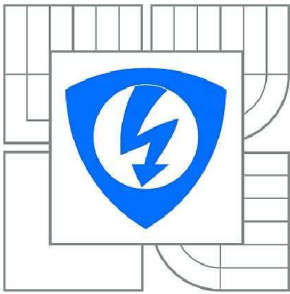


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ ELEKTROMECHANICKÝCH SYSTÉMŮ

ROBUST CONTROL OF ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

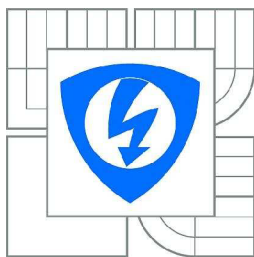
Bc. LUKÁŠ POHL

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PETR BLAHA, Ph.D.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Kybernetika, automatizace a měření

Student: Bc. Lukáš Pohl

ID: 78352

Ročník: 2

Akademický rok: 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Robustní řízení elektromechanických systémů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

- seznámte se s problematikou modelování a řízení elektromechanických soustav
- proveďte analýzu metod pro návrh robustních regulátorů
- realizujte robustní regulátor pro řízení asynchronního motoru v prostředí Matlab Simulink

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Caha, Z.; Černý, M. : Elektrické pohony, Praha, SNTL 1990.
[2] Vas, P.: Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines. Clarendon press, Oxford, 1993, ISBN 0-19-859375-9.
[3] Zhou, K. and Doyle, J. C.: Essentials of Robust Control. Prentice Hall, 1998, ISBN 0-13-525833-2.
další dle doporučení vedoucího

Termín zadání: 8.2.2010

Termín odevzdání: 24.5.2010

Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

prof. Ing. Pavel Jura, CSc.
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Robustní řízení elektromechanických systémů

Diplomová práce

Zaměření práce:	Robustní řízení
Student:	Bc. Lukáš Pohl
Vedoucí práce:	doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

Abstrakt:

Tato práce se zabývá moderními řídicími metodami aplikovatelnými na řízení otáček asynchronního motoru. V úvodu této práce je představena stručná historie moderní teorie řízení. Jsou zde poskytnuty základní poznatky pro modelování neurčitostí spolu s reprezentací systémů s neurčitostmi pomocí lineární zlomkové transformace. Pro návrh robustního regulátoru jsou zde použity dvě různé metody - H-infinity loopshaping a H-infinity syntéza pomocí smíšených citlivostních funkcí. Pro obě tyto metody jsou uvedeny teoretické podklady. Robustní regulátor asynchronního motoru splňující zadané požadavky regulace je zde navržen za použití obou metod, přičemž požadavky na regulaci jsou prezentovány pomocí váhových funkcí tvarujících citlivostní a komplementární citlivostní funkci. Kvalita regulátorů je vyhodnocena několika simulacemi skokové změny žádané hodnoty otáček.

Klíčová slova

Robustní řízení, H-nekonečno syntéza, loopshaping, asynchronní motor

Robust control of electromechanical systems

Master's thesis

Specialization of study: Robust control
Student: Bc. Lukáš Pohl
Supervisor: doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

Abstract:

This thesis deals with the modern control approaches applicable to speed control of an induction motor. Historical perspective to the control theory and its evolution to the modern control will be presented in a short introduction. Basics of uncertainty modeling are presented along with linear fractional transformation (LFT) representation of an uncertain system. Two different approaches for robust controller synthesis are introduced - H-infinity loopshaping and mixed sensitivity H-infinity synthesis. Theoretical background is presented for both of these methods. Finally the robust controller for induction motor satisfying the control goals is designed using both methods. Design objectives are presented as transfer function weights shaping the sensitivity or complementary sensitivity function to desired shape. Several step responses were simulated to compare H-infinity loopshaping and mixed sensitivity H-infinity controllers with the conventional vector control approach.

Key words

Robust control, H-infinity synthesis, loopshaping, induction motor

Bibliografická citace

POHL L.: Robustní řízení elektromechanických systémů. Diplomová práce. FEKT VUT v Brně, 2010, 63 s..

Prohlášení

„Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Robustní řízení elektromechanických systémů jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.“

V Brně dne: **24. května 2010**

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Petru Blahovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne: **24. května 2010**

.....
podpis autora

Obsah

1. ÚVOD	12
1.1 Historie teorie řízení	12
1.2 Úvod do moderní teorie řízení	13
2. ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ.....	18
2.1 Metody robustního řízení	19
2.1.1 Normy signálů	19
2.1.2 Modelování systémů s neurčitostmi	20
2.1.3 Obecná struktura regulačního obvodu, lineární zlomková transformace	27
3. SYNTÉZA REGULÁTORU	29
3.1 metoda tvarování frekvenčních charakteristik	29
3.1.1 Vliv otevřené smyčky na stabilitu zpětnovazebního obvodu	29
3.1.2 Tvarování frekvenční charakteristiky S a T.....	31
3.1.3 H_∞ loopshaping	33
3.2 Příklad použití H_∞ loopshapingu.....	35
3.3 H_∞ metody	39
3.3.1 H_∞ syntéza na systém s neurčitostmi	39
3.3.2 H_∞ syntéza pomocí smíšených citlivostních funkcí.....	40
4. ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU	43
4.1.1 Syntéza regulátoru asynchronního motoru metodou H_∞ loopshaping.....	43
4.1.1 Analýza H_∞ loopshaping regulátoru	47
4.1.2 Syntéza regulátoru asynchronního motoru metodou smíšených citlivostních funkcí	49
4.1.3 Analýza regulátoru asynchronního motoru metody smíšených citlivostních funkcí	54
4.1.4 Porovnání regulátorů asynchronního motoru	56
5. ZÁVĚR.....	60
6. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	62

Seznam obrázků:

Obrázek 1: Řízená raketa BAT (USA 1942) a Fritz X (Německo 1942) (zdroj Wikipedia).....	12
Obrázek 3: Princip adaptivního řízení.....	14
Obrázek 2: Blokové schéma stavového popisu.....	14
Obrázek 4: Nepřímé adaptivní řízení	15
Obrázek 5: Přímé adaptivní řízení.....	15
Obrázek 6: Nepřímé MRAC	16
Obrázek 7: Přímé MRAC.....	16
Obrázek 8: Aditivní nejistota	21
Obrázek 9: Zpětnovazební aditivní nejistota.....	21
Obrázek 10: Multiplikativní nejistota na vstupu soustavy.....	21
Obrázek 11: Zpětnovazební (inverzní) multiplikativní nejistota na vstupu soustavy	22
Obrázek 12: Multiplikativní nejistota na výstupu soustavy.....	22
Obrázek 13: Zpětnovazební (inverzní) multiplikativní nejistota na výstupu soustavy	22
Obrázek 14: Nyquistova charakteristika pro $Gj\omega$	23
Obrázek 15: Regulátor a soustava s nesoudělnou podílovou neurčitostí.....	25
Obrázek 16: Frekvenční charakteristika $e^{-0.1p} - 1, 0,21p0.1p + 1$	26
Obrázek 17 Frekvenční charakteristika $e^{-0.01p} - 1, 0,21p0.1p + 1$	27
Obrázek 18: Popis systému s neurčitostí horní lineární zlomkovou transformací.....	28
Obrázek 19 Struktura regulačního obvodu s jedním stupněm volnosti a s poruchou	29
Obrázek 20: Frekvenční charakteristiky hornofrekvenční a dolnofrekvenční propusti	31
Obrázek 21: Frekvenční charakteristiky L, S, T	32
Obrázek 22: Tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky L	32
Obrázek 23: Příklad úpravy systému G váhami W_1 a W_2	33
Obrázek 24: Systém G rozložený na nominální systém $M - 1N$ a neurčitosti $\Delta M \Delta N$	34
Obrázek 25: Schéma regulačního obvodu s váhovými funkcemi.....	35
Obrázek 26: Frekvenční charakteristika soustavy a otevřené smyčky.....	36

Obrázek 27: Zapojení loop-shaping regulátoru.....	37
Obrázek 28: Výsledky simulace	38
Obrázek 29: Zpětnovazební systém s multiplikativní nejistotou	39
Obrázek 30: Struktura zpětnovazebního systému s váhovými funkcemi	41
Obrázek 31: Obecná struktura regulačního obvodu.....	42
Obrázek 32: Tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky pro vstup 1 (horní obrázek) a pro vstup 2 (dolní obrázek).....	46
Obrázek 33: Zapojení loop-shaping regulátoru.....	47
Obrázek 34: Simulační schéma zpětnovazebního regulátoru systému Gu s neurčitostmi.....	48
Obrázek 35: Odezva asynchronního motoru na skokovou změnu požadovaných otáček	49
Obrázek 36: Zpětnovazební zapojení s váhovými funkcemi	53
Obrázek 37: Obecná optimalizační struktura	53
Obrázek 38: Regulace asynchronního motoru	54
Obrázek 39: Simulační schéma zpětnovazebního regulátoru systému Gu s neurčitostmi.....	55
Obrázek 40: Odezva asynchronního motoru na skokovou změnu požadovaných otáček	55
Obrázek 41: Simulační schéma vektorového řízení [13]	57
Obrázek 42: Přechodové charakteristiky vektorového a robustního regulátoru asynchronního motoru.....	58

Použité názvosloví a operátory:

p - operátor Laplaceovy transformace

$F(p)$ – Laplaceovův obraz předmětu $f(t)$, operátorový přenos systému F

\dot{x} - derivace proměnné x podle času ($\frac{dx}{dt}$)

$\|X\|_2$ - H_2 norma systému X

$\|X\|_\infty$ - H_∞ norma systému X

$\bar{\sigma}(F(j\omega))$ - supremum (maximum) singulárních hodnot frekvenční charakteristiky

$F(j\omega)$

I – jednotková matice

$|W(j\omega)|$ - frekvenční charakteristika systému W

\approx - přibližně rovno

\gg - mnohem větší než

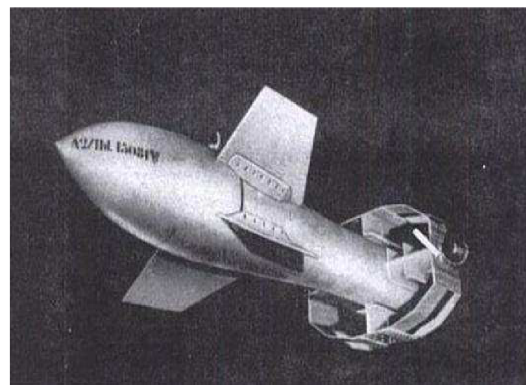
Seznam příloh:

CD s matlab m-file soubory a simulačními schématy

1. ÚVOD

1.1 HISTORIE TEORIE ŘÍZENÍ

Historie moderní teorie řízení sahá až do druhé poloviny devatenáctého století. Ještě předtím však byla myšlenka zpětné vazby představena Charlesem Darwinem (1805-1882), který pomocí zpětné vazby prokázal svoji evoluční teorii. Vito Volterra (1860-1940) později na tuto teorii navázal, když formuloval pokus, ve kterém sledoval rovnováhu dvou rybích populací v uzavřené nádrži. Norbert Wiener (1885-1964) teorii řízení (v biologii) rozšířil o principy kladné a záporné zpětné vazby. Počátkem dvacátého století začala doba tzv. klasické teorie řízení. V této éře byly poprvé formulovány věty o stabilitě systémů popsaných diferenciálními rovnicemi (V. F. Minorsky 1877-1966). Velké pokroky v předválečném vývoji řízení byly dosaženy inženýry z Bellových Telefonních Laboratoří, Harry Nyquist zde popsal grafický postup zjištění stability systémů a o několik let později byl představen proporcionalně integračně derivační (PID) regulátor, který se s malými úpravami používá dodnes [8][6]. Největšího vývoje v celé technické oblasti bylo dosaženo v období druhé světové války, kdy veškeré teoretické poznatky byly použity při vývoji ničivých zbraní na obou stranách fronty. Příkladem vrcholu technologického pokroku v oblasti řízení jsou první typy radiově řízených bomb.



Obrázek 1: Řízená raketa BAT (USA 1942) a Fritz X (Německo 1942) (zdroj Wikipedia)

V poválečném období dochází k vývoji tzv. moderní teorie řízení vycházející z principů stavového řízení, popisu soustav stavovými proměnnými a určování

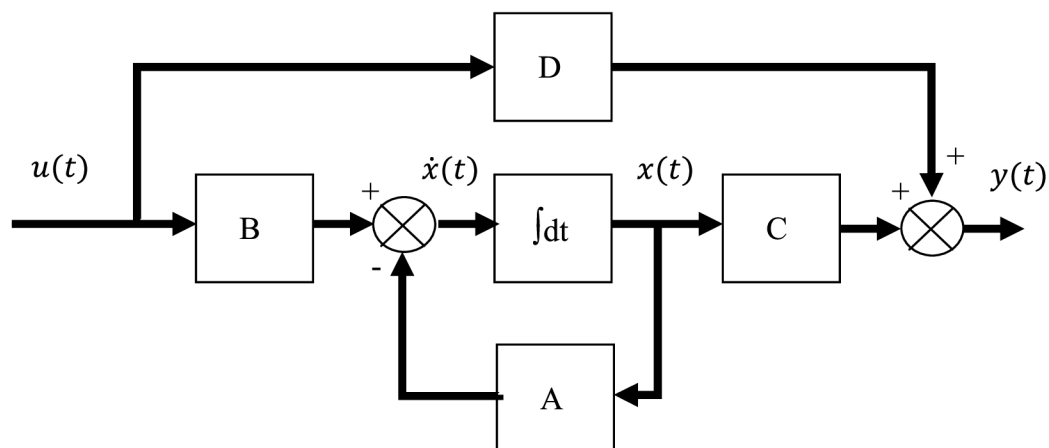
stability takto popsaných soustav. Matematické základy tohoto odvětví teorie řízení byly položeny již před druhou světovou válkou matematiky A. M. Ljapunovem (1857-1918) a H. Poincarém (1854-1912) ale k jejich rozšíření v praxi došlo až později. Jedním z důvodů pozdního rozšíření stavového popisu byla v případě Ljapunova jazyková bariéra, která byla prolomena až za studené války, kdy docházelo k hromadným překladům sovětských článků výzkumníky v USA. Tak jako v případě druhé světové války tak i za studené války měl tlak mezi dvěma světovými velmocemi vliv na uspišení vývoje moderního řízení a to zejména pro použití ve zbrojním průmyslu. Zde byly kladeny požadavky na přesné řízení balistických a jiných raket a dalších aplikací v leteckém průmyslu. Díky novým teoretickým poznatkům bylo možné přesněji namodelovat dynamické soustavy a to ať už lineární nebo nelineární a postupem času byly klasické metody řízení (rozložení pólů a nul, frekvenční návrh...) nahrazovány metodami moderními [6][7].

1.2 ÚVOD DO MODERNÍ TEORIE ŘÍZENÍ

Jak již bylo uvedeno dříve, popis soustav pomocí stavových proměnných umožňoval inženýrům zabývajících se problematikou řízení mnohem podrobnější popis reálných systémů. Některé vlastnosti reálných soustav a požadavky na vlastnosti regulačních obvodů, které byly doposud zanedbávány, se staly součástí návrhu regulátoru. Nejčastěji používaný tvar stavových rovnic je znázorněn rovnicí (1.1).

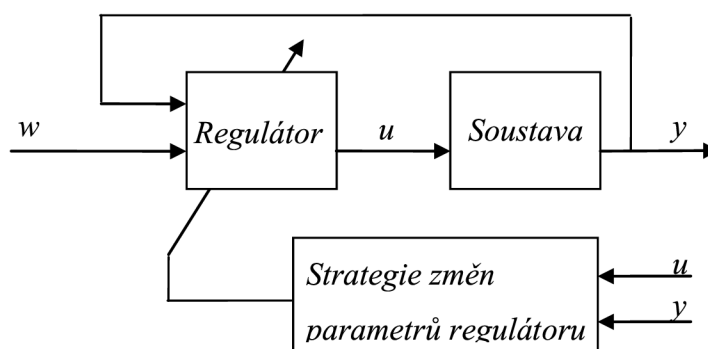
$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\tag{1.1}$$

Rovnice popisují vzájemný vztah mezi vstupními, výstupními a stavovými veličinami. Matice \mathbf{A} , často nazývaná systémová matice, je maticí vnitřních vazeb systému, matice \mathbf{B} je matice vstupní, \mathbf{C} výstupní a \mathbf{D} je matice přímých vazeb vstupů na výstupy.



