



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

DYNAMICKÉ RADIÁLNÍ SÍLY PŮSOBÍCÍ NA
OBĚŽNÉ KOLO ODSTŘEDIVÉHO ČERPADLA
DYNAMIC RADIAL FORCE ON CENTRIFUGAL PUMP IMPELLER

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR
VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Bc. Naděžda Nováková
doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2011/2012

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Naděžda Nováková

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Fluidní inženýrství (2301T036)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Dynamické radiální síly působící na oběžné kolo odstředivého čerpadla

v anglickém jazyce:

Dynamic radial force on centrifugal pump impeller

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Z experimentálně stanovených radiálních sil v ložiskách vypočtete síly od kapaliny působící na oběžné kolo odstředivého čerpadla s uvažováním dynamiky tuhého rotoru. Síly budou stanoveny v závislosti na statickém průtoku a na otáčkách.

Cíle diplomové práce:

Stanovení dynamických radiálních sil působících na oběžné kolo čerpadla.

Navržení metodiky měření a vyhodnocení dynamických radiálních sil.

Seznam odborné literatury:

Bude úkolem diplomanta provést literární řešení problematiky.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 21.11.2010

L.S.

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá problematikou radiálních sil působících na oběžné kolo odstředivého čerpadla. Problematika je řešena na odstředivém čerpadle BETA 26. Jsou zde řešeny síly, které působí na hřídeli čerpadla. Tyto síly jsou pak přepočteny na oběžné kolo. Největší část práce tvoří experimentální měření a následné vyhodnocení. Výsledky jsou uspořádány přehledně do grafů.

ABSTRACT

This thesis deals with the radial forces acting on the impeller of a centrifugal pump. It focuses on the centrifugal pump type BETA 26. It addresses forces acting on the pump shaft. These forces are converted into the impeller. The most extensive part of this thesis is devoted to the experimental measurement and evaluation. The results are summarized and processed graphically.

KLÍČOVÁ SLOVA

Odstředivé čerpadlo, dynamické síly, radiální síly, Lavalův rotor, charakteristika čerpadla, vyvažování rotorů.

KEYWORDS

Centrifugal pump, dynamic force, radial force, Laval rotor, characteristics of the pump, balancing of rotors.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

NOVÁKOVÁ, N. *Dynamické radiální síly působící na oběžné kolo odstředivého čerpadla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 66 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Habán.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Dynamické radiální síly působící na oběžné kolo odstředivého čerpadla vypracovala samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 25. května 2012

.....
Bc.Naděžda Nováková

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji panu doc. Ing. Vladimíru Habánovi, vedoucímu diplomové práce, za cenné připomínky a rady při vypracování diplomové práce.

Také chci poděkovat všem přátelům, kteří mi radili a podporovali mě. Zvláštní poděkování patří především mé rodině za podporu během celého studia.

OBSAH

1. ÚVOD	15
2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLŮ JEHO ŘEŠENÍ	18
3. REŠERŠE DOSTUPNÉ LITERATURY	20
3.1. DYNAMICKÉ RADIÁLNÍ SÍLY	20
3.2. DYNAMIKA ROTOROVÝCH SOUSTAV	21
3.2.1. Lavalův rotor	21
3.2.2. Vlastnosti netlumeného Lavalova rotoru	21
3.2.3. Pohybové rovnice	23
3.2.4. Volné netlumené kmitání	25
3.2.5. Krouživé kmitání rotoru. Kritické otáčky	26
4. EXPERIMENTÁLNÍ VÝPOČET	32
4.1. MĚŘENÍ	32
4.1.1. Podmínky měření	32
4.1.2. Měřené veličiny a měřicí technika	32
4.2. VYHODNOCENÍ	37
4.2.1. Stanovení charakteristiky čerpadla	37
4.2.2. Zpracování dat	38
4.2.3. Stanovení silového působení	50
5. VYUŽITÍ DYNAMIKY ČERPADLA V PRAXI	59
5.1. DYNAMICKÉ VYVÁŽENÍ OBĚŽNÉHO KOLA DVOU TLAKOVÉHO ČERPADLA	61
6. ZÁVĚR	64

1. ÚVOD

Problematika radiálních sil je nepříliš probádaná oblast. Při hledání v odborné literatuře jsem na toto téma našla opravdu velice málo podkladů. O to více mě tento problém začal zajímat a věnuji tomu svou diplomovou práci.

Kvůli časovému omezení je práce zaměřena jen na radiální síly působící v odstředivém čerpadle. V tomto úvodu se zaměřuji na čerpadla obecně.

Podle principu čerpadla dělíme na:

- Objemová (hydrostatická)
- Odstředivá (hydrodynamická)
- Speciální (proudová)

Objemová čerpadla (hydrostatická) zprostředkovávají přímou přeměnu mechanické energie v hydraulickou. Zde se uplatňuje Pascalův zákon, který říká, že pokud působíme na kapalinu vnější tlakovou silou, tak tlak ve všech místech kapaliny vzroste o stejnou hodnotu. Působíme-li mechanickým tlakem pohyblivého pístu (píst, plunžr, zub, lopatka, membrána, hadice apod.) na kapalinu, zvyšujeme tak přímo tlakovou energii, a proto se zvyšuje i účinnost. Klasická jsou čerpadla pístová s vratným přímočarým pohybem a ventilovým rozvodem. Konstrukce a stavební prvky těchto čerpadel vycházely z konstrukce parních strojů, zejména pak klikový mechanismus. [1]

V porovnání s čerpadly hydrodynamickými lze definovat několik významných rozdílů a vlastností:

- vysoká účinnost,
- menší počet otáček a proto větší hmotnost i cena,
- dobrá sací schopnost,
- při konstantních otáčkách dodávají stejný průtok prakticky nezávislý na tlaku,
- s klesajícím tlakem přímo úměrně klesá i příkon, - při uzavřené armatuře na výtlačku mají teoreticky nekonečně velký výkon,
- viskozita čerpané kapaliny prakticky neovlivňuje dodávaný objemový průtok,
- regulace průtoku je složitější a nedá se užít regulace škrcením na výtlačku.[1]

Rozdělení objemových čerpadel se dá provést podle mnoha hledisek:

a) čerpadla rotační – zubová, vřetenová, lamelová, radiální nebo axiální pístová, čerpadla s odvalujícími písty apod.

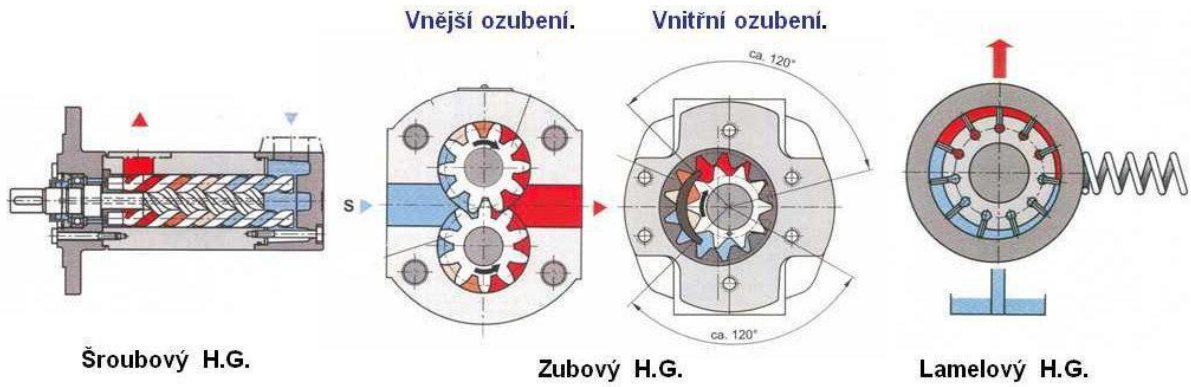
b) čerpadla s kmitavým pohybem

- podle tvaru činné části čerpadla (pístová, plunžrová, membránová, křídlová)
- podle počtu plunžrů nebo pístů (jedno, dvou, tří a více pístová)
- podle uspořádání činných elementů vyvozujících tlak
- podle způsobu rozvodů čerpané kapaliny
- podle kinematiky hnacího mechanismu

c) čerpadla s jiným pohybem, např. hadicová

d) kombinovaná čerpadla[1]

V technické praxi se objemová čerpadla užívají pro nejrůznější aplikace, především tam, kde jsou vyšší tlaky řádově do 50 MPa a malé průtoky. Asi nejčastěji se používají v oblasti hydraulických mechanismů či servomechanismů, kde se užívají čerpadla šroubová, zubová, lamelová, axiální nebo radiální pístová a další – obr. 1.1 a obr. 1.2.[1]

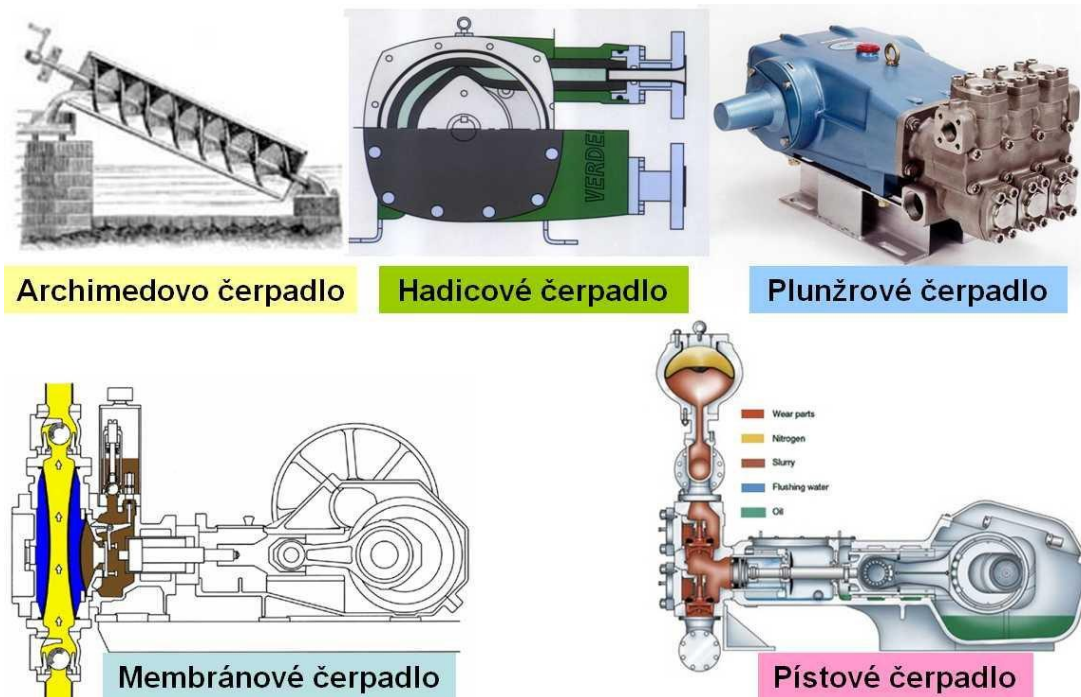


Obr. 1.1 Některá vybraná objemová čerpadla [1]



Obr. 1.2 Schéma radiálních a axiálních pístových čerpadel [1]

Objemová čerpadla se též hodně využívají v chemickém průmyslu, při konstrukci hydraulických lisů, v hornictví pro čerpání emulzí, při hlubinném vrtání atd. Zde se často používají čerpadla pístová nebo plunžrová, obr. 1.3 uvádí řez plunžrovým, pístovým, membránovým a hadicovým čerpadlem. [1]

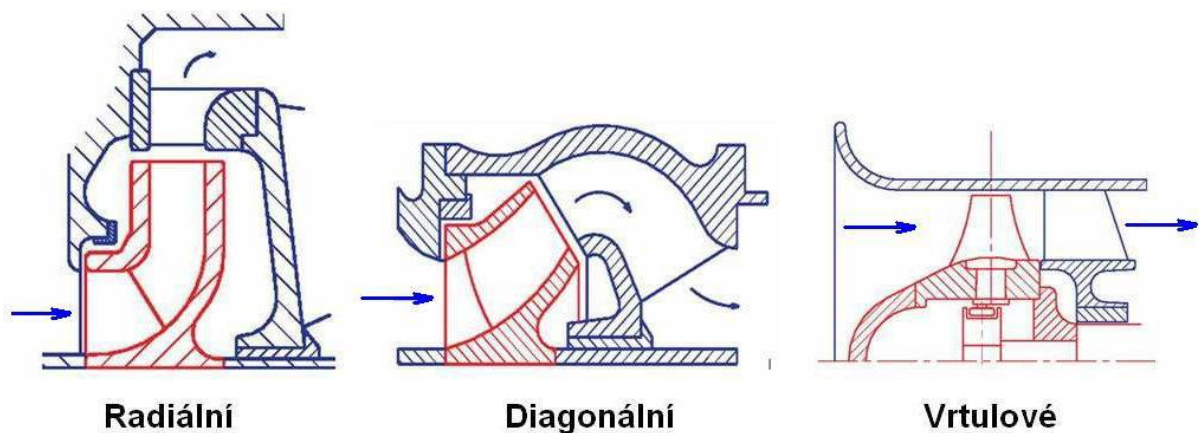


Obr. 1.3 Čerpadlo pístové, plunžrové, membránové a hadicové [1]

Odstředivá čerpadla využívají přeměny mechanické energie na tlakovou energii zprostředkovaně přes změnu kinetické energie. Hnacím motorem je dodávána energie oběžnému kolu (mechanická energie), kde se přemění na hydraulickou energii kinetickou, která se pak ve spirále nebo v rozváděcím kole dále přemění na hydraulickou energii tlakovou. Ze spirály či rozváděcího kola odchází kapalina s nezbytnou rychlostí a s převažující energií tlakovou do potrubního systému. Tyto dvě přeměny mají za následek snížení celkové účinnosti hydrodynamických čerpadel v porovnání s čerpadly hydrostatickými. Kapalina u hydrodynamických čerpadel protéká spojitě v nepřetržitém proudu. Čerpadla pracují s větším počtem otáček, mají proto menší rozměry i hmotnost a jsou proto i cenově výhodnější, zvládají i velké průtoky.[1]

Hydrodynamická čerpadla podle směru proudění kapaliny v kanálech oběžného kola dělí na tři skupiny – obr. 1.4:

- čerpadlo radiální – kapalina do oběžného kola tohoto čerpadla vstupuje axiálně (rovnoběžně s osou čerpadla) a vystupuje z oběžného kola radiálně (kolmo na osu rotace),
- čerpadlo diagonální – kapalina vstupuje do oběžného kola axiálně a vystupuje diagonálně (šikmo k ose rotace)
- čerpadla axiální – vrtulová - kapalina vstupuje a vystupuje z oběžného kola čerpadla axiálně.[1]



Obr. 1.4 Hydrodynamická čerpadla [1]

Čerpadla speciální – např. proudová, k čerpání je využito kinetické energie proudící tekutiny. [1]

2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLŮ JEHO ŘEŠENÍ

Cílem řešení této diplomové práce byly silové účinky působící na hřídel odstředivého čerpadla typu BETA 26.

Technická specifikace čerpadla:

průtok $Q_{2900ot/min}=70$ l/s

průměr oběžného kola $D=200$ mm

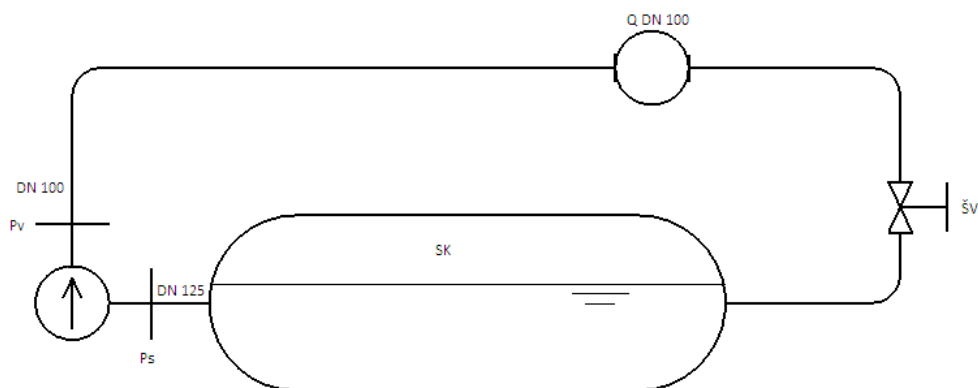
počet lopatek $s=7$



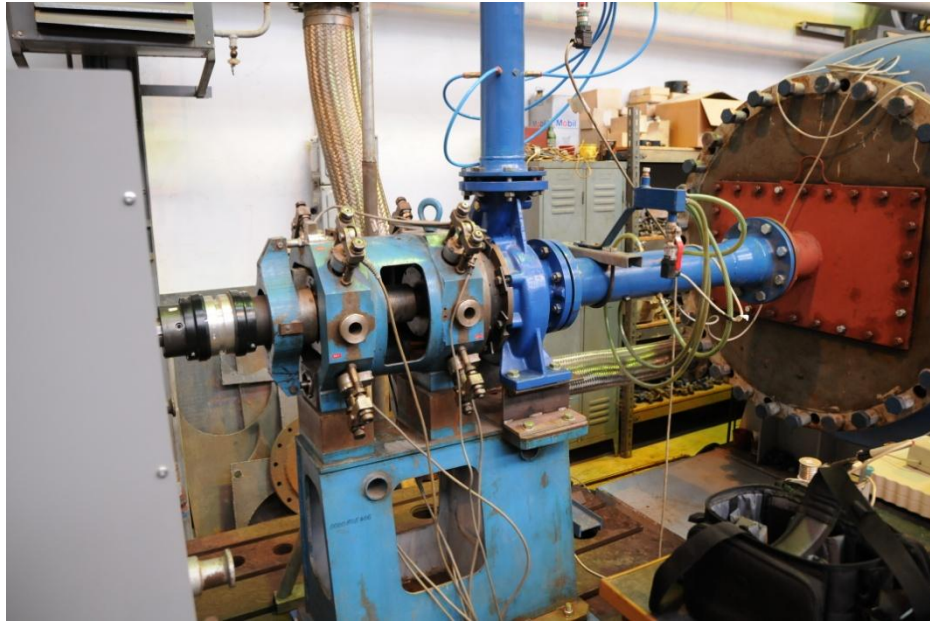
Obr. 2.1 Čerpadlo BETA 26[2]

Výše specifikované čerpadlo bylo umístěno do měřicí tratě viz obr. 2.2. Měřicí trať se skládala z napájecí nádrže, škrtkového ventilu, průtokoměru, 2 snímačů tlaku a potrubního systému, ve kterém byly začleněny kompenzátory. Čerpadlo bylo poháněno dynamometrem.

Čerpadlo je konstruováno jako jednostupňové odstředivé čerpadlo s letmo vyloženým kolem. Oběžné kolo čerpadla je namontováno na hřídeli, který je uložen ve dvou konzolách. Tyto konzoly sestávají ze soustavy radiálních a axiálních ložisek. Hřídel čerpadla byl připojen k dynamometru pomocí pružné spojky. Spojka sloužila zároveň jako prvek, na kterém byly za pomoci gumového kladívka buzeny vibrace pro modální analýzu.



Obr. 2.2 Měřicí trať



Obr. 2.3 Odstředivé čerpadlo s tenzometrickými snímači

V ložiskových konzolách byly umístěny tenzometrické snímače, technická specifikace viz. str. 33. Tenzometrické snímače byly napojeny na počítačový systém jehož výstupem byly přímo silové účinky.

Měření silových účinků bylo prováděno při různých provozních stavech měřené soustavy:

- čerpadlo v klidovém stavu, buzení gumovým kladívkem
- čerpadlo v chodu (specifické otáčky a průtok)
- čerpadlo v chodu (specifické otáčky a průtok), buzení gumovým kladívkem
- čerpadlo při rozběhu

Naměřená data byla zpracována pomocí softwaru vyvinutého doc. Ing. Vladimírem Habánem. Z naměřených dat byla pomocí softwaru provedena diskretní Fourierova transformace. Transformací bylo docíleno převedení dat získaných experimentem z časové do frekvenční oblasti.

Při experimentálním měření byly stanoveny zjednodušující předpoklady, nebylo uvažováno s gyroskopickými účinky a byly zanedbány silové účinky spojky. Při experimentu byla pracovním médiem voda a hřídel čerpadla byl považován za tuhý.

Cílem celého experimentu byl výpočet a stanovení radiálních silových účinků na oběžné kolo odstředivého čerpadla. Výsledky jsou znázorněny v grafech viz. kapitola 4.2.3 str. 51.

3. REŠERŠE DOSTUPNÉ LITERATURY

Pro zadané téma diplomové práce byla provedena rešerše dostupné literatury, která souvisí s touto problematikou. Jak již bylo zmíněno v úvodu této práce, najít materiály přímo na toto téma bylo velice obtížné. Zaměřila jsem se na dvě oblasti hledání.

Nejprve jsem hledala materiály pro téma „*dynamické radiální síly*“. Našla jsem zde jen několik odborných článků, které tuto problematiku řeší. Vždy při řešení dané úlohy bylo využito programu ANSYS Fluent. Podrobnější rozbor jednotlivých článků je proveden v kapitole 3.1.

Druhé téma, které úzce souvisí s mou prací, je „*dynamika rotorových soustav*“. Toto téma je velice široké a dá se vybírat z velkého množství literatury. Zmiňuji zde svou bakalářskou práci, kde je toto téma celkem dobře zpracováno. Celé je to shrnuto v kapitole 3.2.

3.1. DYNAMICKÉ RADIÁLNÍ SÍLY

Dynamické radiální síly a pulzace tlaku vyvolané kapalinou v odstředivém čerpadle s různými poloměry[4]

Tato práce řeší pomocí numerických výpočtů nestacionární proudění v odstředivém čerpadle vybaveném třemi koly o různém průměru (210, 200, 190 mm). Výpočty byly provedeny pomocí softwaru Ansys Fluent přes 3D URANS rovnice. Experimentální měření pro zjištění působení radiálních sil na oběžné kolo proběhlo na největším průměru oběžného kola. Dále bylo provedeno měření na všech kolech k získání hodnot tlaku. Řeší se zde otázka dynamického tlaku na výstupu v okolí konce lopatky. Výsledky ukazují, že nestabilní proudění závisí na velikosti mezery mezi oběžným kolem a nosem spirály. Srovnání numerických výsledků a experimentálních dat o tlaku kolem oběžného kola ukázalo, že vytvořený numerický model je vhodný pro odhad celkové radiální síly na koncích lopatek.

Zhodnocení radiálního zatížení v odstředivých čerpadlech s využitím CFD [5]

Oběžné kolo odstředivého čerpadla je značně ovlivněno radiálním zatížením, když pracuje v navržených podmínkách. Průměrnou velikost tohoto zatížení lze přiměřeně odhadnout podle již existujících vzorců. Na druhou stranu, nestabilní složku je těžké odhadnout, protože je ovlivněna proměnnými vlastnostmi proudění. Tato práce zkoumá využití CFD k odhadu celkového radiálního zatížení na oběžné kolo dvou odstředivých čerpadel určených pro zavlažování. Hlavním cílem práce je odhadnout rozsah celkového radiálního zatížení oběžného kola v závislosti na průtoku rychlostí. Úplné 3D-URANS rovnice byly řešeny pro několik průtoků pro 10% - 130% jmenovitých podmínek. Předpoklady byly ověřeny experimentálním měřením charakteristik a pulzujícího tlaku kolem oběžného kola. Výsledek byl použit pro předběžný výpočet celkového radiálního zatížení (stabilní a nestabilní složky) působícího na oběžné kolo v závislosti na průtoku.

