	27520,8	0,768
P304	-103217,8	30560,3	0,296	P710	-6614,6	29036,6	4,390
P307	-90545,6	30560,3	0,338	P712	-6455,3	29036,6	4,498

### Zhodnotenie MSVS:

Z výsledných hodnôt bezpečnosti vzhľadom k MSVS vyplýva, že až u šiestich prútov prišlo k prekročeniu tohto medzného stavu. Jedná sa o prúty *P304*, *P307*, *P501*, *P503*, *P507* a *P509*, ktoré sú na Obrázku 44 označené červenou farbou. Hodnoty bezpečnosti vyšli výrazne pod hranicou kritickej hodnoty 1. Ide o dlhé prúty s menším z dvoch priečných prierezov nachádzajúcich sa v konštrukcii. Prúty piateho poschodia boli na hrane s bezpečnosťou už v predchádzajúcej variante riešenia bez vplyvu vetra, a teda po zvýšení zaťažovania podľa očakávania vybočili.



Obrázok 44 – zobrazenie prútov s najnižšou hodnotou bezpečnosti voči MSP (modrá) a voči MSVS (červená)

### Výpočet deformácie $u_x$ styčníka SP36 v smere osi $x$ :

Okrem síl a napätí v jednotlivých prútoch, bola pri tejto variante riešenia spočítaná aj deformácia u vybraných styčníkov, pričom prvý styčník *SP36* sa nachádzal v najvyššom poschodí, vid' Obrázok 44.

Pre výpočet deformácie v tomto styčníku sa zvolila os  $x$ . V tomto smere bola doňho zavedená doplnková sila  $F_{dop}$  s veľkosťou 0 N. Táto sila bola potrebná pri výpočte deformácie pomocou Castiglianovej vety, v ktorej sa podľa nej derivovalo.

Pre výpočet sa Castiglianova veta použila v sumačnom tvare, pre celkový počet prútov konštrukcie – 114 prútov.

$$u_x = \sum_{i=1}^{114} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{dop}} \quad (70)$$

Pretože všetky prúty boli z rovnakého materiálu (z konštrukčnej ocele), bol pre všetky prúty Youngov modul  $E$  rovnaký. V celej konštrukcii sa nachádzali 2 rôzne veľkosti priečných prierezov, preto sa mohla Castiglianova veta rozdeliť na súčet dvoch súm:

$$\sum_{i=1}^{40} \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot S_{L1}} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{dop}} + \sum_{i=41}^{114} \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot S_{L2}} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{dop}} \quad (71)$$

Prvá suma sa určila pre 40 prútov, ktoré mali plochu pričného prierezu  $S_{L1}$  a druhá pre prúty s plochou pričného prierezu  $S_{L2}$ . Veličina  $N_i$  predstavovala normálové sily nachádzajúce sa v prútoch a  $l_i$  ich dĺžky. Každá normálová sila bola ešte parciálne derivovaná podľa doplnkovej sily  $F_{dop}$ . Tento výpočet bol vyriešený programom Maple.

*Výsledok výpočtu:*

$$u_x = -83,13 \text{ mm} \quad (72)$$

Z výslednej hodnoty 83,13 mm vyplýva, že styčník sa po deformácii posunul o túto hodnotu proti smeru osi  $x$ .

*Výpočet deformácie  $u_y$  styčníka SN41 v smere osi  $y$ :*

Ďalšou úlohou v tejto variante riešenia, bol výpočet deformácie v styčníku SN41, zobrazeného na Obrázku 44. Jedná sa o styčník, ktorý nebol v smere osi  $y$  podopretý väzbou, čiže úlohou bolo zistiť, o koľko sa tento styčník nadvihol alebo klesol pod vplyvom pôsobenia vetra.

Pre výpočet sa analogicky zaviedla doplnková sila  $F_{dop}$  do tohto styčníka v smere osi  $y$ , ktorej veľkosť bola opäť 0 N. Výpočet prebehol podobne, ako pri zisťovaní deformácie u styčníka SP36.

*Výsledok výpočtu:*

$$u_y = -29,55 \text{ mm} \quad (73)$$

Z výsledku výpočtu deformácie u styčníka SN41 v smere osi  $y$  vyplýva, že tento styčník klesol proti smeru osi  $y$  o hodnotu 29,55 mm oproti svojej pôvodnej polohe.

Výsledky výpočtov deformácií jednotlivých styčníkov boli použité pre porovnanie analytického a numerického výpočtu v kapitole 7.3.

## 7.1.7. Jedenkrát staticky neurčité uloženie sústavy

### Bez vplyvu vetra

V tretej variante riešenia, podobne ako v prechádzajúcej podkapitole, na konštrukciu nevplývala sila vetra, ale len gravitačné pôsobenie. Opäť sa jednalo o sústavu staticky určitú zvnútra, ale tentoraz bola sústava jedenkrát staticky neurčitá zvonka. Jednalo by sa teda o situáciu, kedy by boli všetky 4 nohy podopreté v smere osi  $y$ . Vonkajšia statická neurčitosť je znázornená v nasledujúcom statickom rozbere.

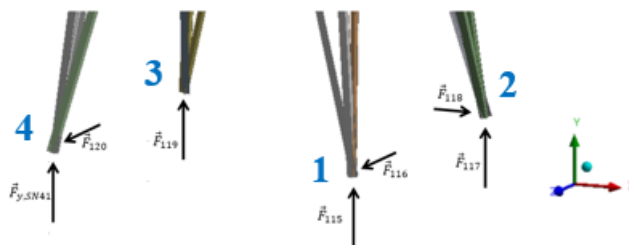
*Vonkajší statický rozbor:*

$\vartheta = 6$  ... počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy

$\mu = 7$  ... počet neznámych parametrov vonkajších stykových síl

$$\mu - \vartheta = 7 - 6 = 1 \quad (74)$$

Do styčnÍka *SN41* sa zaviedla reakčná sila  $F_{y,SN41}$  v smere osi *y*, ktorej veľkosť bola neznáma. Na Obrázku 45 sú uvedené smery reakčných síl zavedených do styčnÍkov jednotlivých nôh.



Obrázok 45 – rozmiestnenie reakčných síl v jednotlivých nohách konštrukcie

Tabuľke 17 je uvedený prehľad reakčných síl, ich rozmiestnenie v styčnÍkoch a orientácie s osami súradného systému.

Tabuľka 17 – rozloženie reakčných síl pre styčnÍky jednotlivých nôh u jedenkrát staticky neurčitej varianty

Noha	StyčnÍk	Reakčná sila	Smer osi
1	<i>SN11</i>	$\vec{F}_{115}, \vec{F}_{116}$	<i>y, z</i>
2	<i>SN21</i>	$\vec{F}_{117}, \vec{F}_{118}$	<i>y, x</i>
3	<i>SN31</i>	$\vec{F}_{119}$	<i>y</i>
4	<i>SN41</i>	$\vec{F}_{y,SN41}, \vec{F}_{120}$	<i>y, z</i>

Výpočet neznámej sily  $F_{y,SN41}$ :

Aby bolo možné analyticky spočítať sústavu rovníc, musela sa predpísať deformačná podmienka v nasledujúcom tvare:

$$u_y = \sum_{i=1}^{114} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{y,SN41}} = 0 \quad (75)$$

V programe Maple sa sústava 120 rovníc vypočítala v závislosti na sile  $F_{y,SN41}$ , ktorá bola v tomto prípade neznámym parametrom (je zobrazená na Obrázku 45). Po dosadení do deformačnej podmienky, bola sila  $F_{y,SN41}$  vypočítaná a spätne dosadená do sústavy 120 rovníc, ktorá sa stala riešiteľnou.

Výsledok výpočtu:

$$F_{y,SN41} = 19972 \text{ N} \quad (76)$$

Výsledná kladná hodnota sily  $F_{y,SN41}$  znamená, že reakčná sila pôsobila v kladnom smere osi *y*, čo bolo logickým dôsledkom podoprenia štvrtej nohy a jej zdvihnutia pridanou väzbou na úroveň ostatných troch nôh.

### Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:

Následne boli spočítané normálové sily a napätia v jednotlivých prútoch. Vybrané hodnoty týchto síl a napätí je možné nájsť v Tabuľke 18 a všetky hodnoty v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 18 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	10692	3,69	P305	-1026	-0,35	P603	90	0,12
P102	-38336	-13,22	P401	-2280	-2,94	P611D	234	0,30
P103	10692	3,69	P402	-2306	-2,98	P612D	-313	-0,40
P104	11063	3,81	P403	-2436	-0,20	P701	-944	-1,22
P105	-39663	-13,68	P409D	-155	-0,09	P702	-3302	-1,14
P201	-135	-0,17	P410D	-72	-0,20	P703	-971	-1,25
P202	-135	-0,17	P501	-637	-0,82	P704	-2198	-2,84
P215D	-21	-0,03	P502	-7262	-2,50	P705	-3532	-1,22
P217D	3678	4,75	P503	-680	-0,88	P801	-330	-0,11
P301	-1066	-0,37	P504	4	0,00	P802	-330	-0,11
P302	13039	16,82	P505	-9890	-3,41	P809D	-430	-0,55
P303	-36987	-12,75	P601	-80	-0,10	P810D	-430	-0,55
P304	13251	17,10	P602	-77	-0,10	P811D	-6	-0,01

### Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti (MSP):

Výsledné hodnoty napätí boli použité pre výpočet MSP. Maximálna hodnota napätia sa vyskytla na prúte P304 a to 17,1 MPa, v Tabuľke 18 označenej modrou farbou.

$$k_{k,3} = \frac{\sigma_k}{|\sigma_3|} = \frac{250}{|17,1|} = 14,6 \quad (77)$$

### Zhodnotenie MSP:

Hodnota bezpečnosti vzhľadom k MSP sa po podopretí štvrtej nohy výrazne zvýšila oproti prvej variante riešenia, v ktorom táto hodnota vyšla 8,2. Najviac namáhané boli prúty v prvej a tretej skupine. Prút P304 je na Obrázku 46 zobrazený modrou farbou.

### Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability (MSVS):

Postup výpočtu je uvedený pri prvej variante riešenia v kapitole 7.1.6. Výsledné hodnoty bezpečností vzhľadom k MSVS u vybraných prútov sú uvedené v Tabuľke 19, pričom najnižšie hodnoty sú označené oranžovou farbou. Hodnoty pre všetky prúty sú obsiahnuté v Prílohe 1 BP.

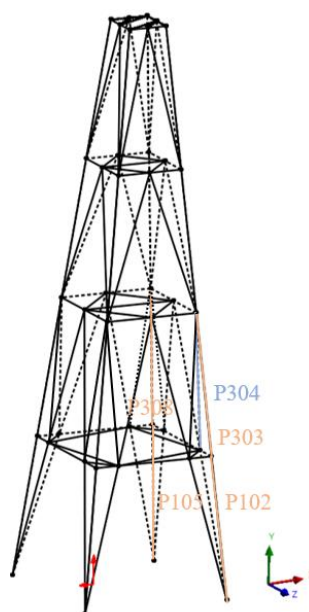


Tabuľka 19 – hodnoty normálových síl, kritických síl a bezpečnosti vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability pre vybrané prúty

Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$	Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$
P102	-38336,0	398405,3	10,392	P502	-7261,6	398405,3	54,865
P105	-39663,0	398405,3	10,045	P505	-9889,6	398405,3	40,285
P303	-36987,0	398405,3	10,772	P613D	-8,2	133275,6	16202,188
P308	-38314,0	398405,3	10,398	P701	-943,7	29036,6	30,770
P409D	-155,4	132530,8	852,791	P710	-2198,0	29036,6	13,211
P410D	-72,3	132530,8	1833,078	P712	-2170,6	29036,6	13,378

### Zhodnotenie MSVS:

Po podopretí štvrtej nohy konštrukcie je možné z výsledkov usúdiť, že prišlo k zvýšeniu hodnôt bezpečnosti vzhľadom k MSVS. Najnižšie hodnoty v rámci celej konštrukcie neklesli pod hodnotu 10. Jednalo sa o prúty P102, P105, P303 a P308, zobrazené oranžovou farbou na Obrázku 46.