Obrázek 2: Blokové schéma stavového popisu

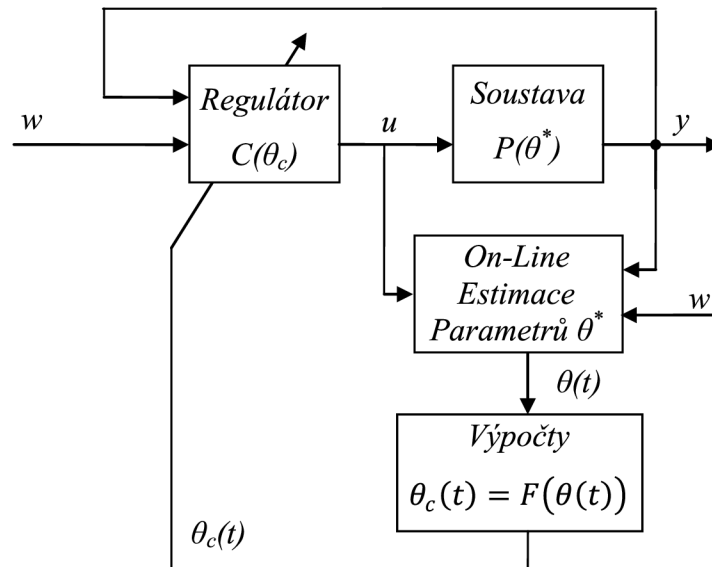
Vývoj výpočetní techniky umožnil další pokroky v oblasti teorie řízení. Začátkem sedmdesátých let byly vyvinuty první algoritmy adaptivního řízení. Hlavním principem adaptivního řízení je sledovat změny řízené dynamické soustavy a vhodným způsobem na tuto změnu reagovat modifikací řídicího algoritmu [9]. Příkladem nutnosti přizpůsobení regulace novým podmínkám může být nelineární model letadla, jehož parametry se významně liší v různých pracovních oblastech a jsou značně závislé na mnoha vnějších faktorech, jako jsou letová výška, aktuální rychlost, směr proudění větru a mnoho dalších.



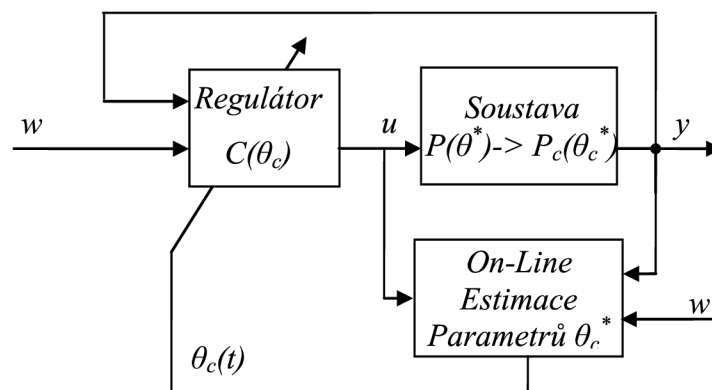
Obrázek 3: Princip adaptivního řízení

Většina aplikací adaptivního řízení vychází ze struktury naznačené na Obrázek 1. U tohoto zapojení je výstup spolu s akčním zásahem použit ke zjištění vnitřních parametrů soustavy, pokud dojde k odchylce těchto parametrů z vymezeného intervalu je podle předem daného schématu pozmeněn regulátor.

Algoritmy adaptivního řízení lze rozdělit na dva hlavní typy – přímé a nepřímé adaptivní řízení [9].



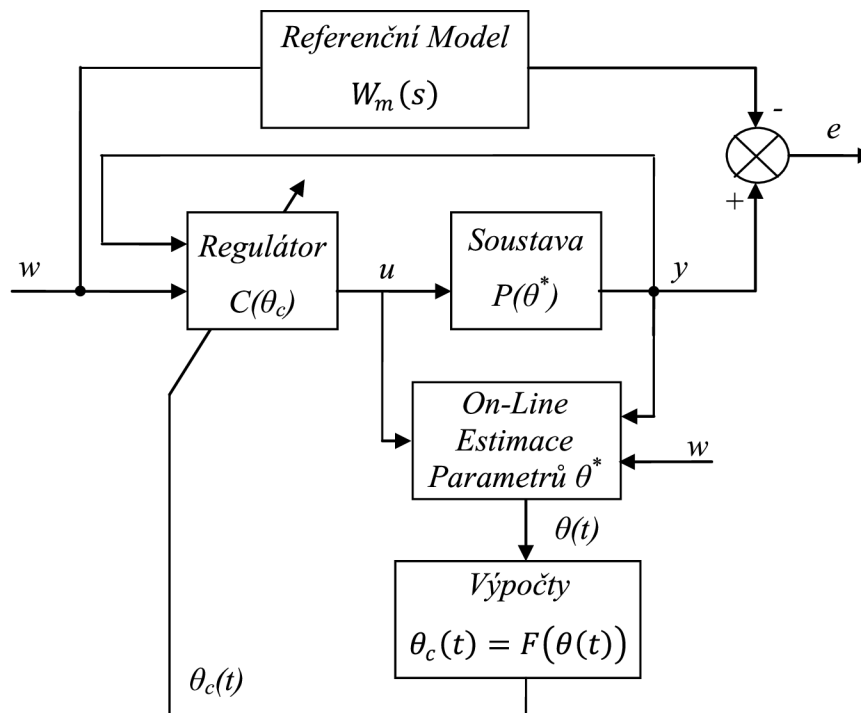
Obrázek 4: Nepřímé adaptivní řízení



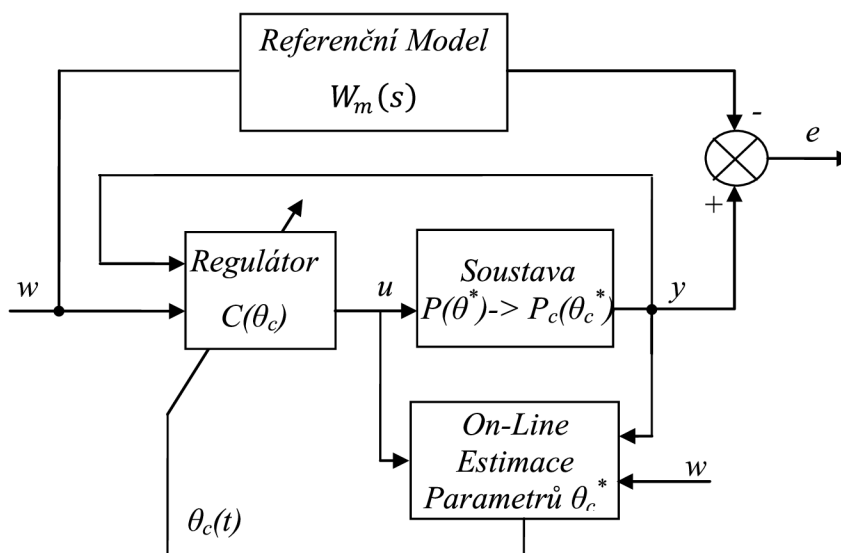
Obrázek 5: Přímé adaptivní řízení

V případě nepřímého adaptivního řízení jsou parametry soustavy θ identifikovány online estimací a pomocí těchto parametrů jsou výpočtem zjištěny parametry regulátoru θ_c . Nepřímé adaptivní řízení je také často označováno jako explicitní adaptivní řízení protože je výpočet regulátoru postaven na zjištěném modelu soustavy. U přímého adaptivního řízení jsou parametry regulátoru θ_c vypočteny přímo online identifikací bez mezivýpočtu parametrů soustavy θ . Absence

mezivýpočtu je problematická především u řízení fázově neminimálních soustav, kdy není přímo možné estimací odhadnout parametry regulátoru.



Obrázek 6: Nepřímé MRAC



Obrázek 7: Přímé MRAC

Požadovaných I/O vlastností uzavřené smyčky lze dosáhnout rozšířením adaptivního řízení o referenční model v kterém jsou všechny tyto vlastnosti zahrnuty,

tento typ adaptivního řízení je nazýván adaptivní systém s referenčním modelem (model reference adaptive control – MRAC).

Jednou z dalších metod adaptivního řízení je adaptivní pole placement metoda. Při této metodě jsou veškeré nároky na řízení vyjádřeny požadovaným umístěním pólů a nul uzavřené smyčky.

2. ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ

Na rozdíl od adaptivního řízení, jehož účelem je přizpůsobit regulátor soustavě i při změně parametrů soustavy, je robustní řízení zaměřeno na návrh pevného (neměnného) regulátoru, který vyhoví předem stanoveným požadavkům při změnách parametrů soustavy (v určitých mezích). Robustní řízení se ze značné míry zabývá identifikací všech parazitních vlivů a poruch a jejich zobecněním za účelem návrhu robustního regulátoru. Regulátor je považován za robustní, pokud je schopen splnit požadavky na stabilitu a výkon regulace i mimo nominální pracovní oblast.

Do oblasti robustního řízení spadá mnoho různých metod, které umožňují řešení následujících problémů:

- Identifikace
 - Většina modelů reálných systémů není zcela přesně identifikovaná. U modelu reálného systému se vždy vyskytují parazitní vlivy (nejistoty), které byly zanedbány. K zanedbání parazitních vlivů může docházet z důvodu složitosti matematického modelu, nebo kvůli nemožnosti změřit daný parazitní vliv.
- Regulace
 - Regulovaná soustava může být ať už sama o sobě nestabilní, nebo její nestabilita může být způsobena okolními parazitními vlivy. Parametry regulované soustavy se mohou v průběhu regulace měnit, což může mít také za následek nestabilitu. Regulací odezvy lze pozměnit dynamické vlastnosti soustavy.
- Optimalizace
 - Kromě požadavku na stabilní regulační děj může být specifikováno velké množství dalších požadavků, například rychlost regulačního děje, spotřeba energie nutná pro dosažení cílového stavu, trajektorie mezi počátečním a cílovým stavem, přesnost dosažení cílového stavu a mnoho dalších. Metody řešící

optimalizaci se snaží najít kompromis mezi všemi těmito požadavky podle předem určených priorit.

2.1 METODY ROBUSTNÍHO ŘÍZENÍ

2.1.1 Normy signálů

Jedním z cílů teorie řízení je kromě dosažení celkové stability systému také posouzení kvality regulačního děje. Každá z aplikací teorie řízení má různá hlediska, podle kterých lze říci, zda je regulační děj pro danou aplikaci optimální či ne. V některých případech je například výhodnější upřednostnit potlačení poruchy před rychlostí regulačního děje, nebo dosáhnout žádané hodnoty s minimálním vynaložením energie. Rychlost regulačního děje, potlačení poruchy, nebo velikost akčního zásahu lze stanovit z velikosti příslušných signálů pomocí normy signálu.

Nejběžnější normy signálů:

- L_1 Norma – je definována jako absolutní hodnota signálu $u(t)$ v časovém intervalu $(-\infty, \infty)$:

$$\|u\|_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)| dt \quad (2.1)$$

- L_2 Norma signálu $u(t)$ může být chápána jako energie signálu:

$$\|u\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2 \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

- L_∞ Norma – je supremum absolutní hodnoty signálu (horní mez) v čase $-\infty$ až ∞ :

$$\|u\|_\infty = \sup_t |u(t)| \quad (2.3)$$

Obdobně jako normu signálu můžeme určit normu systému, která je definována jako norma výstupního signálu systému při odezvě na známou vstupní veličinu. V případě systému s více vstupy a výstupy (MIMO systému) je nutné tuto

definici rozšířit pro více vstupních a výstupních signálů. Norma MIMO systému je normou největšího z výstupních signálů při odezvě systému na sadu vstupních signálů.

Normy systémů:

- H_2 Norma:

$$\|H\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

- H_∞ Norma:

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega} |Y(j\omega)| \quad (2.5)$$

2.1.2 Modelování systémů s neurčitostmi

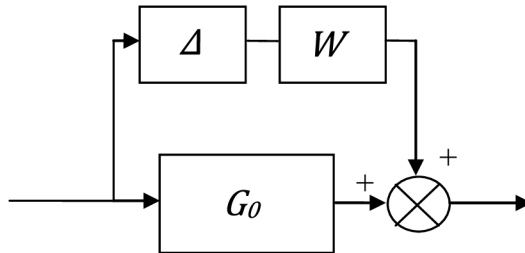
Při modelování reálného systému se můžeme setkat s problémem, kdy navržený model neodpovídá skutečnosti. Na reálnou soustavu totiž působí celá řada nejistot jako například poruchové signály (šum na vstupu soustavy - akčním členu, šum na výstupu soustavy – senzoru) či změny v samotné soustavě (chybná aproximace matematickým modelem, časové změny reálné soustavy). Tyto nejistoty mohou způsobit značné potíže při návrhu regulátoru a v krajním případě mohou vést na nestabilní regulační děj.

2.1.2.1 Nestrukturované neurčitosti

Veškeré nejistoty, které působí na různých místech na soustavu, je možné shrnout do jednoho bloku Δ , který může být nadefinován například jako přenosová funkce. Pro Δ platí, že pro všechny variace nejistot musí být splněna podmínka $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ [1] - frekvenční charakteristika při žádné frekvenci nepřekročí hodnotu 0dB, což splňují všechny zde uvedené typy nejistot. Blok s váhovou funkcí W vymezuje velikost nejistoty a její frekvenční závislost. Reálný systém se potom skládá ze systému s nominální hodnotou spojeného s blokem Δ takovým způsobem, který vyjadřuje, jak tato nejistota na systém působí.

- Aditivní nejistota:

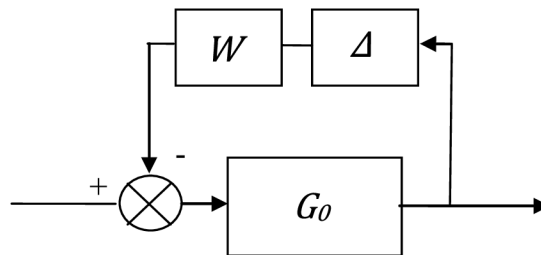
$$G = G_0 + W\Delta \quad (2.6)$$



Obrázek 8: Aditivní nejistota

- Zpětnovazební aditivní nejistota:

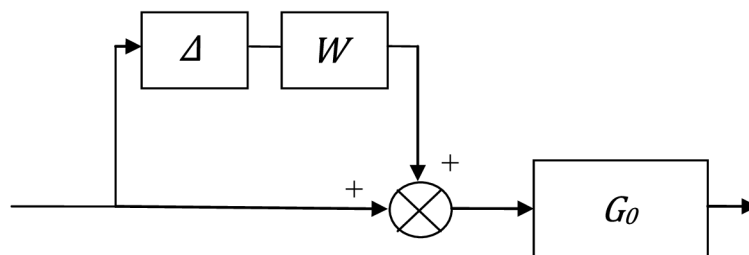
$$G = \frac{G_0}{1 + W\Delta G_0} \quad (2.7)$$



Obrázek 9: Zpětnovazební aditivní nejistota

- Multiplikační nejistota na vstupu soustavy:

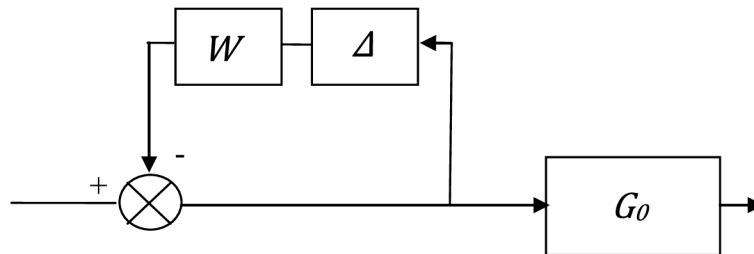
$$G = G_0[I + W\Delta] \quad (2.8)$$



Obrázek 10: Multiplikační nejistota na vstupu soustavy

- Zpětnovazební multiplikační nejistota na vstupu soustavy:

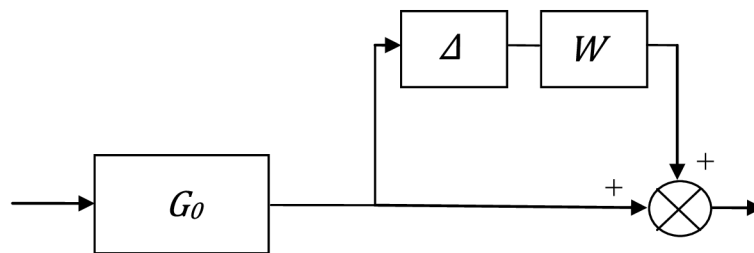
$$G = G_0 \frac{I}{I + W\Delta} \quad (2.9)$$



Obrázek 11: Zpětnovazební (inverzní) multiplikativní nejistota na vstupu soustavy

- Multiplikativní nejistota na výstupu soustavy:

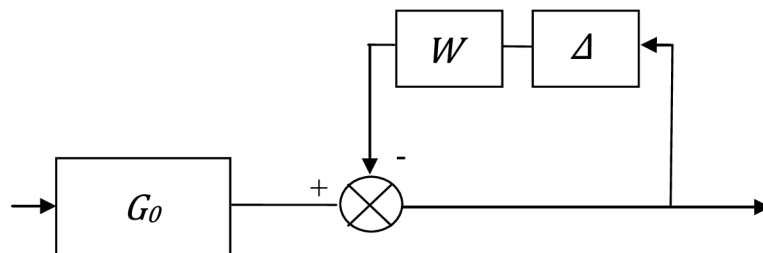
$$G = [I + W\Delta]G_0 \quad (2.10)$$



Obrázek 12: Multiplikativní nejistota na výstupu soustavy

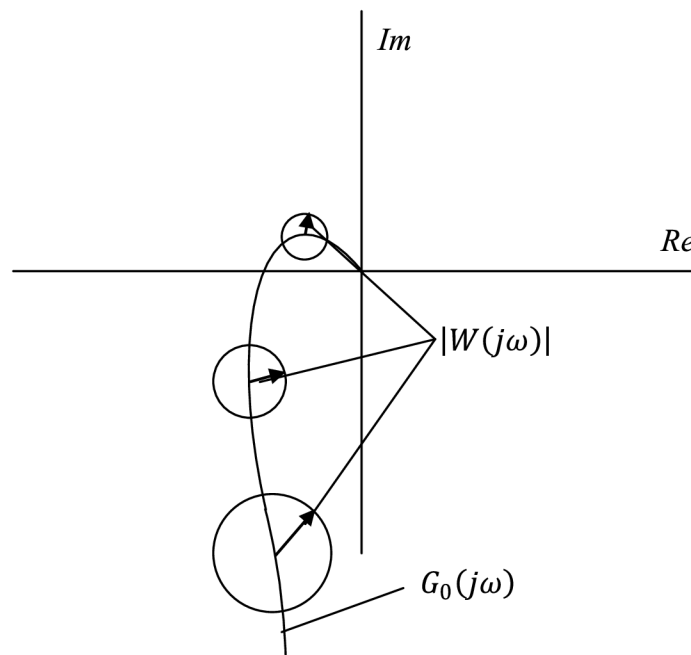
- Zpětnovazební multiplikativní nejistota na výstupu soustavy

$$G = \frac{I}{I + W\Delta} G_0 \quad (2.11)$$



Obrázek 13: Zpětnovazební (inverzní) multiplikativní nejistota na výstupu soustavy

V případě aditivní chyby na vstupu soustavy můžeme zapsat $G(j\omega) = G_0(j\omega) + W(j\omega)\Delta(j\omega)$. Jednotlivé body $G(j\omega)$ frekvenční charakteristiky jsou pak vymezeny kružnicí se středem na frekvenční charakteristice $G_0(j\omega)$ a poloměrem $|W(j\omega)|$.



Obrázek 14: Nyquistova charakteristika pro $G(j\omega)$

2.1.2.2 Parametrické (strukturované) neurčitosti

Vznikají chybným odhadem polohy pólů a nul systému, změnou parametrů systému v průběhu regulace, nebo změnou parametrů opotřebením. Příkladem může být kmitavá soustava (např. RLC obvod) druhého řádu s proměnným poměrným tlumením ξ , které bude nabývat hodnot $[\xi_{\min}, \xi_{\max}]$.

$$F(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1} \quad (2.12)$$

Takto definovaný systém lze spolu s neurčitostí zapsat do struktury:

$$F = \left\{ \frac{1}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1} : \xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max} \right\} \quad (2.13)$$

V programu matlab se parametrické neurčitosti zapisují dvěma způsoby a to jako afinní, nebo polytopický model. Afinní i polytopický model je definován souborem proměnných parametrů a systémových matic, jejichž součtem obdržíme celkový popis systému. Parametry afinního modelu nabývají skutečných hodnot proměnného parametru, zatímco u polytopického popisu je proměnný parametr přepočítán na rozsah 0-1, přičemž celkový součet všech parametrů musí být roven jedné.

Afinní model:

$$S(p) = S_0 + p_1 S_1 \dots + p_n S_n \quad (2.14)$$

Matice S_0 nezávisí na žádném z parametrů

Polytopický model:

$$S(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(t) S_j : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad (2.15)$$

2.1.2.3 Přechod mezi strukturovanou a nestrukturovanou neurčitostí

Pro příklad si nadefinujeme soustavu G , u které není přesně definované zesílení (nebo je zesílení proměnné). Tuto soustavu můžeme rozdělit na nominální soustavu G_0 a na proměnný parametr k . O zesílení k je známo, jakých mezních parametrů může nabývat:

$$G = kG_0; \quad k_{min} \leq k \leq k_{max} \quad (2.16)$$

Zesílení můžeme zapsat ve formě aditivní neurčitosti:

$$k = \bar{k}(1 + r_k \Delta) \quad (2.17)$$

$$\text{Kde } r_k = \frac{k_{max} - k_{min}}{k_{max} + k_{min}}, \bar{k} = \frac{k_{min} + k_{max}}{2} \text{ a } |\Delta| \leq 1$$

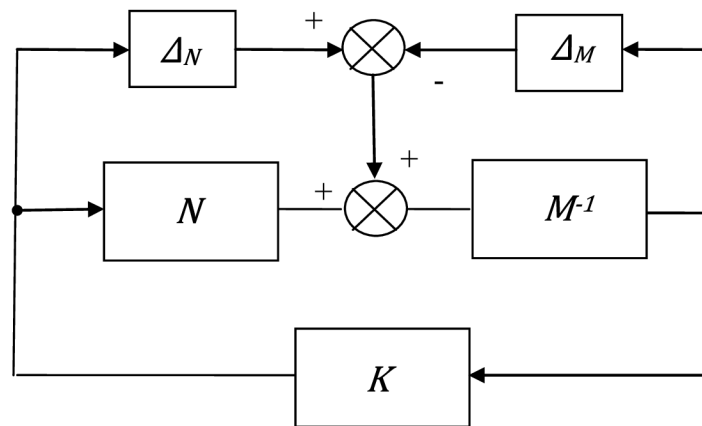
r_k značí relativní přírůstek, \bar{k} je průměrná hodnota zesílení a Δ určuje frekvenční závislost. Jelikož strukturovaná neurčitost neobsahovala informaci o frekvenční závislosti parametru k , je možné zvolit Δ konstantní nebo ze znalosti reálného systému odhadnout frekvenční vlastnosti neurčitosti.

2.1.2.4 Nesoudělná podílová neurčitost

Nesoudělná podílová neurčitost je speciálním druhem neurčitosti, která v sobě spojuje vlastnosti aditivní a inverzní aditivní neurčitosti. Podmínkou pro zápis neurčitosti v nesoudělné podílové formě je existence nesoudělného stabilního rozkladu nominální soustavy $G = NM^{-1}$ (nesoudělní rozklad zprava), nebo $G = M^{-1}N$ (nesoudělní rozklad zleva).

Nesoudělná podílová neurčitost má tvar:

$$G = (N + \Delta_N)(M + \Delta_M)^{-1} \quad (2.18)$$



Obrázek 15: Regulátor a soustava s nesoudělnou podílovou neurčitostí

2.1.2.5 Konzervativnost modelů s neurčitostmi

Všechny nestrukturované modely neurčitostí nepopisují neurčitost zcela přesně, ale vždy ji aproximují. Ve výsledku je proto regulátor navržený na model mnohem konzervativnější než by vyžadoval reálný systém.

Příkladem může být stejnosměrný motor s dopravním zpožděním:

$$F(p) = e^{-\tau p} \frac{1}{p^2} \quad (2.19)$$

U kterého se dopravní zpoždění pohybuje v rozmezí $0 \leq \tau \leq 0.1$. Operátorový přenos stejnosměrného motoru lze rozdělit na přenos systému s nominální hodnotou a na aditivní neurčitost.

$$F(p) = \{(1 + \Delta W)F_0: \|\Delta\|_\infty \leq 1\} \quad (2.20)$$

Pro všechny $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ musí váhová funkce splňovat podmínku:

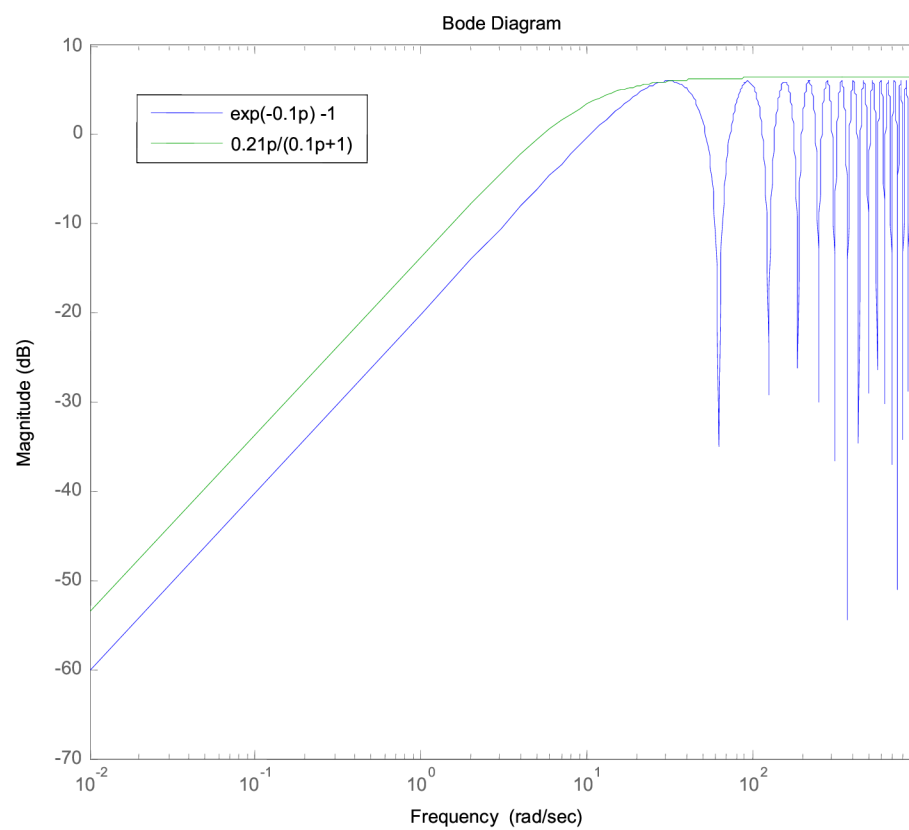
$$\left| \frac{F(j\omega)}{F_0(j\omega)} - 1 \right| \leq |W(j\omega)|, \quad \forall \omega, \tau \quad (2.21)$$

$$\left| \frac{e^{-\tau j\omega} \frac{1}{-\omega^2}}{\frac{1}{-\omega^2}} - 1 \right| \leq |W(j\omega)|, \quad \forall \omega, \tau \quad (2.22)$$

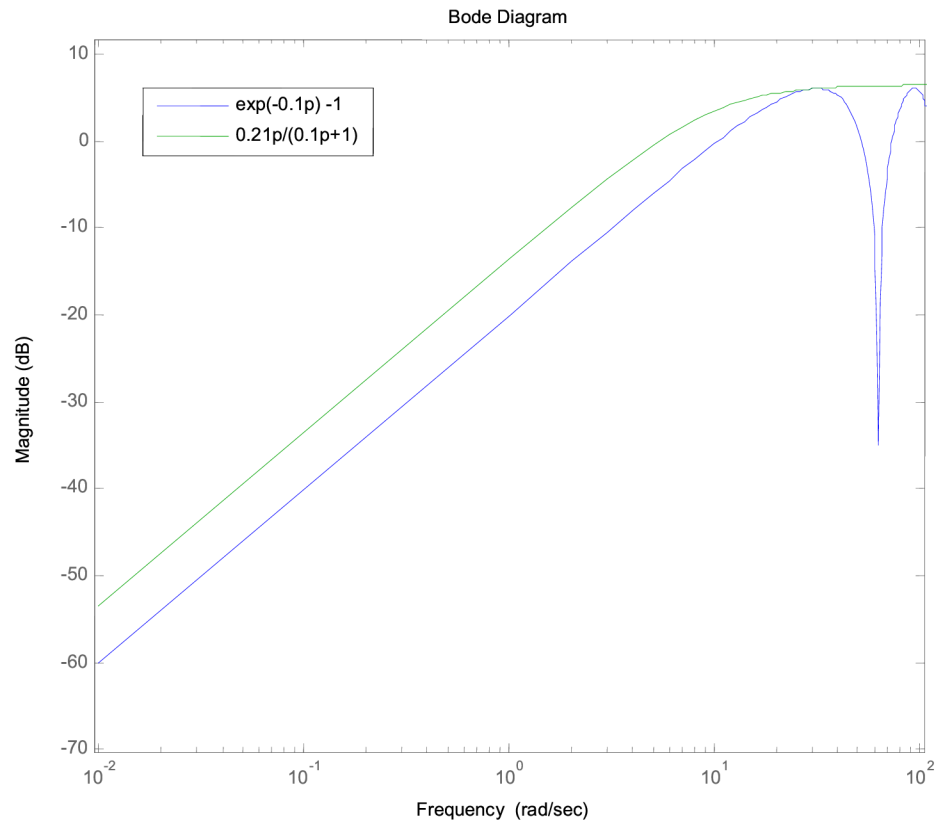
$$|e^{-\tau j\omega} - 1| \leq |W(j\omega)|, \quad \forall \omega, \tau \quad (2.23)$$

Vhodná váhová funkce má přenos:

$$W(p) = \frac{0,21}{0,1p + 1} \quad (2.24)$$



Obrázek 16: Frekvenční charakteristika $|e^{-0.1p} - 1|$, $\frac{0,21p}{0.1p+1}$



Obrázek 17 Frekvenční charakteristika $|e^{-0.01p} - 1|, \frac{0,21p}{0,1p+1}$

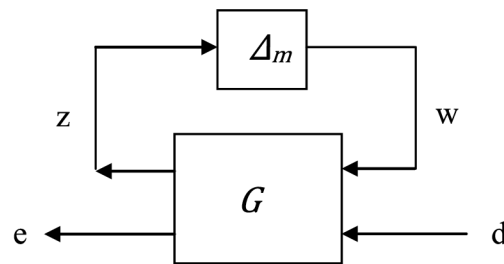
Z frekvenčních charakteristik je zřejmé, že navržená váhová funkce vyhovuje pro všechny hodnoty τ v rozsahu 0-0.1. Přitom na některých frekvencích má aproximace značnou rezervu oproti skutečné neurčitosti vhodnou volbou váhové funkce by bylo možné aproximaci více přiblížit skutečné neurčitosti.

2.1.3 Obecná struktura regulačního obvodu, lineární zlomková transformace

Jelikož naprostá většina regulovaných soustav je nelineární, tak i návrh regulátoru je nejčastěji prováděn na nelineární soustavu. Oproti tomu je jen málo návrhových metod, které jsou schopné navrhnout regulátor i pro nelineární soustavu. Jednou z možností, jak linearizovat soustavu bez ztráty informace o dynamických vlastnostech, je přistupovat k nelinearitám jako k nejistotám. Ty jsou poté "vyjmuty" ze soustavy do samostatného bloku [1]. Výsledná soustava a blok s neurčitostmi jsou

vyjádřeny lineární zlomkovou transformací. Tato forma zápisu umožňuje větší volnost při návrhu modelu systému, který tak může obsahovat parametrické neurčitosti, nebo zanedbanou dynamiku systému. Komplexní problémy robustního řízení tak mohou být transformovány do specifické algebraické úlohy.

Základní struktura soustavy ve formě zlomkové transformace:



Obrázek 18: Popis systému s neurčitostí horní lineární zlomkovou transformací

Pro systémy popsané Laplaceovou transformací je lineární zlomková transformace definována jako konformní¹ funkce komplexní proměnné mapující $F: \mathbb{C} \mapsto \mathbb{C}$ systému ve tvaru [2]:

$$F(p) = \frac{a + bp}{c + ds} \quad (2.25)$$

Pro $a, b, c, d \in \mathbb{C}$. Za podmínky, že $c \neq 0$ lze F přepsat na:

$$F(p) = \alpha + \beta p(1 - \gamma p)^{-1} \quad (2.26)$$

Horní (upper) lineární zlomková transformace pro obecný maticový systém je definována jako:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\mathcal{F}_u(M, \Delta_u) = M_{22} + M_{21}\Delta_u(I - M_{11}\Delta_u)^{-1}M_{12} \quad (2.28)$$

Za podmínky existence inverze $(I - M_{11}\Delta_u)^{-1}$.