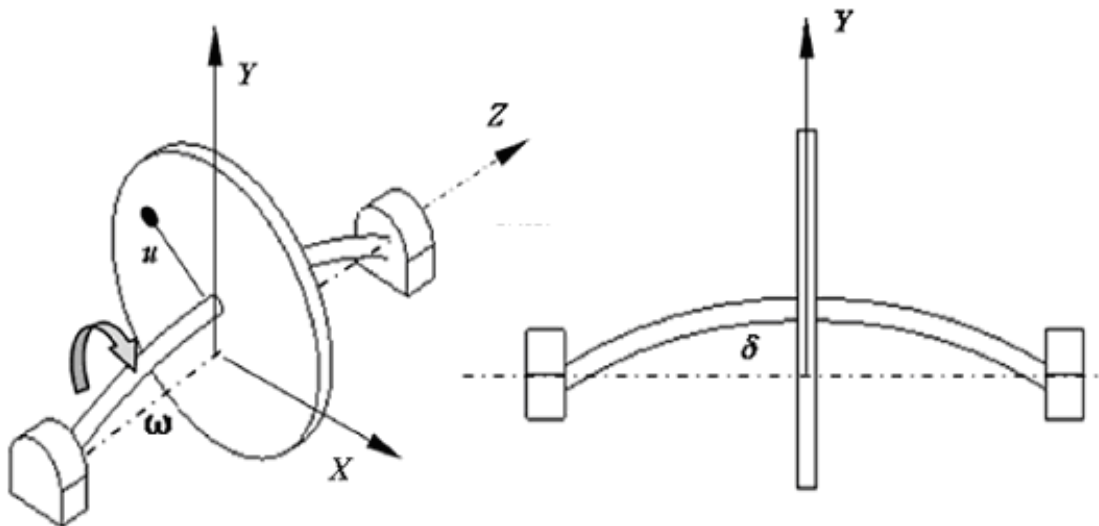
3.2. DYNAMIKA ROTOROVÝCH SOUSTAV

Dynamika rotorových soustav je často zjednodušena a řešena pomocí Lavalova rotoru. Již v bakalářské práci jsem se věnovala rotorům a zde je malý úvod do problematiky.

3.2.1. Lavalův rotor

Nejjednodušší model, který může být použit ke studiu průhybového chování rotorů, se skládá z nehmotného pružného hřídele a hmotného bodu, který je umístěn uprostřed délky hřídele. V roce 1919 Jeffcott publikoval důkladné studie jeho dynamického chování, proto je často označován jako Jeffcottův rotor; nicméně toto přisuzování je nesprávné. Již v roce 1895 publikoval August Föppl článek, ve kterém správně analyzoval jeho chování (označil ho jako De Lavalův rotor), a Stodola a Belluzzo ho popsali ve své knize o turbínách v prvních letech dvacátého století.[6]

I když je model Lavalova rotoru přílišné zjednodušení skutečných rotorů, zachovává některé základní vlastnosti a dovolí nám získat kvalitní náhled do důležitých jevů typických pro dynamiku rotorů, ačkoliv je mnohem jednodušší než reálné modely.[6]



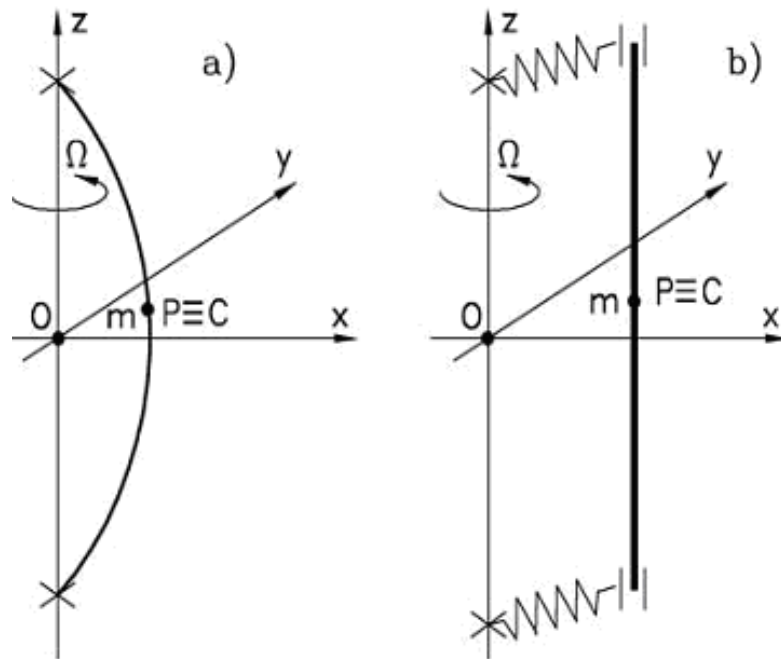
Obr. 3.1 Schéma Lavalova rotoru.[6]

3.2.2. Vlastnosti netlumeného Lavalova rotoru

Na obrázku 3.1 jsou nakreslena dvě schémata uložení Lavalova rotoru, které nám přináší stejné výsledky, pokud je soustava:

- netlumená – tlumící efekt není spojen ani s pružinou ani s hřídelí
- osově souměrná

Celková tuhost k podmíněná vratnou silou může být považována za tuhost hřídele, nosnou konstrukcí, nebo kombinací obou.[6]

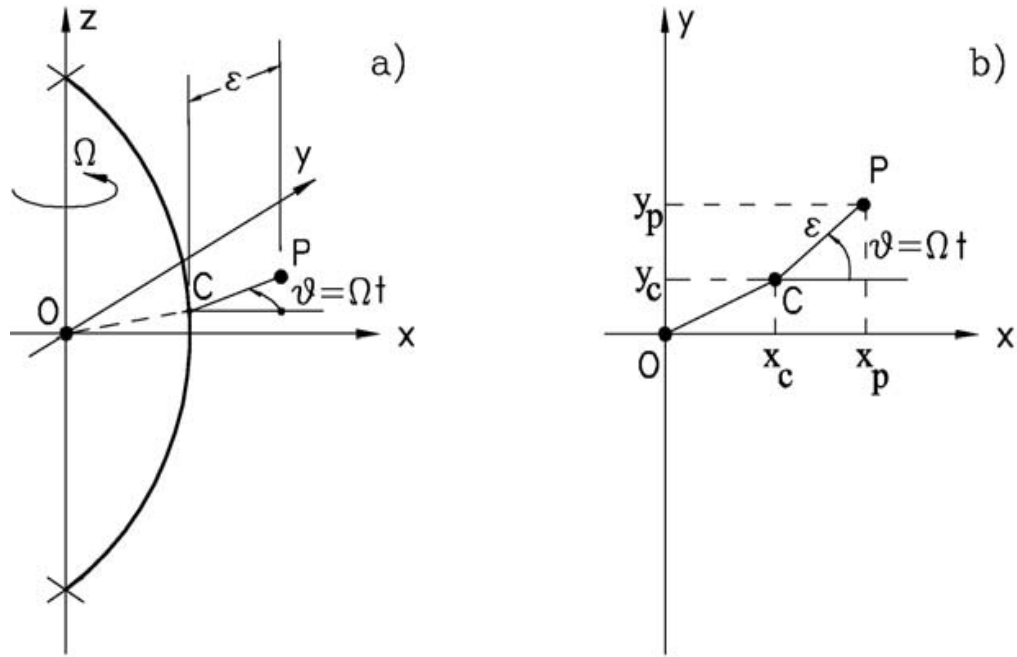


Obr. 3.2 Dokonale vyvážený Lavalův rotor. (a) Rotor skládající se z hmotného bodu a pružného hřídele uloženého v tuhých ložiskách. (b) Hřídel není prohnutý, protože ložiska jsou poddajná.[6]

Bod P leží vždy v rovině xy . Tento údaj je vysvětlován rozchodem mezi axiálním a radiálním pohybem a závisí na malém posunutí, které vzniká na základě lineárního statického výpočtu. Ke studiu ohybového chování může být použit model pouze se dvěma stupni volnosti. [6]

Zmíněná schémata jsou však příliš mnoho idealizovaná. V praxi se nikdy nestává, že bod P je totožný s pružným středem C, který se kříží na části hřídele s bodem působícím na hřídel pružnou zpětnou vazbou. Jakkoli malá může být vzdálenost mezi body C a P, excentricita ε (obrázek 3.2) způsobuje statickou nevyváhu $m\varepsilon$ a to může silně ovlivnit chování soustavy.[6]

U základních rotorových soustav předpokládáme konstantní úhlovou rychlost Ω s počátečním časem ($t=0$) v okamžiku, ve kterém je vektor PC rovnoběžný s osou x , úhel mezi osou x a vektorem PC je $\theta = \Omega t$. [6]



Obr. 3.3 Nevyvážený Lavalův rotor s nevyvážkem $m\varepsilon$. (a) Nákres soustavy. (b) Stav v rovině xy . [6]

3.2.3. Pohybové rovnice

Jsou možné dvě volby pro obecné souřadnice: buď souřadnice x_c a y_c pro bod C, geometrické či elastické centrum hřídele, nebo souřadnice x_p a y_p pro bod P, hmotný bod. [6]

Užitím první možnosti (mnohem více používané) můžeme polohu a rychlost bodu P vyjádřit jako

$$\overline{PO} = r_p(t) = \begin{Bmatrix} x_p(t) \\ y_p(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_c(t) + \varepsilon \cos(\Omega t) \\ y_c(t) + \varepsilon \sin(\Omega t) \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$\dot{r}_p(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ \dot{y}_p(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_c(t) - \varepsilon \Omega \sin(\Omega t) \\ \dot{y}_c(t) + \varepsilon \Omega \cos(\Omega t) \end{Bmatrix}. \quad (3.2)$$

Kinetická energie E_k a potenciální energie E_p jsou

$$E_k = \frac{1}{2} m (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) = \frac{1}{2} m \{ \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \varepsilon^2 \Omega^2 + 2\varepsilon \Omega [-\dot{x}_c \sin(\Omega t) + \dot{y}_c \cos(\Omega t)] \},$$

$$E_p = \frac{1}{2} k (x_c^2 + y_c^2) \quad (3.3)$$

Lagrangeovy rovnice můžeme napsat ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (E_k - E_p)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial (E_k - E_p)}{\partial q_i} = Q_i, \quad (3.4)$$

kde q_i jsou Lagrangeovy souřadnice, zde x_c a y_c .

Za předpokladu, že vnější síla působí na bod P v rovině xy (např. průhyb rotoru v případě, že osa otáčení je horizontální), síly Q mohou být snadno získány virtuálním posunutím bodu C $[\delta x_c, \delta y_c]^T$. Vzhledem k tomu, že úhlová rychlost je předepsána pohonným systémem (úhel $\theta = \Omega t$ nezávisí na obecných souřadnicích), virtuální posunutí bodu P je $[\delta x_c, \delta y_c]^T$ a virtuální práce δL od síly F se složkami F_x a F_y působící na bod P je [6]

$$\delta L = F_x \delta x_c + F_y \delta y_c. \quad (3.5)$$

Celkové síly lze pak vypočítat jako

$$Q_i = \frac{\partial \delta L}{\partial \delta q_i}. \quad (3.6)$$

Při odvozování příslušných vztahů si musíme pamatovat, že úhlová rychlost Ω má být konstantní. Pohybové rovnice pak vypadají následovně:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c(t) + kx_c(t) &= m\varepsilon\Omega^2 \cos(\Omega t) + F_x(t) \\ m\ddot{y}_c(t) + ky_c(t) &= m\varepsilon\Omega^2 \sin(\Omega t) + F_y(t). \end{aligned} \quad (3.7)$$

kde síly $F_x(t)$ a $F_y(t)$ jsou považovány za všeobecné funkce času, zatímco nerovnováha sil je ze stejné amplitudy jenom ve fázovém rozdílu. [6]

Jako vždy řešením obecné rovnice (3.7) můžeme získat sčítáním homogenní rovnice (doplňková funkce)

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c(t) + kx_c(t) &= 0 \\ m\ddot{y}_c(t) + ky_c(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

k partikulárnímu řešení celé rovnosti. Rovnice (3.8) dovoluje volný pohyb dokonale vyváženého Lavalova rotoru, zatímco rovnice (3.7) přináší odpověď na statickou nerovnováhu a vnější sílu působící v rovině xy. Všimněte si, že vzhledem k linearitě, je možné studovat jednotlivé reakce nevyváženosti i ke statické síle. [6]

Jak již bylo uvedeno, je možné používat souřadnice x_p a y_p od bodu P (těžiště) jako obecné souřadnice. V tom případě můžeme polohu bodu C vyjádřit jako

$$\overline{CO} = r_c(t) = \begin{Bmatrix} x_c(t) \\ y_c(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_p(t) - \varepsilon \cos(\Omega t) \\ y_p(t) - \varepsilon \sin(\Omega t) \end{Bmatrix}. \quad (3.9)$$

Kinetická a potenciální energie jsou

$$E_k = \frac{1}{2} m (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) \quad (3.10)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k (x_p^2 + y_p^2 + \varepsilon^2 - 2\varepsilon [x_p \cos(\Omega t) + y_p \sin(\Omega t)]) \quad (3.11)$$

Při dosazení Lagrangianu a sil F_x a F_y do Lagrangeovy rovnice budou následující rovnice pohybu bodu P tyto:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_p(t) + kx_p(t) &= k\varepsilon \cos(\Omega t) + F_x(t) \\ m\ddot{y}_p(t) + ky_p(t) &= k\varepsilon \sin(\Omega t) + F_y(t). \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.2.4. Volné netlumené kmitání

Rovnice pohybu podél každé osy jsou shodné s rovnicí volného pohybu soustavy s jedním stupněm volnosti. Čistě matematický přístup k řešení je převzat z exponenciálního řešení.[6]

$$\begin{aligned}x_C(t) &= x_{C_0} e^{st}, \\y_C(t) &= y_{C_0} e^{st},\end{aligned}\tag{3.13}$$

a řešení pro $s \in C$

$$\begin{aligned}(ms^2 x_{C_0} + kx_{C_0})e^{st} &= 0, \\(ms^2 y_{C_0} + ky_{C_0})e^{st} &= 0.\end{aligned}\tag{3.14}$$

Pro $e^{st} \neq 0$ a netriviální řešení ($x_{C_0} \neq 0$ a $y_{C_0} \neq 0$), které hledáme, předpokládáme, že

$$\begin{aligned}ms^2 + k &= 0, \\ms^2 + k &= 0.\end{aligned}\tag{3.15}$$

Absolutní hodnota s z rovnice (3.15) se shoduje s vlastní frekvencí nerotující soustavy

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}},\tag{3.16}$$

a čtyři řešení $\pm i\omega_n$ (ve skutečnosti jen dvě, každé s násobkem 2) jsou pouze imaginární kvůli konzervativní povaze soustavy.[6]

Kvůli symetrii soustavy kolem os x a y je pohyb bodu C dán kombinací dvou harmonických pohybů ležících kolem os a s frekvencí, která se shoduje s vlastní frekvencí nerotujícího hřídele

$$\begin{aligned}x_C(t) &= X_1 e^{i\omega_n t} + X_2 e^{-i\omega_n t}, \\y_C(t) &= Y_1 e^{i\omega_n t} + Y_2 e^{-i\omega_n t}.\end{aligned}\tag{3.17}$$

Konstanty X_1 , X_2 , Y_1 a Y_2 mohou být určeny z počátečních podmínek poloh $x_C(0)$ a $y_C(0)$ a rychlostí $\dot{x}_C(0)$ a $\dot{y}_C(0)$

$$\begin{aligned}x_C(0) &= X_1 + X_2, & \dot{x}_C(0) &= i(X_1 - X_2)\omega_n, \\y_C(0) &= Y_1 + Y_2, & \dot{y}_C(0) &= i(Y_1 - Y_2)\omega_n.\end{aligned}\tag{3.18}$$

Dosazením do rovnice (3.17) dostaneme řešení na základě počátečních podmínek

$$\begin{aligned}x_C(t) &= x_C(0)\cos(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \dot{x}_C(0)\sin(\omega_n t), \\y_C(t) &= y_C(0)\cos(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \dot{y}_C(0)\sin(\omega_n t),\end{aligned}\tag{3.19}$$

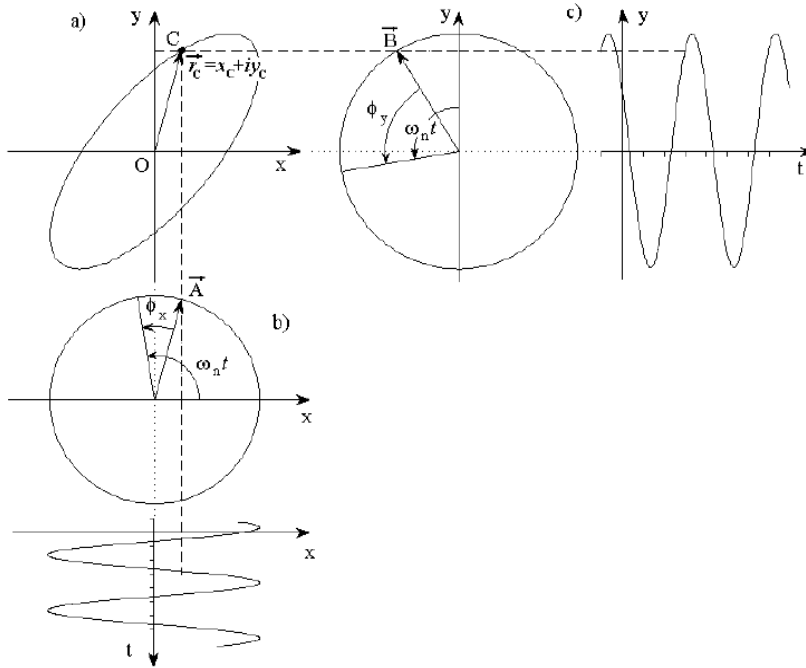
které se shoduje s odezvou z obou tlumených harmonických oscilátorů. Jako vždy může být řešení vyjádřeno na základě amplitudových a fázových úhlů [6]

$$\begin{aligned}x_C(t) &= X \cos(\omega_n t - \phi_x), \\y_C(t) &= Y \cos(\omega_n t - \phi_y),\end{aligned}\tag{3.20}$$

kde

$$\begin{aligned} x_C(0) &= X \cos \phi_x, & \dot{x}_C(0) &= \omega_n X \sin \phi_x, \\ y_C(0) &= Y \cos \phi_y, & \dot{y}_C(0) &= \omega_n Y \sin \phi_y. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Rovnice pohybu vyjádřená rovnicí (3.20) je znázorněná na obrázku 3.4. Trajektorii bodu C znázorňuje vektor r_C , jehož souřadnice $x_C(t)$ a $y_C(t)$ v čase jsou dány harmonickými funkcemi (3.20) amplitud X a Y a fází ϕ_x a ϕ_y . Ty mohou být myšleny jako průmět rotujících vektorů \vec{A} a \vec{B} do pomocných os x a y podle obrázku 3.4.[6]



Obr. 3.4 Reakce Lavalova rotoru na vlastní kmitání. (a) Reálné (v x a y) a komplexní ($r = x + iy$) prezentují dráhu bodu C; (b) a (c) prezentují souřadnice $x(t)$ a $y(t)$ pro bod C ve vektorovém průmětu promítnutém na osy x a y z rotujících vektorů \vec{A} a \vec{B} . [6]

3.2.5. Krouživé kmitání rotoru. Kritické otáčky.

Při otáčení rotorů se vyskytují oblasti otáček, při kterých lze pozorovat hlučení, nadměrné chvění ložiskových stojanů, neklidný mechanický chod a prohýbání hřídele spojené dokonce s možností jeho trvalé deformace. Úhlové rychlosti, při kterých k tomuto jevu dochází, se nazývají kritickými a mluvíme o tom, že hřídel běží v kritických otáčkách. V podstatě jde o nestabilní případ rovnováhy mezi silami odstředivými a silami elastickými, popřípadě tlumícími. [6]

Uvažujme nejprve velmi jednoduchý případ nehmotného hřídele konstantního průřezu uloženého ve dvou ložiskách s kotoučem o hmotnosti m uprostřed. Pokládáme-li ložiska za prosté podpory a zanedbáme-li vliv vlastní tíhy kotouče, platí tato podmínka rovnováhy mezi odstředivou silou kotouče $m\omega^2$ a elastickou silou ky , kterou působí hřídel na kotouč

$$m\omega^2 - ky = 0 \quad (3.22)$$

Netriviální řešení rovnice (3.22) pro $y \neq 0$ vyžaduje splnění podmínky

$$m\omega^2 - k = 0 \quad (3.23)$$

což je vztah pro výpočet kritické úhlové rychlosti

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.24)$$

kde v našem případě

$$k = \frac{48EJ}{l^3}. \quad (3.25)$$

Kritické otáčky za minutu určuje vztah

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \omega_{kr} \quad (3.26)$$

Neleží-li střed hmotnosti kotouče na spojnici středů ložisek, ale je-li vychýlen o excentricitu ε , jako např. u excentricky nasazeného kotouče, pak pro rovnováhu platí

$$m(y + \varepsilon)\omega^2 - ky = 0 \quad (3.27)$$

Z toho

$$y = \frac{\varepsilon}{\frac{\omega_{kr}^2}{\omega^2} - 1} \quad (3.28)$$

Pro $\omega \rightarrow 0$ je $y = 0$, pro $\omega \rightarrow \infty$, $y = -\varepsilon$. [6]

Průběh závislosti je obdobný průběhu získanému při vyšetřování ustáleného kmitání netlumené soustavy s 1° volností vynuceného harmonickou budicí silou o amplitudě úměrné ω^2 . [6]

Je-li na hřídeli nasazeno n kotoučů, nahradíme silový účinek na hřídeli od každého z nich odstředivou silou $m_i \omega^2 y_i$, kde y_i je průhyb hřídele v místě kotouče. Po zavedení příčinkových činitelů α_{ij} platí soustava n rovnic

$$y_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} m_j \omega^2 y_j, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.29)$$

kteřou lze užitím matic vyjádřit takto

$$(-\omega^2 GM + I)y = 0 \quad (3.30)$$

kde $G = [\alpha_{ij}]$ je symetrická matice sestavená z příčinkových činitelů α_{ij} jako prvků,

M - diagonální matice s prvky m_i na hlavní diagonále

$y^T = [\dots, y_i, \dots]$ - vektor výchylek v místech kotoučů

Nenulové řešení, $y \neq 0$, vyžaduje, aby

$$|-\omega^2 GM + I| = 0 \quad (3.31)$$

Kořeny frekvenčního determinantu jsou hledané kritické úhlové rychlosti ω_{kr} . [6]

Postup řešení a výsledné vztahy jsou formálně stejné jako při úlohách z ohybového kmitání nosníků. Mezi krouživým a ohybovým kmitáním existuje pro takto idealizovaný

případ podobnost do té míry, že kritické úhlové rychlosti ω_{kr} jsou rovny vlastním frekvencím Ω_i obdobné úlohy ohybového kmitání. Hřídel v okolí kritických otáček krouží deformována do tvaru, který rovněž odpovídá vlastnímu tvaru kmitání při ohybovém kmitání. Pokud se ložiska považují za tuhé nebo pružné podpory s tuhostí ve všech směrech stejnou a není-li třeba uvažovat gyroskopické účinky nasazených kotoučů, lze tedy výpočet kritických otáček provádět z pohybových rovnic odvozených pro ohybové kmitání nehmotných nosníků s osamělými soustředěnými hmotami tj. s použitím příčinkových činitelů.[6]

Po zavedení statického průhybu hřídele tíhou kotouče $y_{st} = mg/k$ vyplývá

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} \quad (3.32)$$

Uvedený vztah určuje kritickou úhlovou rychlost ze znalosti statického průhybu hřídele.

