FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Diplomová práce

Vytváření geometrických souvislostí pomocí logického myšlení

Studijní program: M0113A300008 Učitelství pro 1. stupeň základních škol

Autor práce: **Natálie Jarošová**

Vedoucí práce: Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.
Katedra matematiky

Liberec 2024

FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Zadání diplomové práce

Vytváření geometrických souvislostí pomocí logického myšlení

Jméno a příjmení:	**Natálie Jarošová**
Osobní číslo:	P19000449
Studijní program:	M0113A300008 Učitelství pro 1. stupeň základních škol
Zadávající katedra:	Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Akademický rok:	2021/2022

Zásady pro vypracování:

Obsah diplomové práce zaměřit na možnosti rozvíjení geometrického myšlení u žáků 1. stupně základní školy. V teoretické části práce shrnout základní poznatky z těch témat geometrie, které jsou
vyučovány na 1. stupni ZŠ, ale i uvést poznámky o logickém, případně geometrickém myšlení. V praktické části práce vytvořit soubor úloh, případně aktivit, které by mohly žákům 1. stupně základních škol účelnými způsoby pomoci při rozvíjení jejich geometrického myšlení. Přitom sestavované úlohy vybrat takovým způsobem, aby rozvíjely nejen geometrické myšlení žáků, ale aby
také napomáhaly dětem v logickém propojování vyučovaných témat z geometrie. V rámci výzkumné
části práce zařadit vybrané úlohy do výuky geometrie na zvolené základní škole. Na základě výsledků
pozorování navrhnout případné náměty pro úpravy či doplnění úloh.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy:
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: čeština

Seznam odborné literatury:

PRŮCHA, Jan, ed. Pedagogická encyklopedie. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-546-2.
PALKOVÁ, Martina a kol. Průvodce matematikou 2 aneb co byste měli znát z geometrie ze základní školy. Didaktis, Brno 2007. 135 str. ISBN 978-80-7358-275-3
KOUŘIM, Jaroslav a kol. Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ. SPN, Praha 1985. 156 s.
VORDERMAN, Carol. Help Your Kids with Maths. Dorling Kindersley Limited, London 2014. 264 p. ISBN 978-1-4093-5571-7
RACLAVSKÝ, Jiří. Úvod do logiky: klasická výroková logika. Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-7790-4.
sady učebnic a pracovních sešitů Matematiky pro 1. stupeň ZŠ, případně 2. stupeň ZŠ

Vedoucí práce: Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.
Katedra matematiky

Datum zadání práce: 1. září 2022
Předpokládaný termín odevzdání: 26. dubna 2023

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.
děkan

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
garant studijního programu

V Liberci dne 9. září 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

24. dubna 2024 Natálie Jarošová

VYTVÁŘENÍ GEOMETRICKÝCH SOUVISLOSTÍ POMOCÍ LOGICKÉHO MYŠLENÍ

ABSTRAKT

Diplomová práce se zaměřuje na rozvoj geometrických souvislostí a jejich návaznost napříč ročníky 1. stupně ZŠ za využití logického myšlení. V teoretické části jsou shrnuty základní poznatky týkající se mezipředmětových vztahů, metod a nástrojů vhodných pro výuku geometrie a je vyobrazen kognitivní vývoj dítěte v rámci geometrického myšlení. Zároveň jsou sepsány základní poznatky týkající se geometrických témat, se kterými se žáci 1. stupně ZŠ ve výuce geometrie setkávají. V praktické části je popsán soubor materiálů a pomůcek vytvořených k rozvoji geometrických souvislostí. Jsou zde představeny jednotlivé kartičky, průzkumník i způsoby práce s daným materiálem. Praktická část také obsahuje popis pilotního testování kartiček žáky prvního ročníku ZŠ a následné vyhodnocení pozorovaných jevů.

Klíčová slova

geometrické souvislosti, matematika, výuka geometrie na 1. stupni ZŠ, logické myšlení

CREATING GEOMETRIC CONNECTIONS USING LOGICAL THINKING

ABSTRACT

The thesis focuses on developing geometric connections and their continuity across the 1st-grade levels of elementary schools using logical thinking. The theoretical part summarises basic knowledge related to interdisciplinary relationships, methods, and tools suitable for teaching geometry and describes children's cognitive development within geometric thinking. At the same time, the basic knowledge related to geometrical topics, which pupils of the 1st grade of elementary school encounter in geometry lessons, are written down. The practical part describes a set of materials and tools created to develop geometric connections. It introduces individual cards, the Explorer, and working methods with the provided material. However, the practical part also includes a description of the pilot testing of cards with first-grade pupils and subsequent evaluation of observed phenomena.

Keywords

geometric relationships, mathematics, teaching geometry at primary school, logical thinking

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych ráda poděkovala své vedoucí práce Mgr. Daniele Bímové, Ph.D. za laskavý a vstřícný přístup, návrh a tisk pomůcek, cenné odborné rady a za veškerou pomoc po celou dobu psaní této práce. Ráda bych také poděkovala paní učitelce Mgr. Pavle Pavlíkové a její třídě za pomoc při testování kartiček pro rozvoj geometrických souvislostí. V neposlední řadě patří obrovské díky celé mé rodině, která mě podporovala nejen při psaní diplomové práce, ale po celou dobu mého studia.

OBSAH

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM GRAFŮ

SEZNAM TABULEK

SEZNAM ZKRATEK

RVP	Rámcový vzdělávací program
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání
VRP	Volné rovnoběžné promítání
ŠVP	Školní vzdělávací program

ÚVOD

V této diplomové práci se budu zabývat propojováním vybraných geometrických témat napříč všemi pěti ročníky prvního stupně ZŠ. Cílem této práce bude vytvořit souhrnný materiál, který bude snadno rozšířitelný, pomocí něhož budou žáci nové poznatky samostatně objevovat a na jejich základě budou logicky vyvozovat souvislosti mezi nimi. Žák by při využívání tohoto materiálu neměl přijímat hotové poznatky, nýbrž by je měl objevovat a sám zkoumat spojitosti mezi nimi.

K výběru tohoto tématu práce mě přivedly několikaleté zkušenosti s doučováním matematiky. Během doučování jsem si u všech žáků, bez ohledu na ročník či navštěvovanou základní školu, všimla, že se geometrii při výuce matematiky dostává jen velmi málo prostoru. Což je, podle mého názoru, hlavní příčinou problémů, kterých jsem si všimla při přípravě žáků devátých ročníků na přijímací zkoušky na střední školy. V testech téměř u všech mnou doučovaných žáků zůstaly úlohy z geometrie nevyplněné. K jejich řešení měli žáci vyloženě nechuť, a i když znali podobný postup konstrukce u jiné úlohy, měli ho pevně zafixovaný pouze s daným typem úlohy a nedokázali ho aplikovat pro jiné, i když velmi podobné zadání úlohy.

V teoretické části této práce se zaměřím především na vysvětlení geometrických pojmů, se kterými se žáci na 1. stupni ZŠ setkávají, dále se budu zabývat formami a metodami práce a v neposlední řadě chci hledat souvislosti mezi kognitivním vývojem dítěte a geometrickým myšlením, čehož poté využiji při tvorbě kartiček.

V praktické části vytvořím oblasti dle geometrických témat, do kterých se budou kartičky členit. Dle tematických plánů vytvořím úlohy odpovídající danému ročníku prvního stupně ZŠ a vyrobím pomůcky potřebné pro práci s kartičkami. Dále zpracuji možnosti, dle kterých lze s materiálem pracovat a také otestuji využitelnost kartiček v praxi. Na základě výsledků pilotního testování navrhnu možné úpravy úloh na kartičkách, provedu analýzu nejčastěji se vyskytujících chyb či problémů, které se při testování vyskytnou.

Hlavním cílem mé práce je sestavit materiál, jehož zařazování do výuky geometrie by mělo podnítit žáky k získávání nových poznatků z geometrie samostatnou a objevitelskou formou, která je pro ně zábavnější a zároveň především efektivnější. Ráda bych, aby prostřednictvím kartiček žáci objevovali a vytvářeli si logické struktury mezi jednotlivými probíranými tématy z geometrie, díky nimž budou schopni aplikovat své poznatky v různých kontextech a geometrické úlohy se tak pro ně do budoucna stanou menším strašákem.

TEORETICKÁ ČÁST

1 ÚVOD DO GEOMETRIE NA PRVNÍM STUPNI ZŠ

1.1 RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ

Mluvíme-li o Rámcovém vzdělávacím programu základního vzdělávání (RVP ZV), máme na mysli soubor kurikulárních dokumentů zakotvených ve školském zákoně. Školský zákon pochází z roku 2004 a jeho poslední novela je pak z roku 2023. V říjnu 2020 schválila Vláda České republiky Strategii 2030+. Jedná se o národní dokument, ve kterém je definována státní úroveň vzdělávání v České republice. V RVP ZV jsou uvedeny mj. cíle, charakteristiky a očekávané výstupy na konci jednotlivých vzdělávacích etap každé z devíti vzdělávacích oblastí. Jednou ze vzdělávacích oblastí, nesoucí stejný název jako jí příslušný vzdělávací obor, je oblast s názvem Matematika a její aplikace.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace na 1. stupni ZŠ

Oblast je rozdělena do dvou období. Za výstupy prvního období jsou považovány očekávané znalosti žáka za první tři roky školní docházky. Na konci druhého období pak kontrolujeme, zda vědomosti žáka odpovídají výstupům z pátého ročníku. Celá oblast pak cílí na názornost, využití získaných poznatků v reálném životě a osvojování si vědomostí a dovedností potřebných v praktickém životě.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je rozdělena do čtyř základních okruhů:

- Čísla a početní operace
- Závislosti, vztahy a práce s daty

- Geometrie v rovině a v prostoru
- Nestandardní aplikační problémy a úlohy

Očekávané výstupy z tematického okruhu Geometrie v rovině a v prostoru

- na konci 1. období žák:

M-3-3-01 *rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci*

M-3-3-02 *porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky*

M-3-3-03 *rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině*

- na konci 2. období žák:

M-5-3-01 *narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce*

M-5-3-02 *sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran*

M-5-3-03 *sestrojí rovnoběžky a kolmice*

M-5-3-04 *určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu*

M-5-3-05 *rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru*

(Metodický portál RVP.CZ, 2024)

V geometrii na 1. stupni ZŠ vždy rýsování předchází modelování a vyhledávání reprezentace útvarů v reálném životě. Rýsování pak vždy přizpůsobujeme aktuální úrovni žáků a jejich dovednostem. Využíváme modelování, přikládání proužku papíru, črtání rovinných obrazců, krychlové stavby a celkově různé manipulativní činnosti.

Indikátory očekávaných výstupů

Standardy RVP ZV obsahují indikátory ke konkrétním očekávaným výstupům dané oblasti. Jejich úkolem je blížeji specifikovat požadavky na žáka v daném očekávaném výstupu. Dále také obsahují vzorovou úlohu k ověření dosažení daného indikátoru. V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru nalezneme tyto indikátory k očekávaným výstupům na konci druhého období:

Tabulka 1.1: Očekávané výstupy za 2. období 1. stupně ZŠ

Očekávané výstupy – 2. období 1. stupně ZŠ	**Indikátory**
Žák narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce.	Žák 1. rozezná základní rovinné útvary (kruh, čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici) nezávisle na jejich natočení, velikosti nebo označení 2. určí rovinné útvary pomocí počtu vrcholů a stran, rovnoběžnosti a kolmosti stran 3. využívá základní pojmy a značky užívané v rovinné geometrii (čáry: křivá, lomená, přímá; bod, úsečka,

	polopřímka, přímka, průsečík, rovnoběžky, kolmice) 4. rozpozná jednoduchá tělesa (krychle, kvádr, válec) a určí na nich základní rovinné útvary 5. narýsuje kružnici s daným poloměrem 6. narýsuje obecný trojúhelník nebo trojúhelník se třemi zadanými délkami stran 7. narýsuje čtverec a obdélník s užitím konstrukce rovnoběžek a kolmic 8. dodržuje zásady rýsování
Žák sestrojí rovnoběžky a kolmice.	Žák 1. vyhledá dvojice kolmic a rovnoběžek ve čtvercové síti 2. načrtne a narýsuje kolmice a rovnoběžky
Žák určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu.	Žák 1. určí pomocí čtvercové sítě obsah rovinného útvaru, který lze složit ze čtverců a obdélníků 2. používá základní jednotky obsahu (cm^2, m^2, km^2) bez vzájemného převádění

Žák rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.	Žák 1. pozná osově souměrné útvary (i v reálném životě) 2. určí překládáním papíru osu souměrnosti útvaru

(Metodický portál RVP.CZ, 2024)

1.2 TEMATICKÉ PLÁNY PRO VÝUKU GEOMETRIE

V této podkapitole představíme učivo geometrie probírané na 1. stupni ZŠ. Především uvedeme, jak je učivo rozloženo do jednotlivých ročníků, jak na sebe navazuje a jak je postupně rozvíjeno. Podklady pro tuto podkapitolu jsou čerpány z tematických plánů, které jsou navrhovány na základě učiva obsaženého v různých sadách učebnic matematiky, resp. geometrie určených pro 1. stupeň ZŠ, a také z osobních pozorování a rozhovorů s učiteli 1. stupně ZŠ.

V prvním ročníku ZŠ se zaměřujeme především na orientaci v prostoru, pravolevou orientaci, celkovou propedeutiku geometrie a rýsování. Žák ale již poznává základní rovinné obrazce a jednoduchá tělesa.

Ve druhém ročníku ZŠ žák již začíná rýsovat, umí rozlišit základní útvary v rovině, porovnává a přenáší úsečky pomocí proužku papíru a dokáže pracovat se čtvercovou sítí, resp. dokáže se v ní orientovat. Žák ve druhém ročníku také zná a rozumí základním vlastnostem čtverce a obdélníku.

Ve třetím ročníku ZŠ žák prohlubuje své znalosti o přímkách, seznámí se s pojmem rovina a polopřímka. Žák se učí pracovat s kružítkem a vykonává pomocí něj různé konstrukce. Učí se pojmy jako průměr, poloměr, sousední a vedlejší strany, vrchol, stěna a hrana. Seznamuje se s osovou souměrností.

Ve čtvrtém ročníku ZŠ žák zdokonaluje svoje dosavadní znalosti i práci s rýsovacími potřebami, provádí složitější konstrukce čtverců, obdélníků i trojúhelníků. Při řešení úloh o trojúhelnících využívá trojúhelníkové nerovnosti. Umí určit obvod trojúhelníku, čtverce i obdélníku, a to graficky i výpočtem. Zvládá řešit úlohy zaměřené na výpočty obsahů základních rovinných obrazců za využití čtvercové sítě. Žák zobrazuje jednoduché rovinné útvary v osové souměrnosti určené osou souměrnosti, a to s využitím čtvercové sítě i bez jejího využití.

V pátém ročníku ZŠ žák prohlubuje své znalosti ve všech oblastech. Rozezná i detailněji popíše základní rovinné obrazce. Pracuje s jednoduchými prostorovými tělesy, staví i zakresluje krychlové stavby. Dokáže řešit i náročnější konstrukční úlohy, při práci s rýsovacími pomůckami je přesnější. Rozšíří své znalosti osové souměrnosti, rozpozná jednoduché osově souměrné útvary a zobrazuje rovinné útvary podle pravidel osové souměrnosti.

V rámci jednotlivých oblastí by se žákům mělo od prvního ročníku ZŠ učivo nabalovat a rozšiřovat o nové poznatky. Žáci by proto měli chápat souvislosti, potřebné k vyvození nového učiva či k řešení komplexnějších úloh. Níže popsané tematické plány se mohou lišit i dle ŠVP jednotlivých základních škol, ale i dle užitých učebnic a materiálů.

Tabulka 1.2: Tematické plány pro učivo geometrie na 1. stupni ZŠ

1. ročník	Žák se orientuje v prostoru. Žák rozlišuje, pojmenovává a kreslí základní rovinné útvary (kruh, trojúhelník, čtverec, obdélník) a jednoduchá tělesa (koule, krychle, kvádr, válec).
2. ročník	Žák črtá a rýsuje čáry (křivá, přímá a lomená čára). Žák rozezná bod a zvládne jej vyznačit, rozliší úsečku a přímku a dokáže je narýsovat.

	Žák se orientuje ve čtvercové síti, dokáže v ní sestrojit čtverec a obdélník. Žák zná základní jednotky délky, jejich zkratky a dokáže měřit za pomoci primitivních měřících nástrojů. Žák porovnává délky úseček a přenáší úsečky pomocí proužku papíru.
3. ročník	Žák rozpozná a pojmenuje vzájemnou polohu dvou přímek. Žák zná pojem polopřímka. Určí její počátek a polopřímku k ní opačnou. Žák se seznámí s pojmem rovina. Žák konstruuje jednoduché úlohy o čtverci, obdélníku a trojúhelníku. Rovinné obrazce dokáže značit. Umí odlišit sousední a protější strany u obou pravoúhelníků. Kružnici rýsuje pomocí kružítka, rozezná její poloměr a průměr. Žák rozezná a vymodeluje jednoduché osově souměrné útvary v rovině. K jejich rozeznání i modelování využívá čtvercovou síť. U těles vyjmenuje a názorně ukáže vrcholy, stěny a hrany.
4. ročník	Žák umí rýsovat kolmice a rovnoběžky. Žák řeší různé úlohy o konstrukcích trojúhelníků. Využívá trojúhelníkovou nerovnost. Žák zná pravý úhel a vlastnosti pravoúhlého trojúhelníku. Obvod trojúhelníku, čtverce i obdélníku umí řešit graficky i výpočtem. Za pomoci čtvercové sítě řeší úlohy zaměřené na výpočty obsahu čtverce a obdélníku.

	Žák rozezná a znázorní ve čtvercové síti osově souměrné útvary a určí jejich osu, případně osy souměrnosti. Žák se naučí užívat čtvercovou síť při řešení úloh zaměřených nejen na určení, ale i výpočty povrchu krychle a kvádru.
5. ročník	Žák si prohloubí dovednost konstrukce trojúhelníku, čtverce a obdélníku. Žák umí určit obvod i obsah čtverce a obdélníku výpočtem i graficky. Žák dokáže pomocí odpovídajícího vzorce a daných údajů vypočítat povrch krychle, resp. kvádru. Žák rozpozná jednoduché osově souměrné útvary. Zobrazuje rovinné útvary v osové souměrnosti určené danou osou souměrnosti.

1.3 MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY

Mezipředmětové vztahy představují klíčový aspekt v procesu vytváření logických souvislostí. V této podkapitole se zaměříme na význam a dopad mezipředmětových vztahů na rozvoj uceleného chápání geometrie.

Průcha a spol. (2013, s. 155) definují mezipředmětové vztahy v Pedagogickém slovníku jako „Vazby mezi jednotlivými vyučovacími předměty přesahují předmětový rámec, podporující pochopení souvislostí dílčích obsahů. Ve vzdělávacích programech (RVP ZV) jsou nyní vyčleněny jako samostatná průřezová témata a zdůrazněny jejich vazby na obsahové oblasti, které se realizují ve výuce různými formami."

V rámci tohoto konceptu se stávají matematika a logika neoddělitelnými partnery. Kombinace geometrických principů a logického myšlení vytváří silnější vzdělávací základ. Synergie mezi oběma oblastmi přispívá k lepšímu porozumění a aplikaci získaných znalostí a poskytuje tedy žákům hlubší a komplexnější chápání matematických konceptů.

Již od první třídy ZŠ zařazujeme ale i další mezipředmětová propojení. Překonání bariér mezi tradičními hranicemi předmětů pomáhá žákům lépe porozumět textu, přenášet vzorové situace do reálného světa a umožňuje pedagogům využívat různé výukové metody a didaktické pomůcky. Nejčastěji bývá geometrie propojována s českým jazykem, přírodovědou, vlastivědou, výtvarnou výchovou nebo pracovními činnostmi. Mezipředmětové propojení s geometrií lze najít ale také v rámci výuky prvouky či pohybových aktivit v tělesné výchově.

Implementace mezipředmětových vztahů bývá složitá, pokud se nám ale podaří jejich správná integrace do výuky, poskytneme tak žákům širší a hlubší perspektivu, ze které budou moci čerpat i v dalších fázích studia.

1.4 METODY A NÁSTROJE PRO VÝUKU GEOMETRIE

Průcha a spol. (2013, s. 355) říkají, že „vyučovací metoda je postup, cesta nebo způsob vyučování. Charakterizuje činnost učitele vedoucí žáka k dosažení stanovených vzdělávacích cílů. Existují různé klasifikace metod, např. podle fází vyučovacího procesu, podle způsobu prezentace nebo podle charakteru specifické činnosti.“

Klíčovým cílem zařazování vyučovacích metod je zajistit efektivní přenos znalostí a podněcovat aktivní zapojení žáků. Příklady různých vyučovacích forem zahrnují frontální výuku, skupinovou práci, projekty, problémové učení, činnostní učení, diskuzi, demonstrace, experimentování a další. Výběr vhodných vyučovacích metod závisí na cílech výuky, věkové skupině žáků a specifických požadavcích daného tématu. Nástroje ve vzdělávání jsou prostředky nebo materiály, které podporují výukové a vzdělávací procesy.

Učitel by se měl vždy snažit o atraktivizaci učiva, aby žáci shledali probírané téma jako zajímavé a užitečné a aby byl podnícen jejich zájem o danou problematiku. Toho učitel docílí právě vnější motivací, volbou odpovídající formy práce, vhodných metod a didaktických pomůcek.

1.4.1 ČINNOSTNÍ UČENÍ

Činnostní učení je pedagogický přístup, který klade důraz na aktivní zapojení žáků do procesu vzdělávání. Naší snahou je žáka zaujmout, poskytovat mu možnost volby a svobody, podněcovat v něm tvořivost a zápal. Podporujeme u žáků iniciativu a chybu využíváme jako učební prostředek. Žáky do výuky zapojujeme pomocí konkrétních a interaktivních činností, používáním vhodných učebních materiálů a didaktických pomůcek. Jednoduše řečeno necháváme žáky v rámci výuky objevovat.

V rámci výuky geometrie to znamená, že žáci nejsou pouze pasivními příjemci informací, ale že aktivně získávají své vlastní znalosti a porozumění geometrickým konceptům. Základní prvek činnostního učení spočívá v možnosti interaktivně pracovat s hmatatelnými pomůckami, díky nimž žák objevuje charakteristiky a fungování daného geometrického konceptu.

Konkrétně v geometrii můžeme využívat konstrukce geometrických modelů z různých materiálů, virtuální nástroje a simulační hry. Tímto způsobem se u žáků podporuje hlubší chápání geometrických souvislostí a rozvíjí se schopnost jejich logického myšlení.

1.4.2 DIDAKTICKÉ PROSTŘEDKY

Didaktické pomůcky představují klíčový prvek v procesu výuky geometrie, slouží k větší názornosti, umožňují efektivní přenos informací a podporují interaktivnímu a experimentálnímu učení.

Při využívání didaktických pomůcek bychom se měli řídit jedním: „Pokud používá učitel pomůcky k tomu, aby žáci aktivně pracovali, objevovali, experimentovali, je vše v nejlepším pořádku. Jestliže však žáci zůstávají pasivní, je i nejdražší interaktivní tabule méně efektivní než papyrus.“ (Čapek, 2015, s. 79)

V geometrii nejčastěji využíváme dvě kategorie učebních pomůcek – fyzické didaktické prostředky a virtuální didaktické prostředky. Mezi ty fyzické řadíme například geometrické modely a geometrické stavebnice. Praktické zkušenosti s fyzickými didaktickými prostředky podporují u žáků vizuální a hmatové vnímání geometrických konceptů, ale také schopnost vizualizace a pochopení prostorových vztahů. Mezi digitální nástroje řadíme geometrický software a aplikace, virtuální a rozšířené reality. Různé možnosti práce s nimi otvírají žákům příležitost pro virtuální experimentování.

1.4.3 DIFERENCIAČNÍ VÝUKOVÉ METODY

V rámci výuky geometrie lze uplatňovat diferenciační metody k tomu, aby každý žák mohl rozvíjet své geometrické dovednosti v souladu s vlastními schopnostmi a s vlastním tempem učení.

Diferenciaci v kontextu vzdělávání chápeme jako přizpůsobení výuky individuálním potřebám a schopnostem žáků. Cílem je, aby každý žák mohl dosáhnout svého maximálního potenciálu. Diferenciaci můžeme chápat jako modifikaci metod, forem výuky, učiva, organizace výuky nebo uzpůsobení obtížnosti školní práce. Každý žák může pocítit úspěch, jelikož mu diferenciace umožňuje plnit úkoly podle jeho vlastních možností.

Čapek (2015, s. 155) uvádí, že cílem diferenciace je vytvořit vhodné podmínky pro všechny žáky ve třídě, aby vyučování bylo přiměřené jejich předpokladům a zvláštnostem, pohlaví, schopnostem, zájmům apod. Takovéto vyučování je dle něj pro žáka přirozenější a umožňuje mu rozvoj bez obav z neúspěchu.

1.4.4 HEURISTICKÉ VÝUKOVÉ METODY

Heuristické výukové metody zdůrazňují proces objevování a samostatného řešení problémů. Název je odvozen od starořeckého výrazu „heureka“, což znamená „objevil jsem“. Při výuce geometrie mohou poskytnout žákům prostor pro kreativní myšlení a možnost aktivně se účastnit při budování geometrických znalostí.

Tento typ vzdělávání má velmi blízko ke konstruktivismu a úzce souvisí s projektovým vyučováním, skupinovou prací a dalšími kognitivními metodami práce. Důležité je nechat žáky objevovat, používat návodné otázky, nikoliv jim předkládat hotová řešení. Účinné je i nechat žáky v cestě za poznáním chybovat. (Čapek, 2015, s. 212)

1.4.5 HRA

Podle Čapka (2015, s. 212) je hra „činnost, která by měla být osou edukační činnosti nejen nejmladších žáků, ale žáků všeho věku vůbec. To, co děláme rádi, děláme nejlépe, s největší chutí a energií.“ Hry, které používáme ve výuce, za účelem osvojit si nové vědomosti a dovednosti, nazýváme didaktické hry. Ty můžeme třídit do několika různých kategorií dle jejich účelu či průběhu. Hra by měla být na 1. stupni ZŠ základním pilířem poznávání, což potvrzuje fakt, že tuto metodu učení popsal již Jan Amos Komenský ve své knize Schola ludus.

1.4.6 SKUPINOVÁ PRÁCE

Skupinová práce představuje efektivní organizaci práce, která umožňuje žákům spolupracovat, sdílet myšlenky a rozvíjet dovednosti ve trojicích nebo větším počtu. V rámci výuky geometrie může poskytovat prostor pro vzájemné učení. Pokud dodržujeme základní pravidla organizace i hodnocení skupinové práce, může být velice prospěšná. V takovém případě posiluje komunikaci, spolupráci, zlepšuje vztahy v rámci třídního kolektivu a dává žákům prostor, aby si předávali poznatky vlastními slovy.

Ve výuce na 1. stupni ZŠ nejčastěji využíváme klasickou skupinovou práci, později do výuky začleňujeme expertní skupiny, které jsou organizačně náročnější, ale přinášejí další výhody. Žáci jsou v takovém případě rozděleni do kmenových skupin, ze kterých poté cestují do expertních skupin, kde plní dílčí úkoly nebo sbírají podrobnější informace, které poté přináší zpět do svých kmenových skupin. (Čapek, 2015, s. 398–399)

1.5 KONSTRUKTIVISMUS

Průcha a spol. (2013, s. 132) nazývají konstruktivismus obecně jako „široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující aktivní úlohu subjektu v poznávání světa, význam jeho předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, důležitost jeho interakce s prostředím a společností. V rámci školní praxe poté popisuje konstruktivismus jako pedagogické hnutí, které prosazuje ve výuce řešení problémů ze života, tvořivé myšlení, práci dětí ve skupinách a méně teorie a drilu."

V rámci výuky geometrie může konstruktivismus podněcovat hlubší pochopení geometrických konceptů skrze interakce s prostředím a aktivní objevování. Během výuky podporujeme a povzbuzujeme žáky k aktivnímu vyjadřování svých názorů a vlastních úvah v rámci tématu. Umožňování žákům samostatně objevovat vztahy a případné rozpory v rámci geometrických modelů podporuje jejich vlastní získávání znalostí a tím pádem i propojování témat v rámci geometrie.

1.5.1 KONSTRUKTIVISTICKÉ METODY

K výběru konstruktivistických metod a přípravě výuky bychom měli přistupovat s vědomím, že žák při probírání daného tématu již disponuje určitými znalostmi a zkušenostmi. Ve vzdělávání jednotlivých žáků nechceme dosáhnout toho, že všechny žáky dovedeme na stejnou úroveň, nýbrž bychom je měli rozvíjet tak, aby každý z žáků dosáhl pro něj nejvyšší možné úrovně. Ve třídě umožňujeme komunikaci všemi směry, učitel tedy není hlavním nositelem informací.

Konstruktivistická výuka vyžaduje individuální přístup, variabilitu výukových metod, skupinovou práci a pro tuto práci uzpůsobený prostor. Konstruktivistických metod je nespočet, mezi ty stěžejní řadíme kooperativní učení, problémové či projektové učení a skupinové práce a využití digitálních technologií. (Čapek, 2015, s. 289–291)

2 KOGNITIVNÍ VÝVOJ DÍTĚTE VE VZTAHU KE GEOMETRICKÉMU MYŠLENÍ

2.1 VÝVOJ POZNÁVACÍCH PROCESŮ

V období mezi šestým a sedmým rokem prochází děti různými vývojovými změnami. Většina těchto proměn je významná pro úspěšné zvládnutí školních požadavků, ačkoliv jejich význam může být různorodý. Jsou klíčové pro školní zralost a připravenost dítěte na vzdělávací proces. Přičemž jejich úspěšné prožívání může záviset na kombinaci zrání a schopnosti učit se.

Z hlediska výuky geometrie na 1. stupni ZŠ nás budou zajímat období raného školního věku a středního školního věku. Raný školní věk trvá od nástupu do školy do 9 let a je provázen mnoha vývojovými změnami. Střední školní věk navazuje na raný a trvá zhruba do přestupu na 2. stupeň ZŠ, tedy přibližně do 12 let. (Vágnerová, 2005, s. 236–238)

2.1.1 VÝVOJ ZRAKOVÉHO VNÍMÁNÍ

Z hlediska školní práce je velmi důležitý rozvoj vidění na blízko. Tato aktivita je vzhledem k nutnosti měnit akomodaci čočky pro žáky velmi náročná a je potřeba vynaložit velké úsilí pro udržení pozornosti. Nejen pro výuku geometrie je důležitá konstantnost snímání, což je schopnost odlišit figuru a pozadí, případně identifikovat tvar nehledě na jeho polohu. Rozvoj této schopnosti přichází až mezi pátým a sedmým rokem. Dítě tedy nemusí do první třídy přicházet touto schopností plně vybaveno.

Děti se nejprve učí rozlišovat polohu vertikální, tedy co je nahoře a dole, a až poté se vyvíjí pravolevá orientace, tedy diferenciace horizontální polohy. Určování pravé a levé strany je pro děti mnohem obtížnější, a proto se často rozvíjí až v prostředí školy.

Školsky zralé děti jsou schopny vizuální analýzy i syntézy. Začínají totiž celek vnímat jako skupinu jednotlivých detailů a naopak. Kvalitu rýsování, ale i celkové školní práce ovlivňuje senzomotorická koordinace, do které spadá i souhra pohybů ruky a oka. Žáci mladšího školního věku věnují kontrole ruky okem často až přehnanou pozornost. Důvodem bývá, že pohyby spojené s psaním či rýsováním jsou pro žáky nové a nemají je dostatečně fixovány. Naopak dítě předškolního věku tomuto faktu nevěnuje v podstatě pozornost žádnou. Starší děti, tj. od 9 let věku dokáží zpětnou vazbu oka využívat mnohem efektivněji, neboť potřebné dovednosti si již zautomatizovaly, tudíž jí nevěnují již takovou pozornost. (Vágnerová, 2005, s. 238–240)

2.1.2 VÝVOJ MYŠLENÍ

Vágnerová (2005, s. 241) uvádí, že rozvoj myšlení mladších školáků se projevuje uvažováním, které se řídí základními zákony logiky a respektuje vlastnosti poznávané reality, ať už v její aktuální podobě nebo na úrovni zafixované zkušenosti.

Děti přicházejí do školy mezi šestým a sedmým rokem, jedná se o období masivních změn v oblasti jejich myšlení. Dle Piageta se děti v tomto období, a to až do dvanácti let věku, nacházejí ve fázi konkrétních logických operací. Tato změna přichází postupně a u každého jinak, proto jsou v uvažování mezi žáky 1. stupně ZŠ, zejména mezi žáky prvních tříd, obrovské rozdíly. Způsob a rozsah užití logických operací závisí vždy na kontextu. Logické myšlení není u dětí zmiňovaných let ještě na takové úrovni, aby fungovalo jinde než v situacích, které jsou pro děti známé a srozumitelné. V mladším školním věku často dochází u dětí k výkyvům v jejich uvažování. Běžně se stává, že pokud je úkol pro žáky příliš obtížný a zahltí je, začnou používat různé, vývojově překonané způsoby. (Vágnerová, 2005, s. 241–246)

Vágnerová (2005, s. 243) píše: „Mladší školák ve svých úvahách nejraději vychází z vlastní zkušenosti, dává tedy přednost takovému způsobu poznávání, kdy se sám může přesvědčit o pravdivosti nějakého tvrzení.“ To znamená, že děti mladšího školního věku jsou schopny pracovat s konkrétními objekty a situacemi ve svém okolí. Jejich myšlení se stává méně egocentrickým a mohou lépe chápat perspektivu ostatních.

Získání pravidel je projevem obecného použití reálných zkušeností a spojování jednotlivých znalostí. Konkrétní logické myšlení se projevuje v rozvoji schopnosti porozumět různým spojitostem a vztahům. Školáci v tomto věku jsou schopni efektivněji využívat dostupné informace.

Konkrétní logické myšlení žáků mladšího školního věku je charakterizováno schopností decentrace, konzervace a reverzibility. Reverzibilita znamená, že děti jsou schopny porozumět procesům, které mohou být obráceny nebo vráceny do původního stavu. Dítě také začíná chápat koncept konzervace, což znamená, že si uvědomuje, že i když se nějaký aspekt objektu mění, tak jeho základní vlastnosti zůstávají neměnné. Termín decentrace označuje schopnost jedince vybočit z vlastního úhlu pohledu a začít brát v potaz perspektivu ostatních lidí nebo různé aspekty dané situace. Decentrace představuje posun od egocentrismu, kdy jedinec vnímá svět pouze z vlastního pohledu. (Vágnerová, 2005, s. 241–246)

2.1.3 ZPRACOVÁNÍ INFORMACÍ A ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ

Způsob, jakým dítě interpretuje konkrétní informaci, je přímým odrazem jeho aktuální úrovně kognitivního myšlení. Progres v poznávacích schopnostech dítěte se projevuje schopností zohlednit více informací, rozlišovat mezi nimi a eliminovat ty, které nejsou podstatné. Siegler tvrdí, že teprve sedmi až osmi leté děti si ve větší míře všímají nových aspektů, i když si neuvědomují jejich význam.

V průběhu 1. stupně ZŠ žáci využívají různé varianty řešení úkolů, které odpovídají jejich kognitivnímu vývoji. Na začátku využívají strategii pokusu a omylu, kdy volí náhodný postup, protože ještě neznají pravidlo řešení problému. Žák se soustředí především na formální splnění úkolu a nad použitými prostředky se příliš nepozastavuje. Další fází je mechanická aplikace naučeného pravidla, kdy si žák osvojí postup při řešení určitého typu úkolů a poté ho aplikuje na úkoly podobné. Tato strategie není stoprocentně úspěšná, jelikož žák při řešení úlohy spoléhá na stejnou formulaci zadání, se kterou má tento typ úlohy spojený. Nachází-li se v zadání nový prvek, působí na žáka rušivě a může vést k jeho nezdaru při řešení této úlohy. Nejvyšší strategií, které může prvostupňový školák dosáhnout, je diferencované používání pravidla, které nezávisí na přesné formulaci. Žák je tedy schopen dosahovat nejlepších možných výsledků, bez ohledu na formu zadání. Je schopný kombinovat získané poznatky a zobecnit platnost daného pravidla. (Vágnerová, 2005, s. 253–255)

2.1.4 VÝVOJ PAMĚTI A POZORNOSTI

Koncentrace pozornosti je u žáků 1. stupně ZŠ velice krátká. V první třídě se dítě dokáže soustředit přibližně 7 minut, s vyššími ročníky stoupá délka udržení pozornosti úměrně s věkem, a to co rok, to minuta navíc. Ve středním školním věku se pozornost rozvíjí a žák je schopen svou pozornost přesouvat a méně se nechává se rozptylovat nepodstatnými podněty. Sluchové podněty jsou pro žáky vždy náročnější na koncentraci než ty vizuální. K vizuálním podnětům se žák může opakovaně vracet a lépe tak rozliší různé detaily, proto při výuce preferujeme názornost, volíme vizuální podklady a minimalizujeme pouze slovní výklad.

Po celou dobu 1. stupně ZŠ se u žáků velmi intenzivně rozvíjejí paměťové funkce, kapacita paměti se zvyšuje a potvrzuje se, že děti si pamatují více, mohou-li využít logických souvislostí. Z různých zdrojů (Vasta, Siegler a kol.) vyplývá, že až do 10 let není dítě schopné zpracovat složitější zadání a kombinovat různé operace, jelikož mu to kapacita jeho paměti ještě neumožňuje. Zároveň se u dětí během jejich školní docházky na 1. stupni ZŠ zvyšuje rychlost zapamatování informací, a to téměř o polovinu.

Paměťové strategie se s věkem vyvíjejí. Při vstupu do školy děti nejčastěji používají opakování, tedy memorování a nad učivem nijak zvlášť nepřemýšlejí. Když nového učiva začne přibývat a tento způsob přestává být efektivní, nastupuje kolem devátého roku jejich života strategie uspořádávání informací. Nejvyspělejší strategií, kterou školáci 1. stupně ZŠ dokáží využívat, je vybavování, ale jen pokud je to někdo naučí, a i poté jsou schopni jej využívat pouze ve stejných typech úkolů. (Vágnerová, 2005, s. 255–259)

3 LOGICKÉ MYŠLENÍ

Logika hraje klíčovou roli ve výuce geometrie, neboť poskytuje rámec pro systematické a strukturované myšlení při pochopení geometrických konceptů. Děti se postupně učí identifikovat vzory, rozlišovat tvary a vytvářet jednoduché geometrické relace. Didaktické metody, které podporují jejich schopnost deduktivního a induktivního uvažování, jsou klíčové pro přechod od konkrétního k abstraktnímu pochopení geometrických principů.

Rozvíjení problémového myšlení umožňuje žákům aplikovat logiku při řešení geometrických úloh. Aktivní zapojení žáků do řešení problémů podporuje jejich schopnost identifikovat a využívat logické vzorce.

3.1 NEFORMÁLNÍ LOGIKA

Logika se jako mnoho dalších věd vyvinula v rámci filozofie, za první zakladatele logiky se považují Aristoteles a Eukleides. Obvykle chápeme logiku jako myšlenkovou cestu, díky níž jsme došli k danému závěru. Proto je využívána nejen v rámci věd, ale i při každodenních činnostech a komunikaci. Logika nám nepředkládá, co si má člověk myslet, nýbrž by mu měla poskytovat prostředky, díky nimž bude schopen dosahovat svých cílů.

Logika se nezabývá myšlením, které je jako takové zkoumáno v rámci psychologie, ale správností a zákonitostmi lidského myšlení. Nazýváme ji tedy často jako vědu o vyplývání.

3.2 LOGIKA JAKO VĚDA O VYPLÝVÁNÍ

Logika se věnuje analýze platných jazykově formulovaných úsudků, přičemž v rámci svého zkoumání pracuje s abstrakcemi. Vyplývání, což je určitý vztah mezi větami a množinami vět, organizovanými ve formě úsudků, hraje klíčovou roli. V této struktuře se věty z těchto množin nazývají premisy neboli předpoklady, zatímco výsledné věty, které z této struktury vyplývají, jsou označovány jako závěr neboli konkluze. V běžném jazyce se často setkáváme s použitím výrazů „tedy“ nebo „tudíž“ pro označení spojení mezi premisami a závěry v rámci logického vyvozování.

Na logické odvozování můžeme nahlížet ze dvou stran. Buď nám říká, že pokud jsou pravdivé věty premis, bude pravdivý i závěr nebo je tím, co odůvodňuje daný závěr (závěr je tedy odůvodněn premisami).

Schopnost logického myšlení je vlastní každému jedinci. Nicméně výuka logiky má dva hlavní cíle. Prvním z nich je prohloubit naši přirozenou schopnost logického myšlení a poskytnout nám nástroje pro efektivnější uvažování. Druhým cílem je zpestřit a zdokonalit naše logické myšlení prostřednictvím systematického studia a aplikace logických principů. Logika jako disciplína úzce souvisí s matematikou, přičemž se oba tyto obory vzájemně obohacují. (Raclavský, 2015, s. 9–13)

3.3 FORMÁLNÍ NEBOLI VÝROKOVÁ LOGIKA

Klasická výroková logika představuje část logiky využívanou v matematice, která může být významně aplikována i ve výuce geometrie. V rámci geometrie můžeme výrokovou logiku použít k formálnímu vyjádření geometrických tvrzení. Výroky mohou být převedeny do pravdivostní tabulky, což umožňuje systematické a logické zkoumání jejich platnosti a vzájemných vztahů.

Raclavský (2015, s. 19) charakterizuje výrokovou logiku jako „logiku zkoumající logické vztahy mezi výroky. Výrokem pak označuje větu, která je buď pravdivá nebo nepravdivá.“ Za výroky tedy považujeme takové oznamovací věty přirozeného jazyka, na něž se dá ptát větou „Je pravda, že …?“. Z tohoto je pak evidentní, že věty přací, tázací, rozkazovací, ale i některé typy vět oznamovacích za výroky považovat nelze.

Výroky dělíme na jednoduché a složené. Jednoduché výroky jsou zastoupeny výrokovými proměnnými a jejich složením pomocí výrokových spojek vznikají výroky složené. Jednoduché výroky v sobě nesou pravdivostní hodnoty. Tyto hodnoty jsou definovány pomocí výrokových spojek, které slouží k určení, zda jsou daný výrok nebo kombinace výroků pravdivé nebo nepravdivé.

Princip dvouhodnotovosti

Každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý.

Princip kompozicionality

Pravdivostní hodnota výroku je jednoznačně určena pravdivostními hodnotami dílčích výroků a sémantikou spojek, jež tyto dílčí výroky spojují. (Raclavský, 2015, s. 19–20)

Výroková logika je nástroj omezený, jelikož ho chápeme pouze jako něco pravdivého či nepravdivého, dále se vztahuje jen na věty oznamovací a nezabývá se významem výroku. Naopak výroková logika chápe všechny výroky, které mají stejnou hodnotu jako výroky se stejným významem.

3.3.1 ZÁKLADNÍ PRAVDIVOSTNÍ FUNKCE

Matematický výrok je libovolné tvrzení, o kterém má smysl uvažovat, zda je pravdivé či nikoliv. Pravdivostní hodnoty jsou Pravda (značíme 1) a Nepravda (značíme 0). K jejich zapisování jsme zvyklí využívat tabulku pravdivostních hodnot. (Raclavský, 2015, s. 25–29)

Negace

Negaci v přirozeném jazyce vyjadřujeme pomocí „ne-" spojeného se slovesem, pokud to nelze, využíváme spojení „Neplatí, že …" následovaného daným výrokem.

Konjunkce

Konjunkci můžeme vyjádřit pomocí spojky „a" mezi výroky. Platí zde komutativita, tedy možnost libovolně měnit pořadí výroků. Výjimkou jsou výroky, kdy záměna výroků vede ke změně základních informací, jejichž je výrok nositelem.

Disjunkce

Disjunkci můžeme slovně nahradit pomocí „nebo“. Mluvíme ale o takzvané nevylučovací disjunkci, kterou v českém jazyce poznáme tak, že před „nebo“ nepíšeme čárku. Říkáme tedy, že platí buď jeden nebo druhý výrok nebo oba dva.

Implikace

V českém jazyce implikaci nejlépe vyjadřuje spojení „jestliže *P1*, pak *P2*“. Materiální implikace funguje tak, že složený výrok je pravdivý i tehdy, je-li první výrok nepravdivý a druhý pravdivý.

Ekvivalence

Věta, která má tvar ekvivalence je pravdivá tehdy, jsou-li oba výroky buď pravdivé, anebo nepravdivé. Proto ji v psaném či mluveném jazyce nejlépe zastupuje spojení „…právě tehdy, když…“.

Tabulka 3.1: Tabulka pravdivostních hodnot

p	$\neg p$	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1

4 GEOMETRICKÁ TÉMATA VYUČOVANÁ NA 1. STUPNI ZŠ

V této kapitole vysvětlíme a popíšeme některé geometrické pojmy, se kterými se setkáváme při výuce geometrie na 1. stupni ZŠ. Jedná se především o rovinné geometrické útvary, základní geometrická tělesa, vzájemné polohy přímek v rovině a osovou souměrnost.

Výuku geometrie na základní škole dělíme na dvě části – na *planimetrii* a *stereometrii*. Více času je na 1. stupni ZŠ věnováno výuce planimetrie, tedy té části geometrie, která se zabývá studiem geometrických útvarů v rovině. Okrajově se ale také žáci 1. stupně ZŠ seznámí se základními pojmy stereometrie, tedy prostorové geometrie. Zde se naučí především rozeznávat a pojmenovávat základní prostorová tělesa.

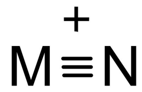
4.1 ZÁKLADNÍ ÚTVARY V ROVINĚ

Za základní, tzv. primitivní geometrické útvary považujeme bod, přímku a rovinu. Jedná se o útvary, které se nedefinují.