Obrázok 46 – zobrazenie prútov s najnižšou hodnotou bezpečnosti voči MSP (modrá) a voči MSVS (oranžová)

### S vplyvom vetra

Posledná varianta riešenia pre analytické výpočet zjednodušenej konštrukcie vychádzala z predchádzajúcej, avšak v tomto prípade bol opäť uvažovaný aj vplyv vetra. Sústava teda bola vnútorne staticky určitá a jedenkrát staticky neurčitá zvonka. Predpísaná deformačná podmienka bola rovnaká ako v predchádzajúcej variante, kde sa vplyv vetra neuvažoval.

$$u_y = \sum_{i=1}^{114} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F'_{y,SN41}} = 0 \quad (78)$$

*Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:*

Sústava rovníc bola opäť vyriešená v programe Maple. Vybrané hodnoty normálových síl a napätí sú uvedené v Tabuľke 20 a všetky hodnoty sa nachádzajú v Prílohe 1 BP.

*Tabuľka 20 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov*

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	34272	11,82	P309	93935	121,21	P603	-1734	-2,24
P102	47841	16,50	P312	80955	104,46	P611D	1702	2,20
P103	-148975	-51,37	P402	21296	27,48	P612D	-949	-1,22
P104	-56743	-19,57	P403	11332	8,04	P701	3341	4,31
P105	11916	4,11	P409D	6234	-9,87	P702	-3302	-1,14
P201	-682	-0,88	P410D	-7648	8,04	P703	-5388	-6,95
P202	412	0,53	P501	3392	4,38	P704	2219	2,86
P215D	1645	2,12	P502	-7390	-2,55	P705	-3532	-1,22
P217D	11417	14,73	P503	-11354	-14,65	P801	-783	-0,27
P301	-2372	-0,82	P504	10678	13,78	P802	124	0,04
P302	37120	47,90	P505	-1386	-0,48	P809D	388	0,50
P304	-103218	-133,18	P601	-1886	-2,43	P810D	-1248	-1,61
P307	-90545	-116,83	P602	1747	2,25	P811D	-1334	-1,72

*Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti (MSP):*

Aj v poslednej variante bola na základe výsledných hodnôt napätí spočítaná bezpečnosť vzhľadom k MSP. Najvyššou absolútnou hodnotou napätia bolo 133,18 MPa u prútu P304, v Tabuľke 20 označeného modrou farbou.

$$k_{k,4} = \frac{\sigma_k}{|\sigma_4|} = \frac{250}{|-133,18|} = 1,88 \quad (79)$$

*Zhodnotenie MSP:*

Bezpečnosť vzhľadom k MSP vyšla úplne rovnako ako vo variante riešenia s vplyvom vetra u staticky určitého uloženia, a takisto najviac namáhané prúty P304, P307, P309 a P312 boli rovnaké a s rovnakými hodnotami. Z toho vyplýva, že na tieto prúty, nemala zmena miery statickej určitosti vplyv. Bezpečnosť vzhľadom k MSP bola v tejto variante opäť veľmi nízka. Prút P304 s najnižšou hodnotou bezpečnosti je na Obrázku 47 zobrazený modrou farbou.

### Bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability (MSVS):

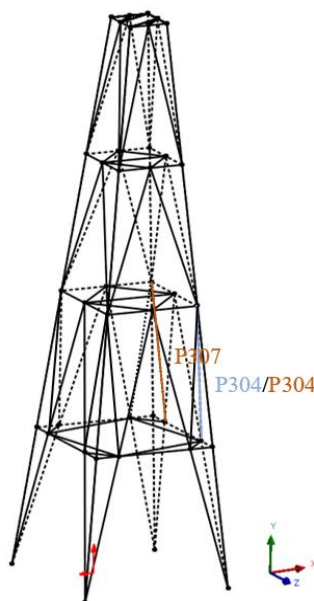
Ako aj v predchádzajúcich prípadoch, tak aj v poslednej variante sa spočítala bezpečnosť vzhľadom k MSVS, na základe postupu uvedeného v kapitole 7.1.6. V Tabuľke 21 sú uvedené hodnoty bezpečnosti vzhľadom k MSVS u vybraných prútov, najnižšie hodnoty sú označené červenou farbou (prekročili kritickú hodnotu). Všetky hodnoty sú obsiahnuté v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 21 – hodnoty normálových síl, kritických síl a bezpečnosti vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability pre vybrané prúty

Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$	Prút	$F$ [N]	$F_{krit}$ [N]	$k_v$
P103	-148974,7	374970,5	2,517	P313	-133786,8	398405,3	2,978
P108	-135135,8	398405,3	2,948	P503	-11354,4	27520,8	2,424
P111	-77357,6	398405,3	5,150	P507	-11106,2	27520,8	2,478
P218D	-33556,4	104880,0	3,125	P703	-5387,7	29036,6	5,389
P304	-103217,8	30560,3	0,296	P707	-5228,4	29036,6	5,554
P307	-90545,6	30560,3	0,338	P712	-6455,3	29036,6	4,498

### Zhodnotenie MSVS:

Z výsledných hodnôt bezpečnosti vzhľadom MSVS je možné vidieť, že tento stav nastal u dvoch prútov, a to P304 a P307, pričom hodnoty bezpečnosti boli u nich veľmi nízko pod hodnotou 1. Oba prúty sú na Obrázku 47 zobrazené červenou farbou. U prútu P304 vyšli najnižšie bezpečnosti u oboch vyšetovaných medzných stavov, pričom skôr nastal MSVS, ako aj u prútu P307. Aj napriek tomu, že u ostatných prútov tento stav nenastal, boli hodnoty určitých bezpečností prútov v prvom, treťom a piatom poschodí nízke a v skutočnej konštrukcii by boli určite nedostačujúce.



Obrázok 473 – zobrazenie prútov s najnižšou hodnotou bezpečnosti voči MSP (modrá) a voči MSVS (červená)

### Vymedzenie vôle v styčníku SN41:

U predchádzajúcej varianty riešenia sa predpokladalo, že podklad, na ktorý by sa mali jednotlivé nohy prichytiť, bol vyhotovený presne. V tejto úlohe sa zaviedol predpoklad, že podklad presne vyhotovený nebol, ale pod nohou č. 4 (styčník SN41) sa vytvorila z neznámych príčin priehlbina, ktorej dno je od roviny, ktorú tvoria ostatné 3 styčníky (SN11, SN21, SN31) v zostávajúcich nohách vzdialené o 50 mm. Vplyvom vetra styčník klesol o hodnotu  $u_y$ , vypočítanú v podkapitole 7.1.7. Úlohou teda bolo zistiť veľkosť sily, ktorou by robotníci museli styčník SN41 pritiahnuť k podkladu, aby aj 4. noha mohla byť pevne uchytená.

Do styčníka SN41 bola v smere osi  $y$  zavedená sila  $F'_{y,SN41}$  (vid' Obrázok 45), ktorej veľkosť bola neznáma. Pre výpočet bolo nutné predpísať nasledujúcu deformačnú podmienku:

$$u_y = \sum_{i=1}^{114} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F'_{y,SN41}} = -50 \text{ mm} \quad (80)$$

Riešenie prebehlo opäť v programe Maple, kde bola sústava 120 rovníc vyriešená v závislosti na neznámej sile  $F'_{y,SN41}$ . Po dosadení do deformačnej podmienky bola táto sila spočítaná.

*Výsledok výpočtu:*

$$F'_{y,SN41} = -23\,561 \text{ N} \quad (81)$$

Podľa očakávania po pritiahnutí štvrtej nohy k podkladu, výsledná hodnota sily  $F'_{y,SN41}$  vyšla záporná, teda smer sily ukazoval proti kladnej orientácii osi  $y$ .

Výsledok výpočtu síl  $F'_{y,SN41}$  a  $F_{y,SN41}$  bol použitý pre porovnanie analytického riešenia s numerickým výpočtom v kapitole 7.3.

## 7.2. Numerické riešenie prvkami typu *Link*

Toto riešenie slúži k verifikácii analytického výpočtu zjednodušenej konštrukcie. Prvky typu *Link* boli použité, pretože dokážu prenášať len ťah alebo tlak, rovnako ako prúty v prútovej sústave, a teda by sa tento model mal čo najviac približovať analytickému riešeniu prútovej sústavy.

### 7.2.1. Geometria a model

V tejto podkapitole je popísané vytvorenie geometrie a modelu zjednodušenej konštrukcie v programe Ansys Workbench.

#### *Geometria:*

Keďže hlavné rozmery konštrukcie zostali zachované a zjednodušenie spočívalo v zredukovaní poschodí, bolo možné geometriu vytvoriť na základe geometrie celkovej konštrukcie popísanej v podkapitole 6.2.2. Prvotný *Sketch* aj *Extrude* zostal zachovaný, pozmenil sa až druhý *Sketch*, vytvorený na naklonenej stene rovnako ako predtým. Boli vytvorené dve poschodia vo vrchnej časti a 2 poschodia v nohách konštrukcie. Zmena nastala aj pri napájaní nôh v strede steny na vrchné poschodia, kde v celkovej konštrukcii bolo zalomenie, ale v zjednodušenej prúty pokračovali priamo, vid' Obrázok 48.

Ďalšie kroky pri tvorení geometrie sa zhodovali s celkovou konštrukciou. Na záver bolo potrebné doplniť počet prútov určený statickým rozborom na správne miesta v konštrukcii, pričom tento postup je uvedený v kapitole 7.



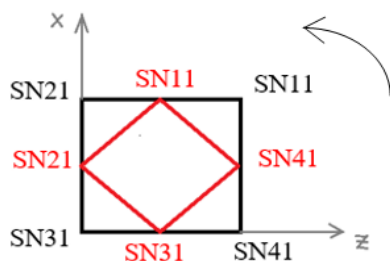
Obrázok 48 – pohľad na poschodie, v ktorom sa spájajú nohy u zjednodušenej (vľavo) a celkovej (vpravo) konštrukcie

#### *Model:*

V modeli bol typ prvku zmenený na *Link*. V nastavení siete bolo potrebné zmeniť veľkosť prvku tak, aby na jeden prút pripadal jeden prvok, pretože inak by vznikol uzol v mieste kde nebol styčník. Z dôvodu čo najväčšej zhody s analytickým riešením sa nevyužila možnosť *Standart Earth Gravity*, ale boli použité gravitačné sily vypočítané v analytickom riešení. Tieto sily sa pridali do všetkých styčníkov. Podľa toho, o akú

variantu riešenia sa jednalo, boli do styčníc pridane ešte sily od vetra, ktoré boli takisto vypočítané v analytickom riešení.