U hřídele s několika hmotami uložených na dvou ložiskách bez převislých konců, lze nejnižší kritické otáčky dobře vystihnout vztahem

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\chi \frac{g}{y_{\max}}} \quad (3.33)$$

kde y_{\max} je největší průhyb hřídele vlastní tíhou a tíhou nasazených kotoučů. Součinitel χ se volí:

$\chi = 1,00$ pro jednu hodnotu na hřídeli,

$\chi = 1,27$ pro hřídel zatížený spojitou, rovnoměrně rozloženou hmotou,

$\chi = 1,08$ pro rotory turbín, odstředivých čerpadel, kompresorů,

$\chi = 1,20$ pro rotory turbogenerátorů a elektromotorů.

Jiný vztah pro přibližný výpočet nejnižších kritických otáček z průhybové čáry je

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i y_i^2}} \cdot [6] \quad (3.34)$$

Jeho spolehlivost závisí na přesnosti odhadu průhybů y_i v místech soustředěných hmot (nasazených kotoučů) o hmotnosti m_i . Jsou-li kotouče nasazené na hřídel rozměrnější, je jejich silové působení na hřídel při vyšších otáčkách složitější, jak vyplývá z teorie sférického pohybu tělesa (z teorie gyroskopů). Silové účinky, tj. síly a momenty se obdrží z derivace momentu hybnosti kotouče jako tuhého tělesa. Uvažujeme jednoduchý případ tenkého kotouče nasazeného na hřídel, který se otáčí úhlovou rychlostí ω . V těžišti kotouče je zvolen počátek pevné pravotočivé souřadnicové soustavy x, y, z a rovněž počátek pohyblivé souřadnicové soustavy ξ, η, ζ spojené s otáčejícím se kotoučem, přičemž ξ, η a ζ jsou současně centrální hlavní osy setrvačnosti. Deformace hřídele je vyvolána účinkem sil F_y a F_z a momentů M_y a M_z . Z derivace momentu hybnosti kotouče jako tuhého tělesa vyplývají za předpokladu malých výchylek a natočení pro síly a momenty působící na těleso (F_x a M_x není pro další úvahy zapotřebí) vztahy[6]

$$\begin{aligned}
 F_y &= m\ddot{y}, \\
 F_z &= m\ddot{z}, \\
 M_y &= -I_\eta \ddot{z}' + I_\xi \omega \dot{y}', \\
 M_z &= I_\xi \ddot{z}' + I_\eta \omega \dot{z}',
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

kde I_ξ , I_η a I_ζ jsou momenty setrvačnosti k osám rotační souřadnicové soustavy a jsou tedy centrálními hlavními momenty setrvačnosti kotouče. Tečkami jsou vyznačeny derivace podle času a čárkami derivace podle argumentu x . Užitím příčinkových činitelů odvodíme vztahy pro výchylky a natočení hřídele v počátku souřadnicové soustavy O.[6]

$$\begin{aligned}
 y &= \alpha(-F_y) + \gamma(-M_z), \\
 z &= \alpha(-F_z) + \gamma(-M_y), \\
 \varphi_z &= \gamma(-F_y) + \delta(-M_z), \\
 \varphi_y &= -\gamma(-F_z) + \delta(-M_y).
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Pro kotouč dále platí $I_\eta = I_\xi$. Dosazením (3.35) do (3.36) a zavedením $y + iz = \hat{u}e^{i\Omega t}$ a $y' + iz' = \hat{u}'e^{i\Omega t}$, kde Ω je úhlová rychlost kroužení hřídele kolem spojnice ložisek, obdržíme po úpravě

$$\begin{aligned}
 \hat{u} &= \alpha m \Omega^2 \hat{u} + \gamma(I_\eta \Omega^2 - I_\xi \omega \Omega) \hat{u}', \\
 \hat{u}' &= \gamma m \Omega^2 \hat{u} + \delta(I_\eta \Omega^2 - I_\xi \omega \Omega) \hat{u}'.
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

V uvedené rovnici je $m\Omega^2 \hat{u}$ odstředivá síla kotouče a výraz $(I_\eta \Omega^2 - I_\xi \omega \Omega) \hat{u}'$ moment od setrvačných sil kotouče. Druhý člen ve výrazu pro moment pak značí gyroskopický moment $M_G = -I_\xi \omega \Omega \hat{u}'$. Pro tenké kotouče $I_\xi \doteq 2I_\eta$. Mohou nastat dva případy. [6]

- a) Hřídel krouží úhlovou rychlostí $\Omega = \omega$, jde o tzv. souběžnou precesi, a gyroskopický moment pro tenký kotouč je $M_G = -2I_\eta \Omega^2 \hat{u}'$.

Moment od setrvačných sil kotouče je

$$M_S = -\Omega^2 I_\eta \hat{u}'. \tag{3.38}$$

- b) Hřídel krouží úhlovou rychlostí $\Omega = -\omega$, jde o tzv. protiběžnou precesi, a gyroskopický moment pro tenký kotouč je $M_G = 2I_\eta \Omega^2 \hat{u}'$. Moment od setrvačných sil kotouče je

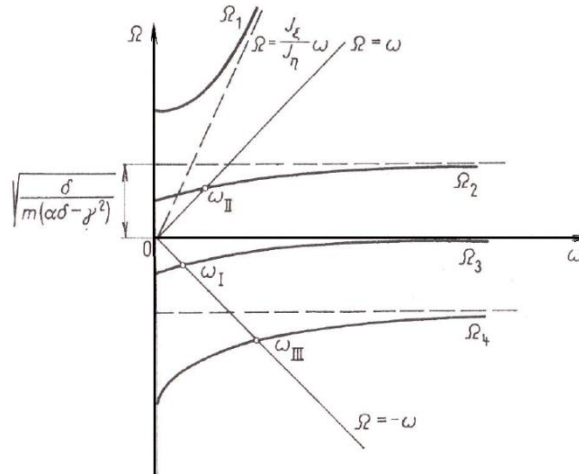
$$M_S = 3\Omega^2 I_\eta \hat{u}'. \tag{3.39}$$

Pohyb hřídele při souběžné a protiběžné precesi je patrný ze čtyř jeho základních poloh.[6]

Z rovnic (3.37) vyplývá tato frekvenční rovnice pro výpočet vlastních úhlových frekvencí Ω_i

$$mI_\eta (\alpha\delta - \gamma^2) \Omega^4 - mI_\xi (\alpha\delta - \gamma^2) \omega \Omega^3 - (\alpha m + \delta I_\eta) \Omega^2 + \delta I_\xi \omega \Omega + 1 = 0 \tag{3.40}$$

Rovnice má 4 reálné kořeny $\Omega_1(\omega)$ až $\Omega_4(\omega)$. Jejich závislost na úhlové rychlosti ω je zakreslena na obrázku 3.5.[6]



Obr. 3.5 Závislost kořenů rovnice 2.40 na úhlové rychlosti ω . [6]

Úsečky průsečíků křivek Ω_i s přímkami $\Omega = \pm\omega$ jsou kritické otáčky. Jsou tři ω_I , ω_{II} , ω_{III} . Z toho v kritických otáčkách ω_{II} jde o souběžnou precesi a ve zbývajících dvou ω_I a ω_{III} o protiběžnou precesi. Kritické otáčky se vypočtou z frekvenční rovnice (3.40), a to

a) pro souběžnou precesi položením $\Omega = \omega$

$$\omega_{II}^2 = \frac{(\delta A - \alpha m) + \sqrt{(\delta A - \alpha m)^2 + 4mqA}}{2mqA}; \quad (3.41)$$

b) pro protiběžnou precesi položením $\Omega = -\omega$

$$\omega_{I,III}^2 = \frac{(\alpha m + \delta B) \mp \sqrt{(\alpha m + \delta B)^2 - 4mqB}}{2mqB}, \quad (3.42)$$

$$\text{kde } A = I_\xi - I_\eta,$$

$$B = I_\xi + I_\eta,$$

$$q = \alpha\delta - \gamma^2. [6]$$

Kritické otáčky se souběžnou precesí nastanou vždycky. O vzniku kritických otáček s protiběžnou precesí rozhodují další podmínky, které je nutno zkoumat případ od případu. Například u hřídele ve dvou ložiskách s letným kotoučem příznivou podmínkou pro vznik kritických otáček s protiběžnou precesí je rozdílná tuhost jednoho uložení ve dvou směrech. Rozdílná tuhost ložisek ve dvou směrech může vyvolat protiběžnou precesi i u rotorů bez letných kotoučů.[6]

Složitější řešení problémů krouživého kmitání hřídele rotorů je dále do značné míry určována silovými účinky působícími na hřídel od ložisek, zejména pokud jde o kluzná ložiska. Tyto síly jsou vesměs závislé na úhlové rychlosti otáčení ω , ve dvou navzájem kolmých směrech jsou různé a výchylka hřídele v jednom směru, např. svislém, vyvolá silové

účinky i ve směru kolmém, tj. vodorovném. Tyto případy vyžadují zvláštní metody při sestavování pohybových rovnic (např. metodou konečného prvku) a použití numerických metod a počítačů při řešení Pohybová rovnice v maticovém tvaru pro takové případy je typu

$$M\ddot{x} + B(\omega)\dot{x} + K(\omega)x = 0, \quad (3.43)$$

kde $B(\omega)$ a $K(\omega)$ jsou nesymetrické matice závislé na ω . Vlastní hodnoty frekvenčního parametru λ_i jsou většinou komplexní a rovněž závislé na ω . [6]

4. EXPERIMENTÁLNÍ VÝPOČET

4.1. MĚŘENÍ

4.1.1. PODMÍNKY MĚŘENÍ

Měření proběhlo dne 14.1.2012 v laboratoři odboru hydraulických strojů Viktora Kaplana VUT FSI v Brně, Technická 2 na „stanici čerpadel“. K pohonu čerpadla BETA 26 byl použit stejnosměrný dynamometr 1 DS 1036-kV se zabudovanými snímači pro měření kroutícího momentu a otáček, spojený s čerpadlem přes pružnou spojku.

Průměr sacího potrubí 125mm.

Průměr výtlačného potrubí 100mm.

Výškový rozdíl výtlačného a sacího tlakového čidla 166mm.

Hustota čerpané kapaliny 998kg/m^3 .

Teplota čerpané kapaliny cca 15°C .

4.1.2. MĚŘENÉ VELIČINY A MĚŘÍCÍ TECHNIKA

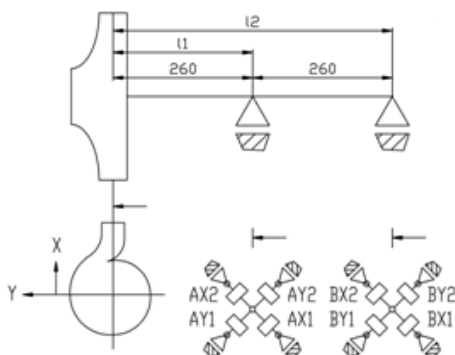
Určení průtokové a účinnostní charakteristiky

p_1	tlak před sacím hrdlem čerpadla	kPa
p_2	tlak za výtlačným hrdlem čerpadla	kPa
Q	průtok	l/s
n	otáčky čerpadla	ot/min
M_k	kroutící moment na hřídeli čerpadla	N.m
t	teplota	$^\circ\text{C}$

Tab. 4.1 Přehled měřených veličin

Určení silového působení na kolo

Pro stanovení silového působení na kolo byly naměřeny síly dle obr.4.1.



Obr.4.1 Zapojení tenzometrických snímačů

Použitá měřicí technika*Měření hydraulických veličin*

- p_1 - snímač tlaku DMP 331, výrobce BD SENSORS s.r.o. Uherské Hradiště, měřicí rozsah 160 kPa (A), přesnost $\pm 0,25\%$, proudový výstup 0-20 mA, v.č. 03 22 630
- p_2 - snímač tlaku DMP 331, výrobce BD SENSORS s.r.o. Uherské Hradiště, měřicí rozsah 10 MPa (A), přesnost $\pm 0,25\%$, proudový výstup 0-20 mA, v.č. 01 68 495
- Q - indukční průtokoměrná souprava typ KROHNE SC 100 AS DN 100, výrobce KROHNE, měřicí rozsah 0-80 l/s, přesnost $\pm 0,5\%$ z měřené hodnoty, proudový výstup 0-20 mA, v.č. A9551092
- n - optoelektrický snímač otáček, který je součástí soupravy dynamometru, měřicí rozsah 3000ot/min, přesnost $\pm 0,1\%$
- M_k - tenzometrický snímač, který je součástí soupravy dynamometru, měřicí rozsah 200 N.m, přesnost $\pm 0,5\%$
- t - teploměr Ni 1000 s vestavěným převodníkem, výrobce HIT Uherské Hradiště, přesnost $\pm 0,2\%$, proudový výstup 4-20 mA, v.č. LA 339

Napájení snímačů p_1, p_2 – ss stabilizovaný zdroj TESLA BK 123, $U_N=18V$, v.č. 921 820.

Elektrické signály snímačů p_1, p_2, n, M_k, t byly zpracovány počítačem s měřicí kartou PCL 812-PG. Počítač byl vybaven měřicím softwarem pro měření energetických a kavitačních charakteristik hydraulických zařízení.

Měření silových veličin

Pro měření všech silových veličin byly použity tenzometrické snímače sil od společnosti HBM, jejich typ, výrobní číslo, maximální zatížení a tomu odpovídající výstupy snímačů jsou uvedeny v následující tabulce. Na straně 34 je vysvětleno, jak tenzometrické snímače fungují a jejich rozdělení.

Název	TYP	Výr. číslo	Vstup max.	Výstup max.
			kg	mV/V
AX1	U2	B 4063	1000	2
AX2	U2	B 4064	1000	2
AY1	U2	43101	1000	2
AY2	U2	43102	1000	2
BX1	U2	97146	500	2
BX2	U2	97159	500	2
BY1	U2	97145	500	2
BY2	U2A	C84627	500	2

Tab.4.2 Použité tenzometrické snímače

Elektrické signály ze všech snímačů síly byly zpracovány měřicím systémem SPITER 8, výrobce HBM. Frekvence vzorkování byla nastavena na 9600 Hz, doba měření 10 s, počet vzorků 96000.

Tenzometrické snímače

Tenzometry dělíme na

1. mechanické
 - Huggenbergův
 - Johansonův
 - Martensův
2. pneumatické
3. strunové
4. elektrické
- 5.

Jmenované mechanické tenzometry se používaly hlavně v minulosti. V současné době se využívá hlavně tenzometrů strunových a elektrických.

Elektrické tenzometry

Elektrické tenzometry dále dělíme na

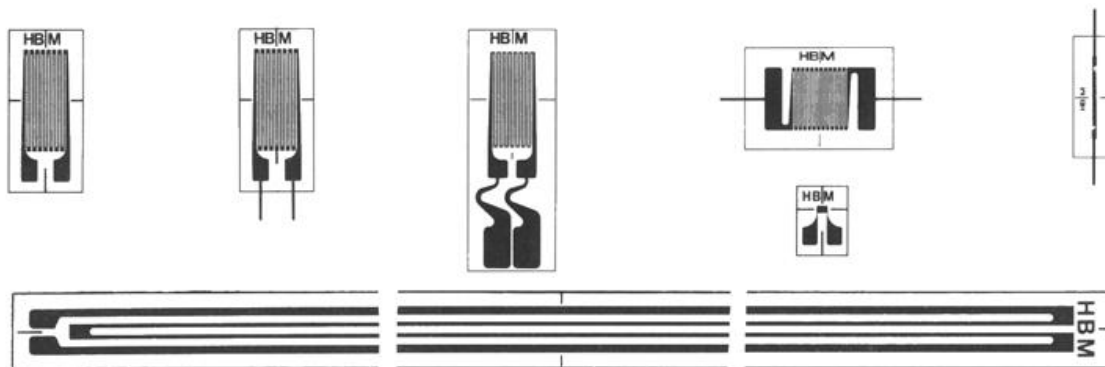
1. odporové (změna rozměru materiálu z ΔR)
2. kapacitní (kapacita kondenzátoru)
3. indukčnostní (impedance cívky, mechanický pohyb)
4. polovodičové (piezorezistentní jev)[7]

1. Odporové tenzometry

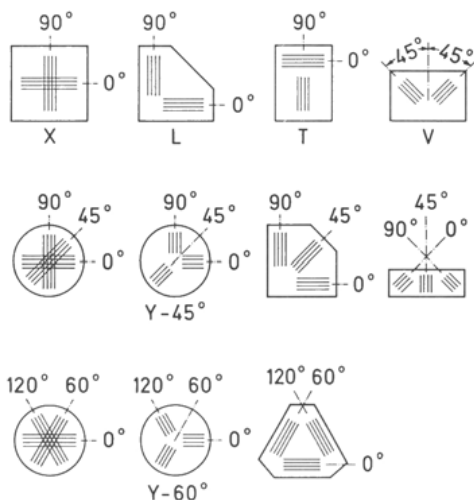
Rozlišujeme je podle provedení kovové mřížky tenzometru

- drátkové (velikost 0,01-0,03 mm)
- fóliové (velikost 12-15 μm) - nejpoužívanější kovové tenzometry

Odporové tenzometry se vyrábějí v různých typech a velikostech. Vedle jejich různé délky a tvaru měřicí mřížky, existují různé druhy uložení měřicí mřížky a různé druhy pájecích kontaktů. Rozdílů jsou také v poloze a počtu měřicích mřížek. Existují tenzometry pro běžné použití, ale i pro speciální aplikace. Velký počet tvarů a délek je výsledkem požadavků na velké množství rozdílných aplikací a použití. [7]



Obr.4.2 Ukázka různých tenzometrů od firmy HBM [7]



Obr.4.3 Tenzometrické růžice[7]

Funkce tenzometru spočívá v tom, že změna délky metalického snímače způsobuje změnu jeho odporu R. Změna odporu je dána vztahem

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (4.1)$$

kde ρ ...specifický odpor

L...délka odporového drátku

S...příčný průřez odporového drátku

Pro konečnou změnu ΔR odporu R lze odvodit vztah

$$\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon \quad (4.2)$$

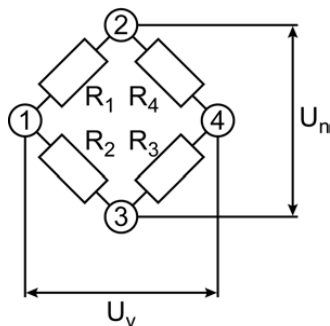
kde k...deformační součinitel tenzometru (k-faktor)

ε ...přetvoření

K-faktor je bezrozměrný, proporcionální součinitel, který v sobě zahrnuje nejen vliv měřící mřížky, ale i celé konfigurace tenzometru. Z tohoto důvodu výrobce provádí na statisticky významném počtu kusů měření k-faktoru a uvádí na každém balení jeho hodnotu včetně tolerance. [7]

Wheatstonův můstek

Jednou z možností zapojení tenzometrů je do Wheatstonova můstku.



Obr.4.4 Zapojení Wheatstonova můstku [7]

Čtyři odpory označené R_1 , R_2 , R_3 a R_4 (ramena můstku - jednotlivé tenzometry nebo jejich náhrady) jsou uspořádány do můstku. Napájecí diagonála mezi uzly 2 a 3 je připojena ke zdroji konstantního napájecího napětí U_n , výstupní napětí můstku U_v mezi uzly 1 a 4 (výstupní diagonála) je připojeno k přístrojovému zesilovači s teoreticky nekonečným vnitřním odporem. [7]

Výstupní napětí U_v (rozdíl napětí mezi body 1 a 4) je dáno vztahem

$$U_v = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (4.3)$$

Z uvedené rovnice je patrné, že výstupní signál bude nulový ($U_v=0$), pokud bude platit:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

nebo

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

Pokud je tato podmínka splněna, nachází se můstek ve vyváženém stavu. [7]

Je několik způsobů jak můžeme tenzometry zapojit do Wheatsonova můstku:

- a) $\frac{1}{4}$ most (R_1)
- b) $\frac{1}{2}$ most (R_1+R_2)
- c) Plný most ($R_1+R_2+R_3+R_4$)
- d) $2 \times \frac{1}{4}$ most (R_1+R_3)

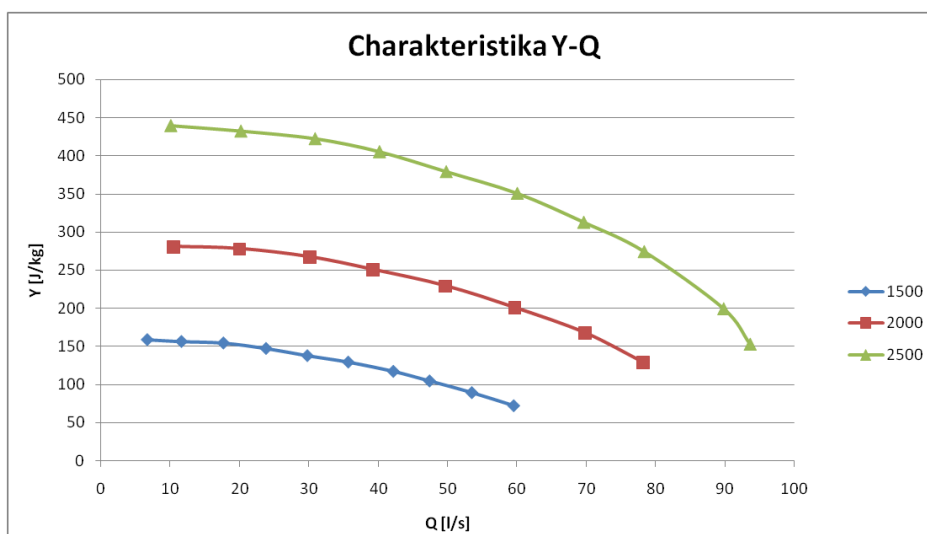
4.2. VYHODNOCENÍ

Získaná data z měření byla použita pro stanovení charakteristiky čerpadla a pro zjištění působení radiálních sil na oběžné kolo. Vše bylo měřeno pro 1500, 2000 a 2500 ot/min.

