Mendelova univerzita v Brně
Provozně ekonomická fakulta

Optimalizace distribuční sítě společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o.

Diplomová práce

Vedoucí práce:

Doc. Ing. Josef Holoubek, CSc.

Bc. Marek Schaffer

Brno 2015

Děkuji doc. Ing. Josefu Holoubkovi, CSc., vedoucímu mé diplomové práce, za odborné vedení práce, za cenné rady a připomínky, které mi byly poskytnuty při zpracování této diplomové práce.

Dále bych chtěl poděkovat majitelce společnosti Ing. Petře Černé za poskytnutí všech nezbytných informací a podkladů.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci: **Optimalizace distribuční sítě společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o.** vypracoval samostatně a veškeré použité prameny a informace jsou uvedeny v seznamu použité literatury. Souhlasím, aby moje práce byla zveřejněna v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách ve znění pozdějších předpisů, a v souladu s platnou *Směrnicí o zveřejňování vysokoškolských závěrečných prací.*

Jsem si vědom, že se na moji práci vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, a že Mendelova univerzita v Brně má právo na uzavření licenční smlouvy a užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 Autorského zákona.

Dále se zavazuji, že před sepsáním licenční smlouvy o využití díla jinou osobou (subjektem) si vyžádám písemné stanovisko univerzity o tom, že předmětná licenční smlouva není v rozporu s oprávněnými zájmy univerzity, a zavazuji se uhradit případný příspěvek na úhradu nákladů spojených se vznikem díla, a to až do jejich skutečné výše.

V Brně dne 22. května 2015 ______________________________

Abstract

Schaffer, M. Distribution network optimization of DAMIRA DRINKS, Ltd. company. Diploma thesis. Brno: Mendel University in Brno, 2015.

This diploma thesis deals with distribution network optimization of chosen company with application of operation research methods. Theoretical part is focused on logistics, operational research, linear programming, travelling salesman problem and programming language JavaScript. The aim of this thesis is to project optimal solution of distribution network using Mayer´s method and software STORM. In the conclusion is made final costs comparison of the optimal and the existing solution.

Keywords

Operations research, Travelling salesman problem, Vehicle routing problem, Mayer´s method, STORM, JavaScript.

Abstrakt

Schaffer, M. Optimalizace distribuční sítě společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o. Diplomová práce. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2015.

Diplomová práce se zabývá optimalizací distribuční sítě vybraného podniku pomocí metod operačního výzkumu. Teoretická část se zaměřuje na logistiku, operační výzkum, lineární programování, problém obchodního cestujícího a programovací jazyk JavaScript. Cílem práce je navrhnout optimalizované řešení distribučních tras s využitím Mayerovy metody a softwaru STORM. V závěru jsou kalkulovány náklady optimalizovaného řešení a porovnány se stávající situací.

Klíčová slova

Operační výzkum, Problém obchodního cestujícího, Víceokruhový okružní problém, Mayerova metoda, STORM, JavaScript.

Obsah

1 Úvod

Z pohledu velkoobchodu je distribuce zboží od skladu k zákazníkovi jedna z klíčových činností společnosti. Cílem je zajistit, aby se zboží dostalo na správné místo, v požadované kvalitě, ve správném množství a také ve smluvním respektive co nejkratším čase a to vše při co nejnižších nákladech.

Příčinu tlaku na co nejefektivnější fungování distribuce zboží vytváří současné vysoce konkurenční tržní prostředí, které se stále umocňuje se vzrůstajícím stupněm globalizace trhu, s vývojem nových technologií, se vstupem nových konkurentů z rozvojových zemí, s rostoucími požadavky zákazníků atp.

Nápad ke zvolenému tématu diplomové práce jsem dostal při vykonávání řízené odborné praxe v téže společnosti. Zjistil jsem, že současná poměrně rozsáhlá distribuční síť společnosti vychází pouze z GPS navigace a zvyklostí řidičů. Tato, řekl bych, podstatná mezera v řízení společnosti mi vnukla nápad pokusit se o optimalizaci distribuční sítě společnosti nějakou sofistikovanější metodou.

Rozhodování o optimalizaci různorodých činností ve firmě by mělo být v rukou vedení společnosti. Jelikož ne všichni vedoucí pracovníci disponují potřebnými znalostmi z oblasti výpočetní techniky, lineárního programování a operačního výzkumu, může se jako v našem případě stát, že jedna z klíčových činností společnosti – distribuce zboží, zůstane zdaleka ne ideálně vyřešena.

Optimalizací obecně se zabývá lineární programování, které je v tomto ohledu nejpoužívanější oblastí operačního výzkumu. O optimalizaci dopravy se zasluhuje operační výzkum, jehož metody budou hlavním nástrojem řešení této práce. S jeho pomocí se pokusím optimalizovat distribuční síť společnosti a tím dosáhnout snížení nákladů spojených s distribucí a případně také zkrácení pracovní doby řidičů společnosti, což rovněž bude mít za důsledek snížení nákladů v podobě nižších mezd. V rámci práce, jako jeden z dílčích cílů, bude pozornost soustředěna také na současné umístění skladu společnosti, jelikož i ten může mít při ne zrovna vhodném umístění velmi výrazný vliv na podobu distribuční sítě.

Úspora nákladů vyplývající z optimalizace distribuční sítě společnosti by měla samozřejmě vést ke zvýšení zisků, ale může také přispět k získání konkurenční výhody v podobě možnosti snížení cen dodávaného zboží a tím i získání nových zákazníků.

2 Cíl a metodika práce

2.1 Cíl práce

Hlavním cílem práce je snížení nákladů na distribuci zboží společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o. prostřednictvím optimalizace distribučních tras.

Ke splnění hlavního cíle práce je třeba vypracovat několik různorodých úkolů a některé z nich patří mezi dílčí cíle této práce. Jedním z nich bude v průběhu vypracování práce praktická zkouška některých optimalizovaných tras a posouzení jejich využitelnosti v reálném silničním provozu. Dalším dílčím cílem bude zhodnocení současného umístění skladu vzhledem k distribuční síti společnosti a případná optimalizace jeho polohy. Společnost disponuje nestejnorodým vozovým parkem, z tohoto důvodu bude v rámci práce také řešena možná obměna vozidel na jednotlivých optimalizovaných trasách a tím zefektivnění využití vozidel. Výčet cílů diplomové práce tedy vypadá následovně.

Hlavní cíl práce:

- Optimalizace distribučních tras společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o.

Dílčí cíle práce:

- Vyzkoušení některé z optimalizovaných tras jedním z vozidel společnosti
- Posouzení současného umístění skladu vzhledem k distribuční síti společnosti
- Posouzení využití jednotlivých vozidel společnosti

2.2 Metodika práce

Prvním krokem bude nastudování teoretických poznatků týkajících se daného problému. Konkrétně se jedná o oblast logistiky a operačního výzkumu se zaměřením na lineární programování a především problematiku okružního dopravního problému. Dále bude prostudována problematika optimálního umístění objektu – tzv. lokační úlohy.

Druhým krokem bude zjištění informací o současném způsobu řešení distribuce v uvedené společnosti prostřednictvím řízeného rozhovoru s majitelkou společnosti. Během rozhovoru budou také určeny všechny omezující podmínky a kritéria optimalizace.

Dále budou modelovány nové distribuční trasy za pomoci metod operačního výzkumu při zachování současného umístění skladu. Z důvodu kapacitních omezení disponibilních vozidel se bude jednat o víceokruhový okružní dopravní problém. Optimalizace bude probíhat ve dvou krocích. V prvním kroku budou vytvořeny dílčí distribuční sítě pomocí Mayerovy metody. K další optimalizaci jednookruhových okružních dopravních problémů bude využit počítačový optimalizační software STORM. Vzdálenosti mezi jednotlivými místy na distribučních trasách budou určeny některým z online plánovačů trasy (maps.google.cz, mapy.cz). Jelikož společnost disponuje velkým počtem distribučních míst (243 zákazníků), pokusím se najít jiné než ruční řešení zjišťování vzdáleností mezi jednotlivými místy prostřednictvím plánovačů tras. Tento úkon by měl vyřešit vhodný JavaScript, který bude spolupracovat např. s maps.google.cz. Po stanovení všech optimálních distribučních tras budou některé optimalizované trasy vyzkoušeny v praxi.

Dílčí cíl spočívající v posouzení vhodnosti umístění skladu ve stávající distribuční síti společnosti bude řešen prostřednictvím lokační metody (např. iterativní metoda). Pokud se zjistí, že aktuální lokace skladu se liší od optimální výrazně (v řádu desítek km), tak budou určeny optimální distribuční trasy vzhledem k optimálnímu umístění skladu metodami popsanými v předchozím odstavci.

Jedním z výsledků práce bude porovnání optimalizovaných distribučních tras (při zachování současné lokace skladu) se stávajícím stavem distribučních tras společnosti a vyčíslení možných úspor.

3 Literární rešerše

3.1 Logistika

3.1.1 Definice logistiky

Sixta (2005, s. 16) tvrdí, že původ pojmu logistika pravděpodobně vychází z řeckého „logos“ což znamená slovo, řeč, rozum či počítání. Předpokládá se, že logistika jako obor má svůj původ ve vojenství, kde vznikala potřeba zásobovat armádu zbraněmi, municí, potravinami, atd. Podle Kubíčkové (2006, s. 4) se ve francouzštině tímto slovem označovala vojenská nauka již v době Napoleonských válek a stejně tak za druhé světové války se tak označovala příprava a řízení vojenských operací. Po druhé světové válce se pojem logistika rozšířil i do civilní sféry s názvem hospodářská logistika.

Při zaznění slova logistika si většinou lidé představí dopravu, která je však pouze její součástí a spadá mezi logistické systémy. Podle Získala a Havlíčka (2010, s. 59) představuje logistický systém účelně uspořádanou množinu technických prvků, zařízení, budov, cest a pracovníků, podílejících se na vytváření logistických řetězců. V odborné literatuře neexistuje jednotná definice pojmu logistika. Definice se liší v závislosti na oblasti použití, profesním zaměření autora, atp.

Svoboda (2006, s. 8, 9) definuje logistiku následovně: *„Logistika je souhrn činností, systematicky zaměřených na získání materiálů z primárních zdrojů, a všechny mezipostupy před dodáním konečnému uživateli, s výjimkou vlastních výrobních procesů.“* Z této definice jasně plyne, že logistika neřeší výrobu hmotných statků, ale umožňuje svými činnostmi výrobu, směnu a spotřebu.

Pernica (2008, s. 13) uvádí definici organizace European Logistics Association, která zní: *„Logistika je organizace, plánování, řízení a uskutečňování toku zboží, počínaje vývojem a nákupem a konče výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka tak, aby byly splněny všechny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích.“*

3.1.2 Cíle logistiky

Cíle logistiky jsou v podstatě obsahem samotných definicí, co logistika vlastně je, které byly zmíněny výše. Dle nich můžeme ve stručnosti říci, že hlavním cílem logistiky je optimalizace logistických činností a nákladů.

Podle autorů Stodoly, Marka a Furcha (2007, s. 10) je cílem logistiky zajistit, aby byl správný typ zboží na správném místě, v požadovaném čase a kvalitě, spolu s příslušnými informacemi a odpovídajícím finančním dopadem. Logistika se přitom týká sféry výroby i služeb.

Sixta (2005, s. 41) přiřazuje cílům podnikové logistiky následující dvě důležité skutečnosti:

- Jsou odvozovány z podnikové strategie a napomáhají splňovat celopodnikové cíle

- Musí zabezpečovat přání zákazníků na zboží a služby v požadované kvalitě a současně při minimalizaci celkových nákladů

Ekonomickým cílem logistiky je optimalizace logistických nákladů, což představuje realizaci logistických činností při přiměřených neboli správných nákladech. Optimální náklady nejsou v žádném případě náklady minimálními, neboť výše logistických nákladů a úroveň logistických služeb jdou ruku v ruce.

3.1.3 Vývojové trendy v logistice

Logistika stejně jako všechno kolem nás podléhá trendům vývoje. Pernica (2008, s. 32) uvádí tyto trendy vývoje:

- Vývoj směrem k převaze tržního hospodářství
- Změny v hodnotové orientaci obyvatel – změna životního stylu a vztahu k práci
- Prohlubující se globalizace, internacionalizace managementu a technické inovace se stále zrychlují
- Se změnou trhu se mění i povaha konkurence
- Význam informací pro fungování hospodářství a život obecně stále narůstá
- Strategickým faktorem konkurenceschopnosti jsou pružnost uspokojování potřeb zákazníků a inovace

Podle Kubíčkové (2006, s. 6) dnes úspěch podnikům nezajistí pouze to, že budou vyrábět kvalitní zboží či poskytovat kvalitní služby, ale musejí se postarat o to, aby byly k dispozici ve správném množství, na správném místě, ve správném okamžiku a to vše s vynaložením přiměřených nákladů. Celková úspěšnost na trhu závisí na čtyřech faktorech tzv. **magického čtyřúhelníku**. Těmito faktory jsou schopnosti podniku vyrábět či dodávat **lépe, rychleji a levněji**. Čtvrtým faktorem je potom schopnost **„dělat věci jinak“**, což umožní podniku odlišit se od konkurence.

Pernica (2008, s. 33) říká, že dalším z vývojových trendů je tzv. lean production neboli štíhlé řízení a agilní logistika. Primárně se jedná o koncept zvyšující výkonnost výroby, analogicky ale přechází také do distribuce či logistických systémů prostřednictvím zamezení plýtvání, čekání, nevhodným procesům atd. V logistice se jedná o optimalizaci v podobě co nejrychlejší odezvy na objednávku zákazníka.

3.1.4 Dělení logistiky

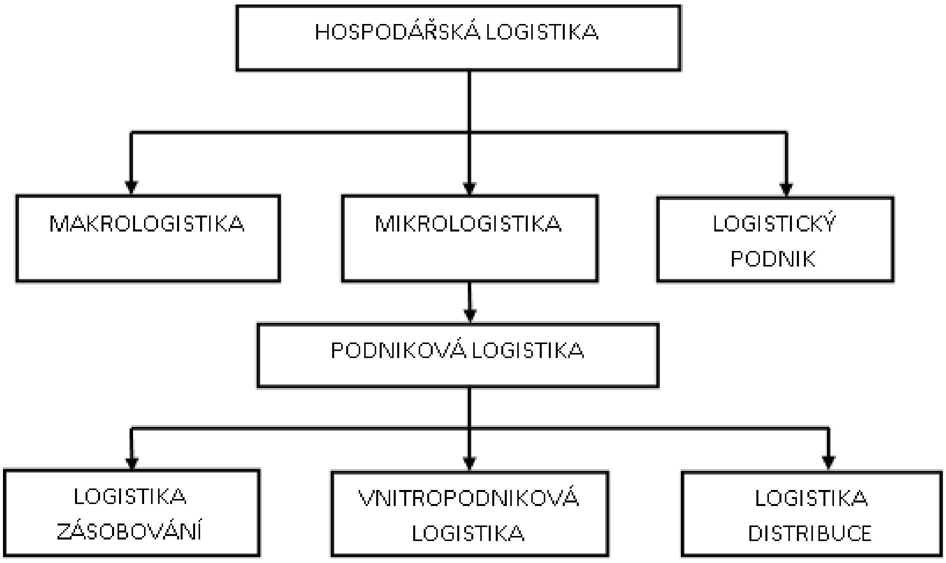
Preclík (2006, s. 8) dělí logistiku na makrologistiku, uplatňovanou ve sféře národního hospodářství a mikrologistiku, která se dále dělí na logistiku armádní, dopravní, nemocniční a podnikovou.

Další příklad členění logistiky uvádí Získal a Havlíčkem (2010, s. 58), kteří ji dělí na:

- Makrologistiku, která se zabývá logistickými řetězci na úrovni rozsáhlejšího celku, např. státu

- Mikrologistiku, jež řeší logistické řetězce pouze v rámci jednotlivých podniků
- Obchodní logistiku zaměřující se na logistické řetězce, které jsou důležité pro podnik z hlediska obchodní činnosti
- Dopravní a zasílatelská logistiku

Přehledné schéma dělení logistiky podle Sixty (2005, s. 46) přináší následující obrázek.



Obr. 1 Dělení logistiky
Zdroj: Sixta (2005)

Pro účely této práce je nejdůležitější dopravní logistika (v horním schématu označená jako logistika distribuce), která bude přiblížena v následujícím textu.

3.1.5 Dopravní logistika

Kubíčková (2006, s. 48) říká, že úkolem dopravní logistiky je koordinace, synchronizace a optimalizace pohybů zásilek po dopravní síti od místa jejich vzniku a vstupu do sítě až po místo a čas jejich výstupu ze sítě. Tímto se rozumí časový úsek od převzetí zásilky odesílatelem do předání zásilky příjemci za použití jednoho či více druhů dopravy.

Podle Preclíka (2006, s. 13) zahrnuje dopravní logistika zejména plánování, řízení a kontrolu fyzických toků výrobků a s nimi spojenými informačními toky mezi firmami a zákazníky.

Doprava zajišťuje přemisťování ve všech fázích reprodukčního procesu, čímž uspokojuje potřeby ve sféře výroby, oběhu i spotřeby. Sixta (2005, s. 161) charakterizuje dopravu těmito vlastnostmi:

- Nutnost přemístění (nemožnost skladovatelnosti)

- Časová a směrová nerovnoměrnost
- Závislost na kapacitě dopravních cest i dopravních prostředků
- Provádí se na rozsáhlých územích
- Vzájemná provázanost a nepřetržitý průběh
- Závislost na rozvoji výroby a ekonomické situaci
- Vysoké investiční náklady a dlouhodobá návratnost

Autoři Získal a Havlíček (2010, s. 60) zmiňují, že v obchodní sféře je doprava tou nejnákladnější činností a proto by optimalizaci v dopravní logistice měla být věnována velká pozornost.

Doprava se dělí na pět základních druhů, jimiž jsou **doprava silniční, kolejová, letecká, lodní a potrubní**. Jelikož je tato práce zaměřena na dopravu silniční, dále se o ní krátce zmíním.

Podle Kubíčkové (2006, s. 55) je silniční doprava rychlá a spolehlivá s malou pravděpodobností poškození zboží během přepravy. Flexibilnost dopravy je dána především hustotou silniční sítě. Dopravci tedy mohou nabízet služby „point to point“ neboli z místa na místo prakticky pro jakákoli místa původu a místa určení. Další předností silniční dopravy je možnost přepravy univerzálních výrobků jakýchkoli velikostí, hmotností a na jakoukoli vzdálenost. Objem zboží přepravovaného autodopravci má stále rostoucí trend, což je dáno relativní snadností plnění požadavků zákazníků v oblasti servisu. Rostoucí trend přepravovaného zboží silniční nákladní dopravou nekoresponduje s následující tabulkou, která zobrazuje její vývoj v letech 2008 – 2012. Příčinnou je samozřejmě období, ze kterého pochází zdroj předchozího odstavce (Kubíčková 2006), ve kterém bylo hospodářství v růstu, což trvalo až do roku 2007. Následující roky ovlivněné hospodářskou krizí se nesly ve znamení postupného poklesu objemu přepravovaného zboží silniční nákladní dopravou. Tento sestupný trend se zdá se přerušil a od roku 2012 opět objemy přepravovaného zboží rostou.

Tab. 1 Vývoj vnitrostátní silniční nákladní dopravy v letech 2008 až 2014

rok	přepravené množství (tis. tun)	přepravní výkony (mil. tkm)
2008	382 420	15 755
2009	325 052	13 502
2010	301 453	14 776
2011	288 581	14 996
2012	281 398	14 414
2013	289 146	15 401
2014	324 129	16 820

Zdroj: Český statistický úřad (2015)

3.2 Operační výzkum

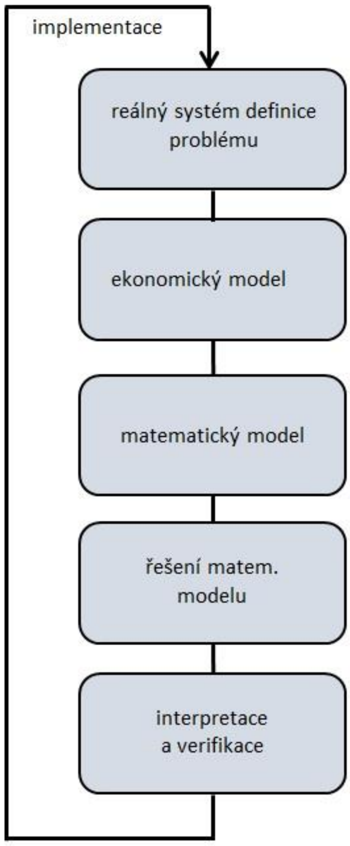
Dudorkin (1997, s. 5) říká, že operační výzkum je vědní disciplínou, která analyzuje různé typy rozhodovacích problémů a slouží především při řešení těch problémů, ve kterých si již nevystačíme s jednoduchými postupy vycházejícími ze zkušeností a intuice.

