UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Kurzové sázení: sázková kancelář vs sázkař

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Vencálek Ondřej, Ph.D.**

Vypracoval: **Pavel Štec**

Studijní program: B1103 Aplikovaná matematika

Studijní obor: Matematika – ekonomie se zaměřením na bankovnictví

Forma studia: prezenční

Rok odevzdání: 2022

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Pavel Štec

Název práce: Kurzové sázení: sázková kancelář vs sázkař

Typ práce: Bakalářská práce

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: Mgr. Vencálek Ondřej, Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2022

Abstrakt: Cílem bakalářské práce je ukázat, jak funguje sázková kancelář a co jí zajišťuje její ziskovost. Dále se podíváme, jak je sázková kancelář úspěšná při vypisování kurzů na základě odhadu pravděpodobnosti. Dále si nasimulujeme některé sázkové strategie a určíme, zdali jsou úspěšné a jestli je lze využít jako dlouhodobá investice.

Klíčová slova: Kurzové sázení, sázková kancelář, kurzy, Brierovo skóre, konstantní sázka, martingale

Počet stran: 60

Počet příloh: 1

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Pavel Štec

Title: Fixed-odds betting: bookmaker vs bettor

Type of thesis: Bachelor's

Department: Department of Mathematical Analysis and Applications of Mathematics

Supervisor: Mgr. Vencálek Ondřej, Ph.D.

The year of presentation: 2022

Abstract: The aim of the bachelor thesis is to show how a bookmaker works and what makes it profitable. We will also look at how a bookmaker is successful in writing odds based on probability estimation. Next, we will simulate some betting strategies and determine if they are successful and if they could be used as a long-term investment.

Key words: Odds betting, bookmaker, odds, Brier score, constant bet, martingale

Number of pages: 60

Number of appendices: 1

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně pod vedením pana Mgr. Vencálka Ondřeje, Ph.D. s použitím uvedené literatury.

V Olomouci dne ……………… Podpis ……………………

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce Mgr. Ondreji Vencálkovi, Ph.D. za trpělivost, ochotu, cenné rady, které mi po celou dobu dával a celkovou pomoc s psaním této bakalářské práce Dále je potřeba poděkovat mým kamarádům a rodině, kteří mě podporovali. Speciálně kamarádovi Jirkovi, který mě přivedl do světa programování v Pythonu, se kterým se mi podařilo naprogramovat první verzi programu simulující sázkovou kancelář. Dále mojí mamince, která mi s bakalářskou prací pomohla po stránce gramatické.

Obsah

Úvod

Úkolem mé bakalářské práce je seznámit se sázkařským prostředím.
Každý si někdy kladl otázku, jak vydělat více peněz. Existuje plno variant a jedna z nich je právě sázení. Je to přeci tak jednoduché, stačí vsadit a vyhrát a v případě, že prohraji dnes, vyhraji zítra. Otázkou ovšem je, zdali je to takto jednoduché. Výsledkem sázkařského prostředí totiž je, že sázkové kanceláře bohatnou na úkor sázkařů. Nováčci v tomto světě sázení nemusí veškeré mechanismy z počátku pochopit, a tudíž toto prostředí je nebezpečné pro jejich peníze. Takový nováček si totiž najde, jaké existují strategie a vyzkouší je.

Mou motivací napsání této práce je osobní zkušenost. Já sám jsem býval právě ten nováček, který ač si počínal velice opatrně a sázel nejnižší možné sázky, uvěřil jsem bezhlavě některým strategiím a prohrál celých 1000 Kč, které jsem si na sázení vymezil. Tato zkušenost mě ale donutila se na problematiku kurzového sázení podívat více do hloubky a pochopit, proč moje strategie nefungovaly.

V teoretické části si vysvětlíme všechny potřebné pojmy k pochopení problému kurzového sázení. Řekneme si, co je to sázkový kurz, jak souvisí s pravděpodobností a ukážeme si, co je v něm skryto za tajemství. Povíme si, jakým způsobem funguje sázková kancelář a čím si vůbec zajišťuje zisk.

V praktické části zhodnotíme, jak je sázková kancelář úspěšná při odhadování pravděpodobností. Dále se podíváme na sázkaře, jak obecně sází. V rámci práce simulujeme některé strategie, které jsou právě nejvíce proklamované. Budeme sledovat, do jaké míry jsou tyto strategie ziskové z dlouhodobého hlediska. Budeme se snažit pomocí strategií zhodnotit konkrétně 1000 Kč.

1 Teoretický základ

V této první kapitole si vysvětlíme základní pojmy z odvětví pravděpodobnosti a sázkařského prostředí. Následně si definujeme, co je to hazard, jakým způsobem se definuje a která definice hazardu nejlépe vystihuje kurzové sázení. Ukážeme si, jak sázková kancelář vůbec funguje a jak si zajišťuje zisk. Představíme si vzorečky a na jejich základě odvodíme očekávaný zisk sázkové kanceláře. Vysvětlíme si rozdíl mezi sázkovým a spravedlivým kurzem a popíšeme metody vytváření kurzů.

1.1 Základní pojmy

Na začátek si musíme teoreticky popsat, o čem se vůbec budeme bavit. Zopakujeme si základní pojmy z pravděpodobnosti, které jsou potřeba zmínit, jelikož budou později použity v této bakalářské práci. Následně si povíme základní pojmy kolem kurzového sázení.

1.1.1 Základní pojmy z pravděpodobnosti

V této části budeme čerpat ze zdroje [1].
Ve sportu dochází k různým výsledkům, které můžeme při sázení sledovat. Může to být výhra, prohra, remíza, ale také můžeme sledovat, jaké skóre hry bude v určitém poločase, nebo kolik nastane ve hře faulů a plno dalších. Každý z těchto výsledků je náhodný jev, který nastane s určitou pravděpodobností. Budeme tedy potřebovat definovat, co je to pravděpodobnost, náhodný jev, náhodná veličina a její střední hodnota atd.

Definice 1 (Jev): Každá množina $A \subset \Omega$ se nazývá jev, kde Ω je množina všech výsledků náhodného pokusu. Jednoprvkové podmnožiny $\{\omega\}$ se nazývají elementární jevy.

Definice 2 (Jevové pole): Nechť $\Omega \neq \emptyset$ je libovolná množina. Neprázdný systém $\mathcal{A}$ podmnožin Ω se nazývá jevové pole, platí-li:

a) $A \in \mathcal{A} \Longrightarrow A^c \in \mathcal{A}$
b) $A_n \in \mathcal{A}, \mathrm{n} = 1,2,3, \dots \Longrightarrow \bigcup_1^\infty A_n \in \mathcal{A}$

Definice 3 (Náhodný jev): Prvky $A_n \in \mathcal{A}$ se nazývají náhodné jevy.

Definice 4 (Pravděpodobnost): Nechť je dána množina $\Omega \neq \emptyset$ a na ní jevové pole $\mathcal{A}$ náhodných jevů. Pravděpodobností nazveme každou funkci $P(\,): \mathcal{A} \to R$, která vyhovuje následujícím axiómům:

a1 $P(\Omega) = 1$
a2 $P(\mathrm{A}) \geq 0, \forall A \in \mathcal{A}$
a3 Pro libovolnou posloupnost $A_n \in \mathcal{A}, \mathrm{n} = 1,2,3, \dots$ neslučitelných náhodných jevů platí: $P(\bigcup_1^\infty A_n) = \sum_1^\infty P(A_n)$

Definice 5 (Pravděpodobnostní prostor): Uspořádanou trojici $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ nazýváme pravděpodobnostní prostor.

Definice 6 (Náhodná veličina): Nechť je dán pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Reálnou funkci $X: \Omega \rightarrow$ R nazveme náhodnou veličinou, jestliže pro $\forall x \in R$ platí:

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}$$

V naší práci se bude objevovat i pojem rozdělení (ve smyslu, že náhodná veličina má nějaké pravděpodobnostní rozdělení). Pravděpodobnostní rozdělení mohou být diskrétní a spojitá.

Definice 7 (Diskrétní rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny): Předpokládejme, že existuje konečná nebo nekonečná prostá posloupnost reálných čísel $\{x_n\}$ taková, že

$$\sum_n P(X = x_n) = 1$$

Označme $p_n = \sum_n P(X = x_n)$. Posloupnost $\{x_n\}$ hodnot, kterých nabývá náhodná veličina X a posloupnost $\{p_n\}$ pravděpodobností, s nimiž náhodná veličina svých hodnot nabývá, určují tzv. *diskrétní rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny X*. Náhodná veličina, která má diskrétní rozdělení pravděpodobností, se nazývá *diskrétní.*

Definice 8 (Distribuční funkce diskrétní náhodné veličiny): Distribuční funkce diskrétní náhodné veličiny je dána vztahem

$$F_X(x) = \sum_{n: x_n \leq x} p_n, \qquad \forall x \in R$$

Tato funkce se nazývá diskrétní distribuční funkce.

Definice 9 (Spojité rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny): Řekneme, že náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobností, existuje-li nezáporná borelovsky měřitelná funkce taková, že

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\, dt, \qquad \forall x \in R$$

Funkce f_X se nazývá *hustota* náhodné veličiny X. F_X je *distribuční funkce* spojité náhodné veličiny X.

V práci budeme občas používat výpočet očekávané hodnoty tedy tzv. střední hodnoty.
Střední hodnotu si můžeme představit jako číslo, okolo kterého se realizují náhodné veličiny.

Definice 10 (Střední hodnota diskrétní náhodné veličiny): Nechť X je diskrétní náhodná veličina s rozdělením $\{x_n\}, \{p_n\}$. Je-li

$$\sum_n |x_n| \cdot p_n = \sum_n |x_n| \cdot P(X = x_n) < \infty,$$

nazveme součet řady

$$\sum_n x_n \cdot p_n = \sum_n x_n \cdot P(X = x_n),$$

Střední hodnotou E(X) náhodné veličiny X. Pokud není podmínka splněna, řekneme, že náhodná veličina X nemá střední hodnotu.

Definice 11 (Střední hodnota spojité náhodné veličiny): Nechť X je spojitá náhodná veličina s hustotou $f_X(t)$. Je-li

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot f_X(x)\, dx < \infty$$

Nazveme integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$$

Střední hodnotou E(X) náhodné veličiny X. Není-li podmínka splněna, řekneme, že náhodná veličina X nemá střední hodnotu.

Z vlastností číselných řad a z vlastností integrálu nám vyplývá následující věta vlastností střední hodnoty. $L_1(\Omega, \mathcal{A}, P)$ značíme množinu všech náhodných veličin, které jsou definované na uvedeném pravděpodobnostním prostoru, a které mají střední hodnotu:

Věta 1: Nechť X, Y jsou náhodné veličiny definované na pravděpodobnostním prostoru $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ a nechť a, b jsou libovolná reálná čísla. Platí:

1. $X \in L_1(\Omega, \mathcal{A}, P) \Rightarrow E(\mathrm{a}X) = aE(X)$,
2. $P(X \geq 0) = 1 \Rightarrow E(X) \geq 0$,
3. $X \in L_1, Y \in L_1 \Rightarrow E(X + Y) = E(X) + E(Y)$,
4. $X \in L_1, Y \in L_1, P(X \leq Y) = 1 \Rightarrow E(X) \leq E(Y)$,
5. $P(X = a) = 1 \Rightarrow E(X) = a$

Definice 12 (Moment náhodné veličiny): Nechť náhodná veličina definována na pravděpodobnostním prostoru $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ a $r = 1, 2, 3, \ldots$
$E(X^r)$ se nazývá r-tý moment náhodné veličiny.

Je-li $X \in L_1(\Omega, \mathcal{A}, P)$,
$E[X - E(X)]^r$ se nazývá r-tý centrální moment.

Definice 13 (Rozptyl a směrodatná odchylka náhodné veličiny): Druhý centrální moment náhodné veličiny X se nazývá *rozptyl* náhodné veličiny X.

$$var(X) = E[X - E(X)]^2$$

Druhá odmocnina rozptylu $\sqrt{var(X)}$ Se nazývá *směrodatná odchylka* náhodné veličiny X.
Ze znalosti definice a vlastností střední hodnoty, definice rozptylu, vlastností číselných řad a vlastností integrálů vyplývají pro rozptyl následující vlastnosti:

Věta 2: Nechť X má druhý moment. Platí:

1. $var(X) \geq 0$,
2. $var(a + b\mathrm{X}) = b^2 \cdot var(X)$
3. $var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
4. $P(X = c) = 1 \Leftrightarrow var(X) = 0$

Definice 14 (α-kvantil a medián): Nechť $\alpha \in (0,1)$. α-kvantil náhodné veličiny X je takové reálné číslo x_α, pro které platí: $P(X \leq x_\alpha) \geq \alpha \wedge P(X \geq x_\alpha) \geq 1-\alpha$
$x_{0.5}$ se nazývá medián.

V naší práci se potkáme konkrétně s alternativním rozdělením.

Alternativní rozdělení má parametr $p \in (0,1)$ a náhodnou veličinu X, která nabývá pouze dvou hodnot $x_1 = 0, x_2 = 1$, které se realizují s pravděpodobnostmi
$p_1 = P(X=0) = 1-p$, $p_2 = P(X=1) = p$

Označujeme $X \sim Alt(p)$
Distribuční funkce je rovna

$$F(x) = \begin{cases} 0, & pro\ x < 0 \\ 1-p, & pro\ 0 \leq x < 1 \\ 1, & pro\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$E(X) = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = p$$

$$var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = [0^2 \cdot (1-p) + 1^2 \cdot p] - p^2 = p \cdot (1-p) \tag{1.1}$$

Ze spojitých rozdělení se v naší práci objeví spojité rovnoměrné rozdělení.

Náhodná veličina X má **spojité rovnoměrné rozdělení** na intervalu $(a,b), -\infty < a < b < \infty$
Hustota je

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & pro\ x \in (a,b) \\ 0, & pro\ x \notin (\mathrm{a,b}) \end{cases}$$

Distribuční funkce je

$$F_X(x) = \begin{cases} 0\,, & pro\ x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & pro\ x \in (a,b\rangle \\ 1, & pro\ x > b \end{cases}$$

$$\mathrm{E(X)} = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{a+b}{2}$$

$$\mathrm{var(X)} = \mathrm{E(X^2)} - [\mathrm{E(X)}]^2 = \int_a^b \mathrm{x}^2 \cdot \frac{1}{b-a}\,dx - \left(\int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a}\,dx\right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \tag{1.2}$$

1.1.2 Terminologie kolem kurzového sázení

V této kapitole budeme čerpat z [2], [3], [4].
Chcete-li zvětšit množství svých peněz, máte několik možností. Můžete si šetřit do prasátka, investovat nebo to risknout a vsadit. Sázet se můžete například s kamarády, kdo vydrží nejdéle pod vodou.

Na trhu jsou ale **sázkové kanceláře (bookmakeři)**, instituce nebo i osoby, které mají za úkol dobře odhadnout pravděpodobnost nějaké události **(sázkové příležitosti)** a na základě toho vypsat **kurzy**. **Sázkové kanceláře** dále přijímají sázky a vyplácí výhry **sázkařům**. Sázkař je člověk, který sází.

Sázkové příležitosti jsou události, které se teprve stanou, a sázkař s určitým vkladem tipuje **(sází)** za účelem zisku na to, jak dopadnou. **Kurz** (přesněji **sázkový kurz**) je číslo, které udává, kolik sázkař vyhraje. Existují různé typy kurzů a každý typ má jinou interpretaci.

Příklady kurzů:

1) **Zlomkový kurz (Britský kurz):** Je zadán ve formě kladného zlomku $\frac{zisk}{vklad}$. Jmenovatel nám říká, kolik musíme vsadit, abychom při výhře dosáhli zisku v čitateli. Pokud je tedy kurz $\frac{1}{4}$, tak nám to říká, že musíme vsadit čtyři peněžní jednotky, abychom měli zisk jedné peněžní jednotky. Jinými slovy, pokud vsadíme 4 koruny, bude náš zisk 1 koruna (vyhrajeme tedy 5 korun).

2) **Americký kurz:** Je zadán ve formě kladného nebo záporného čísla. Kurz, jehož hodnota je kladné číslo, nám říká, kolik bude při výhře činit náš zisk v případě, že vsadíme 100 dolarů. Tedy kurz +150 znamená, že pokud vsadíme 100 dolarů, bude náš zisk 150 dolarů (vyhrajeme tedy 250 dolarů). Kurz, jehož hodnota je záporné číslo, nám říká, kolik musíme vsadit, aby náš zisk byl 100 dolarů. Tedy kurz –150 znamená, že pokud vsadíme 150 dolarů, náš zisk bude činit 100 dolarů (vyhrajeme tedy 250 dolarů).

3) **Decimální kurz (Evropský kurz, desetinný kurz):** Je zadán ve formě kladného desetinného čísla. Toto desetinné číslo říká, kolikanásobek naší sázky vyhrajeme. Ve výsledku je vložená sázka i zisk, tedy pokud chceme získat čistý zisk, musíme odečíst výši vložené sázky. V naší práci budeme používat výhradně decimální kurzy, a proto příklad výpočtu si ukážeme trochu detailněji. Nejnižší možný kurz, na který lze vsadit, je 1.01.

Příklad 1: Sázková kancelář vypíše sázkovou příležitost na tenisový zápas.

