



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

## POROVNÁNÍ METOD VÝPOČTU PŘÍDAVNÝCH ZTRÁT VE VÍCEVRSTVÉM VINUTÍ TRANSFORMÁTORU

COMPARISON OF ADDITIONAL LOSSES CALCULATION METHODS IN TRANSFORMER MULTILAYER WINDING

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Stanislav Dohnal

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Miroslav Mrajca

BRNO 2024

# Bakalářská práce

bakalářský studijní program **Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

**Student:** Stanislav Dohnal

**ID:** 240727

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2023/24

**NÁZEV TÉMATU:**

## **Porovnání metod výpočtu přídavných ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátoru**

**POKyny PRO VYPRACOVÁNÍ:**

1. Proveďte literární rešerši rozptylového pole a metod pro výpočet vířivých ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátoru.
2. Vypočtete ztráty ve vícevrstevném vinutí podle analytický metody pro zadané parametry transformátorů.
3. Vytvořte 2D model(y) vícevrstevného vinutí a vypočtete v něm ztráty metodou konečných prvků ve vhodném softwaru.
4. Využijte 3D model pro výpočet rozptylového pole pomocí metody konečných prvků a semi-analytickou metodou dopočtete předpokládané ztráty ve vinutí.
5. Porovnejte výsledky ztrát podle zmíněných metod a navrhnete úpravu 2D modelu, aby se výsledky blížily modelu ve 3D.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

- [1] KULKARNI, S.V. a KHAPARDE, S.A. Transformer Engineering: Design, Technology, and Diagnostics. 2nd Edition. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press, 2013. ISBN 978-1-4398-5418-1.
- [2] JEZIEFSKI, Eugenius. Transformátory: teoretické základy. Praha: Academia, 1973.
- [3] KARSAI, Károly; KERÉNYI, Dénes a KISS, László. Large Power Transformers. Rev. engl. version. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1987. ISBN 9630541122.

**Termín zadání:** 5.2.2024

**Termín odevzdání:** 29.5.2024

**Vedoucí práce:** Ing. Miroslav Mrajca

**prof. Ing. Petr Toman, Ph.D.**  
předseda rady studijního programu

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou rozptylového magnetického pole a vícevrstvého vinutí v distribučních transformátorech. Práce se dále zaměřuje na analýzu přídatných ztrát, pro kterou je nezbytné matematicky popsat vztah mezi rozptylovým magnetickým polem a indukovanými vířivými proudy. Výstupem práce je porovnání metod výpočtu přídatných ztrát ve vícevrstvě vinutí transformátoru o různých jmenovitých výkonech, což je provedeno pomocí metody konečných prvků ve 2D, semi-analytické ve 2D i 3D a metody analytické.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Ztráty transformátoru, přídatné ztráty, vícevrstvé vinutí, vířivé proudy, metoda konečných prvků.

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deals with the problem of magnetic field dissipation and multilayer windings in distribution transformers. The thesis also focuses on the analysis of additional losses, for which it is necessary to mathematically describe the relationship between the dissipative magnetic field and the induced eddy currents. The output of the work is a comparison of methods for calculating additional losses in multilayer windings of transformers with different rated powers, which is done using the finite element method in 2D, the semi-analytical method in 2D and 3D and the analytical method.

## **KEYWORDS**

Transformer losses, additional losses, multilayer windings, eddy currents, finite element method.

DOHNAL, Stanislav. *Porovnání metod výpočtu přídavných ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátoru*. Brno, 2024. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/160627>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky. Vedoucí práce Miroslav Mrajca.

# Prohlášení autora o původnosti díla

**Jméno a příjmení autora:** Stanislav Dohnal  
**VUT ID autora:** 240727  
**Typ práce:** Bakalářská práce  
**Akademický rok:** 2023/24  
**Téma závěrečné práce:** Porovnání metod výpočtu přídavných ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátoru

Prohlašuji, že svou závěrečnou práci jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucí/ho závěrečné práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

podpis autora\*

---

\*Autor podepisuje pouze v tištěné verzi.

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Miroslavu Mrajcovi, za cenné rady, trpělivost, konzultace a podnětné návrhy k práci.

# Obsah

Úvod	11
<b>1 Ztráty a účinnost transformátoru</b>	<b>12</b>
1.1 Nařízení Evropské komise	12
1.2 Ztráty v transformátoru	12
1.3 Ztráty naprázdno	13
1.4 Ztráty nakrátko	14
<b>2 Ztráty vířivými proudy vyvolané rozptylovým magnetickým polem</b>	<b>15</b>
2.1 Přídavné ztráty ve vinutí obecně	15
2.2 Přídavné ztráty ve vinutí VN	17
<b>3 Rozptylové magnetické pole transformátoru</b>	<b>20</b>
3.1 Magnetický tok	20
3.1.1 Hlavní magnetický tok	21
3.1.2 Rozptylový magnetický tok	21
3.2 Rozptylové ztráty ve výkonových transformátorech	22
3.3 Rozptylové ztráty v měděných částech	23
3.4 Rozptylové ztráty v oceli	23
3.5 Způsoby, jak snížit rozptylové ztráty	24
3.5.1 Zvýšení magnetického odporu	24
3.5.2 Aktivní magnetické štíty	24
3.5.3 Pasivní magnetické štíty	25
3.5.4 Třífázové bočníky	26
3.6 Metoda konečných prvků (MKP)	26
<b>4 Analytický výpočet přídavných ztrát vinutí VN transformátoru v axiálním směru</b>	<b>27</b>
4.1 Výpočet ohmických ztrát ve VN vinutí	29
<b>5 Výpočet přídavných ztrát pomocí metody konečných prvků (MKP)</b>	<b>32</b>
5.1 Návrh modelů pro simulaci	32
5.1.1 Tvorba geometrie 2D modelu	35
5.1.2 Okrajové podmínky simulací	36
5.1.3 Nastavení materiálů a sítě modelu	37
5.1.4 Semi-analytická metoda výpočtu přídavných ztrát	39
5.2 Výsledky a porovnání simulací	40

5.2.1	Porovnání výsledků přídavných ztrát z jednotlivých metod vý- počtu . . . . .	42
<b>Závěr</b>		<b>48</b>
<b>Literatura</b>		<b>49</b>
<b>Seznam symbolů a zkratk</b>		<b>51</b>



# Seznam obrázků

2.1	Odhad ztrát vířivými proudy ve vinutí z [1]. . . . .	17
3.1	Průběh magnetické indukce v A) axiálním B) radiálním směru. [2]. . .	21
3.2	Rozložení magnetického toku jádrového transformátoru, kde VN vinutí je (1) a NN vinutí (2) z [3]. . . . .	22
3.3	Vysvětlení výskytu vířivých ztrát ve vodiči jako je uvedeno v [4]. . . .	23
3.4	Pasivní magnetické stínění z [4]. . . . .	25
3.5	Třífázové bočníky z [4]. . . . .	26
5.1	Rozdělení oválného vinutí na krajním sloupku jádra do dvou modelů z [5]. . . . .	33
5.2	2D modely vytvořené v Maxwell 2D. . . . .	34
5.3	3D model vytvořený v Maxwell 3D. . . . .	35
5.4	Závity VN vinutí u transformátoru 1000 kVA. . . . .	37
5.5	Adaptivní síť z 2D modelu. . . . .	39
5.6	Průběh magnetické indukce a rozložení ohmických ztrát ve VN vinutí. . . . .	41
5.7	Průběh magnetické indukce u 3D modelu. . . . .	42

# Seznam tabulek

4.1	Výsledky analytické metody . . . . .	30
4.2	Parametry zadaných distribučních olejových (trojfázových) transformátorů . . . . .	31
5.1	Výsledky střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce pro obě teploty 20 °C a 75 °C . . . . .	45
5.2	Výsledky mezivýpočtů přídatných ztrát v axiálním a radiálním směru pro teplotu 20 °C . . . . .	45
5.3	Výsledky mezivýpočtů přídatných ztrát v axiálním a radiálním směru pro teplotu 75 °C . . . . .	46
5.4	Výsledky $P_{DC}$ a $P_{AC}$ ztrát . . . . .	46
5.5	Výsledky přídatných ztrát . . . . .	47
5.6	Výsledky přídatných procentuálních ztrát . . . . .	47

# Úvod

Tato bakalářská práce pojednává o přídavných ztrátách ve vícevrstevném vinutí výkonových transformátorů a porovnávání metod výpočtu k nim určeným. Tuto problematiku je potřeba řešit z důvodu zpřísnování evropských norem, které předepisují pro výkonové transformátory velmi přísné limity ztrát. Jelikož jsou distribuční transformátory nejrozšířenějšími elektrickými netočivými stroji, je tlak ztráty co nejvíce zredukovat. I přes vysokou účinnost, kvůli instalovanému množství jsou celkové vzniklé ztráty větší než u jiných skupin elektrických zařízení.

Jeden z hlavních problémů při konstrukci transformátorů jsou již zmíněné ztráty, které snižují účinnost transformátorů. Tato bakalářská práce se zabývá zkoumáním přídavných ztrát způsobených vířivými proudy, ale také ztrát ohmických, které vznikají v důsledku odporu vodičů použitých ve vinutí a jsou největší složkou ztrát v transformátoru. Ztráty v transformátorech lze obecně klasifikovat na ztráty v jádře, ztráty ve vinutí, ztráty v konstrukčních částech transformátoru a ztráty v nádobě, všechny tyto ztráty práce podrobněji rozebírá.

Práce je členěna do pěti kapitol. Kapitola 1 obecně pojednává o ztrátách naprázdno, nakrátko a čím jsou tyto ztráty tvořeny. V neposlední řadě také podrobněji rozebírá požadavky Evropské unie na ztrátovost výkonových transformátorů. Kapitola 2 se zabývá ztrátami vyvolanými vířivými proudy působícími v magnetickém rozptylovém poli. Nejprve se tato problematika rozebírá obecně, poté jsou zde zmíněny důležité analytické vzorce pro výpočty přídavných ztrát ve vinutích, které jsou využity v kapitolách 4 a 5. Nejrozsáhlejší kapitola 3 se zabývá rozptylovým magnetickým polem a ztrátami způsobenými tímto polem ve vinutí a způsobem, jak snížit tyto ztráty. Ve čtvrté kapitole 4 je rozebrán postup pro analytický výpočet přídavných ztrát axiální (dominantní) složkou rozptylového pole VN vinutí a porovnání se ztrátami ohmickými. Tento postup výpočtu je uplatněn pro tři zadané výkonové transformátory o různých výkonech. Poslední kapitola 5 se zaměřuje na výpočet a porovnání výsledků přídavných ztrát pomocí metody konečných prvků v softvéru Ansys. V první fázi je vytvořen 2D model vícevrstevného vinutí, kde jsou vypočítány ztráty metodou konečných prvků. V druhé fázi se zkoumá model 2D ovšem metodou semi-analytickou. Jako poslední je vytvořen 3D model pro výpočet rozptylového pole pomocí metody konečných prvků. Výsledky z 3D modelu jsou použity k analytickému dopočítání předpokládaných ztrát ve vinutí.

Tato práce si klade za cíl poskytnout nejen detailní analýzu ztrát ve VN vinutí transformátoru, ale také navrhnout efektivní metodiku výpočtu ztrát, která je zapotřebí pro optimalizaci transformátorů.

# 1 Ztráty a účinnost transformátoru

## 1.1 Nařízení Evropské komise

Druhý stupeň požadavků na ekodesign výkonových transformátorů vstoupil v platnost 1. července 2021 v souladu s nařízením Evropské unie. Toto nařízení stanovuje maximální dovolené ztráty nakrátko i naprázdno pro všechny výkonové transformátory, včetně olejových a suchých, nainstalovaných v zemích EU s výkonem do 3150 kVA a to bez jakékoliv tolerance. Pro výkony nad 3150 kVA už nejsou přímo stanoveny povolené ztráty nakrátko a naprázdno, pouze je určen tzv. index špičkové účinnosti, který se vypočítá na základě těchto ztrát. To umožňuje větší flexibilitu při návrhu těchto transformátorů. Například u transformátoru ponořeného do kapaliny o jmenovitém výkonu 5000 kVA hovoříme o maximální špičkové účinnosti 99,548%. Pro výpočet indexu špičkové účinnosti ( $PEI$ ) se použije vzorec:

$$PEI = 1 - \frac{2(P_0 + P_{c0})}{S_r \sqrt{\frac{P_0 + P_{c0}}{P_k}}}, \quad (1.1)$$

kde  $P_0$  je míra ztrát při chodu naprázdno při jmenovitém napětí a jmenovitém kmitočtu na jmenovité odbočce,  $P_{c0}$  vyjadřuje elektrický výkon vyžadovaný chladicím systémem pro provoz při chodu naprázdno,  $P_k$  je naměřená ztráta pod zatížením při jmenovitém proudu a jmenovitém kmitočtu na jmenovité odbočce upravená s ohledem na referenční teplotu a  $S_r$  je jmenovitý výkon transformátoru nebo autotransformátoru, na němž je  $P_k$  založen. Více lze dohledat v [6].

## 1.2 Ztráty v transformátoru

Jsou dvě základní složky ztrát v transformátoru:

$\Delta P_0$  - ztráty naprázdno jsou nezávislé na zatížení,  $\Delta P_k$  - ztráty nakrátko jsou závislé na zatěžovacím proudu. Celkovou účinnost určíme jako poměr výstupního výkonu  $P_2$  a vstupního výkonu (příkonu)  $P_1$ .

Účinnost se vyjádří tímto vztahem:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P}{P_2 + \Delta P}, \quad (1.2)$$

kde  $\Delta P$  se rovná součtu ztrát naprázdno a ztrát nakrátko:

$$\Delta P = \Delta P_0 + \Delta P_k = \Delta P_{Fe0} + \Delta P_{j1} + \Delta P_{j2}, \quad (1.3)$$

kde  $\Delta P_{Fe0}$  jsou ztráty v železe při chodu naprázdno a  $\Delta P_{j1}$  a  $\Delta P_{j2}$  popisují rovnice (1.10) a (1.11) v kapitole 1.4.

### 1.3 Ztráty naprázdno

Ztráty naprázdno se měří při chodu transformátoru naprázdno (transformátor není na výstupu zatížen), proud na výstupu  $I_2$  je nulový a vstupní proud  $I_{10}$  je přibližně roven proudu magnetizačnímu  $I_\mu$ . V těchto ztrátách jsou započteny Jouleovy ztráty, které způsobil proud naprázdno ve vstupním vinutí a ztráty v železe. Jouleovy ztráty naprázdno  $\Delta P_{j10}$  jsou zanedbatelné, jelikož magnetizační proud a odpor primárního vinutí  $R_1$  dosahují velmi malých hodnot. Z toho plyne, že ztráty naprázdno  $\Delta P_{10}$  mají přibližnou velikost jako ztráty v železe  $\Delta P_{Fe0}$ .

Toto tvrzení lze zapsat vztahem:

$$\Delta P_{10} = \Delta P_{j10} + \Delta P_{Fe0} \cong \Delta P_{Fe0} \quad (1.4)$$

Ztráty v železe můžeme rozdělit na ztráty hysterezní, ztráty vířivými proudy a dodatečné ztráty. Velikost hysterezních ztrát je úměrná velikosti plochy hysterezní smyčky, čím menší plocha smyčky je, tím budou menší hysterezní ztráty. Na velikost hysterezní smyčky hraje velkou roli chemické složení, tepelné zpracování plechů (žíhání) a mechanické zpracování (způsob a směr válcování). Setkáváme se také se znečištěním v materiálu plechu. A to například uhlíkem, sírou, kyslíkem nebo dusíkem. Tyto nežádoucí příměsi zvětšují hysterezní ztráty. Dobré je však zvýšit příměs křemíku a to z důvodu zvýšení vlastního elektrického odporu plechu, křemík také zamezuje rozpouštění většího obsahu uhlíku a to vše pro snížení ztrát vířivými proudy. Hysterezní ztráty jsou přímo úměrné kmitočtu přemagnetizování železa. Pro výpočet ztrát v magnetických obvodech elektrických strojů se obecně pro měkké feromagnetické materiály nejčastěji užívá zjednodušený Steinmetzův vztah, který dostaneme součtem rovnic (1.6), (1.7) a (1.8):

$$\Delta P_0 = \Delta P_h + \Delta P_e + \Delta P_a. \quad (1.5)$$

Jednotlivé ztráty Steinmetzova vztahu jdou zapsat následujícím způsobem:

$$\Delta P_h = k_h \cdot f \cdot B^{\frac{1.6}{2.2}}, \quad (1.6)$$

$$\Delta P_e = k_e \cdot f^2 \cdot B^2, \quad (1.7)$$

$$\Delta P_a = k_a \cdot (f \cdot B)^2, \quad (1.8)$$

kde  $\Delta P_h$  jsou ztráty hysterezní,  $\Delta P_e$  jsou ztráty způsobené vířivými proudy,  $\Delta P_a$  jsou ztráty dodatečné,  $k_h$ ,  $k_e$  a  $k_a$  jsou konstanty proporcionality, které závisí na objemu a kvalitě materiálu jádra použitého v transformátoru,  $f$  je napájecí frekvence a  $B$  vyjadřuje magnetickou indukci.