Podle Jablonského (2002, s. 9) lze hledat počátky operačního výzkumu, podobně jak tomu bylo i u logistiky v předchozí kapitole, především ve vojenství. Rozvoj tato disciplína zaznamenala během druhé světové války, kdy Velká Británie a USA sestavily speciální týmy, které analyzovaly složité strategické a taktické vojenské operace. K dalšímu rozvoji operačního výzkumu docházelo v poválečném období s nástupem informačních technologií.

Jablonský (2002, s. 10) dále charakterizuje operační výzkum jako nástroj k nalezení optimálního řešení daného problému při respektování různorodých omezení, které mají na systém vliv.

Dudorkin (1997, s. 5)definuje operační výzkum následovně: *„Operační výzkum je vědecká disciplína, jejímž předmětem je zkoumání operací v organizačních jednotkách a která je charakterizována především systémovým přístupem, konstrukcí a analýzou matematických modelů, týmovou prací při studiu operací, orientací na procesy rozhodování a využívání výpočetní techniky. Cílem operačního výzkumu jsou závěry a doporučení, která slouží jako podklad pro co nejlepší řízení zkoumaných operací. Operaci chápeme jako posloupnost vzájemně závislých akcí, směřujících k určitému cíli.“*

Podstatou operačního výzkumu je řešení reálných rozhodovacích problémů. Následující obrázek autora Jablonského (2002, s. 10) zobrazuje základní fáze, které probíhají při řešení rozhodovacích problémů.



Obr. 2 Fáze řešení rozhodovacího problému
Zdroj: Jablonský (2002)

Ekonomický model je zjednodušením nějakého reálného systému. Obsahuje na rozdíl od skutečnosti pouze nejpodstatnější prvky a jejich vazby. Jablonský (2002, s. 11) definuje obsah ekonomického modelu takto:

- Obsahuje cíl analýzy, který má maximalizační či minimalizační kritéria
- Výčet procesů probíhajících v systému
- Popis činitelů ovlivňujících procesy
- Popis vztahu mezi procesy, činiteli a cílem analýzy

Pro řešení určitého problému je nutno ekonomický model formalizovat převedením na **model matematický.** Odlišnost od ekonomického modelu je dána odlišnou formou prvků modelu, která podle Jablonského (2002, s. 11, 12) vypadá následovně:

- Cíl analýzy je vyjádřen jako funkce *n* proměnných
- Proměnné odpovídají procesům v ekonomickém modelu a jejich intenzitu vyjadřuje hodnota těchto proměnných
- Činitelé jsou vyjádřeni jako lineární či nelineární rovnice či nerovnice

- Vazby mezi procesy, činiteli a cílem analýzy popisují parametry modelu

Díky své rozmanitosti je operační výzkum podle Holoubka (2012, s. 6, 7) členěn na tyto disciplíny:

1) **Matematické programování**, které se dále dělí na programování lineární, nelineární, stochastické a dynamické

2) Síťová analýza

3) Strukturní analýza

4) Teorie zásob

5) Teorie obnovy

6) Teorie hromadné obsluhy

7) Teorie her

V další podkapitole bude podrobněji popsáno lineární programování, jehož vybrané metody budou nástrojem řešení této práce.

3.3 Lineární programování

Lineární programování, jak bylo řečeno výše, je součástí operačního výzkumu a jeho úkolem je řešení rozhodovacích problémů. Podle Jablonského (2002, s. 19)se v těchto problémech určuje intenzita realizace procesů probíhajících v daném systému. Tyto procesy mají určité podmínky, které je ovlivňují a které je třeba respektovat k optimálnímu dosažení rozhodovacích cílů.

V předchozí kapitole byl popsán matematický model úlohy lineárního programování se všemi náležitostmi, které musí mít a jeho převedení z modelu ekonomického. Obecnou sumarizovanou podobu matematického modelu uvádí Holoubek (2012, s. 12):

$$z_{extr} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \gtreqless b_i \qquad (\mathrm{i} = 1, \dots, m) \tag{2}$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1, \dots, n) \tag{3}$$

Lineární mnohočlen (1) bývá nejčastěji označován jako účelová či kriteriální funkce. Lineární rovnice a nerovnice (2) se nazývají vlastní omezující podmínky. Poslední vztah (3) vyjadřuje tzv. podmínky nezápornosti.

Gros (2003, s. 124,125) označuje použité symboly následovně:

- Proměnné x_j značí optimalizované veličiny, jejichž optimální hodnota je podmínkou pro dosažení cíle řešení rozhodovací situace. Jedná se například o přepravovaná množství zboží, objemy produkce atd.
- c_j jsou koeficienty proměnných v účelové funkci, které představují hodnotu výnosu nebo nákladu
- a_{ij} jsou technické koeficienty vyjadřující vztah mezi j-tou proměnnou a i-tou omezující podmínkou. Může se jednat například o výkon strojů, měrnou spotřebu materiálu apod.
- Posledním ze symbolů je b_i, které se nachází na pravé straně omezujících podmínek a určuje různá kapacitní omezení či požadavky zákazníků. Příkladem může být maximálně dosažitelný objem produkce, časový fond nebo určité množství výrobků

V rámci lineárního programování existuje celá řada typů úloh. Holoubek (2012, s. 13) uvádí tyto typy úloh lineárního programování jako nejběžnější:

- Kapacitní problém
- Problém optimálního rozmístění finančních prostředků
- Výživový, někdy též nutriční či směšovací problém
- Řezný neboli krájecí problém
- Distribuční problém

Většinu úloh lineárního programování lze řešit pomocí simplexové metody, která je značně univerzální, ale pro některé typy úloh (distribuční) je vhodnější použít specializované metody, které jsou pro ně efektivnější.
V další části se zaměřím na distribuční úlohy lineárního programování, mezi které spadá i problém obchodního cestujícího, který bude hrát hlavní roli v praktické části práce.

3.3.1 Distribuční úlohy lineárního programování

Při řešení distribučních úloh byly jako u jedněch z prvních použity exaktní metody v řízení. Výhodou je relativně snadná řešitelnost a především výrazná úspora nákladů. (Gros, 2003, s. 171) Podstatou distribučních úloh je zabezpečení přepravy určitého nákladu z místa, kde je k dispozici do místa, kde je o něj zájem. Mezi distribuční úlohy řadí Holoubek (2012, s. 16, 80) tyto typy úloh:

- Dopravní problém
- Přiřazovací problém
- Problém obchodního cestujícího
- Kontejnerový dopravní problém
- Obecný dopravní problém

3.4 Problém obchodního cestujícího (TSP)

Pelikán (2001, s. 34) definuje problém obchodního cestujícího (Travelling salesman problem neboli TSP), někdy též nazvaného okružní úloha, jako problém zabývající se rozvozem a svozem materiálu, zboží, odpadků apod.

Autor Cook (2012, s. 19) říká, že dávno předtím, než se TSP dostal do popředí zájmu disciplíny operačního výzkumu, se s tím samým problémem setkávali již pradávní lovci řešící ideální cestu při lovu či sběru plodů. V současnosti tomu není jinak, protože v určitých odvětvích je optimální vyřešení problému obchodního cestujícího klíčem úspěchu.

Podle Jablonského (2002, s. 111, 112) je cílem úlohy obchodního cestujícího vyjít z nějakého výchozího stanoviště (např. sklad), navštívit postupně v libovolném pořadí všechna potřebná místa (zákazníky) právě jednou a vrátit se zpět do výchozího místa tak, aby délka trasy byla co nejkratší. Nemusí se nutně jednat o minimalizaci délky trasy, ale třeba o co nejkratší dobu jízdy, minimalizování nákladů apod. S TSP se setkáváme každý den v situacích, kde se jedná o pravidelný rozvoz či svoz různých produktů, kde příkladem mohou být pekárny, mlékárny, svoz domovního odpadu, zásobování prodejen atd.

Autor Stevenson (1992, s. 346) rozlišuje dva typy TSP podle toho, zda je délka trasy z bodu A do B stejná jako délka trasy z bodu B do bodu A. V případě stejné vzdálenosti v obou směrech se jedná o symetrický TSP, v opačném případě jde o TSP asymetrický. Nalezení optimální řešení problému obchodního cestujícího je výpočetně velice náročné a s každým navýšením počtu lokalit roste exponenciálně počet možných řešení. Z uvedeného důvodu se v praxi používají algoritmy přinášející pouze přibližná řešení.

Pelikán (2001, s. 37) formuluje matematický model úlohy obchodního cestujícího následovně:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\ x_{ij}\ \rightarrow min \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\ \ = 1\quad pro\quad i\ = 1, 2, \dots, n, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\ \ = 1\quad pro\quad j\ = 1, 2, \dots, n, \tag{6}$$

$$u_i\ -\ u_j\ +\ nx_{ij}\ \leq n\ -1,\quad i\ = 1, 2, \dots, n,\ \ j\ = 2, 3, \dots, n,\ \ i\ \neq j, \tag{7}$$

$$x_{ij}\ \in \{0, 1\}\ \ i, j\ = 1, 2, \dots, n, \tag{8}$$

kde:

- c_{ij} značí ohodnocení hran neboli vzdálenost mezi místy
- x_{ij} je bivalentní proměnná
- *n* je počet uzlů či míst
- u_{ij} jsou proměnné přiřazené k jednotlivým místům a udávají jejich pořadí

Výraz (4) představuje účelovou funkci, která je minimalizační. Výrazy (5) a (6) zavádějí do modelu TSP bivalentní proměnné. Pokud se jejich hodnota rovná 1, znamená to, že z místa A_i do místa A_j bude cesta v rámci okruhu. V opačném případě, kdy hodnota proměnných bude 0, cesta mezi těmito místy v rámci okruhu nevznikne.

Jablonský (2002, s. 112) říká, že pokud by v soustavě rovnic chyběl výraz (7) znamenalo by to, že řešení může vzniknout v podobě dílčích okruhů, což by jistě nekorespondovalo se snahou o minimalizaci délky ujeté trasy.

Pelikán (2001, s. 36) dokazuje funkčnost výrazu (7) tzv. smyčkové podmínky v teorii grafů, kde je třeba získat uzavřenou cestu tzv. Hamiltonovskou kružnici, následovně: *„Vezměme libovolnou podmnožinu uzlů $U \subset V$ neobsahující uzel 1. Sečteme-li smyčkové podmínky přes hrany, jejichž uzly leží v U, pak proměnné u_i na levé straně se pro parciální smyčku přes tyto uzly zruší a dostáváme*

$$n \sum_{i\in U, j\in U} x_{ij}\ \leq\ |U|(n-1) \tag{8}$$

neboli

$$n \sum_{i \in U, j \in U} x_{ij} \leq |U|(1 - 1/\text{n}). \tag{9}$$

Tato podmínka znamená, že počet hran na množině uzlů U je menší než je počet uzlů U, což znamená, že tyto hrany nemohou představovat cyklus na množině uzlů U (cyklus by musel obsahovat přesně |U| hran).“

Získal a Havlíček (2010, s. 67) uvádějí, že TSP existují v různých variantách např. jako jednookruhové, víceokruhové či s různými časovými, kapacitními a jinými omezeními.

3.4.1 Metody řešení TSP

Problém obchodního cestujícího je podle autorů Získala a Havlíčka (2010, s. 67) možný řešit mnoha metodami včetně klasické simplexové metody, avšak toto řešení by nebylo příliš efektivní. Principiálně jsou všechny metody řešení TSP založené na vytvoření a zpracování posloupnosti sledovaných míst, kdy je každé místo (zákazník) třeba navštívit právě jednou. Nezbytností je vyloučit všechny trasy, které by předčasně uzavřely okruh. V matici vzdáleností se z tohoto důvodu vyloučí symetrické prvky podle hlavní diagonály a také samotnou hlavní diagonálu matice.

Kučera (2009, s. 19) ve své disertační práci konstatuje, že kvůli své výpočetní složitosti se většina metod řešení TSP řadí mezi heuristické neboli aproximační metody, které vykazují odchylky od optimálních hodnot účelové funkce, avšak jejich výsledky jsou v praxi uspokojivé a především jsou tyto metody rychlé a je s nimi možné řešit i rozsáhlejší úlohy. Heuristické metody lze rozdělit do dvou kategorií:

- Metody vytvářející řešení (konstruktivní)
- Metody zlepšující řešení (iterativní)

Mezi typické metody řešení patří podle Holoubka (2012, s. 106) například Littlova metoda, Vogelova metoda či Metoda nejbližšího souseda. Dudorkin (1997, s. 51) nabízí k řešení TSP upravenou metodu větvení a mezí, přičemž modifikace spočívá v zaměnění rolí horní a dolní meze oproti běžné metodě větvení a mezí, což zajistí minimalizační charakter úlohy. V další textu budou tyto metody podrobněji rozebrány.

3.4.2 Metoda větvení a mezí

Metoda větvení a mezí spadá pod exaktní algoritmy řešení TSP. Tato metoda je založena na principu větvení, spočívajícím v postupném rozkladu množiny přípustných řešení na řadu podmnožin a principu odhadu mezí hodnoty kriteriální funkce na množině přípustných řešení či některé její podmnožině. Dudorkin (1997, s. 48) popisuje algoritmus výpočtu následovně:

1) *„Uvažujme celou množinu přípustných řešení X jako jediného kandidáta větvení a stanovme dolní mez kriteriální funkce* $f_s = -\infty$ *a horní mez* f_h *na této množině.*
2) *Dle pravidla větvení (např. dle nejnižší dolní meze) vybereme z kandidátů větvení jednu množinu a rozložíme ji na dvě či více nových podmnožin přípustných řešení. Je-li soubor kandidátů větvení prázdný, je proces větvení u konce a vybrané nejlepší přípustné řešení je optimální. Je-li* $f_h = \infty$, *nebylo nalezeno žádné přípustné řešení dané úlohy.*
3) *Pro každou novou podmnožinu přípustných řešení stanovíme dolní mez z upravené matice* C_{1j}, *kterou získáme z matice C zablokováním 1. řádku a j-tého sloupce a zákazem trasy j-1 (zpětného návratu).*
4) *Z dalšího zkoumání vyloučíme ty nové podmnožiny, pro něž je* $f_s > f_h$.
5) *Určíme nejlepší přípustné řešení* $\bar{x}$ *na každé nové podmnožině. Je-li splněna podmínka* $f\overline{(x)} \leq f_h$, *potom položíme* $f_h = f\overline{(x)}$, *přípustné řešení* $\bar{x}$ *zaznamenáme jako nejlepší dosud známé přípustné řešení a zjistíme, zda lze vyloučit z dosud nevyloučených podmnožin dle podmínky* $f_s > f_h$. *Nevyloučené podmnožiny v krocích 4 a 5 jsou kandidáty dalšího větvení v kroku 2, který navazuje."*

3.4.3 Littlova metoda

Littlova metoda podle Holoubka (2012, s. 106) uplatňuje některé prvky metody větvení a mezí a také metody maďarské. Matice vzdáleností může být symetrická i nesymetrická v závislosti uvažování rozdílných délek tras při jízdě v opačném směru.

Algoritmus řešení podle autora Rašovského (1999, s. 154, 155) vypadá následovně:

1) *„Ve čtvercové matici s proškrtanými políčky na hlavní diagonále provedeme redukci koeficientů účelové funkce (sazeb) pomocí „transformačních konstant"* α *a* β *tak, aby v každé řadě matice byla alespoň jedna nulová sazba* ($c_{i,j} = 0$),
2) *Vypočítáme hodnotu* Z_0, *o níž klesne hodnota účelové funkce po redukci matice:*

$$Z_0 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \sum_{j=1}^{n} \beta_j \tag{10}$$

   kde α_i *i* β_j *jsou transformační konstanty pro i-tý řádek a j-tý sloupec čtvercové matice koeficientů účelové funkce* ($i = j = 1, 2, \dots, n$),
3) *Vypočítáme pro všechna políčka s nulovou redukovanou sazbou (tj. políčka, kde* $c_{i,j} = 0$) *hodnotu* $\Phi_{i,j}$

$$\Phi_{i,j} = min\, c_i^* + min\, c_j^* \tag{11}$$

   kde $min\, c_i^*$ *a* $min\, c_j^*$ *jsou nejmenší redukované sazby v i-tém řádku a j-tém* *sloupci matice,*

4) *Ze všech vypočtených Φ vybereme tu, která má maximální hodnotu. Platí-li $\Phi_{max} = \Phi_{i,j}$, pak první etapa hledaného optimálního okruhu bude vést po cestě z i-tého do j-tého místa. (Je-li maximálních hodnot Φ v matici více, pak si lze po zařazení do okruhu vybrat kteroukoli z těchto cest.),*
5) *Vypočítáme hodnotu účelové funkce $Z_{\overline{i,j}}$ při nezařazení etapy z i-tého místa do j-tého místa do okruhu*

$$Z_{\overline{i,j}} = Z_0 + \Phi_{max} \tag{12}$$

6) *Vynecháme i-tý řádek a j-tý sloupec redukované matice sazeb,*
7) *Zakážeme protisměrnou jízdu mezi místy určujícími první etapu, tj. vyloučíme průjezd mezi j-tým a i-tým místem – políčko odpovídající ve zmenšené matici „zakázané" cestě označíme ∞,*
8) *Ověříme, zda zmenšená a redukovaná matice získaná v předcházejícím kroku obsahuje v každé řadě alespoň jednu nulovou sazbu. V případě, že v některé řadě není žádná nulová sazba, pak pomocí transformačních konstant je možno tento požadavek zajistit stejně jako v bodu 1,*
9) *Ověříme správnost zařazení etapy z i-tého do j-tého místa pomocí vztahu*

$$Z_{i,j} \leq Z_{\overline{i,j}} \tag{13}$$

V němž $Z_{i,j}$ představuje hodnotu předcházející účelové funkce zvětšenou o

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \sum_{j=1}^{n} \beta_j \text{, přičemž transformační konstanty } \alpha_i \text{ i } \beta_j \text{ jsou převzaty}$$

z bodu 8. Pokud uvedený vztah neplatí, nebyl důsledně dodržen stanovený algoritmus a je třeba řešení začít znovu,

10) *Opakujeme výše uvedený postup počínaje bodem 3 až do okamžiku, kdy redukovaná čtvercová matice sazeb bude mít rozměr 2 × 2, přičemž dvě ze čtyř cest v matici jsou zakázané. Dvě zbývající cesty uzavřou celý okruh."*

3.4.4 Vogelova aproximační metoda (VAM)

Podle Raise (2004, s. 52) se jedná v praxi o nejpoužívanější metodu, především díky své jednoduchosti, rychlosti a postačující přesnosti. Algoritmus řešení VAM je následující:

1) Stanovíme si diference pro každý řádek a sloupec matice mezi nejmenší a druhou nejmenší hodnotou. V případě rovnosti dvou nejmenších sazeb je diference nula. Následně vybereme řádek nebo sloupec s největší hodnotou diference. V této řadě obsadíme největší možnou přepravou pole s nejmenší hodnotou. Řadu s vyčerpanou kapacitou či požadavkem škrtneme a dále s ní nepočítáme. Stanovíme znovu diferenci buď sloupce či řádku v závislosti na

předchozím výběru (zvolíme opačnou možnost) a postupujeme dále stejným způsobem.

2) Při shodnosti největší hodnoty diference u více řad, hledáme v těchto řadách tzv. sedlový bod, což je pole s nejmenší sazbou řádku i sloupce. Dále tento bod obsazujeme. V případě rovností hodnot sedlových bodů vybereme ten, který má největší součet řádkové a sloupcové diference.