Tenista 1	×	Tenista 2
1.56		2.43

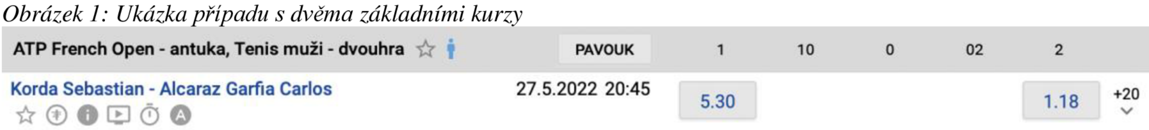
Sázkař vsadí 10 Kč na **Tenistu 1**. Když vyhraje **Tenista 1**, sázková kancelář musí sázkařovi vyplatit výhru $10 \times 1.56 = 15.60$ Kč. Jeho zisk je tedy 5.60 Kč.

Pokud **Tenista 1** prohraje (neboli vyhraje **Tenista 2**), sázkař prohrává a 10 Kč získává sázková kancelář.

V naší práci se budeme zabývat výhradně **sportovním sázením**. U **sportovního sázení** se sází na situace, které mohou nastat během nějakého sportovního zápasu. Nejčastěji se sází na to, kdo vyhraje, nebo se sází na remízu, ale například lze sázet i na to, kdy bude vstřelen první gól, nebo ve kterém poločase padne nejvíce gólů atd. Když se ale budeme bavit o kurzech, na které se nejčastěji sází (budeme je nazývat základní kurzy, nebo kurzy v základu), můžeme je rozdělit na tři skupiny podle počtu vypsaných kurzů:

1) **Dva základní kurzy:** V tomto případě máme na každý zápas v základu dva kurzy, které budou vypsány na výhry každého z týmů nebo soutěžících sportovců (stejně jak je vidět na *příkladu 1* u tenisového zápasu). Dva kurzy se vypisují u sportů, ve kterých soupeří dva týmy nebo dva sportovci a zároveň není možná remíza. Mimo tenis jsou vypisovány dva kurzy na badminton, volejbal, šipky, většinu e-sportových utkání nebo na squash.

Obrázek 1: Ukázka případu s dvěma základními kurzy

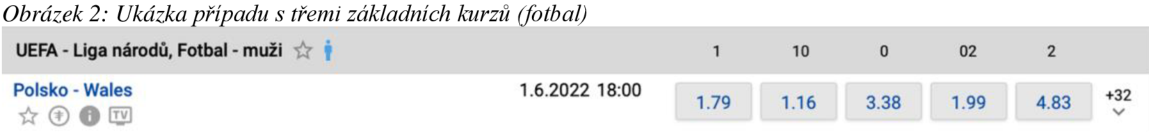


Zdroj: [5]

Na *obrázku 1* je vidět právě příklad vypsání kurzů na tenisové utkání, kde na tenistu Korda Sebastiana je vypsán kurz 5.30 a na Alcatraze Garfiu Carlose kurz 1.18.

2) **Tři základní kurzy:** U sportů, kde soupeří dva týmy nebo dva sportovci a zároveň je povolená remíza, jsou v základu vypisovány tři kurzy. Jeden na výhru prvního týmu, druhý na remízu a třetí na výhru druhého týmu. Jde o například sporty jako je fotbal, hokej, basketbal, baseball atd.

Obrázek 2: Ukázka případu s třemi základních kurzů (fotbal)



Zdroj: [5]

Na *obrázku 2* vidíme v základu napsaných pět kurzů. Často jsou totiž vypisovány i kurzy, kde může sázkař vsadit i na neprohru některého z týmů (resp. sportovců). V záhlaví máme označení 1, 10, 0, 02, 2. Těmi třemi základními kurzy, o kterých se bavíme, jsou myšleny kurzy označené čísly 1, 0 a 2.

Co číselná označení znamenají:

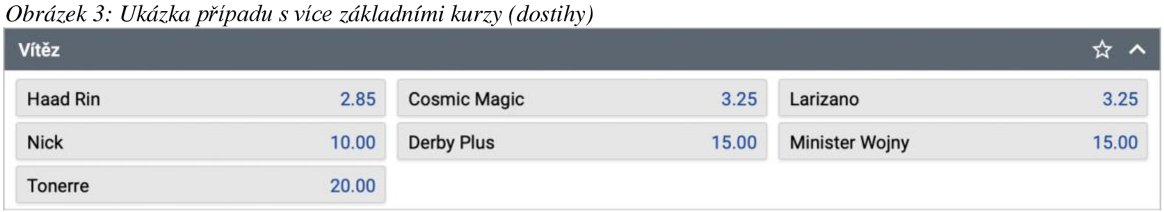
Číslo **1** označuje kurz na první tým (V případě *obrázku 2*: Polsko s kurzem 1.79)
Dvojice čísel **10** označuje kurz na tzv. neprohru prvního týmu, což je případ, kdy buď vyhraje první tým, nebo dojde k remíze (na příkladu v *obrázku 2*: buď vyhraje Polsko nebo dojde k remíze s kurzem 1.16).

Číslo **0** nám označuje kurz na remízu (na *obrázku 2*: s kurzem 3.38).
Dvojice čísel **02** označuje kurz na tzv. neprohru druhého týmu (v *obrázku 2*: buď vyhraje Wales nebo dojde k remíze s kurzem 1.99).

Číslo **2** označuje kurz na druhý tým (V případě *obrázku 2*: Wales s kurzem 4.83).
První vypsaný tým se nazývá domácí a druhý tým je označován jako hosté. Kurzy, které jsou pod dvojicí čísel 10 a 02, by mohly být brány jako typ dvou základních kurzů.

3) **Více základních kurzů:** Jsou také situace, kdy se v základu vypisuje i více kurzů, a to při příležitostech, kdy soupeří více než dva týmy nebo sportovci. V takovém případě jsou jednotlivé kurzy vypisovány na každého ze soutěžících. Tyto kurzy jsou vypisovány u různých typů závodů, jako je běh, cyklistika nebo dostihy.

Obrázek 3: Ukázka případu s více základními kurzy (dostihy)



Zdroj: [5]

Na *obrázku 3* je vidět příklad vypsání více základních kurzů. Sázkař má zde na výběr, na kterého koně v dostihovém závodě vsadí. Stejně tak mohou být vypsány kurzy, kde sázkař může vsadit, který kůň skončí na druhém nebo třetím místě.

V naší práci se budeme převážně zabývat případem, kdy jsou vypsány dva základní kurzy, popřípadě občas budeme brát v potaz i tři základní kurzy.

1.2 Kurzové sázení a hazard

V této kapitole budeme čerpat ze zdrojů [3], [6], [7].
Kurzové sázení je zákonem i obecně bráno jako **hazardní hra**. Zákon č. 186/2016 Sb. (Zákon o hazardních hrách) říká: *„Hazardní hrou se rozumí hra, sázka nebo los, do nichž sázející vloží sázku, jejíž návratnost se nezaručuje, a v nichž o výhře nebo prohře rozhoduje zcela nebo zčásti náhoda nebo neznámá okolnost."* (přímá citace [6])

V uvedeném výňatku zákona je tedy hazardní hrou definována hra, sázka nebo los. Potom dále tento zákon definuje různé druhy těchto her jako je loterie, bingo, tombola nebo třeba i kursová sázka. Kdyby tam tyto pojmy nebyly, tak spojení *„návratnost se nezaručuje a o výhře nebo prohře rozhoduje náhoda nebo neznámá okolnost"* by také mohlo evokovat, že i takové investování například do akcií by mohlo být bráno jako hazardní hra.

O kurzovém sázení nám tento zákon říká:
(1) Kursová sázka je hazardní hra, u níž je výhra podmíněna uhodnutím sázkové příležitosti.
(2) Sázkovou příležitostí se rozumí zejména sportovní výsledek nebo událost veřejné pozornosti.
(3) Výše výhry je přímo úměrná výhernímu poměru (dále jen „kurs“), ve kterém byla sázka přijata, a výši sázky.“ (přímá citace [6])

Jedna jediná obecná definice hazardní hry neexistuje. Jednotlivé definice jsou tvořeny dle určitých kritérií. Z toho důvodu bych zde vyzdvihl definici pro hazardní hru, která je postavena na kritériu sázecích poměrů, tedy na faktu asymetrie mezi ziskem z výhry a ztrátou z prohry. Tato definice pro hazardní hru kurzové sázení vystihuje nejlépe: *„Hazardní hra je definována jako hra šancí a náhody, kde poměr výhry je nižší než skutečnému matematicky vypočtenému poměru, který by odpovídal sázkovému poměru na základě teorie pravděpodobnosti.“* (1.3)
(přímá citace [3])

Podle této definice by poker s kamarády nebyl hazardní hrou, protože všechny vložené peníze jsou rozděleny mezi hráče. U kurzového sázení máme ovšem prostředníka, sázkovou kancelář, která si určitou část vezme. Jakým způsobem si povíme v následující kapitole.

1.3 Fungování sázkové kanceláře

Teď si povíme, jakým způsobem funguje sázková kancelář a díky čemu je vůbec zisková. Potom si ukážeme vzorečky, ze kterých bude zjevné, jaký je vztah mezi kurzem a pravděpodobností.

1.3.1 Princip

V této kapitole budeme čerpat ze zdrojů [3], [4], [8].
Sázková kancelář vypisuje kurzy na sázkové příležitosti. Nabízí sázkařům, že jim vyplatí peníze, pokud je jejich tip na danou sázkovou příležitost správný. Není žádným tajemstvím, že to dělají pro zisk. Otázkou ovšem je, jak si zisk zajišťují. Nejjednodušší to bude vysvětlit na příkladu.

Příklad 2: Představte si dva stejně dobré týmy. Pravděpodobnost výhry prvního týmu je 50 %. Pravděpodobnost druhého týmu je také 50 %. Tudíž pokud vsadíme například na první tým, tak bychom měli dostat dvojnásobek vsazené částky. Jinými slovy **spravedlivý kurz** by měl mít hodnotu **2**. Ovšem sázkové kanceláře by na událost těchto dvou týmů vypsala na oba týmy např: kurz **1.9**. Ten už není spravedlivý, protože neodpovídá pravděpodobnosti. Sázkové kanceláře mají v kurzech uschovanou tzv. **marži**. Marže se vyjadřuje v procentech a říká o kolik procent je snížen kurz. Sázkové kanceláře tedy uměle sníží kurz a tím ho lehce znehodnotí. Kde je ale ten zisk?
Máme tedy následující situaci:

Tým 1	×	Tým 2
1.9		1.9

První sázkař vsadí 10 Kč na Tým 1 s kurzem 1,9. Druhý sázkař vsadí 10 Kč na Tým 2 s kurzem 1.9. Sázková kancelář na sázkách tudíž vybere 20 Kč. Dejme tomu, že zápas vyhraje Tým 1. První sázkař tedy vyhrává 19Kč a druhý nedostává nic. Zbývá nám 1 Kč, kterou si sázková kancelář vydělala tím, že spravedlivý kurz s hodnotou 2 snížila na 1.9. Mimochodem kurz byl snížen o 5 %. Celkově vložená sázka byla 20Kč. 5 % z 20 Kč je 1 Kč.

Jiná interpretace je taková, že sázková kancelář uměle zvýší pravděpodobnost obou týmů. V *příkladě 2* by tedy pravděpodobnost výhry prvního i druhého týmu byla oboje $\frac{1}{1.9} = 52.632$ %. Když tyto pravděpodobnosti sečteme, dostaneme číslo 105.264 %. Je to jako bychom řekli, že pravděpodobnost, že vyhraje první nebo druhý tým, je 105.264 %, přitom reálně víme, že to musí být 100 %. Sázková kancelář vybrala na sázkách 20 Kč. 20 Kč je 105.264 % a sázková kancelář vyplatí pouze 100 % což je 19 Kč.
Je tedy vidět ta poslední definice hazardní hry (1.3), že poměr výhry je nižší než skutečný vypočtený matematický poměr, který odpovídá pravděpodobnosti.

1.3.2 Odvozené vzorečky

V této kapitole budeme čerpat ze zdrojů [9], [10].
Když sázková kancelář vypisuje kurzy na různé sázkové příležitosti, může teoreticky těch kurzů vypsat kolik chce. Záleží na tom do jaké skupiny podle počtu vypsaných kurzů událost patří, což bylo vysvětleno v kapitole 1.1.2. Označme:

p_1 – pravděpodobnost výhry týmu 1
p_2 – pravděpodobnost výhry týmu 2 (remíza)
p_3 – pravděpodobnost výhry týmu 3
…
Obecně: $p_i, \forall i\{1, 2, 3, ..., n\}$

$$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

k_1 – kurz na tým 1
k_2 – kurz na tým 2 (remíza)
k_3 – kurz na tým 3
…
Obecně: $k_i, \forall i\{1, 2, 3, ..., n\}$

z_1 – sázka vsazená na tým 1
z_2 – sázka vsazená na tým 2
z_3 – sázka vsazená na tým 3
…
Obecně: $z_i, \forall i\{1, 2, 3, ..., n\}$

Z – Celkově vsazená částka

$$Z = z_1 + z_2 + z_3 + \cdots \implies Z = \sum_{i=1}^{n} z_i \tag{1.4}$$

m – marže (pokud jsou kurzy spravedlivé, tak m = 0)
sázková kancelář si marži určuje sama. Pokud chceme zjistit, jaká marže je v kurzech schovaná, tak ji lze vypočítat přes následující vzorec:

$$m = 1 - \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \cdots} = 1 - \frac{1}{\sum \frac{1}{k_i}} \tag{1.5}$$

$v_1 = z_1 . k_1$ výhra, kterou sázková kancelář sázkaři vyplatí, když tým 1 vyhraje
$v_2 = z_2 . k_2$ výhra, kterou sázková kancelář sázkaři vyplatí, když tým 2 vyhraje (resp. nastane remíza)
$v_3 = z_3 . k_3$ výhra, kterou sázková kancelář sázkaři vyplatí, když tým 3 vyhraje
…
Obecně: $v_i = z_i . k_i$, $\forall i$ {1, 2, 3, ..., n}. (1.6)

Dokážeme-li vypočítat pravděpodobnosti výher jednotlivých týmů, vypočítáme kurz podle následujícího vzorce:

$$k_i = \frac{1}{p_i}(1 - m), \forall i \in 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ \text{n}. \tag{1.7}$$

Budeme-li znát kurzy, tak pravděpodobností výher jednotlivých týmů vypočítáme podle následujícího vzorce:

$$p_i = \frac{1}{k_i}(1 - \text{m}), \forall i \in 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ \text{n}. \tag{1.8}$$

1.3.3 Zisk sázkové kanceláře

Sázková kancelář musí vyplatit výhry. Tudíž zisk sázkové kanceláře z jedné události vypočítáme jako rozdíl mezi celkovou vsazenou částkou a vyplacenými výhrami. Označme:

X_1 – Zisk sázkové kanceláře, když vyhraje tým 1
X_2 – Zisk sázkové kanceláře, když vyhraje tým 2 (resp. nastane remíza)
X_3 – Zisk sázkové kanceláře, když vyhraje tým 3
…
Obecně: X_i, $\forall i \in$ {1, 2, 3, ..., n}
$X_i = \text{Z} - v_i$

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} z_j - z_i \cdot k_i = z_i \cdot (1 - k_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} z_j \qquad (1.9)$$

$X_1 = z_1 \cdot (1 - k_1) + z_2 + z_3 + \ \dots$
$X_2 = z_2 \cdot (1 - k_2) + z_1 + z_3 + \ \dots$
$X_3 = z_3 \cdot (1 - k_3) + z_1 + z_2 + \ \dots$
…

V následujících příkladech je demonstrováno, jak na jednom tenisovém utkání dvou stejně dobrých hráčů tenisu, na které jsou rozloženy sázky rovnoměrně, vydělá sázková kancelář.

Příklad 3:
Dva stejně dobří hráči tenisu ($p_1 = p_2 = 0.5 \Rightarrow 50\%$) s kurzy:
K výpočtu tohoto příkladu jsou použité vztahy (1.5) a (1.9).

$k_1 = 1.85$
$k_2 = 1.85$

$$m = 1 - \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1.85} + \frac{1}{1.85}} = 0.075 \Rightarrow 7.5\%$$

$z_1 = 1000\ Kč$
$z_2 = 1000\ Kč$

$X_1 = z_1 . (1 - k_1) + z_2$
$X_1 = 1000 \cdot (1 - 1.85) + 1000 = 150$

$X_2 = z_2 . (1 - k_2) + z_1$
$X_2 = 1000 \cdot (1 - 1.85) + 1000 = 150$

Při rovnoměrném rozložení sázek sázková kancelář vydělá 150 Kč.
Kdyby ovšem všichni nebo významná většina sázkařů vsadila jen na jednoho tenistu, sázková kancelář by mohla riskovat ztrátu. Toto riziko je ovšem minimalizováno díky velkému množství vypsaných sázkových příležitostí.

Příklad 4:
Dva stejně dobří hráči tenisu ($p_1 = p_2 = 0.5 => 50\%$) se spravedlivými kurzy (m = 0).
$p_1 = p_2 = 0.5$

$$k_1 = k_2 = \frac{1}{0.5} = 2$$

$X_1 = z_1 . (1 - k_1) + z_2$
$X_1 = 1000 \cdot (1 - 2) + 1000 = 0$

$X_2 = z_2 . (1 - k_2) + z_1$

$X_2 = 1000 \cdot (1-2) + 1000 = 0$

Zde je vidět tedy důvod, proč je marže pro sázkovou kancelář tak důležitá. Bez ní by totiž sázková kancelář nemohla generovat zisk, nebo by si ho musela obstarávat jiným způsobem.