Nejdůležitější vlastností magnetických materiálů je výše ztrát při střídavé magnetizaci. U nízkých kmitočtů ve vinutí transformátoru převládají ztráty ohmické a v jádře ztráty hysterezní. U vyšších kmitočtů se výrazně projevují ve vinutí ztráty způsobené skin efektem a v magnetickém obvodu ztráty vířivými proudy.

## 1.4 Ztráty nakrátko

Ztráty nakrátko jsou ztráty v transformátoru, které vznikají vlivem průchodu elektrického proudu vinutím. V menších a středních transformátorech jsou téměř všechny ztráty způsobeny vinutím, zatímco u velkých transformátorů hrají významnou roli také ztráty v konstrukčních částech z kovu podle [7].

Tyto ztráty se měří při chodu transformátoru nakrátko, tzn. při stavu, kdy při napájení vstupním vinutím je výstupní vinutí spojeno nakrátko a proudy  $I_{1k}$  a  $I_{2k}$  jsou ustáleny. Během tohoto provozu je výstupní napětí nulové ( $U_2=0$ ). Při provozu nakrátko se výrazně zvýší rozptylové magnetické toky v pomocné železné konstrukci a olejové nádobě, což vede k dodatečným vířivým ztrátám  $\Delta P_d$ . Zahrneme-li do těchto ztrát i ztráty způsobené ve vodičích vířivými proudy a jevem blízkosti, jsou celkové ztráty nakrátko při jmenovitém proudu:

$$\Delta P_k = \Delta P_\Omega + \Delta P_d = \Delta P_{j1} + \Delta P_{j2} + \Delta P_d, \quad (1.9)$$

kde:

$$\Delta P_{j1} = R_1 \cdot I_{1k}^2, \quad (1.10)$$

$$\Delta P_{j2} = R_2 \cdot I_{2k}^2. \quad (1.11)$$

Kde  $\Delta P_{j1}$ ,  $\Delta P_{j2}$  jsou Jouleovy ztráty ve vstupním a výstupním vinutí při jmenovitém proudu.  $R_1$ ,  $R_2$  jsou činné odpory vstupního a výstupního vinutí.

Měření prováděné nakrátko umožňuje získat důležité informace o transformátoru, jako je jeho napětí nakrátko a ztráty nakrátko. Na ztráty a účinnost transformátoru odkazuje [7].

## 2 Ztráty vířivými proudy vyvolané rozptylovým magnetickým polem

### 2.1 Přídavné ztráty ve vinutí obecně

Ztráty v distribučních transformátorech, které vznikají ve vinutí jsou mnohem větší než pouze ztráty ohmické způsobené průchodem stejnosměrného proudu, neboli ekvivalentní efektivní hodnotě střídavého proudu. Vyšší ztráty jsou způsobené nerovnoměrným rozložením proudové hustoty v průřezu vodiče, což lze rozdělit na dvě složky. První složkou jsou ohmické ztráty, které způsobuje stejnosměrný proud. Druhou složkou jsou ztráty přídavné, které vznikají v důsledku vířivých proudů.

Pro analýzu těchto ztrát je nezbytné matematicky popsat vztah mezi rozptylovým polem a indukovanými vířivými proudy. Nejprve uvažujeme, že vodič vinutí je vystaven magnetickému poli ve směru osy  $y$  s maximální amplitudou magnetické intenzity  $H_0$ . Vodič můžeme považovat za nekonečně dlouhý ve směru osy  $z$ , a jak proudovou hustotu  $J_z$  ve směru osy  $z$ , tak magnetickou intenzitu  $H_y$  ve směru osy  $y$  lze vyjádřit jako funkce proměnné  $x$ . S těmito předpoklady můžeme upravit difúzní rovnici (2.8) odvozenou z Maxwellových rovnic z [5].

Diferenciální formy Maxwellových rovnic, platné pro statická i časově závislá pole a také pro volný prostor i hmotná tělesa, jsou následující:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_1, \quad (2.4)$$

kde  $\mathbf{H}$  je intenzita magnetického pole,  $\mathbf{E}$  je intenzita elektrického pole,  $\mathbf{B}$  je magnetická indukce,  $\mathbf{J}$  je proudová hustota,  $\mathbf{D}$  je elektrická indukce,  $\rho_1$  je hustota náboje. Existují tři podstatné vztahy:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (2.7)$$

kde  $\sigma$  je konduktivita materiálu,  $\mu$  je permeabilita materiálu,  $\epsilon$  je permitivita materiálu.

Úpravou těchto rovnic vznikne difúzní rovnice, kterou lze dále upravit:

$$\nabla \times \mathbf{H}^2 - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0, \quad (2.8)$$

v rovnici, kde  $\mathbf{H}$  je vektor magnetické intenzity a  $\mu$  a  $\sigma$  jsou permeabilita a elektrická vodivost materiálu vodiče, byly provedeny úpravy, které vedly k zjednodušení rovnice na následující tvar:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = j\omega\mu\sigma H_y, \quad (2.9)$$

kde řešením rovnice je:

$$H_y = C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x}, \quad (2.10)$$

kde  $\gamma$  je možné vyjádřit:

$$\gamma = (1 + j)\sqrt{\omega\mu\sigma}. \quad (2.11)$$

Řešení rovnice (2.10) zahrnuje integrační konstanty  $C_1$  a  $C_2$  a úhlovou frekvenci  $\omega$ . Z rovnice (2.10) lze vyčíst, že popisuje dvě vlny, které se šíří v obou směrech,  $+x$  a  $-x$ , to zobrazuje obr. 2.1. Magnetické pole působící podél osy  $x$  má stejnou amplitudu  $H_0$ , ale opačný směr na obou koncích povrchu. To umožňuje zapsat okrajové podmínky následovně:

$$H_y = H_0 \text{ v } x = +\frac{b}{2} \text{ a } H_y = -H_0 \text{ v } x = -\frac{b}{2}, \quad (2.12)$$

kde  $b$  je tloušťka vodiče, s využitím těchto okrajových podmínek lze určit hodnoty integračních konstant a poté dosadit tyto hodnoty do rovnice (2.10). Tím získáme následující výslednou rovnici:

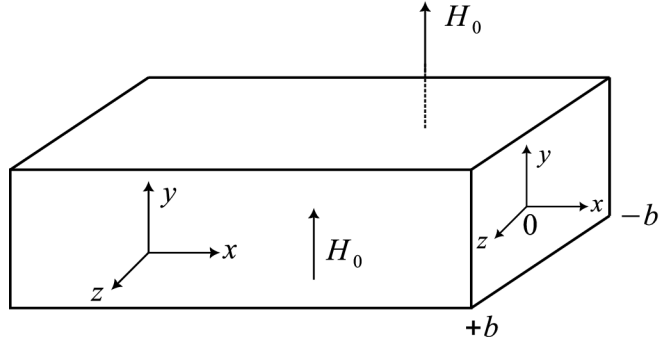
$$H_y = H_0 \frac{\cosh \gamma x}{\cosh \gamma \frac{b}{2}}. \quad (2.13)$$

Dále můžeme vyjádřit průběh proudové hustoty v závislosti na  $x$ , přičemž je patrné, že platí vztah  $H_x = H_z = 0$ . To znamená, že složky magnetické intenzity  $H$  v osách  $x$  a  $z$  jsou nulové a nemají vliv na proud  $z$  [5].

Průběh proudové hustoty vyjádříme jako:

$$J_z = -\frac{\partial H_y}{\partial x} = -\gamma H_0 \frac{\sinh \gamma x}{\cosh \gamma \frac{b}{2}}. \quad (2.14)$$





Obr. 2.1: Odhad ztrát vířivými proudy ve vinutí z [1].

## 2.2 Přídavné ztráty ve vinutí VN

Jelikož vodiče ve VN vinutí distribučních transformátorů jsou rozměrově mnohem menší než je hloubka vniku materiálu vodiče  $\delta$  (přibližně 9,3 mm pro měď a 11,6 mm pro hliník při teplotě 20 °C, při referenční teplotě vinutí 75 °C pak tyto hodnoty klesnou na 8,5 a 10,5 mm), potom je možné vířivé proudy považovat za tzv. rezistivně limitované. To je způsobeno omezením prostoru nebo vysokou rezistivitou. Když tuto úvahu zahrneme do rovnice (2.14), že vířivé proudy indukované rozptylovým polem, které je tvořeno zátěžným proudem, který je také zodpovědný za ohmickou složku ztrát, jsou vůči tomuto proudu fázově posunuté o 90°. To znamená, že celkový proud procházející vodičem  $I_{total}$  musí být vektorovým součtem složek vířivého proudu  $I_{eddy}$  a zátěžného proudu  $I_{load}$  s velikostí modulu z [5]:

$$|I_{total}| = \sqrt{I_{load}^2 + I_{eddy}^2}. \quad (2.15)$$

Po dosazení  $I_{total}$  do vzorce pro výpočet Jouleových ztrát  $P_{AC}$  s odporem vodiče  $R$  je zřejmé, že ohmické ztráty  $RI_{load}^2$  způsobené zátěžným proudem a přídavné ztráty vířivými proudy  $RI_{eddy}^2$  je možné počítat odděleně a sečíst je až poté:

$$P_{AC} = RI_{total}^2 = RI_{load}^2 + RI_{eddy}^2. \quad (2.16)$$

Potom se ztráty vířivými proudy na jednotku plochy  $P_e$  vypočtou následujícím způsobem:

$$P_e = \frac{1}{2\sigma} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} |J_z| dx. \quad (2.17)$$

Jestliže se rovnice (2.14) dosadí do (2.17) a upraví se, pak rovnice bude mít tvar:

$$P_e = \frac{H_0^2}{\sigma\delta} \left( \frac{e^{\frac{b}{\delta}} - e^{-\frac{b}{\delta}} - 2 \sin \frac{b}{\delta}}{e^{\frac{b}{\delta}} + e^{-\frac{b}{\delta}} + 2 \cos \frac{b}{\delta}} \right), \quad (2.18)$$

kde  $\delta$  je hloubka vniku, která se vypočítá jako:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}. \quad (2.19)$$

Jestliže platí, že tloušťka vodiče je mnohem menší než hloubka vniku  $\delta \gg b$  lze (2.18) upravit na:

$$P_e = \frac{H_0^2 b^3}{\sigma\delta} = \frac{H_0^2 b^3 \omega^2 \mu^2 \sigma^2}{\sigma \cdot 24} = \frac{\mu H_0^2 b^3 \omega^2 \sigma^2}{24} = \frac{B_0^2 b^3 \omega^2 \sigma^2}{24}, \quad (2.20)$$

kde  $B_0$  vyjadřuje velikost magnetické indukce na okraji povrchu vodiče. Vhodnější je však vyjádřit střední hodnotu ztrát na jednotku objemu  $P_E$  s rezistivitou materiálu vodiče  $\rho$ , poté (2.20) je navíc vynásobena tloušťkou  $b$ , protože objem vodiče se obvykle vyznačuje takto:

$$P_E = \frac{B_0^2 b^2 \omega^2}{24\rho^2}. \quad (2.21)$$

Střední hodnota přídatných ztrát v celém vinutí VN se spočítá jednoduše, jestliže uvažuje pouze axiální složku rozptylového magnetického pole. Za takových podmínek magnetická indukce ve vinutí lineárně roste z nulové hodnoty na vnějším poloměru až na maximální hodnotu v hlavním kanálu  $B_{gp}$  jako je uvedeno v [3], [5]. Střední magnetická indukce  $(B_0^2)_{stř}$  slouží k výpočtu přídatných ztrát, která po integraci podél radiálního rozměru vinutí má velikost:

$$(B_0^2)_{stř} = \frac{B_{gp}^2}{3}, \quad (2.22)$$

kde dosazením výsledku z (2.22) do (2.21) vznikne tento tvar rovnice:

$$(P_E)_{stř} = \frac{b^2 \omega^2 B_{gp}^2}{24\rho^2 \cdot 3}. \quad (2.23)$$

Výpočet přídatných ztrát podle (2.23) není moc přesný, neboť předpoklad, že rozptylové pole působí pouze v axiálním směru, platí pouze uprostřed výšky vinutí. Směrem od tohoto bodu k vnějším koncům vinutí se však síla radiální složky zvyšuje, zatímco velikost axiální složky klesá. Tento jev ještě více vzrůstá kvůli rozdílným výškám NN a VN vinutí [8], [5].

Se zanedbáním radiální složky rozptylového pole vzrůstá chyba s výkonem a také s velikostí transformátoru. Pro přesný výpočet je již nutné využít numerické metody [9], [10] nebo 2D [11], [12], [13] a 3D simulací pomocí metody konečných prvků (MKP). V případě jádrového typu transformátoru je 2D analýza dostatečně přesná. Při 3D analýze je rozptylové pole opět přepočítáno na axiální a radiální složku. Dané složky se považují za konstantní podél řezu vodiče, a přídatné ztráty na jednotku objemu jsou pak vypočítávány zvlášť pro obě složky pole, tj. axiální  $(P_E)_{ax}$  a radiální  $(P_E)_{rad}$ . Pro výpočet přídatných ztrát vlivem radiální složky pole

lze opět využít (2.21), kde tloušťku vodiče  $b$  nahrazuje rozměr kolmý k radiální složce pole, tedy šířka vodiče  $h$ . Pro přídatné ztráty vlivem axiální a radiální složky pole  $(P_E)_{ax}$  a  $(P_E)_{rad}$  jsou pak určeny podle uvedených vzorců z [5]:

$$(P_E)_{ax} = \frac{B_{ax}^2 b^2 \omega^2}{24\rho^2}, \quad (2.24)$$

$$(P_E)_{rad} = \frac{B_r^2 h^2 \omega^2}{24\rho^2}. \quad (2.25)$$

Ovšem tato výpočetní metoda má své nepřesnosti zejména v rozích vodičů, kde dochází k překrývání složek přídatných ztrát, což vede k mnohem vyšším skutečným ztrátám.

# 3 Rozptylové magnetické pole transformátoru

V nejjednodušším provedení se transformátor skládá z primárního a sekundárního vinutí spojených s proměnlivým magnetickým polem. Hlavní část magnetického pole prochází vysokopermeabilním železným jádrem. Rozptylové ztráty jsou působeny rozptylovým tokem, který se uzavírá přes vinutí, částečně přes jádro, stahovací konstrukci nádobu nebo olej/vzduch.

Jestliže dvě vinutí, které jsou od sebe odděleny mezerou o šířce  $\delta$  a jsou obklopené železem, pak siločáry rozptylového toku mají přímkový průběh, stejnou délku a jsou rovnoměrně rozloženy. Magnetická indukce  $B$  tak vzrůstá rovnoměrně od kraje vinutí směrem k mezeře do maximální hodnoty  $B_{ax}$ . Magnetická indukce je v mezeře konstantní, její celkový průběh má tvar lichoběžníku.

Obrázek 3.1 A) zobrazuje průběh magnetické indukce pouze uprostřed výšky vinutí transformátoru a v mezeře mezi nimi. Obrázek B) zobrazuje průběh magnetické indukce v radiálním (příčném) směru, to platí pouze v případě, pokud je rozdílná výška vinutí.