4.2.1. STANOVENÍ CHARAKTERISTIKY ČERPADLA

Výpočet měrné energie čerpadla byl proveden dle vztahu (4.4) vycházejícího z Bernoulliho rovnice.

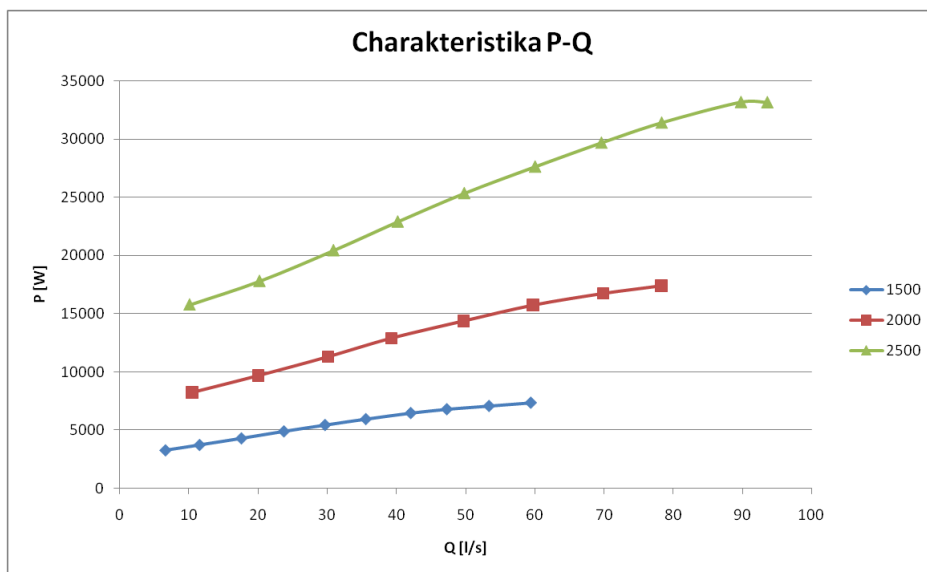
$$Y = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g \cdot \Delta h = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{Q^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_2^2} - \frac{1}{s_1^2} \right) + g \cdot \Delta h \quad (4.4)$$



Graf 4.1 Závislost měrné energie na průtoku

Výpočet příkonu byl proveden dle vztahu (4.5).

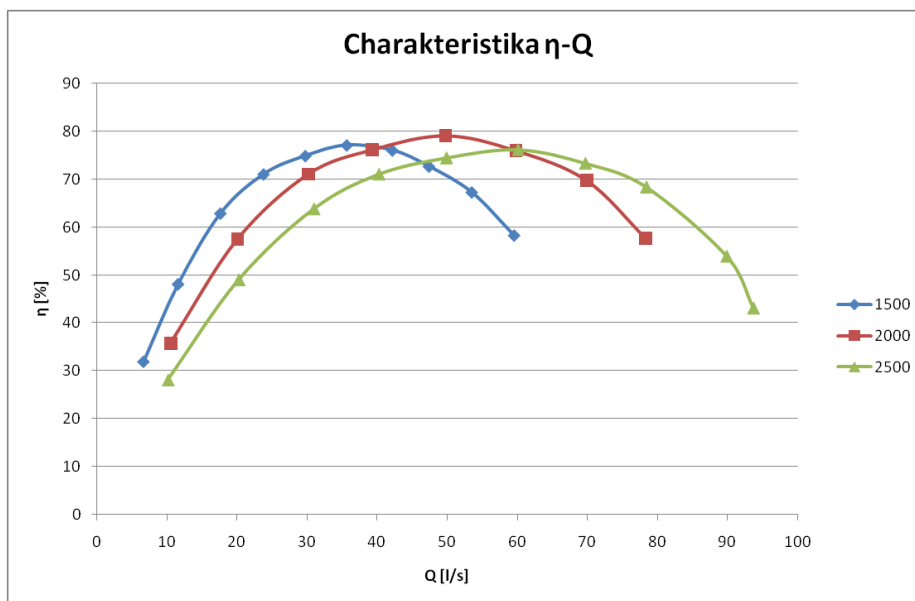
$$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M_k \quad (4.5)$$



Graf 4.2 Závislost příkonu na průtoku

Výpočet účinnosti čerpadla byl proveden dle vztahu (4.6).

$$\eta = \frac{\rho \cdot Q \cdot Y}{P} \quad (4.6)$$



Graf 4.3 Závislost účinnosti na průtoku

Grafy pro měrnou energii a příkon vyšly dle očekávání. Pouze graf pro účinnost nám nevyšel, jak měl. Při zvyšování otáček by se měla i zvyšovat účinnost. Z grafu je patrné, že tomu tak v našem případě není. Tato chyba může být způsobena vnějšími vlivy jako je například chybné naměření dat.

4.2.2. ZPRACOVÁNÍ DAT

Získaná data z měření jsme pomocí Fourierovy transformace převedli z časové do frekvenční oblasti. K tomu bylo využito softwaru vyvinutého doc. Ing. Vladimírem Habánem. Popis Fourierovy transformace viz níže.

Frekvenční analýza

Pro řešení řady úloh je účelné transformovat časový průběh procesu do frekvenční oblasti, tedy nahradit jej posloupností jeho frekvenčních složek. Tato operace se nazývá frekvenční (kmitočtová) analýza. Takto získané frekvenční složky poskytují důležité informace především o zdrojích kmitání. Buzení libovolného časového průběhu (včetně rázů) je možno nahradit posloupností elementárních pulzů různých frekvencí a amplitud. To potom umožní vyšetřit u lineárních soustav odezvu na libovolné buzení. Z porovnání frekvenční analýzy buzení a odezvy je možno posoudit možnosti vzniku nebezpečných rezonančních stavů za různých provozních poměrů. Ze změny frekvenčních složek v průběhu používání konstrukce je možno usuzovat též na vznik a rozvoj porušení. [7]

U periodických procesů se určení amplitud a fázových úhlů jednotlivých harmonických složek nazývá harmonickou analýzou; užívá se k tomu rozvoje do Fourierovy

řady. Získaná spektra (amplitudová a fázová) jsou diskrétní. U náhodných procesů se ke stejnému účelu provádí Fourierova integrální transformace; získaná spektra jsou spojitá. [7]

Fourierova transformace

U Fourierovy transformace (zkráceně FT) se nahrazuje původní signál posloupností harmonických funkcí rozdílných frekvencí a fází tak, aby součet těchto jednoduchých vln dal originál. Tato přímá FT je definována vztahem

$$X(f) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp(-j2\pi ft) dt \quad (4.7)$$

Komplexní funkce $X(f)$ se potom nazývá Fourierovou transformací nebo obrazem komplexní nebo reálné funkce $x(t)$. [7]

Originál je pak možno získat z obrazů zpětnou (inverzní) FT definovanou vztahem

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot \exp(j2\pi ft) df \quad (4.8)$$

Ve složkovém tvaru

$$F\{x(t)\} = X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt - j \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \sin(2\pi ft) dt \quad (4.9)$$

$$X(f) = \operatorname{Re}\{X(f)\} - j \cdot \operatorname{Im}\{X(f)\} \quad (4.10)$$

Je-li funkce $x(t)$ sudá, tj. platí-li $x(-t)=x(t)$, pak funkce $x(t) \cdot \cos(2\pi ft)$ je také sudá a funkce $x(t) \cdot \sin(2\pi ft)$ je lichá. To tedy znamená, že

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \sin(2\pi ft) dt = 0 \quad (4.11)$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt = 2 \int_0^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt \quad (4.12)$$

Analogicky by se určila inverzní Fourierova transformace sudé funkce $x(t)$

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} X(f) \cdot e \cos(2\pi ft) df \quad (4.13)$$

Mají-li být celkové energie v časové a frekvenční oblasti stejné, musí platit

$$\int_{-\infty}^{\infty} [x(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \quad (4.14)$$

Při zpracování náhodných procesů na počítači se vychází z nevzorkovaných dějů. Zde se potom využívá diskrétní Fourierova transformace (DFT). V tomto případě má tedy jak originál tak i obraz diskrétní průběh. Výpočet DFT je časově náročný - předpokládá se provést N^2 komplexních násobení a N^2 komplexních sčítání (N je počet vzorků). [7]

Pro DFT platí, že

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (4.15)$$

Toto je tzv. N -bodová DFT, která umožňuje ze zadaných N diskrétních hodnot signálu $x(n)$ vypočítat postupně N diskrétních hodnot odpovídajícího spektra $X(k)$. [3]

DFT byla využita při zpracování dat z experimentálního měření.

Orbity na plochách

Další zpracování probíhalo v programu MS Excel. Z převedených dat jsme pomocí DFT získali amplitudu a fázi pro každý snímač. Časový krok byl 2 s a krok na frekvenci byl tedy 0,5 Hz. To jsme pomocí vzorců platící pro komplexní čísla převedli na síly, které působí v každém ložisku, kde byly uloženy tenzometrické snímače. Je zde uveden pouze výpočet pro ložisko A. Pro ložisko B je to identické.

Jelikož pro směr x a y leží vždy proti sobě dva snímače, je nutné, je navzájem odečíst. Musí se také dbát na rozlišení reálné a imaginární složky komplexního čísla.

$$\begin{aligned} AX_{re} &= C_1 \cos(\varphi_1) - C_2 \cos(\varphi_2) \\ AX_{im} &= C_1 \sin(\varphi_1) - C_2 \sin(\varphi_2) \\ AY_{re} &= C_3 \cos(\varphi_3) - C_4 \cos(\varphi_4) \\ AY_{im} &= C_3 \sin(\varphi_3) - C_4 \sin(\varphi_4) \end{aligned} \quad (4.16)$$

C_n amplituda získaná po DFT
 φ_n fáze získaná po DFT

Ze získaných reálných a imaginárních složek dále vypočítáme amplitudy a fáze jen pro dané směry.

$$AX_A = \sqrt{AX_{re}^2 + AX_{im}^2} \quad (4.17)$$

$$AY_A = \sqrt{AY_{re}^2 + AY_{im}^2}$$

$$\varphi_{AX} = \arctg\left(\frac{AX_{re}}{AX_{im}}\right) \quad (4.18)$$

$$\varphi_{AY} = \arctg\left(\frac{AY_{re}}{AY_{im}}\right)$$

Při výpočtu fáze pro daný směr není tento vzorec korektně zapsaný. Problém je, že při takovémto zápisu jsou uvažovány pouze dva kvadranty. Excel tento problém při výpočtu nemá a počítá pro všechny čtyři kvadranty.

Z vypočítaných amplitud a fází získáme síly pro jednotlivé směry.

$$FAX_s = \sin(\varphi_{AX} + k) \cdot AX_A \quad (4.19)$$

$$FAY_s = \sin(\varphi_{AY} + k) \cdot AY_A$$

$$k = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 360^\circ$$

k je proměnná, která nám pomáhá získat hodnoty pro vykreslení orbity a pohybuje se od 0° do 360° .

Poslední krok při výpočtu sil působících v ložiskách je přepočítání na logické směry x a y. Jelikož snímače byly umístěny 45° od logických směrů viz obr.4.1 na straně 32.

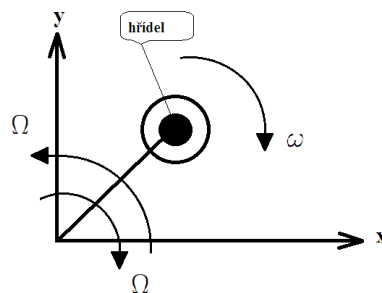
$$FAX = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot FAX_s - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot FAY_s \quad (4.20)$$

$$FAY = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot FAX_s + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot FAY_s$$

Celý tento výpočet proběhl v již zmíněném programu MS Excel a je možné si ho prohlédnout na přiloženém CD.

Grafy

Dat bylo naměřeno mnoho pro různé otáčky a průtoky a zde je jen ukázka některých z nich. Vykresleny byly některé otáčkové a lopátkové frekvence. Z grafů se vyhodnocovalo hlavně, zda se jedná o souběžnou precesi nebo protiběžnou precesi a jaký tvar a velikost mají síly působící v ložiskách. Nutno zde podotknout, že hřídel se otáčí po směru hodinových ručiček.



Obr. 4.5 Určení precese

ωsměr otáčení hřídele

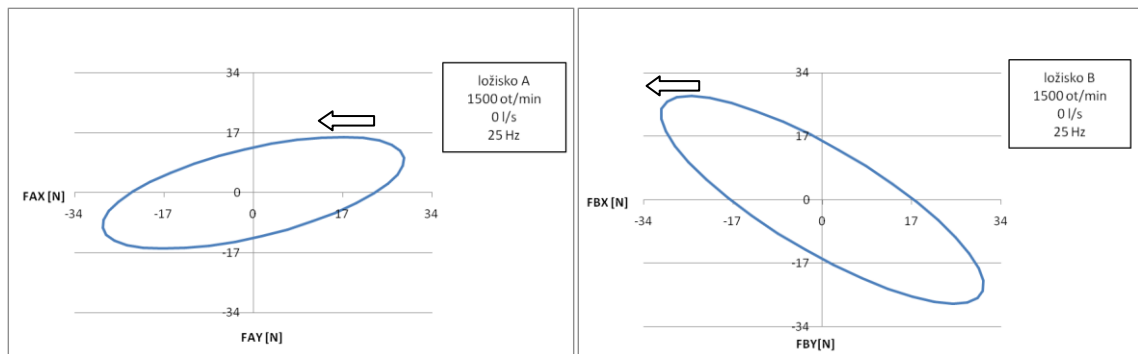
Ωsměr otáčení celé soustavy

Je-li $\Omega = \omega$, jde o souběžnou precesi, pokud je $\Omega = -\omega$, jedná se o protiběžnou precesi. Vykreslené orbity obsahují složku souběžné i protiběžné precese. Pod grafy je vždy popsáno, která složka převažuje.

OTÁČKY 1500 ot/min

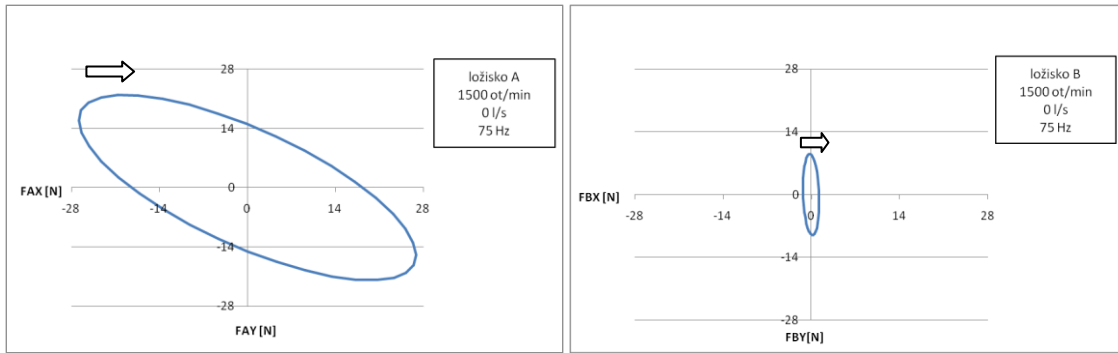
Průtok 0 l/s

25 Hz



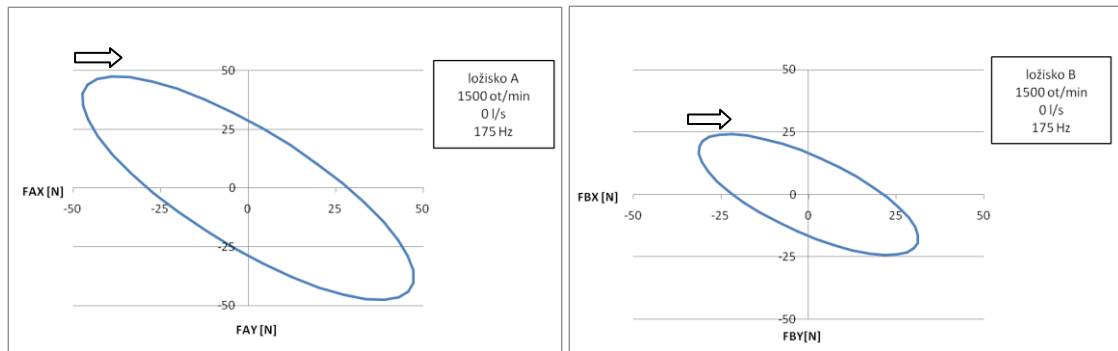
Graf. 4.4 Zde dochází k protiběžné precesi

75 Hz



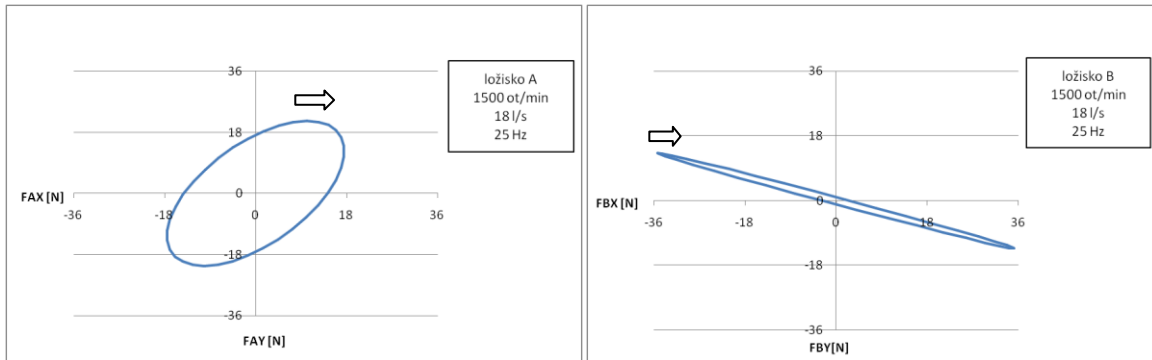
Graf. 4.5 Zde dochází k souběžné precеси

175 Hz



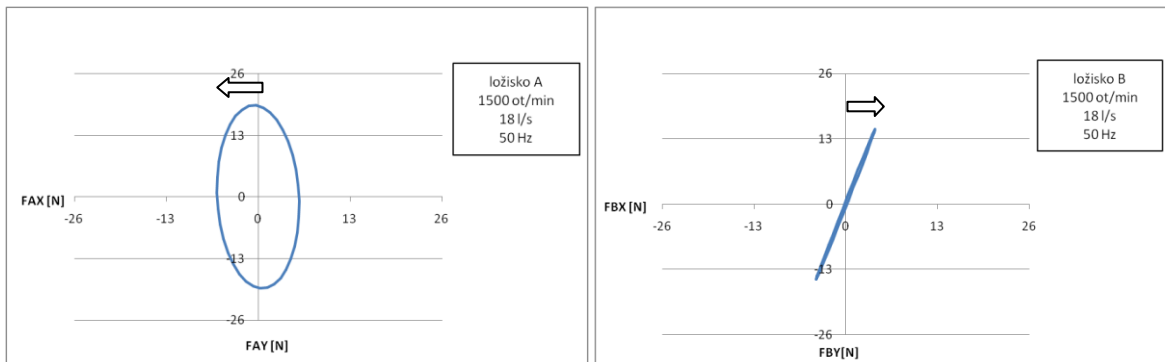
Graf. 4.6 Zde dochází k souběžné precеси

Průtok 18 l/s
25 Hz



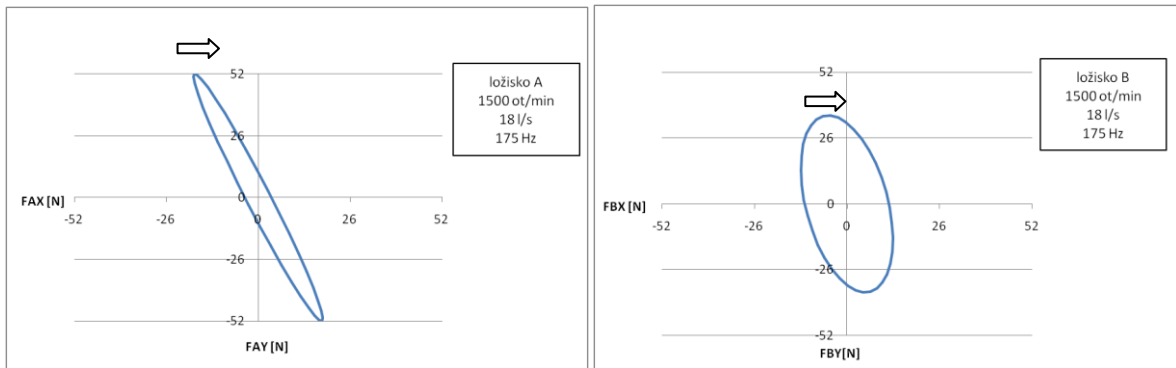
Graf. 4.7 Zde dochází k souběžné precеси

50 Hz



Graf. 4.8 U ložiska A dochází k protiběžné precеси, u ložiska B k souběžné precеси