3) Pokud neexistuje v řadách s největší diferencí žádný sedlový bod, tak stanovíme druhé diference. Druhou diferenci vypočteme jako rozdíl mezi druhou nejmenší sazbou řady a mezi nejmenší sazbou řady kolmé na původní. Ve vybrané řadě s největší druhou diferencí obsazujeme pole s nejmenší sazbou. Pokud místo tohoto třetího bodu algoritmu řešení VAM použijeme subjektivní odhad, nedojde k přílišnému zhoršení kvality řešení.

3.4.5 Metoda nejbližšího souseda

Metoda nejbližšího souseda patří k nejjednodušším metodám řešení TSP. Princip spočívá ve zvolení nejvýhodnějšího spojení z výchozího místa. Z tohoto nového místa se obchodní cestující vydává do dalších míst, které ještě nenavštívil, a mají se současným místem nejvýhodnější spojení. Po navštívení všech míst se cestující vrací zpět do výchozího místa.

Postup řešení metody nejbližšího souseda v matici sazeb vypadá podle Šubrta (2001, s. 108) následovně. Vyškrtneme sloupec odpovídající poloze výchozího místa v matici sazeb a v odpovídajícím řádku nalezneme buňku s nejvýhodnější tedy minimální sazbou. Vybraná hodnota odpovídá vzdálenosti dvou míst z příslušného řádku do konkrétního sloupce. Dále vyškrtneme sloupec, ve kterém leží zvolené nejvýhodnější místo, jelikož do tohoto místa se již nevracíme. V řádku, kde leží toto místo, vybereme z dosud nevyškrtnutých buněk ve sloupci znovu tu, která má nejvýhodnější spojení a celý postup opakujeme, dokud nejsou vyškrtány všechny sloupce. Nakonec obsadíme buňku ve sloupci, který odpovídá výchozímu místu.

V případě úlohy s nesymetrickou maticí sazeb musíme pro každé místo provést také hledání trasy v opačném směru. Je tedy nutno vyškrtávat jednotlivé řádky a hledat příslušné minimální sazby ve sloupcích či původní matici sazeb transponovat a použít klasický postup popsaný výše. Nakonec vybereme ze všech získaných tras tu, která má minimální součet sazeb.

3.5 Víceokruhový dopravní problém (VRP)

Tento typ problému je v praxi mnohem rozšířenější a mívá různá označení. V anglické literatuře bývá označován jako „Vehicle routing problems“. V česky psané literatuře bývá tento problém označován nejednotně například, jako trasovací problém, rozvozní úloha, úloha vícenásobného obchodního cestujícího či úloha okružních jízd. Podstatou VRP je existence více než jednoho okruhu a to z důvodu jako jsou omezená kapacita vozidla, časové omezení apod.

Defice VRP podle Janáčka (2003, s. 164) vypadá následovně:

„Je dána dopravní síť s jediným střediskem a p dopravními prostředky. V této dopravní síti je třeba nalézt p okružních jízd začínajících a končících ve středisku tak, aby každým uzlem sítě, který není střediskem, procházela právě jedna jízda a aby součet ohodnocení jízd byl minimální.“

Pelikán (2001, s. 38) uvádí matematický model VRP:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\ x_{ij} \rightarrow min \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad pro \quad i = 2,3,\dots,n, \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad pro \quad j = 2,3,\dots,n, \tag{15}$$

$$u_i + a_j - 2\mathrm{V}\left(1 - x_{ij}\right) \leq u_{\mathrm{j}}, \quad i = 1,2,\dots,n, \quad j = 2,3,\dots,n, \tag{16}$$

$$a_i \leq u_i \leq V \qquad i = 1,2,\dots,n, \tag{17}$$

$$u_1 = 0 \tag{18}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i,j = 1,2,\dots,n. \tag{19}$$

Matematický model VRP se od modelu TSP liší ve výrazu (16, 17 a 18). Výraz (16) zastupuje smyčkové podmínky klasického TSP a říká, že množství nákladu při navštívení uzlu j bude alespoň o náklad $\boldsymbol{a_j}$ větší než byl náklad v předcházejícím uzlu $\boldsymbol{i}$. Zde je třeba upřesnit, že model je konstruován pro úlohu svozu, která se však nijak neliší od úlohy rozvozu a proto je pro ni aplikovatelná. Výraz (17) zajišťuje, že náklad $\boldsymbol{u}$ nepřekročí kapacitu vozidla $\boldsymbol{V}$.

Následující výčet přináší zjednodušenou klasifikaci VRP úloh podle Janáčka (2003, s. 163, 164), který je rozděluje podle:

1) Času upokojování zákazníků

2) Počtu středisek

3) Velikosti dopravního parku

4) Typu dopravního parku

5) Povaze požadavků

6) Poloze požadavků v dopravní síti

7) Typu dopravní sítě

8) Maximální doby pro projetí jedné trasy

9) Operací prováděných u zákazníků

10) Kritérií kvality řešení (účelové funkce)

3.5.1 Metody řešení VRP

V dalším textu si uvedeme zástupce metod pro dva nejběžnější případy VRP, což jsou kapacitně a časově omezený víceokruhový okružní dopravní problém.

3.5.2 Mayerova metoda

Mayerova metoda řeší VRP úlohy s omezenou kapacitou a úplnou sítí cest. Postup řešení popisuje Antošová (2011, s. 4) následovně. Mayerova metoda neřeší kompletní VRP problém, ale pouze ho rozděluje na jednotlivé jednookruhové dopravní problémy, které se dále řeší některou z metod pro řešení TSP problémů.

Metoda je založena na symetrické matici vzdáleností všech míst včetně výchozího bodu (sklad). Místa jsou v matici seřazena podle vzdáleností od centrálního místa, kdy nejvzdálenější místo je uvedeno jako první, centrální místo jako poslední.

Postupujeme tak, že nejvzdálenější místo zařadíme do okružní trasy jako první a k němu vybereme to místo, které od něj má nejmenší vzdálenost. Po zařazení dalšího místa do okružní trasy sečteme přepravní požadavky vybraných míst a v případě volné zbývající kapacity vozidla dojde k přiřazení dalšího místa podle výše zmíněného postupu a opětovnému propočtení požadavků s kapacitou vozidla. V uvedeném postupu se pokračuje, dokud nedojde k naplnění kapacity vozidla. Další okružní trasa opět začíná nejvzdálenějším místem od centrálního místa, které doposud nebylo zařazeno do některého z okruhů. Po rozdělení všech míst do jednotlivých okruhů řešíme pořadí, ve kterém budou tato místa navštívena na základě minimální délky tras.

3.5.3 Habrova metoda

Získal s Havlíčkem (2010, s. 70) říkají, že algoritmus Habrovy metody zařazuje do okruhu takové spoje, které jsou nejvýhodnější z hlediska celé dopravní sítě. Metoda pracuje s tzv. habrovými frekvencemi. Tyto frekvence se vypočítají podle následujícího vztahu:

$$f_{i,j} = \left(c_{i,j} + c_{k,l}\right) - \left(c_{i,l} + c_{k,j}\right) \tag{20}$$

Uvedený vzorec vyjadřuje rozdíl křížového součtu sazeb, pomocí kterého lze zjistit jak výhodná je určitá dvojice ve spojení vůči jiné dvojici. Algoritmus řešení Habrovy metody je následovný:

1) Z matice vzdáleností sestavíme dílčí analytické tabulky řádkových rozdílů

2) Označíme řádková minima z dílčích tabulek

3) Pro tvorbu okruhu použijeme řádková minima ze sloupců dílčích tabulek

4) Při neexistenci absolutně výhodných spojení vybereme spojení absolutně nevýhodná, což jsou ta s největším počtem minim ve sloupci

5) Z absolutně výhodných spojení vytvoříme první úseky okružních tras

6) Z tabulky vyřadíme řady, jejichž hodnoty už jsou zařazené do okruhu a také ta spojení, která by způsobila předčasné uzavření okruhu

7) V redukovaných dílčích tabulkách provádíme výše zmínění postup, dokud se okruh neuzavře

3.6 Lokační úlohy

Lokační úlohy podle autorů Širokého a Slivoně (2010, s. 259) řeší otázku počtu a rozmístění logistických center (skladů). Jedná se o operace dlouhodobého plánování řádově v horizontu několika měsíců či let. Příkladem může být navržení nového systému či změna jeho kapacity, restrukturalizace apod.

Při řešení lokačních úloh je klíčové hledání tzv. mediánu, představujícího typ úloh, které hledají umístění dep minimalizující součet vážených vzdáleností zákazníků od příslušných dep.

Řešení lokačních úloh přibližuje Volek (2002, s. 70) pomocí teorie grafů. Distribuční síť je zde souvislý graf reprezentovaný vrcholy a hranami. Vrcholy grafu představují jednotlivá místa (zákazníky) a mají přiděleny určité váhy podle důležitosti toho kterého zákazníka v distribuční síti. Hrany představují komunikace, které spojují vrcholy a jsou ohodnocené nezáporným číslem vyjadřujícím kilometrickou vzdálenost mezi vrcholy.

Cílem lokačních úloh je nalézt takový vrchol, který nejlépe vyhovuje umístění logistického centra, tedy minimalizuje v závislosti na kritériích přepravní náročnost, čas apod.

V dalším textu si představíme metodu řešení lokačních úloh, která bude použita v praktické části práce.

3.6.1 Iterativní algoritmus

Iterativní algoritmus definuje Volek (2002, s. 111) jako hledání optimálního umístění logistického centra v distribuční síti. Jedná se univerzální algoritmus umožňující obsluhovat vrcholy i hrany. Aby bylo možno provést výpočet pomocí iterativního algoritmu je nutno vědět:

- Váhu vrcholu (souhrnný koeficient vrcholu)
- Váhu hrany (vzdálenost mezi vrcholy)
- Počet logistických center

Při výpočtu se snažíme najít minimum kriteriální funkce, která vyjadřuje množství dopravní práce vykonané při obsluze sítě. Matematicky lze kriteriální funkci vyjádřit takto:

Je dána množina ***k*** dep na D_k ($|D_k| = k$) označená jako vrcholově optimální umístění ***k*** dep na síti $G = (V, X)$, pro niž platí:

$f(D_k) = min_{D_k} \{f(D_k^{'})\}$, kde $D_k^{'}$ jsou všechny k-prvkové podmnožiny vrcholů

$$V \; a \; f(D_k^{'}) = \sum_{v \in D_{kD}} \sum_{u \in A^*(v)} 2 * d(u,v) * w(u).$$

Algoritmus řešení lze popsat následovně:

1) *„Zvolíme výchozí množinu dep $D_k \subset V, |D_k| = k$, určíme množinu neprozkoumaných vrcholů $N = V \setminus D_k$ (rozdíl množin V a D_k) a určíme dopravní práci $f(D_k)$, respektive $g(D_k)$.*
2) *Zjistíme, zda je množina neprozkoumaných vrcholů prázdná. V případě, že $N = \emptyset$, pokračujeme krokem 4. Je-li $N \neq \emptyset$, vybereme libovolný vrchol $v \in N$ a sestavíme modifikované množiny dep podle pravidla $D_k^{v_j} = D_k - \{v_j\} + \{v\}$, $j = 1, 2, \ldots, k$. Dále vypočteme $f(D_k^{v_j})$ a určíme $f(D_k^{v_r}) = min_{v_j} \{f(D_k^{v_j})\}$, respektive $g(D_k^{v_r}) = min_{v_j} \{g(D_k^{v_j})\}$, (je-li více těchto hodnot, potom zvolíme libovolnou z nich).*
3) *Nyní porovnáme hodnoty kritéria. Je-li $f(D_k^{v_r}) \geq f(D_k)$, respektive $g(D_k^{v_r}) \geq g(D_k)$, položíme $N = N - \{v\}$ a pokračujeme krokem 2. V případě, že $f(D_k^{v_r}) < f(D_k)$, vytvoříme novou množinu dep $D_k = D_k - \{v_r\} + \{v\}$, (tedy původní depo ve vrcholu v_r nahradíme depem ve vrcholu v, protože dojde ke snížení hodnoty dopravní práce). Položíme $z = z + 1$ a pokračujeme krokem 2.*
4) *V případě je-li $z = 0$ pokračujeme krokem 5. Je-li $z > 0$, určíme novou množinu $N = V \setminus D_k$ a pokračujeme krokem 2.*
5) *Množina D_k představuje vrcholově (hranově) optimální rozmístění k dep na síti. Hodnota $f(D_k)$, respektive $g(D_k)$ je minimální hodnotou funkce, která může být dosažena tímto algoritmem při zadané hodnotě dep."*

3.7 Datové vstupy

Pro budoucí výpočty a optimalizaci rozvozních tras je zapotřebí vytvořit distanční matici adres jednotlivých zákazníků. Distancí je v tomto případě míněna reálná silniční vzdálenost dvou bodů na mapě s ohledem na dopravní dostupnost komunikací či jednosměrný provoz. Vzhledem k počtu bodů (matice o 59 049 hodnotách) by bylo velice neefektivní a časově náročné jednotlivé vzdálenosti dopočítávat ručně, a proto bylo nutné daný problém algoritmizovat a spočítat pomocí skriptu. Pro snadnou a jednoduchou implementaci je použito prostředí webového prohlížeče.

3.7.1 Použité technologie

Použitý skript je implementován pomocí programovacího jazyka JavaScript. Historie tohoto jazyka sahá až do 90. let, kdy byl JavaScript standardizován. Původní záměr využívat tento jazyk jako nástroj pro jednoduché akce na webové stránce (ovládání prvků, dynamické chování) však během let přerostl v masivní použití tohoto jazyka pro vytvoření celých webových aplikací (Web Education Community Group*, 2012)*.
Právě díky širokému použití tohoto jazyka je v dnešní době dostupná široká škála frameworků (knihoven nabízejících konkrétní funkcionalitu) a mnoho webových služeb má implementováno API (aplikační rozhraní) pro JavaScript. Výhodou užití JavaScriptu je i jednoduchá implementace, neboť pro napsání skriptu stačí jednoduchý textový editor a pro jeho spuštění jakýkoliv moderní webový prohlížeč.

Pro naše potřeby práce s mapou byl zvolen nástroj od společnosti Google, a to Google Maps API. Toto aplikační rozhraní umožňuje programově přistupovat k funkcionalitě jejich mapových produktů. Metody pro výpočet vzdáleností obstaralo konkrétně The Google Distance Matrix API (Google Developers*, 2015)*.

Výsledná distanční matice je vykreslována přímo do webové stránky pomocí značkovacího jazyka HTML. Skript postupně vytváří a naplňuje tabulku výsledné distanční matice. Tento výstup je pak snadno přenesený do tabulkového procesoru k dalšímu zpracování.

3.7.2 Princip a popis skriptu

Použitý algoritmus bere jako vstupní data seznam adres koncových zákazníků. Adresy nemusí mít pevně daný formát, neboť Maps API dokáže daný řetězec správně rozparsovat a danou adresu rozpoznat.

Skript pro každou z použitých adres vytváří dotazy na vzdálenost do všech ostatních bodů. Parametry pro výpočet vzdálenosti je nastaven pro osobní automobil a metrický systém, přičemž hustota dopravy není při vzdálenosti dvou bodů zohledňována. Návratové hodnoty vzdáleností jsou zapisovány do vytvářené tabulky.

3.7.3 Limitace řešení

Drobnou komplikací při průběhu algoritmu je limitace služby Maps API pro bezplatné použití. Existují zde limity jak pro počet dotazů za určitý čas, tak pro počet bodů v jednotlivém dotazu. Algoritmus je nastaven, aby tento fakt zohledňoval, dotazy dávkoval postupně a tabulku budoval nikoliv po celých řádcích, ale po menších úsecích. V případě úplného selhání služby je nutné za určitý čas pustit skript znovu pro výpočet zbývajících hodnot.

3.7.4 Popis algoritmu

První část algoritmu lze nazvat jako inicializační. V této části jsou definována vstupní data, což je seznam všech adres pro výpočet distanční matice. Tento seznam je vytvořen automatickým exportem z tabulkového procesoru do formátu javascriptového pole. Export vytvoří pole, jehož prvky obsahují jednoprvková pole s řetězcem adresy:

```
var places = [
["Dukelská 797 664 34 Kuřim Česká republika" ],
        ["Legionářská 334 664 34 Kuřim Česká republika" ],
        ...
];
```

Dále jsou v inicializační části definovány pomocné proměnné, které definují nastavení běhu programu a zároveň uchovávají současný stav běhu programu:

```
/* Sluzba pro ziskavani dat od google */
var service = new google.maps.DistanceMatrixService();
/* Krokovani kvuli limitu pocet destinaci pro jeden dotaz */
var stepper = 0;
/* Aktualni index mista, ktere v soucasnem kroku bereme jako vychozi bod */
var currentPlace = 0;
/* Pole, do ktereho si ulozime seznam mist */
var placesMerged = new Array();
/* Pocet cilovych mist v jednom dotazu */
var oneQueryLength = 10;
/* Cas, ktery cekame mezi jednotlivymi pozadavky v milisekundach */
var oneQueryTime = 1000;
/* Cas, ktery cekame po chybe, pokud nas google odstreli kvuli mnoha dotazum*/
var errorQueryTime = 6000;
/* Pri poslednim volani vznikla chyba */
var wasLastError = false;
```

Běh programu je spuštěn automaticky po otevření a načtení souboru. Před prvním dotazem na Google server je ještě vytvořeno záhlaví tabulky. Výpočetní část je zapouzdřena ve funkci:

```
function getDistantcesForItem(){
    ...
```

}

Tato funkce na základě aktuálního stavu programu vezme požadovanou zdrojovou adresu a určitý počet cílových adres a vytvoří dotaz na Google server pomocí metody:

google.maps.DistanceMatrixService().getDistanceMatrix();

V momentě, kdy ze serveru přijmeme výsledná data je zavolána funkce:

handleResponse(response, status){

...

}

Tato funkce zpracuje přijatá data. V případě nutnosti přidáme do tabulky nový řádek a do první buňky vložíme název zdrojové adresy. Pro jednotlivé hodnoty vzdáleností poté přidáváme do tohoto řádku postupně hodnoty. Pokud vše proběhne v pořádku, na konci této metody použijeme časovač, který automaticky za určitý čas (opatření proti limitaci na počet požadavků během krátké doby) zavolá znovu funkci *getDistancesForItem()* a celý proces se opakuje.

V případě, že data ze serveru nedorazila (pravděpodobně zamítnuto díky limitacím free Maps API), skript automaticky počká a zkusí požadavek odeslat znovu. Pokud chyba nastane dvakrát po sobě, běh programu je ukončen.

Veškerý průběh programu i s případnými chybovými hláškami je zapisován do konzole prohlížeče, což je běžně dostupný nástroj všech moderních webových prohlížečů.

3.8 Softwarové řešení optimalizačních úloh

Podle autorů Širokého a Slivoně (2010, s. 266) zhruba od 80. let 20. století vznikají různé softwary určené k řešení TSP a VRP problémů. Zavedení takovýchto softwarů do firem může přinést jeho vlastníkům značné úspory z přepravních nákladů pohybujících se v rozmezí 5 – 20 %.

Základní funkce takovýchto softwarů podle jsou následovné:

- Řešení různých typů okružních dopravních úloh
- Spolupráce s digitálními mapami
- Výpočet optimální trasy
- Integrace s GPS a mobilními telefony
- Prezentace výsledků na mapě

Konkrétní algoritmy použité v takovýchto softwarech většinou vývojáři nesdělují, jedná se obecně o různé heuristické a metaheuristické algoritmy. Softwary jsou většinou vytvářeny na míru zákazníkovy a cena začíná na zhruba 10 tis. USD.

Pro účely této práce je použit software STORM 3.0 od firmy STORM Software, Inc. z roku 1991, který je studentům dostupný na PEF. Jak naznačuje rok výroby, není to zrovna nejnovější program, ale k výpočtu TSP problému vyskytujícího se v této práci postačuje.

3.8.1 Program STORM

Jedná se o modulový program určený k řešení různých typů úloh, jako jsou standardní úlohy lineárního programování, řízení projektů, teorie zásob, teorie hromadné obsluhy atd. V hlavním menu programu jsou to právě první 4 moduly, které řeší úlohy lineárního programování. Čtvrtý modul s názvem Distance Networks – Paths, Tours, Trees umožňuje řešit TSP úlohy.