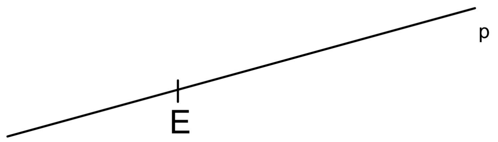
4.1.1 BOD

Body označujeme velkými tiskacími písmeny latinské abecedy. Leží-li bod v rovině samostatně, vyznačujeme ho křížkem (viz Obrázek 4-1), nachází-li se však na přímce nebo na její části, vyznačujeme jej čárkou (viz Obrázek 4-3). V místě, kde se protínají alespoň dvě přímky, bod již nijak nevyznačujeme, pouze ho popíšeme (viz Obrázek 4-4). Z hlediska vzájemné polohy bodů rozlišujeme body *totožné* (viz Obrázek 4-2*)* a *různé*. Totožné neboli splývající body leží v rovině na témže místě, kdežto různé body leží v rovině na různých místech. Tři různé body buď neleží na přímce, pak se jedná o body nekolineární, anebo leží na přímce, v takovém případě mluvíme o bodech kolineárních. (Palková, 2007, s. 7)

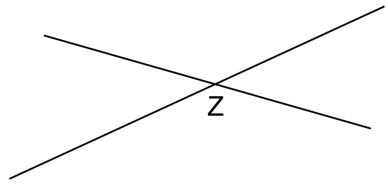
Obrázek 4-1: Bod *A*



Obrázek 4-2: Totožné body *M* a *N*



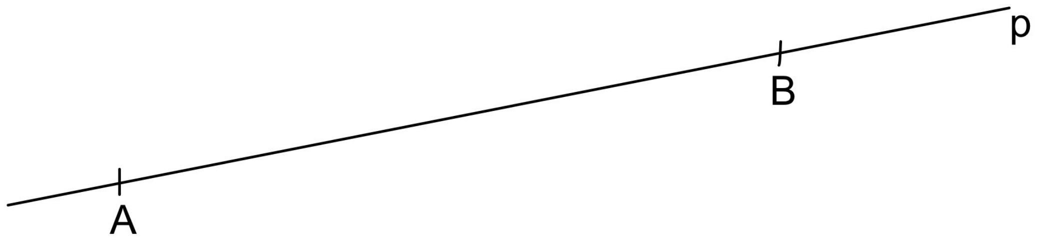
Obrázek 4-3: Bod *E* ležící na přímce *p*



Obrázek 4-4: Průsečík *Z* dvou přímek

4.1.2 PŘÍMKA

Přímky označujeme pomocí malých písmen latinské abecedy nebo pomocí dvou různých bodů, které na dané přímce leží. Přímka *p* (viz Obrázek 4-5) je jednoznačně určena dvěma různými body *A, B*, jenž na ní leží. Dvěma různými body lze proložit nejvýše jednu přímku. (Palková, 2007, s. 8)

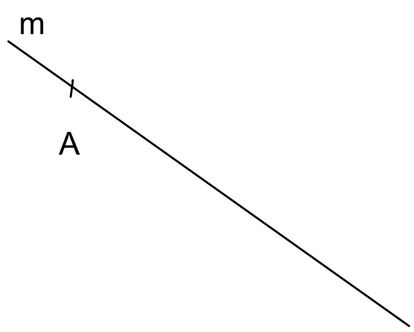


Obrázek 4-5: Přímka $p \equiv AB$

U přímek se zabýváme vzájemnými polohami. Lze zkoumat vzájemnou polohu bodu a přímky, ale i vzájemnou polohu dvou (a více) přímek.

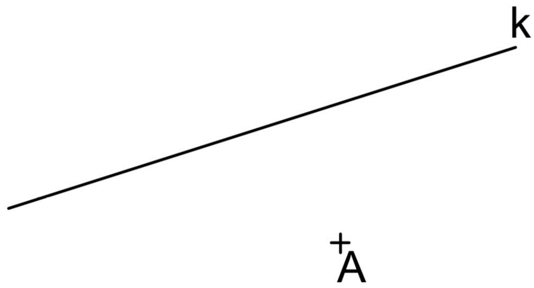
Vzájemná poloha bodu a přímky

Bod *A* leží na přímce *m*.



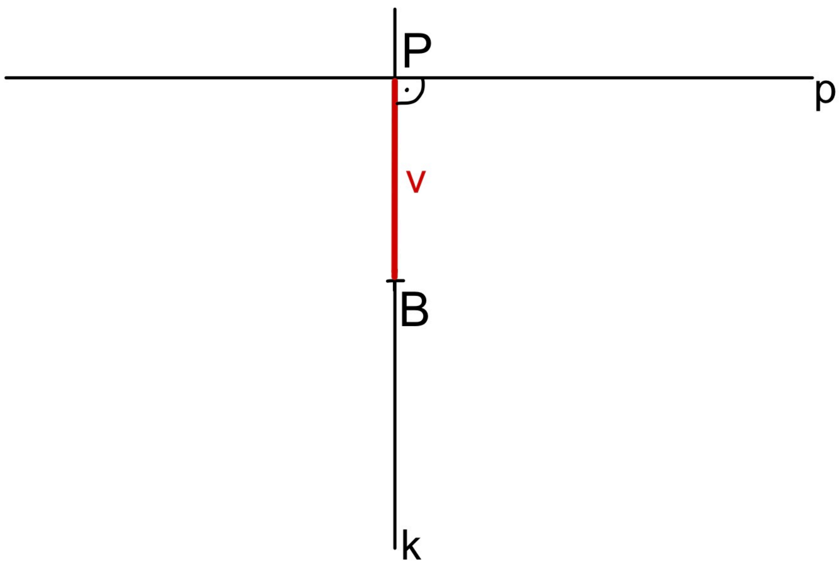
Obrázek 4-6: Bod *A* ležící na přímce *m*

Bod *A* neleží na přímce *k*.



Obrázek 4-7: Bod *A* neležící na přímce *k*

V souvislosti se vzájemnou polohou bodu a přímky se zabýváme také vzdáleností bodu od přímky. Leží-li bod *A* na přímce *m*, pak je jeho vzdálenost od dané přímky *m* rovna nule. Neleží-li bod *B* na přímce *p*, pak je jeho vzdálenost (viz Obrázek 4-8) od dané přímky *p* rovna vzdálenosti *v* bodu *B* od bodu *P*, přičemž bod *P* je patou kolmice *k* vedené bodem *B* k přímce *p*. (Palková, 2007, s. 8)

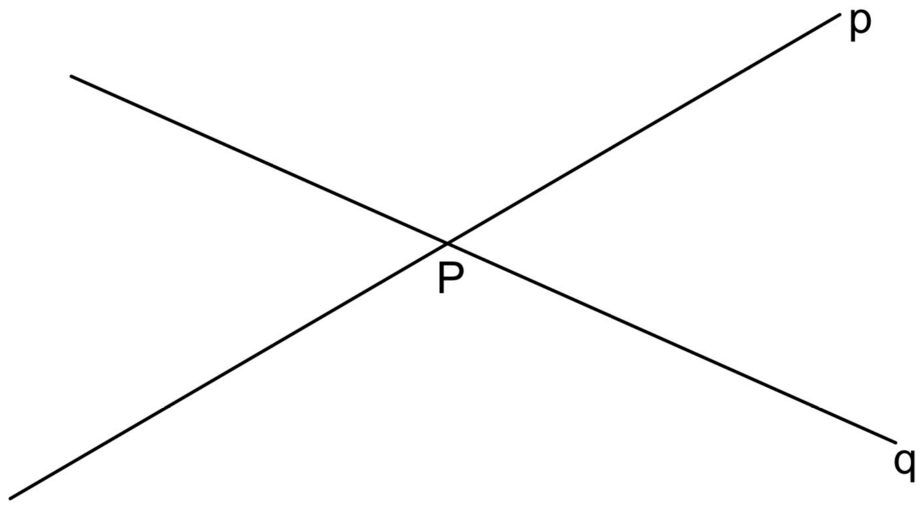


Obrázek 4-8: Vzdálenost bodu *B* od přímky *p*

Vzájemná poloha dvou přímek v rovině

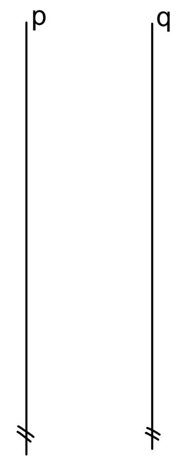
Dvě přímky v rovině mohou zaujímat tři různé vzájemné polohy. Dvě přímky v rovině jsou buď různoběžné, rovnoběžné různé nebo rovnoběžné totožné.

Přímky *p, q* jsou různoběžné. Různoběžky *p, q* mají právě jeden společný bod *P* (viz Obrázek 4-9), který nazýváme průsečík. Speciální polohou dvou různoběžných přímek jsou kolmice. V tomto případě přímky svírají pravý úhel, tedy 90°. O této poloze mluvíme jako o poloze, při níž jsou přímky k sobě kolmé.

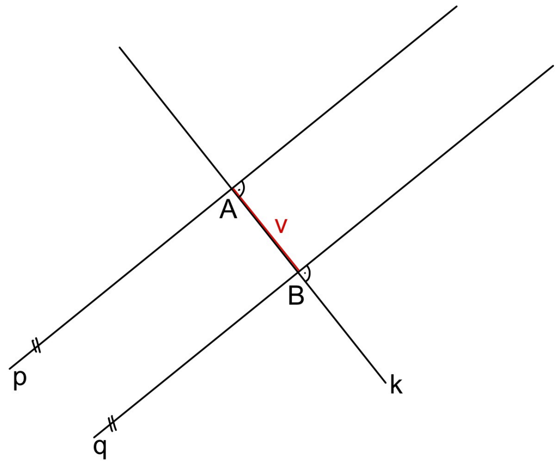


Obrázek 4-9: Různoběžné přímky *p, q* s průsečíkem *P*

Přímky *p, q* jsou rovnoběžné různé (viz Obrázek 4-10). Rovnoběžné různé přímky *p, q* nemají žádný společný bod. V souvislosti s tím určujeme vzdálenost *v* dvou rovnoběžných různých přímek. Vzdálenost *v* (viz Obrázek 4-11) dvou rovnoběžných různých přímek *p, q* je rovna vzdálenosti bodů *A, B*, které jsou po řadě průsečíky přímek *p, q* s kolmicí *k* sestrojenou k těmto rovnoběžkám.

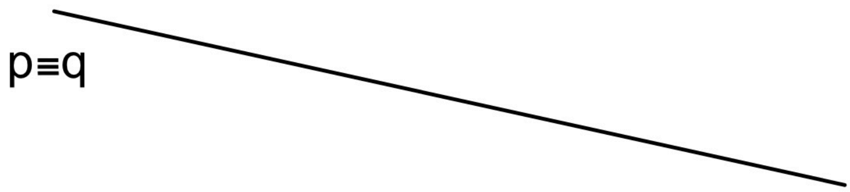


Obrázek 4-10: Rovnoběžné různé přímky *p, q*



Obrázek 4-11: Vzdálenost *v* dvou různých rovnoběžných přímek *p, q*

Přímky *p, q* jsou rovnoběžné totožné (přímky splývají) (viz Obrázek 4-12). Přímky *p* a *q*, které splývají, mají všechny body společné. V důsledku toho je jejich vzdálenost *v* rovna nule. (Palková, 2007, s. 9)

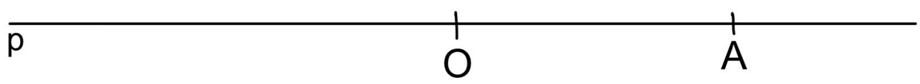


Obrázek 4-12: Rovnoběžné totožné přímky *p, q*

S užitím dvou výše uvedených základních útvarů planimetrie – bodu a přímky – je možné definovat odvozené geometrické útvary. Představme ty z nich, které jsou zaváděny na 1. stupni ZŠ. Mezi odvozené geometrické útvary vyučované na 1. stupni ZŠ řadíme polopřímku, úsečku, polorovinu a úhel.

4.1.3 POLOPŘÍMKA

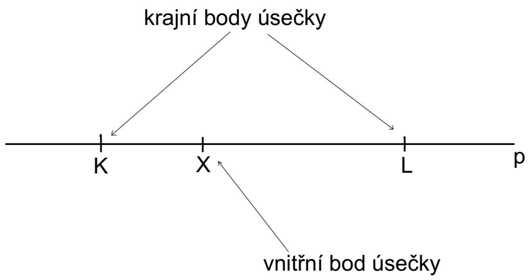
Bod O dělí přímku p na dvě navzájem opačné polopřímky se společným počátkem právě v bodě O. Je-li bod A vnitřní bod polopřímky, potom tuto polopřímku označujeme $\rightarrow OA$. (Palková, 2007, s. 9)



Obrázek 4-13: Polopřímka OA

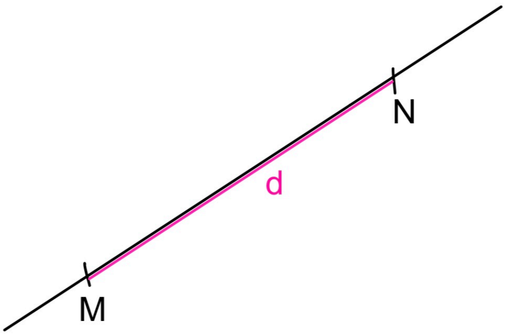
4.1.4 ÚSEČKA

Úsečka je průnikem dvou navzájem opačných polopřímek (viz Obrázek 4-15), jejichž počáteční body nesmí splývat. Zvolíme-li na přímce p dva libovolné různé body K, L, pak část přímky vymezenou těmito dvěma body nazýváme úsečka KL. Body K, L nazýváme krajní body úsečky KL. Krajní body K, L vymezují úsečku na přímce p. Vnitřní body úsečky KL jsou všechny body, které leží mezi krajními body úsečky KL (viz Obrázek 4-14). Úsečku označujeme buď pomocí jejích krajních bodů, nebo malým písmenem latinské abecedy. Dva různé body v rovině určují jedinou úsečku, a tak v zápisu úsečky pomocí jejích krajních bodů nezáleží na pořadí těchto krajních bodů. Malá písmena používáme k označení úseček obvykle tehdy, když se jedná o strany rovinných obrazců nebo o hrany prostorových těles. Délka d úsečky MN je vzdálenost jejích krajních bodů M, N (viz Obrázek 4-16). (Palková, 2007, s. 11)



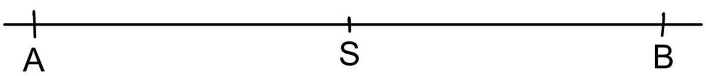
Obrázek 4-14: Úsečka KL s jejím vnitřním bodem X

Obrázek 4-15: Úsečka KL jako průnik polopřímek KL a LK



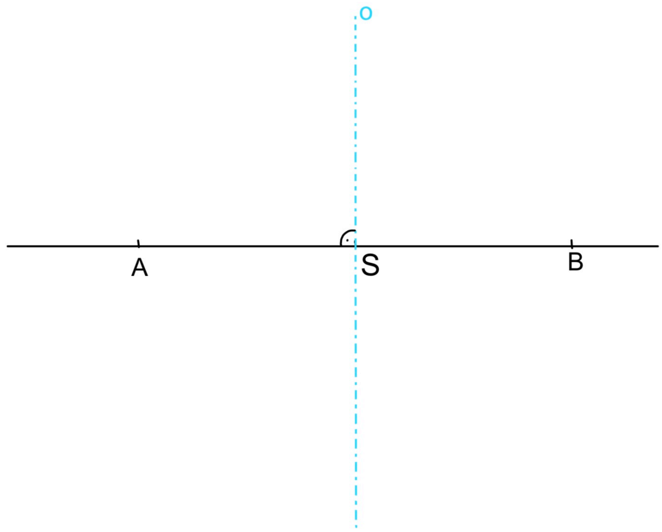
Obrázek 4-16: Délka d úsečky MN

Střed S úsečky AB je její vnitřní bod, který je stejně vzdálený od jejích krajních bodů A, B.



Obrázek 4-17: Střed S úsečky AB

Osa o úsečky AB je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od krajních bodů A, B úsečky AB.



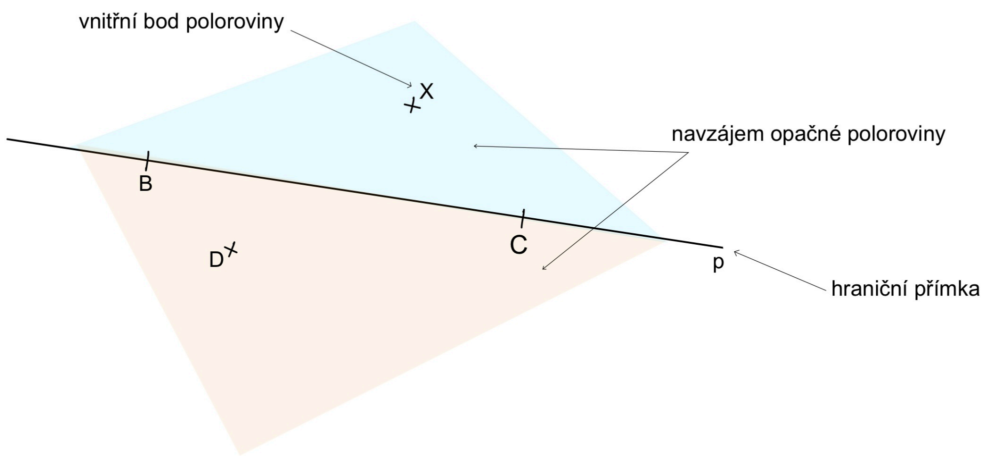
Obrázek 4-18: Osa o úsečky AB

4.1.5 ROVINA

Rovina je fundamentálním prvkem geometrie pro pochopení dvourozměrného prostoru. Eukleides (1907, s. 3) ji definoval jako „plochu, která přímkami na ní jsoucími prostírá se rovně“. Jedná se tedy o plochou, dvourozměrnou plochu, která se nekonečně rozpíná všemi směry. Je určena třemi nekolineárními body nebo dvěma různými přímkami, které nejsou mimoběžné.

4.1.6 POLOROVINA

Pojem polorovina vychází z Paschova axiomu. Přímka p dělí rovinu na dvě navzájem opačné poloroviny se společnou hraniční přímkou p. Je-li bod X vnitřní bod poloroviny, potom tuto polorovinu značíme $\rightarrow pX$. (Palková, 2007, s. 12)

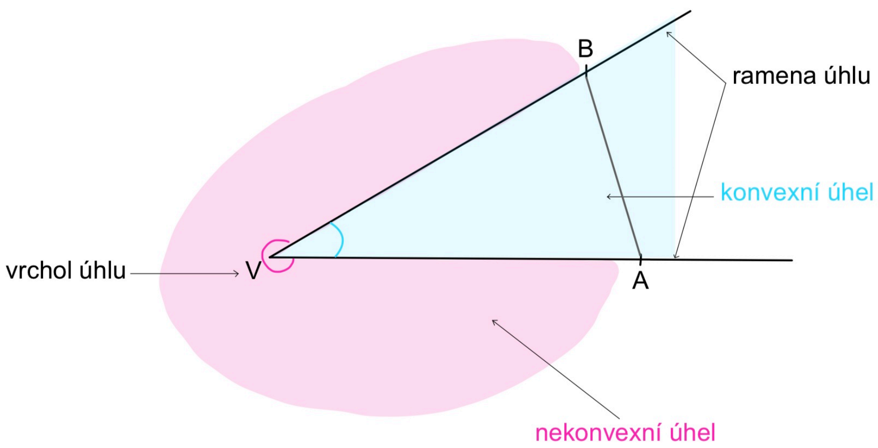


Obrázek 4-19: Polorovina *pX* a k ní opačná polorovina *pD*

4.1.7 ÚHEL

Jedná se o část roviny ohraničenou dvěma různoběžnými polopřímkami se společným počátkem. Polopřímky nazýváme ramena úhlu a společný počátek polopřímek vrchol úhlu.

Na ramenech úhlu zvolme libovolné body *A*, *B*. Je-li celá úsečka *AB* podmnožinou úhlu, pak takovýto úhel nazýváme konvexní. Není-li alespoň část úsečky *AB* podmnožinou úhlu, nazýváme takový úhel úhlem nekonvexním. (Palková, 2007, s. 13)



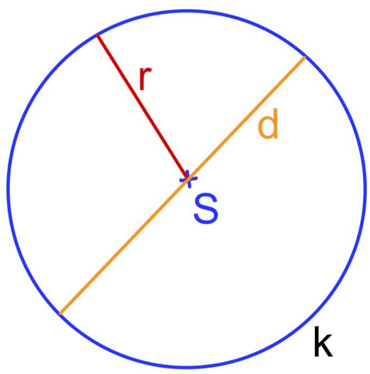
Obrázek 4-20: Konvexní a nekonvexní *AVB*

4.2 ROVINNÉ ÚTVARY

Rovinnými útvary rozumíme mj. rovinné křivky a rovinné obrazce. Z rovinných křivek jsou žákům 1. stupně ZŠ představeny křivé čáry obecně a kružnice. Rovinnými obrazci nazýváme ohraničené množiny bodů v rovině, přitom hranicemi rovinných obrazců mohou být uzavřené jednoduché křivky nebo uzavřené neprotínající se lomené čáry. Na 1. stupni ZŠ seznamujeme žáky především s následujícími rovinnými obrazci – s kruhem, čtvercem, obdélníkem a trojúhelníkem.

4.2.1 KRUŽNICE

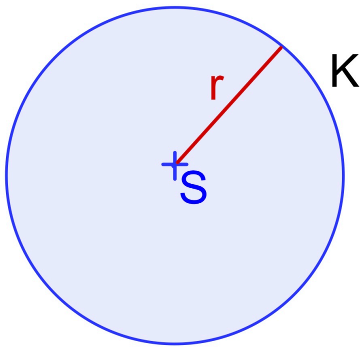
Kružnicí k označujeme množinu všech bodů roviny, které mají konstantní vzdálenost $r > 0$, $r \in \mathbf{R}$, od pevného bodu S. Bod S se nazývá střed kružnice, kladné reálné číslo r označujeme jako poloměr a úsečka o délce $2r$ procházející středem S kružnice k se jmenuje průměr. Průměr označujeme písmenem d.



Obrázek 4-21: Kružnice k se středem S a poloměrem r

4.2.2 KRUH

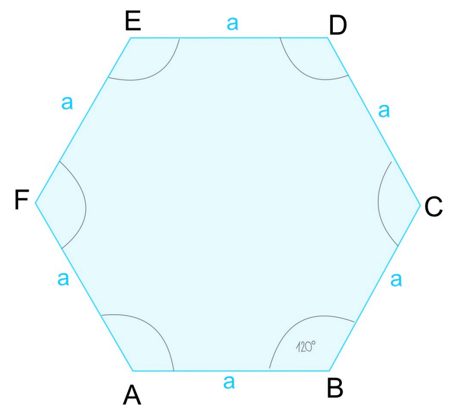
Kruh K je množina všech bodů roviny, které mají od daného pevného bodu S vzdálenost menší nebo rovnu poloměru r kruhu. Kruh K je ohraničen kružnicí s týmž středem S a s poloměrem r, $r > 0$, $r \in \mathbf{R}$.



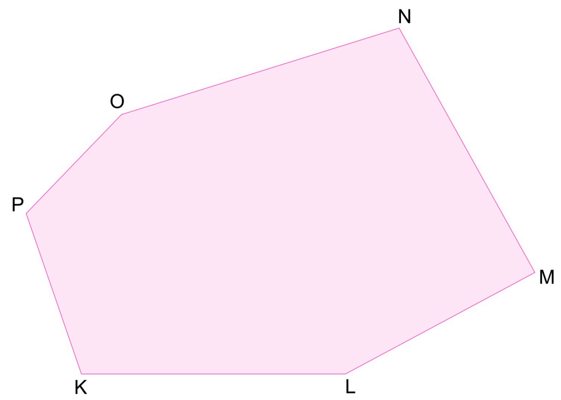
Obrázek 4-22: Kruh K se středem S a poloměrem r

4.2.3 MNOHOÚHELNÍK

Mnohoúhelník (neboli polygon) je rovinný obrazec o třech nebo více stranách. Ohraničují jej úsečky, které jsou stranami jednoduché uzavřené lomené čáry. Vrcholy lomené čáry tvoří vrcholy mnohoúhelníku. Mnohoúhelníky pojmenováváme podle počtu jejich vrcholů, stran anebo vnitřních úhlů. Rozlišujeme pravidelné mnohoúhelníky, např. viz pravidelný šestiúhelník *ABCDEF* (viz Obrázek 4-23), a nepravidelné mnohoúhelníky, pro příklad viz nepravidelný šestiúhelník *KLMNOP* (viz.: Obrázek 4-24). Pravidelné mnohoúhelníky mají všechny strany a všechny vnitřní úhly shodné, na druhou stranu mnohoúhelníky, jejichž alespoň dvě strany, anebo dva vnitřní úhly jsou různé, nazýváme nepravidelné. (Vorderman, 2015, s. 134)



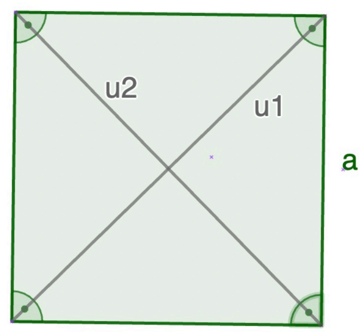
Obrázek 4-23: Pravidelný šestiúhelník *ABCDEF*



Obrázek 4-24: Nepravidelný šestiúhelník *KLMNOP*

4.2.4 ČTVEREC

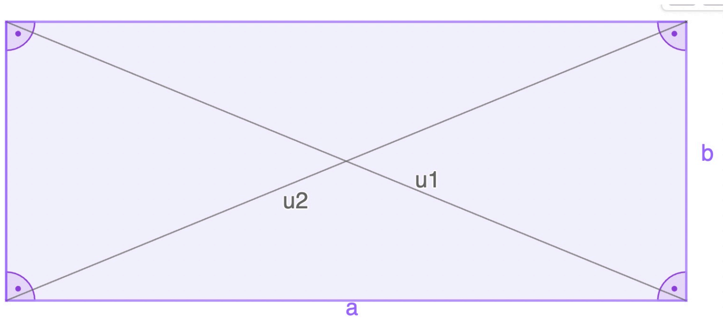
Čtverec je název pro pravidelný mnohoúhelník o čtyřech stranách. V případě čtverce označujeme jeho stranu zpravidla a, jeho obvod pak vypočteme jako $4a$. U čtverce jsou velikosti všech jeho vnitřních úhlů rovny 90°, všechny jeho sousední strany jsou tedy k sobě kolmé. Úhlopříčky čtverce jsou shodné, navzájem se půlí a jsou na sebe kolmé. Obsah S čtverce o straně a je roven a^2.



Obrázek 4-25: Čtverec

4.2.5 OBDÉLNÍK

Jedná se o pravoúhlý rovnoběžník, jehož protější strany jsou vždy shodné a navzájem rovnoběžné, ale sousední strany nejsou shodné. Vnitřní úhly obdélníku mají velikosti rovny 90°. Úhlopříčky jsou shodné a navzájem se půlí. Obvod o obdélníku se rovná součtu délek všech jeho stran. U obdélníku se stranami a, b můžeme obvod určit jako $o = 2 \cdot (a + b)$. Obsah S téhož obdélníku vypočítáme jako součin délek dvou jeho sousedních stran, tj. $S = a \cdot b$.

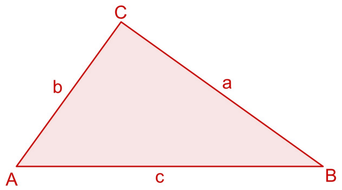


Obrázek 4-26: Obdélník

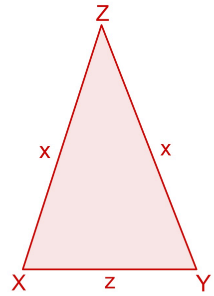
4.2.6 TROJÚHELNÍK

Mnohoúhelník jednoznačně určený třemi různými nekolineárními body nazýváme trojúhelník. Pro každý trojúhelník platí tzv. trojúhelníková nerovnost, která říká, že součet délek libovolných dvou stran trojúhelníku je větší než délka strany třetí. Pomocí této nerovnosti můžeme tedy snadno určit, zda tři dané úsečky tvoří strany trojúhelníku.

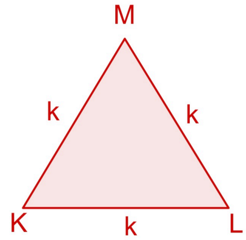
Pokud nejsou žádné dvě strany trojúhelníku stejně dlouhé, jedná se o trojúhelník různostranný neboli obecný. Trojúhelník, jehož právě dvě strany jsou stejně dlouhé, nazýváme rovnoramenný. Těmto dvěma stranám, které jsou stejně dlouhé, říkáme ramena, třetí strana se jmenuje základna. Pokud má trojúhelník stejně dlouhé všechny tři strany, pak mluvíme o trojúhelníku rovnostranném. Tímto jsme popsali dělení trojúhelníků podle délek jejich stran.



Obrázek 4-27: Obecný trojúhelník *ABC*

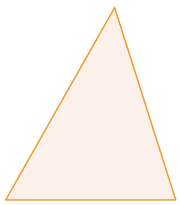


Obrázek 4-28: Rovnoramenný trojúhelník *XYZ*

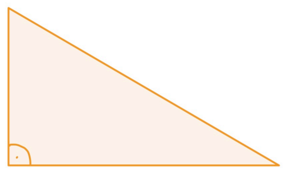


Obrázek 4-29: Rovnostranný trojúhelník *KLM*

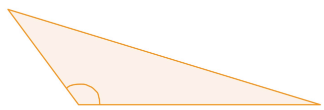
Trojúhelníky dělíme také podle velikostí jejich vnitřních úhlů. V ostroúhlém trojúhelníku jsou velikosti všech vnitřních úhlů menší než 90°. Pravoúhlý trojúhelník má právě jeden vnitřní úhel pravý, jeho velikost je rovna 90°. V tupoúhlém trojúhelníku je velikost právě jednoho vnitřního úhlu větší než 90°. (Vorderman, 2015, s. 116–117)



Obrázek 4-30: Trojúhelník ostroúhlý



Obrázek 4-31: Trojúhelník pravoúhlý



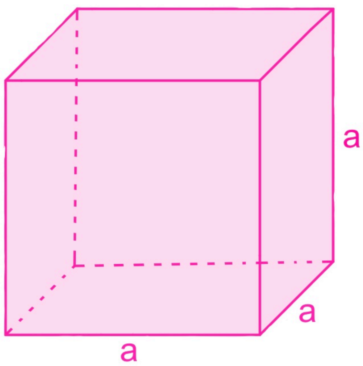
Obrázek 4-32: Trojúhelník tupoúhlý

4.3 PROSTOROVÁ TĚLESA

Těleso je omezený souvislý prostorový geometrický útvar. Rozlišujeme mnohostěny a rotační tělesa. Mnohostěny jsou tělesa ohraničená mnohoúhelníky, které nazýváme stěny. Strany mnohoúhelníků, které představují sousední stěny mnohostěnu, splývají a jsou nazývány hrany mnohostěnu. Vrcholy sousedních stěn mnohostěnu se ztotožňují a současně tvoří vrcholy tohoto mnohostěnu. U mnohostěnů určujeme stěnové a tělesové úhlopříčky. Stěnovými úhlopříčkami rozumíme úsečky, které leží v mnohoúhelníkových stěnách mnohostěnu a spojují nesousední vrcholy příslušné mnohoúhelníkové stěny. Na rozdíl od stěnových úhlopříček procházejí tělesové úhlopříčky skrze mnohostěn a spojují jeho nesousední vrcholy. Mezi mnohostěny patří například hranol, krychle, kvádr, jehlan, komolý jehlan aj. Jsou známy též pravidelné mnohostěny, tj. takové mnohostěny, jejichž stěny jsou tvořeny shodnými mnohoúhelníky. Pravidelných mnohostěnů existuje pět a jsou označovány jako tzv. Platónská tělesa. Rotační tělesa vznikají rotací rovinného útvaru kolem přímky, přitom část rotujícího rovinného útvaru bývá u rotačních těles součástí této přímky. Přímku, kolem níž rovinný útvar rotuje, nazýváme osa rotačního tělesa. Příklady rotačních těles mohou být např. rotační válec, rotační kužel nebo koule. (Palková, 2007, s. 110)

4.3.1 KRYCHLE

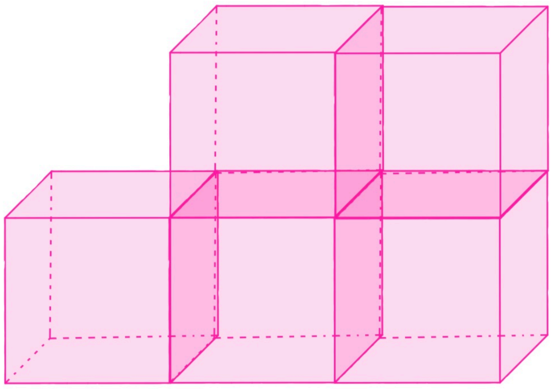
Krychle je kolmý pravidelný čtyřboký hranol, jehož všechny hrany jsou shodné. Můžeme také říct, že se jedná o pravidelný šestistěn, jehož stěny tvoří šest shodných čtverců. Tento mnohostěn je jedním z pěti Platónských těles.



Obrázek 4-33: Model krychle

4.3.2 KRYCHLOVÁ TĚLESA

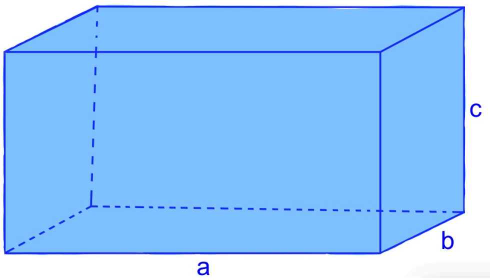
Ve výuce na 1. stupni ZŠ často využíváme stavby krychlových těles a práci s nimi. Krychlové těleso je prostorový útvar skládající se ze dvou a více shodných krychlí (můžeme také používat označení jednotkové krychle, pokud jsou délky jejich hran rovny jednotce určité míry), které musejí mít vždy alespoň jednu společnou styčnou stěnu.



Obrázek 4-34: Model krychlového tělesa

4.3.3 KVÁDR

Kvádr je speciální případ hranolu. Jedná se o kolmý hranol, jehož podstavy jsou shodné obdélníky. Kvádr ohraničují tři dvojice po dvou shodných obdélníků, proto u kvádru určujeme tři různé délky úseček, ty tvoří hrany kvádru.



Obrázek 4-35: Model kvádru

4.3.4 ZOBRAZENÍ PROSTOROVÝCH TĚLES DO ROVINY (PRAVOÚHLÉ POHLEDY NA TĚLESA)

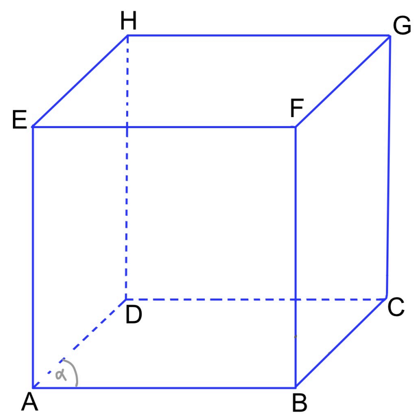
Zaměříme se na metody a principy zobrazení modelů prostorových těles do roviny. Na 1. stupni ZŠ děti zobrazují modely těles zpravidla pomocí pravoúhlých pohledů na ně. K vytvoření názorných představ pravoúhlých pohledů na modely těles žákům mohou sloužit různé stavebnice, krychlové stavby a další názorné pomůcky. Díky nim se žáci naučí lépe a rychleji zakreslovat pravoúhlé pohledy na modely těles na list papíru. Jako vhodné se jeví nechat zpočátku žáky zakreslovat pravoúhlé pohledy na modely krychlových těles do čtvercové sítě. V učebnicích a pracovních sešitech geometrie se ale žáci setkávají již od 1. ročníku ZŠ se zobrazováním modelů těles do roviny ve volném rovnoběžném promítání (VRP). Je tomu z toho důvodu, že modely těles zobrazené ve VRP jsou pro žáky 1. stupně ZŠ mnohem názornější. Na druhou stranu je však samotné zobrazování modelů těles ve VRP pro žáky 1. stupně ZŠ velmi obtížné.

Volné rovnoběžné promítání

VRP je speciální metoda rovnoběžného promítání, při níž zobrazujeme trojrozměrné objekty na jednu průmětnu, tou mohou být např. list papíru nebo rovina tabule. Při zobrazování prostorových objektů ve VRP musíme dodržet několik pravidel.

1. Průmětna π je rovina, na kterou promítáme. Volíme ji zpravidla svislou. Zobrazujeme-li model tělesa ve VRP, je vhodné jej umístit tak, aby byla jedna jeho stěna rovnoběžná s průmětnou. Takto umístěná stěna se zobrazí ve skutečném tvaru.
2. Hloubkové přímky, tj. přímky, které jsou kolmé k průmětně, zobrazujeme zpravidla pod úhlem $\alpha = 45°$ vzhledem k vodorovnému směru.
3. Délky úseček ležících na hloubkových přímkách zobrazujeme s daným koeficientem q. Při zobrazování prostorových objektů ve VRP volíme zpravidla $q = \frac{1}{2}$, což znamená, že délky hran modelů těles ležících na hloubkových přímkách zkracujeme na jednu polovinu jejich skutečné délky.

(Plichtová, 2010)

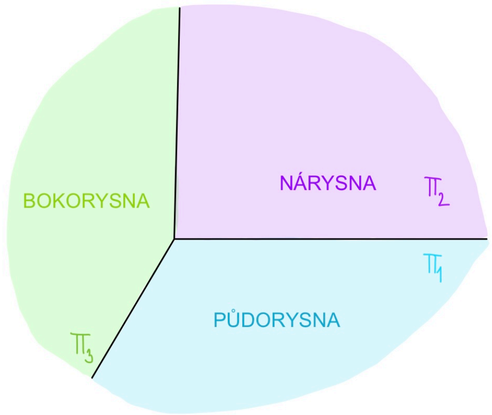


Obrázek 4-36: Zobrazení modelu krychle ve VRP

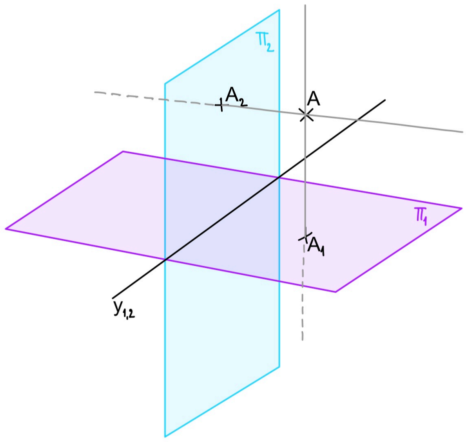
Pravoúhlé pohledy na tělesa

V deskriptivní geometrii je nejčastěji používáno tzv. Mongeovo promítání. Jedná se o dvojí pravoúhlé promítání na dvě k sobě navzájem kolmé průmětny π_1 a π_2 (viz Obrázek 4-38). Vodorovné rovině π_1 říkáme půdorysna. Svislou rovinu π_2 nazýváme nárysna. V některých případech není možné pouze ze dvou sdružených pravoúhlých průmětů zpětně jednoznačně určit těleso, které bylo zobrazeno, a proto musíme doplnit další pravoúhlý pohled. V takovém případě použijeme promítání na třetí průmětnu. Tou je rovina π_3, která je kolmá k půdorysně i nárysně a která je nazývána bokorysna. Můžeme říct, že půdorys je pravoúhlý pohled na model tělesa shora, nárys je pravoúhlý pohled na model tělesa zpředu a bokorys je pravoúhlý pohled na model tělesa zprava či zleva. (Webskriptum ČVUT, b. r.)

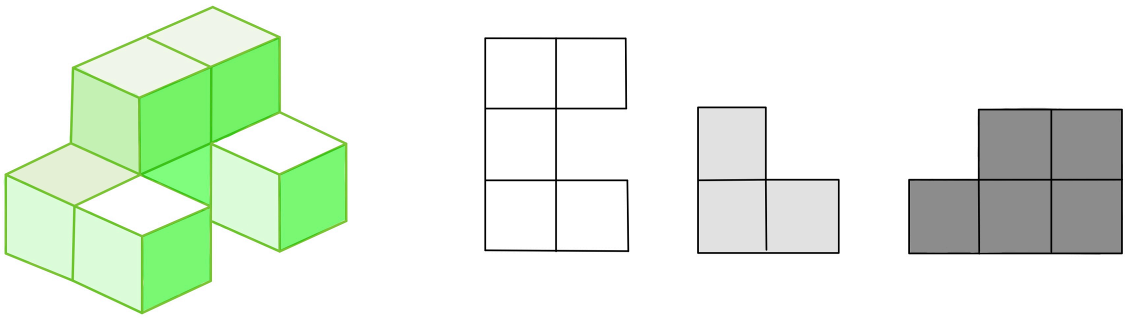
Žáci 1. stupně ZŠ se s pravoúhlým promítáním na dvě anebo tři navzájem kolmé průmětny setkávají nejčastěji při zakreslování pravoúhlých pohledů na modely krychlových staveb z kostek anebo při rýsování plánů staveb.



Obrázek 4-37: Tři k sobě navzájem kolmé průmětny



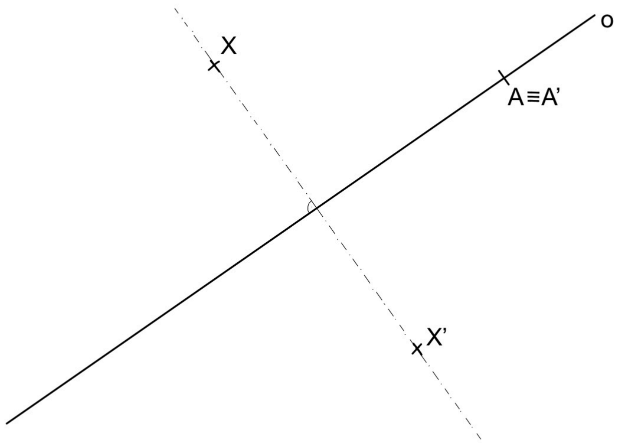
Obrázek 4-38: Zobrazení bodu A v Mongeově promítání na dvě k sobě navzájem kolmé průmětny



Obrázek 4-39: Půdorys, bokorys a nárys modelu krychlové stavby

4.4 OSOVÁ SOUMĚRNOST

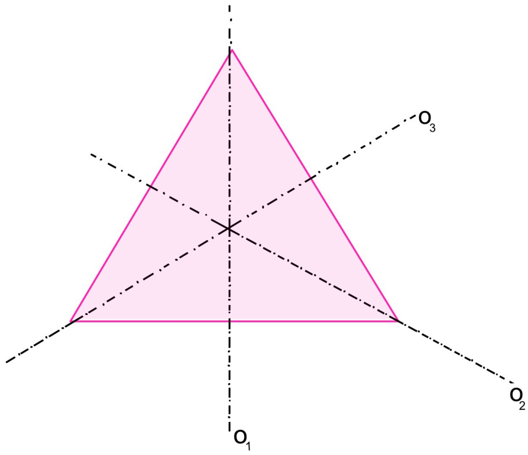
Jediným ze shodných zobrazení v rovině, se kterým se žáci 1. stupně ZŠ setkávají, je osová souměrnost. Ta je určena osou souměrnosti o. Výsledkem její aplikace, tj. výsledkem zobrazení v ní jsou nepřímo shodné útvary, tedy útvary, jež jsou shodné a současně zrcadlově převrácené vzhledem k zobrazovanému vzoru. V osové souměrnosti s osou o platí, že každému bodu $A \in o$ je přiřazen totožný bod $A \equiv A'$ a každému bodu X, který neleží na ose o ($X \notin o$), je přiřazen bod X' tak, že přímka o je osou úsečky XX'. (Palková, 2007, s. 71)



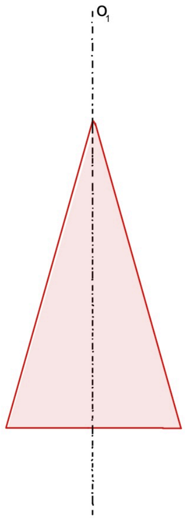
Obrázek 4-40: Zobrazení bodů v osové souměrnosti s osou o

Pokud se rovinný útvar U v dané osové souměrnosti s osou o zobrazí sám na sebe, pak říkáme, že je osově souměrný v osové souměrnosti podle osy o (tj. symbolicky zapsáno $O(U) \equiv U$). Pokud je rovinný útvar osově souměrný, musí mít alespoň jednu osu souměrnosti, na druhou stranu jich může mít ale i nekonečně mnoho (např. kružnice). (Vorderman, 2015, s. 88)

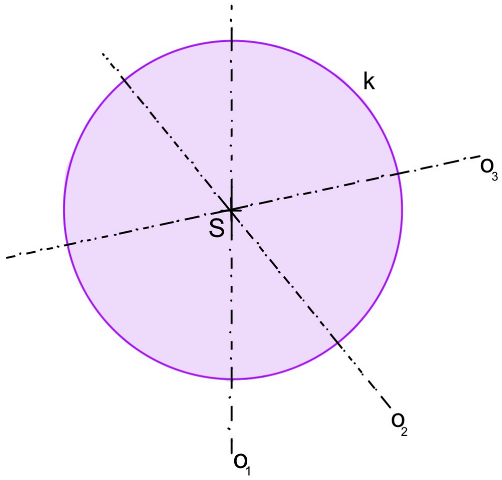
Příklady osově souměrných rovinných útvarů:



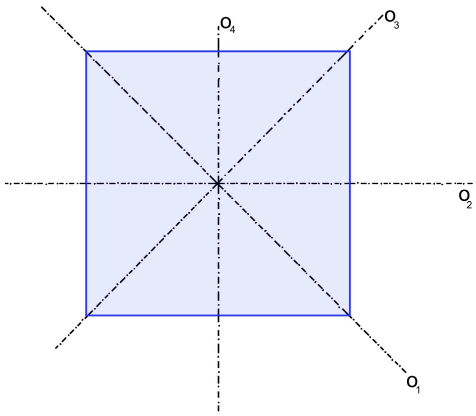
Obrázek 4-41: Rovnostranný trojúhelník (3 osy souměrnosti)



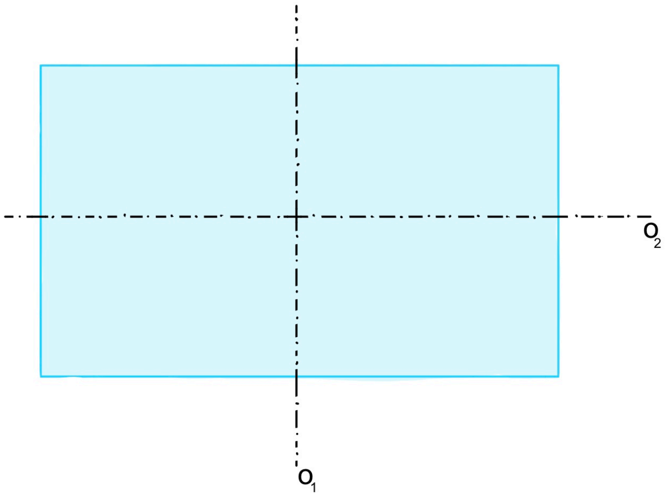
Obrázek 4-42: Rovnoramenný trojúhelník (1 osa souměrnosti)



Obrázek 4-43: Kruh (nekonečně mnoho os souměrnosti)



Obrázek 4-44: Čtverec (4 osy souměrnosti)



Obrázek 4-45: Obdélník (2 osy souměrnosti)

4.5 MÍRY V GEOMETRII

Koncept měření geometrických útvarů je významným tématem geometrie. Míry, jako jsou délka úsečky, obvod a obsah rovinného obrazce, povrch a objem prostorových těles a objektů, jsou příklady zobrazení, v rámci nichž měřitelným útvarům přiřazujeme nezáporné číselné hodnoty. V této podkapitole se zaměříme na jednotlivé míry, tj. délku úsečky, obvody a obsahy rovinných obrazců a výpočty povrchů a objemů prostorových těles, se kterými se setkávají žáci při výuce na 1. stupni ZŠ.