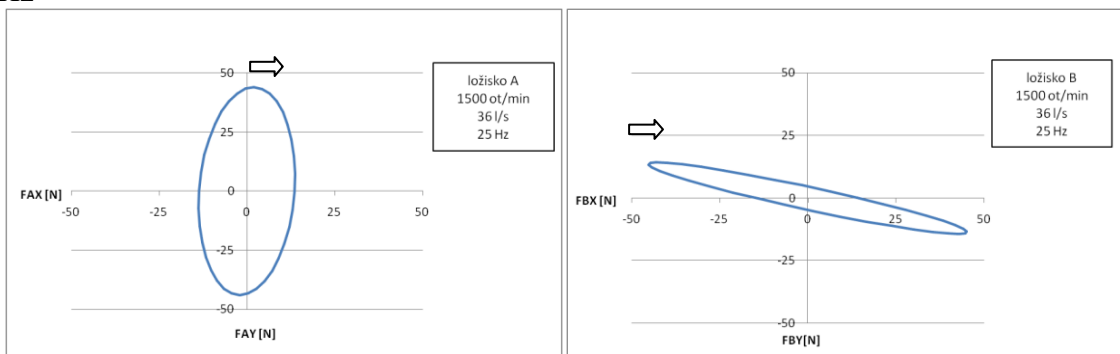
175 Hz



Graf. 4.9 Zde dochází k souběžné precesi

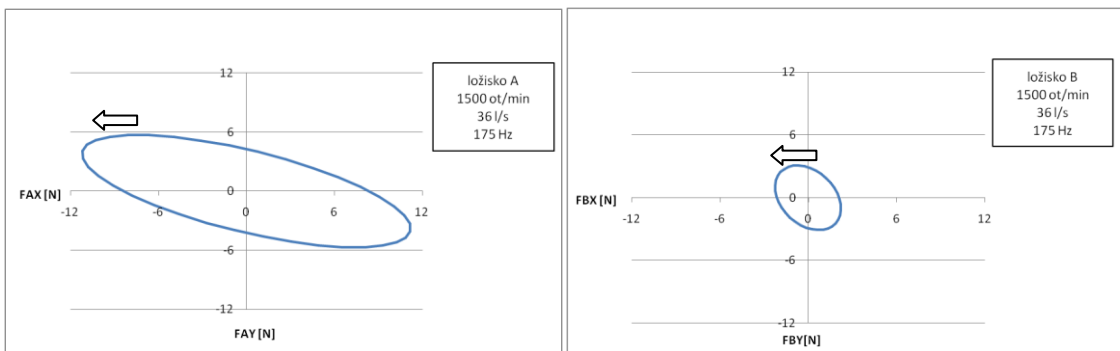
Průtok 36 l/s

25 Hz



Graf. 4.10 Zde dochází k souběžné precesi

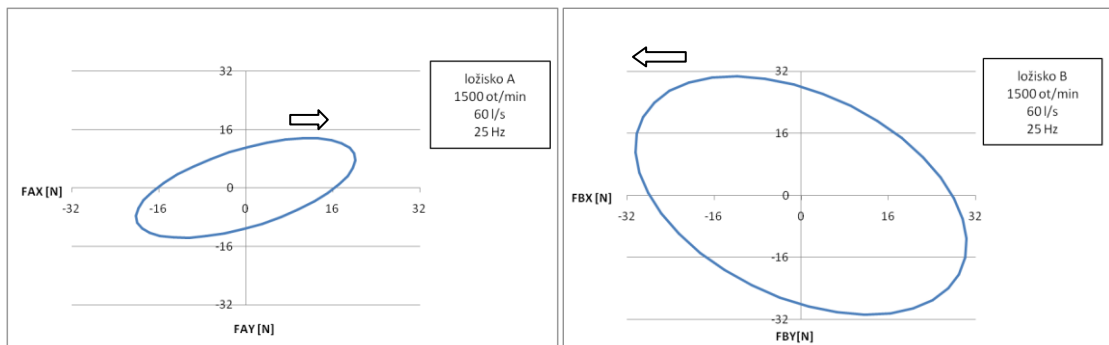
175 Hz



Graf. 4.11 Zde dochází k protiběžné precesi

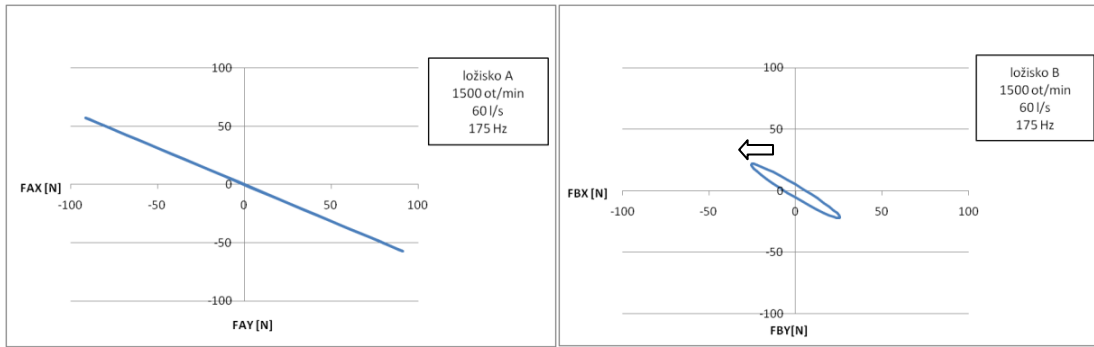
Průtok 60 l/s

25 Hz



Graf. 4.12 U ložiska A dochází k souběžné precesi, u ložiska B k protiběžné precesi

175 Hz

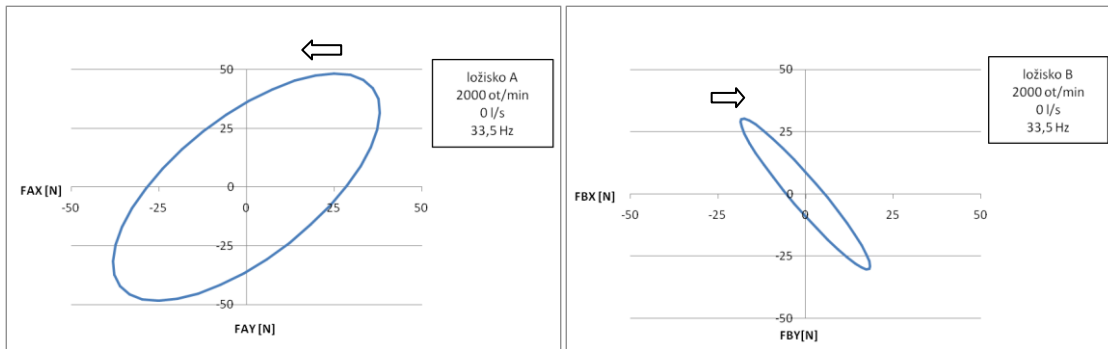


Graf. 4.13 U ložiska A dochází ke kmitání v jednom směru, u ložiska B k protiběžné precеси

OTÁČKY 2000 ot/min

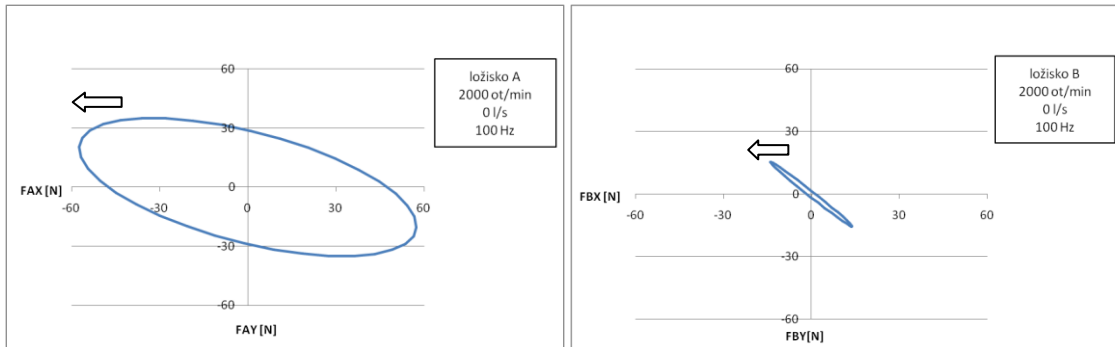
Průtok 0 l/s

33,5 Hz



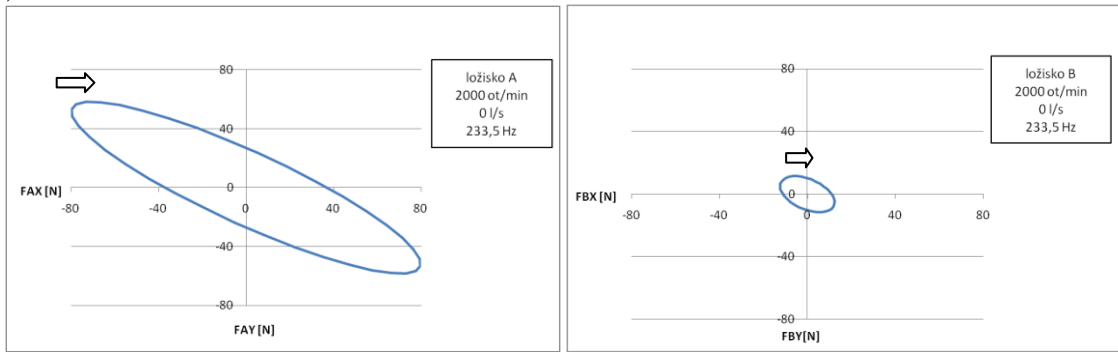
Graf. 4.14 U ložiska A dochází k protiběžné precеси, u ložiska B k souběžné precеси

100 Hz



Graf. 4.15 Zde dochází k protiběžné precеси

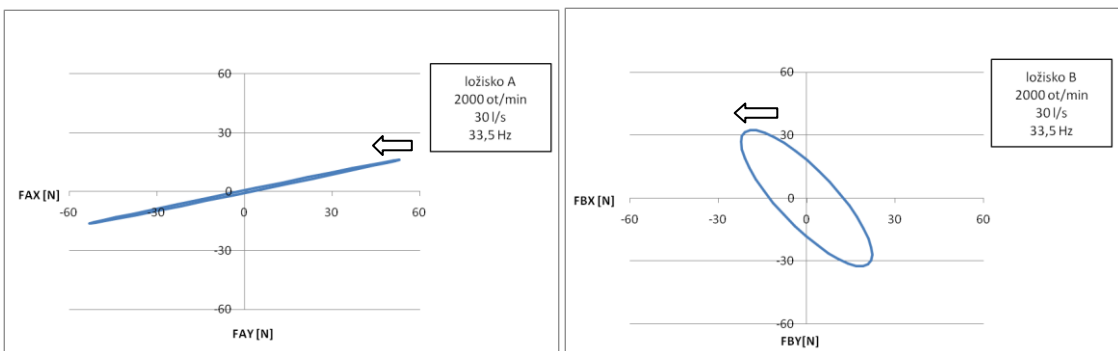
233,5 Hz



Graf. 4.16 Zde dochází k souběžné precesi

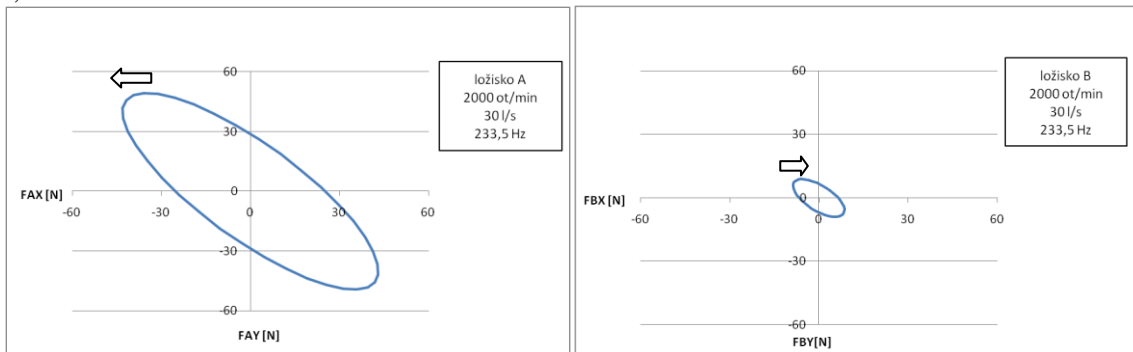
Průtok 30 l/s

33,5 Hz



Graf. 4.17 Zde dochází k protiběžné precesi

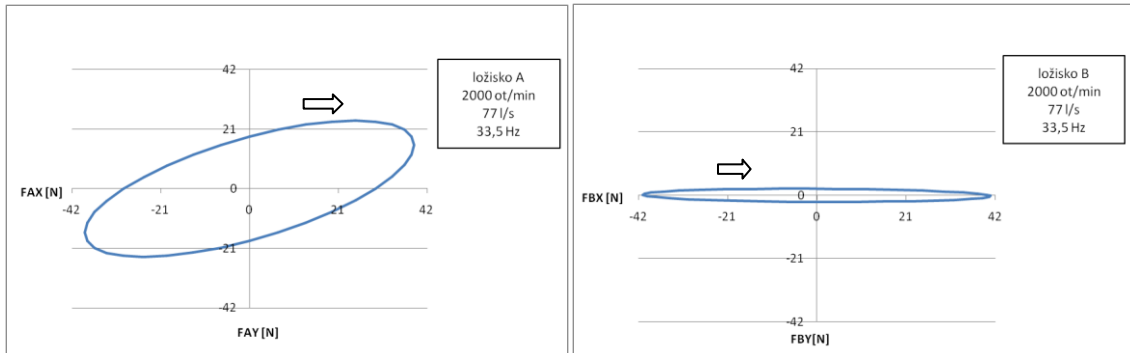
233,5 Hz



Graf. 4.18 U ložiska A dochází k protiběžné precesi, u ložiska B k souběžné precesi

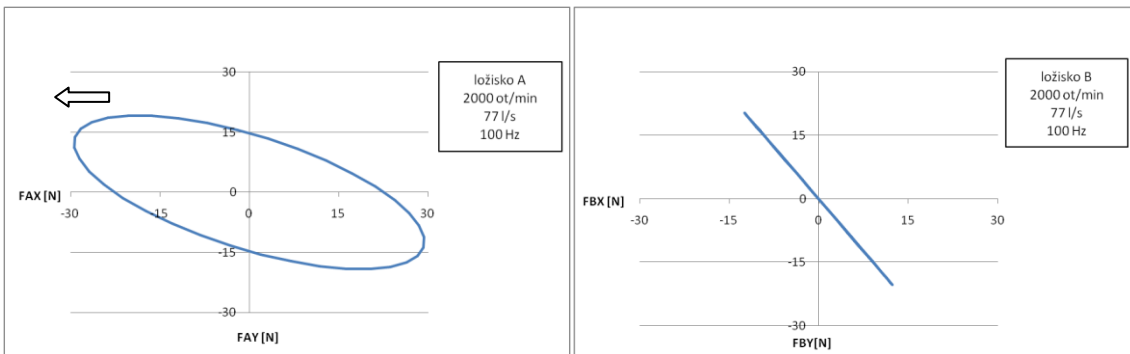
Průtok 77 l/s

33,5 Hz



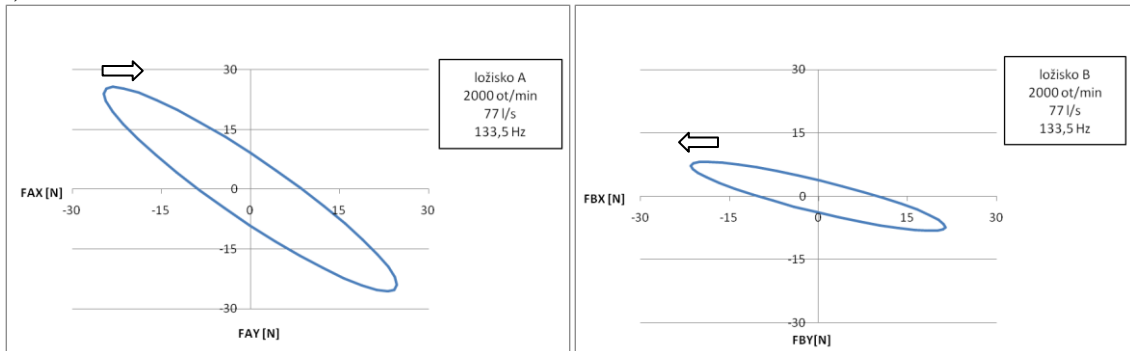
Graf. 4.19 Zde dochází k souběžné precesi

100 Hz



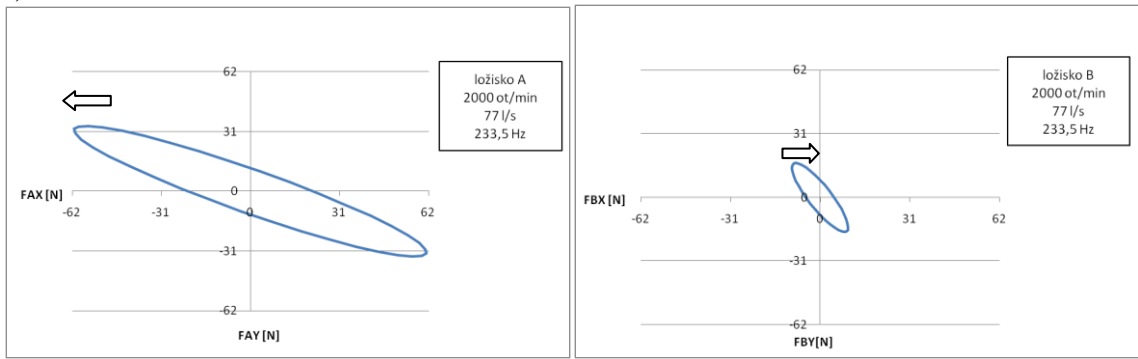
Graf. 4.20 U ložiska A dochází k protiběžné precesi, u ložiska B ke kmitání v jednom směru

133,5 Hz



Graf. 4.21 U ložiska A dochází k souběžné precesi, u ložiska B k protiběžné precesi

233,5 Hz

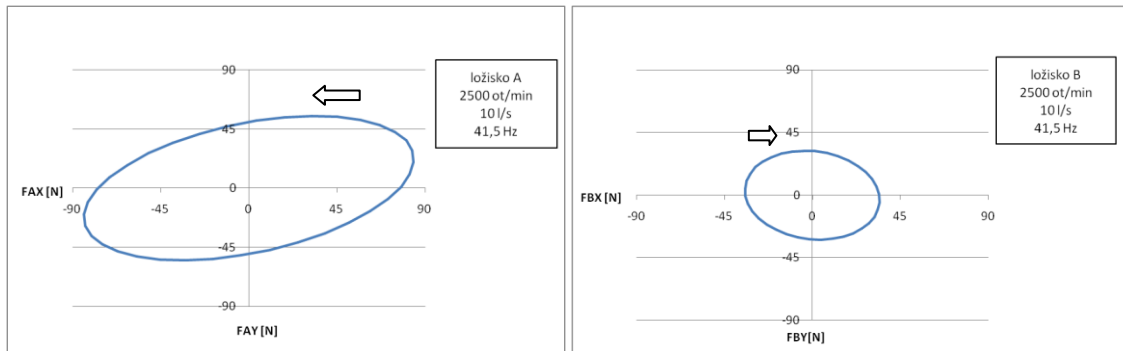


Graf. 4.22 U ložiska A dochází k protiběžné precisi, u ložiska B k souběžné precisi

OTÁČKY 2500 ot/min

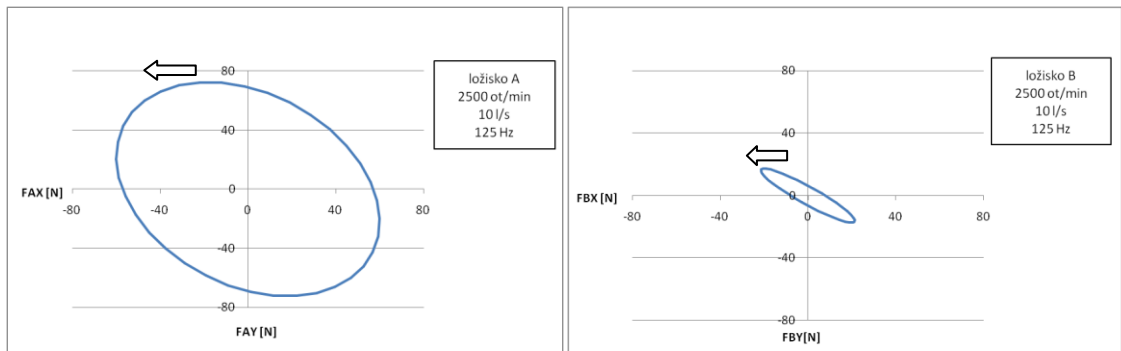
Průtok 10 l/s

41,5 Hz



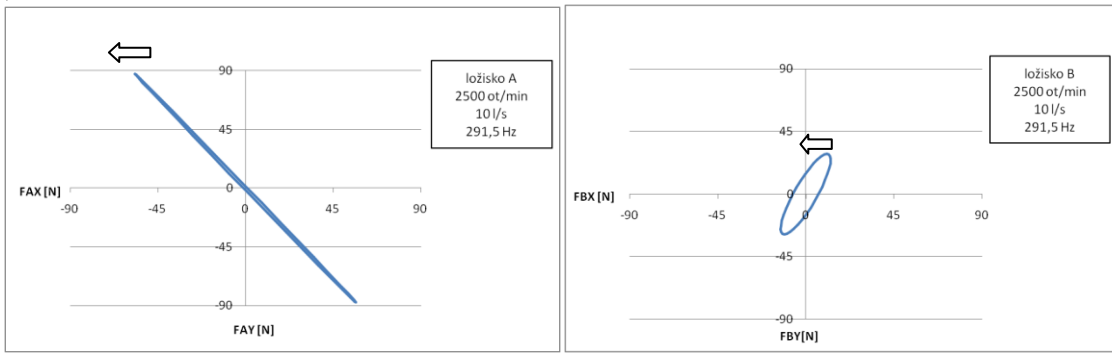
Graf. 4.23 U ložiska A dochází k protiběžné precisi, u ložiska B k souběžné precisi

125 Hz



Graf. 4.24 Zde dochází k protiběžné precisi

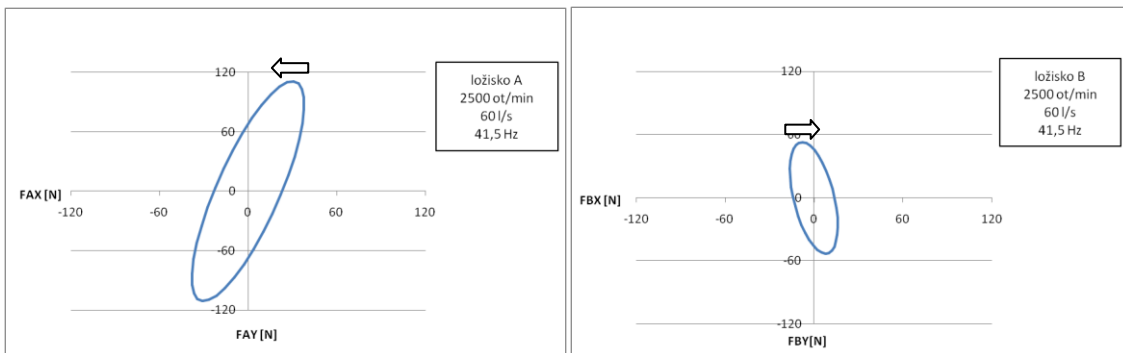
291,5 Hz



Graf. 4.25 Zde dochází k protiběžné precеси

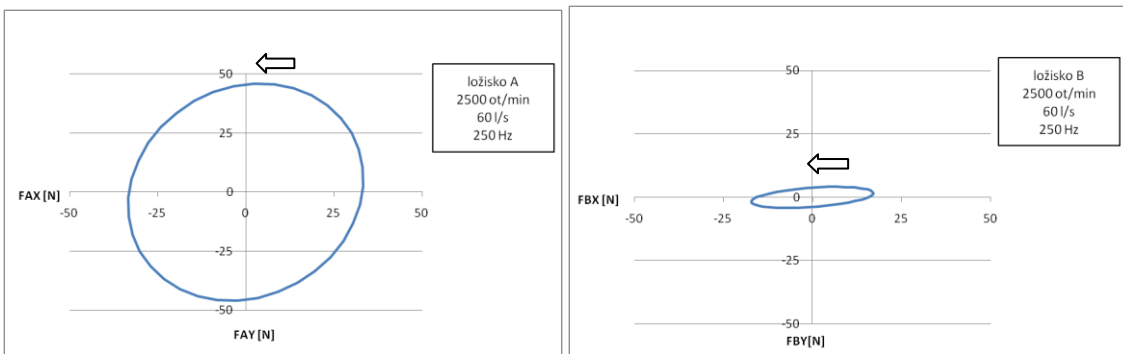
Průtok 60 l/s

41,5 Hz



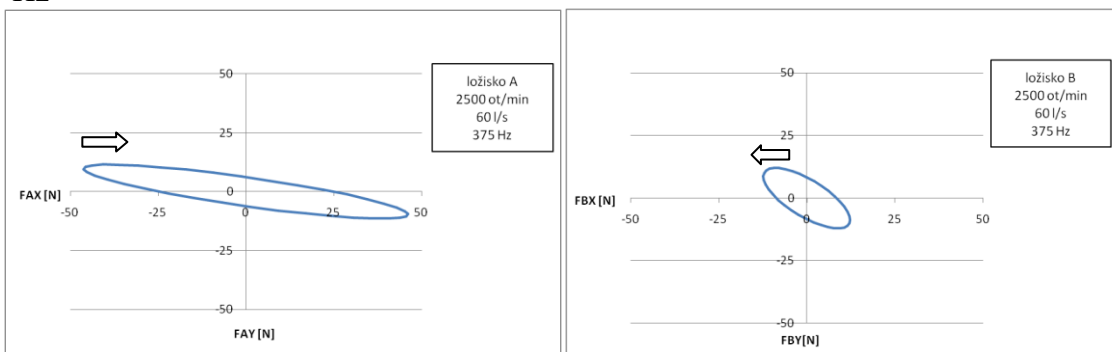
Graf. 4.26 U ložiska A dochází k protiběžné precеси, u ložiska B k souběžné precеси