Potřebná rovnice pro výpočet rozptylové indukčnosti, jak je psáno v [3], se dá rozdělit do dvou vztahů pro magnetickou energii cívky  $W_m$  ve vakuu, respektive v lineárním magnetickém prostředí. Vztahy potom vypadají následovně:

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \int_v h_1^2 dv, \quad (3.1)$$

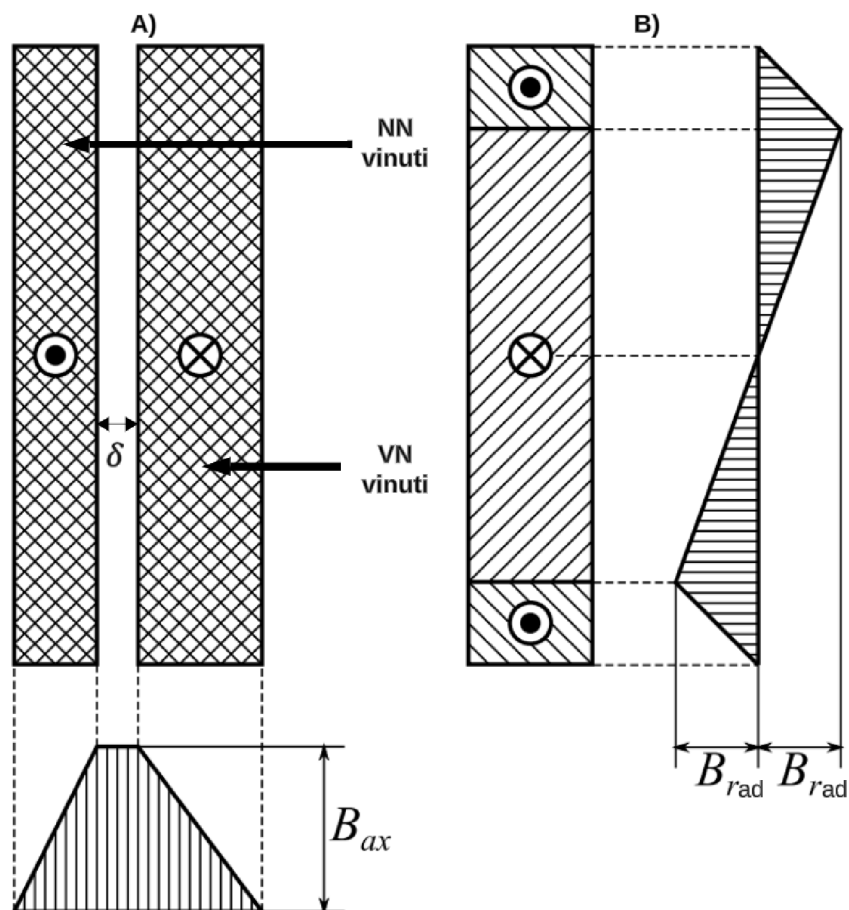
$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L_{ri} \cdot I_{f,n1}^2, \quad (3.2)$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua,  $h_1$  je okamžitá hodnota magnetické intenzity v elementu  $dv$  celkového objemu  $V$  obou vinutí včetně mezery mezi nimi a  $i_{nn}$  označuje proud tekoucí vinutím NN. Rozptylová indukčnost  $L_{ri}$  je tedy:

$$L_{ri} = \frac{\mu_0}{i^2} \cdot \int_v h^2 dv. \quad (3.3)$$

## 3.1 Magnetický tok

Magnetický tok se rozděluje na hlavní a rozptylový podle způsobu uzavírání viz. obrázek 3.2, kde  $\varphi$  je hlavní magnetický tok,  $\varphi_{r1}$  a  $\varphi_{r2}$  označují rozptylový tok, který je vytvořený zátěžným proudem obou vinutí.



Obr. 3.1: Průběh magnetické indukce v A) axiálním B) radiálním směru. [2].

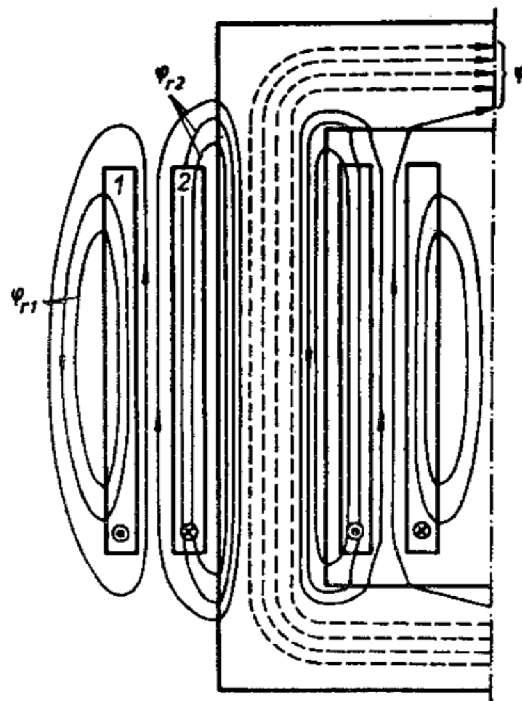
### 3.1.1 Hlavní magnetický tok

Hlavní magnetický tok je vytvořený magnetizačním proudem. Hlavní tok tvoří pouze primární vinutí. Tento tok má v čase proměnný charakter a způsobuje indukci napětí na vinutí sekundárním. Tento tok má v čase proměnný charakter a způsobuje indukci napětí v sekundárním vinutí. Proud, který protéká sekundárním vinutím, má opačnou orientaci než proud v primárním vinutí, což vede k vzniku odpuzivých sil mezi nimi jako je psáno v [3].

### 3.1.2 Rozptylový magnetický tok

Rozptylový tok je vytvořený zátěžným proudem obou vinutí. Proudů v primárním a sekundárním vinutí jsou opačně orientované, avšak rozptylový magnetický tok proudí pouze jedním směrem. Nejsilnější rozptylové magnetické pole se nachází v mezeře mezi vinutími. Rozptylový magnetický tok může dosahovat od jednotek do několika desítek procent hlavního magnetického toku. Má vliv na změny napětí

při zatížení, paralelní provoz transformátoru, chování transformátoru při chodu nakrátko a způsobuje přídatné ztráty ve vinutí a kovových částech, jak je popsáno v [14].



Obr. 3.2: Rozložení magnetického toku jádrového transformátoru, kde VN vinutí je (1) a NN vinutí (2) z [3].

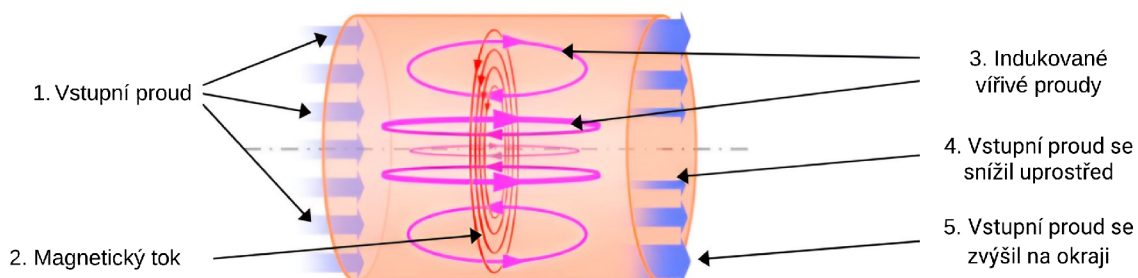
## 3.2 Rozptylové ztráty ve výkonových transformátorech

Rozptylové ztráty ve výkonových transformátorech obvykle lze rozdělit do dvou hlavních skupin. Rozptylové ztráty v hliníkových nebo měděných částech (například vinutí a spojovací vodiče) a rozptylové ztráty v ocelových částech (například systém stahovací konstrukce a nádoba), podle [15]. Existuje také určité množství rozptylových ztrát v jádru transformátoru. Protože jádro je vytvořeno z plechů, tyto ztráty se obvykle považují za zanedbatelné, i když mohou být lokálně zajímavé z hlediska ohřevu prvních plechů jádra.

### 3.3 Rozptylové ztráty v měděných částech

Rozptylové ztráty v měděných vodičích vznikají v důsledku kombinovaného efektu rozptylového magnetického pole samotného vodiče a rozptylového toku. Tyto ztráty se nazývají přídavné ztráty vířivými proudy. Vířivé ztráty ve vinutí je obtížné vypočítat pomocí analytické metody s přijatelnou přesností, z tohoto důvodu se využívá softwarová metoda konečných prvků, která je podrobněji rozebrána v kapitole 3.6. Vinutí představuje Primární v.ní zdroj rozptylového pole ve výkonových transformátorech. Existuje několik metod, jak rozptylové ztráty snížit, ale ne vždy to je přijatelné. Způsoby, kterými lze rozptylové ztráty snížit, jsou například vhodné dimenzování vodičů a výběr uspořádání vinutí.

Obr. 3.3 vysvětluje výskyt vířivých proudů ve vodiči. Na levé straně obrázku je vstupní proud (č.1), rovnoměrně rozložený po celém vodiči, jako by efekt vířivých proudů neexistoval. Jelikož tento proud se v čase střídá, vytváří se časově střídavý magnetický tok (č.2) koncentrický s osou vodiče. Tento tok indukuje vířivé proudy (č.3), které mají směr takový, že vytvářejí tok opačného směru. Uprostřed vodiče (č.4) mají vířivé proudy směr opačný ke vstupnímu proudu, takže výsledný proud je menší než vstupní proud. Blízko povrchu vodiče (č.5) mají vířivé proudy stejný směr jako vstupní proud, tím se zvyšuje proud na okraji vodiče, tento jev se nazývá skin efekt. Ve vinutí je tento efekt podobný, pouze je toto pole silnější, než pole vytvořené jedním vodičem, jak představuje obr. 3.3.



Obr. 3.3: Vysvětlení výskytu vířivých ztrát ve vodiči jako je uvedeno v [4].

### 3.4 Rozptylové ztráty v oceli

Rozptylové ztráty v ocelových částech transformátoru vznikají v důsledku rozptylového pole vinutí, vodičů a spojovacích vodičů. U třífázových transformátorů mohou být tyto ztráty v rozptylovém poli vinutí také kompenzovány interakcí s ostatními

fázemi (takové místo prakticky neexistuje), protože čistý tok v symetrickém třífázovém systému je nulový.

Část rozptylového magnetického toku, který vstupuje do jádra přes jho, využívá nízký magnetický odpor cesty přes jho ke kompenzaci mezi fázemi. Toto představuje cestu s nízkými ztrátami, protože jádro transformátoru je tvořeno z plechů a vířivé ztráty způsobené střídavým magnetickým polem jsou nízké (průřez jha musí být přiměřeně dimenzován).

Část rozptylového magnetického toku, která se uzavírá mimo jho, lze rozdělit na dva toky. Jeden, který se snaží dosáhnout jádra a způsobuje ztráty v prvcích stahovací konstrukce, které jsou jim prostupovány. A druhý, který se uzavírá skrz nádobu, způsobuje ztráty ve stěně nádoby. Jak stahovací konstrukce, tak nádoba jsou obvykle vyrobeny z magnetické oceli s mnohem vyšší permeabilitou než vzduch, a proto přitahují rozptylové pole.

## **3.5 Způsoby, jak snížit rozptylové ztráty**

### **3.5.1 Zvýšení magnetického odporu**

Jedna z možností jak snížit rozptylové ztráty, je zvýšení magnetického odporu, které zabraní prostupu rozptylového pole. Toho lze dosáhnout použitím nemagnetické oceli např. nerez namísto částí vyrobených z čistě magnetické oceli. Tyto části mohou být nemagnetické vložky na stěně nádoby nebo víku.

V případě silného zdroje rozptylového pole, jako je vinutí, platí, že čím větší bude hloubka vniku, tím se sníží vířivé ztráty. Avšak tok se pak může uzavírat skrz jiné magnetické části, ve kterých budou ztráty vyšší.

### **3.5.2 Aktivní magnetické štíty**

Dalším konceptem je využít povahu vodivých materiálů. Jakmile je vodivý materiál umístěn ve střídavém magnetickém poli, budou se zde indukovat vířivé proudy, vyvolávají tok opačného směru, který působí proti původci střídavého magnetického pole. Magnetická intenzita zvýší množství indukovaných vířivých proudů vodivým materiálem.

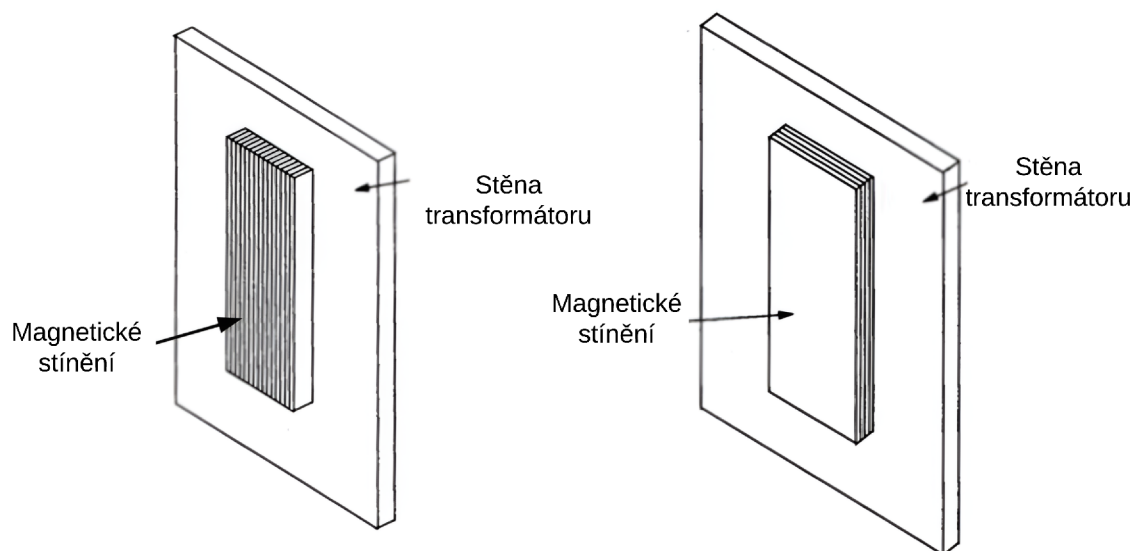
Tento efekt lze využít k tlumení pronikání magnetického pole k stíněným částem jako je uvedeno v [16]. Materiály běžně používané pro aktivní stínění jsou měď a hliník ve formě rovné desky před nádobou. Zatímco aktivní stínění efektivně chrání požadované části před ztrátami, množství rozptylových ztrát v systému se nemusí snížit. Navíc aktivní stínění působí jako zrcadlo pro magnetické pole, což může přenést problém rozptylových ztrát jinam uvnitř transformátoru.



### 3.5.3 Pasivní magnetické štíty

Nejlepším způsobem, jak ovládat rozptylové magnetické pole, je použití pasivního magnetického štítu (pasivní z hlediska generace vířivých ztrát, pokud je správně orientován) viz obrázek 3.4. Pasivní magnetické štíty jsou efektivní trafoplechy, které poskytují nízký magnetický odpor pro rozptylové magnetické pole. Protože jsou pasivní štíty leštěné, indukuje se v nich velmi malé množství vířivých proudů a rozptylové ztráty jsou výrazně sníženy. Pasivní štíty musí být pečlivě navrženy tak, aby se zabránilo magnetickému nasycení.

