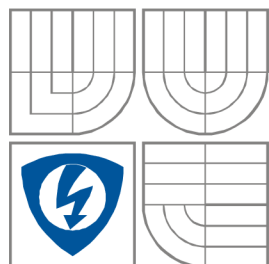


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A
KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

Využití filtračních metod v NMR měřeních Filtering methods in NMR measurements

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

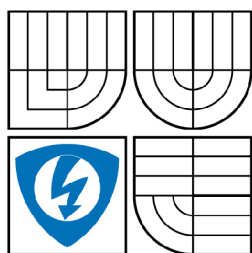
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

LADISLAV RYŠAVÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. EVA GESCHEIDTOVÁ, CSc.

BRNO, 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav telekomunikací

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Teleinformatika

Student: Ladislav Ryšavý

ID: 78382

Ročník: 3

Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Využití filtračních metod v NMR měřeních

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s principem nukleární magnetické rezonance a zpracování obrazů snímaných touto technikou. Analyzujte MR obrazy váhované relaxačními časy a navrhnete vhodnou filtrační metodu pro zvýšení kontrastu.

Vámi navrženou metodu aplikujte na snímky čelistního kloubu a současně zhodnoťte její účinnost.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] SEUL, M., O'GORMAN, L., SAMMON, M. Image analysis. Cambridge University press, 1999.
- [2] RUSS, J.C. The image processing. CRC Press, 2007.
- [3] WELCH, B.T., WRIGHT, C.H.G., MORROW, M.G. Real-time digital signal processing. Taylor & Francis, 2006.
- [4] GRAHAM, R. The digital image. Whettles publishing, 2005.
- [5] VLAARDINGERBROEK, M.T. Magnetic Resonance Imaging, Springer-Verlag, 2000.

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 2.6.2009

Vedoucí práce: doc. Ing. Eva Gescheidtová, CSc.

prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

ANOTACE

Bakalářská práce se zabývá vlnkovou transformací a jejím využití při zpracování a odstraňování šumu ze snímků pořízených nukleární magnetickou rezonancí. V teoretické části práce je krátce popsán princip nukleární magnetické rezonance, dále je popsána vlnková transformace, výběr vhodné vlnky pro filtraci, dvourozměrná vlnková transformace pro zpracování obrazových dat a vhodné prahovací techniky. Experimentální část je zaměřena na filtraci map magnetických polí a snímků čelistního kloubu. Jsou uvedeny výsledky filtrace při využití různých druhů vlnek. Dále je uvedeno zhodnocení filtrace pomocí poměru signál/šum a strmosti intenzity signálu v obraze.

Klíčová slova: nukleární magnetická rezonance, vlnková transformace, filtrační metoda, čelistní kloub

ABSTRACT

Bachelor's thesis deals with the wavelet transform and its use in processing and removing noise from images acquired by nuclear magnetic resonance. In the theoretical part of work is briefly described the principle of nuclear magnetic resonance, the wavelet transform is described, the selection of appropriate wavelets for filtering, two-dimensional wavelet transform for the processing of image data and appropriate thresholding techniques. The experimental part is focused on the filtration of magnetic fields and map images jaw joint as maps fields. They are filtering the results using different types of waves. It is shown through the evaluation of filtration ratio signal / noise and the steepness of the signal in the image.

Keywords: nuclear magnetic resonance, wavelet transform, filtering method, jaw joint

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE PRÁCE

RYŠAVÝ, L. *Využití filtračních metod v NMR měřeních*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 62 s.
Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Eva Gescheidtová, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Využití filtračních metod v NMR měřeních jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením tohoto projektu jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne.....

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Evě Gescheidtové, CSc., a Prof. Ing. Karlu Bartuškoví, DrSc., za velmi užitečnou metodickou a pedagogickou pomoc a cenné rady při zpracování bakalářské práce.

V Brně dne

.....
(podpis autora)

Obsah

Úvod.....	7
1 Princip nukleární magnetické rezonance.....	8
1.1 Chování částic uvnitř atomu	8
1.2 Precese.....	8
1.3 Podélná magnetizace	9
1.4 Radiofrekvenční impulzy	9
1.5 Příčná magnetizace.....	9
2 Relaxace	10
2.1 Longitudiální relaxace – T_1	10
2.2 Transverzální relaxace – T_2	10
2.3 Celkový magnetický moment a FID signál	10
3 Měřicí sekvence	11
3.1 Sekvence Gradientního echa (GE)	11
3.2 Sekvence Spinového echa (SE)	11
4 Vznik MR obrazu	13
4.1 Výběr a tloušťka vrstvy.....	13
4.2 Frekvenci kódující gradient	13
4.3 Fázi kódující gradient.....	13
4.4 Chemický posun	14
5 Zpracování MR obrazu - image processing	15
5.1 Fourierova transformace	15
5.2 Vlnková transformace	16
5.2.1 Spojitá vlnková transformace.....	16
5.2.1.1 Vlastnosti spojitě vlnkové transformace	17
5.2.1.1.1 Linearita.....	17
5.2.1.1.2 Invariace v čase.....	17
5.2.1.1.3 Dilatace.....	17
5.2.1.2 Požadavky na prototyp vlnky	18
5.2.2 Diskrétní vlnková transformace	18
5.2.3 Problém konečné délky signálu.....	21
5.2.4 Mateřské funkce	21
5.2.4.1 Vlnka Mexican hat.....	22
5.2.4.2 Morletova vlnka.....	22
5.2.4.3 Meyerova vlnka	23
5.2.4.4 Haarova vlnka.....	23
5.2.4.5 Vlnka Daubechies.....	24

5.2.4.6	Vlnky Biortogonální	24
5.2.4.7	Vlnky Reverse Biortogonální	24
5.2.4.8	Výběr vlnky	24
5.3	Zpracování obrazových dat vlnkovou transformací	24
5.3.1	Dvourozměrná vlnková transformace	24
5.4	Filtrace signálu vlnkovou transformací	26
5.4.1	Prahovací techniky	28
5.4.1.1	Tvrdé prahování (HARD)	28
5.4.1.2	Měkké prahování (SOFT)	28
5.4.1.3	Poloměkké prahování (SEMISOFT)	29
5.4.1.4	Prahování nezápornou garotou	30
5.4.1.5	Prahování hyperbolické	30
5.4.2	Volba prahů	31
5.4.2.1	Univerzální práh	31
5.4.2.2	Empirický práh	31
6	Vyjadřování poměru signálu k šumu	32
6.1	Směrodatná odchylka	32
6.2	Poměr signál šum (SNR)	32
7	Experimentální část	34
7.1	Filtrace snímků magnetického pole	34
7.2	Filtrace MR obrazů čelistního kloubu	42
7.2.1	Filtrace snímků čelistního kloubu pomocí ortogonálních vlnek	43
7.2.2	Filtrace snímků čelistního kloubu pomocí biortogonálních vlnek	48
7.2.3	Hodnocení účinnosti filtrace pomocí poměru signálu k šumu	50
7.2.4	Hodnocení filtrace pomocí strmosti intenzity signálu	51
7.2.5	Porovnání kritérií hodnocení filtrace	54
8	Závěr	57
	Seznam použité literatury	59
	Seznam zkratk	60
	Přílohy	62

Úvod

Zobrazování nukleární magnetickou rezonancí je původně lékařská zobrazovací technika běžně používaná v radiologii k zobrazení složení a funkcí lidského těla. Poskytuje detailní vyobrazení těla v každé rovině. Základní myšlenkou **nukleární magnetické rezonance** (NMR) je rezonanční chování mikrofyzikálních (kvantových) objektů s vlastním magnetickým momentem ve vnějším magnetickém poli. Konkrétně se zde jedná o atomová jádra přítomná ve zkoumané látce. Jedním z nejvhodnějších jader je jádro vodíku.

Princip NMR je v odlišné době návratu protonů atomu vodíku do původní energetické hladiny po vybuzení radiofrekvenčním (RF) signálem. Tento signál musí mít kmitočet stejný jako rezonanční kmitočet vybuzených jader atomů v závislosti na složení zkoumaného materiálu. Po ukončení RF signálu je indukován v přijímací cívce NMR přístroje slabý signál FID (Free Induction Decay), který je složen ze součtu signálů od všech vybuzených jader vlivem magnetických momentů jednotlivých protonů. Fourierovou transformací se zrekonstruuje celý obraz. Tento obraz je vždy nekvalitní, protože je zatížen nepotřebným signálem tzv. šumem. Pro lepší rozlišení a zobrazení je nutné tento šum z obrazu odstranit. Bakalářská práce se zabývá odstraněním šumu z obrazů pomocí vlnkové transformace.

1 Princip nukleární magnetické rezonance

1.1 Chování částic uvnitř atomu

Každý atom se skládá z jádra a obalu. Obal atomu je tvořen elektrony, které mají negativní elektrický náboj. V jádře se nacházejí neutrony s nulovým elektrickým nábojem a protony s pozitivním nábojem, které jsou pro magnetickou rezonanci důležité. Protony neustále rotují kolem své vlastní osy a tato jejich vlastnost se nazývá spin. Tuto vlastnost popisuje magnetické spinové číslo l , které vyjadřuje celkový spin jádra. Kolem své osy se otáčí i jejich pozitivní elektrický náboj a díky tomu vznikne nepatrný elektrický proud, který indukuje kolem protonu slabé magnetické pole. Na každý rotující proton se můžeme dívat jako na tyčový magnet. Po přiložení vnějšího magnetu se severní pól tyčového magnetu natočí směrem k jižnímu pólu venkovního magnetu. Na změnu polarity je nutné dodat magnetu energii z vnějšího prostředí. Potřebné vlnové délky těchto energií spadají do oblasti radiových vln. Pouze určité záření při určitém magnetickém poli rezonuje s určitým jádrem [1], [2].

Celkový spinový moment hybnosti (spin) značíme S je spojen s vlastním spinovým magnetickým dipólovým momentem μ_s , dipólový moment a moment hybnosti mají stejný směr

$$\mu_0 = \gamma \cdot l, \quad (1)$$

kde je koeficient γ konstantou daného atomového jádra, nazývá se **gyromagnetickým poměrem** daného jádra a udává vzájemný poměr mezi mechanickým a magnetickým momentem.

Mimo magnetické pole jsou protony rozmístěny chaoticky. Po umístění do silného vnějšího magnetického pole o indukci B_0 se uspořádají podobně jako střílky kompasu - směr jejich vlastního magnetického pole se stane rovnoběžným se směrem působení pole vnějšího. Lokální magnetické pole protonu může směřovat paralelně nebo antiparalelně se směrem vnějšího magnetického pole. Paralelní uspořádání je pro protony nejméně energeticky náročné, a proto je jejich větší množství uspořádané právě tímto směrem. Rozdíl mezi počtem protonů uspořádaných paralelně a antiparalelně je ale přesto velmi malý a závisí na intenzitě vnějšího magnetického pole [2].

1.2 Precese

Kromě toho, že protony rotují kolem své osy a jsou uspořádány paralelně nebo antiparalelně vůči vnějšímu magnetickému poli, vykonávají pohyb zvaný precese. Rychlost s jakou tento pohyb protony vykonávají se nazývá *frekvence precese*. Udává kolikrát se proton otočí za jednu sekundu. Matematicky je to vyjádřeno Larmorovou rovnicí:

$$\omega_0 = \gamma B_0, \quad (2)$$

kde ω_0 je úhlový kmitočet precese, γ je gyromagnetická konstanta a B_0 je hodnota indukce vnějšího magnetického pole.

1.3 Podélná magnetizace

Výsledkem umístění zkoumaného objektu do vnějšího magnetického pole \mathbf{B}_0 je to, že se objekt sám stane magnetem a začne produkovat své vlastní magnetické pole \mathbf{B}_v , orientované rovnoběžné se směrem působení vnějšího magnetického pole \mathbf{B}_0 . Proto magnetické pole \mathbf{B}_v označujeme pojmem *longitudinálního magnetizace*. Velikost \mathbf{B}_v je oproti \mathbf{B}_0 malá a celkově ji nelze měřit, protože splývá s \mathbf{B}_0 [2].

1.4 Radiofrekvenční impulzy

Signál vysílaný do zkoumaného objektu má charakter krátkých elektromagnetických impulzů. Jejich frekvence se blíží frekvencím rádiových vln. K přenosu energie dochází v okamžiku kdy se frekvence RF impulzů a frekvence precese shodují. Pokud se jsou frekvence totožné dochází k rezonanci.

1.5 Příčná magnetizace

Protony konající chaotický precesní pohyb absorbují RF impulzy a začnou spolu vykonávat precesní pohyb ve fázi. Tím vznikne vektor \mathbf{T} , jehož směr je kolmý na vektor příčné magnetizace. Popsaný jev nazýváme příčnou magnetizací. Vektor \mathbf{T} rotuje s frekvencí rovnou precesi a svou rotací vytváří elektrický proud, který je vlastním MR signálem. Návrat jader zpět do rovnovážného stavu je označován jako – relaxace.

2 Relaxace

Relaxace je proces navrácení spinového systému do rovnováhy (nebo do stacionárního stavu). Podélná relaxace je snižování energie souboru jaderných spinů a její přenos na „mřížku“. Příčná relaxace – ztráta koherence precese mezi jednotlivými spiny. Jakmile dojde k ukončení působení RF impulsu na systém, ten se snaží dostat do svého původního stavu.

2.1 Longitudiální relaxace – T_1

Po ukončení přísunu energie RF impulzem se protony vracejí do paralelního uspořádání. Tím dojde k nárůstu longitudiální magnetizace. Spinový systém ztrácí energii – energie se přenáší do okolí (do mřížky) ve formě tepla. Konstanta T_1 dále udává, za jak dlouho se dostane objekt zpět na 63% své původní maximální relaxace [2], [4].

2.2 Transverzální relaxace – T_2

Příčná relaxace se také nazývá spin-spinová. Po ukončení přísunu energie RF impulzem se protony vracejí do paralelního uspořádání a dochází k rozfázování – ztrátě koherence. Důvodem jsou fluktuace silových polí působících na jednotlivé spiny a statické nehomogenity magnetického pole. V důsledku toho klesá transverzální magnetizace. Proto zavedeme konstantu T_2^* , která popisuje tuto koherenci [2] [4]

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_{2h}} + \frac{1}{T_{2m}}, \quad (3)$$

kde je T_{2h} relaxační čas statické nehomogenity magnetického pole a T_{2m} relaxační čas fluktuace silových polí působících na jednotlivé spiny.

2.3 Celkový magnetický moment a FID signál

Relaxace T_1 a T_2 po ukončení RF impulsu probíhají společně, jedná se však o dva rozdílné děje. Jestliže byl použit 90° impuls, překlápí se longitudiální magnetizace do transverzální a po jeho ukončení se systém v začne vracet do rovnováhy – transverzální magnetizace klesá a longitudiální roste. Tyto procesy dohromady vytváří vektor celkového magnetického momentu systému. Vektor není statický, rotuje precesní frekvencí – jeho "hrot" se spirálovitě zvedá a zároveň se zmenšuje úhel vůči směru působení vnějšího magnetického pole a nakonec splyne s plně obnovenou longitudiální magnetizací. Rotací indukuje v citlivých snímacích cívkách elektrický proud – požadovaný signál FID (Free Induction Decay). Tento signál má stabilní frekvenci rovnou frekvenci precesní, ale slábnoucí intenzitu jak se vektor magnetického momentu odklání od transverzální roviny. [2]

3 Měřicí sekvence

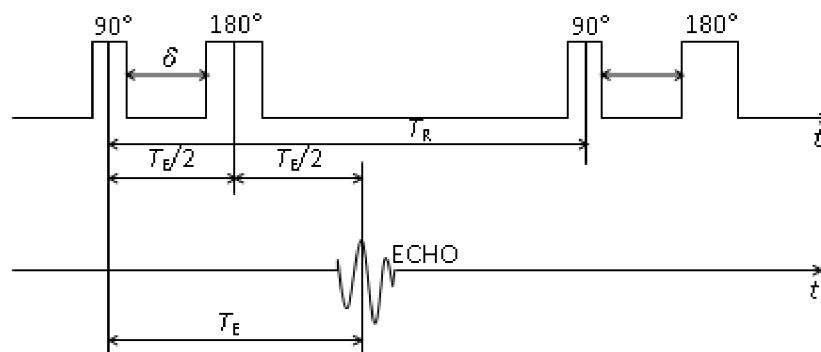
Měřicí sekvence jsou metody snímání MR signálů. Existuje několik klasických měřicích sekvencí. Mají velkou nevýhodu – jsou pomalé, mají dlouhý akviziční čas a snímáný signál je slabý. Řešením jsou rychlé zobrazovací sekvence typu FLASH nebo GRASS. Celkově se snaží rychlé sekvence o zkrácení repetičního času T_R , který nejvíce zpomaluje měření.

3.1 Sekvence Gradientního echa (GE)

Vznik gradientního echa vysvětluje následující sekvence. Začíná -90° RF impulzem. Po jeho ukončení začnou protony ztrácet fázovou koherenci, to má za následek pokles transverzální magnetizace. Po určitém čase $T_2/2$ následuje 180° RF impulz. Ten způsobí, že protony začnou precesní frekvencí vykonávat pohyb přesně opačným směrem, který vykonávaly předtím. Výsledkem je, že po určitém čase, který je roven času $T_2/2$, dojde k opětovnému zřazování protonů – obnoví se transverzální magnetizace. Silný signál, který v tomto okamžiku zaznamenají snímací cívky, se označuje *echo*. Čas od ukončení 90° impulzu až po snímání echa se označuje jako čas T_E (time to echo) a je složený z dvou stejných časových úseků $T_E/2$. Sekvence gradientního echa místo 180° RF impulzů používá záporný gradient – k existujícímu vnějšímu magnetickému poli se přidá na velmi krátký čas další magnetické pole. Výsledkem je zvýšení nehomogenity původního pole a rychlejší zánik transverzální magnetizace – kratší čas T_2 . Následně se gradient vypne a chvíli po té znovu zapne, se stejnou intenzitou, ale opačnou polaritou. Toto přepínání polarity gradientu má v podstatě stejný účinek jako 180° impulz, ale je výrazně časově méně náročné. Výsledkem tohoto procesu je signál zvaný gradientní echo. Čím je čas T_E od ukončení 90° impulzu až po snímání echa delší, tím je výsledný obraz více T_2^* vážený. Místo 90° RF impulzu, který způsobí úplné vymizení longitudinální magnetizace se používají $10 \div 30^\circ$ RF impulzy. Tak zůstane longitudinální magnetizace pro následující sérii impulzů "nespotřebovaná" a to i v případě malého času T_R (time to recovery). Zároveň je samotný RF impulz kratší. Čím má tento impulz vyšší úhel tím je výsledný obraz více T_1 vážený. Typickým případem zobrazovací sekvence, která využívá takové řešení, je sekvence **FLASH** - patříci k nepoužívanějším GE sekvencím. [2]

3.2 Sekvence Spinového echa (SE)

Tato sekvence se skládá z 90° a jednoho nebo více 180° impulzů. 90° impulz natočí vektor magnetizace do roviny xy a transverzální magnetizace se začne rozfázovávat. 180° impulz pak otočí magnetizaci o 180° kolem osy x a způsobuje vznik signálu zvaného echo. Na obrázku 1 je znázorněn vznik spinového echa. [3]



Obr. 1 Sekvence spinového echa

Po 90° impulzu následuje za čas δ 180° impulz, který znovu vytvoří magnetický vektor \mathbf{B}_1 . Ten způsobí, že magnetické momenty jednotlivých protonů začnou precesně rotovat kolem směru \mathbf{B} , a výsledkem je překlopení vektoru magnetizace kolem osy x . Po uplynutí času δ po skončení 180° impulzu se v přijímací cívce začne indukovat signál echa. Čas od středu 90° impulzu po střed echo signálu se označuje T_E (echo time). Čas od středu 90° impulzu po střed dalšího 90° impulzu (začátek další sekvence) se označuje T_R (time to repeat). [3]

4 Vznik MR obrazu

4.1 Výběr a tloušťka vrstvy

Abychom získali co nejpřesnější informaci o poloze zobrazované vrstvy, je třeba k dříve popsaným magnetickým polím přidat pole další – gradientní. Tělo se nenachází v magnetickém poli, které má v celém rozsahu stejnou intenzitu, ta se plynule mění. Toto přídavné pole se nazývá *gradientní pole* a vytváří ho gradientní cívky. Výsledkem je různá velikost vnějšího magnetického pole v každém z libovolných řezů pacientů. Proto protony v jednom příčném řezu mají jinou precesní frekvenci než protony v jiném řezu a jejich signály mají rozdílnou frekvenci. Stačí tedy vyslat RF impulz s frekvencí, která odpovídá například frekvenci protonů řezu hlavy, dojde k jejich rezonanci (protony v okolních vrstvách mají jiné frekvence a proto u nich nedojde k přenosu energie) a výsledkem je signál z požadované vrstvy.

Tloušťka snímané vrstvy se dá ovlivnit dvěma způsoby. V prvním případě se do těla nevyšle RF impulz s jednou určitou frekvencí, ale s určitou šířkou frekvenčního pásma (bandwidth). Čím bude rozpětí větší tím bude vrstva tlustší, protože přenos energie bude možný ve větším rozsahu precesních frekvencích protonů. Druhý případ spočívá v možnosti měnit strmost gradientního pole. Precesní frekvence se s jednotkovou vzdáleností výrazně odlišuje. Pokud se strmost gradientního pole zvětší na dvojnásobek a RF impulz bude mít stejnou šířku frekvenčního pásma, tloušťka vrstvy bude poloviční. Působící gradient se nazývá *vrstvu kódující gradient*. Vrstvu určující gradient se generuje jen na čas trvání RF impulzu.

