UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Adéla Jančeková

Ornamenty v matematice a v matematickém vyučování

Olomouc 2016 vedoucí práce: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně, s využitím pouze citovaných literárních pramenů, dalších informací a zdrojů v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů.

V Olomouci dne __________ Bc. Adéla Jančeková ______________

Poděkování

Děkuji doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc., za vedení diplomové práce, cenné rady a připomínky, které mi poskytl v průběhu psaní diplomové práce.

Obsah

Úvod

Tématem diplomové práce je Ornament v matematice a v matematickém vyučování. Volba tématu vycházela i z mé studijní kombinace oborů Učitelství matematiky pro 2. stupeň základních škol a učitelství výtvarné výchovy pro střední školy a 2. stupeň základních škol. Dva na první pohled odlišné a přitom vzájemně se propojující obory neboli oblasti vzdělávání. Člověk je neustále obklopován uměním a jeho touha po uměleckém vyjádření je známa od pradávna stejně tak jako potřeba matematiky a geometrie.

Ornamenty jsou ukázkou symetrií. S pojmem symetrie se žáci setkávají již v rámci předškolního vzdělávání. V průběhu základního vzdělávání dochází k objasňování a definování geometrických pojmů jako rovinné útvary, shodné zobrazení a samotná osová a středová souměrnost.

Cílem diplomové práce je nastínění vzájemného vztahu: ornament a shodné zobrazení, vytvoření pracovních listů obsahujících úlohy a aktivity spojené s ornamentem a geometrií. Pracovní listy by měly sloužit jako didaktický prostředek doplňující hodiny matematiky. Volba aktivit v pracovních listech je promyšlená tak, aby byli žáci motivování a hodina matematiky, respektive geometrie, byla pro žáky atraktivnější. Došlo by k narušení určitého stereotypu, který v žádném případě u žáků nerozvíjí zaujetí pro matematiku. Díky pracovním listům obsahujících aktivity zaměřené především na výtvarný projev a pracovní činnosti, je hravou formou předkládáno učivo osové a středové souměrnosti.

První část práce obsahuje přehled základních informací a definic pojmu ornament, jeho vývoj, vlastnosti, funkce a dělení. Vše popisuji spíše z uměleckého pohledu. Věnuji se ornamentu v přírodních vědách a zmiňuji známého umělce, který se právě díky ornamentu dostal blíže k matematice.

Druhá část práce je věnována matematickým pojmům zobrazení, zobrazení v rovině, shodná zobrazení a samotné klasifikace shodných zobrazení. Blíže popisuji osovou a středovou souměrnost, translaci, rotaci a identitu.

Třetí část práce se zaměřuje na didaktické aplikace ornamentu z pohledu Rámcového vzdělávacího programu základního vzdělávání a začlenění do vyučovacích hodin matematiky.

Čtvrtá část, která představuje část praktickou, obsahuje soubor pracovních listů, jež jsem navrhla, vypracovala a následně i ověřila v praxi. Při zpracování pracovních listů jsem kladla důraz i na mezipředmětové vztahy a především užití vhodné motivace. Nedílnou součástí je ověření využití pracovních listů v hodinách matematiky na ZŠ a následná reflexe.

Při zpracování práce budu vycházet z odborné literatury, analýzy učebnic matematiky, z vlastních zkušeností získaných v průběhu studia na pedagogické fakultě v oblastech matematiky, výtvarné výchovy a pedagogiky, z vlastní pedagogické praxe a z reflexe ze strany žáků a učitele.

1. Ornament

1.1 Definice

Termín „ornament" pochází z latinského slova „ornare" = zdobit, které vychází ze slova „ordo" = pořádek, řád, řada. Ornament je tedy zdobný prvek s určitým vnitřním řádem, který je vytvořen pravidelným rytmickým opakováním motivů a prvků.

Ornament může být plošný (kresba, malba, grafika, mozaika, intarzie) nebo reliéfní trojrozměrný (architektura, sochařství, plastické prvky užitého umění). (Baleka 1997, s. 256) Přizpůsobí se jakémukoliv materiálu a díky ornamentu nevidíme a přestáváme vnímat hrubý kámen, dřevo, zeď apod. Ornament může maskovat nedokonalosti konkrétního materiálu, ale naopak i podtrhnout jeho strukturu. A samotný materiál může mít velký význam v tvorbě daného ornamentu.

Ve slovníku pojmů z dějin umění je ornament definován v širším slova smyslu jako: „součást výzdobných a přízdobných soustav. Ornament je vždy závislý na svém nositeli; člení, vyplňuje a zdobí plochy plasticky (např. kování na dveřích), plošně malbou (výzdoba knihy) a vykládáním (intarzie, inkrustace apod.). Vyskytuje se ve všech druzích umění, zejména v architektuře a v užitém umění, kde se široce uplatnil již v pravěku. Vznik a vývoj ornamentu souvisí s lidskou touhou po ozdobě, se smyslem pro řád a s výskytem prvních symbolických znaků. V užším smyslu je ornament určitý druh výzdoby. Plocha tvoří pozadí ornamentu, jednotkou ornamentu je motiv, figura, prvek. Z těchto motivů se skládají obrazce, vzorce jednoduché nebo kombinující několik motivů, dále pravidelné řady a opakované skupiny. Ornament může být vypracován ze stejného materiálu jako jeho nositel (např. hlavice sloupu) nebo z jiného materiálu (např. kovové apliky na dřevěném nábytku)."

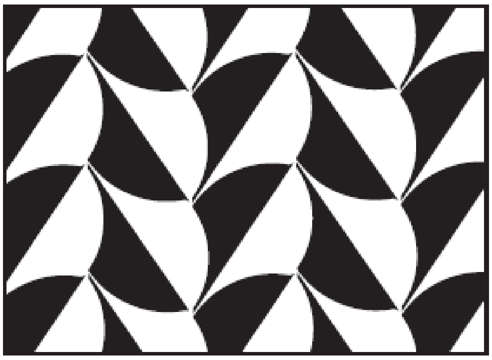
(Kropáček a Blažíček 1991, s. 223)

Štauberová definuje ornament jako nějaký pravidelně se opakující vzor a zdůrazňuje rozdíl mezi ornamentem a dekorem (výzdoba). Zásadní rozdíl spočívá v rytmickém a symetrickém opakování naturalistických, abstraktních nebo geometrických prvků a motivů.

Dekor pochází z latinského slova „dekoratio", česky výzdoba. Je to tedy výzdoba uměleckořemeslných děl (nádobí, textilie, tapety, nábytek). Dekorace je rozdílná od dekoru v tom, že je to nejen jednotlivý prvek, ale má i celkovou koncepci. Dekor doplňuje jiná díla. Je rozdílný od ornamentu. (Baleka 1997, s. 78)

Dekorace pochází ze stejného latinského slova „dekoratio“, ale představuje výraz pro obecné označení celkové zdobné představy, která je realizována na ploše, tělese, ale i v prostoru. Dekorace vždy doplňuje jiný výtvor, zdobí např. vázy, fasády. (Baleka 1997, s. 78)

Obr. 1: Motiv



Obr. 2: Ornament

Lidská potřeba zdobit a zkrášlovat je známá už od pravěku a vyskytuje se v každé kultuře. Výrazné ornamentální vzory a zdobení nacházíme však v i islámském umění. Ornament je pro islámskou civilizaci dle předepsaných principů a tzv. mízán – rovnováha, řád. Mízán byl považován za podstatu zákonů stvoření. (El-Said a Parman 2008, s. 7)

Ornamentika je soustava ornamentů typických pro konkrétní období, kulturu, společnost, styl, školu nebo přímo daného umělce. (Kropáček a Blažíček 1991, s. 223)

1.2 Vývoj ornamentu

Ornament patří k jednomu z nejstarších uměleckých projevů člověka. Vznik ornamentu je spojován s lidskou potřebou zdobit a potřebou vnímat jakýsi řád a pravidelnost. Vzory a obrazce, tedy i ornament, mají kromě zdobné funkce pro člověka již od doby kamenné i symbolický význam. Ornamentální struktury s sebou nesou odkaz k mýtu (např. had společně se spirálou představoval symbol plodnosti).

Tanec a tleskání – tyto základní pohyby se řídí řádem. Opakující se rytmus v tanci, zpěvu, bubnování patří k nejstarším uměleckým projevům člověka.

Počátky dekorativního umění připisujeme již člověku neandrtálskému. Ve Francii, konkrétně v jeskyni Toiran, se nalezly otisky nohou v jílu, ale i značky naznačené ručně či četné vrypy, napodobující medvědí drápání. O klasickém pravěkém umění se však dá hovořit až v mladším paleolitu. Rytiny v kostelech a mamutovině jsou toho dokladem. V České republice byla nalezena v Předmostí u Přerova tzv. Geometrická Venuše, což je vlastně postava ženského vzezření vyrytá do mamutího klu, zobrazená pomocí různých geometrických ornamentů. S jistotou se dá mluvit o použití ornamentu až v mladší době kamenné, kde se ornamenty zobrazovali jako dekor na celých plochách nádob. Později až pásovité skladby. (Kupčáková 2009, s. 104)

Egypt

V Egyptě došlo k velkému rozvoji výtvarného umění jak v keramice, architektuře, tak i v užitém umění. V Egyptském ornamentu je možné spatřit výraznou symboliku. Častým motivem, jež se v egyptské kultuře objevoval, byl kříž s kruhovou nebo oválnou částí symbolizující věčný život. Egypťané se nechali inspirovat životem faraonů a dalšími náměty z živočišné a rostlinné říše. Díky ornamentu, jímž byly ozdobené chrámy, hrobky a předměty denní potřeby, víme o egyptské civilizaci, jakým způsobem žila, z čeho měla strach, co bylo tabu a naopak co považovala za posvátné. Věřili v posmrtný život a ornamenty jim sloužily k znásobování atmosféry při mystických obřadech. Egyptská umělecká díla byla ryze funkční a napomáhala jim uctívat bohy a usnadnit jim tak cestu na onen svět. (Umění: velký obrazový průvodce 2014, s. 46) Nejčastější z egyptských motivů byly lotosový květ, papyrus, posvátná zvířata jako skarabeus, ptáci a hadi. Spirála, vlnovka, meandr, spletence kruhy tvořící symetrické obrazce se považují za jedny z charakteristických egyptských geometrických ornamentů.

Řecko

V řecké kultuře došlo především ke vzniku nových geometrických ornamentů, které jsou charakterizované svou rozmanitostí a skladbou geometrického a rostlinného ornamentu vznikly kompozice vysoké estetické úrovně. Řekové ornamentem zdobili i předměty denní potřeby. Dochovaly se hliněné nádoby z 11. - 8. století př. Kr., které jsou zdobené hnědým a černým ornamentem ve tvaru vlny. Tyto vlny a přírodní motivy se táhly pásovitě podél obvodů předmětů a vyzdobených zdí. Řecký ornament se stal výrazným zdrojem inspirace, sám se inspiroval z vlivů egyptských a asijských. Meandr, jehož název je odvozen od dnešní řeky Mendres, je typickým prvkem řecké kultury.

Řím

Římané zdobili stěny i podlahy budov. Z ornamentu vytvořili mozaiky pravidelných geometrických tvarů, různých vzorů, motivů z živočišné i rostlinné říše a tvarů lidské postavy. Na rozdíl od řeckých výzdob bylo vyobrazování Římanů realističtější a propracovanější, např. vlys doplnili o tzv. festony neboli závěsy z rostlinných listů a květů.

Čína

Izolace, jakou zažívala Čína, vedla k jedinečnému pojetí umění, a tedy i ornamentu. Již na prvních nálezech pocházejících z doby 3 tisíce let před n. l. si můžeme povšimnout typických geometrických motivů jako spirály, kosočtverce a závitnice.

Japonsko

Dále se ornamenty objevovaly ve východních kulturách, zvláště pak v japonské, jež byla ovlivněna zenovou filozofií. Pro ni jsou typické dekorativní vzory na látkách s geometrickým motivem a stylizovanými květy. Japonsko je zemí původu barevného dřevořezu nejprve černobílého a později doplněného o další barvy.

Indie

V Indii byl ornament spojován s filozofií a náboženstvím. Stejně tak jako v ostatních kulturách i v té indické nacházíme mandaly, které jsou základem indické posvátné architektury a tvoří magické kruhy. (El-Said a Parman 2008, s. 5) Pro Indii znázorňující symbol nebe nekonečna a tvoří harmonické propojení soustředných kruhů.

Arabové

„Islámský odkaz je důležitým článkem v řetězci lidského rozvoje v asimilaci dědictví Mezopotámie a starověkého Egypta, asijské a řecké kultury. Jeho významný přínos na poli vědy je známý, nicméně jeho výsledky na poli umění a designu zůstávají nedoceněny.“ (El-Said a Parman 2008, s. 7) Podle koránu, posvátné knihy islámu, měli Arabové zakázáno zobrazovat lidské postavy a zvířata. Právě díky této skutečnosti se více soustřeďovali na tvorbu geometrických ornamentů. V arabské kultuře se poprvé u ornamentu setkáváme s aplikací matematických vzorců a geometrií k docílení symetričností obrazců. Muslimským umělcům dovolovala geometrie tvořit svobodně a přesto jednoduše a přesně, aniž by byli omezováni numerickým systémem. Arabský ornament vycházel ze základního tvaru, a to kruhu představující nekonečný celek, který se následně rozděluje na pravidelné mnohoúhelníky, a ty mohou být rozvíjeny na mnohoúhelníky ve tvaru hvězdy. (El-Said a Parman 2008, s. 5) A právě tato symetrická hvězda tzv. zalij je základním ornamentem arabského světa.

Ornament je častým prvkem výtvarného umění vyskytujícím se napříč všemi uměleckými slohy. V období 10. – 13. století v západní, střední a jižní Evropě, **v románském slohu** se opakovaně nachází jako zdobný prvek provazec, diamant, šachovnice, hvězdice, které jsou výzdobou nejen v architektuře, ale i v knihách. **Gotická ornamentika** v 12. – 15. století se zásadně liší od románské výzdoby. Vyvíjela se zcela samostatně podle vzorů domácího rostlinstva. Charakteristické pro toto období je uplatnění rostlinných vzorů na předmětech interiérového zařízení jako nábytková řezba. Koncem 15. století se již objevovaly vlivy nastupující **renesance**, a to díky častému dovozu textilií z Itálie. Právě Itálie je zemí původu krajky, jejíž výroba je postavena na principu ornamentiky. **Baroko**, doba vlády Ludvíka XIV., zvaného krále slunce, se vyznačuje svou přepychovostí a lehkostí francouzského stylu. Ornamentika je stále více v oblibě a vzory jsou daleko propracovanější a bujnější, než-li v předchozích staletích. V této době se celá řada význačných malířů věnuje návrhům koberců a gobelín. Intarzie, technika objevující se již v starém Řecku a Egyptě, zažívá rozkvětu právě v období baroka a rokoka. Umělci té doby využívali různé druhy materiálů a vzorů pro tvorbu složitých ornamentů, kterými zdobili obložení stěn, stropů, podlahy, nábytek a menší předměty jako kazety, dózy, šperkovnice. Stejně jako intarzie je pro **rokoko** typická řezba, která se prolínala napříč všemi společenskými vrstvami. Stejné vzory se objevovaly jak u šlechtického nábytku, tak i v lidové tvorbě. Za zlatý věk ornamentu je považována **secese**. Secesní ornamentika se vyznačuje až vášnivou dekorativností předmětů.

„Secese se vyznačuje především tendencí k ornamentálnosti, přičemž ornament není pro secesního umělce něčím přidaným, co jen doplňuje nebo zdobí, ale samou podstatou umění." (Mráz a Mrázová 1971, s. 13)

Mezi celosvětově známé secesní umělce patří Alfons Mucha. Právě jeho díla jsou postavena na užití vegetativního ornamentu.

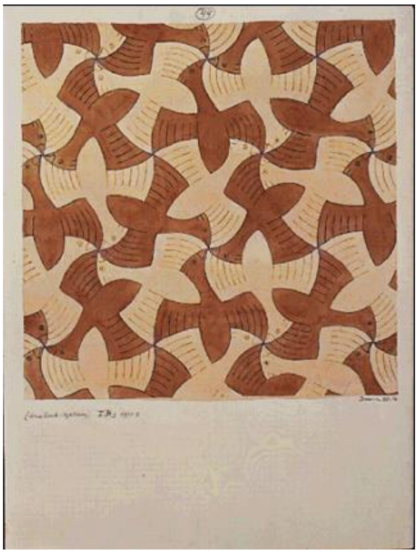
Obr. 3: Alfons Mucha - Snění

V polovině 19. století se po celé Evropě zakládaly první řemeslné, odborné a uměleckoprůmyslové školy jako praktická náhrada za umělecké akademie. Mezi nejdůležitější předměty patřilo ornamentální kreslení, kterému byl věnován velký počet vyučovacích hodin. „Ornamentální nauka byla společným základem pro všechny řemeslné disciplíny.“ (Hubatová-Vacková 2011, s. 11) Tato disciplína svou důležitost nabývala díky tomu, že ornamenty na užitých předmětech a v architektuře jsou prezentací stylu, díky němuž jsou dané ozdobené předměty konkurenceschopné. Ornamenty a jejich kresba představovala ideální způsob studia přírody, rostlinných motivů a morfologii rostlin. S tím souviselo i propojení geometrie a hledání matematických zákonitostí v obrazcích.

V druhé polovině 20. století se do popředí dostává **modernismus** a ornament je nazýván přežitkem či falešným pozlátkem. Modernističtí umělci, sympatizující s Loosovými názory, ornament odmítali.

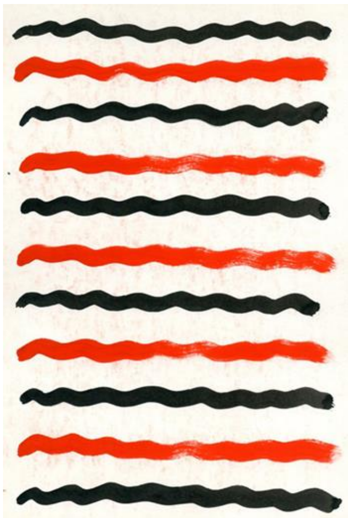
„Evoluce kultury je totéž co odstranění ornamentu z předmětu denní potřeby.“ (Loos 2015, s. 73)

„Moderní člověk, člověk s moderními názory, nepotřebuje ornament, naopak, hnusí se mu. Všechny předměty, jimž říkáme moderní, nemají ornament……Plýtvat uměním na předmět denní potřeby je nekulturní. Ornament znamená práci navíc.“ (Loos 2015, s. 159 – 160)

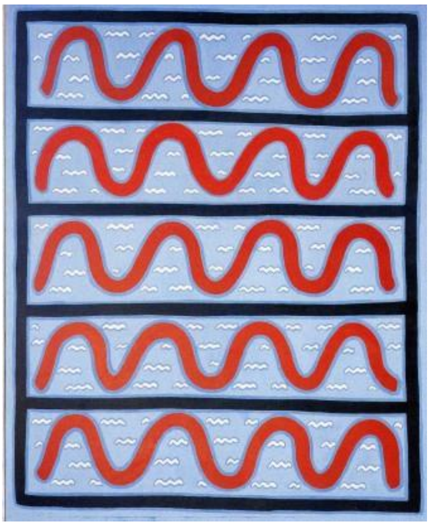


Obr. 4: Escher - Pták

Po odsouzení modernisty se ornament znovu dostává ke slovu s nástupem **postmoderny**. Ač ornament v postmodernismu přichází zpět do hry, jeho zlatá éra však už byla minulostí. (Hubatová-Vacková 2011, s. 10) V současné době je řada umělců, kteří se jím zabývají. Nejznámějším je Maurits Cornelis Escher – grafik. U nás ze současných umělců např. Josef Achrer, Jiří Černický, Petr Kvíčala, Martin Skalický, Pavla Gajdošíková, Radana Lencová.



Obr. 5: Kvíčala z cyklu Ornament (kresba)



Obr. 6: Kvíčala - Vlna

1.3 Funkce ornamentu

Ornament a vzor s sebou nese několik funkcí. Funkce ornamentu je podmíněná historickému vývoji a vzhledem k němu se také neustále proměňuje. (Baleka 1997, s. 256) V jednotlivých rovinách lidského chápání má různé funkce. Jednou z těch základních neodmyslitelných funkcí ornamentu je právě dekorativnost. Lidská touha a potřeba zkrášlovat okolí dala vzniku nejrůznějších forem ornamentů, které se objevovaly v různých kulturách napříč historií až po současnost. Jeho dekorativnost pro lidstvo neznamená pouze potěšení vizuálního charakteru, ale díky užití ornamentiky ve sféře prostorové tvorby i uspokojení z hmatových prožitků. Řád, opakování, pravidelnost a symetrie v člověku vyvolává pocit bezpečí a jistoty. Řada ornamentu však postrádá tyto vlastnosti a jsou jen důkazem toho, že člověk má strach z prázdna – horor vacui - nahodile zaplňuje plochu, aniž by každý prvek měl své místo. (Ornament v současném umění 2003)

Z hlediska praktičnosti bereme ornament, jako výborný prostředek na zastření nedokonalostí, opotřebení a nevyhovujících struktur materiálu.

Jeho funkce však v období modernismu, kdy vládla funkčnost, jednoduchost a minimalismus, byla zpochybňována a ornament byl nazýván přežitkem. Autorem této myšlenky byl známý architekt a zakladatel funkcionalismu Adolf Loos.

Se vznikem ornamentu souvisí i jeho funkce symbolická. V symbolismu dávných kultur se objevuje ornament, který sloužil lidem při jejich rituálních a kultovních obřadech. Pro různé doby jsou charakteristické různé ornamenty, jež typizují styl a směr, kterým se ubírala tehdejší společnost.

„Celé vzory a jednotlivé motivy jsou důležitým pravidlem symboliky a vidění světa jejich tvůrců a nositelů a tím zároveň jejich názoru, hodnot a způsobu myšlení.“

(Kandert a Heroldová-Šťovíčková 1993)

Užití symbolického ornamentu dodá předmětu jak estetickou, tak metafyzickou hodnotu. Jeho ikonografická role se objevovala a stále objevuje i v islámské kultuře, kde hraje i nyní významnou roli. Islámský umělec dokázal uskutečňovat svoji individualitu i dodržování přísné geometrie a matematických propočtů při tvorbě ornamentu. Právě v islámském umění se pojí logičnost matematických propočtů a přísné geometrie s individualitou umělce.

Ornament může být prostředkem, jak se pokusit pochopit řád přírody. Příroda byla vždy inspirací pro tvorbu ornamentu.

Dále ornament může představovat i formu jakési hry. Stejně jako hra odvádí člověka od běžného života, obyčejnosti materiálu. Hlavně v matematice je řadíme převážné do zábavné části. Ornament je ideálním příkladem, na kterém můžeme pozorovat a učit se souměrnosti.

Funkce ornamentu může být:

- dekorativní, zdobná,
- praktická,
- symbolická, rituální, kultovní,
- interpretace přírody
- informační.

1.4 Vlastnosti ornamentu

Z pěti tisíc ornamentů, jež jsou známy, je možné pozorovat, že se množství ornamentů řídí určitým principem, že ornamenty mají společné vlastnosti apod. Ornament na sebe může brát několik podob. Mimo dodržování určitých principů, opakování, symetrií je ornament závislý i na umělci a jeho abstraktnímu uchopení. Ornamentální tvorba umělce v jisté míře omezuje, stále má však umělec dostatečný prostor pro rozvoj své fantazie, originality, představivosti, schopnosti stylizace a další.

Rytmus, dynamika, opakování, symetrie, to vše a mnohé další typické znaky ornamentu se objevují od dob neolitu až k dnešní době reklamy, masmédiím a masové průmyslové produkci ornamentem zdobených předmětů denní potřeby.

Rytmus

„Bez rytmu ornament neexistuje."

(Eliška 1984, s. 5)

„Už v rytmickém opakování je obsažena i vzájemná symetrie prvků.“

(Eliška 1984, s. 10)

Rytmus v umění, tedy v hudbě, architektuře či ve výtvarném umění, vnímáme jako záměrné opakování určitého prvku za účelem vytvoření harmonicky působícího celku. Výtvarné umění má mít rytmiku stejně jako hudba. Linie a rytmičnost jsou důležité zvláště pro obrazy, a tedy i pro ornament, kde se vyskytuje až příliš mnoho dějů, působících až chaoticky na pozorovatele, díky čemuž pak snadno ztrácí pozornost. (Umění: velký obrazový průvodce 2014, s. 17) Rytmus se nachází už v prvních dětských kresbách a doprovází veškerý umělecký projev člověka od narození.

Rytmus je tedy i nejzákladnějším uměleckým prostředkem ornamentu. Potřeba rytmizace ornamentu vychází již z prvních uměleckých projevů člověka, mezi které patří tanec, tleskání, bubnování. Principy na základě rytmu se promítají ve všech typech pruhových, mřížkových, pletencových a dalších podobných struktur. Jako nepostradatelný ho vnímáme i v samostatném ornamentu, kde je možné rozeznávat jakousi souhru jednotlivých prvků a částí. Rytmus je patrný v ornamentech naturálního i geometrického původu.

Pro členění ornamentu je rytmus důležitou složkou. Opakování shodných prvků v ornamentu vnímáme jako formu čistoty a souhry. Ovšem samotné opakování ještě nevytváří rytmus. Představa o celku jako takovém je základním stavebním kamenem pro dělení, a tedy i rytmus.

Dynamika

Po rytmu se stává dalším silným impulzem ornamentiky hlavně na poli architektury dynamika. Pojem dynamika v člověku evokuje potřebu znázorňování pohybu, to ovšem není hlavním cílem při aplikaci v ornamentu. Dynamika v ornamentu tkví v tendenci k dosažení dokonalé, vyvážené rovnováhy. Vzájemně protikladné části se sjednocují a vytváří tím základ dynamické struktury. Ačkoliv se z našeho pohledu jeví některé ornamenty bez dynamiky, je dynamika nebo aspoň dynamický okamžik neodmyslitelnou součástí každého ornamentu. Ornamenty se vždy musí podřizovat obecným zákonům abstraktních linií a ploch, vytvářející v ornamentech jednotící prvky. Tyto zákony usměrňují nekonečné množství podob a díky nim vzniká konečná verze ornamentu. Jednotu vzorů tedy definuje právě i dynamika.

Kvalita dynamických pravidel se podílí na rozčleňování ornamentů. Principiálně se uplatňuje zejména u ornamentů zoomorfních a vegetativních, tedy inspirovaných přírodou. Inspirace z rostlinné říše v podobě listů, květů, úponků a spirál znázorňující přírodní síly se propojuje s abstraktně dynamickým projevem. Spojení dynamiky a rostlinných motivů pozorujeme napříč všemi slohy v lidové tvorbě a zvláště v secesi. Esovitá linie, charakteristická pro secesní umění, má stejně jako rostlinné vzory svou osu, ovšem není závislá na symetrii. Její kvalita se odvíjí díky vztahům jednotlivých zákrutů mezi sebou a jejich propojením imaginární osou. U rostlinného motivu je za výchozí bod považována osa, od které se jednotlivé části ornamentu rozvíjí směrem nahoru, dolů nebo směrem do stran. I v rámci různorodosti morfologie rostlinných ornamentů je směrodatná rovnováha.