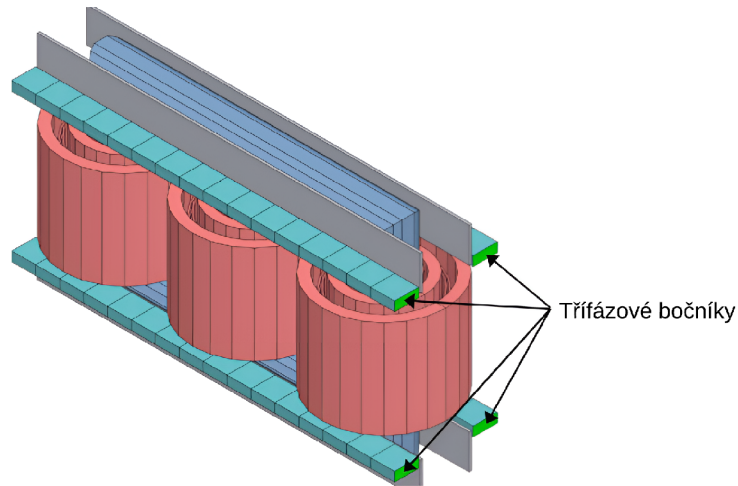
Pasivní magnetické stínění se nejčastěji nachází na stěně transformátoru, ať už pro kompenzaci rozptylového pole jednofázového, třífázového nebo kombinovaného, podle [17]. Plechy z křemíkové oceli mohou být orientovány kolmo na stěnu nádoby nebo s ní rovnoběžně. V tomto případě musí být plechy dostatečně úzké, aby magnetické pole mohlo proniknout do každé části stínění, zatímco ztráty zůstaly nízké.



Obr. 3.4: Pasivní magnetické stínění z [4].

### 3.5.4 Třífázové bočníky

Třífázové bočníky na obrázku 3.5 jsou velmi podobné třífázovým ochranným štítům nádoby, ale namísto umístění na stěně nádrže jsou umístěny pod a nad vinutími na úrovni stahovacích desek. Ideálně to je nejlepší způsob, jak ovládat rozptylový tok produkovaný vinutím.



Obr. 3.5: Třífázové bočníky z [4].

## 3.6 Metoda konečných prvků (MKP)

Do roku 1980 bylo v oblasti vyhodnocení přídavných ztrát prováděno mnoho prací analytickými metodami. Tyto metody mají určité omezení a nelze je použít pro složité geometrie. S nástupem numerických metod, jako je MKP, je nyní výpočet vířivých ztrát v různých kovových komponentech transformátoru snazší a méně složitý. Některé složité 3D problémy, když jsou řešeny pomocí 2D formulací, vedou k významným nepřesnostem. Dostupnost komerčních 3D softwarových balíčků MKP od roku 1990 umožnila návrhářům simulovat složitou elektromagnetickou strukturu transformátorů pro kontrolu jejich ztrát a eliminaci teplých míst. Nicméně analýza pomocí MKP může vyžadovat značné množství času a úsilí zejména při zhotovování modelu transformátoru a čas samotného výpočtu bude u 3D modelu velice dlouhý. Proto, kdekoliv je to možné, by návrhář transformátoru upřednostnil rychlou analýzu s dostatečnou přesností pro rozhodování o různých protiopatřeních ke snížení ztrát transformátoru. Pro pravidelné návrhové účely může být preferováno vypočítat některé složky ztrát analyticko-numerickými metodami nebo pomocí nějakých vzorců odvozených na základě detailní analýzy.

## 4 Analytický výpočet přídatných ztrát vinutí VN transformátoru v axiálním směru

Analytický výpočet přídatných ztrát vinutí VN transformátoru v axiálním směru je možný provést pouze pro střed výšky vinutí. Pro výpočet ztrát v radiálním směru vhodná analytická metoda neexistuje. Pro analýzu byly vybrány 3 typy transformátorů s nejčastějším napětovým převodem a výkony vyskytujících se v Polsku. Pro výpočet přídatných ztrát vyvolané axiálním rozptylovým polem ve VN vinutí jsou zadány parametry v tabulce 4.2 jednotlivých transformátorů o různých výkonech, avšak se stejnými jmenovitými napětími. Všechny parametry uvedené pro analýzu jsou přebrány ze skutečně vyrobených transformátorů, aby mohly být v závěru porovnány. Aby tato analýza byla prospěšná například pro vylepšení provozních vlastností nebo pro snížení výrobních nákladů. Materiál vodičů ve vinutích je ve všech případech hliník, protože měď se aktuálně kvůli své vysoké ceně používá mnohem méně. Jádro se skládá z orientovaných plechů s vysokou permeabilitou H070-23L. Příklad výpočtu přídatných ztrát je zhotovený pro transformátor o výkonu 1000 kVA v posledním sloupci tabulky.

Jak je zřejmé z tabulky 4.2 vinutí VN je zapojeno do trojúhelníku, tedy napětí na jedné fázi je shodné se zadaným sdruženým napětím  $U_{n,VN}$ , v tomto případě je ovšem nutné napětí přepočítat na hodnotu vyšší o 5 %, aby výpočet byl srovnatelný se simulací, pro kterou bude nejlepší zahrnout všechny závity. Vztah pro výpočet vypadá následovně:

$$U_{odb,m2} = U_{n,VN} \cdot 1,05 = 16537,5 \text{ V.} \quad (4.1)$$

Z tohoto vypočteného napětí a zadaného zdánlivého výkonu  $S_n$  je zapotřebí vypočítat jmenovitý proud ve vinutí VN  $I_{odb,f2}$  následovným způsobem:

$$I_{odb,m2} = \frac{S_n}{m \cdot U_{odb,m2}} = \frac{1000000}{3 \cdot 16537,5} = 20,156 \text{ A.} \quad (4.2)$$

Špičková hodnota amplitudy magnetické indukce v axiálním směru se nachází v mezeře hlavního kanálu. Pro její výpočet platí vzorec podle [12]:

$$B_{ax} = \frac{\mu_0 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{odb,m2} \cdot N_{z2,c}}{H_{w2,e}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{2} \cdot 20,156 \cdot 1363}{0,735} = 0,06643 \text{ T,} \quad (4.3)$$

kde  $N_{z2,c}$  je celkový počet závitů VN vinutí a  $H_{w2,e}$  je elektrická výška VN vinutí převzatá ze zadaných parametrů.

Výpočet přídatných ztrát se přepočítává na referenční teplotu 75 °C, proto je zapotřebí přepočítat měrnou elektrickou vodivost hliníku  $\sigma_{Al}$  na rezistivitu  $\rho_{Al,75}$ :

$$\rho_{Al,75} = \frac{1}{\sigma_{Al}} \cdot \frac{k_{Al} + 75}{k_{Al} + 20} = \frac{1}{35} \cdot \frac{229 + 75}{229 + 20} = 0,03488 \Omega \cdot mm^2 \cdot m^{-1}, \quad (4.4)$$

kde  $k_{Al}$  je teplotní koeficient vodivosti hliníku.

Pro výpočet měrných axiálních přídavných ztrát VN vinutí je použit vzorec (2.24). Kde se za  $b_2$  dosazuje šířka zploštěného holého vodiče:

$$(P_E)_{ax2,75} = \frac{B_{ax}^2 \cdot b_2^2 \cdot \omega^2}{3 \cdot 24 \cdot \rho_{Al,75} \cdot \rho_{m,Al}} = \frac{0,06643^2 \cdot 3,72^2 \cdot (2\pi \cdot 50)^2}{3 \cdot 24 \cdot 0,03488 \cdot 2700} = 0,88887 W/kg, \quad (4.5)$$

Pro výpočet hmotnosti vinutí VN  $G_{w2}$  je nejprve potřebné vypočítat průřez vinutí VN  $S_{w2}$  po zploštění, jelikož se vodič zplošťováním natáhne a zmenší svůj průřez. Nejprve se průřez počítá z původního průměru  $d_{v2} = 5,3 mm$  kruhového tvaru vodiče, který je opět zadaný a ještě se vynásobí koeficientem prodloužení  $k_{p2}$ , ale odečte se od něj plocha úměrná prodloužení:

$$S_{w2} = \pi \cdot \left(\frac{d_{v2}}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{k_{p2}}{100}\right) = \pi \cdot \left(\frac{5,3}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{8,317}{100}\right) = 20,227 mm^2. \quad (4.6)$$

Poté je zapotřebí vypočítat celkovou délku VN vinutí  $L_{w2}$ :

$$\begin{aligned} L_{w2} &= N_{z2,c} \cdot \left(\frac{D_{w2,i,e} + D_{w2,e,e}}{2} \cdot \pi + 2 \cdot L_r\right) \\ &= 1363 \cdot \left(\frac{0,29169 + 0,39321}{2} \cdot \pi + 2 \cdot 0,1449\right) \\ &= 1861,37 m, \end{aligned} \quad (4.7)$$

kde  $D_{w2,i,e}$  je vnitřní elektrický průměr,  $D_{w2,e,e}$  vnější elektrický průměr VN vinutí a  $L_r$  délka rovné části jádra, všechny tyto parametry jsou zadané v tabulce 4.2. Z celkové délky vinutí se zjistí hmotnost vinutí VN pomocí vztahu:

$$G_{w2} = m \cdot L_{w2} \cdot S_{w2} \cdot \rho_{m,Al} = 3 \cdot 1861,37 \cdot 20,227 \cdot 10^{-6} \cdot 2700 = 304,96 kg. \quad (4.8)$$

Absolutní přídavné ztráty VN vinutí v axiálním směru se tedy určí tímto způsobem podle [2]:

$$(P_E)_{ax2c,75} = (P_E)_{ax2} \cdot G_{w2} = 0,88887 \cdot 304,96 = 271,07 W. \quad (4.9)$$

## 4.1 Výpočet ohmických ztrát ve VN vinutí

Pro porovnání je vhodné vypočítat ohmické ztráty VN vinutí pro poměr se ztrátami přídatnými. Nejprve je potřeba vypočítat odpor VN vinutí  $R_{w2}$  podle vztahu:

$$R_{w2} = \frac{1}{\sigma_{Al}} \cdot \frac{L_{w2}}{S_{w2}} = \frac{1}{35} \cdot \frac{1861,37}{20,227} = 2,629 \Omega, \quad (4.10)$$

ohmické ztráty  $P_{omh2,20}$  ve všech  $m$  fázích při teplotě  $20^\circ\text{C}$  lze vyjádřit vztahem:

$$P_{omh2,20} = m \cdot R_{w2} \cdot I_{odb,m2}^2 = 3 \cdot 2,629 \cdot 20,156^2 = 3204,21 \text{ W}. \quad (4.11)$$

Ovšem ztráty nakrátko jsou definovány při jmenovitém zatížení, kde je referenční teplota  $75^\circ\text{C}$ . Potom je tedy zapotřebí vypočítat ohmické ztráty při referenční teplotě  $75^\circ\text{C}$   $P_{omh2,75}$  za použití následujícího vztahu:

$$P_{omh1,75} = P_{omh2,20} \cdot \frac{k_{Al} + 75}{k_{Al} + 20} = 3204,21 \cdot \frac{229 + 75}{229 + 20} = 3911,97 \text{ W}. \quad (4.12)$$

Vztah pro procentuální porovnání přídatných a ohmických ztrát má následovný tvar:

$$P_{ax,75\%} = \frac{(P_E)_{ax2c,75}}{P_{omh1,75}} \cdot 100 = \frac{271,851}{3911,97} \cdot 100 = 6,95 \%, \quad (4.13)$$

z výsledné hodnoty ve výpočtu (4.13) je zřejmé, že přídatné ztráty VN vinutí v axiálním směru při referenční teplotě  $75^\circ\text{C}$  dosahují hodnoty 6,95 % ztrát ohmických.

V tabulce 4.1 jsou uvedeny vypočtené hodnoty pro všechny zadané distribuční transformátory z tabulky 4.2, které jsou počítané obdobným způsobem jako transformátor o výkonu 1000 kVA.

Pro porovnání přídatných ztrát je vhodné též uvést výpočty pro běžnou pokojovou teplotu  $20^\circ\text{C}$ , protože za této teploty se většinou zkoušky nakrátko provádějí, poté se pomocí koeficientů přepočítávají na referenční teplotu  $75^\circ\text{C}$ . Je tedy potřeba vypočítat rezistivitu hliníku  $\rho_{Al,20}$ , kterou znázorňuje rovnice (4.14) a poté přepočítat měrnou hodnotu axiálních přídatných ztrát ve VN vinutí pomocí rovnice (4.15):

$$\rho_{Al,20} = \frac{1}{\sigma_{Al}} = \frac{1}{35} = 0,028571 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}, \quad (4.14)$$

$$(P_E)_{ax2,20} = \frac{B_{ax}^2 \cdot b_2^2 \cdot \omega^2}{3 \cdot 24 \cdot \rho_{Al,20} \cdot \rho_{m,Al}} = \frac{0,06643^2 \cdot 3,72^2 \cdot (2\pi \cdot 50)^2}{3 \cdot 24 \cdot 0,028571 \cdot 2700} = 1,08516 \text{ W/kg}. \quad (4.15)$$

Poté je postup stejný jako u výpočtů při referenční teplotě 75 °C. Výsledek pří-  
 davných ztrát v axiálním směru při pokojové teplotě 20 °C  $(P_E)_{ax2c,20}$  se porovnává  
 s ohmickými ztrátami  $P_{omh2,20}$ .

Z výsledků uvedených v tabulce 4.1 je zřejmé, že se zvyšující se teplotou roste  
 rezistivita materiálu, tím také rostou ohmické ztráty, ovšem přídavné ztráty se zmen-  
 šují, to vyplývá z odvozené rovnice (2.24). Proto je také procentuální poměr mezi  
 ztrátami přídavnými a ztrátami ohmickými při běžné pokojové teplotě 20 °C vyšší  
 než poměr při referenční teplotě 75 °C.

Tab. 4.1: Výsledky analytické metody

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
$I_{odb,m2}$	[A]	2,016	8,063	20,156
$B_{ax}$	[T]	0,03463	0,04464	0,06643
$(P_E)_{ax2,75}$	[W/kg]	0,01751	0,22159	0,88887
$(P_E)_{ax2,20}$	[W/kg]	0,02131	0,26974	1,08516
$S_{w2}$	[mm <sup>2</sup> ]	2,41	10,728	20,227
$L_{w2}$	[m]	3787,22	2311,19	1861,37
$G_{w2}$	[kg]	73,93	200,84	304,96
$(P_E)_{ax2c,75}$	[W]	1,294	44,504	271,07
$(P_E)_{ax2c,20}$	[W]	1,575	54,175	330,93
$P_{omh1,75}$	[W]	666,46	1464,56	3911,97
$P_{omh1,20}$	[W]	545,88	1199,59	3204,21
$P_{ax,75\%}$	[%]	0,19	3,04	6,95
$P_{ax,20\%}$	[%]	0,29	4,52	10,33

Tab. 4.2: Parametry zadaných distribučních olejových (trojfázových) transformátorů

Zdánlivý výkon	[kVA]	100	400	1000
Jmenovité napětí NN	[V]	420		
Jmenovité napětí VN	[V]	15750		
Napětí nakrátko	[%]	4	4	6
Skupina zapojení	[-]	Dyn5		
Odbočky	[%]	±2x2,5		
Jádro - průměr kruhové části	[mm]	110	150	170
Jádro - délka rovné části	[mm]	109	138	144,9
Jádro - kvalita plechů	[-]	H070-23L		
Jádro - výška okna	[mm]	445	685	785
Jádro - rozteč sloupků	[mm]	273	340	402
Materiál vinutí	[-]	Al/Al		
Primární v. - celkový počet závitů	[-]	3818	1978	1363
Primární v. - průměr drátu	[mm]	1,80	3,80	5,30
Primární v. - zploštění drátu	[%]	42	26,5	29,2
Primární v. - šířka vodiče po zploštění	[mm]	2,58	4,47	6,23
Primární v. - tloušťka vodiče po zploštění	[mm]	1,00	2,76	3,72
Primární v. - prodloužení vodiče zploštěním	[%]	5,276	5,404	8,317
Primární v. - počet závitů v poloze	[-]	143	132	114
Primární v. - počet poloh	[-]	27	15	12
Primární v. - elektrická výška vinutí	[mm]	395	635	735
Primární v. - vnitřní elektrický průměr	[mm]	191,22	236,37	291,69
Primární v. - vnější elektrický průměr	[mm]	264,56	331,78	393,21
Sekundární v. - počet závitů	[-]	56	29	20
Sekundární v. - elektrická výška vinutí	[mm]	410	650	750
Sekundární v. - vnitřní elektrický průměr	[mm]	115	155	175
Sekundární v. - vnější elektrický průměr	[mm]	176,6	221,7	277

## 5 Výpočet přídatných ztrát pomocí metody konečných prvků (MKP)

Cílem je zjištění přídatných ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátoru pomocí metody konečných prvků (MKP) v softvéru Ansys, který slouží k modelování, simulaci různých fyzikálních jevů a procesů, pro širokou škálu průmyslových odvětví. Pro analýzu se nejprve využije softvérový nástroj Maxwell 2D, který je určen pro 2D analýzu elektromagnetických polí, vířivých proudů a mnoha dalších. To znamená, že umožňuje modelovat a zkoumat elektromagnetické jevy ve dvou rozměrech. Nejprve se vytvoří model vícevrstevného vinutí 2D a vypočtou se v něm ztráty pouze metodou konečných prvků, tato metoda je metodou nejpřesnější kvůli svému vykreslení jednotlivých závitů oproti 3D modelu, kde je vykreslení jednotlivých závitů nemožné. V další metodě se využije model 3D, který umožňuje vyšší úroveň detailnosti a přesnosti při modelování a simulaci, ovšem od toho se odvíjí větší výpočetní náročnost na čas a hardware. Model není tak obtížný na vytvoření, jelikož se nevyrkresluje každý závit zvlášť jako u 2D modelu. Tento model se vytvoří pro výpočet rozptylového pole pomocí metody konečných prvků a semi-analytickou metodou se dopočtou předpokládané ztráty ve vinutí. Poté se obdobnou semi-analytickou metodou dopočítají také ztráty v modelu 2D pro další porovnání výsledků jednotlivých metod.