250 Hz



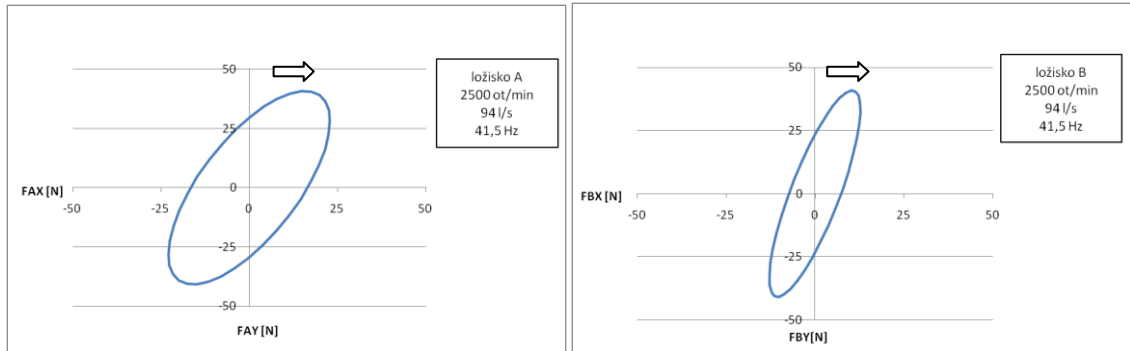
Graf. 4.27 Zde dochází k protiběžné precеси

375 Hz



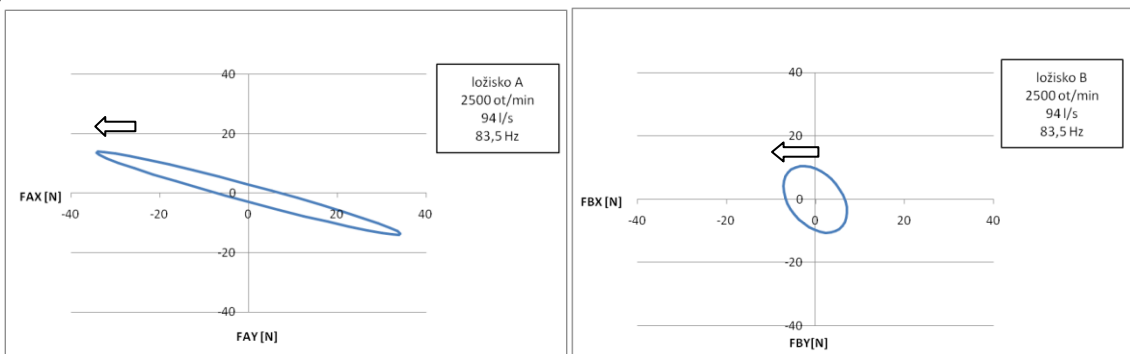
Graf. 4.28 U ložiska A dochází k souběžné precеси, u ložiska B k protiběžné precеси

Průtok 94 l/s
41,5 Hz



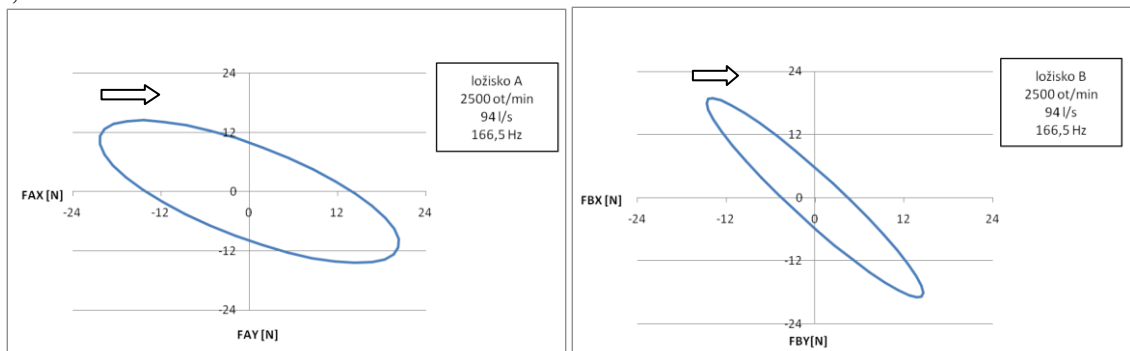
Graf. 4.29 Zde dochází k souběžné precеси

83,5 Hz



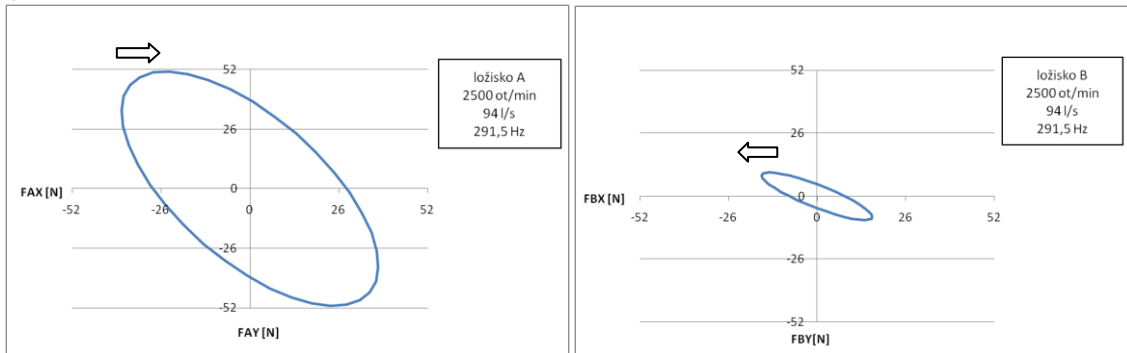
Graf. 4.30 Zde dochází k protiběžné precеси

166,5 Hz



Graf. 4.31 Zde dochází k souběžné precеси

291,5 Hz



Graf. 4.32 U ložiska A dochází k souběžné precеси, u ložiska B k protiběžné precеси

4.2.3. STANOVENÍ SILOVÉHO PŮSOBENÍ

Výpočet sil

Výpočet sil navazuje na již vypočítané složky AX_{re} a AY_{im} . Nejdříve se složky sil zase přepočítají do logických směrů x a y .

$$\begin{aligned}
 F_{AX\ re} &= -\left(AX_{re} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + AY_{re} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\
 F_{AX\ im} &= -\left(AX_{im} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + AY_{im} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\
 F_{AY\ re} &= -\left(AX_{re} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - AY_{re} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\
 F_{AY\ im} &= -\left(AX_{im} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - AY_{im} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

Síly působící na hřídeli v ložiskách se přepočítají na oběžné kolo. K těmto silám se připočte ještě setrvačná síla, která se získá z dynamiky rotoru pomocí modální analýzy. Získáme tak reálné a imaginární složky sil ve směrech x a y .

$$\begin{aligned}
 F_{X\ re} &= -F_{AX\ re} - F_{BX\ re} + F_{SX\ re} \\
 F_{X\ im} &= -F_{AX\ im} - F_{BX\ im} + F_{SX\ im} \\
 F_{Y\ re} &= -F_{AY\ re} - F_{BY\ re} + F_{SY\ re} \\
 F_{Y\ im} &= -F_{AY\ im} - F_{BY\ im} + F_{SY\ im}
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

Zmiňované setrvačné síly (F_S) nejsou dále uvažovány, jelikož některé parametry potřebné pro výpočet těchto sil bychom měli odečíst z provedené modální analýzy. Bohužel z modální analýzy se tyto parametry odečíst nedaly a proto se setrvačnými silami dále nepočítá.

Velikost sil v osách x a y získáme odmocněním součtu druhých mocnin reálné a imaginární části pro daný směr.

$$|F_X| = \sqrt{F_{X_{re}}^2 + F_{X_{im}}^2} \quad (4.23)$$

$$|F_Y| = \sqrt{F_{Y_{re}}^2 + F_{Y_{im}}^2}$$

Pro vykreslení orbity použijeme následující vzorce, kde k je opět proměnná.

$$X = F_{X_{re}} \cdot \cos(k) - F_{X_{im}} \cdot \sin(k) \quad (4.24)$$

$$Y = F_{Y_{re}} \cdot \cos(k) - F_{Y_{im}} \cdot \sin(k)$$

$$k = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 360^\circ$$

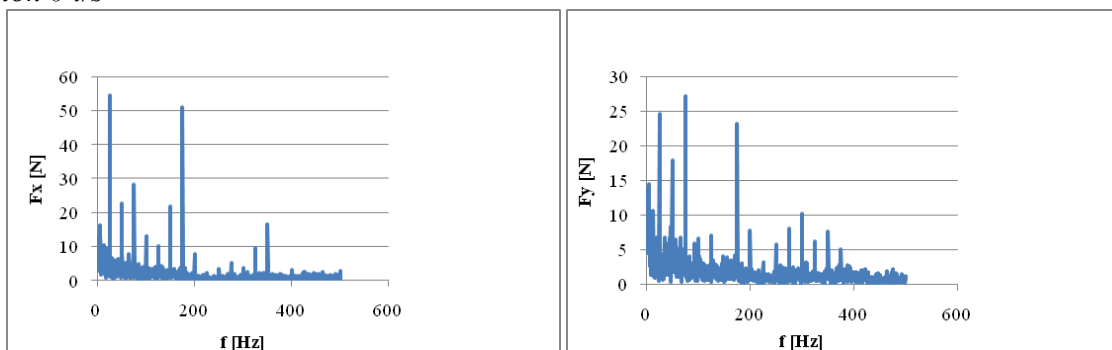
Celý tento výpočet proběhl v již zmíněném programu MS Excel a je možné si ho prohlédnout na příloženém CD.

Grafy

Stejně jako v předchozí podkapitole platí, že byly vybrány jen některé grafy. Jsou zde vyhodnoceny síly ve směrech x a y v závislosti na frekvenci. Podle těchto grafů se pak vybíralo, pro jaké frekvence jsou orbity nejzajímavější. Většinou to byly frekvence otáčkové a lopatkové. Šlo především o sedmou lopatkovou frekvenci, protože čerpadlo má sedm lopatek.

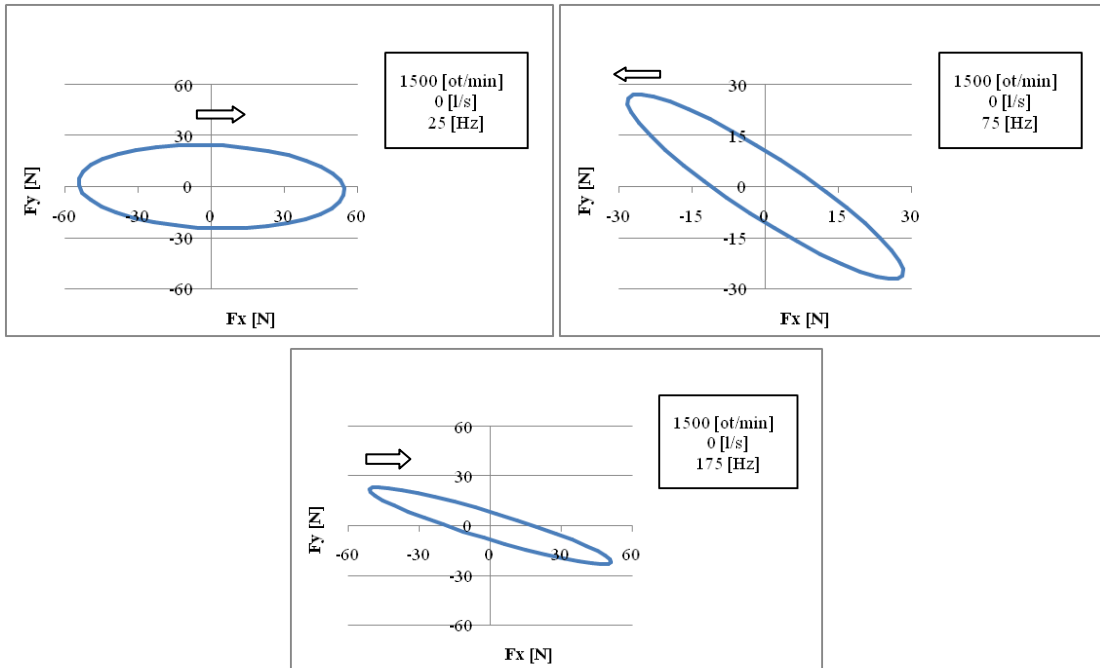
OTÁČKY 1500 ot/min

Průtok 0 l/s



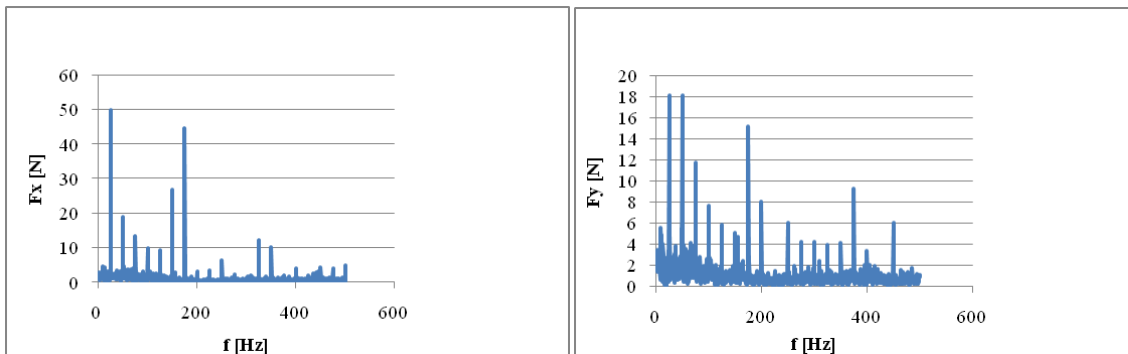
Graf. 4.33 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



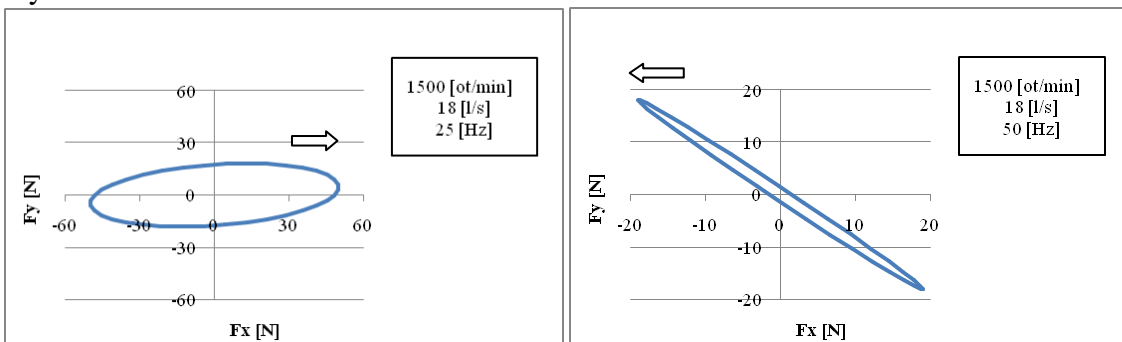
Graf. 4.34 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 0 l/s.

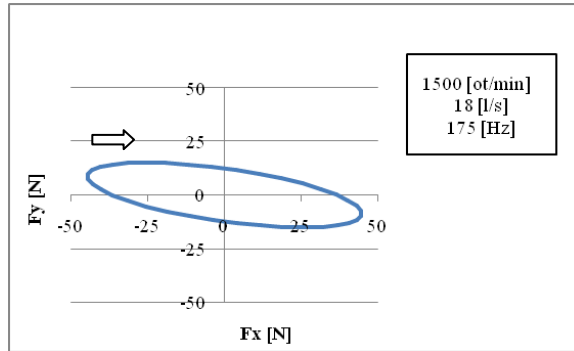
Průtok 18 l/s



Graf. 4.35 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

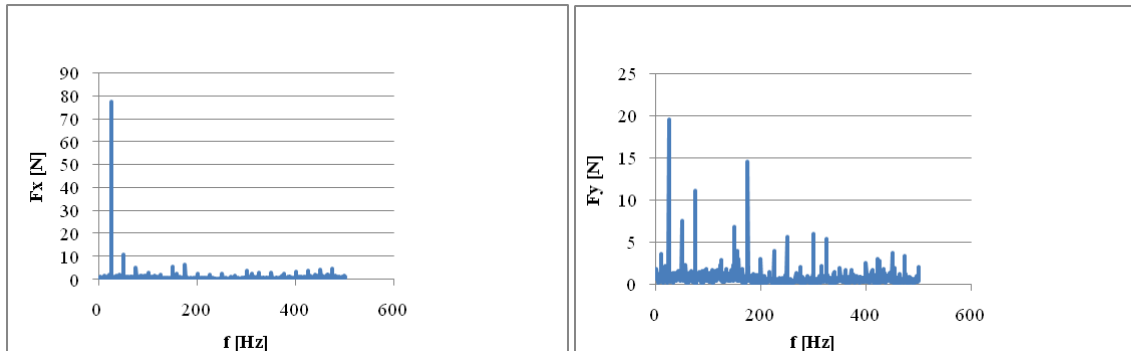
Orbity





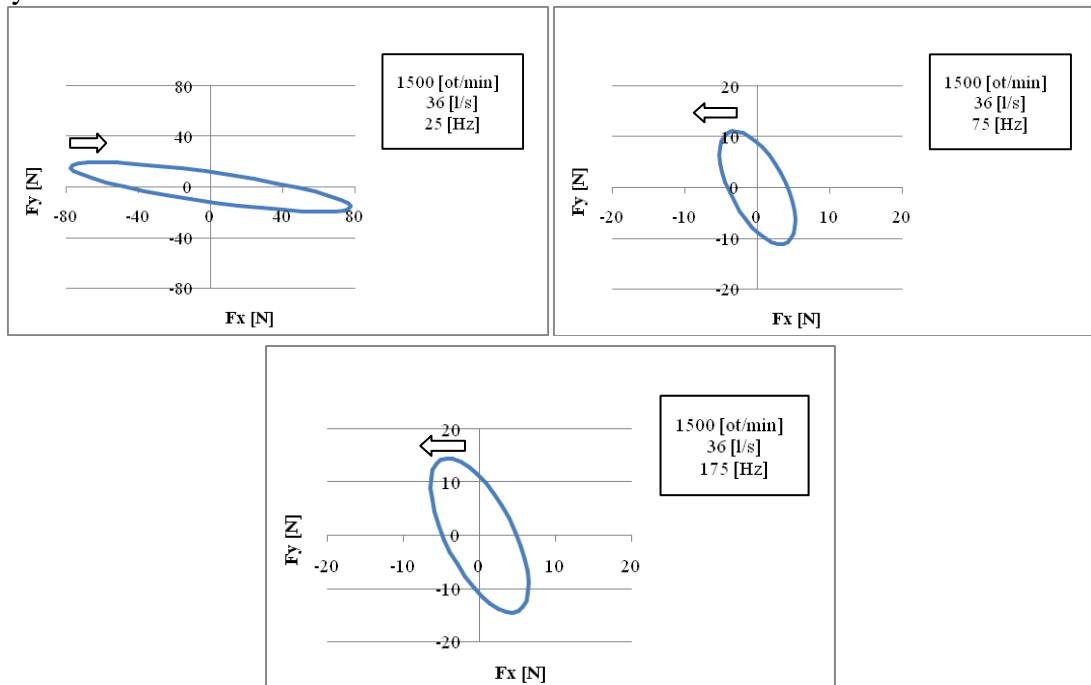
Graf. 4.36 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 18 l/s.

Průtok 36 l/s



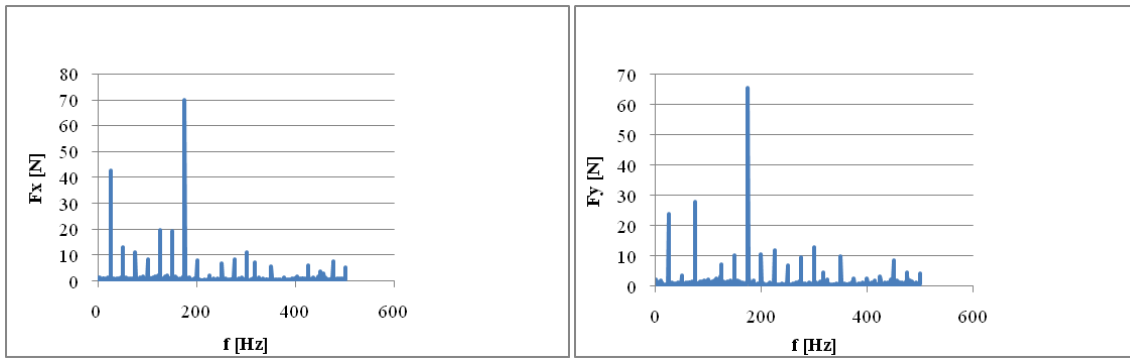
Graf. 4.37 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



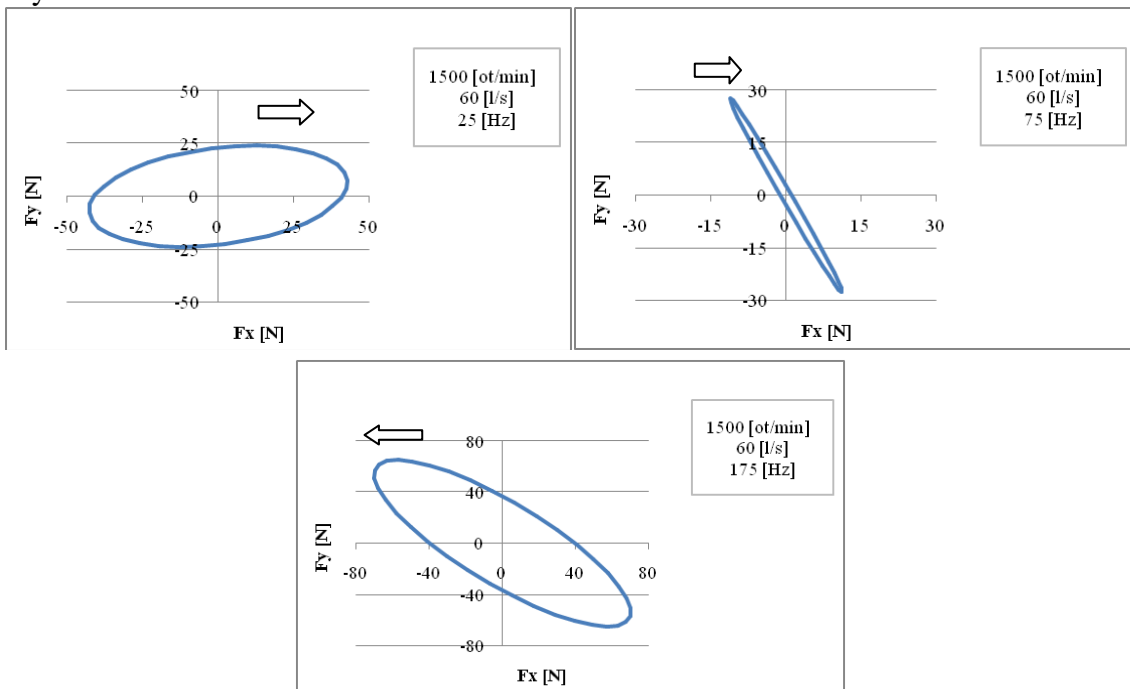
Graf. 4.38 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 36 l/s.