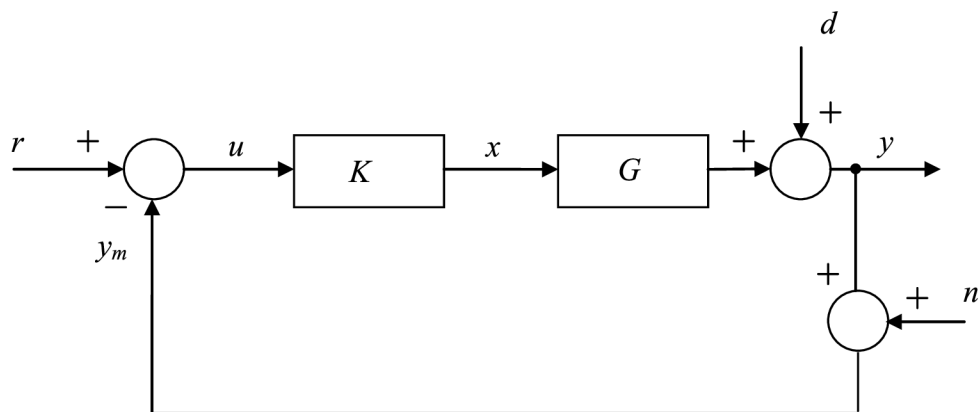
¹ Konformní zobrazení (mapování) je matematická transformace zachovávající lokální úhly [17]

3. SYNTÉZA REGULÁTORU

3.1 METODA TVAROVÁNÍ FREKVENČNÍCH CHARAKTERISTIK

3.1.1 Vliv otevřené smyčky na stabilitu zpětnovazebního obvodu

Vlastnosti uzavřeného systému lze vyvodit z přenosů jednotlivých veličin v regulačním obvodu.



Obrázek 19 Struktura regulačního obvodu s jedním stupněm volnosti a s poruchou

Na regulační obvod s jedním stupněm volnosti (Obrázek 19) působí vstupy: žádaná hodnota - r , porucha - d , šum - n . Vstupem regulátoru je měřená regulační odchylka (u), která se od té skutečné liší měřenou výstupní hodnotou obsahující šum ($y_m = y + n$). Skutečná regulační odchylka e je dána jako rozdíl žádané a skutečné hodnoty² $e = r - y$. Za modelem soustavy vstupují poruchy, které mají vliv na skutečný výstup soustavy:

$$y = Gx + d \quad (3.1)$$

Akční zásah působící na vstup soustavy:

$$x = K(r - y - n) \quad (3.2)$$

² V některé literatuře (Skogestad & Postlethwaite, 2005) je regulační odchylka uváděna jako $e = y - r$ tento zápis je běžnější v oboru teorie měření, velikost odchylky se tím nezmění

Na regulátor K působí měřená regulační odchylka ovlivněná šumem měření n .
Obrázek 19 zobrazuje soustavu, jejíž skutečný výstup můžeme zapsat jako:

$$y = GK(r - y - n) + d \quad (3.3)$$

Vyjádřením y dostaneme:

$$y = \frac{GK}{I + GK}r + \frac{I}{I + GK}d - \frac{GK}{I + GK}n \quad (3.4)$$

Zavedeme substituce:

$$L = GK - \text{přenos otevřené smyčky}$$

$$S = \frac{I}{I+L} - \text{citlivostní funkce}$$

$$T = \frac{L}{I+L} - \text{komplementární citlivostní funkce}$$

Skutečná regulační odchylka je dána rozdílem žádané hodnoty r a skutečné výstupní hodnoty y :

$$e = r - y = r - Tr - Sd - Tn \quad (3.5)$$

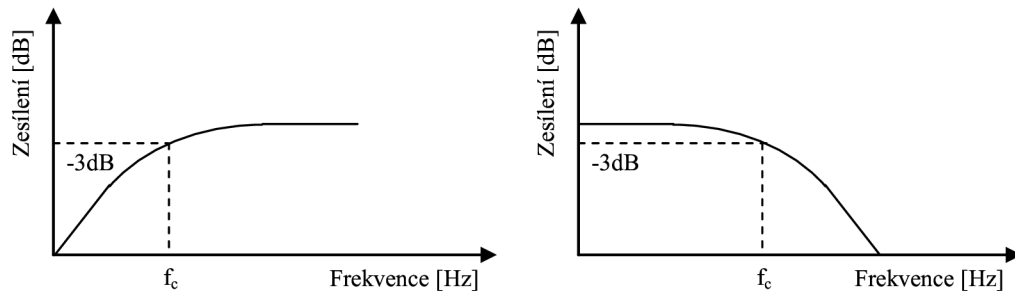
Za podmínky, že součet citlivostní a komplementární citlivostní funkce je roven jedné ($S + T = \frac{I+L}{I+L}$), můžeme zapsat skutečnou regulační odchylku jako:

$$e = Sr - Sd + Tn \quad (3.6)$$

Vlastnosti citlivostní a komplementární citlivostní funkce vyplývají z fyzikálních vlastností reálných regulačních obvodů. Na citlivostní funkci můžeme nahlížet jako na přenos poruchy působící na výstupu soustavy. Frekvenční charakteristika citlivostní funkce má obvykle charakter hornofrekvenční propusti, z toho vyplývá vliv uzavřené smyčky na zesílení poruch působících za regulovanou soustavou. Při hodnotách $S(j\omega) < 1$ dochází k potlačení poruch a naopak při $S(j\omega) > 1$ jsou poruchy uzavřenou smyčkou zesilovány, cílem tedy je držet hodnotu $S(j\omega)$ menší než jedna do co nejvyšších frekvencí³. Komplementární citlivostní funkce, vyjadřující schopnost regulačního obvodu rychle sledovat žádanou hodnotu, má naopak charakter dolnofrekvenční propusti. Nejlepšího sledování žádané hodnoty je

³ Vysoké frekvence bývají obvykle zesilovány z důvodu Bodeho citlivostních integrálů (efekt vodní postele viz. zdroj [1]).

dosaženo na nízkých frekvencích a schopnost regulačního obvodu sledovat rychlé změny klesá s rostoucí frekvencí žádané hodnoty.



Obrázek 20: Frekvenční charakteristiky hornofrekvenční a dolnofrekvenční propusti

Vhodným kompromisem mezi S a T lze získat uzavřený obvod s požadovanými vlastnostmi, nelze však změnit S aniž by nedošlo ke změně T , jelikož jejich součet je vždy roven jedné.

3.1.2 Tvarování frekvenční charakteristiky S a T

Jak již bylo uvedeno dříve citlivostní a komplementární citlivostní funkce jsou definovány jako:

$$S = \frac{I}{I+L} - \text{citlivostní funkce}$$

$$T = \frac{L}{I+L} - \text{komplementární citlivostní funkce}$$

$$L = GK - \text{přenos otevřené smyčky}$$

Pro nulovou ustálenou odchylku platí $e = r - y = 0$, rozšířený zápis:

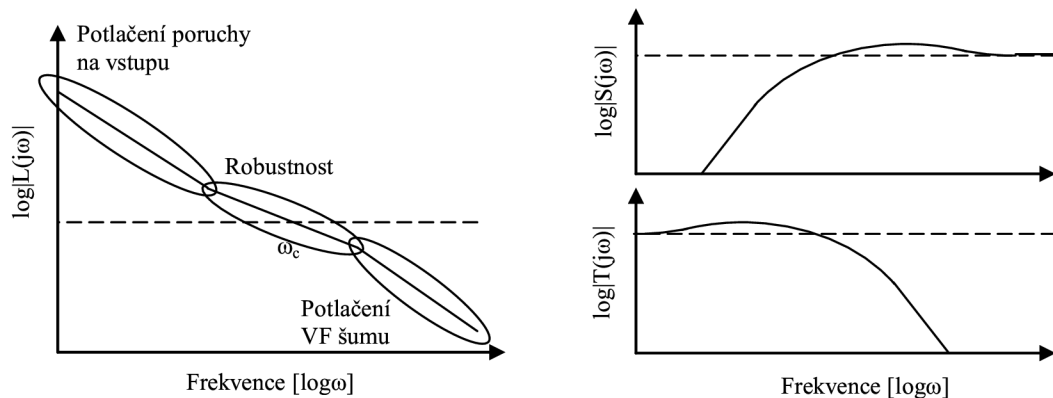
$$e = S(p)r - S(p)d + T(p)n = 0 \quad (3.7)$$

Nulové odchylky bude dosaženo pokud:

$$e = 0r - 0d + 0n \quad (3.8)$$

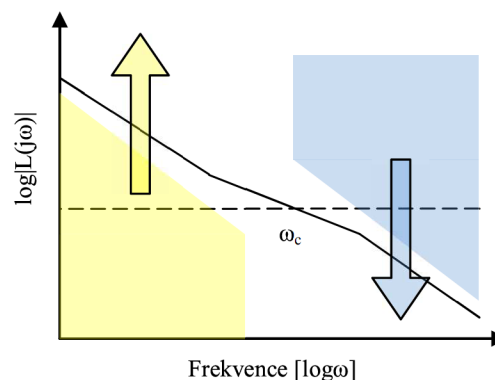
$S \approx 0$ bude dosaženo pokud L bude velké, pak lze pro $L \gg 1$ zjednodušit výraz $\frac{I}{I+L}$ na $\frac{I}{L}$. Při $T \approx 0$ bude naopak dosaženo pro velmi malá L , $\frac{L}{I+L} \approx \frac{0}{I+0}$. Z toho vyplývá, že vhodnou volbou L nelze zcela dosáhnout nulové jak citlivostní tak

komplementární citlivostní funkce, návrh L je proto rozdělen na frekvenční úseky, ve kterých lze dosáhnout jednotlivých vlastností.



Obrázek 21: Frekvenční charakteristiky L , S , T

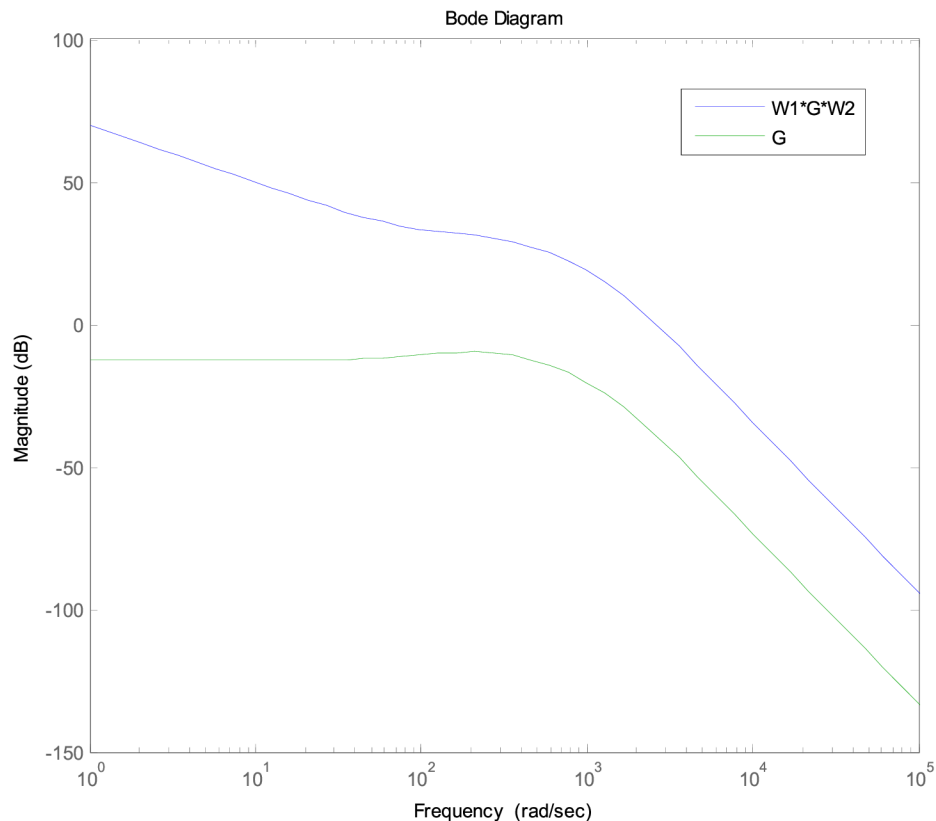
V grafu frekvenční charakteristiky (Obrázek 21) je vyznačen kmitočet ω_c , který bývá nazýván kmitočtem řezu (crossover frequency). Tvar frekvenční charakteristiky v okolí ω_c je zásadní pro vlastnosti uzavřeného obvodu. Z hlediska rychlosti přechodného děje je důležité, aby byl kmitočet řezu co nejvyšší, přitom však musí být níže než ω_{180} (frekvence při které fázová charakteristika nabývá úhel -180°) kvůli stabilitě uzavřeného obvodu. Z hlediska amplitudové a fázové bezpečnosti je žádoucí, aby byl kmitočet řezu protnut úsekem se sklonem -20dB/dek pokud možno ve středu tohoto úseku.



Obrázek 22: Tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky L

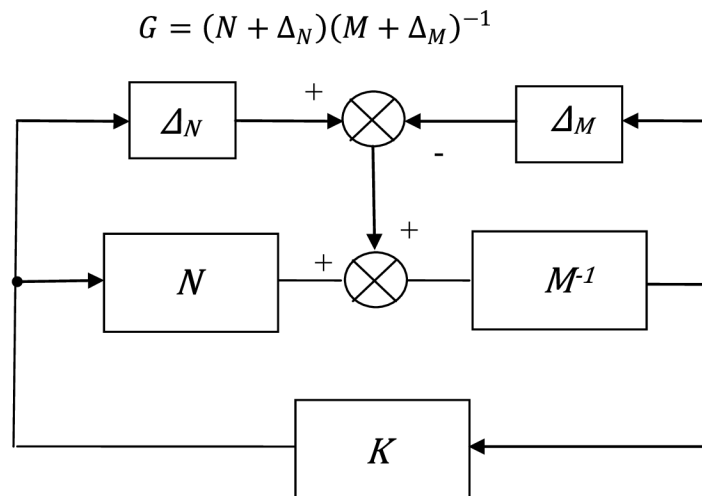
3.1.3 H_∞ loopshaping

Tato metoda je rozšířením klasické metody tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky o metodu H_∞ optimalizace. Byla navržena autory D. McFarlane a K. Glover v roce 1990 [18]. Prvním krokem této metody je vytvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky klasickou loopshaping metodou pomocí vah W_1 a W_2 (Obrázek 25) tak, aby přenos $W_1 G W_2$ splňoval požadované vlastnosti (přidání integrační složky pro nulovou ustálenou odchylku, stabilizace uzavřené smyčky...):



Obrázek 23: Příklad úpravy systému G váhami W_1 a W_2

Poté je takto upravený přenos robustně stabilizován pomocí H_∞ optimalizace. H_∞ optimalizace je provedena na systému popsáno jako nesoudělný stabilní rozklad systému $G = M^{-1}N$. Tento popis umožňuje snadné rozšíření nominálního systému $M^{-1}N$ o neurčitost, výsledný přenos bude:



Obrázek 24: Systém G rozložený na nominální systém $M^{-1}N$ a neurčitosti $\Delta_M \Delta_N$

Pokud neurčitosti Δ_M a Δ_N splňují podmínku:

$$\|\Delta_M \Delta_N\|_\infty < \varepsilon, \text{ kde } \varepsilon \text{ vyjadřuje zásobu stability.}$$

Je systém popsany nesoudělnou podílovou neurčitostí stabilní, za podmínky splnění následující nerovnosti:

$$\gamma = \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} M^{-1} \right\|_\infty \leq \frac{1}{\varepsilon} \quad (3.9)$$

Nejmenší hodnotu γ a tím největší zásobu stability lze spočítat jako:

$$\gamma_{min} = \varepsilon_{max}^{-1} = \{1 - \|N M\|_H^2\}^{-\frac{1}{2}} = (1 + \rho(XZ))^{\frac{1}{2}} \quad (3.10)$$

Pro stavový popis systému maticemi A, B, C, D lze regulátor K splňující podmínku:

$$\left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} M^{-1} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (3.11)$$

vypočítat rovnicí:

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A + BF + \gamma^2 (L^T)^{-1} ZC^T (C + DF) & \gamma^2 (L^T)^{-1} ZC^T \\ \hline B^T X & -D^T \end{array} \right] \quad (3.12)$$

$$F = -S^{-1} (D^T C + B^T X) \quad (3.13)$$

$$L = (1 - \gamma^2) I + XZ \quad (3.14)$$

Výhody a nevýhody použití H_∞ loopshapingu :

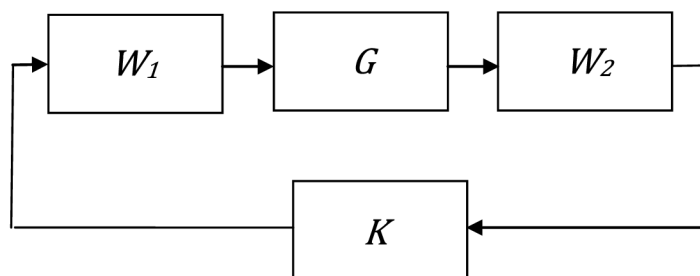
- výpočetní prostředky pro řešení komplikovaných matematických rovnic jsou běžně dostupné
- lze aplikovat jak na systém popsany přenosovou funkcí tak i na stavový popis
- díky výpočtu γ_{min} se nejedná o iterativní metodu, což snižuje výpočetní náročnost algoritmů.