Očekávaný zisk sázkové kanceláře

Vzorečky zisku sázkové kanceláře jsou závislé na přesně daných hodnotách kurzu a částkách vsazených na dané kurzy. Nás by ovšem zajímala střední hodnota těchto výdělků neboli očekávaný zisk sázkové kanceláře. Ten vypočítáme jako rozdíl celkově vsazené částky a očekávané výše výhry. Použijeme k tomu definici o střední hodnotě (*Definice 10),* a vzorce (1.4), (1.6), (1.7), (1.9)

EX – očekávání výdělek sázkové kanceláře (střední hodnota výdělku)
EV – očekávané výhry, které musí sázková kancelář vyplatit (střední hodnota výher)

$$\mathrm{Z} = \sum_{i=1}^{n} z_i$$

$$EV = \sum_{i=1}^{n} (p_i \cdot v_i)$$

$$EX = Z - EV$$

$$EX = \sum_{i=1}^{n} z_i - \sum_{i=1}^{n} (p_i \cdot v_i) = \sum_{i=1}^{n} z_i - \sum_{i=1}^{n} (p_i \cdot z_i \cdot k_i) = \sum_{i=1}^{n} z_i - \sum_{i=1}^{n} \left[p_i \cdot z_i \cdot \frac{1}{p_i} \cdot (1-m) \right] =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} [z_i - z_i \cdot (1-m)] = \sum_{i=1}^{n} (z_i - z_i + z_i \cdot m) = \sum_{i=1}^{n} (z_i \cdot m) = m \cdot \sum_{i=1}^{n} z_i = m \cdot Z \qquad (1.10)$$

Z výpočtu vyplývá, že očekávaný výdělek sázkové kanceláře je rovno součinu marže a celkově vsazené částky. Když se podíváme na *příklad 2* a tak při marži 7.5 % a celkově vložené částce 2000 korun, tak $0.075 \cdot 2000 = 150\, Kč$, což byl v našem případě přesný zisk sázkové kanceláře. Sázková kancelář by tedy měla dosahovat zisku, když marže bude kladná hodnota. Pokud by byla marže záporná, sázková kancelář by byla ve ztrátě. V případě nulové marže nebude sázková kancelář realizovat ani zisk ani ztrátu. Toto ale platí pouze v případě, že vypsané kurzy odpovídají reálným pravděpodobnostem. Tuto skutečnost si ověříme o něco později.

Poznámka 1: Pokud bychom chtěli vědět očekávaný zisk (resp. ztrátu) sázkařů, použili bychom vzorec:
$EY = EV - Z$
EY– očekávaný zisk (resp. ztráta) sázkařů
Je tedy zřejmé, že zisk sázkové kanceláře je roven ztrátě sázkařů a ztráta sázkové kanceláře je stejná jako zisk sázkařů. Neboli: $EX = -EY$.

1.3.4 Jak se vytváří spravedlivý a sázkový kurz

V této kapitole budeme čerpat z [11], [12], [13], [22].
Principy, které si zde ukážeme, jsou založeny na základních znalostech výpočtu pravděpodobností. Nereflektují reálně vypsané kurzy, které můžeme běžně u sázkových kanceláří vidět.

Spravedlivý kurz

Kurz na sportovní událost vychází ze znalosti pravděpodobnosti. Rozdělení pravděpodobnosti totiž odpovídá četnostem výskytu jednotlivých jevů v historických datech. Nejjednodušší určení kurzů uděláme tak, že si zjistíme historická data týmu o tom, jak si tým vedl. Zjistíme, kolikrát vyhrál, prohrál a remízoval. Spravedlivý kurz je převrácená hodnota pravděpodobnosti.

Pokud tvoříme spravedlivý kurz z historických dat, tak vzorce pro kurzy jsou:

Kurz na **výhru** týmu:

$$K_{výhry} = \frac{počet\ proher\ +\ počet\ remíz\ +\ počet\ výher}{počet\ výher}$$

Kurz na **remízu**:

$$K_{remízy} = \frac{počet\ proher\ +\ počet\ výher\ +\ počet\ remíz}{počet\ remíz} \tag{1.11}$$

Kurz na **prohru** týmu:

$$K_{prohry} = \frac{počet\ remíz\ +\ počet\ výher\ +počet\ proher}{počet\ proher}$$

Příklad 5:
Výpočet spravedlivých kurzů pro výhru, remízu a prohru podle vzorců (1.11) u fotbalového klubu Newcastle:

Tým	Výhry	Remízy	Prohry
Newcastle	7	5	14

$$K_{výhry} = \frac{14+5+7}{7} = 3.71$$
$$K_{remízy} = \frac{14+5+7}{5} = 5.2$$
$$K_{prohry} = \frac{14+5+7}{14} = 1.86$$

Sázkový kurz

Sázkový kurz vypočítáme tak, že nejdříve spočítáme spravedlivý kurz, který následně snížíme o několik procent, které udává marže.

kurz na **výhru** týmu:

$$K_{výhry} = \frac{počet\ proher\ +\ počet\ remíz\ +\ počet\ výher}{počet\ výher} \cdot (1 - \mathrm{m})$$

kurz na **remízu**:

$$K_{remízy} = \frac{počet\ proher\ +\ počet\ výher\ +\ počet\ remíz}{počet\ remíz} \cdot (1 - \mathrm{m}) \qquad (1.12)$$

kurz na **prohru** týmu:

$$K_{prohry} = \frac{počet\ remíz\ +\ počet\ výher\ +počet\ proher}{počet\ proher} \cdot (1 - \mathrm{m})$$

Příklad 6: Výpočet sázkových kurzů pro výhru, remízu a prohru podle vzorců (1.12) u fotbalového klubu Newcastle. Marži si určíme 5 %.

Tým	Výhry	Remízy	Prohry
Newcastle	7	5	14

$$K_{výhry} = \frac{14 + 5 + 7}{7} \cdot (1 - 0.05) = 3.53$$
$$K_{remízy} = \frac{14 + 5 + 7}{5} \cdot (1 - 0.05) = 4.94$$
$$K_{prohry} = \frac{14 + 5 + 7}{14} \cdot (1 - 0.05) = 1.76$$

Spravedlivé kurzy na daný zápas

Způsobem, kterým jsme zatím určovali kurzy (resp. když zlomky převrátíme, získáme pravděpodobnosti), jsou pouze kurzy na výhru, remízu a prohru pro jeden tým. My ale chceme učit kurzy na daný zápas. Jakým způsobem takové kurzy určit si ukážeme na zápase Newcastle – West Brom. Ukážeme si dvě metody:

a) Pomocí počtu výher, remíz a proher
Známe-li statistiky o počtech zápasů vyhraných prohraných a remizovaných, určíme kurzy následujícím způsobem:

Tým	Odehrané	Výhry	Remízy	Prohry
Newcastle	26	7	5	14
West Brom	27	3	8	16

Sečteme odehrané zápasy u obou týmů.
Ke kurzu výhry Newcastlu sečtu výhry Newcastlu a prohry West Bromu.
Ke Kurzu remízy sečtu remízy obou týmů.
Ke kurzu prohry West Bromu sečtu výhry West Bromu a prohry Newcastlu.

Tým	Součty	Kurzy
Newcastle	$7 + 16 = 23$	$53/23 = 2.304$
Remíza	$5 + 8 = 13$	$53/13 = 4.077$
West Brom	$14 + 3 = 17$	$53/17 = 3.118$
Celkem	$26 + 27 = 53$	

U této metody je větší váha na ten tým, který odehrál víc zápasů.

b) Pomocí vypočtených pravděpodobností
Metoda lze použít v případě, že známe pravděpodobnosti výhry prohry a remízy daných týmů. Nemusíme tedy ani znát počty zápasů. Pokud počty výher proher a remíz známe, pravděpodobnosti spočítáme dle vzorců (1.11) tak, že tyto zlomky převrátíme.

Tým	Odehrané	Výhry	Remízy	Prohry	Pst výhra	Pst remíza	Pst prohra
Newcastle	26	7	5	14	0.269	0.192	0.539
West Brom	27	3	8	16	0.111	0.296	0.593

Ke kurzu Newcastlu sečtu pravděpodobnost výhry Newcastlu a pravděpodobnost prohry West Bromu.
Ke kurzu remízy sečtu pravděpodobnosti remíz obou týmů.
Ke kurzu West Bromu sečtu pravděpodobnost výhry ve stromu a pravděpodobnost prohry Newcastlu.

Tým	Součty	Pravděpodobnosti	Kurzy
Newcastle	$0.269 + 0.593 = 0.862$	$0.862 / 2 = 0.431$	$1 / 0.431 = 2.32$
Remíza	$0.192 + 0.296 = 0{,}489$	$0.489 / 2 = 0.244$	$1 / 0.244 = 4.1$
West Brom	$0.111 + 0.539 = 0{,}650$	$0.650 / 2 = 0.325$	$1 / 0.325 = 3.08$
Celkem	2	1	

U této metody nezáleží na tom, jestli jeden tým odehrál víc zápasů než druhý tým.

Porovnání obou metod

Obě metody by měly stejné výsledky, kdyby byly počty odehraných zápasů obou týmu stejné. Při výpočtu pomocí počtu výher, remíz a proher je větší váha na ten tým, který odehraje víc zápasů. Naopak u druhé metody vůbec nezáleží na tom, kolik tým odehrál zápasů. Ukážeme si rozdíl při vytvoření kurzu pomocí obou metod, kdyby jeden tým měl desetinásobek toho, co tým druhý.

Tým	Odehrané	Výhry	Remízy	Prohry
Tým 1	1000	300	200	500
Tým 2	100	30	20	50

Tým	Kurzy metodou počtu výher, remíz a proher	Kurzy metodou pravděpodobností
Tým 1	3,14	2,5
Remíza	5	5
Tým 2	2,07	2,5

Pokud bychom chtěli vytvořit sázkové kurzy, tak stačí tyto spravedlivé jen snížit o marži. V reálné situaci je však kurz ovlivněn hodně různými faktury, jako je například hráčské složení týmu, či jaký je zdravotní stav hráčů v týmu. Dále bývá ovlivněn například tím, jak moc na jaký tým sázkaři sází. Však hlavní cíl sázkové kanceláře je hýbat s kurzem tak, aby vklad těch, co prohrají, co nejvíce pokryl výhry těch, co vyhráli. Dalším faktorem, který ovlivňuje kurz, jsou konkurenční sázkové kanceláře, které za účelem přetáhnutí sázkařů vypisují výhodnější kurzy.

2 Brierovo skóre

V této kapitole budeme čerpat z [14], [15], [16], [23].
Aby byla sázková kancelář v zisku, musí správně odhadovat, který ze sportovců či týmů má větší šanci na výhru. Podle toho musí určit kurzy tak, aby nebyly nadhodnocené, protože by tak sázková kancelář nedosahovala zisku. Zároveň kurzy nesmí být příliš podhodnocené, protože by pak neměli sázkaři motivaci sázet. Tým či sportovec, na kterého je vypsán nižší kurz, by měl být favoritem a s vyšší pravděpodobností by měl vyhrát. Zajímalo by nás, jestli kurzy opravdu odpovídají pravděpodobnostem, a tím pádem zhodnotit, zda je sázková kancelář při určování pravděpodobností úspěšná. K tomuto zhodnocení použijeme Brierovo skóre. Nejdříve si vysvětlíme, co to je Brierovo skóre a jak se počítá. Následně si vypočítáme, jaké hodnoty Brierova skóre dosahuje sázková kancelář a jakých by měla dosahovat, kdyby její sázkové kurzy přesně odpovídaly reálným pravděpodobnostem.

2.1 Co je to Brierovo skóre

Brierovo skóre je metoda hodnocení úspěšnosti předpovědí. Metoda je pojmenována podle Glenna W. Briera, který v roce 1950 tuto metodu popsal. Metoda byla zkonstruována proto, aby ohodnotila úspěšnost předpovědi počasí. Brierovo skóre lze využít v situacích, kde může nastat několik navzájem se vylučujících výsledků. Příkladem využití je tedy hodnocení úspěšností předpovědi počasí nebo právě zhodnocení tipů na sázení. Matematicky je to druhá mocnina rozdílu odhadu a reality.

$$BS = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\sum_{i=1}^{R}(f_{ti} - o_{ti})^2 \tag{2.1}$$

f_{ti} (angl. forecast) označuje odhadovanou pravděpodobnost nastání určitého jevu.

$$f_{ti} = \langle 0, 1 \rangle$$

o_{ti} (angl. outcome) označuje skutečný výsledek sledovaného jevu.

$$o_{ti} \begin{cases} 0 & jev\ nenastane \\ 1 & jev\ nastane \end{cases}$$

N je počet předpovědí (např. počet tenisových utkání na které si můžeme vsadit).
R je počet tříd, neboli počet možných výsledků které mohou nastat(např. v případě jednoho tenisového utkání buď vyhraje jeden nebo druhý z hráčů).
t je index, který nám říká v kolikáté jsme třídě
i je index, který nám říká v kolikáté jsme předpovědi

Co znamenají třídy:
Pokud bychom odhadovali jen dvě pravděpodobnosti (např. bude pršet / bude svítit sluníčko), budeme mít dvě třídy (R=2).
Pokud bychom odhadovali tři pravděpodobnosti (např. bude pršet / bude zataženo / bude svítit sluníčko), budeme mít tři třídy (R=3).

Analogicky: Pokud bychom odhadovali m pravděpodobností, budeme mít m tříd ($R = m$) pro $m \in N$.

Brierovo skóre se pohybuje v intervalu mezi hodnotami 0 až 2. Pokud je výsledná hodnota blízká 0, tak byly předpovědi v průměru celkem přesné a tudíž úspěšné. Pokud je blízká hodnotě 2, tak byly předpovědi špatné a nastal úplný opak toho, co bylo předpovězeno.

Příklad 7: Pro 2 třídy (R=2):
Rosnička předpoví, že na 80 % bude pršet a na 20 % pršet nebude (0.8 : 0.2).
Ve skutečnosti pršelo, to znamená, že pršelo stoprocentně (1 : 0).

$$(0.8-1)^2+(0.2\ -0)^2=0.08$$

Hodnota Brierova skóre nám v tomto případě vyšla 0.08.

Příklad 8: Pro 3 třídy (R=3):
Rosnička předpoví, že na 30 % bude pršet, na 20% bude zataženo a na 50% bude svítit sluníčko (0.3 : 0.2 : 0.5).
Ve skutečnosti pršelo, to znamená, že pršelo stoprocentně (1 : 0 : 0).

$$(0.3-1)^2+(0.2\ -0)^2+(0.5\ -0)^2=0.78$$

Hodnota Brierova skóre nám v tomto případě vyšla 0.78.

Speciální případ: Jaké by vyšlo Brierovo skóre, kdybychom na všechny události určovali stejnou pravděpodobnost, že nastanou?
Pokud máme 2 třídy (prší / neprší, výhra / prohra) a dávali bychom předpověď na každou situaci 50 %, tak bychom docílili použitím Brierova skóre dle vzorce (2.1) hodnoty 0.5.
Pokud máme 3 třídy (prší / zataženo / slunce, výhra / remíza / prohra) a dávali bychom předpověď na každou situaci 33.3 %, tak bychom docílili použitím vzorce (2.1) hodnoty 0.666.
Analogicky: Pokud budeme mít m tříd a dávali bychom pravděpodobnost na každou situaci $\frac{1}{m}$. Jedna z možností nastane.

$$BS=\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\left(\frac{1}{m}-0\right)^2+\left(\frac{1}{m}-0\right)^2+\cdots=\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+(m-1)\cdot\left(\frac{1}{m}-0\right)^2$$

$$=\frac{1}{m^2}-\frac{2}{m}+1+\frac{1}{m}-\frac{1}{m^2}=-\frac{1}{m}+1$$

$$\lim_{m\to\infty}\left(-\frac{1}{m}+1\right)=1$$

Jelikož se v naší práci budeme zabývat kurzy na tenisový zápas, kde jsou vypisovány dva kurzy, budeme mít dvě třídy (R=2). Chceme tedy určitě, aby se nám Brierovo skóre sázkové kanceláře realizovalo pod hodnotu 0.5.