Zadávání vstupních dat do programu není zcela uživatelsky příjemné, ale s trochou trpělivosti to lze zvládnout. Data se dají zadávat buď ručně přímo v prostředí programu, nebo je lze nahrát z disku. V případě načtení z disku počítače musí být uložena v textovém souboru a také musí mít přesný formát, jinak program zahlásí při pokusu o načtení chybu. Po zvolení čtvrtého modulu v hlavním menu programu postupně zadáváme název úlohy, počet uzlů grafu (maximálně 50) a typ matice vzdáleností (symetrická či asymetrická). Po ukončení zadávání vstupních dat vybereme v další nabídce možnost Traveling salesperson´s tour pro řešení úlohy obchodního cestujícího.

Rychlost řešení je závislá na počtu uzlů v grafu a také na jeho typu. Vyřešení úlohy se zhruba 10 uzly zabere zhruba 2 minuty, v případě 35 uzlů už to může být i 30 minut.

4 Vlastní práce

4.1 Charakteristika společnosti

Společnost DAMIRA DRINKS, s.r.o. byla založena v roce 2005, svoji činnost však začala provozovat už v roce 2000. Vznikla jako velkoobchodní i maloobchodní prodejna se širokým sortimentem alkoholických nápojů, lahvových a sudových vín, destilátů a piv. Postupně docházelo ke specializaci zejména na tabákové výrobky, kuřácké potřeby, telefonní karty, dobíjecí kupony, nápoje, cukrovinky, jízdenky MHD a další sortiment vhodný zejména pro trafiky, restaurace, hotely a čerpací stanice.

Prodej zboží je zajištěn prostřednictvím velkoobchodní prodejny v sídle společnosti na adrese Sokolova 20 Brno. Další prodej je zajištěn obchodními zástupci, kteří jsou jedním z důležitých článků mezi společností a finálním zákazníkem. Hrdostí každé společnosti je věrnost zákazníků. Opakované objednávky jsou nejlepším důkazem, že společnost odvádí kvalitní práci ke spokojenosti zákazníků. Od skromných provizorních začátků, kdy sídlo společnosti bylo umístěno v rodinném domě majitele firmy, se postupně rozšiřovala základna. Pro zvýšení prestiže a ochranu zákazníků podstoupila firma úsilí o získání certifikátu jakosti a nabízených služeb. V České republice získala v lednu roku 2015 v oblasti nabízených produktů a služeb certifikát jakosti ISO 9002. Současně byl téhož roku rozšířen akreditovaný certifikát jakosti ISO 9001 na ISO 9001 : 2000.

Společnost zaměstnává na stálý pracovní poměr 9 zaměstnanců. Z toho 6 jsou řidiči dodávkových automobilů, 2 jsou provozní v trafice, která sídlí ve Vyškově a poslední člověk pracuje na částečný úvazek ve velkoobchodní prodejně, kde obstarává prodej zboží a obsluhuje software pro skladové hospodářství.

4.1.1 Vozový park společnosti

Společnost provozuje celkem 8 automobilů, s nichž jsou 6 dodávkové automobily do 3,5 t a dva osobní automobily. Konkrétně se jedná o tyto modely:

1) Volkswagen Passat 2.0 TDI 103 KW rok výroby 2010

2) Volkswagen Golf 2.0 TDI 81 KW rok výroby 2009

3) Volkswagen Caravelle T4 2.5 TDI 96 KW rok výroby 2002

4) Volkswagen Transporter T4 2.5 TDI 96 KW rok výroby 2003

5) Mercedes-Benz Vito 111CDI 80 KW rok výroby 2008

6) Mercedes-Benz Sprinter 315CDI 110 KW rok výroby 2010,

7) Volkswagen Transporter T5 2.0 TDI 62 KW rok výroby 2012

8) Volkswagen Transporter T5 2.5 TDI 96 KW rok výroby 2011

Pro potřeby této práce budou přiřazena čísla k jednotlivým automobilům, tak jak jsou uvedeny ve výčtu.

Hlavní rozvozové trasy jsou obsluhovány dodávkovými typy automobilů (3 - 8). Tyto automobily jsou podobné z hlediska objemu nákladového prostoru, který činní u kratší verze rozvoru zhruba 6,5 m^3 u delší potom 8 m^3. Krátké verze rozvoru má automobil číslo 2 a 5. Vyčnívá zde automobil Mercedes-Benz Sprinter s nákladovým prostorem o objemu 12 m^3. Tyto automobily díky své hmotnosti do 3,5 t nemají žádné omezení týkající se vjezdu do center měst apod.

Osobní automobily (1, 2) slouží především potřebám vedení společnosti při zajišťování provozních činností společnosti.

4.2 Současné řešení distribuční sítě

V současné době společnost nevyužívá žádný optimalizační software k vytváření a plánování svých distribučních tras. Vzhledem k tomu, že společnost má přes 250 stálých zákazníků a ke 243 z nich jezdí pravidelně, je velice pravděpodobné, že současná podoba distribuční sítě není zdaleka optimální. Současné rozvozové trasy byly sestaveny na základě GPS plánovačů tras a různě upravovány podle zvyklostí a intuice řidičů.

Zákazníky společnosti lze rozdělit do skupin podle dnů v týdnu na zákazníky navštěvované:

1) každý den (pondělí - pátek)

2) třikrát týdně (pondělí, středa a pátek)

3) dvakrát týdně (úterý a čtvrtek)

4) nepravidelně

V rámci práce se pokusím o optimalizaci distribuce zboží k prvním třem skupinám zákazníků, které tvoří kolem 95 % všech zákazníků společnosti. O rozvoz zboží zákazníkům, kteří jsou navštěvováni nepravidelně, se stará zpravidla přímo majitelka společnosti a snaha o optimalizaci těchto tras proto nepřichází v úvahu. Následující tabulky ukazují současné rozvržení distribučních tras včetně vzdáleností a časové náročnosti. Pro přehlednost jsou jednotlivým místům (zákazníkům) přidělena čísla. Každá skupina zákazníků (1, 2 nebo 3) má své vlastní číslování. Číslo 1 označuje v každé skupině velkoobchodní prodejnu společnosti na adrese Sokolova 20 Brno, která slouží současně jako sklad pro nakládku a vykládku zboží. Adresy jednotlivých zákazníků s jejich přidělenými čísly jsou uvedeny v příloze práce (přílohy 1 - 3).

První tabulka uvádí informace o dvou rozvozových trasách obsluhovaných každý pracovní den.

Tab. 2 Rozvozové trasy první skupiny (pondělí – pátek)

Trasa	Automobil	Počet míst	Pořadí míst	Délka trasy	Doba jízdy	Čas manipulace zboží	Pracovní doba
1	3	7	2 - 8	202 km	182 min	114 min	4 h 56 min
2	4	25	9 - 33	125,3 km	176 min	230 min	6 h 46 min

Sloupec informující o pořadí míst např. na trase číslo 1 nám říká, že z výchozího místa (sklad) se automobil vydává za zákazníkem s přiděleným číslem 2, následně za zákazníkem s číslem 3 atd. až k poslednímu zákazníkovi s číslem 8, odkud se vrací zpět do skladu.

Uvedené délky tras jsou zjištěny pomocí Google map, přičemž se jedná o nejrychlejší možné spojení. Doba jízdy je myšlena v ideálním možném případě, kdy není velká hustota provozu a jiné překážky v cestě, které by dobu jízdy mohly prodloužit.

Sloupec Čas manipulace zboží udává součet doby potřebné k nakládce zboží ve skladu a všech vykládek zboží u zákazníků. Vychází se přitom z průměrné doby nakládky zboží ve skladu, která je určena na 30 minut a průměrné doby vykládky zboží u zákazníka trvající 8 minut. Výjimku zde tvoří první trasa, kde se z důvodu většího odebírané množství počítá s průměrnou vykládkou 12 minut.

Následující tabulky podávají přehled o dvou hlavních skupinách distribučních tras.

Tab. 3 Rozvozové trasy druhé skupiny (pondělí, středa a pátek)

Trasa	Automobil	Počet míst	Pořadí míst	Délka trasy	Doba jízdy	Čas manipulace zboží	Pracovní doba
3	5	29	86 - 114	144,4 km	248 min	262 min	8 h 30 min
4	6	33	53 - 85	104,6 km	144 min	294 min	7 h 18 min
5	8	22	2 - 23	137,6 km	213 min	206 min	6 h 59 min
6	7	29	24 - 52	76,3 km	183 min	232 min	6 h 55 min

Tab. 4 Rozvozové trasy třetí skupiny (úterý a čtvrtek)

Trasa	Automobil	Počet míst	Pořadí míst	Délka trasy	Doba jízdy	Čas manipulace zboží	Pracovní doba
7	5	26	74 – 99	175,1 km	170 min	238 min	6 h 48 min
8	6	31	43 – 73	290,2 km	310 min	278 min	9 h 48 min
9	8	21	2 – 22	249 km	280 min	198 min	7 h 58 min
10	7	20	23 - 42	272,3 km	279 min	190 min	7 h 49 min

Počet zastávek na jednotlivých distribučních trasách se pohybuje v rozmezí 20 až 33, vyjma jedné trasy čítající pouze 7 zastávek. Množství zboží rozvážené jednotlivým zákazníkům je podle informací od majitelky společnosti Ing. Petry Černé zhruba stejné a pro další výpočty se tedy uvažuje s tzv. průměrným zákazníkem. Z této informace je tedy zřejmé, že ne všechny auta jsou na svých trasách ideálně vytížena.

Výjimku tvoří první rozvozová trasa čítající pouze 7 zákazníků, u kterých ale neplatí předchozí průměrně velká zásilka. Zákazníci na této trase odbírají větší objem zboží, než je typický pro průměrného zákazníka a z toho důvodu je automobil plně vytížen.

Vozový park společnosti disponuje pouze vozidly do 3,5 t, a proto se na řidiče nevztahují speciální předpisy jako na řidiče nákladních automobilů. Pracovní doba řidičů společnosti tak spadá pod zákoník práce 262/2006 Sb. § 79 a je organizována v souladu s nařízením vlády č. 168/2002 Sb. (*Ministerstvo práce a sociálních věcí, 2015).* Toto nařízení ukládá maximální možnou dobu řízení 4,5 hodiny, po které musí řidič absolvovat bezpečnostní přestávku o délce 30 minut, která může být rozdělena do dvou přestávek trvajících každá nejméně 15 minut. Bezpečnostní přestávka se započítává do pracovní doby. Zákoník práce také říká, že běžná pracovní doba činí 40 hodin týdně a práce přesčas by v součtu neměla trvat více než 8 hodin týdně. Ze sloupců uvádějících pracovní dobu lze vyčíst, že řidiči neodpracují více hodin, než stanovuje zákon (nejvíce 41,5 hodin automobilu č. 6), ale jedná se o ideální případ, kdy nedojde k žádným zdržením na trase. V praxi dochází podle informací od majitelky společnosti k téměř každodennímu prodloužení pracovní doby řidičů vlivem různých překážek, jako jsou dopravní uzavírky, hustý provoz, problémy u zákazníků apod. Výsledkem je potom i několikahodinový nárůst pracovní doby (Portál veřejné správy*, 2015).*

4.3 Návrh optimálního řešení

Společnost v současné době disponuje třemi skupinami distribučních tras rozdělenými dle četností a dnů v týdnu. Pro další optimalizaci bylo rozhodnuto o zachování této stávající situace tří skupin distribučních tras. Možnost kompletního předělání tras v podobě sumarizace všech zákazníků a jejich rozdělení do dílčích tras a okruhů byla zamítnuta, jelikož většina zákazníků by nepřistoupila na změnu stávajících doručovacích dnů.

4.3.1 Optimalizace první skupiny rozvozových tras

První optimalizace bude provedena na skupině distribučních tras obsluhovaných v průběhu celého týdne. Jedná se o dvě rozvozové trasy, přičemž první z nich čítá pouze 7 zákazníků, kteří se neřadí mezi „průměrné“ a naplňují tak kapacitu automobilu. Z tohoto důvodu bude provedena pouze prostá optimalizace jednotlivých okružních tras v podobě možného přeskupení pořadí, v jakém jsou jednotliví zákazníci navštíveni. Optimalizace první okružní trasy bude pro názornost provedena pomocí Littlovy metody řešení TSP představené v literární rešerši práce a také za použití počítačového softwaru STORM. Následně budou výsledky obou metod porovnány.

Matice vzdáleností jednotlivých míst okružní trasy potřebná k výpočtu byla získána pomocí skriptu pracujícího s Google Distance Matrix API popsaného v kapitole 3.7 Datové vstupy. Adresy míst je třeba do skriptu vložit v určitém formátu, aby byl skript funkční. Ruční úprava adres by byla velice zdlouhavá a neefektivní a proto byl použit online konvertor dostupný na <http://www.convertcsv.com/csv-to-json.htm>, který adresám přidá potřebné hranaté závorky a uvozovky (Convert CSV, 2013*)*.

Po spuštění skriptu v internetovém prohlížeči dojde k vytvoření záhlaví matice a postupně se přidávají jednotlivé řádky se vzdálenostmi uvedenými v metrech. Výstup skriptu v internetovém prohlížeči vypadá následovně:

	Sokolova 696/32 Brno	Chvalovice Česká republika	Hatě Chvalovice Česká republika	Znojmo Česká republika
Sokolova 696/32, 619 00 Brno-Brno-jih, Česká republika	0	70453	73717	64393
Chvalovice, Česká republika	70417	0	3264	8356
Hatě, 669 02 Chvalovice, Česká republika	74687	4270	0	12626
Znojmo, Česká republika	64363	8252	11516	0
Hevlín, Česká republika	56118	31018	34282	28873
2136 Laa an der Thaya, Rakousko	59904	37938	38067	32659
Hrušovany nad Jevišovkou, Česká republika	46737	36549	39812	30488
Mikulov, Česká republika	47062	56253	59517	50193

Obr. 3 Výstup skriptu v Google Chrome

Data z takto vytvořené tabulky je třeba pro přehlednost a lepší práci s nimi dále upravit. K úpravě dat, totiž jejich převedení na km a zaokrouhlení posloužil program Microsoft Excel. Kompletní matice vzdáleností je uvedena kvůli svým rozměrům (243 x 243) v elektronické příloze práce na DVD nosiči.

4.3.2 Littlova metoda

Optimalizaci první okružní trasy si nyní ukážeme pomocí Littlovy metody. Namísto adres budou v matici řešení již použita čísla, která byla přiřazena jednotlivým zákazníkům.

Tab. 5 Matice vzdáleností v km první okružní trasy

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	71,4	74,6	64,4	56,3	60	46,9	47,3
2	70,4	-	3,3	8,4	26,1	38	36,5	56,3
3	74,5	4,1	-	12,5	30,2	35,7	40,6	60,4
4	64,4	8,3	11,5	-	28,9	32,6	30,5	50,2
5	56,1	26,1	29,4	28,9	-	3,9	9,2	31,2
6	59,9	38	41,5	32,7	3,9	-	13	37,4
7	46,7	37,5	40,7	30,5	9,2	13	-	21,9
8	47,1	57,2	60,4	50,2	31,2	37,7	21,8	-

V prvním kroku řešení Littlovy metody je třeba získat v každém řádku a v každém sloupci alespoň jednu nulovou sazbu $(c_{i,j} = 0)$ pomocí transformačních konstant α a β. Součtem všech transformační konstant získáme hodnotu Z_0 o níž klesne hodnota účelové funkce po redukci matice. Pro všechna políčka s nulovou redukovanou sazbou se vypočítá hodnota $\Phi_{i,j}$, která se dostane sečtením nejmenší redukované sazby v řádku a sloupci, kde se $c_{i,j} = 0$ nachází. První etapa hledaného optimálního okruhu je určena největší hodnotou Φ. Pokud je v matici několik takových hodnot, tak se libovolně zvolí jedna z nich. Následující tabulka ukazuje stanovení první etapy okruhu.

Tab. 6 První etapa okruhu

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	a_i
1	-	71,4 24,5	74,6 27,7	64,4 17,5 12,4	56,3 9,4	60 13,1	46,9 0 **0**	47,3 0,4 0 **12,3**	46,9
2	70,4 67,1 41,8	-	3,3 0 **3,2**	8,4 5,1 0 **3,3**	26,1 22,8	38 34,7	36,5 33,2	56,3 53 52,6	3,3
3	74,5 70,4 45,1	4,1 0 **3,3**	-	12,5 8,4 3,3	30,2 26,1	35,7 31,6	40,6 36,5	60,4 56,3 55,9	4,1
4	64,4 56,1 30,8	8,3 0 **3,2**	11,5 3,2	-	28,9 20,6	32,6 24,3	30,5 22,2	50,2 41,9 41,5	8,3
5	56,1 52,2 26,9	26,1 22,2	29,4 25,5	28,9 25 19,9	-	3,9 0 **9,1**	9,2 5,3	31,2 27,3 26,9	3,9
6	59,9 56 30,7	38 34,1	41,5 37,6	32,7 28,8 23,7	3,9 0 **9,1**	-	13 9,1	37,4 33,5 33,1	3,9
7	46,7 37,5 12,2	37,5 28,3	40,7 31,5	30,5 21,3 16,2	9,2 0 **3,8**	13 3,8	-	21,9 12,7 12,3	9,2
8	47,1 25,3 0 **12,2**	57,2 35,4	60,4 38,6	50,2 28,4 23,3	31,2 9,4	37,7 15,9	21,8 0 **0**	-	21,8
b_j	25,3	-	-	5,1	-	-	-	0,4	101,4 30,8

Podle největší hodnoty Φ = 12,3 se jako první do okruhu zařadí trasa z místa 1 do místa 8. Po prvním kroku se určí hodnota $Z_0 = 101{,}4 + 30{,}8 = 132{,}2$ a hodnota $Z_{\overline{1,8}} = 132{,}2 + 12{,}3 = 144{,}5$. V druhém kroku se matice zredukuje vynecháním řádku jedna a sloupce osm. Kvůli zabránění návratné jízdě se zakáže cestu zpět z místa 8 do místa 1 (označí se X). Následující tabulka ukazuje druhou etapu řešení.

Tab. 7 Druhá etapa okruhu

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	a_i
2	41,8 29,6	-	0 **3,2**	0 **3,3**	22,8	34,7	33,2	-
3	45,1 32,9	0 **3,3**	-	3,3	26,1	31,6	36,5	-
4	30,8 18,6	0 **3,2**	3,2	-	20,6	24,3	22,2	-
5	26,9 14,7	22,2	25,5	19,9	-	0 **9,1**	5,3	-
6	30,7 18,5	34,1	37,6	23,7	0 **9,1**	-	9,1	-
7	12,2 0 **14,7**	28,3	31,5	16,2	0 **3,8**	3,8	-	-
8	**X**	35,4	38,6	23,3	9,4	15,9	0 **14,7**	-
b_j	12,2	-	-	-	-	-	-	- 12,2

V druhé etapě se odečte v prvním sloupci transformační konstanta a získají se tak potřebné nuly ve všech řádcích a sloupcích. Dále se vypočítá Φ hodnota pro novou nulovou redukovanou sazbu a zbylé Φ hodnoty se překontrolují, jestli je redukce matice nezměnila. Směr druhé etapy určuje hodnota Φ = 14,7 a říká, že okruh povede z místa 8 do místa 7. Správnost postupu řešení se ověří výpočtem hodnoty $Z_{1,8} = 132,2 + 12,2 = 144,4$ a jejím porovnáním s hodnotou $Z_{\overline{1,8}}$ = 144,5. Pravidlo říká, že $Z_{1,8} \leq Z_{\overline{1,8}}$ což souhlasí, postup řešení je tedy správný. Před započetím třetí etapy se vypočte hodnota $Z_{\overline{8,7}}$ = 144,4 + 14,7 = 159,1.

Tab. 8 Třetí etapa okruhu

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	a_i
2	29,6	-	0 **3,2**	0 **3,3**	22,8	34,7	-
3	32,9	0 **3,3**	-	3,3	26,1	31,6	-
4	18,6	0 **3,2**	3,2	-	20,6	24,3	-
5	14,7	22,2	25,5	19,9	-	0 **18,5**	-
6	18,5	34,1	37,6	23,7	0 **18,5**	-	-
7	0 **14,7**	28,3	31,5	16,2	0 **0**	3,8	-
b_j	-	-	-	-	-	-	- -

Matice vzdáleností třetí etapy vznikla vynecháním řádku 8 a sloupce 7 z předchozí matice řešení. Redukované nulové sazby se nacházejí ve všech řádcích i sloupcích a není proto třeba použít transformačních konstant. Po kontrole Φ hodnot bylo nutno upravit tyto hodnoty ve sloupci 5 a 6. V obou těchto sloupcích se nachází maximální hodnota Φ = 18,5 a proto se může libovolně zvolit např. sloupec 5, který stanovuje další trasu z místa 6 do místa 5. Správnost řešení se ověří výpočtem hodnoty $Z_{8,7} = 144{,}4$ a jejím porovnáním s hodnotou $Z_{\overline{8,7}}$ = 159,1. Podmínka $Z_{8,7} \leq Z_{\overline{8,7}}$ je opět splněna. Z třetí etapy okruhu se vypočte hodnota $Z_{\overline{6,5}}$ = 144,4 + 18,5 = 162,9.