Po určení místa a tloušťky řezu je dále nutné zjistit, odkud přesně z něj přicházejí jednotlivé signály a ty pak přiřadit jednotlivých pixelům v konečném obraze. K tomu se opět používají magnetické gradienty. [2]

4.2 Frekvenci kódující gradient

Po RF impulzu mají všechny protony ve snímané vrstvě stejnou precesní frekvenci. Pokud se zapne další magnetický gradient ve směru snímané vrstvy, jednotlivé sloupce protonů začnou konat precesní pohyb s jinou odlišnou frekvencí a signály z těchto sloupců budou mít stejnou specifickou frekvenci. Působící gradient se nazývá *frekvenci kódující gradient*. Šířka pásma, která takto kóduje jednotlivé sloupce se označuje „bandwidth“. Celá šířka pásma se označuje jako „bandwidth měření“, šířka pro jednotlivé sloupce jako „pixel bandwidth“. Bandwidth sekvence určuje její trvání a ovlivňuje i odstup signálu od šumu (SNR). Široké snímání zkracuje čas na sběr signálu a snižuje SNR. Úzké naopak prodlužuje a zvětšuje SNR.

4.3 Fázi kódující gradient

Dalším krokem je určení polohy signálu v rámci sloupce. Na krátký čas se zapne další magnetický gradient ve směru sloupců. Výsledkem je rozfázování dlouho ve fázi precedujících protonů ve sloupci. V místě, kde je gradient nejsilnější, je precesní pohyb rychlejší než tam, kde se gradient postupně zeslabuje. Gradient působí velmi krátce, po vypnutí se frekvence protonů vrací k původním hodnotám, ale jejich rozfázování přetrvává. Proto se působící gradient nazývá *fázi kódující gradient*. Ve skutečnosti se tento typ gradientu generuje před frekvenci kódujícím gradientem.

Tato část je velkým problémem MR zobrazování. Aby se daly odlišit jednotlivé sousední řádky v obraze, musí gradient mít takové vlastnosti, aby fázi v jednom řádku otočil o 180° vůči sousednímu. Výsledkem ale je, že každý druhý řádek má stejnou fázi a nedá se proto

vzájemně odlišit. Aby to bylo možné je nutné fázi kódující gradient znovu zapnout s odlišnou velikostí. Těchto měření je třeba udělat tolik kolik je v obraze řádků.

Díky přídavným gradientům je možné následné zpracování signálů, které už obsahují informaci o své poloze ve vrstvě. Fourierovou transformací se zrekonstruuje celý obraz. Světlejší body představují silnější a tmavější slabší signál.

4.4 Chemický posun

V molekule vody jsou elektrony protonů vázány atomem kyslíku a proton tak obrazně "ztrácí svůj štít". Na druhé straně elektrony protonů, které jsou ve vazbě s atomy uhlíku v mastných kyselinách, nejsou vázané a proto "poskytují protonům lepší štít" - mají proto menší lokální magnetické pole jako protony v molekule vody. Konečným efektem je to, že precesní frekvence protonů volných mastných kyselin jsou nižší než frekvence protonů vody – tento efekt označujeme jako *chemický posun*. Rozdíly ve vzájemné precesní frekvenci jsou vyšší v silnějších vnějších magnetických polích. Molekuly obsahující "mastné" protony mají krátký T_1 relaxační čas. Tuk je proto v T_1 vážených obrazech světlý. Zároveň má tuková tkáň málo statických součástí, které by umožnily rychlé rozfázování během T_2 relaxace – tuk je proto světlý i na obrazech váhovaných tímto časem. Efekt chemického posunu má velký význam v některých typech pulzních frekvencí, při nichž se potlačuje právě signál tukové tkáně. Chemický posun je tedy způsoben snížením indukce vnějšího magnetického pole magnetu \mathbf{B}_0 účinkem magnetického pole okolních elektronů, jejichž pole působí v opačném směru. [2]

5 Zpracování MR obrazu - image processing

Signál je matematickým modelem jistého objektu, například fotografie je 2D stacionární signál reprezentující 3D scénu, záznam EKG je 1D nestacionární signál reprezentující rytmus srdce. Tyto signály upravujeme z mnoha důvodů, jako jsou například komprese signálu, zvýraznění/potlačení určitých vlastností signálu a zjištění dalších užitečných informací o signálu (spektrum) [5].

Jen málokdy jsou získané obrazy tak kvalitní, aby mohly být použity přímo, ale je nutná jejich úprava. Případně je zapotřebí v obrazových datech nějakou informaci zvýraznit. Proto se používají metody zpracování obrazu (image processing), které lze rozdělit do tří kategorií:

- 1) Přímá úprava dat se používá pro odstranění hrubých artefaktů vznikajících náhodně v průběhu měření, případně pro odstranění částí obrazu.
- 2) Zvýšení vizuální hodnoty nemění vlastní data, jenom ovlivňuje jejich prezentaci – jedná se o použití prostorových modelů, vhodnou volbu palety pseudobarev, použití stínování, změnu jasu a kontrastu, popř. zobrazování profilů podél zvoleného směru.
- 3) Transformace dat a získávání informací – může se jednat o úpravy primitivní (softwarové zvětšování, rotace, ...) i složitější (např. korekce nelinearit).

5.1 Fourierova transformace

Na přelomu 18. a 19. století francouzský matematik Joseph Fourier, položil základy modernímu zpracování a analýze signálů. Fourier představil koncept, podle kterého lze každou funkci, včetně nespojitých, vyjádřit jako samostatný analytický výraz.

Chceme-li získat informace nečitelné ze signálu v nezpracovaném stavu, je třeba signál upravit. Neefektivnější metodou úpravy signálu je aplikace matematické transformace. Signály lze podle změny frekvenčního složení v čase rozdělit na *signály stacionární* (konstantní frekvence) a *nestacionární* (frekvence se v čase mění). Lze odvodit, že stacionární signály patří mezi signály náhodné, jejichž statistické vlastnosti se s časem nemění. Při analýze nám stačí znát pouze frekvence obsažené v signálu. U signálů, u nichž se frekvenční složky s časem mění, u nichž nás zajímá nejenom frekvenční obsah, ale také délka trvání konkrétní složky (čas). Jedná se většinou o přechodné jevy nebo průběhy zahrnující různé náhlé zlomy, změny frekvencí nebo amplitudové skoky.

Standardně, měříme-li nějaký signál, měříme ho jako funkci času. Jinými slovy zjišťujeme jak se mění měřená veličina (amplituda u harmonického, neharmonického úroveň) v čase. Jak je uvedeno výše, zajímá nás často informace skrytá ve frekvenčním obsahu signálu. U stacionárních signálů s výhodou využíváme *Fourierovy transformace* (FT). U nestacionárních signálů aplikací FT však ztrácíme časovou informaci. Pro zachování časové informace se používá *Fourierova transformace s oknem* (Short-time Fourier Transform; STFT, v literatuře také označovaná jako windowed Fourier transform, krátkodobá FT, Gaborova transformace). Aplikace STFT na signál vypadá tak, že signál rozsekáme na intervaly, v nichž lze považovat signál za stacionární. Signál v každém intervalu pak násobíme *časovou okénkovou funkcí* (w , časové okénko) a provedeme FT. Dostaneme tak dvojrozměrný signál času a frekvence.

Místo v 2D zobrazujeme pak signál v 3D. Nezávisle proměnnými jsou frekvence a čas, závisle proměnnou je hodnota/úroveň signálu. V tomto případě jsme závislí na volbě časového okénka w . Použijeme-li nekonečně dlouhé okénko, sice získáme vynikající frekvenční rozlišitelnost, ale časová informace se bude blížit nulové hodnotě. Naopak, použití krátkého okénka znamená dobrou časovou rozlišitelnost, ale špatnou rozlišitelnost frekvenční.

Proto vždy musíme dospět ke kompromisu mezi přesností určení frekvence a času, tedy nalézt optimální šířku okénka. Ta je po celou dobu výpočtu konstantní. To je hlavní rozdíl mezi STFT a *vlnkovou transformací* (WT). WT nám totiž umožňuje použít pro lepší zpracování široké časové okénko na vysoké frekvence a úzké časové okénko na nízké frekvence [4].

5.2 Vlnková transformace

Vlnková transformace, dále jen WT, je poměrně nový koncept přibližně z 90. let minulého století. WT byla vyvinuta jako další (propracovanější) alternativa k STFT (Short Time Fourier Transformation), která poskytuje časově frekvenční reprezentaci signálu, WT však v mnoha ohledech převyšuje její rozlišovací schopnosti. Aplikační oblast WT je velmi široká, užívá se ke zpracování a analýze různorodých signálů a dat (telekomunikace, biomedicína, seismika, komprese dat, aproximace funkcí, numerické řešení diferenciálních rovnic) [5].

5.2.1 Spojitá vlnková transformace

Vlnková transformace (*wavelet transform*) vznikla ze snahy získat časově-frekvenční popis signálu. Nezávisle proměnnou samozřejmě nemusí být čas, ale v různých aplikacích jde např. o polohu, dráhu atd. Fourierova transformace poskytuje informaci o tom, které frekvence se v signálu nacházejí, nevypovídá však o jejich poloze v čase. Je tedy vhodná jen pro popis stacionárních signálů. Možným řešením uvedeného problému je použití okna, které v čase ohraničí krátký úsek signálu a umožní z něj určovat spektrum v daném časovém intervalu (tento postup se nazývá *Short-Time Fourier Transform*, varianta s Gausovským oknem Gaborova transformace, *Gabor Transform*). Z obdoby Heisenbergova principu neurčitosti vyplývá, že nelze současně určit přesně frekvenci a polohu jejího výskytu v čase. Proto má uvedené řešení pro časově konstantně široké okno pro všechny kmitočty velkou rozlišitelnost ve frekvenci a malou v čase a naopak pro časově úzké okno velkou rozlišitelnost v čase a malou ve frekvenci. Myšlenkou vlnkové transformace je vhodnou změnou šířky "okna" v čase a jeho tvarem dosáhnout optimálního poměru rozlišitelnosti v čase a frekvenci. Pro nízké frekvence je "okno" širší, pro vysoké užší jak je uvedeno na obr. 2. Toto "okno" se nazývá mateřská vlnka ψ (*mother wavelet*). Pomocí parametru s , který se jmenuje měřítko, je možné měnit její šířku (dilatace), parametrem τ zvaným poloha, se mění umístění vlnky na časové ose (translace).

$$\psi_{\tau,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad s, \tau \in \mathbf{R}, s \neq 0 \quad (4)$$

Člen $\frac{1}{\sqrt{s}}$ slouží k normalizaci energie vlnky při změnách měřítka, $\psi(t)$ je tzv. prototyp vlnky.

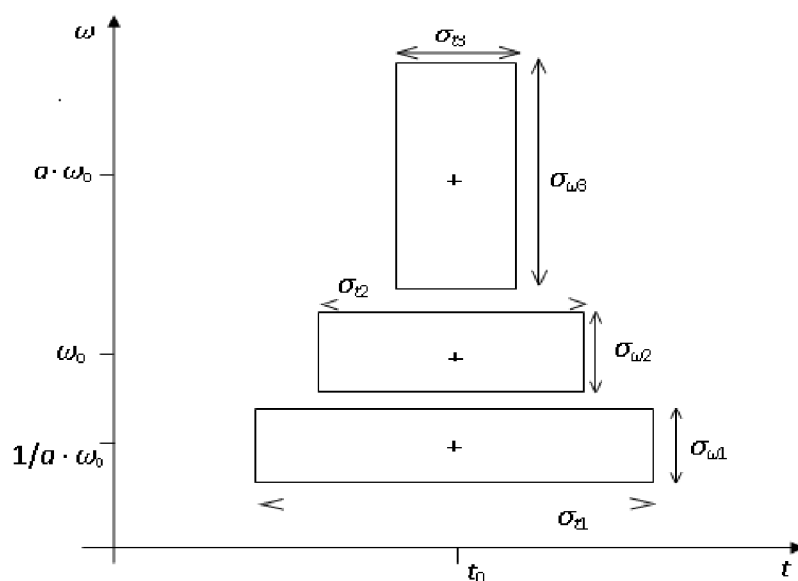
Spojitá vlnková transformace (*Continuous Wavelet Transform, CWT*) je pak definována pro signály s konečnou energií $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < \infty$, t.j. $f \in L^2(\mathbf{R})$, takto:

$$Wf(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi_{\tau,s}} dt \quad (5)$$

kde $\overline{\psi}$ označujeme komplexní číslo sdružené. Výsledkem je pro jednorozměrný signál dvojrozměrná funkce, která se nazývá $Wf(\tau, s)$. Po dosazení do rovnice (5)

$$Wf(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \bar{\psi}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (6)$$

Zobrazení vlnkových koeficientů v rovině se nazývá scalogram nebo vlnková mapa. Závislost mezi měřítkem a frekvencí složek detekovaných pomocí CWT se musí stanovovat pro každou vlnku zvlášť. Doporučeným způsobem je nalezení měřítka, při kterém dochází k nalezení maxima vlnkových koeficientů při transformaci sinusovky referenční frekvence. Některé vlnky mají souvislost přímou, některé diskutabilní [6].



Obr. 2: Časově-kmitočtové rozlišení vlnkové transformace, šířka v příslušné souřadnici je označena σ_t resp. σ_ω

5.2.1.1 Vlastnosti spojitě vlnkové transformace

5.2.1.1.1 Linearita

Linearita transformace vyplývá ze skalárního součinu (5).

$$\{W(af_1 + bf_2)\}(\tau, s) = a(Wf_1)(\tau, s) + b(Wf_2)(\tau, s) \quad (7)$$

5.2.1.1.2 Invariance v čase

Posun analyzované funkce způsobí stejný posun vlnkových koeficientů po ose polohy. Tento jev popisuje invariance v čase. Lze ji odvodit z toho, že CWT může být objasněna pomocí množiny lineárních časově-invariantních filtrů. U diskrétní vlnkové transformace tato vlastnost neexistuje.

$$W\hat{f}(\tau, s) = Wf(\tau - b, s) \quad , \text{kde} \quad \hat{f}(t + b) = f(t) \quad (8)$$

5.2.1.1.3 Dilatace

$$W\hat{f}(\tau, s) = (Wf)\left(a\tau, \frac{s}{a}\right) \quad , \text{kde} \quad \hat{f} = \sqrt{|a|}f(at) \quad a \neq 0 \quad (9)$$

Uvedené vztahy vyjadřují závislost mezi původní funkcí a její roztaženou nebo zúženou podobou. Ve vlnkových koeficientech dojde k roztažení v ose polohy a k posunu v ose měřítka.

5.2.1.2 Požadavky na prototyp vlnky

Aby byla transformace vratná, nesmí se funkce pro vlnku ψ volit libovolně, ale musí splňovat určité podmínky. Střední hodnota této funkce musí být nulová (10) a musí mít vhodný frekvenční rozsah(11).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (10)$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty, \quad (11)$$

kde $\psi(\omega)$ je Fourierův obraz $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$. Každá netriviální, absolutně integrovatelná funkce $g \in L^1(\mathbf{R})$ s nulovou střední hodnotou je vhodná vlnka.

5.2.2 Diskrétní vlnková transformace

V předchozích odstavcích jsme se zabývali obecnou definicí spojité vlnkové transformace, která pracuje v teoretické rovině se všemi možnými měřítka a translacemi. Teoreticky by na výstupu bylo nekonečné množství dat. Většina takto vzniklých dat je ale nepotřebná, proto se v praxi používají různé modifikace CWT s ohledem na měřítka a translace.

Z vhodné vlnky ψ pomocí dvojkové závislosti parametrů s a τ vytvoříme ortogonální bázi.

Vhodnou dvojkovou (diadickou) závislostí parametrů s a τ můžeme vytvořit z vhodné vlnky ψ ortonormální bázi:

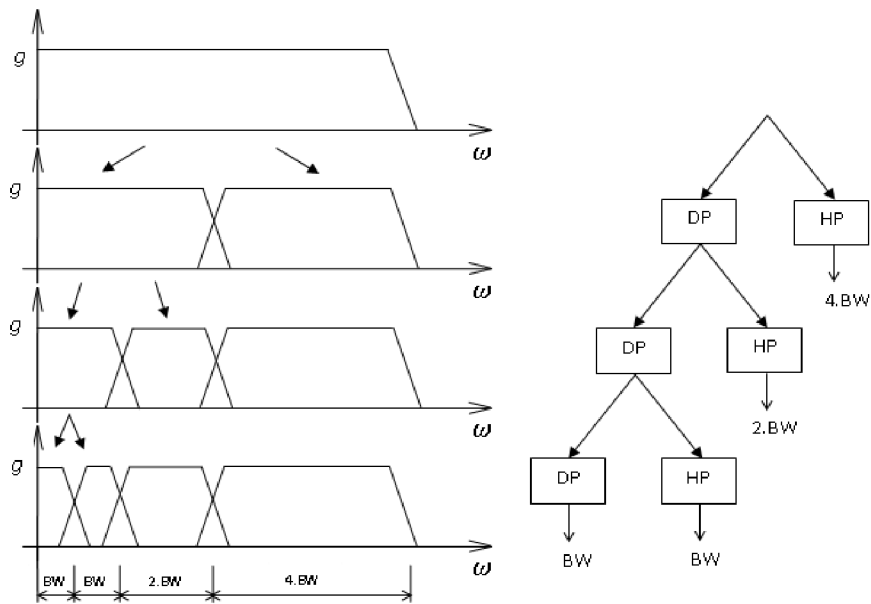
$$s = 2^p \quad \tau = 2^p k \quad p, k \in \mathbf{Z}, \quad (12)$$

pak

$$\psi_{k,p}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^p}} \psi\left(\frac{t-2^p k}{2^p}\right), \quad (13)$$

kde p odpovídá měřítka, k poloze. Pomocí ortogonalit pak takto volená vlnka umožňuje neredundantní dekompozici signálu, tzv. analýzu s mnoha rozlišeními (*multiresolution analysis, decomposition*). To je princip diskrétní vlnkové transformace (Discrete Wavelet Transform - DWT). Mateřská vlnka ψ se jeví jako pásmová propust, která filtruje vstupní signál kolem centrálního kmitočtu, jenž je závislý na měřítka mocnin dvou. V následujícím měřítka je filtrována horní část předchozí dolnofrekvenční části signálu (obr. 3). S rostoucím kmitočtem roste šířka pásma (BW) tohoto filtru. Činitel jakosti Q je tak konstantní pro celou množinu měřítka odvozených filtrů. Pro zvolené nejmenší měřítka však zůstává nepokryto pásmo od nižších kmitočtů do nuly. Proto se od vlnky ψ zavádí odvozená měřítková funkce ϕ (scaling function), která má charakter dolní propusti. Musí ale splňovat podmínku přípustnosti:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 1. \quad (14)$$



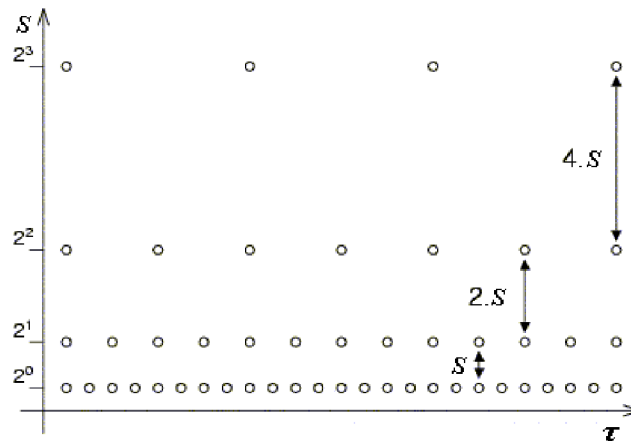
Obr. 3: Frekvenční pohled na diskrétní vlnkovou transformaci

DWT můžeme chápat jako speciálně vzorkovanou CWT, která musí splňovat určité podmínky:

- Vzorkování časově-měřtkového prostoru na dvojkové mřížce (obr. 4).
- Mateční vlnka musí tvořit ortogonální bázi analyzovaného prostoru.
- Mateční vlnka musí být kompaktní nosič.

Při splnění daných podmínek lze DWT počítat rychlým algoritmem, který tvoří filtrace FIR filtry a podvzorkování (decimace), (obr. 5). Volnější vyjádření daných podmínek umožňuje OCWT (*Overcomplete Wavelet Transform*). Jedná se o rozšíření WT o CWT vzorkování čas-měřtko na množině prvků, které nemusejí být dvojková jako u DWT. Pro její implementaci byly vyvinuty rychlé algoritmy podobné DWT, nejpoužívanější verzí je ekvidistantní vzorkování v čase a logaritmické v měřítku. Má následující výhody:

- Změnou redundance reprezentace se nastavuje odolnost vůči šumu.
- Nepožaduje splnění podmínek ortogonality vlnky.
- Signál může být vzorkován nestejně s ohledem na časový nebo frekvenční průběh.