Antropomorfní ornamentika se zabývá stavbou lidského těla. Lidské vnímání rovnováhy a souměrnosti na základě vztahu zrcadlení hledá nějaký středový bod, kterým může být jak těžiště, tak svislá čára procházející tímto ústředním bodem. Toto vnímání nám zkresluje posuzování dynamického rozložení ornamentu. Námi vnímaná symetrie je nejrozšířenější základ všech dynamických kompozic. Obě poloviny celku jsou ve vzájemném dynamickém vztahu spojeny osově. Tuto symetričnost dynamiky nesmíme zaměňovat se zrcadlením.

Mohlo by se zdát, že se rytmus a dynamika, základní definující prvky ornamentu, mohou navzájem vylučovat, ale není tomu tak. Právě naopak, mnohdy jsou vzájemně propojovány. Nositeli dynamických znaků se můžou stát i jednotlivé části rytmického ornamentu. A z opačného pohledu může být rytmický ornament naplňován dynamickou kompozicí.

Uspořádání

Předpoklad organizování komponentů ornamentu vychází z lidské potřeby a chápání svého okolí pomocí různých systémů uspořádání. Z matematiky například pomocí číselného systému. S naprostou jistotou, i na základě definice ornamentu, lze vydedukovat, že uspořádání ornamentů je založeno právě na geometrických a číselných zákonitostech. Číselná a geometrická symbolika a používání matematických vzorců nám dává schopnost vnímat a myslet v této rovině. Díky tomuto můžeme některé ornamenty zaznamenávat v různých matematických rovnicích či číselně definovat. Termín uspořádání neboli ordo se více spojuje s malířstvím, grafikou a kresbou. Zatímco kompozice, z lat. componere, se svým významem shoduje s uspořádáním, jen je více vztahována k architektuře a sochařství. Kompozice neboli skladba podmiňuje uspořádávání vizuálních částí podle významového, obsahového a funkčního záměru. Konstruktivní kompozice se zakládá na geometrickém upořádání díla podle proporcí perspektivy a uplatnění geometrických vzorců jako kruhu, trojúhelníku apod. (Baleka 2010, s. 177 – 178)

Na rozdíl od emocionality rytmu a aktivity dynamiky je uspořádání založeno na kořenech duchovna. Východní umění, inspirováno právě vlivy duchovna, se největším podílem participovalo na rozvoji matematicko-geometrických principů.

Podle uspořádání dělíme ornament:

- **Jednotlivý** – centrální, ohraničený. Stav rovnováhy zajišťuje střed nebo osa. Rovnováha je buď symetrická, nebo asymetrická.
- **Řádkový** – prvky se pravidelně opakují v řádku, jednorozměrný, ohraničený, jednotnost zajišťuje rytmické řazení.
- **Plošný** – prvky se pravidelně opakují na ploše – dvourozměrný, neohraničený, vzniká z ornamentu řádkového přemisťováním, obracením a kombinacemi.

1.5 Základní prvky pro tvorbu ornamentu

- **Bod** – nejzákladnější geometrický útvar, nemá žádný rozměr, nemá žádnou rozpínavost, neudává žádný směr, soustřeďuje pozornost, představuje symetrii a pravidelnost
- **Čára** – je řada bodů nebo útvar vzniklý pohybem bodů, má jeden rozměr, a to délku, podporuje dynamické tendence, udává směr pohybu.

Zvláštním případem je čára přímá.

Druhy čar: rovné, spojující, zalomené, dělící.

- **Plocha** – je soubor rovnoběžných čar, vzniká pohybem čáry, má dva rozměry: délku a šířku.

Je hraničním prvkem tělesa a nositelem tvaru ornamentu.

Zvláštním případem geometrických ploch jsou: čtverec (vyjadřuje stabilitu a labilitu), trojúhelník (vyjadřuje směrování a dynamiku), kruh (vyjadřuje klidnou uzavřenost).

1.6 Dělení ornamentu

„Existuje prý přes pět tisíc ornamentů: lineárních a plošných, geometrických a přírodních (ty se dále dělí podle motivů na lidské, zvířecí a rostlinné), které se liší podle struktury základního tvaru (čtverec, kruh, trojúhelník), způsobů řazení, rytmizace, symetrie nebo asymetrie, techniky provedení, materiálu.“ (Ornament v současném umění 2003)

Ornament se dělí na pět kategorií (dělení podle původu):

1. geometrický, ryze abstraktní (např. kruh),
2. přírodní:
- zoomorfní, zvířecí (např. delfín),
- vegetabilní, rostlinný (např. akant),
- antropomorfní, čerpající motivy z lidské postavy (např. putto; srdce),
- živly apod. (plamének, mořská vlna),
3. technický, odvozený z architektury (např. psaníčko sgrafito) nebo z řemesel (např. pobíjený ornament),
4. předmětný (např. lyra),
5. ryze znakový (např. T s kroužkem nad středem břevna, klíč Života, egyptský kříž).

Podle pojetí se ornament dále rozděluje do tří skupin:

1. naturalistický nebo realistický, živě vystihující motivy ze skutečnosti,
2. ornament stylizovaný, více či méně abstrahovaný,
3. ornament geometrický, abstraktní krajní pól.

Rozdělení ornamentu z morfologického hlediska (podle shodných zobrazení, která jsou pro vytvoření daného rovinného typu ornamentu nutná):

1.6.1 Rozeta

Obr. 7: Rozeta s osovou symetrií

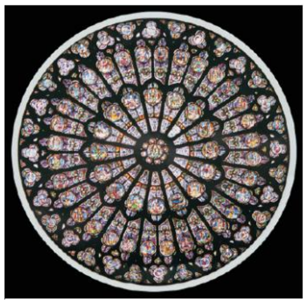
Rozeta neboli také solitér či růžice.

Geometrická charakteristika rozety zní: je to útvar, k jehož vytvoření potřebujeme otočení, ovšem nesmí obsahovat žádné posunutí. Při tvorbě rozety dále můžeme použít mimo povinné otočení i osovou souměrnost a tím vznikají skupiny rozet buď s osovou souměrností, nebo bez ní. (Voráčová el al. 2012, s. 86)

Rozeta, jeden z nejstarších rostlinných ornamentů, jež se skládá z různě stylizovaných květů s hvězdicově uspořádanými lístky. Tento ornament je znám již od doby mezopotamské, v egyptském umění Staré říše, ale i Nové říše. Rozmach rozet zaznamenáváme nejvíce v období gotiky. V umění středověku byla chápána jako Kristův monogram, betlémská hvězda, chléb večeře Páně. Gotická architektura využívala růžice nejvíce jako velká kruhová okna situovaná nad vstupem do chrámů, katedrál a kostelů. V renesanci a klasicismu čerpaly náměty rozet od antické kultury. Velký význam měla rozeta v asijském, indickém a islámském umění. S rozetou se i nyní naše oko setkává ve všech možných běžných i méně běžných předmětech, jako je například dekorativní talíř s tímto vzorem či ciferník hodin, ale i pizza a koláč. (Baleka 1997, s. 315 – 316)

Obr. 8: Batika na látce

Obr. 9: Rozeta bez osové symetrie



Obr. 10: Katedrála Notre-Dame

Obr. 11: Dekorativní talíř

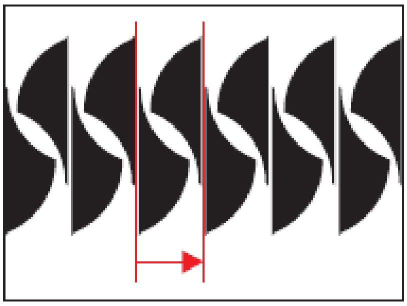
Obr. 12: Chodský koláč

Obr. 13: Mandala

1.6.2 Frýz

Frýz neboli vlys, pás, nekonečný ozdobný pruh.

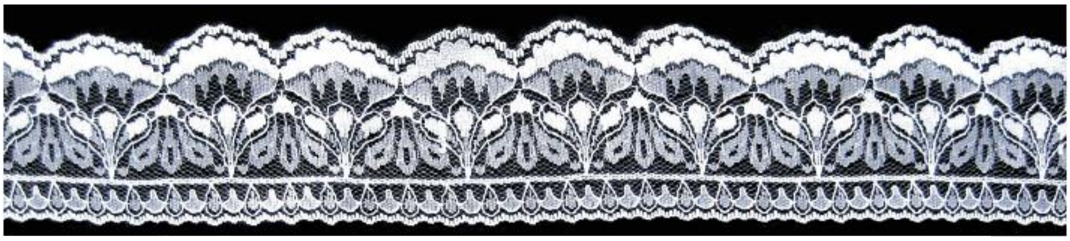
Při tvorbě frýz vždy potřebujeme posunutí. Dále se frýzy zařazují do 7 různých tříd podle využívaní osové, středové a posunuté souměrnosti.



Obr. 14: Frýz

Používání ozdobných pruhů se objevuje již v počátcích výtvarného umění. Řekové měli tyto vzory velice v oblibě. Meandr, geometrický rozmanitý ornament, patří k nejcharakterističtějším výzdobným řeckým motivům. I jeho název pochází z názvu klikaté říčky Maiandros právě z Řecka. Je tvořen většinou jednou linkou pomocí pravoúhlého zalamování, existují i složitější meandry tvořené z dvou i více linií různě proplétajících se. Dalším druhem meandru je spirálový, který vytváří dojem běžící vlny. (Baleka 1997, s. 217) Ovšem tento pásovitý ornament byl znám již Egypťanům či Asyřanům. Vlny využívali Řekové převážně k výzdobě váz, nádob a zdí. Na ozdobách váz se mimo vzoru vlny uplatňovaly i různé druhy palmet v pásech. V období gotiky se frýzy tvořily pomocí šablon, převažovaly u nich nejvíce vegetativní dekory (vinná réva apod.). Renesance navazovala těsně na antický vlys. Je také charakteristická svým vzorem na krajce. Ozdobné prvky pásovitě se nacházející se na dlaždicích, kobercích v interiéru. Dále se v interiérech tyto pásovité prvky nachází na stěnách. Vznikaly pomocí aplikací válečku na plochu. I dnes můžeme spatřit frýzy na zcela nečekaných obyčejných místech jako například na otisku pneumatiky. Kardiologové se denně setkávají s pásovitým vzorem při posuzování elektrokardiografických křivek. (Voráčová el al. 2012, s. 86)

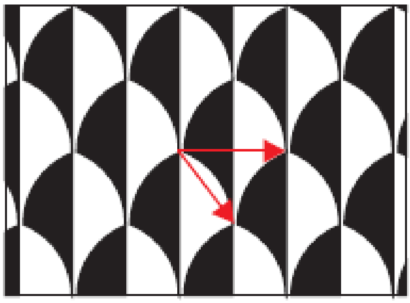
Obr. 15: Mořská vlna



Obr. 16: Krajka

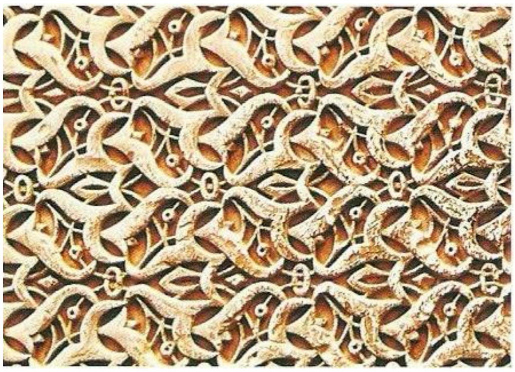
1.6.3 Tapeta

Tapeta neboli ozdobné pole.



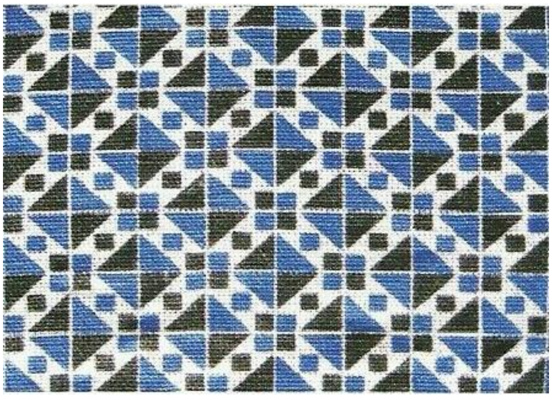
Obr. 17: Tapeta

Tapety kryjí celou rovinu a jsou stejně jako i frýzy nekonečnými útvary. Geometrická tvorba spočívá v použití lineárně nezávislých posunutí, tedy posunutí ve dvou různých směrech. I tapety se dále rozdělují na 17 tříd při aplikaci osové, středové, posunuté souměrnosti nebo otočení. Tak jako všechny tyto geometrické ornamenty i tapety se objevují již v dávné historii lidstva. Středověké maurské stavitelství je charakteristické výskytem rozličných ozdobných polí. Mezi tapety samozřejmě řadíme i mozaiky. Mozaika se skládá z malých kousků různých materiálů jako např. mramor, sklo, syntetické materiály, kameniny, dřevo, kůže atd. Tyto malé kousky vznikají různými technikami. Řezáním, osekáváním a dalšími způsoby tvorby. Ornamentální dílo z těchto kousíčků vzniká skládáním do různých pravidelných nebo i méně pravidelných destiček, jejichž povrch se dále může zpracovávat. Mozaika ze skla či kamene se označuje inkrustace a intarzií naopak nazýváme mozaiku vzniklou převážně ze dřeva. Kamenná mozaika byla inspirací pro vznik dřevěných, které nejprve napodobovaly geometrické vzory, a dále pak přecházely na květinové a krajinářské. (Baleka 1997, s. 230) V dnešní době pozorujeme tapety na zdech bytů, také se tyto tapetové vzory nachází na různých kobercích a dečkách. (Voráčová el al. 2012, s. 88)

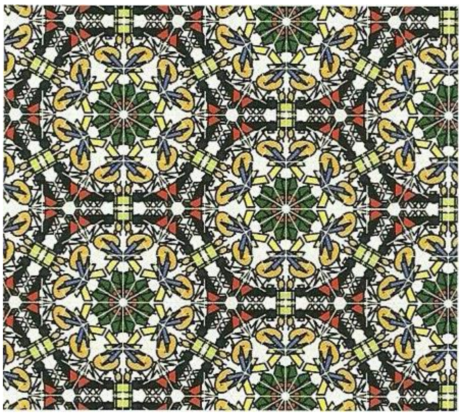


Obr. 18: Alhambra

Obr. 19: Krajkový vzor



Obr. 20: Vzor na látce



Obr. 21: Tapeta nakreslená pomocí počítače

1.7 Ornament v přírodních vědách

Vztahy člověka k přírodě byly a jsou značně komplikované a někdy těžko nahlédnutelné. Můžeme se na ně dívat skrz filozofické koncepce, sociologické výzkumy ale i třeba archeologické vykopávky. Jednou z oblastí, kterou je zajímavé sledovat, je v tomto ohledu umění.[1]

Značná část ornamentu byla vždy více či méně inspirována přírodními tvary, proto ornament může sloužit jako zajímavý zdroj informací při zkoumání lidského vnímání či interpretování přírody. Ta se v ornamentice objevovala v podobě konkrétních tvarů přejatých zejména z vegetace, ale i v hlubších principech pracujících nejen s rytmy, opakováním či prouděním.[2]

V 2. pol. 19. století vznikaly nové umělecko-průmyslové školy, kde se žákům doporučovala četba populárně vědecké literatury, nutností byla práce s vlastními herbáři. Hojně se užívaly i mikroskopy nebo kompendia ornamentálních předloh a tabulí znázorňujících drobnohledné (mikroskopické) struktury listů rostlin, řezy dužinami plodů, obrazce kůry stromů, obrazce motýlích křídel, hmyzu. Oblíbená byla též zobrazení fosílií, přesliček, řas a

---

[1] STIBRAL, Karel. Ornament a příroda. *Ekolist* Dostupné z: http://ekolist.cz/cz/kultura/clanky/ornament-a-priroda

[2] STIBRAL, Karel. Ornament mezi přírodními vědami a uměním. *Vesmír* Dostupné z: http://casopis.vesmir.cz/clanek/ornament-mezi-prirodnimi-vedami-a-umenim

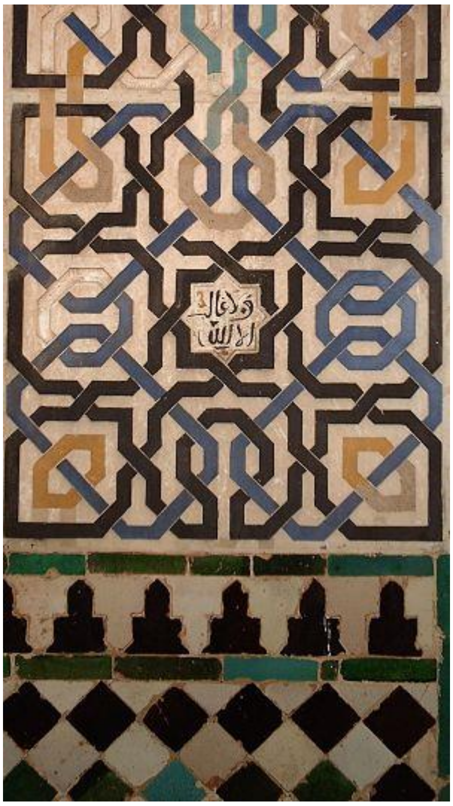
mechů. Mikroskopická zobrazení a ornamentální předlohy studenti různě kopírovali pro rozvoj vizuální paměti a imaginace.

V matematice ornamenty zařadíme do oblasti zábavné matematiky, ale matematické teorie ornamentů a s nimi úzce spojené mozaiky nachází uplatnění i v jiných oblastech vědy, zejména ve fyzice. Tato teorie se začala rozvíjet koncem 19. století společně s teoriemi krystalografických grup, dnes se užívá především také při výzkumu kvaziperiodických krystalů. (Voráčová et al. 2012, s. 88)

Souvislost matematiky a ornamentiky spatřujeme i na překrásných mozaikách zdobících palác v Alhambře. Maurští stavitelé vybudovali tento středověký komplex paláců a pevností pro své panovníky. Jeho výstavba je datována již do 13. století, o století později byla tato stavba přikrášlena mozaikami. Pro veřejnost se zpřístupnily tyto mozaiky až v roce 1943 a v následujících letech se o ně začali zajímat i matematici, kteří si všímali její komplikované struktury, tedy vzorování.

Grupa jako pojem, který vyjadřuje jeden z velmi abstraktních matematických objektů, se začal objevovat v algebře v 19. století. Koncem tohoto století byla objevena v dnešní době již známá souvislost mezi teorií grup a krystalografií s různými typy symetrií krystalů. V této době vznikala i náročná, ale zároveň úplná klasifikace všech grup symetrií v rovině a v prostoru. V kategorií roviny je grup rovných sedmnáct. Mozaiky zdobící palác v Alhambře v sobě skýtají 11 z těchto grup, odhalila to v roce 1965 Edith Müllerová. A později na stejném místě známý geometr Coxeter nalezl další dvě tyto grupy. Už jen čtyři grupy nebyly v té době nalezeny v Alhambře, to se ale změnilo roku 1986, kdy Rafael Pérez Gómez objevil i tyto zbývající komplikované grupy. Z tohoto lze usuzovat, že Arabové měli úplnou znalost klasifikací grup symetrií roviny. (Fiala 2000)

Obr. 22: Palác v Alhambře



Obr. 23: Alhambra - ornament interiér

1.8 Escher – od výtvarného umění k matematice

O grafikovi Escherovi se mluví jako o umělci, který vrátil ornament do života. Inspirací pro něj bylo právě pravidelné dělení ploch. Jeho tvorba byla charakteristická tím, že proměňoval geometrické obrazce v ryby, ptáky, ale i například ještěrky. Díky odkazu, který zanechal ve své tvorbě, se v posledních letech můžeme setkat s obrovským nárůstem zájmu o ornament. (Kupčáková 2009, s. 105 – 107)

O jeho životě a umělecké tvorbě

Zájem o geometrii a symetrie získal holandský grafik Maurits Cornelis Escher, přezdívaný Mauk, přes svoji uměleckou tvorbu. Narozen byl v roce 1898 v nizozemském Leeuwardenu. Za svého dětství trpěl zdravotními problémy a snad i to přispělo k tomu, že v matematice zrovna nevynikal. Matematické vzdělání tedy neměl, ale i tak měl možnost učit symetrii, později topologii. Postupem času se jeho chápání tohoto učení prohlubovalo, nejspíše i díky kontaktu s významnými matematiky své doby. Diskutoval s takovými matematiky jako Pólyou, Coxeterem a Penrosem.

Jeho otec, stavební inženýr a hydraulik George Arnold Escher, chtěl, aby se jeho syn stal architektem. Nastoupil tedy na Harlemskou vysokou školu architektury a umělecké ornamentiky. Z architektury ovšem poměrně rychle přešel na studium dekorativního umění, kresby a dřevorytecké techniky. Ve 24 letech procestoval Escher Itálii a Španělsko. Tato cesta následně ovlivnila i jeho pozdější tvorbu. Za vlády Mussoliniho v roce 1935 byl nucen opustit Itálii konkrétně Řím, kde do té doby s manželkou žil. Nejprve se odstěhoval do Švýcarska a následně i do Belgie. Během 2. světové války se nakonec přesunul do Nizozemska. Velké slávy dosáhl již v roce 1958, přednášel a hlavně vyvíjel a vytvářel svá vlastní díla. V roce 1972 Escher zemřel ve věku 73 let.

Cesta do Španělska roku 1936, kde podruhé v životě navštívil palác v Alhambra v Granadě a mešitu v Córdobě, vedla Eschera k přeorientování jeho tvorby z krajinné malby ke grafickým vzorům a pokrytím. Návštěva paláce pro něj byla největším zdrojem inspirace, na jaký se kdy napojil. Pomocí skic vytvořil svoje vlastní geometrické vzory se zakomponováním ptáků, lvů a ryb. Následně se věnoval dřevořezům. Escher se dostal až k akademickému článku o grupách symetrie od Pólya. Escher i přes svoji matematickou nevzdělanost pochopil 17 tapetových symetrií roviny a právě v tomto okamžiku se začíná jeho tvorba prolínat s matematikou.

Escher si vedl detailní záznamy o typech, barvách a symetričnosti výzdoby v Alhambře, zkoumal tedy myšlenky nacházející se v oboru, který pak později matematici nazvali krystalografii (obor, který studuje strukturu a vytváření krystalů). Mezi jeho nejznámější dílo patří „Pravidelné pokrytí roviny asymetrickými shodnými mnohoúhelníky“. Z pohledu matematiky sice nebyl vzdělaný, ale myšlenky v uvedeném článku, který publikoval v roce 1941, ho řadí mezi významné matematiky. Spolupráce s matematikem Rogerem Penrosem vedla k takovým dílům, jako je Belveder, Vodopád, Nahoru a dolů. Společnou tvorbou došli k vytvoření nemožného trojúhelníku, Penroseova trojúhelníku.

Escher a jeho tvorba je důkazem propojení myšlení umělce s matematikou. (Askew a Ebbuttová 2012, s. 114)

2. Symetrie v geometrii

Slovo symetrie pro člověka v běžném životě znamená spíše něco jako příjemně vyváženo. Tento termín slýcháváme obvykle v každodenním životě. Lidé si všímají symetričnosti, vyváženosti věcí ve svém okolí, např. symetričnost obličejů při tvorbě portrétů, symetrie motýlích křídel atd. Tyto pro člověka intuitivní představy rozvinulo zkoumání zrcadlové a rotační symetrie v eukleidovské geometrii. Například na motýlech lze dobře ukázat zrcadlová symetričnost a u rozkrojeného jablka můžeme dokonce ukázat jak zrcadlovou symetričnost, tak i symetrii rotační. Pro matematiku je charakteristická dokonalost symetričnosti, zatímco v reálném životě byste jen těžko hledali dokonale symetrického motýla. Aplikace matematické operace zrcadlení zachovává vzhled motýla natolik, že nedokážeme říci, jestli se díváme na původního motýla nebo jen na jeho odraz. Operace otočení se dá stejně aplikovat na rozříznuté jablko, čímž obdobně zachováme vzhled při pootočení.

Další z matematických pojmů je potřeba v tomto tématu zmínit, a to matematická operace stejnolehlosti. V každodenním životě bychom dva různě velké trojúhelníky ovšem stejnoměrně zvětšené nebo i zmenšené neoznačili za symetrické. Ale právě stejnolehlost zachovává některé vlastnosti trojúhelníku jako např. velikosti úhlů a poměry stran. Tyto trojúhelníky se tedy dají nazvat symetrické, alespoň co se týká jejich vlastností úhlů a poměru stran.

Posunutí, další z matematických operací týkající se symetričnosti. Obraz trojúhelníku vytvoříme tím, že jej bez otáčení přesuneme v rovině. Tím je vytvořen symetrický trojúhelník. Vlastnosti se tedy zachovávají.

Zrcadlení, otočení, stejnolehlost a nakonec posunutí tvoří základy planimetrie, jinak nazvané rovinné eukleidovské geometrie. Zabývající se útvary, které se dají znázornit v dvojrrovině. Pro žáky 2. stupně je studium těchto symetrií podklad pro geometrii, kterou se začínají učit. (Askew a Ebbuttová 2012, s. 7 – 9)

V planimetrii se můžeme zaměřit na tvorbu mozaiky. Mozaiky neboli dlaždice tvoří různé tvary pokrývající rovinu. Ty se skládají z n-úhelníků, ale ne každý může tvořit pravidelný obrazec, tedy mozaiku. Například pravidelným pětiúhelníkem nelze pokrývat rovinu, dlaždice tedy nemohou mít jeho tvar. Mozaiky je možno tvořit z pravidelných trojúhelníků, ze čtverců a pravidelných šestiúhelníků, ale je možné tyto 3 typy dále kombinovat za vzniku mozaiky polopravidelné.

Ovšem mozaiku je možno tvořit i jinými typy n-úhelníku. Rovinu můžeme pokrývat jakýmkoliv trojúhelníkem nebo jakýmkoliv čtyřúhelníkem (rovnoběžníky, lichoběžníky, deltoidy, obecné čtyřúhelníky). Jak je již dříve zmíněno, rovinu nemůžeme pokrýt pravidelnými pětiúhelníky. Z toho nám vyplývá, že o pětiúhelnících neplatí stejné schéma, tudíž nemůžeme rovinu pokrývat jakýmkoliv pětiúhelníkem. Pětiúhelník, který je schopen vytvořit rovinný pravidelný útvar, má shodné všechny strany, ale nemá shodné všechny úhly (proto není pravidelný). To stejné se dá říci i o šestiúhelnících, tedy že ne každý nám může vytvořit mozaiku.