2.2 Použití Brierova skóre k ohodnocení sázkové kanceláře

V naší práci využijeme Brierovo skóre pro ohodnocení úspěšnosti sázkové kanceláře v určování pravděpodobnosti výhry v tenisových utkáních. Pravděpodobnosti si vypočítáme z nabízených kurzů. Tím tedy zjistíme, jestli kurzy, které vypisuje sázková kancelář, opravdu reflektují pravděpodobnost výhry daného týmu. Tím, že se omezíme na tenisové zápasy, ve kterých se řeší pouze dva výsledky (není možná remíza), budeme pracovat s Brierovým skóre s dvěma třídami (R=2). Pro Brierovo skóre s dvěma třídami můžeme použít jistou úpravu vzorce (2.1).

$$BS = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\sum_{i=1}^{2}(f_{ti} - o_{ti})^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}[(f_{t1} - o_{t1})^2 + (f_{t2} - o_{t2})^2]$$

Když se zaměříme na vnitřek hranaté závorky: $(f_{t1} - o_{t1})^2 + (f_{t2} - o_{t2})^2$

$$f_{t1} + f_{t2} = 1 \Rightarrow f_{t1} = 1 - f_{t2}$$

a u o_{t1}, o_{t2} mohou nastat tyto situace:

$$(o_{t1} = 1 \wedge\ o_{t2} = 0) \vee (o_{t1} = 0 \wedge\ o_{t2} = 1)$$

Mohli bychom tedy napsat:

$$o_{t1} \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$o_{t1} = 1 - o_{t2}$$

Z toho vyplývá:

$$(f_{t2} - o_{t2})^2 = (1 - f_{t1} - 1 + o_{t1})^2 = (-f_{t1} + o_{t1})^2 = (f_{t1} - o_{t1})^2$$

Mohli bychom tedy Brierovo skóre pro 2 třídy přespat do tvaru

$$BS = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N}(f_{t1} - o_{t1})^2 \qquad (2.2)$$

Střední hodnota Brierova skóre

Zajímalo by nás, kolem jaké hodnoty by se mělo Brierovo skóre pohybovat, pokud se nám bude dařit pravděpodobnosti výhry a prohry určovat přesně. To znamená, že naše určené pravděpodobnosti výhry jednoho a druhého hráče budou odpovídat skutečnosti.

Odvodíme si tedy střední hodnotu Brierova skóre a to díky znalosti *definice 10* a *věty 1.*
Pro naše data budeme uvažovat případ, kdy máme dvě možnosti výsledku situace (*R=2*), tudíž můžeme použít vzorec (2.2).

Střední hodnota Brierova skóre:

$$BS = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N}(f_{t1} - o_{t1})^2$$

$$\begin{gathered} E(BS) = 2 \cdot E[(f-o)^2] = 2 \cdot E[(f-0)^2 \cdot (1-f) + (f-1)^2 \cdot f] \\ = E[f^2 - f^3 + f^3 - 2 \cdot f^2 + f] = 2 \cdot E[f - f^2] = 2 \cdot \{E(f) - E(f^2)\} \\ var(f) = E(f^2) - [E(f)]^2 \\ E(f^2) = [E(f)]^2 + var(f) \\ E(f - f^2) = E(f) - \ [E(f)]^2 - var(f) \end{gathered} \tag{2.3}$$

V ideálním případě předpokládejme, že f má spojité rovnoměrné rozdělení na intervalu $\langle 0; 1\rangle$. Pro výpočet $E(f)$ a $var(f)$ využijeme vzorce (1.2):

$$\begin{gathered} E(f) = \frac{a+b}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} \\ [E(f)]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ var(f) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(1-0)^2}{12} = \frac{1}{12} \\ E(f - f^2) = E(f) - \ [E(f)]^2 - var(f) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \\ E(BS) = 2 \cdot \ E(f - f^2) = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \end{gathered}$$

Správnost výpočtu si můžeme ověřit pomocí simulační studie tak, že jsme generovali hodnoty f z rovnoměrného rozdělení. Ověření máme v příloze *„Brierovo skóre při marži 0 procent.xlsx“*. V této příloze je sto tisíc možností pravděpodobností, jaké mohou nastat, když budou proti sobě soutěžit dva různé týmy nebo sportovci.

Tabulka 1: Charakteristiky Brierova skóre bez omezení

Průměr	0.333
Rozptyl	0.155
Medián	0.17
Maximum	2
Minimum	0

zdroj: vlastní zpracování (příloha: Brierovo skóre při marži 0 procent.xlsx)

Hodnoty Brierova skóre 0.333 sázková kancelář ale nemůže dosáhnout. V tomto případě totiž bereme v potaz i situaci, kdy může mít jeden tým stoprocentní šanci výhry a druhý nulaprocentní šanci výhry. Kdybychom si tyto pravděpodobnosti dosadili do vzorce (1.7), bylo by možné mít kurz v rozmezí 1 až ∞. V reálné situaci však nejnižší kurz, na který můžeme vsadit, je 1.01, což by při spravedlivém kurzu (marže je nulová) dle vzorce (1.8) odpovídalo pravděpodobnosti 0.99. My ale navíc víme, že sázkové kurzy jsou znehodnoceny marží. V datasetu *„kurzy.xlsx“*, který na kterém budeme později testovat strategie, je průměrná marže ve výši 6.5 %. Budeme-li brát v potaz kurzy, které mají marži vysokou 6.5 %, bude pravděpodobnost pro kurz 1.01 dle vzorce (1.8) odpovídat hodnotě 0.926. Náš interval pravděpodobností je v tomto případě omezen hodnotami 0.074 až 0.926.

Pokud tedy $f_{ti} \in \langle 0.074; 0.926 \rangle$, tak opět spočítáme vzorec (2.3), kde pro výpočet $E(f)$ a $var(f)$ využijeme vzorce (1.2).

$$E(BS) = 2 \cdot E(f - f^2) = 2 \cdot \{E(f) - E(f^2)\}$$
$$E(f) = \frac{a+b}{2} = \frac{0.074 + 0.926}{2} = \frac{1}{2}$$
$$[E(f)]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$
$$var(f) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(0.926 - 0.074)^2}{12} = 0.060492$$
$$E(BS) = 2 \cdot \{E(f) - [E(f)]^2 - var(f)\} = 2 \cdot \left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - 0.060492\right\} = 0.379$$

Tuto hodnotu si také můžeme experimentálně ověřit. K ověření si pomůžeme programem *„Brierovo skóre- generování kurzů na ověření střední hodnoty.py“* který se nachází mezi přílohami. Tento program vygeneruje kurzy s marží 6.5 %, a je zde dovolen nejnižší kurz 1.01. Tyto kurzy, které určí program, se po zapnutí programu vypisují do excelovského souboru *„briergenerovany0.xlsx“*. Kurzy jsou poté zpracovány v souboru *„Brierovo skóre při marži 6.5 procent.xlsx.“* V následující *tabulce 2* jsou vidět charakteristiky:

Tabulka 2: Charakteristiky Brierova skóre s omezením (marže 6.5%)

Průměr	0.379
Rozptyl	0.148
Medián	0.231
Maximum	1.693
Minimum	0.013

zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Brierovo skóre při marži 6.5 procent.xlsx)

Důležitá hodnota je pro nás hodnota průměru, což je hodnota Brierova skóre, která nastane, když budeme dokonale odhadovat pravděpodobnosti, ale budeme omezeni marží 6.5 % a tím, že nejnižší možný kurz může být 1.01.

Když tedy víme, kolem jaké hodnoty Brierova skóre bychom se měli pohybovat v případě, že budeme přesně odhadovat pravděpodobnosti, můžeme konečně zjistit, jaké hodnoty Brierova skóre dosahuje reálná sázková kancelář. Už jsme si řekli, že kurzy nejsou ovlivněny pouze tím, který tým je lepší, ale i jinými aspekty. Jsou však tyto aspekty dost silné? Na našem souboru dat *„kurzy.xlsx“* si spočítáme Brierovo skóre (Brierovo skóre je spočítané v souboru *„kurzy - výpočty.xlsx“*). V následující *tabulce 3* jsou vypsány charakteristiky:

Tabulka 3: Charakteristiky Brierova skóre reálné sázkové kanceláře

Průměr	0,392
Rozptyl	0,12
Medián	0,281
Maximum	1,853
Minimum	0,0028

zdroj: vlastní zpracování (přílohy: kurzy - výpočty.xlsx)

Průměrné Brierovo skóre reálné sázkové kanceláře vyšlo 0.392 a jelikož je tato hodnota relativně blízká 0.379, mělo by to znamenat, že je sázková kancelář při vypisování kurzů celkem úspěšná (neboli kurzy opravdu reflektují, který tým je lepší). Můžeme namítat, že je zde samozřejmě prostor na zlepšení, ale musíme si uvědomit, že umět dokonale předpovídat pravděpodobnosti nelze. Navíc cílem sázkových kanceláří, jak už bylo několikrát řečeno, je v první řadě zisk. K tomu samozřejmě je důležité umět správně určit pravděpodobnosti tak, aby nikdo nebyl příliš nadceněn, ovšem naopak mohou kurzy měnit tak, aby zůstali ziskoví, jak již bylo zmíněno v kapitole 1.3.4.

3 Na jaké kurzy sázkaři sází

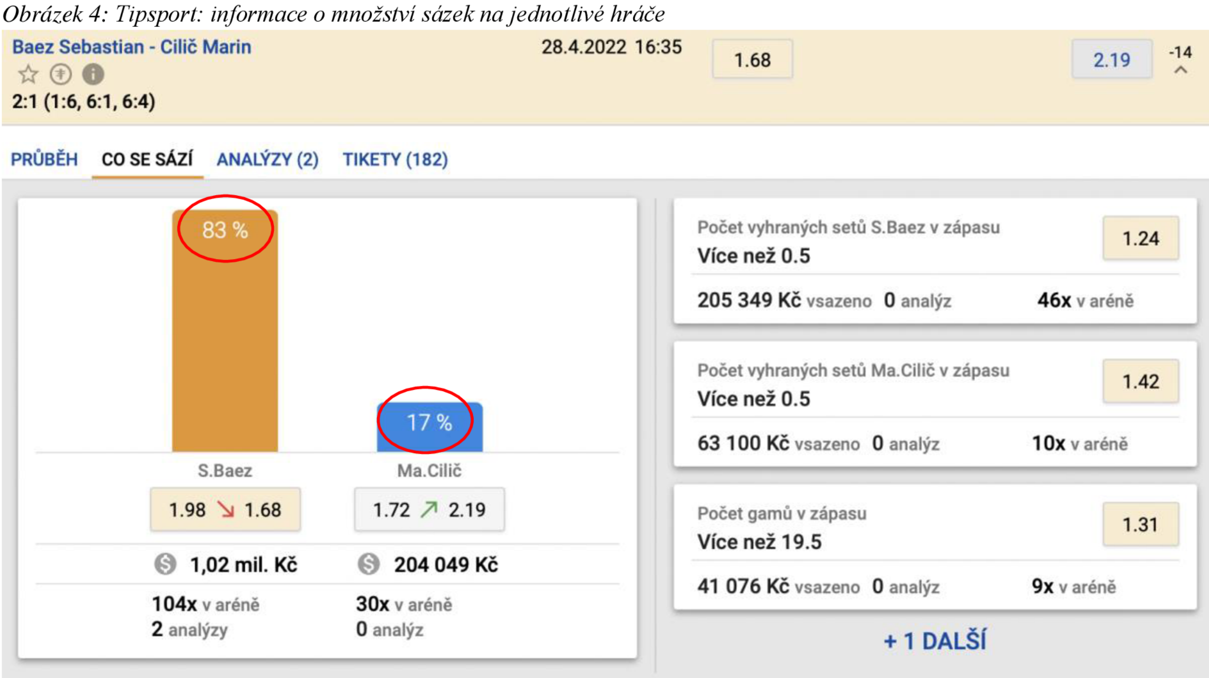
V této části budou data čeprána ze zdroje [5].
Když jsme se podívali na sázkovou kancelář, mohli bychom se podívat na sázkaře.
Budeme-li se opět bavit o tenise, tak jako sázkař si vybírám, na kterého hráče vsadím.

S. Baez	×	Ma. Cilič
1.68		2.19

Na příkladu jsou vidět dvě možnosti. Na Baeze je vypsán nižší kurz, což signalizuje, že má vyšší pravděpodobnost výhry. Na druhou stranu, jelikož má Cilič menší šanci na výhru, tak kurz je o něco vyšší a je více lákavý, protože znamená potenciálně vyšší zisk. Každý sázkař má jiné priority, ale mohlo by nás zajímat, jestli procentuálně sází sázkaři víc na vyšší kurzy (menší pravděpodobnost výhry, ale možnost vyššího zisku) nebo nižší kurzy (vyšší pravděpodobnost výhry, ale nižší zisk).

Sázková kancelář Tipsport uvádí u svých kurzů mimo jiných informací také procentuální statistiky množství peněz vsazených na jednotlivé hráče.

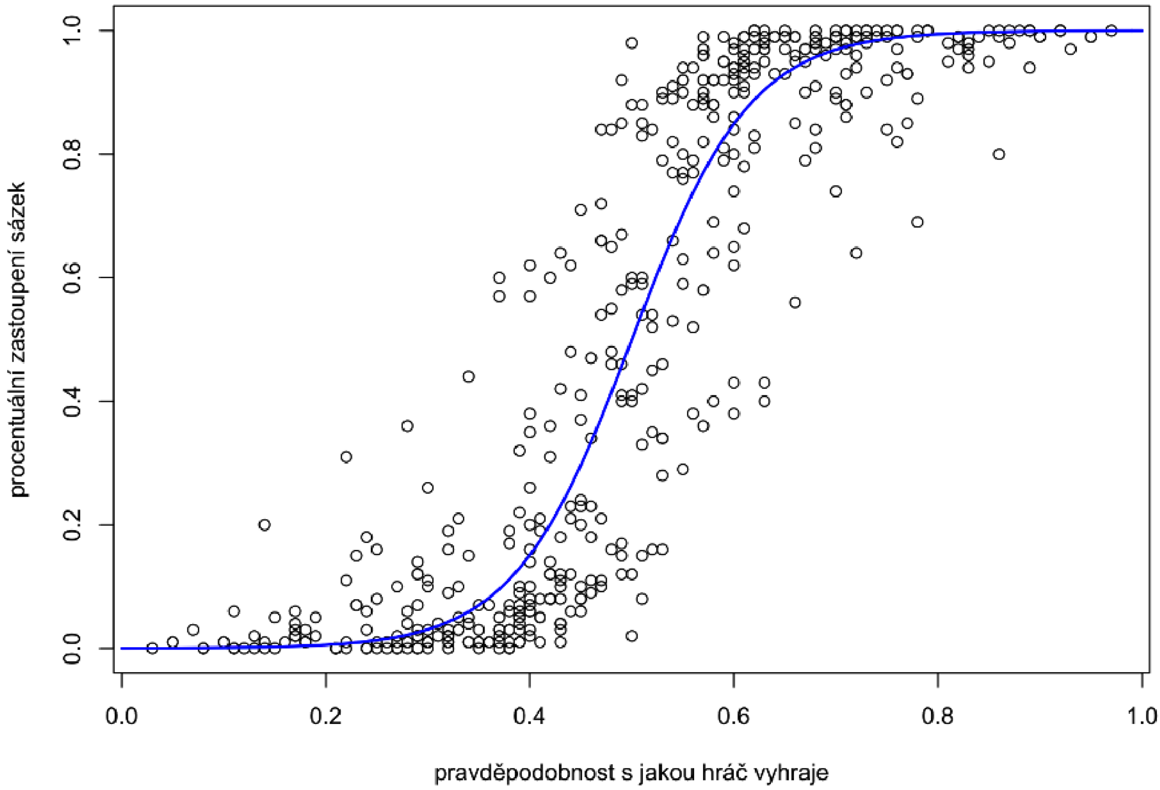
Obrázek 4: Tipsport: informace o množství sázek na jednotlivé hráče



Zdroj: [5]

V příloze *„tenis_pravděpodobnost a procenta.xlsx"* máme vypsány kurzy, ze kterých jsou vypočteny pravděpodobnosti dle vzorce (1.8) a procenta ukazující rozložení sázek na zápasy (označeno červenými kroužky). Podíváme se tedy, jak vypadá závislost rozložení sázek na hráče a pravděpodobnostmi, že hráči vyhrají. Příloha *„tenis_pravděpodobnost a procenta.R"* obsahuje kód, který vykresluje následující graf (*obrázek 5*):

Obrázek 5: Tenis – graf ukazující korelaci mezi pravděpodobností výhry a procentuálním zastoupení sázek



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: tenis_pravděpodobnost a procenta.xlsx, tenis_pravděpodobnost a procenta.R)

Na grafu (*obrázek 5*) je vidět závislost mezi pravděpodobností, že hráč vyhraje (to implikuje i výši kurzu) a procentuálním rozložení sázek. Data jsou proložena modrou křivkou pomocí funkce nls (Nonlinear Least Squares), tedy pomocí metody nejmenších čtverců.
Hodnota korelačního koeficientu je 0.86. Je tedy vidět, že obecně sázkaři sázejí raději na jistotu, a proto na nižší kurzy jsou vsazené větší sumy peněz než na vyšší kurzy.

Předpis modré křivky je:

$$y = \frac{1}{1 + e^{8.638 - 17.277 \cdot x}}$$

Kdyby byly sázky na jednotlivé kurzy rozloženy procentuálně stejně, jako jsou rozložené pravděpodobnosti, byla by závislost pravděpodobnosti, s jakou hráč vyhraje, a procentuální zastoupení sázek lineární. Tedy modrá křivka by měla předpis $y = x$.