### 5.1 Návrh modelů pro simulaci

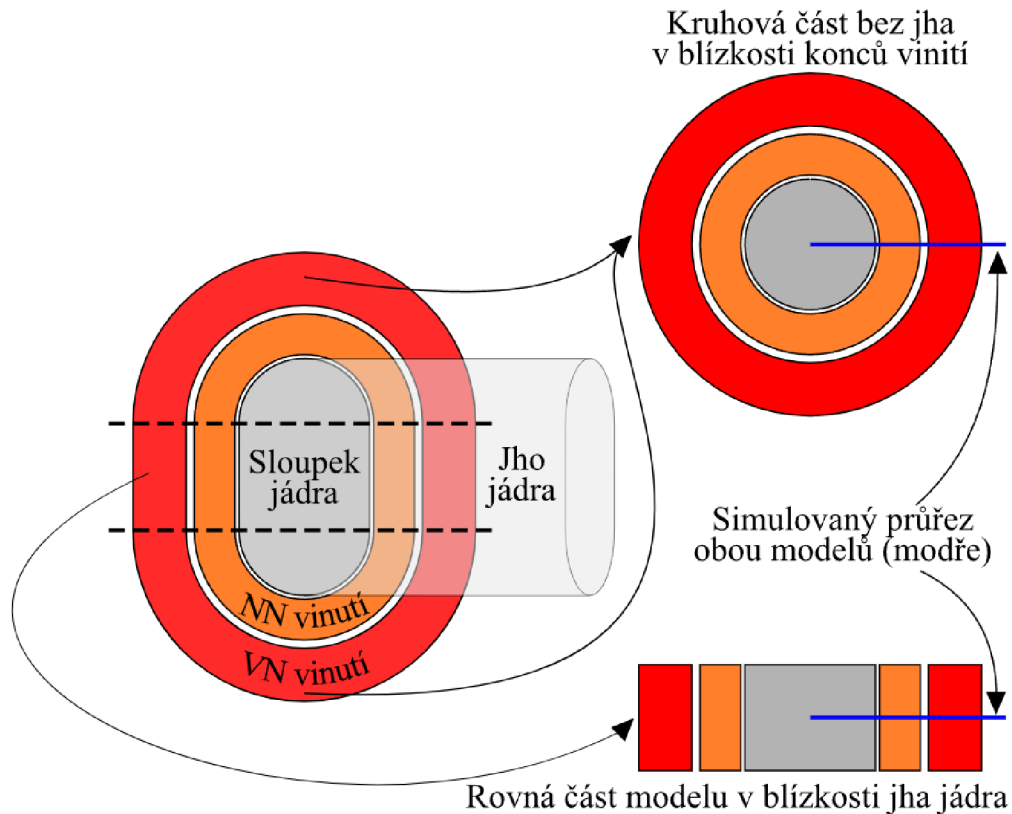
Vinutí zkoumaných transformátorů mají oválný tvar, což znamená, že jejich svislý průřez vzhledem k ose sloupku jádra není osově symetrický. Simulovaný model transformátoru proto nemůže být zjednodušen pouze symetrií kolem osy Z.

Jak již bylo zmíněno v literární rešerši, vířivé proudy ve vinutí jsou způsobeny rozptylovým magnetickým polem, které vzniká proudem procházejícím vinutími z [18]. Toto pole je ovlivněno rozměrem vinutí, velikostí proudu a také magneticky vodivými částmi, jako jsou například plechy v jádře a stahovací konstrukce. Ostatní části, jako je olej nebo izolační papír, jsou v modelu zohledněny s vlastnostmi vakua.

Oválný tvar vinutí lze rozdělit na tři části, přičemž dvě jsou půl-válcové a jsou spojeny rovnými částmi s tvarem kvádrů mezi nimi, jak je znázorněno na Obr. 5.1. Většina objemu těchto rovných částí se nachází pod jhem jádra. Je tedy pravděpodobné, že rozptylové magnetické pole a přídatné ztráty v těchto rovných částech vinutí se budou lišit od částí válcovitých, které nemají v blízkosti svých konců magneticky vodivé části. Toto rozptylové pole je dále ovlivněno blízkostí stěn nádob, ale vliv nádoby na radiální vzdálenost od vinutí kolem jeho obvodu není konstantní.



Proto je obtížné zahrnout tento faktor do 2D simulace a vliv nádoby je v této práci zanedbaný.



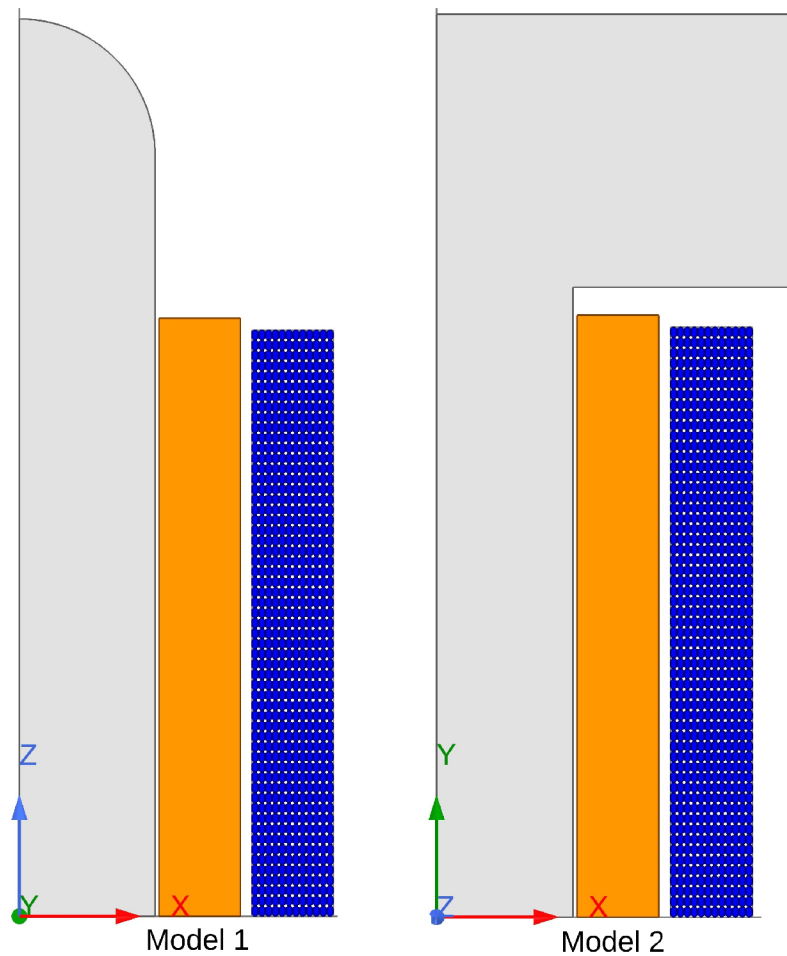
Obr. 5.1: Rozdělení oválného vinutí na krajním sloupku jádra do dvou modelů z [5].

Nejjednodušším a nejefektivnějším řešením daného problému pomocí 2D simulace je vytvoření dvou modelů, jak je znázorněno na Obr.5.2. Výsledky ztrát se u těchto modelů sečtou, aby to odpovídalo skutečné geometrii transformátoru. Maxwell 2D umožňuje využít symetrii a oba modely zjednodušit na polovinu výšky vinutí, kde model 1 je možné zjednodušit na jednu polovinu a model 2 na jednu čtvrtinu. Model 1 znázorněný na Obr.5.2 využívá díky své symetrii způsob geometrie, který je určený pro cylindrickou (válcovou) simulaci kolem osy Z. Jedná se tedy o sférickou soustavu souřadnic RZ. Dále je potřeba nastavit simulaci na analýzu vířivých proudů, toto nastavení je nutné udělat u všech modelů. Tento model neobsahuje jho jádra v blízkosti konců vinutí, což většinou odpovídá skutečnému provedení transformátorů. Model se skládá ze svislého průřezu sloupku jádra, NN a VN vinutí, kde konec sloupku jádra je zaoblen podle [5].

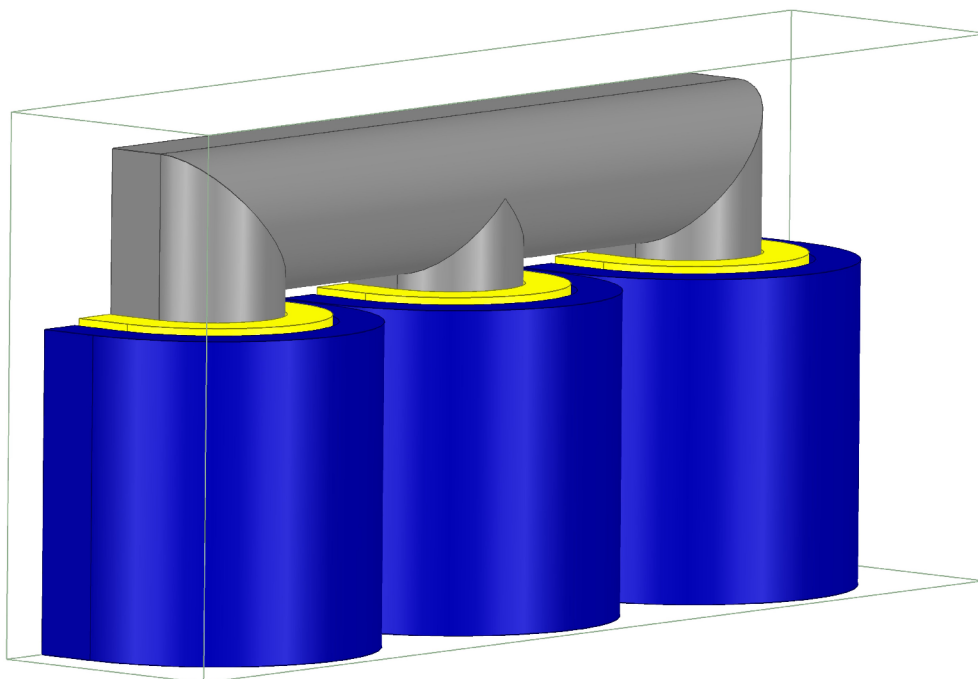
Model 2, který se též nachází na Obr.5.2. představuje rovnou část vinutí a jádra, kde konce jsou ovlivněny jhem jádra a to ve čtyřech případech ze šesti, protože

krajní části vinutí nejsou ovlivněny jhem jádra. Siločáry rozptylového magnetického pole se neuzavírají pouze v elektrické šířce vinutí, ale prochází také přes sloupek a jeho jádra. Model je tedy tvořen v kartézské soustavě XY. Potřeba je též zmínit, že využití dvou geometrií pro vytvoření náhradního modelu nedokáže zcela zachytit trojrozměrnou geometrii transformátoru a to z důvodu, že rozptylové magnetické pole je také ovlivněno i ve třetím rozměru, který 2D simulace nezahrnují.

3D model, který je zobrazený na Obr. 5.3 se vytváří v softvérovém nástroji Maxwell 3D, který umožňuje využít symetrie a zjednodušit model na jednu čtvrtinu.



Obr. 5.2: 2D modely vytvořené v Maxwell 2D.



Obr. 5.3: 3D model vytvořený v Maxwell 3D.

### 5.1.1 Tvorba geometrie 2D modelu

Jádro modelu 1 se skládá z obdélníku, jehož horní hrana je zaoblena, kde velikost kratší hrany obdélníku je dána průměrem, respektive poloměrem kruhové části sloupku jádra, která je uvedena jako všechny potřebné hodnoty v tabulce 4.2.

Dalším potřebným krokem je zhotovení vinutí NN, které s malou vzduchovou mezerou přiléhá ke sloupku jádra. Vinutí NN je vytvořeno z jednoho obdélníku, je to zjednodušení NN vinutí, protože se předpokládá, že detailní provedení tohoto vinutí nebude mít vliv na pole a ztráty ve VN vinutí. Elektrická výška vinutí NN je uvedena v tabulce 4.2. Elektrickou šířku vinutí NN  $B_{w1,e}$  získáme rozdílem vnějšího elektrického průměru NN vinutí  $D_{w1,e,e}$  a vnitřního elektrického průměru NN vinutí  $D_{w1,i,e}$ , názorný výpočet je zhotoven pro transformátor s výkonem 1000 kVA:

$$B_{w1,e} = \frac{D_{w1,e,e} - D_{w1,i,e}}{2} = \frac{277 - 175}{2} = 51 \text{ mm}, \quad (5.1)$$

Obdobným způsobem se postupuje u modelování VN vinutí. Ovšem u vinutí VN se modeluje každý závit zvlášť pro co nejpodrobnější simulování magnetického pole a především vířivých proudů. I přesto je užitečné modelovat orientační obdélník elektrické šířky a výšky vinutí, aby se ověřila správnost výpočtu velikosti vzduchových mezer mezi jednotlivými závity v poloze a vzduchových mezer mezi závity jednotlivých poloh. A také pro ohraničení plochy v rámci výpočtů střední hodnoty

magnetického pole VN vinutí.

Díky zploštění vodiče, který má následně oválný tvar, se může vodič rozdělit na dvě půlkruhové části a na část obdélníkovou, kde velikost průměru kruhové části udává proměnná  $b$  a šířku vodiče po zploštění udává  $h$  zobrazené na obrázku 5.4. Pro výpočítání velikosti mezer mezi závity v poloze se použije vzorec:

$$\delta_{z1} = \frac{H_{w2,e} - h \cdot N_{z2,pol,m}}{N_{z2,pol,m} - 1} = \frac{735 - 6,2323 \cdot 114}{114 - 1} = 0,217 \text{ mm}, \quad (5.2)$$

kde  $N_{z2,pol,m}$  je počet závitů v jedné poloze vinutí VN.

Jestliže je počet závitů v poloze lichý, potom závit uprostřed výšky vinutí bude půlen osou X, je tedy potřeba namodelovat pouze polovinu závitů, jelikož druhá polovina závitů by se nacházela pod osou X, v těchto závitech je také poloviční proud vůči proudu v celých závitech. Naopak pro sudý počet závitů v poloze platí, že mezera mezi závitem a osou X v polovině výšky vinutí bude poloviční.