Keďže sa jednalo o model, ktorý spĺňal predpoklady prútovej sústavy, väzby nôh s podkladom museli byť zvolené tak, aby konštrukcia zostala nepohyblivá a zároveň odoberali 6 stupňov voľnosti. Prvý návrh spočíval v podopretí všetkých štyroch nôh v smere osi  $y$  a zablokovanie jednej nohy v smere osi  $x$  a druhej nohy v smere osi  $z$ . Pri pohľade zvrchu na spodnú podstavu je však na Obrázku 49 možné vidieť, že aj keď sú tieto *Displacementy* zachované, konštrukcia bola stále pohyblivá.



Obrázok 49 – príklad rotácie styčníc spodnej podstavy (pôvodné styčnice – čierna farba, styčnice po rotácii – červená farba)

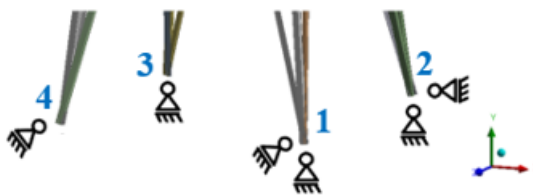
Preto bolo potrebné odobrať jednu podporu z niektorej nohy v smere osi  $y$  (bola zvolená štvrtá noha) a vložiť do inej nohy zamedzenie pohybu v smere osi  $x$  alebo  $z$ . Tým sa stala konštrukcia úplne nepohyblivou. Spôsobilo to však odchýlku od skutočnej konštrukcie, pretože jedna noha zostala zospodu nepodporená, čiže akoby visela vo vzduchu. To však netvorilo problém v numerickej verifikácii, kde išlo o potvrdenie výsledkov analytického riešenia, pretože tieto väzby boli použité rovnako aj v analytických rovniciach.

## 7.2.2. Staticky určité uloženie sústavy

### Bez vplyvu vetra

Keďže išlo o numerickej verifikáciu analytického výpočtu, zadanie tejto varianty riešenia bolo rovnaké ako v podkapitole 7.1.6. v časti bez vplyvu vetra. Numerickej výpočet sa uskutočnil v programe Ansys Workbench. Gravitačné zaťaženie bolo reprezentované gravitačnými silami, ktoré sa použili aj pri analytickom riešení a sú spočítané v podkapitole 7.1.3. Sila vetra v tomto prípade nebola uvažovaná.

Na Obrázku 50 je znázornené umiestnenie väzieb (*Displacementov*) v jednotlivých nohách konštrukcie.



Obrázok 50 – rozmiestnenie väzieb (*Displacementov*) v jednotlivých nohách konštrukcie

V Tabuľke 22 je uvedený prehľad hodnôt jednotlivých *Displacementov*, ako boli nastavené v programe Ansys.

*Tabuľka 22 – rozloženie Displacementov v jednotlivých nohách u staticky určitej varianty*

Noha	Styčník	Displacementy		
		x	y	z
1	SN11	Free	0	0
2	SN21	0	0	Free
3	SN31	Free	0	Free
4	SN41	Free	Free	0

*Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:*

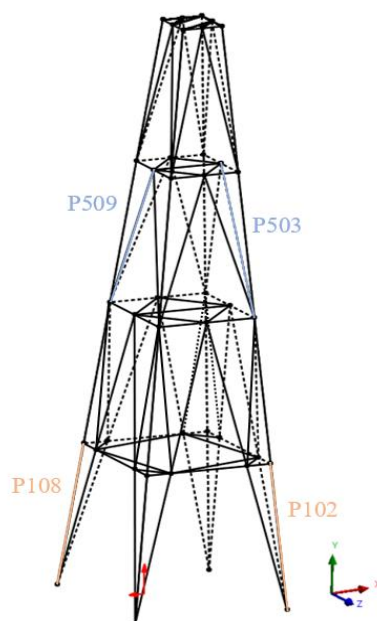
Do príslušných styčníkov sa zaviedli gravitačné sily a sily od vetra, a príkazom *Solve* bol model spočítaný. V Tabuľke 23 sú uvedené vybrané hodnoty normálových síl a napätí. Všetky hodnoty sa nachádzajú v Prílohe 1 BP.

*Tabuľka 23 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútoch*

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	22780	7,86	P305	11145	3,84	P603	95	0,12
P102	-81949	-28,26	P401	3004	3,88	P611D	10802	13,94
P103	22780	7,86	P402	2978	3,84	P612D	-10882	-14,04
P104	-1192	-0,41	P403	-7725	-15,68	P701	-951	-1,23
P108	-81949	-28,26	P409D	-12148	-15,38	P702	-3302	-1,14
P201	-135	-0,17	P410D	11921	15,68	P703	-979	-1,26
P202	-135	-0,17	P503	-23701	-30,58	P704	-2192	-2,83
P215D	-21	-0,03	P505	-9876	-3,41	P705	-3532	-1,22
P217D	3683	4,75	P506	-7275	29,77	P801	-330	-0,11
P301	11105	3,83	P509	-23701	-30,58	P802	-330	-0,11
P302	12957	16,72	P512	23024	29,77	P809D	-430	-0,55
P303	-80600	-27,79	P601	-77	-0,10	P810D	-430	-0,55
P304	13168	16,99	P602	-73	-0,09	P811D	-6	-0,01

*Zhodnotenie prvej varianty riešenia:*

Najväčšia absolútna hodnota napätia 30,58 MPa sa vyskytla na prútoch P503 a P509, a druhá najväčšia 29,77 MPa na prútoch P506 a P512. Najviac namáhané boli prúty prvej, tretej a piatej skupiny. Podľa očakávaní sa jednalo o dlhé prúty spájajúce jednotlivé poschodia. Najväčšie absolútne hodnoty normálových síl sa vyskytli v prútoch P102 a P108, ktoré sú zobrazené na Obrázku 51. Keďže štvrtá noha nebola zosponu podopretá, spôsobila naklonenie konštrukcie do tohto smeru, a tým odľahčenie prvej nohy. Váha konštrukcie sa preto rozložila hlavne medzi nohy 2 a 3.



Obrázok 51 – zobrazenie prútov s najvyššími hodnotami normálových síl (oranžová) a napätí (modrá)

## S vplyvom vetra

Model vychádzal z predchádzajúcej varianty riešenia, ale navyše bola do každého styčníka zavedená aj sila od vetra, spočítaná v podkapitole 7.1.4. Charakter väzieb zostal rovnaký ako na Obrázku 50. Model bol spočítaný príkazom *Solve*.

*Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:*

Vybrané hodnoty normálových síl a napätí sú uvedené v Tabuľke 24. Všetky hodnoty sú uvedené v Prílohe 1 BP.

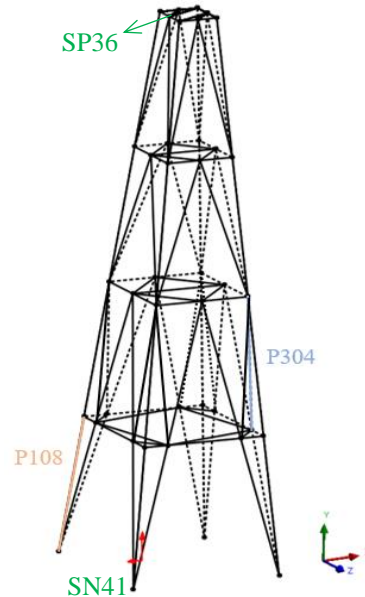
Tabuľka 24 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	54580	18,82	P309	93302	120,39	P603	-1734	-2,24
P102	-27044	-9,33	P312	80424	103,77	P611D	19653	25,36
P103	-127260	-43,88	P402	30270	39,06	P612D	-18900	-24,39
P104	-76702	-26,45	P403	2324	18,23	P701	3287	4,24
P108	-208560	-71,92	P409D	-14125	-16,40	P702	-3302	-1,14
P201	-682	-0,88	P410D	12711	18,23	P703	-5348	-6,90
P202	412	0,53	P501	-35727	-46,10	P704	2177	2,81
P215D	1644	2,12	P502	-7403	-2,55	P705	-3532	-1,22
P217D	11392	14,70	P503	-50403	-65,04	P801	-783	-0,27
P301	18299	6,31	P504	49726	64,16	P802	124	0,04
P302	36759	47,43	P505	-1469	-0,51	P809D	388	0,50
P304	-102300	-131,99	P601	-1888	-2,44	P810D	-1248	-1,61
P307	-89724	-115,77	P602	1756	2,27	P811D	-1334	-1,72



### Zhodnotenie druhej varianty riešenia:

Najviac namáhané prúty sa pri tejto variante vyskytli v tretej skupine, konkrétne u prútov *P304*, *P307*, *P309* a *P312*. Najväčšou absolútnou hodnotou napätia bolo 131,99 MPa u prútu *P304*. Maximálna hodnota normálových síl vyšla -208560 N u prútu *P108*, pričom jej hodnota sa výrazne zvýšila než u ostatných silno namáhaných prútov. Pri pôsobení vetra v smere, kedy sa konštrukcia nakláňala na štvrtú nohu, ktorá nebola zospodu podopretá, sa váha preniesla hlavne na tretiu nohu a najviac zaťaženia pôsobilo práve na prút *P108*, na Obrázku 52 označený oranžovou farbou.



Obrázok 52 – zobrazenie prútov s najvyššími hodnotami normálových síl (oranžová) a napätí (modrá)

### Zmeranie deformácie styčníka *SP36* v smere osi *x*:

V záložke *Solution* bola vybraná možnosť *Directional Deformation*, ktorá sa vložila do styčníka *SP36*, zobrazeného na Obrázku 52. V nastavení osi bola zvolená os *x*. Výsledok bol spočítaný príkazom *Solve*.

Výsledok výpočtu deformácie:

$$u_x = -83,74 \text{ mm} \quad (82)$$

Zaťaženie vetrom pôsobilo v zápornom smere osi *x*, čo potvrdzuje aj výsledná hodnota deformácie -83,74 mm. Styčník *SP36* sa teda posunul proti smeru osi *x* o túto hodnotu.

### Zmeranie deformácie $u_y$ styčníka *SN41* v smere osi *y*:

Postup bol analogický ako pri určovaní deformácie u styčníka *SP36*, rozdielom bola zmena v nastavení osi pre *Directional Deformation* na os *y*. Tento styčník je zobrazený na Obrázku 52.

Výsledok výpočtu deformácie:

$$u_y = -29,68 \text{ mm} \quad (83)$$

Styčník *SN41* klesol v dôsledku toho, že štvrtá noha nebola podopretá v zvislom smere, o hodnotu -29,68 mm.

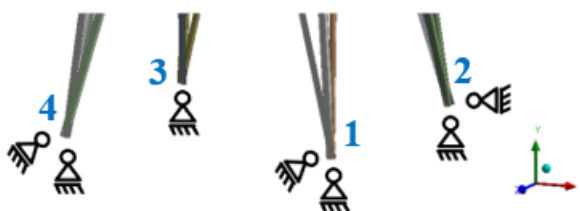
Výsledky výpočtov deformácií jednotlivých styčníc boli použité pre porovnanie analytického a numerického výpočtu v kapitole 7.3.

### 7.2.3. Jedenkrát staticky neurčité uloženie sústavy

#### Bez vplyvu vetra

Zadanie tejto varianty riešenia bolo rovnaké ako v podkapitole 7.1.7. analytického riešenia v časti bez vplyvu vetra, čo znamená, že sa uvažovalo len gravitačné pôsobenie. Keďže sa jednalo o jedenkrát staticky neurčitú sústavu zvonka, musela byť rovnako ako v analytickom riešení zavedená ešte jedna väzba do styčníka *SN41*. Na Obrázku 53 je uvedené rozmiestnenie väzieb (*Displacementov*) do všetkých nôh.