Jak jsme už mnohokrát avizovali, výše kurzu nereprezentují jen výhry a prohry týmů, jak je uvedeno ve vzorcích (1.12), ale i v popularitě mezi sázkaři. Pokud je na nějakého hráče hodně sázeno, sázková kancelář kurz snižuje, aby minimalizovala potenciální ztrátu. S nadsázkou můžeme říci, že výši kurzu si do jisté míry sázkaři demokraticky určují sami. Proto je teoreticky možné, že to prohnutí křivky do esovitého tvaru na *obrázku 5* nemusí být v realitě tolik prohnutá. Vidíme tedy pouze, že v případě *obrázku 4* na S. Baeze bylo vsazeno 83 % celkové vsazené částky a na Ma. Ciliče 17 %. Na *obrázku 4* dokonce vidíme, jaký byl vypsán kurz na začátku, a kam se nakonec posunul tím, jak sázkaři sázeli. Na S Baeze byl kurz na počátku 1.98

ale nakonec se posunul na 1.68, naopak u Ma. Ciliče byl kurz na počátku 1.72 a nakonec se posunul až na 2.19. My ovšem v našich datech v souboru *„tenis_pravděpodobnost a procenta.xlsx“* zohledňujeme pouze ty poslední vypsané kurzy (tedy opět v případě *obrázku 4* kurzy 1.68 a 2.19). První sázkař tedy mohl vsadit na S. Baeze v době, kdy byl kurz ve výši 1.98 (pravděpodobnost 0.46) ale v grafu (*obrázek 5*) je započítán, že vsadil při kurzu 1.68 (pravděpodobnost 0.57).

4 Sázkařské strategie

V této kapitole budeme čerpat ze zdrojů [17], [18], [19], [20], [21], [23].
Sázkaři mají různé strategie, kterými se snaží porazit nepříznivou marži. Ovšem je zde otázka, zdali známé strategie vůbec fungují. Nebo je vůbec šance, že by mohli z dlouhodobého hlediska fungovat? Fungovaly by vůbec i v případě spravedlivých kurzů?
Prakticky si vyzkoušíme dvě často proklamované sázkařské strategie, a to strategie konstantní sázka (stejná sázka) a martingale (dublování). Počáteční peněžní prostředky budou 1000 Kč (tedy množství peněz, které má sázkař dovoleno prosázet). Budeme na strategiích sledovat, jak budou fungovat, když bude strategie prováděna neustále a budeme sledovat do jaké výše peněžních prostředků se dokážeme dostat. Pro simulaci strategií budeme převážně používat kurzy z datasetu *„kurzy.xlsx“* který se nachází mezi přílohami

4.1 Konstantní sázka

Tato sázkařská strategie je založená na konstantní výši sázky bez ohledu na to, jaká je šance na výhru. Princip je tedy velice jednoduchý. Sázkař sází na sázkové příležitosti neustále stejnou sázku.

Příklad 9: Sázkař Jirka vsadí 100 kč na následující tenisový zápas:

Nadal R.	×	Tsitsipas S.
1.4		2.75

Vsadí na to, že vyhraje Rafael Nadal. Jelikož Rafael Nadal vyhraje, tak sázková kancelář Jirkovi vyplatí $100 \times 1{,}4 = 140$ Kč. Jirkův zisk na této sázce jsou tedy 40 Kč.
Jirka následně vsadí znovu 100 Kč na další tenisový zápas:

Djokovic N.	×	Zverev A.
1.33		3.25

Vsadí na to, že vyhraje Alexander Zverev. Zápas však vyhraje Novak Djokovic. Jirka tedy prohrává svých 100 Kč.

Jirka však chce své peníze zpět, a tudíž si jde vsadit na další zápas:

Medvedev D.	×	Thiem D.
1.66		2.2

Vsadí si opět 100 Kč na to, že vyhraje Daniil Medveděv. Ten opravdu vyhraje a $100 \times 1{,}66 = 166$ Kč. Celkem tedy vsadil 300 Kč a vyhrál 306 Kč (jeho zisk je tedy 6 Kč)

Na těchto náhodných zápasech to Jirkovi ještě vyšlo tak, že je minimálně na hodnotě, kterou měl na začátku. Jak by ovšem fungovala tato strategie dlouhodobě? A na jaké kurzy by měl sázet? Z našeho příkladu vypadá, že by měl Jirka sázet na nižší kurz, protože v jeho případě vždy vyhrál tenista s nižším kurzem, tedy hráči, kteří mají podle sázkové kanceláře větší šanci vyhrát. Není tedy jednodušší sázet na hráče s nižším kurzem?

Odvozené vzorečky:

s_i - i-tá sázka
n- počet sázek
všechny sázky jsou stejné tudíž:

$$s_i = s, \forall i$$

Celková vsazená částka po n sázkách je:

$$\sum_{i=1}^{n} s_i = s_1 + s_2 + \ldots + s_n = n \cdot s$$

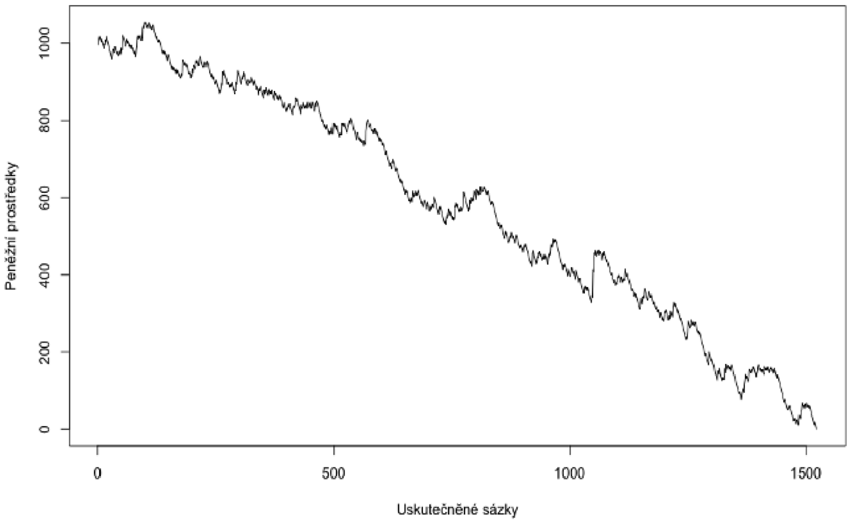
Když už víme, jak strategie funguje, mohli bychom si ji vyzkoušet naprogramovat. Strategii budeme testovat na data setu *„Kurzy.xlsx“*, který je mezi přílohami. Strategie tedy bude prováděna na kurzech určené na tenisový zápas. Sázkař se rozhoduje mezi dvěma kurzy, a to vyšší kurz a nižší kurz. Vyzkoušíme si strategii konstantní sázky pro dva hraniční případy. V prvním případě budeme sázet pouze na vyšší kurz a v druhém případě pouze na nižší kurz. Náš sázkařský program se bude rozhodovat, na který kurz vsadí dle toho, zda je nižší nebo vyšší. Vůbec program nemusí vědět, jaké má tento sport pravidla. Dále budeme porovnávat úspěšnost této strategie v případě sázkových kurzů a spravedlivých kurzů, abychom zjistili, do jaké míry nám marže brání v úspěchu. Program bude neustále sázet sázku ve výši 5 korun, a bude moci prosázet celkem 1000 korun, které budou jeho počátečními peněžními prostředky.

4.1.1 Konstantní sázka: sázení na vyšší kurz

Data pro vyšší kurz budou generovat programy *„konstantní sázka - vyšší sázkový kurz.py“* a *„konstantní sázka - vyšší spravedlivý kurz.py“*. Kurzy jsou brány z přílohy *„kurzy.xslx“*. Jako první vyzkoušíme, jak by vypadala tato strategie, kdybychom sázeli na vysoký kurz. Vysoký kurz by měl být pro sázkaře více motivující, protože je zde šance vysokého zisku. Na druhou stranu je sázka na vyšší kurz riskantní, protože je nižší šance vůbec vyhrát.

Sázkový kurz

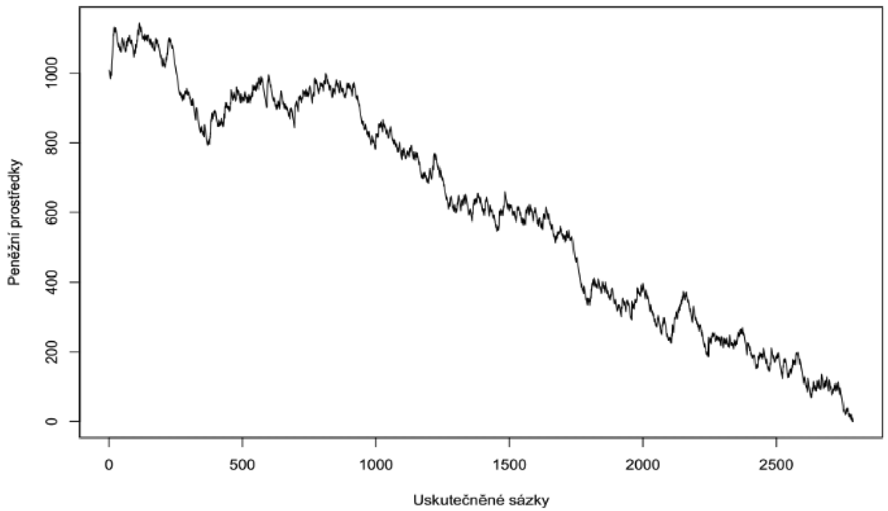
Obrázek 6: Konstantní sázka, sázkový kurz, vyšší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na vysoký kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 6.txt, data pro obrázek 6 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 7: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, vyšší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na vysoký kurz

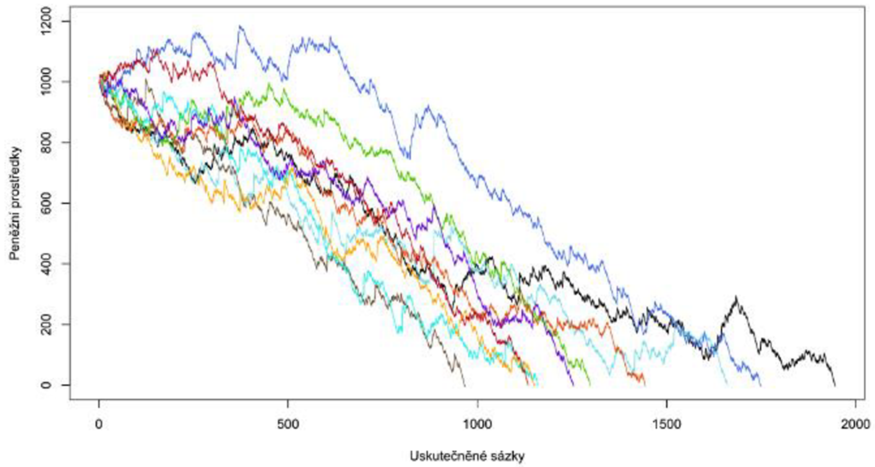


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 7.txt, data pro obrázek 7 rko.R)

Na levém grafu (*obrázek 6*) je vidět jeden z možných výsledků použití konstantní sázky při sázkovém kurzu. Sázkař neustále sázel 5 korun a vždy si vybral ten vyšší kurz. Je zde vidět evidentní klesající trend. Podobná situace se i nachází na grafu vpravo (*obrázek 7*), který reprezentuje výsledek, při kterém sázkař sází na spravedlivé kurzy. Funkce vpravo je opět klesající, ale vzhledem k tomu, jak dlouho trvalo, než dosáhl nuly, je klesání méně prudké než v případě vlevo (*obrázek 6*).

Sázkový kurz

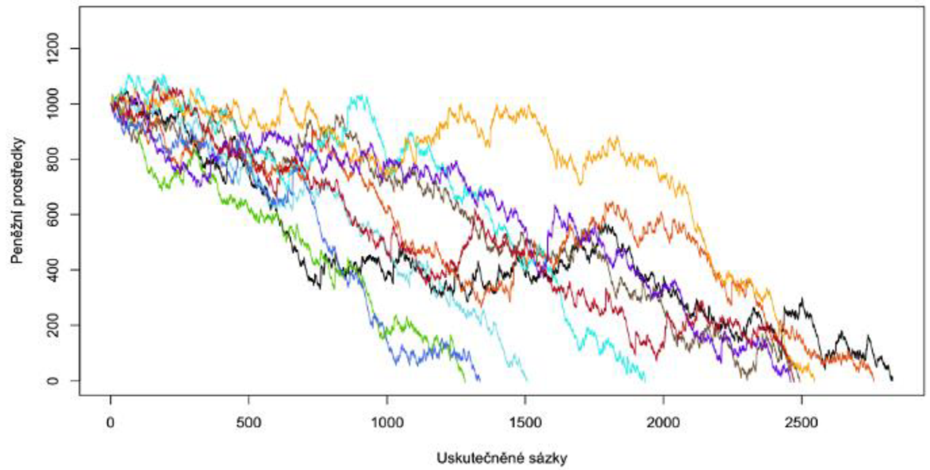
Obrázek 8: Konstantní sázka, sázkový kurz, vyšší kurz: Deset možných výsledků sázení na vysoký kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce „data pro obrázek 8")

Spravedlivý kurz

Obrázek 9: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, vyšší kurz Deset možných výsledků sázení na vysoký kurz

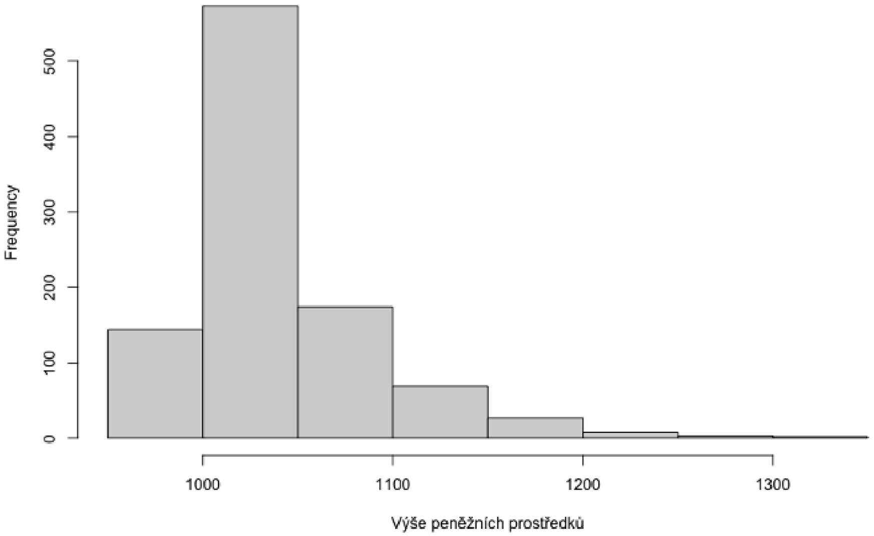


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce „data pro obrázek 9")

Na levém grafu (*obrázek 8*) je vidět deset výsledků použití konstantní sázky při sázení na vysoký kurz při sázkovém kurzu. Můžeme tedy nejspíše potvrdit klesající trend. Podobná situace se nachází i na grafu vpravo (*obrázek 9*), který reprezentuje deset náhodných výsledků, při kterém sázkař sází na vyšší spravedlivé kurzy. Mezi oběma grafy je také vidět, že při sázení na spravedlivé kurzy se nám prodlužuje „životnost", tedy doba, po kterou můžeme sázet, než prohrajeme úplně vše. Dokonce v těchto příkladech to vypadá, že při sázení na kurzy s marží (sázkové kurzy) jsme v jednom případě mohli dosáhnout vyššího zisku než při sázení na spravedlivé kurzy. To si ověříme v dalších grafech.