3.2 PŘÍKLAD POUŽITÍ H_∞ LOOPSHAPINGU

Na následujícím příkladě bude předveden návrh robustního regulátoru metodou H_∞ loopshaping pomocí matlabu. Regulátor bude navržen na kmitavou soustavu druhého řádu s koeficientem tlumení $\xi = 0.6$.

Přenos soustavy:

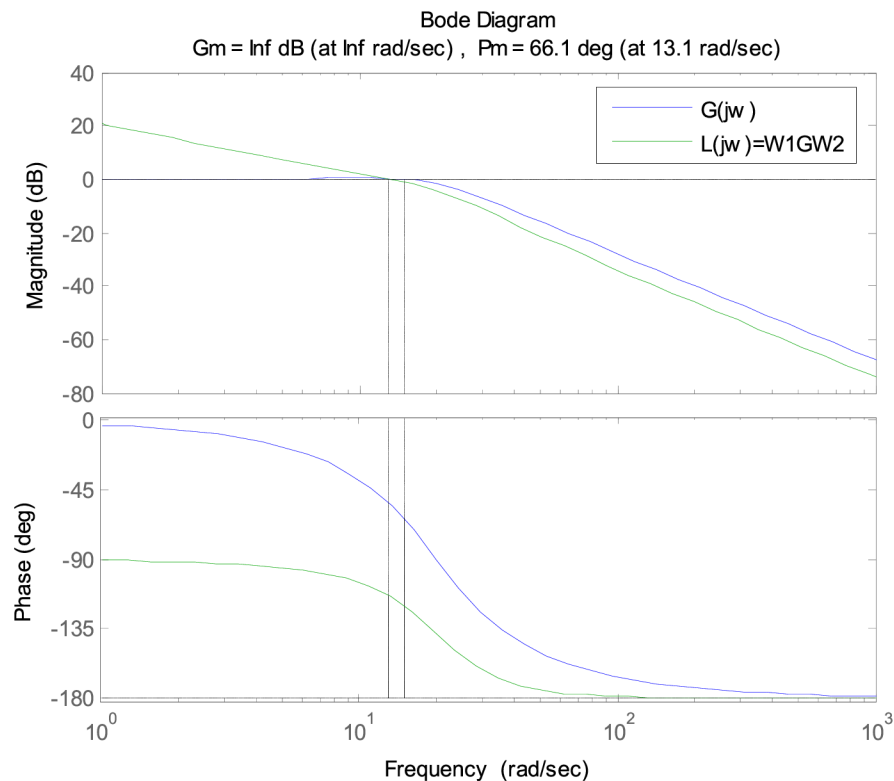
$$G(p) = \frac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} = \frac{1}{0.0025p^2 + 0.06p + 1}, T = 0.05s \quad (3.15)$$



Obrázek 25: Schéma regulačního obvodu s váhovými funkcemi

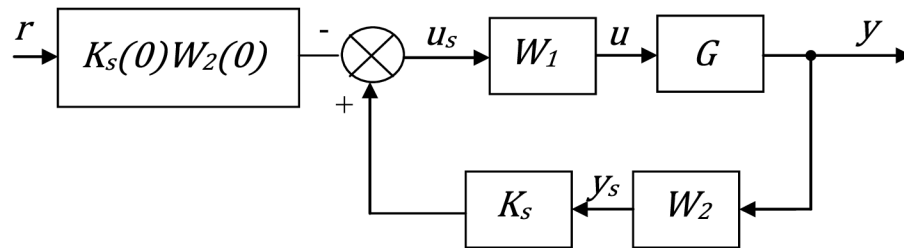
Postup návrhu regulátoru probíhá následujícím způsobem:

- 1) Výběr pro a post kompenzátorů (váhových funkcí) W_1 a W_2 tak, aby frekvenční charakteristika otevřené smyčky měla požadovaný průběh. Obvykle se volí tak, aby otevřená smyčka měla co největší zesílení na nízkých frekvencích, procházela osu 0dB se sklonem -20dB/dek v požadovaném kmitočtu řezu a poté klesala.



Obrázek 26: Frekvenční charakteristika soustavy a otevřené smyčky

- 2) Robustně stabilizovat soustavu $G_s = W_1 G W_2$ použitím dříve uvedených vztahů. Nejdříve vypočítat maximální amplitudovou stabilitu $\varepsilon_{max} = 1/\gamma_{min}$, pokud je menší než 0,25 je nutné znovu upravit W_1 a W_2 . Konečná hodnota γ se volí o 10% větší než γ_{min} což při dodržení podmínky $\varepsilon_{max} > 0,25$ nemá vliv na stabilitu obvodu. Vypočítat regulátor pomocí vztahů 3.12-3.15.
- 3) Analyzovat výsledný návrh, pokud regulátor nemá požadované vlastnosti, upravit W_1 a W_2 a zopakovat bod 2)
- 4) Implementovat regulátor viz. Obrázek 27



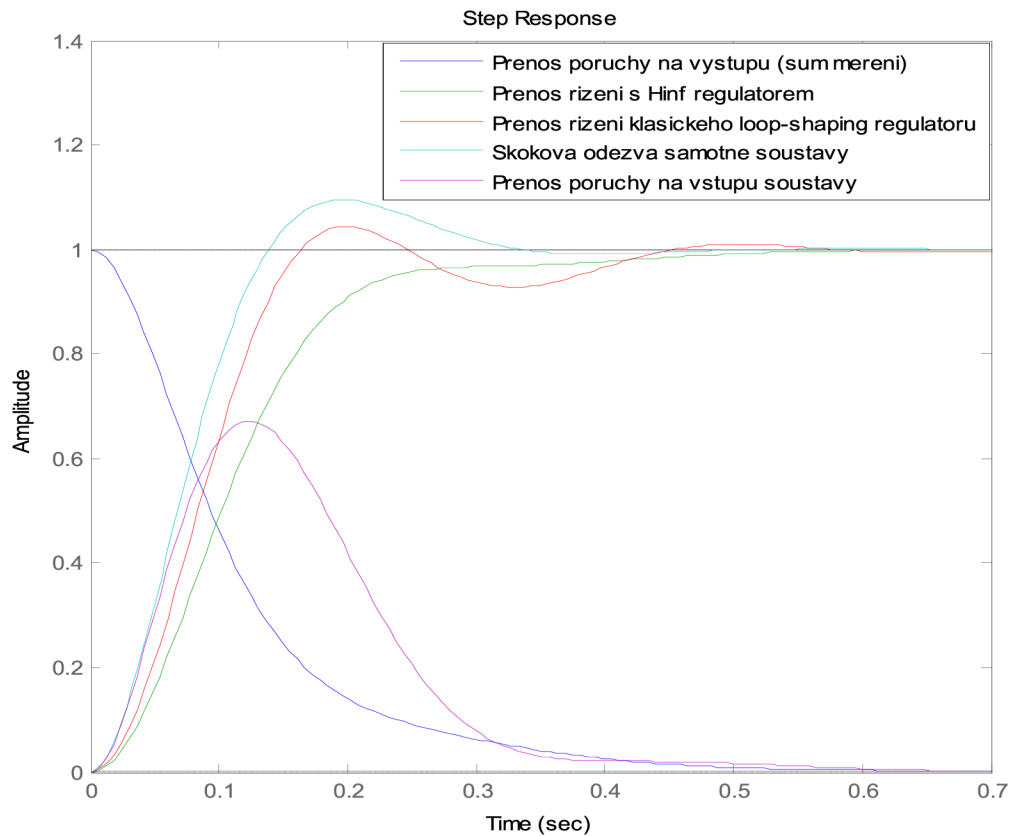
Obrázek 27: Zapojení loop-shaping regulátoru

Z obrázku je zřejmé, že pro dosažení nulové ustálené odchylky (přenos mezi r a $y = 1$) je potřeba žádanou hodnotu filtrovat přes statické zesílení W_1 a K_s . I při dodržení této struktury je nutné, aby buď G , nebo W_1 obsahovaly integrační složku. Pro příklad se soustavou druhého řádu byly zvoleny následující hodnoty W_1 a W_2 :

$$W_1(p) = \frac{11(1 + 0.044p)}{p} \quad (3.16)$$

$$W_2 = 1 \quad (3.17)$$

Hodnota W_1 byla zjištěna návrhem v programu SISOTOOL v matlabu s pomocí pravidel klasického tvarování frekvenční charakteristiky. Obrázek 28 zobrazuje skokové odezvy výsledné soustavy.



Obrázek 28: Výsledky simulace

Výsledný regulátor je kompromisem mezi rychlostí přechodného děje, překmitem a potlačením poruch. Oproti regulátoru navrženému klasickou loop-shaping metodou není přechodný děj tak kmitavý. Stabilizace H_∞ metodou má pozitivní vliv na potlačení poruch a to jak na vstupu soustavy, tak i na výstupu. Zapojení bylo provedeno podle doporučeného schématu (Obrázek 27), ustálená hodnota zesílení je tedy rovna jedné. Při požadavku na rychlejší přechodný děj (na úkor kmitavosti) stačí pouze upravit hodnotu váhy W_1 a opětovně provést stabilizaci H_∞ .

3.3 H_∞ METODY

3.3.1 H_∞ syntéza na systém s neurčitostmi

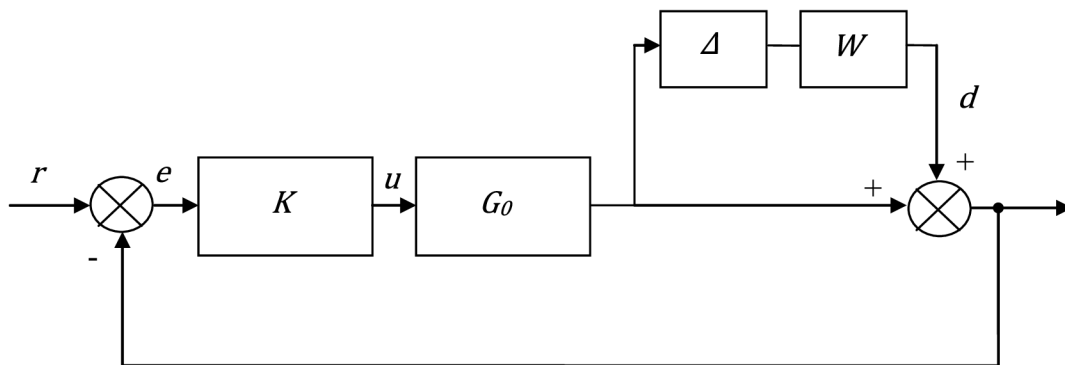
Obrázek 18 zobrazuje obecnou strukturu regulačního obvodu, která je pro tuto metodu nejčastěji používána. Veškeré neurčitosti jsou zahrnuty v jednom bloku Δ . Tento blok se skládá z diagonální matice, jejíž prvky reprezentují jednotlivé zdroje nejistot [1].

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_i \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Pro všechny změny neurčitosti $\Delta_m = W\Delta$ splňující normu $\|\Delta_m\|_\infty \leq 1$ je možné obecný systém modelovat jako nestrukturovanou multiplikativní nejistotu [11]:

$$G = [I + W\Delta]G_0 \quad (3.19)$$

Kde W je stabilní přenosová funkce charakterizující frekvenční závislost neurčitosti Δ_m .



Obrázek 29: Zpětnovazební systém s multiplikativní nejistotou

Po vyřazení bloku Δ lze vyjádřit přenos mezi výstupem a vstupem těchto neurčitostí. Pro výstupní multiplikativní nejistotu zahrnutou do regulačního obvodu (Obrázek 29) platí následující přenos z výstupu nejistot na vstup⁴:

$$M = GK[I + GK]^{-1}W = T \quad (3.20)$$

⁴ V rovnici (3.20) nejsou uvedena znaménka přesně podle schématu, v tomto případě nemají vliv na výslednou normu systému

Vhodným umístěním váhových funkcí do regulačního obvodu lze při iterativním nebo výpočetním návrhu regulátoru dosáhnout požadovaných vlastností vyjádřených těmito váhami. Pokud je dodržena následující nerovnost, bude zpětnovazební systém stabilní pro všechny Δ :

$$\|WT\|_{\infty} \leq 1 \quad (3.21)$$

Obdobně lze získat podmínky stability pro všechny druhy neurčitosti popsaných v sekci 2.1.2 [2]:

Systém s neurčitostí	Význam neurčitosti	Podmínka stability
$[I + W\Delta]G_0$	Výstupní chyba soustavy (snímače), zanedbaná dynamika, neurčitosti nestabilních nul	$\ WT\ _{\infty} \leq 1$
$G_0[I + W\Delta]$	Vstupní chyba soustavy (akčního členu), zanedbaná dynamika, neurčitosti nestabilních nul	$\ WT\ _{\infty} \leq 1$
$[I + W\Delta]^{-1}G_0$	Chybné parametry soustavy, neurčitosti nestabilních pólů	$\ WS\ _{\infty} \leq 1$
$G_0[I + W\Delta]^{-1}$	Chybné parametry soustavy, neurčitosti nestabilních pólů	$\ WS\ _{\infty} \leq 1$
$G_0 + W\Delta$	Aditivní chyba soustavy, zanedbaná dynamika, neurčitosti nestabilních nul	$\ WKS\ _{\infty} \leq 1$
$G_0[I + W\Delta G_0]^{-1}$	Chybné parametry soustavy, neurčitosti nestabilních pólů	$\ WSG_0\ _{\infty} \leq 1$
$(M + \Delta_M)^{-1}(N + \Delta_N)$ $P = M^{-1}N$ $\Delta = [\Delta_M \ \Delta_N]$	Chybné parametry soustavy, zanedbaná dynamika, neurčitosti nestabilních pólů a nul	$\left\ \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} G_0 M^{-1} \right\ _{\infty} \leq 1$
$(N + \Delta_N)(M + \Delta_M)^{-1}$ $P = NM^{-1}$ $\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{bmatrix}$	Chybné parametry soustavy, zanedbaná dynamika, neurčitosti nestabilních pólů a nul	$\ M^{-1}G_0[K \ I]\ _{\infty} \leq 1$

Tabulka 1: Stabilita pro nestructurované neurčitosti

3.3.2 H_{∞} syntéza pomocí smíšených citlivostních funkcí

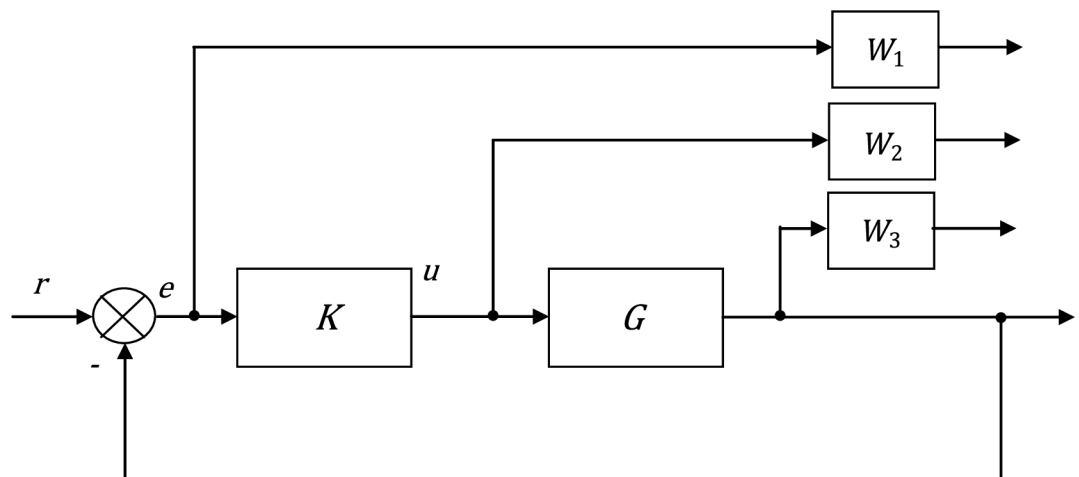
Pokud je systém (Obrázek 29) bez vlivu nejistot ($\Delta = 0$) stabilní, pak lze určit nejmenší hodnotu Δ_m , která systém přivede na mez stability.

$$\bar{\sigma}(\Delta_m(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(T(j\omega))} \quad (3.22)$$

Z rovnice (3.22) plyne, že volba menších hodnot $\bar{\sigma}(T(j\omega))$ dovoluje větší rozptyl nejistot Δ_m a tím i větší zásobu stability. Aby byla dosažena dostatečně nízká hodnota $\bar{\sigma}(T(j\omega))$, tak se stanoví horní limit $\|T(j\omega)\|$ následovně:

$$\bar{\sigma}(T(j\omega)) \leq |W_3^{-1}(j\omega)| \quad (3.23)$$

Váhová funkce W_3 je šablonou specifikující návrhové podmínky na stabilitu uzavřeného systému. Obrázek 30 zobrazuje typické propojení systému a váhových funkcí:



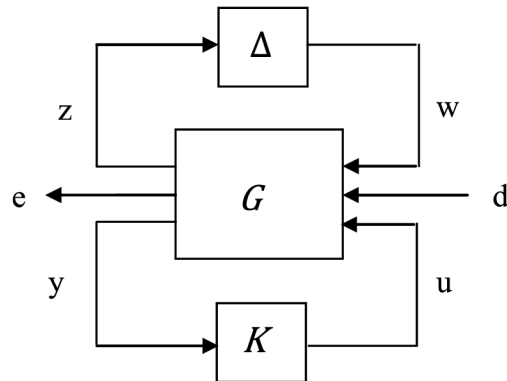
Obrázek 30: Struktura zpětnovazebního systému s váhovými funkcemi

Při použití všech váhových funkcí (Obrázek 30) lze při návrhu ovlivnit kromě zásoby stability také rychlost přechodného děje (W_1) a velikost akčního zásahu (W_2). Pokud některý z výše uvedených požadavků není stanoven, lze jej z návrhu vypustit.