V Tabuľke 25 je uvedený prehľad *Displacementov*, ako boli nastavené v programe



Obrázok 53 – rozmiestnenie väzieb (*Displacementov*) v jednotlivých nohách konštrukcie Ansys.

Tabuľka 25 – rozloženie *Displacementov* v jednotlivých nohách u jedenkrát staticky neurčitej varianty

Noha	Styčník	<i>Displacementy</i>		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	<i>SN11</i>	<i>Free</i>	0	0
2	<i>SN21</i>	0	0	<i>Free</i>
3	<i>SN31</i>	<i>Free</i>	0	<i>Free</i>
4	<i>SN41</i>	<i>Free</i>	0	0

Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:

Po nastavení hodnoty 0 v smere osi *y* v *Displacemente* nohy č. 3, bola úloha opäť vyriešená príkazom *Solve*. V Tabuľke 26 sú uvedené vybrané hodnoty normálových síl a napätí a všetky hodnoty je možné nájsť v Prílohe 1 BP.

Tabuľka 26 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	10669	3,68	P314	13168	16,99	P603	95	0,12
P102	-38381	-13,24	P401	-2258	-2,91	P611D	284	0,37
P103	10669	3,68	P402	-2284	-2,95	P612D	-364	-0,47
P104	10919	3,77	P403	-2463	-0,27	P701	-951	-1,23
P105	-39281	-13,55	P409D	-213	-0,02	P702	-3302	-1,14
P111	-39281	-13,55	P410D	-15	-0,27	P703	-979	-1,26
P202	-135	-0,17	P501	-743	-0,96	P704	-2192	-2,83
P215D	-21	-0,03	P502	-7275	-2,51	P705	-3532	-1,22
P217D	3683	4,75	P503	-786	-1,01	P801	-330	-0,11
P301	-1006	-0,35	P504	109	0,14	P802	-330	-0,11
P302	12957	16,72	P505	-9876	-3,41	P809D	-430	-0,55
P303	-37032	-12,77	P601	-77	-0,10	P810D	-430	-0,55
P304	13168	16,99	P602	-73	-0,09	P811D	-6	-0,01

*Zhodnotenie tretej varianty riešenia:*

Z výsledných hodnôt napätí a normálových síl je na prvý pohľad jasný okamžitý pokles všetkých hodnôt oproti predchádzajúcim variantám. Najvyššou hodnotou napätia v tomto prípade bolo 16,99 MPa u prútov P304 a P314. Maximálne hodnoty normálových síl - 39281 N sa vyskytli u prútov P105 a P111, zobrazených na Obrázku 54 oranžovou farbou. Podoprenie štvrtej nohy v zvislom smere podľa očakávania spôsobilo okamžitý pokles napätosti v celej konštrukcii.

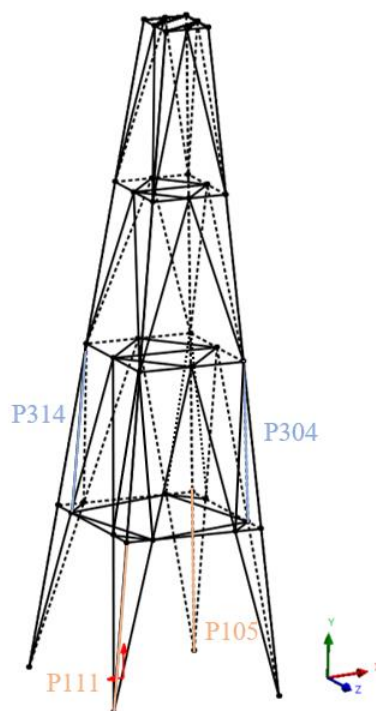
*Výpočet reakčnej sily v pridanej väzbe:*

Reakčná sila v pridanej väzbe (do styčníka SN41) sa v programe Ansys spočítala vybraním záložky *Solution*, v nej možnosti *Probe*, v ktorej bolo zvolené nastavenie *Force Reaction*. Úloha bola vyriešená príkazom *Solve*.

*Výsledok výpočtu reakčnej sily:*

$$F_{y,SN41} = 19876 \text{ N} \quad (84)$$

Podľa očakávania, po podopretí štvrtej nohy v zvislom smere, vyšla hodnota sily  $F_{y,SN41}$  kladná, teda jej orientácia je v kladnom smere osi y.



Obrázok 54 – zobrazenie prútov s najvyššími hodnotami normálových síl (oranžová) a napätí (modrá)

## S vplyvom vetra

Štrvtá varianta riešenia bola vytvorená na základe predchádzajúcej, navyše však bola do styčnícok zavedená sila od vetra vypočítaná v kapitole 7.1.4. *Displacements* zostali umiestnené rovnako ako v Tabuľke 25.

*Výsledné hodnoty normálových síl a napätí v prútoch:*

Po pridaní síl od vetra do všetkých styčnícok, bola úloha opäť vyriešená príkazom *Solve*. V Tabuľke 27 sú uvedené vybrané hodnoty normálových síl a napätí a všetky hodnoty je možné nájsť v Prílohe 1 BP.

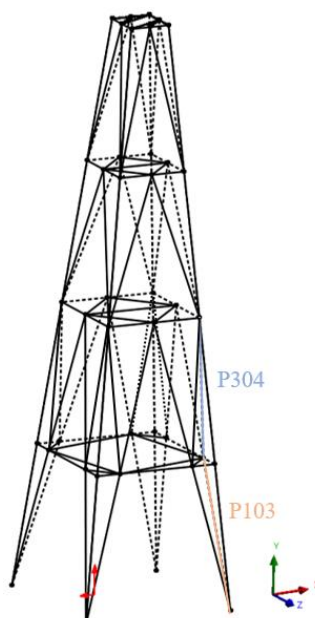
Tabuľka 27 – výsledné hodnoty normálových síl a napätí u vybraných prútov

Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prúty	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]	Prút	$F_N$ [N]	$\sigma$ [MPa]
P101	33880	11,68	P309	93302	120,39	P603	-1734	-2,24
P102	47418	16,35	P313	-132750	-45,78	P611D	1677	2,16
P103	-147960	-51,02	P402	21277	27,45	P612D	-924	-1,19
P104	-56002	-19,31	P403	11317	8,10	P701	3287	4,24
P108	-134100	-46,24	P409D	6274	9,92	P702	-3302	-1,14
P201	-682	-0,88	P410D	-7688	-8,10	P703	-5348	-6,90
P202	412	0,53	P501	3438	4,44	P704	2177	2,81
P215D	1644	2,12	P502	-7403	-2,55	P705	-3532	-1,22

<i>P217D</i>	11392	14,70	<i>P503</i>	-11238	-14,50	<i>P801</i>	-783	-0,27
<i>P301</i>	-2400	-0,83	<i>P504</i>	10561	13,63	<i>P802</i>	124	0,04
<i>P302</i>	36759	47,43	<i>P505</i>	-1469	-0,51	<i>P809D</i>	388	0,50
<i>P303</i>	48767	16,82	<i>P601</i>	-1888	-2,44	<i>P810D</i>	-1248	-1,61
<i>P304</i>	-102300	-131,99	<i>P602</i>	1756	2,27	<i>P811D</i>	-1334	-1,72

#### *Zhodnotenie štvrtej varianty riešenia:*

Najvyššou absolútnou hodnotou napätia bolo 131,99 MPa u prútu *P304*, rovnako ako u staticky určitej varianty s vplyvom vetra. U tohto prútu nemá zmena miery statickej určitosti žiadny vplyv, ako je možné vidieť aj pri porovnaní variánt riešenia bez vplyvu vetra, kedy hodnoty napätí u prútu *P304* boli opäť rovnaké. Týka sa to však viacerých prútov, ako je možné z výsledkov vyčítať. Maximálna hodnota normálovej sily sa znížila a presunula sa na prút *P103*, na Obrázku 55 označený oranžovou farbou.



*Obrázok 55 – zobrazenie prútov s najvyššími hodnotami normálových síl (oranžová) a napätí (modrá)*

#### *Vymedzenie vôle v styčníku SN41:*

Zadanie tejto úlohy je možné nájsť v podkapitole 7.1.7. v časti s názvom *Vymedzenie vôle v styčníku SN41*. Všetky nastavenia v programe Ansys zostali rovnaké, v prípade *Displacementov* však nastala zmena, kedy namiesto možnosti 0 alebo *Free* bola do styčníka *SN41*, v ktorom malo byť vymedzenie vôle uskutočnené, zavedená hodnota - 50 mm do smeru osi *y*. Prehľad *Displcementov* je zobrazený v Tabuľke 28.

Tabuľka 28 – rozloženie Displcementov v jednotlivých nohách u jedenkrát staticky neurčitej varianty, pre výpočet vymedzenia vôle v styčniku SN41

Noha	Styčnik	Displacements		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	SN11	Free	0	0
2	SN21	0	0	Free
3	SN31	Free	0	Free
4	SN41	Free	-50 mm	0

Výsledok sa znázornil pomocou veľkosti reakčnej sily. Úloha bola opäť vyriešená príkazom *Solve*.

Výsledok výpočtu reakčnej sily:

$$F'_{y,SN41} = -23\,255 \text{ N} \quad (85)$$

Záporná hodnota sily  $F'_{y,SN41}$  znamená jej orientáciu v zápornom smere osi *y*, čo bolo logickým dôsledkom pritiažnutia štvrtej nohy k podkladu.

Výsledok výpočtu síl  $F'_{y,SN41}$  a  $F_{y,SN41}$  sa použil pre porovnanie analytického riešenia s numerickým výpočtom v kapitole 7.3.

## 7.3. Porovnanie analytického a numerického riešenia prvkami typu *Link*

V nasledujúcej kapitole je uvedené porovnanie výsledkov analytického riešenia zjednodušenej konštrukcie a jeho numerickej verifikácie, ktoré bolo vykonané na základe vzťahu 86:

$$\text{Porovnanie} = \left| \frac{\text{numerika}}{\text{analytika}} - 1 \right| \cdot 100 \quad (86)$$

*Porovnanie hodnôt napätí:*

Pre porovnanie napätí získaných z analytického a numerického výpočtu bola zvolená prvá varianta riešenia, kedy bola konštrukcia staticky určito uložená a nevplývalo na ňu pôsobenie vetra.

Tabuľka 29 obsahuje porovnanie hodnôt napätí u vybraných prútov. Všetky hodnoty sa nachádzajú v Prílohe 1 BP spolu s porovnaním u ostatných variánt riešenia.