4.5.1 DÉLKA ÚSEČKY

Pokud zavádíme pojem délka úsečky, můžeme říct, že se jedná o přiřazení nezáporné číselné hodnoty dané úsečce. Přitom přiřazená číselná hodnota představuje vzdálenost mezi dvěma krajními body úsečky. Abychom nějakou nezápornou číselnou hodnotu mohli dané úsečce přiřadit, musíme nejprve stanovit jednotku délky. Jednotkami délky jsou např. milimetr (mm), centimetr (cm), decimetr (dm), metr (m) atd. Pokud jednotkou délky stanovíme např. 1 cm, pak při označení úsečky pomocí jejích krajních bodů A, B zapisujeme pěti centimetrovou délku d úsečky AB jako $d = |AB| = 5$ cm.

Jestliže k označení úsečky AB použijeme malé písmeno a latinské abecedy, označíme délku úsečky a = 5 cm.

Délku d zobrazené úsečky lze měřit pomocí pravítka nebo proužkem papíru, v obou případech je však potřeba stanovit jednotku délky. V analytické geometrii můžeme délku úsečky vypočítat pomocí vzorce, pokud známe souřadnice jejích koncových bodů. Pro úsečku AB s koncovými body $A\ (x_1, y_1)$ a $B\ (x_2, y_2)$ lze použít vzorec $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Délku úsečky využíváme nejen při řešení školských geometrických úloh, ale také velmi často i v běžném životě. Na ZŠ uplatňujeme délku úsečky například při stanovování délek stran jednotlivých mnohoúhelníků, určování obvodů mnohoúhelníků, rýsování mnohoúhelníků o daných délkách stran, ale i při zjišťování délek hran prostorových těles (např. hranolů či jehlanů) apod.

4.5.2 VÝPOČTY OBVODŮ A OBSAHŮ ROVINNÝCH OBRAZCŮ

Obvod o rovinného obrazce je délka uzavřené čáry, jež tento rovinný obrazec ohraničuje. Obvod mnohoúhelníku je roven součtu délek jeho stran. Počítáme-li obsahy rovinných obrazců, mluvíme o geometrické míře, která nám říká, kolik plošného prostoru daný rovinný obrazec v rovině zabírá. Obsah S rovinného obrazce se obvykle vyjadřuje v jednotkách čtverečních, jako jsou např. milimetr čtverečný (mm^2), centimetr čtverečný (cm^2), decimetr čtverečný (dm^2) či metr čtverečný (m^2). Pro výpočty obvodů a obsahů jednotlivých rovinných obrazců byly postupem času odvozeny a určeny obecné vzorce. Pomocí nich lze po dosazení konkrétních číselných hodnot (ve stejných jednotkách) vypočítat obvody a obsahy příslušných rovinných obrazců. Následuje přehled vzorců pro výpočet obvodů a obsahů čtyř základních rovinných obrazců, přitom na 1. stupni ZŠ žáci při výpočtech obvodů a obsahů využívají pouze vzorce pro výpočty obvodů trojúhelníku, čtverce a obdélníku a pro výpočty obsahů čtverce a obdélníku.

Trojúhelník *ABC* o stranách a*, b, c* a výšce v_a ke straně *a*

$o = a + b + c$

$S = \frac{\mathrm{a} \cdot v_a}{2}$

Čtverec o straně *a*

$o = 4a$

$S = a^2$

Obdélník o stranách *a, b*

$o = 2 \cdot (a + b)$

$S = a \cdot b$

Kruh o poloměru *r*, resp. průměru *d*

$o = 2\pi r = \pi d$

$S = \pi r^2$

4.5.3 VÝPOČTY POVRCHŮ A OBJEMŮ ČTYŘBOKÝCH KOLMÝCH HRANOLŮ

Povrch *S* tělesa je tvořen všemi plochami, které dané těleso ohraničují. Povrch čtyřbokého kolmého hranolu se skládá z obsahů čtyř jeho bočních stěn a z obsahů dvou jeho podstavných stěn. Povrch těles počítáme v jednotkách čtverečních. Objem *V* tělesa je číslo udávající velikost, kterou hranol ve trojrozměrném prostoru zabírá. Pro určení objemu těles používáme krychlové nebo duté jednotky. Krychlovými jednotkami jsou např. milimetr krychlový (mm^3), centimetr krychlový (cm^3), decimetr krychlový (dm^3)

atd., dutými jednotkami jsou souhrnně označovány centilitr (cl), decilitr (dc), litr (l) apod.

Krychle o délce hrany *a*

$S = 6 \cdot a^2$

$V = a^3$

Kvádr o délkách hran *a, b, c*

$S = 2 \cdot (ab + bc + ca)$

$V = a \cdot b \cdot c$

4.6 OPERACE S BODOVÝMI MNOŽINAMI

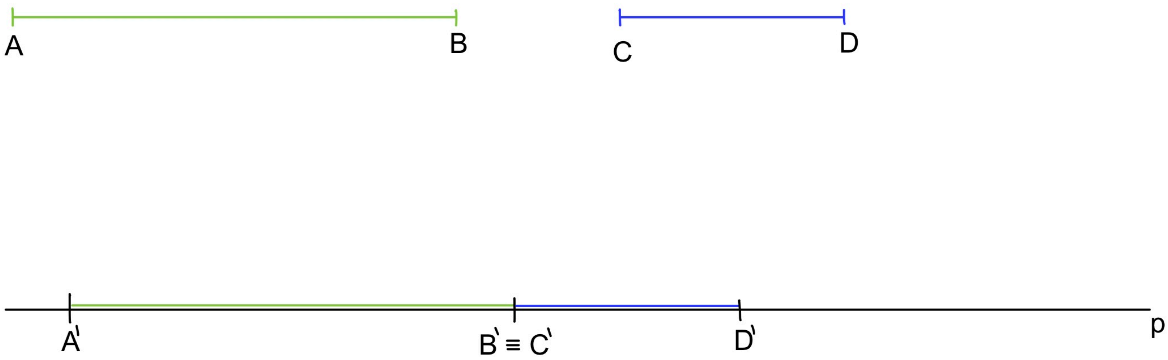
4.6.1 GRAFICKÉ SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ ÚSEČEK

Grafické sčítání a odčítání úseček představuje vizuálně orientovaný přístup k matematickým operacím s bodovými množinami, který se využívá k efektivnímu porozumění a reprezentaci geometrických relací mezi úsečkami. Tento přístup nachází uplatnění zejména v oblastech geometrie a technického kreslení. Provedení konstrukcí grafického sčítání i odčítání úseček vyžaduje správné použití pravítka a kružítka, aby byla zachována přesnost při přenášení jednotlivých úseček.

Grafické sčítání úseček umožňuje vizuálně sečíst dvě nebo více úseček a analyzovat výslednou délku jejich součtu. Naopak, grafické odčítání úseček umožňuje vizuálně vyjádřit rozdíl dvou úseček.

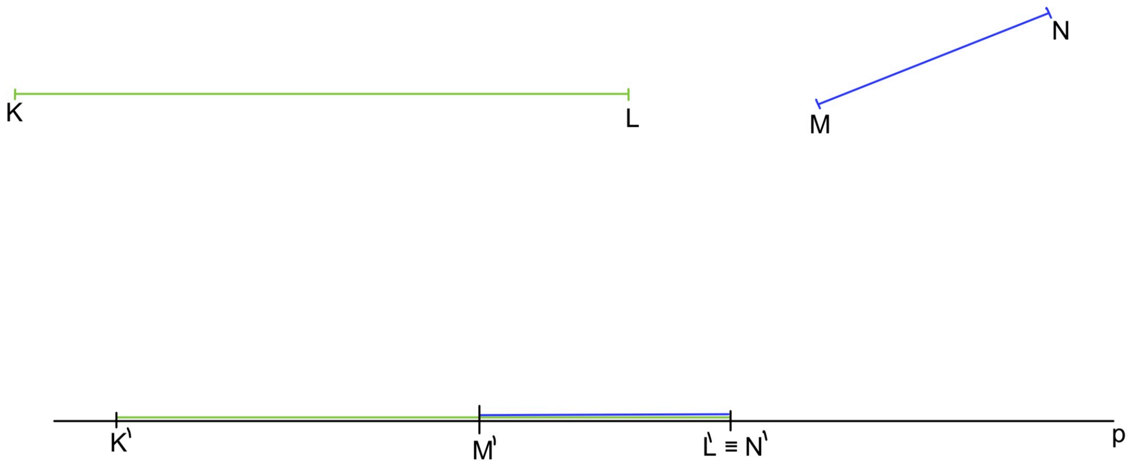
Grafický součet úseček AB a CD provedeme tak, že na libovolné přímce p zvolíme bod A'. Do kružítka odměříme délku úsečky AB a přeneseme ji od bodu A' na přímku p. Na přímce p vznikne úsečka $A'B'$. Dále postupujeme obdobně. Úsečku CD

přeneseme pomocí kružítka na přímku *p*, a to tak, že počáteční bod *C´* přenášené úsečky *CD* splývá s bodem *B´*, tj. *B´* ≡ *C´*. Na přímce *p* je sestrojena úsečka *C´D´*. Nově vzniklá úsečka *A´D´* je výsledkem grafického součtu úseček *AB* a *CD*.



Obrázek 4-46: Grafický součet úseček *AB* a *CD*

U konstrukce grafického rozdílu úseček *KL* a *MN* přeneseme na přímku *p* od libovolně zvoleného bodu *K´* delší ze dvou úseček, tj. úsečku *KL*. Na přímce *p* je nyní sestrojena úsečka *K´L´*, která je shodná s úsečkou *KL*. Kratší úsečku *MN* naneseme pomocí kružítka na úsečku *K´L´*, a to takovým způsobem, že body *L´* a *N´* splynou, tj. *L´* ≡ *N´*. Výsledná úsečka *K´M ´*je grafickým rozdílem úseček *KL* a *MN*. (Bímová, b. r., s. 1–5)

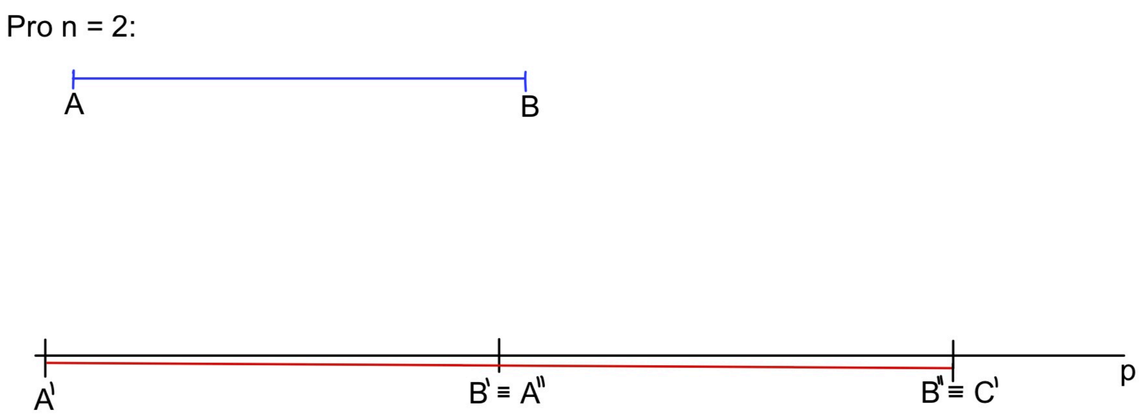


Obrázek 4-47: Grafický rozdíl úseček *KL* a *MN*

4.6.2 KONSTRUKCE PŘIROZENÝCH NÁSOBKŮ ÚSEČEK

Konstrukce přirozeného násobku úsečky představuje vizuální reprezentaci opakovaného grafického sčítání jedné a téže úsečky. Z uvedeného tvrzení vyplývá, že při konstrukci přirozeného násobku úsečky postupujeme zcela analogicky jako při grafickém sčítání dvou a více různých úseček, rozdíl je pouze v tom, že na libovolnou přímku nanášíme danou úsečku od zvoleného bodu opakovaně, a to tolikrát, jaký přirozený násobek dané úsečky máme za úkol sestrojit. Pokud máme dánu úsečku AB a přirozenou konstantu n, pak násobení délky úsečky AB přirozenou konstantou n znamená, že vytváříme novou úsečku AC tak, že $|AC| = n \cdot |AB|$, kde $n \in \mathbf{N}$.

U konstrukcí přirozených násobků úseček postupujeme následovně. Narýsujeme libovolnou přímku p a do kružítka naměříme délku dané úsečky AB. Tuto délku poté nanášíme na přímku p od zvoleného bodu A' n-krát, kde $n \in \mathbf{N}$. Přitom stejně jako u grafického sčítání úseček musí platit, že koncový bod předcházející nanesené úsečky je zároveň počátečním bodem následující nanášené úsečky, tj. např. $B' \equiv A''$. Výsledná úsečka $A'C'$ je přirozeným n-tým násobkem úsečky AB. (Bímová, b. r., s. 1–5)



Obrázek 4-48: Grafický dvojnásobek úsečky *AB*

PRAKTICKÁ ČÁST

5 KARTIČKY SE ZAMĚŘENÍM NA ROZVOJ GEOMETRICKÝCH TÉMAT

Cílem mé práce bylo vytvořit materiál, který napříč všemi ročníky prvního stupně ZŠ poskytne dětem oporu při budování jednotlivých geometrických témat. Chtěla jsem, aby v rámci jednotlivých témat geometrie byly poznatky vytvářeny systematicky, navazovaly na sebe a pro děti bylo jejich postupné vyvozování logické. Při dodržení těchto požadavků by informace, které děti získávají, pro ně měly být srozumitelné a především využitelné v různých situacích a úlohách, nikoliv jen v modelově naučeném příkladu. Na základě těchto úvah jsem zvolila formu kartiček a geometrického průzkumníku.

Geometrický průzkumník (Obrázek 5-141) je zamýšlen jako jakýsi kufřík nebo krabička, která obsahuje různé pomůcky a materiály, které pomáhají žákům zkoumat a chápat geometrické koncepty. Objekty, které průzkumník obsahuje, můžeme libovolně rozšiřovat. Jak zmiňuji již výše, chtěla jsem, aby práce s ním byla strukturovaná, a proto jsem vytvořila kartičky s různými zadáními. Zároveň jsem chtěla zajistit, aby se především v konstrukčních úlohách žáci nebáli experimentovat, a proto jsem vytvořila průzkumník, který jim bádání ulehčuje a přenáší ho mimo papír.

5.1 TVORBA KARTIČEK

Na začátku jsem si prostudováním RVP ZV a tematických plánů vytyčila čtyři základní nosná témata a k nim jsem přiřazovala dílčí cíle z tematických plánů. Vytvořila jsem tedy tabulku (viz Tabulka 5.1), ve které dělím výstupy dle ročníků a přiřazuji je ke konkrétnímu tematickému celku. Na základě údajů zapsaných v této tabulce jsem poté vymýšlela jednotlivé úlohy. Kromě tematických plánů a RVP ZV jsem také prošla různé učebnice určené k výuce geometrie na 1. stupni ZŠ. Při prvotní rešerši bylo mým cílem nejen získat znalosti ohledně toho, co a kdy se žáci v geometrii učí, ale i nastudovat, jak kartičky vhodně přizpůsobit jejich kognitivnímu vývoji.

Tabulka 5.1: Rozdělení výstupů pro jednotlivá témata

ZÁKLADNÍ ROVINNÉ ÚTVARY	1. ročník	Rozpoznávání základních rovinných obrazců a jejich klasifikace. Skládání rovinných obrazců a vytváření vzorů.
	2. ročník	Rozlišování čtyřúhelníků a mnohoúhelníků. Rýsování čtverců a obdélníků pomocí čtvercové sítě. Žák zná jejich základní vlastnosti. Žák rozezná bod, úsečku, čáru.
	3. ročník	Značení rovinných útvarů, rozlišení sousedních a protějších stran čtyřúhelníků/mnohoúhelníků. Žák určí obvod čtverce a obdélníku pomocí čtvercové sítě. Trojúhelník, čtyřúhelníky, mnohoúhelníky. Žák rozezná, vyčte ze zadání a vyznačí v obrázku

		kruh a kružnici (poloměr, průměr).
	4. ročník	Trojúhelníková nerovnost, pravoúhlý trojúhelník. Žák určí obvod trojúhelníku, čtverce a obdélníku výpočtem i graficky. Žák užívá čtvercovou síť při řešení úloh zaměřených na výpočet obsahu čtverce a obdélníku.
	5. ročník	Žák prakticky využívá trojúhelníkovou nerovnost. Žák se naučí užívat čtvercovou síť při řešení úloh zaměřených na výpočet obsahu obdélníku a čtverce.
PROSTOROVÁ TĚLESA A ORIENTACE V PROSTORU	1. ročník	Orientace v prostoru. Žák pojmenuje jednoduchá tělesa.
	2. ročník	Opakování poznatků získaných v 1. třídě a lehké rozšiřování těchto poznatků.

	3. ročník	Vlastnosti základních těles, žák rozpozná vrchol, stěnu a hranu hranatých těles. Žák staví jednoduché krychlové stavby.
	4. ročník	Žák používá čtvercovou síť při řešení úloh zaměřených na určování povrchu krychle a kvádru. Žák staví krychlové stavby dle zadání (půdorys, nárys, bokorys, doplňování…)
	5. ročník	Žák dokáže pomocí vzorce vypočítat povrch krychle. Žák využívá prostorovou představivost při řešení úloh s krychlovými stavbami.
KONSTRUKČNÍ ÚLOHY	1. ročník	Nerýsuje se. Zařazujeme uvolňovací cviky a cviky pro rozvoj jemné motoriky.
	2. ročník	Rýsování a črtání čár (přímá, lomená, křivá). Žák rozezná bod, čáru,

		úsečku a přímku, dokáže je vyznačit či narýsovat. Žák se dokáže pohybovat po čtvercové síti. Žák porovnává, přenáší a rýsuje úsečky. Využívá jednotky délky při měření.
	3. ročník	Žák rozezná a vyznačí bod, rozezná a narýsuje přímku a úsečku. Vzájemná poloha dvou přímek. Polopřímka, počátek polopřímky, opačné polopřímky. Seznámení s pojmem rovina. Rýsování pomocí kružítka, přenášení a porovnávání úseček. Konstrukce rovnostranného trojúhelníku pomocí kružítka.
	4. ročník	Rýsování kolmic a rovnoběžek. Konstrukce trojúhelníku, trojúhelníková nerovnost.

		Pravý úhel. Konstrukce čtverce a obdélníku. Žák graficky sčítá a odčítá úsečky.
	5. ročník	Žák si prohloubí dovednost konstrukce trojúhelníku a využívá trojúhelníkové nerovnosti. Žák si prohloubí dovednost konstrukce čtverce a obdélníku.
OSOVÁ SOUMĚRNOST A OSOVĚ SOUMĚRNÉ ÚTVARY	1. ročník 2. ročník 3. ročník	Propedeutika osové souměrnosti, zkoumání, pokusy.
	4. ročník	Žák rozpozná a znázorní ve čtvercové síti osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti osově souměrných útvarů. Žák zkoumá vlastnosti osové souměrnosti v rovině. Žák skládá a staví rovinné osově souměrné útvary, zakreslí jejich osu, resp. osy souměrnosti.

	5. ročník	Žák rozpozná jednoduché rovinné osově souměrné útvary. Žák rýsuje dle pravidel osové souměrnosti.

Pro tvorbu kartiček jsem zvolila prostředí Powerpointu. Kartičky jsou barevně rozlišeny podle jednotlivých témat. Zaměřila jsem se na tyto čtyři hlavní témata probíraná na prvním stupni základních škol – základní rovinné útvary (modrá barva), prostorová tělesa a orientace v prostoru (zelená barva), konstrukční úlohy (červená barva) a osová souměrnost a osově souměrné útvary (fialová barva).

Dále jsou použity různé odstíny těchto barev, kdy vždy nejsvětlejší zastupuje první ročník a nejtmavší varianta pátý ročník základních škol. Kartičky jsou tvořeny tak, aby žákům umožňovaly také samostatnou práci s nimi, a proto je vždy na přední straně uvedeno zadání úlohy (slovní i grafické) a na zadní straně si žáci mohou ověřit správnost své odpovědi porovnáním se znázorněným správným řešením.

Celým materiálem žáky provází Sušenka, která se jich ptá na otázky nebo jim radí s řešením. Barevnost karet a propojenost se Sušenkou by žáky měla zaujmout vizuálně a podpořit v nich chuť s nimi pracovat. Úlohy pro první třídu jsou pojaty velice hravě. Žáci by při jejich plnění měli mít spíše pocit, že si hrají, než že se učí. Při tvorbě kartiček pro další ročníky jsem se o to samozřejmě snažila také, ale úkoly na kartičkách pro vyšší ročníky rozvíjejí nějaký základ, který žáci již dříve získali a navazují na něj. U těchto kartiček bych tedy spíše než, že si žáci hrají, řekla, že zkoumají a objevují. I tak by ale pro ně měla být tato činnost zábavná a neměla by připomínat zahlcující práci s učebnicemi a pracovními sešity.

Kartičky vytvořené pro jednotlivá témata na sebe v následujících ročnících navazují a vždy rozšiřují znalost, kterou děti již mají z předchozích let. Úkoly na kartičkách žákům ve většině případů nepředkládají hotové informace, ale nutí je tyto poznatky samostatně objevovat. Tento postup jsem zvolila proto, aby se žáci nenaučili spojovat si daný postup pouze s konkrétní úlohou a dále ho již nebyli schopni používat v jiných či rozšířených konceptech. V praxi se s tímto bohužel setkávám poměrně často, především u konstrukčních úloh, které bývají nejčastěji nevyplňovanými cvičeními u přijímacích zkoušek na střední školy (tuto domněnku podkládám pouze svými zkušenostmi z praxe).

K praktickému využití ve třídách je třeba kartičky barevně vytisknout a zalaminovat, aby na ně žáci mohli psát mazacím fixem na tabulku.

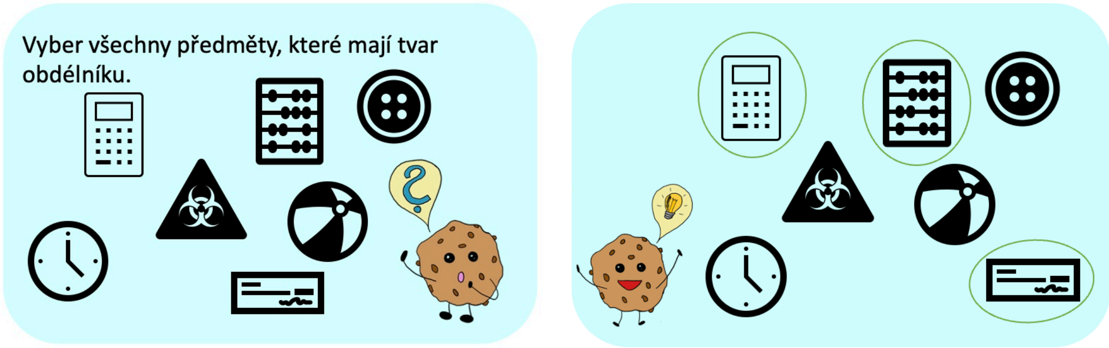
5.2 POPIS JEDNOTLIVÝCH KARTIČEK

Pro potřeby žáků byl text na kartičkách uzpůsoben jejich věku, což ale v některých případech způsobuje nepřesnou geometrickou či matematickou formulaci. Proto nyní kartičky jednotlivě popíši a, kde je to zapotřebí, doplním upřesněné formulace zadání.

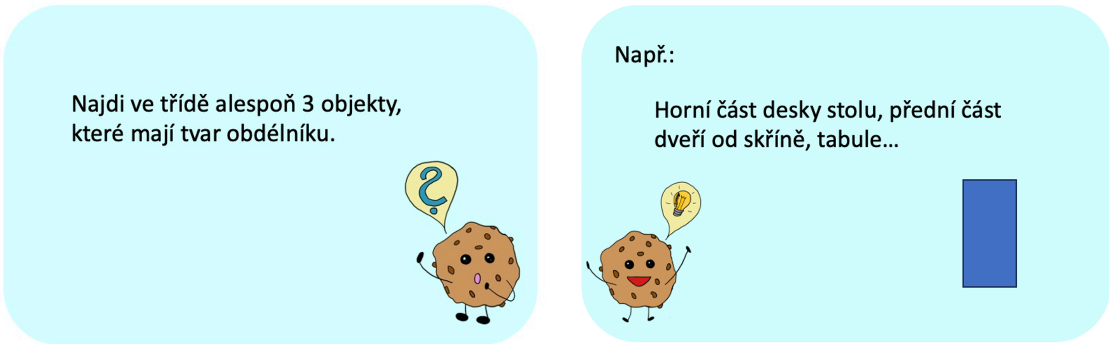
5.2.1 ZÁKLADNÍ ROVINNÉ ÚTVARY

1. ročník

V prvním ročníku se žáci seznamují s názvy rovinných útvarů (obrazců) jako čtverec, obdélník, kruh a trojúhelník. Umějí je rozpoznat, pojmenovat a načrtnout. Utvářejí si logické návaznosti pomocí vyvozování logických řad.

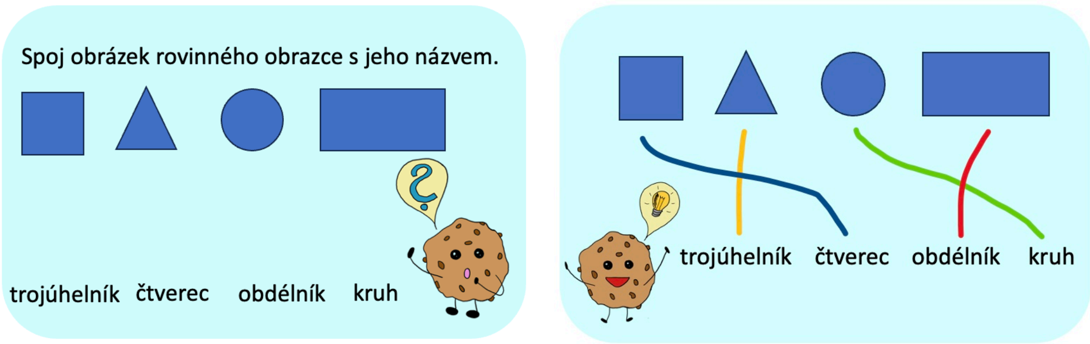


Obrázek 5-1: Rozpoznání obrázku geometrického obrazce – obdélníku – mezi obrázky předmětů jiných tvarů

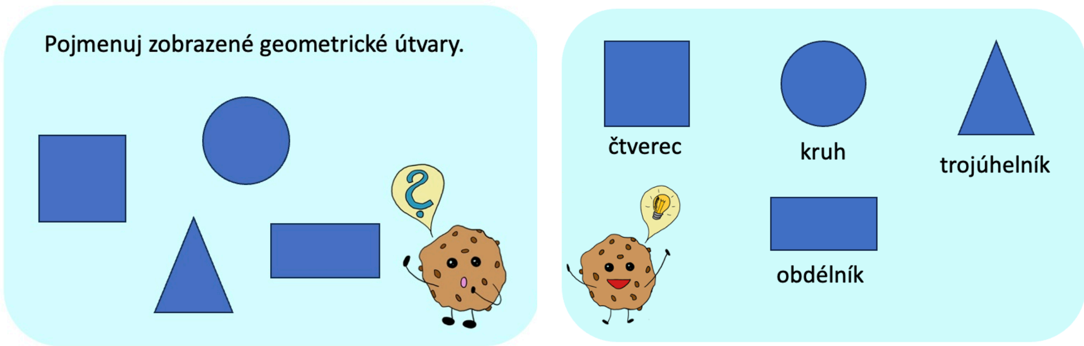


Obrázek 5-2: Rozpoznání geometrického obrazce – obdélníku v realitě

Zde musíme žáky upozornit na skutečnost, že obdélník je rovinný obrazec, který má pouze dva rozměry. Třetí rozměr (výška či hloubka) mu chybí. Žáci by neměli zaměňovat prostorové objekty s rovinnými obrazci. Proto je potřeba zdůraznit například, že tvar obdélníku má pouze horní část desky stolu, jelikož celá deska stolu je již prostorový objekt ve tvaru kvádru.

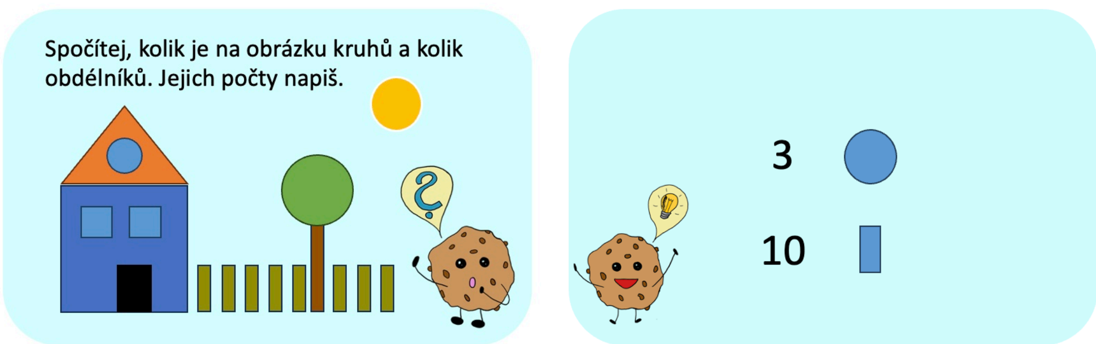


Obrázek 5-3: Přiřazení obrázku obrazce k odpovídajícímu pojmu



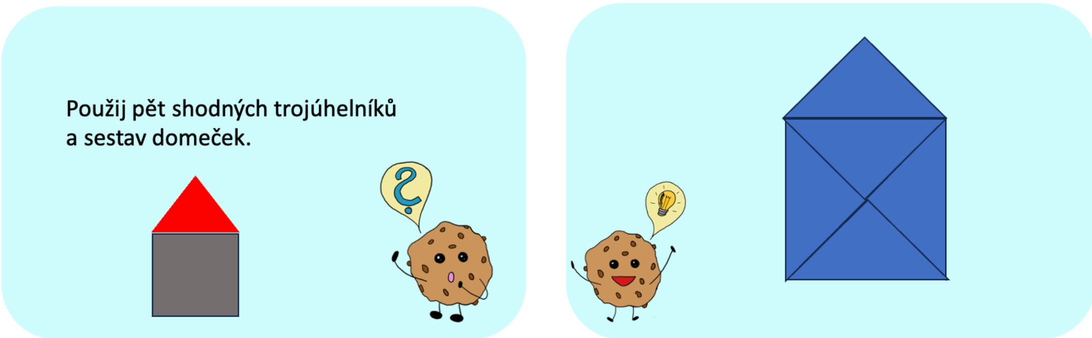
Obrázek 5-4: Pojmenování geometrických obrazců

V případě kartičky znázorněné na Obrázek 5-4 nemají žáci již možnost výběru z nabídky pojmů, pojmy tedy již musí znát. Pokud by se nejednalo o úkol pro žáky první třídy, bylo by vhodnější při pojmenování trojúhelníku použít přesné označení. Tedy že se jedná o rovnoramenný trojúhelník.



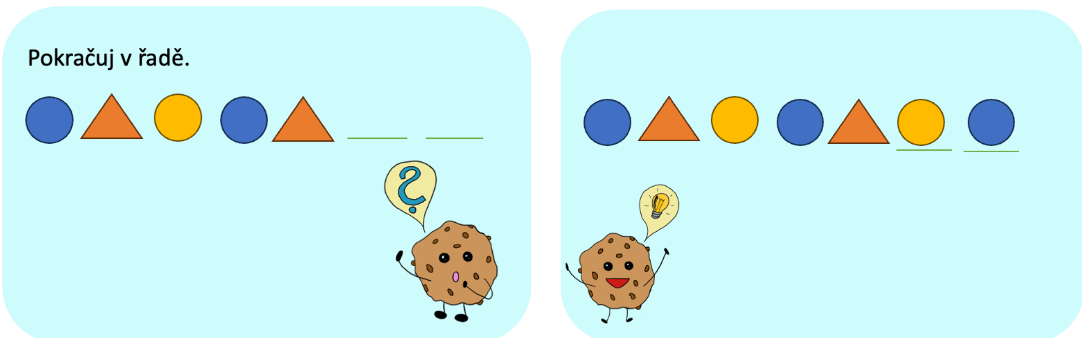
Obrázek 5-5: Žáci rozpoznají zadané geometrické obrazce a určí jejich počet.

Zde je zapotřebí, aby byla kartička předkládána dětem až v době, kdy umí počítat v oboru do 10.



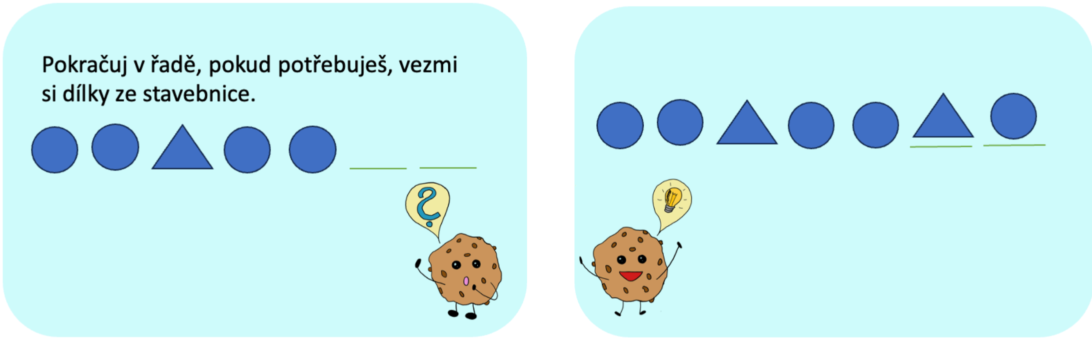
Obrázek 5-6: Skládání domečku ze shodných pravoúhlých trojúhelníků.

Při řešení úlohy na kartičce z Obrázek 5-6 musí žáci na barevném obrázku domečku nejprve rozpoznat, který trojúhelník je základní, a následně, jak má 5 shodných trojúhelníků složit, aby vymodeloval domeček zadaného tvaru. U této úlohy je vhodné žákům poskytnout modely pěti shodných trojúhelníků. Ty je možné použít z nějaké stavebnice, já je mám k dispozici v rámci průzkumníku. Přesnější formulace tohoto úkolu by mohla znít takto: „Použitím pěti shodných nepřekrývajících se trojúhelníků sestav domeček, který je zobrazen." Tato formulace by byla geometricky přesnější, ale pro žáky prvních tříd mi přišla příliš náročná jak na přečtení, tak i na pochopení.



Obrázek 5-7: Doplnění rovinných obrazců do logické řady

Žák musí vysledovat logické souvislosti platné v dané řadě a na jejich základě zakreslit či vybrat z nabídky vhodné rovinné obrazce pro pokračování v řadě.

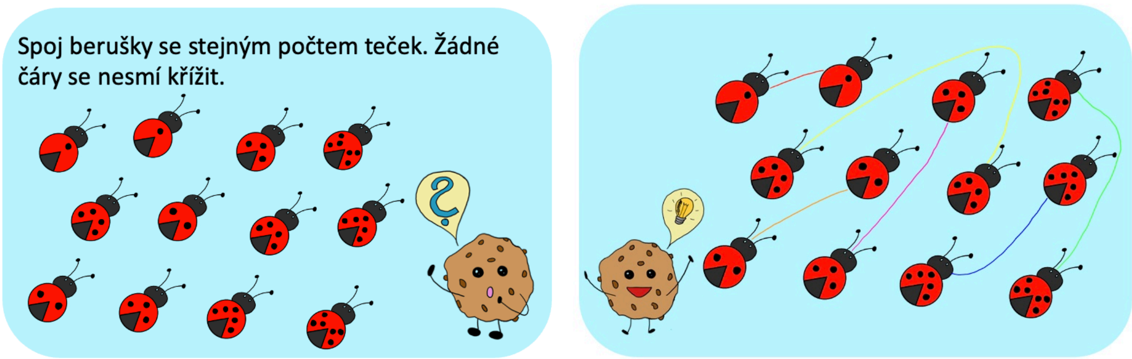


Obrázek 5-8: Doplnění rovinných obrazců do logické řady

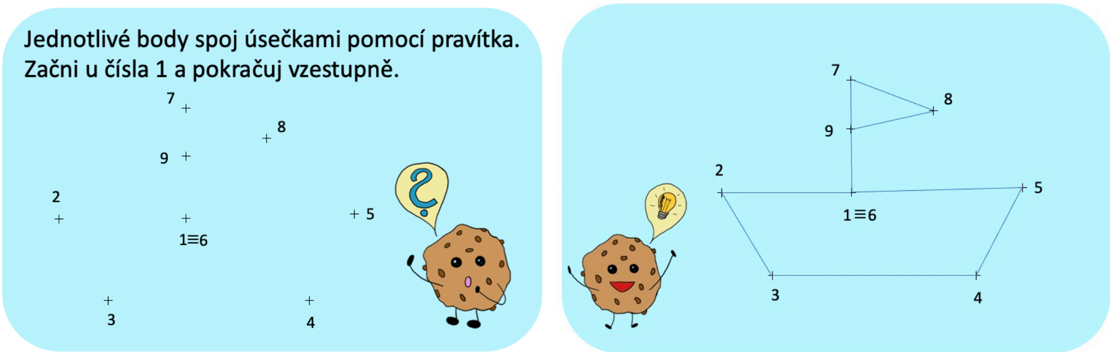
U úlohy na kartičce z Obrázek 5-8 musí žák nejprve vysledovat logické souvislosti platné v dané řadě a na jejich základě zakreslit či vybrat z nabídky vhodné rovinné obrazce pro pokračování v řadě. Pro typ úkolu uvedeného na kartičkách (viz Obrázek 5-7 a Obrázek 5-8) si žáci mohou vzít z průzkumníku modely jednotlivých rovinných obrazců, aby měli vizuální podporu nebo mohou pracovat bez využití fyzických modelů. Tím, jaké modely žákům poskytneme nebo do jaké míry je necháme pracovat samostatně, se stupňuje náročnost úkolů uvedeného typu. Snazší variantou by bylo, že žákům zapůjčíme pouze přesný počet daných obrazců. Těžší variantou je, že jim předložíme výběr z několika obrazců, kde jsou některé obrazce navíc a nepotřebné. Zadání by pak v takovémto případě mohlo znít: „Pokračuj v řadě, jestliže má být tvořena pouze modrými kruhy a trojúhelníky.“ Nejsložitější variantou by bylo, že žáci nemají k dispozici výběr, ale musí hledané obrazce nalézt sami nebo je rovnou zakreslit bez možnosti manipulační činnosti.

2. ročník

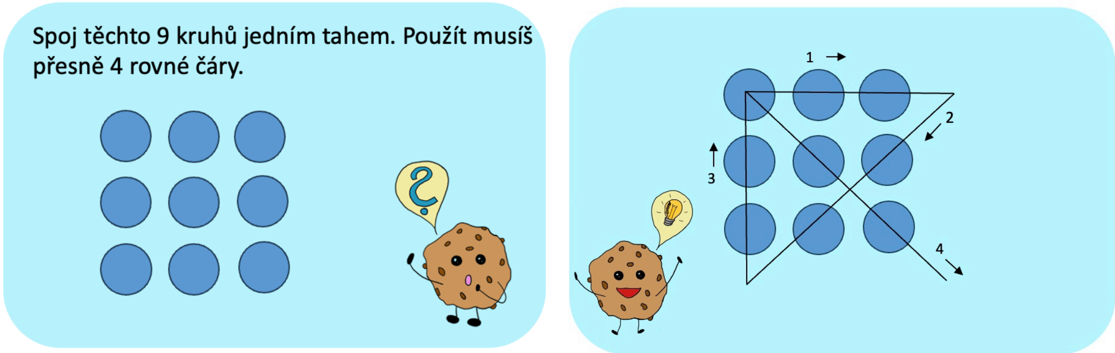
Ve druhém ročníku žáci rozšiřují své dosavadní znalosti, dokáží rozeznat čtyřúhelníky, základní útvary v rovině a zvládnou je také vhodně popsat.



Obrázek 5-9: Zavedení křivé čáry

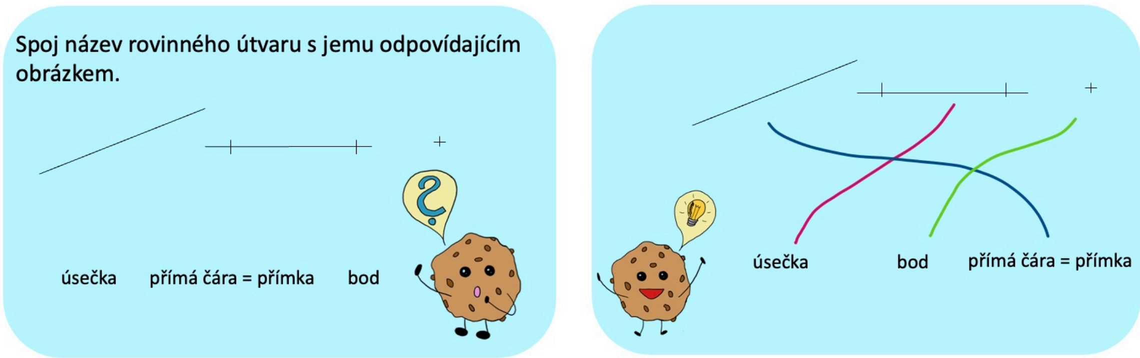


Obrázek 5-10: Sestrojování úseček

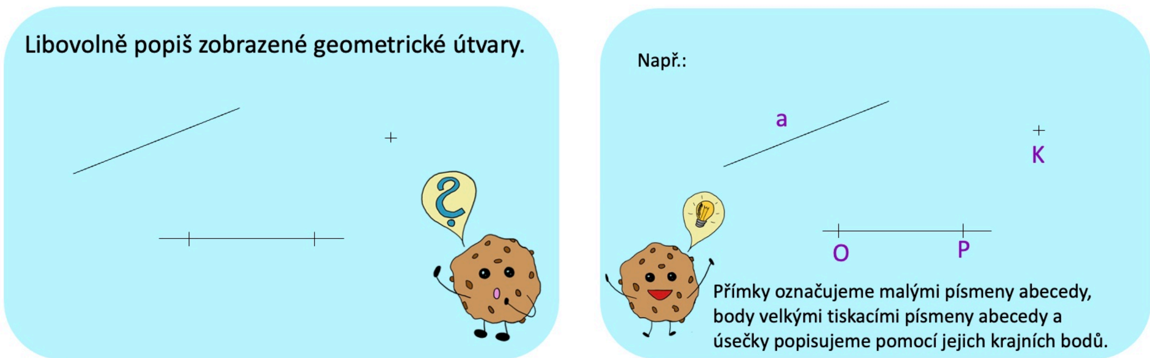


Obrázek 5-11: Sestrojení lomené čáry podle daných podmínek

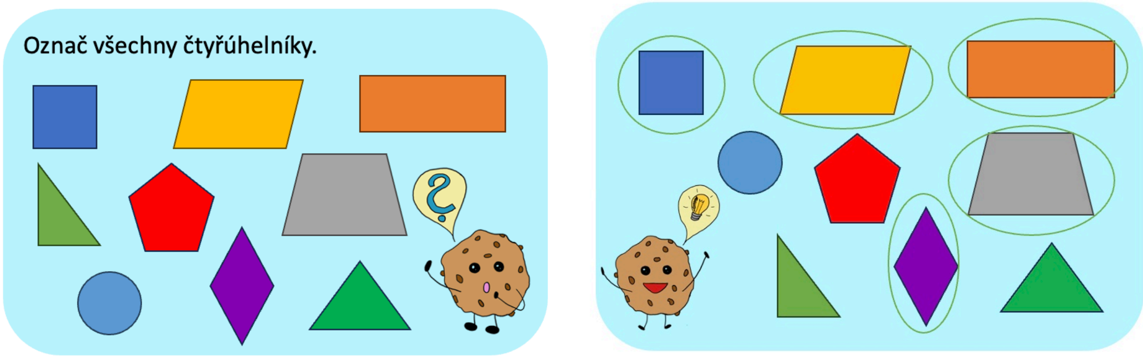
Přesnější formulace úlohy (Obrázek 5-11) by zněla: „Spoj těchto 9 kruhů jedním tahem. Použít musíš lomenou čáru s právě čtyřmi úsečkami.“ Takto by bylo zadání úlohy z geometrického hlediska sice v pořádku, ale pro žáky druhého ročníku mi přišla tato formulace příliš krkolomná. Zároveň tuto úlohu sama považuji za příliš obtížnou, ale z pohledu pedagoga mi přišlo zajímavé pozorovat, zda žáci 2. ročníku dokáží najít její řešení, případně, jak budou při hledání řešení této úlohy postupovat. Ve druhém ročníku žáci ještě nejsou svázáni konkrétními postupy, a proto by mohli úlohu vyřešit či nad ní překvapivým způsobem přemýšlet.



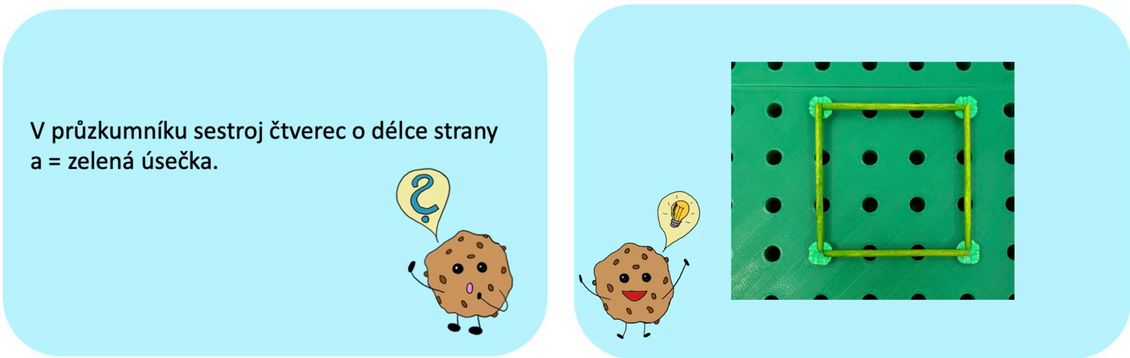
Obrázek 5-12: Přiřazení pojmů jim odpovídajícím grafickým zobrazením



Obrázek 5-13: Označení rovinných útvarů

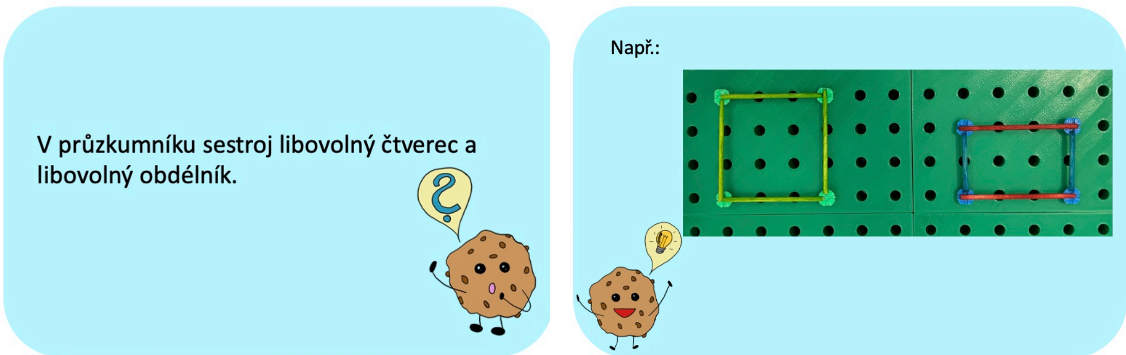


Obrázek 5-14: Výběr čtyřúhelníků mezi různými rovinnými obrazci



Obrázek 5-15: Modelování stran čtverce v průzkumníku

Žáci v průzkumníku modelují pouze strany čtverce, jeho vnitřní body nemodelují.