Sázkový kurz

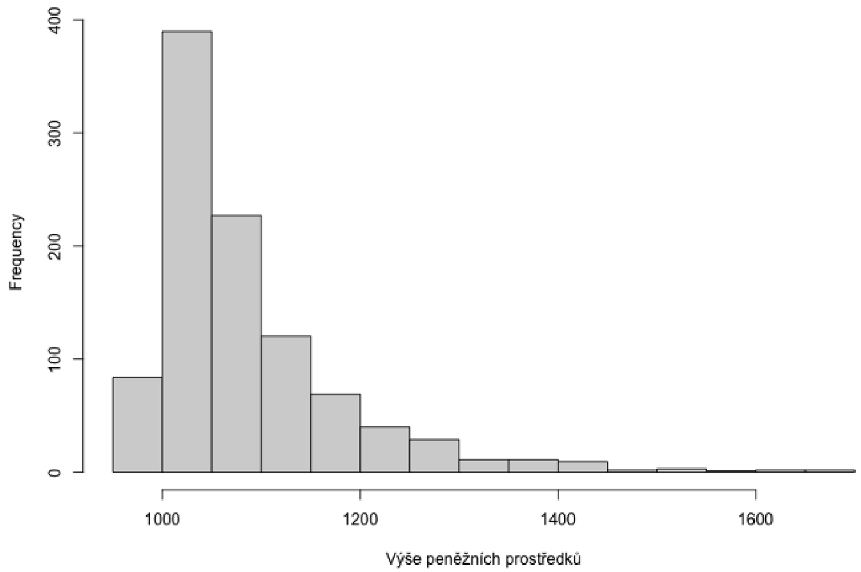
Obrázek 10: Konstantní sázka, sázkový kurz, vyšší kurz:
Histogram ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 10.txt, data pro obrázek 10 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 11: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, vyšší kurz:
Histogram ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 11.txt, data pro obrázek 11 rko.R)

Tabulka 4: Konstantní sázka, vyšší kurz: Charakteristiky maximálních peněžních prostředků

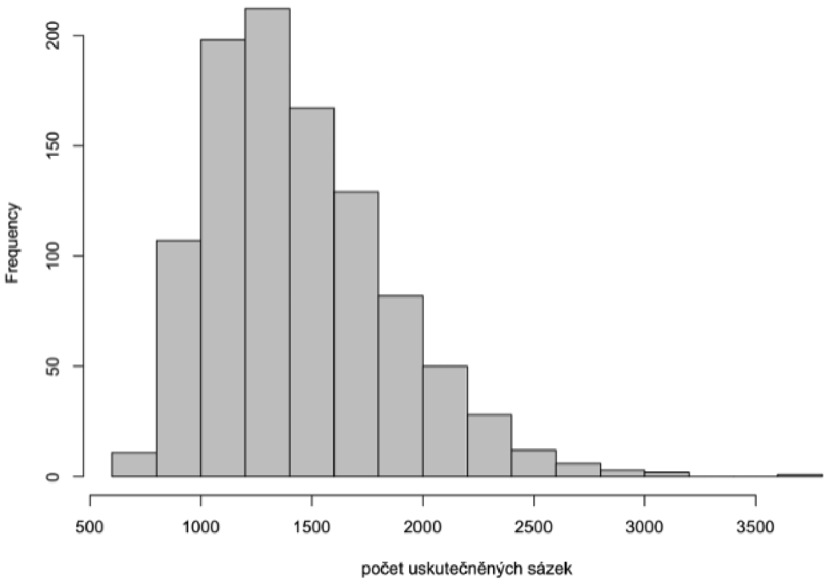
Sázkový kurz			**Spravedlivý kurz**	
Průměr	1040.24		Průměr	1085.246
Rozptyl	2330.67		Rozptyl	9884.098
Odchylka	48.28		Odchylka	99.4188
Medián	1024.54		Medián	1054.245
Maximum	1344.62		Maximum	1674.99
Minimum	995		Minimum	995

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 10 a obrázku 11)

Na obou histogramech (*obrázek 10* a *obrázek 11*) je vidět, že při této strategii naše peněžní prostředky ve většině případů dosáhnou nad 1000 Kč, tedy nad naše počáteční peněžní prostředky. Sloupce histogramů, které ukazují maximální peněžní prostředky menší než 1000 Kč, ukazují případ, kdy sázení už od začátku bylo neúspěšné. Tedy už první sázku sázkař prohrál a ani potom se mu už nikdy nepodařilo znovu překročit hranici 1000 Kč (to odpovídá tomu, proč v *tabulce 4* minimum z maximálních peněžních prostředků ukazuje 995 Kč). Rozdíl mezi sázením na sázkové kurzy a sázením na spravedlivé kurzy je z *tabulky 4* zjevný. Když si od daných hodnot odečteme vložených 1000 Kč získáme průměrný zisk, medián zisku a maximální zisk, kterých jsme mohli dosáhnout. Jak v průměru (sázkový: 40.24 Kč, spravedlivý: 85.246 Kč), mediánu (sázkový: 24.54 Kč, spravedlivý: 54.245 Kč), tak i v maximální hodnotě (sázkový: 344.62 Kč, spravedlivý: 674.99 Kč), které se nám podařilo dosáhnout, je zisk při spravedlivém kurzu zhruba dvojnásobný oproti zisku ze sázkového kurzu z důvodu marže vysoké průměrně 6.5 %. Hlavní problém je v tom, že sice v nějakém čase dosáhneme na zisk, ale ten se nám zas zmenší a my nevíme, kdy máme hru zastavit, tj. nevíme kdy jsme na maximu té trajektorie (jak je již vidět už na *obrázcích 6, 7, 8* a *9*). Závěrem tedy je potřeba si povědět, že i kdyby byly kurzy spravedlivé, strategie konstantní sázky by na vysoké kurzy nefungovala.

Sázkový kurz

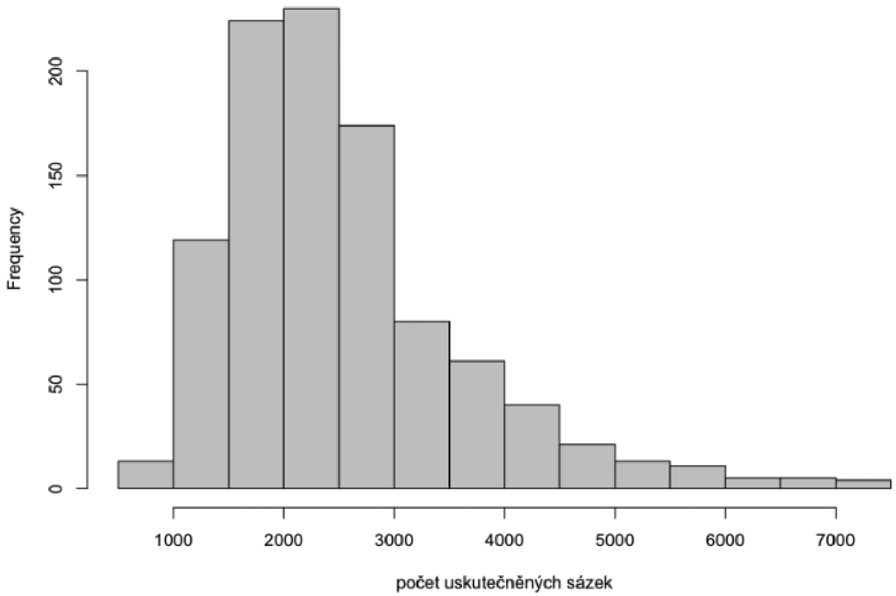
Obrázek 12: Konstantní sázka, sázkový kurz, vyšší kurz:
Histogram ukazující počty uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 12.txt, data pro obrázek 12 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 13: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, vyšší kurz:
Histogram ukazující počty uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: data pro obrázek 13.txt, data pro obrázek 13 rko.R)

Tabulka 5: Konstantní sázka, vyšší kurz: Charakteristiky počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře

Sázkový kurz			**Spravedlivý kurz**	
Průměr	1445		Průměr	2524.912
Rozptyl	167416.3		Rozptyl	1205627
Odchylka	409.1654		Odchylka	1098.011
Medián	1379.5		Medián	2303.5
Maximum	3674		Maximum	7491
Minimum	604		Minimum	768

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 12 a obrázku 13)

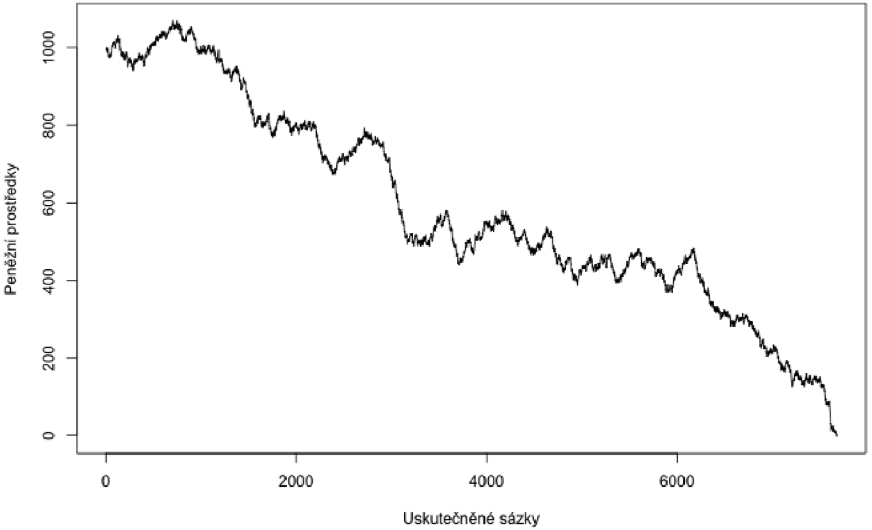
Když už víme, že tato strategie pro vysoké kurzy nefunguje, mohlo by nás zajímat, jak dlouho bude trvat, než se dostaneme na nulu. Tedy kolik sázek musíme provést, než prohrajeme veškeré naše peněžní prostředky. Na histogramech (*obrázek 12 a 13*) je vidět, kolik sázek sázkař musel provést, než prohrál úplně všechno. Nejnižší možný počet sázek, který by mohl teoreticky nastat, je dvě sta, a to v případě, že by sázkař dvěstěkrát prohrál 5 korun, a tedy ihned prosázel všechny počáteční peněžní prostředky v hodnotě 1000 Kč. Jak je vidět v *tabulce 5*, minimální hodnoty 200 sázek se nám ovšem nepodařilo dosáhnout. Důvodem je, že je prakticky nemožné tolikrát prohrát, a to i v případě, že jde o vyšší kurzy (tedy o kurzy na sportovce, kteří mají menší pravděpodobnost výhry). Při srovnání, jak dlouho trvá se dostat na nulu při sázkovém kurzu a jak při spravedlivém kurzu, je opět vidět, že při spravedlivém kurzu je zhruba dvojnásobná doba „přežití“.

4.1.2 Konstantní sázka: sázení na nižší kurz

Programy použité pro tuto část jsou v přílohách: *„konstantní sázka - nižší sázkový kurz.py"*, *„konstantní sázka - nižší spravedlivý kurz.py"*.
V této kapitole se podíváme, jak by to vypadalo, kdybychom sázeli na nižší kurz. Nižší kurz by měl být pro sázkaře větší jistotou. Čím nižší kurz, tím spíš daný sportovec vyhraje. Na druhou stranu, sázka na nižší kurz je málo zisková, a tedy nemusí být pro sázkaře motivující na ni vsadit vzhledem k malé výnosnosti.

Sázkový kurz

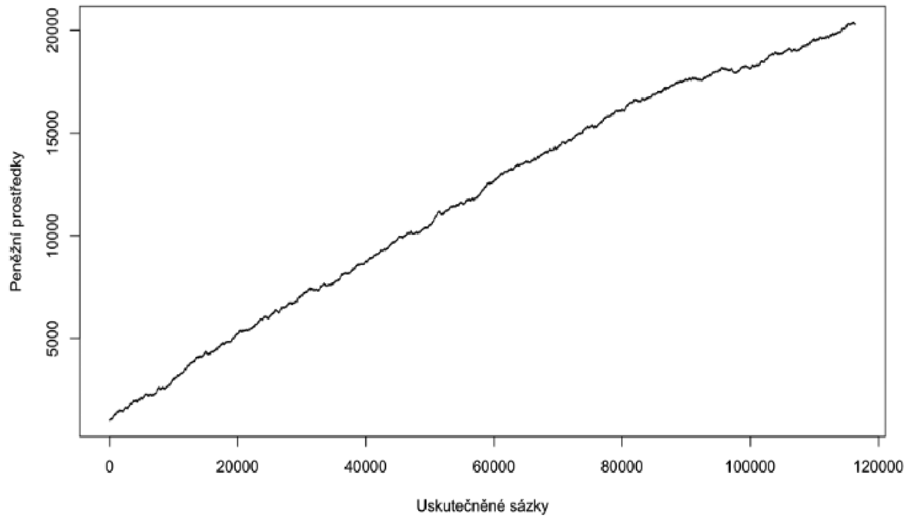
Obrázek 14: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na nižší kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 14.txt, Data pro obrázek 14 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 15: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, nižší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na nižší kurz

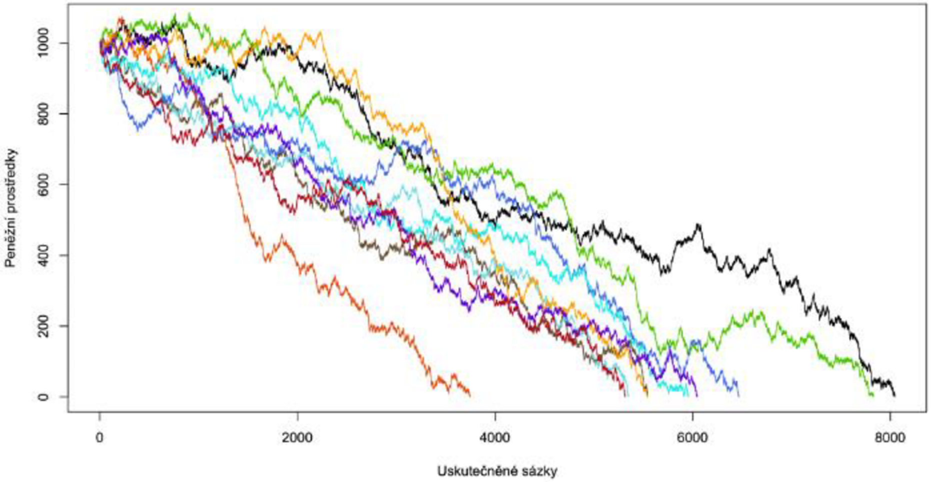


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 15.txt, Data pro obrázek 15 rko.R)

Na levém grafu (*obrázek 14*) je vidět jeden z možných výsledků použití konstantní sázky. Sázkař neustále sázel 5 korun a vždy si vybral nižší kurz. Je zde vidět evidentní klesající trend. Naprosto opačná situace se ovšem nachází na grafu vpravo (*obrázek 15*), který reprezentuje výsledek, při kterém sázkař sází touto strategií na spravedlivé kurzy. Je zde naopak vidět trend rostoucí. Tím bychom mohli konstatovat, že v případě, že by byla možnost sázet na spravedlivé kurzy, a sázkař se rozhodl použít strategii konstantní sázky, byla by jeho strategie úspěšná. Rozdíl mezi sázkovým a spravedlivým kurzem je pouze v marži, kde v sázkovém kurzu je průměrně 6.5 %, kdežto u spravedlivého je samozřejmě nulová.

Sázkový kurz

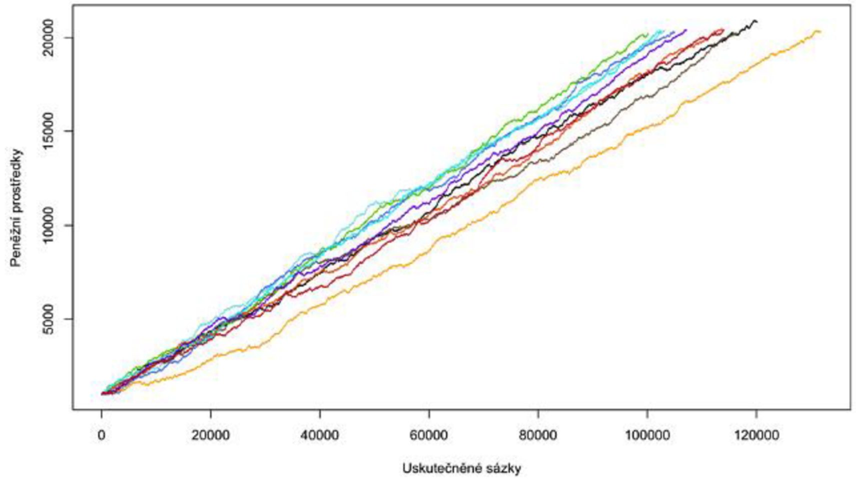
Obrázek 16: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Deset možných výsledků sázení na vysoký kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 16)

Spravedlivý kurz

Obrázek 17: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, nižší kurz: Deset možných výsledků sázení na vysoký kurz



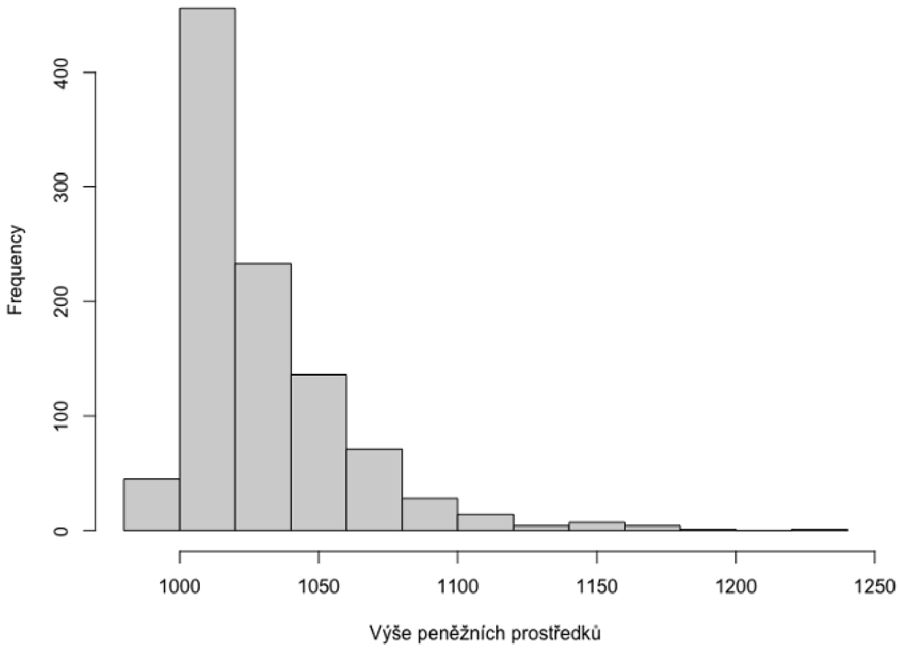
Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 17)

Na levém grafu (*obrázek 16*) je vidět deset výsledků použití konstantní sázky na sázení na nižší sázkový kurz. Ve všech z deseti případů sledujeme evidentní klesající trend. Opačná situace se nachází na grafu vpravo (*obrázek 17*), který reprezentuje deset náhodných výsledků, při kterém sázkař sází na nižší spravedlivé kurzy. Graf se spravedlivým kurzem je omezen jen na dosáhnutí peněžních prostředků 20 000 Kč, ale je zřejmé, že by divergoval k nekonečnu. Vypadá to tedy, že nižší kurzy jsou do jisté míry nadhodnoceny, protože dle vzorečku (1.10) a *poznámky 1* přeci vyplývá, že při nulové marži by sázková kancelář ani sázkař neměli dosahovat zisku ani ztráty. Tahle skutečnost, že jsou nižší kurzy nadhodnocené (resp. vyšší kurzy podhodnocené) je taky důvodem, proč Brierovo skóre sázkové kanceláře (*tabulka 3*) nedosahuje ideálních hodnot jako v *tabulce 2*.