Krystalografie je vědní obor zabývající se zákonitostmi pravidelného pokrývání roviny. Zjištění matematiků je, že mozaik není nekonečně mnoho, ale můžeme je roztřídit do sedmnácti grup. Tyto grupy popsal poprvé roku 1891 E. S. Fjodorov.

Vyplnění roviny skýtá tedy 17 grup, v prostoru krystalografie zná až 230 tzv. prostorových grup symetrií. (Kupčáková 2009, s. 74 – 79)

2.1 Zobrazení

Propojení ornamentu a matematiky je znatelné již od pohledu. V definici ornamentu se uvádí, že ornament může být plošný neboli rovinný nebo plasticky neboli prostorový. Práce se zabývá využitím ornamentu v hodinách matematiky, tudíž se zaměřuje na plošný neboli rovinný ornament. Ornament je zobrazením v rovině – rovinným útvarem založeným na řádu, opakování a rytmizaci. V ornamentu můžeme často velice snadno rozeznat osovou a středovou souměrnost a další zobrazení jako posunutí a otočení. V souvislosti využití ornamentu v matematickém vyučování je nutné nadefinovat výše zmiňované pojmy. Hned v úvodu si proto vysvětlíme základní pojmy související se zobrazením, jež povedou k snadnějšímu pochopení geometrického zobrazení.

Definice

„Jestliže $f: A \to B$ je zobrazení, pak množina A se nazývá definiční obor a množina B se nazývá obor hodnot tohoto zobrazení. Skutečnost, že prvku $a \in A$ je přiřazen prvek $b \in B$, se vyjadřuje zápisem $f(a)=b$."

Definice

„Zobrazení $f: A \to B$ je *injektivní*, pokud pro prvky $x,y \in A$ platí $f(x)=f(y)$ a následně, že $x = y$.

Zobrazení $f: A \to B$ je *surjektivní*, pokud k libovolnému (obecnému) prvku $b \in B$ existuje vzor $a \in A$ takový, že $f(a)=b$."

2.2 Zobrazení v rovině

Definice:

„Zobrazení Z v rovině je předpis, který každému bodu X roviny (říkáme mu vzor) přiřazuje právě jeden bod X' (ten nazýváme obraz).

Zapisujeme $Z: X \to X'$

Samodružné body zobrazení jsou body, pro které platí: $X = X'$.

Zobrazení, ve kterém je každý bod samodružný se nazývá *identita.*

Zobrazení nazýváme *prosté,* jestliže různým vzorům X, Y přiřadíme různé obrazy X', Y'."[3]

Geometrické zobrazení se označuje velkými písmeny abecedy nebo velkými písmeny s indexy.

Zápis $Z: X \to X'$ čteme „obrazem bodu X v zobrazení Z je bod X' " nebo také „obraz X' má v zobrazení Z vzor X. "

„Nechť U je geometrický útvar a U' jeho obraz v daném zobrazení; jestliže obraz každého bodu útvaru U je opět bodem tohoto útvaru, pak obraz U' splývá s útvarem U a takový útvar $U = U'$ se nazývá *samodružným útvarem daného zobrazení;* je-li každý bod samodružného útvaru U

[3] BARTOŇOVÁ, Eva a Pavel KVĚTOŇ. *Matematika III: základy geometrie,* s. 61

samodružný, pak je útvar *U* tzv. *silně samodružný* v daném zobrazení, jinak je *slabě samodružný.*“[4]

2.3 Shodná zobrazení

Již od útlého dětství jsme schopni rozeznávat shodné útvary, ba dokonce i daný druh souměrnosti. Ideální formou, jak představit dětem shodnost rovinných útvarů, je prostřednictvím vystřihávání útvaru a překrývání s těmi ostatními. K prezentaci se dá snadno využít i průsvitka. Již žáci 1. stupně základní školy bez problémů vyjmenují souměrné útvary, které znají z domova nebo z přírody. A právě samotný ornament je typickým příkladem, který doplňuje esteticky, ale i prakticky předměty každodenní potřeby.

Tato kapitola obsahuje základní pojmy a jejich definice, které je nutné znát a pochopit.

Definice:

„Dva rovinné útvary U, V v E^2 jsou shodné ($U = V$) právě tehdy, existuje-li izometrie (shodné zobrazení) f taková, že $f(U) = V$.“ [5]

Definice:

„Zobrazení $f\colon \boldsymbol{E}^{(n)} \to \boldsymbol{E}'^{(m)}$ se nazývá shodné, jestliže pro libovolné body $X,Y \in \boldsymbol{E}^{(n)}$ a jejich obrazy $f(X), f(Y) \in \boldsymbol{E}'^{(m)}$ platí:

$$|XY| = |f(X)f(Y)|.“$$

Věta:

„Jsou-li $f(A), f(B), f(C)$ obrazy tří navzájem různých kolineárních bodů A, B, C ve shodném zobrazení f, pak platí:

$$(ABC) = (f(A)\ f(B)\ f(C)).$$

[4] DOLEŽAL, Jiří. *Základy geometrie,* s. 57
[5] KOPECKÝ, M., DOFKOVÁ, R.: *Geometrie 3,* s. 6.

Důkaz:

Větu dokážeme z definice jednoduchou úpravou

$$(A,B,C) = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|f(A)\,f(C)|}{|f(B)\,f(C)|} = (\,f(A)\,f(B)\,f(C)\,).\text{“}$$

<u>Definice:</u>

„ Buďte dány dvě roviny σ, σ' a přiřadění těchto vlastností:

1. Každému bodu *X* z roviny σ je přiřazen jediný bod *X'* roviny σ'.
2. Každý bod roviny σ' je přiřazen jedinému bodu roviny σ.

   Toto přiřadění se nazývá zobrazení roviny σ na rovinu σ'; bod *X* se nazývá vzor, bod *X'* jeho obraz.

   Poznámky

1. Přiřadění je dáno určitým předpisem, který může být buď geometrický, nebo početní.
2. Roviny σ,σ' mohou být bud různé, nebo splývající. Jestliže rodiny σ,σ' splynou, nazýváme zobrazení zobrazením v rovině σ.
3. Zobrazení podle této definice je tzv. prosté zobrazení; je geometrickou obdobou prosté funkce. Místo čísel jsou tu body; oboru funkce odpovídá množina všech bodů roviny σ (vzorů), místo funkčních hodnot jsou zde body roviny σ' (obrazy). “ [6]

„Zobrazení v rovině nazýváme **shodné zobrazení** nebo také **shodnost**, jestliže přiřazuje každé úsečce *AB* shodnou úsečku *A'B'* stejné délky.“[7]

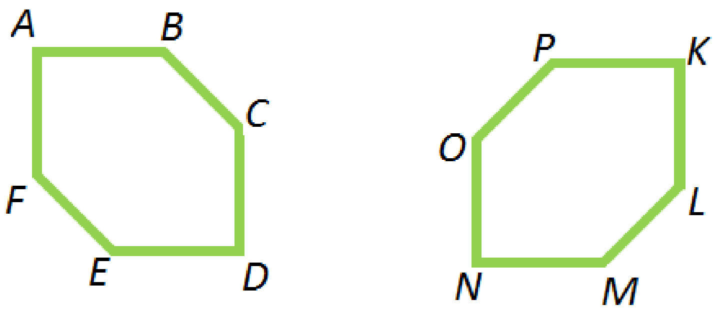
„Shodnost úseček a rovnost jejich délek zapisujeme týmž způsobem. Zápis *AB* = *A'B'* čteme buď „úsečka *AB* rovná se úsečce *A'B'*“, nebo „úsečka *AB* je shodná s úsečkou *A'B'*. “[8]

Shodnost zachovává délku úseček. Platí $|A'B'| = |AB|$

[6] VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty,* s. 299
[7] BARTOŇOVÁ, Eva a Pavel KVĚTOŇ. *Matematika III: základy geometrie,* s. 61
[8] KINDL, Karel. *Matematika: přehled učiva základní devítileté školy,* s. 259

Jestliže jsou dva rovinné útvary shodné, používáme k zápisu symbol ≅. Vždy musíme dbát na správné pořadí zápisu vrcholů rovinných útvarů.

$$ABCDEF \cong KLMNOP$$



Obr. 24: ABCDEF ≅ KLMNOP

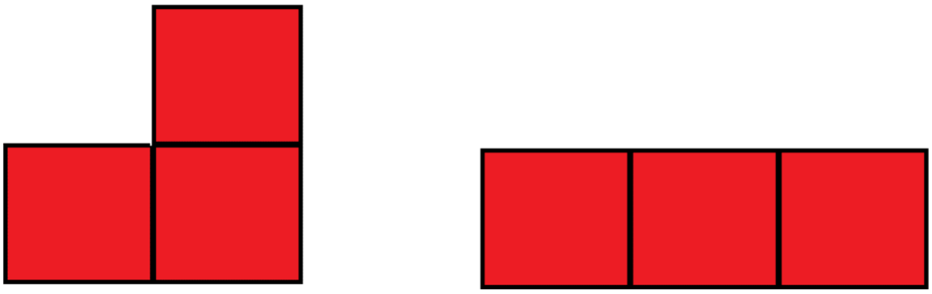
Dva rovinné útvary jsou shodné, jestliže je můžeme přemístit tak, aby se kryly. Některé útvary můžeme pouze posouvat a natáčet, jiné rovinné útvary musíme i překlopit v prostoru. O shodnosti dvou rovinných útvarů se můžeme přesvědčit užitím průsvitky. Jeden z rovinných útvarů překreslíme na průsvitku a získáváme obraz tohoto rovinného útvaru, který následně posouváme, otáčíme a překlápíme tak, aby se kryl s druhým útvarem. V souvislosti s použitím průsvitky a potřebnými pohyby rozeznáváme přímou a nepřímou shodnost.

Přímá shodnost – překreslený rovinný útvar na průsvitce pouze přesouváme a otáčíme tak, aby se překrýval se svým vzorem.

Nepřímá shodnost – překreslený rovinný útvar na průsvitce musíme navíc překlápět v prostoru tak, aby se obraz na průsvitce kryl se svým vzorem.

Stejná velikost dvou rovinných útvarů však nemusí vždy určovat, že jsou dva rovinné útvary shodné (obr. 25).

.



Obr. 25: Dva různé rovinné útvary stejné velikosti

Bartoňová (2006) definuje vlastnosti každého shodného zobrazení následovně:

- „obrazem polopřímky *AB* je polopřímka *A'B';*
- obrazy opačných polopřímek jsou opačné polopřímky;
- obrazem přímky *AB* je přímka *A'B'*;
- obrazem rovnoběžných přímek jsou rovnoběžné přímky;
- obrazem poloroviny *pA* je polorovina *pA'*;
- obrazy opačných polorovin jsou opačné poloroviny;
- obrazem úhlu *AVB* je úhel *A'V'B'* shodný s úhlem *AVB;*
- obrazem útvaru *U* je útvar *U'* shodný s útvarem *U.*"

Důkazy zmíněných vlastností:

Vzhledem k tvrzení, že při shodném zobrazení v rovině je obrazem úsečky *AB* úsečka *A'B'* shodná s *AB,* nám zbývá ověřit si polohu obrazu bodu *X'* libovolného bodu *X* na polopřímce *AB.* Bod *X* se nachází za bodem *B,* to znamená., že bod *B* leží mezi body *A, X* a dle definice shodných úseček tedy i bod *B'* leží mezi body *A'X'.* Z toho vyplývá, že obrazem polopřímky *AB* je polopřímka *A'B'.*

Je dána rovina, která je rozdělená přímkou *p* na dvě poloroviny. Přímce *p* a bodu *A,* který neleží na přímce *p,* odpovídají obrazy *p* a *A'.* Máme-li daný libovolný bod *X,* který neleží na přímce *p* a je různý od bodu A, pak obraz X' leží v polorovině pA'. Přímka p je množinou samodružných bodů.

Jsou dány body A, V, B, které neleží v přímce. Obrazy těchto tří bodů také nebudou ležet v jedné přímce. Body A, V, B dělí rovinu na poloroviny AVB, BVA, a ty se zobrazí na poloroviny $A'V'B'$ a $B'V'A'$. Průnikem polorovin AVB A BVA je úhel $\sphericalangle AVB$, jehož obrazem je úhel $\sphericalangle A'V'B'$, který je průnikem polorovin $A'V'B'$ a $B'V'A'$.[9]

2.3.1 Klasifikace shodného zobrazení

Jak již bylo zmíněno, rozlišujeme přímé a nepřímé shodné zobrazení, které dále dělíme na:

- přímá shodnost: identita,
  posunutí (translace),
  otáčení (rotace),
  středová souměrnost,
- nepřímá shodnost: osová souměrnost,
  posunutá souměrnost.

Dalším shodným zobrazením, na které se velmi často zapomíná, je posunutá souměrnost, což je složenina osové souměrnosti a posunutí ve směru osy.
Každé shodné zobrazení má určující prvek. Posunutí je určeno vektorem. Otáčení určuje střed a úhel a v případě středové souměrnosti je určujícím prvkem samotný střed. Osová souměrnost je určena osou souměrnosti a posunutá souměrnost je určena osou a vektorem posunutí.[10]

2.3.2 Skládání shodností

Shodná zobrazení můžeme i skládat. Složením dvou shodností vzniká taktéž shodné zobrazení a možnosti skládání výše jmenovaných shodností jsou konečné.

- Složením dvou přímých nebo dvou nepřímých shodností vznikne přímá shodnost.
- Složením přímé a nepřímé shodnosti vznikne nepřímá shodnost.
- Každou přímou shodnost lze složit ze dvou osových souměrností.

[9] VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty*, s. 306 - 307
[10] ŽÁDNÍK, Vojtěch. *Osnova k přednášce z Geometrie* [online]. In: . s. 147 [cit. 2016-06-10]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/podzim2014/MA2BP_PGE/um/osnova.pdf s. 123

- Každou nepřímou shodnosti lze složit ze středové souměrnosti a osové souměrnosti.[11]

2.3.3 Osová souměrnost

Osová souměrnost je zobrazení, které je dáno osou. Řadíme jej mezi shodná zobrazení. V běžném životě se denně setkáváme s předměty (živými i neživými), na kterých zřetelně rozeznáme vlastnosti osové souměrnosti. K tomu, abychom se stoprocentně přesvědčili, že je daný rovinný útvar osově souměrný, využijeme zrcátko. Zrcátko přiložíme na rovinný útvar přímo k přímce, kterou nazýváme osou souměrnosti daného rovinného útvaru. Stejně tak můžeme využít i průsvitku. Útvar na průsvitku překreslíme a přeložíme na dvě části. V místě přehybu útvaru se nachází osa souměrnosti tohoto útvaru.

Souměrnost se označuje cizím slovem *symetrie* (slovo řeckého původu, které znamená soulad mezi částmi celku). Proto se můžeme setkat i s označením *osově symetrický útvar.* Osu souměrnosti můžeme označovat jako *osu symetrie.*

Definice:

„Mějme danou přímku *o*. **Osová souměrnost s osou *o*** je shodné zobrazení *O(o),* které přiřazuje:

1. každému bodu $X \notin o$ bod X' tak, že přímka XX' je kolmá k přímce o a střed úsečky XX' leží na přímce o,
2. každému bodu $Y \in o$ bod $Y' = Y$."[12]

Přímka *o* se nazývá osa osové souměrnosti. Osová souměrnost je nepřímá shodnost a je vždy dána osou.

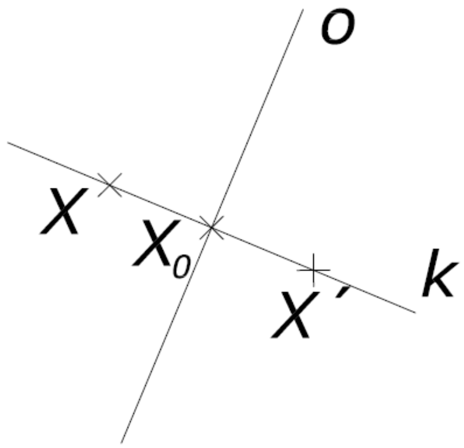
[11] DOLEŽAL, Jiří. *Základy geometrie,* s. 58
[12] BARTOŇOVÁ, Eva a Pavel KVĚTOŇ. *Matematika III: základy geometrie,* s. 62

Osovou souměrnost symbolicky zapisujeme:

$$O(o):\ X \rightarrow X'$$

a čteme: „V osové souměrnosti s osou *o* se bod *X* zobrazí do bodu *X'*.“

V případě, že bod *X* neleží na ose *o,* sestrojíme jeho obraz *X'* následovně; bodem *X* vedeme kolmici *k* na osu *o* a patu této kolmice označíme jako bod X_0. Osa *o* kolmici *k*, která je dána body XX_0 dělí na dvě polopřímky. Bod *X'* bude ležet na polopřímce opačné k polopřímce XX_0 a sestrojíme ho tak, že $|XX_0| = |X_0X'|$.



Obr. 26: Obraz bodu X v osové souměrnosti s osou o

Pokud bod *X* leží na ose *o*, pro jeho obraz *X'* platí: *X'* = *X*

V případě, že bod *X* na ose *o* neleží, postupujeme dle výše zmíněného konstrukčního řešení.

<u>Věta:</u>

Osová souměrnost je shodné zobrazení.

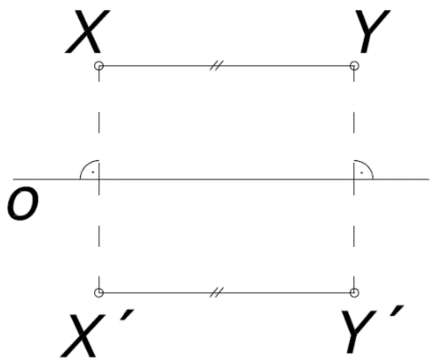
Důkaz:

Osová souměrnost je shodné zobrazení, jestliže platí $|XY| = |X'Y'|$ pro jakékoliv dva body *X*, *Y*, které leží v rovině δ. Každému bodu roviny (vzor) je přiřazen jediný obraz a naopak.

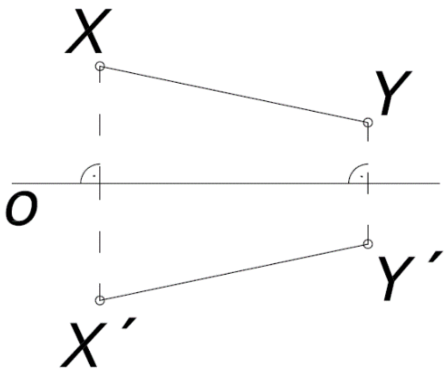
Mohou nastat dva případy a to, kdy úsečka XY k ose o není kolmá a naopak, kdy úsečka XY k ose o kolmá je.

Dále rozlišujeme případy, kdy:

a) body X, Y leží v jedné polorovině dané osou o. Pokud narýsujeme obrazy X', Y' bodů X, Y souměrné podle osy o, získáváme pravoúhlý čtyřúhelník nebo rovnoramenný lichoběžník $XYY'X'$. Pro jeho protější strany resp. ramena, platí $XY = X'Y'$.

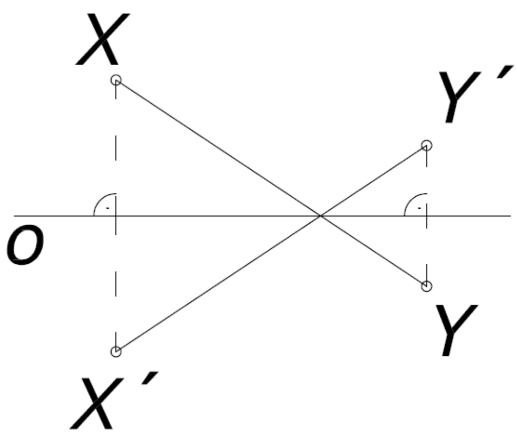


Obr. 27: Pravoúhlý čtyřúhelník



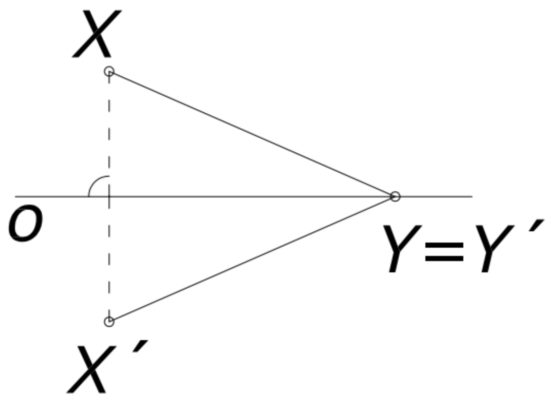
Obr. 28: Rovnoramenný lichoběžník

b) body X, Y leží v různých polorovinách daných osou o. Pak čtyřúhelník $XYY'X'$ nazýváme rovnoramenným lichoběžníkem nebo pravoúhlým rovnoběžníkem. Jelikož jsou jeho úhlopříčky shodné, pak opět platí $XY = X'Y'$.



Obr. 29: Rovnoramenný lichoběžník

c) aspoň jeden z bodů X, Y leží na ose o. Např. bod $X \in o$, pak $X' = X$ a bod $Y \notin o$, pak jeho obraz Y' sestrojíme pomocí kolmice vedené k ose o.[13]



Obr. 30: Rovnoramenný trojúhelník

Množina všech samodružných bodů osové souměrnosti je osa souměrnosti.

Obrazem přímky p rovnoběžné s osou souměrnosti o je přímka p' rovnoběžná s osou o.

Samodružné přímky osové souměrnosti jsou osa souměrnosti a všechny přímky k ní kolmé.

„Přímo z definice plyne, že osová souměrnost je jednoznačně určena osou souměrnosti. Může však být také dána dvojicí různých bodů X, X', jestliže každý z nich je obrazem druhého v této osové souměrnosti. Osou souměrnosti je pak osa úsečky XX'."[14]

2.3.4 Středová souměrnost

Středová souměrnost je stejně jako osová souměrnost shodné zobrazení v rovině. Tak, jak se v běžném životě sekáváme s osově souměrnými obrazci, je tomu i v případě středově souměrných útvarů, obrazů, vzorů. Někdy se nám zdá, že obrazec je souměrný, ale pokud jej přehneme na dvě poloviny, tak se poloviny přesně nekryjí nebo vzorem nesplňují podmínku osové souměrnosti. Tyto útvary a obrazce jsou středově souměrné. Ideálním příkladem jsou ornamenty nebo sněhová vločka, která je považována za přírodní ornament. Vlastnosti středové

[13] VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty,* s. 308 - 309
[14] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*, s. 124

souměrnosti vychází z rotace, jelikož souměrnost podle středu je zvláštním případem rotace s orientovaným úhlem o velikosti 180°.

Definice:

„Je dán bod S. **Středová souměrnost se středem S** je shodné zobrazení $S(S)$, které přiřazuje:

1. každému bodu $X \neq S$ bod X' tak, že bod S je středem úsečky XX',
2. bodu S bod $S' = S$.“ [15]

Bod S se nazývá střed středové souměrnosti. Středová souměrnost je přímá shodnost.

Středová souměrnost má jeden samodružný bod a tím je její střed. Bod S při otáčení kolem středu S zůstává stále na místě, tzn. že obrazem bodu S je tentýž bod.

Středovou souměrnost symbolicky zapisujeme:

$$S(S):\ X \to X'$$

a čteme: „Ve středové souměrnosti se středem S se bod X zobrazí do bodu X'.“

Věta:

„ V souměrnosti podle středu S je obrazem každé přímky přímka s ní rovnoběžná.“[16]

neboli: Obrazem přímky p, která neprochází středem souměrnosti, je přímka p' rovnoběžná s přímkou p.

Důkaz:

Střed souměrnosti S neleží na přímce p. V případě, že povedeme bodem S přímku q rovnoběžnou s přímkou p, pak se tyto přímky nikdy neprotnou, tím pádem nemají společný bod a i přímky p' a q' nemají žádný společný bod.

Věta:

Všechny přímky, které procházejí středem souměrnosti, jsou samodružné přímky středové souměrnosti.

[15] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie,* s. 131
[16] VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty,* s. 323

Důkaz:

Jestliže přímka p prochází středem S, pak přímka $p' = p$ a přímka p je samodružná. Přímka p obsahuje samodružný bod, kterým je právě bod S a tento bod dělí přímku p na dvě polopřímky, které jsou si navzájem ve středové souměrnosti obrazy.[17]

Středová souměrnost je speciálním případem otočení o úhel o velikosti 180°.

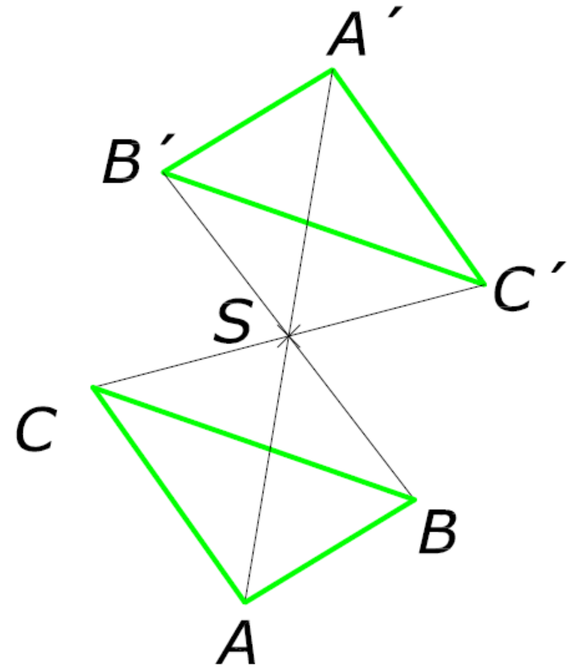
Středová souměrnost může vzniknout i pomocí skládání dalšího typu shodností a to dvou osových souměrností.

<u>Věta:</u>

„Složením dvou k sobě navzájem kolmých osových souměrností, vzniká středová souměrnost, jejíž středem S je průsečík těchto kolmých os.“

Tvrzení lze aplikovat i obráceně se zněním: „Středovou souměrnost je možné rozložit na dvě osové souměrnosti, jejichž osy jsou přímky k sobě kolmé a zároveň procházejí středem.“

K názorné prezentaci a pochopení středové souměrnosti poslouží následující obrázek (obr. 31), kde je pomocí středové souměrnosti se středem S zobrazen trojúhelník $A'B'C'$, který je obrazem trojúhelníku ABC.



Obr. 31: Zobrazení trojúhelníku ABC ve středové souměrnosti se středem S

[17] VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty*, s. 324

Je dán trojúhelník ABC a bod S označován jako střed. Postupně sestrojíme body A', B', C', které jsou obrazy vrcholů A, B, C ve středové souměrnosti se středem S. Body A a S proložíme přímku. Střed souměrnosti S dělí přímku AS na dvě polopřímky. Velikost úsečky SA přeneseme na opačnou polopřímku od polopřímky SA a získáváme bod A'. Stejným způsobem sestrojíme i obrazy dalších vrcholů trojúhelníka ABC.