Průtok 60 l/s



Graf. 4.39 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

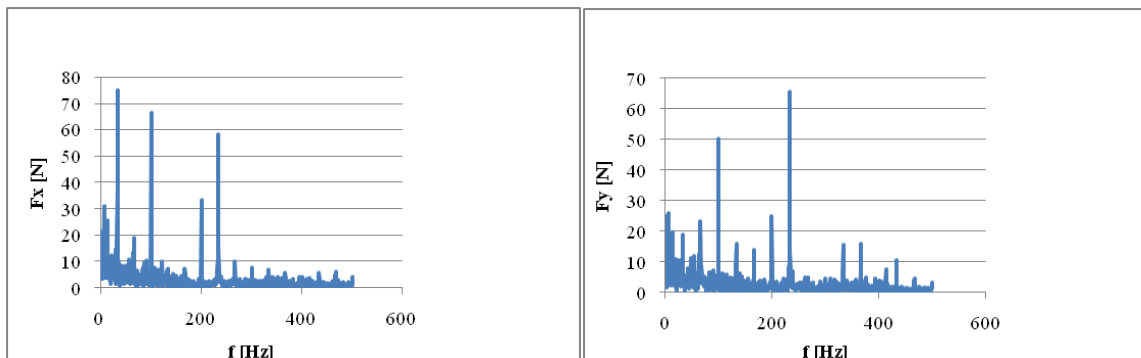
Orbity



Graf. 4.40 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 60 l/s.

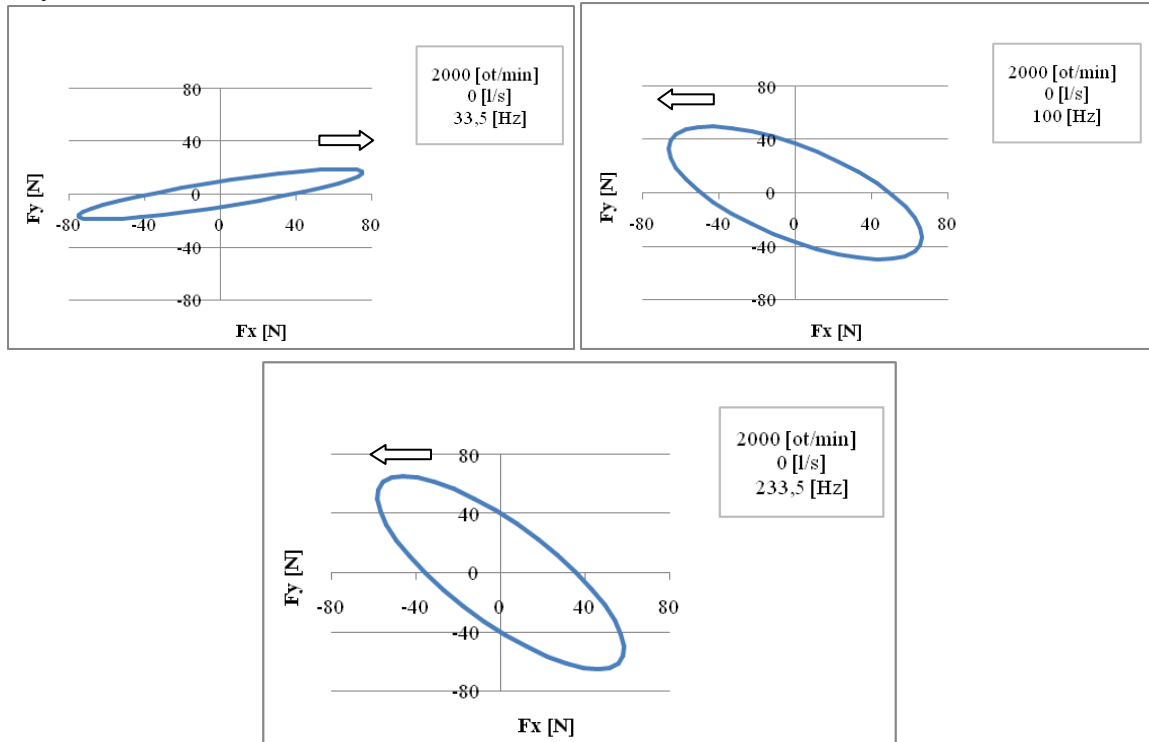
OTÁČKY 2000 ot/min

Průtok 0 l/s



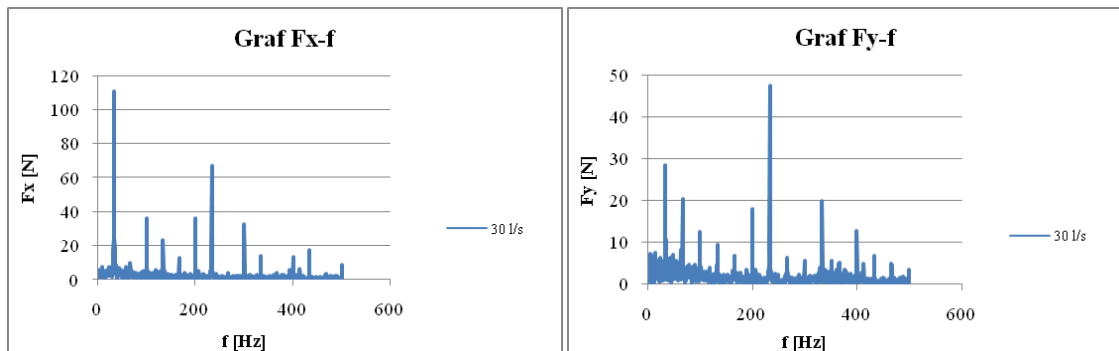
Graf. 4.41 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



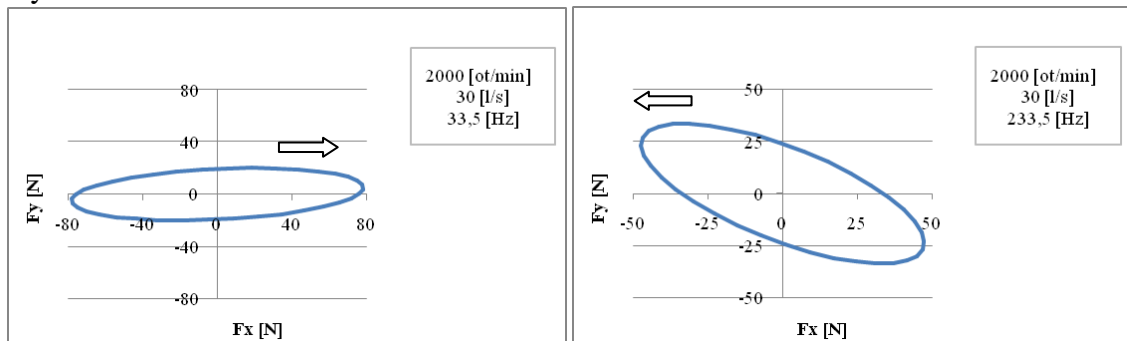
Graf. 4.42 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 0 l/s.

Průtok 30 l/s



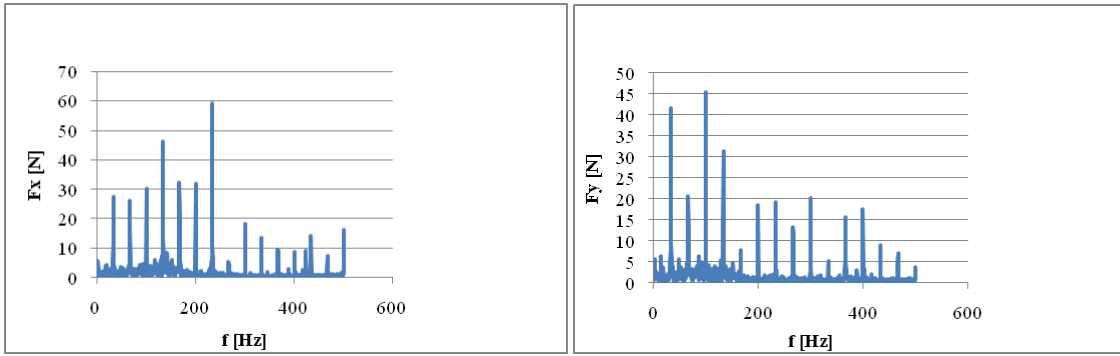
Graf. 4.43 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



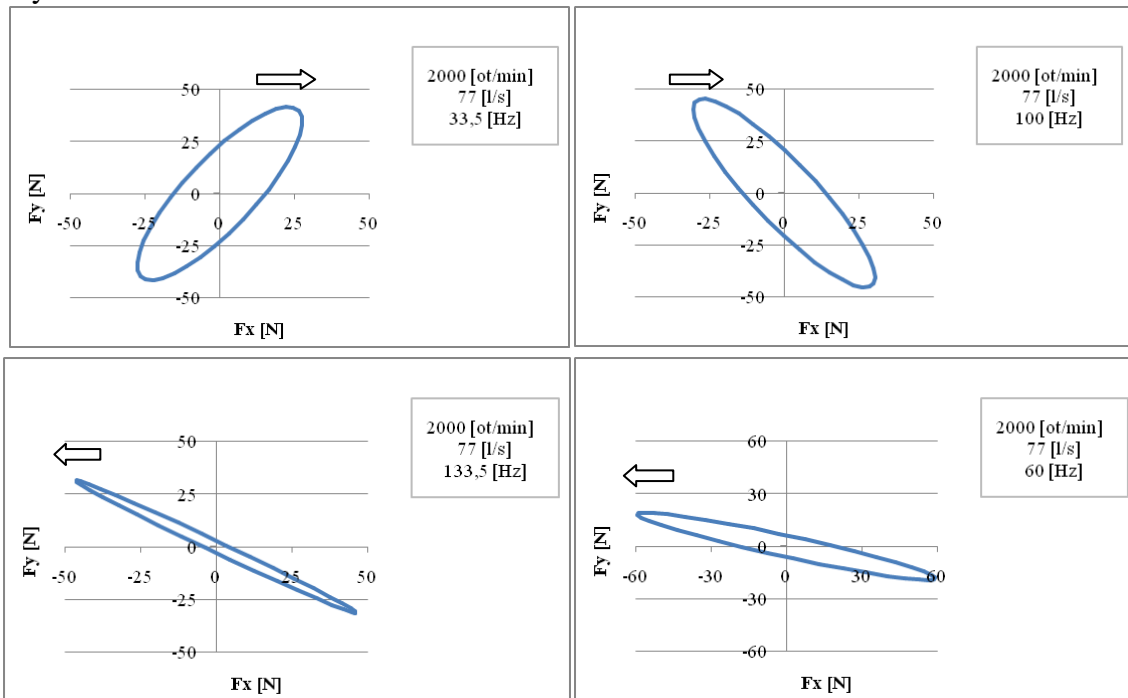
Graf. 4.44 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 30 l/s.

Průtok 77 l/s



Graf. 4.45 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

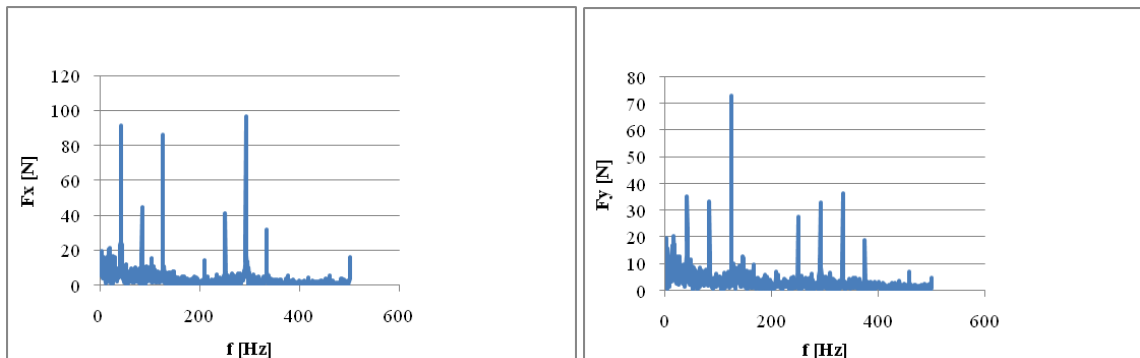
Orbity



Graf. 4.46 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 77 l/s.

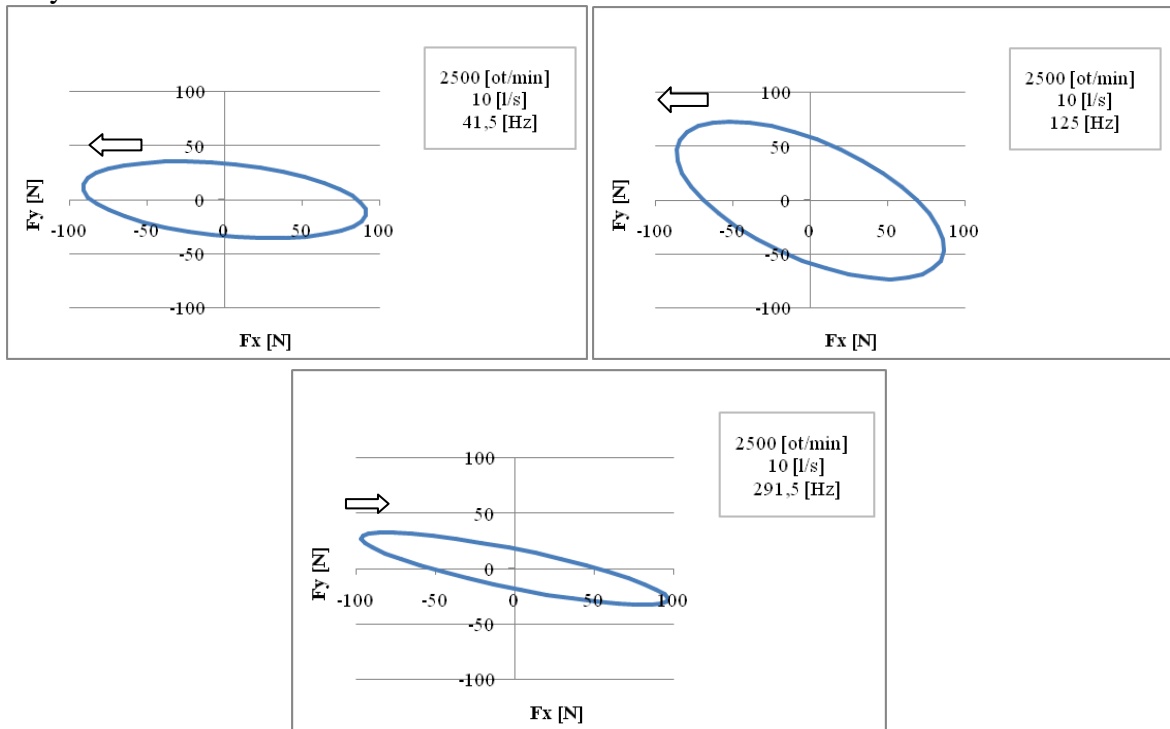
OTÁČKY 2500 ot/min

Průtok 10 l/s



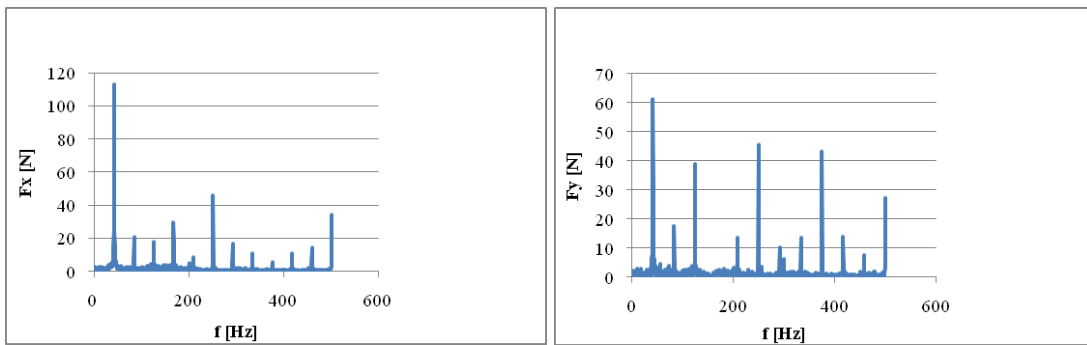
Graf. 4.47 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



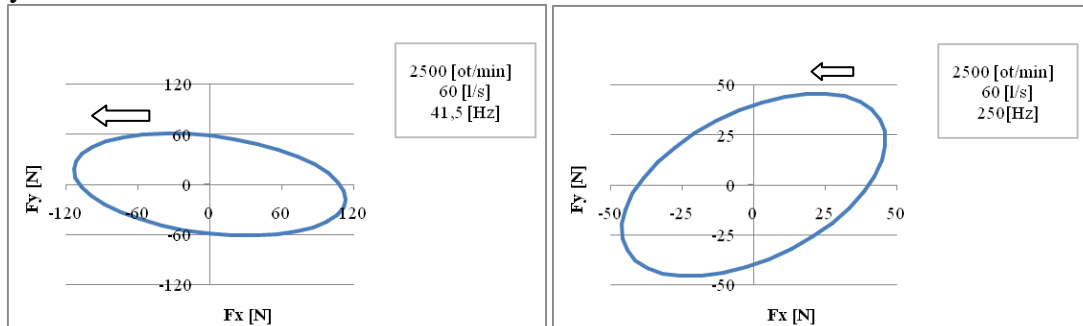
Graf. 4.48 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 10 l/s.

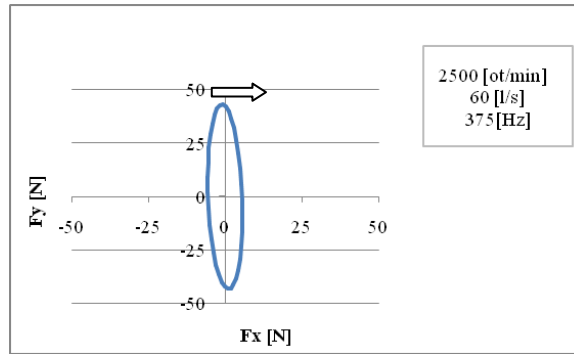
Průtok 60 l/s



Graf. 4.49 Působení sil Fx a Fy v závislosti na frekvenci

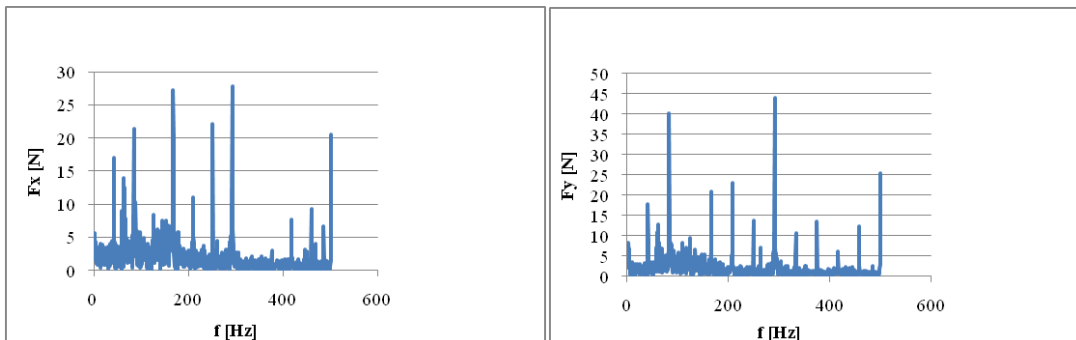
Orbity





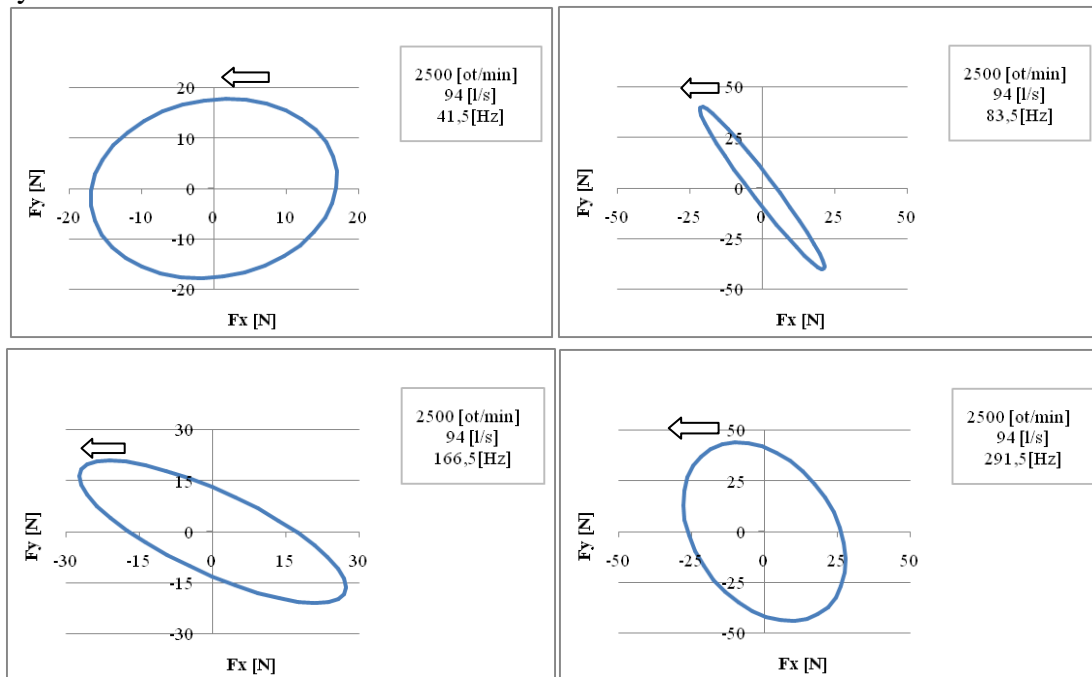
Graf. 4.50 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 60 l/s.