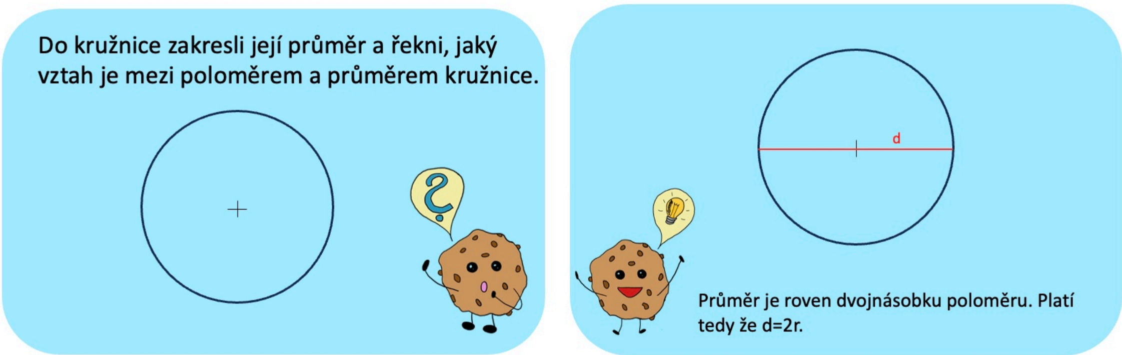


Obrázek 5-16: Modelování stran obrazců v průzkumníku

Stejně jako u předchozí úlohy, žáci v průzkumníku modelují pouze strany čtverce a obdélníku, jejich vnitřní body nemodelují.

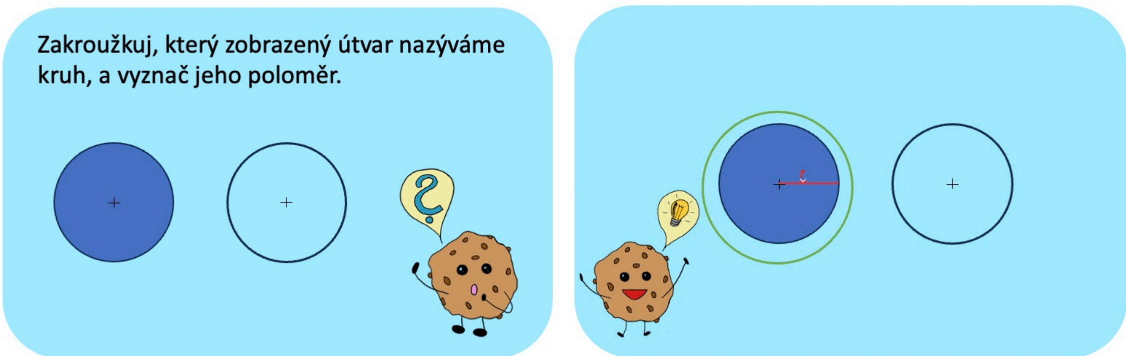
3. ročník

Znalosti o rovinných útvarech se u žáků třetího ročníku prohlubují, žáci se seznamují s dalšími pojmy spojenými s jednotlivými geometrickými útvary. Pomocí čtvercové sítě počítají obvody čtverců a obdélníků.

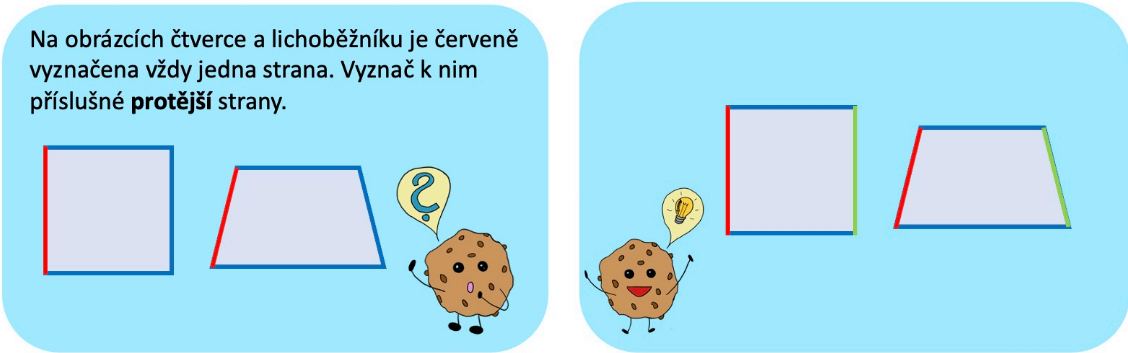


Obrázek 5-17: Pojmy spojené s kružnicí

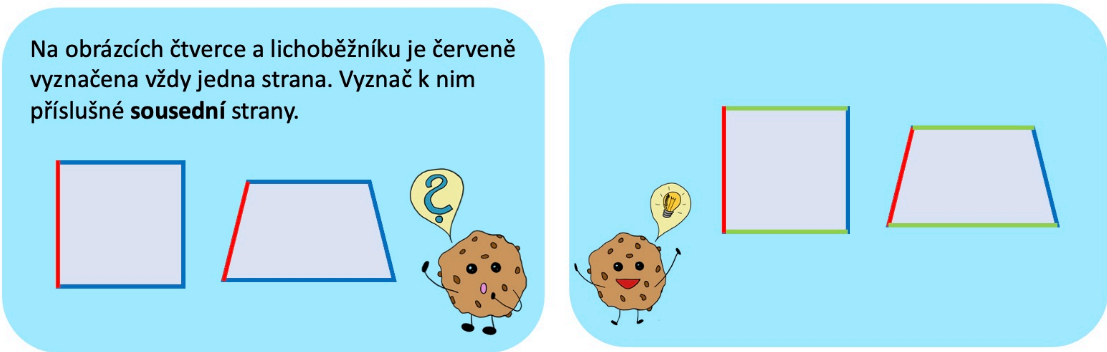
Bylo by vhodné uvést také vztah, který říká, že poloměr kružnice je roven jedné polovině jejího průměru. Tento vztah lze symbolicky zapsat $r = \frac{1}{2}\, d$, kde r je poloměr a d průměr kružnice. Ovšem s učivem o zlomcích se žáci setkávají až od čtvrtého ročníku.



Obrázek 5-18: Rozlišení kružnice a kruhu

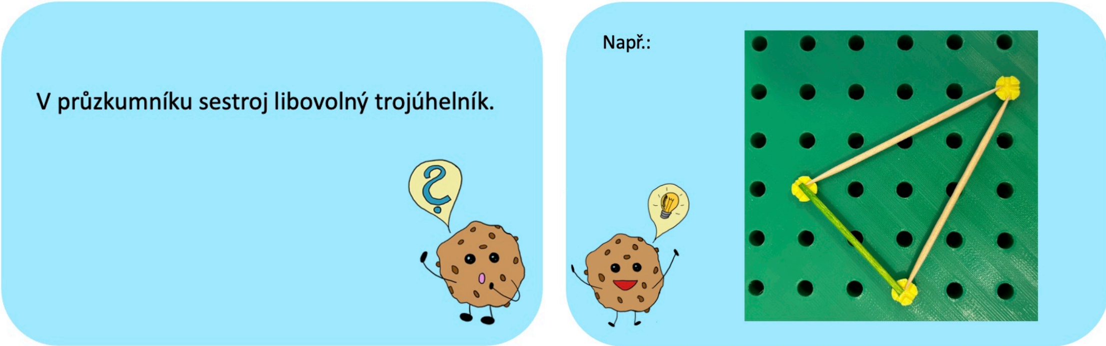


Obrázek 5-19: Protější strany čtyřúhelníků

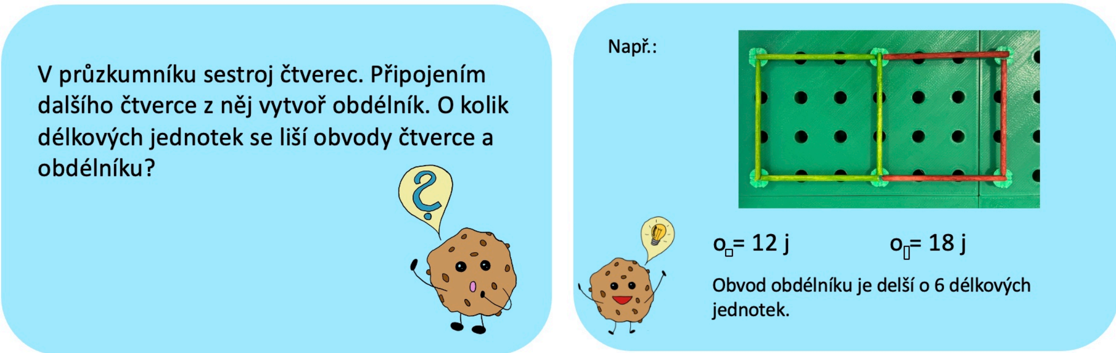


Obrázek 5-20: Sousední strany čtyřúhelníků

U kartiček na Obrázek 5-19 a Obrázek 5-20 by přesnější formulace úloh mohla znít následovně: „Na obrázcích čtverce a lichoběžníku je červeně vyznačena vždy jedna strana. U obou zobrazených rovinných obrazců vyznačte protější/sousední stranu k červené straně.“ Tento text jsem na kartičku nepoužila, jelikož mi přišel příliš dlouhý.

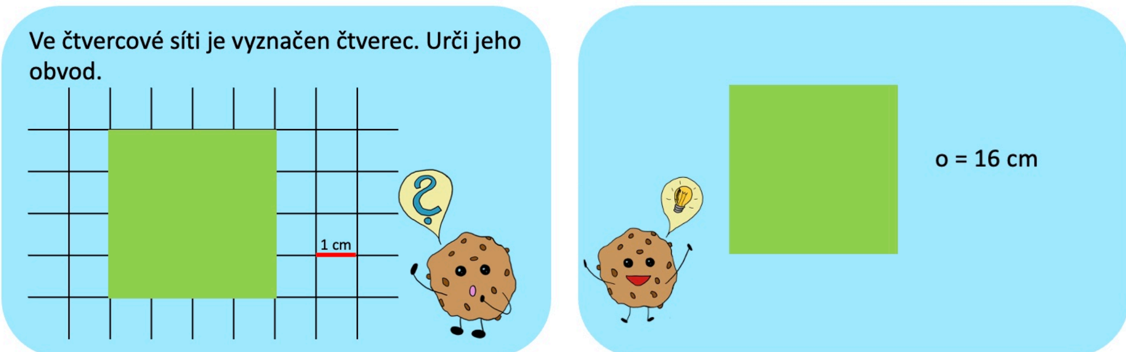


Obrázek 5-21: Modelování trojúhelníku v průzkumníku

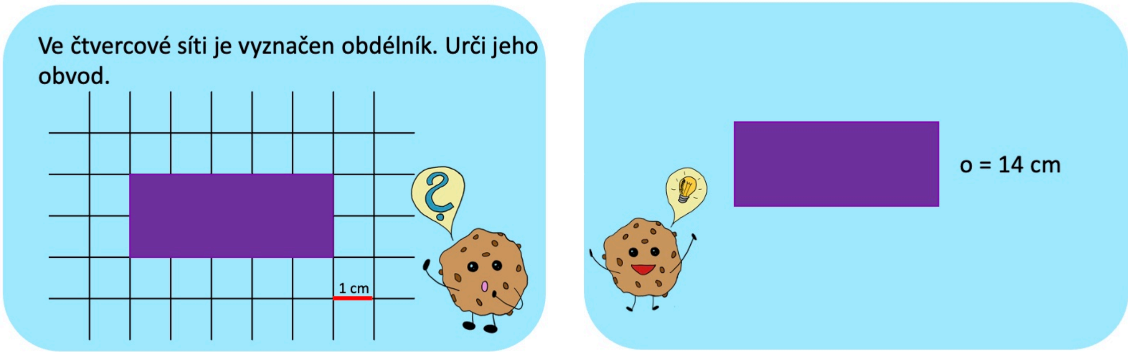


Obrázek 5-22: Modelování stran čtverce a obdélníku v průzkumníku

U všech obrazců v průzkumníku jsou opět modelovány pouze strany jednotlivých obrazců.



Obrázek 5-23: Určení obvodu čtverce zakresleného ve čtvercové síti

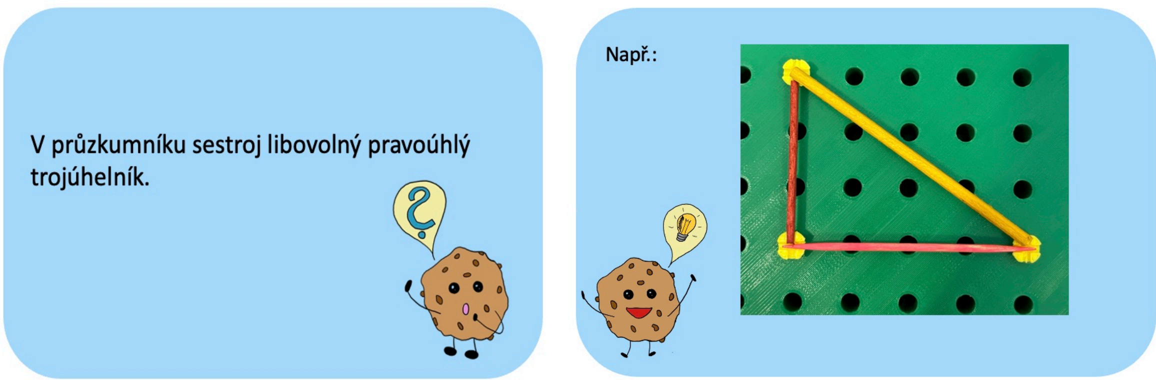


Obrázek 5-24: Určení obvodu obdélníku zakresleného ve čtvercové síti

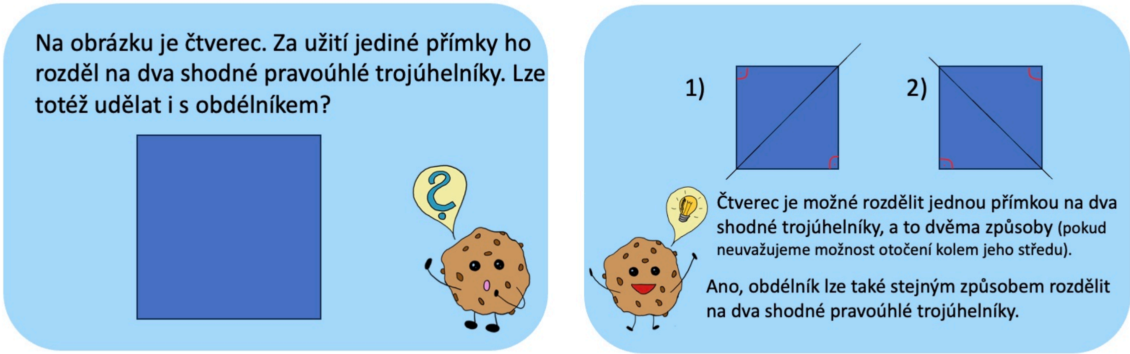
U úloh na obrázcích Obrázek 5-23 a Obrázek 5-24 bychom mohli doplnit ještě následující informaci: „Délka strany dílčího čtverce čtvercové sítě je *1 cm*." Lze ji nahradit i následovně: „Obsah jednoho dílčího čtverce čtvercové sítě je 1 cm^2." V tomto případě bychom kombinovali jednotky obsahu s délkovými jednotkami a vyvození jejich vzájemného vztahu bychom v tomto případě nechali na žácích.

4. ročník

Žáci čtvrtého ročníku prohlubují své znalosti především v oblasti výpočtů obvodů rovinných obrazců. Zde již znají konkrétní vzorce a umí je vhodně aplikovat. Dále se seznamují s výpočty obsahů rovinných obrazců za pomoci čtvercové sítě a při konstrukcích trojúhelníků využívají pravidla trojúhelníkové nerovnosti.

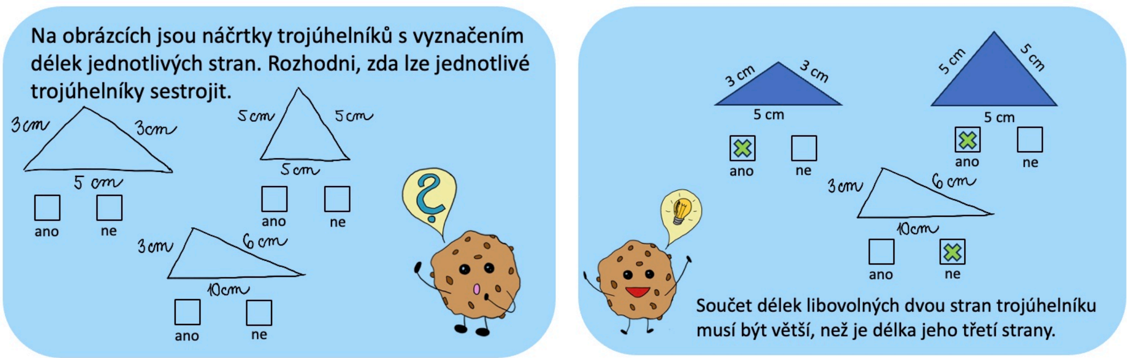


Obrázek 5-25: Vymodelování stran pravoúhlého trojúhelníku



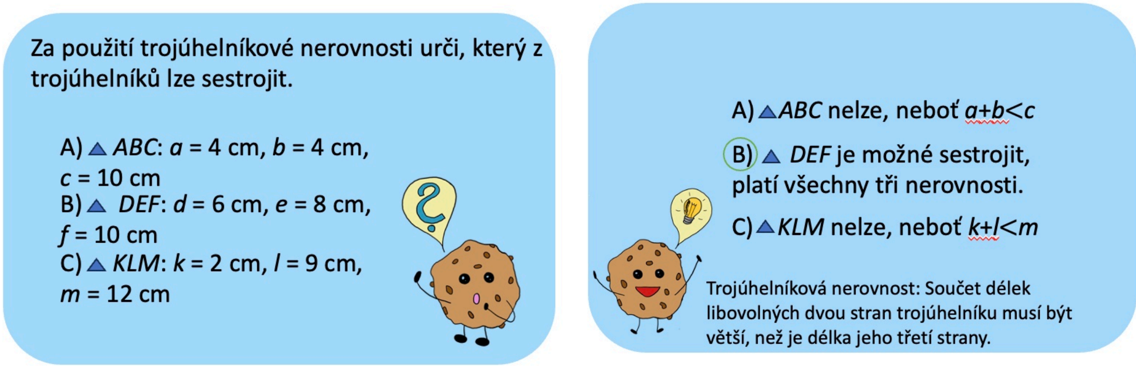
Obrázek 5-26: Rozdělení čtverce přímkou na dva shodné trojúhelníky

Pokud není čtverec pojmenován, pak lze obě zobrazená řešení považovat za jedno totožné řešení, neboť např. druhé řešení vznikne z prvního otočením čtverce kolem jednoho z jeho vrcholů o úhel +/- 90°, případně kolem jeho středu o úhel +/- 90°. Pokud by byl čtverec pojmenován, pak lze uvažovat, že zobrazená řešení jsou různá. Tuto skutečnost jsem při tvorbě vzorového řešení určeného pro žáky 4. ročníku ZŠ nebrala v potaz, jelikož se s otočením jako příkladem shodného zobrazení setkají až při studiu na střední škole. Z tohoto důvodu lze v tomto případě považovat obě řešení za různá i bez pojmenování čtverce. Uvedla jsem ale tuto informaci do závorky, aby děti tušily, že něco takového je možné.

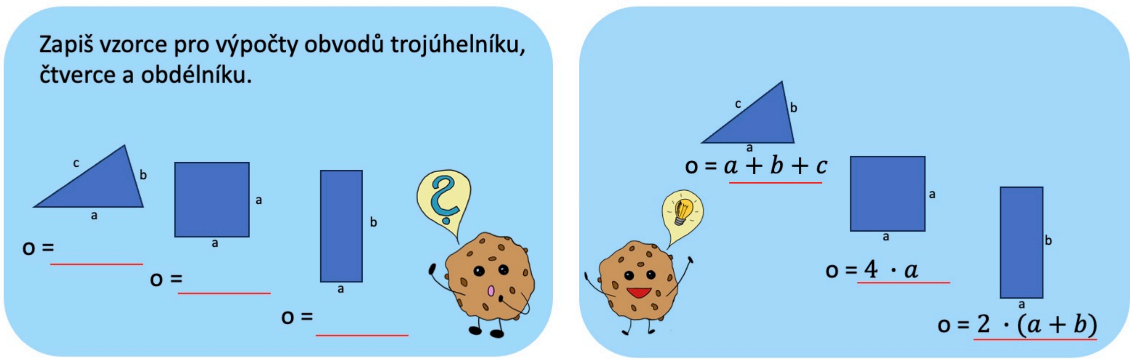


Obrázek 5-27: Využití trojúhelníkové nerovnosti

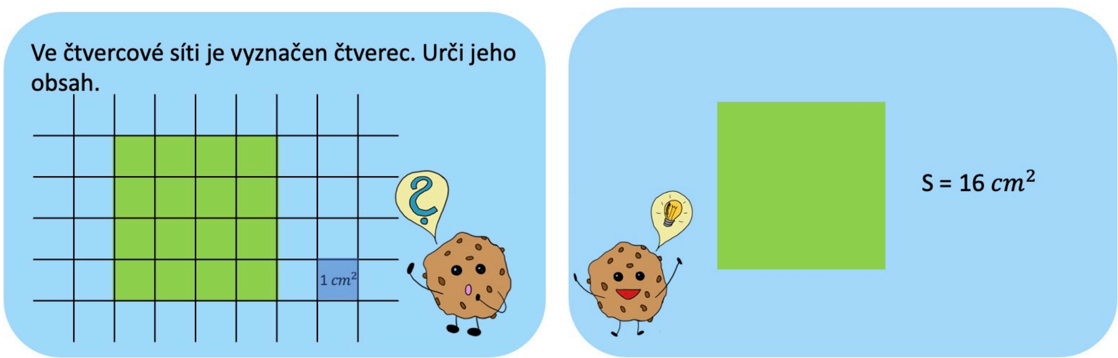
Zvolila jsem znázornění trojúhelníků podle črtů od ruky. Kdybychom použili zkonstruované trojúhelníky, mohlo by to být pro žáky matoucí. V takovém případě by se mohli domnívat, že je možné zkonstruovat všechny tři zadané trojúhelníky. Náčrtky jsou pouze ilustrační a nemusí z nich nutně vyplývat, že lze všechny trojúhelníky sestrojit.



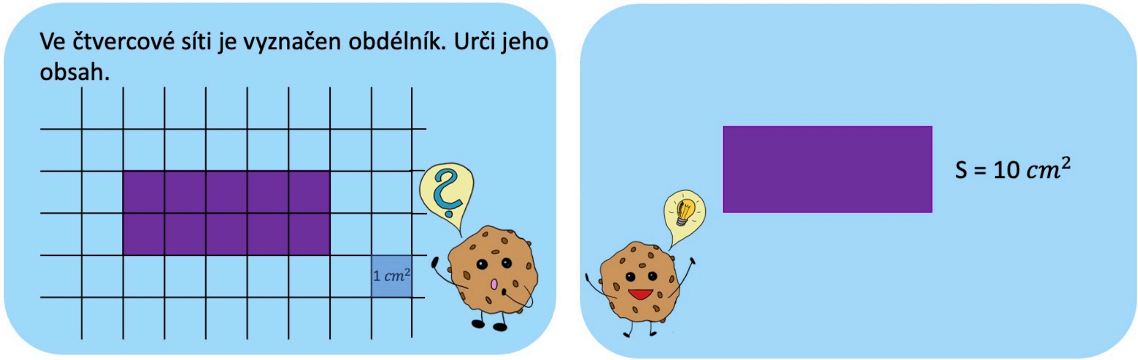
Obrázek 5-28: Využití trojúhelníkové nerovnosti



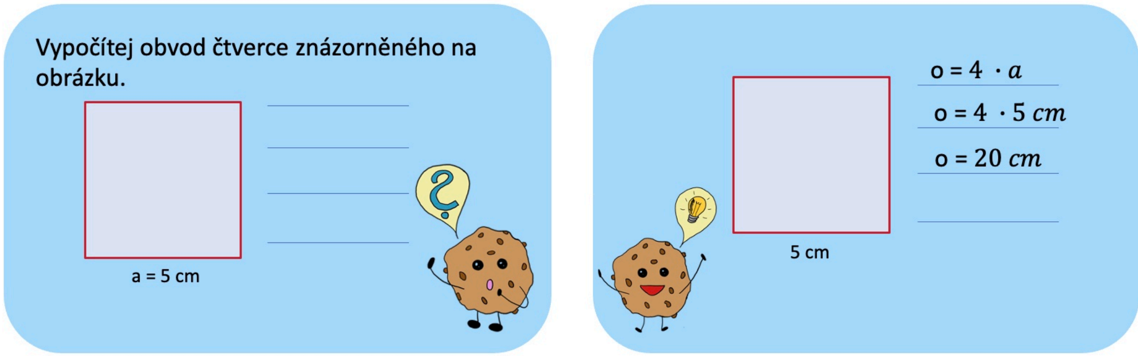
Obrázek 5-29: Zapsání vzorců pro výpočty obsahů rovinných obrazců



Obrázek 5-30: Určení obsahu čtverce zakresleného ve čtvercové síti



Obrázek 5-31: Určení obsahu obdélníku zakresleného ve čtvercové síti

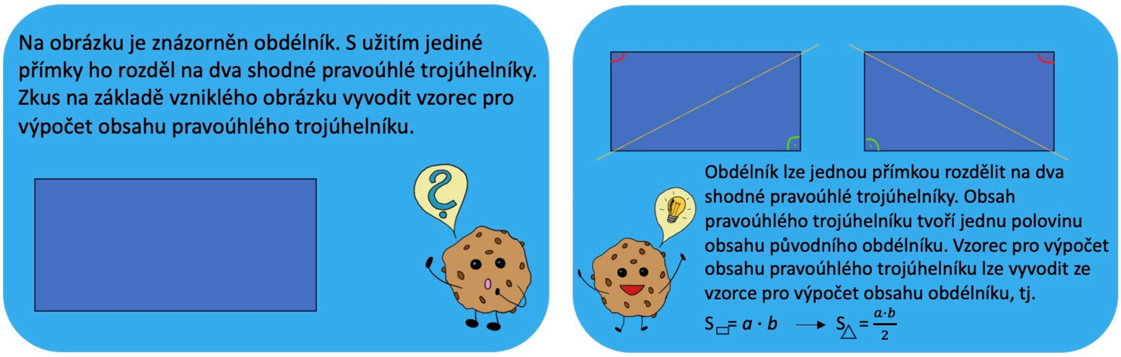


Obrázek 5-32: Výpočet obvodu čtverce pomocí vzorce

Při označení strany čtverce můžeme použít libovolné písmeno, to by vedlo žáky k tomu, aby se neomezili pouze na písmeno „*a*“ a chápali, jakou funkci písmeno v popisu či vzorci zastává.

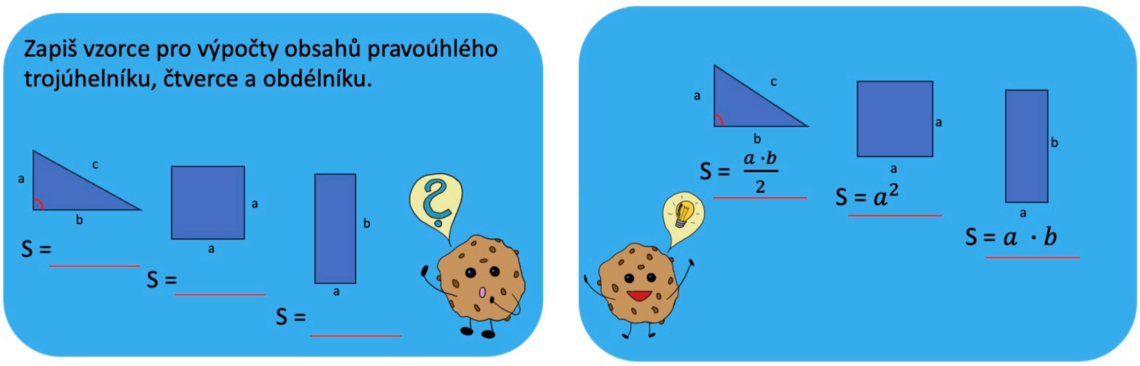
5. ročník

V posledním ročníku prvního stupně ZŠ žáci ovládají výpočty obsahů a obvodů, umí je zjistit nejen za pomoci čtvercové sítě, ale znají i vzorce pro výpočty obsahů čtverce a obdélníku, obvodů mnohoúhelníků a vhodně je používají. O výpočtech obsahů i obvodů již přemýšlejí s nadhledem a v širších souvislostech, jsou schopni počítat obsahy čtverce a obdélníku a obvody mnohoúhelníků v aplikačních úlohách.

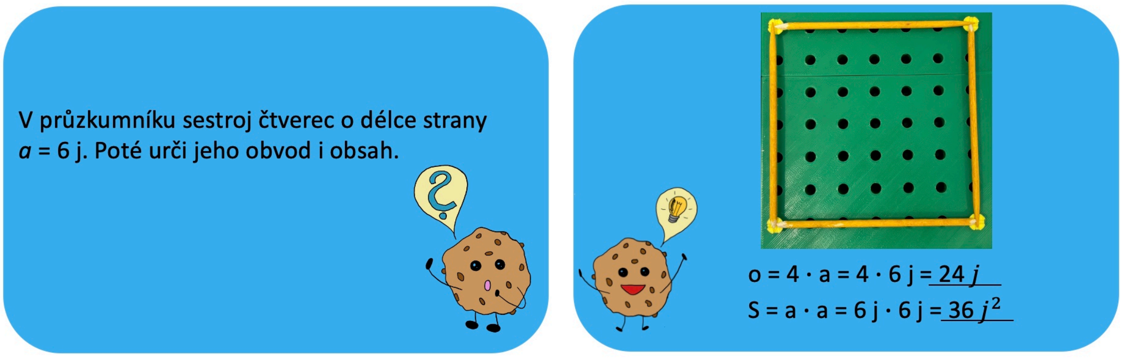


Obrázek 5-33: Rozdělení obdélníku na dva shodné trojúhelníky a vyvození vzorce pro výpočet obsahu pravoúhlého trojúhelníku

Zde nastává stejná situace jako při rozdělování čtverce na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky. Pokud není obdélník pojmenován, pak lze obě dvě zobrazená řešení považovat za jedno a totéž řešení, neboť např. druhé řešení vznikne z prvního otočením obdélníku kolem jeho středu o úhel +/- 90°.

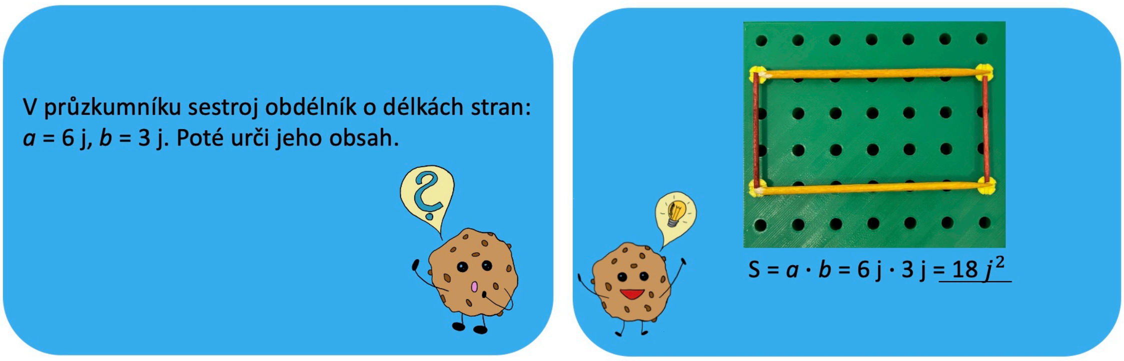


Obrázek 5-34: Vzorce pro výpočet obsahů rovinných útvarů

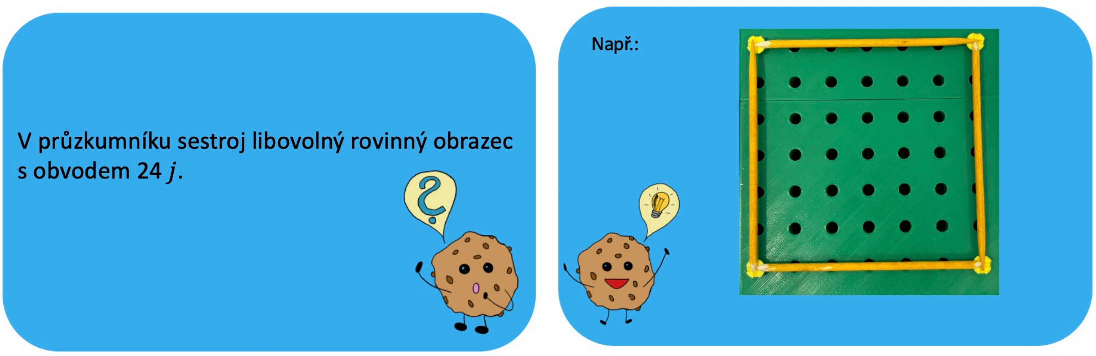


Obrázek 5-35: Modelování (stran) čtverce v průzkumníku a s ním spojené výpočty

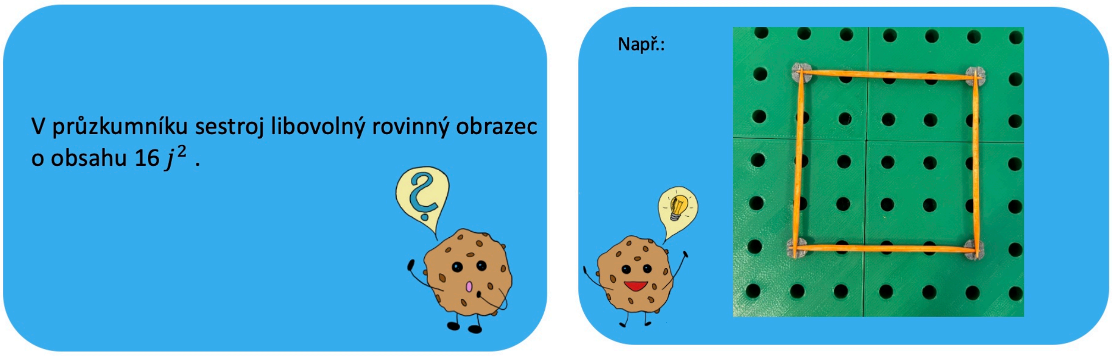
Jedna jednotka délky je představována vzdáleností dírek v průzkumníku ve vodorovném nebo svislém směru. Totéž platí pro podobné úlohy na dalších kartičkách.



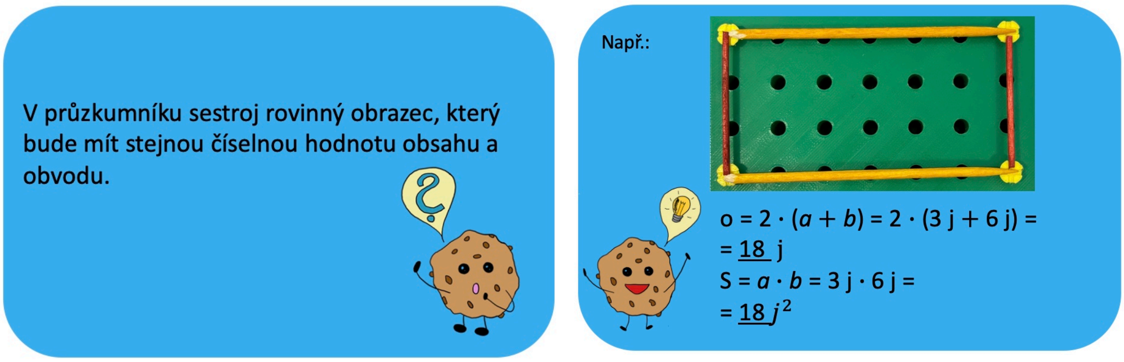
Obrázek 5-36: Modelování (stran) obdélníku v průzkumníku a s ním spojené výpočty



Obrázek 5-37: Modelování (stran) obrazce v průzkumníku dle zadání



Obrázek 5-38: Modelování (stran) obrazce v průzkumníku dle zadání



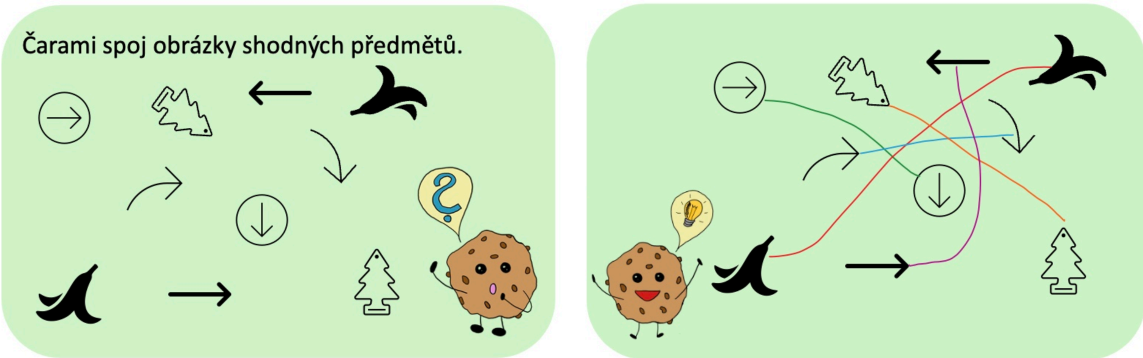
Obrázek 5-39: Modelování (stran) obrazce v průzkumníku dle zadání

Obrázek 5-40: (Ne)modelování obrazce v průzkumníku dle zadání

5.2.2 ORIENTACE V PROSTORU A PROSTOROVÁ TĚLESA

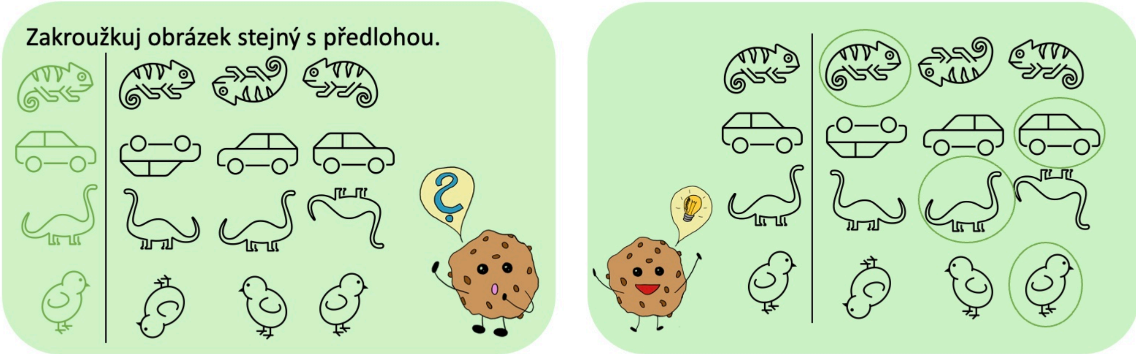
1. ročník

Úkoly na kartičkách v této sérii určené pro žáky prvního ročníku ZŠ jsou zaměřené především obecně na rozvoj prostorové a pravolevé orientace. U procvičování těchto funkcí je vhodné žáky pozorovat, případně s nimi některé kartičky řešit individuálně, jelikož pravolevá i prostorová orientace jsou důležité nejen v matematice, ale i mezipředmětově, v českém jazyce například slouží ke správné orientaci v textu. Díky zařazování cvičení níže uvedených typů můžeme odhalit i dyslektiky či dysgrafiky.



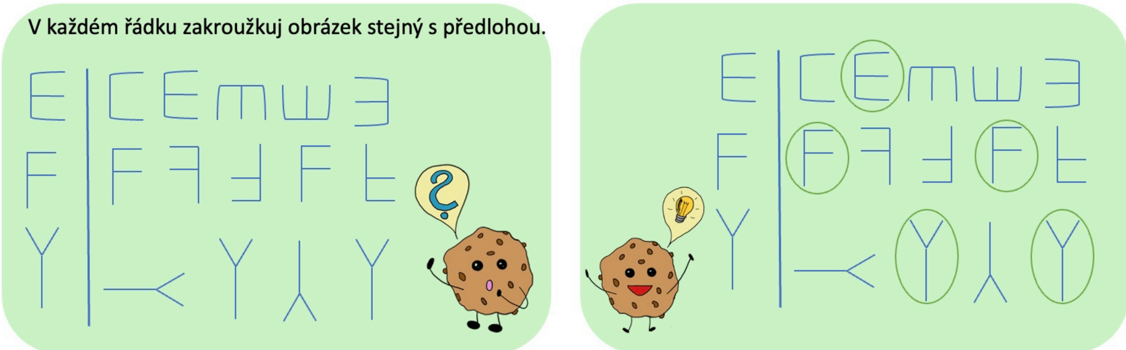
Obrázek 5-41: Spojování shodných předmětů

Při tvorbě této kartičky bylo zapotřebí zachovat velikost jednotlivých obrázků. Pokud bych některý z obrázků zvětšila či zmenšila, nejednalo by se v takovém případě z geometrického hlediska již o dvojici obrázků znázorňujících shodné předměty, ale podobné předměty. Předměty by měly stejný tvar, ale jinou velikost.



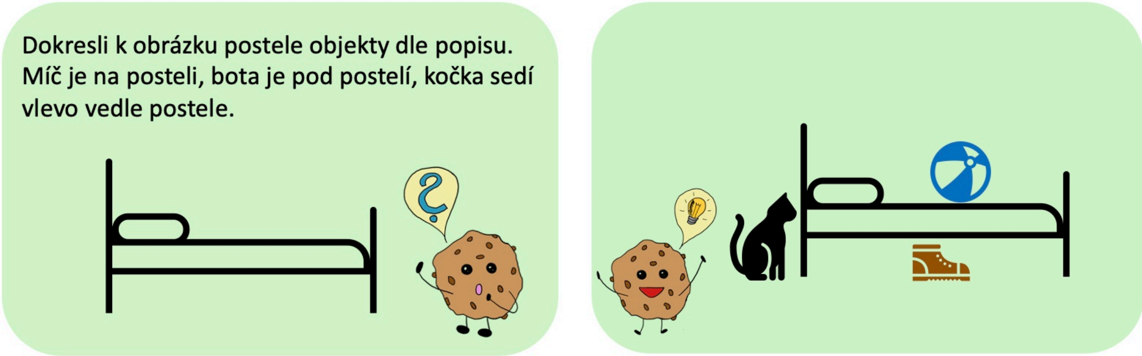
Obrázek 5-42: Cvičení na pravolevou orientaci

Žákům první třídy by bylo vhodné vysvětlit, co je to předloha. Je možné, že ne všichni se s tímto pojmem již setkali. Geometricky přesnější zadání by znělo takto: „V každém řádku zakroužkuj obrázek shodný a stejně situovaný s předlohou (s obrázkem zakresleným vlevo od svislé čáry).“

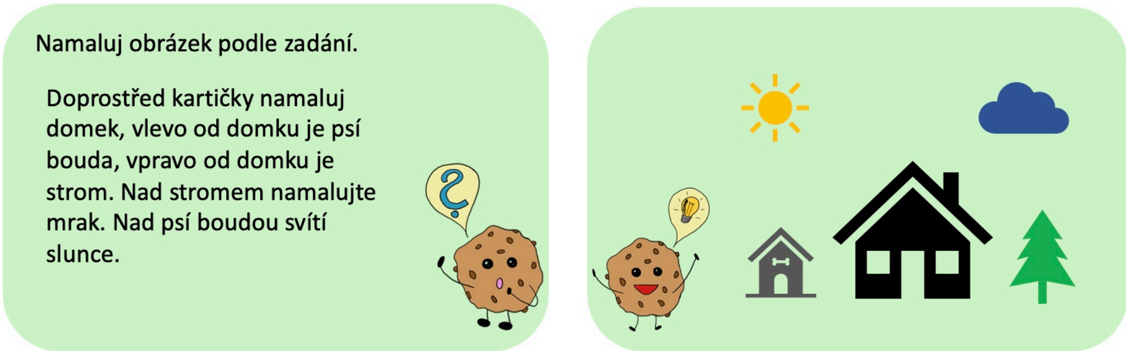


Obrázek 5-43: Cvičení na pravolevou orientaci

Místo slova stejný bychom mohli použít: „shodný a stejně situovaný“. Shodné objekty jsou totiž takové, které mají stejný tvar i velikost a na jejich poloze v rovině či prostoru nezáleží.