Obr. 4: Dvojková mřížka v prostoru čas-měřítko

Dolní propust h (scaling filter) a horní propust g (wavelet filter) tvoří pár kvadraturních zrcadlových filtrů (QMF), jenž mají komplementární propustná pásma. Výstupy obou filtrů jsou podvzorkovány na polovinu vstupních vzorků. Na výstupu dolní propusti se objevují koeficienty tzv. detailů DWT (cD) a na výstupu horní propusti se objevují koeficienty tzv. aproximace (cA). Díky tomu, že jsou signály z propustí decimovány, je na výstupu po jednom kroku stejný počet koeficientů jako počet vstupních vzorků. Aproximační koeficienty můžeme dále analyzovat shodným rozkladem filtry a tím obdržet další koeficienty detailů a aproximace. Tímto způsobem lze postupovat až do vyčerpání vstupní sekvence. Konvoluci a decimaci lze popsat následujícími vzorci:

$$cA_{p+1}(k) = \sum_{m=1}^N h(m - 2k) cA_p(m), \quad (15)$$

$$cD_{p+1}(k) = \sum_{m=1}^N g(m - 2k) cA_p(m), \quad (16)$$

kde cA_p, cD_p jsou koeficienty aproximace resp. detailů měřítko $p \in \langle 0, P \rangle$ a N je délka vstupní sekvence $cA_0 = f(n)$. Pár kvadraturních zrcadlových filtrů můžeme chápat jako ortonormální jádro transformace obdobné tzv. motýlku u FFT.

Filtry h a g jsou určeny z výchozí formulace vlnky. Z měřítkové funkce Φ je odvozen filtr w , který má charakter dolní propusti, jenž po dělení normou poskytne koeficienty dolnoproputního filtru h . Horní propust g se k němu vypočítá jako komplementem (kvadraturní zrcadlový filtr). Rekonstrukční FIR filtry $[(\bar{h})]$ a $[(\bar{g})]$ jsou určeny jako časově

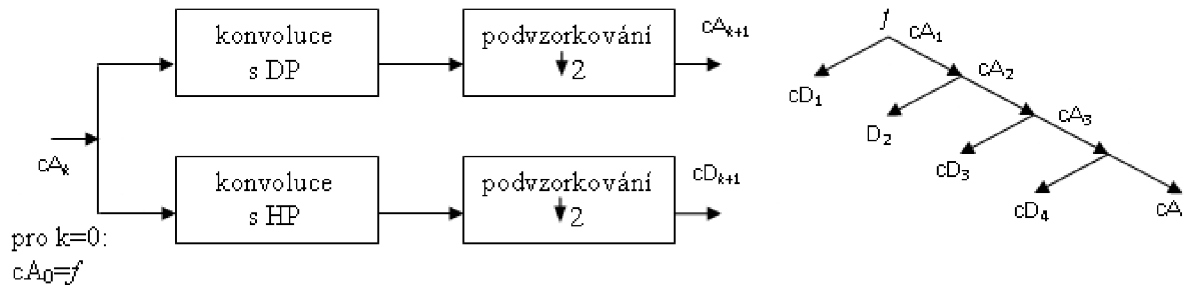
obrácené sekvence koeficientů rekonstrukčních filtrů h a g . Jestliže má analyzovaný signál délku $N = 2^k$ a maximální dekompoziční měřítko má hodnotu $P \leq k$ obdržíme

$N2^{-1} + N2^{-2} + \dots + N2^{-P+1} + N2^{-P}$ koeficientů detailů: $cD_1, cD_2, \dots, cD_{(P-1)}, cD_P$ a $N2^{-P}$

koeficientů aproximace cA_P . Celkem N koeficientů označujeme DWf . Získaný počet koeficientů je shodný s počtem vzorků, a proto nedochází ke ztrátě informace, popis signálu je neredundantní. Inverzním postupem k obr. 4 můžeme analyzovaný signál rekonstruovat. Jedná se o inverzní diskretní vlnkovou transformaci IDWT. Podvzorkování je nahrazeno

převzorkováním. Za každým vzorkem původní sekvence je následuje doplněný nulový vzorek. Původní filtry jsou nahrazeny rekonstrukčními filtry a $[\tilde{g}]$. Výsledná aproximace

cA_P spolu se vstupními detaily cD_P je použita jako vstup dalšího kroku IDWT. Tento postup si můžeme představit jako zpětný pohyb v rozkladu na obr. 4 vpravo. DWT není invariantní v čase, pokud $[\wedge(f)](n+b) = f(n)$ pak většinou neplatí $DW[\wedge(f)] = DWf$.



Obr. 5: Jeden krok DWT (vlevo), rozklad na aproximace a detaily (vpravo)

5.2.3 Problém konečné délky signálu

Na okrajích intervalů, na kterých je analyzovaný signál definován, se projevuje problém konečné délky signálu (*border distortion*). Je výsledkem konečné délky obou signálů při konvoluci, u CWT v (6), u DWT při konvoluční filtraci. Podle charakteru signálu lze na jeho odstranění užít různých metod :

1. Doplnění signálu.
 - a. nulami - chybějící část se doplní nulami, vhodné pro signály s tvarem odpovídajícím modulaci vhodným oknem,
 - b. extrapolace konstantou - doplnění signálu konstantními hodnotami okrajových bodů.
 - c. symetrizace - doplnění původním signálem symetrické kolem okrajového bodu, vhodná pro 2D transformaci obrázků,
 - d. extrapolace s hladkou první derivací - pro signály s hladkou funkcí.
2. Výpočet ve frekvenční oblasti s využitím okénkové funkce.
3. Periodizace - doplnění signálu periodickým opakováním původního signálu, pro signály periodického charakteru jehož perioda kmitočtově nejnižší složky se rovná délce analyzovaného signálu.

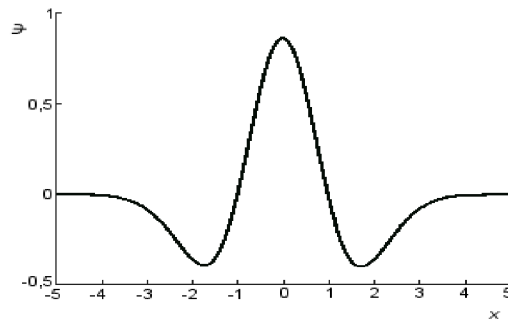
5.2.4 Mateřské funkce

V následujícím textu budou uvedeny nejvíce rozšířené vlnky, z jejich vlastností vhodnost pro CWT, DWT, typ nosiče, typ symetrie. V případě nekompaktního nosiče bude proveden výpočet na efektivním nosiči [6].

5.2.4.1 Vlnka Mexican hat

Vlnka Mexican hat má tvar druhé derivace průběhu hustoty pravděpodobnosti Gaussova rozdělení(obr. 6)

$$\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{\frac{1}{4}}(1 - 2x^2)e^{-x^2}. \quad (17)$$



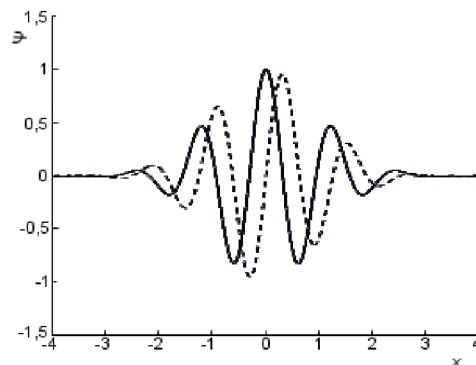
Obr. 6: Vlnka Mexican hat

Vlnka je symetrická, nemá kompaktní nosič, je vhodná pro CWT, není ortogonální (nelze použít pro DWT). Vlnka je členem rodiny Gaussovských vlnek tvořené jednotlivými derivacemi průběhu hustoty pravděpodobnosti Gaussova rozdělení.

5.2.4.2 Morletova vlnka

Morletova vlnka(obr. 7) má tvar komplexní sinusovky modulované Gaussovským oknem. Vznikla jako kompromis mezi polohovou lokalizací jednorázových dějů a frekvenčním rozlišením.

$$\psi(x) = ae^{-\left(\frac{x}{2}\right)^2} [\cos(5x) + j\sin(5x)]. \quad (18)$$

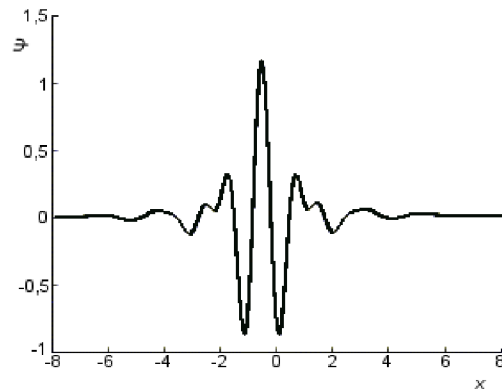


Obr. 7: Morletova vlnka (imaginární část čárkovaně)

Vlnka je symetrická, komplexní, nemá kompaktní nosič, vhodná pro CWT, není ortogonální (nelze použít pro DWT).

5.2.4.3 Meyerova vlnka

Meyerova vlnka (obr. 8) je definována ve frekvenční doméně, nemá explicitní vzorec pro vyjádření v čase. V originálním tvaru nemůže být realizována FIR filtry a je tedy použita v rychlém algoritmu DWT. Vlnka je symetrická, nemá kompaktní nosič (aproximace má), vhodná pro CWT, ortogonální.

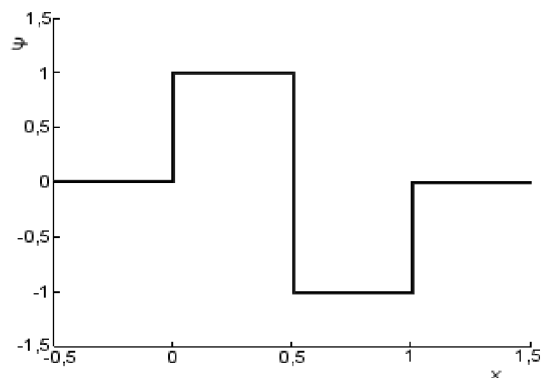


Obr. 8: Meyerova vlnka

5.2.4.4 Haarova vlnka

Haarova vlnka je velmi jednoduchá vlnka (obr. 9), neumožňuje hladkou rekonstrukci signálu. Bývá často nazývána Daubechies řádu 1. Vlnka je symetrická, má kompaktní nosič, vhodná pro CWT i DWT, je ortogonální, jednoduchá a efektivní implementace. I přes všechny výhody představuje její nespojitost nevýhodu při aplikaci.

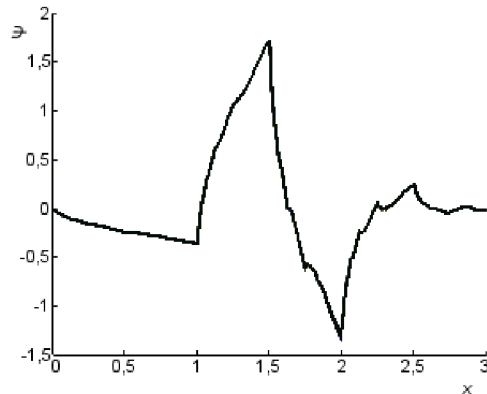
$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (19)$$



Obr. 9: Haarova vlnka

5.2.4.5 Vlnka Daubechies

Vlnky Daubechies(obr. 10) představují skupinu vlnek různého řádu $N \geq 1$. Nemají (kromě Daubechies řádu 1) explicitní vyjádření $\psi(x)$.



Obr. 10: Vlnka Daubechies2

Vlnka je asymetrická (kromě Daubechies řádu 1), má kompaktní nosič délky $2N-1$, je vhodná pro CWT i DWT, je ortogonální.

5.2.4.6 Vlnky Biortogonální

Biortogonální vlnky jsou vhodné jak pro spojitou vlnkovou transformaci tak i pro diskrétní vlnkovou transformaci. Vlnky jsou symetrické s kompaktním nosičem délky $2N+1$ pro dekompozici a rekonstrukci.

5.2.4.7 Vlnky Reverse Biortogonální

Vlnky Reverse Biortogonální mají stejné vlastnosti jako vlnky Biortogonální.

5.2.4.8 Výběr vlnky

Pravidla pro výběr vhodné vlnky lze shrnout do následujících doporučení [6]:

- komplexní vlnky detekují dobře oscilace, nejsou vhodné pro detekci osamocených singularit,
- čistě reálné vlnky s málo oscilacemi dobře detekují špičky a singularity v signálu
- antisymetrické vlnky jsou vhodné k detekci změn gradientu,
- symetrické vlnky nezpůsobují fázový posun mezi špičkou, singularitou, oscilací v signálu a příslušným projevem ve vlnkových koeficientech,
- pro současnou detekci amplitudy a fáze je nutné použít komplexní vlnku.

5.3 Zpracování obrazových dat vlnkovou transformací

5.3.1 Dvourozměrná vlnková transformace

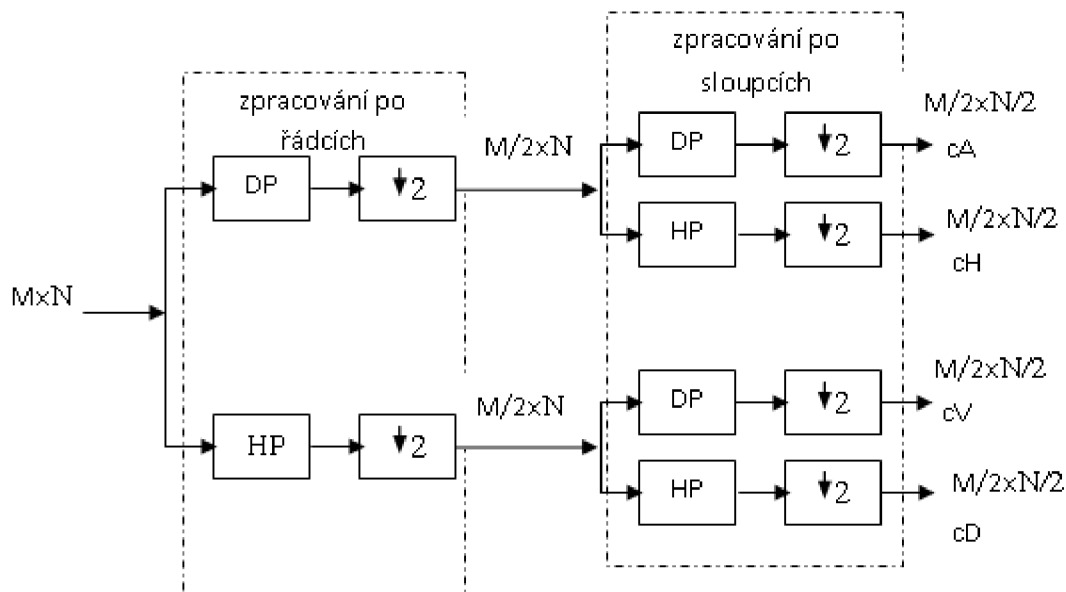
Pro zpracování obrazových dat je nutné použít dvourozměrnou diskrétní vlnkovou transformaci DWT2, někdy 2D-DWT. I zde se jedná o lineární filtraci. Vychází se ze dvou přístupů. U reparabilního dochází ke konvoluci obrazového signálu s impulzní odezvou přímo

v dvourozměrném prostoru. Separabilní přístup dovoluje rozložit filtr na řádkový a sloupcový. Budeme uvažovat přístup separabilní a pyramidový algoritmus pro 2D vlnkovou transformaci.

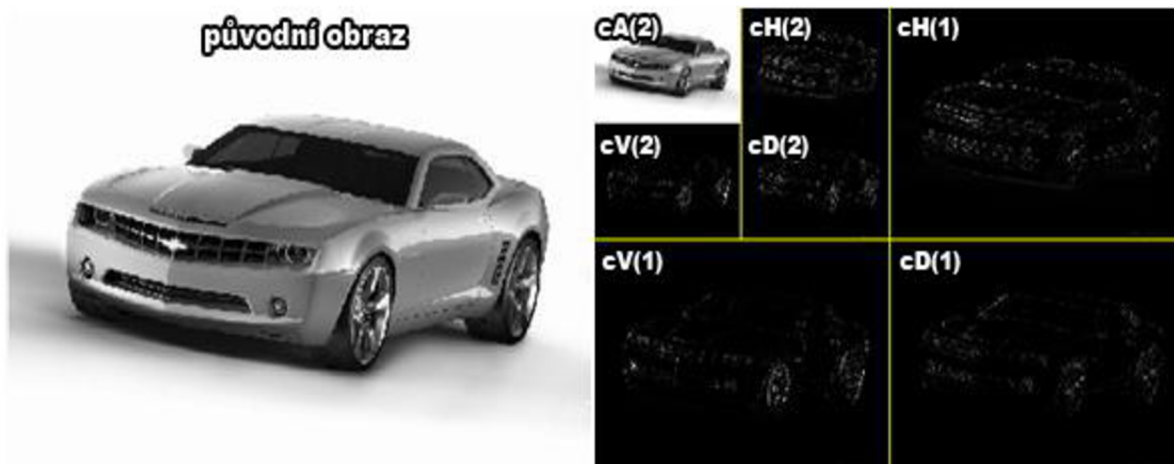
Jeden krok tohoto algoritmu má tyto části:

1. filtrace obrazu po řádcích,
2. decimace výsledku filtrace po řádcích,
3. filtrace výsledku z bodu 2 po sloupcích,
4. decimace výsledku filtrace po sloupcích.

Při použití těchto dvou dekompozičních filtrů dostáváme ve výsledku čtyři výsledné obrazy. Každý z těchto obrazů je poloviční velikosti. Na obr. 11 vidíme původní obraz velikosti $M \times N$. Po aplikaci algoritmu dostaneme ve výsledku čtyři skupiny koeficientů – aproximační C_A , horizontální C_H , vertikální C_V , a diagonální C_D . Po transformaci jsou matice výsledných koeficientů znovu poloviční. Koeficienty detailní určují detaily v příslušném směru a koeficienty aproximační určují informaci o obrazu. Rozložení koeficientů a jejich význam je dobře vidět na obr. 11. Tento obraz nazýváme *dekompoziční obrazec*. Výsledkem dalšího kroku transformace (na základě koeficientu c_A) budou opět čtyři poloviční matice koeficientů. Těmito kroky se dostáváme k dekompozičnímu obrazci (obr. 12). Přesně opačným způsobem dochází k rekonstrukci s tím rozdílem, že decimaci nahrazujeme vkládáním nuly za každý prvek [7].



Obr. 11: Algoritmus 2D-DWT



Obr. 12: Dekompoziční obraz

5.4 Filtrace signálu vlnkovou transformací

Další významné použití vlnkové transformace je v oblasti filtrací a odstraňování šumu z obrazových dat. Obrazová data se skládají z užitečného signálu a šumu. Šum označují náhodné, nepředvídatelné a nežádoucí signály nebo změny signálů, které zakrývají požadované informace. Šum je sice náhodná veličina, ale z konečného obrazu ji nelze dokonale odstranit. Příčiny vzniku šumu mohou být různé, ale u NMR zobrazování je způsoben zejména prostorově a časově proměnnými odchylkami magnetického pole a prostorovými odchylkami vysílaného RF signálu. Dáme-li do poměru výkon signálu a součet výkonů šumů, které jsou v signálu obsaženy, dostaneme bezrozměrné číslo, tzv. poměr signál/šum (udává-li se v dB říkáme mu odstup signálu od šumu – signal to noise ratio SNR) [8].

$$SNR = \frac{f}{\sigma_s}, \quad (20)$$

kde f je výkon signálu v určité homogenní oblasti, σ_s je součet výkonů šumů v oblasti pozadí. Větší SNR znamená lepší kvalitu obrazu.

Níže je uvedena jednoduchá klasifikace šumu v obraze.

Šum dělíme [9]:

1) Podle závislosti na obraze

- a) Šum nezávislý na obraze – komunikační interference nebo termický šum.
- b) Šum závislý na obraze – obvykle je těžké s ním pracovat.

2) Podle vztahu k obraze

- a) Aditivní – jednoduše přidáný k původní hodnotě pixelů, nejčastější případ výskytu, snadné odstranění.

b) Multiplikatívni - intenzita každého pixelu byla násobena amplitudou šumu téhož pixelu, takový šum může pocházet z aditivního šumu lineárně závislého na obrazu.

c) Ostatní typy - např. konvoluční.

3) Podle závislosti na charakteru šumu ve frekvenční oblasti

a) Širokopásmový - většina z předchozích.

b) Úzkopásmový - kombinace několika úzkopásmových aditivních a multiplikatívni signálů dokazují.

4) Podle rozdělení úrovní

a) Bílý šum – (Gaussovský šum) – přes spojité intervaly – obvykle postihne všechny pixely, ale intenzita pixelů zůstává v podstatě zachována.

b) Impulzní šum – binární rozdělení – jsou jím poškozeny jen izolované pixely nebo malé skupinky pixelů.

Základní problém jednoduchých filtračních metod je jak předejít zásadní ztrátě ostrosti. Šum je ve stejném kmitočtovém pásmu jako spektrální složky nesoucí detaily. Slepé potlačení šumu bez znalosti jeho vlastností musí být kompromisem mezi žádoucím vyhlazením a zlepšením SNR jinak dojde ke ztrátě detailů [9].