Výpočet mezer mezi závity mezi jednotlivými polohami popisuje následující vzorec:

$$\delta_{z1pol} = \frac{\frac{D_{w1,e,e} - D_{w1,i,e}}{2} - b \cdot n_{pol,2}}{n_{pol,2} - 1} = \frac{\frac{393,21 - 291,69}{2} - 3,72 \cdot 12}{12 - 1} = 0,554 \text{ mm}, \quad (5.3)$$

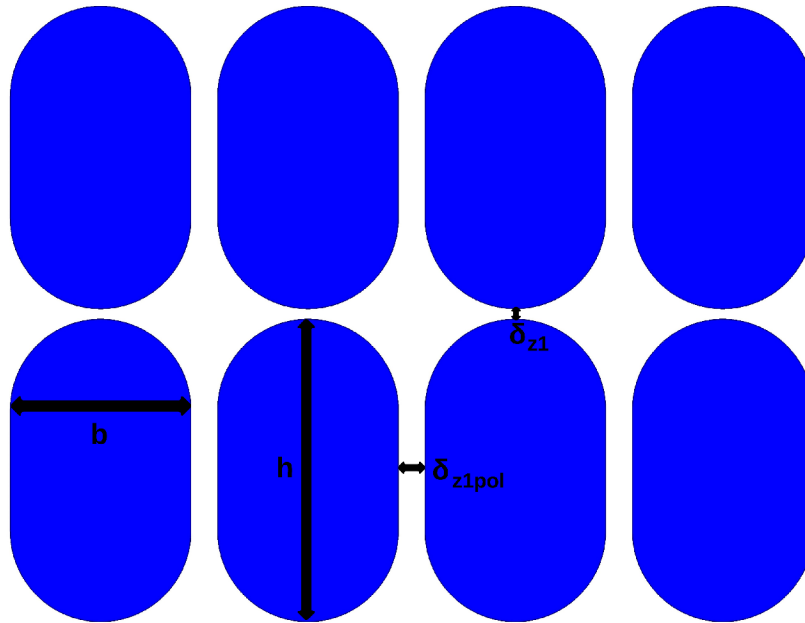
kde  $D_{w1,e,e}$  a  $D_{w1,i,e}$  jsou elektrický vnější a vnitřní průměr VN vinutí a  $n_{pol,2}$  je počet poloh ve vinutí VN. Všechny důležité rozměry jsou znázorněny na obrázku 5.4.

## 5.1.2 Okrajové podmínky simulací

Neumannova okrajová podmínka se používá při simulaci transformátoru, kde se určuje, jak se magnetické pole mění podél určité hranice, například na křivce půlicí výšky vinutí. To umožňuje modelovat situaci, kde je magnetický tok axiální a kolmý na tuto křivku.

Dirichletova okrajová podmínka se používá na hranici, kde se předpokládá rovnoběžný směr siločar s touto hranicí, takže např. osová symetrie sloupku.

Vzhledem k tomu, že materiálové a teplotní vlastnosti jsou shodné v horní i dolní části vinutí, můžeme využít symetrie a zjednodušit výpočet. V testovací 2D simulaci celého transformátoru zanedbáme vlivy ostatních fází. Simulujeme pouze polovinu výšky jedné fáze transformátoru s Neumannovou okrajovou podmínkou na křivce půlicí výšky vinutí. Tím zajistíme, že magnetický tok má na této hranici pouze axiální složku.



Obr. 5.4: Závity VN vinutí u transformátoru 1000 kVA.

Oba modely pak využívají symetrie ve vertikálním směru sloupku jádra a vinutí, což znamená, že pro simulaci postačuje pouze poloměr sloupku jádra s Dirichletovou okrajovou podmínkou předepsanou na osu procházející středem sloupku. Tímto způsobem můžeme efektivněji simulovat magnetické pole.

Pro zohlednění vlivů vzdálených oblastí se využije funkce (balloon), která modeluje prostor kolem analyzovaného objektu jako nekonečný.

### 5.1.3 Nastavení materiálů a sítě modelu

Magnetizační proud transformátoru je zanedbatelný kvůli nižšímu sycení jádra, než na který je navržený a to z důvodu, že model simuluje stav během zkoušky nakrátko, jelikož se práce zaměřuje pouze na ztráty ve vinutí. Proto je možné linearizovat B-H křivku plechů jádra transformátoru. A to s velmi vysokou permeabilitou 25000, což výrazně snižuje čas výpočtu simulace.

Během zkoušky je transformátor napájen sinusovým napětím a vzhledem k tomu, že jsou výstupy zkratované, jedinou zátěží je vlastní impedance transformátoru, kterou lze považovat za lineární. Proto lze očekávat, že i proud transformátorem bude téměř dokonale harmonický. Z tohoto důvodu není nutné provádět tranzientní analýzu, tedy postačuje analýza, která v Maxwellu 2D uvažuje pouze s harmonickou excitací. Proto je potřebné přepočítat proud vinutím NN na amplitudovou hodnotu. Hodnota proudu ve VN vinutí bude lehce zkreslená oproti reálné hodnotě, jelikož v modelu se uvažuje zaplnění všech poloh závitů. Jinak by nešlo v simulaci využít

symetrie v polovině výšky vinutí, protože neúplná vrstva má vliv na rozptylové magnetické pole a také musí platit symetrie konců vinutí, jedná se o zobecnění i na jiné designy, každý design končí v jiném místě, zřídka je celkový počet závitů dělitelný počtem poloh. V reálném VN vinutí se také vyskytují odbočky, kterými se dá měnit aktivní počet závitů a tím se mění i rozptylové magnetické pole. Jako kompromis je tedy zvolen způsob, kde drát vyplní celý průřez vinutí podle jeho zadaných rozměrů, ale zároveň se musí zachovat mezery mezi závity a mezi polohami. Pro výpočet ampérvávitů NN vinutí v polovině  $I_{2,ampl}$  se použije následující vztah:

$$I_{2,ampl} = \sqrt{2} \cdot \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{n,NN}} \cdot \frac{N_{z1,c}}{2} = \sqrt{2} \cdot \frac{1000000}{\sqrt{3} \cdot 420} \cdot \frac{20}{2} = 19440,4 \text{ A}, \quad (5.4)$$

kde  $U_{n,NN}$  je jmenovité napětí na sekundární straně transformátoru a  $N_{z1,c}$  představuje celkový počet závitů vinutí NN.

Dalším krokem je přepočítat hodnotu proudu ve VN vinutí na nejvyšší odbočce (všechny závity jsou aktivní) přes rovnost ampérvávitů obou vinutí. Tento výpočet znázorňuje vztah:

$$I_{1,ampl} = \frac{I_{2,ampl}}{n_{pol,2} \cdot \frac{N_{z2,pol,m}}{2}} = \frac{19440,4}{12 \cdot \frac{114}{2}} = 28,42 \text{ A}, \quad (5.5)$$

kde  $n_{pol,2}$  vyjadřuje počet poloh ve vinutí VN.

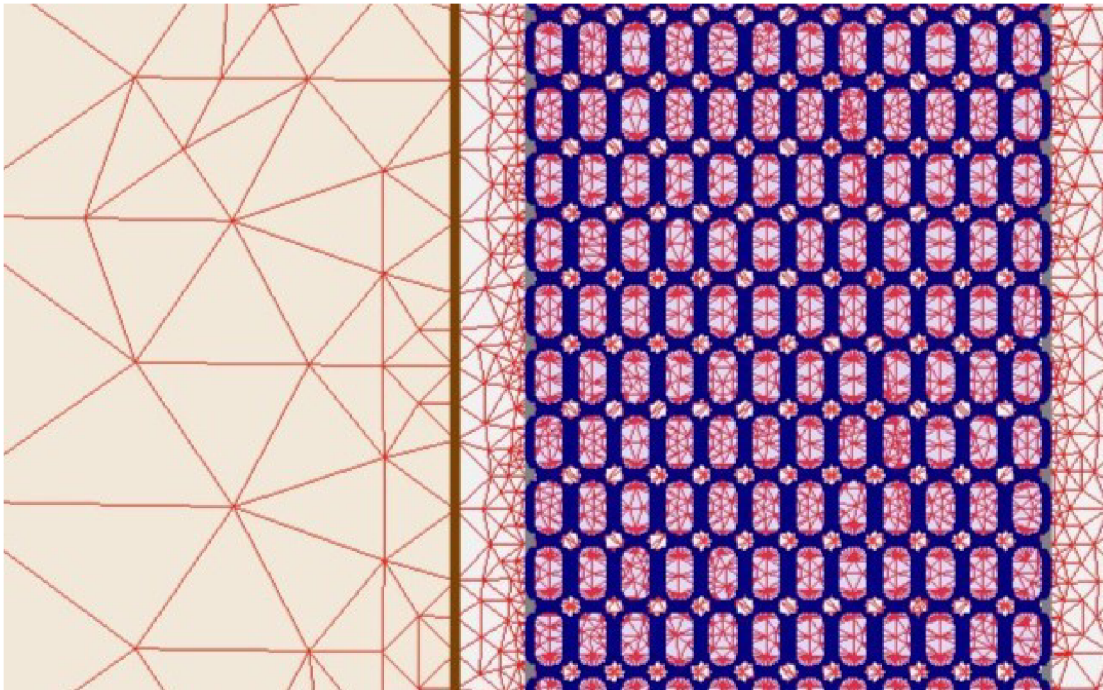
Vypočtené proudy NN a VN vinutí se musí do modelu parametrizovat s opačnou polaritou, aby se zajistila správnost směru magnetického toku a také reálné chování transformátoru.

Jedna z výhod u zkoušky nakrátko je, že transformátor má pokojovou teplotou v celém objemu. Z důvodu, že zkouška probíhá pouze krátce, se může předpokládat, že jeho teplota během zkoušky se změní pouze minimálně. Ztráty se po zkoušce nakrátko přepočítávají na referenční teplotu 75 °C podle normy [19], ovšem tato práce zkoumá také ztráty, které vznikají při pokojové teplotě. Potom se tedy vodivost materiálu vinutí u jedné ze simulací nastavuje na průměrnou teplotu při měření, která se dá označit jako teplota pokojová při 20 °C a u další simulace na referenční teplotu 75 °C. Podle normy se v praxi provádí zkouška nakrátko pouze při pokojové teplotě kolem 20 °C a ztráty jsou poté přepočítány pomocí teplotního koeficientu odporu. Přepočet se může považovat za korektní pouze u ztrát ohmických, jelikož přepočet ztrát přídavných se mění nepřímě úměrně vůči zvyšující se teplotě podle vztahů (2.24), (2.25).

Pro získání ztrát ohmických a přídavných pomocí metody konečných prvků u 2D modelu se nejprve u první simulace všechny závity VN vinutí nastaví jako pevný homogenní materiál, a proto při takové simulaci jsou brány v úvahu vířivé proudy ve vinutí. Splétaný materiál vodiče, který se nastavuje u vinutí NN předpokládá, že

vinutí se skládá z nekonečně mnoho tenkých vodičů, a proto zde nevznikají vířivé proudy. U druhé simulace se vinutí VN nastavuje jako splétané, stejně jako vinutí NN. Poté je možné získané hodnoty vzájemně odečíst a dále u modelu 1 vynásobit dvanácti, jelikož model 1 je zhotoven pouze z jedné čtvrtiny a je simulován jen pro jednu fázi. Díky tomu, že model 2 je vytvořen pouze pro jednu polovinu výšky vinutí, stačí vynásobit výsledky šestkrát. Tímto způsobem se vypočte hodnota přídavných a ohmických ztrát ve vinutí VN u obou modelů a poté se tyto výsledky sečtou pro celý trojfázový transformátor. U 3D simulace se nastavují vinutí VN i NN jako splétané, z důvodu náročnosti i zkoumání jiného přístupu pro výpočet přídavných ztrát..

Další nastavení používá adaptivní síť, která je zobrazená na Obr.5.5 s maximálně 10 průchody nebo minimální chybou 1% . U vinutí VN je nastavena síť, kde maximální délka elementu je 1 mm, kdy výpočet dosahuje síť se 70 tisíci elementy pro největší model.



Obr. 5.5: Adaptivní síť z 2D modelu.

#### 5.1.4 Semi-analytická metoda výpočtu přídavných ztrát

Semi-analytická metoda podle [12], která se aplikuje na model 2D i 3D, spočívá v tom, že se nejdříve metodou konečných prvků vypočítá střední hodnota druhé mocniny magnetické indukce jak v axiálním, tak radiálním směru ve VN vinutí.

Výsledky přídatných ztrát se následně analyticky dopočítají pomocí již známých vzorců (2.24) a (2.25). Výsledky přídatných ztrát opět vyjdou v měrných jednotkách. Proto je potřeba tyto výsledky vynásobit hmotností dané části vinutí, pro kterou je model zhotoven. Například u 2D modelu musí být vypočtena hmotnost rovné a kruhové části vinutí zvlášť. U 3D modelu je vhodné dělat výpočty jak pro krajní sloupek, tak pro sloupek střední, jelikož střední hodnota druhé mocniny magnetické indukce bude v těchto místech odlišná. Z výsledků přídatných ztrát krajních sloupků a středního sloupku se vypočítá přibližná průměrná hodnota pro celý transformátor. Vzorec (5.6), který je použit pro výpočet střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce, je zadán do Maxwell kalkulátoru a má následující tvar:

$$\left( \frac{1}{\text{Integrate}(\text{Volume}(\text{VinutiVN}), \text{Pow}(\text{Mag}(\text{VecY}(\text{ScalarY}(\langle Bx, By, 0 \rangle))), 2)), 2} \right),$$

$$\text{Integrate}(\text{Volume}(\text{VinutiVN}), 1) \left. \right)', \quad (5.6)$$

kde funkce *integrate* provádí integraci, *Volume(VinutiVN)* specifikuje, že se integrace provádí přes celý objem VN vinutí, *VecY(ScalarY(< Bx, By, 0 >))* pracuje s vektory a skaláry ve směru osy Y, *Mag* je funkce, která vypočítá velikost vektoru magnetické indukce, *Pow* umocní tuto hodnotu na druhou mocninu a *Integrate(Volume(VinutiVN))* provádí integraci této hodnoty přes objem VN vinutí. Následně se tyto dvě integrace podělí a vznikne výsledek střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce. Tento vzorec se mírně upravuje v závislosti na modelu nebo zda se jedná o výpočet přídatných ztrát v radiálním nebo axiálním směru.

Poté se výsledek střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce využije pro výpočet přídatných ztrát  $(P_E)_{ax2c,3D,20,b}$ , kde příklad výpočtu (5.7) je uveden pro 3D model transformátoru o jmenovitém výkonu 1000 kVA, kde se jedná o boční sloupek, při pokojové teplotě 20 °C v axiálním směru:

$$(P_E)_{ax2c,3D,20,b} = \frac{B_{str,ax} \cdot b_2^2 \cdot \omega^2 \cdot \sigma_{Al,20}}{24 \cdot \rho_{m,Al}} \cdot G_{w2} \quad (5.7)$$

$$= \frac{0.0011765 \cdot 0,00372^2 \cdot (2\pi \cdot 50)^2 \cdot 35000000}{24 \cdot 2700} \cdot 304,96 = 264,97W,$$

kde  $\sigma_{Al,20}$  je měrná vodivost hliníku při pokojové teplotě 20 °C.