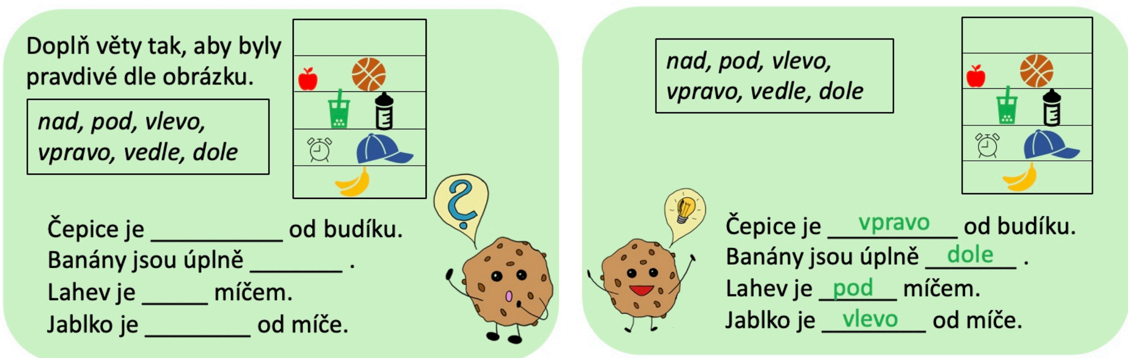


Obrázek 5-44: Dokreslování předmětů do obrázku



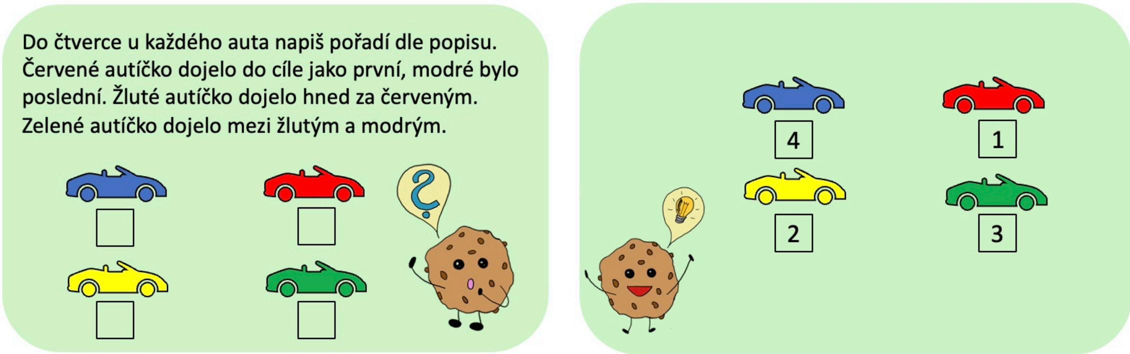
Obrázek 5-45: Kreslení dle zadání

Tato kartička je náročná na práci s textem a přesné čtení. Obecně doporučuji s kartičkami pracovat až ke konci první třídy, kdy žáci již čtení lépe ovládají. Je možné, aby zadání předčítal žákům učitel, i když tato forma práce je organizačně složitější.



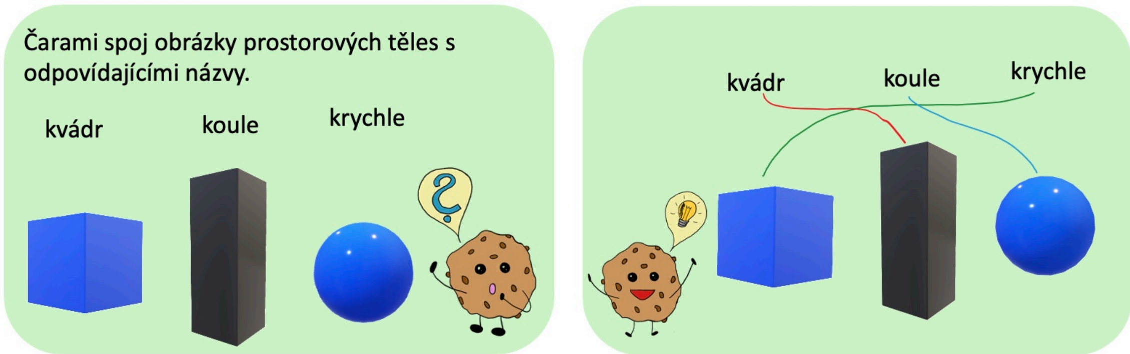
Obrázek 5-46: Doplňování slov do textu

K této kartičce můžeme vymyslet spoustu dalších zadání. Případně si mohou otázky vzájemně pokládat žáci sami.



Obrázek 5-47: Určování pořadí dle textu

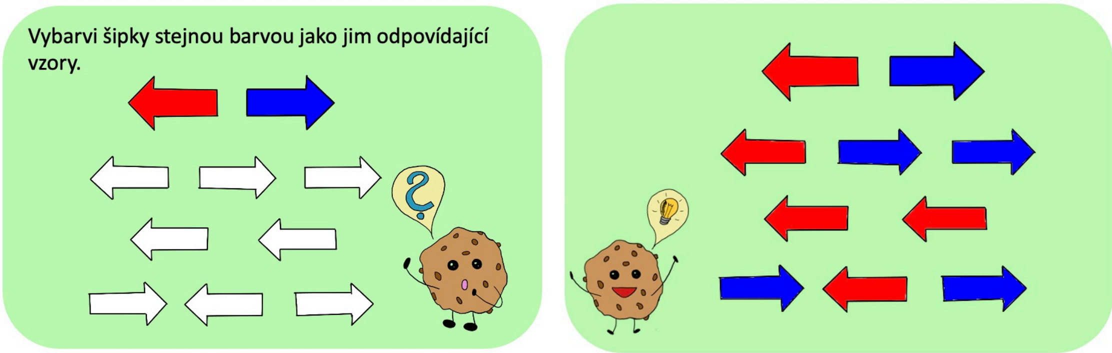
Dle zadání úlohy se sice jedná o stanovení pořadí jednotlivých aut, ve kterém dojely do cíle, a proto by bylo vhodnější použít kardinální, nikoliv ordinální číslovky. V první třídě se ale žáci seznamují s počtem a používají pouze ordinální číslovky, které přiřazují na číselnou osu. Z tohoto důvodu jsou ve vzorovém řešení zapsány ve čtvercích ordinální číslovky.



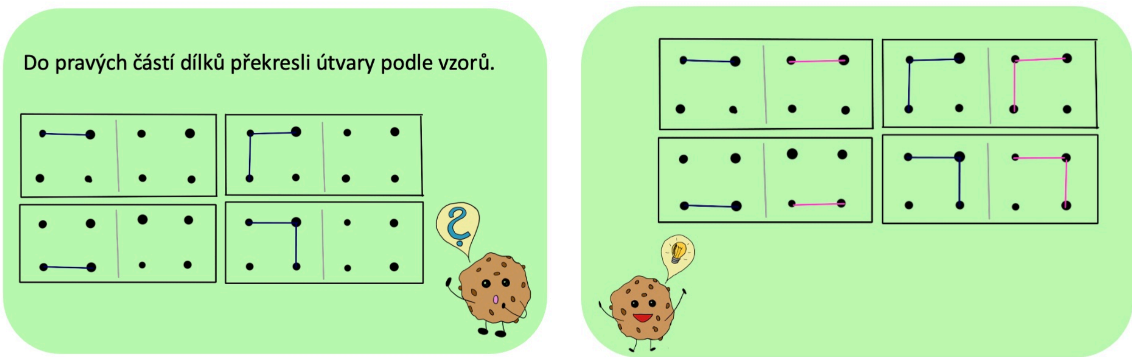
Obrázek 5-48: Spojování obrázků modelů těles s jejich názvy

2. ročník

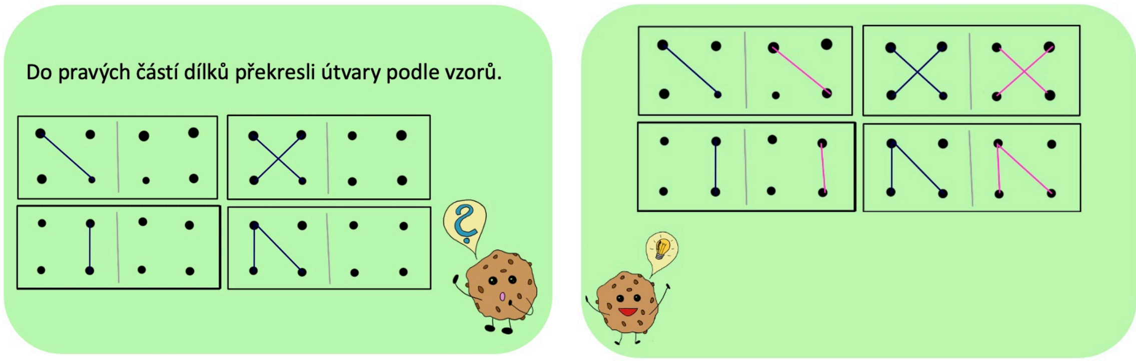
Ve druhém ročníku žáci pouze opakují poznatky z první třídy, případně je nepatrně prohlubují. Proto jsem zde vytvořila kartiček méně, pro účely opakování lze žákům předložit kartičky z první třídy.



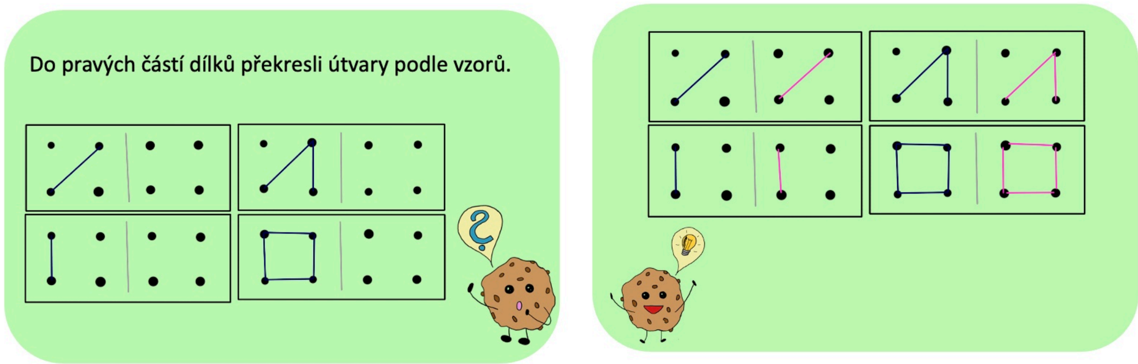
Obrázek 5-49: Procvičování pravolevé orientace



Obrázek 5-50: Procvičování pravolevé orientace a kreslení úseček a lomených čar



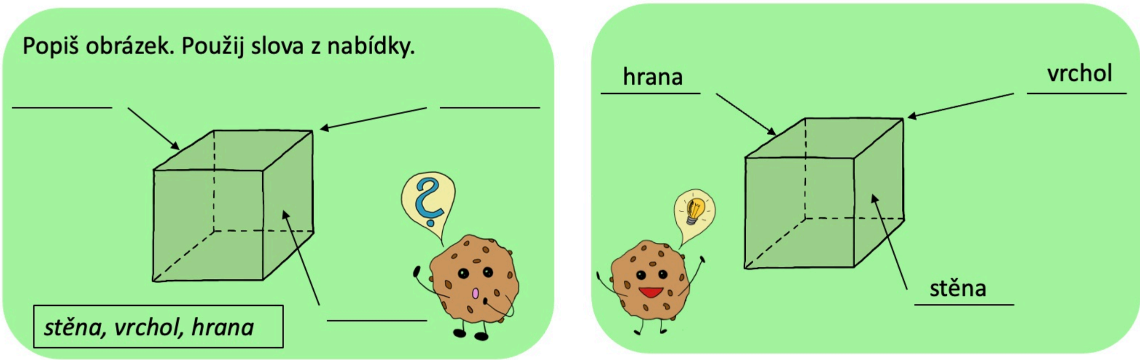
Obrázek 5-51: Procvičování pravolevé orientace a kreslení úseček a lomených čar



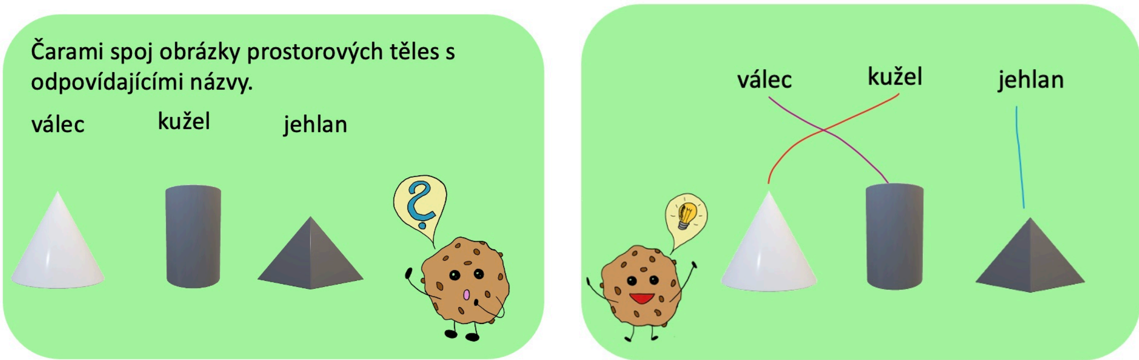
Obrázek 5-52: Procvičování pravolevé orientace a kreslení úseček a lomených čar

3. ročník

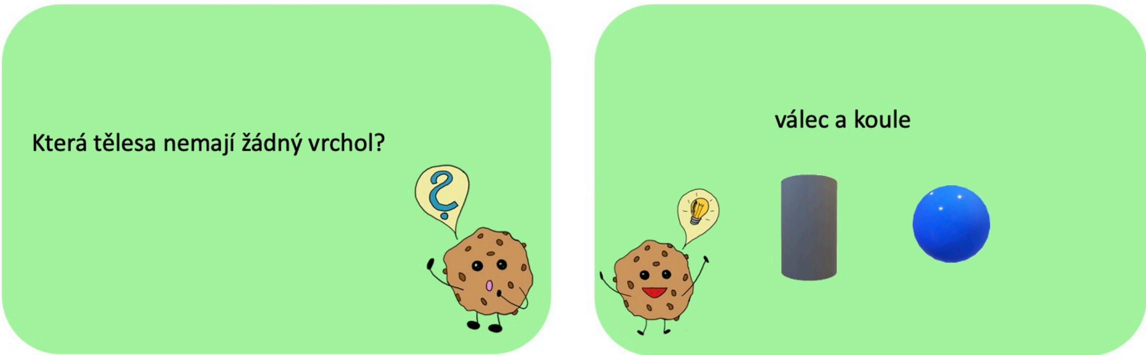
Žáci začínají objevovat základní vlastnosti jednotlivých prostorových těles. Staví krychlové stavby podle kótového zápisu a pojmenovávají základní prostorová tělesa. Pro práci s následujícími kartičkami je nutné mít ve třídě kostky ve tvaru shodných krychlí pro stavění krychlových staveb. K vytvoření krychlových staveb znázorněných na kartičkách byly použity barevné pěnové kostky od Didactive, jedno balení obsahuje 102 kusů kostek.



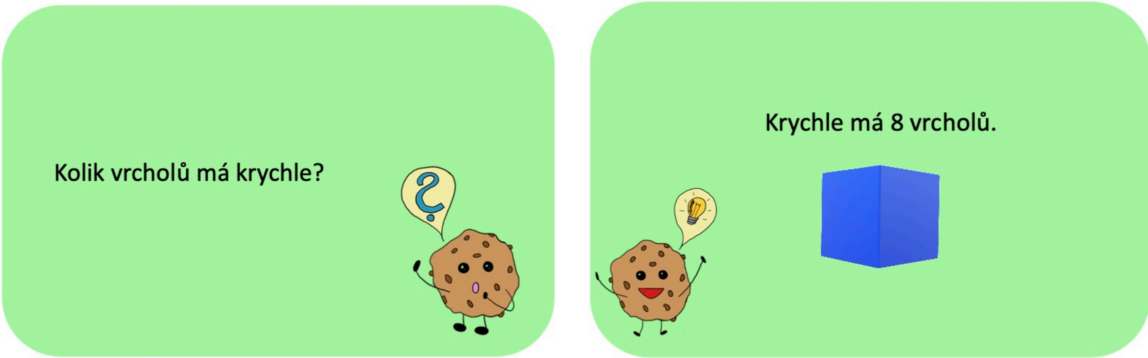
Obrázek 5-53: Pojmenování částí krychle



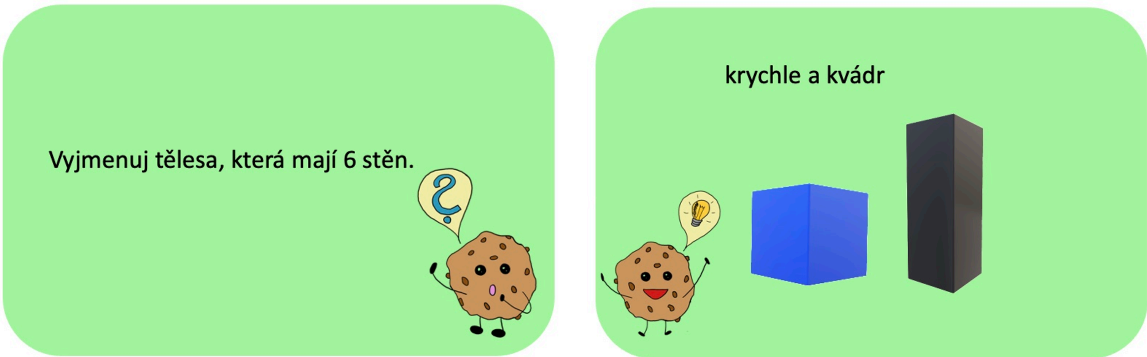
Obrázek 5-54: Spojování obrázků modelů těles s jimi příslušnými názvy



Obrázek 5-55: Hledání příkladů prostorových těles dle zadání

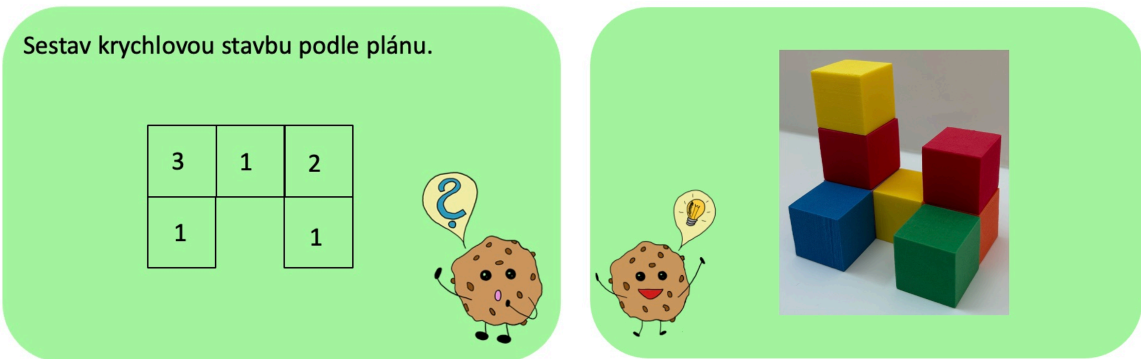


Obrázek 5-56: Vlastnosti krychle



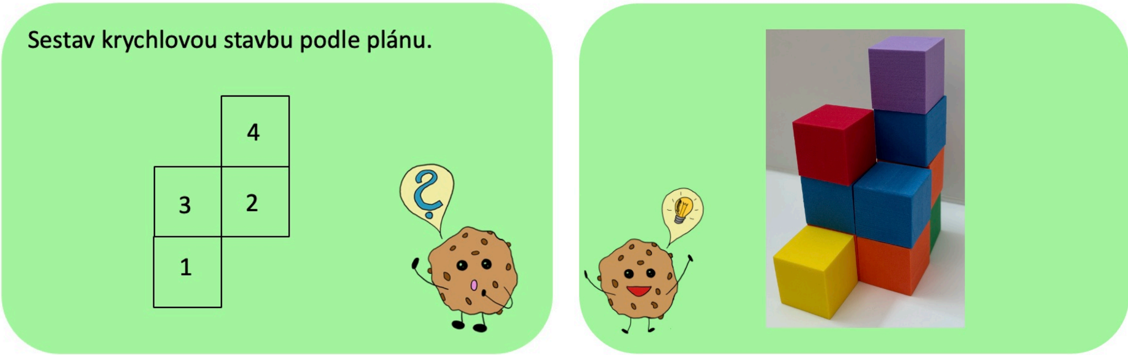
Obrázek 5-57: Hledání příkladů prostorových těles dle zadání

Těles, která mají šest stěn, existuje více, ovšem žáci 3. ročníku prvního stupně se s nimi nesetkávají. Jako další taková tělesa bychom mohli například uvést čtyřboký kosý hranol, nepravidelný čtyřboký hranol, pětiboký jehlan nebo komolý čtyřboký jehlan.

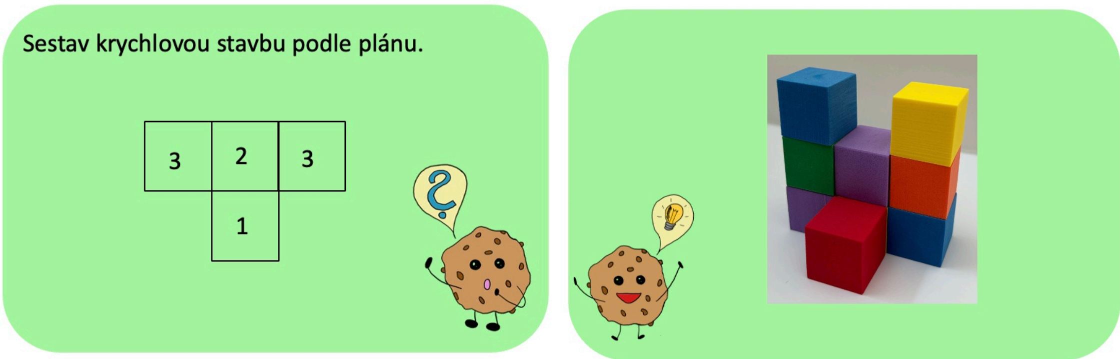


Obrázek 5-58: Sestavování krychlových staveb dle kótového zápisu

Vhodnější formulace zadání úloh na kartičkách č.58–60 (viz Obrázky Obrázek 5-58 – Obrázek 5-60) by na mohla znít: „Sestav krychlovou stavbu dle kótového zápisu.“ Žáci třetích tříd se s pojmem kóta ještě nesetkávají, proto jsem zvolila pojem plán, se kterým se ve třetím ročníku setkávají i v rámci výuky prvouky.



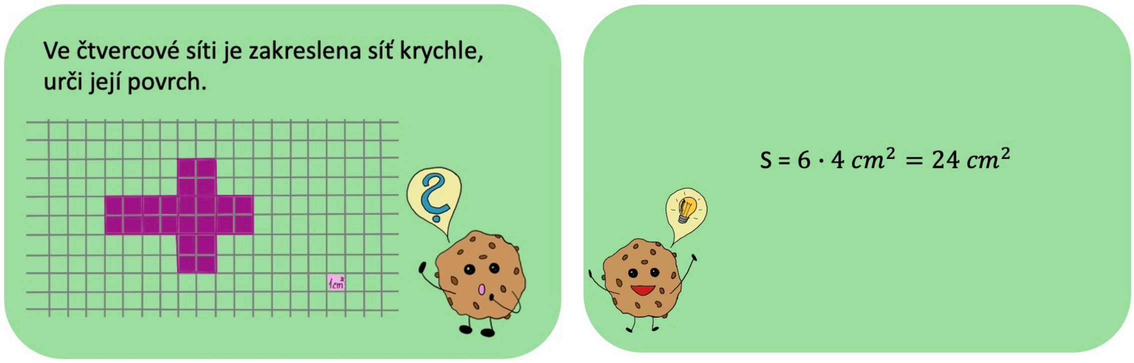
Obrázek 5-59: Sestavování krychlových staveb dle kótového zápisu



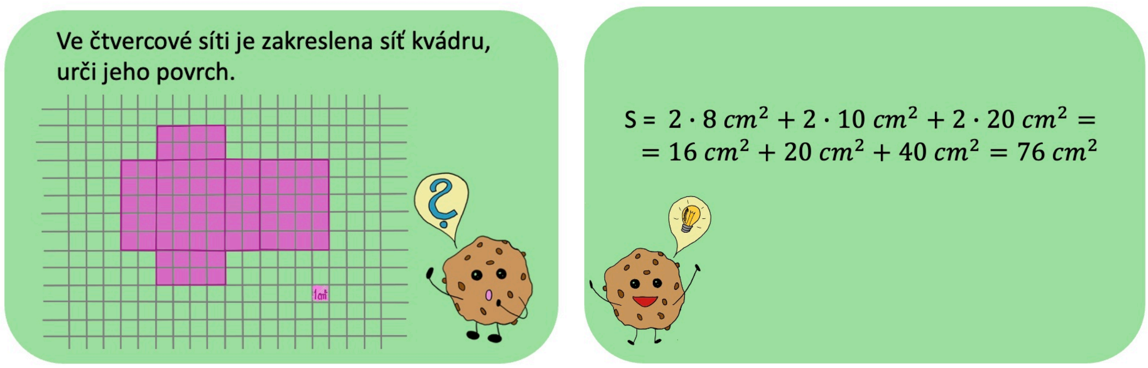
Obrázek 5-60: Sestavování krychlových staveb dle kótového zápisu

4. ročník

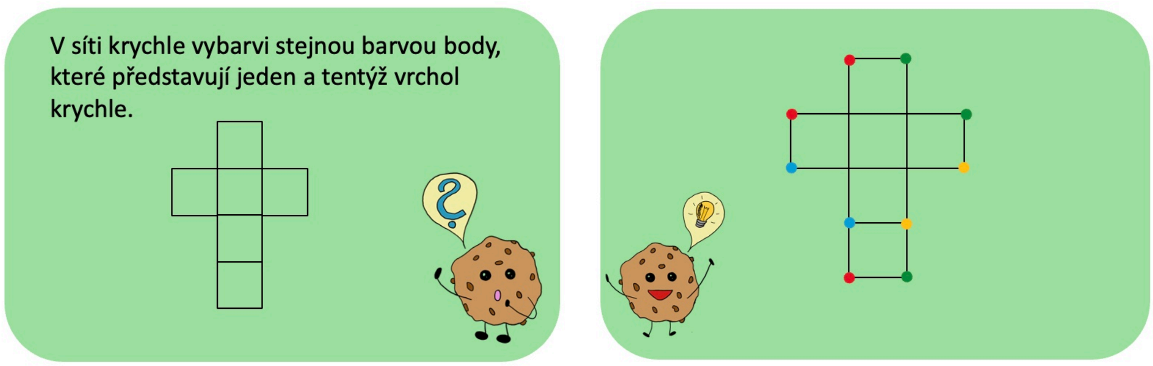
Ve čtvrtém ročníku se k obecným poznatkům o prostorových tělesech přidává schopnost číselně vyjádřit jejich povrch, i když je tato schopnost ještě značně omezena. Žáci jsou schopni vyřešit pouze takové úlohy zaměřené na určení povrchů krychlí a kvádrů, v nichž jsou jejich sítě umístěné ve čtvercové síti.



Obrázek 5-61: Určení povrchu krychle pomocí její sítě zakreslené ve čtvercové síti

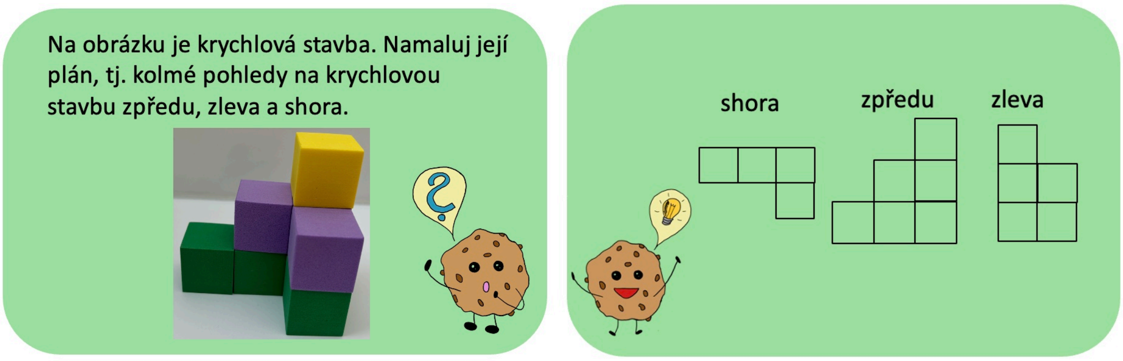


Obrázek 5-62: Určení povrchu kvádru pomocí jeho sítě zakreslené ve čtvercové síti

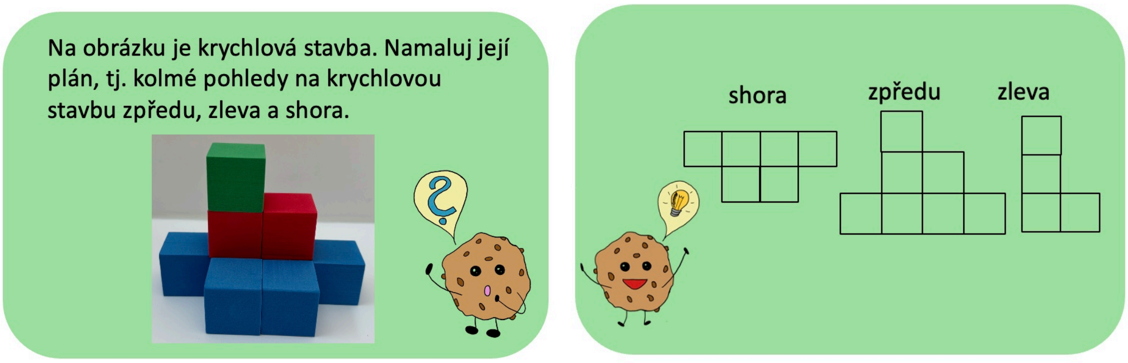


Obrázek 5-63: Určení různých reprezentací jednotlivých vrcholů krychle

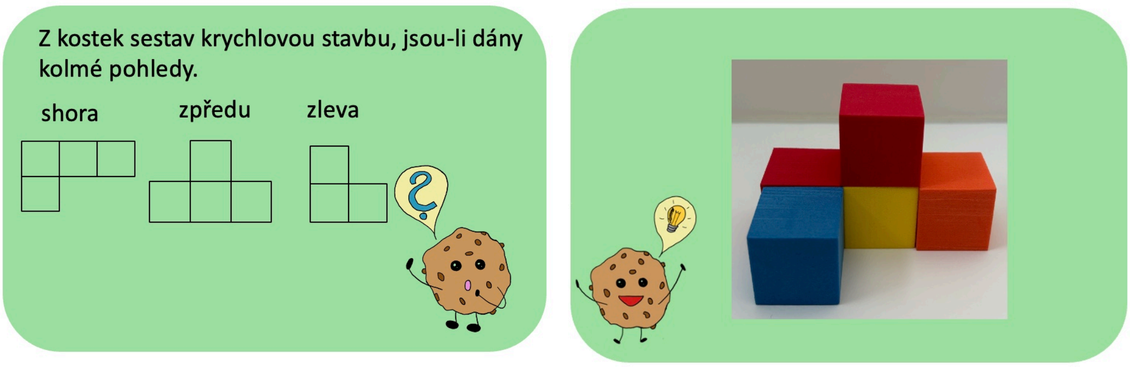
Nevyznačené body mohou žáci označit různými barvami nebo je ponechat nevybarvené, jelikož každý z těchto bodů představuje jiný vrchol krychle a s žádným dalším bodem v síti se při jejím složení v model krychle neztotožňuje.



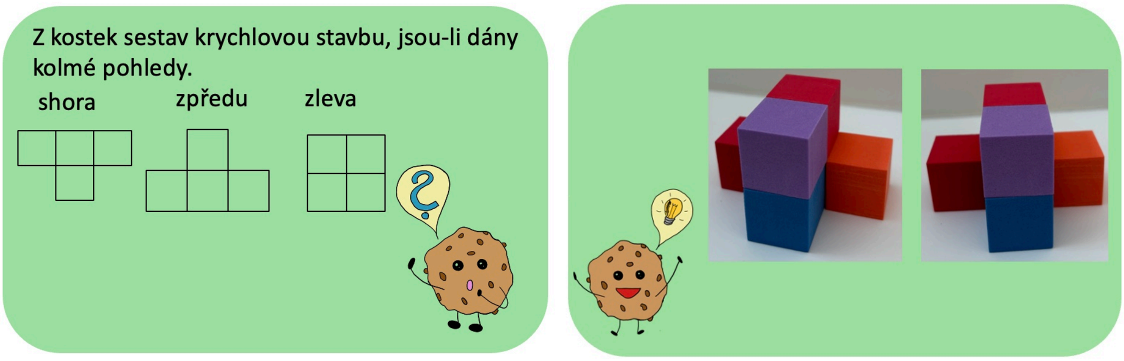
Obrázek 5-64: Zakreslení kolmých pohledů na krychlovou stavbu



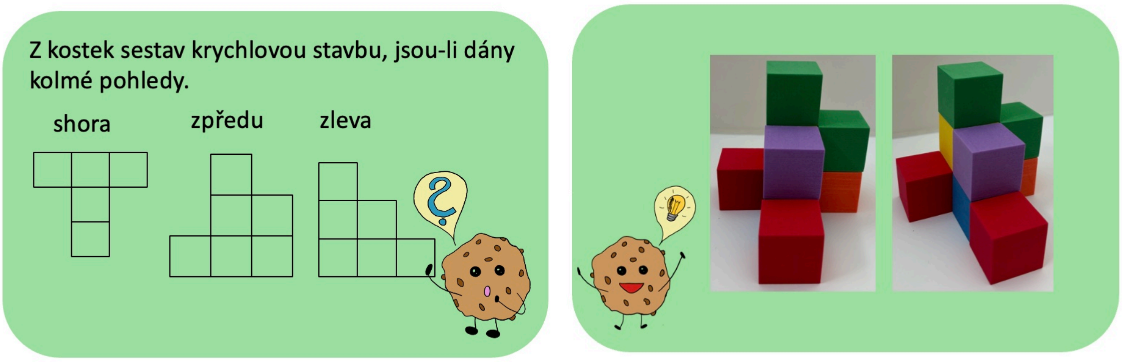
Obrázek 5-65: Zakreslení kolmých pohledů na krychlovou stavbu



Obrázek 5-66: Sestavení krychlové stavby dle kolmých pohledů na ni



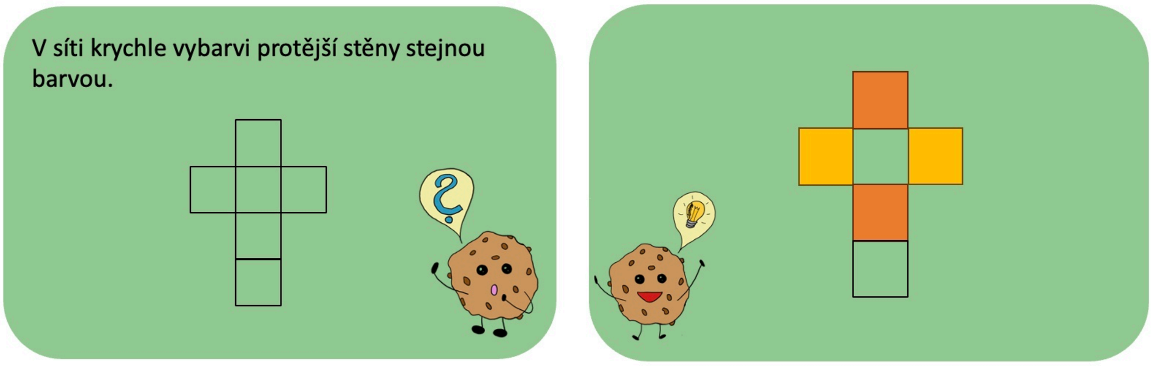
Obrázek 5-67: Sestavení krychlové stavby dle kolmých pohledů na ni



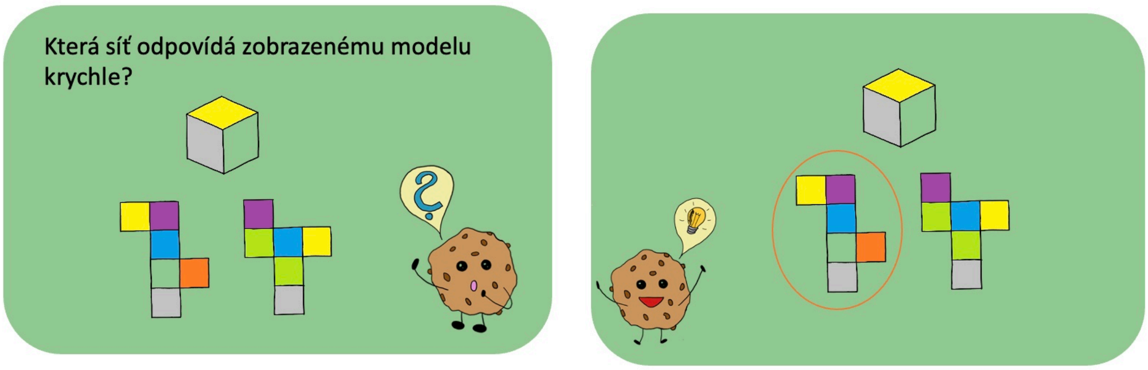
Obrázek 5-68: Sestavení krychlové stavby dle kolmých pohledů na ni

5. ročník

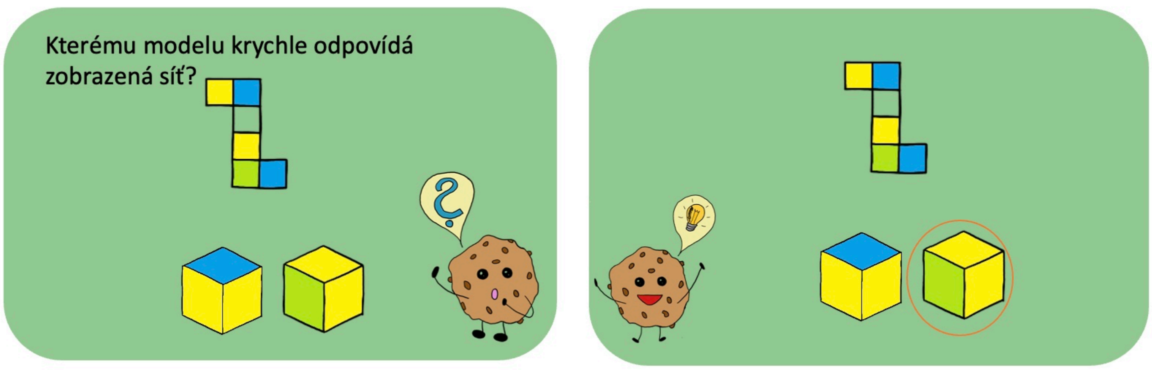
V posledním ročníku prvního stupně ZŠ jsou žáci schopni počítat povrch krychle i za pomoci vzorce. Dále rozvíjejí své představy o základních prostorových tělesech a sítích krychlí a kvádrů.



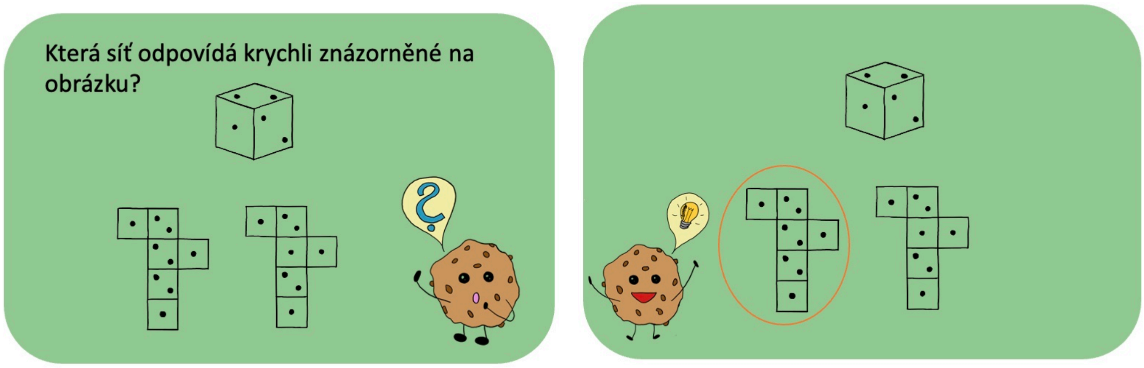
Obrázek 5-69: Určení protějších stěn krychle



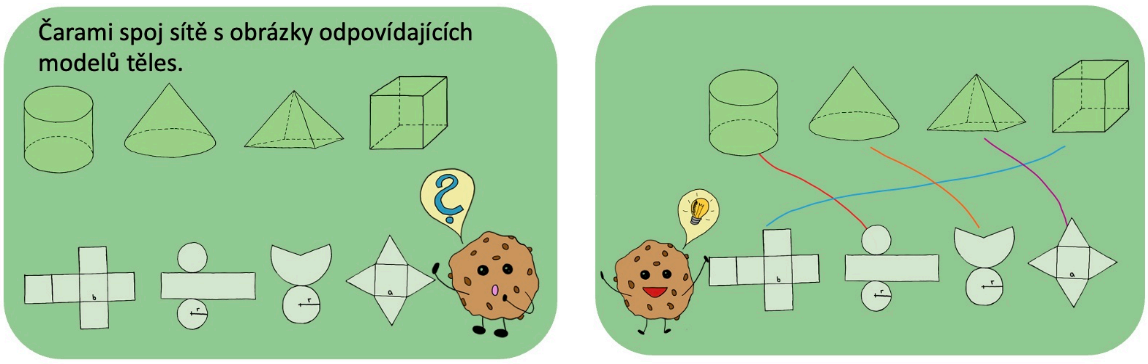
Obrázek 5-70: Přiřazování sítě krychle k zobrazenému modelu krychle



Obrázek 5-71: Přiřazování zobrazeného modelu krychle k dané síti krychle

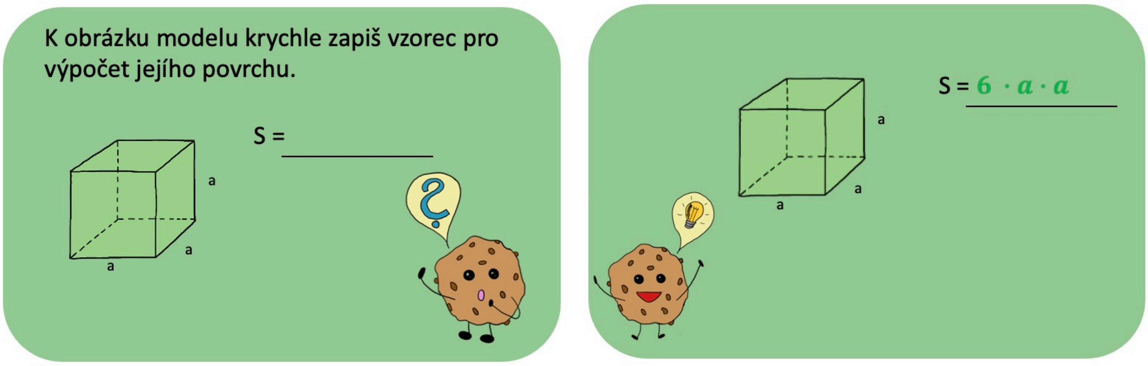


Obrázek 5-72: Přiřazování sítě krychle k zobrazenému modelu krychle

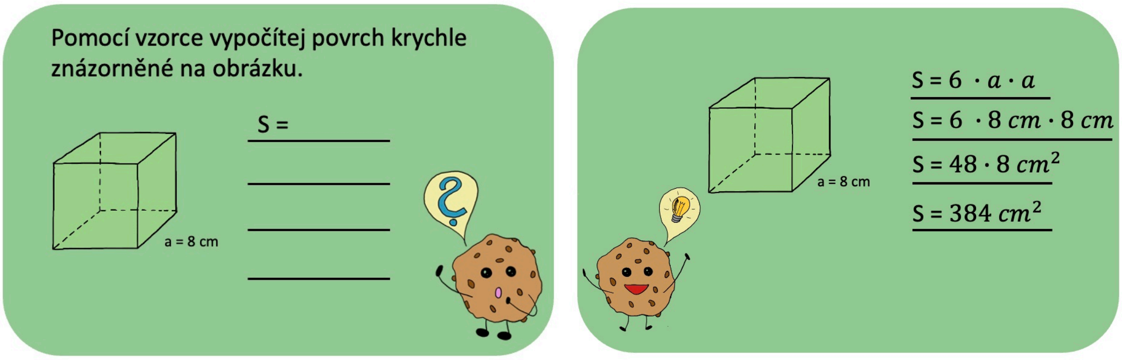


Obrázek 5-73: Přiřazování sítí těles k odpovídajícím zakresleným modelům těles

U této kartičky by bylo vhodné zachovat stejné rozměry sobě si odpovídajících délek hran a poloměrů tam, kde se zobrazují ve skutečných velikostech. Bohužel mi to rozměr kartičky nedovolil a sítě těles jsem musela zmenšit. Tuto nedokonalost by šlo vyřešit rozdělením úlohy do dvou kartiček, kdy na každé z nich by byly obrázky pouze dvou těles a dvě zakreslené sítě, ale v této podobě mi úloha přišla příliš nenáročná a rychlá na řešení.

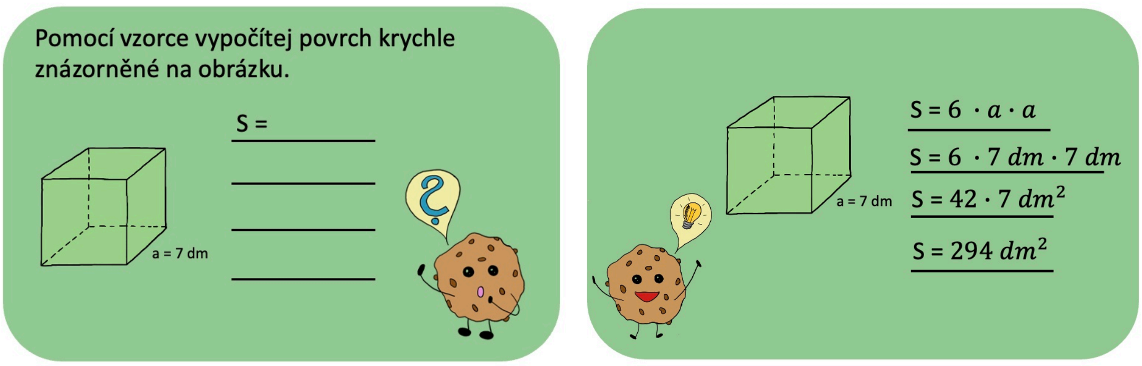


Obrázek 5-74: Zapsání vzorce pro výpočet povrchu krychle



Obrázek 5-75: Výpočet povrchu krychle pomocí vzorce

Naprosto korektní by bylo zapsat zadání následovně: „Pomocí vzorce vypočítej povrch modelu krychle znázorněného na obrázku."