Diskrétní vlnkovou transformaci může reprezentovat ortogonální matice \mathbf{W} s rozměry $m \times n$. Je-li číslicový signál reprezentovaný vektorem $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ délky n , jeho diskrétní vlnkovou transformací bude vektor $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)^T$ vyjádřený jako:

$$\mathbf{d} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{y} \quad (21)$$

ze vztahu (21) vzhledem k ortogonalitě plyne, že inverzní vlnková transformace bude

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{d}. \quad (22)$$

Protože je šum v signálu nežádoucí a obvyklé má aditivní charakter je vhodné pracovat s modelem

$\mathbf{Y} = \mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon}$, kde $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_n)^T$ je náhodný vektor, $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)^T = f(x_1, \dots, x_n)$ pro funkci f a ekvidistantní x_1, \dots, x_n a $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$ je náhodný vektor s normální distribucí $\boldsymbol{\varepsilon} \approx N_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$. \mathbf{I}_n je jednotková matice. Transformací pomocí matice \mathbf{W} přejde (21) do tvaru $\mathbf{D} = \mathbf{b} + \mathbf{v}$, kde s využitím linearit diskretní vlnkové transformace dostaneme $\mathbf{D} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{Y}$, $\mathbf{b} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{f}$ a $\mathbf{v} = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$. Vzhledem k ortogonalitě \mathbf{W} je $\mathbf{v} \approx N_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$. Jestliže bude $T(\cdot)$ vlnková prahovací funkce, bude filtrace k potlačení šumu založena na vlnkové transformaci vyjádřena vztahem

$$\hat{\mathbf{g}} = \mathbf{W}^{-1}(T(\mathbf{W} \cdot \mathbf{y})) = \mathbf{W}^T(T(\mathbf{W} \cdot \mathbf{y})). \quad (23)$$

Popisovaný způsob filtrace si klade za cíl nalézt takovou prahovací funkci $T(\cdot)$, aby

$$\tilde{b}_i = T(d_i) \approx b_i \quad (24)$$

\hat{b}_i bylo dobrým odhadem vlnkových koeficientů b_i . \hat{g} ve vztahu (23) je aproximací vstupního signálu, ve kterém již byl v závislosti na nastavení prahů, částečně potlačen šum.

Celý proces protišumové filtrace začíná přímou diskretní vlnkovou transformací vstupního vektoru signálu y analýzou signálu v bance analyzujících filtrů. Poté prahujeme vlnkové koeficienty pomocí zvolené prahovací funkce. Nakonec dojde k zpětné diskretní vlnkové transformaci syntézou signálů v syntezující bance [10].

5.4.1 Prahovací techniky

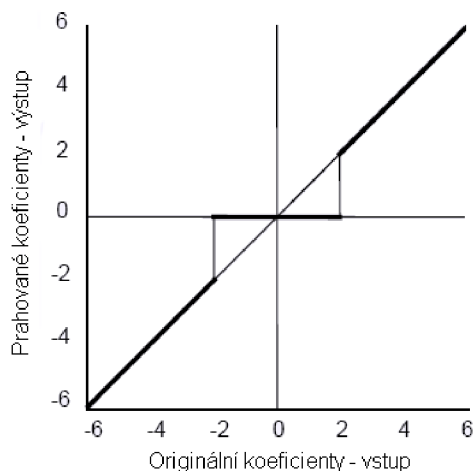
Prahovací techniky jsou techniky pro vytváření odhadů vlnkových koeficientů prahovací funkce. Jedná se o nelineární operace s daty. Jde o to, určit práh $\lambda > 0$ a nastavení vlnkových koeficientů analyzovaného signálu d_i na hodnotu $d_i = 0$. Ostatní vzorky jsou ponechány, případně následně zpracovány [10].

5.4.1.1 Tvrdé prahování (HARD)

U tvrdého prahování(obr. 13) jsou všechny vlnkové koeficienty signálu d_i ze vztahu (21), jejichž absolutní hodnota je menší než zvolená hodnota prahu $\lambda > 0$, vynulovány a ostatní koeficienty jsou ponechány beze změny.

$$\hat{b}_i = T_{HARD}(b_i, \lambda), \quad (25)$$

$$T_{HARD} = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x & \text{pro } |x| > \lambda \end{cases}. \quad (26)$$



Obr. 13: Tvrdé prahování pro $\lambda = 2$

5.4.1.2 Měkké prahování (SOFT)

U měkkého prahování(obr. 14) jsou všechny vlnkové koeficienty d_i ze vztahu (21), jejichž absolutní hodnota je menší než zvolená hodnota prahu $\lambda > 0$, vynulovány a velikost ostatních vlnkových koeficientů je zmenšena o hodnotu. Měkké prahování má velmi dobrou schopnost snížit šum.

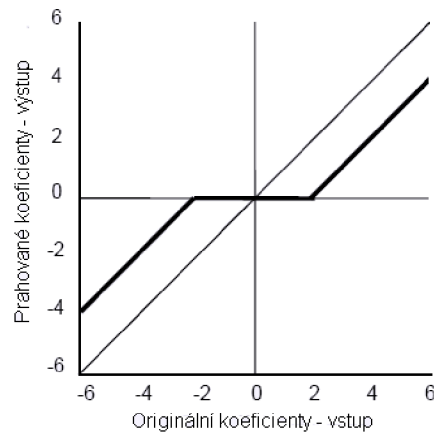
$$\lambda: \hat{b}_i = T_{SOFT}(d_i, \lambda), \quad (27)$$

kde je prahovací funkce

$$T_{SOFT}(x, \lambda) = \text{sgn}(x) \cdot \max\{0, |x| - \lambda\}, \quad (28)$$

přehledněji

$$T_{SOFT} = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x - \lambda & \text{pro } x > \lambda \\ x + \lambda & \text{pro } x < -\lambda \end{cases}. \quad (29)$$



Obr. 14: Měkké prahování pro $\lambda = 2$

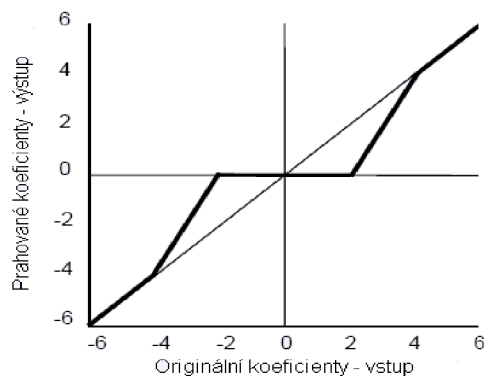
5.4.1.3 Poloměkké prahování (SEMISOFT)

U poloměkkého prahování (obr. 15) závisí prahovací funkce na dvou parametrech λ_1 a λ_2 , přičemž pro odhad vlnkových koeficientů platí:

$$\tilde{b}_i = T_{SEMI}(d_i, \lambda), \quad (30)$$

kde je $0 \leq \lambda_1 < \lambda_2$

$$T_{SEMI}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda_1 \\ \text{sgn}(x) \cdot \frac{\lambda_2(|x| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{pro } \lambda_1 < |x| \leq \lambda_2 \\ x & \text{pro } |x| > \lambda_2 \end{cases}. \quad (31)$$



Obr. 15: Poloměkké prahování $\lambda = 2$

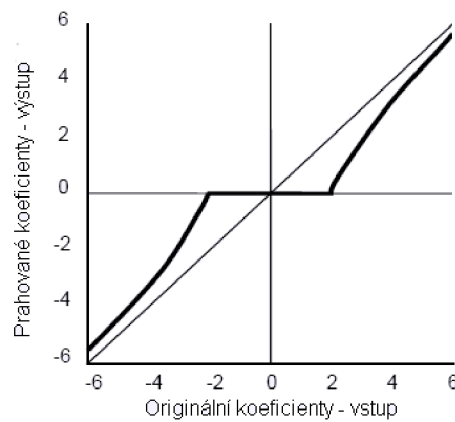
Prahovací funkce T_{SEMI} je zobecněním podle vztahu (26) a (29). Je-li práh $\lambda_2 \rightarrow \infty$, tak prahování semisoft přejde na prahování měkké. V případě že je $\lambda_2 \rightarrow \lambda_1$, jedná se o prahování tvrdé.

5.4.1.4 Prahování nezápornou garotou

Prahování nezápornou garotou (obr. 16) je podobné na prahování tvrdé s rozdílem, že hodnoty vlnkových koeficientů větší než hodnota prahu jsou dále zpracovány podle (33)

$$\tilde{b}_i = T_{NG}(d_i, \lambda), \quad (32)$$

$$T_{NG}(x, \lambda) = f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x - \frac{\lambda^2}{x} & \text{pro } |x| > \lambda \end{cases} \quad (33)$$



Obr. 16: Prahování nezápornou garotou $\lambda = 2$

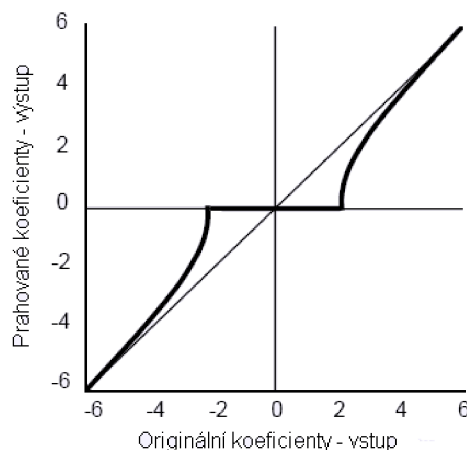
5.4.1.5 Prahování hyperbolické

Při hyperbolickém prahování (obr. 17) je odhad vlnkových koeficientů

$$\tilde{b}_i = T_{HYP}(d_i, \lambda). \quad (34)$$

Prahovací funkce je definována jako

$$T_{HYP}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ \text{sgn}(x) \cdot \sqrt{x^2 - \lambda^2} & \text{pro } |x| > \lambda \end{cases} \quad (35)$$



Obr. 17: Hyperbolické prahování $\lambda = 2$

5.4.2 Volba prahů

Při odstraňování šumu je velikost prahů potřeba volit s ohledem na úroveň šumu v daném pásmu filtrované oblasti. Jestliže bychom vynulovali všechny koeficienty daného pásma, tak zcela odstraníme složky šumu, ale také užitečnou informaci signálu a po zpětné rekonstrukci bychom získali poškozený původní signál. Při úpravách koeficientů je nutné zohledňovat úroveň směrodatné odchylky σ_w a rozptylu σ_w^2 opravit šumu w . Je-li úroveň šumu nižší, jsou také prahové hodnoty menší a snižuje se i poškození užitečného signálu. Na parametrech šumu jsou založeny tzv. univerzální a empirické prahy vycházející zobecněného Gaussova rozložení koeficientů [11].

5.4.2.1 Univerzální práh

Tento práh byl odvozen pro aditivní bílý šum s Gaussovským rozdělením a jeho absolutní velikost je v každém pásmu stejná:

$$\lambda = \sigma_w \cdot \sqrt{2 \log(N)} \quad (35)$$

Vztah patří k nejjednoduššímu způsobu odstranění šumu při znalosti směrodatné odchylky šumu, jehož velikost je v praxi velká pro libovolné N . Proto je lepší zavést další tzv. modifikovaný univerzální práh:

$$\lambda = \sigma_w \sqrt{2 \log(N)} \cdot k, \text{ kde } k \in (0,1). \quad (36)$$

5.4.2.2 Empirický práh

Pokud univerzální práh neposkytuje uspokojivé výsledky, nabízí se jako nejjednodušší možnost násobit směrodatnou odchylku šumu empirickou konstantou K , výsledkem je pak prahová hodnota:

$$\lambda = K \cdot \sigma_w \quad (37)$$

popř. prahové hodnoty pro každé pásmo zvlášť:

$$\lambda = K \cdot \sigma_{wm} \quad (38)$$

6 Vyjadřování poměru signálu k šumu

6.1 Směrodatná odchylka

Směrodatná odchylka je v teorii pravděpodobnosti a statistiky definována jako míra statického rozptylu vstupních hodnot. Směrodatná odchylka se označuje σ a je definována jako efektivní hodnota odchylky mezi vlastní skutečnou hodnotou jedné vstupní hodnoty a její střední hodnotou. Popisuje jak moc se od sebe liší typické případy v souboru zkoumaných dat. Je-li odchylka malá jsou si prvky souboru většinou navzájem podobné, a naopak velká směrodatná odchylka signalizuje velké vzájemné odlišnosti. Pokud jsou si všechny prvky rovny je odchylka nulová [12].

Směrodatná odchylka náhodných diskretních proměnných je efektivní hodnotou rozdílu mezi hodnotou x -té vstupní veličiny a střední hodnotou čeho. Z reálných hodnot se počítá podle následujícího vztahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (39)$$

kde \bar{x} je střední hodnota podle vztahu a x_i je hodnota x - té vstupní veličiny

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (40)$$

6.2 Poměr signál šum (SNR)

Obrazová data se skládají z užitečného signálu a šumu. Poměr užitečného signálu a šumu se označuje SNR. Větší poměr SNR znamená lepší kvalitu obrazu a šum je v obraze méně patrný. Absolutní hladinu signálu nelze uvažovat, proto se musí posuzovat vzhledem k užitečnému signálu. Poměr SNR se používá při zpracování obrazu jako fyzikální měření citlivosti zobrazovacího systému. Při výpočtech se často používá vztahu $20 \log(\text{SNR})$ jehož jednotkou je decibel (dB). SNR je definovaným standardem ISO (International Standard Organisation) [12].

V moderních zobrazovacích senzorech a systémech se pro výpočet SNR používá střední hodnoty a směrodatné odchylky signálu.

$$SNR = \frac{\mu_{Sig}}{\sigma_{\mu_{Sig}}} \quad (41)$$

Jestliže by se směrodatná odchylka blížila nule, blížil by se poměr SNR nekonečnu. Proto použijeme vztahu

$$SNR = \frac{Signál}{RMS_{šumu}} \quad (42)$$

$RMS_{šumu}$ je efektivní hodnota šumu.

Hodnota *Signál* je počítán podle vztahu

$$\text{Signál} = \mu_{\text{Sig}} - \mu_{\text{Pozadí}}, \quad (43)$$

kde μ_{Sig} je střední hodnota signálu, $\mu_{\text{Pozadí}}$ je střední hodnota pozadí.

RMS šumu v rovnici (42) je efektivní hodnota, která se počítá podle vztahu

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(X_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right)^2}{n}}, \quad (44)$$

kde n je číslo řádku v signálu nebo v pozadí, X_i je i -tá hodnota řádku v signálu nebo v pozadí.

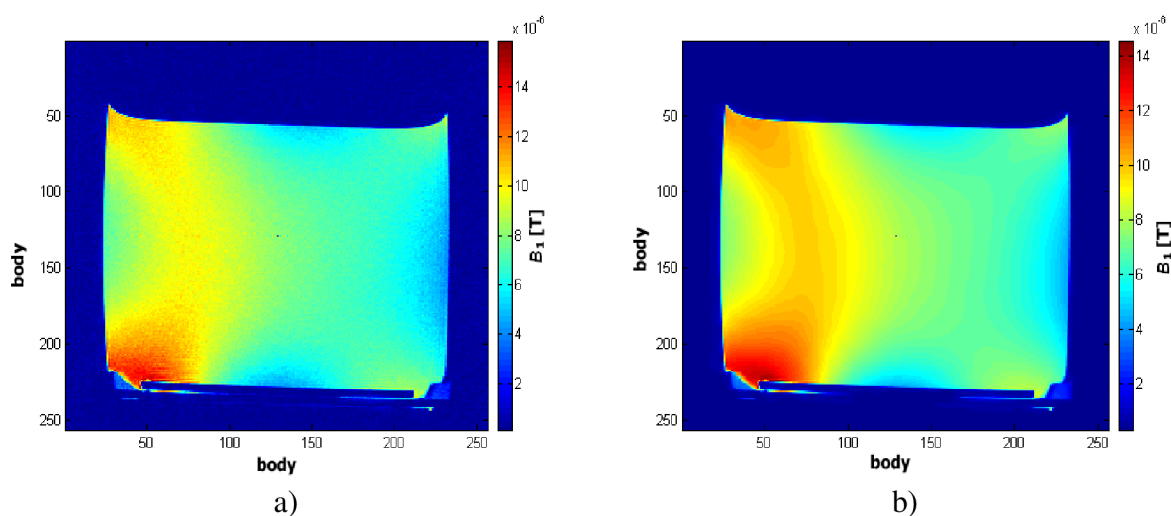
7 Experimentální část

7.1 Filtrace snímků magnetického pole

V této části bakalářské práce se budu zabývat filtrováním obrazů pořízených na MR tomografu 4,7 T (200 MHz) na Ústavu přístrojové techniky Akademie věd České republiky. Měření obrazů proběhlo se ziskem ve VF trase od -6 dB do 6 dB. Měřeným vzorkem byla krychlová nádoba s rozměry 45x45x45 mm, naplněná roztokem tvořeným vodou, síranem nikelnatým a chloridem sodným. Rozměry obrazů jsou 60x60 mm. V první části provedu filtraci a následně zhodnocení kvality filtrace na obrazech map magnetického pole B_1 se ziskem vysokofrekvenčního vysílače -6dB.

Obraz jsem před samotnou filtrací uložil v programu MAREVESI jako komplexní data do formátu .mat, aby jej bylo možné dále upravovat v programu MATLAB. MAREVESI je programové prostředí ke zpracování signálů magnetické rezonance. Následně jsem tento soubor otevřel v příkazovém okně v MATLABu. Tímto dojde k jeho rozložení na jednotlivé proměnné, které jsou zobrazeny v pracovním poli (workspace). Proměnná DATA obsahuje jednotlivé body mapy převedené na komplexní čísla. Převedením této komplexní proměnné na absolutní hodnotu a použitím příkazu `imagesc(N)` (N značí proměnnou, do které si uložíme absolutní hodnotu z DATA), dojde k vykreslení mapy magnetického pole. Tato mapa je uvedena na obr. 18. Tmavé a světle modré barvy vymezují oblasti kde je nejmenší intenzita magnetického pole. Naopak žlutá a oranžová místa s rostoucí intenzitou a červená a rudá s nejvyšší. Pro vykreslení ekvipotenciálních čar jsem použil funkci `contour(N, m` udává počet ekvipotenciálních úrovní).

Na obr. 18 je uvedena mapa magnetického pole B_1 před a po zpracování Haarovou vlnkou. Největší intenzitu nehomogenity vysokofrekvenčního magnetického pole, lze vidět na obou snímcích v levém dolním rohu. Vysokofrekvenční magnetické pole má maximální hodnotu indukce $14 \mu\text{T}$, nejvyšší hodnota před filtrací je určena $15,26 \mu\text{T}$ a minimální kolem $4 \mu\text{T}$, nejnižší hodnota před filtrací je určena $3,83 \mu\text{T}$.

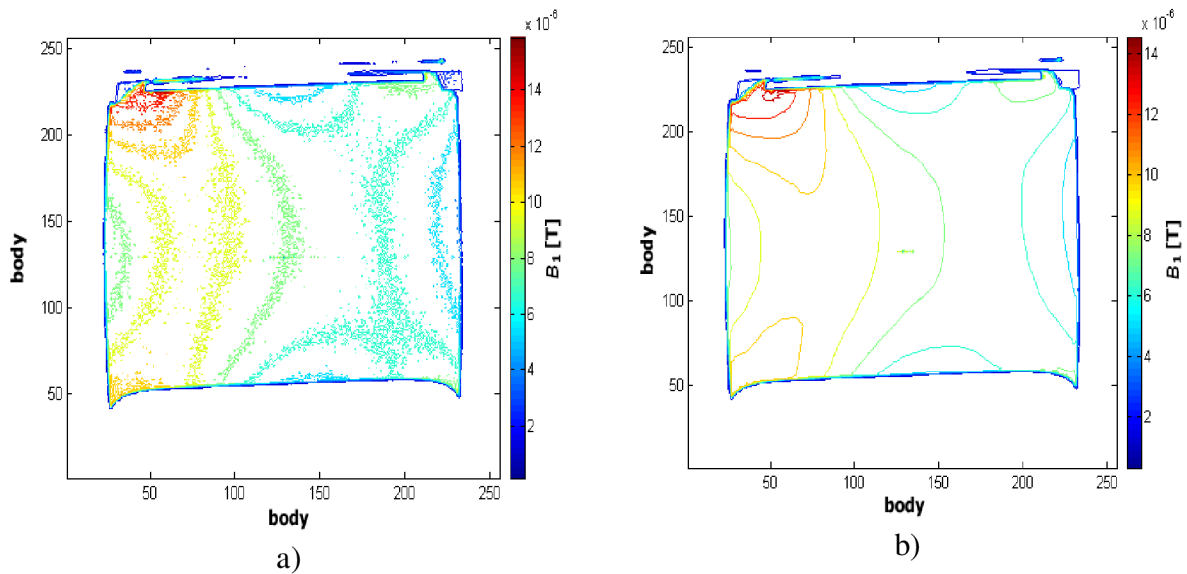


Obr. 18: Mapa magnetického pole B_1 -6dB

a) před filtrací, b) po filtraci

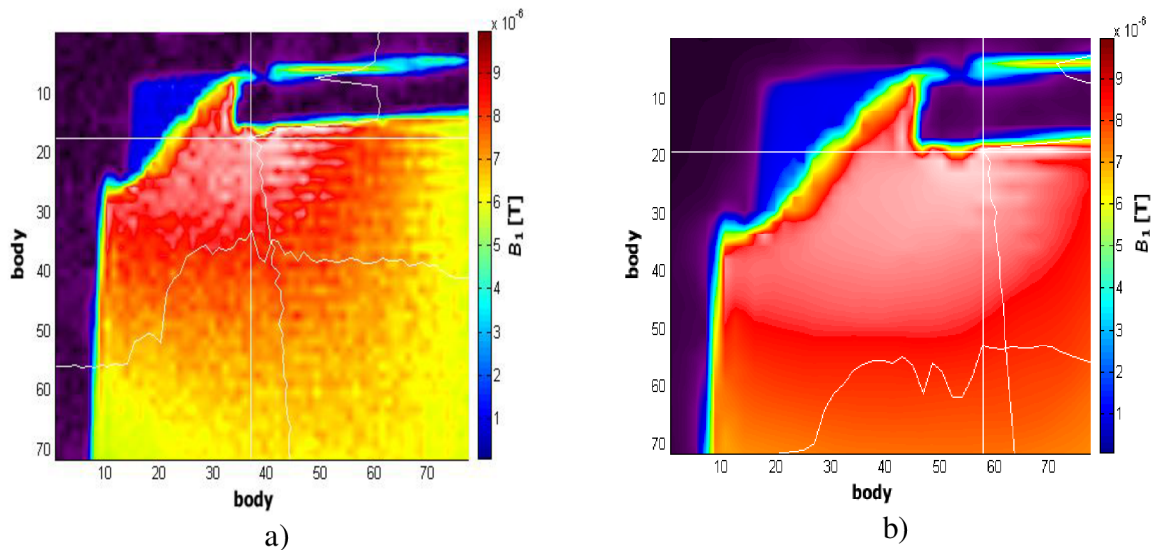
Původní obrazy jsou zatíženy šumem. K jeho odstranění (ke zlepšení poměru SNR) jsem použil Haarovu vlnku s počtem rozkladů 5. Haarova vlnka je popsána v kapitole 5.2.4.4.