Z pokusu nám tedy vyplývá, že marže má na funkčnost strategie takový vliv, že kvůli ní není při použití této strategie sázkař schopen z dlouhodobého hlediska profitovat.

Histogramy maximálních hodnot a počtu sázek mají smysl tedy dělat u nižších kurzů jen na sázkových kurzech.

Obrázek 18: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Histogram ukazující maximální výše peněžních prostředků



Tabulka 6: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Charakteristiky maximálních peněžních prostředků

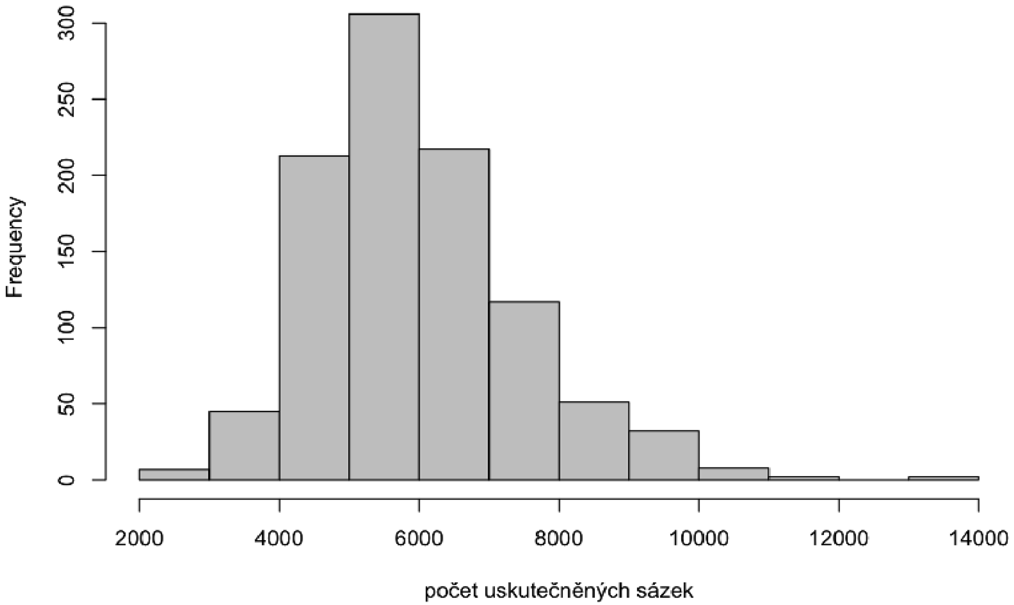
Sázkový kurz	
Průměr	1028.83
Rozptyl	891.7563
Odchylka	29.86229
Medián	1019.91
Maximum	1223.43
Minimum	995

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy jsou stejné jako u obrázku 18)

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 18.txt, Data pro obrázek 18 rko.R)

Na histogramu (*obrázek 18*) je vidět (podobně jako na *obrázku 10*), že při této strategii naše peněžní prostředky, při sázení na sázkový kurz, ve většině případů dosáhnou nad 1000 Kč, tedy nad naše počáteční peněžní prostředky. Sloupec v histogramu, který ukazuje maximální peněžní prostředky menší než 1000, opět ukazuje případ, kdy sázení už od začátku bylo neúspěšné. Je dobré podotknout, že pokud srovnáme *tabulku 4* a *tabulku 6*, průměrný zisk, mediánový zisk a maximální zisk při sázení na nižší kurz a při sázení na vyšší kurz z předešlé kapitoly, tak při sázení na vyšší kurz dosahujeme vyšších zisků, a to jak v zisku průměru (nižší kurz: 28.83 Kč, vyšší kurz: 40.24 Kč), mediánu (nižší kurz: 19.91 Kč, vyšší kurz: 24.54 Kč), tak i v maximální hodnotě (nižší kurz: 223.43, vyšší kurz: 344.62 Kč). Každopádně i v tomto případě je strategie neúspěšná.

Obrázek 19: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Histogram ukazující počty uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Tabulka 7: Konstantní sázka, sázkový kurz, nižší kurz: Charakteristiky počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře

Sázkový kurz	
Průměr	5970.931
Rozptyl	2247462
Odchylka	1499.154
Medián	5773
Maximum	13979
Minimum	2633

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy jsou stejné jako u obrázku 19)

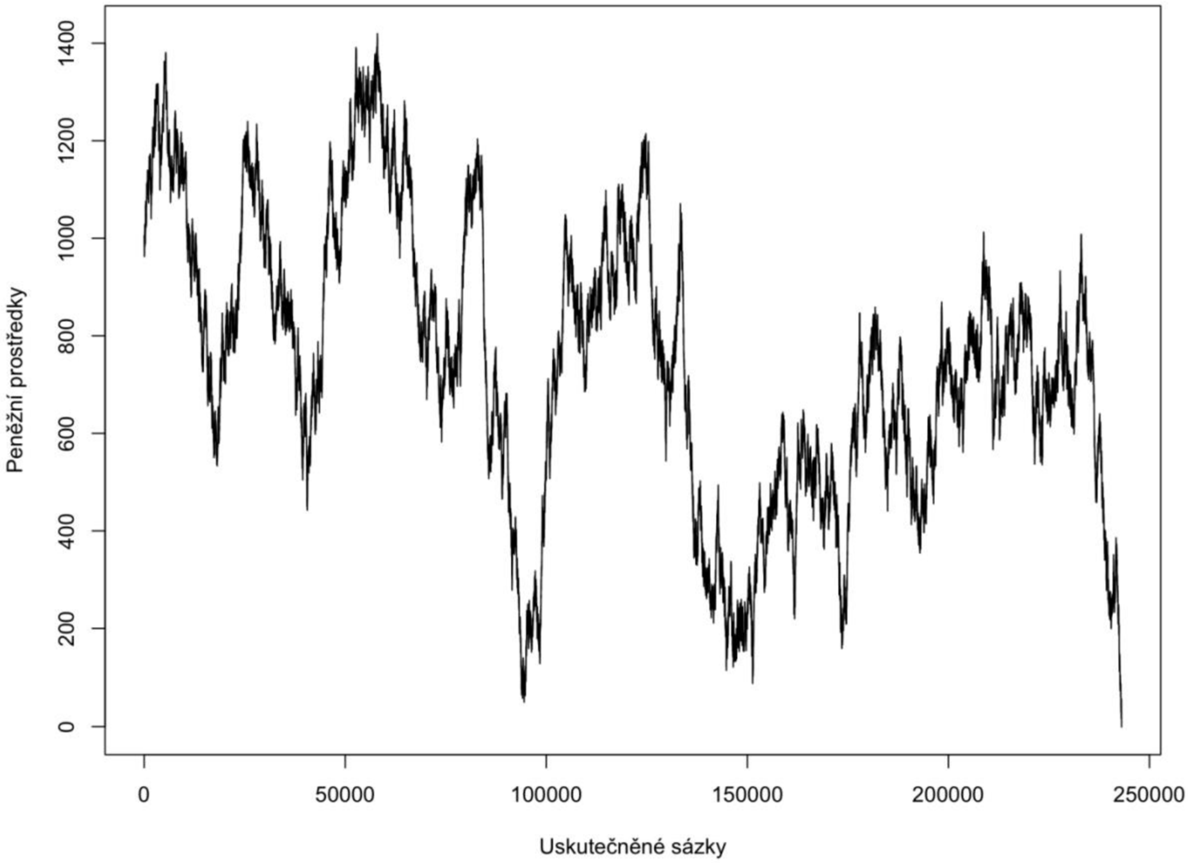
Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 19.txt, Data pro obrázek 19 rko.R)

Strategie pro nižší sázkové kurzy nefunguje, jak už jsme zjistili. Můžeme se ovšem podívat, jak dlouho bude trvat, než se dostaneme na nulu, tedy kolik sázek musíme provést, než prohrajeme úplně vše. Na histogramu (*obrázek 15*) je vidět, kolik sázek sázkař musel provést, než prohrál úplně všechno. Opět je dobré podoktnout, že nejnižší možný počet sázek, který by mohl teoreticky nastat, je dvě sta.

Spravedlivý nižší kurz

Zjistili, že sázení na nižší spravedlivé kurzy by bylo úspěšné, mohli bychom najít, při jaké hranici marže se strategie stává neúspěšnou. Z provedených pokusů je zřejmé, že marže ovlivňuje trendovou křivku směrem dolů (peněžní prostředky s marží klesají rychleji). Mohlo by nás zajímat, u jaké hodnoty marže se nám trend z rostoucího mění na klesající.

Obrázek 20: Konstantní sázka, spravedlivý kurz, nižší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na nižší kurz s marží 3.3 %



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 20.txt, Data pro obrázek 20 rko.R)

Obrázek 20 ukazuje jeden z možných výsledků peněžních prostředků v závislosti na uskutečněných sázkách při marži 3.3 %. Je zde vidět, že trend není již jasně rostoucí, ale kolísá. Nakonec v určité chvíli jsme v tomto konkrétním případě opět dosáhly peněžní prostředky nuly.

Pro různé hodnoty marže jsem sledoval tři typy výsledků:

1. v kolika případech překonají peněžní prostředky 10 000 Kč
2. v kolika případech dosáhnou peněžní prostředky alespoň dvojnásobku počátečních peněžních prostředků (tedy výše mezi 2000 Kč až 10 000 Kč)
3. v kolika případech nedosáhnou peněžní prostředky ani dvojnásobku počátečních peněžních prostředků (tedy méně než 2000 Kč)

Pro každou marži bylo provedeno 100 pokusů pomocí programu v příloze *„konstantni sazka - nižší kurz s různou marží.py“* a výsledky jsou v následující tabulce:

Tabulka 8: Konstantní sázka na nižší kurz s různou marží: Maximální peněžní prostředky

Marže	Peněžní prostředky		
	Nad 10 000 Kč	Mezi 2000 Kč a 10 000 Kč	pod 2000 Kč
2.7 %	100	0	0
2.8 %	99	0	1
2.9 %	97	0	3
3.0 %	94	0	6
3.1 %	85	4	11
3.2 %	59	11	30
3.3 %	10	40	50
3.4 %	0	26	75
3.5 %	0	19	81
3.6 %	0	5	95
3.7 %	0	4	96
3.8 %	0	1	99
3.9 %	0	1	99
4.0 %	0	0	100

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce „data pro tabulku s marží“)

V tabulce je vidět, jak se zvyšováním marže se snižuje možnost vyhrávat s touto strategií. Největší zlom nastává mezi kurzy s maržemi mezi 3.2 % a 3.4 %.

4.2 Martingale

Martingale je sázkařská strategie založená na navyšování sázky v případě neúspěchu předchozí sázky. Sázkař sází na příležitosti určitou částku a čeká, jestli vyhraje nebo prohraje. Pokud vyhraje, vsadí stejnou částku na další sázkovou příležitost. V případě že prohraje, na další příležitost vsadí vyšší částku, tak aby se mu v případě výhry vrátila částka prohraná.

Příklad 10:
Sázkař Martin vsadí 5 kč na následující tenisový zápas.

Nadal R.	×	Tsitsipas S.
1.4		2.75

Vsadí na to, že vyhraje Rafael Nadal. Jelikož Rafael Nadal vyhraje, tak sázková kancelář Martinovi vyplatí $5 \times 1{,}4 = 7$ Kč. Martinův zisk na této sázce jsou tedy 2 Kč.
Martin následně vsadí znovu 5 Kč na další tenisový zápas:

Djokovic N.	×	Zverev A.
1.33		3.25

Vsadí na to, že vyhraje Alexander Zverev. Zápas však vyhraje Novak Djokovic. Martin tedy prohrává svých 5 Kč.
Martin však chce své peníze zpět, a tudíž si jde vsadit na další zápas:

Medvedev D.	×	Thiem D.
1.66		2.2

Vsadí si na to, že vyhraje Daniil Medveděv. Musí ovšem vsadit takovou částku, aby se mu vrátilo minimálně to, co prohrál a nejlépe i ještě něco navíc. Vsadí tedy 10 Kč.
Jelikož Daniil Medveděv vyhraje, vyplatí sázková kancelář Martinovi $10 \times 1{,}66 = 16{,}6$ Kč. Martinův zisk je tedy 6,6 kč, a tedy jeho ztráta 5 Kč v minulé sázce je napravena a Martin je opět v plusu. V případě, že by Martin znovu prohrál, na další sázku by musel vsadit ještě vyšší částku, aby mu výhra pokryla celou vsazenou částku.

Strategie martingale se zdá na první pohled jako perfektní, protože pokud si nastavíme vysoké peněžní prostředky, které můžeme vsadit, snižujeme tím šanci na prohru. Je malá šance, že například v 10 sázkách ani jednou nevyhrajeme.
Opak je však pravdou. Například pokud sázkař desetkrát prohraje na kurzech o hodnotě 2, mohou vypadat sázky například takto:

1. sázka	2. sázka	3. sázka	4. sázka	5. sázka	6. sázka	7. sázka	8. sázka	9. sázka	10. sázka
5 Kč	10 Kč	20 Kč	40 Kč	80 Kč	160 Kč	320 Kč	640 Kč	1280 Kč	2560 Kč

Na deset proher tedy potřebuje mít v tomto případě finanční prostředky na sázení 5115 Kč a to začínáme na 5 korunové sázce. A už patnáctá sázka v sérii proher by musela být 81 920 Kč vysoká. Při prohrách velikost potřebné další sázky roste exponenciálně a pokud strategii martingale používáme dlouhodobě, je vysoká šance, že při uskutečnění tisíci sázek desetkrát za sebou prohrajeme, a tím ztratíme vše.

Odvozené vzorečky:

Princip, jak sázet martingale jsme si vysvětlili. Otázka ovšem je, kolik přesně se musí vsadit, když několikrát za sebou prohrajeme. Do té doby, co budeme vyhrávat, sázíme neustále stejně velkou sázku. V případě, že prohrajeme, musíme sázku navýšit tak, abychom při další výhře dostali svou ztrátu zpět.

s_0 – první prohraná sázka

s_n – sázka, která musí být vsazená, aby se vklad vrátil zpět, kde n-1 sázek před tím bylo neúspěšných

k_j – kurz, na který vsadím j-tém kole

ε_i – částka, kolik chci vydělat, pokud vyhraji v kole i (v případě, kdy nám stačí vyhrát zpět pouze to, co jsme při minulé sázce ztratili, je $\varepsilon_i=0$)

Sázkař vsadí sázku s_0

První prohra:

Sázkař poté sází s_1

Potřebuje, aby zisk byl vyšší než prohraná sázka s_0

(pokud by chtěl pouze vrátit vklad, tak $\varepsilon_1 = 0$)

$$s_1 \cdot k_1 - s_1 = s_0 + \varepsilon_1$$
$$s_1(k_1 - 1) = s_0 + \varepsilon_1$$
$$s_1 = \frac{s_0 + \varepsilon_1}{k_1 - 1}$$

Druhá prohra:

Musí tedy vsadit s_2

Potřebuje, aby zisk byl vyšší než prohraná sázka $s_0 + s_1$

$$s_2 \cdot k_2 - s_1 = s_0 + s_1 + \varepsilon_2$$
$$s_2 \cdot (k_2 - 1) = s_0 + s_1 + \varepsilon_2$$
$$s_2 = \frac{s_0 + s_1 + \varepsilon_2}{k_2 - 1}$$

Po úpravě dostaneme:

$$s_2 = \frac{s_0 \cdot k_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cdot (k_1 - 1)}{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}$$

Třetí prohra:
Musí tedy vsadit s_3
Potřebuje, aby zisk byl vyšší než prohraná sázka s_0+ s_1+ s_2

$$s_3 = \frac{s_0 + s_1 + s_2 + \varepsilon_3}{k_3 - 1}$$

Po úpravě dostaneme:

$$s_3 = \frac{s_0 \cdot k_1.k_2 + \varepsilon_1 \cdot k_2 + \varepsilon_2 \cdot (k_1 - 1) + \varepsilon_3 \cdot (k_1 - 1)(k_2 - 1)}{(k_3 - 1)(k_1 - 1)(k_2 - 1)}$$

Analogickým odvozováním zle dojít k obecnému vypočtení sázky, kterou musíme vsadit, když n-krát prohrajeme:

$$s_n = \frac{s_0.\prod_{j=1}^{n-1} k_j + \sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_i.\prod_{j=1}^{i-1}(k_j - 1).\prod_{j=i+1}^{n-1}(k_j)\right)}{\prod_{j=1}^{n}(k_j - 1)} \tag{4.1}$$

Abychom mohli r-krát prohrát, musíme mít peněžní prostředky ve výši:
$S = s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_r$
To si můžeme opět vyjádřit pomocí vzorce:

$$S = \sum_{n=1}^{r} \frac{s_0.\prod_{j=1}^{n-1} k_j + \sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_i.\prod_{j=1}^{i-1}(k_j - 1).\prod_{j=i+1}^{n-1}(k_j)\right)}{\prod_{j=1}^{n}(k_j - 1)} \tag{4.2}$$

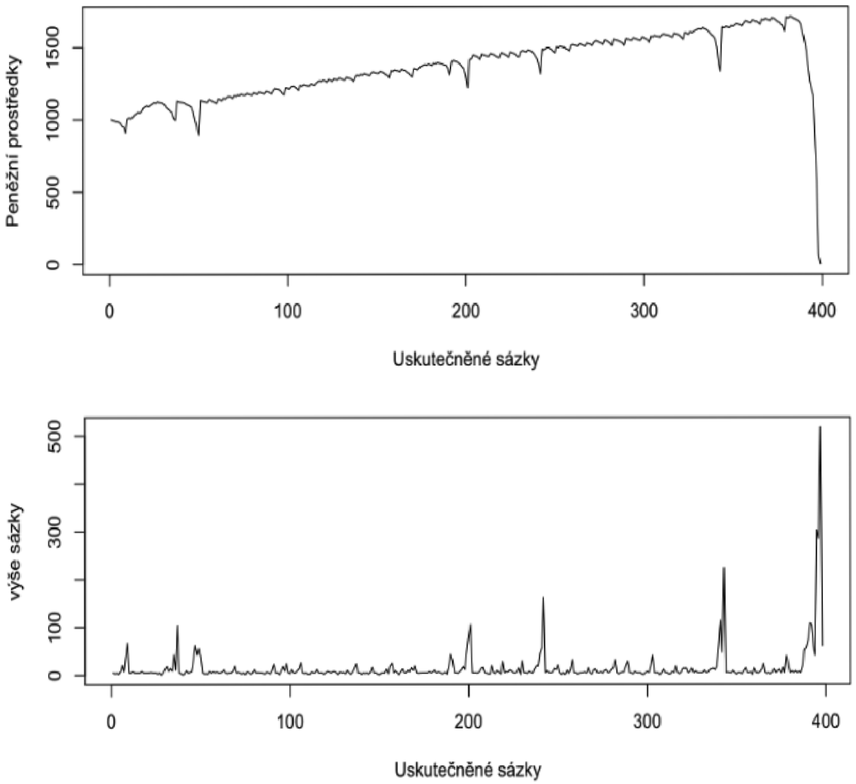
Vzorce (4.1) a (4.2) platí i pro výše uvedené případu a lze dokázat pomocí matematické indukce.