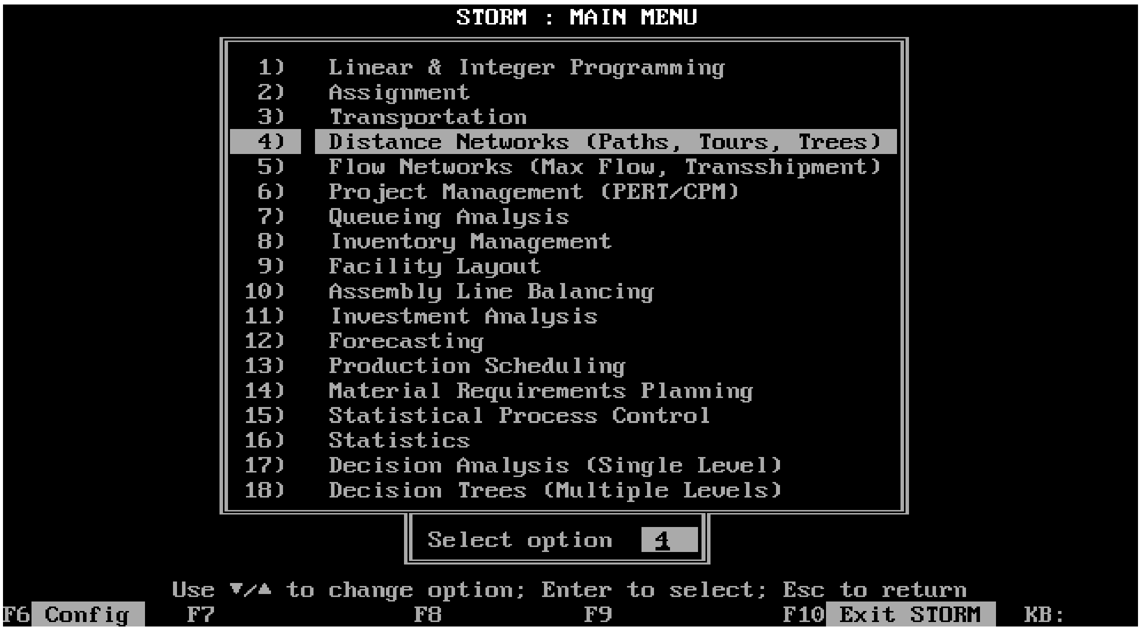
K získání kompletního řešení je třeba ještě dalších šest etap, které by pro potřeby této práce bylo zbytečné zde celé demonstrovat, a proto budou představeny jen v následujícím výčtu:

4. Etapa
    - maximální hodnota Φ = 20,5 a určuje trasu z místa 7 do místa 6
    - $Z_{6,5} = 144{,}4 + 18{,}5 = 162{,}9$; podmínka $Z_{6,5} \leq Z_{\overline{6,5}}$ je splněna
    - $Z_{\overline{7,6}} = 162{,}9 + 20{,}5 = 183{,}5$
5. Etapa
    - maximální hodnota Φ = 11 a určuje trasu z místa 4 do místa 1
    - $Z_{7,6} = 162{,}9 + 18{,}6 = 181{,}5$; podmínka $Z_{7,6} \leq Z_{\overline{7,6}}$ je splněna
    - $Z_{\overline{4,1}} = 181{,}5 + 11 = 192{,}5$
6. Etapa
    - maximální hodnota Φ = 3,3 a určuje trasu z místa 5 do místa 2
    - $Z_{4,1} = 181{,}5 + 7{,}5 = 189$; podmínka $Z_{4,1} \leq Z_{\overline{4,1}}$ je splněna
    - $Z_{\overline{5,2}} = 189 + 3{,}3 = 192{,}3$
7. Etapa
    - $Z_{5,2} = 189 + 3{,}3 = 192{,}3$; podmínka $Z_{5,2} \leq Z_{\overline{5,2}}$ je splněna
    - matice 2 x 2, ve které jsou 2 ze čtyř cest zakázány
    - zbývající cesty určují poslední dvě etapy okruhu z 2 do 3 a z 3 do 4
    - vzdálenost okružní cesty určuje $Z_{5,2} = 192{,}3$ km

Pořadí míst výsledné okružní trasy vypadá následovně: 1 – 8 – 7 – 6 – 5 – 2 – 3 – 4 - 1. Současný okruh měří 202 km a optimalizací pomocí Littlova algoritmu došlo ke zkrácení trasy o 9,7 km. Nyní se vyřeší stejný distribuční okruh pomocí softwaru STORM.

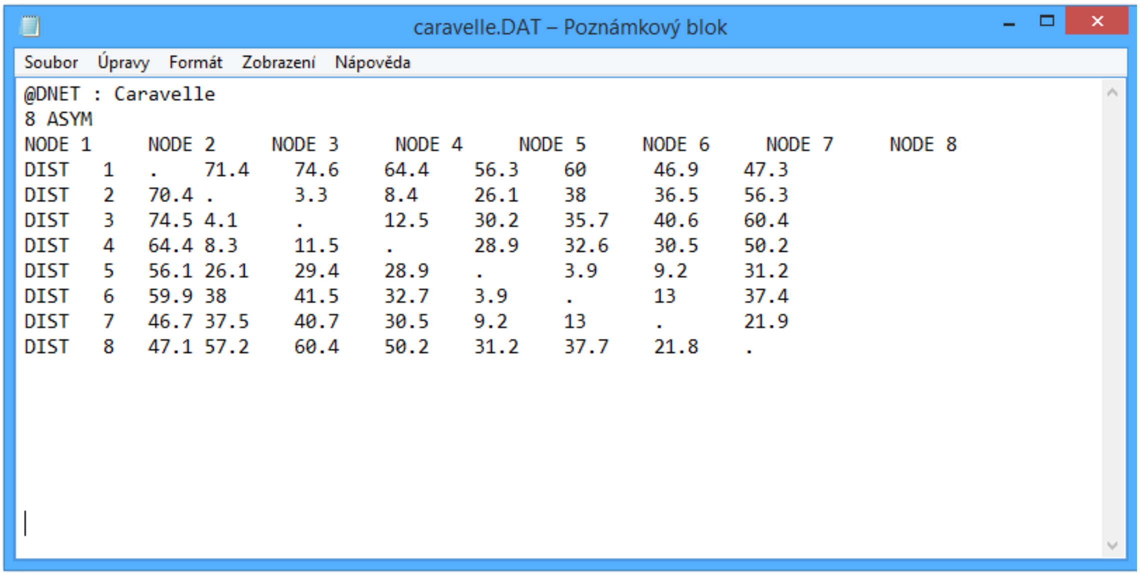
4.3.3 Řešení softwarem STORM

Řešení pomocí počítačového softwaru STORM je v případě úlohy o pouhých 7 distribučních místech velice rychlé a efektivní. Po spuštění programu se zvolí v hlavním menu čtvrtý modul Distance Networks viz obrázek uvedený níže.



Obr. 4 Program STORM hlavní menu

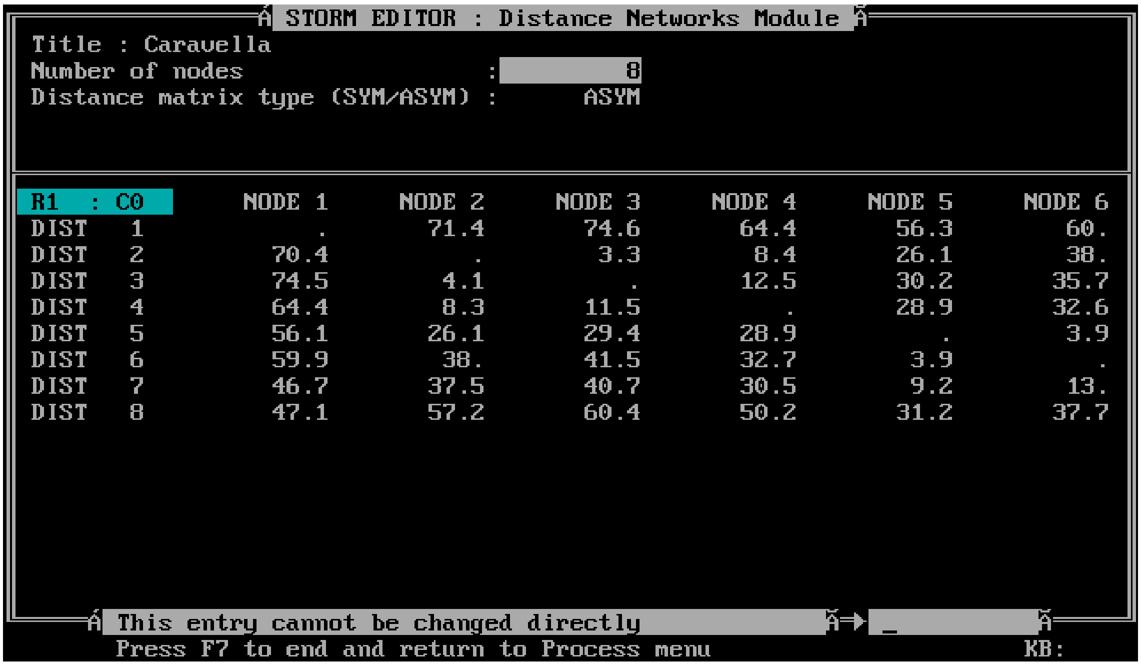
Po výběru čtvrtého modulu se můžou zadat vstupní data dvěma způsoby a to buď ručně, nebo se načte soubor uložený na disku. V případě menších úloh, jako je tato, je dle mého názoru rychlejší ruční způsob, protože zadání dat načtením souboru není i díky době vzniku programu zrovna uživatelsky příjemné. U úloh většího rozsahu (10 a více distribučních míst) je už nutné data načíst, protože čas potřebný k ručnímu vložení vzdáleností by už jistě překročil dobu nutnou k osvojení si pravidel potřebných k úspěšnému načtení souboru z disku. Prvním problémem bylo vlastní umístění souboru na disku, ze kterého by program data načetl. Vzhledem k tomu, že program běží na dnes již zastaralé platformě MS-DOS, tak si vytváří pro ukládání případně načítání souborů složku s názvem VirtualStore, která není při běžném hledání umístění programu viditelná. Soubory je nutné uložit do adresáře s následující cestou: C:\Users\Marek\AppData\Local\VirtualStore\ProgramFiles (x86)\Storm. Dále je zapotřebí uložit vlastní data v souboru s příponou .DAT a zapsat je v požadovaném formátu, který vypadá následovně.




```
@DNET : Caravelle
8 ASYM
NODE 1     NODE 2     NODE 3     NODE 4     NODE 5     NODE 6     NODE 7     NODE 8
DIST   1   .    71.4   74.6   64.4   56.3   60     46.9   47.3
DIST   2   70.4 .      3.3    8.4    26.1   38     36.5   56.3
DIST   3   74.5 4.1    .      12.5   30.2   35.7   40.6   60.4
DIST   4   64.4 8.3    11.5   .      28.9   32.6   30.5   50.2
DIST   5   56.1 26.1   29.4   28.9   .      3.9    9.2    31.2
DIST   6   59.9 38     41.5   32.7   3.9    .      13     37.4
DIST   7   46.7 37.5   40.7   30.5   9.2    13     .      21.9
DIST   8   47.1 57.2   60.4   50.2   31.2   37.7   21.8   .
```

Obr. 5 Vzor zápisu dat v poznámkovém bloku

Na začátku souboru zadáme něco jako hlavičku v podobě „@DNET“ a doplníme ji o název souboru. Na druhém řádku se zadá počet míst obsažených v matici a typ matice tedy symetrická či nesymetrická. Třetí řádek obsahuje výrazy „NODE“ neboli sloupce a jejich čísla, kdy mezi každým sloupcem je 5 mezer. Dále již následují jednotlivé řádky se začátkem „DIST“ a číslem řádku, následovaném hodnotami vzdáleností. V případě desetinných čísel musíme místo čárky zvolit tečku, kvůli již zmíněnému prostředí MS-DOS. Hodnoty jsou oddělené jednoduchou mezerou a mezi výrazy DIST, číslem řádku a první hodnotou musí být pokaždé 3 mezery. Pokud nesplníme požadované kritéria, program při pokusu o načtení souboru zahlásí chybu. Namísto výrazů NODE a DIST můžeme zvolit jednoduché názvy případně zkratky míst samozřejmě bez diakritiky. Programem načtený soubor vypadá následovně.



Obr. 6 Režim editace načtených dat

Načtená data se můžou zkontrolovat a případně dále upravovat. Stisknutím klávesy F7 se otevře nabídka se čtyřmi možnostmi: editace, uložení dat, tisk dat a vlastní řešení úlohy. Po zvolení možnosti 4 řešit úlohu je k dispozici další nabídka s pěti možnými algoritmy řešení, kdy pro potřebu této práce se zvolí možnost „Traveling salesperson´s tour“. V závislosti na velikosti řešené úlohy naskočí okno s údaji o zpracovávání úlohy a počitadlem uplynulého času. Úloha se zadáním zobrazeným výše byla vyřešena zhruba během jedné minuty. Následující obrázek ukazuje výsledné řešení okružní cesty.

Obr. 7 Výsledné řešení okružního problému

Optimální řešení problému obchodního cestujícího podle programu STORM dává tuto posloupnost míst na trase: 1 – 4 – 3 – 2 – 5 – 6 – 7 – 8 – 1. Okružní trasa bude měřit 192 km.

4.3.4 Porovnání řešení

Obě zvolené metody řešení přinesly oproti současnému stavu první okružní trasy první skupiny úsporu. Protože z hlediska optimalizace není důležitá pouze samotná délka projeté trasy při rozvozu zboží zákazníkům, ale i čas strávený na této trase, bude uvedena také časová náročnost srovnávaných řešení. Skript představený v předchozích kapitolách, který ve spolupráci s Google Maps API generuje matice vzdáleností požadovaných míst, lze upravit, aby poskytoval i další atributy zvolených míst. Pomocí drobné úpravy v zápisu skriptu se docílí toho, že namísto vzdáleností bude generovat časovou náročnost mezi jednotlivými místy na trase. Konkrétně v části skriptu, kde Google server vrací objekt s výsledky, se na místo vypisované vlastnosti distance - vzdálenost vypíše vlastnost duration neboli čas. Změna v zápisu skriptu vypadá následovně:

řádek „*row.append('<td>'+ item.distance.value +'</td>');*“

upravíme na „*row.append('<td>'+ item.duration.value +'</td>');*“.

Úpravou vzniknou matice s údaji o časových náročnostech mezi všemi možnými místy trasy uvedené ve vteřinách. Dále pouze stačí z výsledné posloupnosti obsluhovaných míst vybrat odpovídající časové náročnosti z matice časů a sumarizovat je. Vzhledem k důležitosti včasného dodání zboží zákazníkům a také zajištění zvládnutelnosti obsloužení celé trasy během jednoho pracovního dne, je nezbytné k tomuto atributu při optimalizaci distribučních tras přihlédnout. Matice časové náročnosti jednotlivých rozvozových skupin jsou uvedeny v elektronické příloze práce na DVD nosiči. Následující tabulka uvádí srovnání současného řešení první okružní trasy, řešení získaného Littlovou metodou a softwarem STORM.

Tab. 9 Komparace řešení první okružní trasy

Typ optimalizace trasy	Pořadí míst	Délka trasy v km	Doba jízdy v min
Současná neoptimalizovaná	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 1	202	182
Littlova metoda	1 - 8 - 7 - 6 - 5 - 2 - 3 - 4 - 1	192,3	181
Software STORM	1 - 4 - 3 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 1	192	170,9

Z tabulky je patrné, že optimalizací pořadí průjezdu míst na zvolené okružní trase došlo v případě Littlovy metody ke zkrácení délky trasy o 9,7 km což je 4,8 % délky současné neoptimalizované trasy. Z časového hlediska podle údajů o době jízdy mezi jednotlivými místy trasy, které vygenerovaly maps.google.cz pomocí zmíněného skriptu je tato trasa o pouhou 1 minutu rychlejší než současné řešení. V případě softwaru STORM je výsledné pořadí míst okružní trasy stejné jako u Littlovy metody jen projeté v opačném pořadí. Díky nesymetričnosti matice (existence jednosměrných ulic) vzdáleností je tato trasa o 0,3 km kratší než trasa získaná Littlovou metodou a o 10 km kratší než současné řešení. Doba jízdy této trasy je však o 11,1 minuty kratší než u původní trasy což už je výrazné zkrácení o cca 6 % původní doby.

Obě zvolené metody přinesly uspokojivé zlepšení trasy v podobě zkrácení o zhruba 5 % původní délky. Jelikož následující trasy již obsahují daleko více míst (zákazníků), bude k jejich optimalizaci použit software STORM. V následující podkapitole bude optimalizována druhá okružní trasa první skupiny distribučních tras.

4.3.5 Optimalizace druhé trasy první distribuční skupiny

Druhá okružní trasa obsahuje 25 míst, které se nacházejí ve čtyřech městech a obcích. Konkrétně se jedná o Kuřim, Tišnov, Rosice a Ivančice spolu s Brnem, kde se nachází velkoobchodní sklad společnosti. Výsledné řešení posloupnosti míst v okružní trase vypočítané softwarem STORM a srovnání se současnou podobou trasy ukazuje následující tabulka.

Tab. 10 Optimalizovaná a současná podoba druhé trasy

Trasa 2	Pořadí míst	Délka trasy v km	Doba jízdy v min
optimalizovaná	1 - 31 - 29 - 32 - 30 - 33 - 27 - 28 - 25 - 26 - 18 - 23 - 20 - 24 - 19 - 17 - 22 - 21 - 16 - 10 - 11 - 13 - 12 - 15 - 14 - 9 - 1	110,9	157
současná	1 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 1	125,3	176

Optimalizace posloupnosti míst okružní trasy č. 2 přinesla zkrácení délky trasy o 14,4 km neboli 11,5 % oproti současnému řešení. Doba jízdy se zkrátila o 19 minut, což je 10,8 % času jízdy současné trasy.

V rámci pokusu o optimalizaci první rozvozové skupiny je zřejmá značná nerovnoměrnost v počtu navštívených míst v jednotlivých okruzích, která je daná sedmi zákazníky odebírajícími větší než průměrné množství zboží. Jiná možnost řešení optimalizace první rozvozové skupiny bude představena v následující podkapitole.

4.3.6 Další možnost řešení optimalizace první rozvozové skupiny

Zobrazením polohy zákazníků v první rozvozové skupině je na první pohled jasné, že místa zařazená do okružní trasy číslo dvě nejsou zrovna vhodně vybraná. Řidič totiž při návštěvě těchto čtyř měst (celkem 25 zákazníků) nejprve projede dvě z nich, vrátí se zpět do Brna (sklad) a pokračuje téměř na opačnou světovou stranu, aby se poté opět vrátil do výchozího místa. Místa první rozvozové skupiny se nacházejí jihozápadním směrem od Brna, stejně jako dvě města z druhé rozvozové skupiny (Rosice a Ivančice), kde sídlí celkem 9 zákazníků. Rozdělením, kdy by se těchto 9 zákazníků z druhé rozvozové skupiny přidělilo do okružní trasy číslo jedna, by došlo k vyrovnání počtu zákazníku. Oba rozvozové okruhy by potom čítaly shodně 16 zákazníků.

Překážku tomuto rozdělení vytváří kapacita prvního dodávkového automobilu, který je plně vytížen sedmi, v našem případě nestandardními zákazníky, kteří odebírají více zboží než náš průměrný zákazník. Ve vozovém parku společnosti se nachází jeden automobil, konkrétně Mercedes-Benz Sprinter 315CDI, který disponuje objemem nákladového prostoru cca 12 m^3, což je zhruba o $^1/_3$ více než ostatní dodávkové automobily. Kapacita vozidel při uvažování průměrného zákazníka, se kterým se v práci počítá, se pohybuje kolem 26 – 30 zákazníky v závislosti na délce rozvoru vozidla. Toto řešení by tedy v praxi mohlo přinést rovnoměrnější rozložení zákazníků mezi obě okružní trasy a také další úsporu v délce tras celé rozvozové skupiny.