Prahovací technikou je měkké prahování. Na obr. 19 jsou vidět ekvipotenciální čáry pole B_1 před filtrací a po filtraci Haarovou vlnkou. Zde můžeme posoudit úspěšnost filtrace podle hladkosti čar.

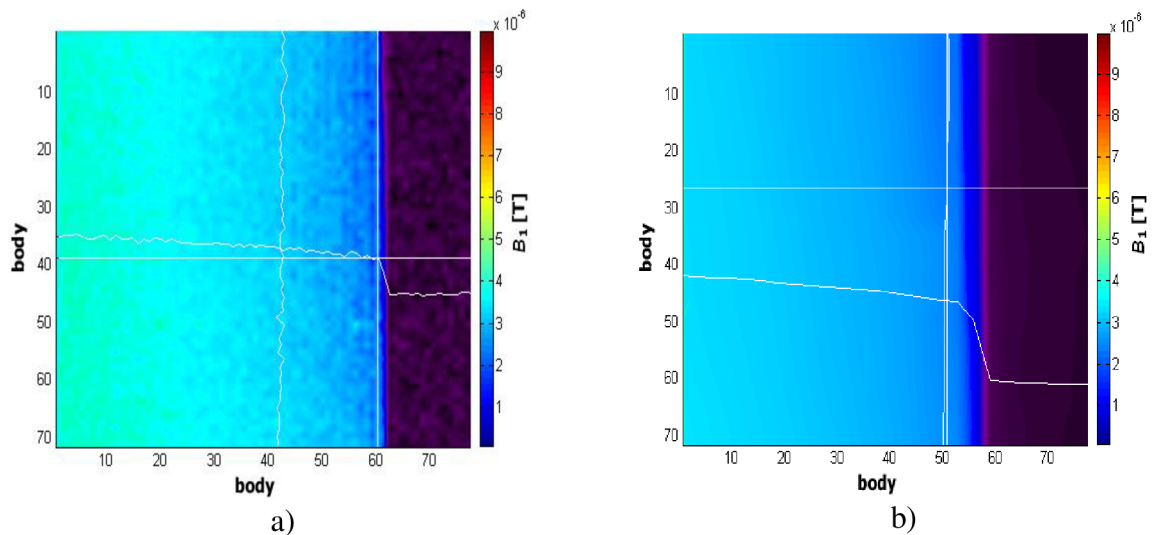


Obr. 19: Ekvipotenciální čáry pole B_1 -6dB
a) před filtrací, b) po filtraci

Na obr. 20 je zobrazen detail oblasti s nejvyšší intenzitou magnetického pole před filtrací a stejné oblasti po filtraci. Na obr. 21 je vidět detail oblasti s nejnižší intenzitou magnetického pole a tentýž obraz zpracovaný filtrací. Nejvyšší hodnoty intenzity magnetického pole jsou vyznačeny protínajícími se čarami. Maximální hodnota indukce je $14,61 \mu\text{T}$ a minimální $4,45 \mu\text{T}$. Srovnáním hodnot indukce po filtraci s hodnotami před filtrací lze říci, že filtrace jednotlivé obrazy vyhladila a proto nelze nalézt původní maximální a minimální hodnoty intenzity magnetického pole.



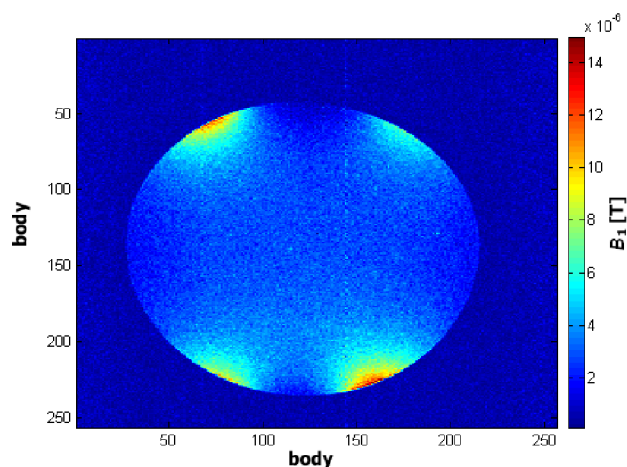
Obr. 20: Detail nejvyšší hodnoty indukce pole B_1 -6dB
a) před filtrací, b) po filtraci



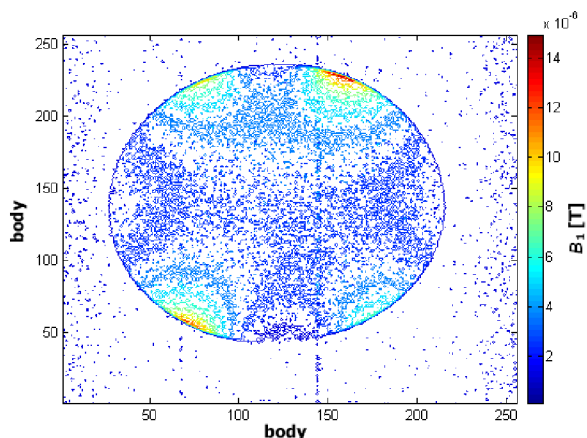
Obr. 21: Detail nejnižší hodnoty indukce pole B_1 -6dB
 a) před filtrací, b) po filtraci

V následující části práce jsem nejen odstraňoval šum z obrazů ale také určoval SNR v zadaném obrazu a to před i po filtraci. Původním obrazem byl snímek pole vysokofrekvenční cívky MR tomografu, na kterou kolmo působí indukce magnetického pole B_1 . Původní obraz jsem filtroval různými druhy vlněk tak, aby výsledná mapa magnetického pole a jeho ekvipotenciální čáry byly co nejhladší. Snímek malé cívky jsem znovu uložil v programu MAREVESI do formátu .mat, aby jej bylo možné dále upravovat v programu MATLAB.

Na obr.22 je uveden původní obraz zatížený šumem a na obr.23 jsou zobrazeny ekvipotenciální čáry zatížené šumem. Při filtraci jsem použil různé druhy vlněk. Prahovací technikou je měkké prahování. Podle hladkosti ekvipotenciálních čar se dá určit úspěšnost filtrace.



Obr. 22: Původní obraz pole VF cívky

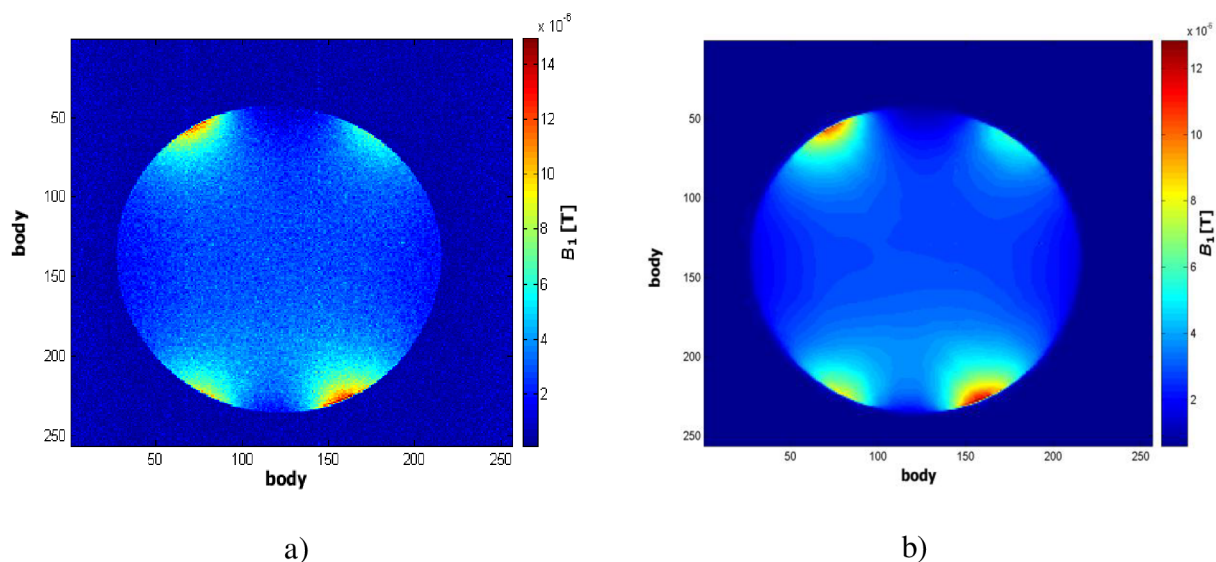


Obr. 23: Ekvipotenciální čáry z původního obrazu pole

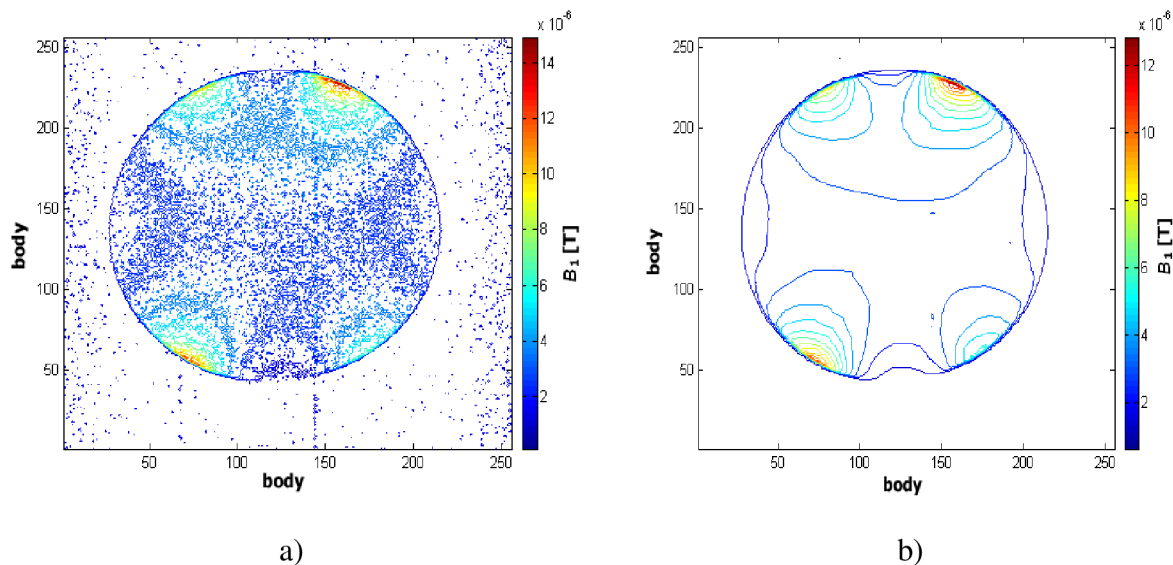
Pro porovnání vhodnosti různých typů vlnek jsem při filtraci použil následující čtyři typy ortogonálních vlnek: Haarovu, Coiflet 1. řádu, Daubechies 4. řádu a Symlets 4. řádu. Níže jsou uvedeny výsledky těchto filtrací.

Filtrace Haarovou vlnkou (*haar*) s počtem rozkladů 5. Haarova vlnka je popsána v kapitole 5.2.4.4. Prahovací technikou je měkké prahování.

Na obr. 24 je uvedena původní mapa magnetického pole a mapa magnetického pole cívky po filtraci Haarovou vlnkou. Tuto mapu považuji za nejkvalitnější, Haarovu vlnku za nejúčinnější z těch, které jsem použil. Na obr. 25 jsou vidět ekvipotenciální čáry cívky před filtrací a po filtraci. Podle jejich hladkosti můžeme usoudit, že filtrace Haarovou vlnkou byla úspěšná a odstranila šum.



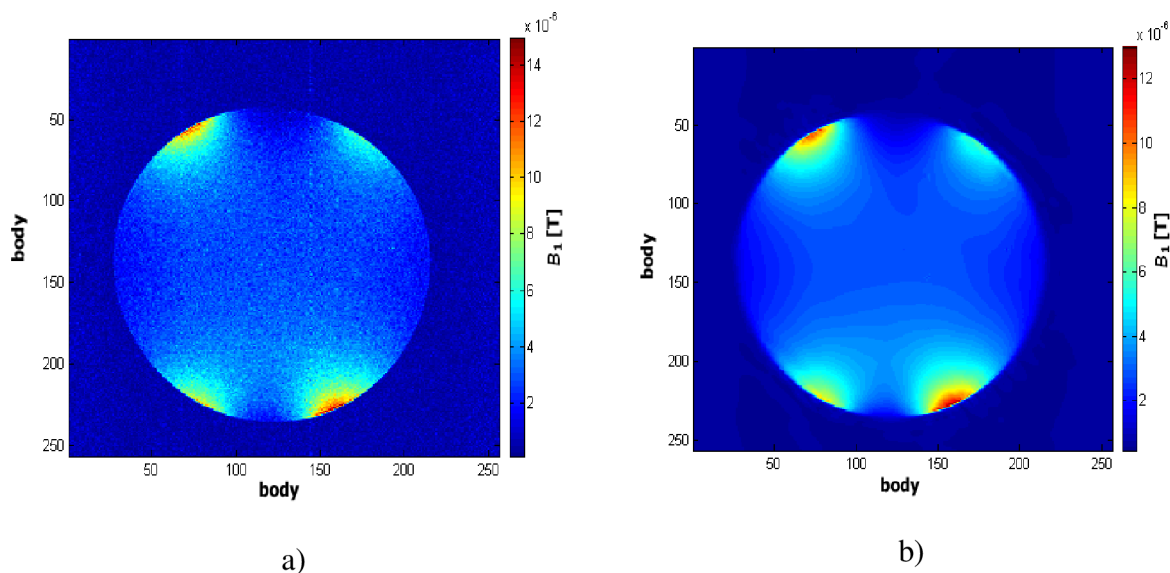
Obr. 24: Mapa magnetického pole VF cívky
a) před filtrací, b) po filtraci vlnkou Haar



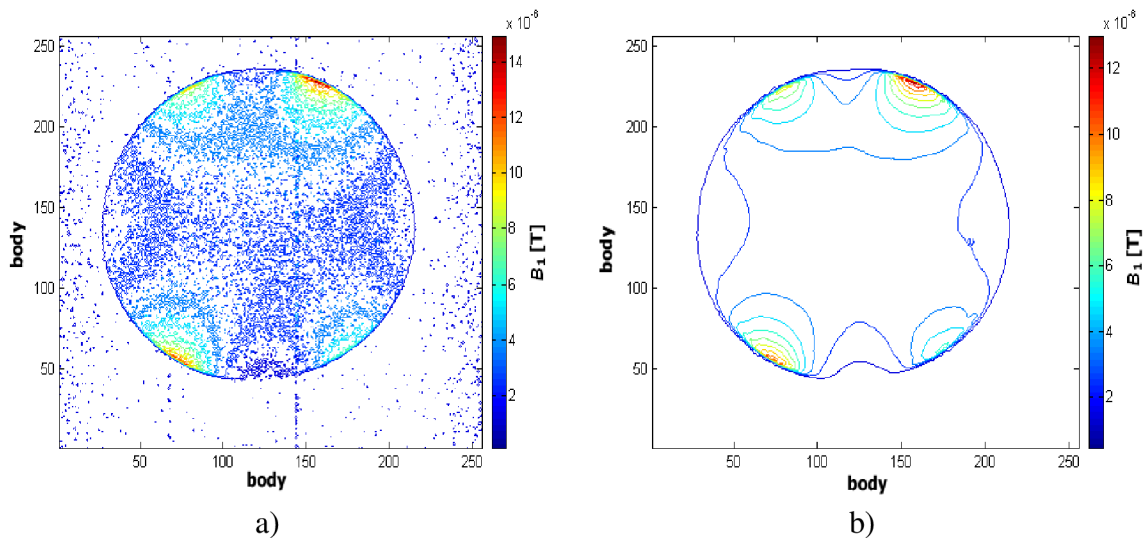
Obr. 25: Ekvipotenciální čáry VF cívky
 a) před filtrací, b) po filtraci vlnkou Haar

Filtrace vlnkou Coiflet1 (*coif1*) s počtem rozkladů 5. Prahovací technikou je měkké prahování.

Na obr. 26 je vidět původní mapu magnetického pole a mapu cívky po filtraci vlnkou Coiflets1. V porovnání s mapou zpracovanou vlnkou Haar na obr. 24b) je filtrace vlnkou Coiflets1 méně kvalitní. Na obr. 27 jsou vidět ekvipotenciální čáry cívky před filtrací a po filtraci. Ekvipotenciální čáry po filtraci se zdají být dostatečně hladké, ale kvality čar z obr. 25b) nedosahují.



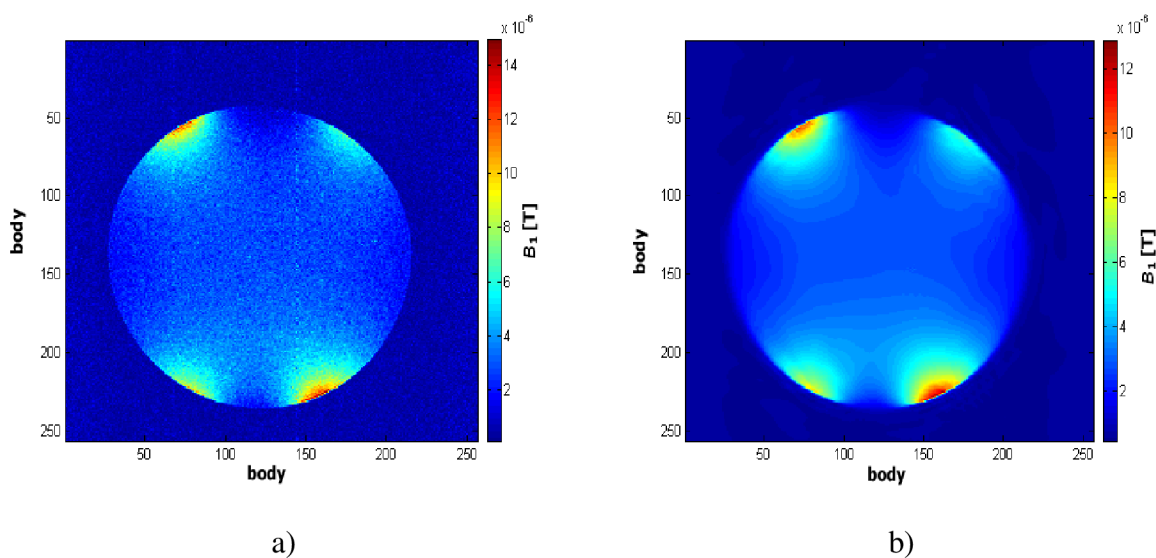
Obr. 26: Mapa magnetického pole VF cívky
 a) před filtrací b) po filtraci vlnkou Coiflet1



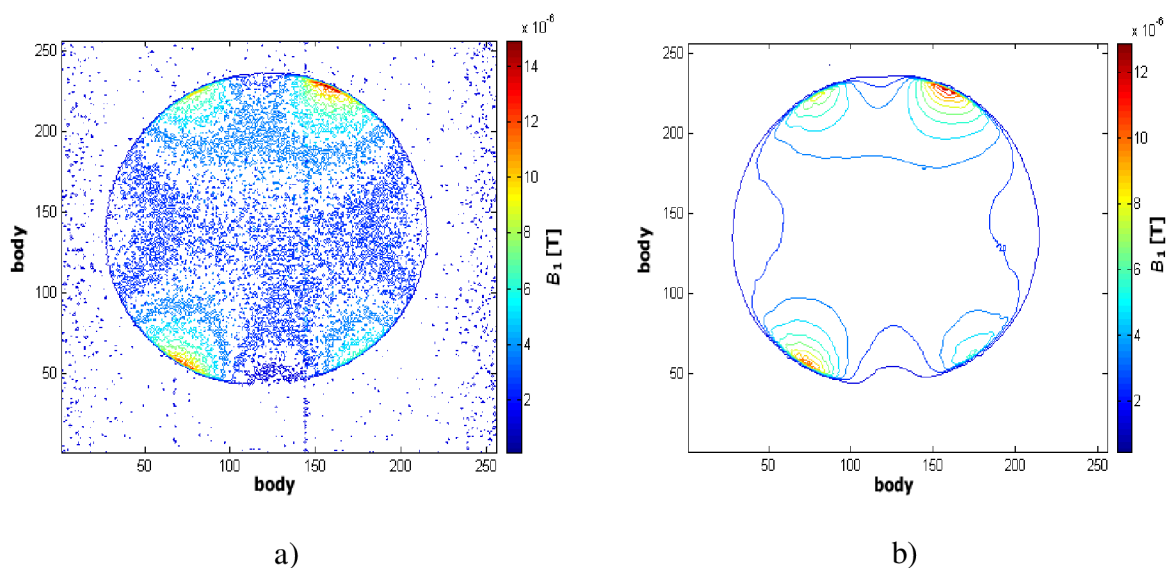
Obr. 27: Ekvipotenciální čáry VF cívky
 a) před filtrací b) po filtraci vlnkou Coiflet1

Filtrace vlnkou Daubechies4(*db4*) s počtem rozkladů 5. Vlnka Daubechies je popsána v kapitole 5.2.4.5. Prahovací technikou je měkké prahování.