Průtok 94 l/s



Graf. 4.51 Působení sil F_x a F_y v závislosti na frekvenci

Orbity



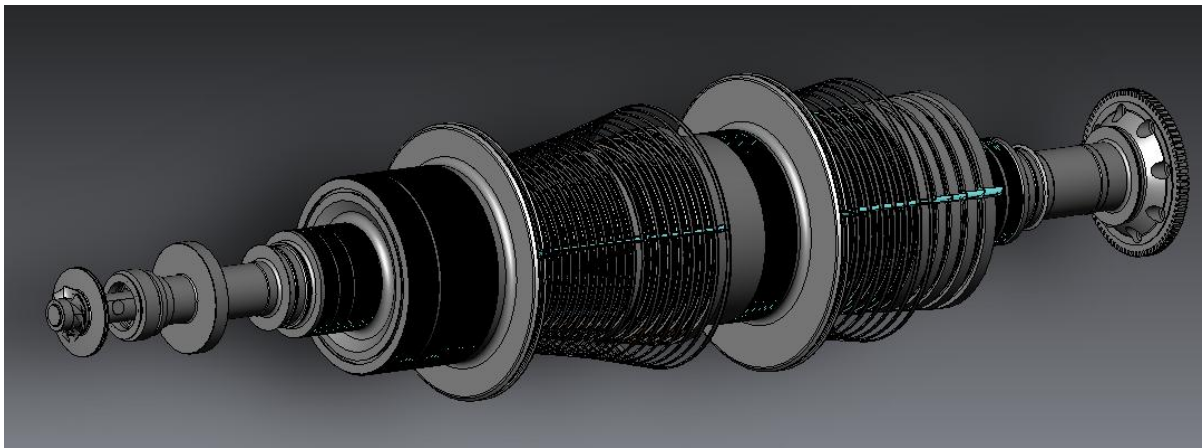
Graf. 4.52 Vykreslené orbity pro různé frekvence při průtoku 94 l/s.

5. VYUŽITÍ DYNAMIKY ČERPADLA V PRAXI

Poznatky získané při experimentálním ověřování ať už silových nebo dynamických účinků rotujících hřídelů, v našem případě odstředivého čerpadla, lze využít při navrhování a vyvažování odstředivých čerpadel parních turbín. V kapitole 5 je provedena praktická ukázka dynamického vyvážení dvoutlakového odstředivého čerpadla protitlakové parní turbíny řádově o výkonu 25MW.

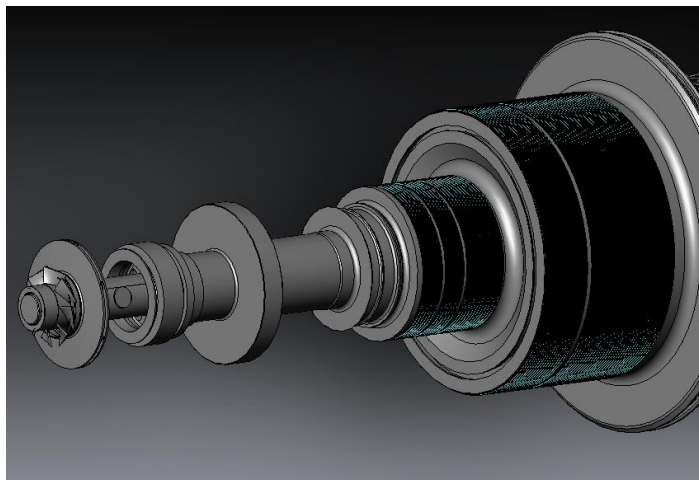
Provozní otáčky turbosoustrojí jsou 3000 ot/min. Čerpadlové kolo je upevněno na letmo vyloženém konci rotoru před prvním radiálním ložiskem viz. obr.5.1. I přes to, že rotor turbíny má velkou hmotnost (8 tun), je vyložený konec rotoru s čerpadlovým kolem poměrně štíhlý. Z tohoto důvodu by mohlo docházet k rozkmitávání tohoto konce, a proto je nutné provést dynamické vyvážení čerpadlového kola.

Jak již bylo uvedeno, čerpadlové kolo je konstruováno jako dvoutlakové. První stupeň čerpadla slouží ke kompletnímu mazání celé soustavy všech ložisek. Druhý stupeň čerpadla dodává olej pro ovládání a regulaci servopohonu regulačních ventilů turbíny.



Obr.5.1 Turbosoustrojí

Čerpadlové kolo je konstruováno jako bronzový odlitek. První a druhý stupeň jsou odlity zvlášť. Po obrobení funkčních ploch se slisují a zapájí stříbrnou pájkou. Po obrobení všech

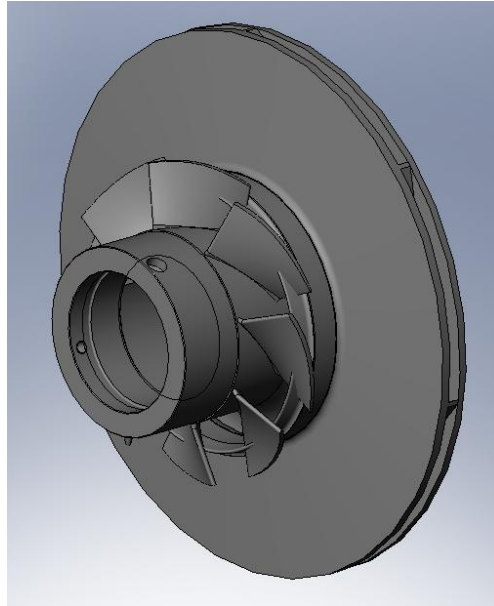


Obr. 5.2 Umístění dvoutlakového čerpadla v turbosoustrojí

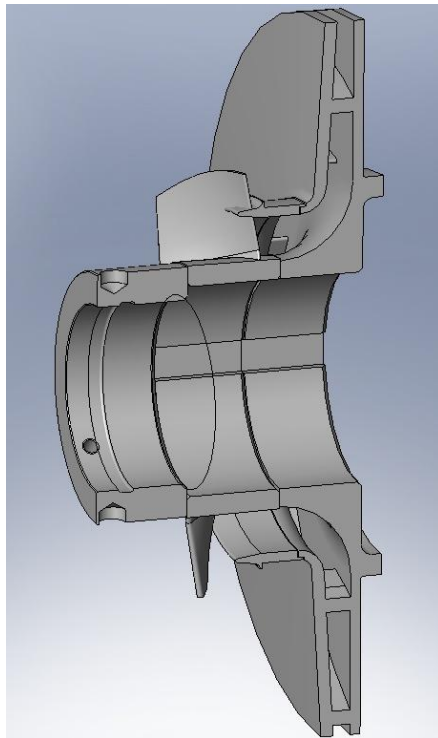
funkčních rozměrů se provede kapilární zkouška a následuje vyvážení. Je možno provést 3 typy vyvážení.

- Statické za rotace
- Dynamické při snížených otáčkách
- Dynamické při provozních otáčkách

Vzhledem k faktu, že dvoutlakové čerpadlo viz. obr.5.3 je poměrně velké a má nezanedbatelnou hmotnost, je nutné provést dynamické vyvážení při snížených otáčkách. Po tomto vyvážení je čerpadlo namontováno na rotor a celá soustava je pak vyvážena v aerodynamickém tunelu ve vakuu při provozních otáčkách stroje.



Obr.5.3 Dvoutlakové čerpadlo



Obr. 5.4 Řez dvoutlakovým čerpadlem

V následující kapitole se budeme zabývat dynamickým vyvážením oběžného kola čerpadla při snížených otáčkách. Vzhledem ke konstrukci kola je nutno pro vyvážení použít tzv. vyvažovacího trnu.

5.1. DYNAMICKÉ VYVÁŽENÍ OBĚŽNÉHO KOLA DVOU TLAKOVÉHO ČERPADLA

Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, pro vyvážení oběžného kola čerpadla viz. obr.5.3 je nutné použít tzv. vyvažovacího trnu. Vyvažovací trn, viz. obr. 5.5 (vyznačen čárkovanou čarou), je vyroben tak, aby jeho hmotnost byla co nejnižší vzhledem k hmotnosti vyvažovaného kola. V našem konkrétním případě je vyvažovací trn konstruován s jedním osazením, vnitřním odvrtním a je vyroben z duralu.

Oběžné kolo čerpadla je navlečeno na trn a proti otočení je zajištěno středícím kolkem. Celá soustava (vyvažované kolo a trn) je vložena na kladky vyvažovacího stroje. Přenos kroutícího momentu soustavy je zajištěn u velkých součástí kardanem a u menších součástí (naš případ) pomocí hnacího řemene.

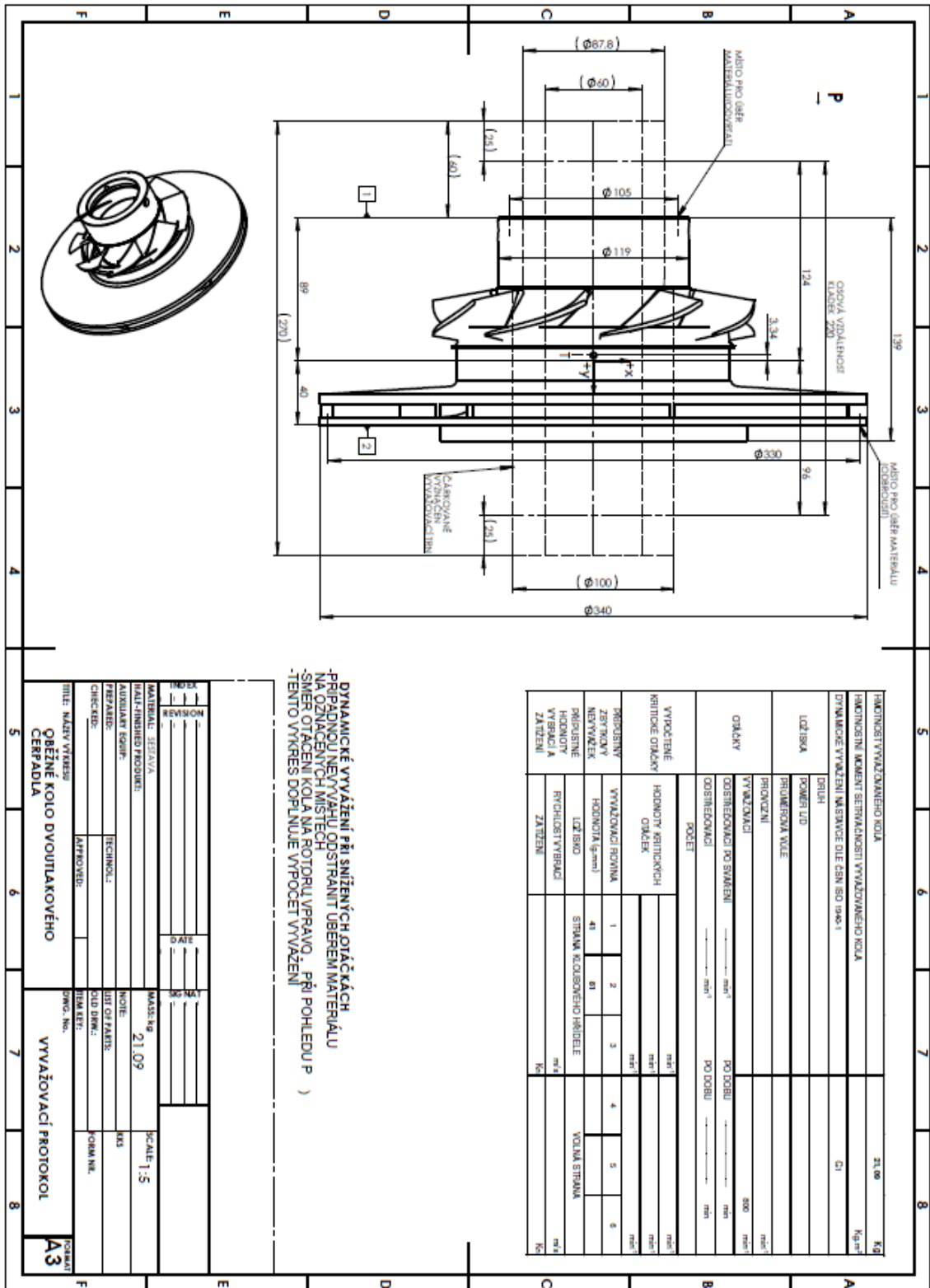
Pro zvolený typ vyvážení je nutno vyhotovit vyvažovací protokol obr. 5.5., na kterém je naznačen řez vyvažovanou soustavou se základními geometrickými parametry. Součástí vyvažovacího protokolu je tabulka, ve které jsou uvedeny požadavky kladené na vyvažovanou soustavu.

Geometrické parametry (charakteristické rozměry) a fyzikální vlastnosti (hmotnost, objemová hustota, poloha těžiště) vyvažované soustavy vychází z 3D modelu vyhotoveném v 3D konstrukčním programu. Vzhledem ke zvolenému typu vyvážení jsou voleny 2 vyvažovací roviny vyznačené v obr. 5.5.

Pro zvolený typ vyvážení soustavy je nutno určit dovolené zbytkové nevyváhy v obou vyvažovacích rovinách. Tyto zbytkové nevyváhy lze určit výpočtem vycházejícího z přesnosti kladené na vyvažovanou soustavu. Praktický příklad výpočtu viz tab. 5.1.

Případné zbytkové nevyváhy se odstraňují úběrem materiálu ve zvolených vyvažovacích rovinách. Vyvažování se provádí tak dlouho, dokud vyvažovací stroj nevykáže zbytkovou nevyváhu menší než je povolená minimální hodnota určená výpočtem.

Takto vyvážené oběžné kolo se sejme z vyvažovacího trnu, namontuje na rotor a následuje dynamické vyvážení při provozních otáčkách.



Obr. 5.5 Ukázka vyvažovacího protokolu

Výpočet vyvážení oběžného kola			
1) Geometrické charakteristiky čerpadla			
typ čerpadla			dvoutlakové odstředivé
stupeň jakosti vyvážení			G 1
celková hmotnost kola		M_{celk} (kg)	21
ložisková vzdálenost		$L_{\text{lož}}$ (mm)	220
celková délka sestavy kola		L_{celk} (mm)	139
největší průměr		D_{max} (mm)	340
průměr lož. čepů (přední/zadní)		d _{lp} /d _{lz} (mm)	87,8/90
Osové souřadnice			
osa předního ložiska		$z_{I,1}$ (mm)	-124
osa zadního ložiska		$z_{I,2}$ (mm)	96
těžiště		z_T (mm)	-3,3
I. vyvažovací rovina		z_I (mm)	-89
II. vyvažovací rovina		z_{II} (mm)	40
Poloměry vyvažovacích drážek			
I. vyvažovací rovina		r_I (mm)	165
II. vyvažovací rovina		r_{II} (mm)	52,5
2) Výpočet celkového přípustného zbytkového nevyvážku			
vstupní hodnoty			
součin $e_p \cdot w$		(mm·s ⁻¹)	1
provozní otáčky		n (min ⁻¹)	800
		w (s ⁻¹)	83,8
vypočítané hodnoty			
přípustný měrný nevyvážek		e_p (mm)	11,94
přípustný celkový nevyvážek		U_p (g·mm) (= $e_p \cdot M_{\text{celk}}$)	252
3) Výpočet jednotlivých přípustných zbytkových nevyvážků obecnou metodou			
vstupní hodnoty			
vzdálenost I. vyvažovací roviny od určujícího ložiska		a (mm) (= $z_T - z_{I,1}$)	-89
vzdálenost mezi ložisky		$L_{\text{lož}}$ (mm) (= $z_{I,2} - z_{I,1}$)	96
vzdálenost mezi vyvažovacími rovinami		b (mm) (= $z_{II} - z_I$)	129
volba podílu přípustného zbytkového nevyvážku v rovině určujícího ložiska na celkovém přípustném zbytkovém nevyvážku (např. podle nosnosti a tuhosti ložisek)		k (-)	0,5
volba poměru přípustného zbytkového nevyvážku ve II. vyvažovací rovině a I. vyvažovací rovině		R (-) (= $(z_T - z_I) / (z_{II} - z_I)$)	1,976
vypočítané hodnoty			
výpočtové přípustné zbytkové nevyvážky		U_{pl}^A (g·mm) (= $ABS(U_p \cdot k \cdot L_{\text{lož}} / ((L_{\text{lož}} - a) + R \cdot (L_{\text{lož}} - a - b)))$)	40,9
		U_{pl}^B (g·mm) (= $ABS(U_p \cdot k \cdot L_{\text{lož}} / ((L_{\text{lož}} - a) - R \cdot (L_{\text{lož}} - a - b)))$)	162,6
		U_{pl}^C (g·mm) (= $ABS(U_p \cdot (1 - k) \cdot L_{\text{lož}} / (a + R \cdot (a + b)))$)	1215,5
		U_{pl}^D (g·mm) (= $ABS(U_p \cdot (1 - k) \cdot L_{\text{lož}} / (a - R \cdot (a + b)))$)	71,9
přípustný zbytkový nevyvážek		U_{pl} (g·mm) (= $\text{MIN}(U_{pl}^A, U_{pl}^B, U_{pl}^C, U_{pl}^D)$)	41
v I. vyvažovací rovině		U_{pII} (g·mm) $U_{pII} = R \cdot U_{pl}$	81
přípustný zbytkový nevyvážek ve II. vyvažovací rovině			
přípustné hmotnosti nevyvážků		m_I (g)	0,25
		m_{II} (g)	1,54
snížení hodnot pro výrobce (eliminace chyb měření)		(%)	10
Upravené přípustné zbytkové nevyvážky		U_{pl}^{red} (10 ³ ·g·mm)	0
		U_{pII}^{red} (10 ³ ·g·mm)	0

Tab. 5.1 Ukázka tabulky pro výpočet zbytkové nevyváhy

6. ZÁVĚR

V předložené diplomové práci byla řešena problematika dynamických radiálních sil působících na oběžné kolo odstředivého čerpadla.

Jedním z úkolů bylo udělat rešerši na danou problematiku. Jsou zmíněny dva články, které řeší podobný problém jako v této práci pomocí softwaru Ansys Fluent. Dále byla provedena rešerše týkající se dynamiky rotorů. Dynamika rotorů je řešena na zjednodušeném modelu Lavalova rotoru. Jsou zde odvozeny a popsány pohybové rovnice pro nejrůznější možnosti uložení rotoru, uvažování gyroskopických účinků apod.

Hlavním úkolem diplomové práce bylo ale stanovení dynamických radiálních sil z experimentálního měření. Experimentální měření probíhalo v laboratořích odboru Fluidního inženýrství. Bylo použito čerpadlo BETA 26. Pro naměření dat byly použity tenzometrické snímače od společnosti HBM, které byly připevněny na kozlíku. Měření se provádělo pro otáčky 1500, 2000, 2500 ot/min a pro různé průtoky.

Z naměřených dat byla vyhodnocena charakteristika čerpadla. Hodnoty měrné energie a příkonu dopadly dle očekávání, ale účinnost se zvyšujícími se otáčkami se zmenšovala. Toto bylo nejspíše způsobeno chybou při měření.

Získaná data z tenzometrických snímačů byla převedena pomocí diskrétní Fourierovy transformace a dále zpracována v programu MS Excel. Časový krok byl 2 s a krok na frekvenci byl tedy 0,5 Hz.

V první části byly vykresleny orbity působících sil pro ložiska A a B. Pro vybrané otáčky a průtoky byly vykresleny grafy sil, které zde působí. Z grafů se vyhodnocovala dynamická odezva v ložiskách čerpadla, tedy zda se jedná o souběžnou precesi nebo protiběžnou precesi a jaký tvar a velikost mají síly působící v ložiskách.

V druhé části byly řešeny dynamické síly působící na oběžné kolo. Měly být sečteny síly působící v ložiskách a setrvačné síly. Bohužel z modální analýzy se nedaly odečíst hodnoty potřebné k výpočtu těchto setrvačných sil, a proto nejsou tyto síly dále zahrnuty do výpočtu. Modální analýza nevyšla pravděpodobně z důsledku přílišného útlumu tenzometrických snímačů. Z toho tedy vyplývá, že dynamika radiálních sil jako taková řešena nebyla. Získané výsledky platí zhruba do 70% pod první vlastní frekvence, dále už není možné je brát za pravdivé.

Celkově byly potvrzeny domněnky o chování čerpadla v určitých frekvencích. Tyto výsledky je možné využít například při vyvažování rotorů.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] JANALÍK, Jaroslav. *Hydrodynamika a hydrodynamické stroje* [online]. Ostrava, 2008 [cit. 2012-05-22]. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Janalik-HYDRODYNAMIKA%20AHYDRODYNAMICKESTROJE.pdf>
- [2] ISH & MSA ČERPADLA. [online]. 2005 [cit. 2012-05-23]. Dostupné z: <http://www.cerpadla.cz/produkty.php?idp=2&title=BETA>
- [3] *Diskrétní a rychlá Fourierova transformace*. [online]. 13.11.2007. 2007 [cit. 2012-05-23]. Dostupné z: www.comtel.cz/files/download.php?id=3362
- [4] BLANCO, E., R. BARRIO a J. PARRONDO. Fluid-Dynamic Pulsations and Radial Forces in a Centrifugal Pump With Different Impeller Diameters. *Proceedings of the ASME FEDSM'05 2005 ASME Fluids Engineering Conference*. [online]. 2005 [cit. 2012-05-22]. ISSN 0-7918-4198-7. Dostupné z: <http://asmedl.org/getabs/servlet/GetabsServlet?prog=normal&id=ASMECP002005041987001461000001&idtype=cvips&gifs=yes&ref=no>
- [5] BARRIO, R., J. FERNANDÉZ, E. BLANCO a J. PARRONDO. Estimation of radial load in centrifugal pumps using computational fluid dynamics. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* [online]. 2011, roč. 30, č. 3 [cit. 2012-05-22]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997754611000033>
- [6] NOVÁKOVÁ, N. *Dynamické vlastnosti Lavalova rotoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 36 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.
- [7] VLK, Miloš, et al. *Experimentální mechanika* [online]. Brno : VUT (Fakulta strojního inženýrství), 2003 [cit. 2012-05-22]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>

SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN

Veličina	Symbol	Jednotka
Účinnost	η	%
Úhlová rychlost	ω	rad.s ⁻¹
Excentricita	ε	m
Vlastní frekvence	Ω	rad.s ⁻¹
Úhel polohy	φ	rad
Hustota	ρ	kg.m ⁻³
Absolutní složka rychlosti	c	m.s ⁻¹
Průměr	d	m
Frekvence	f	Hz
Síla	F	N
Gravitační zrychlení	g	m.s ⁻²
Dopravní výška	h	m
Moment setrvačnosti	J	kg.m ²
Tuhost	k	N.m ⁻¹
Délka	l	m
Hmotnost	m	kg
Moment	M	N.m
Krouticí moment	M_k	N.m
Otáčky	n	min ⁻¹
Tlak	p	Pa
Příkon	P	W
Průtok	Q	m ³ .s ⁻¹
Plocha	S	m ²
Čas	t	s
Měrná energie čerpadla	Y	J.kg ⁻¹
Souřadnice kartézské	x, y, z	m, m, m