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \quad (3.24)$$

Rovnice (3.24) vyjadřuje jakým způsobem jsou stanoveny hranice pro jednotlivé přenosy citlivostní funkce, komplementární citlivostní funkce a akčního zásahu. S, T a KS jsou na sobě vzájemně závislé, proto volba jednotlivých vah je kompromisem mezi robustní stabilitou, rychlostí a velikostí akčního zásahu. Obvykle se stejně jako v sekci 3.1.2 návrh rozdělí na jednotlivé frekvenční oblasti. Analýza

výsledného systému se provádí na obecné zapojení (Obrázek 31) skládající se ze soustavy s neurčitostí a robustního regulátoru.



Obrázek 31: Obecná struktura regulačního obvodu

4. ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ ASYNCHRONÍHO MOTORU

V této části budou představeny dva různé přístupy k návrhu robustního regulátoru pro asynchronní motor. V obou případech se jedná o návrh na model asynchronního motoru v d-q souřadnicovém systému. První z regulátorů je navržen metodou H_∞ loopshaping popsanou v sekci 3.1.3, a druhý je vytvořen H_∞ syntézou pomocí smíšených citlivostních funkcí popsanou v sekci 3.3.2. V závěru této části bude poskytnuto srovnání těchto regulátorů s klasickým vektorovým řízením [13]. Teoretické podklady pro řízení asynchronního motoru lze získat v literatuře [12][13].

4.1.1 Syntéza regulátoru asynchronního motoru metodou H_∞ loopshaping

Model asynchronního motoru použitý pro návrh robustního regulátoru je matematický model motoru se souřadnicovým systémem spojeným s rotorovým tokem motoru popsaným rovnicemi (4.1) - (4.5) [14].

$$\frac{d\omega}{dt} = \mu\phi_d i_q - \frac{f}{J}\omega - \frac{T_L}{J} \quad (4.1)$$

$$\frac{di_d}{dt} = \left(\frac{\eta L_m}{\sigma L_s L_r}\right)\phi_d - \gamma i_d + n_p \omega i_q + \eta L_m \frac{i_q^2}{\phi_d} + \frac{u_d}{\sigma L_s} \quad (4.2)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \left(\frac{L_m n_p}{\sigma L_s L_r}\right)\omega\phi_d - \gamma i_q - n_p \omega i_d + \eta L_m \frac{i_q i_d}{\phi_d} + \frac{u_q}{\sigma L_s} \quad (4.3)$$

$$\frac{d\phi_d}{dt} = -\eta\phi_d + \eta L_m i_d \quad (4.4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = n_p \omega + \eta L_m \frac{i_q}{\phi_d} \quad (4.5)$$

S následujícími substitucemi a parametry:

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}; \quad \eta = \frac{R_r}{L_r}; \quad \gamma = \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_r^2 L_s} + \frac{R_s}{\sigma L_s}; \quad \mu = \frac{n_p L_m}{J L_r}$$

$$R_s = 1,7\Omega; R_r = 3,9\Omega; L_r = 0,014\text{H}; L_s = 0,014\text{H}; L_m = 0,0117\text{H}; n_p = 2; J = 0,00011 \text{ Kg/m}^2; f = 0,00014 \text{ Nm/(rad/s)}$$

Rovnice (3.24) - (4.4) jsou nelineární a pro účel této návrhové metody je potřeba nejdříve najít lineární náhradu za tento systém. V článku [14] byla použita

linearizace v okolí pracovního bodu $u_{q0} = 141,8\text{V}$; $u_{d0} = 1,42\text{V}$; $i_{q0} = 11,91\text{A}$; $i_{d0} = 14,434\text{A}$; $\phi_{d0} = 0,192\text{Wb}$; $\omega_0 = 163,2\text{ rad/s}$. Parciální derivací nelineárních rovnic získáme následující systém v maticové formě:

(4.6)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -\frac{f}{J} \quad (4.7)$$

$$a_{12} = 0 \quad (4.8)$$

$$a_{13} = \mu\phi_{d0} \quad (4.9)$$

$$a_{14} = \mu i_{q0} \quad (4.10)$$

$$a_{21} = n_p i_{q0} \quad (4.11)$$

$$a_{22} = -\gamma \quad (4.12)$$

$$a_{23} = n_p \omega_0 + 2\eta L_m \frac{i_{q0}}{\phi_{d0}} \quad (4.13)$$

$$a_{24} = \frac{\eta L_m}{\sigma L_r L_s} - \frac{\eta L_m i_{q0}^2}{\phi_{d0}^2} \quad (4.14)$$

$$a_{31} = -\frac{L_m n_p \phi_{d0}}{\sigma L_s L_r} - n_p i_{d0} \quad (4.15)$$

$$a_{32} = -n_p \omega_0 - \frac{\eta L_m i_{q0}}{\phi_{d0}} \quad (4.16)$$

$$a_{33} = -\gamma - \frac{\eta L_m i_{d0}}{\phi_{d0}} \quad (4.17)$$

$$a_{34} = -\frac{n_p L_m}{\sigma L_r L_s} \omega_0 + \eta L_m \frac{i_{d0} i_{q0}}{\phi_{d0}^2} \quad (4.18)$$

$$a_{41} = 0 \quad (4.19)$$

$$a_{42} = \eta L_m \quad (4.20)$$

$$a_{43} = 0 \quad (4.21)$$

$$a_{44} = -\eta \quad (4.22)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ \sigma L_s & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.24)$$

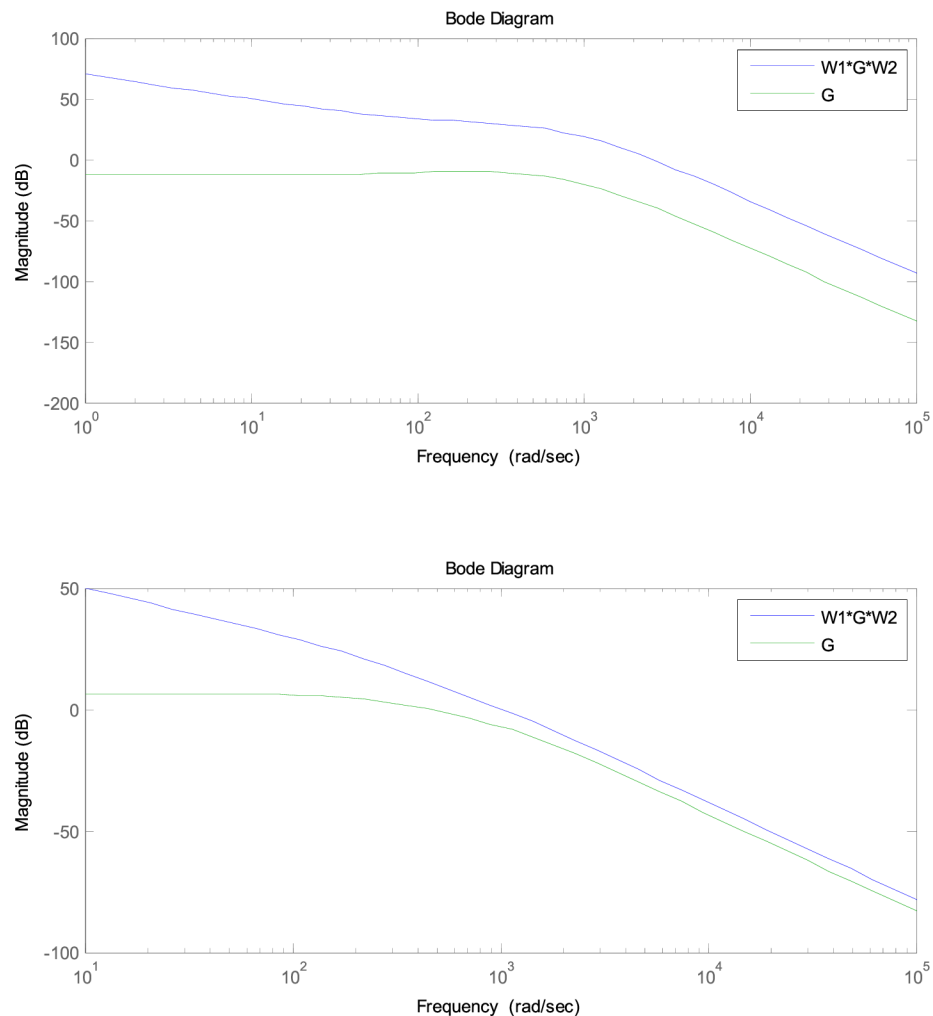
$$D = 0 \quad (4.25)$$

Linearizovaný systém je poté rozšířen o váhy W_1 a W_2 tak, aby přenos $W_1 G W_2$ splňoval požadované vlastnosti.

$$W_1(p) = \begin{pmatrix} \frac{13266(1 + 0,0067p)}{p} & 0 \\ 0 & \frac{1473(1 + 0,0012p)}{p} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

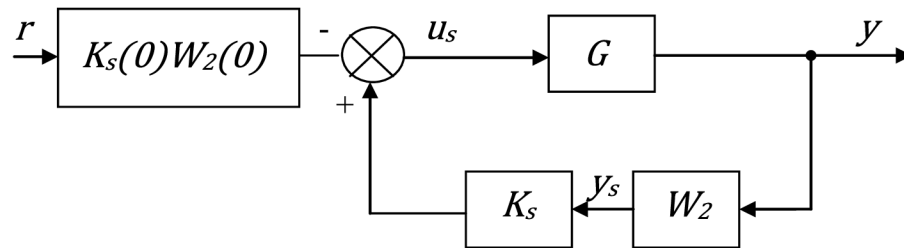
$$W_2(p) = 1 \quad (4.27)$$

Volba W_1 byla provedena tak, aby frekvenční charakteristika singulárních hodnot otevřené smyčky měla co největší zesílení na nízkých frekvencích a procházela osu 0dB se sklonem -20dB/dek v co nejvyšším kmitočtu řezu (Obrázek 32). Hodnoty váhových funkcí pro oba vstupy byly určeny pomocí matlab funkce SISOTOOL zvlášť pro každý vstup.



Obrázek 32: Tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky pro vstup 1 (horní obrázek) a pro vstup 2 (dolní obrázek)

Váhová funkce W_1 obsahuje integrační složku za účelem nulové ustálené odchylky. V případě, že není potřeba nulová ustálená odchylka, je možné více zrychlit přechodné děje úpravou W_1 bez ztráty stability uzavřeného obvodu. Dalším krokem návrhu je spočítání největší dosažitelné stability pomocí vzorce (3.10) a dosazením do rovnic (3.12) - (3.14) spočítání robustně stabilizujícího regulátoru. Výsledné zapojení je provedeno podle následujícího schématu.



Obrázek 33: Zapojení loop-shaping regulátoru

K optimalizaci byla použita matlab funkce `ncfsyn`, která má jako vstupní parametry obě váhové funkce W_1 , W_2 a systém G . Přičemž tyto systémy mohou být reprezentovány jako přenosová funkce control toolboxu (`tf`- transfer function), nebo jako stavový popis control toolboxu (`ss` - state space). Algoritmus prezentovaný v [19][20] poté navrhne robustní zpětnovazební regulátor na zadanou soustavu. Hodnoty $K_s(0)$ a $W_2(0)$ lze jednoduše zjistit pomocí funkce `freqresp`, která pomocí dvou parametrů (systém a frekvence) zjistí zesílení systému na dané frekvenci - v tomto případě na nulové frekvenci. Pomocí tohoto zesílení se dosáhne žádané hodnoty s nulovou ustálenou odchylkou.

4.1.1 Analýza H_∞ loopshaping regulátoru

Pro otestování robustnosti výsledného regulátoru byl sestaven model motoru s několika proměnnými parametry, které mají napodobit změnu parametrů motoru v průběhu regulace vlivem změny teplot, či změny pracovního bodu. Jednotlivé proměnné parametry jsou vyjádřeny nominální hodnotou a maximální odchylkou od této hodnoty.

$$R_s = 1,7\Omega \pm 20\% \quad (4.28)$$

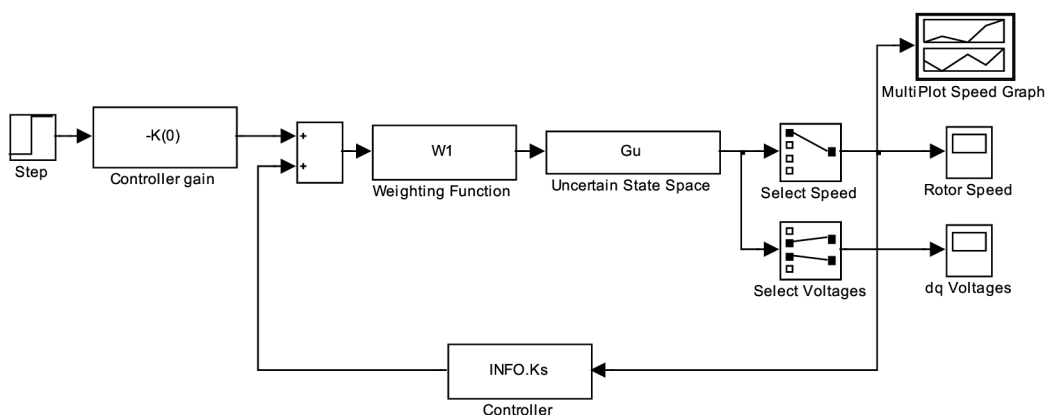
$$R_r = 3,9\Omega \pm 20\% \quad (4.29)$$

$$L_s = 0,0014H \pm 10\% \quad (4.30)$$

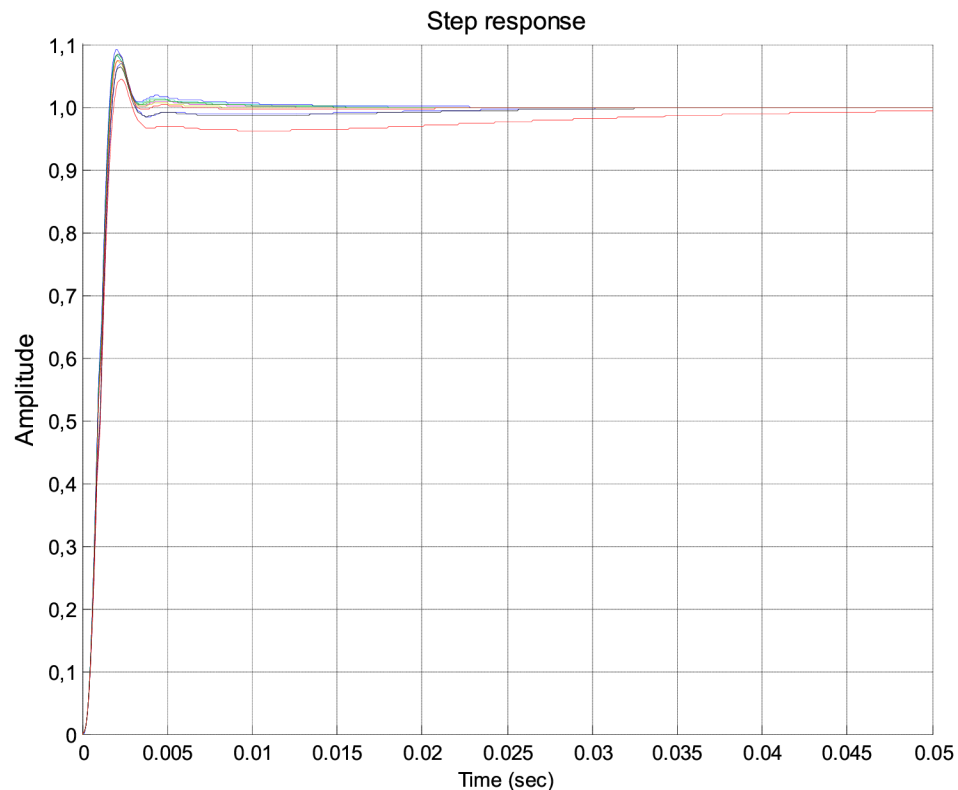
$$L_r = 0,0014H \pm 10\% \quad (4.31)$$

Pro každou simulaci je vygenerována sada náhodných hodnot v tomto rozsahu. Výsledkem simulace je skoková odezva soustavy na změnu otáček z pracovního bodu 163,2 rad/s na hodnotu 164,2 rad/s. Simulace byla provedena

pro sadu deseti náhodných parametrů motoru. Realizace proměnných parametrů byla v matlabu provedena pomocí funkce `ureal`, které se zadá nominální hodnota proměnného parametru a maximální procentní odchylka od této hodnoty. Použitím tohoto proměnného parametru v systémových maticích lze pomocí funkce `uss` (uncertainty state space) vytvořit stavový popis s neurčitostí. Pro zobrazení několika simulačních průběhů byl použit simulink blok MultiPlot Graph, který zachovává průběhy předešlých simulací při opakovaném spuštění simulace pro různé hodnoty neurčitostí.