Na obr. 28 je vidět původní mapa magnetického pole cívky a filtrovaná mapa pole cívky po filtraci vlnkou Daubechies4. Vlnka úspěšně odstranila šum a filtrovaná mapa je velmi podobná mapě po filtraci vlnkou Coiflets1 na obr. 26b) a po filtraci vlnkou Symlets4 na obr. 30b). Na obr. 29 jsou vidět ekvipotenciální čáry před filtrací a ekvipotenciální čáry po filtraci. Ekvipotenciální čáry na obr. 29b) jsem po porovnání s ostatními vyhodnotil jako nejméně hladké a čisté.



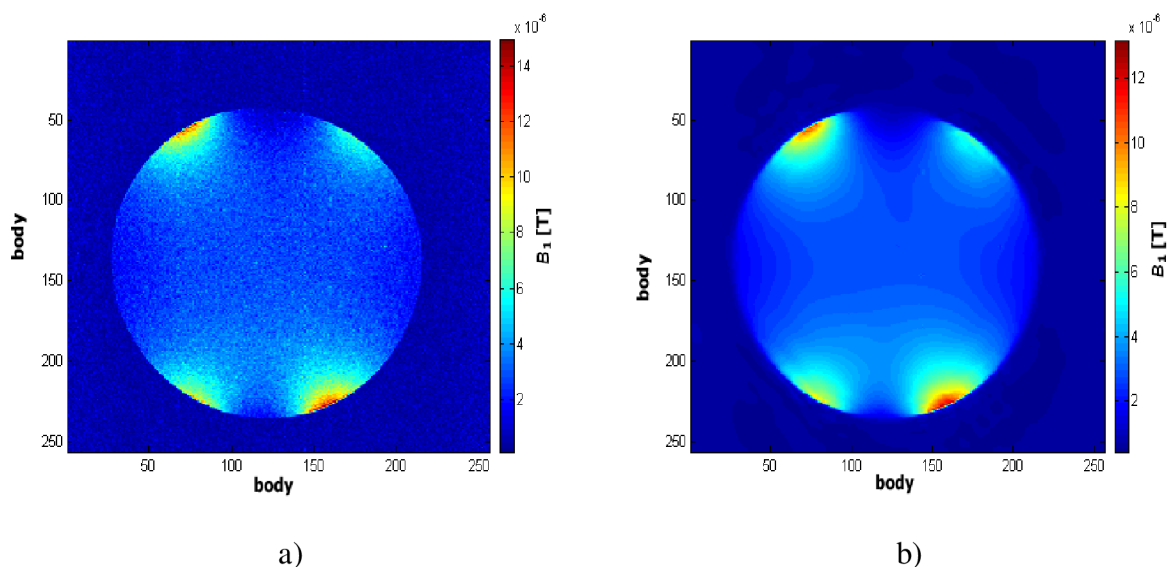
Obr. 28: Mapa magnetického pole VF cívky
 a) před filtrací, b) po filtraci vlnkou Daubechies4



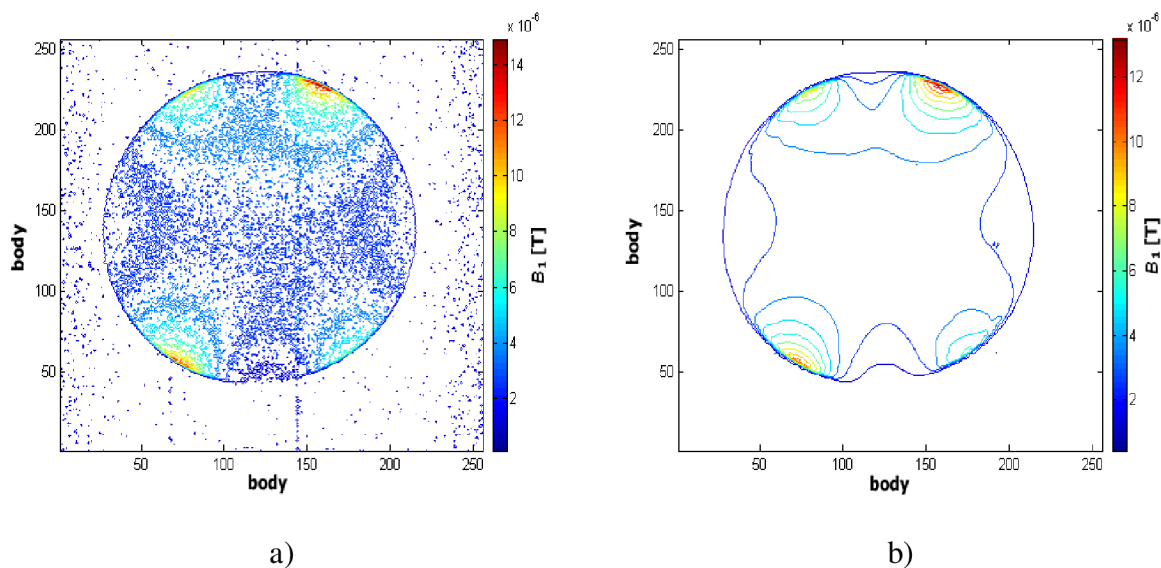
Obr. 29: Ekvipotenciální čáry VF cívky
 a) před filtrací b) po filtraci vlnkou Daubechies4

Filtrace vlnkou *Symlets4(sym4)* s počtem rozkladů 5. Prahovací technikou je měkké prahování.

Na obr. 30 je vidět původní mapu magnetického pole a mapu magnetického pole cívky po filtraci vlnkou *Symlets4*. Hodně se shoduje s mapou po filtraci vlnkou *Coiflets1* na obr. 26b) a po filtraci vlnkou *Daubechies4* na obr. 28)b). Na obr. 31 jsou vidět ekvipotenciální čáry před filtrací a ekvipotenciální čáry po filtraci. Ekvipotenciální čáry jsou hladké a čisté, ale čáry na obr. 25b považují za nejlepší.



Obr. 30: Mapa magnetického pole VF cívky
 a) před filtrací b) po filtraci vlnkou *Symlets4*



Obr. 31: Ekvipotenciální čáry VF cívky
 a) před filtrací b) po filtraci vlnkou Symlets4

Z originálního obrazu a každého vyfiltrovaného obrazu jsem určil poměr SNR (signál/šum). Tento poměr jsem určoval ze střední hodnoty signálu a efektivní hodnoty šumu, hodnoty jsem zjistil přímo v programu MAREVISI. Střední hodnoty signálu jsem určoval z homogenní části obrazu o souřadnicích $x = 100$ bodů a $y = 130$ bodů a efektivní hodnoty z oblasti nejvíce postižené šumem o souřadnicích $x = 50$ bodů a $y = 230$ bodů.

použitá vlnka	žádná	Haar	Coiflet1	Daubechies 4	Symlets4
střední hodnota signálu	$2,775 \cdot 10^{-6}$	$2,839 \cdot 10^{-6}$	$2,834 \cdot 10^{-6}$	$2,849 \cdot 10^{-6}$	$2,837 \cdot 10^{-6}$
efektivní hodnota šumu	$3,127 \cdot 10^{-7}$	$2,675 \cdot 10^{-9}$	$4,478 \cdot 10^{-9}$	$4,844 \cdot 10^{-9}$	$3,237 \cdot 10^{-9}$
SNR	8,87	1061,30	532,38	588,15	876,42

Tab. 1: Hodnoty pro výpočet SNR

Z hodnot SNR uvedených v tabulce lze zjistit, že nejméně vhodná vlnka pro filtraci je vlnka Coiflet 1. řádu s poměrem 532,38 a vlnka Daubechies 4. řádu s poměrem 588,15. Dobrý poměr SNR má vlnka Symlets 4. řádu, 876,42. Nejlepší poměr 1061,30 je při filtraci Haarovou vlnkou. Nefiltrovaný obraz má poměr 8,87.

7.2 Filtrace MR obrazů čelistního kloubu

V této kapitole experimentální části bakalářské práce jsem se zabýval protišumovou filrací MR obrazů čelistního kloubu. Čelistní kloub (temporomandibulární kloub) patří k malým kloubům, nicméně také k nejsložitějším a nevytíženějším kloubům lidského těla.

Snímky čelistního kloubu byly pořízeny na tomografu ve Fakultní nemocnici v Brně Bohunicích výrobce Phillips s indukci základního magnetického pole 1,5 T. V každém řezu čelistního kloubu byly pořízeny dva snímky s rozdílnými časy spinového echa, a to $T_E = 20$ ms a $T_E = 90$ ms. Pro filraci jsem využil snímek s časem spinového echa 20 ms, protože na snímku s časem 90 ms je špatně čitelná užitečná informace a z hlediska posuzování lékařem je nepoužitelný.

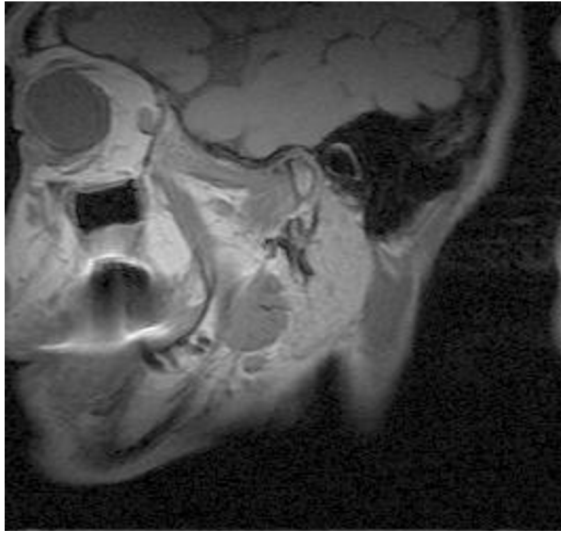
K odstranění šumu ze snímku čelistního kloubu jsem využil metodu vlnkové transformace pro 2D signály, která je součástí rozhraní Wavelet Toolbox programového prostředí MATLAB. Navržená filtrační metoda rozkládá vstupní obraz do posloupnosti vlnkových koeficientů. Rozklad na vstupu je ovlivněn vybranou vlnkou, ale i stupněm rozkladu. Vstupní koeficienty jsou upraveny prahovací technikou, která vhodnou velikostí prahů změní hodnoty vstupních koeficientů. Takto upravené koeficienty jsou použity ke zpětné rekonstrukci obrazového signálu. Hodnoty prahů v každém stupni rozkladu jsou nastaveny souhrnným univerzálním prahem, protože po výběru vlnkové funkce dojde k nastavení stejných prahů v každém stupni rozkladu. Hodnoty prahů lze dodatečně ručně přenastavit v každém stupni rozkladu. Zpětnou rekonstrukci bychom měli dostat původní obraz, který není zatížen šumem.

Snímky, na které byla aplikována navržená filtrační metoda můžeme hodnotit podle následujících kritérií:

1. Poměrem SNR – zjištění šumu ze zašuměné oblasti bez signálu a užitečného signálu z homogenní oblasti.
2. Strmostí intenzity signálu – určení strmosti intenzity užitečného signálu v homogenní oblasti.
3. Subjektivní – zhodnocení lékařem.

Pro filraci snímků zatížených šumem jsem použil různé druhy vlnek a uvedl ty, které nejefektivněji šum odstraňují a neodstraňují přitom důležité informace ve snímku. Pro zobrazování snímků a následné určování poměru SNR jsem opět využil program MAREVISI.

Na obr. 32 je vidět původní snímek čelistního kloubu s časem $T_E = 20$ ms a detail čelistního kloubu zatížený šumem a tím je zhoršena šance lékaře správně odhadnout poškození tkáně..



a)



b)

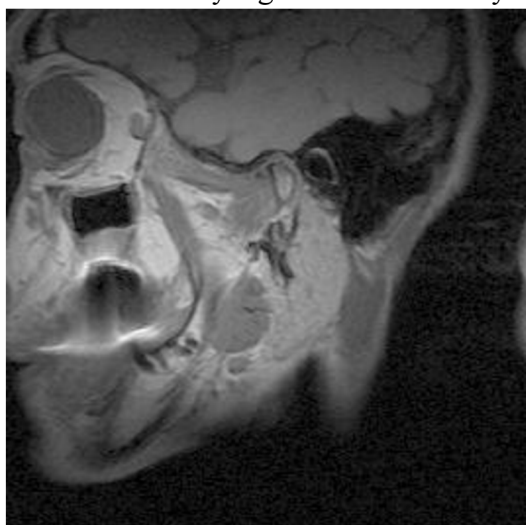
Obr. 32: Snímky a) původní obraz čelistního kloubu s časem $T_E = 20$ ms
b) detail čelistního kloubu

7.2.1 Filtrace snímků čelistního kloubu pomocí ortogonálních vlnek

Při filtraci pomocí ortogonálních vlnek jsem využil vlnku Symlet 4. řádu, vlnku Coiflet 4. řádu, vlnku Daubechies 6. řádu a vlnku Haarovu. Všechny tyto vlnky jsou popsány v kapitole 5.2.4. Pro prahování vlnkových koeficientů jsem vybral techniku měkkého prahování, protože potlačuje lépe šum než prahování tvrdé, a to u všech použitých vlnek.

Při filtraci vlnkou Symlet řádu 4 byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 2$. Prahy byly nastaveny ve všech úrovních a detailech na úroveň $\lambda = 83,84$.

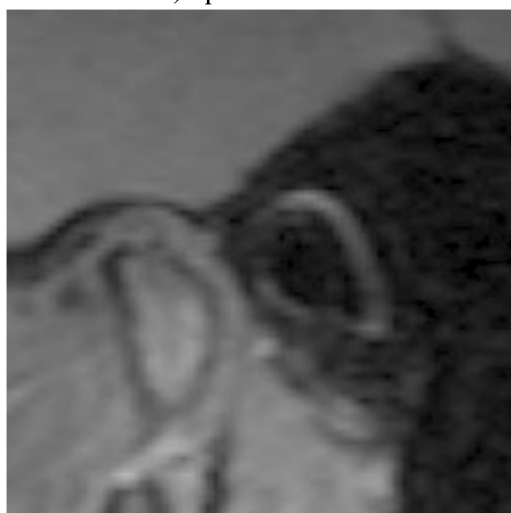
Vlnka Symlet 4. řádu při aplikaci navržené filtrační metody dobře odstranila šum a nepoškodila užitečný signál ve snímku. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 33.



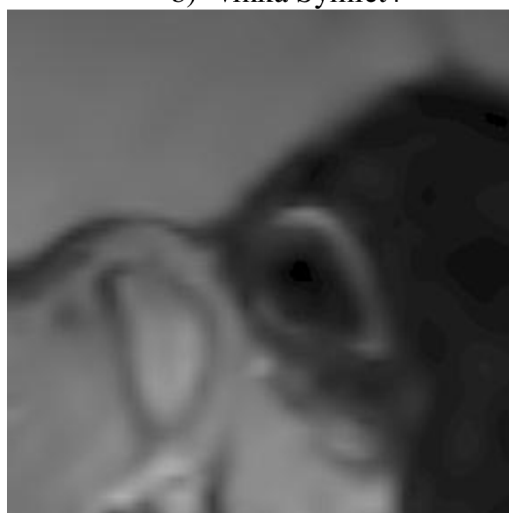
a) původní snímek



b) vlnka Symlet4



c) původní snímek detailu kloubu

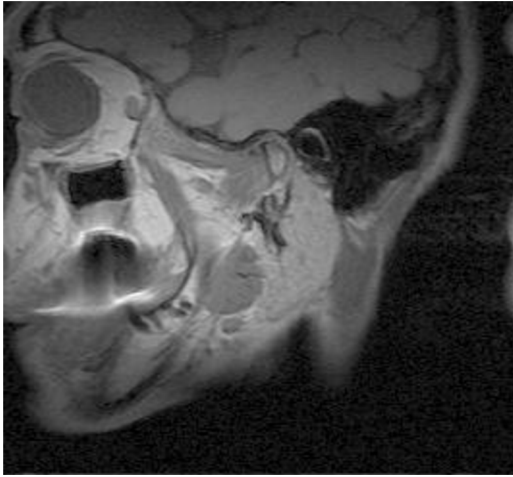


d) filtrovaný snímek detailu kloubu

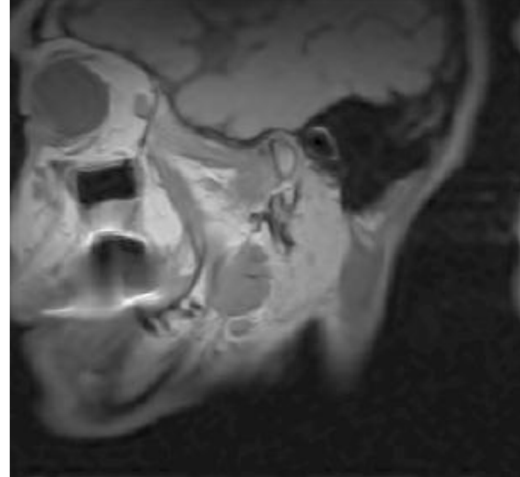
Obr. 33: Filtrace vlnkou Symlet 4. řádu: a) původní snímek, b) filtrace vlnkou Symlet 4, c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci vlnkou Symlet 4. řádu

Při filtraci vlnkou Coiflet řádu 4 byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 2$. Velikosti prahů byly nastaveny ve všech úrovních a detailech souhrnně na úroveň $\lambda = 88,68$.

Vlnka Coiflet 4. řádu při aplikaci navržené filtrační metody odstranila šum nejlépe ze všech ortogonálních vlnek a také nepoškodila užitečný signál ve snímku. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 34.



a) původní snímek



b) vlnka Coiflet4



c) původní snímek detailu kloubu

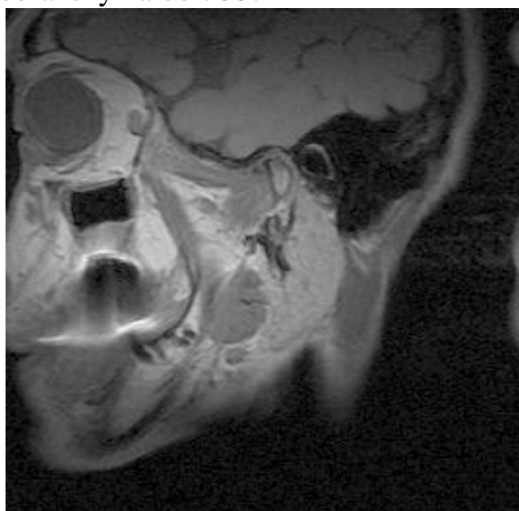


d) filtrovaný snímek detailu kloubu

Obr. 34: Filtrace vlnkou Coiflet 4. řádu: a) původní snímek, b) filtrace vlnkou Coiflet 4, c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci vlnkou Coiflet 4. řádu

Při filtraci vlnkou Daubechies řádu 6 byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 2$. Velikosti prahů byly nastaveny ve všech úrovních a detailech souhrnně na úroveň $\lambda = 70,96$.

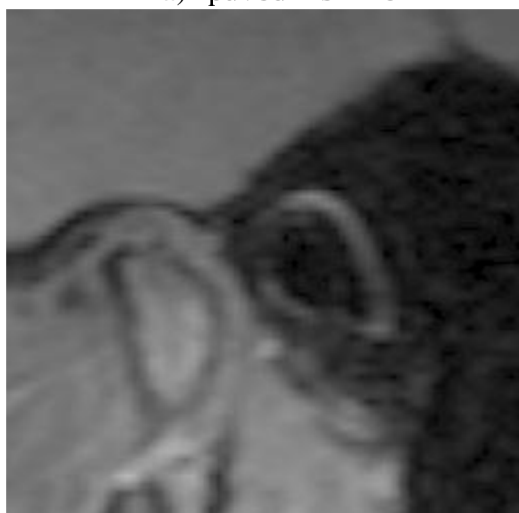
Vlnka Daubechies 6. řádu při aplikaci navržené filtrační metody odstranila šum lépe než vlnka Symlet 4. řádu, ale výsledků, kterých bylo dosaženo u filtrace vlnkou Coiflet 4. řádu, nedosáhla. Ke ztrátě užitečného signálu ve snímku nedošlo. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 35.