Zápis: $S(S)$: $\Delta\, ABC \rightarrow \Delta\, A'B'C'$

a čteme: „Trojúhelník ABC a $A'B'C'$ jsou souměrně sdružené podle středu S."

Ze zápisu lze i vyčíst, že obrazem vrcholu A je vrchol A', nebo že úsečka BC se zobrazí na úsečku $B'C'$.

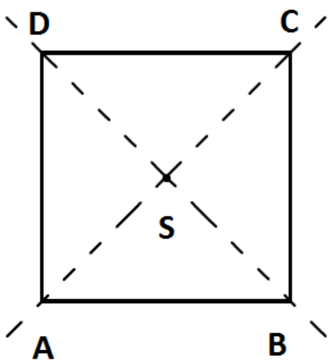
Středově souměrné útvary

Definice:

„ Útvar U nazveme **středově souměrným**, pokud existuje takový bod S, že při otočení o 180° kolem bodu S přejde útvar U sám v sebe. Bod S se nazývá střed souměrnosti útvaru U."[18]

Příklady středově souměrných útvarů:

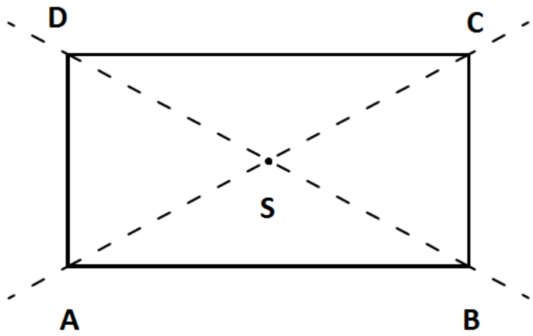
- čtverec – střed souměrnosti je průsečík úhlopříček



Obr. 32: Střed souměrnosti čtverce

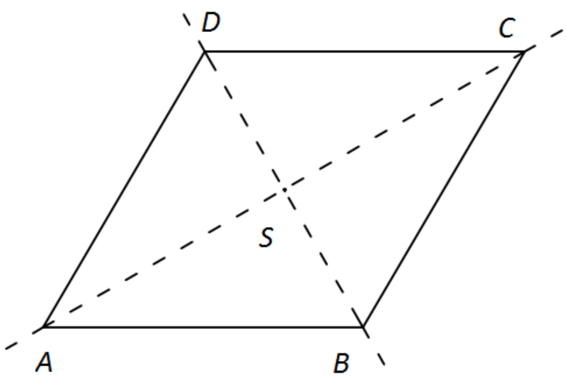
[18] HERMAN, Jiří. *Matematika: osová a středová souměrnost,* s. 41

- obdélník – střed souměrnosti je průsečík úhlopříček



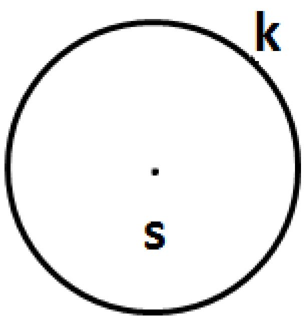
Obr. 33: Střed souměrnosti obdélníku

- kosočtverec – střed souměrnosti je průsečík úhlopříček



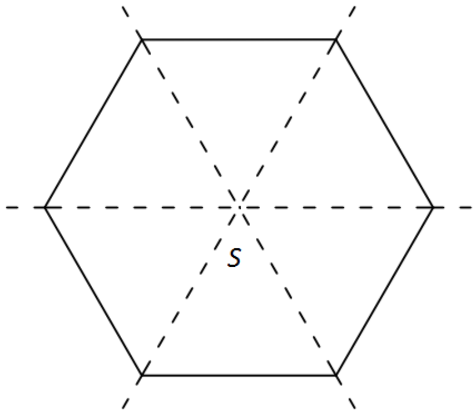
Obr. 34: Střed souměrnosti kosočtverce

- kruh – střed souměrnosti je střed kruhu



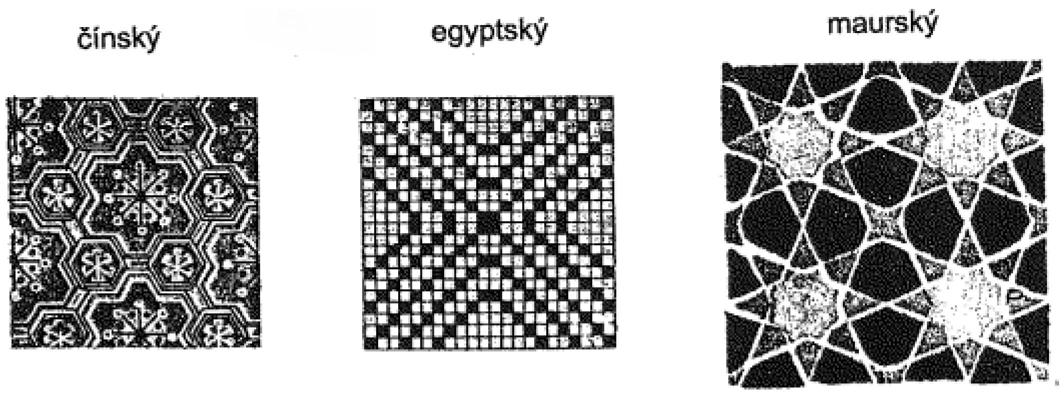
Obr. 35: Střed souměrnosti kruhu

- pravidelný mnohoúhelník se sudým počtem vrcholů – střed souměrnosti je průsečík úhlopříček



Obr. 36: Střed souměrnosti pravidelného šestiúhelníku

Středová souměrnost v ornamentech



Obr. 37: Středově souměrné ornamenty

2.3.5 Posunutí (Translace)

Dalším shodným zobrazením je posunutí neboli translace, které je určeno vektorem. Vektor udává délku a směr posunutí. Místo vektoru se někdy setkáváme i s pojmem orientované úsečky, která na rozdíl od vektoru má počáteční a koncový bod.

Orientovaná úsečka je taková úsečka, u níž je určeno, který její krajní bod je počáteční a který je koncový.

Značíme: $\overrightarrow{AB}$ (počáteční bod A, koncový bod B)

Orientovaná úsečka má směr a ten se graficky značí šipkou u koncového bodu.

Velikost orientované úsečky je určena vzdáleností počátečního a koncového bodu.

Délka orientované úsečky *AB* se rovná délce úsečky *AB*.

Symbolicky: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|AB\right|$

V případě, že koncový a počáteční bod splývají, mluvíme o nulové orientované úsečce, jejíž velikost je nula.

„Orientované úsečky *AB* a *CD* jsou souhlasně orientované, jestliže buď

1. leží na téže přímce a polopřímka *AB* je částí polopřímky *CD*, příp. polopřímka *CD* je částí polopřímky *AB*, příp. obě polopřímky splynou, nebo
2. leží na různých rovnoběžkách a polopřímky *AB, CD* leží v téže polorovině s hraniční přímkou *AC*.“[19]

Po objasnění pojmu orientovaná úsečka lze přejít k samotné denici posunutí.

Definice:

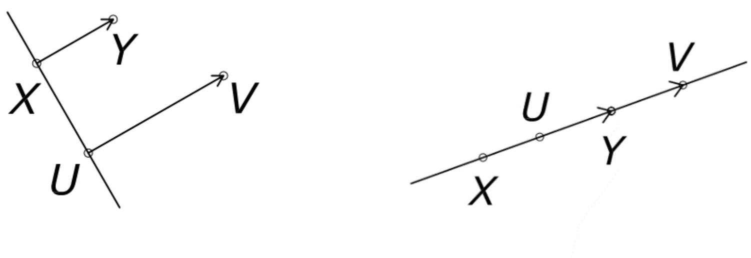
„Je dána orientovaná úsečka *AB*. **Posunutí neboli translace** je shodné zobrazení *T* (*AB*), které každému bodu *X* přiřadí bod *X'* tak, že orientované úsečky *XX'* a *AB* mají stejnou délku a jsou souhlasně orientovány.“[20]

Zápis:

$$T\,(AB)\colon X \to X'$$

Je-li přímka p' obrazem dané přímky p v posunutí, pak platí $p \parallel p'$.

Přímky, které jsou rovnoběžné se směrem posunutí, jsou samodružné přímky posunutí.

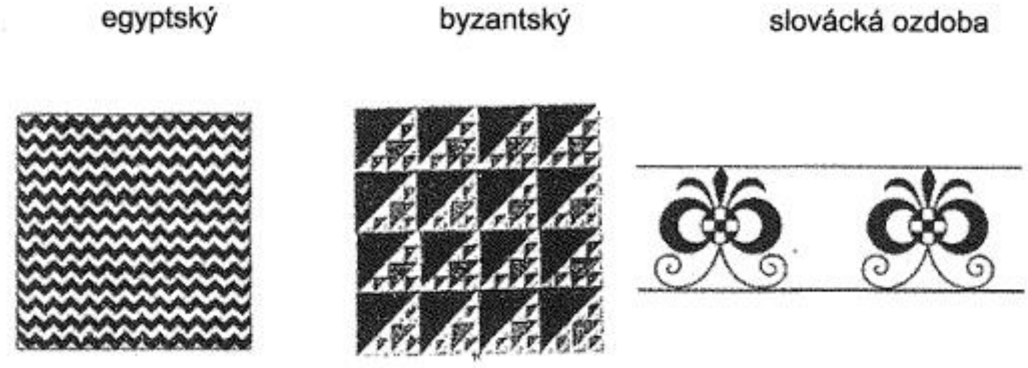


Obr. 38: Samodružné přímky

[19] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*, s. 136

[20] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*, s. 137

Translace v ornamentech



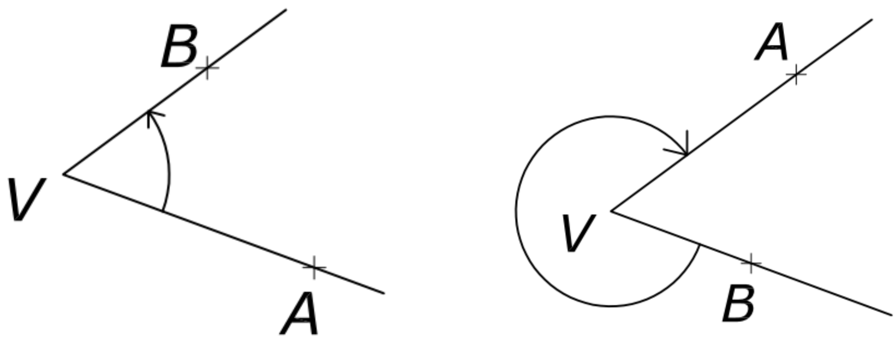
Obr. 39: Translace v ornamentech

2.3.6 Otočení (Rotace)

Shodné zobrazení otočení neboli rotace souvisí se zavedením dalšího důležitého pojmu a tím je orientovaný úhel, jež je určujícím prvkem tohoto zobrazení.

Orientovaný úhel je úhel, u něhož je určeno, které rameno je počáteční rameno a které je koncové rameno.

Je dán úhel *AVB*. Polopřímku *VA* označme jako počáteční rameno a polopřímku *VB* jako koncové rameno úhlu. U orientovaného úhlu *BVA* je to přesně naopak. Bod *V* je společný vrchol obou úhlů. V zadání (obr. 40) dokážeme rozeznat dva typy úhlů, a to konvexní a nekonvexní.



Obr. 40: Konvexní a nekonvexní úhel

Rozlišujeme dvě možnosti otáčení:

- kladný směr – otáčíme proti směru hodinových ručiček,
- záporný směr – otáčíme po směru hodinových ručiček.[21]

Se znalostí pojmu orientovaný úhel je možné definovat shodné zobrazení otáčení.

Definice:

„Mějme dán orientovaný úhel, jehož velikost je γ, a bod S. **Otočení (rotace)** je shodné zobrazení $R(S; \gamma)$, které:

- každému X různému od S přiřazuje X' tak, že $|X'S| = |XS|$ a orientovaný úhel XSX' má velikost γ,
- bodu S přiřadí tentýž bod, tedy $S = S'$ (samodružný bod).“[22]

Zápis:

$$R\ (S, \gamma): X \rightarrow X'$$

Bod S se nazývá střed otočení, orientovaný úhel o velikosti γ úhel otočení.

Otočení je přímá shodnost a má jediný samodružný bod, kterým je střed otočení.

Definice dle Doležala (2006, s. 63):

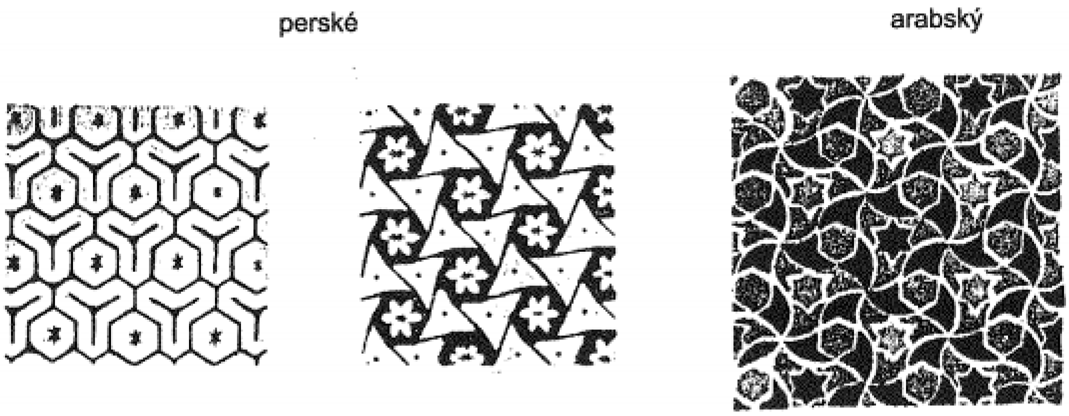
„**Otočení (rotace)** kolem středu S o úhel velikosti γ ($0° < \gamma \leq 360°$) v daném kladném nebo záporném smyslu je přímá shodnost, která přiřazuje bodu týž bod a každému jinému bodu $X \neq S$ roviny přiřazuje obraz X' tak, že platí:

1. bod X' leží na kružnici o středu S a poloměru $|XS$,
2. polopřímka SX' se získá otočením polopřímky SX o daný úhel otočení velikosti γ v daném smyslu (kladném, tj. proti směru pohybu hodinových ručiček; nebo záporném, tj. po směru pohybu hodinových ručiček).“

[21] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*, s. 142 - 143
[22] BARTOŇOVÁ, Eva a Pavel KVĚTOŇ. *Matematika III: základy geometrie,* s. 68

Přímky, které prochází středem otáčení, se s rotací o orientovaný úhel 180° zobrazí samy na sebe a označujeme je jako slabě samodružné. Zatímco silně samodružný rotaci je pouze jeden bod – střed otočení. V případě, že orientovaný úhel je rovný 360°, pak jde o identitu, kterou si blíže představíme níže.

Rotace v ornamentech



Obr. 41: Rotace v ornamentech

2.3.7 Identita

Již z názvu jsme schopni odvodit, že se jedná o něco identické = totožné. Identitou nazýváme shodné zobrazení, které každý bod zobrazuje na sebe sama.

Logicky, na základě vědomostí o již zmiňovaných shodností, jsme schopni říci, že identitu lze považovat za posunutí o orientovanou úsečku nebo vektor nulové délky nebo za otočení o nulový úhel.

<u>Definice:</u>

„**Identita** nebo také identické zobrazení je zvláštním případem shodnosti, kdy každému bodu *X* dané roviny přiřazuje jako obraz týž bod *X'* = *X*. “[23]

[23] POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky,* s. 57

Jestliže obrazem bodu X v zobrazení Z je tentýž bod X, pak tento bod X nazýváme samodružným bodem zobrazení Z. Zobrazení, v němž jsou všechny body samodružné, se nazývá identita, označujeme I.

Identita vzniká i pomocí skládání shodných zobrazení. Konkrétně složením dvou osových souměrností, jejichž osy splývají.

3. Rámcový vzdělávací program

Vzdělávání žáků od 3 do 19 let je v České republice specifikováno v kurikulárních dokumentech. Kurikulární dokumenty jsou vypracovány ve dvou úrovních – státní a školní. Státní úroveň představují *Národní program rozvoje vzdělávání v ČR* (jež vznikl na základě usnesení vlády České republiky, která schválila hlavních cíle vzdělávací politiky[24]) a *rámcové vzdělávací programy*, které vycházejí z nového pojetí. Školní úroveň kurikulárních dokumentů představují *školní vzdělávací programy*, podle nichž je zajišťováno vzdělávání na jednotlivých školách.

Rámcový vzdělávací program klade důraz na propojení praktického života a získaných vědomostí ze školy. Vhodně motivuje k následnému vzdělávání a učení. Člověk je jedinec, který se učí v průběhu celého života. Správná motivace a přístup k vzdělávání tento celoživotní proces usnadní. Programy jsou vypracovány pro každý stupeň povinné školní docházky a nezapomínají i na specializované zařízení jako například gymnázia se sportovní přípravou nebo základní školy speciální apod.

Školní úroveň kurikulárních dokumentů dává školám větší prostor k přizpůsobení učebních plánů a osnov dle individuality každé školy a navštěvujících žáků. Rámcový vzdělávací program vymezuje jen ty důležité a nepostradatelné aspekty v povinném základním vzdělávání. Určuje, jakých kompetencí má každý žák dosáhnout v průběhu formování osobnosti na základní škole a v odpovídajících ročnících víceletých gymnázií.

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR, samotné školy i samotní pedagogové si kladou za podstatné, aby byl každý žák vybaven sbírkou klíčových kompetencí. Konkrétně je vymezují kurikulární dokumenty v ČR i v zahraničí.

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot významných pro osobní rozvoj a uplatnění každého jedince. Nejde jen o osvojení si poznatků a dovedností, ale i vytváření způsobilostí přesahujících do mimoškolního prostředí. (Průcha 2008, s. 104)

---

[24] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha.*

V období základního vzdělávání představují klíčové kompetence následující souhrn: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské, kompetence pracovní.

Důležitým faktem je, že se klíčové kompetence vzájemně prolínají. Nejedná se o soustavu izolovaných vědomostí, dovedností, schopností, postojů, ale o mezipředmětově se prolínající faktory.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání je členěn do devíti vzdělávacích oblastí, které dále obsahují vzdělávací obory (jeden nebo více vzdělávacích oborů):

- Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk)
- Matematika a její aplikace (Matematika a její aplikace)
- Informační a komunikační technologie (Informační a komunikační technologie)
- Člověk a jeho svět (Člověk a jeho svět)
- Člověk a společnost (Dějepis, Výchova k občanství)
- Člověk a příroda (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis)
- Umění a kultura (Hudební výchova, Výtvarná výchova)
- Člověk a zdraví (Výchova ke zdraví, Tělesná výchova)
- Člověk a svět práce (Člověk a svět práce)

(RVP ZV 2005, s. 9 – 19)

3.1 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je zaměřena hlavně na aktivní činnosti, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a matematickými vztahy, s nimiž se setkáváme v běžném životě a které patří k nepostradatelným schopnostem a dovednostem. Klade důraz na porozumění základních myšlenkových postupů a pojmů a jejich vzájemných vztahů. Žáci si v průběhu základního vzdělávání osvojují pojmy, symboliku, algoritmy, terminologii, jejich vztahy a způsoby využití především v praktickém životě. Důležitost této vzdělávací oblasti je patrná i v tom, že se prolíná celým základním vzděláváním.

Obsah vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je rozdělena do následujících čtyř tematických okruhů (detailně jsou charakterizovány očekávané výstupy a učivo druhého stupně, na které se celá práce zaměřuje):

1. *Číslo a početní operace* na prvním stupni, na které následně na druhém stupni navazuje a logicky ho doplňuje a prohlubuje tematický okruh *Čísla a proměnná.*
   Očekávané výstupy: Žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá druhou mocninu a odmocninu; zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností; umí použít kalkulačku; využívá dělitelnosti přirozených čísel; rozeznává rozdíl mezi celkem a částí; řeší situace, kde využije znalosti poměru a měřítka; řeší úlohy na procenta; umí řešit vztahy s proměnnými; určuje hodnoty výrazů; pracuje s mnohočleny, na kterých aplikuje vzorce a vytýkání; formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav; analyzuje a řeší jednoduché problémy, situace a aplikuje na nich matematické poznatky z oboru celých a racionálních čísel.
   Učivo: dělitelnost přirozených čísel, celá čísla, desetinná čísla a zlomky, poměr, procenta, mocniny a odmocniny, výrazy, rovnice

2. *Závislosti, vztahy a práce s daty* – naplní okruhu je rozpoznávání určitých typů změn a závislostí, které jsou projevem jevů reálného světa. Postupně docházejí k pochopení změn v případě růstu, poklesu nebo nulové hodnoty. Žáci pracují s tabulkami, diagramy a grafy, ve kterých tyto změny sledují. Dále je i sami vyjadřují matematickým předpisem, a posupně tak docházejí k pochopení pojmu funkce.
   Očekávané výstupy: Žák vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data; porovnává soubory dat; určuje vztah přímé a nepřímé úměrnosti; vyjadřuje funkční vztahy tabulkou, rovnicí či grafem; s využitím funkčních vztahu matematizuje reálné situace.
   Učivo: závislosti a data, funkce

3. *Geometrie v rovině a prostoru* – oddíl se soustřeďuje na rovinné útvary i prostorové objekty. Žáci se učí znázorňovat geometrické útvary. Hledají jejich odlišnosti a podobnosti. Uvědomují si vzájemné polohy objektů všude kolem nás a učí se je porovnávat, měřit, případně graficky znázornit a tím zdokonalují svůj grafický projev. V reálném životě je člověk obklopen nespočtem objektů různých velikostí a tvarů. Díky matematice je můžeme měřit a určovat jejich polohy.
   Očekávané výstupy: Žák využívá matematickou symboliku; využívá polohových a metrických vlastností rovinných útvarů; tyto rovinné útvary charakterizuje, třídí a počítá jejich obvod a obsah; určuje velikosti úhlu měřením a výpočtem; řeší polohové a nepolohové úlohy a využívá pojmu množina všech bodů dané vlastnosti; užívá věty o

shodnosti a podobnosti trojúhelníků; načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti a určí osově a středově souměrný útvar; určuje a charakterizuje prostorové útvary neboli tělesa; odhaduje a vypočítá jejich objem a povrh; analyzuje jejich vlastnosti; načrtne a sestrojí sítě a obraz těles; analyzuje a řeší geometrické úlohy.
Učivo: rovinné útvary, metrické vlastnosti v rovině, prostorové útvary, konstrukční úlohy – kam spadá osová a středová souměrnost

4. *Nestandartní aplikační úlohy a problémy* – oblast, která se ani tak nezaměřuje na znalosti a dovednosti školské matematiky, ale spíše na logické myšlení. Úlohy tohoto typu by se měly vyskytovat napříč celým základním vzděláváním průběžně. Žáci se učí řešit problém, provézt jeho analýzu, pořídit si náčrtek, utřídit údaje. Logické úlohy jsou závislé na rozumové vyspělosti žáka, a to posiluje vědomí žáka ve své schopnosti logického uvažování, a tudíž tato oblast zajišťuje i určitou dávku motivace a může nadchnout pro matematiku i žáky, kteří jsou v ní spíše slabší.
   Očekávané výstupy: Žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek, nalézá různá řešení konkrétních situací; řeší úlohy na prostorovou představivost a aplikuje a kombinuje již získané poznatky a dovednosti.
   Učivo: číselné a logické řady, číselné a obrázkové analogie, logické a netradiční geometrické úlohy

Kromě výše zmíněných tematických oblastí se žák učí využívat různých prostředků a pomůcek (kalkulátory, výpočetní technika a aplikace apod.).

(RVP ZV 2005, s. 29 – 33)

3.2 Tematický okruh Geometrie v rovině a v prostoru dle Standardů pro základní vzdělávání

Dokument Standardy základního vzdělávání schválené Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy ČR je jedním z kurikulárních dokumentů vzniklým po r. 1996, které doplňují Rámcové vzdělávací programy. „Slouží ředitelům a učitelům základních škol, orgánům školské správy a inspekce aj. jako kritérium pro posuzování obsahů a cílů vzdělávání, pro tvorbu učebnic a učebních osnov aj.“ (Průcha 2008, s. 227) Standardy jsou vypracovány pro každou vzdělávací oblast RVP. Standardy obsahují výčet očekávaných výstupů na konci prvního a druhého stupně ZŠ.

Očekávané výstupy tematického okruhu *Geometrie v rovině a v prostoru* pro 2. stupeň ZŠ dle Standardů pro základní vzdělávání vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace konkrétně v učivu *středová a osová souměrnost*:

- Žák načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar.

  Indikátory:

- žák rozhodně, zda je útvar osově souměrný,
- žák určí osy souměrnosti rovinného útvaru,
- žák rozhodně, zda je útvar středově souměrný,
- žák určí střed souměrnosti,
- žák načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti.

(Fuchs a Zelendová 2015, s. 93)

3.3 Didaktické aplikace ornamentu z pohledu RVP

Jak z RVP vyplývá, osová a středová souměrnost je náplní vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, konkrétněji tematického okruhu Geometrie v rovině a v prostoru. Zatímco na prvním stupni mají žáci zvládnout dle RVP pouze osovou souměrnost, na druhém stupni si rozšíří znalosti i o souměrnost středovou. Avšak s těmito druhy symetrií se žáci setkali již v předškolním vzdělávání. Symetrie člověka provází celým životem, aniž by si to nějak zvlášť uvědomoval.

Tak, jak symetričnost doprovází člověka od jeho narození, tak i ornament doprovází lidstvo snad od jeho samého počátku. Samotný ornament se může prolínat napříč několika oblastmi RVP. Soustřeďujeme se převážně na vzájemné vztahy oblasti Matematika a její aplikace a vzdělávací oblast Umění a kultura především vědní obor Výtvarná výchova. Umělecká tvorba je v mnoha případech závislá na znalostech a dovednostech osvojených v hodinách matematiky. Díky tomuto vztahu může být zakomponování umění do matematiky přínosem v motivačních aspektech.

3.4 Proč začlenit ornament do matematického vyučování

Ornamenty nebo i mozaiky jsou ideálním impulzem k rozvíjení rovinné představivosti. U mnohých žáků je matematika a zvláště geometrie neoblíbeným předmětem po celou dobu základního vzdělávání. Těmto žákům často chybí prostorová i rovinná představivost a učivo je pro ně tím pádem těžko zvládnutelné. Práce s ornamentem by pro tyto žáky mohla být přínosná. Mohla by vést k názornému vysvětlení a pochopení symetrií v rovině, které by bylo výsledkem jakési hry s ornamenty a souměrnostmi. Právě hry s geometrickými náměty slouží k rozvoji prostorové i geometrické představivosti, obrazotvornosti, odhadu, orientaci v rovině i v prostoru, tvořivosti a navíc učí žáky ke spolupráci, strategickému myšlení a preciznosti.