Obrázek 34: Simulační schéma zpětnovazebního regulátoru systému G_u s neurčitostmi



Obrázek 35: Odezva asynchronního motoru na skokovou změnu požadovaných otáček

Přechodová charakteristika asynchronního motoru je pro všechny hodnoty parametrů motoru stabilní, při větší odchylce od nominálních hodnot se pouze zvětšuje doba ustálení otáček motoru.

4.1.2 Syntéza regulátoru asynchronního motoru metodou smíšených citlivostních funkcí

Tato metoda je podobně jako v sekci 4.1.1 aplikována na asynchronní motor se souřadnicovým systémem spojeným s rotorovým tokem motoru. V tomto případě je linearizace modelu provedena zcela odlišným způsobem. Na nelinearity v rovnicích motoru je nahlíženo jako na neurčitosti, které jsou z modelu motoru vytaženy do samostatného bloku. Lineární model je poté rozšířen o váhové funkce definující požadované vlastnosti uzavřeného systému a na celé zapojení je H_∞ optimalizační metodou vypočten robustní regulátor.

Model asynchronního motoru se souřadnicovým systémem spojeným s rotorovým tokem motoru je vyjádřen těmito rovnicemi:

$$\frac{d\phi_{qs}}{dt} = -\frac{R_s}{\sigma L_s} \phi_{qs} - \omega \phi_{ds} + \frac{L_m R_s}{L_s L_r - L_m^2} \phi_{qr} + u_{qs} \quad (4.32)$$

$$\frac{d\phi_{ds}}{dt} = \omega \phi_{qs} - \frac{R_s}{\sigma L_s} \phi_{ds} + \frac{L_m R_s}{L_s L_r - L_m^2} \phi_{dr} + u_{ds} \quad (4.33)$$

$$\frac{d\phi_{qr}}{dt} = \frac{L_m R_r}{L_s L_r - L_m^2} \phi_{qs} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \phi_{qr} - \omega_s \phi_{dr} \quad (4.34)$$

$$\frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{L_m R_r}{L_s L_r - L_m^2} \phi_{ds} + \omega_s \phi_{qr} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \phi_{dr} - \frac{n_p}{J_m} T_L + \frac{3n_p^2 |\phi_r|^2}{2R_r J_m} \omega \quad (4.35)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{n_p}{J_m} \left(\frac{3n_p}{2R_r} |\phi_r| + C_1 \right) \omega_r \quad (4.36)$$

S následujícími substitucemi a parametry:

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

$$R_s = 7.1\Omega; R_r = 5.8\Omega; L_s = 0.3105\text{H}; L_r = 0.3105\text{H}; L_m = 0.28456\text{mH}; \\ J_m = 0.0038\text{kgm}^2; C_1 = 0.0015\text{Nms}; n_p = 2$$

Rovnice modelu motoru (4.32) - (4.36) jsou závislé na časově variantních parametrech ω a ω_s . V článku [15] jsou tyto parametry ošetřeny tak, že se v daném pracovním rozsahu motoru vyjádří jako strukturované neurčitosti, které na model motoru působí jako vnější vliv.

Rozsah parametrů ω a ω_s byl zvolen $\omega = 0 - 380$ a $\omega_s = 0 - 20$. Tento parametr může být pomocí následujícího zápisu vyjádřen nominální hodnotou variací $\delta \in [-1,1]$:

$$\omega = \bar{\omega}(1 + \delta_1) \quad (4.37)$$

$$\omega_s = \bar{\omega}_s(1 + \delta_2) \quad (4.38)$$

Systémová matice A může být rozložena na afinní parametrický zápis:

$$A = A_0 + \delta_1 A_1 + \delta_2 A_2 \quad (4.39)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} & -\bar{\omega} & \frac{L_m R_s}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & 0 \\ \bar{\omega} & -\frac{R_s}{\sigma L_s} & 0 & \frac{L_m R_s}{L_s L_r - L_m^2} & 0 \\ \frac{L_m R_r}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & -\bar{\omega}_s & 0 \\ 0 & \frac{L_m R_r}{L_s L_r - L_m^2} & \bar{\omega}_s & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{n_p}{J_m} \left(\frac{3n_p}{2R_r} |\phi_r| + C_1 \right) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{\omega} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\omega}_s & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\omega}_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Z něhož matice A_1 a A_2 lze rozložit na součin $E_1 G_1$ a $E_2 G_2$:

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{\omega} \\ \bar{\omega} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.43) \quad (4.44)$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}_s \\ \bar{\omega}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45) \quad (4.46)$$

Rovnice modelu motoru (4.32) - (4.36) lze nyní zapsat lineární zlomkovou transformací na systém s neurčitostí:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & E_1 & E_2 & B_d & B_u \\ G_1 & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 3} \\ G_2 & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 3} \\ C_0 & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_1 \\ w_2 \\ T_L \\ u \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Kde vektor x obsahuje prvky $x = [\phi_{qs} \quad \phi_{ds} \quad \phi_{qr} \quad \phi_{dr} \quad \omega_r]$ a matice B_d , B_u a C_0 prvky:

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{n_p}{J_m} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{n_p}{J_m} \end{bmatrix}, \quad (4.48) \quad (4.49)$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Systém s neurčitostmi lze nyní rozšířit o váhové funkce definující požadované vlastnosti uzavřeného obvodu. Cílem návrhu je dosažení co nejmenší regulační odchylky e_1 pro všechny hodnoty poruch d_1 a řídicích signálů d_2 . Všechny tyto požadavky musí být splněny i při změnách parametrů modelu motoru. Pro výpočet regulátoru byla použita H_∞ optimalizační metoda aplikovaná na rozšířené zpětnovazební zapojení (Obrázek 36). Jednotlivé váhové funkce mají následující hodnoty:

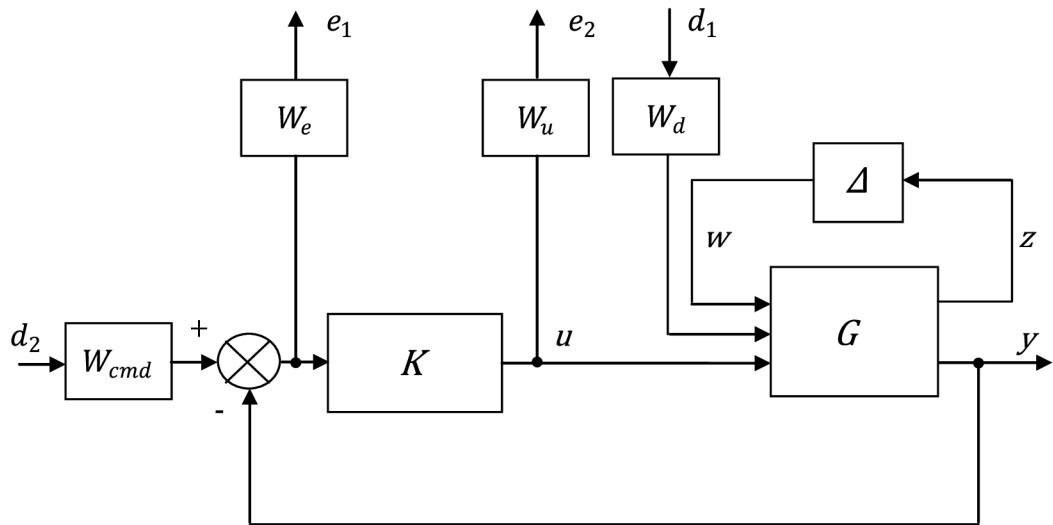
$$W_e(p) = \begin{bmatrix} \frac{100}{p+0.1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{100}{p+0.1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.01}{p+0.001} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$W_u = \begin{bmatrix} 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.002 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$W_{cmd} = \begin{bmatrix} 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6208 & 0 \\ 0 & 0 & 360 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

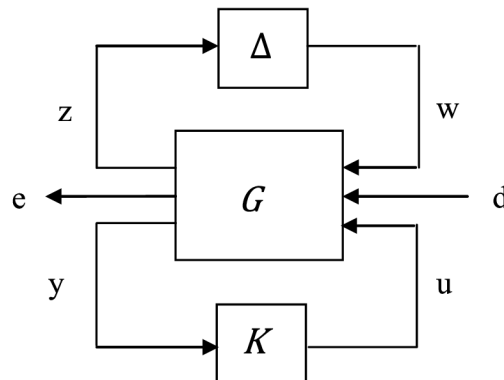
$$W_d = 4 \quad (4.54)$$

Rozšířené zpětnovazební zapojení bylo vytvořeno pomocí funkce `sconnect`, které se zadají vstupy, výstupy a jména jednotlivých bloků. Tato funkce poté vytvoří zapojení typu `robust control system matrix` (systémová matice robustního toolboxu). Samotné zapojení obsahuje "volné" vstupy a výstupy sloužící k připojení regulátoru.



Obrázek 36: Zpětnovazební zapojení s váhovými funkcemi

Optimalizační algoritmus se snaží získat takový regulátor, který minimalizuje zesílení z $d = [d_1, d_2]$ do $e = [e_1, e_2]$:



Obrázek 37: Obecná optimalizační struktura

V matlabu lze zvolit jeden z předdefinovaných algoritmů, v tomto případě `hinflmi`, který tuto úlohu řeší pro zapojení vytvořené funkcí `sconnect`. Při použití jiných funkcí (`iconnect`, ruční vytvoření...) lze použít jiné algoritmy (`hinfric` - metoda řešením Riccatiho rovnic, `hinfmix` - na stavový popis systému `control toolboxu`).

4.1.3 Analýza regulátoru asynchronního motoru metody smíšených citlivostních funkcí

Tolerance proměnných parametrů motoru byly za účelem porovnání s regulátorem ze sekce 4.1.1 zvoleny shodně a jsou vyjádřeny nominální hodnotou a maximální odchylkou od této hodnoty.

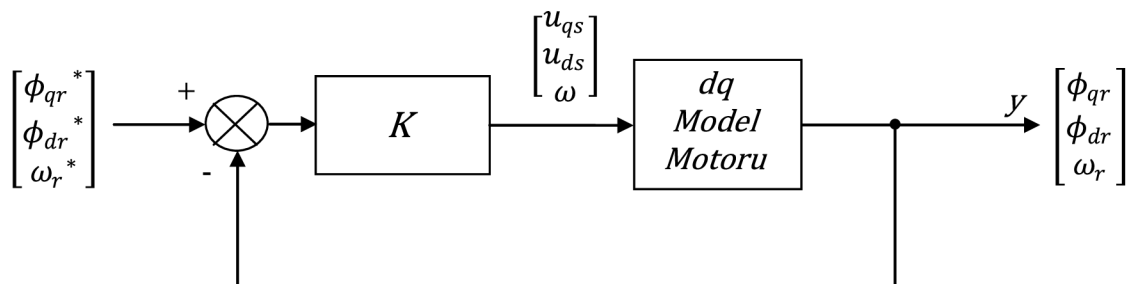
$$R_s = 7,1\Omega \pm 20\% \quad (4.55)$$

$$R_r = 5,8\Omega \pm 20\% \quad (4.56)$$

$$L_s = 0,3105H \pm 10\% \quad (4.57)$$

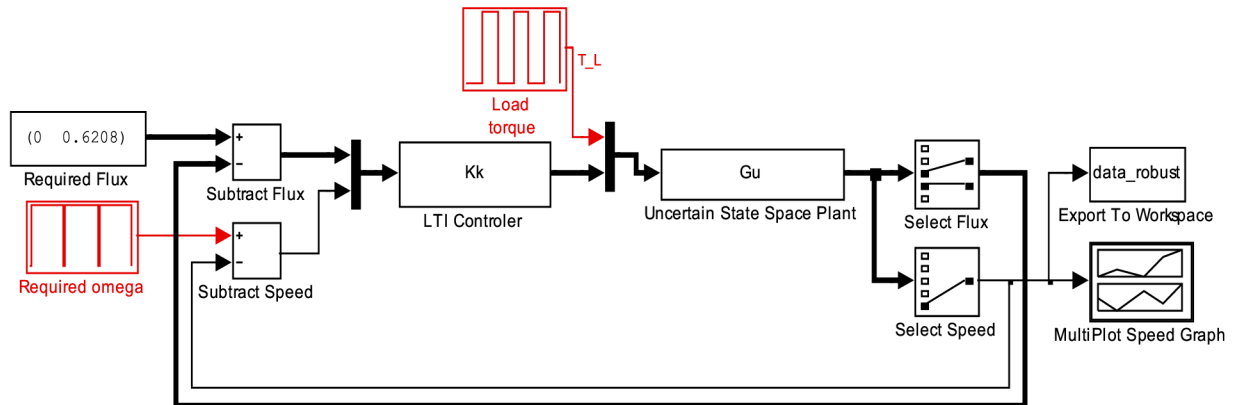
$$L_r = 0,3105H \pm 10\% \quad (4.58)$$

Výsledný regulátor je zapojen do následujícího obvodu:

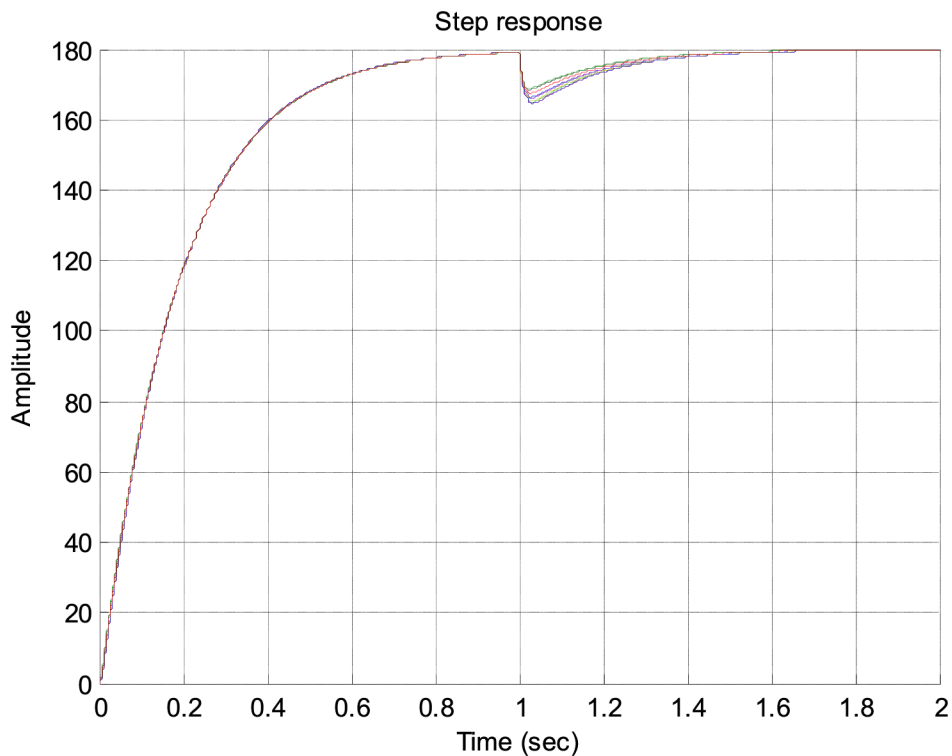


Obrázek 38: Regulace asynchronního motoru

Realizace proměnných parametrů byla provedena stejně jako v sekci 4.1.1 pomocí funkce `ureal`, které se zadá nominální hodnota proměnného parametru a maximální procentní odchylka od této hodnoty. Použitím tohoto proměnného parametru v systémových maticích lze pomocí funkce `uss` (uncertainty state space) vytvořit stavový popis s neurčitostí. Pro zobrazení několika simulačních průběhů byl použit simulink blok `MultiPlot Graph`, který zachovává průběhy předešlých simulací při opakovaném spouštění simulace pro různé hodnoty neurčitostí. Přechodová charakteristika uzavřeného obvodu byla získána jako odezva na skok vstupního vektoru požadovaných hodnot $\phi_{qr}^* = 0\text{Wb}$, $\phi_{dr}^* = 0.6208\text{Wb}$, $\omega_r^* = 180\text{rad/s}$ pro sadu deseti hodnot proměnných parametrů.