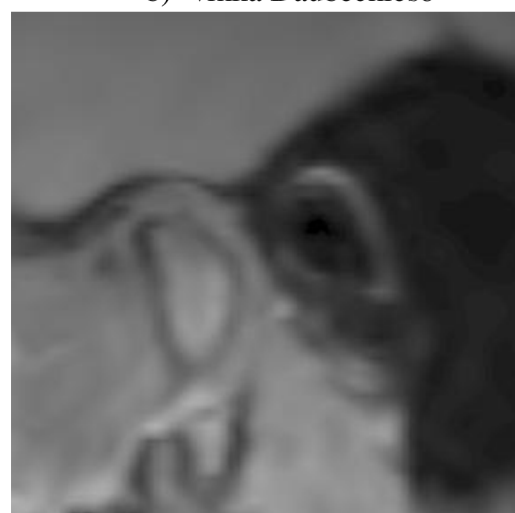
a) původní snímek



b) vlnka Daubechies6



c) původní snímek detailu kloubu

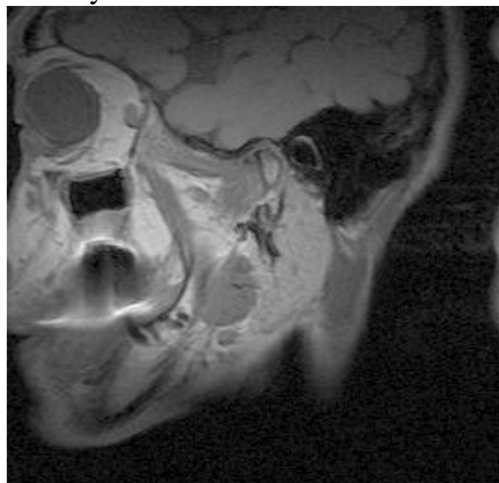


d) filtrovaný detail snímku kloubu

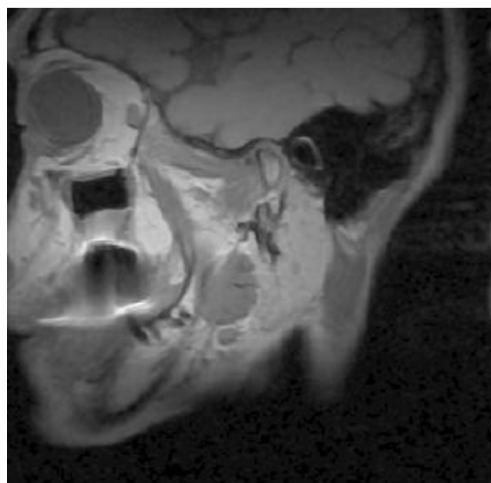
Obr. 35: Filtrace vlnkou Daubechies 6. řádu: a) původní snímek, b) filtrace vlnkou Daubechies6, c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci vlnkou Daubechies 6. řádu

Při filtraci Haarovou vlnkou byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 1$. Velikosti prahů byly nastaveny ve všech úrovních a detailech souhrnně na úroveň $\lambda = 93,70$.

Haarova vlnka při aplikaci navržené filtrační metody šum odstranila nedostatečně ale nepoškodila užitečný signál ve snímku. I přes to, že tato vlnka nepoškodila užitečný signál nelze ji použít pro odstraňování šumu z obrazů stejného typu. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 36.



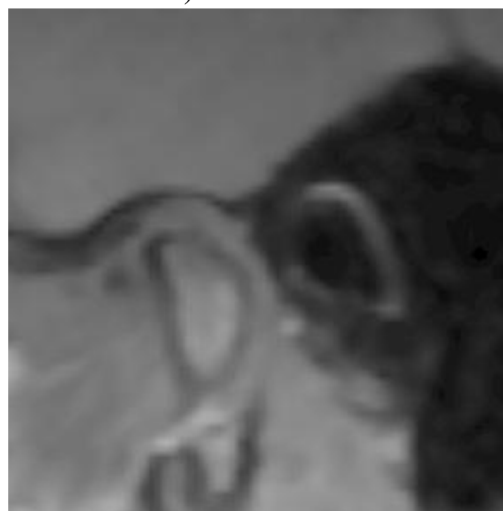
a) původní snímek



b) Haarova vlnka



c) původní snímek detailu kloubu



d) filtrovaný detail snímku kloubu

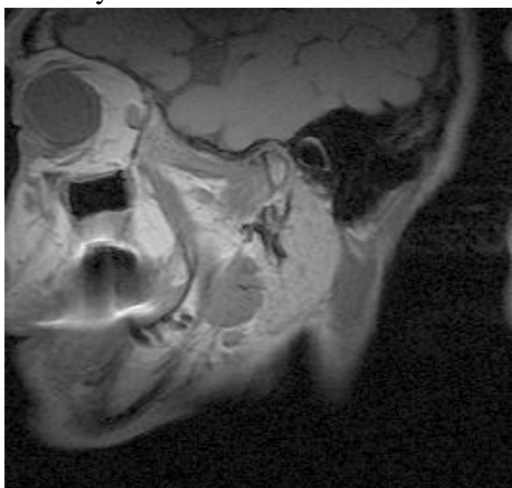
Obr. 36: Filtrace Haarovou vlnkou: a) původní snímek, b) filtrace Haarovou vlnkou
c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci Haarovou vlnkou

7.2.2 Filtrace snímků čelistního kloubu pomocí biortogonálních vlnek

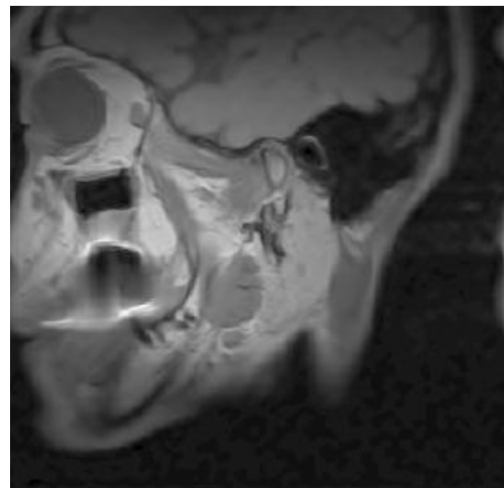
Při filtraci pomocí biortogonálních vlnek jsem využil vlnky Bior2.4 a Rbio2.6. Všechny tyto vlnky jsou popsány v kapitole 5.2.4. Prahovací technikou je měkké prahování a to u všech použitých vlnek.

Při filtraci vlnkou Bior řádu 2.4 byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 2$. Velikosti prahů byly nastaveny ve všech úrovních a detailech souhrnně na úroveň $\lambda = 64,37$.

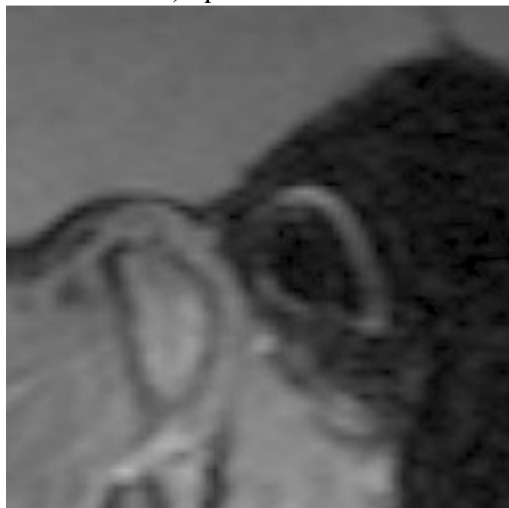
Vlnka Bior řádu 2.4 při aplikaci navržené filtrační metody odstranila šum lépe než vlnka Rbior řádu 2.6. Ke ztrátě užitečného signálu ve snímku nedošlo. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 37.



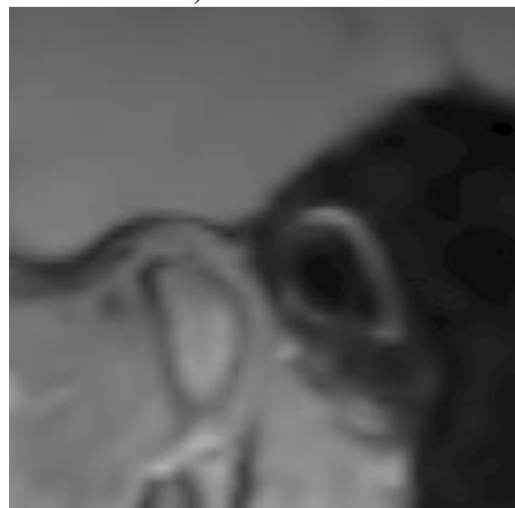
a) původní snímek



b) vlnka Bior2.4



c) původní snímek detailu kloubu

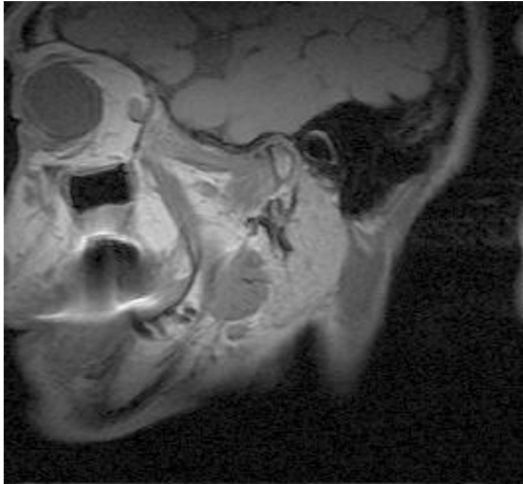


d) filtrovaný detail snímku kloubu

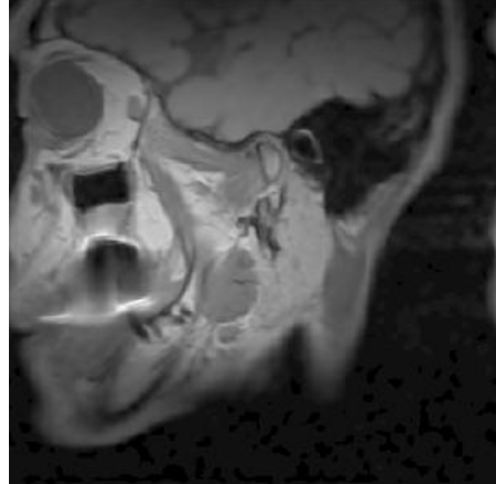
Obr. 37: Filtrace vlnkou Bior řádu 2.4: a) původní snímek, b) filtrace vlnkou Bior2.4, c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci vlnkou Bior řádu 2.4

Při filtraci vlnkou Rbio řádu 2.6 byla úroveň rozkladu nastavena na $L = 2$. Velikosti prahů byly nastaveny ve všech úrovních a detailech souhrnně na úroveň $\lambda = 70,23$.

Vlnka Rbio řádu 2.6 při aplikaci navržené filtrační metody odstranila šum dobře, ale kvalita vlnky Bior řádu 2.4 nedosáhla. Ke ztrátě užitečného signálu ve snímku nedošlo. Výsledky filtrace jsou vyobrazeny na obr. 38.



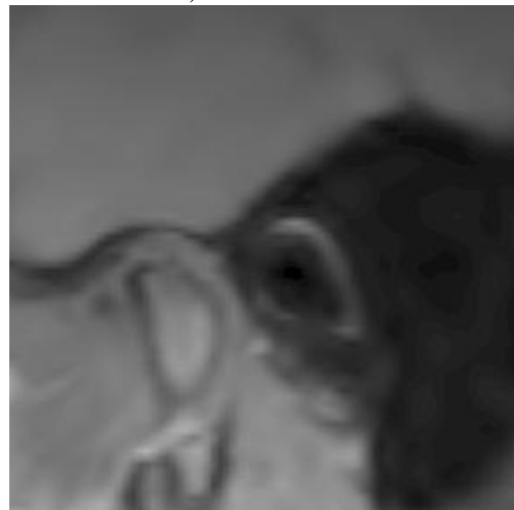
a) původní snímek



b) vlnka Rbio2.6



c) původní snímek detailu kloubu



d) filtrovaný detail snímku kloubu

Obr. 38: Filtrace vlnkou Rbio řádu 2.6: a) původní snímek, b) filtrace vlnkou Rbio2.6
c) původní nefiltrovaný detail, d) detail kloubu po filtraci vlnkou Rbio řádu 2.6

7.2.3 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí poměru signálu k šumu

Snímky, na kterých byla aplikována navržená filtrační metoda odstranění šumu, a je popsána v teoretické části, hodnotíme třemi kritérii. První kritérium podle kterého hodnotíme kvalitu je výpočet SNR. Větší SNR znamená lepší kvalitu obrazu a šum je v obraze méně patrný.

Na obr. 39 je vidět původní snímek čelistního kloubu. V oblasti, která je na snímku označena číslem 1 jsem zjišťoval střední hodnotu signálu (mean) a to i v obraze, který prošel filtrací. Číslem 2 je označena oblast, ve které jsem zjišťoval efektivní hodnotu šumu (RMS) před i po filtraci.



Obr. 39 Oblasti pro určování mean (oblast 1) a RMS (oblast 2)

použitá vlnka	ortogonální					biortogonální	
	žádná	Haar	Coiflet4	Symlet4	Daubechies 6	Bior2.4	Rbio2.6
střední hodnota signálu (mean)	1664,64	1662,33	1602,33	1655,8	1681,46	1673,97	1671,28
efektivní hodnota šumu (RMS)	10,55	4,78	3,07	3,38	3,43	2,87	3,13
SNR	157,78	347,76	521,93	489,88	537,20	583,26	533,95

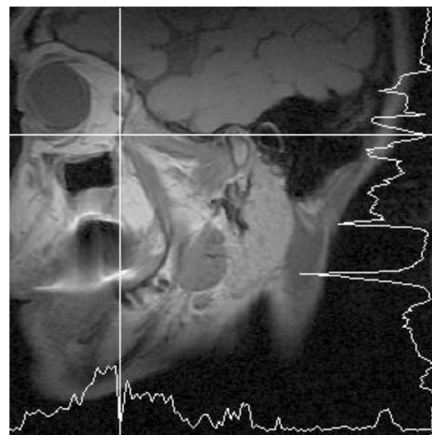
Tab. 2: Hodnoty pro výpočet SNR

Hodnocením kvality filtrace podle poměru SNR lze zjistit, že nejvhodnější vlnkou pro filtraci je biortogonální vlnka Bior2.4 s poměrem SNR 583,26 a z ortogonálních vlnek je to vlnka Daubechies 6. řádu. Dobrý poměr SNR 533,95 má biortogonální vlnka Rbio2.6. Dále mají dobrý poměr SNR ortogonální vlnky Coiflet 4. řádu 521,93 a vlnka Symlet 4. řádu 489,88. Nejméně vhodná vlnka pro filtraci je Haarova vlnka s poměrem 347,76. Nefiltrovaný snímek má poměr 157,78.

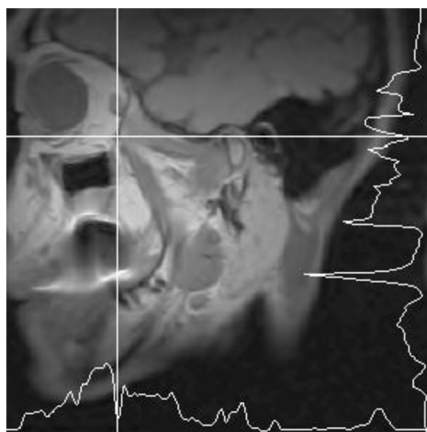
7.2.4 Hodnocení filtrace pomocí strmosti intenzity signálu

V této části zhodnotím úspěšnost filtrační metody podle strmosti intenzity užitečného signálu v místě skokové změny. Pro toto hodnocení jsem našel v původním snímku dvě taková místa, ve kterých jsem zjišťoval hodnoty intenzity užitečného signálu pro výpočet strmosti. Strmost se vyjadřuje jako poměr změny intenzity v obraze ku příslušné změně v souřadnici.

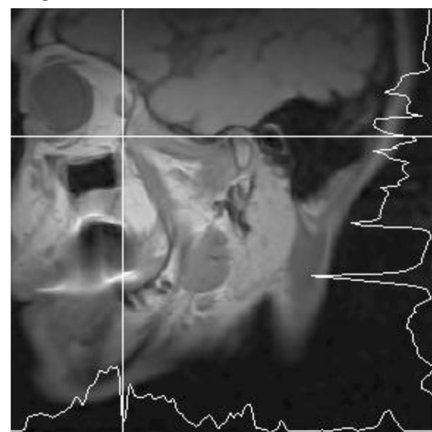
Na obr. 40 je vidět původní nefiltrovaný obraz a obrazy po filtraci vlnkou Coiflet4 b), vlnkou Daubechies6 c), vlnkou Bior2.4 d) a vlnka Rbio2.6 e) s čarami ukazujícími skokové změny intenzity užitečného signálu v prvním místě hodnocení. Průsečík určuje bod, ve kterém dochází ke skokovému poklesu a kde jsem určil maximum a minimum intenzity signálu pro výpočet strmosti. Tento pokles je vidět v horizontálním řezu, na spodní straně všech zobrazených obrazů.



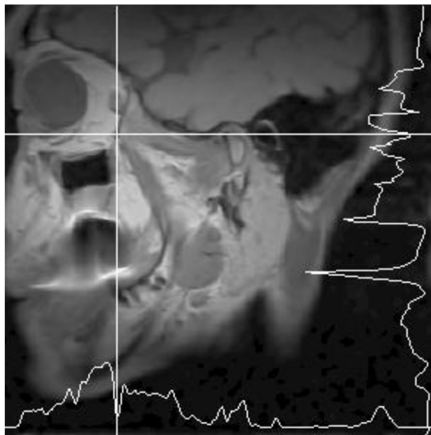
a) původní snímek



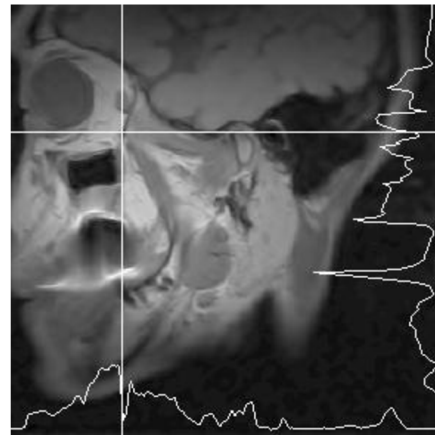
b) vlnka Coiflet4



c) vlnka Daubechies6



d) vlnka Bior2.4



e) vlnka Rbio2.6

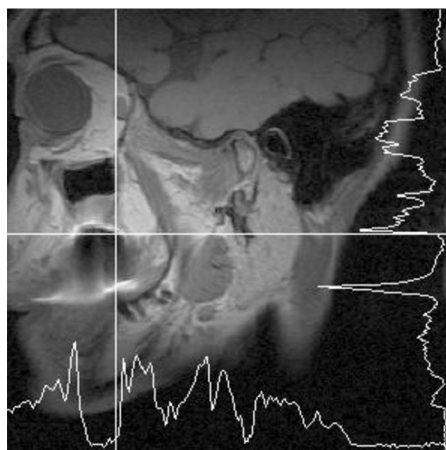
Obr. 40: a) původní obraz, b) filtrace vlnkou Coiflet4, c) filtrace vlnkou Daubechies6, d) filtrace vlnkou Bior2.4, e) filtrace vlnkou Rbio2.6

V tabulce 3 jsou zaznamenány hodnoty maxim a minim při skokových změnách intenzity signálu přímo z programu MAREVISI. Tyto hodnoty byly určeny v místě, ve kterém k tomuto skoku dochází, a které jsem v průběhu zjišťování hodnot v jednotlivých obrazcích po filtraci neměnil. Vždy jsem vzal polohu maxima a minima intenzity signálu v obraze a zjistil jsem příslušné hodnoty přímo v tom místě. Z těchto hodnot jsem udělal rozdíl, který jsem podělil počtem pixelů, na kterém dochází ke skokové změně. Spočítané hodnoty derivace jsou zaznamenány v tabulce 3. Pro ověření těchto hodnot strmosti jsem provedl kontrolní derivaci v programovém prostředí MATLAB.