V současné podobě okružních tras obsluhuje zmíněné vozidlo Mercedes-Benz Sprinter 315CDI dvě okružní trasy, na kterých se nachází nejvíce zákazníků ze všech okružních tras společnosti (konkrétně 33 a 31). Větší kapacita tohoto vozidla je tedy v současné době využívána a je otázkou, zda se po optimalizaci zbývajících rozvozových skupin podaří rovnoměrněji přidělit zákazníky mezi jednotlivé okružní trasy. Pokud další řešení tuto podmínku potvrdí, bude možné toto vozidlo zařadit do první rozvozové skupiny.

Následující tabulka zobrazuje druhou možnost řešení optimalizace první rozvozové skupiny.

Tab. 11 Druhá možnost optimalizace první rozvozové skupiny

Trasa	Pořadí míst	Délka trasy v km	Doba jízdy v min
1	1 - 26 - 27 - 28 - 25 - 30 - 33 - 32 - 29 - 31 - 4 - 3 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 1	206,2	218
2	1 - 16 - 18 - 24 - 20 - 23 - 19 - 17 -22 - 21 - 10 - 11 - 13 - 12 - 15 - 14 - 9 - 1	73,4	97
∑	-	**279,6**	**315**

Získané řešení se musí z logiky věci porovnat jako součet obou okružních tras. Součet délky obou tras prvního uvedeného způsobu optimalizace činí 302,9 km a jejich projetí zabere celkem 327,9 minut. Druhá možnost řešení optimalizace první rozvozové skupiny tedy přinese oproti první možnosti, kdy se pouze upravuje pořadí míst v jednotlivých okružních trasách, zkrácení tras o dalších 23,3 km a časová náročnost klesne o 12,9 minuty.

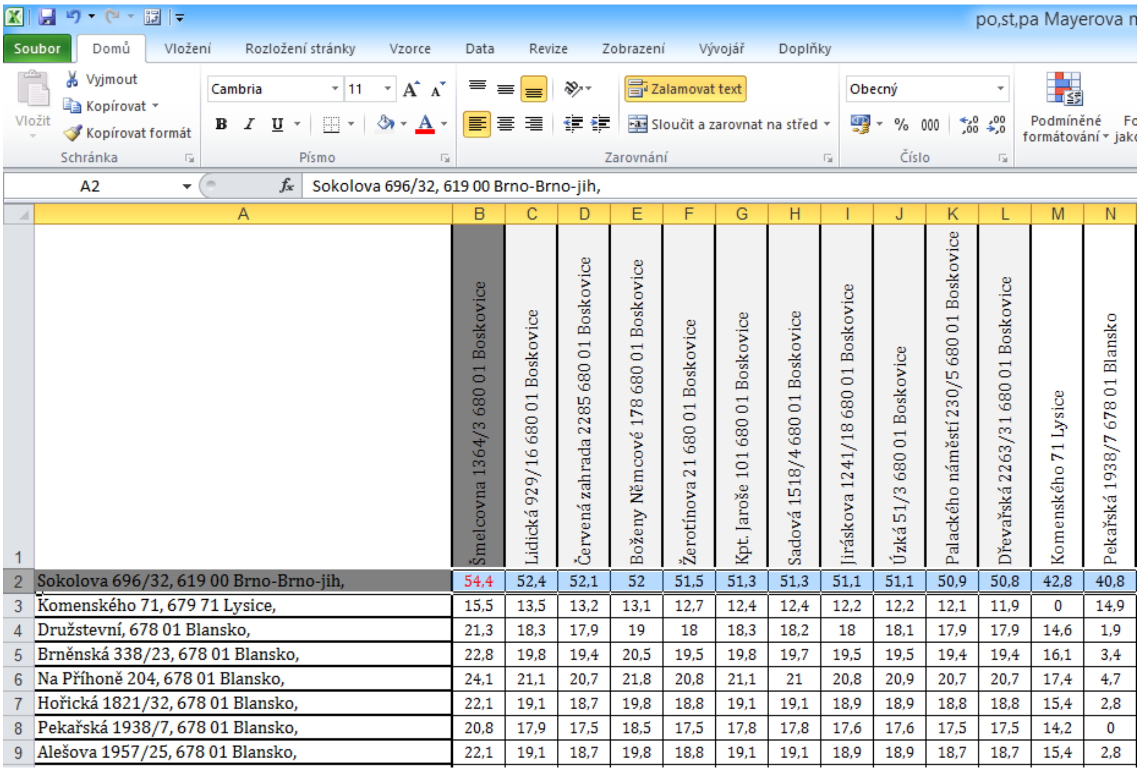
4.3.7 Optimalizace druhé skupiny rozvozových tras

V druhé skupině rozvozových tras se nachází celkem 113 zákazníků, kteří jsou obsluhováni vždy v pondělí, středu a pátek. V současném řešení jsou tito zákazníci rozděleni mezi čtyři okružní trasy. V optimalizovaném řešení bude vytvořen shodný počet okružních tras, jelikož pro tento počet zákazníků je rozdělení na 4 okružní trasy ideální z hlediska zaplnění kapacity vozidel.

Optimalizace této rozvozové skupiny bude provedena za pomoci Mayerovy metody, která v prvním kroku optimalizace přiřadí jednotlivá místa (zákazníky) příslušným okružním trasám a dále za pomoci softwaru STORM bude optimalizována posloupnost míst nově vytvořených tras.

Jeden z předpokladů Mayerovy metody je symetričnost matice vzdáleností, které v této práci symetrické nejsou. Praktickou zkouškou bylo zjištěno, že v případě, kdy se délka trasy mezi jednotlivými místy v obou směrech liší pouze nepatrně (případ této práce), nedojde k různému výběru míst zařazovaných do okruhu. Toto zjištění mě utvrdilo v tom, že Mayerova metoda bude vhodná i pro potřeby této práce.

Principem Mayerovy metody je seřazení všech míst v matici vzdáleností podle vzdálenosti od skladu. Prvním místem zařazeným do první okružní trasy bude právě nejvzdálenější místo od skladu. Druhým místem zařazeným do okruhu je místo, které je od prvního zařazeného nejblíže. Dále postupně zařazujeme místa s nejmenší vzdáleností od posledně přiřazeného. Mayerova metoda počítá s požadavky zákazníků a kapacitou vozidla, čímž se postupně dosáhne při zařazování zákazníků do okruhu naplnění kapacity vozidla a okruh se tím uzavře. V případě této práce, kdy se neuvažuje určitý množstevní požadavek zákazníka, se pro určení počtu zákazníků přiřazených jednotlivým okruhům použije prostého průměru. Druhá rozvozová skupina čítá 113 zákazníků, které je nutno přiřadit čtyřem okružním trasám. Jednoduchým vydělením počtu zákazníků počtem okružních tras tzn. 113 / 4 = 28,25 získáme počet zákazníků v jednom okruhu. Jelikož nevyšlo celé číslo, budou tři okružní trasy mít 28 zákazníků a jedna 29 zákazníků. Následující obrázek ukazuje výřez z matice vzdáleností s výběrem prvního místa zařazeného do první okružní trasy v programu Microsoft Excel.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		Šmelcovna 1364/3 680 01 Boskovice	Lidická 929/16 680 01 Boskovice	Červená zahrada 2285 680 01 Boskovice	Boženy Němcové 178 680 01 Boskovice	Žerotínova 21 680 01 Boskovice	Kpt. Jaroše 101 680 01 Boskovice	Sadová 1518/4 680 01 Boskovice	Jiráskova 1241/18 680 01 Boskovice	Úzká 51/3 680 01 Boskovice	Palackého náměstí 230/5 680 01 Boskovice	Dřevařská 2263/31 680 01 Boskovice	Komenského 71 Lysice	Pekařská 1938/7 678 01 Blansko
2	Sokolova 696/32, 619 00 Brno-Brno-jih,	54,4	52,4	52,1	52	51,5	51,3	51,3	51,1	51,1	50,9	50,8	42,8	40,8
3	Komenského 71, 679 71 Lysice,	15,5	13,5	13,2	13,1	12,7	12,4	12,4	12,2	12,2	12,1	11,9	0	14,9
4	Družstevní, 678 01 Blansko,	21,3	18,3	17,9	19	18	18,3	18,2	18	18,1	17,9	17,9	14,6	1,9
5	Brněnská 338/23, 678 01 Blansko,	22,8	19,8	19,4	20,5	19,5	19,8	19,7	19,5	19,5	19,4	19,4	16,1	3,4
6	Na Příhoně 204, 678 01 Blansko,	24,1	21,1	20,7	21,8	20,8	21,1	21	20,8	20,9	20,7	20,7	17,4	4,7
7	Hořická 1821/32, 678 01 Blansko,	22,1	19,1	18,7	19,8	18,8	19,1	19,1	18,9	18,9	18,8	18,8	15,4	2,8
8	Pekařská 1938/7, 678 01 Blansko,	20,8	17,9	17,5	18,5	17,5	17,8	17,8	17,6	17,6	17,5	17,5	14,2	0
9	Alešova 1957/25, 678 01 Blansko,	22,1	19,1	18,7	19,8	18,8	19,1	19,1	18,9	18,9	18,7	18,7	15,4	2,8

Obr. 8 Mayerova metoda – výběr prvního místa okružní trasy

Základní matice vzdáleností se v Excelu upraví pomocí nástroje seřadit a filtrovat, kdy se musí změnit výchozí nastavení filtrace sloupců na filtraci řádků. Z obrázku je patrné, že prvním zařazeným místem je ulice Šmelcovna v Boskovicích. V dalším kroku se nastaví filtr na řádek s vybraným prvním místem a jednotlivé vzdálenosti se seřadí od nejmenší po největší. Jelikož se většinou nachází v jednotlivých městech více zákazníků, vzniká tím možnost urychlit si proces zařazením všech zákazníků z jednoho města a dále pokračovat nejbližším místem od zařazeného města.

Po naplnění kapacity prvního okruhu (vozidla) se pokračuje stejně jako na začátku Mayerovy metody s tím rozdílem, že dojde k zařazení nejvzdálenějšího místa od skladu, které doposud nebylo přiděleno žádnému již vytvořenému okruhu.

Popsaným postupem došlo k vytvoření 3 okružních tras s 28 místy a jedné okružní trasy s 29 místy.

Po rozřazení jednotlivých míst do okružních tras je nutné získat příslušné „submatice“ vzdáleností okružních tras z výchozí matice vzdáleností o rozměrech 114 x 114. Řešením toho problému se již zabývali Holoubek a Zach (2012, s 109-114) v článku Using Excel to reduce a Square Matrix. Ze zmíněných způsobů řešení se jevilo jako nejvhodnější vytvoření makra v programu Microsoft Excel. Makro slouží k vytvoření vlastního nástroje, který bude schopen řešit složitější úkony, jež nejsou běžnou součástí nabídky Microsoft Excel. Makro se vytváří pomocí programovacího jazyku Microsoft Visual Basic. Ve zmíněném článku jsou ukázány části algoritmu, který tvoří příslušné makro, jež ze základní matice vygeneruje submatici s vybranými místy. Algoritmus je rozdělen do tří částí. První část algoritmu pročítá místa v základní matici, přičemž ty, které jsou zvýrazněny tučným písmem, si uloží. Zmíněný příkaz vypadá takto:

```
„WHILE the cell is non-empty DO
   IF the cell is highlighted THEN
            Add a new town to the submatrix;
            Remember the new count of towns in the matrix;
   END IF
   Go to the next cell of the list;
LOOP“
```

Druhá část algoritmu vytvoří nový list a v něm záhlaví sloupců a řádků tzn. názvy vybraných míst. Tato část algoritmu má následující podobu:

```
   „Create and rename a new worksheet;
   go to a new worksheet;
   FOR i = 1 TO number of the new towns DO
   Insert town into cell with coordinates (i + 1, 1);
   insert town into the cell with coordinates (1, i+1);
NEXT“
```

Třetí část algoritmu se postará o vložení relevantních vzdáleností a vypadá takto:

```
„FOR y = 1 TO number of new towns DO
   FOR x = 1 TO number of new towns DO
         To cell (x + header, y + header)
          in the new worksheet assign the
          corresponding value from the original matrix;
   NEXT
NEXT“
```

Pomocí zmíněného makra byly vygenerovány 4 submatice s místy, které jim byly přiřazeny pomocí upravené Mayerovy metody. Vzhledem k rozměrům matic (29 x 29 a 30 x 30 prvků) budou obsaženy v příloze práce. Optimalizace takto získaných dat jednotlivých okružních tras proběhla pomocí softwaru STORM. Získané řešení je znázorněno v následující tabulce.

Tab. 12 Optimalizace druhé skupiny rozvozových tras

Trasa	Pořadí míst	Délka trasy v km	Doba jízdy v min
1	1 - 87 - 106 - 41 - 26 - 27 - 97 - 4 - 6 - 8 - 12 - 5 - 11 - 3 - 10 - 9 - 7 - 20 - 13 - 21 - 18 - 22 - 19 - 17 - 23 - 15 - 16 - 14 - 2 - 1	122,9	182
2	1 - 53 - 57 - 59 - 58 - 71 - 72 - 62 - 68 - 67 - 83 - 85 - 78 - 81 - 76 - 77 - 79 - 82 - 84 - 80 - 74 - 75 - 66 - 69 - 73 - 70 - 64 - 55 - 61 - 1	41,2	71
3	1 - 43 - 44 - 45 - 46 - 41 - 99 - 89 - 33 - 50 - 41 - 98 - 49 - 96 - 92 - 48 - 113 - 94 - 111 - 34 - 47 - 93 - 112 - 51 - 107 - 95 - 108 - 28 - 43 - 1	58,6	127
4	1 - 63 - 62 - 58 - 56 - 60 - 109 - 25 - 88 - 110 - 101 - 105 - 90 - 37 - 40 - 39 - 38 - 104 - 103 - 41 - 35 - 36 - 42 - 82 - 52 - 32 - 31 - 30 - 29 - 24 - 1	87,3	161
∑	-	**310**	**541**

Při optimalizaci druhé rozvozové skupiny došlo jak ke změně míst, tak i jejich počtu na jednotlivých okružních trasách. Z tohoto důvodu je nutné k porovnání se současným stavem rozvozové skupiny dívat se na skupiny jako na celek. Součet vzdáleností čtyř okružních tras současného řešení druhé rozvozové skupiny je roven 462,9 km. Optimalizací tedy dojde ke zkrácení tras celé skupiny o 152,9 km, což je 33 % vzdálenosti. Z časového hlediska se ušetří 247 minut neboli 31,3 % celkové doby jízdy současného řešení.

4.3.8 Optimalizace třetí skupiny rozvozových tras

Třetí skupina rozvozových tras čítá celkem 98 zákazníků, kteří jsou navštěvováni každé úterý a čtvrtek. Tuto skupinu obsluhují stejná vozidla jako skupinu číslo dvě, a tak se i zde jedná o čtyři okružní trasy. K optimalizaci rozvozových tras této skupiny jsou použity stejné metody, jako pro předchozí skupinu, čili upravená Mayerova metoda pro přiřazení míst jednotlivým okružním trasám a dále software STORM pro optimalizaci posloupnosti míst na jednotlivých okruzích. Podrobné informace o jednotlivých krocích řešení již byly prezentovány v předchozích kapitolách, a tak rovnou následuje tabulka s výslednými údaji optimalizovaného řešení třetí skupiny.

Tab. 13 Optimalizace třetí skupiny rozvozových tras

Trasa	Pořadí míst	Délka trasy v km	Doba jízdy v min
1	1 - 2 - 4 - 6 - 12 - 9 - 14 - 13 - 7 - 10 - 11 - 15 - 18 - 19 - 21 - 20 - 22 - 16 - 8 - 17 - 5 - 3 - 23 - 24 - 1	236,4	256
2	1 - 28 - 30 - 29 - 31 - 32 - 39 - 42 - 36 - 41 - 40 - 38 - 37 - 34 - 35 - 33 - 25 - 26 - 27 - 46 - 51 - 54 - 53 - 48 - 50 - 49 - 47 - 52 - 44 - 43 - 1	273,8	301
3	1 - 78 - 82 - 83 - 84 - 85 - 76 - 77 - 87 - 86 - 88 - 97 - 95 - 96 - 92 - 93 - 91 - 94 - 98 - 89 - 90 - 86 - 79 - 80 - 81 - 75 - 74 - 1	165,7	166
4	1 - 55 - 56 - 71 - 70 - 62 - 69 - 72 - 73 - 68 - 63 - 66 - 65 - 67 - 64 - 61 - 60 - 58 - 59 - 57 - 45 - 1	192,8	182
∑	-	**868,7**	**905**

Celková délka okružních tras třetí rozvozové skupiny v současné neoptimalizované podobě činí 986,6 km. Optimalizací se tyto trasy zkrátí celkem o 117,9 km tedy poměrově o 12 %. Z časového hlediska dojde k úspoře 134 minut, což dává zlepšení 12,9 % oproti stávajícímu stavu.

4.3.9 Kalkulace možných úspor nákladů

Kalkulace nákladů se vypočítá pomocí rozdílu délky současných okružních tras a délky optimalizovaných okružních tras. Náklady na ujetý kilometr se pohybují v závislosti na typu vozidla. Z šesti dodávkových automobilů jsou dva s krátkým rozvorem, u kterých se podle informací od vedení společnosti počítá se sazbou 4,5 Kč/km. U vozidel s dlouhým rozvorem se uvažuje 5,5 Kč/km a výjimku tvoří Mercedes-Benz Sprinter 315CDI (extra dlouhý rozvor), u kterého se kalkuluje se sazbou 6,5 Kč/km. Pro kalkulaci bude uvažována druhá varianta řešení optimalizace první rozvozové skupiny. Následující tabulky zobrazují náklady na jednotlivé trasy v současném řešení distribučních tras společnosti.

Tab. 14 Kalkulace nákladů jednotlivých tras současného řešení distribuce

Trasa	Vozidlo	Rozvor	Délka trasy v km	Kč/km	Náklady v Kč
1	3	dlouhý	202	5,5	1 111,0
2	4	krátký	125,3	4,5	563,9
3	5	dlouhý	144,4	5,5	794,2
4	6	extra dlouhý	104,6	6,5	679,9
5	8	krátký	137,6	4,5	619,2
6	7	dlouhý	76,3	5,5	419,7
7	5	dlouhý	175,1	5,5	963,1
8	6	extra dlouhý	290,2	6,5	1 886,3
9	8	krátký	249	4,5	1 120,5
10	7	dlouhý	272,3	5,5	1 497,7
celkem	**-**	**-**	**1776,8**	**-**	**9 655,3**

Ke srovnání současného a optimalizovaného řešení distribučních tras je nutné sumarizovat náklady v jednotlivých rozvozových skupinách z důvodu různého počtu jízd jednotlivých skupin během týdne. Tento součet ukazuje následující tabulka.

Tab. 15 Kalkulace nákladů jednotlivých skupin současného řešení distribuce

Skupina	Vozidla	Délka trasy v km	Jízd za týden	Náklady za týden v Kč
1	3,4	327,3	5	8 374,3
2	5,6,7,8	462,9	3	7 538,9
3	5,6,7,8	986,6	2	6 965,2
celkem	**-**	**1776,8**	**-**	**22 878,3**

V současném řešení distribuce společnosti jsou náklady na týdenní provoz dodávkových vozidel 22 878,3 Kč. V této kalkulaci jsou zahrnuty pouze náklady na pohonné hmoty a amortizaci vozidel. Nejsou zde uvažovány mzdy řidičů, které nejsou kalkulovány jako časové, ale vycházejí z fixního základu a možných prémií.

Následující dvě tabulky zobrazují kalkulaci nákladů jednotlivých okružních tras a rozvozových skupin optimalizovaného řešení distribuce.