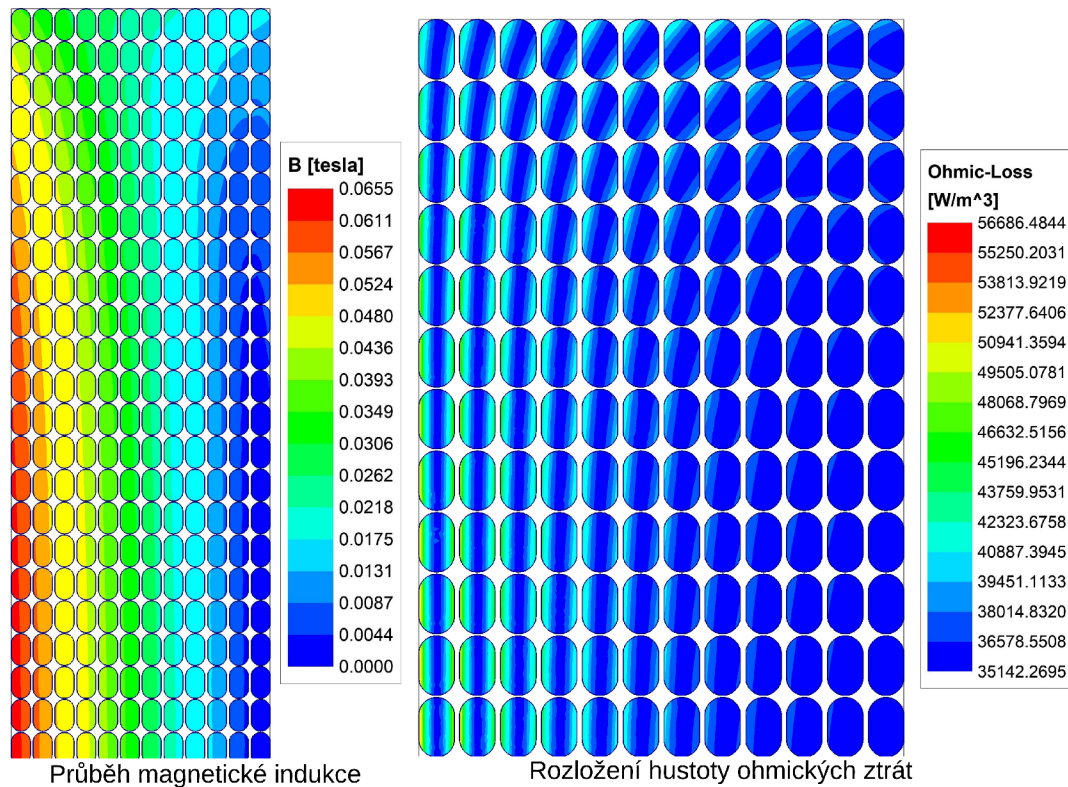
## 5.2 Výsledky a porovnání simulací

2D simulace bez jha na Obr.5.6 ukazuje průběh magnetické indukce a rozložení hustoty ohmických ztrát ve vinutí VN u transformátoru o výkonu 1000 kVA, kde je



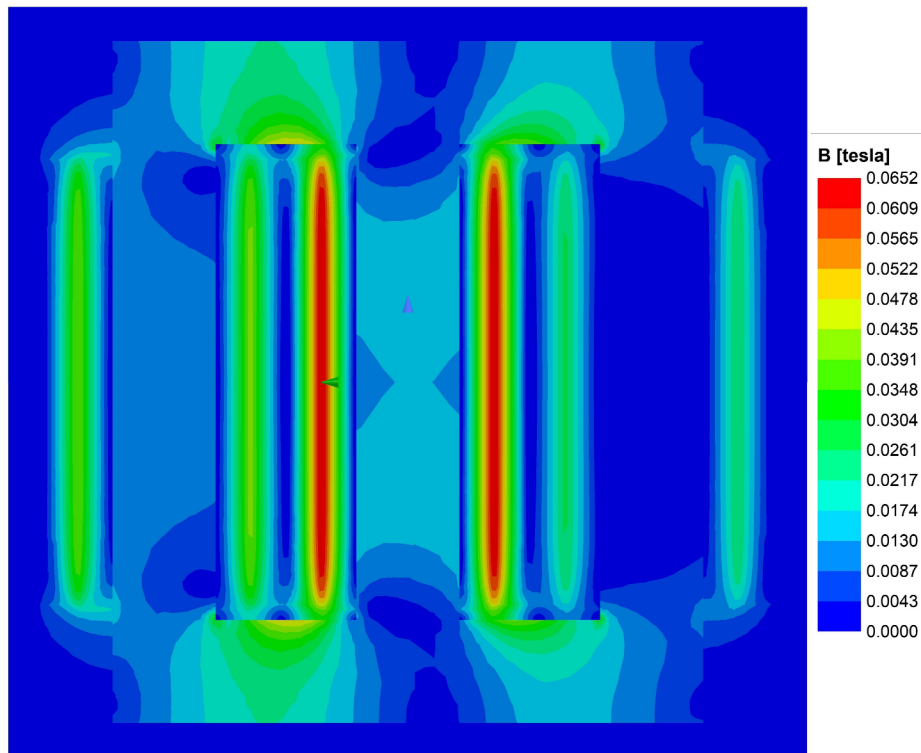
vidět, že největší magnetická indukce se nachází v blízkosti hlavního kanálu mezi vinutími NN a VN, což potvrzuje teorie. Je rovnoměrně rozložena po celé délce vinutí až na konce vinutí, kde se snižuje. V hlavním kanálu dosahuje magnetická indukce maximálních hodnot, protože magnetický tok obou vinutí je nejvíce koncentrován mezi vinutími v hlavním kanálu. Výsledky magnetické indukce uprostřed výšky vinutí z analytických výpočtů jsou téměř shodné s výsledky ze simulace.

Hustota ohmických ztrát u VN vinutí je téměř rovnoměrně rozložena po celé výšce vinutí, největší je však v poloze na vnitřním průměru, tedy u vzduchové mezery mezi vinutími NN a VN, kde je největší rozptylová indukce, dále však radiálně klesá až k vnějšímu průměru vinutí. Axiální složka magnetického rozptylového toku se od středu výšky vinutí zmenšuje směrem k hornímu a dolnímu konci vinutí, zatímco radiální složka se zesiluje. To znamená, že bod s nejvyšší hustotou přídavných ztrát ve VN vinutí se nachází uprostřed výšky vinutí, přímo u hlavního kanálu na vnitřním průměru.



Obr. 5.6: Průběh magnetické indukce a rozložení ohmických ztrát ve VN vinutí.

Obr.5.7 zobrazuje průběh rozptylové magnetické indukce v jádře a ve vinutích transformátoru o výkonu 1000 kVA u 3D modelu v řezu, kde je fáze posunutá o  $180^\circ$ .



Obr. 5.7: Průběh magnetické indukce u 3D modelu.

### 5.2.1 Porovnání výsledků přídatných ztrát z jednotlivých metod výpočtu

Pro porovnání výsledků z různých simulací je nejlepší zvolit procentuální hodnotu  $P_{\%}$  v poměru k ohmickým ztrátám  $P_{DC}$ , jak znázorňuje vzorec podle [5]:

$$P_{\%} = \frac{P_{AC} - P_{DC}}{P_{DC}} \cdot 100, \quad (5.8)$$

kde  $P_{AC}$  jsou ztráty způsobené střídavým proudem.

Tato práce porovnává výsledky přídatných ztrát vypočtené čtyřmi různými metodami, jež první metodou je metoda analytická uvedená v kapitole 4. Druhá metoda využívá pouze metodu konečných prvků v softvérovém nástroji Maxwell 2D, kde jsou ztráty získány bez použití analytických výpočtů. Třetí semi-analytická metoda užívá nejprve Maxwell 3D pro výpočet rozptylového magnetického pole a poté střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce a následně se analytickou metodou dopočítají přídatné ztráty pro střední a krajní sloupek jádra zvlášť a poté se z nich vypočte průměrná hodnota. Čtvrtá metoda využívá také semi-analytickou metodu pro porovnání rozdělení skutečného tvaru do dvou 2D modelů.

V Tab. 5.1 jsou uvedeny výsledky střední hodnoty druhé mocniny magnetické

indukce, které jsou rozděleny na složku v axiálním a radiálním směru. U 2D modelu se výsledky rozdělují na simulaci se jhem a bez něj. 3D model se rozděluje na výpočet u krajního a středního sloupku. Výsledky magnetické indukce pro simulace při 20 °C a 75 °C se můžou označit za stejné, jelikož teplota nemá vliv na velikost magnetické indukce. Magnetická indukce v radiálním směru je o mnoho menší než ve směru axiálním, od toho se odvíjí také výsledky přídavných ztrát, které jsou zobrazené v tabulkách 5.2 a 5.3. U 2D simulace jsou větší ztráty u modelu, který neobsahuje jho a u modelu 3D jsou větší ztráty u středního sloupku, jelikož u krajních sloupků se polovina vinutí nenachází pod jhem jádra. Pro porovnání jsou v tabulkách 5.2 a 5.3 zobrazeny také výsledky přídavných ztrát z 2D modelu, který je proveden pouze metodou konečných prvků, kde tato metoda neaplikuje výpočet střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce.

Tabulka 5.4 zobrazuje porovnání ohmických ztrát  $P_{DC}$  a ztrát způsobených střídavým proudem  $P_{AC}$  pro jednotlivé metody, které jsou použity pro výpočet procentuálních ztrát  $P_{\%}$ . Ohmické ztráty  $P_{DC}$  jsou vypočteny metodou konečných prvků v Maxwell 2D a jsou použity pro porovnání metod využitých v této práci. Porovnání výsledků přídavných ztrát jednotlivých metod při pokojové teplotě 20 °C a při referenční teplotě 75 °C zobrazuje tabulka 5.5, kde  $P_{přid20}$ ,  $P_{přid75}$  jsou přídavné ztráty při teplotách 20 °C a 75 °C, porovnání ztrát procentuálních se nachází v tabulce 5.6. U srovnání výsledků při pokojové teplotě 20 °C a při referenční teplotě 75 °C je zřejmé, že přídavné ztráty s rostoucí teplotou klesají a to z důvodů zvyšujícího se odporu, respektive snižující se konduktivity materiálu vinutí. Například u 3D modelu jsou výsledky procentuálních ztrát 7,29 % při teplotě 20 °C a 4,63 % při teplotě 75 °C, což je přibližně o polovinu víc.

Procentuální hodnoty ztrát jsou také velice odlišné při srovnávání jednotlivých transformátorů. Kde u 2D modelu, který využívá metodu konečných prvků je hodnota procentuálních ztrát u transformátoru o jmenovitém výkonu 100 kVA při pokojové teplotě 20 °C 0,21 %, u transformátoru s výkonem 400 kVA to je 3,14 % a u transformátoru s výkonem 1000 kVA dosahuje hodnoty 7,29 %. Z toho plyne, že přídavné ztráty rostou mnohem více než ztráty ohmické u transformátoru s vyššími jmenovitými výkony, což je dáno převážně většími rozměry vodičů, jak se píše v [12].

Použití 2D modelu pomocí metody konečných prvků lze považovat jako nejpřesnější při analýze vícevrstvého vinutí transformátoru. Tato přesnost je dosažena díky detailnímu vykreslení každého jednotlivého závitu ve VN vinutí a vysoké hustotě sítě v těchto oblastech. Počáteční síť má i manuální nastavení, což umožňuje jemnější rozlišení tam, kde je třeba vyšší přesnost výpočtu ztrát, ale v ostatních místech pokračuje s adaptivním zjemňováním. Tímto způsobem je možné detailně analyzovat ztráty způsobené vířivými proudy a ohmickými ztrátami v každém závitu. Zatímco 3D modelování pomocí semi-analytické metody je o něco méně přesnější,

ale pro výpočet mnohem rychlejší a jednodušší, například hodnota procentuálních ztrát u transformátoru 1000 kVA při teplotě 20 °C se rovná 8,70 %, přičemž u metody 2D pomocí metody konečných prvků vychází 7,29 %. Jeden z důvodů tvorby 3D modelu je potvrzení správnosti rozdělení zkoumaného problému do dvou 2D modelů. Výhodou 3D modelu je schopnost lépe zachytit prostorové rozložení elektromagnetického pole, což může být výhodné při určování celkového rozptylového pole v transformátoru. Semi-analytická metoda, použitá v 3D modelu (teoreticky i 2D, což by bylo ještě jednodušší), umožňuje rychlejší výpočet předpokládaných ztrát ve vinutí bez nutnosti složitého a časově náročného detailního modelování každého závitu v modelu 2D u předchozí metody. I když přesnost této metody není tak vysoká jako u 2D modelování se závity, poskytuje dostatečně přesné výsledky a je efektivním nástrojem pro rychlou analýzu. Semi-analytická metoda tedy nabízí vyvážený přístup mezi přesností a složitostí modelování.

Stejná semi-analytická metoda je použita v kombinaci detailního modelování 2D s analytickými výpočty. Tento postup je vytvořen s cílem potvrdit možnost použití 2D modelů. Jestliže se tyto dvě semi-analytické metody srovnají pomocí hodnot procentuálních ztrát u transformátoru o výkonu 1000 kVA při 20 °C, tak u 2D modelu jsou ztráty 9,52 % a u modelu 3D 8,7 % a může se říct, že zvolené rozdělení do dvou 2D modelů lze použít s malou chybou.

Pro srovnání výsledků přídatných ztrát je také použita analytická metoda. Tato metoda je nejméně přesná ze všech zmíněných metod, ale nabízí nejjednodušší způsob odhadu ztrát. Analytická metoda využívá zjednodušené předpoklady a mnohé zanedbává, což vede k méně přesným výsledkům ve srovnání s použitím metody konečných prvků. Jestliže se porovná výsledek z analytické metody s nejpřesnější metodou 2D, procentuální hodnota ztrát u transformátoru o výkonu 1000 kVA při 20 °C u metody analytické je 10,33 % a u 2D metody 7,29 %, rozdíl tedy činí 3,04 %. Postupně od 2D metody po analytickou hodnoty výsledků rostou, což ale není na škodu, takže i analytická metoda je v praxi užitečná, protože zároveň dává určitou rezervu.

Tab. 5.1: Výsledky střední hodnoty druhé mocniny magnetické indukce pro obě teploty 20 °C a 75 °C

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
2D model v axiálním směru				
Model se jhem	[T]	$0,340 \cdot 10^{-3}$	$0,596 \cdot 10^{-3}$	$1,334 \cdot 10^{-3}$
Model bez jha	[T]	$0,421 \cdot 10^{-3}$	$0,644 \cdot 10^{-3}$	$1,392 \cdot 10^{-3}$
2D model v radiálním směru				
Model se jhem	[T]	$3,60 \cdot 10^{-6}$	$3,52 \cdot 10^{-6}$	$7,94 \cdot 10^{-6}$
Model bez jha	[T]	$3,85 \cdot 10^{-6}$	$3,70 \cdot 10^{-6}$	$9,55 \cdot 10^{-6}$
3D model v axiálním směru				
Krajní sloupek	[T]	$2,98 \cdot 10^{-4}$	$5,32 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$
Střední sloupek	[T]	$3,12 \cdot 10^{-4}$	$5,47 \cdot 10^{-4}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$
3D model v radiálním směru				
Krajní sloupek	[T]	$4,10 \cdot 10^{-6}$	$4,25 \cdot 10^{-6}$	$9,96 \cdot 10^{-6}$
Střední sloupek	[T]	$6,18 \cdot 10^{-6}$	$6,37 \cdot 10^{-6}$	$1,44 \cdot 10^{-5}$

Tab. 5.2: Výsledky mezivýpočtů přídavných ztrát v axiálním a radiálním směru pro teplotu 20 °C

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
2D model v axiálním směru				
Model se jhem	[W]	0,29	11,52	63,77
Model bez jha	[W]	1,05	37,28	236,71
2D model v radiálním směru				
Model se jhem	[W]	0,021	0,178	1,063
Model bez jha	[W]	0,079	0,605	4,747
3D model v axiálním směru				
Krajní sloupek	[W]	1,18	43,54	264,97
Střední sloupek	[W]	1,23	44,81	275,09
3D model v radiálním směru				
Krajní sloupek	[W]	0,107	0,909	6,287
Střední sloupek	[W]	0,162	1,363	9,090
2D model metodou konečných prvků				
Model se jhem	[W]	0,29	9,97	55,82
Model bez jha	[W]	0,82	27,95	179,52

Tab. 5.3: Výsledky mezivýpočtů přídavných ztrát v axiálním a radiálním směru pro teplotu 75 °C

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
2D model v axiálním směru				
Model se jhem	[W]	0,23	9,17	50,74
Model bez jha	[W]	0,83	29,66	188,38
2D model v radiálním směru				
Model se jhem	[W]	0,017	0,141	0,846
Model bez jha	[W]	0,063	0,481	3,778
3D model v axiálním směru				
Krajní sloupek	[W]	0,94	34,65	210,87
Střední sloupek	[W]	0,98	35,66	218,93
3D model v radiálním směru				
Krajní sloupek	[W]	0,086	0,723	5,003
Střední sloupek	[W]	0,129	1,085	7,234
2D model metodou konečných prvků				
Model se jhem	[W]	0,23	7,96	44,42
Model bez jha	[W]	0,64	22,32	142,86