*Tabuľka 29 – porovnanie analytického a numerického riešenia u staticky určito uloženej konštrukcie zvonka a bez vplyvu vetra*

Staticky určité uloženie bez vplyvu vetra							
Prút	Napätie [MPa]		Porovnanie [%]	Prút	Napätie [MPa]		Porovnanie [%]
	Analytika	Numerika			Analytika	Numerika	
<i>P101</i>	7,916	7,855	0,76482	<i>P501</i>	-30,638	-30,527	0,36379
<i>P103</i>	7,916	7,855	0,76482	<i>P502</i>	-2,504	-2,509	0,18816
<i>P202</i>	-0,174	-0,174	0,00010	<i>P505</i>	-3,410	-3,406	0,13797
<i>P220D</i>	4,771	4,778	0,13019	<i>P508</i>	-2,504	-2,509	0,18816
<i>P301</i>	3,861	3,829	0,82916	<i>P509</i>	-30,694	-30,582	0,36592
<i>P304</i>	17,098	16,991	0,62803	<i>P601</i>	-0,104	-0,099	4,35080
<i>P316</i>	-4,490	-4,458	0,70610	<i>P602</i>	-0,099	-0,094	4,65858
<i>P318</i>	1,950	1,944	0,32873	<i>P609D</i>	13,894	13,938	0,31526
<i>P401</i>	3,836	3,876	1,03437	<i>P610D</i>	-13,996	-14,041	0,31794
<i>P402</i>	3,803	3,842	1,03907	<i>P702</i>	-1,139	1,139	0,00005
<i>P408</i>	-9,955	-10,002	0,47485	<i>P703</i>	-1,253	-1,263	0,78076
<i>P409D</i>	-15,631	-15,675	0,28039	<i>P801</i>	-0,114	-0,114	0,00221

*Zhodnotenie porovnania hodnôt napätí:*

U väčšiny prútov sa analytické riešenie zhodovalo s numerickým riešením s pomerne malou odchýlkou, avšak u prútov šiestej skupiny s označením *P601* až *P608* sa vyskytla odchýlka 4 až 5 %. Pri skúmaní týchto odchýlok v ďalších analýzach bola zistená previazanosť veľkosti odchýlok a uhlov v konštrukcii, ktoré neboli vypočítané analyticky, ale určené a prebrané z programu SolidWorks s určitou presnosťou. Ak by

tieto uhly bolo možné spočítať analyticky, spresnili by sa aj výsledky odchýlok. Preto je možné analytické riešenie zjednodušenej konštrukcie považovať za verifikované.

#### *Porovnanie hodnôt deformácií a reakčných síl:*

Okrem napätia v prútoch v prvej variante riešenia, boli pre účely porovnania analytického a numerického riešenia zjednodušenej konštrukcie určené aj deformácie styčníc v smeroch osí  $x$  a  $y$  vo variante 2 a reakčné sily vo väzbe štvrtej nohy (styčník *SN41*) v smere osi  $y$  vo variante 3 a 4. Porovnania deformácií sú uvedené v Tabuľke 29 a porovnania reakčných síl v Tabuľke 30.

*Tabuľka 29 – porovnanie deformácií vybraných styčníc u analytického a numerického riešenia*

Deformácie styčníc				
Styčník	Os	Analytika	Numerika	Porovnanie [%]
<i>SP36</i>	$x$	−83,13 mm	−83,74 mm	0,7338
<i>SN41</i>	$y$	−29,55 mm	−29,68 mm	0,4399

#### *Zhodnotenie porovnania deformácií:*

Rozdiely medzi analytickým a numerickým riešením v prípade výpočtu deformácií v styčníkoch *SP36* a *SN41* boli pomerne malé, a teda výsledky boli spočítané presne s odchýlkou menšou ako 1 %. Analytický výpočet je možné preto označiť za verifikovaný.

*Tabuľka 30 – porovnanie reakčných síl vypočítaných v analytickom a numerickom riešení v smere osi  $y$*

Reakčné sily v styčníku <i>SN41</i>			
Sila	Analytika	Numerika	Porovnanie [%]
$F_{y,SN41}$	19972 N	19876 N	0,4807
$F'_{y,SN41}$	−23 561 N	−23 255 N	1,3002

#### *Zhodnotenie porovnania reakčných síl:*

V prípade porovnania výsledkov reakčnej sily  $F_{y,SN41}$  boli výsledné odchýlky malé, do 0,5 %. Pri porovnaní druhej reakčnej sily  $F'_{y,SN41}$  je možné vidieť, že výsledok analytického výpočtu sa od numerickej verifikácie mierne líši, konkrétne o 1,3 %, avšak táto odchýlka nie je natoľko veľká, aby sa analytický výpočet nedal považovať za verifikovaný.



## 7.4. Modely riešené numericky prvkami typu *Beam*

Táto kapitola obsahuje numerické riešenie zjednodušenej konštrukcie prostredníctvom prvkov typu *Beam*. Jedná sa o porovnanie dvoch modelov, a to modelu prútovej sústavy zjednodušenej konštrukcie s doplnenými prútmi, riešený prvkami typu *Beam* (ďalej len model s doplnenými prútmi) a modelu zjednodušenej konštrukcie bez doplnených prútov (nejedná sa o prútovú sústavu) riešený taktiež prvkami typu *Beam* (ďalej len model bez doplnených prútov), aby sa mohol zistiť vplyv pridaných prútov, ktoré boli nutné dodať do konštrukcie pre riešenie prútovej sústavy pomocou prvkov typu *Link*. Prvok *Beam* sa musel použiť v oboch modeloch, z dôvodu presnejších výsledkov, keďže sa porovnávali rovnaké prvky. Prvok typu *Link* to byť nemohol, pretože po odstránení prútov by sa už nejednalo o prútovú sústavu a model by nemohol byť spočítaný.

### 7.4.1. Geometria a model

*Model s doplnenými prútmi:*

Geometria tohto modelu bola úplne zhodná s geometriou použitou v modeli zjednodušenej konštrukcie riešenej prvkami typu *Link*, ktorú je možné nájsť v podkapitole 7.2.1. V modeli bolo zmenené nastavenie typu prvku na *Beam* a sieť sa vytvorila pomocou prvkov o veľkosti 0,1 m. Väzby nôh s podkladom sa zvolili ako *fixed*, gravitačné zaťaženie prostredníctvom *Standart Earth Gravity* a zaťaženie od sily vetra, ktoré bolo vypočítané v podkapitole 7.1.4. Zaťaženie od vrchnej plošiny bolo zvolené rovnako ako u celkovej konštrukcie, čiže 2000 kg.

*Model bez doplnených prútov:*

Geometria bola prevzatá opäť z modelu zjednodušenej konštrukcie riešenej prvkami typu *Link* s tým rozdielom, že sa z nej odstránili dodané prúty. V tvorení modelu sa postupovalo rovnako ako v modeli s doplnenými prútmi.

Oba modeli sú znázornené na Obrázku 37 v kapitole 7.

### 7.4.2. Výsledky a porovnanie modelov riešených prvkami typu *Beam* s vplyvom vetra

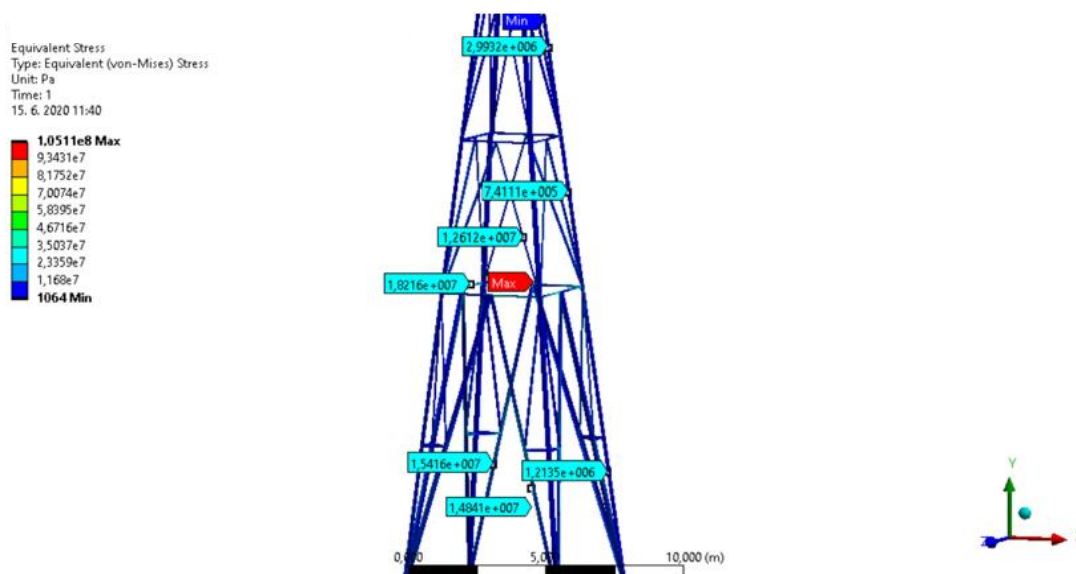
V tejto podkapitole sú uvedené výsledky analýzy modelov riešených prvkami typu *Beam* s dodanými prútmi a bez dodaných prútov. Bude uvedené ich porovnanie a zhodnotený vplyv dodaných prútov na zjednodušenú konštrukciu, a to na základe porovnania troch analýz: redukovaného napätia *Equivalent Stress*, normálových síl v prútoch *Axial Forces* a celkovej deformácie *Total Deformation*.

Výsledky nebolo možné porovnať v tabuľkách, pretože sa jedná o modely typu *Beam*, kde sa po dĺžke prútu menia hodnoty síl a napätí. Pre tabuľkové porovnanie by musel

každý prút obsahovať len jednu hodnotu (ako tomu bolo u modelov typu *Link*), čo by sa dalo dosiahnuť zväčšením elementu siete. To by však malo za dôsledok výrazné zkraslenie výsledkov.

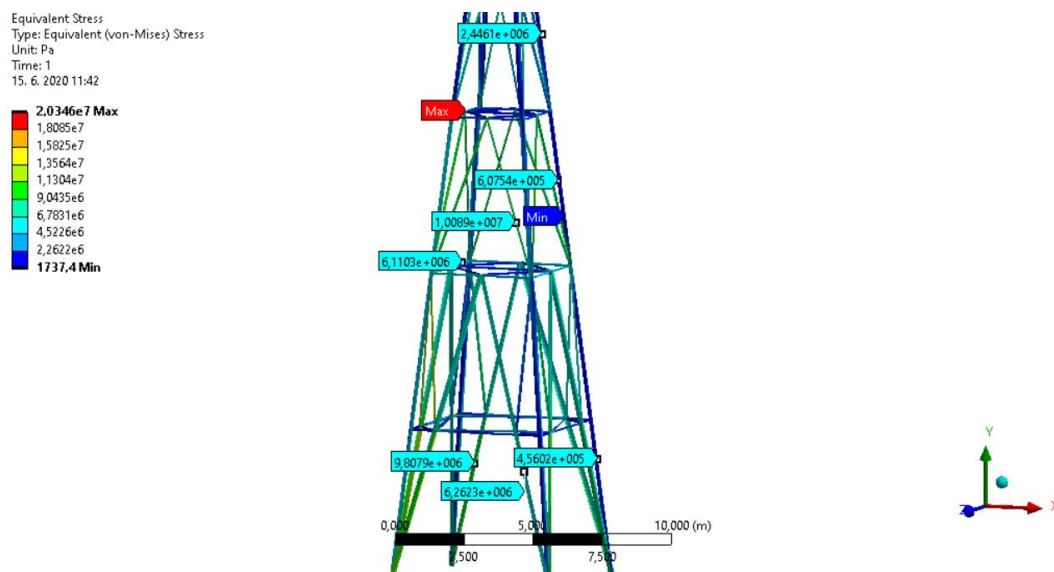
### Redukované napätie:

Prvou analýzou v porovnávaní modelov s dodanými prútmi a bez nich bolo redukované napätie.