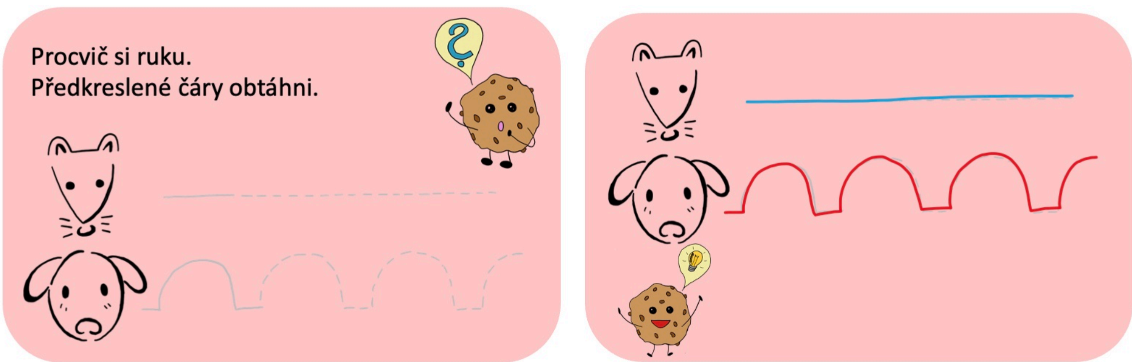


Obrázek 5-76: Výpočet povrchu krychle pomocí vzorce

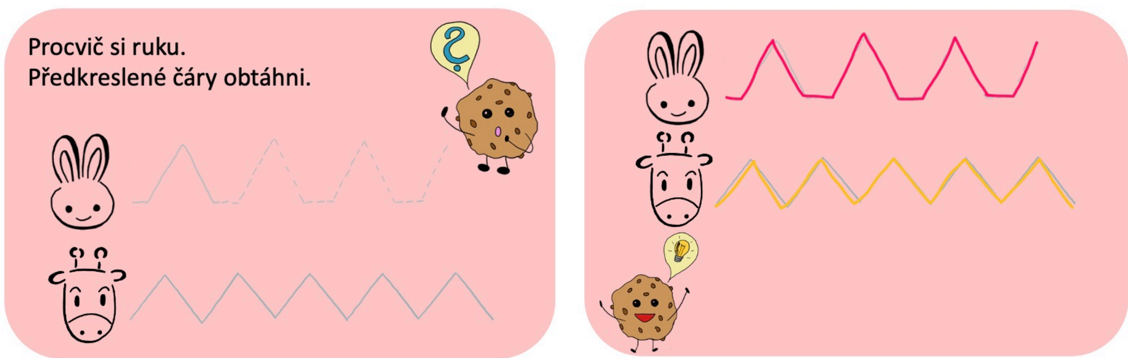
5.2.3 KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

1. ročník

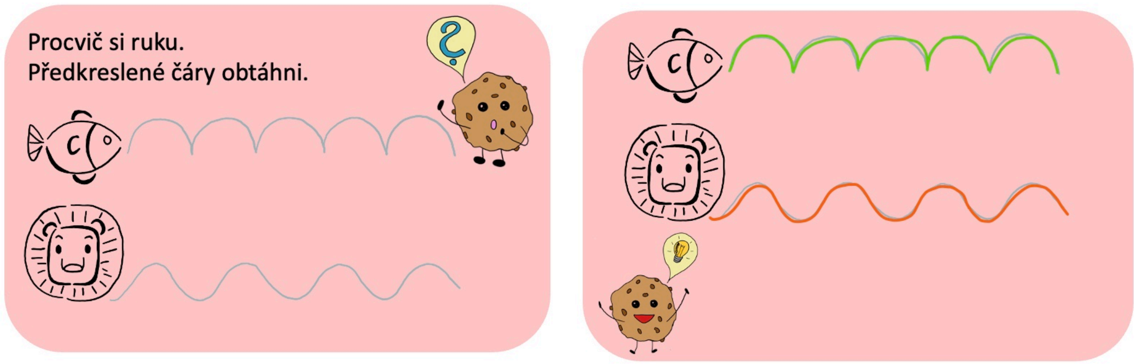
V prvním ročníku žáci ještě nerýsují. Koordinace ruky a oka je pro ně příliš složitá. Během prvního roku školní docházky tuto dovednost procvičují a stává se pro ně snazší. Jelikož jsem chtěla předejít obtížím při manipulaci s pravítkem, křečovitému úchopu tužky, příliš silné stopě při rýsování, která u dětí často vede až k protržení stránky a nadměrnému gumování, zvolila jsem do prvního ročníku pouze úlohy pro uvolnění ruky, dále úlohy procvičující koordinaci ruky a oka a upevňující hygienické návyky pro rýsování. Následující kartičky lze zařadit již od prvních měsíců školní docházky.



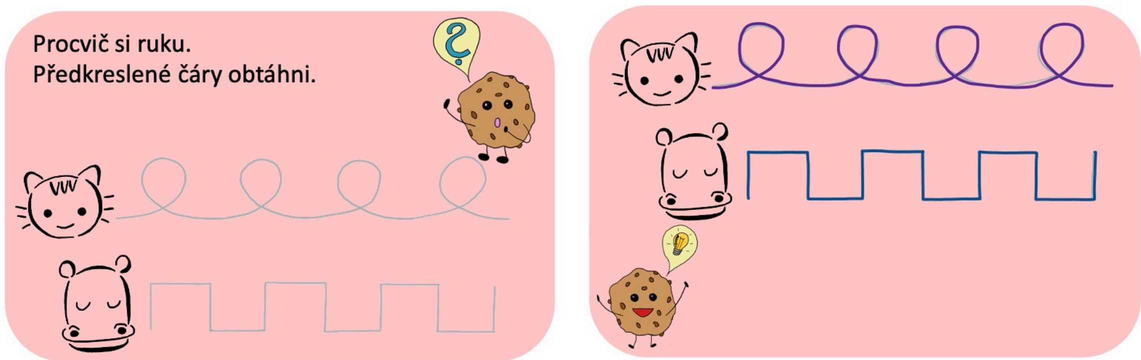
Obrázek 5-77: Grafomotorická cvičení



Obrázek 5-78: Grafomotorická cvičení

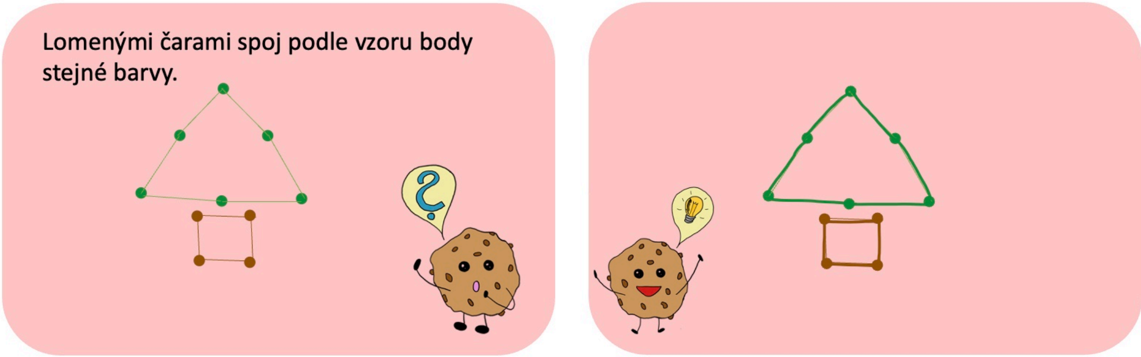


Obrázek 5-79: Grafomotorická cvičení

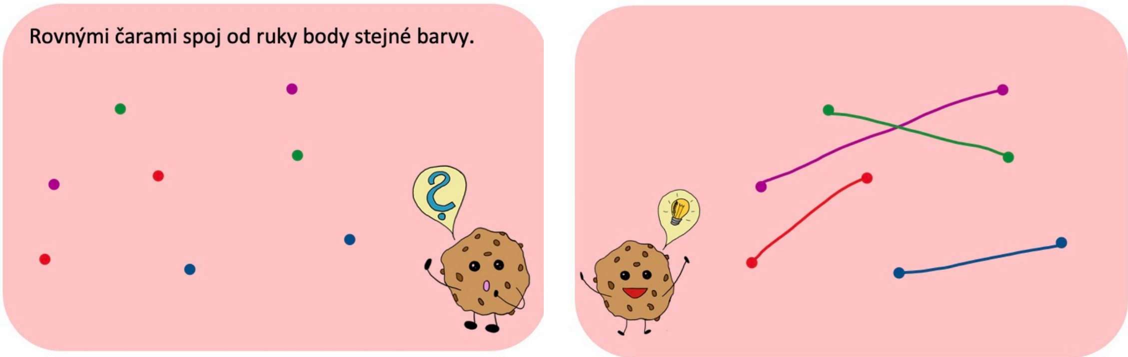


Obrázek 5-80: Grafomotorická cvičení

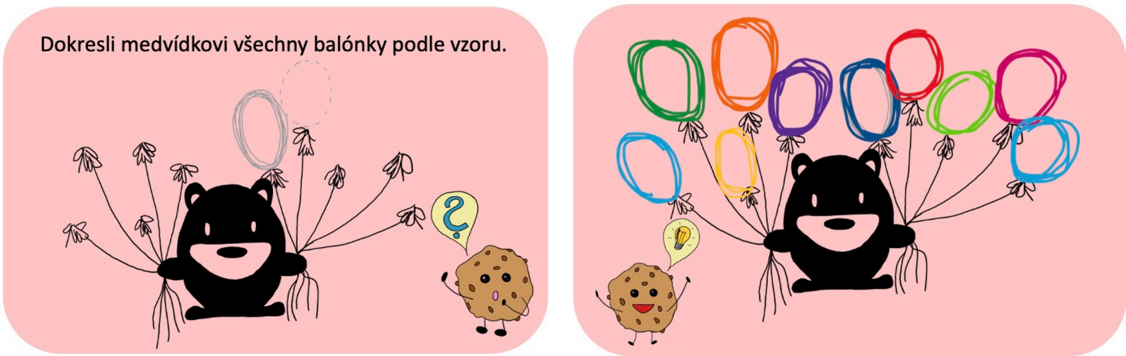
Obrázek 5-81: Grafomotorická cvičení



Obrázek 5-82: Grafomotorické cvičení



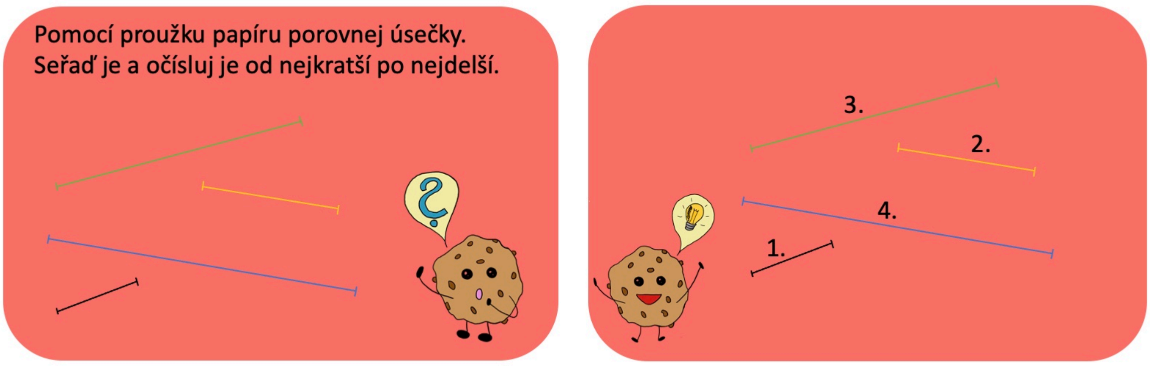
Obrázek 5-83: Grafomotorické cvičení



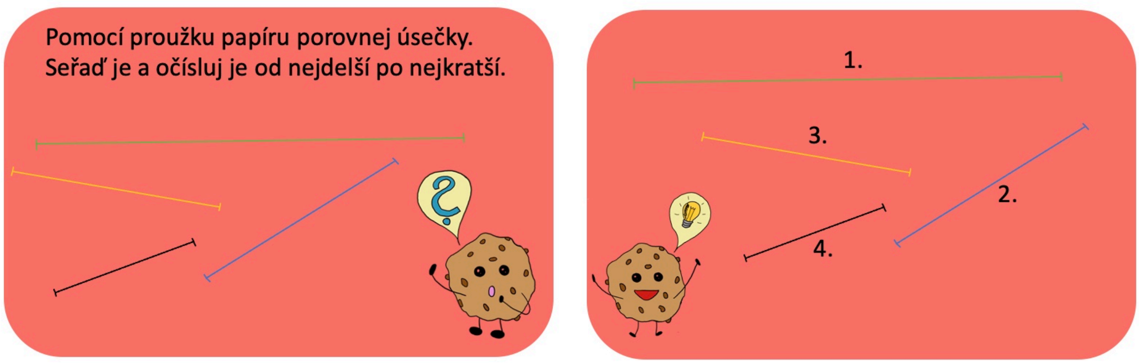
Obrázek 5-84: Grafomotorické cvičení

2. ročník

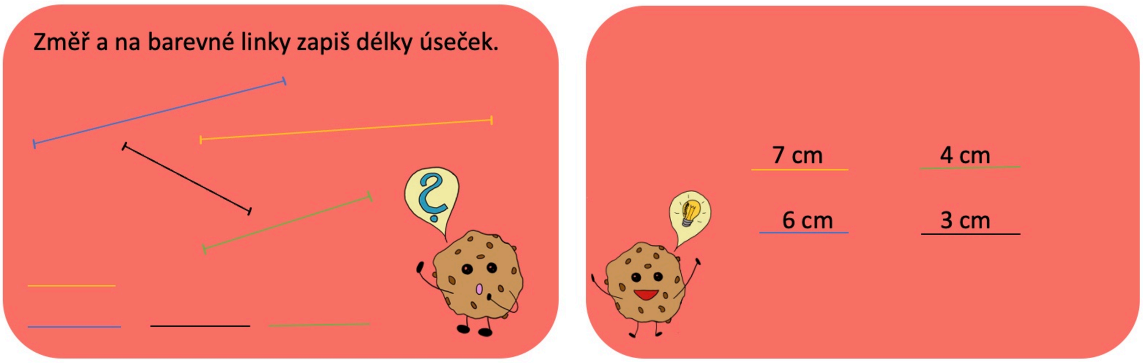
Během prvního ročníku žáci již získali větší jistotu při psaní a kreslení, a proto začínáme zavádět manipulaci s pravítkem. Zavádíme také pojem míry, nejprve pomocí proužku papíru, poté již za pomoci pravítka a seznamujeme děti s délkovými jednotkami. Žáci porovnávají, měří a zkoumají délky úseček. Seznamují se se základními útvary v rovině a jejich vlastnostmi.



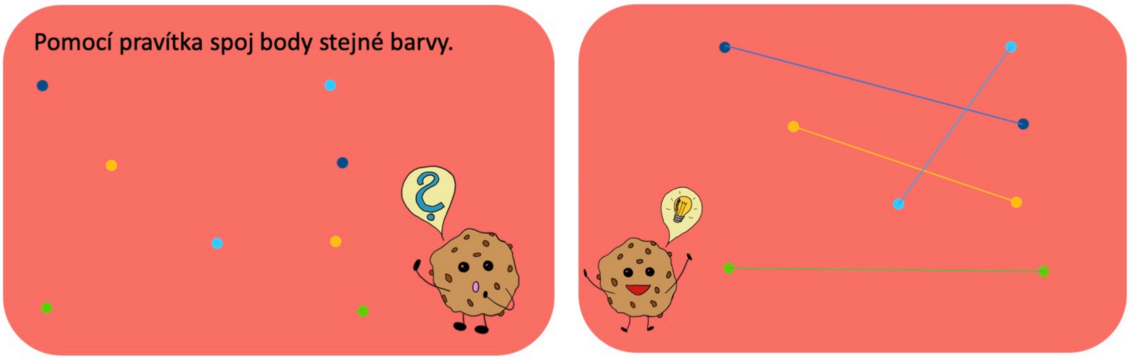
Obrázek 5-85: Porovnávání délek úseček pomocí proužku papíru



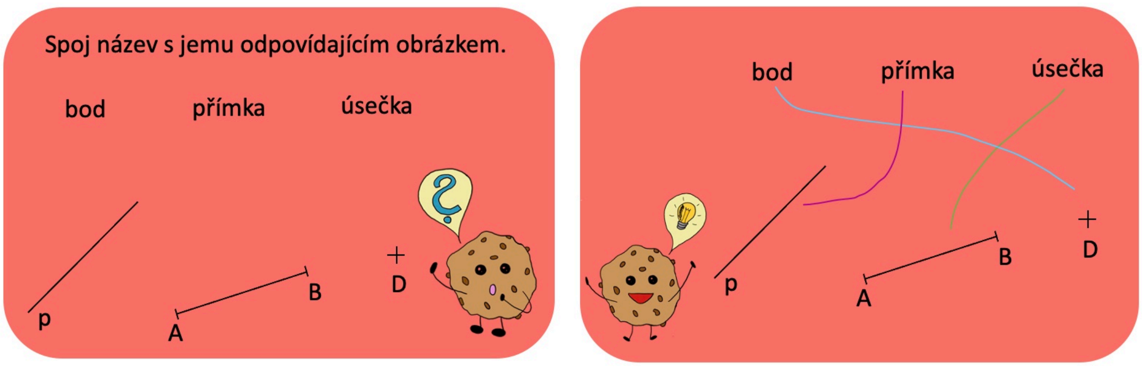
Obrázek 5-86: Porovnávání délek úseček pomocí proužku papíru



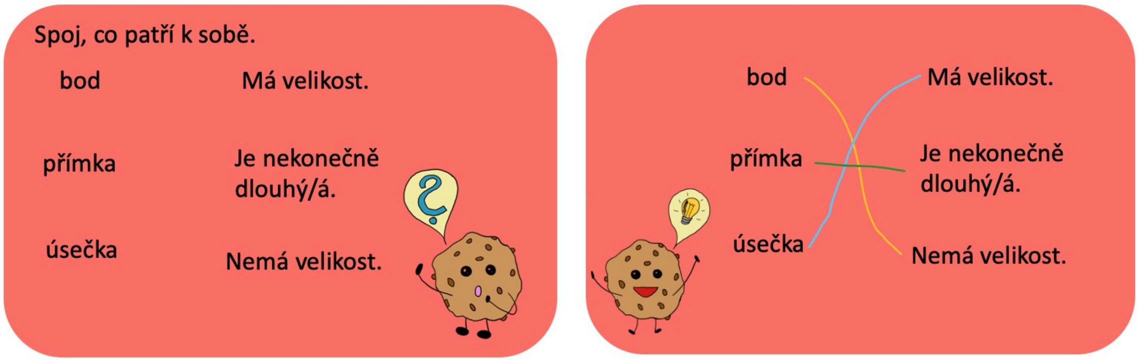
Obrázek 5-87: Měření délek úseček



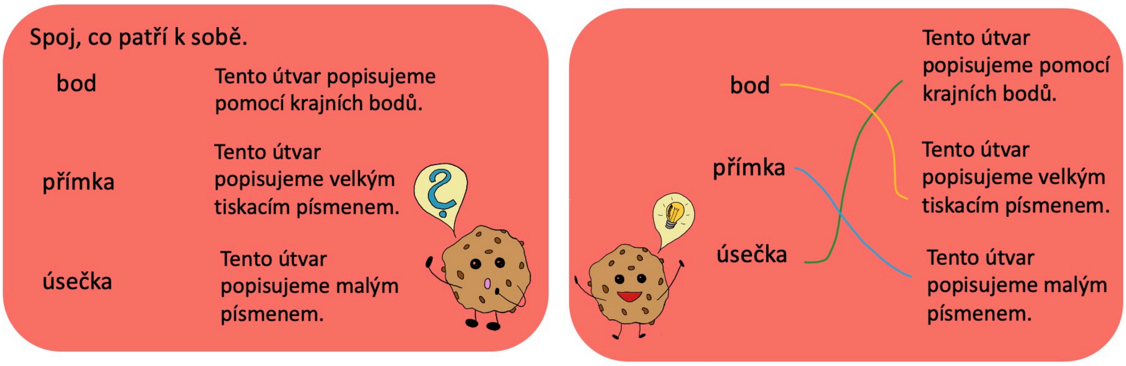
Obrázek 5-88: Rýsování rovných čar (úseček)



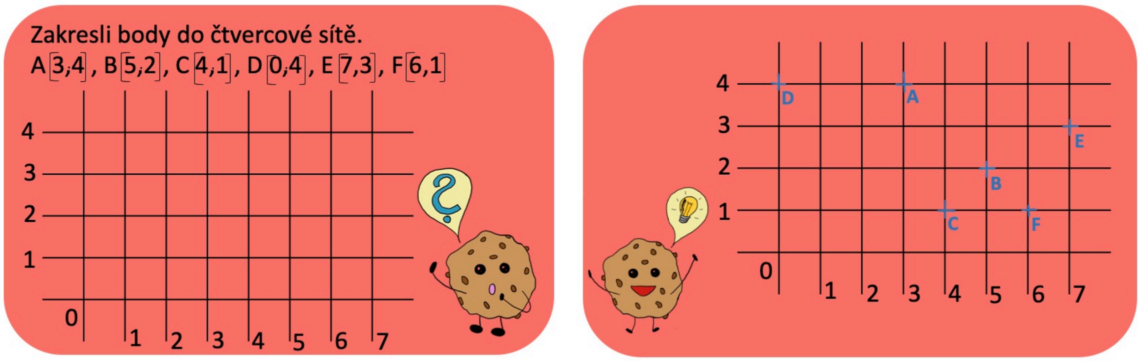
Obrázek 5-89: Přiřazení názvů základních rovinných útvarů jim odpovídajícím zobrazením



Obrázek 5-90: Přiřazení charakteristik názvům základních rovinných útvarů



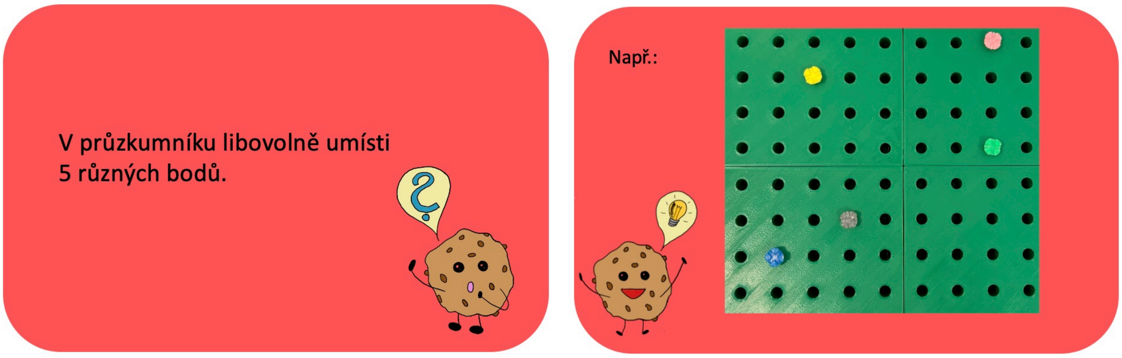
Obrázek 5-91: Přiřazení charakteristik názvům základních rovinných útvarů



Obrázek 5-92: Zakreslování bodů do čtvercové sítě dle souřadnic

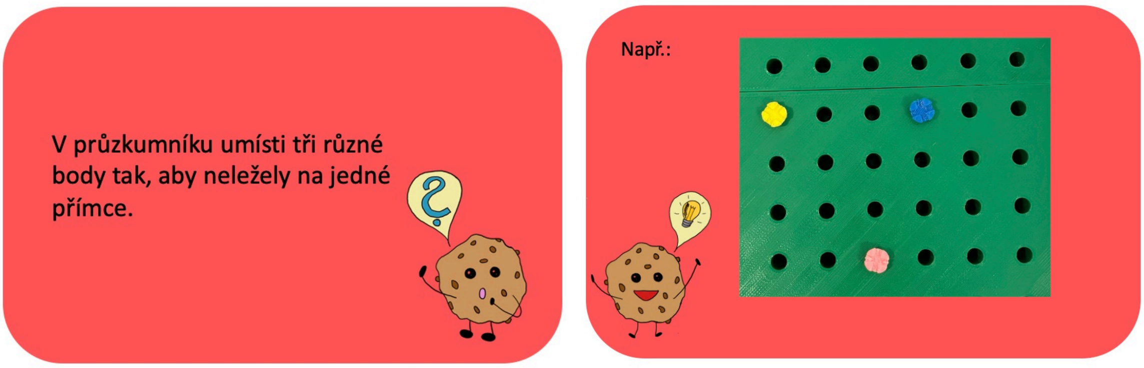
3. ročník

Žáci 3. ročníku už rozvíjejí své konstrukční dovednosti. Kromě pravítka již používají i kružítko a učí se s ním správně manipulovat. Rozlišují vzájemné polohy přímek v rovině a jsou schopni přenášet délky úseček pomocí kružítka.

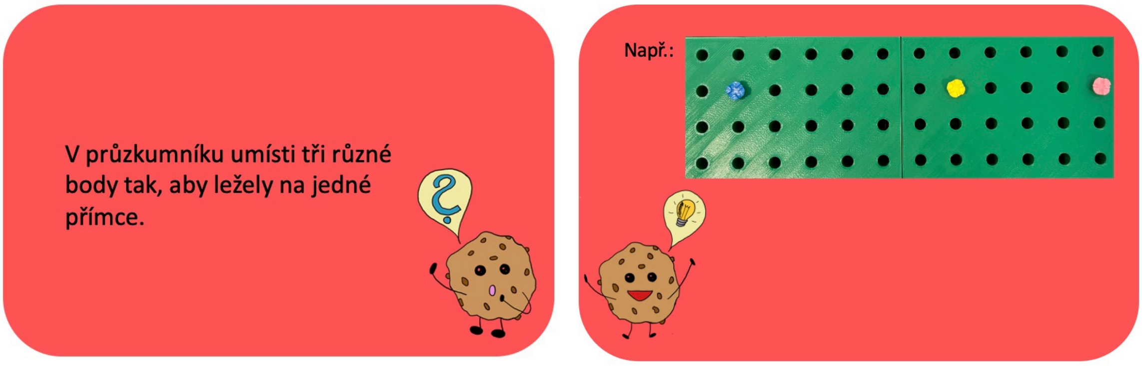


Obrázek 5-93: Umísťování bodů (kolíků) v průzkumníku dle zadání

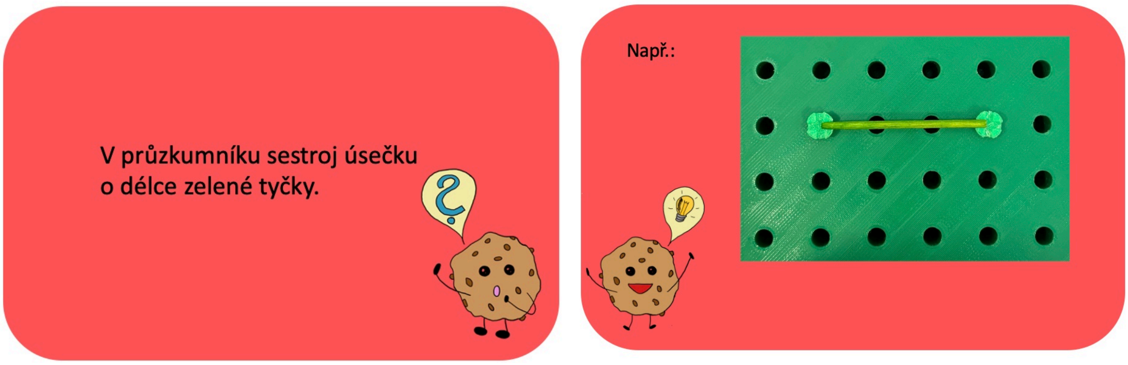
Při kontrole řešení úlohy je vhodné zavést diskuzi nad možnostmi jejích různých řešení, v čem se navrhovaná řešení liší a podobně. Cílem úkolu na této kartičce je hlouběji rozvíjet geometrické představy dětí.



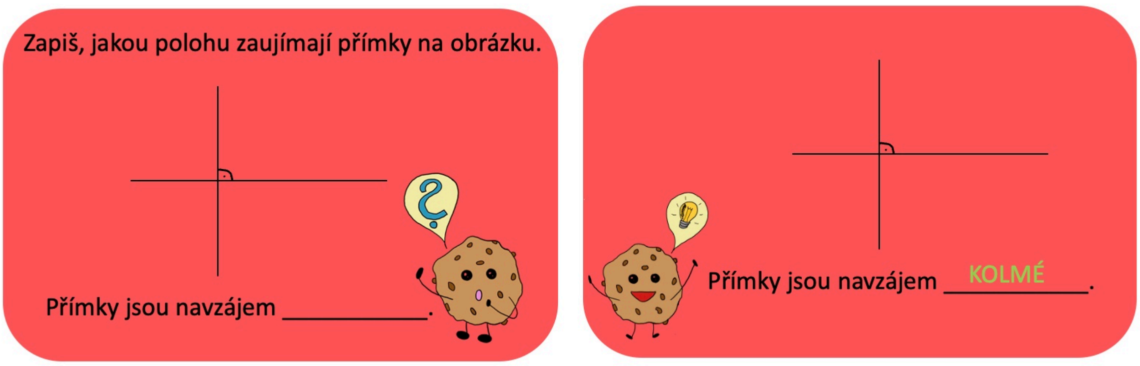
Obrázek 5-94: Umísťování bodů (kolíků) v průzkumníku dle zadání



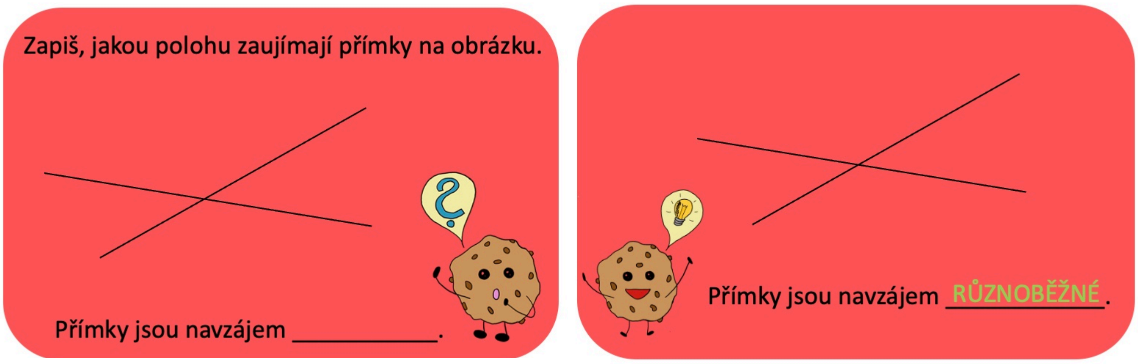
Obrázek 5-95: Umísťování bodů (kolíků) v průzkumníku dle zadání



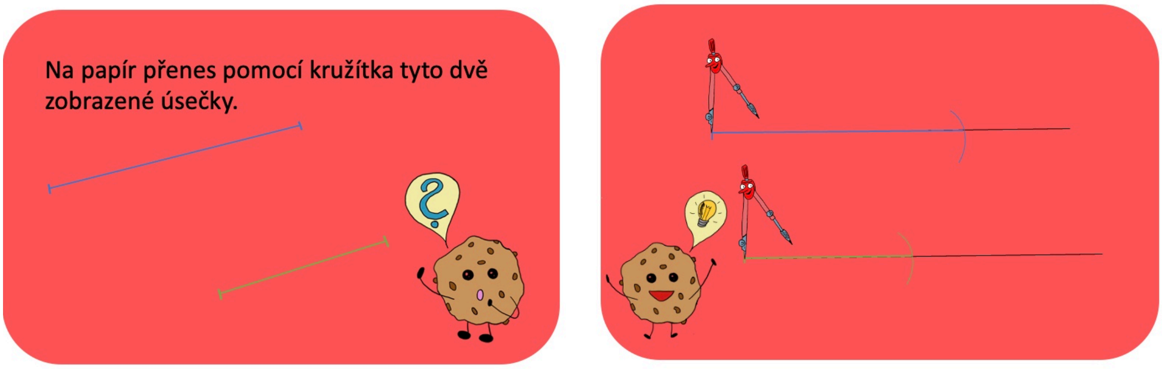
Obrázek 5-96: Vymodelování úsečky dané délky v průzkumníku



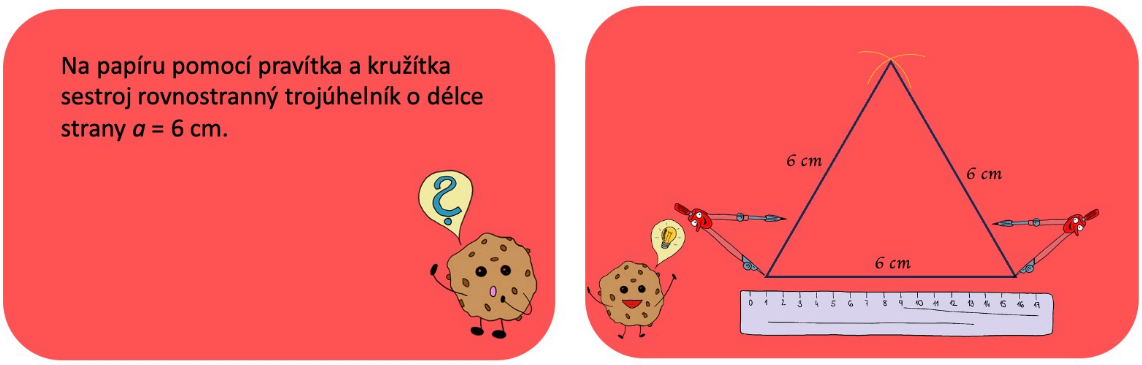
Obrázek 5-97: Určení vzájemné polohy dvou přímek



Obrázek 5-98: Určení vzájemné polohy dvou přímek



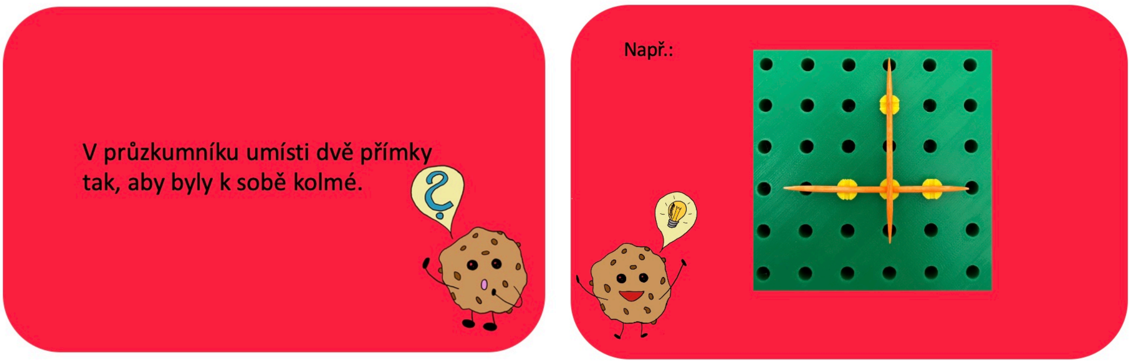
Obrázek 5-99: Přenášení úseček pomocí kružítka



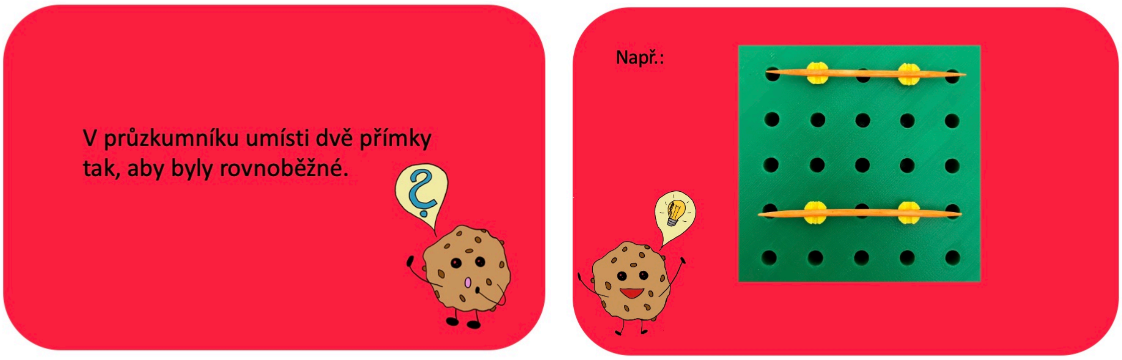
Obrázek 5-100: Konstrukce rovnostranného trojúhelníku

4. ročník

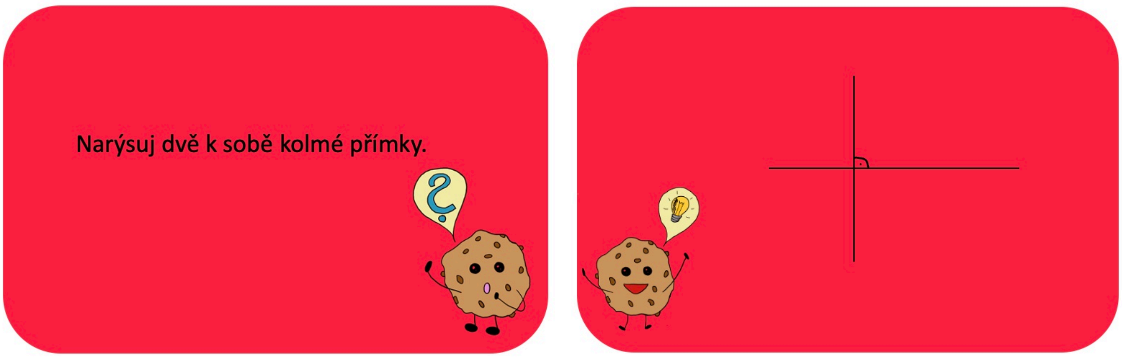
Čtvrťáci pracují s trojúhelníkem s ryskou či se dvěma pravítky, rýsují složitější konstrukce a provádí operace s bodovými množinami.



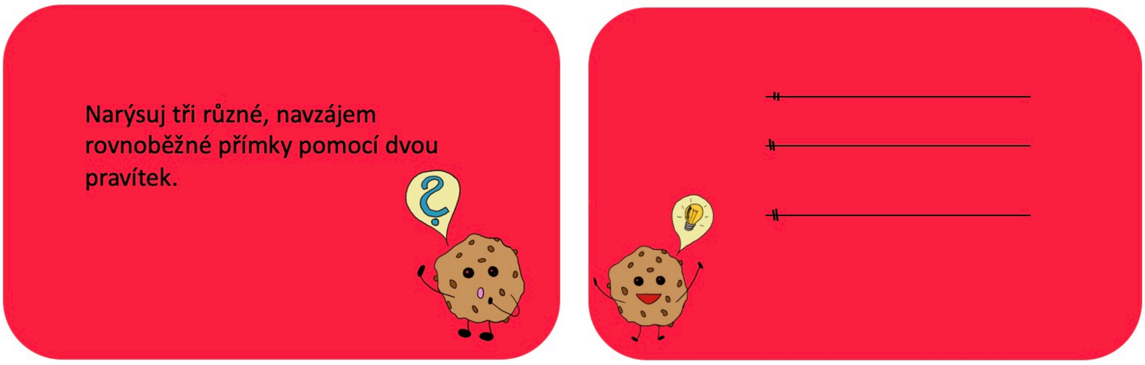
Obrázek 5-101: Sestrojení kolmic v průzkumníku



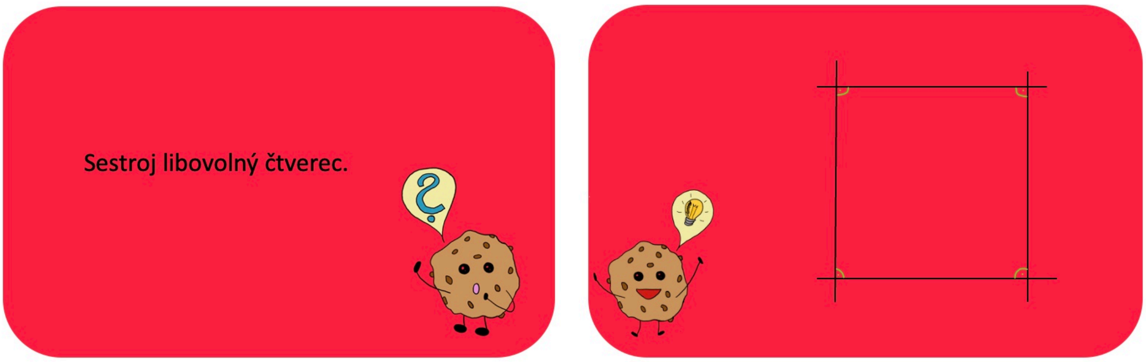
Obrázek 5-102: Sestrojení rovnoběžek v průzkumníku



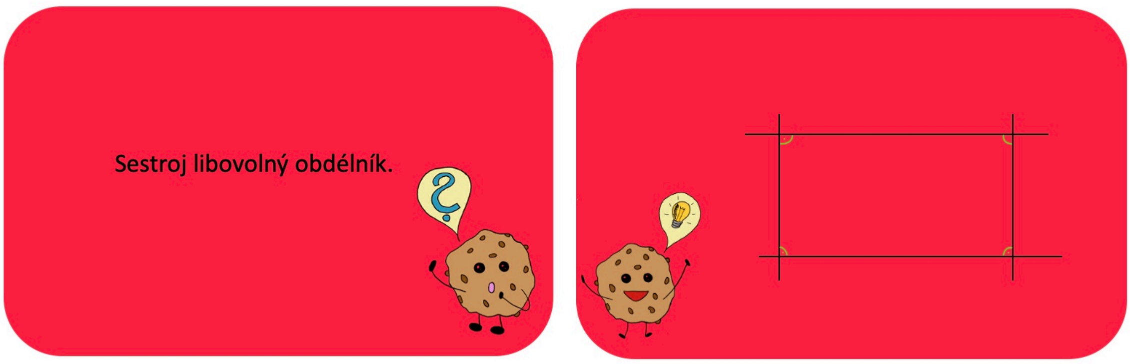
Obrázek 5-103: Sestrojení kolmic



Obrázek 5-104: Sestrojení tří navzájem rovnoběžných přímek

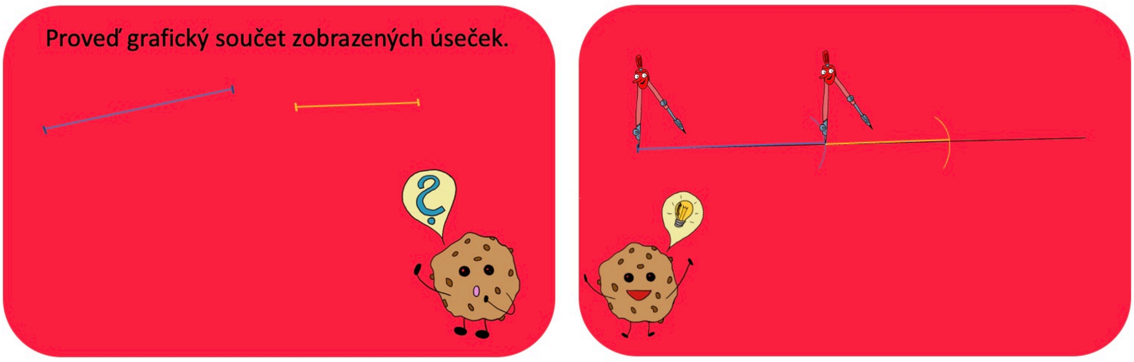


Obrázek 5-105: Konstrukce čtverce

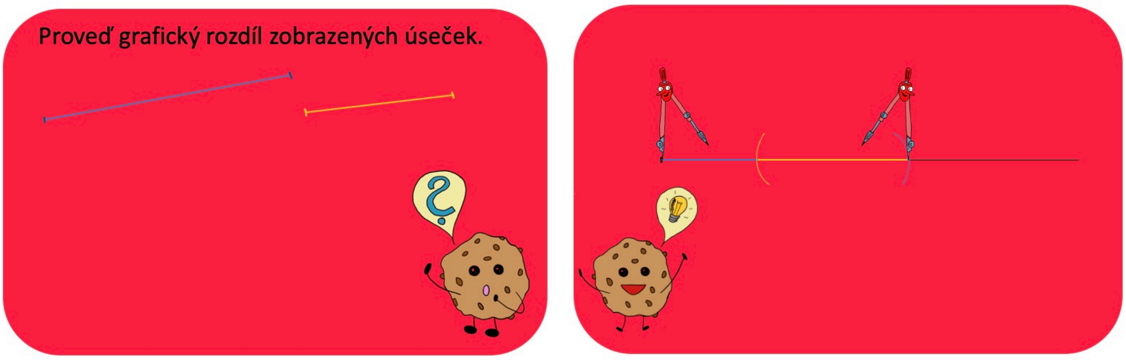


Obrázek 5-106: Konstrukce obdélníku

U podobných typů úloh bych, pokud to forma práce dovoluje, volila následnou diskuzi nad různými řešeními. „Jestliže má každý jiné řešení, jaktože se stále jedná o obdélník? Jaké podmínky musejí být dodrženy, aby se výsledný útvar mohl nazývat obdélníkem?“



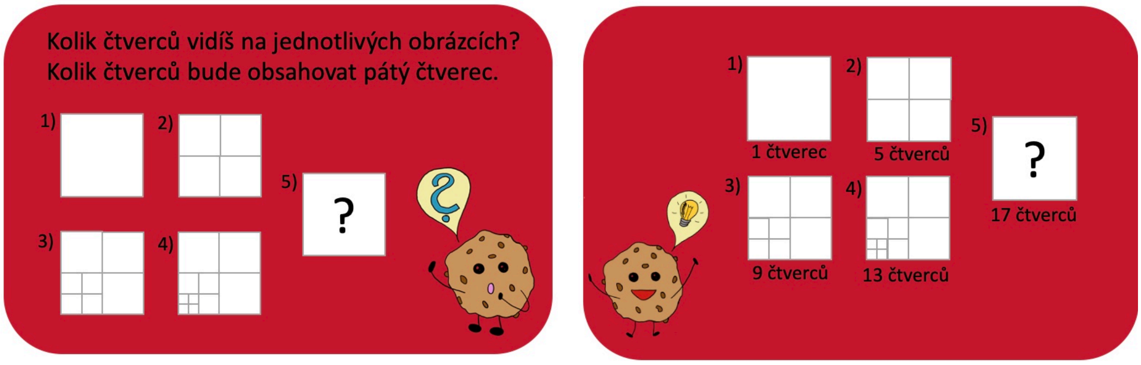
Obrázek 5-107: Konstrukce grafického součtu dvou úseček



Obrázek 5-108: Konstrukce grafického rozdílu dvou úseček

5. ročník

V pátém ročníku žáci již samostatně rýsují, jejich výsledná práce by, vzhledem k úrovni jejich dovedností, měla být úhledná a přesná.