V minulosti dokonce byla výuka ornamentů na školách běžná. Jednalo se o školské kreslení, které připravovalo budoucí řemeslníky. „Císař Josef II. dvorním rozkazem z r. 1783 doporučil, aby se žákům podával dobrý návod k obkreslování geometrických útvarů listů a řezeb (tehdejší výraz pro ornament). Výsledky jeho snah se skutečně za několik let projevovaly na keramických, galanterních i textilních výrobcích.“ (Kupčáková 2009, s. 105) Dokonce v 70. letech 19. století museli budoucí učitelé prokazovat při závěrečných odborných zkouškách schopnosti překreslovat geometrické ornamenty.

Dle Kupčákové (2009) do vyučovacích hodin geometrie na prvním stupni nepatří formální a nezáživné rýsování. Zdůrazňuje, že náplní by měla být touha dětí tvořit, a tedy i rýsovat, což povede k uvolnění, relaxaci a radosti. Můžeme říct i radosti z učení. Jako vhodné téma do hodin geometrie uvádí různé způsoby vytváření ornamentů.

Právě díky začlenění „nematematických prvků“ lze předpokládat, že žáci nebudou jen pasivními konzumenty předávaných pojmů, definic celé geometrické teorie, ale osvojí si poznatky formou hry a určitého způsobu relaxace. Žáci mimo rýsování i vystřihávají, kreslí, lepí a navrhují další možné postupy a tím dochází k rozvoji i pracovních činností a jejich manuální zručnosti a ke kultivaci osobnosti žáka.

4. Pracovní listy

Matematika a zvláště pak geometrie patří u žáků mezi méně oblíbené předměty. Svoji demotivovanost při práci ospravedlňují často i výmluvou na nepraktičnost využití geometrie jakož i matematiky celkově pro jejich budoucnost. Argumentují, že učivu nerozumějí a je pro ně moc složité. Ač si to žáci nechtějí přiznat, matematika a geometrie je neustále obklopuje. Doprovází je po celý život. Ve vzdělávání její aplikace patří ke klíčovým. Výuka je realizovaná ve všech ročnících základního vzdělávání. Patří mezi elementární předměty studia.

Žák přijímané poznatky a informace z výuky různě zpracovává. Buď přijme pouze část informace, kterou uloží do paměti jako izolovaný poznatek bez dalšího propojení již se získanými poznatky. Nebo informaci i zpracovává a vytváří si jisté představy a ty spojuje s dalšími poznatky. Tento proces zpracování a propojování informace již se získanými nazýváme jako uchopování. V ideálních představách by měla být každá informace přijímaná v životě, ve škole a zvláště v matematice uchopována. Nový poznatek by se spároval s již získanými a matematické vztahy a definice by byly pro člověka srozumitelnější. K uchopení nových poznatků, je třeba, aby byl žák soustředěný, dával pozor, byl ochoten komunikovat. Jinak řečeno je třeba příznivého naladění žáka. Díky pozitivnímu ladění je proces učení a zapamatování pro žáky jednodušší. Do stavu příznivého naladění žáky dostaneme vhodnou dávkou motivaci a zapojení manipulativních (praktických) činností ideálních k udržení pozornosti a zaujetí pro práci. Člověk je od přírody tvor zvídavý a u dětí toto obecně známé tvrzení platí několikanásobně. To, že dítě přestane dávat pozor a ztrácí zájem, dokazuje, že nejsme schopni uspokojit jeho zájmy a potřebu poznání. Jak uvádí Hejný (2001, s. 105), „motivace je předpokladem zahájení procesu učení, představuje úspěšný start."

Do vyučovacích hodin geometrie zařazujeme činnosti jako kreslení, pozorování, modelování, rýsování a experimentování, které vedou k aktivizaci žáka, k prohlubování jeho zkušeností s rovinou, prostorem, dělením prostoru nebo roviny a celkově k zlepšování jeho geometrických představ. (Novák, 1999)

4.1 Úvod k pracovním listům

Jak již bylo několikrát zmíněno, motivace je důležitým aspektem ve vzdělávání a v matematice obzvlášť. Novotná (2011) uvádí, že učitelé na běžných ZŠ s podněcováním žáků v matematice zaostávají a často si nevědí rady, jak vhodně motivovat. Pro žáka bývá v tomto případě silným stimulem pouze výsledná známka, což označujeme jako vnější motivaci. S vnitřní motivací umí pracovat spíše učitelé nadaných žáků, kteří používají celou škálu stimulačních technik. Jednou z nich je i matematika v umění. Právě propojení matematiky a umění respektive výtvarné tvorby mne vedlo k vypracování pracovních listů. Vzájemné vztahy a závislost v oblasti umění a matematiky většinou člověk nevnímá. Proto jsem hledala možnosti, jak žákům prezentovat prolínání těchto dvou předmětů.

Ornament je dle mého názoru krásným příkladem symetrií. Všichni jsme měli možnost se s ornamentem setkat a stále se setkáváme ať už v architektuře, v knihách, na textiliích nebo na předmětech naší každodenní potřeby. Většina žáků je schopna si pod pojmem ornament představit, o co se jedná. Ostatním žákům snadno pojem ornament nadefinujeme a představíme nejlépe využitím obrazové prezentace a i ti dojdou zpravidla k závěru, že ornament znají.

Na základě propojení umění, kterého spatřujeme v ornamentech, jsem chtěla žákům hravou formou představit typy shodných zobrazení. Vytvořila jsem tedy soubor pracovních listů, které považuji za velmi praktickou pomůcku do výuky každého předmětu nejen matematiky. Učebnice, pracovní sešity a sbírky úloh neskýtají takové kapacitní možnosti na vlastní rozvoj jednotlivých kapitol kvůli dodržování potřebné stručnosti. Naopak pracovní listy, které si vytvoří sám učitel, jsou individualizovaným prostředkem k oživení vyučovacích hodin. Učitel je může vytvářet „na míru“ ke konkrétnímu učivu i pro konkrétní žáky a třídy nebo využije pracovních listů dostupných na různých metodických portálech, kde své ověřené pomůcky v praxi sdílí jeho kolegové.

Snažila jsem se, aby pracovní listy zastaly několik funkcí. Jako hlavní poslání považuji zpestření výuky a odklon od tradičního vyučování, kdy učitel vysvětluje látku a žáci informace pasivně přijímají. Další funkcí je bezesporu opakování již probraného učiva, které probíhá tvořivým způsobem. Pracovní listy považuji za praktickou a jednoduchou formu didaktického prostředku i v případě suplovaných hodin, kdy učitel musí zaskočit ve třídě a v předmětu, který neučí. Učitel, který není aprobovaný na matematiku, by žákům těžce předkládal správně formulované matematické a geometrické vzorce, definice, terminologii a symboliku. Díky pracovním listům specifikovaným na konkrétní aktivitu a s konkrétními potřebnými pomůcky a dobou trvání, může suplující učitel využít snadné přípravy do hodiny matematiky či geometrie. Pracovní list poslouží i jako neobvyklý způsob zkoušení a ověřování osvojených znalostí a dovedností.

Dle mého názoru najdou pracovní listy uplatnění v hodinách počátečního osvojování vědomostí, v hodinách formování dovedností a návyků aplikací vědomosti v tzn. procvičovacích hodinách. Dále v hodinách celkového upevňování znalostí prostřednictvím zobecňujícího opakování v tzv. opakovacích hodinách i v hodinách závěrečné kontroly a hodnocení vědomostí, dovedností a návyků.

Z hlediska organizace máme taktéž širokou nabídku, kdy se dají vytvořit pracovní listy pro jedince k samostatné práci, k práci ve dvojicích a ve skupinách nebo zvolit aktivity pro celou třídu.

4.2 Tvorba pracovních listů

Jakého tématu se mají pracovní listy dotýkat, bylo jasné hned na začátku. Volba užití ornamentu v matematice a v matematickém vyučování pramení z mého oboru učitelství matematiky pro 2. stupeň základních škol a učitelství výtvarné výchovy pro střední školy a 2. stupeň základních škol.

V rámci matematiky jsou pracovní listy sestaveny na učivo souměrností především středová a osová souměrnost, které se dle kurikulárních dokumentů vyučují v 6. a 7. ročníku základního vzdělávání. Z pozice výtvarné výchovy můžeme říci, že se jedná o průřez dějin umění, jelikož ornamenty nacházíme v každém období a v každém uměleckém slohu. Náplní pracovních listů je i prokázaní zručnosti, tzn. pracovních činností. V rámci těchto mezipředmětových vztahů je snahou zdokonalovat žákovy kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní.

Důležitou součástí práce vedoucí k vyhotovení pracovních listů byla i analýza dalších didaktických prostředků nezbytných pro výuku matematiky a to učebnic. Zaměřila jsem se na učebnice vydávané nakladatelstvím Prometheus od autorů Odvárko a Kadleček: Matematika pro 6. ročník základní školy – 3. díl, Úhel, trojúhelník, osová souměrnost, krychle a kvádr; Matematika pro 7. ročník základní školy – 3. díl, Shodnost, středová souměrnost, čtyřúhelníky, hranoly; učebnice pro nižší gymnázia a výběrové třídy základních škol autorů Herman, Chrápavá, Jankovičová a Šimša: Matematika: osová a středová souměrnost. Učebnice a pracovní sešit autorů Jedličková, Krupka a Nechvátalová: Matematika: shodnost geometrických útvarů, souměrnosti, které vydala Nová škola Brno. Ornamenty nacházíme v učebnici pro nižší gymnázia a výběrové třídy ZŠ, která je zpracována tak, že řadu poznatků objevují žáci sami s použitím nepříliš tradičních pomůcek, ke kterým patří průsvitný papír, nůžky či zrcátko.

V současné době, kdy nám digitální svět nabízí nespočet aplikací a softwarů a neustále dochází k rozvoji moderních technologií a multimediálních pomůcek, zařazujeme i tyto prostředky do výuky. Je třeba upozornit, že jejich účelem není nahradit učebnice ale spíše je doplňovat. V matematice toto tvrzení platí obzvláště. Při práci s pracovními listy uvádím možnosti využití interaktivních tabulí a multimediálních prezentací. Samotné pracovní listy považuji za didaktický prostředek, který má učebnice pouze doplňovat, nikoliv nahrazovat.

Jednotlivé pracovní listy jsou vyhotoveny ve dvou verzích. Jedna verze pro žáky obsahující zadání úlohy či aktivity a druhá verze pro učitele doplněná o požadované vstupní znalosti, předpokládanou dobu potřebnou k řešení, formu práce a prostředí, potřebné pomůcky, postup a kontrolu řešení, metodické poznámky, aktivity navíc a další obrazový materiál.

Při tvorbě pracovních listů jsem se nechala inspirovat projektem „Matematika pro všechny“ Jednoty českých matematiků a fyziků a Společnosti učitelů matematiky dostupném na webových stránkách.[25]

4.3 Ověření v praxi

Důležitou součástí pracovních listů je i jejich samotné ověření v praxi. Realizaci mi umožnila škola, na níž jsem vykonávala souvislou pedagogickou praxi. Jedná se o školu vesnického typu s dlouholetou tradicí nacházející se ve spádové oblasti okolních vesnic. Žáci docházejí do školy z okolních vesnic. Kapacita školy je využita na 40% tím pádem i počet žáků v jednotlivých třídách je nižší, než je tomu zvykem na školách ve městě. Výuku na škole zajištují kvalifikovaní učitelé. Škola disponuje třemi budovami, školní zahradou, moderním sportovním areálem a tělocvičnou. Prostory školy a veškeré vybavení prošlo v minulých letech kompletní rekonstrukcí. Každá třída je vybavena počítaček a interaktivní tabulí a učitelé tyto didaktické prostředky a pomůcky ve vyučovacích hodinách pravidelně využívají. Kromě

[25] *Matematika pro všechny* Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~math4all/o_projektu.php

povinných předmětů škola nabízí i předměty nepovinné, volitelné a zájmové, mezi které patří i seminář matematiky pro žáky s větším zájmem o tento předmět.

Ověřování pracovních listů probíhalo v 7. třídě, kterou navštěvuje čtyřiadvacet žáků, z toho přítomno bylo dvacet žáků. Dle tematických plánů mají žáci 7. ročníku zvládnuté učivo středové a osové souměrnosti. Pracovní listy byly prostředkem k formování dovedností, aplikací vědomostí a celkového upevňování znalostí tedy k procvičení a zopakování souměrností. Třída je různorodá. Navštěvují jí žáci méně nadaní a žáci s výbornými studijními výsledky a zájmem o matematiku. Právě proto bylo velmi těžké zkoordinovat čas a aktivity. Zatímco někteří žáci byli v polovině práce, ti nadaní žáci se už nudili a vyžadovali další aktivity.

Reflexi z praxe uvádím u každého pracovního listu společně s připomínkami učitele a obrázky žákovských řešení.

4.4 Pracovní list č. 1

První pracovní list pojednává o charakteristice pojmu ornament. Zaměřuje se spíše na definování ornamentu a otázky směřující na žáky, kde se s ním setkávají apod. Objasnění ornamentu považuji za určitý způsob motivace a využití mezipředmětových vztahů. Ideální formou definování pojmu ornament je využití power pointové prezentace a velkého počtu obrázků.

Ornament

Hledám osu souměrnosti

- Co je to ornament?
- Jaké znáš ornamenty?
- Kde se s ním můžeš setkat?
- Zkus si vzpomenout, zda se u Vás doma někde nachází ornament.
- Na základě svých znalostí o osové souměrnosti se pokus najít osy souměrnosti následujících ornamentů.




Pracovní list obsahuje otázky zaměřené pouze na ornament, ale předpokládá se, že učitel bude žáky směřovat nenásilnou formou k učivu shodného zobrazení. Bude pokládat doplňující otázky k osové souměrnosti. Zmíní matematickou definici osové souměrnosti a vysvětlí nebo pouze zopakují, jakým způsobem vytvoříme obraz X' vzoru X v osové souměrnosti s osou o.

<u>Realizace</u>

Pro žáky jsem připravila prezentaci s obrázky různých typů ornamentů. Zmínila jsem unikátní architektonický komplex paláců v Alhambře a doplnila obrazovým materiálem. Při té příležitosti jsme s žáky probrali přesnou lokaci této unikátní stavby, a co mohou říct o jejím blízkém okolí. S Alhambrou je spjat holandský grafik Escher, kterému jsem věnovala pár slov a žákům v prezentaci představila jeho slavná díla. Cílem bylo žáky utvrdit v tom, že i když v matematice přímo neexcelují, mohou se jí zabývat. Escher je přímým důkazem. Ve výtvarné výchově se řídíme heslem, že každý žák by měl zažít pocit úspěchu, i když nemá umělecké nadání. Domnívám se, že toto tvrzení by mělo být aplikované i v matematice. Někteří žáci jsou matematicky nadaní a jiní zase toto nadání postrádají.

Otázky v zadání byly zodpovídány formou skupinové diskuze. Žáci se aktivně zapojovali a prezentovali, kde se sami s ornamentem setkali, a na kterých předmětech denní potřeby rozeznávají tento druh výzdoby.

V průběhu definování pojmu ornament jsme se záměrně dostali až na otázky týkající se osové souměrnosti. Vyvolala jsem žáka k tabuli s požadavkem, aby ostatním spolužákům ukázal, jakým způsobem zobrazí trojúhelník ABC v osové souměrnosti s osou o. Chlapec působil u tabule nesmělým dojmem, ale podporovali ho spolužáci, kteří mu i částečně napovídali postup řešení.

Následně jsem žáky vyzvala, aby určili osu souměrnosti ornamentů nacházejících se v pracovním listu. Správnost řešení bylo rovnou ověřeno i u interaktivní tabule. Obrázky ornamentů byly vloženy do prezentace. Žáci přímo na tabuli ukázali správné řešení.

Obr. 42: Fotografie z praxe

Reflexe

Žáci: Žáci se aktivně zapojovali do diskuze nad tématem ornament. Vzpomínali, na jakých stavbách ornament zahlédli a jaké předměty ve škole i doma jsou jím ozdobeny. Aniž by si uvědomovali, došlo k zopakování osové souměrnosti.

Učitel: Učitelka matematiky uvedla, že v případě využití tohoto pracovního listu, by si sama musela nastudovat a rozšířit povědomí o ornamentech a umění. Příprava k využití pracovního listu by pro ní byla časově náročná. Naopak kladně hodnotí celkovou koncepci myšlenky zapojit umění do matematiky.

Ornament

Hledám osu souměrnosti

Vstupní znalosti

— osová souměrnost

Doba trvání

— předpokládaná doba trvání 15 minut (bude doplněno na základě realizace v praxi)

Forma práce a prostředí

— samostatná práce ve škole

Potřebné pomůcky

— pracovní list, pravítko, interaktivní tabule
— obrazová prezentace, která by žákům představila pojem ornament

Zadání

- Co je to ornament?
- Jaké znáš ornamenty?
- Kde se s ním můžeš setkat?
- Zkus si vzpomenout, zda se u Vás doma někde nachází ornament.
- Na základě svých znalostí o osové souměrnosti se pokus najít osy souměrnosti následujících ornamentů.




Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- žáci samostatně pracují na úkolech, samostatně určí osy souměrnosti jednotlivých ornamentů
- obrázky ornamentů promítneme na tabuli a vyzveme žáky, aby ukázali řešení; ostatní žáci si kontrolují správnost řešení ve svém pracovním listu

Aktivita navíc / domácí úkol

- žák dostane za úkol ve svém okolí vyhledat předmět (textilii) s ornamentem. Předmět přinést na další vyučovací hodinu nebo pořídit fotografii.

Mezipředmětové vztahy

- matematika, výtvarná výchova, dějepis

Obrazový materiál

- Skuhravý J.: Ornament. Sborník slohových ozdob všech období umění, vlastní fotografie z praxe

4.5 Pracovní list č. 2

Pracovní list č. 2 obsahuje všem známou didaktickou hru využívající čtvercovou síť neboli čtverečkovaný papír. V hodinách matematiky na rozdíl od jiných vyučovacích předmětů se čtvercovou sítí pracujeme častěji. Aplikovala jsem v ní opět ornament. Tato pracovní aktivita je určena do dvojice (v lavici).

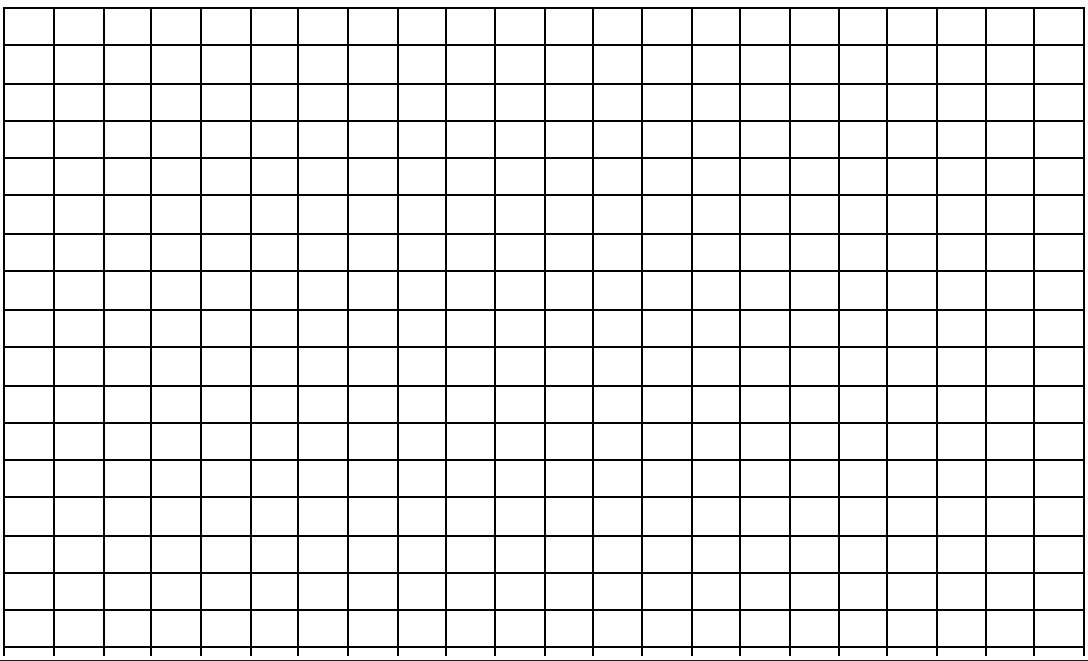
Hra se čtverečkovaným papírem žáky motivuje, aktivizuje, vytváří pozitivní atmosféru v hodině, dává možnost individuálního projevu a přístupu k práci, rozvíjí komunikaci mezi žáky a žákem a učitelem. Učiteli tato aktivita umožnuje pozorovat žáky, jejich vzájemné vztahy, schopnosti spolupráce. Dále je učitel schopen diagnostikovat sociální klima v prostředí třídy.

Díky využití tématu ornament se opět pohybujeme v umělecké rovině. Pozorujeme tvůrčí schopnosti žáků a přitom ověřujeme, zda chápou souměrnost podle osy. Zařazení aktivit spojených s výtvarným projevem do předmětu jako je matematika může na žáky působit jako určitá forma relaxace.

<u>Pracovní list ŽÁK</u>

Ornament ve čtvercové síti

Ve čtvercové síti vykresluj čtverečky tak, aby vznikla jedna polovina ornamentu podle tvého vlastního návrhu. Svou práci si vyměň se sousedem v lavici a navzájem doplňte obrazce podle osové souměrnosti.



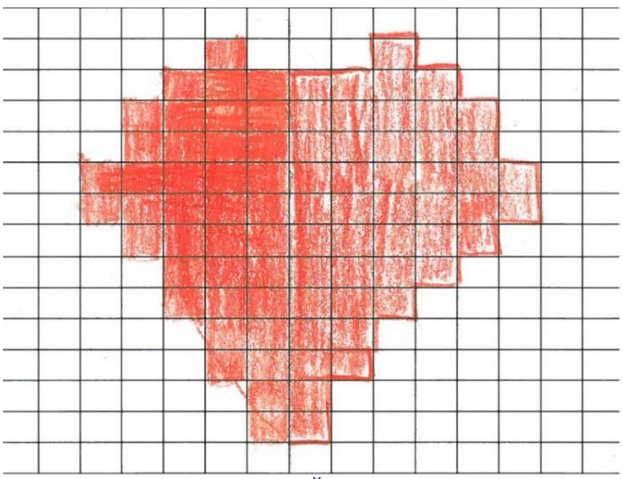
Úloha je stručně a jasně zadaná. Verze pro učitele upozorňuje, aby učitel žákům zdůraznil, že si musí samotný ornament rozvrhnout a popřemýšlet, jak velký bude výsledný obrazec. Žák začínající s polovinou ornamentu si musí uvědomit, kam polovinu ornamentu umístit tak, aby měl jeho soused možnost ornament dokreslit. V závěru autor vzoru zkontroluje obraz spolužáka. Žáci, kteří mají problémy s představivostí, mohou použít při práci i zrcátka.

Pracovní list je možné zakomponovat do průběhu celé hodiny. Pokud tuto didaktickou pomůcku použijeme na začátku hodiny matematiky, žáky aktivizujeme a motivujeme. Často se stává, že v závěru hodiny nedokážeme udržet pozornost žáků. Pro ně, je někdy učivo matematiky náročné a unavující. Opět je možné užití této aktivity, jenž přizpůsobíme dle potřeby. Není nutné, aby se téma týkalo pouze ornamentu.

<u>Realizace</u>

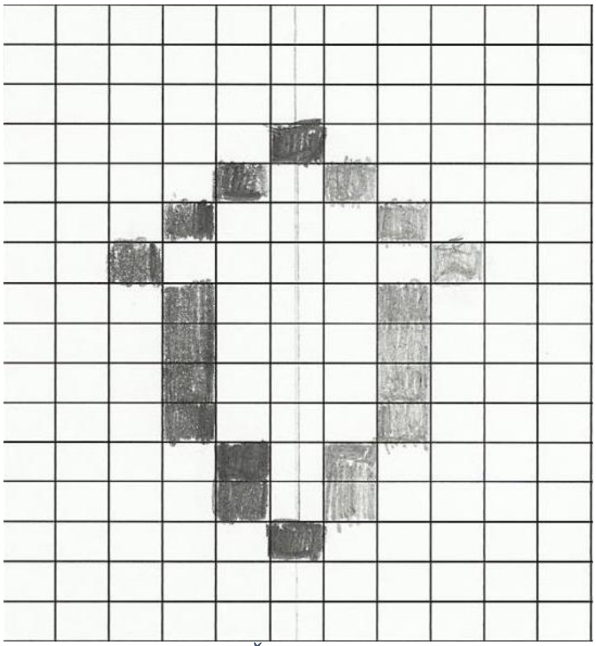
Každý žák dostal svůj pracovní list s pokynem, aby si přečetl zadání a připravil pastelky nebo fixy. Před zahájením práce jsem celou třídu upozornila, že musí popřemýšlet nad umístěním své poloviny ornamentu do čtvercové sítě, jelikož je třeba, aby spolužákovi zůstal dostatečný prostor k dokreslení obrazu jeho poloviny ornamentu. Na začátku práce bylo ze strany žáků vzneseno několik dotazů týkajících se spíše přesné podoby ornamentů. Záměrně jsem neurčovala konkrétní požadavky na ornament, aby se projevila u žáků individualita a tvořivost.

Na obrázku (č. 43) je na první pohled patrné, že žák doplňující obraz poloviny ornamentu udělal chybu, o které sám ani neví. Vzniklý obrazec nesplňuje podmínku osové souměrnosti.



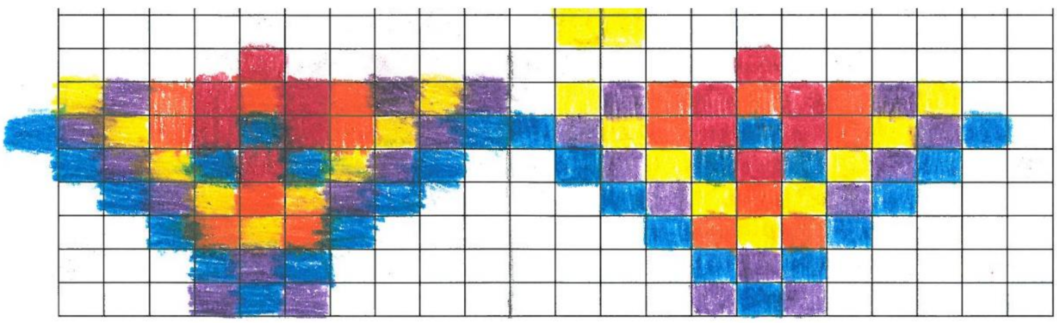
Obr. 43: Žákovo řešení

Naopak následující žákovské řešení (obr. č. 44) je ukázkou toho, že se dvojice snažila problém vyřešit. Chlapec je autorem vzorové poloviny obrazce a dívka je autorkou dotvořené druhé poloviny obrazu. Chlapec při kontrole zjistil, že dívka udělala chybu. Vše vyřešil narýsováním osy souměrnosti tak, aby byly splněny vlastnosti symetrie.