Obrázok 56 - rozloženie redukovaného napätia v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie bez dodaných prútov

Na Obrázkoch 56 a 57 je zobrazený výsledok riešenia modelu bez doplnených prútov a s doplnenými prútmi pre analýzu redukovaného napätia *Equivalent Stress*.



Obrázok 57 – rozloženie redukovaného napätia v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie s dodanými prútmi

### Zhodnotenie analýzy:

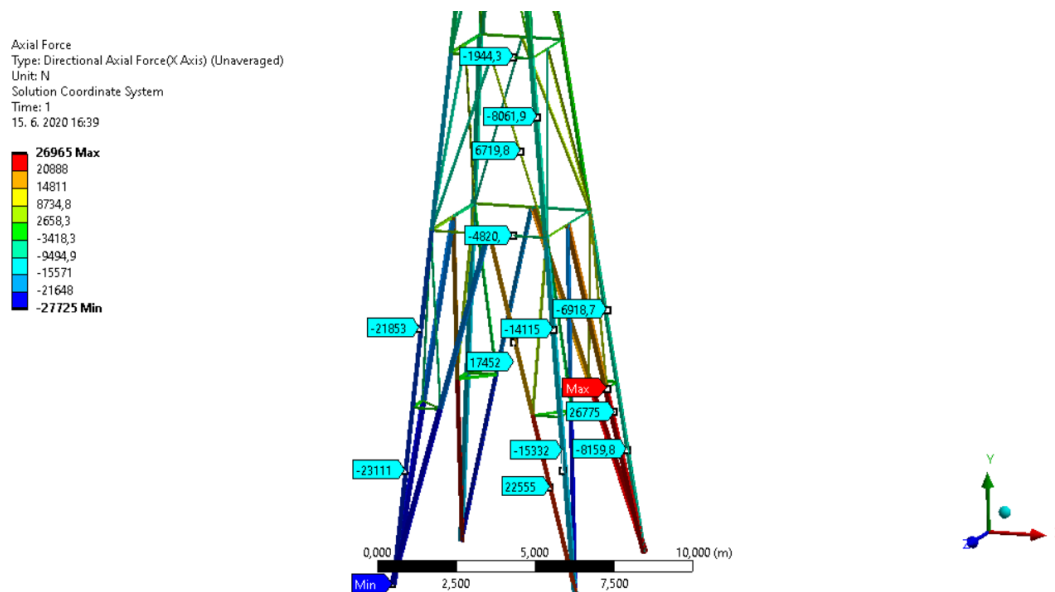
Pri pohľade na interval hodnôt na Obrázku 56 (model bez dodaných prútov) a Obrázku 57 (model s dodanými prútmi) je zrejmé, že po dodaní prútov prišlo k celkovému poklesu napätia v prútoch konštrukcie. Táto skutočnosť sa potvrdila aj zistením presných hodnôt v konkrétnych miestach konštrukcie.

Hodnoty v nohách konštrukcie sa pri porovnaní líšili dvoj až trojnásobne, oproti tomu vo vyšších poschodiach boli rozdiely medzi hodnotami oveľa nižšie. Z uvedených zistení vyplynula jednoznačná závislosť vplyvu dodaných prútov na výške v konštrukcii, v ktorej sa hodnoty porovnávali. Vplyv dodaných prútov bol teda tým väčší, čím nižšie boli hodnoty v konštrukcii porovnávané.

Maximálne hodnoty redukovaného napätia sa vyskytli výhradne v miestach, ktoré boli v blízkosti styčníc, tieto výsledky ale úplne nezodpovedajú skutočnosti, pretože v miestach, kde program Ansys prút rozdelil, v skutočnosti prút rozdelený nebol (len sa naň bol priložený iný prút).

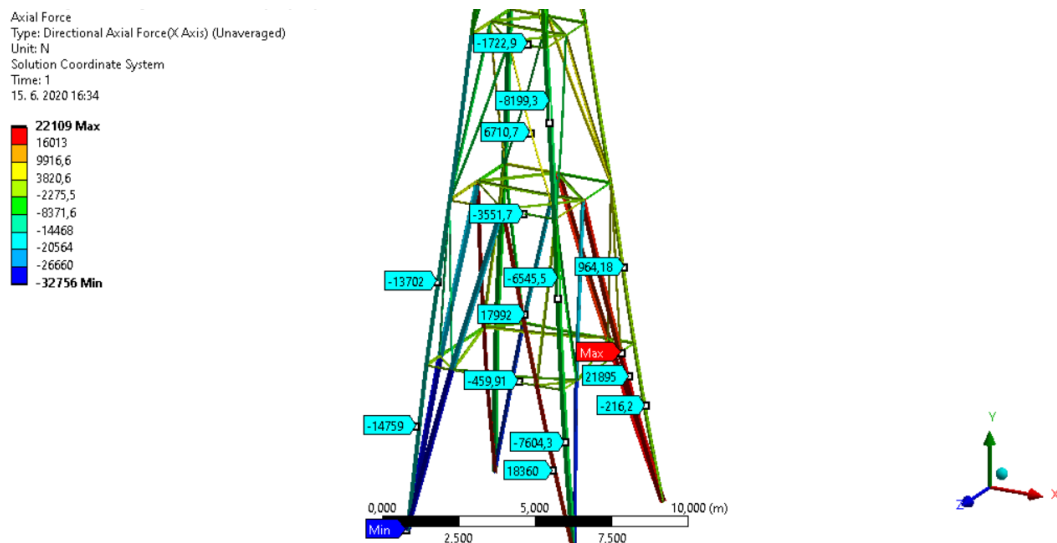
### Normálové sily:

Druhou analýzou v porovnávaní jednotlivých modelov boli normálové sily.



Obrázok 58 - normálové sily v prútoch v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie bez dodaných prútov

Na Obrázkoch 58 a 59 je zobrazený výsledok riešenia modelu bez doplnených prútov a s doplnenými prútmi pre analýzu normálových síl *Axial Forces*.



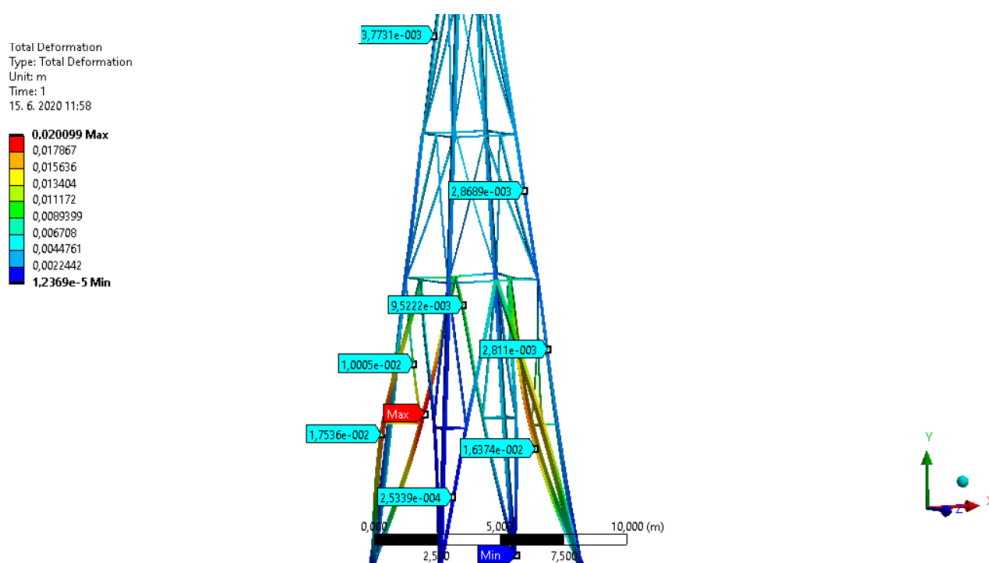
Obrázok 59 - normálové sily v prútoch v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie s dodanými prútmi

### Zhodnotenie analýzy:

Pridanie prútov do zjednodušenej konštrukcie spôsobilo prerozdelenie silového toku v konštrukcii. Maximálne hodnoty ťahových síl poklesli a naopak maximálne hodnoty tlakových síl vzrástli. Nárast tlakových síl nastal len v prútoch P107, P109, P110 a P112, ktoré tvorili bočné prúty prvého poschodia nôh, na ktoré sa konštrukcia vplyvom vetra nakláňala. Absolútna väčšina hodnôt normálových síl však po dodaní prútov poklesla. Pre zistenie trendu poklesu by však bolo nutné podrobiť tento stav hlbšej analýze.

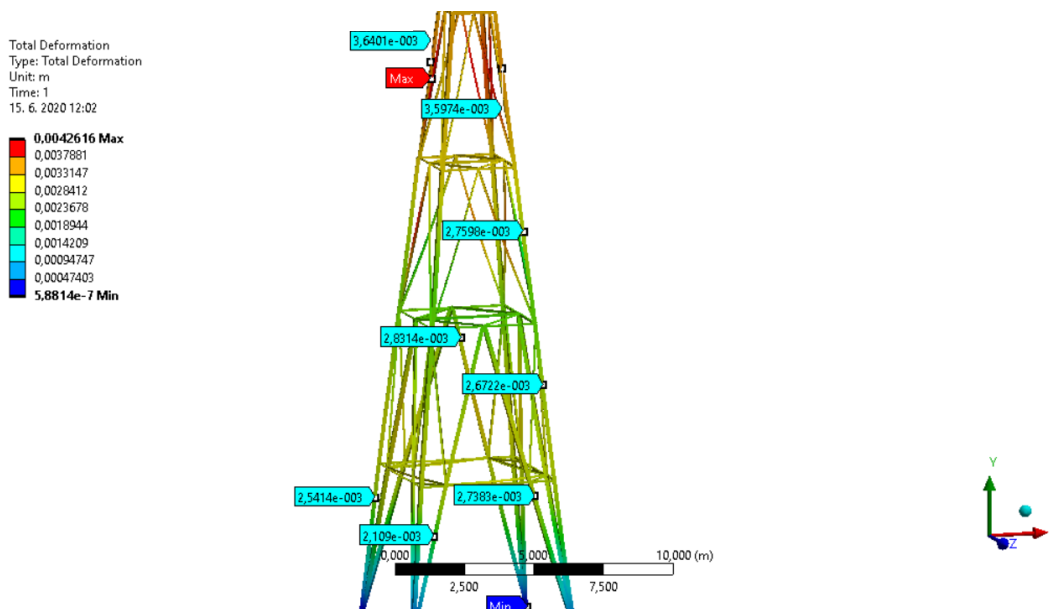
### Celková deformácia:

Poslednou analýzou modelov s dodanými prútmi a bez nich bola celková deformácia.



Obrázok 60 – celková deformácia prútov v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie bez dodaných prútov

Na Obrázkoch 60 a 61 je zobrazený výsledok riešenia modelu bez doplnených prútov a s doplnenými prútmi pre analýzu celkovej deformácie *Total Deformation*.



Obrázok 61 – celková deformácia prútov v Beam modeli zjednodušenej konštrukcie s dodanými prútmi

#### Zhodnotenie analýzy:

V modeli bez dodaných prútov nastali najväčšie deformácie v nohách konštrukcie. Po ich dodaní do konštrukcie sa nohy spevnili, čo spôsobilo výrazné zníženie deformácií. Najväčšie deformácie sa následne vyskytli v najvyššom poschodí, pričom ich hodnoty boli takisto výrazne menšie než v modeli bez dodaných prútov. Vplyv dodaných prútov na celkovú deformáciu bol teda značný a spôsobil výrazné zvýšenie tuhosti konštrukcie.