Tab. 16 Kalkulace nákladů jednotlivých tras optimalizovaného řešení distribuce

Trasa	Vozidlo	Rozvor	Délka trasy v km	Kč/km	Náklady v Kč
1	6	extra dlouhý	206,2	6,5	1 340,3
2	4	krátký	73,4	4,5	330,3
3	5	dlouhý	122,9	5,5	676,0
4	3	dlouhý	41,2	5,5	226,6
5	8	krátký	58,6	4,5	263,7
6	7	dlouhý	87,3	5,5	480,2
7	5	dlouhý	236,4	5,5	1 300,2
8	3	dlouhý	273,8	5,5	1 505,9
9	7	dlouhý	165,7	5,5	911,4
10	8	krátký	192,8	4,5	867,6
celkem	**-**	**-**	**1458,3**	**-**	**7 902,1**

Tab. 17 Kalkulace nákladů jednotlivých skupin optimalizovaného řešení distribuce

Skupina	Vozidla	Délka trasy v km	Jízd za týden	Náklady za týden v Kč
1	4,6	279,6	5	8 353,0
2	3,5,7,8	310	3	4 939,2
3	3,5,7,8	868,7	2	5 452,7
celkem	**-**	**1458,3**	**-**	**18 744,9**

V optimalizovaném řešení distribuce společnosti se předpokládají náklady na týdenní provoz dodávkových vozidel 18 744,9 Kč. Výslednou optimalizací by společnost mohla ušetřit 4 133,4 Kč v nákladech na týdenní provoz vozidel, což je v poměrovém vyjádření úspora ve výši 18,1 % současných nákladů. Vyjádřeno v měsíční a roční výši se jedná o 16 533,6 Kč respektive o 206 670 Kč. V rámci optimalizace také dojde díky zkrácení okružních tras i ke snížení doby jízdy řidičů. To vzhledem k fixním mzdám sice nebude mít za následek snížení mzdových nákladů společnosti, ale dojde ke zkrácení pracovní doby řidičů, což je zajisté přínosem jak pro společnost, tak pro samotné řidiče.

4.4 Implementace optimálního řešení v praxi

Jedním z dílčích cílů práce bylo i praktické vyzkoušení některé z optimalizovaných okružních tras. V praxi se nejlépe hodí první skupina, jelikož ze třech rozvozových skupin se pouze v této uvažovalo o pouhé změně posloupnosti míst okružních tras. Vyzkoušení kompletně optimalizovaných rozvozových skupin dva a tři by sebou neslo řadu komplikací. Řidiči by jeli většinou zcela jiné trasy, než na které jsou zvyklí, muselo by dojít i ke kontaktování jednotlivých zákazníků a zjištění, zda všichni mohou akceptovat odlišné časy doručení, než které jsou v současném stavu běžné apod. Vedení společnosti tedy souhlasilo nejprve s vyzkoušením drobných změn, u kterých dojde v první rozvozové skupině a vzhledem k výsledkům se rozhodne, zda bude uvažovat o kompletní implementaci optimalizovaného řešení všech rozvozových skupin.

Zkouška v praxi proběhla na přelomu března a dubna, konkrétně od pondělí s datem 30. 3. 2015 do pátku 3. 4. 2015. Informace o ujeté vzdálenosti a času jízdy byly získány z GPS navigací obou vozidel. Následující tabulky zobrazují ujetou vzdálenost, čas jízdy a pracovní dobu řidičů v jednotlivých dnech.

Tab. 18 Vozidlo číslo 1 v praktické zkoušce optimalizované okružní trasy

Den v týdnu	Délka trasy v km	Doba jízdy v min	Délka pracovní doby v min
pondělí	195,3	178	292
úterý	193,6	203	317
středa	198	186	300
čtvrtek	192,4	168	282
pátek	192,9	226	340
průměr	**194,44**	**192,2**	**306**
celkem	**972,2**	**961**	**1531**

Z údajů o vozidle číslo jedna uvedených v tabulce je patrné, že délka trasy i doba jízdy jsou odlišné od hodnot vypočítaných v kapitole Optimalizace první skupiny rozvozových tras. Ve všech dnech jsou jak ujetá vzdálenost, tak doba jízdy delší než vypočítané optimální hodnoty a pouze se k nim v několika případech blíží. Jednou z příčin je hustota provozu v jednotlivých dnech, kdy především v pátek dosahuje hodnota doby jízdy týdenního maxima 226 minut. Odlišnosti v délce ujeté trasy jsou dány například tankováním paliva, zastávkami na oběd a dalšími úkony řidiče. Průměrná hodnota délky trasy 194,44 km je tedy ve výsledku od 2,44 km delší než vypočtené optimum. V případě doby jízdy je průměrná týdenní hodnota už mnohem větší, konkrétně o 21,3 minuty. Tato vyšší odchylka je připisována úrovni provozu na komunikacích a také příliš optimistickými hodnotami získanými od Google plánovače tras. Délka pracovní doby je vypočítána jako součet doby jízdy a průměrných časů určených na nakládku ve skladu a vykládku u zákazníků, což je v případě prvního vozidla 12 minut a druhého 8 minut na vykládku. Nakládka zboží ve skladu je shodně stanovena na 30 minut u obou vozidel. Vozidlu číslo jedna tedy zabere manipulace se zbožím 7 x 12 + 30 = 114 minut a vozidlu číslo dvě 25 x 8 + 30 = 230 minut. Následující tabulka uvádí informace o druhém vozidle rozvozové skupiny.

Tab. 19 Vozidlo číslo 2 v praktické zkoušce optimalizované okružní trasy

Den v týdnu	Délka trasy v km	Doba jízdy v min	Délka pracovní doby v min
pondělí	114,3	168	398
úterý	112,6	173	403
středa	118	162	392
čtvrtek	111	170	400
pátek	113,2	186	416
průměr	**113,82**	**171,8**	**401,8**
celkem	**569,1**	**859**	**2009**

Informace v tabulce o druhém vozidle rozvozové skupiny potvrzují výše řečené. Délka tras i časová náročnost jízdy jsou opět ve skutečném provozu vyšší než optimální vypočítané hodnoty. Průměrná délka trasy ve skutečnosti dosáhla 113,82 km, což je o zhruba 3 km více než vypočtené optimum. Časová náročnost v průměru dosahuje 171,8 minut, tedy o cca 15 minut více než doba jízdy určená Google plánovačem tras.

4.5 Zhodnocení umístění skladu společnosti

Dalším z dílčích cílů práce je zhodnocení současného umístění skladu společnosti vzhledem k distribuční síti. Touto problematikou se zabývají tzv. lokační metody. Na principu iterativního algoritmu se vypočítá optimální pozice skladu vzhledem k současné distribuční síti a porovná se se stávajícím umístěním skladu.

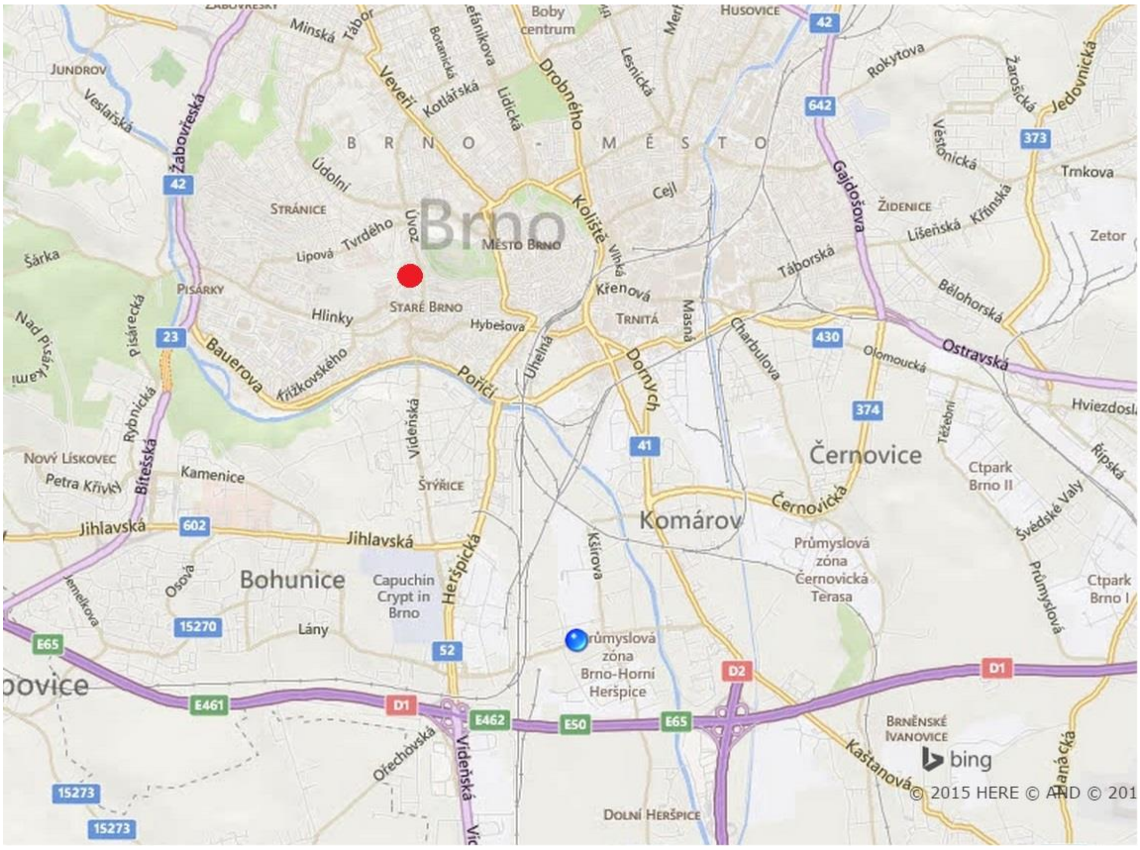
Pro výpočet je nutné mít k dispozici matici vzdáleností zahrnující všechny zákazníky společnosti. Tři skupiny rozvozových tras společně vytváří matici o rozměrech 243 x 243, která čítá 59 049 prvků (vzdáleností). Skript spolupracující s Google Maps API zde bude rovněž nápomocen. Časová náročnost ručního vyhledávání vzdáleností by byla nemyslitelná.

Většina z lokačních metod počítá jednak s existujícími místy distribuční sítě, a také s potenciálními vytipovanými místy, kde by případný nový či další sklad mohl být umístěn. Tento jakýsi předpoklad zde nebude brán v úvahu, protože společnost neuvažuje v současné situaci o relokaci skladu. Optimální místo bude určeno z existujících bodů distribuční sítě, tedy zákazníků a velkoobchodního skladu. Tímto dojde ke značnému zjednodušení zvolené metody řešení, která ale postačuje k posouzení vhodnosti současné lokace skladu. Pro výpočet pomocí iterativního algoritmu je potřeba znát váhu vrcholu (zákazníka), váhu hrany (vzdálenost) a počet logistických center. Vedení společnosti neuvažuje o možnosti mít více než jeden sklad. Důvodem je především zachování velikosti firmy, kdy současný počet zaměstnanců a odběratelů je dostačující a umožňuje majitelce zajišťovat chod společnosti bez nutnosti nabírat nové zaměstnance na manažerské pozice.

Principem lokačních úloh je minimalizace součtu vážených vzdáleností zákazníků od příslušných skladů. Z uvažovaných tří proměnných dojde k redukci dalších dvou tj. počtu logistických center neboli skladů (uvažuje se pouze jeden) a také váhy zákazníků. Stejně jako v případě optimalizace distribučních tras se zde počítá s průměrným zákazníkem, kterému odpovídá 235 z celkového počtu 243 zákazníků, a proto nebude výpočet tímto zjednodušením nikterak významně ovlivněn.

Ze vzniklé matice vzdáleností všech distribučních míst společnosti se pro každý řádek vypočte suma vzdáleností do všech ostatních míst. Z těchto sum se určí nejmenší možná hodnota. Řádek (zákazník) s nejmenší sumou vzdáleností je ideální lokací v celé distribuční síti společnosti. Takovéto místo je totiž v součtu všech vzdáleností do všech ostatních míst nejblíže, a proto je délka celé trasy nutná k navštívení všech zákazníků minimální.

Po stanovení součtů všech vzdáleností na jednotlivých řádcích matice vzdáleností se prostřednictvím funkce MIN určilo minimum těchto hodnot (konkrétně 7757 km) ležící na řádku 32, jemuž odpovídá adresa Úvoz 508/5 Brno – střed. Tato lokace v distribuční síti udává optimální umístění, kde by v ideálním případě sídlil velkoobchodní sklad společnosti. Současná pozice skladu na adrese Sokolova 696/32 Brno je od tohoto místa vzdálena 4,9 km. Následující obrázek ukazuje současné umístění skladu (modrá tečka) a optimální vypočtenou lokaci (červená tečka).



Obr. 9 Optimální a stávající umístění skladu
Zdroj: *Ikatastr (2015)*

Ideální vypočítaná lokace leží téměř v centru Brna, tudíž na nevhodném místě pro skladové prostory společnosti spolu se skutečností vysokých cen nájemného v případě existence příhodných prostor v této lokalitě.

Současná lokace skladu je vzhledem k distribuční síti velmi dobře umístěna, protože se nachází v městské části Horní Heršpice, kde leží mnoho průmyslových objektů, na rozdíl od vypočítané optimální lokace. Prostory velkoobchodního skladu jsou společností pronajímány a celý areál je sdílen s dalšími podnikatelskými subjekty. Podle informací od vedení společnosti jsou stávající skladové prostory společnosti velice výhodné z důvodu nízkého nájemného.

5 Diskuse

Hlavní činností velkoobchodní společnosti DAMIRA DRINKS, s. r. o. je distribuce zboží maloobchodním zákazníkům. Rozvoz zboží zabezpečuje prostřednictvím šestice dodávkových automobilů, které obsluhují 10 okružních tras, na kterých se nachází celkem 243 zákazníků. Plánování distribučních tras společnosti bylo do současné doby založeno pouze na GPS plánovačích tras a intuici řidičů. Z tohoto důvodu se naskytla otázka, zda by případný pokus o optimalizaci příslušnými matematickými metodami s využitím informačních technologií mohl společnosti přinést úsporu nákladů na distribuci.

Na začátku optimalizačního procesu bylo nutné určit, o jaký typ okružního problému se vlastně jedná a jaké optimalizační metody bude vhodné použít. Analýzou současného stavu distribuční sítě došlo ke zjištění, že stávající rozvozové trasy lze rozdělit do tří skupin, které se navzájem odlišují četností návštěv a dny v týdnu. Tato informace jasně říká, že se bude jednat o víceokruhový okružní dopravní problém, který je v praxi nejběžnější. Další otázkou bylo, o jaký konkrétní typ VRP půjde, neboli jaké bude mít omezení. Dle získaných informací o zákaznících společnosti připadal v úvahu klasický VRP s kapacitním omezením, jelikož se většinou jedná o živnostníky s provozovnou v místě bydliště a čerpací stanice s nepřetržitým provozem.

Po určení o jaký typ okružní úlohy se bude jednat, nastala otázka vstupních dat potřebných pro vlastní optimalizační výpočty. Od vedení společnosti byl získán seznam s adresami všech zákazníků a také informace o jednotlivých trasách a vozidlech. Tyto samotné údaje však k optimalizaci distribuční sítě nestačí, pokud nejsou doplněny o hodnoty vzdáleností všech distribučních míst. Kde získat potřebné hodnoty? V okamžiku přijde na mysl jeden z online plánovačů tras, jakými jsou například mapy.cz či maps.google.com. Při 243 zákaznících společnosti přichází zjištění, že bude třeba najít 59 049 hodnot, což by při ručním hledání trvalo pravděpodobně několik dní. S ohledem na možnou změnu zákazníků a tedy značnou nepružnost v možných úpravách optimalizovaných tras toto řešení nepřipadá v úvahu. Vyhledávač Google dnes nabízí nepřeberné množství různých funkcí a tak se naskýtá možnost, získat potřebná data prostřednictvím Google Distance Matrix API. Ke zprovoznění potřebného JavaScriptu je třeba mít jisté zkušenosti s programováním. Díky příkladům různých částí kódu v sekci vývojáři na developers.google.com však stačí doplnit několik nezbytností a skript funguje. Zautomatizováním sběru vstupních dat pomocí Google Distance Matrix API lze získat matici vzdáleností o rozsahu 243 x 243 přibližně za 2 hodiny práce.

Po získání potřebných dat bylo třeba vybrat metodu z oblasti operačního výzkumu, pomocí které se optimalizují distribuční trasy společnosti. K řešení VRP s kapacitním omezením byla zvolena Mayerova metoda pro rozřazení jednotlivých zákazníků do okružních tras a dále byl použit software STORM, který je na univerzitě dostupný. Software STORM se postará o vlastní seřazení posloupnosti zákazníků na okružní trase.

K prezentaci vybraných metod řešení klasického TSP byla první okružní trasa optimalizována také ručním výpočtem pomocí Littlovy metody. Následně se výsledek ruční optimalizace porovnal s řešením, které poskytl software STORM. Takto získané dvě okružní trasy se lišily pouze směrem jízdy a výsledné řešení bylo téměř totožné.

Pro první rozvozovou skupinu obsluhující zákazníky všechny dny v týdnu se uvažovaly dvě možné varianty optimalizace. Důvodem je zde 7 zákazníků odebírajících nestandardní množství zboží, kteří znemožňovali kompletní optimalizaci změnou jak pořadí jízdy jednotlivých míst, tak míst samotných.

Další otázkou tedy bylo, jestli je možné optimalizovat první rozvozovou skupinu i jiným způsobem, kterým by došlo k vyrovnání počtu zákazníků na obou trasách a odstranění zbytečné zajížďky v druhé okružní trase. Vhodným řešením se ukázalo být využití největšího vozidla společnosti Mercedes-Benz Sprinter 315CDI, který je schopen zajistit rozvoz sedmi nestandardním zákazníkům a dalším devíti průměrným zákazníkům přiřazeným z druhé okružní trasy. Tím došlo k vyrovnání počtu obsluhovaných míst v obou okruzích a také k dalšímu snížení celkové délky rozvozových tras první skupiny.

Zbylé dvě rozvozové skupiny mohly být plně optimalizované přeskupením míst i jejich počtu na všech okružních trasách. Otázkou zde bylo, jak vyřešit selekci dat z kompletní matice vzdáleností a vytvořit z ní jednotlivé submatice, s požadovanými prvky (zákazníky). Použití maker v Microsoft Excel se zdálo být vhodným nástrojem, jelikož se jedná o jednoduché a efektivní řešení. Jednotlivé okružní trasy byly dále optimalizovány softwarem STORM.

Kalkulací nákladů na provoz vozidel bylo zjištěno, že pomocí optimalizace všech tří rozvozových skupiny by mohlo dojít k úspoře 4 133,4 Kč v nákladech na týdenní provoz vozidel. V poměrovém vyjádření se jedná o úsporu ve výši 18,1 % současných nákladů. Ročně by potom mohlo jít o sumu přesahující 200 tis. Kč.

Jedno z optimalizovaných řešení první rozvozové skupiny bylo také vyzkoušeno v praxi. Týdenní zkouškou obou optimalizovaných tras došlo ke zjištění, že skutečně dochází k úspoře ujeté vzdálenosti na obou trasách. Optimalizovaných hodnot délky trasy a času jízdy se však dosáhnout nepodařilo a to z důvodu různých překážek v reálném provozu, na straně odběratelů apod. Praktická zkouška tak indikuje, že reálné vzdálenosti a především doby jízdy, budou jistě i na ostatních optimalizovaných trasách vyšší než vypočtená optima. Především se potom bude jednat o okružní trasy vedené po Brně, kde hustota provozu může vést k velmi výraznému nárůstu časové náročnosti okružních tras.

Poslední část optimalizace distribučních tras společnosti se zabývala umístěním skladu vzhledem k rozložení distribučních míst. Touto problematikou se zabývají lokační úlohy a samotný výpočet optimální lokace skladu vznikl na základě iterativního algoritmu. Výsledná optimální lokace vyšla pouhých 5 km od současné pozice skladu. Navíc optimum odkazuje na místo v centru Brna, které nedisponuje potřebnými objekty či volnými pozemky, kam by sklad mohl přesídlit. Stávající lokace skladu v průmyslové zóně Horní Heršpice se tak jeví jako téměř optimální.

Výsledná analýza a optimalizace současné distribuční sítě se zdá být v reálném provozu společnosti využitelná. Zajisté se dá počítat s dalšími úpravami optimalizovaných tras v případě jejich implementace, i přesto by společnost tímto řešením měla dosáhnout úspory v distribučních nákladech.