Obr. 44: Žákovo řešení

Další příklad (obr. č. 45) je ukázkou chyby z nepozornosti. Navíc ornament je umístěn mimo čtvercovou síť. Stačilo si obrazec lépe rozvrhnout a začít s návrhem na správném místě, jelikož vpravo čtverečky zbyly a vlevo je žák postrádal.



Obr. 45: Žákovo řešení

Reflexe

Žáci: Aktivita žáky zaujala a pracovali s vysokým nasazením. Ti rychlejší zaplnili celou čtvercovou síť svými barevnými ornamenty. Jiní se barev vyvarovali a použili pouze tužku. Aniž by byli upozornění, vzájemně ověřili správnost řešení respektive doplnění na celý ornament.

Učitel: Čtvercová síť je častým prostředkem k práci v hodinách matematiky. Zadání pracovního listu je variabilní a každý učitel si jej může přizpůsobit dle vlastních představ. Mimo ornamenty lze využít i jiná témata a tím pádem se ocitnout v jiné skupině mezipředmětových vztahů. Jako pozitivum uvádí nenáročnost přípravy, jelikož čtverečkovaný papír je vždy k dispozici.

Pracovní list UČITEL

Ornament ve čtvercové síti

Vstupní znalosti

- osová souměrnost

Doba trvání

- 8 minut

Forma práce a prostředí

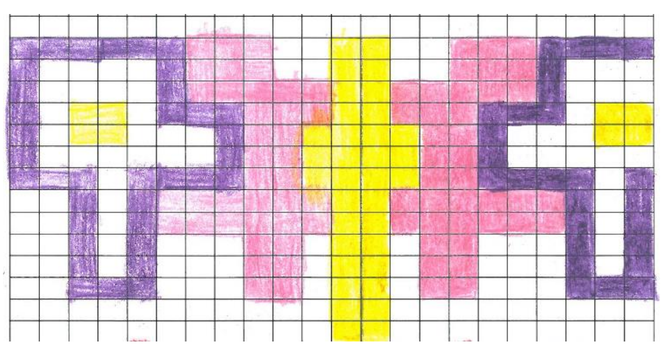
- dvojice ve škole

Potřebné pomůcky

- pracovní list, pastelky

Zadání

Ve čtvercové síti vykresluj čtverečky tak, aby vznikla jedna polovina ornamentu podle tvého vlastního návrhu. Svou práci si vyměň se sousedem v lavici a navzájem doplňte obrazce podle osové souměrnosti.



Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- učitel žáky upozorní, aby svůj ornament promysleli a nechali spolužákovi na dokreslování jeho poloviny místo ve čtvercové síti
- žáci postupují dle zadání
- učitel s žáky zopakuje pojmy: osová souměrnost a ornament
- žák, který provedl návrh svého ornamentu, zkontroluje, zda jeho spolužák správně doplnil druhou polovinu ornamentu

Obrazový materiál

- vlastní fotografie z praxe

4.6 Pracovní list č. 3

Třetí pracovní list, s názvem: *Sněhová vločka = Ornament* a podtitulem: *sněhová vločka je typickým příkladem přírodního ornamentu*, je inspirován tvrzením: *„typickým přírodním ornamentem je sněhová vločka“* (Crhák 2012, s. 39)

Aktivitu, kterou obsahuje třetí pracovní list, řadíme mezi ty méně náročné na přípravu a materiální zajištění. V podstatě nám k první části postačí jakýkoliv list papíru a zadání. Avšak dávám přednost barevným papírům, aby byla práce pro žáky atraktivnější. Se stříháním vloček z papíru jsme se měli možnost setkat již v předškolním vzdělávání. S pracovním listem si žáci tyto vzpomínky prohloubí a navíc procvičí i osovou a středovou souměrnost. Žák má posléze vypracovat další úkoly závislé na vzniklé vločce neboli ornamentu. Při stříhání vločky pracujeme s přehnutým papírem a vniká odpad v podobě výstřižku. Zahnula jsem do pracovního listu i aktivitu, v které žáci budou tyto výstřižky pozorovat a porovnávat. Jejich úkolem je roztřídit výstřižky pouze na shodné útvary a na ty, které jsou navíc i osově souměrné.

Pracovní list ŽÁK

Sněhová vločka = Ornament

(sněhová vločka je typickým příkladem přírodního ornamentu)

1. Z barevného papíru formátu A4 vystřihni čtverec.
2. Ten přelož podle úhlopříček na čtvrtiny. Vzniklý trojúhelník můžeš ještě přeložit na poloviny.
3. Rozhodni se, zda chceš vytvořit čtvercový nebo kruhový ornament. (V případě kruhového ornamentu popřemýšlej, jak musíš složený trojúhelník upravit tak, aby po rozložení vznikl kruh.)
4. Následně začni vystřihávat libovolné útvary.
5. Složený list rozlož.

Úkoly:

- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament?
- Kde má střed souměrnosti?
- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.

SHODNÉ ÚTVARY	ÚTVARY I OSOVĚ SOUMĚRNÉ

Realizace

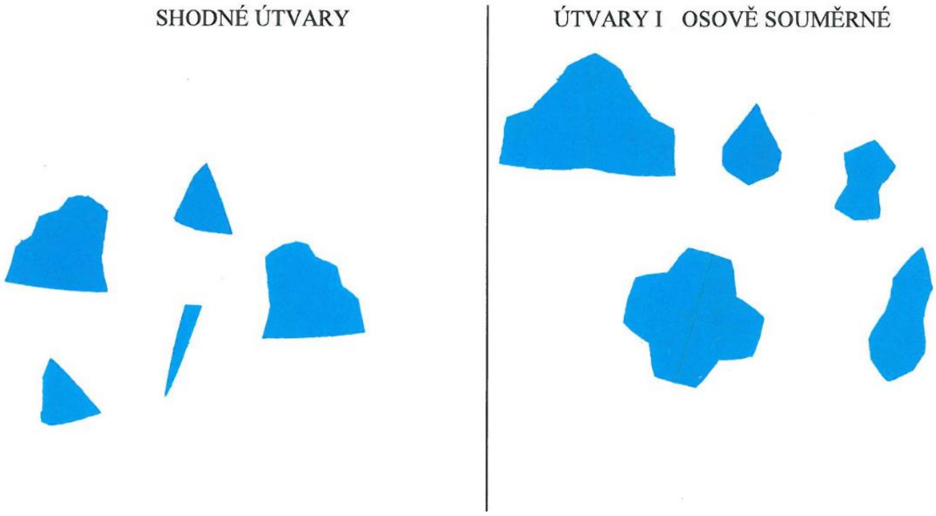
V úvodu práce jsme s žáky probrali definici ornamentu a zodpověděli si, kde vše se kolem nás nachází. Touto motivací žáci došli až k samotné sněhové vločce. Rozdala jsem jim pracovní list a každý si mohl vybrat barevný papír. Určili jsme si, kterých barev se budeme vyvarovat, jelikož vzniklé vločky budou nalepeny na velký barevný papír růžové nebo oranžové barvy. Žáci sami určili, že z výběru vyřadíme růžovou barvu, jinak by vločky na plakátu zanikaly. Žáky jsem vyzvala k tomu, aby se drželi návodu v zadání pracovního listu. Vznesla jsem otázku, kdo by chtěl vyrobit vločku do kruhu. K mému překvapení se přihlásila skoro polovina třídy. Vyzvala jsem je, aby popřemýšleli, jakým způsobem je nutné upravit překládaný trojúhelník. K řešení dospěli společně. V průběhu práce byli upozorněni, aby výstřižky nevyhazovali. Žáci vystříhali nádherné ornamenty. Určili střed souměrnosti a počet os. Následně zpracovávali vzniklé výstřižky a třídili je dle kritérií. Zprvu zadání nerozuměli, a proto jsem jim zdůraznila, ať si všímají útvarů, které vystřihávali v přehybu papíru a těch, které přehyb nemají. Navedla jsem je k myšlence, že místo přehybu si mohou představit osu. Jeden bystrý žák dospěl k poznání a upozornil, že všechny útvary v přehybu nemusí být nutně shodné, jelikož přehýbáním a deformací papíru dochází i ke změně velikostí výstřižků. Zadání práce by tedy mělo být upraveno na: *„…ty, které jsou shodné a ty, které jsou osově souměrné.“*

Výslednými ornamenty jsme zkrášlili třídu.

Obr. 46: Fotografie z praxe

Úkoly:

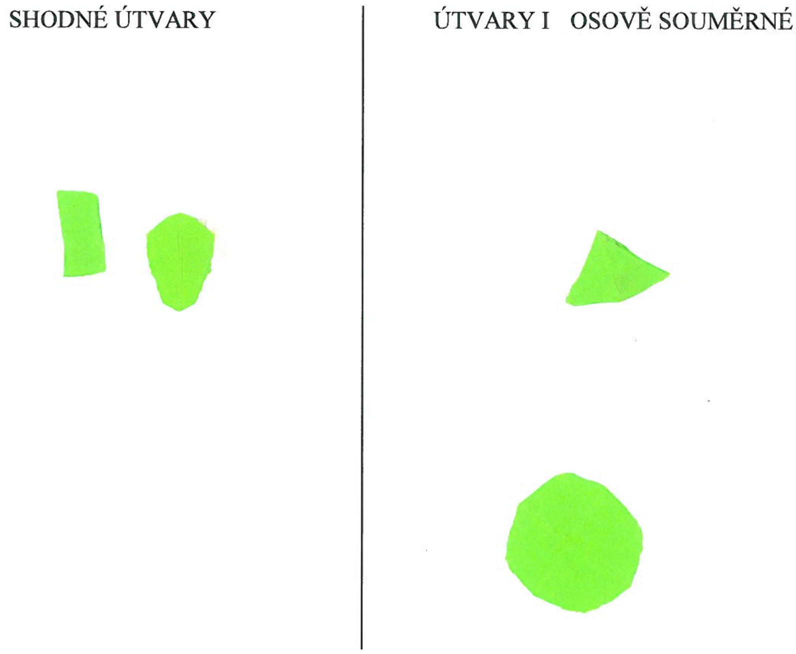
- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament? 4
- Kde má střed souměrnosti? uprostřed
- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.



Obr. 47: Žákovo řešení

Úkoly:

- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament? 4
- Kde má střed souměrnosti? střed
- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.



Obr. 48: Žákovo řešení

Reflexe

Žáci: Práce s papírem a následné stříhání vedla k zájmu žáků. Neskrývali nadšení ve chvílích, kdy svojí vločku respektive ornament rozložili. Určovali střed a osy souměrnosti bez problémů. Jako problémovější se jevil poslední úkol, kdy měli roztřídit výstřižky. Příčinou mohlo být i to, že někteří žáci měli výstřižky velmi malé a špatně se tedy dala rozlišit osa souměrnosti v podobě přehybu.

Učitel: Učitelka k pracovnímu listu neměla žádné výhrady. Ocenila možnost zaplnění nástěnky a výzdoby třídy. Upozornila na dobu potřebnou k zpracování pracovního listu. Deset minut, jak je uvedeno ve verzi pro učitele, je nereálný časový údaj. Aktivita zabrala dvojnásobek plánovaného času. Příčinou je i neporozumění posledního úkolu, který by taktéž mohl být lépe formulovaný.

Pracovní list UČITEL

Sněhová vločka = Ornament

(sněhová vločka je typickým příkladem přírodního ornamentu)

Vstupní znalosti

- osová a středová souměrnost, posunutí

Doba trvání

- 10 minut

Forma práce a prostředí

- samostatná práce ve škole

Potřebné pomůcky

- pracovní list, barevné papíry, nůžky, lepidlo, kružítko

Zadání

1. Z barevného papíru formátu A4 vystřihni čtverec.
2. Ten přelož podle úhlopříček na čtvrtiny. Vzniklý trojúhelník můžeš ještě přeložit na poloviny.

3. Rozhodni se, zda chceš vytvořit čtvercový nebo kruhový ornament. (V případě kruhového ornamentu popřemýšlej, jak musíš složený trojúhelník upravit tak, aby po rozložení vznikl kruh.)
4. Následně začni vystřihávat libovolné útvary.
5. Složený list rozlož.

Úkoly:

- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament?
- Kde má střed souměrnosti?

- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.

SHODNÉ ÚTVARY	ÚTVARY I OSOVĚ SOUMĚRNÉ

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

— žáci pracují dle zadání
— učitel upozorní žáky v průběhu práce (během kroku 4.), aby nevyhazovali výstřižky
— žáci mohou navzájem ohodnotit své ornamenty (vločky)

Aktivita navíc

— vzniklé ornamenty mohou posloužit k výrobě společné nástěnky na téma osová a středová souměrnost

Mezipředmětové vztahy

— matematika, pracovní činnosti

Obrazový materiál

— vlastní fotografie z praxe

4.7 Pracovní list č. 4

Pracovní list č. 4 jsem nazvala Rozeta a mandala a již z názvu je patrné, kterých dvou ornamentů se bude týkat. Aktivity jsou zaměřeny na vybarvování, trochu rýsování a práci s průsvitným papírem.

Cílem první úlohy je nakreslit vlastní návrh rozety. V úvodu můžeme zopakovat, co si mají žáci pod pojmem rozeta představit a využít power pointové prezentace k ukázkám rozet nacházejících se na známých stavbách (např. katedrála Notre-Dame v Paříži). Dále je vhodné s žáky probrat geometrické aspekty tohoto ornamentu, zopakovat pojem kruh a kružnice a v neposlední řadě osovou a středovou souměrnost. Každý žák obdrží kopii pracovního listu a průsvitku (lze použít hedvábný papír, papír na krejčovské střihy, transparentní barevné papíry).

Druhý úkol pracovního listu je vhodné uvést motivačním povídáním o mandale a objasněním tohoto pojmu. Mandaly jsou nejčastěji středově souměrné barevné obrazce. Bývají sestaveny tak, aby při vybarvování vznikala určitá harmonie, která na žáky působí pozitivně. V případě mandaly se můžeme zaměřit jak na středovou tak i osovou souměrnost.

Pracovní list ŽÁK

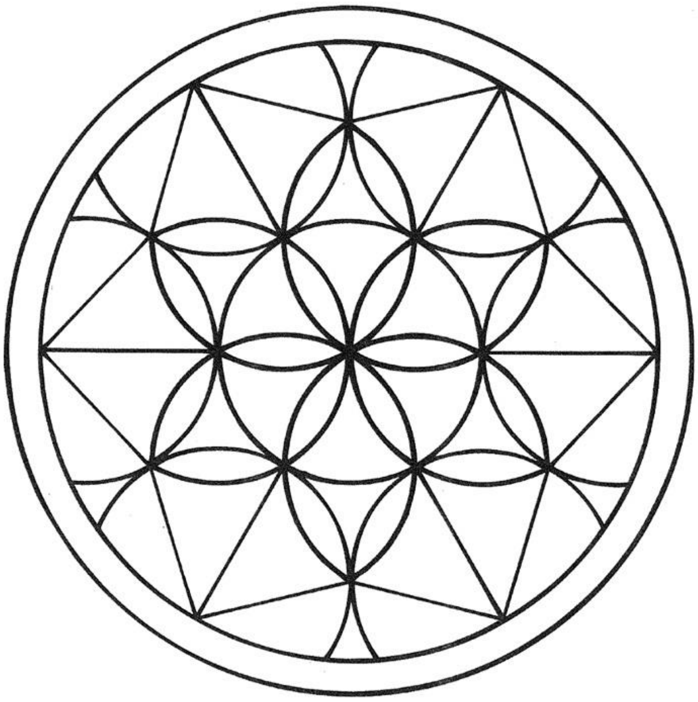
Rozeta

Narýsuj kružnici a tu poté rozděl na 4 nebo 6 shodných částí. Do jedné z nich nakresli návrh svého motivu pro budoucí rozetu. Pak použij průsvitku, na kterou narýsuj kružnici o stejném poloměru. Průsvitku s kružnicí vlož na narýsovaný kruh s motivem a postupně překresluj svůj návrh motivu rozety na průsvitku.

Mandala

Slovo „mandala" pochází ze sanskrtu (staroindický jazyk) a znamená kruh nebo dokonce magický kruh.

Rozděl mandalu pomocí 1 nebo 3 os souměrnosti. Mandalu vybarvi. Barvy používej tak, aby byla zachována souměrnost.



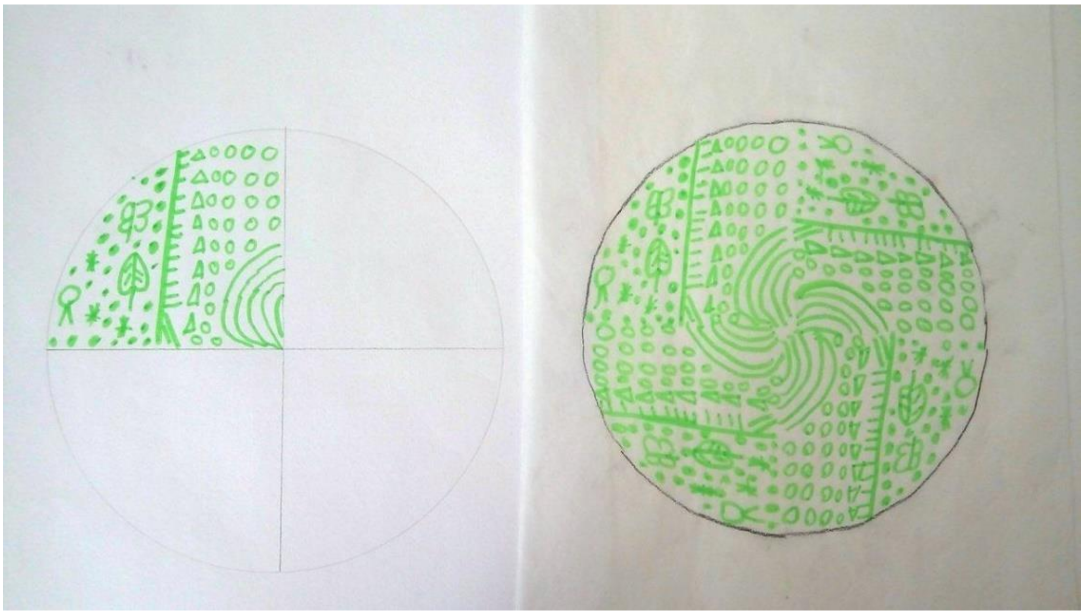
Realizace

S žáky jsme prošli oba pojmy a vrátili se opět k dělení ornamentu. Během práce s prvním pracovní listem jsem žákům prezentovala dělení ornamentů. Většina z nich si vzpomněla na druhy ornamentu a určili, kam spadá rozeta. Žáky zaujaly i fotografie, které jsem měla pro ně připravené, jelikož architektonické stavby poznávali a sami některé z nich navštívili.

První úloha byla problémová, jelikož si žáci nepřečetli zadání a každý se ptal, co má dělat. Postup práce jsem všem musela vysvětlit a ukázat. Žáci začali teda pracovat do chvíle, než měli nakreslit návrh svého ornamentu. V této části práce se znovu dotazovali, co mají dělat a jaký má ornament být. Nijak jsem je nechtěla omezovat, a proto jsem jim řekla, že do části návrhu mohou nakreslit cokoliv, co se jim dále bude pěkně překreslovat. Úloha je zaměřena primárně na středovou souměrnost a ta bude ověřena, ať do návrhu nakreslí cokoliv.

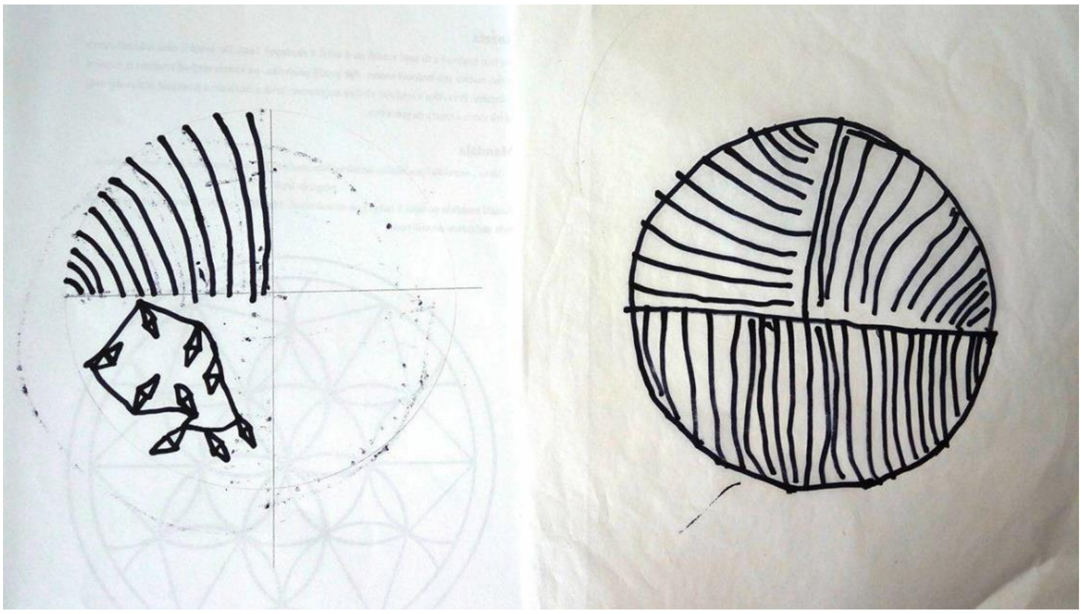
Vybarvování mandaly v druhé úloze nedělalo nikomu problémy. Hned v úvodu jsem je upozornila, aby pečlivě promýšleli, jaké barvy a kde je budou volit s požadavkem zachovat osovou souměrnost.

První ukázka rozety je vydařená.



Obr. 49: Žákovo řešení

Druhá ukázka obsahuje chyby.



Obr. 50: Žákovo řešení

Reflexe

Žáci: První aktivita byla pro konkrétní třídu náročná. V dané třídě jsou žáci, kteří vyrušují a ti neustále vykřikovali a vyžadovali pozornost. Žáci odmítali číst zadání a požadovali, abych jim vše vysvětlila. S názornou ukázkou, jak budou používat průsvitný papír, jsem jim práci vysvětlila. Následně jsem je vždy odkazovala na zadání v pracovním listu. Nakonec všichni žáci pochopili postup práce a tak začaly vznikat návrhy rozet. Druhá aktivita byla bezproblémová. Žáci pracovali soustředěně a tiše. Panovala uvolněná atmosféra.

Učitel: Učitelka oceňuje nenáročnost aktivit a jejich možné použití v jakékoliv hodině nejen v předmětu matematika.

Rozeta a mandala

(rýsování, stříhání, vybarvování)

Vstupní znalosti

- osová a středová souměrnost, posunutí

Doba trvání

- předpokládaná doba trvání rozeta 10 minut, mandala 8 minut

Forma práce a prostředí

- rozeta – samostatná práce ve škole, mandala – samostatná práce ve škole / za DÚ

Potřebné pomůcky

- pracovní list, průsvitka, nůžky, rýsovací potřeby, pastelky, obrázky rozet a mandal

Zadání

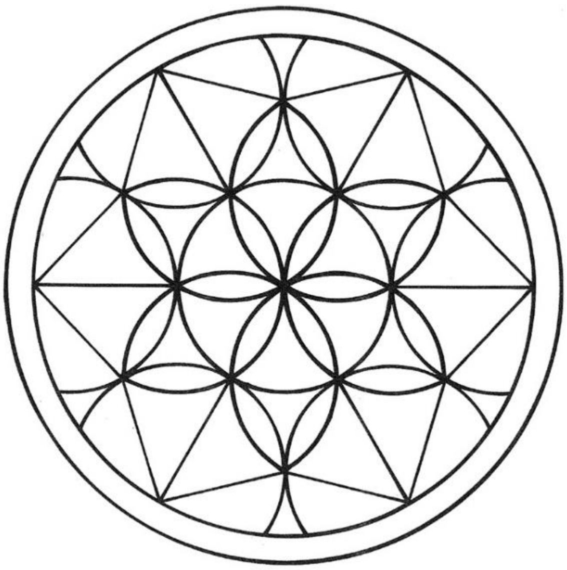
Rozeta

Narýsuj kružnici a tu poté rozděl na 4 nebo 6 shodných částí. Do jedné z nich nakresli návrh svého motivu pro budoucí rozetu. Pak použij průsvitku, na kterou narýsuj kružnici o stejném poloměru. Průsvitku s kružnicí vlož na narýsovaný kruh s motivem a postupně překresluj svůj návrh motivu rozety na průsvitku.

Mandala

Slovo „mandala" pochází ze sanskrtu (staroindický jazyk) a znamená kruh nebo dokonce magický kruh.

Rozděl mandalu pomocí 1 nebo 3 os souměrnosti. Mandalu vybarvi. Barvy používej tak, aby byla zachována souměrnost.



Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky
— žákům objasnit pojmy rozeta a mandala a ukázat fotografie a obrázky — žáci postupují dle zadání — žáci mohou vyzdobit třídu / nástěnku svými rozetami a mandalami
Mezipředmětové vztahy
— matematika, výtvarná výchova, dějepis, pracovní činnosti
Obrazový materiál
— vlastní fotografie z praxe, obr. mandaly – Bělochová V.: Omalovánky pro všechny generace: ornament z blízka i z daleka

4.8 Pracovní list č. 5

Pracovní list č. 5 je zaměřen na osovou souměrnost a mimo jiné pracujeme s výpočtem obsahu čtverce a převodem jednotek. Základem je motivační úloha, ke které se dále váží příklady.

Pracovní list ŽÁK

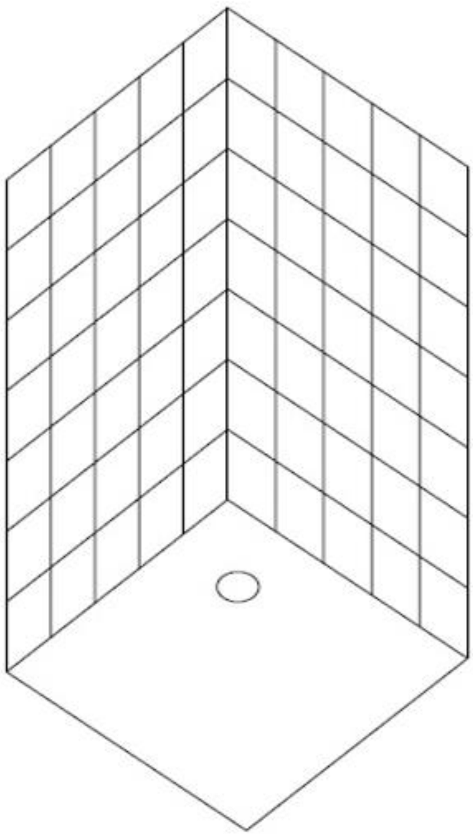
Obklad sprchového koutu

Paní Nováková rekonstruuje koupelnu. Místo vany si pořizuje sprchový kout. Má nakoupené obklady různých motivů a ornamentů. Řemeslník dal paní Novákové za úkol, aby mu nakreslila jedno z možných řešení, jak by měl sprchový kout obložit. Paní Nováková má požadavek, aby byly obkladačky nalepeny souměrně.