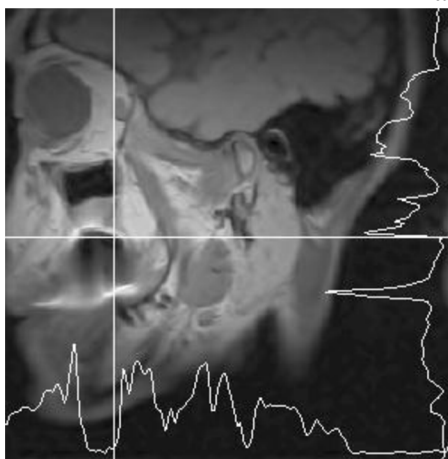
použitá vlnka	žádná	ortogonální		biortogonální	
		Coiflet4	Daubechies 6	Bior2.4	Rbio2.6
Maximální hodnota intenzity	1370	1341	1354	1337	1333
Minimální hodnota intenzity	120	236	211	185	201
Strmost (derivace)	312	276	286	289	283
Strmost (MATLAB)	464	384	401	405	399

Tab. 3: Hodnoty intenzity signálu v prvním místě ve snímku odečtené v MAREVI podle obr. 40 a spočítané strmosti

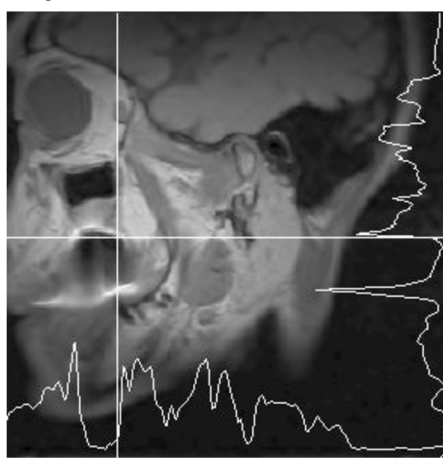
Na obr. 41 je vidět původní nefiltrovaný obraz a obrazy po filtraci vlnkou Coiflet4 b), vlnkou Daubechies6 c), vlnkou Bior2.4 d) a vlnka Rbio2.6 e) s čarami ukazujícími skokové změny intenzity užitečného signálu ve druhém místě hodnocení. Průsečík určuje bod, ve kterém dochází ke skokovému poklesu. Tento pokles je vidět ve vertikálním řezu, na pravé straně všech zobrazených obrazů.



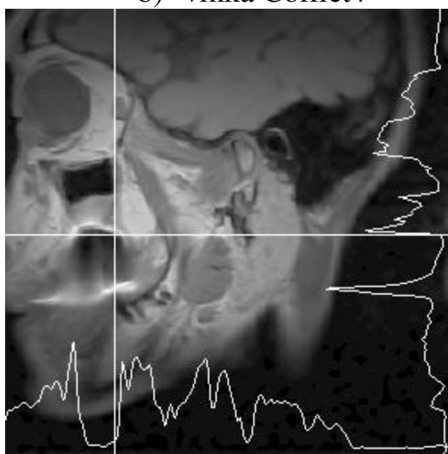
a) původní snímek



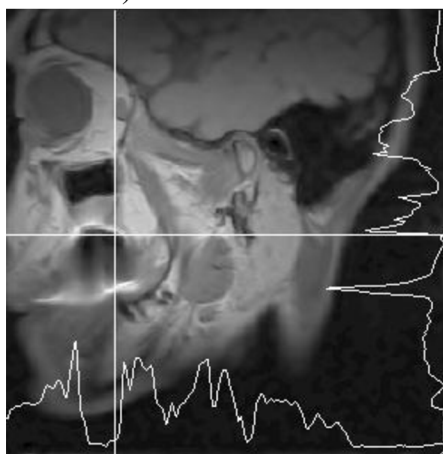
b) vlnka Coiflet4



c) vlnka Daubechies6



d) vlnka Bior2.4



e) vlnka Rbio2.6

Obr. 41: a) původní obraz, b) filtrace vlnkou Coiflet4, c) filtrace vlnkou Daubechies6, d) filtrace vlnkou Bior2.4, e) filtrace vlnkou Rbio2.6

V tabulce 4 jsou zaznamenány hodnoty maxim a minim při skokových změnách intenzity signálu přímo z programu MAREVISI. Tyto hodnoty byly určeny v místě, v němž k tomuto skoku dochází, a toto místo jsem v průběhu zjišťování hodnot v jednotlivých obrazech po filtraci neměnil. Vždy jsem vzal polohu maxima a minima a zjistil jsem příslušnou hodnotu přímo v tom místě. Z těchto hodnot jsem udělal rozdíl, který jsem podělil počtem pixelů, na kterém dochází ke skokové změně. Spočítané hodnoty derivace jsou zaznamenány

v tabulce 4. Pro ověření těchto hodnot strmosti jsem provedl kontrolní derivaci v programovém prostředí MATLAB.

použitá vlnka	žádná	ortogonální		biortogonální	
		Coiflet4	Daubechies 6	Bior2.4	Rbio2.6
Maximální hodnota intenzity	1743	1586	1582	1595	1583
Minimální hodnota intenzity	152	69	64	62	84
Strmost (derivace)	398	379	380	383	374
Strmost (MATLAB)	700	646	629	666	650

Tab. 4: Hodnoty intenzity signálu ve druhém ve snímku odečtené v MAREVISI podle obr. 41 a spočítané strmosti

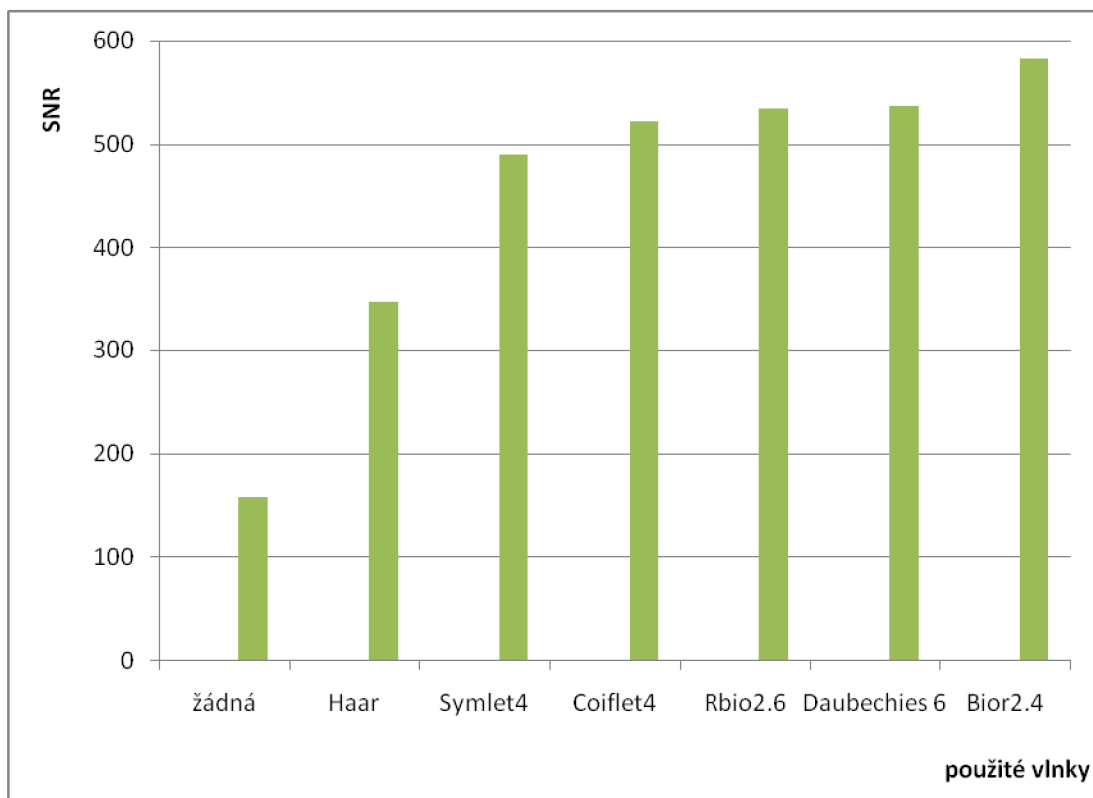
Čím více se hodnoty strmostí z jednotlivých filtrovaných obrazů blíží hodnotě před filtrací, tím je filtrace danou vlnkou bezpečnější, účinnější a nedochází při ní ke ztrátě užitečné informace ze signálu, který reprezentuje obraz. Srovnání výsledků strmostí v obou místech hodnocení je uvedeno v tabulce 5.

Použitá vlnka	žádná	Ortogonální		Biortogonální	
		Coiflet4	Daubechies6	Bior2.4	Rbio2.6
Strmost 1. místa (MATLAB)	464	384	401	405	399
Strmost 2. místa (MATLAB)	700	646	629	666	650

Tab. 5: Porovnání strmostí vybraných vlnek v jednotlivých místech

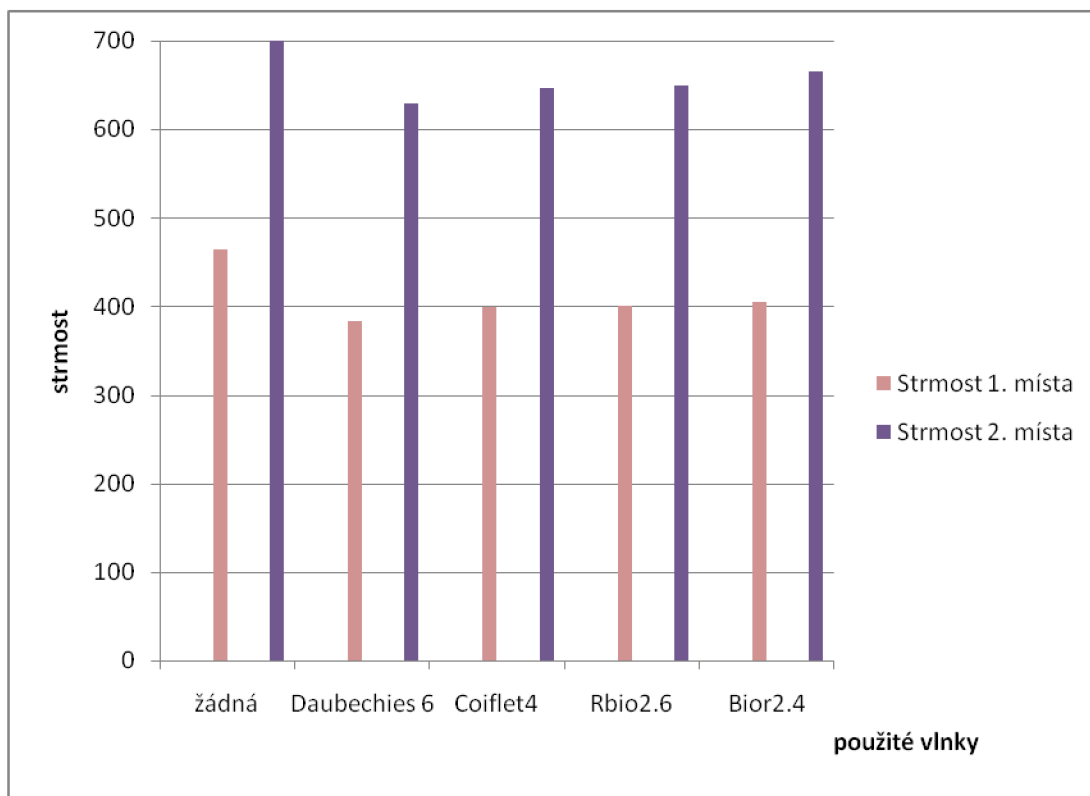
7.2.5 Porovnání kritérií hodnocení filtrace

Z grafu na obr. 42 je patrné, že nejlepších výsledků SNR při filtraci dosáhla vlnka Bior řádu 2.4 i když následující vlny Daubechies 6. Řádu, Coiflets 4. řádu a Rbio řádu 2.6 mají také uspokojivé poměry.



Obr. 42: Graf 1 přehledu závislosti SNR na použité vlnce

Z grafu na obr. 43 je patrné, že nejlepší strmosti po filtraci dosáhla vlnka Bior řádu 2.4 a hned za ní vlnka Rbio řádu 2.6.



Obr. 43: Graf 2 přehledu strmosti v závislosti na použité vlnce

Při porovnání obou grafů je zřejmé, že nevhodnějšími vlnkami pro filtrování obrazů pořízených magnetickou rezonancí jsou biortogonální vlnky, zvláště pak vlnka Bior. Vlnka dosáhla nejlepšího poměru signálu k šumu a také nejlepší strmosti. Z toho vyplývá, že nejlépe odstraňuje šumové složky a nepoškozuje užitečný signál.

8 Závěr

Bakalářská práce je zaměřena na odstraňování šumu z obrazů získaných technikou magnetické rezonance. Práce je zaměřená na filtrační metody založené na vlnkové transformaci. Vlnková transformace je dnes již běžnou a rozšířenou technikou, využívanou v jakémkoliv oboru. Nejvíce se však používá pro zpracování signálů a obrazů.

V teoretické části je krátce popsán princip magnetické rezonance a získávání obrazů. Dále je popsána základní teorie vlnkové transformace, následné zpracování obrazu vlnkovou transformací a pro práci důležité 2D zpracování. Je popsán algoritmus, při kterém dochází k dekompozici obrazu a zpětné rekonstrukci. Popsána je využitá filtrační metoda, s níž souvisí výběr správné vlnky a prahovací funkce.

V první části práce jsem se zabýval filtrováním obrazů pořízených na MR tomografu 4,7 T (200 MHz) na ÚPT. Jednalo se o obraz mapy magnetického pole krychlové nádoby naplněné chemickým roztokem se ziskem vysokofrekvenčního vysílače -6dB a snímků pole vysokofrekvenční cívky MR tomografu, na kterou kolmo působí indukce magnetického pole B_1 . U snímků pole vysokofrekvenční cívky jsem určoval poměr SNR.

Při filtraci mapy jsem použil Haarovu vlnku a měkké prahování. Následovalo vykreslení filtrované mapy a ekvipotenciálních čar. Po srovnání hladkosti ekvipotenciálních čar před filtrací a po ní lze usoudit, že zvolená metoda odstraňování šumu pomocí vlnkové transformace je účinná. Pro porovnání jsou uvedeny detaily maxim a minim intenzity pole před a po filtraci. Původní obraz jsem filtroval různými druhy vlnek tak, aby výsledná mapa magnetického pole a jeho ekvipotenciální čáry byly co nejhladší. Při filtraci mapy magnetického pole cívky jsem použil měkké prahování a čtyři druhy vlnek, Haar, Coiflets 1. řádu, Daubechies 4. řádu a Symlets 4. řádu. Následně jsem vykreslil filtrované mapy a ekvipotenciální čáry. Podle jejich hladkosti lze určit účinnost filtrace danou vlnkou. Nejlepších výsledků filtrace dosáhla Haarova vlnka, následuje vlnka Symlets4, Coiflets1 a nejhorsí ekvipotenciální čáry jsou po filtraci vlnkou Daubechies4. Dále jsem měl určovat SNR u vyfiltrovaných map. Střední hodnoty signálu jsem určoval z homogenní části obrazu a efektivní hodnoty šumu ze zašuměné oblasti. Nejlepší SNR má filtrační metoda využívající Haarovy vlnky, nejhorsího poměru dosáhla filtrační metoda při použití vlnky Daubechies4.

Druhá část bakalářské práce byla zaměřena na filtrování snímků čelistního kloubu. Tyto snímky byly pořízeny na tomografu Phillips 1,5 T ve Fakultní nemocnici v Brně Bohunicích. V každém řezu vrstvy lidské hlavy byly sejmuty dva snímky s odlišnými časy spinového echa T_E a pro experimentální ověření navržené filtrační metody jsem využil snímku s časem spinové $T_E = 20$ ms pro lepší kvality snímku. Výsledné filtrované snímky jsem hodnotil podle poměru SNR a strmosti intenzity užitečného signálu.

Při filtrování jsem použil 4 druhy ortogonálních vlnek, Haar, Coilet 4. řádu, Symlet 4. řádu, Daubechies 6. řádu a 2 druhy biortogonálních, Bior řádu 2.4 a Rbio řádu 2.6. Stupeň rozkladu byl pro všechny druhy stejný. Opětovně jsem využil metodu vlnkové transformace pro 2D signály. Pro zobrazování snímků a následné určování SNR jsem opět použil program MAREVESI.

Jako nejméně vhodná vlnka pro filtraci vyšla Haarova vlnka. Dále následuje vlnka Symlet 4. řádu a Vlnka Daubechies 6. řádu. Vlnka Coiflet 4. řádu při aplikaci navržené filtrační metody odstranila šum nejlépe ze všech ortogonálních vlnek. Při odstraňování šumu výše uvedenými

vlnkami nedošlo k odstranění užitečného šumu z původních dat. Při využití biortogonálních vlnek měla nejlepší výsledky vlnka Bior řádu 2.4. Ani zde nedošlo ke ztrátě informace.

Hodnocením kvality filtrace podle SNR lze zjistit, že nejvhodnější vlnka pro filtraci je biortogonální vlnka Bior2.4 a z ortogonálních vlnek je to vlnka Daubechies 6. řádu. Dobrý SNR má biortogonální vlnka Rbio2.6. Dále mají ucházející SNR ortogonální vlnky Coiflet 4. řádu a vlnka Symlet 4. řádu. Nejméně vhodná vlnka pro filtraci je Haarova vlnka s poměrem.

Při hodnocení snímků podle strmosti intenzity užitečného signálu dopadla nejlépe biortogonální vlnka Bior řádu 2.4. Dobrou strmost má biortogonální vlnka Rbio řádu 2.6 a ortogonální vlnka Coiflet 4. řádu.

Filtrované snímky byly v bakalářské práci hodnoceny pouze technickými kritérii a technickými prostředky. Podle třetího navrženého kritéria, subjektivního, může snímek hodnotit jen lékař, protože jen on ví, co kde na snímku lze vyhodnotit. Zvolit snímek s nejlépe odstraněným šumem je otázkou dobrých zrakových schopností a zkušeností lékaře. Lékaři v mnoha případech vyhodnocují jen malou část snímku a i při výborných technických hodnoceních může být tato oblast postižena ztrátou informace, proto je jen na lékařích jak snímek vyhodnotí.

Seznam použité literatury

- [1] Základní poznatky o nukleární magnetické rezonanci (NMR).
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_410.pdf.
- [2] Wikipedia.org
http://sk.wikipedia.org/wiki/Zobrazovanie_magnetickou_rezonanciou.
- [3] Pavlíček, P. Měření relaxačních konstant technikami MR. Bakalářská práce. Brno: FEKT VUT v Brně, 2008
- [4] Relaxace jaderného spinu
<http://www.vscht.cz/nmr/predmet/lekce/urcovani-lekce4.pdf>.
- [5] BELLADA, L. Waveletová transformace. Semestrální projekt. Plzeň: ZČU v Plzni 2005.
- [6] ŠMÍD, R. Úvod do vlnkové transformace. Praha: ČVUT v Praze 2001,
<http://measure.feld.cvut.cz/usr/staff/smid/wavelets/wavelet-intro-html.html>.
- [7] MALÝ, J. Metoda pro kompresi obrazových signálů pomocí waveletové transformace. Diplomová práce. Brno: FETK VUT v Brně, 2006.
- [8] Poměr signál šum
http://lucy.troja.mff.cuni.cz/~tichy/elektross/aplikace/radio/signal_sum.html.
- [9] Jan, J. Medical image processing, reconstruction and restoration. První vydání. London: CRC Press Taylor&Francis Group, 2006, 272 s. ISBN 0-8247-5849-8
- [10] GESCHEIDTOVÁ, E. Speciální metody měření indukce magnetického pole s využitím nukleární magnetické rezonance. Habilitační práce. Brno: FEKT VUT v Brně, 2004.
- [11] KOZUMPLÍK, J. Vlnkové transformace a jejich využití pro filtraci signálů EKG. Habilitační práce. Brno: FETK VUT v Brně, 2004.
- [12] Wikipedia.org
[http://en.wikipedia.org/wiki/Signal_to_noise_ratio_\(image_processing\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Signal_to_noise_ratio_(image_processing))

Seznam zkratek

\tilde{b}_i	odhad vlnkových koeficientů
$\bar{\psi}$	komplexní číslo sdružené
μ_s	magnetický dipólový moment
l	spinové číslo
s	dilatace
t	časová proměnná
γ	gyromagnetický poměr
λ	prahovací úroveň
τ	translace
Φ	měřítková funkce
$\psi_{s,\tau}(t)$	mateřská vlnka
ω_0	úhlový kmitočet precese
B_1	indukce magnetického pole
\mathbf{B}_0	vektor indukce vnějšího magnetického pole
\mathbf{B}_V	vektor indukce vlastního magnetického pole
\mathbf{S}	spinový moment hybnosti
\mathbf{T}	vektor transverzální magnetizace
\mathbf{W}	ortogonální matice
C_A	aproximační koeficienty
C_D	detailní koeficienty
C_V	vertikální koeficienty
C_H	horizontální koeficienty
T_1	longitudinální relaxační čas
T_2	transverzální relaxační čas
T_E	čas od středu 90° impulzu po střed echo signálu (Echo Time)
T_R	repetiční čas (Time to Repeat)
VF	vysokofrekvenční
$T(\cdot)$	vlnková prahovací funkce

1D DWT jednorozměrná vlnková transformace
2D DWT dvourozměrná vlnková transformace
2D dvojměrný
3D trojměrný
BW šířka pásma
CWT spojitá vlnková transformace
DP dolní propust
FID signál volné precese (Free Induction Decay)
FIR filtry s konečnou impulzní odezvou (Finite Impulse Response)
FT Fourierova transformace
GE gradientní echo
SE spinové echo
HP horní propust
IDWT inverzní diskrétní vlnková transformace
MR magnetická rezonance
NMR nukleární magnetická rezonance
OCWT rozšířená vlnková transformace (*Overcomplete Wavelet Transform*)
QMF kvadrurní zrcadlový filtr
RF radiofrekvenční
RMS efektivní hodnota
SNR poměr signál/šum(Signal to Noise Ratio)
STFT krátká Fourierova transformace (Short-Time Fourier Transformation)
ÚPT Ústav přístrojové techniky
WT vlnková transformace (*Wavelet transformation*)

Přílohy

Disk CD-ROM