Obrázek 39: Simulační schéma zpětnovazebního regulátoru systému G_u s neurčitostmi

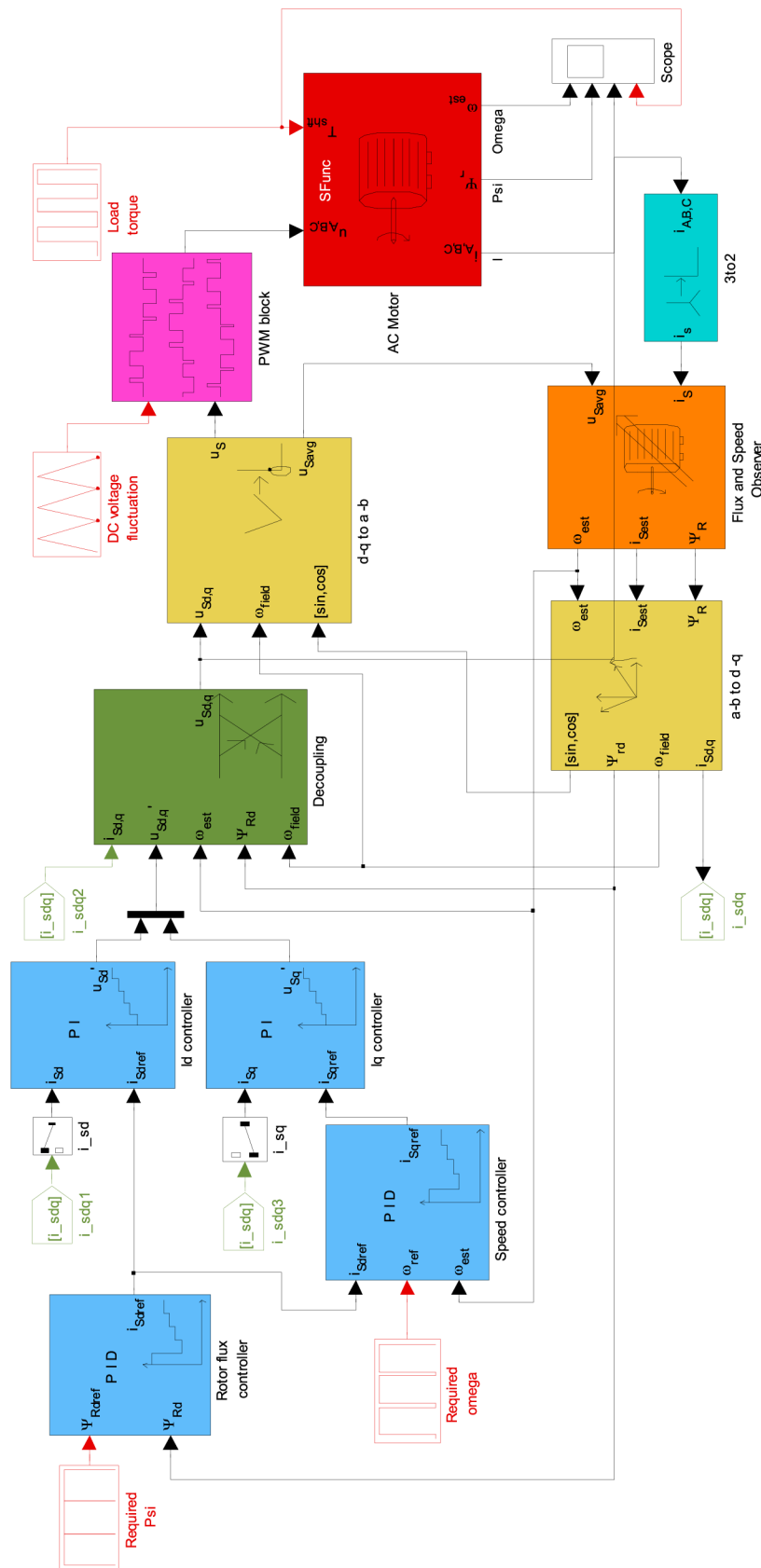


Obrázek 40: Odezva asynchronního motoru na skokovou změnu požadovaných otáček

Pro všechny variace proměnných parametrů je přechodný děj téměř shodný, pouze při zatížení motoru v čase 1s. se projeví na velikosti poklesu otáček motoru. Skoková odezva otáček motoru je poměrně pomalá, pokud je stanoven požadavek na rychlejší přechodový děj lze odezvu zrychlit na úkor robustnosti regulátoru.

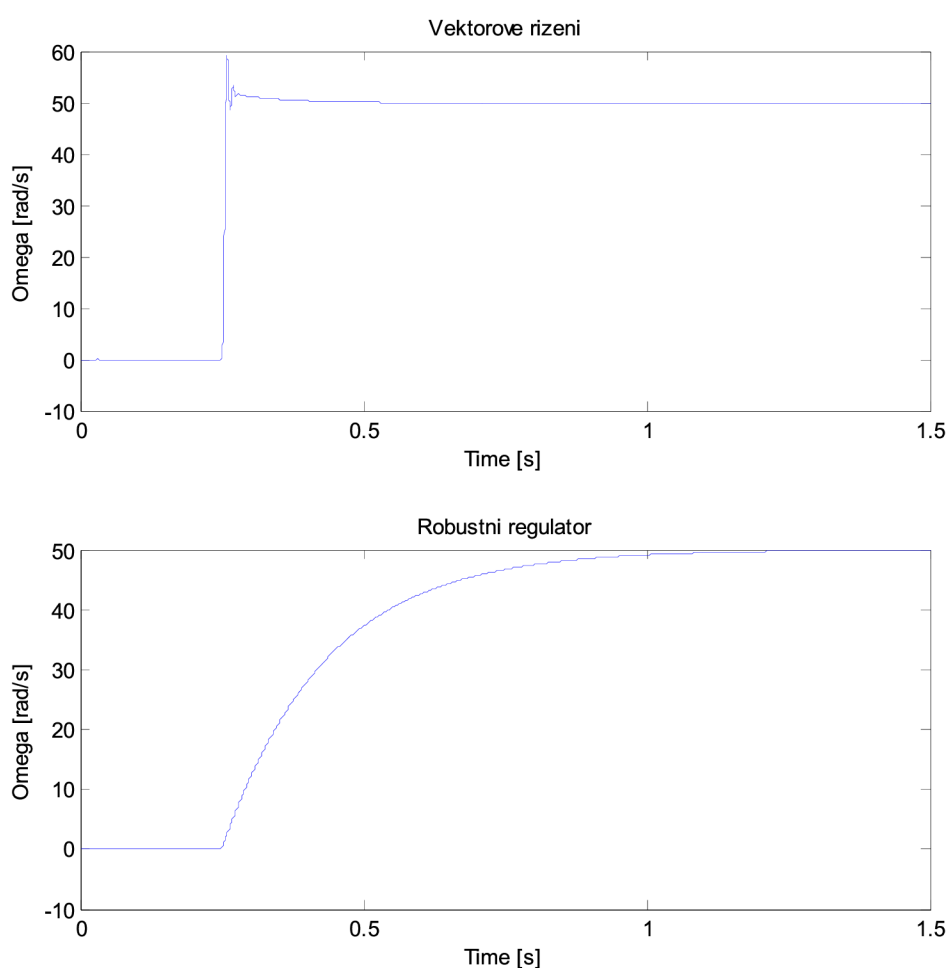
4.1.4 Porovnání regulátorů asynchronního motoru

Pro vyhodnocení kvality výsledného robustního regulátoru byl regulátor navržený metodou smíšených citlivostních funkcí porovnán s klasickým vektorovým řízením [13] upraveným tak, aby byly obě soustavy (motory) shodné pro oba regulátory. Regulátor navržený metodou tvarování frekvenční charakteristiky zde není porovnáván, jelikož jeho použití je omezené na okolí blízké pracovnímu bodu, na který byl navržen.



Obrázek 41: Simulační schéma vektorového řízení [13]

PID a PI regulátory byly nastaveny tak, aby přechodný děj obsahoval 3 viditelné překmity a nulovou ustálenou odchylku. Změny parametrů motoru byly provedeny jak v bloku samotného modelu motoru, tak i v bloku Flux and Speed observer, který slouží k rekonstrukci stavových veličin toku rotoru a otáček motoru. Pro simulace byly zvoleny shodné počáteční podmínky a hodnoty žádaných otáček motoru.



Obrázek 42: Přechodové charakteristiky vektorového a robustního regulátoru asynchronního motoru

Z grafů přechodových charakteristik vyplývá, že vektorové řízení dosahuje požadovaných otáček mnohem rychleji než regulátor navržený metodou smíšených citlivostních funkcí. Hlavní předností robustního regulátoru je malá citlivost na

změnu parametrů motoru (Obrázek 40). Vhodnou kombinací obou přístupů by bylo teoreticky možné spojit výhody robustního algoritmu s rychlostí vektorového řízení. Proudové regulátory a regulátory otáček a toku by bylo možné navrhnout některou z metod robustního řízení. Dalším rozšířením běžného vektorového řízení by mohl být stavový rekonstruktor navržený H_∞ metodou [21].

5. ZÁVĚR

V úvodu práce byla stručně představena historie teorie řízení spolu s její evolucí k modernímu řízení. První z představených metod moderního řízení bylo adaptivní řízení, které počítá s možností změny vlastností (parametrů) regulované soustavy a v průběhu regulace přizpůsobuje algoritmus regulátoru aktuálnímu stavu soustavy. Není zde však zajištěna robustnost řízení v případě, že dojde k nepřesné identifikaci soustavy. Dále zde byl představen základ matematických aparátů nutných pro aplikaci moderních řídicích metod založených na Hilbertově prostoru, konkrétně prostoru $\mathcal{L}_\infty(\mathcal{H}_\infty)$. Pomocí několika modelových příkladů zde byl představen způsob, jak lze matematicky popsat většinu neurčitostí, které působí na reálné soustavy. V případě nestrukturovaných neurčitostí bylo dokázáno, že model neurčitosti je značně konzervativní a neposkytuje zcela přesnou představu o poruchách působících na soustavu. Tento poznatek sice žádným způsobem neohroží stabilitu regulačního obvodu, dochází zde však k zbytečnému omezení dalších požadavků regulace (rychlost, energie...). Úvod do metod robustního řízení byl představen na H_∞ loopsaping metodě, která je rozšířením klasického návrhu tvarováním frekvenční charakteristiky otevřené smyčky. Rozšíření této metody spočívá v robustní stabilizaci citlivostní a komplementární citlivostní funkce pomocí H_∞ optimalizace. Nevýhodou této metody je, že ji lze aplikovat pouze na linerizované soustavy. Další metoda, kterou se tato práce zabývala, byla H_∞ syntéza pomocí smíšených citlivostních funkcí. Soubor požadavků na regulační děj byl vyjádřen pomocí citlivostních funkcí, které vymezily plochu, ve které se směla pohybovat frekvenční charakteristika citlivostní a komplementární citlivostní funkce. Tímto způsobem bylo možné při syntéze regulátoru stanovit průběhy a maximální velikosti některých veličin v regulačním obvodu, jako například velikost akčního zásahu, regulační odchylky, citlivost na vstupní veličinu a průběh výstupní veličiny. Všechny tyto teoretické poznatky byly použity při syntéze regulátoru určeného k řízení otáček asynchronního motoru. Při simulacích se oba regulátory projeví jako značně robustní z hlediska změn parametrů motoru. Použitelnosti H_∞ loopsaping regulátoru byla však značně omezená na blízké okolí pracovního bodu, na který byl

regulátor navržen. Možným řešením tohoto problému by byl návrh několika regulátorů, mezi kterými by bylo přepínáno v závislosti na aktuálním pracovním bodu. Tím by zároveň došlo ke značnému rozšíření řídicího algoritmu, který by byl pro realizaci v procesoru nepraktický a pomalý. Regulátor navržený pomocí smíšených citlivostních funkcí byl naopak navržen na celé pracovní pásmo motoru. Parametry, u kterých se změnou otáček dochází k největším změnám, byly vytaženy mimo samotný model motoru a bylo na ně nahlíženo jako na neurčitost se známou variací. Výsledný regulátor tak dokázal stabilizovat regulační děj v celém pracovním pásmu motoru. V tomto případě bylo za cenu pomalejšího přechodného děje dosaženo značné necitlivosti i na velké změny parametrů motoru.

6. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] SKOGESTAD, S., & POSTLETHWAITE, I.: *Multivariable Feedback Control Analysis and Design*, (2005). ISBN 0-470-01167-X.
- [2] DOYLE, JOHN C., GLOVER ,K., ZHOU, KEMIN: *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall (1995).
- [3] VINNICOMBE, GLENN: *Uncertainty and feedback: H_∞ loop-shaping and the μ -gap metric*, (2001).
- [4] GU, DA-WEI , PETKOV, PETKO HR, KONSTANTINOV, MIHAIL M.: *Robust control design with MATLAB*, (2005). ISBN-10: 1852339837.
- [5] DOYLE, J., FRANCIS, B., TENNENBAUM, A.: *Feedback Control Theory*, (1992). ISBN-10: 0023300116.
- [6] ANDREJ, N.: *Modern Control Theory - A historical perspective*, článek dostupný z <http://www.ici.ro/camo/neculai/history.pdf> k datu 14.1.2010.
- [7] CIRSTEA, MARCIAN N.: *Neural and fuzzy logic control of drives and power systems*, (2002).
- [8] BISSELL, C.C.: *History of Automatic Control*, Springer (2009)
- [9] IOANNOU, P.A., SUN, J.: *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall (1996), kniha dostupná z http://www-ref.usc.edu/~ioannou/Robust_Adaptive_Control.htm k datu 14.1.2010.
- [10] BELMILOUDI, AZIZ: *Stabilization, Optimal and Robust Control: Theory and Applications in Biological and Physical Sciences*, Springer (2008).
- [11] OLIVEIRA, V. A., TOGNETTI, E. S., SIQUEIRA, D.: *Robust Controllers Enhanced With Design and Implementation Processes*, IEEE Transactions On Education, vol. 49, no. 3, August 2006.
- [12] KRAUSE, P. C., WASYNCZUK, O., SUDHOFF, S. D., *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, Second edition*, (2002). ISBN 0-471-14326-X.
- [13] BLAHA, P., *Algoritmy Pro Bezsňmačové Řízení Asynchronních Motorů*, (2006).

- [14] ACEVEDO, S. S., GIRALDO, E., *Speed Control of Induction Motor Using Robust Control with LSDP*, Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference 2008.
- [15] BOTURA, C. P., NETO, M. F. S., FILHO, S. A. A., *Robust Speed Control of an Induction Motor: An H_∞ Control Theory Approach with Field Orientation and μ -Analysis*, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 5, September 2000.
- [16] ZHENG, K., LEE, A. H., BENTSMAN, J., KREIN, P. T., *High performance robust linear controller synthesis for an induction motor using a multi-objective hybrid control strategy*, Nonlinear Analysis 65 (2006) 2061-2081.
- [17] WEISSTEIN, ERIC W., *Conformal Mapping*. z [MathWorld](http://mathworld.wolfram.com/ConformalMapping.html)--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/ConformalMapping.html>
- [18] MCFARLANE, D., GLOVER, K., *A Loopshaping Design Procedure Using H_∞ Synthesis*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 6, July 1992, 759-769.
- [19] MCFARLANE, D.C., AND K. GLOVER, *Robust Controller Design using Normalised Coprime Factor Plant Descriptions*, Springer Verlag, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 138, 1989.
- [20] MCFARLANE, D.C., AND K. GLOVER, *A Loop Shaping Design Procedure using Synthesis*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, no. 6, pp. 759- 769, June 1992.
- [21] PREMPAIN, E., POSTLETHWAITE I., BENCHAIIB A., *A linear parameter variant H_∞ control design for an induction motor*, Control Engineering Practice 10 (2002) 633–644