- Navrhni způsob obložení, jestliže máš k dispozici uvedený počet obkladaček.
- Kolik zaplatila paní Nováková za obkladačky?

(1m^2 obkladu stál 350 Kč a obkladačka má rozměr 30 x 30 cm)

- Kterou obkladačku paní Nováková koupila navíc?



30 kusů

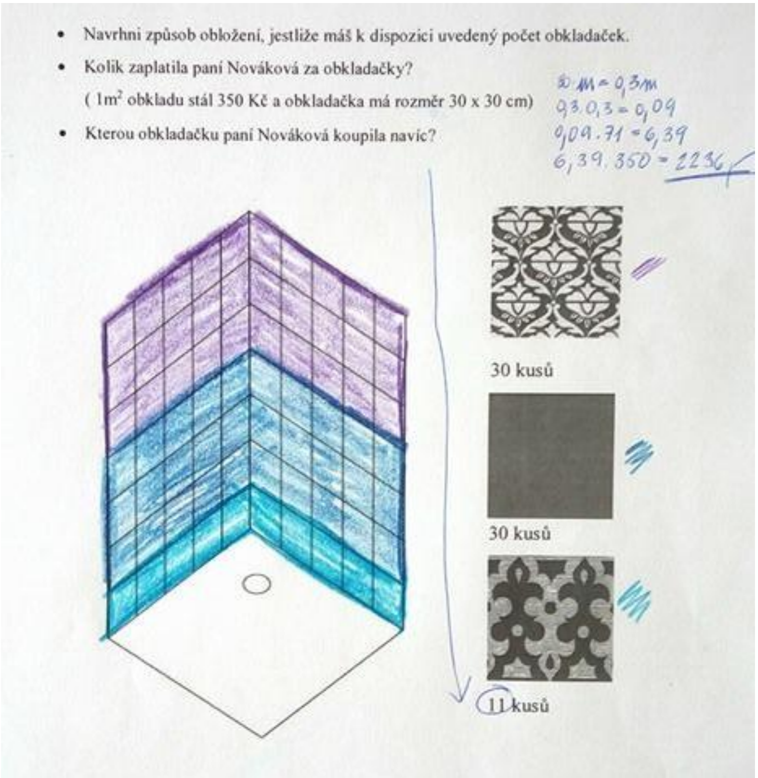
30 kusů

11 kusů

Realizace

Každý žák obdržel pracovní list. V úvodu jsme si prošli zadání úlohy. Doporučila jsem, aby si obkladačky označili nějakou značkou, symbolem, číslicí či písmenem. Dále jsem žáky nechala určit osu souměrnosti, jelikož si někteří nebyli jistí podle, které osy mají obklady doplňovat.

Někteří žáci udělali chybu v návrhu souměrného obkladu spíše z nepozornosti, jelikož je obrázek v 3D provedení. Rozložení v rovině, by pro ně bylo přehlednější. Jiní žáci si práci usnadnili a výsledkem návrhu bylo rozdělení tří typů obkladu do pásem.



Obr. 51: Žákovo řešení

Reflexe

Žáci: Jakmile se v pracovním listu objevil početní příklad, ztratil na oblíbenosti u žáků. U převodů jednotek se většina žáků zaseklo.

Učitel: Pracovní list lze využít i jako krátké opakování na známky.

Obklad sprchového koutu

Vstupní znalosti

- osová souměrnost, obsah čtverce, převody jednotek

Doba trvání

- 10 minut

Forma práce a prostředí

- samostatná práce ve škole / doma

Potřebné pomůcky

- pracovní list

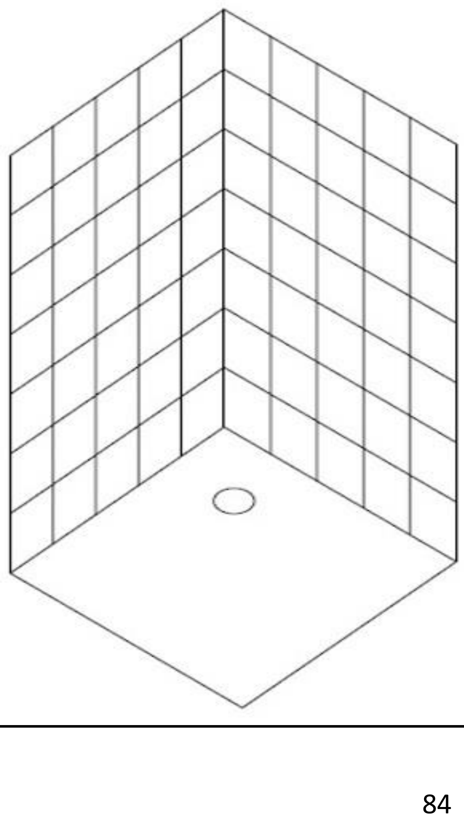
Zadání

Paní Nováková rekonstruuje koupelnu. Místo vany si pořizuje sprchový kout. Má nakoupené obklady různých motivů a ornamentů. Řemeslník dal paní Novákové za úkol, aby mu nakreslila jedno z možných řešení, jak by měl sprchový kout obložit. Paní Nováková má požadavek, aby byly obkladačky nalepeny souměrně.

- Navrhni způsob obložení, jestliže máš k dispozici uvedený počet obkladaček.
- Kolik zaplatila paní Nováková za obkladačky?

($1m^2$ obkladu stál 350 Kč a obkladačka má rozměr 30 x 30 cm)

- Kterou obkladačku paní Nováková koupila navíc?



30 kusů

30 kusů

11 kusů

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- učitel položí dotaz, o jakou souměrnost se bude jednat
- žák pracuje samostatně
- učitel poradí žákům, aby si obkladačky označili číselně nebo abecedně
- společná kontrola výsledku obsahu a ceny za obklad
- řešení:

obsah jedné obkladačky ……. $S = a^2 \longrightarrow S = 30^2 \longrightarrow S = 900\ cm^2$

obsah použitých obkladaček ……… $S = 70 \times 900 \longrightarrow S = 63000\ cm^2$

$63000\ cm^2 = 6{,}3 m^2$

cena použitého obkladu je 6,3 x 350 = 2205 Kč
cena všech obkladů je 2236,5 Kč
Paní Nováková koupila navíc obkladačku s ornamentem (11 kusů)

Aktivita navíc

- pracovní list se dá použít i jako zadání testu

Mezipředmětové vztahy

- matematika, pracovní činnosti

Obrazový materiál

- dílo autora

4.9 Pracovní list č. 6

Těžištěm pracovní listu je práce se zrcadly a zrcadlení obrazců. Opět je motivačně využit ornament. Na kruhovém ornamentu tzv. rozetě žákům představíme osovou a středovou souměrnost. Poslouží nám k tomu dvě pomůcky vyrobené ze zrcadel. Deska s jedním zrcadlem představuje souměrnost podle roviny tedy shodné zobrazení v prostoru. Žáci se však učí pouze shodná zobrazení v rovině. Upozorníme, že místo střetu roviny zrcadla a desky představuje osu souměrnosti. V případě dvou zrcadel připevněných na desce tak, aby svíraly pravý úhel, jde v místě střetu o střed souměrnosti. Ve skupině pozorujeme zobrazování připravených ornamentů nebo dalších obrázků. Na základě získaných zkušeností, žáci vypracují samostatný úkol. Každý žák nakreslí, jakým způsobem se podle jednotlivých zrcadel zobrazí obrazce, které jim učitel promítne na tabuli.

Fáze ověřování správnosti řešení je zase společnou aktivitou. Žáci se sejdou znovu u zrcadel a pomocí přikládání kartiček a pozorování zrcadlení ověřují, zda je jejich kresebné řešení správné.

Obr. 52: Zrcadlové pomůcky

Pracovní list ŽÁK

Zrcadlení

Souměrnost podle roviny

Všímej si, jak se polovina ornamentu díky zrcadlu doplní na celý ornament.

Na základě této zkušenosti zkus nakreslit, jak bude vypadat obraz jednotlivých kartiček v zrcadlech. Svoje řešení nakresli a poté ověř.

Souměrnost podle zrcadla A

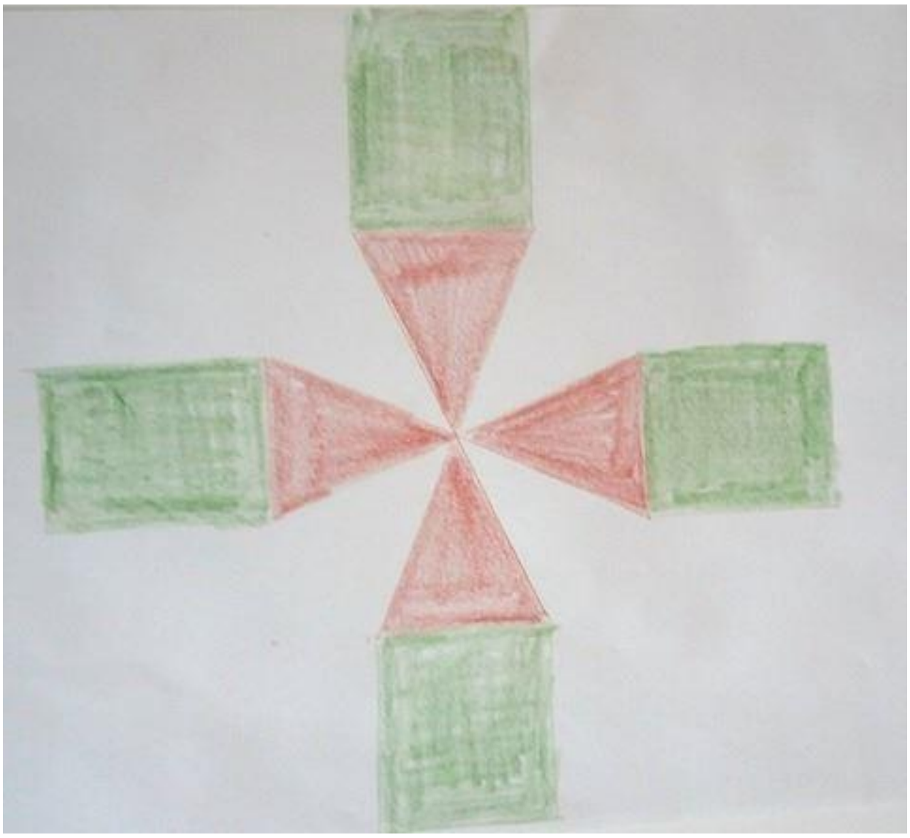
Souměrnost podle zrcadla B

Realizace

Realizace v praxi proběhla dle popisu zadání. Žáci neskrývali nadšení z neobvyklé pomůcky. Jejich výsledná řešení však obsahovala chyby. Nicméně díky praktickému ověření je sami našli a opravili. Střídání skupinové a samostatné práce se mi jevilo jako vhodná forma. Žáci se v hodině protáhli a došlo k jejich aktivizaci.

Obr. 53: Fotografie z praxe

Na ukázku jsem vybrala řešení s chybou.



Obr. 54: Žákovo řešení

Zrcadlení

Souměrnost podle roviny

Vstupní znalosti

— středová a osová souměrnost

Doba trvání

— 20 minut

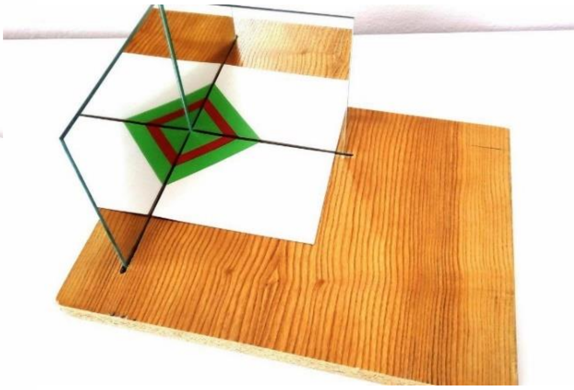
Forma práce a prostředí

— skupinová + samostatná, ve škole

Potřebné pomůcky

— pracovní list, obrázky ornamentu, kartičky s geometrickými útvary, zrcadla/zrcátka

Zrcadlo A

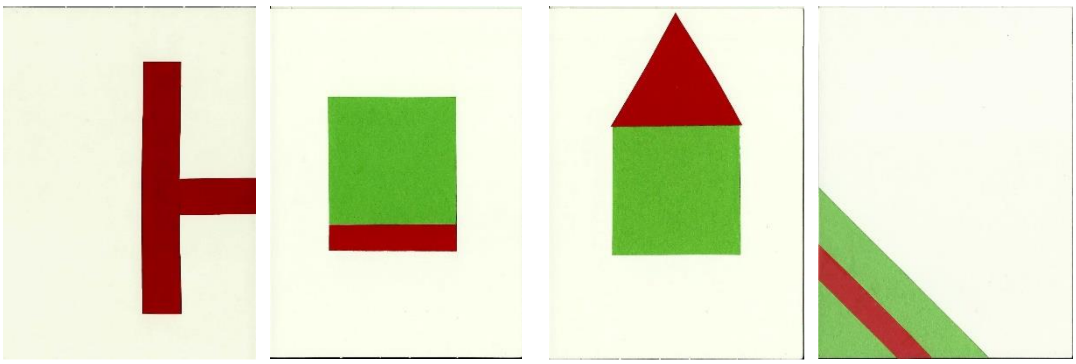


Zrcadlo B

Zadání

Všimej si, jak se polovina ornamentu díky zrcadlu doplní na celý ornament.

Na základě této zkušenosti zkus nakreslit, jak bude vypadat obraz jednotlivých kartiček v zrcadlech. Svoje řešení nakresli a poté ověř.



Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- učitel připraví zrcadla a obrázky ornamentů
- ve skupině učitel žákům ukáže, jak se ornamenty v jednotlivých zrcadlech zobrazují
- učitel pracuje s pojmy středová a osová souměrnost a zrcadlení neboli zobrazení podle roviny
- následně žákům promítne na tabuli kartičky a zadá samostatnou práci
- ověření správnosti řešení probíhá přímo ověřením v praxi, žáci se znovu sejdou u zrcadel, kartičky přikládají k zrcadlům, pozorují, jak se obrázek na kartičce zobrazuje a tím i ověřují, zda je jejich řešení správné

Aktivita navíc

- v zrcadlech je možné sledovat například souměrnosti písmen abecedy apod.

Obrazový materiál

- vlastní fotografie z praxe

Reflexe

Žáci: Pracovní list č. 6 žáky zaujal asi nejvíce. Dle mého názoru je příčinou neobvyklá pomůcka v podobě zrcadel. Žáci měli snahu pozorovat v zrcadlech i jiné rovinné útvary.

Učitel: Aktivita je dle učitelky zajímavá. Učitel jí může realizovat pouze v případě, že má dostatečné materiální zajištění.

Závěr

Diplomová práce definuje ve své první polovině pojmy, o které se nadále opírá a s nimiž pracuje. Zabývá se ornamentem jako uměleckým projevem, ornamentem z pohledu přírodních věd, ornamentem z pohledu RVP ZV a přínosem ornamentu pro matematické vyučování.

Cílem diplomové práce bylo vytvořit didaktický prostředek, který by zpestřil hodiny matematiky, respektive geometrie, a přitom by využíval mezipředmětových vztahů. Za těchto stanovených podmínek jsem dospěla k rozhodnutí, vytvořit pracovní listy zaměřené na učivo shodných zobrazení v rovině využívající ornament jako element výtvarného umění, tedy spojení předmětů mé studijní kombinace matematika a výtvarná výchova. Tato neobvyklá kombinace byla pro žáky zajímavá.

Tvorba pracovních listů byla inspirována didaktickými pomůckami členů Jednoty českých matematiků a fyziků (JČMF) a Společnosti učitelů matematiky (SUMA) přístupných na webovém portálu.[26] Mnou vytvořené pomůcky se orientují na ornament jako jednoduchý vzor symetričnosti shodného zobrazení v hodinách matematiky. V rámci pracovních listů jsem se snažila žákům prezentovat učivo osové i středové souměrnosti zajímavou a hravou formou. Různorodost pracovních listů byla jedna z podmínek k procvičení rozmanitých dovedností a vědomostí žáků týkajících se daného učiva. Proto jsem vytvořila soubor šesti pracovních listů. Stěžejním prvkem každého pracovního listu je ornament. Na ornamentech jsou patrné a snadno rozeznatelné symetrie. Setkáváme se s ním denně. Cílem pracovních listů bylo žáky s tímto uměleckým prostředkem seznámit a obohatit jejich zkušenosti a poznatky jak z dějin umění, tak i geometrie. Snažila jsem se, aby pracovní listy na sebe chronologicky navazovaly a aby se dali zároveň použít samostatně.

Jako učitelé nesmíme zapomínat na individualitu žáků. Každý žák k práci ve škole přistupuje s různým nasazením. Někteří žáci mají problém s udržením pozornosti a v hodinách se nevěnují učivu tak, jak bychom od nich očekávali. Všechny tyto známé jevy se projevily v praxi i při ověření mnou vytvořených pracovních listů. Zdá se mi však, že díky využití výtvarného prostředku aplikovaného na matematické úlohy se tyto negativní jevy zmírňovaly a žáci normálně nepozorní vydrželi pracovat skoro po celou dobu výuky. Nejvíce z pracovních

---

[26] *Matematika pro všechny*. Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~math4all/o_projektu.php

listů žáky zaujaly aktivity rozvíjející jejich tvůrčí schopnosti. Právě v těchto aktivitách se stíraly rozdíly v matematické pokročilosti žáků.

Nepravidelné zařazení pracovních listů do výuky považuji na základě práce s žáky jako příznivě motivující. Žáci byli ochotni spolupráce. Zvídavost v nich probudil už první pohled na připravené pomůcky – barevné papíry, průsvitky, zrcadla a další.

Dle mého závěru splňují uvedené pracovní listy svoji předem danou funkci definovanou v diplomové práci, tedy doplňují učebnice matematiky, které se řídí Standardy ZV a kurikulárními dokumenty. Působí jako vhodná motivace, jak úspěšně zaujmout žáky pro matematiku.

Seznam použité literatury a internetových zdrojů

BALEKA, Jan. *Výtvarné umění: výkladový slovník : (malířství, sochařství, grafika)*. Praha: Academia, 1997. ISBN 80-200-0609-5.

BARTOŇOVÁ, Eva a Pavel KVĚTOŇ. *Matematika III: základy geometrie*. Orlová: Obchodní akademie Orlová, 2007. Informatika v ekonomice v distanční formě vzdělávání na středních školách. ISBN 978-80-87113-06-6.

CRHÁK, František. *Výtvarná geometrie plus: geometrická gramatika (nejen) pro designéry.* Brno: VUTIUM, 2012. ISBN 978-80-214-3767-8.

DOLEŽAL, Jiří. *Základy geometrie.* Ostrava: VŠB - Technická univerzita, 2006. ISBN 80-248-1202-9.

ELIŠKA, Jiří. *Ornament a dekor: teorie: obrazový slovník*. Praha: SPN, 1984.

EL-SAID, Issam a Ayşe PARMAN. *Geometrická koncepce v islámském umění*. Praha: Argo, 2008. ISBN 978-80-7203-911-1.

FIALA, Jiří. Rehabilitace ornamentu. *Vesmír*. 2000, (79).

FUCHS, Eduard a Eva ZELENDOVÁ. *Metodické komentáře ke standardům pro základní vzdělávání - Matematika*. 1. vyd. Olomouc: UP Olomouc, 2015. 150 s. ISBN 978-80-7481-140-1.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

HERMAN, Jiří. *Matematika: osová a středová souměrnost.* Praha: Prometheus, 1995. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-85849-73-9.

HUBATOVÁ-VACKOVÁ, Lada. *Tiché revoluce uvnitř ornamentu: studie z dějin uměleckého průmyslu a dekorativního umění v letech 1880-1930*. Praha: VŠUP, 2011. ISBN 978-80-86863-18-4.

JIROTKOVÁ, Darina. *Dva dny s didaktikou matematiky 2002: sborník příspěvků ze semináře katedry matematiky a didaktiky matematiky* : Praha 14.-15.2.2002. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2002. ISBN 80-7290-106-0.

JIROTKOVÁ, Darina a Naďa VONDROVÁ. *Dva dny s didaktikou matematiky 2003*: Praha, 13.-14.2.2003 : sborník příspěvků. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2003. ISBN 80-7290-143-5.

KANDERT, Josef. *Africký ornament a tvar: African Ornament and Design: Průvodce k výstavě*. Přeložil Věra Heroldová-Šťovíčková. Praha: Národní muzeum, 1993.

KINDL, Karel. *Matematika: přehled učiva základní devítileté školy.* 2. uprav. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1975. Kostka (Státní pedagogické nakladatelství).

KOPECKÝ, M., DOFKOVÁ, R.: *Geometrie 3*. Olomouc: UPOL, 2008.

KROPÁČEK, Jiří a Oldřich J. BLAŽÍČEK. *Slovník pojmů z dějin umění: názvosloví a tvarosloví architektury, sochařství, malby a užitého umění*. Praha: Odeon, 1991. ISBN 8020702466.

KUPČÁKOVÁ, Marie. *Geometrie ve světě dětí i dospělých.* 3. vyd. Hradec Králové: Gaudeamus, 2009. ISBN 978-80-7041-683-9.

KUŘINA, František a Jana CACHOVÁ. *Matematika a porozumění světu: setkání s matematikou po základní škole.* Praha: Academia, 2009. ISBN 978-80-200-1743-7.

KVĚTOŇ, Pavel, Martin OTT a Michal VAVROŠ. *Metodika výuky matematiky na 2. stupni základních škol a středních školách z pohledu pedagogické praxe - náměty pro začínajícího učitele.* Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2010. ISBN 978-80-7368-888-2.

LOOS, Adolf. *Navzdory: ornament je zločin : 1900-1930*. Přeložil Zdeněk Dan. Hodkovičky: Pragma, 2015. ISBN 978-80-7349-442-1.

Matematika pro všechny [online]. [cit. 2016-06-23]. Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~math4all/o_projektu.php

MRÁZ, Bohumír a Marcela MRÁZOVÁ-SCHUSTEROVÁ. *Secese*. Praha: Obelisk, 1971. -ismy.

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha. Praha: Tauris, 2001. ISBN 80-211-0372-8.

NOVÁK, Bohumil. *Matematika III: několik kapitol z didaktiky matematiky.* Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 1999. ISBN 80-7067-979-4.

NOVOTNÁ, Jiřina. *Moderní trendy ve výuce matematiky a fyziky.* Brno: Masarykova univerzita, 2011. Sborník prací Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity. ISBN 978-80-210-5652-7.

Ornament v současném umění: 19. června - 24. srpna 2003, Galerie moderního umění v Hradci Králové : 16. října - 23. listopadu 2003, Galerie města Plzně. V Hradci Králové: Galerie moderního umění v Hradci Králové, 2003. ISBN 80-85025-40-X.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 7. vyd. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-196-5.

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie.* 3. vyd. Praha: Prometheus, c1993. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-045-4.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2008. ISBN 978-80-7367-416-8.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. 126 s. [cit. 2016-06-14]. Dostupné z WWW:http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf.

STIBRAL, Karel. *Ornament a příroda. Ekolist* [online]. 2014 [cit. 2016-05-08]. Dostupné z: http://ekolist.cz/cz/kultura/clanky/ornament-a-priroda

STIBRAL, Karel. Ornament mezi přírodními vědami a uměním. *Vesmír* [online]. 2013, (92) [cit. 2016-05-08]. Dostupné z: http://casopis.vesmir.cz/clanek/ornament-mezi-prirodnimi-vedami-a-umenim

ŠTAUBEROVÁ, Zuzana. *Ornamenty* [online]. In: .[cit. 2016-05-10]. Dostupné z: http://docplayer.cz/12915318-Ornamenty-zuzana-stauberova-zuzana-kma-zcu-cz-1-co-je-ornament.html

Umění: velký obrazový průvodce. Vyd. 2. Přeložil Markéta Hánová. Praha: Knižní klub, 2014. Universum. ISBN 978-80-242-4494-5.

VONDROVÁ, Naďa a Milan HEJNÝ. *Náměty na podnětné vyučování v matematice.* V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007. ISBN 978-80-7290-342-9.

VORÁČOVÁ, Šárka a Lucia CSACHOVÁ. *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*. Praha: Academia, 2012. Atlas. ISBN 978-80-200-1575-4.

VYŠÍN, Jan. *Geometrie pro pedagogické fakulty.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1965. Učebnice vysokých škol.

ŽÁDNÍK, Vojtěch. *Osnova k přednášce z Geometrie* [online]. In: s. 147 [cit. 2016-06-10]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/podzim2014/MA2BP_PGE/um/osnova.pdf

Seznam obrázků a jejich zdroje

Není-li uvedeno jinak, je obrazový materiál dílem autora.

Obrázek 1: Motiv - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 2: Ornament - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 3: Alfons Mucha- Snění - *Alfons Mucha* [online]. In: . [cit. 2016-06-23]. Dostupné z: http://art.ihned.cz/umeni/c1-44558630-vystava-apoteoza-lasky-ukazuje-ze-mucha-byl-i-velmi-dobrym-fotografem

Obrázek 4: Escher – Pták - M.C.ESCHER. In: *: Bird (no. 44)* [online]. [cit. 2016-06-23]. Dostupné z: http://www.mcescher.com/gallery/back-in-holland/no-44-bird/

Obrázek 5: Kvíčala z cyklu Ornament (kresba) - In: ABART: *Petr Kvíčala* [online]. [cit. 2016-06-23]. Dostupné z: http://www.isabart.org/person/1866

Obrázek 6: Kvíčala – Vlna - In: ABART: *Petr Kvíčala* [online]. [cit. 2016-06-23]. Dostupné z: http://www.isabart.org/person/1866

Obrázek 7: Rozeta s osovou symetrií - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 8: Batika na látce - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 9: Rozeta bez osové symetrie - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 10: Katedrála Notre-Dame - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 11: Dekorativní talíř - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 12: Chodský koláč - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 13: Mandala - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 14: Frýz - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 15: Mořská vlna - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 16: Krajka - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 17: Tapeta - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 18: Alhambra - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 19: Krajkový vzor - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 20: Vzor na látce - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Obrázek 21: Tapeta nakreslená pomocí počítače - VORÁČOVÁ, Š.: *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*.