U modelu bez dodaných prútov neboli všetky nohy deformované rovnakou mierou, čo bolo spôsobené smerom vetra, ktorý na konštrukciu pôsobil proti smeru osi  $x$  a v smere osi  $z$ . Nohy, ktoré boli vystavené vetru priamo, sa oveľa menej deformovali, ako nohy, ktoré boli vystavené pôsobeniu sily vetra z boku. Tento efekt u modelu s dodanými prútmi pozorovaný nebol, práve kvôli výraznému spevneniu konštrukcie v oblasti nôh.

## 7.5. Problémy v numerickom a analytickom riešení

Počas riešenia tejto bakalárskej práce sa vyskytlo niekoľko problémov a prekážok, ktoré bolo nutné vyriešiť pre dosiahnutie správnych výsledkov.

Geometria veže bola navrhnutá a vytvorená v programe *Desing Modeler*, pričom v priebehu jej tvorby sa zistilo, že tento program nebol úplne vhodný pre vytváranie zložitejších prútových sústav tvorených väčším počtom *Bodies* (tiel). V použitej študentskej verzii programu, bolo možné aplikovať maximálne 50 *Bodies*, čo bolo výrazne obmedzujúce. Zredukovať vysoký počet *Bodies* nebolo jednoduché, pretože pri rôznych typoch priečných prierezov bolo nutné jeden z nich nastaviť ako *Add Material*, ktorého prúty tvorili len jedno *Body*, a druhý (alebo aj viaceré) ako *Add Frozen*, ktorého každý prút tvoril jedno nové *Body*.

Zo začiatku tvorenia modelu prútovej sústavy zjednodušenej konštrukcie (model s prvkami typu *Link* v kapitole 7.2.) program neustále hlásil chybu a nebol schopný úlohu spočítať, a to ani po pridaní väčšieho počtu prútov. Po konzultáciách s viacerými vyučujúcimi sa prišlo k záveru, že niektoré styčníky konštrukcie boli stále pohyblivé. Tento problém sa vyriešil metódou odstraňovania *Displacementov*, ktorá je popísaná na začiatku kapitoly 7. Vyskúšala sa taktiež metóda s použitím tzv. *Weak Springs*. Jedná sa v preklade o slabé pružiny, ktoré mali za úlohu stabilizovať numerické riešenie (v numerickom riešení je možný vznik nestability riešenia prostredníctvom veľmi malých síl vzniknutých v styčníkoch, ktoré by boli pri analytickom riešení nulové), avšak výsledné hodnoty napätí sa pri porovnaní s analytickým riešením zhodovali oveľa menej.

Problémy taktiež spôsobilo neintuitívne zadávanie síl do styčníkov (napríklad u gravitačných síl). Zistilo sa, že po zadaní veľkosti sily a jej umiestnení do konkrétnych bodov (styčníkov) sa veľkosť tejto sily rozpočítala práve podľa počtu zvolených bodov, a teda najprv musela byť sila vynásobená počtom styčníkov, do ktorých mala byť vložená a až potom mohlo byť toto číslo zadané do programu.

Pri vytváraní väzieb nôh s podkladom vznikol problém, ktorý spôsoboval, že pri staticky určitom uložení nebolo možné, aby mala sústava podoprené všetky štyri nohy zospodu, pretože bola stále pohyblivá. Riešenie priniesla až zmena jednej väzby zamedzujúca pohyb v ose  $y$ , na väzbu zamedzujúcu pohyb v ose  $x$  alebo  $z$  (toto riešenie je popísané v podkapitole 7.2.1.). Vyskúšalo sa aj iné riešenie, a to pomocou pružiny, ktorá sa umiestnila v danom smere ( $x$  alebo  $z$ ) do niektorého zo styčníkov spodnej podstavy, pričom jej úlohou bolo stabilizovať a eliminovať pohyblivosť konštrukcie. Toto riešenie fungovalo takisto dobre, ale nebolo nijako možné ho aplikovať na analytické rovnice, a preto by analytický a numerický model nemohol byť porovnaný. Z tohto dôvodu sa využilo prvé riešenie pre zhodnosť oboch modelov.

Pre analytické riešenie bolo nutné zistiť naklonenie všetkých prútov zjednodušenej konštrukcie do osí súradného systému. Keďže prúty sa naklánali všeobecne v priestore a ich uhly naklonenia k jednotlivým osiam súradného systému by bolo veľmi náročné až nemožné vypočítať analyticky, vytvoril sa tento model v programe *SolidWorks*. V tomto programe bolo jednoduché odčítať potrebné uhly, na rozdiel od programu *Ansys*, v ktorom nebola táto možnosť jednoducho aplikovateľná.

Prvá voľba pre spísanie a následný výpočet analytických rovníc bol program Matlab. Výpočet v tomto programe však trval aj niekoľko hodín, preto bola vyskúšaná možnosť prepísať rovnice do matic. Tento krok síce výrazne skrátil čas výpočtu, ale takisto bol veľmi náchylný na vytvorenie chýb pri prepisovaní rovníc, z dôvodu ľudského faktoru. Preto sa nakoniec zvolila možnosť spísané rovnice previesť do programu Maple, v ktorom bolo možné sústavu rovníc zadávať priamo.

Jedným z najväčších problémov bolo hľadanie chýb v analytických rovniciach, keďže ich počet bol pomerne veľký. Riešenie predstavovala len iteratívna kontrola rovníc a porovnávanie výsledkov s numerickým riešením.

Všetky problémy a chyby boli nakoniec odstránené, a preto bolo možné zisťovať a analyzovať výsledky výpočtov.

## 8. ZÁVER

Pre zhodnotenie výsledkov práce je príhodné v nasledujúcich bodoch pripomenúť ciele, ktoré mali byť dosiahnuté:

- Získanie vstupných údajov k veži a vytvorenie rešerše o histórii ťažby ropy na Slovensku
- V prípade nutnosti zjednodušenie konštrukcie a úprava topológie prútov pre vytvorenie prútovej sústavy, z ktorej bude analytické riešenie vychádzať
- Vytvorenie sústavy rovníc statickej rovnováhy pre analytické riešenie konštrukcie
- Otestovanie analytického výpočtu pri rôznom statickom zaťažovaní a zmene miery statickej určitosti
- Numerická verifikácia analytického výpočtu vytvorením 3D výpočtového modelu v programe Ansys Workbench
- Vytvorenie 3D výpočtového modelu celkovej konštrukcie čo najviac podobnej reálnej vrtnej veži

Ani po veľkom pátraní a kontaktovaní rôznych osôb a firiem či mesta, nebola získaná akákoľvek technická dokumentácia či správa o vrtnej veži v Gbeloch. Pre vytvorenie modelu však museli byť známe určité rozmery konštrukcie, preto bolo nutné získať údaje ich zmeraním priamo na mieste. Zmeraná bola výška konštrukcie, šírka spodnej a vrchnej podstavy a rozdiely medzi jednotlivými poschodiami. Všetky ostatné rozmery a uhly boli následne analyticky dopočítané alebo určené priamo z programu.

Pôvodným zámerom bolo analyticky riešiť celú konštrukciu, ktorá sa mala čo najviac podobáť skutočnej vrtnej veži. Po prvom statickom rozbere bol počet prútov a styčníc príliš veľký, než aby sa dala celá konštrukcia analyticky spočítať. Práve preto sa konštrukcia musela zjednodušiť a navrhnúť nová. Zjednodušená konštrukcia, obsahovala menej poschodí a tým aj menší počet prútov a styčníc, vďaka čomu sa uľahčilo zostavovanie systému rovníc statickej rovnováhy. Na základe vnútorného statického rozboru, v ktorom vyšla zjednodušená konštrukcia 22-krát staticky preurčená, musel byť tento počet prútov do konštrukcie vložený na správne miesta.

V analytickom riešení zjednodušenej konštrukcie bolo potrebné zaviesť systém označenia prútov a styčníc. Pre zostavenie rovníc statickej rovnováhy, bolo potrebné zadefinovať polohu každého prútu v priestore, vytvorením jednotkových vektorov normálových síl. Zaťaženie od gravitačných síl tvorilo dôležitú súčasť rovníc statickej rovnováhy a muselo sa spočítať analyticky pre všetky styčnicky. V reálnych podmienkach je u podobných konštrukcií dôležité aj zaťaženie pôsobením vetra, preto sa vplyv vetra objavil v niektorých variantách riešenia. Všetky tieto popísané skutočnosti boli využité aj v následnom numerickom riešení.

Vytvorené rovnice statickej rovnováhy sa použili pre výpočet normálových síl v prútoch pri rôznych variantách riešenia, kombinujúcich zmenu miery statickej určitosti a zmenu statického zaťažovania. U prvých dvoch variant bola konštrukcia staticky určito uložená zvonka (jedna noha nebola v zvislom smere podopretá kvôli nutnosti umiestnenia danej väzby v inom smere a tak zabráneniu pohyblivosti konštrukcie) a navzájom sa líšili pridaním vplyvu vetra. U druhých dvoch variant nastala zmena miery statickej určitosti, a to tak, že konštrukcia sa stala jedenkrát staticky neurčitou zvonka (pridanie väzby



v zvislom smere do nohy, kde predtým chýbala), a takisto sa navzájom líšili pridaním vplyvu vetra.

Následne sa museli výsledky analytického výpočtu overiť numericky, vytvorením 3D výpočtového modelu, pričom sa využili rovnaké varianty riešenia. Pri analytickom riešení boli navyše spočítané bezpečnosti vzhľadom k medzným stavom pružnosti a vzpernej stability. Pre verifikáciu analytického riešenia bola vybraná prvá varianta riešenia. Pri porovnaní hodnôt napätia v prútoch boli relatívne odchýlky malé. Isté nepresnosti sa vyskytli u šiestej skupiny prútov, avšak toto bolo spôsobené uhlami v konštrukcii, použitými v analytických rovniciach, ktoré boli prevzaté z modelu konštrukcie v programe SolidWorks. U ďalších variant riešenia boli porovnané aj deformácie vybraných styčníc a reakčné sily v styčnisku štvrtej nohy. Odchýlky pri porovnaní týchto hodnôt s numerickým riešením boli malé, a preto je možné analytický výpočet zjednodušenej konštrukcie pre rôzne varianty riešenia považovať za verifikovaný.

Pri určovaní bezpečností vzhľadom k medzným stavom pružnosti  $k_k$  a vzpernej stability  $k_v$  mala najmenej presné výsledky druhá a štvrtá varianta riešenia. Bezpečnosť vzhľadom k MSP bola u oboch variant hraničná pre prút  $P304$  a bezpečnosť vzhľadom k MSVS bola u prútov  $P304$  a  $P307$  prekročená v oboch variantách a v druhej okrem nich vybočili aj prúty  $P501$ ,  $P503$ ,  $P507$  a  $P509$ . Lepšie dopadla prvá varianta riešenia, kedy najmenšia hodnota bezpečnosti vzhľadom k MSP vzrástla a vyskytla sa u prútu  $P503$ , avšak bezpečnosť vzhľadom k MSVS vyšla hraničná pre prúty  $P501$ ,  $P503$ ,  $P507$  a  $P509$ . Najlepšie výsledky bezpečnosti boli dosiahnuté v tretej variante riešenia, kedy bezpečnosť vzhľadom k MSP opäť vzrástla a obsahoval ju prút  $P304$ . Bezpečnosť vzhľadom k MSVS sa oproti ostatným variantám podstatne zvýšila u prútov  $P102$ ,  $P105$ ,  $P303$  a  $P308$ . Prehľad najmenších bezpečností vzhľadom k MSP a MSVS pre všetky varianty riešenia je uvedený v Tabuľke 31.