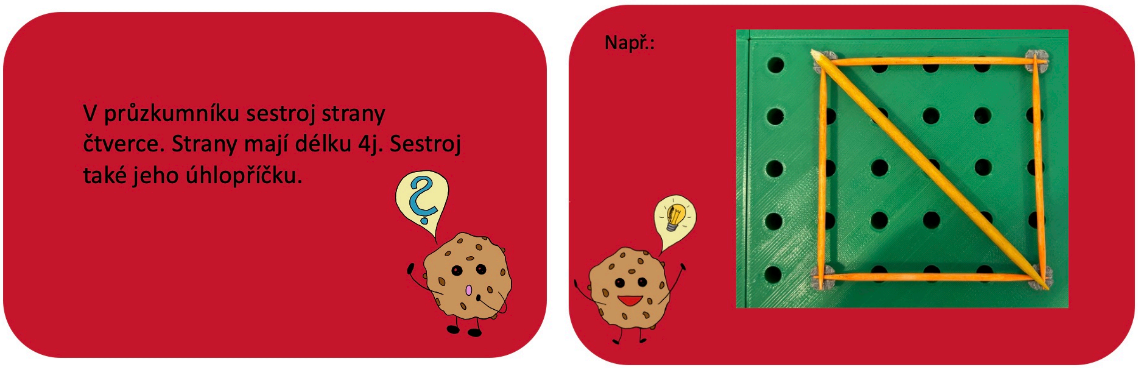


Obrázek 5-109: Logická úloha zaměřená na určování počtů čtverců

K řešení úlohy žáci využívají geometrické představivosti a logického myšlení. Při řešení úlohy lze manipulovat s různě velkými modely čtverců a demonstrovat tím jednotlivé fáze dělení dílčích čtverců na ještě menší čtverce. Snahou je vyvolání hlubšího porozumění úkolu úlohy a vedení žáků k odvození vztahů, dle kterých mohou při řešení úlohy logicky postupovat.

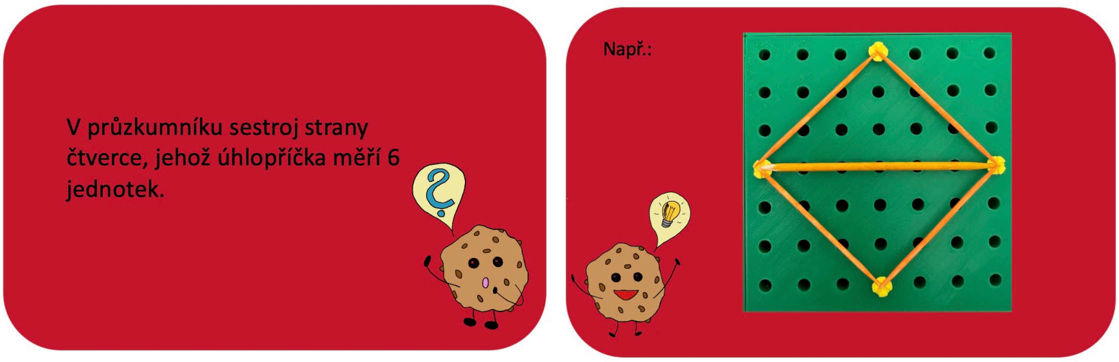
Obrázek 5-110: Co vím o čtverci

Považuji za podstatné, aby si žáci své vědomosti neustále opakovali a ukotvovali. Jestliže je přijmou a budou pro ně informace o vlastnostech čtverce naprosto běžné, bude pro ně snazší využívat je při řešení konstrukčních úloh.

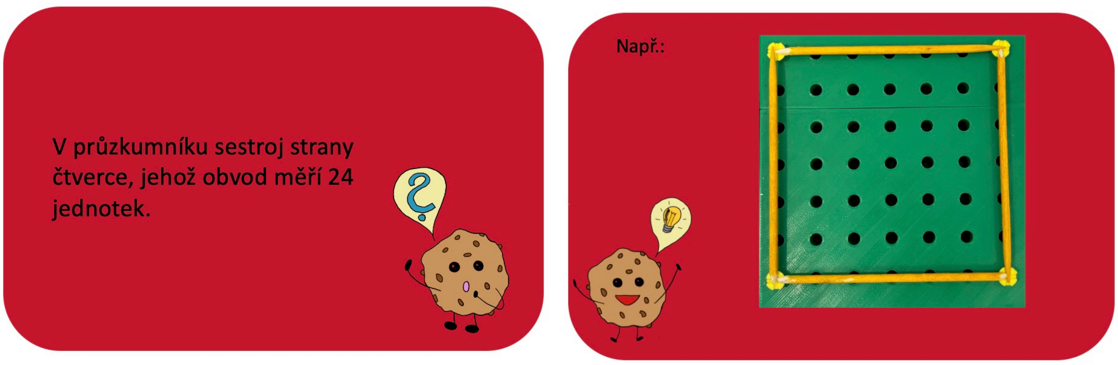


Obrázek 5-111: Konstrukce čtverce o dané délce strany v průzkumníku

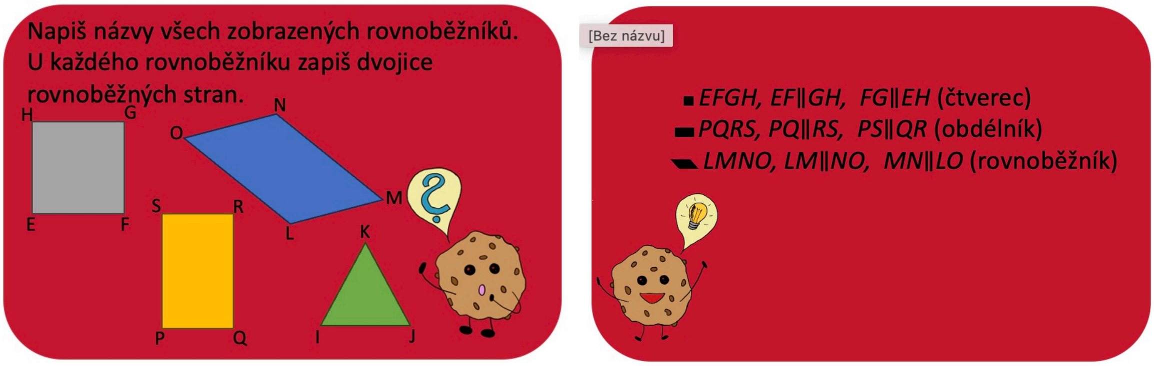
Jedna jednotka délky je představována vzdáleností dírek v průzkumníku ve vodorovném nebo svislém směru. Totéž platí i pro následující úlohy.



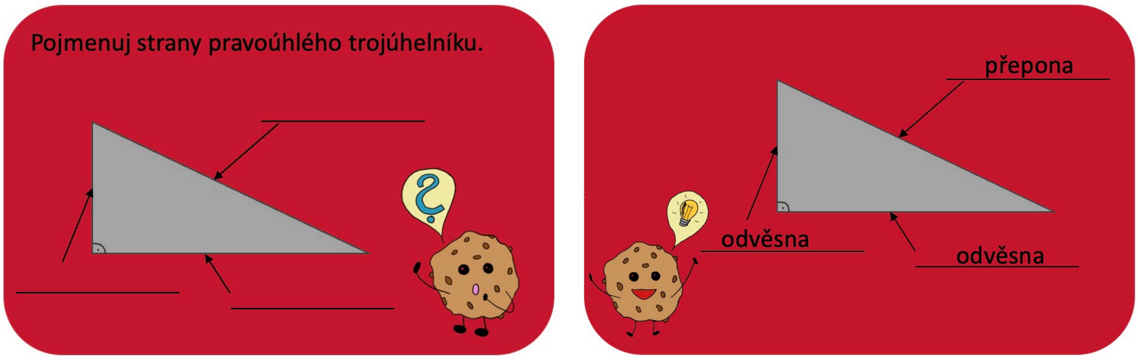
Obrázek 5-112: Konstrukce stran čtverce o dané délce úhlopříčky v průzkumníku



Obrázek 5-113: Konstrukce stran čtverce o daném obvodu v průzkumníku

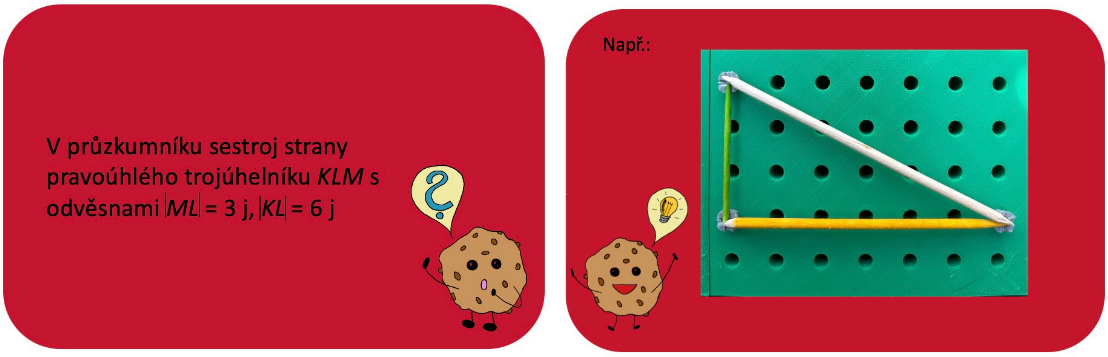


Obrázek 5-114: Určování názvů rovnoběžníků a dvojic rovnoběžných stran



Obrázek 5-115: Názvy stran pravoúhlého trojúhelníku

Žáci by měli být schopni slovně odůvodnit, proč jednotlivé strany pravoúhlého trojúhelníku pojmenovali tak, jak učinili. Musejí si uvědomovat, že poloha přepony je pevně daná její pozicí naproti pravému úhlu a že se jedná o stranu v pravoúhlém trojúhelníku nejdelší. Tyto informace je zapotřebí dobře ukotvit, aby je mohli využívat ve vyšších ročnících, například při používání Pythagorovy věty.

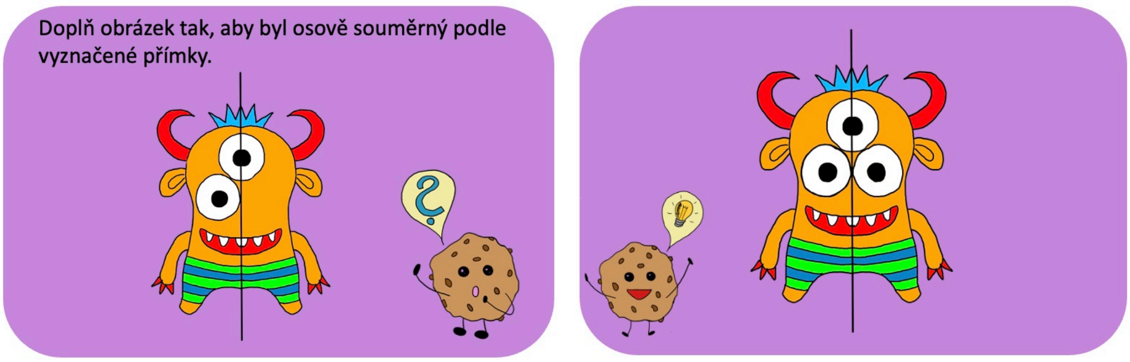


Obrázek 5-116: Konstrukce stran pravoúhlého trojúhelníku v průzkumníku

5.2.4 OSOVÁ SOUMĚRNOST

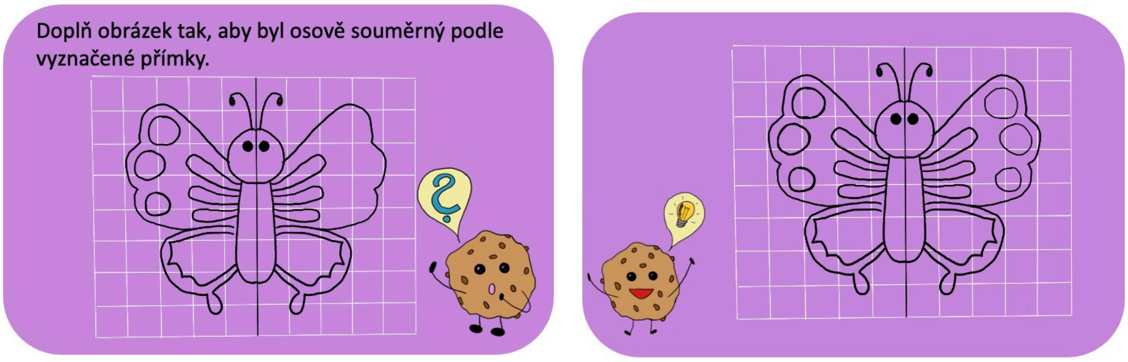
3. ročník

Během prvních tří let školní docházky, a především ve třetím ročníku se zabýváme propedeutikou osové souměrnosti. Necháváme žáky zkoumat a objevovat její vlastnosti. Začínáme prací ve čtvercové síti, kde žáci nejprve pouze doplňují chybějící detaily dle osové souměrnosti s vyznačenou osou souměrnosti a později doplňují celé poloviny osově souměrných obrázků či útvarů.

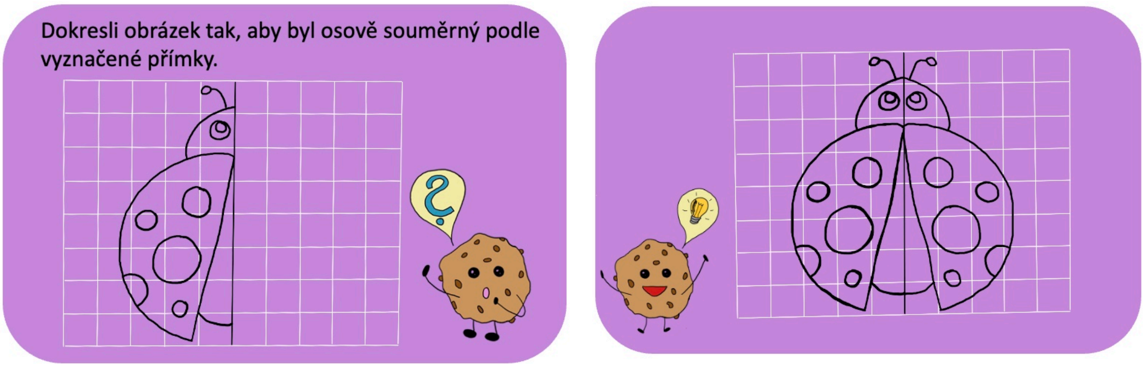


Obrázek 5-117: Dokreslování chybějících prvků u osově souměrného obrázku

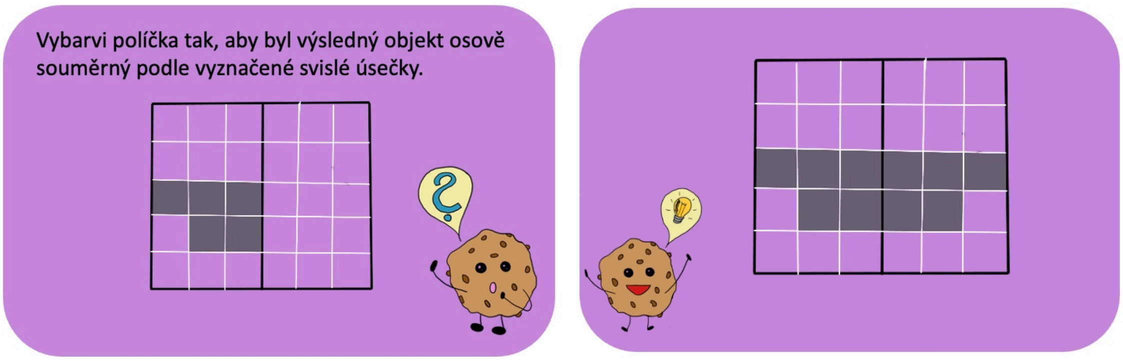
Tuto úlohu je vhodné využít jako počáteční seznámení s osovou souměrností, resp. s osově souměrným útvarem. Vzhledem k tomu, že doplňujeme pouze část obrázku (oko), je úloha pro žáky snadná, a navíc vizuálně zajímavá.



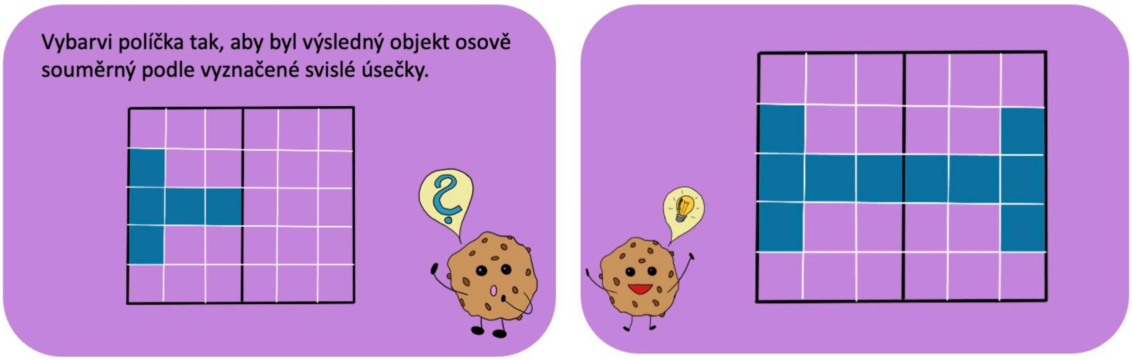
Obrázek 5-118: Dokreslování chybějících prvků u osově souměrného obrázku



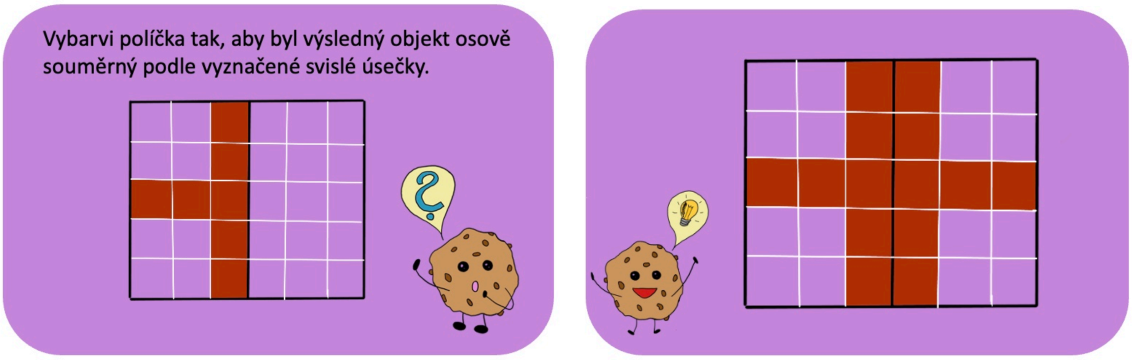
Obrázek 5-119: Dokreslování osově souměrného obrázku podle osy souměrnosti



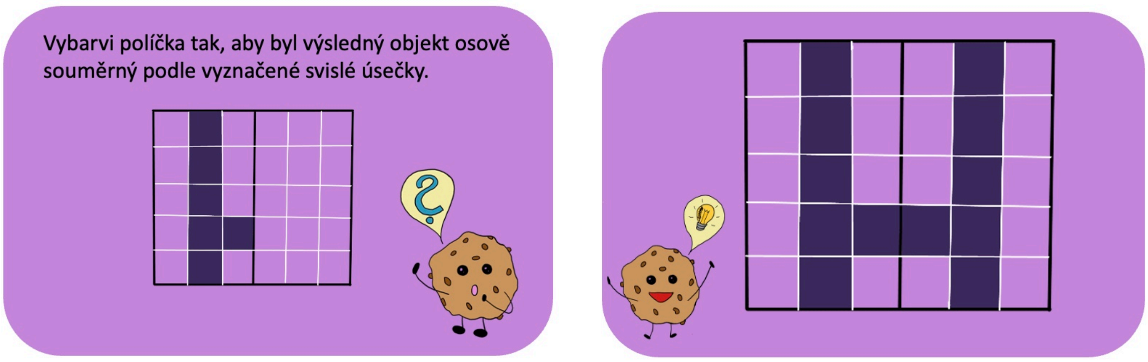
Obrázek 5-120: Zakreslování obrazu rovinného obrazce, zobrazeného ve čtvercové síti, v dané osové souměrnosti



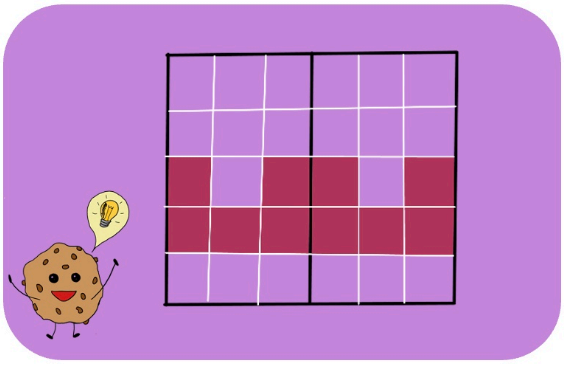
Obrázek 5-121: Zakreslování obrazu rovinného obrazce, zobrazeného ve čtvercové síti, v dané osové souměrnosti



Obrázek 5-122: Zakreslování obrazu rovinného obrazce, zobrazeného ve čtvercové síti, v dané osové souměrnosti



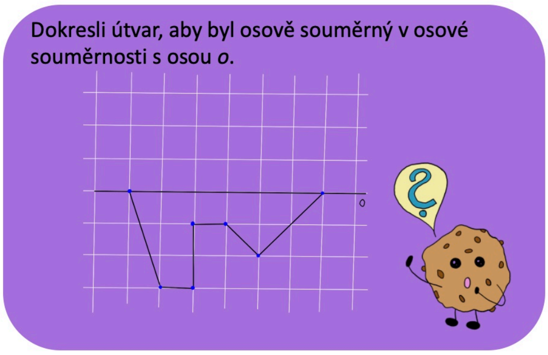
Obrázek 5-123: Zakreslování obrazu rovinného obrazce, zobrazeného ve čtvercové síti, v dané osové souměrnosti

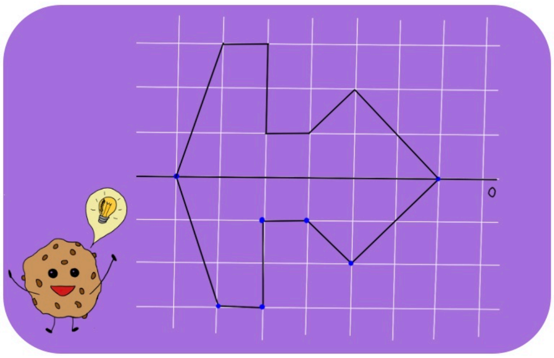


Obrázek 5-124: Zakreslování obrazu rovinného obrazce, zobrazeného ve čtvercové síti, v dané osové souměrnosti

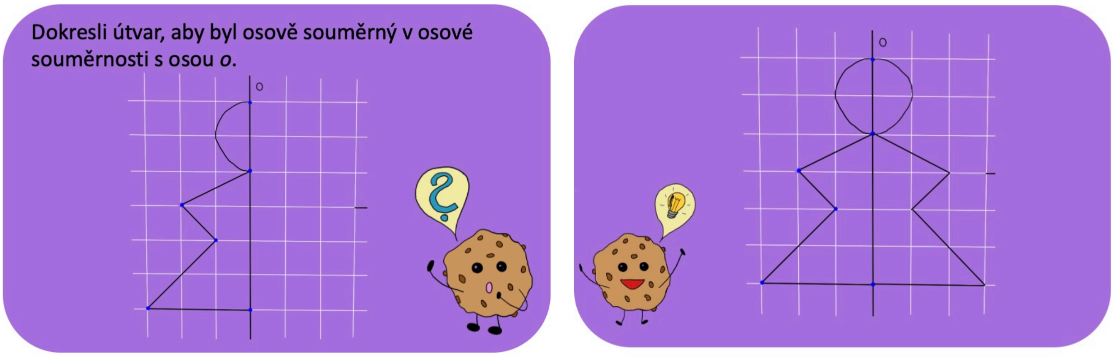
4. ročník

Ve čtvrtém ročníku jsou žáci již schopni dokreslovat složitější útvary ve čtvercové síti. Všímají si pravidel osové souměrnosti a rozpoznávají osově souměrné útvary. Za pomoci krychlových staveb dokáží doplnit i rovinově souměrné útvary.

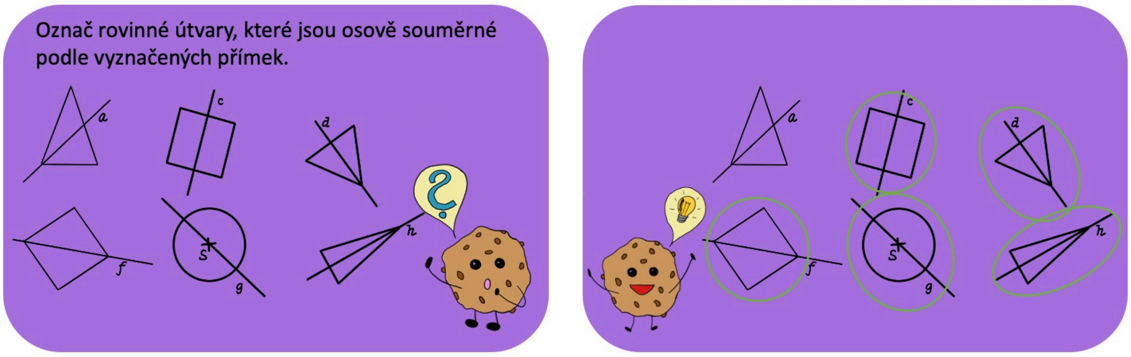




Obrázek 5-125: Konstrukce osově souměrného útvaru ve čtvercové síti

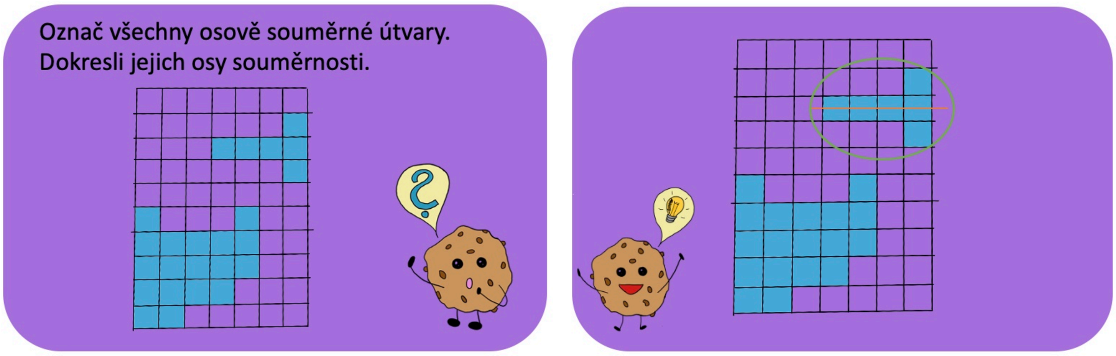


Obrázek 5-126: Konstrukce osově souměrného útvaru ve čtvercové síti

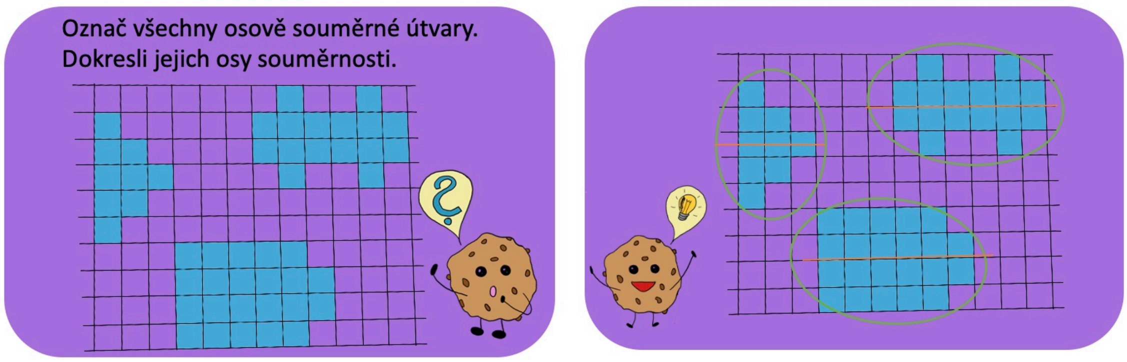


Obrázek 5-127: Označení osově souměrných útvarů

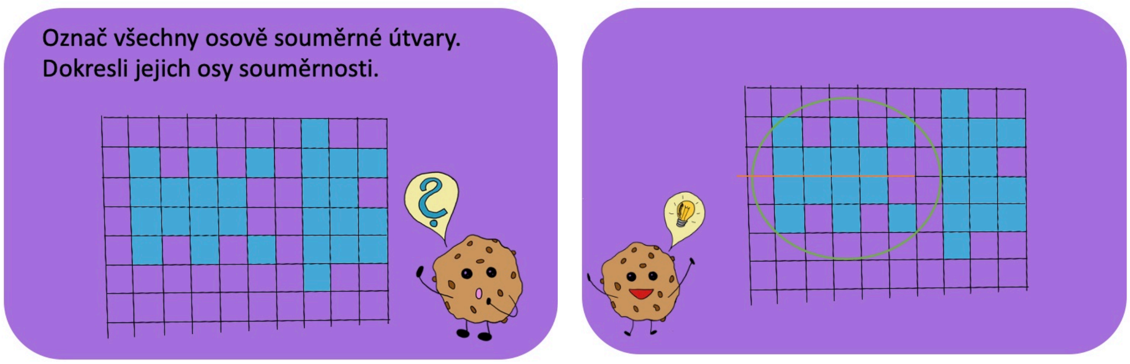
V tomto ročníku jsem zvolila předkládat žákům pouze ty úlohy, ve kterých jsou již u útvarů určeny osy souměrnosti nebo jsou zobrazeny ve čtvercové síti. Takto zadané úlohy jsou pro žáky snazší k řešení a lépe tak mohou při vypracovávání zadaných úkolů pozorovat vlastnosti osově souměrných útvarů.



Obrázek 5-128: Označení osově souměrných útvarů a určení osy souměrnosti

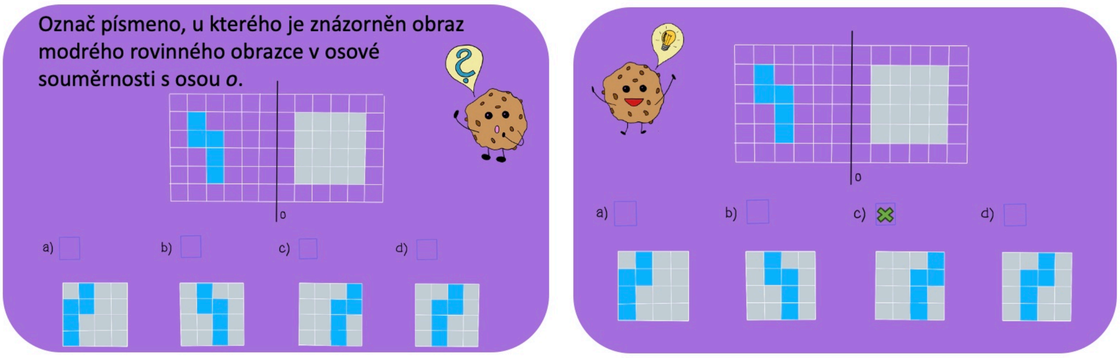


Obrázek 5-129: Označení osově souměrných útvarů a určení osy souměrnosti

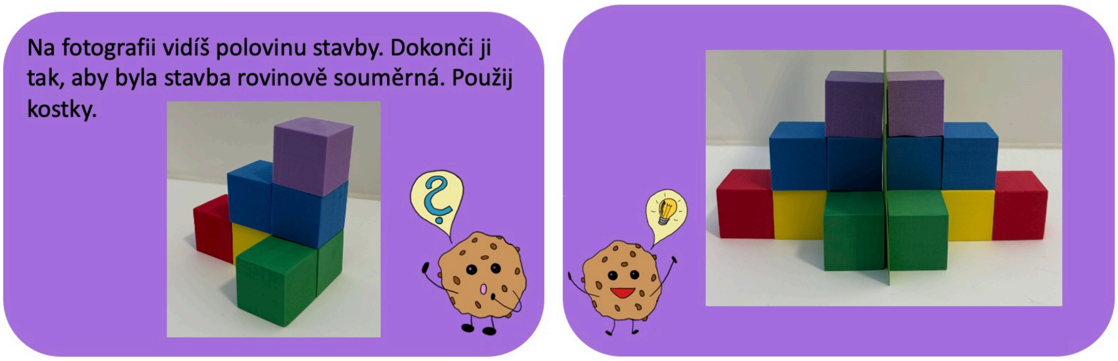


Obrázek 5-130: Označení osově souměrných útvarů a určení osy souměrnosti

Tato úloha je zaměřena především na upevňování pravidel, s jejichž užitím později v osové souměrnosti rýsujeme.



Obrázek 5-131: Označení osově souměrného obrazu daného rovinného obrazce

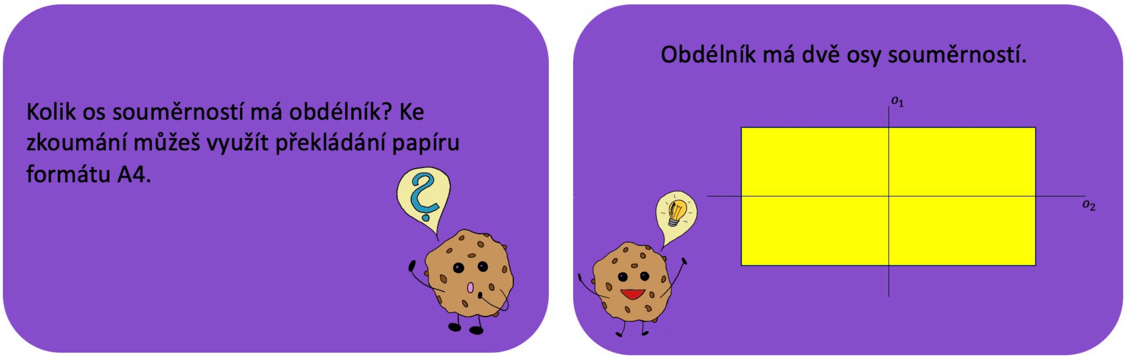


Obrázek 5-132: Rovinově souměrná krychlová stavba

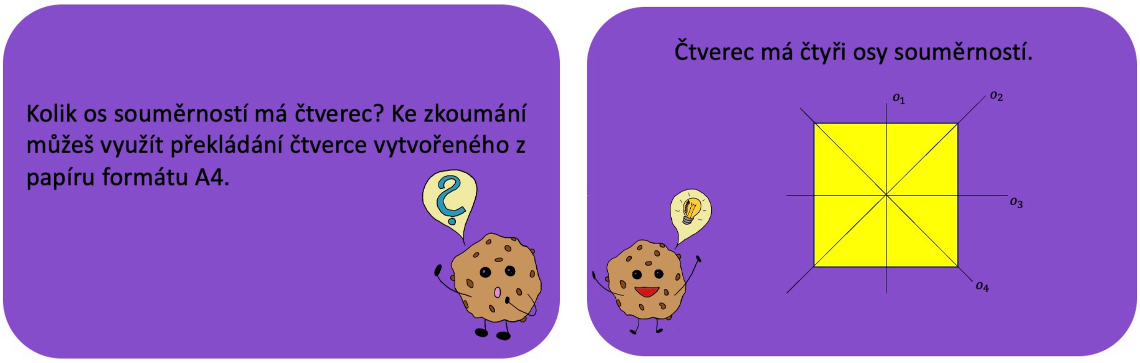
Jestliže není rovina souměrnosti určena, vzniká prostor pro více možných řešení, o kterých je vhodné se žáky diskutovat. Žáci se v běžných úlohách nesetkávají příliš často s tím, že má úloha více nebo žádné řešení. Jedno z možných řešení úlohy je vyobrazeno na druhé straně kartičky.

5. ročník

V pátém ročníku žáci již rozeznávají osově souměrné útvary a jsou schopni určit, kolik os souměrnosti jednotlivé osově souměrné útvary mají. Rýsují dle pravidel osové souměrnosti bez potřeby užití čtvercové sítě.

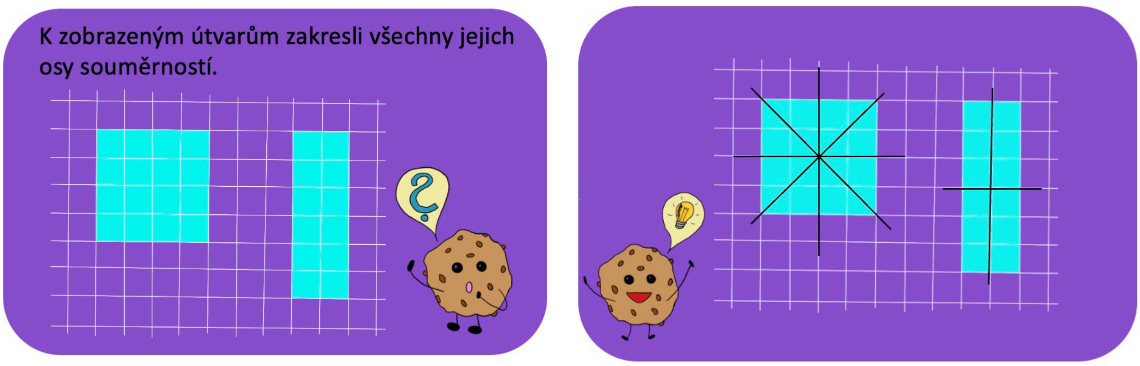


Obrázek 5-133: Určení os souměrností obdélníku

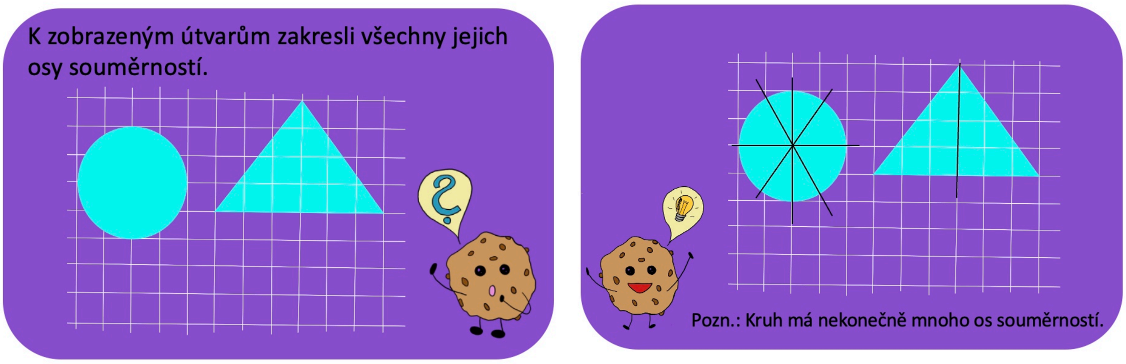


Obrázek 5-134: Určení os souměrností čtverce

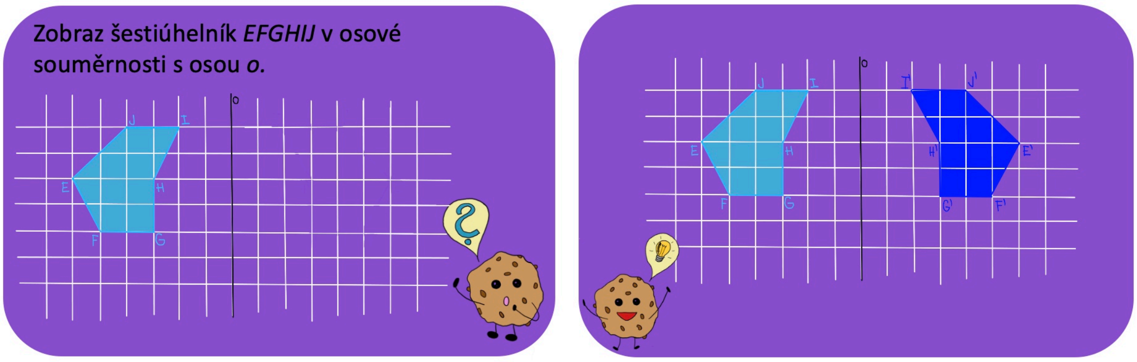
Při prvotním zkoumání je vždy vhodné žákům předkládat manipulační pomůcky, za pomocí kterých mohou opakovaně objevovat a využívat princip pokusu a omylu.



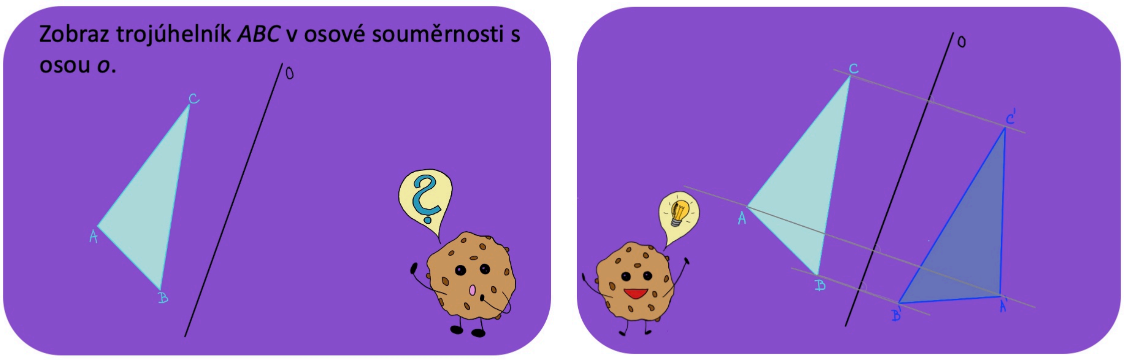
Obrázek 5-135: Určení os souměrností rovinných útvarů ve čtvercové síti



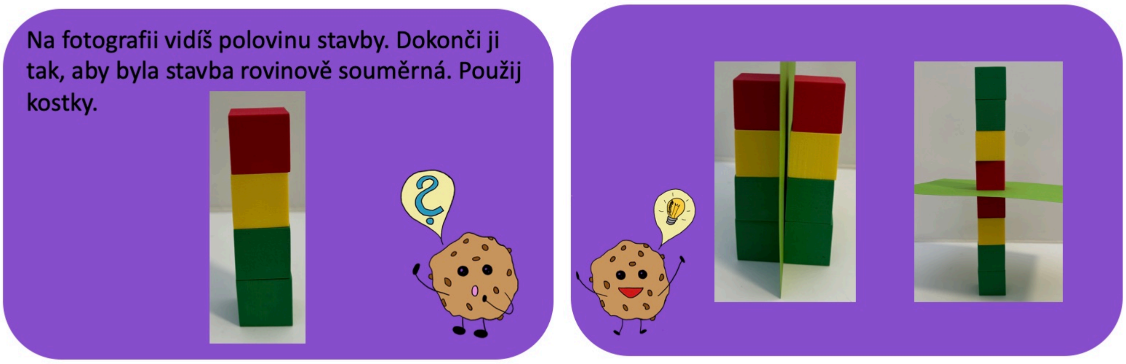
Obrázek 5-136: Určení os souměrností rovinných útvarů ve čtvercové síti



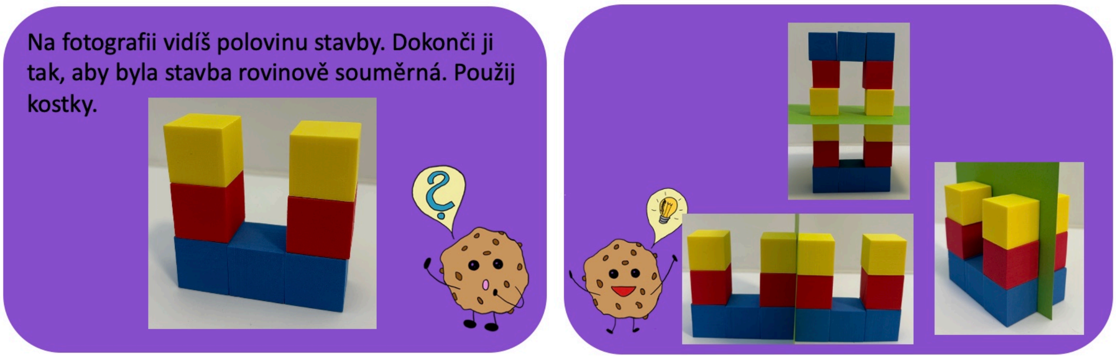
Obrázek 5-137: Konstrukce obrazu nekonvexního šestiúhelníku v osové souměrnosti za pomoci čtvercové sítě



Obrázek 5-138: Konstrukce obrazu trojúhelníku v dané osové souměrnosti



Obrázek 5-139: Rovinově souměrná krychlová stavba



Obrázek 5-140: Rovinově souměrná krychlová stavba

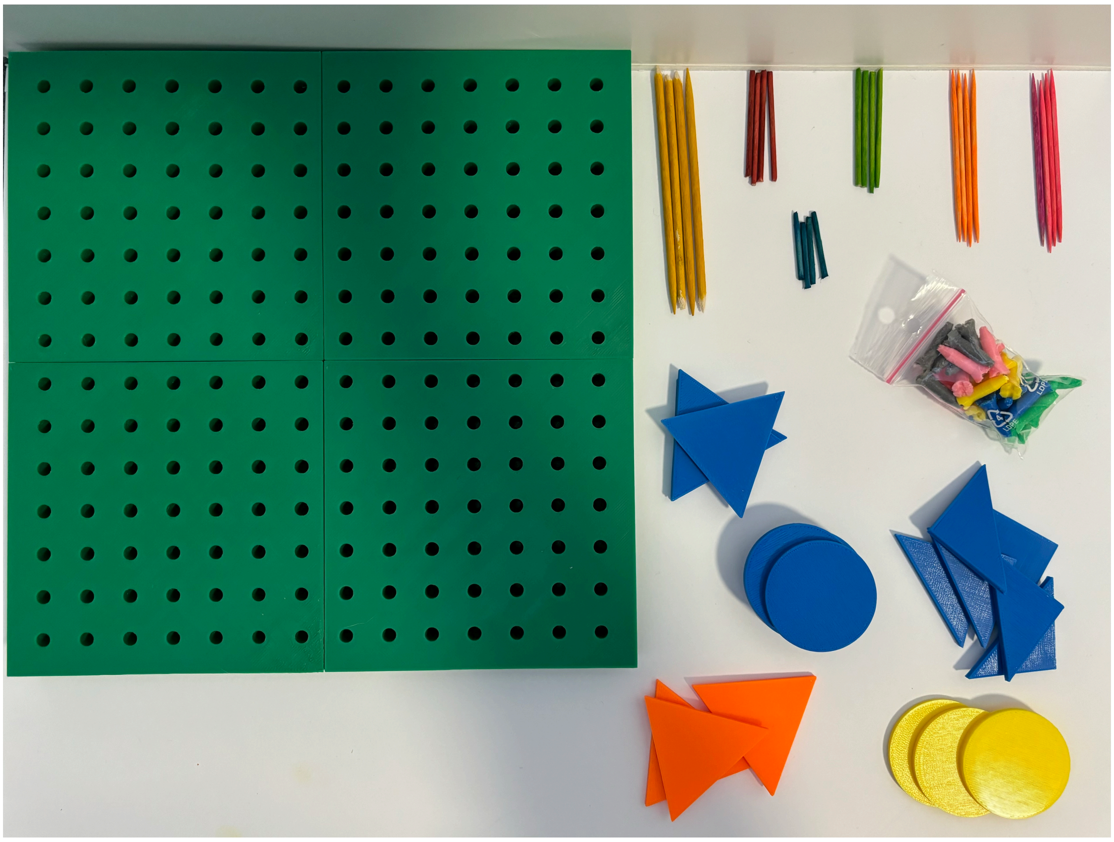
Řešení, kde je možné ztotožnit rovinu souměrnosti s rovinou, v níž leží horní podstavy žlutých kostek, by bylo lépe konstruovatelné, pokud bychom využili magnetických kostek.