Seznam příloh

Příloha č. 1 – Pracovní list č. 1: ŽÁK

Příloha č. 2 – Pracovní list č. 1: UČITEL

Příloha č. 3 – Pracovní list č. 2: ŽÁK

Příloha č. 4 – Pracovní list č. 2: UČITEL

Příloha č. 5 – Pracovní list č. 3: ŽÁK

Příloha č. 6 – Pracovní list č. 3: UČITEL

Příloha č. 7 – Pracovní list č. 4: ŽÁK

Příloha č. 8 – Pracovní list č. 4: UČITEL

Příloha č. 9 – Pracovní list č. 5: ŽÁK

Příloha č. 10 – Pracovní list č. 5: UČITEL

Příloha č. 11 – Pracovní list č. 6: ŽÁK

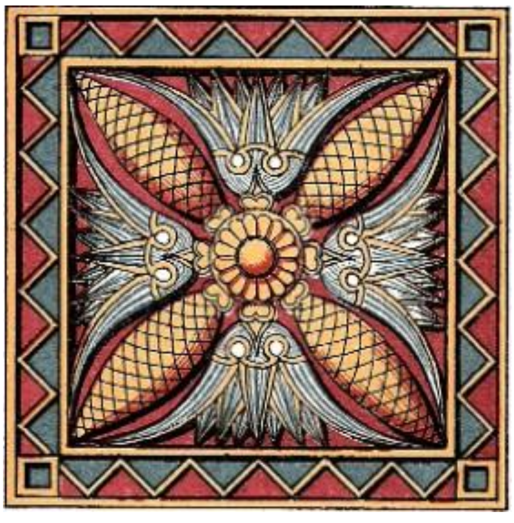
Příloha č. 12 – Pracovní list č. 7: UČITEL

Příloha č. 1 – Pracovní list č. 1: ŽÁK

Ornament

Hledám osu souměrnosti

- Co je to ornament?
- Jaké znáš ornamenty?
- Kde se s ním můžeš setkat?
- Zkus si vzpomenout, zda se u Vás doma někde nachází ornament.
- Na základě svých znalostí o osové souměrnosti se pokus najít osy souměrnosti následujících ornamentů.



Příloha č. 2 – Pracovní list č. 1: UČITEL

Ornament

Hledám osu souměrnosti

Vstupní znalosti

— osová souměrnost

Doba trvání

— předpokládaná doba trvání 15 minut (bude doplněno na základě realizace v praxi)

Forma práce a prostředí

— samostatná práce ve škole

Potřebné pomůcky

— pracovní list, pravítko, interaktivní tabule

— obrazová prezentace, která by žákům představila pojem ornament

Zadání

- Co je to ornament?
- Jaké znáš ornamenty?
- Kde se s ním můžeš setkat?
- Zkus si vzpomenout, zda se u Vás doma někde nachází ornament.
- Na základě svých znalostí o osové souměrnosti se pokus najít osy souměrnosti následujících ornamentů.


Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- žáci samostatně pracují na úkolech, samostatně určí osy souměrnosti jednotlivých ornamentů
- obrázky ornamentů promítneme na tabuli a vyzveme žáky, aby ukázali řešení; ostatní žáci si kontrolují správnost řešení ve svém pracovním listu

Aktivita navíc / domácí úkol

- Žák dostane za úkol ve svém okolí vyhledat předmět (textilii) s ornamentem. Předmět přinést na další vyučovací hodinu nebo pořídit fotografii.

Mezipředmětové vztahy

- matematika, výtvarná výchova, dějepis

Obrazový materiál

- Skuhravý J.: Ornament. Sborník slohových ozdob všech období umění, vlastní fotografie z praxe

Příloha č. 3 – Pracovní list č. 2: ŽÁK

Ornament ve čtvercové síti

Ve čtvercové síti vykresluj čtverečky tak, aby vznikla jedna polovina ornamentu podle tvého vlastního návrhu. Svou práci si vyměň se sousedem v lavici a navzájem doplňte obrazce podle osové souměrnosti.

Příloha č. 4 – Pracovní list č. 2: UČITEL

Ornament ve čtvercové síti

Vstupní znalosti

- osová souměrnost

Doba trvání

- 8 minut

Forma práce a prostředí

- dvojice ve škole

Potřebné pomůcky

- pracovní list, pastelky

Zadání

Ve čtvercové síti vykresluj čtverečky tak, aby vznikla jedna polovina ornamentu podle tvého vlastního návrhu. Svou práci si vyměň se sousedem v lavici a navzájem doplňte obrazce podle osové souměrnosti.

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- učitel žáky upozorní, aby svůj ornament promysleli a nechali spolužákovi na dokreslování jeho poloviny místo ve čtvercové síti
- žáci postupují dle zadání
- učitel s žáky zopakuje pojmy: osová souměrnost a ornament
- žák, který provedl návrh svého ornamentu, zkontroluje, zda jeho spolužák správně doplnil druhou polovinu ornamentu

Obrazový materiál

- vlastní fotografie z praxe

Příloha č. 5 – Pracovní list č. 3: ŽÁK

Sněhová vločka = Ornament

(sněhová vločka je typickým příkladem přírodního ornamentu)

1. Z barevného papíru formátu A4 vystřihni čtverec.
2. Ten přelož podle úhlopříček na čtvrtiny. Vzniklý trojúhelník můžeš ještě přeložit na poloviny.
3. Rozhodni se, zda chceš vytvořit čtvercový nebo kruhový ornament. (V případě kruhového ornamentu popřemýšlej, jak musíš složený trojúhelník upravit tak, aby po rozložení vznikl kruh.)
4. Následně začni vystřihávat libovolné útvary.
5. Složený list rozlož.

Úkoly:

- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament?
- Kde má střed souměrnosti?
- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.

SHODNÉ ÚTVARY	ÚTVARY I OSOVĚ SOUMĚRNÉ

Příloha č. 6 – Pracovní list č. 3: UČITEL

Sněhová vločka = Ornament

(sněhová vločka je typickým příkladem přírodního ornamentu)

Vstupní znalosti

- osová a středová souměrnost, posunutí

Doba trvání

- 10 minut

Forma práce a prostředí

- samostatná práce ve škole

Potřebné pomůcky

- pracovní list, barevné papíry, nůžky, lepidlo, kružítko

Zadání

1. Z barevného papíru formátu A4 vystřihni čtverec.
2. Ten přelož podle úhlopříček na čtvrtiny. Vzniklý trojúhelník můžeš ještě přeložit na poloviny.
3. Rozhodni se, zda chceš vytvořit čtvercový nebo kruhový ornament. (V případě kruhového ornamentu popřemýšlej, jak musíš složený trojúhelník upravit tak, aby po rozložení vznikl kruh.)
4. Následně začni vystřihávat libovolné útvary.
5. Složený list rozlož.

Úkoly:

- Kolik os souměrnosti má vzniklý ornament?
- Kde má střed souměrnosti?
- Výstřižky vzniklé v kroku 4. shromáždi a rozděl na dvě skupiny – ty, které jsou shodné a ty, kterou jsou navíc i osově souměrné. Rozdělené útvary nalep tam, kam patří.

SHODNÉ ÚTVARY	ÚTVARY I OSOVĚ SOUMĚRNÉ

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- žáci pracují dle zadání
- učitel upozorní žáky v průběhu práce (během kroku 4.), aby nevyhazovali výstřižky
- žáci mohou navzájem ohodnotit své ornamenty (vločky)

Aktivita navíc

- vzniklé ornamenty mohou posloužit k výrobě společné nástěnky na téma osová a středová souměrnost

Mezipředmětové vztahy

- matematika, pracovní činnosti

Obrazový materiál

- vlastní fotografie z praxe

Příloha č. 7 – Pracovní list č. 4: ŽÁK

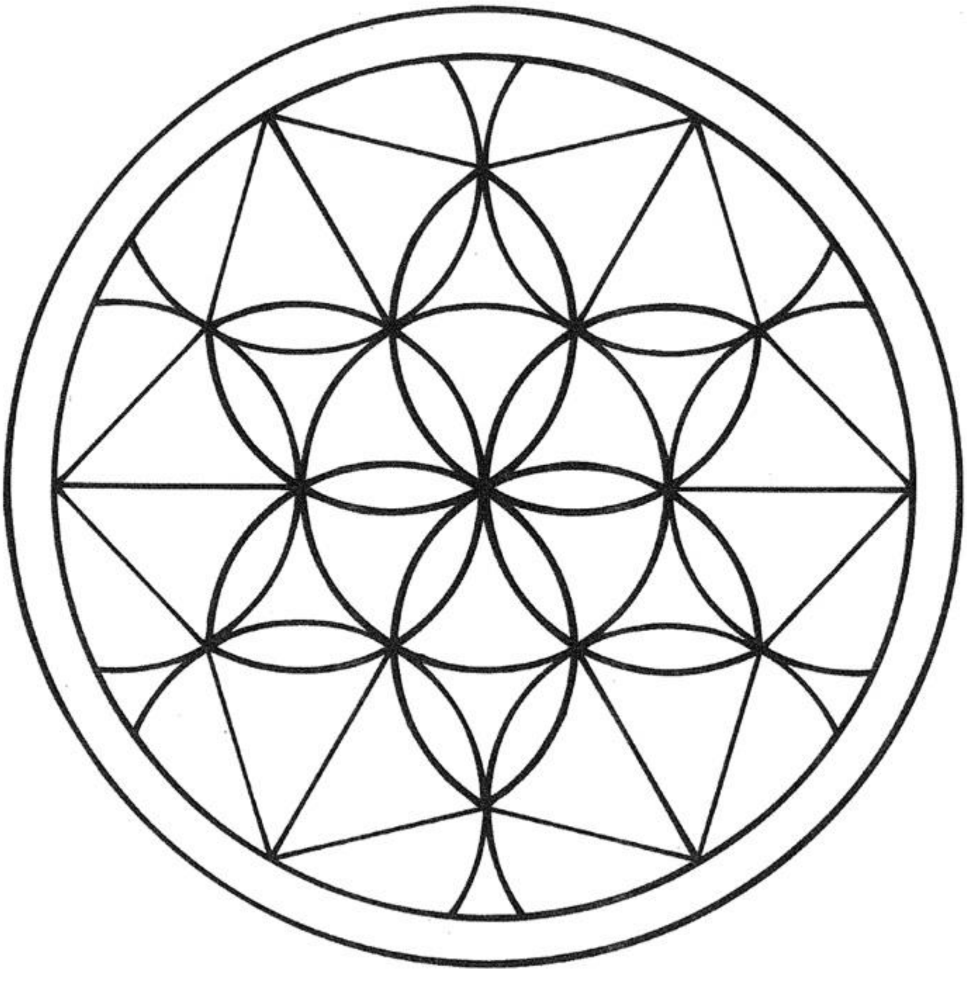
Rozeta

Narýsuj kružnici a tu poté rozděl na 4 nebo 6 shodných částí. Do jedné z nich nakresli návrh svého motivu pro budoucí rozetu. Pak použij průsvitku, na kterou narýsuj kružnici o stejném poloměru. Průsvitku s kružnicí vlož na narýsovaný kruh s motivem a postupně překresluj svůj návrh motivu rozety na průsvitku.

Mandala

Slovo „mandala“ pochází ze sanskrtu (staroindický jazyk) a znamená kruh nebo dokonce magický kruh.

Rozděl mandalu pomocí 1 nebo 3 os souměrnosti. Mandalu vybarvi. Barvy používej tak, aby byla zachována souměrnost.



Příloha č. 8 – Pracovní list č. 4: UČITEL

Rozeta a mandala

(rýsování, stříhání, vybarvování)

Vstupní znalosti

- osová a středová souměrnost, posunutí

Doba trvání

- předpokládaná doba trvání rozeta 10 minut, mandala 8 minut

Forma práce a prostředí

- rozeta – samostatná práce ve škole, mandala – samostatná práce ve škole / za DÚ

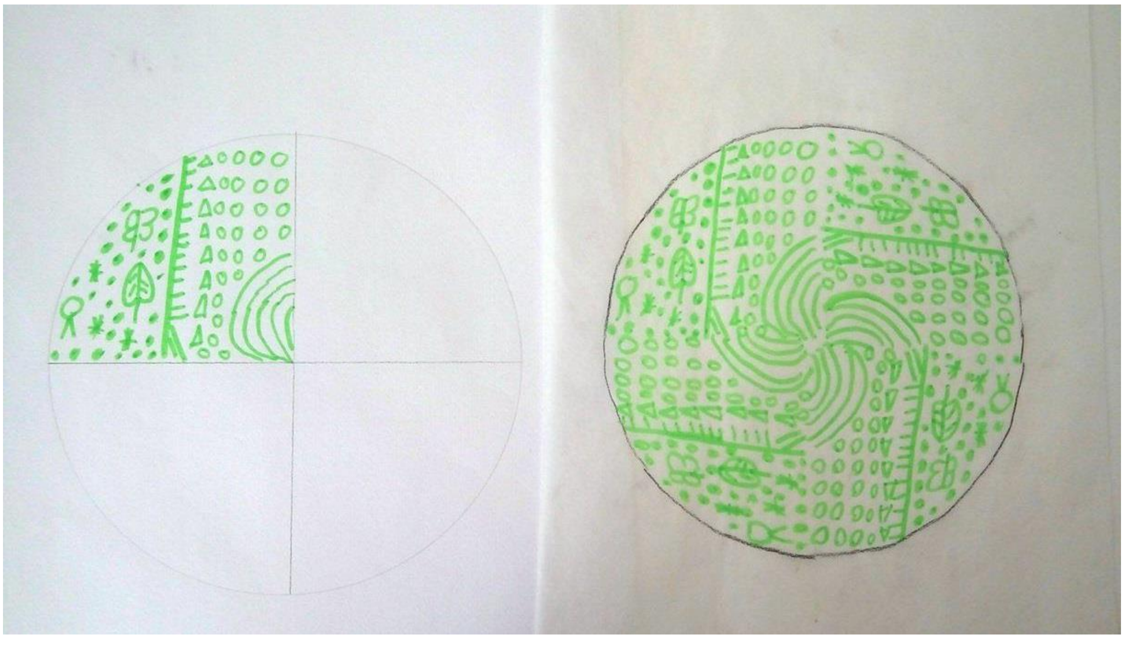
Potřebné pomůcky

- pracovní list, průsvitka, nůžky, rýsovací potřeby, pastelky, obrázky rozet a mandal

Zadání

Rozeta

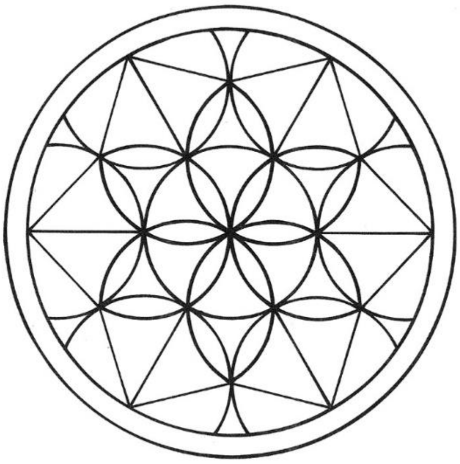
Narýsuj kružnici a tu poté rozděl na 4 nebo 6 shodných částí. Do jedné z nich nakresli návrh svého motivu pro budoucí rozetu. Pak použij průsvitku, na kterou narýsuj kružnici o stejném poloměru. Průsvitku s kružnicí vlož na narýsovaný kruh s motivem a postupně překresluj svůj návrh motivu rozety na průsvitku.



Mandala

Slovo „mandala“ pochází ze sanskrtu (staroindický jazyk) a znamená kruh nebo dokonce magický kruh.

Rozděl mandalu pomocí 1 nebo 3 os souměrnosti. Mandalu vybarvi. Barvy používej tak, aby byla zachována souměrnost.



Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

- žákům objasnit pojmy rozeta a mandala a ukázat fotografie a obrázky
- žáci postupují dle zadání
- žáci mohou vyzdobit třídu / nástěnku svými rozetami a mandalami

Mezipředmětové vztahy

- matematika, výtvarná výchova, dějepis, pracovní činnosti

Obrazový materiál

- obr. mandaly – Bělochová V.: Omalovánky pro všechny generace: ornament z blízka i z daleka, fotografie z praxe

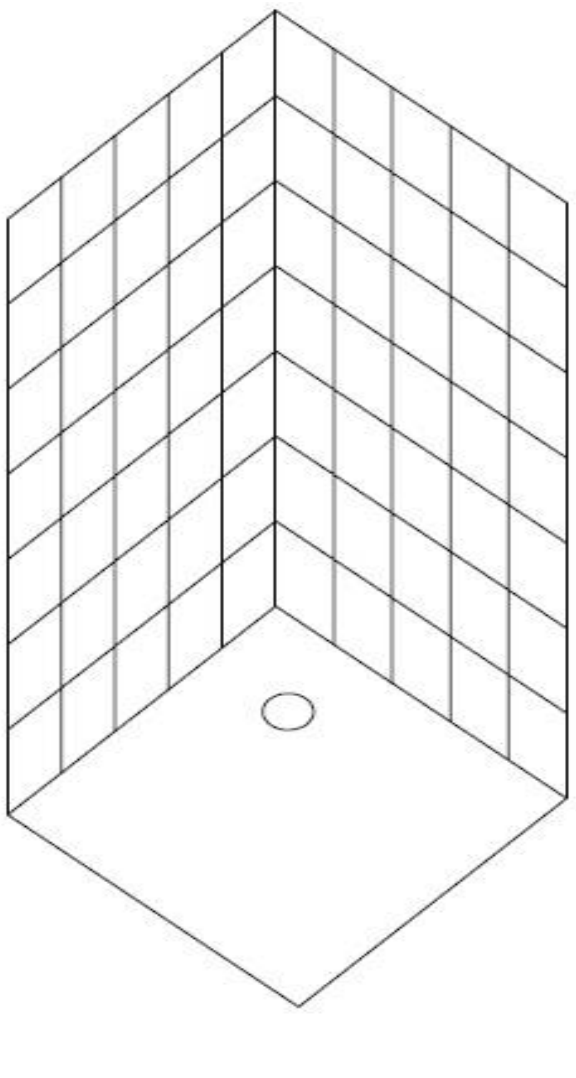
Příloha č. 9 – Pracovní list č. 5: ŽÁK

Obklad sprchového koutu

Paní Nováková rekonstruuje koupelnu. Místo vany si pořizuje sprchový kout. Má nakoupené obklady různých motivů a ornamentů. Řemeslník dal paní Novákové za úkol, aby mu nakreslila jedno z možných řešení, jak by měl sprchový kout obložit. Paní Nováková má požadavek, aby byly obkladačky nalepeny souměrně.

- Navrhni způsob obložení, jestliže máš k dispozici uvedený počet obkladaček.
- Kolik zaplatila paní Nováková za obkladačky?

  (1m^2 obkladu stál 350 Kč a obkladačka má rozměr 30 x 30 cm)
- Kterou obkladačku paní Nováková koupila navíc?



30 kusů

30 kusů

11 kusů

Příloha č. 10 – Pracovní list č. 5: UČITEL

Obklad sprchového koutu

Vstupní znalosti

- osová souměrnost, obsah čtverce, převody jednotek

Doba trvání

- 10 minut

Forma práce a prostředí

- samostatná práce ve škole / doma

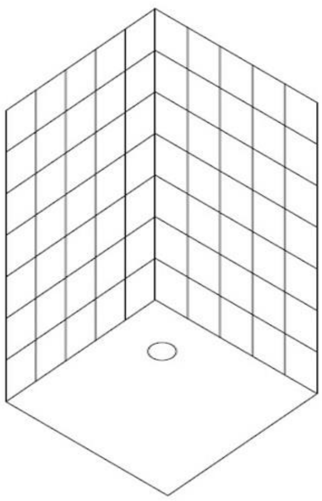
Potřebné pomůcky

- pracovní list

Zadání

Paní Nováková rekonstruuje koupelnu. Místo vany si pořizuje sprchový kout. Má nakoupené obklady různých motivů a ornamentů. Řemeslník dal paní Novákové za úkol, aby mu nakreslila jedno z možných řešení, jak by měl sprchový kout obložit. Paní Nováková má požadavek, aby byly obkladačky nalepeny souměrně.

- Navrhni způsob obložení, jestliže máš k dispozici uvedený počet obkladaček.
- Kolik zaplatila paní Nováková za obkladačky?
  (1m^2 obkladu stál 350 Kč a obkladačka má rozměr 30 x 30 cm)
- Kterou obkladačku paní Nováková koupila navíc?



30 kusů

30 kusů

11 kusů

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

— učitel položí dotaz, o jakou souměrnost se bude jednat

— žák pracuje samostatně

— učitel poradí žákům, aby si obkladačky označili číselně nebo abecedně

— společná kontrola výsledku obsahu a ceny za obklad

— řešení:

obsah jedné obkladačky .... $S = a^2 \longrightarrow S = 30^2 \longrightarrow S = 900\ cm^2$

obsah použitých obkladaček ……… $S = 70 \times 900 \longrightarrow S = 63000\ cm^2$

$63000\ cm^2 = 6{,}3 m^2$

cena použitého obkladu je 6,3 x 350 = 2205 Kč

cena všech obkladů je 2236,5 Kč

Paní Nováková koupila navíc obkladačku s ornamentem (11 kusů)

Aktivita navíc

— pracovní list se dá použít i jako zadání testu

Mezipředmětové vztahy

— matematika, pracovní činnosti

Obrazový materiál

— dílo autora

Příloha č. 11 – Pracovní list č. 6: ŽÁK

Zrcadlení

Souměrnost podle roviny

Všímej si, jak se polovina ornamentu díky zrcadlu doplní na celý ornament.

Na základě této zkušenosti zkus nakreslit, jak bude vypadat obraz jednotlivých kartiček v zrcadlech. Svoje řešení nakresli a poté ověř.

Souměrnost podle zrcadla A

Souměrnost podle zrcadla B

Příloha č. 12 – Pracovní list č. 7: UČITEL

Zrcadlení

Souměrnost podle roviny

Vstupní znalosti

— středová a osová souměrnost

Doba trvání

— 20 minut

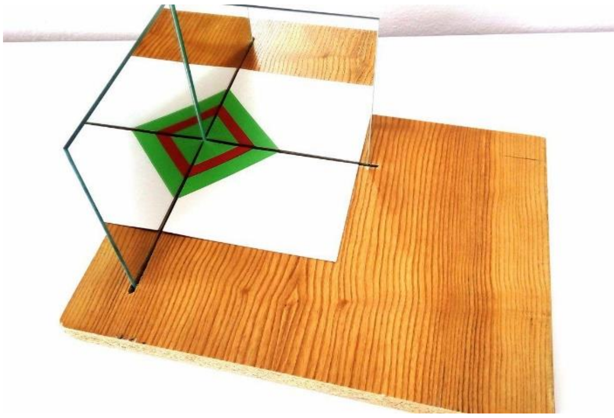
Forma práce a prostředí

— skupinová + samostatná, ve škole

Potřebné pomůcky

— pracovní list, obrázky ornamentu, kartičky s geometrickými útvary, zrcadla/zrcátka

Zrcadlo A

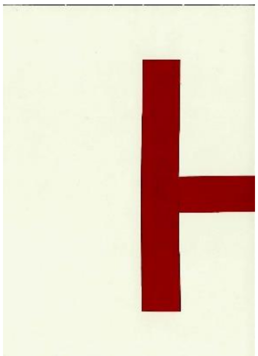
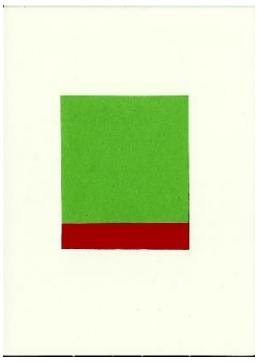
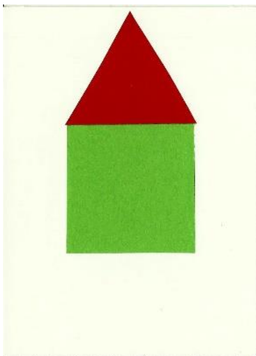


Zrcadlo B

Zadání

Všímej si, jak se polovina ornamentu díky zrcadlu doplní na celý ornament.

Na základě této zkušenosti zkus nakreslit, jak bude vypadat obraz jednotlivých kartiček v zrcadlech. Svoje řešení nakresli a poté ověř.

Postup řešení, kontrola řešení, metodické poznámky

— učitel připraví zrcadla a obrázky ornamentů

— ve skupině učitel žákům ukáže, jak se ornamenty v jednotlivých zrcadlech zobrazují

— učitel pracuje s pojmy středová a osová souměrnost a zrcadlení neboli zobrazení podle roviny

— následně žákům promítne na tabuli kartičky a zadá samostatnou práci

— ověření správnosti řešení probíhá přímo ověřením v praxi, žáci se znovu sejdou u zrcadel, kartičky přikládají k zrcadlům, pozorují, jak se obrázek na kartičce zobrazuje a tím i ověřují, zda je jejich řešení správné

Aktivita navíc

— v zrcadlech je možné sledovat například souměrnosti písmen abecedy apod.

Obrazový materiál

— vlastní fotografie z praxe

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Adéla Jančeková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Rok obhajoby:	2016

Název práce:	Ornamenty v matematice a v matematickém vyučování
Název v angličtině:	Ornaments in mathematics and their classroom use
Anotace práce:	Diplomová práce se zabývá mezipředmětovými vztahy matematiky a výtvarné výchovy, konkrétně využitím ornamentu v matematice a v matematickém vyučování na 2. stupni základních škol. Práce definuje pojmy související s ornamentem, geometrií v rovině, základním vzděláváním a jeho didaktickými aspekty. Dotýká se otázky didaktických aplikací ornamentu z pohledu kurikulárních dokumentů. Praktická část obsahuje soubor šesti pracovních listů, každý ve vyhotovené verzi pro žáka a verzi pro učitele. Náplní pracovních listů je hravou formou představit na ornamentech základní symetrie v rovině tedy osovou a středovou souměrnost. Došlo k ověření pracovních listů v praxi, k jejich reflexi ze strany žáků a ze strany učitele a doplnění obrázků žákovských řešení.
Klíčová slova:	Shodná zobrazení, osová souměrnost, středová souměrnost, ornamenty

Anotace v angličtině:	Diploma thesis deals with interdisciplinary relationships between mathematics and arts. Specifically with the use of ornament in mathematics and in teaching of mathematics at second grade of elementary school. Thesis defines notions related to ornament, plain geometry, basic education and its didactic aspects. It mentions a question of didactic applications of ornament from the view of curricular documents. The practical part contains a set of worksheets, each one with a version for a pupil and also for a teacher.The aim of worksheets was to playfully introduce basic plane symmetry and symmetry itself with the use of ornaments. Moreover, there was a verification of worksheets applied in practice, a reflection from pupils and teachers occured and the solution of pupils with their pictures was filled in.
Klíčová slova v angličtině:	Congruent transforms, axial symmetry, central symmetr, ornaments,
Přílohy vázané v práci:	Pracovní listy pro žáky a učitele
Rozsah práce:	100 stran + 17 stran příloh
Jazyk práce:	Český jazyk