Tabuľka 31 – najmenšie hodnoty bezpečností prútov vzhľadom k MSP a MSVS u všetkých variant riešenia

Bezpečnosť	Prvá varianta		Druhá varianta		Tretia varianta		Štvrtá varianta	
	Hodnota	Prút	Hodnota	Prút	Hodnota	Prút	Hodnota	Prút
$k_k$	8,2	$P503$	1,88	$P304$	14,6	$P304$	1,88	$P304$
$k_v$	1,16	$P503$ $P509$	0,3	$P304$	10	$P105$	0,3	$P304$

Pridanie prútov do zjednodušenej konštrukcie kvôli splneniu podmienok prútovej sústavy zmenilo ako jej vzhľad, tak aj vlastnosti. Vplyv týchto dodaných prútov bol skúmaný na dvoch modeloch, pričom jeden vo svojej geometrii pridané prúty obsahoval a druhý nie. Najväčšie hodnoty celkových deformácií sa po pridaní prútov presunuli zo spodnej polovice konštrukcie na úplný vrchol a podstatne sa zmenšili. Pridané prúty teda výrazne zvýšili tuhosť konštrukcie a spevnili hlavne oblasti nôh. V čím nižších častiach konštrukcie sa hodnoty napätí porovnávali, tým rástol vplyv dodaných prútov u redukovaného napätia. U normálových síl prišlo k prerozdeleniu ťahových a tlakových síl.

Napriek zameraniu sa na riešenie zjednodušenej konštrukcie, bol vytvorený aj 3D výpočtový model celkovej konštrukcie, ktorý mal byť čo najviac zhodný so skutočnou vrtnou vežou. Skúmali sa dva záťažové stavy, ktoré sa navzájom líšili silou a smerom pôsobenia vetra. V prvom bola uvažovaná priemerná sila vetra pôsobiaca na konštrukciu v dvoch smeroch a v druhom sa sila vetra zväčšila a pôsobila len v jednom smere, aby simulovala nárazový vplyv vetra. Na celkovú deformáciu konštrukcie nemal nárazový vietor výraznejší vplyv, najväčšie deformácie sa vyskytli v oblastiach nôh, ktoré boli najmenej tuhou časťou konštrukcie. Hodnoty redukovaného napätia a normálových síl sa vplyvom nárazového vetra výrazne zvýšili a zmena smeru pôsobenia vetra mala vplyv len na rozloženie tlakových a ťahových síl.

Pri procese vytvárania bakalárskej práce bolo nutné čeliť viacerým problémom, týkajúcich sa pracovania v programe Ansys Workbench, vytvárania rovníc statickej rovnováhy a zistenia uhlov v konštrukcii potrebných pre ďalšie výpočty. Problémy však nakoniec boli odstránené a bolo možné dosiahnuť všetkých vopred určených cieľov. Hlavný prínos tejto bakalárskej práce je najmä v uvedení si pre študentov, ktorý by chceli riešiť podobné reálne problémy, ale aj pre ostatných ľudí, že riešenie skutočných konštrukcií v sebe zahŕňa úskalia, ktoré sa líšia od typických školských úloh s vopred daným riešením. Z pohľadu predmetu Statika, je vrtná veža v Gbeloch dobrým príkladom konštrukcie, ktorá na prvý pohľad vyzerá ako prúťová sústava, avšak po jej detailnom rozbere sa od nej výrazne líši.

# ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] BURŠA, Jiří, Jana HORNÍKOVÁ, Přemysl JANÍČEK a Pavel ŠANDERA. *Pružnost a pevnost* [online]. 1. vyd. Brno: CERM, 2003 [cit. 2020-06-01]. ISBN 80-7204-268-8. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>
- [2] FLORIAN, Zdeněk, Karel PŘIKRYL a Emanuel ONDRÁČEK. *Mechanika těles - statika. Vyd. 3.* Brno: PC-DIR, 1995. ISBN 80-214-0694-1.
- [3] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [4] ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA, Přemysl JANÍČEK a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II. Vyd. 4., přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 2.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.
- [5] PETRUŠKA, Jindřich. MKP v inženýrských výpočtech [online]. 2011 [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [6] ČÁRSKY, Miroslav. Ján Medlen [online]. [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <http://www.dejinyzahoria.sk/2017/08/udalosti.html>
- [7] Mestská a naftárska expozícia Gbely. Región záhorie [online]. GHstudio, 2017 [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <http://www.regionzahorie.sk/nafta-gbely-expozicia>
- [8] Slovglas [online]. Bratislava: Slovenský plynárenský a naftový zväz, 2004, [cit. 2020-06-01]. ISSN 1335-3853. Dostupné z: [http://spnz.sk/stara\\_stranka/Casopis/Slovgas\\_4\\_2004\\_web.pdf](http://spnz.sk/stara_stranka/Casopis/Slovgas_4_2004_web.pdf)
- [9] MICHAJLOV, V.R. Hlubinná vrtba na naftu a plyn. 2.dopl. Praha: Státní pedagogické nakladatelství Praha, 1952.
- [10] Větrné oblasti Slovenska podle Eurokódu. Dlubal [online]. Praha: Dlubal Software, c2001-2020 [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: <https://www.dlubal.com/cs/oblasti-zatizeni-snehem-vetrem-a-zemetresenim/vitrstn-en-1991-1-4.html#&center=48.379384132271184,17.99856328834545&zoom=9&marker=48.147076,17.105885>

- [11] SVARÍČKOVÁ, Ivana. Studijní materiály: zatížení větrem [online]. 2018 [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: <https://www.fce.vutbr.cz/BZK/svarickova.i/pdf/BL05/zat%C3%AD%C5%BEen%C3%AD%20v%C4%9Btrem.pdf>
- [12] HLINKA, Richard. Zaťaženie konštrukcií: zaťaženie vetrom [online]. [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: [http://158.193.56.2/kskm/web/prednasky/bc/znzk/04\\_STN\\_EN\\_1991-1-4.pdf?fbclid=IwAR3Vpu0txMc\\_C-rdDN6RbU3t\\_BDdyOd0IF2XUHZET6fPcYFjndp6uPtoQkg](http://158.193.56.2/kskm/web/prednasky/bc/znzk/04_STN_EN_1991-1-4.pdf?fbclid=IwAR3Vpu0txMc_C-rdDN6RbU3t_BDdyOd0IF2XUHZET6fPcYFjndp6uPtoQkg)
- [13] Na Moravě už se zase hledá ropa. PETROLmagazín [online]. 2017, (2) [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: <https://www.petrol.cz/aktuality/na-morave-uz-se-zase-hleda-ropa-8140>
- [14] Mapy.cz [online]. Seznam.cz, 2020 [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: [https://sk.mapy.cz/zakladni?x=17.0813283&y=48.7439348&z=9&source=osm&id=1015717673&fbclid=IwAR3uVFPanN-RpaQIPfsxDWDsO7NUoJCrfBzWyYVi6e9dRaLSRIKz9X\\_BLI4](https://sk.mapy.cz/zakladni?x=17.0813283&y=48.7439348&z=9&source=osm&id=1015717673&fbclid=IwAR3uVFPanN-RpaQIPfsxDWDsO7NUoJCrfBzWyYVi6e9dRaLSRIKz9X_BLI4)

# ZOZNAM NAJDÔLEŽITEJŠÍCH SYMBOLOV A SKRATIEK

Symbol	Jednotka	Význam / Názov
$\vartheta$	-	Počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy
$\mu_A$	-	Počet neznámych parametrov vonkajších stykových síl
$k$	-	Počet styčníc
$p$	-	Počet prútov
$s$	-	Mierná statickej určítosti
$\sigma$	MPa	Normálové napätie
$E$	MPa	Modul pružnosti v ťahu (Youngov modul)
$\sigma_k$	MPa	Medza klzu
$\rho$	kg·m <sup>-3</sup>	Hustota
$S$	m <sup>2</sup>	Plocha priečného prierezu
$l$	m	Dĺžka prútu
$J_2$	mm <sup>4</sup>	Minimálny kvadratický moment priečného prierezu
$\alpha$	-	Konštanta uloženia prútu
$\lambda$	-	Štíhlosť prútu
$\lambda_K$	-	Kritická štíhlosť prútu
$F_{krit}$	N	Kritická sila pre výpočet bezpečnosti vzhľadom k MSVS
$W$	m	Šírka spodnej podstavy konštrukcie
$w$	m	Šírka vrchnej podstavy konštrukcie
$H$	m	Výška konštrukcie
$SN_{xx}, SP_{xx}$	-	Označenie styčníc v konštrukcii
$P_{xxx}$	-	Označenie prútov v konštrukcii
$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$	° (deg)	Uhly v zjednodušenej konštrukcii
MKP	-	Metóda konečných prvkov
$k_v$	-	Bezpečnosť vzhľadom k MSVS
$k_k$	-	Bezpečnosť vzhľadom k MSP
MSP	-	Medzný stav pružnosti
MSVS	-	Medzný stav vzpernej stability

$v_{b,0}$	$m \cdot s^{-1}$	Fundamentálna základná rýchlosť vetra
$v_b$	$m \cdot s^{-1}$	Základná rýchlosť vetra
$c_{dir}$	-	Súčiniteľ smeru vetra
$c_{season}$	-	Súčiniteľ ročného obdobia
$v_m(z)$	$m \cdot s^{-1}$	Charakteristická stredná rýchlosť vetra
$c_r(z)$	-	Súčiniteľ drsnosti terénu
$c_0(z)$	-	Súčiniteľ ortografie
$k_r$	-	Súčiniteľ terénu
$z$	m	Výška nad zemským povrchom
$z_{min}$	m	Minimálna výška nad zemským povrchom
$z_{max}$	m	Maximálna výška nad zemským povrchom
$z_0$	m	Parameter drsnosti terénu
$z_{0,II}$	m	Parameter drsnosti terénu pre kategóriu terénu II
$q_p(z)$	Pa	Maximálny dynamický tlak
$I_v(z)$	-	Intenzita turbulencií
$k_1$	-	Súčiniteľ turbulencie
$S_v$	$m^2$	Plocha prutu vystavená pôsobeniu vetra
$F_v$	N	Sila vetra
$FG_{SNxx}, FG_{SPxx}$	N	Gravitačné sily rozmiestnené do jednotlivých styčníc
$FV_{SNxx}, FV_{SPxx}$	N	Sily vetra rozmiestnené do jednotlivých styčníc
$FN_x, FN_y, FN_z$	N	Súradnice jednotkových vektorov normálových síl
$F_N$	N	Normálová sila
$F_{dop}$	N	Doplňková sila
$F_{y,SN41}$	N	Reakčná sila v styčníc <i>SN41</i> pre variantu riešenia 3
$F'_{y,SN41}$	N	Reakčná sila v styčníc <i>SN41</i> pre variantu riešenia 4

# ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1	Všetky výsledné hodnoty	Excel
Príloha 2	Analytické výpočty	Maple
Príloha 3	Modely konštrukcií	Ansys Workbench
Príloha 4	Rovnice statickej rovnováhy	Matlab
Príloha 5	Fotografie vrtnej veže v Gbeloch	