5.3 DOPLŇUJÍCÍ POMŮCKY KE KARTIČKÁM

Pro užívání kartiček ve výuce je zapotřebí mít i další pomůcky, se kterými děti společně s kartičkami pracují. Mezi pomůcky, které snadno najdeme v každé třídě, patří mazací fix, rýsovací a psací potřeby jako je trojúhelník s ryskou, kružítko a tužka č. 3. Dále jsou k práci s kartičkami zapotřebí krychlové kostky, které děti využijí při tvorbě krychlových staveb. Ty doporučuji mít alespoň ve třech baleních, ovšem při správné organizaci si vystačíme i s jedním, sto kusovým, balením.

Mnou navržený set Geometrického průzkumníku obsahuje také modely rovinných útvarů, které mohou žáci využít k manipulativním činnostem při zkoumání a hledání řešení některých úkolů na kartičkách. Ty ovšem mohou zastoupit i dílky nějaké stavebnice nebo je snadno můžeme vystřihnout z tvrdého kartonu. Pomůcka, bez které se ale neobejdeme, je samotný průzkumník.

Průzkumník se skládá z desky s otvory, kolíků a tyček různých barev a délek. V praxi nahrazuje především papír, aby při řešení úloh mohli žáci zkoušet různé hypotézy, následně je ověřovat a hledat vícero možných řešení. Díky možnosti libovolně a snadno přendávat kolíky, nemusí žák gumovat a méně tak zažívá pocit chybovosti. Tím, že kolíky přemísťuje, se pro něj různé pokusy stávají pouze zkoumáním. Zároveň deska splňuje podmínku názornosti, zapadá tak do celého systému kognitivního vývoje dítěte a odpovídá fázi konkrétního logického myšlení, ve které se žáci po celou dobu výuky na 1. stupni ZŠ nacházejí.

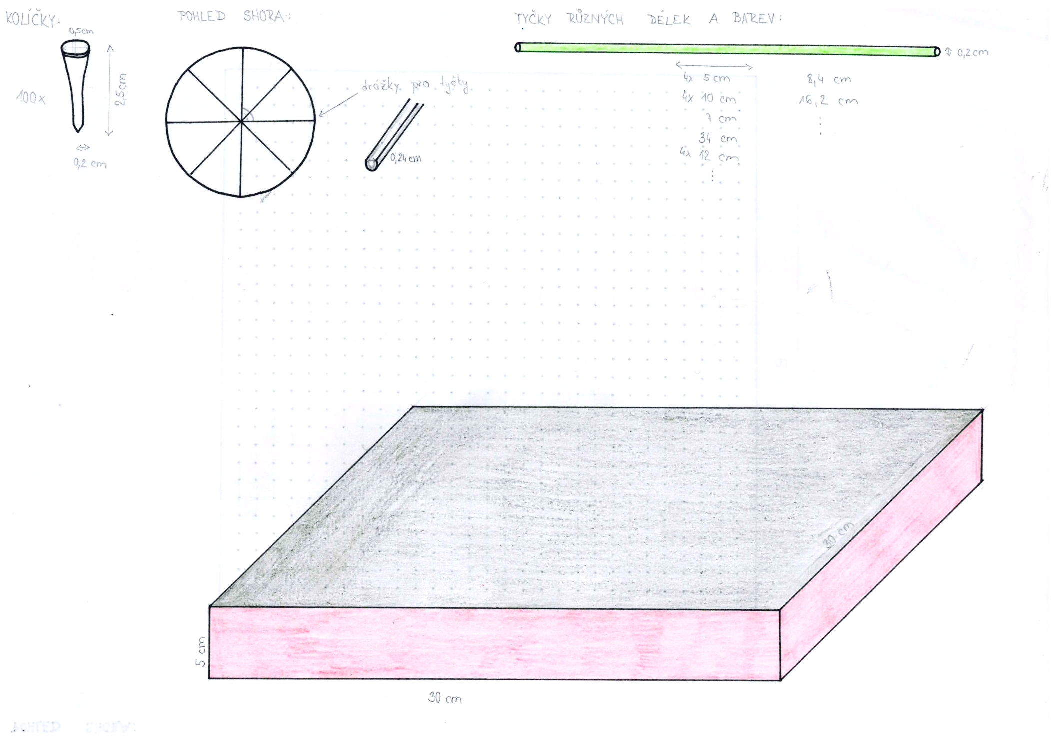


Obrázek 5-141: Doplňující pomůcky ke kartičkám

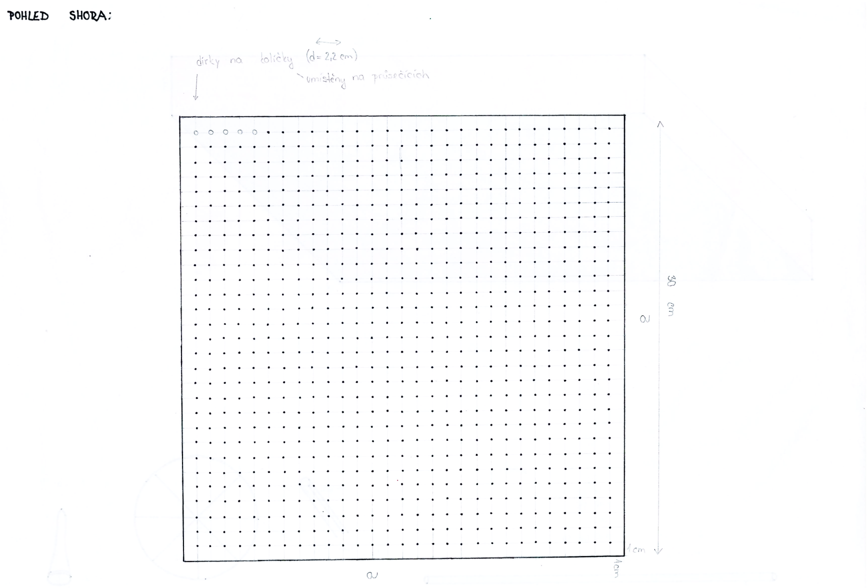
5.3.1 NÁVRH PRŮZKUMNÍKU

První návrh průzkumníku (viz Obrázek 5-142 a Obrázek 5-143), který jsem udělala, bohužel nebylo možné realizovat. Pomůcka se tiskne na 3D tiskárně a původní průměr kolíčků byl příliš malý, kolíčky se po vytištění lámaly. Musely jsme tedy zvolit kolíčky o dost širší a jejich rozměrům jsme pak následně musely přizpůsobit i desku a otvory v ní. Dírky jsou nyní větší, tím pádem je jich na desce méně a mají větší rozestupy. Tím se změnila i základní jednotka *j*, jež v původním návrhu odpovídala jednomu centimetru a úlohy tak mohly být zadávány v jednotkách délky. Nyní je jednotka *j* specifikována jako rozestup mezi dvěma otvory ve vodorovném nebo svislém směru, a proto v kartách pracuji pouze obecně s pojmem délkové jednotky, nikoli s konkrétními délkovými jednotkami jako s centimetry, milimetry apod. Dále jsme také musely vymyslet vhodné napojení jednotlivých částí desky na sebe, jelikož lze tisknout objekty o maximálních rozměrech 18 cm x 18 cm.

V původním návrhu byly v kolíčcích vyznačené 4 jamky pro prokládání tyček, bohužel potřebou vše rozšířit (tedy i průměry vytvořených jamek půlválcového tvaru) zbyl prostor pouze na dva tyto vrypy. Což v některých situacích komplikuje složitější konstrukce, a pokud by to technika umožňovala, bylo by určitě vhodné hlavičku kolíků vypracovat dle původního návrhu.

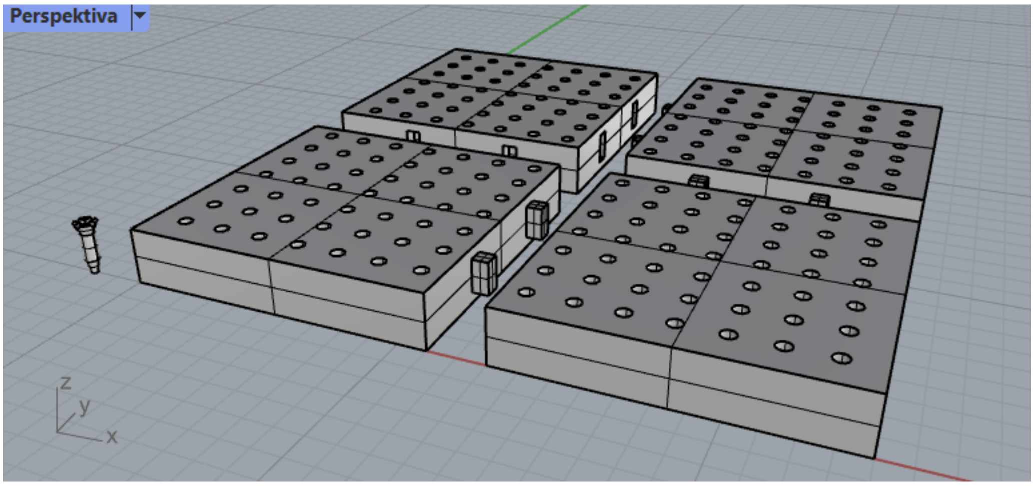


Obrázek 5-142: Návrh průzkumníku 1 (část 1)

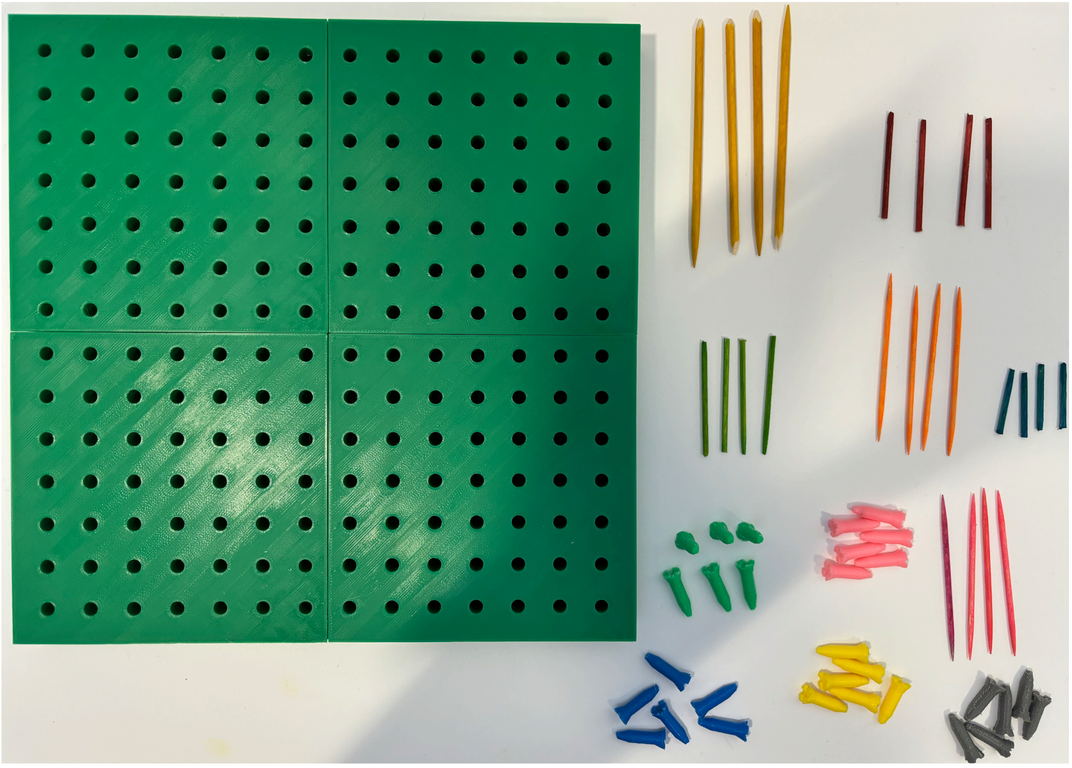


Obrázek 5-143: Návrh průzkumníku 1 (část 2)

V konečném výsledku má deska (viz Obrázek 5-144) celkové rozměry 22 cm x 22 cm x 2 cm a je vytisknuta pomocí 4 částí o rozměrech 11 cm x 11 cm x 2 cm, které lze využívat odděleně nebo je spojit. Obsahuje celkem 196 otvorů ve 14 řadách po 14 otvorech.



Obrázek 5-144: Návrh průzkumníku 2



Obrázek 5-145: Průzkumník

5.4 VYUŽITÍ VE VÝUCE

Kartičky jsem koncipovala tak, aby šly v rámci výuky využívat různými způsoby. Prvním z nich je samostatná práce s kartičkami. Kartičky mohou být ve třídě na volně dostupném místě a žáci si mohou kartičky vzít, když jsou hotoví se svou prací. V tomto případě tedy slouží pro žáky jako práce navíc. Pokud chci s kartičkami pracovat s celou třídou naráz, může si každý žák vzít svou kartičku a poté, co ji vyplní a zkontroluje si své řešení pomocí porovnání se vzorovým řešením uvedeným na druhé straně kartičky, pošle tuto kartičku dalšímu spolužákovi podle předem zvoleného systému.

Pokud to prostor třídy, ale i složení žáků dovoluje, doporučuji pracovat s kartičkami ve skupinách. Následná práce samozřejmě závisí na cíli, který si pro danou hodinu zvolíme a podle nějž práci ve skupině koncipujeme. Je vhodné vytvořit jedno stanoviště, ve kterém žáci pracují s průzkumníkem.

Pokud vyvozuji nové učivo a chci s žáky pracovat v menších skupinách, zvolila bych kombinaci kartiček s dalším materiálem. Například mohou být ve třídě vytvořena čtyři stanoviště, kdy v jednom pracují žáci s učitelem na vyvození nového učiva, na dalším stanovišti si žáci nově vyvozené učivo upevňují a na zbylých dvou stanovištích pracují s vhodnými kartičkami. Zároveň lze kartičky využít k opakování určitého tématu, kdy mohu žáky do skupin rozdělit dle úrovně jejich schopností. Slabší žáci tak mohou své znalosti upevňovat například řešením úloh na kartičkách náležících v rámci tématu do nižšího ročníku. Naopak nadaným žákům můžeme předkládat i kartičky určené pro žáky vyšších ročníků a nechávat je tedy zkoušet řešit i úlohy obtížnější. Můžeme také na konci školního roku využít celkového opakování ze všech témat a pracovat s kartičkami různých barev určených pro stejný ročník.

Kartičky tedy lze používat za pomoci různých organizačních forem. Jednotlivé formy práce nebudu blíže specifikovat, ale dokáži si využití kartiček představit i v rámci projektů či tematických vyučování. Žáci mohou sami vytvářet další podobné kartičky pro své spolužáky a zlepšovat tak své matematické dovednosti a logické myšlení. S kartičkami můžeme samozřejmě pracovat v rámci výuky i frontálně. Tuto metodu bych doporučovala pouze u demonstračních úloh, na kterých chceme žákům něco vysvětlit či ukázat nebo pokud chceme některé úlohy zařadit již na začátku první třídy, kdy žáci ještě neumějí samostatně číst.

6 TESTOVÁNÍ VE VÝUCE

6.1 VÝBĚR ROČNÍKU

Pro testování kartiček jsem si záměrně zvolila první ročník ZŠ. Jelikož primárním záměrem vytvoření kartiček bylo budovat u dětí návaznost a logické struktury mezi geometrickými tématy, přišlo mi vhodné začít na začátku školní docházky. Další výhodou pro mě bylo, že jsem v této třídě absolvovala poslední praxe a děti mě tedy již znají. Zároveň znám i já je a vím, jaké jsou jejich schopnosti, případně v čem obvykle chybují.

Jedná se o první třídu běžné základní školy, ve které je zapsáno 25 žáků. Třídu navštěvuje 12 dívek a 13 chlapců, takže je kolektiv gendrově vyrovnaný. Ve třídě jsou dvě děti, kterým byl doporučen odklad školní docházky pro nezralost, ale rodiče to odmítli. Dále je zde jedna dívka s vývojovou dysfázií, takže je obtížnější jí porozumět. U jednoho z žáků se zde objevují potíže související se zkříženou lateralitou, 1 chlapec vykazuje rysy autistického spektra a u jedné žákyně má paní učitelka podezření na ADHD. Ve třídě se nachází jedna ukrajinská dívka, které do některých hodin přichází pomáhat s jazykem ukrajinská paní asistentka.

6.2 ORGANIZACE PILOTNÍHO TESTOVÁNÍ

V rámci pilotního testování jsem chtěla, aby žáci pracovali samostatně. Zároveň jsem kartičky vytiskla na pracovní listy, abych si je mohla od žáků vybrat. V rámci běžné hodiny bych takto nepracovala, ale vzhledem k tomu, že se jednalo o pilotní testování, přišlo mi vhodné, aby každý z žáků pracoval na samostatném pracovním listu, který obsahuje příslušné kartičky. Pracovní listy jsem si poté, co je žáci vyplnili, vybrala a následně jsem řešení na nich uvedená jednotlivě vyhodnotila. Předešla jsem tak tomu, že kdyby každý z žáků pracoval s jinou kartičkou, kterou po kontrole správnosti svého řešení smaže, nestihla bych vidět jednotlivé postupy, výsledky či správnost řešení u každého z žáků.

Dalším faktorem vedoucím k rozhodnutí pro volbu tohoto typu práce byl ten, že některé z kartiček doporučuji zařazovat až ke konci prvního ročníku, jelikož obsahují rozsáhlé a poměrně složité texty, a ne všichni žáci jsou ve čtení již natolik zdatní, aby textu po přečtení porozuměli.

Průběh pilotního testování

Na začátku hodiny žáky seznámíme s jejím průběhem a motivujeme je k práci. Každému z žáků rozdáme pracovní listy a zároveň si je v elektronické podobě připravíme k promítání na tabuli. Při pilotním testování postupujeme tak, že danou kartičku přečteme a následně žákům necháme prostor pro její vypracování. U některých kartiček dokáží žáci postupovat více samostatně, jelikož úkoly na nich mají buď krátká zadání, anebo jsou zadání úkolů pro ně snadněji pochopitelná a intuitivně tuší, jak s kartičkou pracovat. Jiné kartičky si ale žádají pomalé a postupné čtení zadání úkolů, jelikož podle něj mají žáci krok po kroku pracovat. Toto bylo zapotřebí si předem uvědomit, připravit a žáky před danou kartičkou na způsob práce upozornit.

Očekávám, že prvňáci neudrží pozornost příliš dlouho, jelikož se bude jednat o podobný typ práce po celou dobu pilotního testování. V normální výuce samozřejmě není vhodné takto pracovat, ale paní učitelce jsem svým testováním chtěla narušit co nejmenší část výuky, proto nebylo možné provést testování kartiček jinak. Do běžné výuky plánuji zařazovat básničky, protažení nebo krátké pohybové hry, které budou sloužit k odreagování a lepšímu udržení pozornosti při řešení úkolů na kartičkách.

6.3 SEBEREFLEXE A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ ŽÁKŮ

Pilotní testování proběhlo v prvním dubnovém týdnu roku 2024 v jedné ze tří prvních tříd na ZŠ Ještědská v Liberci. V den testování bylo ve třídě přítomno 25 žáků. Celé testování trvalo asi 60 minut a bylo rozděleno do dvou vyučovacích hodin. Na začátku první vyučovací hodiny jsem žákům vysvětlila, o co se jedná a jak bude celé testování probíhat. Upozornila jsem je, že potřebuji, aby pracovali samostatně, že nevadí, když budou mít něco špatně nebo nebudou znát odpověď.

Průběh hodiny se odehrál v režimu, který popisuji výše. Zadání úloh na testovaných kartičkách měli žáci vždy před sebou a zároveň jsem příslušnou kartičku promítala na tabuli. Zadání úloh jsem žákům předčítala. Zjistila jsem, že i když jsou zadání úloh na kartičkách terminologicky zjednodušeny, i přesto bylo zapotřebí zadání úkolů žákům popsat názorněji či jinými slovy. Myslím si, že tento faktor ale také hodně ovlivňuje to, jakým způsobem zadává žákům práci jejich učitel, jaké používají materiály při výuce a jak často se s matematickou terminologií setkávají. Jednotlivé úlohy jsem prokládala krátkými pohybovými aktivitami, aby bylo pro žáky snazší udržet pozornost po celou dobu práce.

Na konci testování jsem žáky požádala o zpětnou vazbu, a to jednak o tom, jak je materiál bavil a co se jim líbilo, ale také, jak jim celkově přišly úlohy náročné. Vyšlo, že úlohy žáky bavily (23 z 25 žáků) a nepřišly jim ani snadné ani příliš složité. Hlavní, co žáci zmínili, bylo, že se jim líbí, že úkoly zadává Sušenka a že to nejsou stejné úlohy jako v učebnicích.

K analýze celého pilotního testování využiji popisnou charakteristiku. Během celého testování pracovali žáci zodpovědně a s vysokým nasazením. Občas se stávalo, že opisovali u souseda, jelikož i přes všechna moje upozornění se snažili, aby měli vše vyplněné a bezchybné. V takovémto případě jsem je upozornila, že potřebuji, aby pracovali samostatně.

Dle získaných výsledků (viz Tabulka 6.1 a Graf 6.1) největší obtíže žákům činily úlohy zaměřené na pravolevou a prostorovou orientaci. To mohl způsobit i fakt, že k tomuto učivu se žáci v rámci výuky ještě nedostali. Také si myslím, že i vývojově je prostorová orientace pro žáky prvních tříd velmi obtížná na zvládnutí. Velmi mě ale překvapilo, že 16 žáků správně propojilo názvy krychle, kvádru a koule s jimi příslušnými zobrazenými modely, jelikož v rámci školní výuky se s těmito pojmy ještě nesetkali. Naprosto největší potíže činila žákům úloha č. 14 zaměřená na orientaci v prostoru a přiřazování správných pojmů z nabídky. Jednalo se o jedinou úlohu, kde počet nesprávných řešení převýšil počet těch správných. Žáci ve většině případů nedokázali pracovat s nabídkou slov a k popisu polohy tak volili zcela jiná slova. Také si často polohu spletli, nejčastěji prohozené byly polohy vlevo a vpravo. V úloze č. 15 většina chyb vznikla neúplným řešením – tedy žák vybral z nabídky pouze jeden shodný tvar a další v řádku již neoznačil. Pouze u dvou žáků došlo k úplné záměně směrů, ovšem výsledky řešení jiných úloh u těchto žáků obrácené lateralitě nenasvědčovaly. U úlohy č. 9 jsem se mohla zabývat také proporcemi v rámci celého obrázku. Pokud některé obrázky velikostně neodpovídaly, nepočítala jsem to ovšem jako chybu, jelikož žáci prvního ročníku mají problém se zmenšováním písma a celkově s volbou vhodné velikosti svého psaného a kresleného projevu. Úlohu č. 11 jsem žákům pomalu předčítala vícekrát, aby měli na zápis dostatek času. Bylo vidět, že s podobným typem úloh mají již zkušenost, jelikož rovnou vpisovali čísla do rámečků a ani jim nečinilo problém určit, že poslední autíčko musí mít číslo čtyři, což jsem předpokládala, že u některých žáků problém bude.

Naopak nejsnazší byly pro žáky úkoly vytvořené v rámci konstrukčních úloh. Vzhledem k tomu, že se převážně jedná o grafomotorická cvičení, která žáci vyplňovali značnou část prvního pololetí, měli je v paměti. Pokud zde byly nějaké úlohy nevyřešené, bylo to z časového důvodu, že danou úlohu už žáci nestihli, a ne díky tomu, že by ji neuměli vyřešit. U mnohých z nich bylo ale vidět, že nepracují pečlivě, výsledek neobtahují několikrát a na psací potřebu výrazně tlačili. Tento fakt přikládám stejnému důvodu – žáci na podobných úlohách pracovali velkou část prvního pololetí. Proto u nich úloha již nevyvolala takový zájem, jako kdyby byla zařazena na začátku prvního ročníku.

Již během pilotního testování se dle reakcí žáků a jimi zakreslených odpovědí v podobě obrázků rovinných obrazců ukázalo, že pro žáky prvního ročníku mezi další obtížné úlohy spadají ty, v nichž je úkolem doplňovat prvky do logických řad. Především řada, kde měli žáci za úkol kombinovat již nejen útvary, ale museli brát v úvahu už i barvy útvarů, činila žákům značné obtíže. Často žáci vůbec nedokázali vysledovat princip na kterém řada funguje, jiní nepochopili zadání a doptávali se na něj, anebo nerespektovali, že počet linek reprezentuje počet obrazců, které mají dokreslit. Při prvotním řešení jsem žákům nenabídla k dispozici manipulativní pomůcky. Ovšem žákům, kteří úlohu o logických řadách vyřešili chybně, jsem je dala k druhému pokusu vyřešení úlohy k dispozici a ukázalo se, že polovina z nich, díky možnosti názorně si situaci zobrazit, vyřešila úlohu již úspěšně. U úlohy č. 2 žáci při chybném řešení uváděli také počty rovinných obrazců, na které se nedotazujeme nebo čtverec počítali jako obdélník. Úlohu č. 4 jsem poté s dětmi realizovala v rámci pohybové hry, kdy se měly ve třídě dotknout něčeho, co má tvar obdélníku. Takto jsme místa třikrát změnili a řekli si, že vždy mluvíme pouze o přední ploše nikoliv o celém tělesu a že obdélník nemá zaoblené rohy, proto nemohli označit například penál, který si často vybírali.

Pro zajímavost jsem do testování zařadila také dvě úlohy na osovou souměrnost, určené pro třetí ročník. Zde mě překvapilo množství správných řešení. Je ovšem nutné podotknout, že jsem žákům formulovala zadání tak, aby bylo v jejich možnostech úlohu splnit. Při zadávání těchto úloh jsem vůbec nepoužila pojem osová souměrnost a chtěla jsem po žácích, aby pouze dokreslili dané obrázky tak, aby byly obě jejich poloviny stejné. V úlohách o rovinných obrazcích byla také zařazena jedna úloha určená pro druhý ročník. Nalézt její správné řešení žákům nečinilo problém, ale opět jsem žákům zadání úlohy objasnila a na tabuli jsem zakreslila příklad toho, jak se čáry nesmějí křížit.

Po přečtení zadání z kartiček bez úpravy do jednoduššího jazyka byla značná část kartiček pro žáky neřešitelná, jelikož nechápali, co mají dělat. To je pro mě zpětná vazba v tom smyslu, že si kartičky žádají buď opravu textů na velice zjednodušenou verzi, která nebude obsahovat potřebné geometrické náležitosti, anebo je zapotřebí již od začátku školní docházky na žáky mluvit v rámci matematiky terminologicky správně, aby byli zvyklí i na takovýto typ zadávání úloh.

Zajímavé bylo, že pro řešení všech úloh žáci využívali pouze známé metody a experimentování se vyhýbali. Myslím si, že se báli neúspěchu a pracovní listy vnímali jako formu testu, ve kterém musí uspět. Věřím ale, že při správném zařazování kartiček do výuky a při vhodně voleném pedagogickém přístupu během celého vyučování, by žáci tento ostych neměli.

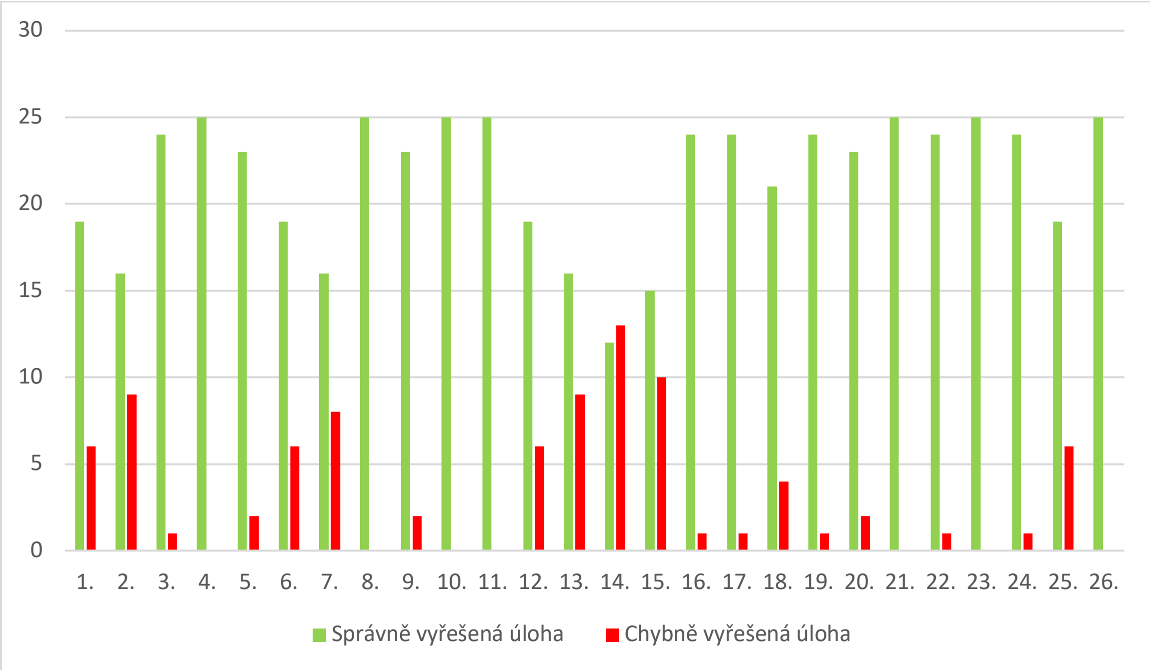
Celkově bych proběhlé pilotní testování hodnotila pozitivně. Míra úspěšnosti žáků při řešení úloh na jednotlivých kartičkách byla poměrně vysoká. Při doporučené formě práce přinášejí kartičky velký potenciál pro zlepšení a zatraktivnění výuky geometrie. Vzhledem k výsledkům, a především vzhledem k průběhu pilotního testování mi přijde vhodné zadání úloh pro první ročník formulovat jednodušším jazykem, který bude žákům bližší, a to i na úkor přesnosti geometrického vyjadřování. Zároveň je nutné dodržet doporučené metody práce s kartičkami. Zdůrazňuji, že forma pracovních listů byla zvolena pouze pro účely testování, a to z důvodu následného rozboru výsledků, které bylo potřeba zdokumentovat a zanalyzovat.

Ukázky žákovských prací jsou k nahlédnutí v rámci přílohy.

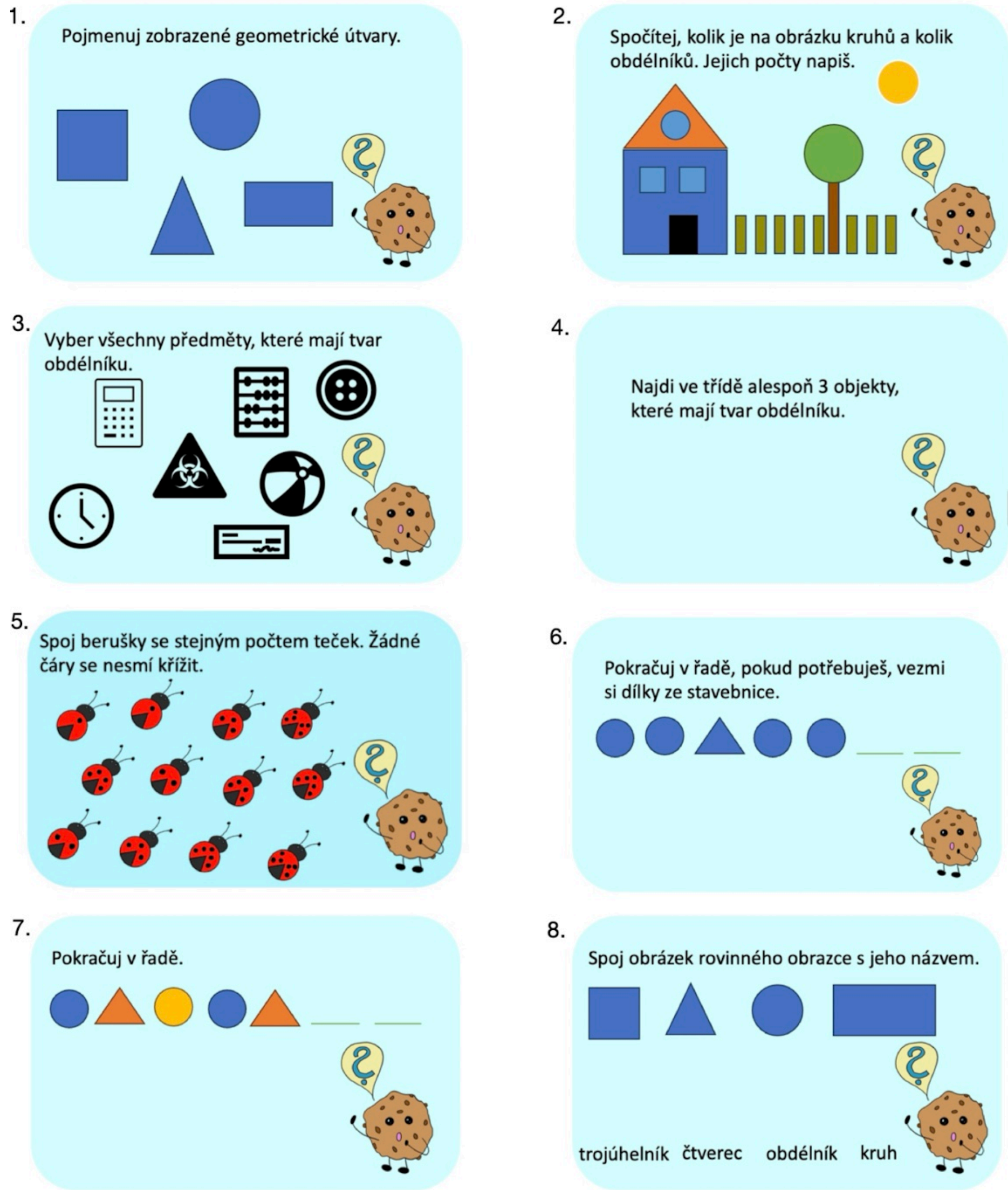
Tabulka 6.1: Tabulka úspěšnosti žáků v jednotlivých úlohách

Úloha	✔	✘
1.	19	6
2.	16	9
3.	24	1
4.	25	0
5.	23	2
6.	19	6
7.	16	8
8.	25	0
9.	23	2
10.	25	0
11.	25	0
12.	19	6
13.	16	9
14.	12	13
15.	15	10
16.	24	1
17.	24	1
18.	21	4
19.	24	1
20.	23	2
21.	25	0
22.	24	1
23.	25	0
24.	24	1

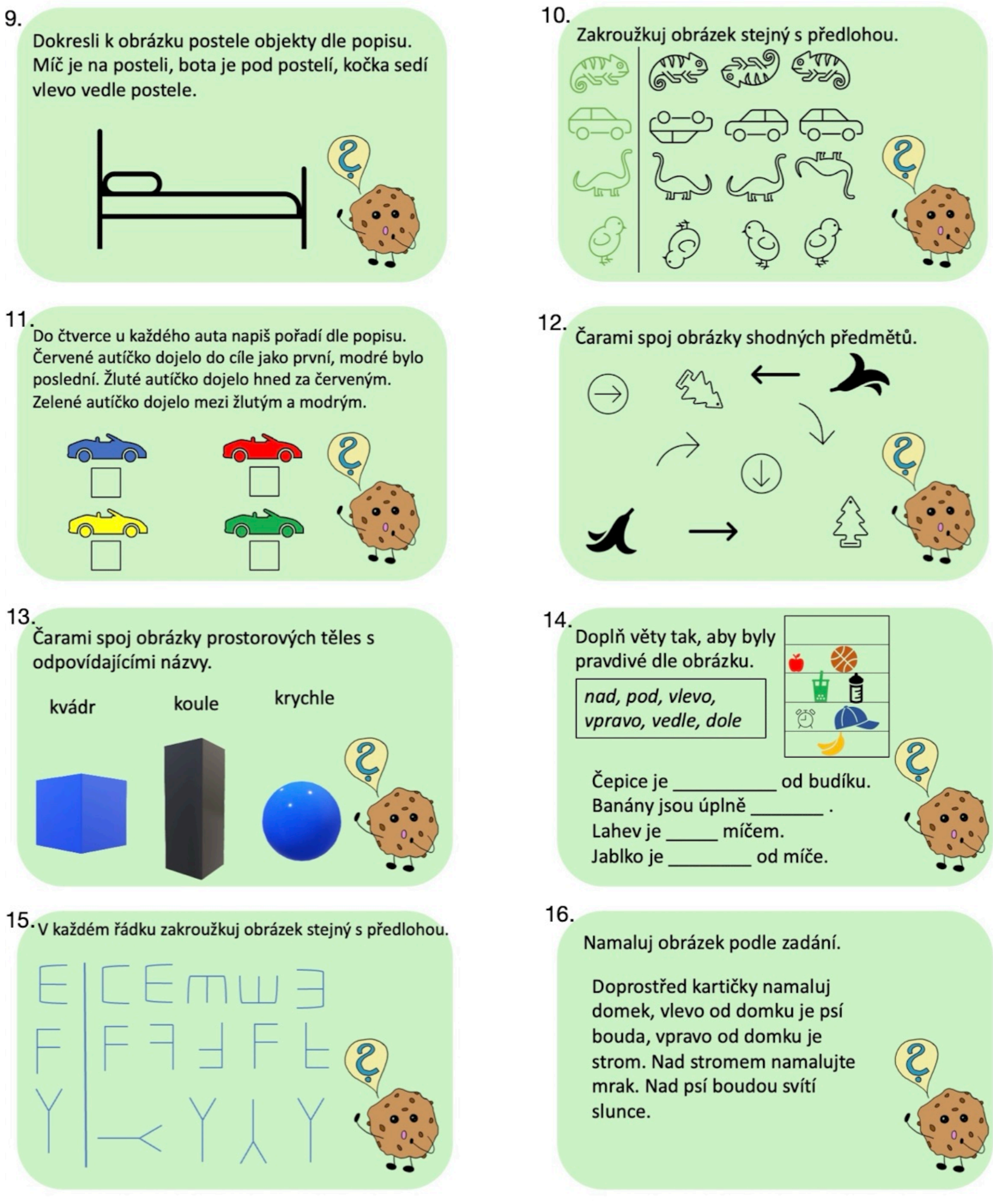
25.	19	6
26.	25	0



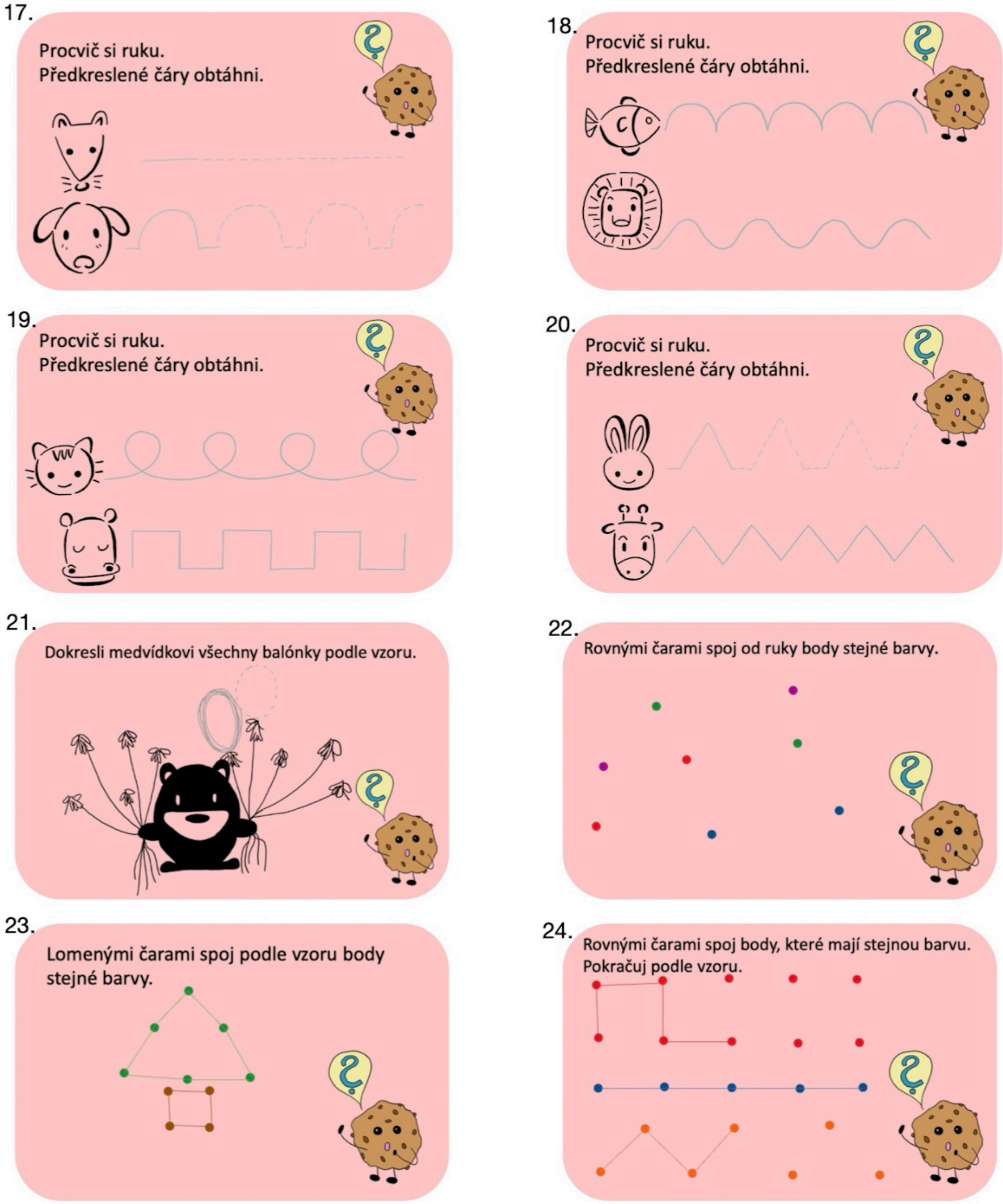
Graf 6.1: Graf úspěšnosti žáků v jednotlivých testovaných úlohách



Obrázek 6-1: Ukázka pracovního listu, str. 1



Obrázek 6-2: Ukázka pracovního listu, str. 2



Obrázek 6-3: Ukázka pracovního listu, str. 3

Obrázek 6-4: Ukázka pracovního listu, str. 4

ZÁVĚR

Závěrem bych shrnula výsledky této práce. Cíle vytyčené v úvodu byly naplněny. V teoretické části jsou popsány pojmy týkající se logického myšlení, zmíněných geometrických témat, kognitivního vývoje žáků mladšího školního věku i výukových forem a metod.

V praktické části se podařilo vytvořit sadu materiálů a s nimi spojených úloh ve formě kartiček. Kartičky jsou rozčleněny do čtyř základních témat a dále jsou rozděleny dle ročníků, čímž byl splněn požadavek na postupné navazování nově získávaných informací. Zároveň byly kartičky vytvořeny s ohledem na kognitivní vývoj dítěte, a to tak, aby odpovídaly schopnostem a dovednostem žáka vzhledem k jeho danému vývojovému stádiu. Úlohy na kartičkách provázejí žáka od prvního do pátého ročníku 1. stupně ZŠ, podporují u žáka bádání a rozvoj jeho logického myšlení. Celý materiál byl pak koncipován tak, aby mohly postupně vznikat další kartičky s úlohami, a vzniklý materiál tak mohl být průběžně doplňován dle aktuální potřeby.

Vzhledem ke konceptu, podle kterého byly kartičky vytvořeny, jsou splněny podmínky diferenciace výuky, navíc kartičky lze používat různými způsoby. Možné způsoby využití kartiček jsou v textu práce detailně popsány. Testování v praxi poté potvrdilo, že forma barevných kartiček provázených Sušenkou je pro žáky atraktivní a jednotlivé úkoly jsou pro ně zajímavé. Testovaná skupina žáků prokázala o materiál zájem a také potvrdila to, že především v prvním ročníku je důležité synchronizovat vhodné načasování využití materiálu s probraným učivem tak, aby byl žák schopen jednotlivé úlohy řešit co nejefektivněji. Úspěšnost a způsoby řešení poté shrnuji v kapitole věnované pilotnímu testovaní, přikládám i zajímavá řešení žáků u vybraných úloh.

Tato práce ukázala, že geometrii lze do výuky matematiky zařazovat častěji a nenásilnou formou, že geometrické myšlení u žáků je možné cíleně rozvíjet a logicky strukturovat. Testování mimo jiné prokázalo, že je důležité znát geometrickou terminologii pro pochopení zadání jednotlivých úloh, že je výhodné ji zavádět již od prvního ročníku ZŠ a vhodně a pravidelně ji při výuce matematiky využívat. Práci lze dále rozvinout a aplikovat ji i při výuce na 2. stupni ZŠ.

POUŽITÁ LITERATURA

BÍMOVÁ, Daniela, b. r. *Binární operace v geometrii: 06_EG_05A* [pdf].

ČAPEK, Robert, 2015. *Moderní didaktika: lexikon výukových a hodnoticích metod*. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3450-7.

EUKLEIDÉS, 1907. *Eukleidovy Základy [Elementa]*. Praha: Jednota českých mathematiků a fysiků.

Metodický portál RVP.CZ [online], 2024. 2024 [cit. 2024-03-25]. Dostupné z: https://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=10289

PALKOVÁ, Martina, 2007. *Průvodce matematikou 2, aneb, Co byste měli znát z geometrie ze základní školy*. Brno: Didaktis. Co byste měli znát ze základní školy. ISBN 978-80-7358-275-3.

PLICHTOVÁ, 2010. *Portál deskriptivní geometrie Univerzita Karlova* [online]. [cit. 2024-04-01]. Dostupné z: https://www.karlin.mff.cuni.cz/~jole/plichtova/Diplomka/AfinitaAKolineace/?page=OARezyHranolu

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ, 2013. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0403-9.

RACLAVSKÝ, Jiří, 2015. *Úvod do logiky: klasická výroková logika*. Masarykova univerzita. ISBN 978-80-210-7964-9.

VÁGNEROVÁ, Marie, 2005. *Vývojová psychologie I.: dětství a dospívání*. Praha: Karolinum. ISBN 80-246-0956-8.

VORDERMAN, Carol, 2015. *Matematika: spolu to zvládneme: čísla, geometrie, trigonometrie, algebra, statistika, pravděpodobnost*. [Praha]: Slovart. ISBN 978-80-7391-223-9.

Webskriptum ČVUT [online], b. r.. [cit. 2024-04-01]. Dostupné z: https://www.fd.cvut.cz/department/k611/PEDAGOG/K611GM_soubory/webskriptum/MP/MP.htm

PŘÍLOHY A KARTIČKY

B UKÁZKY ŽÁKOVSKÝCH PRACÍ