6 Závěr

Diplomová práce se zabývá optimalizací distribuční sítě společnosti DAMIRA DRINKS, s.r.o. pomocí metod operačního výzkumu.

V literární rešerši práce jsou uvedeny teoretické poznatky z oblasti logistiky, operačního výzkumu a lineárního programování, včetně vybraných metod použitých ve vlastní práci. Dále je zde přiblížen programovací jazyk JavaScript, v němž byl vytvořen skript automatizující sběr vstupních dat.

V praktické části práce je nejdříve stručně představena společnost DAMIRA DRINKS, s.r.o., jejíž distribuční síť je předmětem optimalizace. Před vlastní optimalizací je analyzováno stávající řešení distribuce společnosti. Distribuční síť je rozdělena do tří skupin dle dnů v týdnu a jejich četnosti.

Vlastní optimalizace je provedena pomocí Mayerovy metody, která je určena k řešení víceokruhových okružních dopravních problémů. Touto metodou dojde k zařazení jednotlivých distribučních míst (zákazníků) do okružních tras. Pro optimalizaci jednotlivých okružních tras je nutné ze základní matice vzdáleností obsahující všechny zákazníky vygenerovat příslušné submatice. Řešení poskytla funkce maker v programu Microsoft Excel. Získané submatice s daty byly optimalizovány softwarem STORM.

Pro první rozvozovou skupinu byly navrženy dvě možné varianty optimalizace. První z nich uvažuje prostou optimalizaci pořadí navštěvovaných míst na jednotlivých okružních trasách pomocí softwaru STORM. Jedná se tedy o klasickou TSP úlohu. Druhou navrhovanou variantou je kompletní optimalizace úpravou vlastních míst a jejich počtu na jednotlivých okružních trasách. Tato varianta se váže na podmínku využití vozidla s největším nákladovým prostorem, jaké má společnost k dispozici. Druhá zmiňovaná varianta optimalizace potom přináší větší úsporu v ujeté vzdálenosti i časové náročnosti okružních tras.

Pro druhou a třetí rozvozovou skupinu bylo navrženo řešení v podobě kompletní změny míst a jejich počtu na jednotlivých okružních trasách. Použity přitom byly zmiňovaná Mayerova metoda a software STORM.

Výsledné optimalizované podoby jednotlivých rozvozových skupin by v součtu mohly přinést úsporu přes 4 tis. Kč v nákladech na týdenní provoz vozidel, což je v poměrovém vyjádření cca 18% současných nákladů. Ročně by se mohlo jednat o částku převyšující 200 tis. Kč.

Jedním z dílčích cílů byla praktická zkouška některé z optimalizovaných tras. Vybrány k tomu byly dvě okružní trasy první rozvozové skupiny. Týdenní testování těchto tras ukázalo jejich reálnou využitelnost. Došlo ke zkrácení ujetých vzdáleností oproti současnému řešení, i když ne tak výraznému, jak ukazovaly vypočtené optimalizované hodnoty.

Dalším dílčím cílem bylo posouzení umístění stávajícího skladu společnosti. Využito bylo lokačních metod a principu iterativního algoritmu. Optimální pozice byla stanovena na místo vzdálené cca 5 km od současné lokace skladu. Umístění současného skladu se proto považuje z téměř ideální z hlediska distribuční sítě společnosti.

7 Literatura

ANTOŠOVÁ, R. *The Various Types of Heuristics Used for the Multiple Traveling Salesman Problem.* In PEFnet 2011: European Scientific Conference of Ph.D. Students. ISBN 978-80-7157-743-0.

COOK, WILLIAM. *In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation.* Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2012, xiii, 228 p. ISBN 06-911-5270-5.

DUDORKIN, JIŘÍ. *Operační výzkum*. Vyd. 3. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997, 296 s. ISBN 80-010-1571-8.

GROS, IVAN. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování.* 1.vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, 432 s. ISBN 80-247-0421-8.

HOLOUBEK, JOSEF. *Ekonomicko-matematické metody*. 2., nezměn. vyd. V Brně: Mendelova univerzita, 2012, 153 s. ISBN 978-80-7375-411-2.

HOLOUBEK, J., ZACH, P. *Using Excel to reduce a Square Matrix*. Acta univ. agric. et silvic. Mendel. Brun., 2012, LX, No. 4, pp. 109–114.

JABLONSKÝ, JOSEF. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování.* 2. vyd. Praha: Professional Publishing, 2002, 323 s. ISBN 80-8070-031-1.

JANÁČEK, J. *Optimalizace na dopravních sítích*. 1. Vyd. Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, 2003. 248 s. ISBN 80-8070-031-1.

KUBÍČKOVÁ, LEA. *Obchodní logistika*. Vyd. 1. V B rně: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, 2006, 91 s. ISBN 80-7157-952-1.

KUČERA, PETR. *Metodologie řešení okružního dopravního problému*. Praha, 2009. Disertační práce. Česká zemědělská univerzita v Praze.

PELIKÁN, JAN. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. 1.vyd. Praha: Professional Publishing, 2001, 163 s. ISBN 80-864-1917-7.

PERNICA, PETR. *Arts logistics*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2008, 425 s. ISBN 978-80-245-1412-3.

PRECLÍK, VRATISLAV. *Průmyslová logistika*. Vyd. 1. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006, 359 s. ISBN 80-010-3449-6.

RAIS, KAREL. *Základy optimalizace a rozhodování*. Vyd. 9. Brno: Zdeněk Novotný, 2004, 134 s. ISBN 80-735-5020-2.

RAŠOVSKÝ, MIROSLAV A HANA ŠIŠLÁKOVÁ. *Ekonomicko-matematické metody*. Vyd. 1. V Brně: Mendlova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 1999, 195 s. ISBN 80-715-7412-0.

SIXTA, JOSEF. *Logistika: teorie a praxe*. Vyd. 1. Brno: CP Books, 2005, 315 s. Praxe manažera (CP Books). ISBN 80-251-0573-3.

STEVENSON, WILLIAM J. *Introduction to management science*. 2nd ed. Homewood, IL: Irwin, 1992, xviii, 909 p. ISBN 02-560-8809-8.

STODOLA, Josef, Josef MAREK a Jan FURCH. *Logistika*. Vyd. 1. V Brně: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, 2007, 337 s. ISBN 978-80-7375-071-8.

SVOBODA, Vladimír. *Doprava jako součást logistických systémů*. Vyd. 1. Praha: Radix, 2006, 148 s. ISBN 80-860-3168-3.

Široký, J., Slivoně, M. *Optimalizace svozu a rozvozu kusových zásilek*. Perner´s Contacts. Ročník 5., Číslo I., duben 2010.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko matematické metody II: aplikace a cvičení*. Vyd. 2. Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2001, 148 s. ISBN 978-80-213-0721-6.

VOLEK, Josef. *Operační výzkum*. 1. vyd. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2002, 111 s. ISBN 80-719-4410-6.

ZÍSKAL, Jan a Jaroslav HAVLÍČEK. *Ekonomicko matematické metody II: studijní texty pro distanční studium.* Vyd. 2. Praha: ČZU PEF Praha ve vyd. Credit, 2010, 191 s. ISBN 978-80-213-0664-6.

Elektronické zdroje

Convert CSV [online]. 2013 [cit. 2015-04-12]. Convert CSV To JSON. Dostupný z WWW: <http://www.convertcsv.com/csv-to-json.htm>.

Český statistický úřad [online]. 6. 1. 2015. [cit. 2015-05-07]. Nákladní doprava časové řady. Dostupné z WWW: <https://www.czso.cz/csu/czso/nakladni_doprava_casove_rady>.

Google Developers [online]. 8. 5. 2015. [cit. 2015-04-28]. Google Maps Distance Matrix API. Dostupné z WWW: <https://developers.google.com/maps/documentation/distancematrix/>.

Ikatastr [online]. 2015 [cit. 2015-04-18]. Dostupný z WWW: <http://www.ikatastr.cz/>.

Ministerstvo práce a sociálních věcí [online]. 2015 [cit. 2015-05-12]. Zákon č. 262/2006 Sb., zákoník práce. Dostupný z WWW: <http://www.mpsv.cz/files/clanky/2919/262-2006.pdf>.

Portál veřejné správy [online]. 2015 [cit. 2015-05-06]. Stanovená týdenní pracovní doba. Dostupné z WWW: <http://portal.gov.cz/app/zakony/zakonPar.jsp?page=0&idBiblio=62694&recShow=87&src=dulezite&rpp=100#parCnt>.

Web Education Community Group [online]. 27. 6. 2012. [cit. 2015-04-25]. A Short History of JavaScript. Dostupné z WWW: <https://www.w3.org/community/webed/wiki/A_Short_History_of_JavaScript>.

8 Seznam obrázků

9 Seznam tabulek

10 Přílohy

Seznam příloh

Příloha 1 Seznam zákazníků první rozvozové skupiny

Rozvozová skupina pondělí - pátek	
č.	**Adresa**
1	Sokolova 696/32 Brno
2	Chvalovice
3	Hatě Chvalovice
4	Znojmo
5	Hevlín
6	Laa an der Thaya, Rakousko
7	Hrušovany nad Jevišovkou
8	Mikulov
9	Dukelská 797 Kuřim
10	Legionářská 334 Kuřim
11	Příční 1270 Kuřim
12	Vojtova Kuřim
13	Bezručova čtvrť 1124 Kuřim
14	Hybešova Kuřim
15	Mánesova 701 Kuřim
16	Jánská 61 Kuřim
17	Dlouhá 1853 Tišnov
18	Riegrova 318 Tišnov
19	náměstí 28. října 1708 Tišnov
20	Jungmannova 666 01 Tišnov
21	Jamborova 939 Tišnov
22	Družstevní 524 Tišnov
23	náměstí Komenského 123 Tišnov
24	náměstí Míru 120 Tišnov
25	Bezručova 966 Rosice
26	Brněnská 1027 Rosice
27	1. května 927 Rosice
28	Sportovní 372 Rosice
29	U Malovaného mlýna 1 Ivančice
30	Polní 1001/6 Ivančice
31	Tovární 1/5 Ivančice
32	Palackého náměstí 12/27 Ivančice
33	Luční 990/4 Ivančice

Příloha 2 Seznam zákazníků druhé rozvozové skupiny

Rozvozová skupina pondělí, středa a pátek			
č.	**Adresa**	**č.**	**Adresa**
1	Sokolova 696/32 Brno	36	Charbulova 1195/3a Brno
2	Komenského 71 Lysice	37	Táborská 427/93 Brno-Židenice
3	Družstevní 17 Blansko	38	Jedovnická 2565/6a Brno-Líšeň
4	Brněnská 338/23 Blansko	39	Houbalova 2087/3 Brno-Líšeň
5	Na příhoně 204 Blansko	40	Zikova 2114/24 Brno-Líšeň
6	Hořická 1821/32 Blansko	41	Vranovská 217/19 Brno-sever
7	Pekařská 1938/7 Blansko	42	Křenová 89/19 Brno-střed
8	Alešova 25 Blansko	43	Koliště 639/21 Brno-střed
9	Krátká 1201/5 Blansko	44	Kounicova 677/2 Brno-střed
10	Mlýnská 2457/22 Blansko	45	Mezírka 752/14 Brno-střed
11	Erbenova 909/3 Blansko	46	Antonínská 13 Brno-střed
12	Josefa Lady 2 Blansko	47	Šelepova 543/1 Brno-Královo Pole
13	Kpt. Jaroše 101 Boskovice	48	Skácelova 2664/29 Brno-Královo Pole
14	Dřevařská 2263/31 Boskovice	49	Kociánka 2/14 Brno-Královo Pole
15	Jiráskova 1241/18 Boskovice	50	Hrnčířská 888/11 Brno-střed
16	Palackého náměstí 230/5 Boskovice	51	Kraví hora 28 Brno-střed
17	Boženy Němcové 178 Boskovice	52	Dominikánská 342/15 Brno-střed
18	Šmelcovna 1364/3 Boskovice	53	Poděbradova 577 Modřice
19	Úzká 51/3 Boskovice	54	Brněnská 404 Modřice
20	Žerotínova 21 Boskovice	55	Havlíčkova 1016 Modřice
21	Červená zahrada 2285 Boskovice	56	Evropská 873 Modřice
22	Lidická 929/16 Boskovice	57	Benešova 425 Modřice
23	Sadová 1518/4 Boskovice	58	Nádražní 344 Modřice
24	Renneská třída 393/12 Brno-střed	59	Sokolská 666 Modřice
25	Čeňka Růžičky 769/10 Brno-Bohunice	60	Luční 664 Moravany
26	Zemědělská 49/9 Brno-sever	61	náměstí Svobody 6 Modřice
27	Provazníkova 890/40 Brno-sever	62	Masarykova 841 Modřice
28	Husova 353/15 Brno-střed	63	U dálnice 777 Modřice
29	Hybešova 79 Brno-střed	64	U Vlečky 843 Modřice
30	Mendlovo náměstí 616/19 Brno-střed	65	Masarykova 664 Rajhrad
31	Úvoz 508/5 Brno-střed	66	9. května 480 Rajhrad
32	Žlutý kopec 918/12 Brno-střed	67	Odbojářů 475 Rajhrad
33	Zahradníkova 501/14 Brno-střed	68	Tyršova 550 Rajhrad
34	Voroněžská 2378/12 Brno-Žabovřesky	69	Syrovická 619 Rajhrad
35	Elišky Krásnohorské 753/51 Brno	70	Bezručova 573 Rajhrad

Rozvozová skupina pondělí, středa a pátek			
č.	**Adresa**	**č.**	**Adresa**
71	Palackého 240 Rajhrad	106	Ponávka 142/12 Brno-střed
72	Komenského 804 Rajhrad	107	Gorkého 87/44 Brno-střed
73	Jiráskova 532 Rajhrad	108	Opletalova 29 Brno-střed
74	Nerudova 368 Židlochovice	109	Lány 161/34 Brno-Bohunice
75	Palackého 752 Židlochovice	110	Žabovřeská 68/4 Brno-střed
76	Nádražní 56 Židlochovice	111	Ečerova 969/10 Brno-Bystrc
77	Žerotínovo nábřeží 134 Židlochovice	112	Jelínkova 1136/33 Brno-Žabovřesky
78	Dvořákova 446 Židlochovice	113	Fričova 2511/2 Brno-Žabovřesky
79	Havlíčkova 393 Židlochovice	114	Antonína Macka 1642/7 Brno
80	Komenského 86 Židlochovice		
81	Lidická 676 Židlochovice		
82	Malinovského 508 Židlochovice		
83	Brněnská Židlochovice		
84	Coufalíkovo náměstí Židlochovice		
85	kpt. Rubena Židlochovice		
86	Masarykova 405/18 Brno-střed		
87	Cejl 67 Brno-střed		
88	Dlouhá 749/1 Brno-Bohunice		
89	Dřevařská 992/18a Brno-střed		
90	Gajdošova 2876/56A Brno-Židenice		
91	Malinovského náměstí 211/5 Brno-střed		
92	Žitná 1456/9 Brno-Řečkovice		
93	Jana Babáka 14 Brno-Královo Pole		
94	Šeříková 106/31A Brno-Jundrov		
95	Rašínova 119/3 Brno-střed		
96	Banskobystrická 192/3 Brno-Řečkovice		
97	Havláskova 247/6 Brno-Jehnice		
98	Chaloupkova 587/7 Brno-Královo Pole		
99	Bayerova 588/16 Brno-střed		
100	Tomanova 1535/12 Brno-sever		
101	Cihelní 560/1A Brno		
102	Hviezdoslavova 545/41 Brno-Slatina		
103	Macháčkova 2865/6 Brno-Líšeň		
104	Fučíkova 2690/4 Brno-Líšeň		
105	Karáskovo náměstí 2378/2 Brno-Židenice		

Příloha 3 Seznam zákazníků třetí rozvozové skupiny

Rozvozová skupina úterý a čtvrtek			
č.	**Adresa**	**č.**	**Adresa**
1	Sokolova 696/32 Brno	36	Alšova 2561/10 Jihlava
2	Lelekovice	37	Brněnská 604/22 Jihlava
3	Černá Hora	38	Dlouhá 297/18 Jihlava
4	Kunštát	39	Březinova 3633/5 Jihlava
5	Letovice	40	Halasova 5072/8 Jihlava
6	Olešnice	41	Jabloňová 290/27 Jihlava
7	Horova 18 Svitavy	42	Dělnická 19 Jihlava
8	Bezručova 99 Svitavy	43	Syrovice
9	Fibichova 56 Svitavy	44	Bratčice
10	Mánesova 137 Svitavy	45	Němčičky
11	Alešova 18 Svitavy	46	Dolní Kounice
12	Jugoslávská 1829/20 Svitavy	47	Brněnská 1024 Pohořelice
13	náměstí Míru 192/95 Svitavy	48	Hybešova 955 Pohořelice
14	Dělnická 1661/19 Svitavy	49	náměstí Svobody 724 Pohořelice
15	Lanškrounská 614/21 Svitavy	50	Dlouhá 35 Pohořelice
16	Lidická 1340/9 Svitavy	51	Polní 915 Pohořelice
17	Dolní 43 Svitavy	52	Masarykova 667 Židlochovice
18	Nádražní 150 Lanškroun	53	Vídeňská 846 Pohořelice
19	náměstí J. M. Marků Lanškroun	54	Znojemská 1106 Pohořelice
20	Dvorská 189 Lanškroun	55	Miroslav
21	Opletalova 92 Lanškroun	56	Hostěradice
22	Bedřicha Smetany 493 Lanškroun	57	Lechovice
23	Zámecká 150/8 Troubsko	58	Tasovice
24	Náves 25 Popůvky	59	Hodonice
25	Cukrovar 138 Rosice	60	Načeratice 669 Znojmo
26	Palackého náměstí 13 Rosice	61	Dobšická 3545/12 Znojmo
27	Žerotínovo náměstí 1 Rosice	62	Hrnčířská 246/1 Znojmo
28	Vápenická 32 Ždár nad Sázavou	63	Coufalova 1022/14 Znojmo
29	U Křížku 2418/9 Ždár nad Sázavou	64	28. října 2287/25 Znojmo
30	Uhlířská 18 Ždár nad Sázavou	65	Jiráskova 1074/18 Znojmo
31	Kupecká 2379/6 Ždár nad Sázavou	66	Kuchařovická 2148/4 Znojmo
32	Povoznická Ždár nad Sázavou	67	Bezručova 2277/2 Znojmo
33	Čechova 1670/17 Velké Meziříčí	68	Jana Palacha 956/8 Znojmo
34	Školní 35 Velké Meziříčí	69	Legionářská 2389/36 Znojmo
35	Novosady 111/54 Velké Meziříčí	70	Dlouhá 132 Znojmo

Rozvozová skupina úterý a čtvrtek	
č.	**Adresa**
71	Krajní 695/11 Znojmo
72	Husitská 3422/1 Znojmo
73	Pražská 1661/25 Znojmo
74	Brněnská 253/31 Šlapanice
75	Rohlenka 24 Jiříkovice
76	Lípová 1146/2 Rousínov
77	Čechyňská 135/3 Rousínov
78	Nádražní 864/1 Rousínov
79	Mlékařská 820/19 Rousínov
80	Budín 746/4 Rousínov
81	Hlinky 1333/13 Rousínov
82	Zahradní 1162/5A Rousínov
83	U stadionu 1139/14 Rousínov
84	Tyršova 1137/23 Rousínov
85	U kapličky 260/27 Rousínov
86	Brněnská 45/68 Vyškov
87	Havlíčkova 722/1A Vyškov
88	Alšova 194/26 Vyškov
89	Hybešova 559/18 Vyškov
90	Sokolská 24 Vyškov
91	Dvořákova 398/15 Vyškov
92	Sokolská 572/25 Olomouc
93	28. října 17 Olomouc
94	Denisova 277/16 Olomouc
95	Palackého 627/5 Olomouc
96	Panská 14 Olomouc
97	Školní 202/2 Olomouc
98	Mlýnská 938/4 Olomouc
99	Karolíny Světlé 710/2 Olomouc

Elektronické přílohy práce na DVD

Příloha 4 Kompletní matice vzdáleností
Příloha 5 Matice časových náročností první rozvozové skupiny
Příloha 6 Matice časových náročností druhé rozvozové skupiny
Příloha 7 Matice časových náročností třetí rozvozové skupiny