Tab. 5.4: Výsledky  $P_{DC}$  a  $P_{AC}$  ztrát

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
DC ztráty				
$P_{DC20}$	[W]	521,39	1207,58	3217,58
$P_{DC75}$	[W]	655,17	1517,32	4043,04
2D model pomocí metody konečných prvků				
$P_{AC20}$	[W]	522,49	1245,47	3452,07
$P_{AC75}$	[W]	656,03	1547,56	4230,14
2D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{AC20}$	[W]	522,83	1257,18	3523,87
$P_{AC75}$	[W]	656,32	1556,78	4286,79
3D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{AC20}$	[W]	522,75	1253,19	3497,46
$P_{AC75}$	[W]	656,25	1553,61	4265,77

Tab. 5.5: Výsledky přídavných ztrát

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
2D model pomocí metody konečných prvků				
$P_{přid20}$	[W]	1,094	37,882	234,484
$P_{přid75}$	[W]	0,859	30,245	187,095
3D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{přid20}$	[W]	1,393	45,601	279,877
$P_{přid75}$	[W]	1,079	36,290	222,734
2D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{přid20}$	[W]	1,440	49,593	306,290
$P_{přid75}$	[W]	1,146	39,467	243,754
Metoda analytická				
$P_{přid20}$	[W]	1,575	54,175	330,930
$P_{přid75}$	[W]	1,294	44,504	271,070

Tab. 5.6: Výsledky přídavných procentuálních ztrát

$S_t$	[kVA]	100	400	1000
2D model pomocí metody konečných prvků				
$P_{\%20}$	[%]	0,21	3,14	7,29
$P_{\%75}$	[%]	0,13	1,99	4,63
3D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{\%20}$	[%]	0,26	3,78	8,70
$P_{\%75}$	[%]	0,17	2,39	5,51
2D model pomocí semi-analytické metody				
$P_{\%20}$	[%]	0,28	4,11	9,52
$P_{\%75}$	[%]	0,18	2,60	6,03
Metoda analytická				
$P_{\%20}$	[%]	0,29	4,52	10,33
$P_{\%75}$	[%]	0,19	3,04	6,95

# Závěr

Tato bakalářská práce se zabývá přídatnými ztrátami způsobenými magnetickým rozptylovým polem, přičemž se podrobně zaměřuje na ztráty ve vícevrstevném vinutí vysokého napětí výkonových transformátorů. Také rozebírá rozptylové magnetické pole a různé metody snižování přídatných ztrát způsobených rozptylovým polem, popisuje hlavní a rozptylový magnetický tok a znázorňuje průběh magnetické indukce v axiálním a radiálním směru rozptylového toku. Hlavní část práce se zabývá metodami výpočtů přídatných ztrát ve vícevrstevném vinutí transformátorů metodou konečných prvků ve 2D modelu, semi-analytickou metodou ve 2D i 3D modelu a metodou analytickou. Cílem je porovnat přesnost a efektivitu těchto metod při analýze ztrát ve vinutí VN transformátoru s různým jmenovitým výkonem a při různých teplotních podmínkách (20 °C a 75 °C).

Jako první byla použita čistě analytická metoda. Tato metoda využívá zjednodušené předpoklady, což vede k méně přesným výsledkům ve srovnání s metodami konečných prvků. Nicméně, její jednoduchost a rychlost výpočtu ji činí užitečnou pro rychlé odhady ztrát. Při výpočtu přídatných ztrát ve 2D modelech pomocí metody konečných prvků se využilo detailního vykreslení každého jednotlivého závitu ve vinutí VN. Tato metoda nabízí detailní analýzu ztrát způsobených vířivými proudy a ohmickými ztrátami v každém závitě. U této metody je potřeba vytvořit dva modely (se jhem a bez jha). Pro ještě větší přesnost této metody je možné udělat třetí model, který by zahrnoval také simulaci krajních sloupků transformátoru, jak je tomu u 3D modelu. Naopak 3D modelování pomocí semi-analytické metody je méně přesné, ale výhodou je jeho jednodušší tvorba a schopnost lépe zachytit prostorové rozložení elektromagnetického pole. Tato metoda poskytuje rychlejší výpočet předpokládaných ztrát ve vinutí bez nutnosti složitějšího a časově náročnějšího detailního modelování každého závitu, jak je tomu u 2D modelů. Přesnost této metody je menší, ovšem nabízí větší rychlost analýzy. Stejnou semi-analytickou metodou jako u 3D modelu byly udělány modely 2D. Tento způsob byl vytvořen s cílem porovnání a ověření správnosti rozdělení do modelů 2D. Porovnání výsledků ukázalo, že přídatné ztráty klesají s rostoucí teplotou vinutí, ovšem ohmické ztráty se zvyšují, což je způsobeno zvyšujícím se odporem materiálu vinutí. Dále z výsledků vyplynulo, že přídatné ztráty mnohonásobně rostou u transformátorů s větším jmenovitým výkonem.

Celkově lze říci, že výběr metody pro výpočet přídatných ztrát závisí na konkrétních požadavcích na přesnost a rychlost výpočtu. Výsledky této práce poskytují informace pro další vývoj a optimalizaci metod výpočtu přídatných ztrát ve vinutí VN transformátoru.



# Literatura

- [1] Khaparde, S. A.; Kulkarni, S. V.: *Transformer Engineering*. CRC Press, tištěná kniha vydání, 2012, ISBN 9781439853771.
- [2] Mrajca, M.: Návrh olejového distribučního transformátoru. 2020/2021. Dostupné z: [https://www.vut.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=226803](https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=226803)
- [3] Jezierski, E.: *Transformátory: teoretické základy*. Praha: Academia, první vydání, 1973.
- [4] Štrac, L.: Three-Phase Shunts for Stray Magnetic Field. *Procedia Engineering*, ročník 202, 2017: s. 183–188, ISSN 18777058, doi:10.1016/j.proeng.2017.09.706. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877705817342455>
- [5] Mrajca, M.: Analýza přídavných ztrát ve vinutých distribučních olejových transformátorech. 2023.
- [6] Nařízení Komise (EU) č. 548/2014. [online], 2014. Dostupné z: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/CS/TXT/PDF/?uri=CELEX:32014R0548&from=EN>
- [7] Škandera, Z.: Návrh důlního transformátoru 1400 kVA v nevybušném závěru. 2015. Dostupné z: [https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/61764/F3-DP-2015-Skandera-Zbynek-Navrh\\_dulniho\\_transformatoru\\_1400kVA\\_v\\_nevybusnem\\_zaveru.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/61764/F3-DP-2015-Skandera-Zbynek-Navrh_dulniho_transformatoru_1400kVA_v_nevybusnem_zaveru.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- [8] Knaack, W.; Schwaab, H.: Additional Inductance in Transformer. *Archiv für Elektrotechnik*, ročník 32, č. 7, 1938: s. 470–482, ISSN 1432-0487, doi: 10.1007/BF01660155.
- [9] Boyajian, A.: Leakage Reactance of Irregular Distributions of Transformer Windings by the Method of Two Fourier Series. *AIEE Transactions — Power Apparatus and Systems*, ročník 29, č. 2, III-B, 1954: str. 1078–1086, ISSN 0018-9510.
- [10] Rabins, L.: Transformer Reactance Calculations with Digital Computers. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics*, ročník 75, č. 3, 1956: s. 261–267, ISSN 2379-674X, doi:10.1109/TCE.1956.6372526.

- [11] Andersen, O. W.: Transformer Leakage Flux Program Based on the Finite Element Method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, ročník PAS-92, č. 2, 1973: s. 682–689, ISSN 0018-9510, doi:10.1109/TPAS.1973.293773.
- [12] Kulkarni, S. V.; Gulwadi, G. S.; Ramachandran, R.; aj.: Accurate Estimation of Eddy Loss in Transformer Windings by Using FEM Analysis. In *TRAFOTECH-94*, Bangalore, Indie, January 1994, str. I7–I10.
- [13] Krasl, M.; Vlk, R.; Grosiar, J.: Eddy Current Losses of Winding of Transformer. In *EUROCON 2005 - The International Conference on "Computer as a Tool"*, Belgrade, Serbia: IEEE, 2005, ISBN 1-4244-0049-X, s. 1434–1437, doi:10.1109/EURCON.2005.1630232. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1630232/>
- [14] Bašta, J.: *Teorie elektrických strojů*. Praha: SNTL, první vydání, 1968.
- [15] *Large power transformers*. Elsevier ; Distribution for the U.S.A. and Canada, Elsevier Science Pub. Co., Amsterdam, New York, 1987, tištěná kniha vydání, 1987, ISBN 9780444995117.
- [16] Chen, D.; Yu, H.; Yuan, J.: Analysis on the Shielding Effect of the Power Transformer Tank. *PIERS Online*, ročník 3, č. 6, 2007: s. 916–919, ISSN 1931-7360, doi:10.2529/PIERS060908000140. Dostupné z: <http://piers.mit.edu/piersonline/piers.php?year=2007&volume=3&number=6&page=916>
- [17] Moghaddami, M.; Sarwat, A. I.; de Leon, F.: Reduction of Stray Loss in Power Transformers Using Horizontal Magnetic Wall Shunts. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 53, č. 2, 2017: s. 1–7, ISSN 0018-9464, doi:10.1109/TMAG.2016.2611479. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7572157/>
- [18] Dowell, P.: Effects of Eddy Currents in Transformer Windings. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, ročník 113, č. 8, 1966: str. 1387 – 1394, ISSN 00203270, doi:10.1049/piee.1966.0236. Dostupné z: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/piee.1966.0236>
- [19] *ČSN EN 60076-1*. Výkonové transformátory - Část 1: Obecně vydání, 05/2012.

## Seznam symbolů a zkratek

<b>EU</b>	Evropská unie
<b>MKP</b>	metoda konečných prvků
<b>NN</b>	nízké napětí
<b>VN</b>	vysoké napětí
<b>PEI</b>	index špičové účinnosti
$b$	průměr kruhové části vodiče vinutí VN
$B$	magnetická indukce
$B_{ax}$	maximální hodnota magnetické indukce v mezeře
$B_{gp}$	magnetická indukce v hlavním kanálu
$B_0$	magnetické indukce na okraji povrchu vodiče
$b$	tloušťka vodiče
$B_{w1,e}$	elektrická výška vinutí NN
$b_2$	šířka zploštěného holého vodiče VN vinutí
$(B_0)_{stř}$	střední hodnota druhé mocniny magnetické indukce
$C_1, C_2$	integrační konstanty
<b>D</b>	elektrická indukce
$D_{w2,i,e}$	vnitřní elektrický průměr vinutí VN
$D_{w2,e,e}$	vnější elektrický průměr vinutí VN
$D_{w1,i,e}$	vnitřní elektrický průměr vinutí NN
$D_{w1,e,e}$	vnější elektrický průměr vinutí NN
<b>E</b>	intenzita elektrického pole
$f$	napájecí frekvence
$G_{w2}$	hmotnost vinutí VN
<b>H</b>	intenzita magnetického pole

$H_{w2,e}$	elektrická výška VN vinutí
$H_x$	magnetická intenzita v axiálním směru
$H_y$	magnetická intenzita ve směru osy $y$
$H_z$	magnetická intenzita ve směru osy $z$
$H_0$	maximální amplituda magnetické intenzity
$h$	šířka vodiče
$h_1$	okamžitá hodnota magnetické intenzity v elementu $dv$
$I_{eddy}$	vířivý proud
$I_{odb,f2}$	jmenovitý proud VN vinutí
$I_{load}$	zátěžný proud
$I_{total}$	celkový proud
$I_{10}$	proud na vstupu v chodu naprázdno
$I_2$	proud na výstupu v chodu naprázdno
$I_{1k}$	vstupní proud nakrátko
$I_{2k}$	výstupní proud nakrátko
$I_\mu$	magnetizační proud
$i_{nn}$	proud tekoucí vinutím NN
$j$	imaginární jednotka
<b>J</b>	proudová hustota
$J_z$	proudová hustota ve směru osy $z$
$k_{Al}$	teplotní koeficient vodivosti hliníku
$k_h, k_e, k_a$	konstanty proporcionality
$k_{p2}$	koeficient prodloužení VN vodiče
$L_r$	délka rovné části jádra
$L_{ri}$	rozptylová indukčnost

$L_{w2}$	celková délka vinutí VN
$m$	počet fází
$n_{pol,2}$	počet poloh ve vinutí VN
$N_{z1,c}$	celkový počet závitů vinutí NN
$N_{z2,c}$	celkový počet závitů VN vinutí
$N_{z2,pol,m}$	počet závitů v jedné poloze vinutí VN
$P_{\%}$	procentuální hodnota ztrát přídavných a ohmických ztrát
$P_{AC}$	ztráty způsobené průchodem střídavého proudu
$P_{DC}$	ohmické ztráty
$P_{ax,ohm\%}$	procentuální porovnání přídavných a ohmických ztrát
$P_e$	ztráty vířivými proudy na jednotku plochy
$P_E$	ztráty vířivými proudy na jednotku objemu
$(P_E)_{ax}$	ztráty vířivými proudy vlivem axiální složky pole
$(P_E)_{rad}$	ztráty vířivými proudy vlivem radiální složky pole
$(P_E)_{stř}$	střední hodnota ztrát vířivými proudy ve vinutí
$(P_E)_{ax2}$	měrné axiální přídavné ztrát vinutí VN
$(P_E)_{ax2c}$	absolutní přídavné ztráty vinutí VN v axiálním směru
$(P_E)_{ax2c,3D,20,b}$	přídavné ztráty pro 3D model, při teplotě 20 °C a boční sloupek v axiálním směru
$P_k$	naměřená ztráta pod zatížením při jmenovitém proudu a jmenovitém kmitočtu na jmenovité odbočce
$P_0$	míra ztrát při chodu naprázdno při jmenovitém napětí a jmenovitém kmitočtu na jmenovité odbočce
$P_1$	vstupní výkon
$P_2$	výstupní výkon
$P_{c0}$	výkon vyžadovaný chladicím systémem pro provoz při chodu naprázdno

$P_{omh2,20}$	ohmické ztráty při teplotě 20 °C
$P_{omh2,75}$	ohmické ztráty při referenční teplotě 75 °C
$\Delta P$	součet ztrát naprázdno a ztrát nakrátko
$\Delta P_a$	ztráty dodatečné
$\Delta P_e$	ztráty způsobené vířivými proudy
$\Delta P_h$	ztráty hysterezní
$\Delta P_k$	ztráty nakrátko
$\Delta P_0$	ztráty naprázdno
$\Delta P_{Fe0}$	ztráty v železe
$\Delta P_{j1}$	Jouleovy ztráty ve vstupním vinutí
$\Delta P_{j10}$	Jouleovy ztráty naprázdno
$\Delta P_{j2}$	Jouleovy ztráty ve výstupním vinutí
$R$	odpor vodiče
$R_1$	odpor vstupního vinutí
$R_2$	odpor výstupního vinutí
$R_{w2}$	odpor vinutí VN
$S_n$	zdánlivý výkon
$S_{w2}$	průřez vinutí VN po zploštění
$U_2$	výstupní napětí
$U_{n,NN}$	jmenovité napětí na vinutí NN
$U_{n,VN}$	jmenovité napětí na vinutí VN
$U_{odb,m2}$	napětí na VN vinutí, kde jsou započteny všechny závity VN vinutí a odbočky
$V$	objem
$W_m$	magnetická energie cívky

$x$	proměnná ve směru osy $x$
$y$	proměnná ve směru osy $y$
$z$	proměnná ve směru osy $z$
$\rho$	elektrická rezistivita materiálu
$\rho_1$	hustota náboje
$\rho_{Al,75}$	rezistivita hliníku při 75 °C
$\mu$	permeabilita materiálu
$\mu_0$	permeabilita vakua
$\sigma$	měrná elektrická vodivost
$\sigma_{Al}$	měrná elektrická vodivost hliníku
$\sigma_{Al,20}$	měrná vodivost hliníku při pokojové teplotě 20 °C
$\epsilon$	permitivita materiálu
$\delta$	hloubka vniku
$\omega$	úhlová frekvence
$\gamma$	konstanta materiálu vodiče
$\varphi$	hlavní magnetický tok
$\varphi_{r1}$	rozptylový magnetický tok vybuzený vinutím VN
$\varphi_{r2}$	rozptylový magnetický tok vybuzený vinutím NN
$\eta$	účinnost transformátoru