4.2.1 Martingale: sázení na vyšší kurz

Programy použité pro tuto část jsou v přílohách: *„Martingale - vyšší sázkový kurz.py"*, *„Martingale - vyšší spravedlivý kurz.py"*

Sázkový kurz

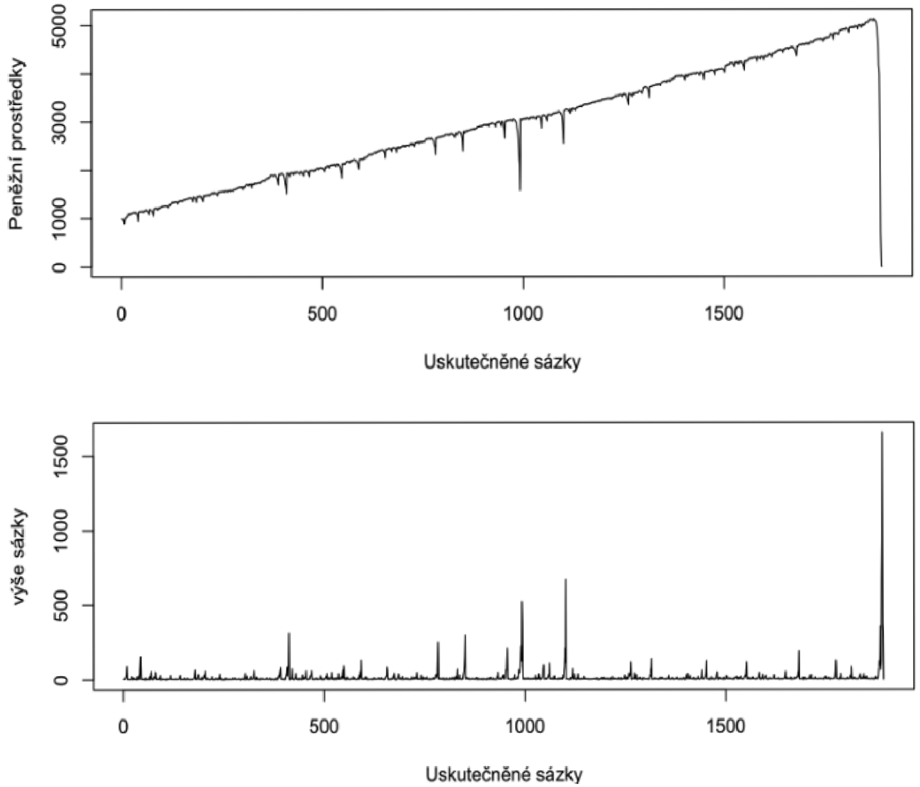
Obrázek 21: Martingale, sázkový kurz, vyšší kurz:
Jeden z možných výsledků sázení na vyšší kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 21.txt, Data pro obrázek 21 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 22:Martingale, spravedlivý kurz, vyšší kurz:
Jeden z možných výsledků sázení na vyšší kurz

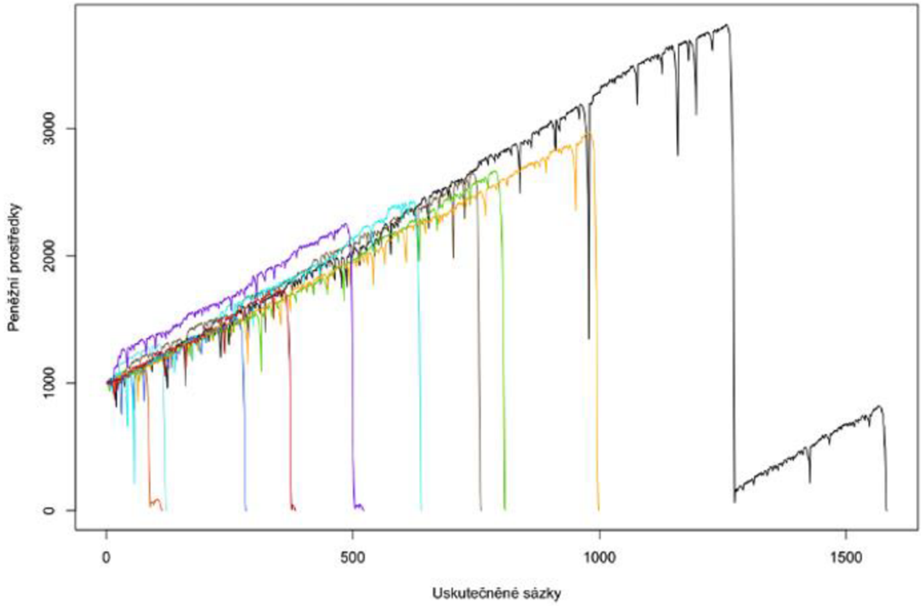


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 22.txt, Data pro obrázek 22 rko.R)

Máme zde dvě dvojice grafů. Horní grafy znázorňují peněžní prostředky, kterých sázkař dosáhl po jednotlivých sázkách. Dolní grafy nám ukazují, jak vysoká částka byla vsazena. Na dvojici grafů vlevo (*obrázek 21*) je znázorněn jeden z možných výsledků sázení na vyšší sázkové kurzy metodou martingale. Na dvojici obrázků vpravo (*obrázek 22*) je znázorněn jeden z možných výsledků sázení na nižší spravedlivé kurzy metodou martingale. Zpočátku je vidět lineární stoupající trend. S rostoucím počtem sázek ovšem vždy nastane situace, kdy sázkař prohraje tolikrát, až prohraje úplně vše.

Sázkový kurz

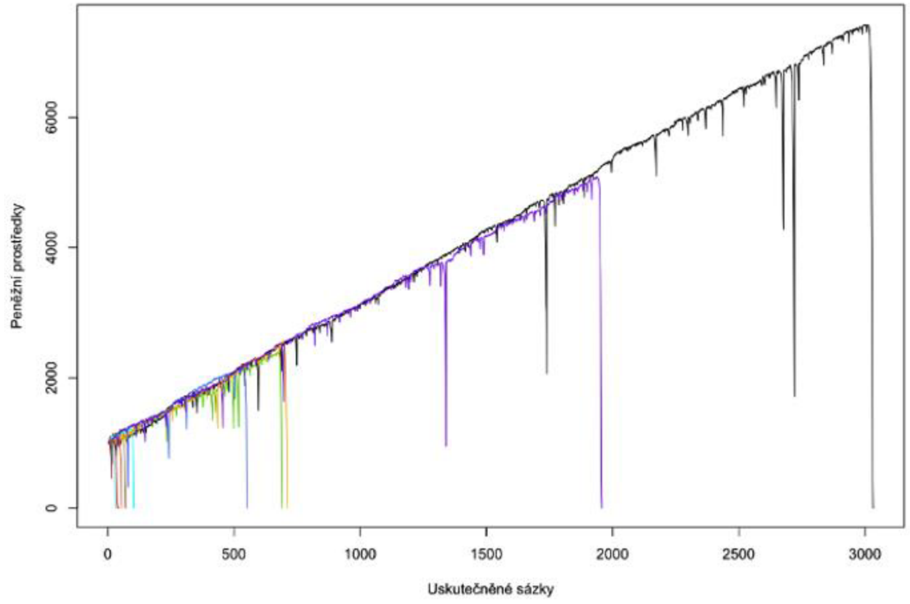
Obrázek 23: Martingale, sázkový kurz, vyšší kurz: Deset možných výsledků sázení na vyšší kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 23)

Spravedlivý kurz

Obrázek 24:Martingale, spravedlivý kurz, vyšší kurz: Deset možných výsledků sázení na vyšší kurz

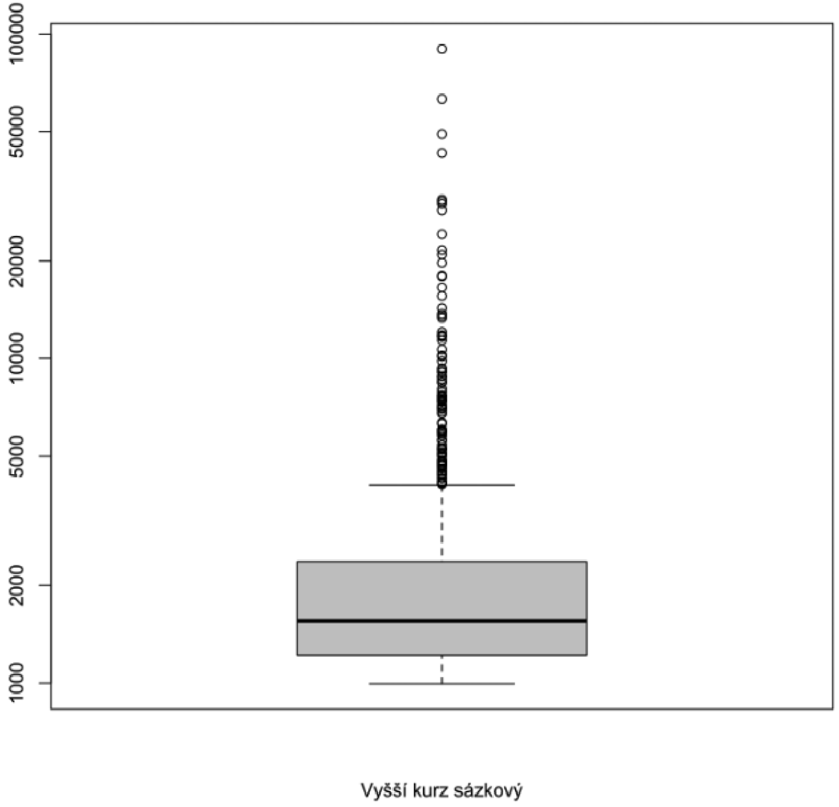


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 24)

Na levém grafu (*obrázek 23*) je vidět deset výsledků použití strategie martingale při sázení na vyšší sázkový kurz. Ve všech případech je vidět zpočátku rostoucí trend, ale končí vždy jistým propadem na 0. V podstatě stejná situace je vidět i na grafu vpravo (*obrázek 24*), který zobrazuje deset výsledků použití strategie martingale při sázení na vyšší spravedlivý kurz. Rozdíl mezi oběma grafy je pravděpodobně v dosažených maximálních výší peněžních prostředků a v počtu možných sázek, než přijde sázkař o vše. To si ověříme v následujících grafech.

Sázkový kurz

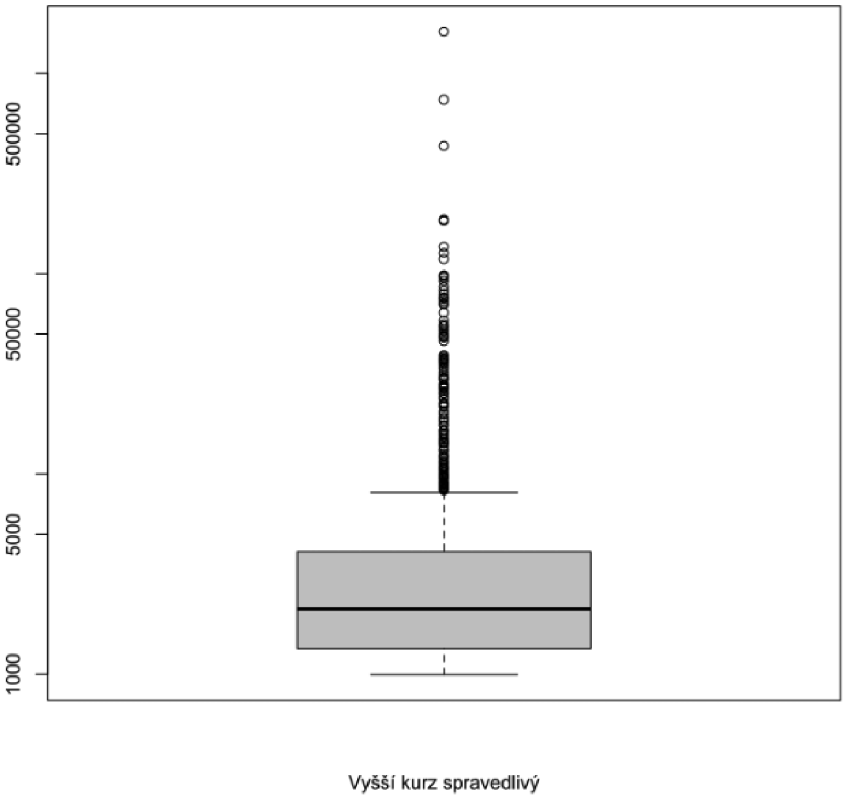
Obrázek 25: Martingale, sázkový kurz, vyšší kurz: Boxplot ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 25.txt, Data pro obrázek 25 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 26:Martingale, spravedlivý kurz, vyšší kurz: Boxplot ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 26.txt, Data pro obrázek 26 rko.R)

Tabulka 9: Martingale, vyšší kurz: Charakteristiky maximálních peněžních prostředků

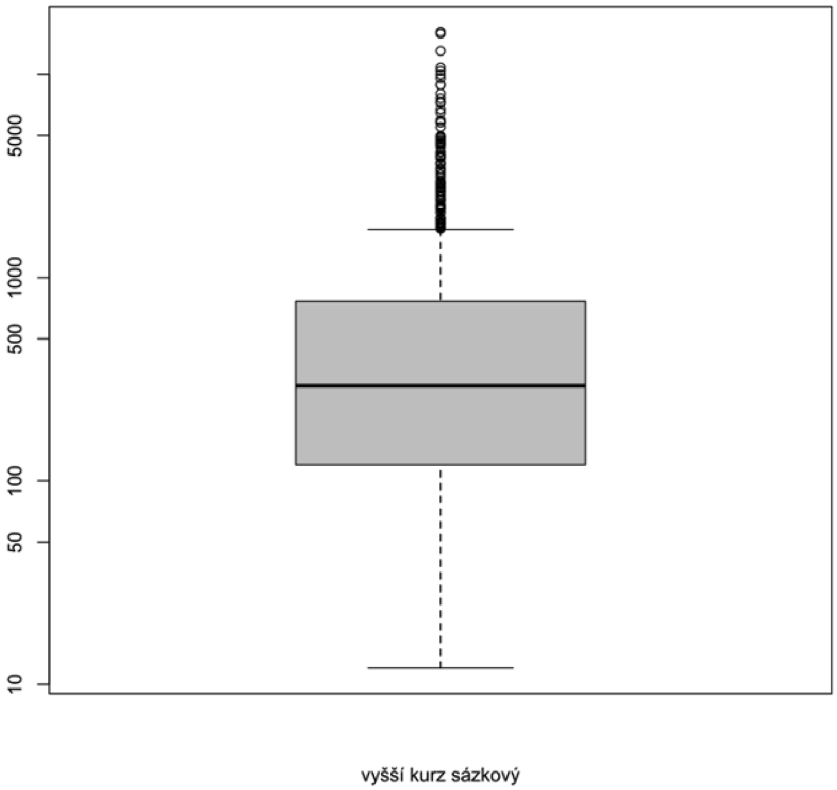
Sázkový kurz			**Spravedlivý kurz**	
Průměr	2663.679		Průměr	9091.285
Rozptyl	23746054		Rozptyl	3544663908
Odchylka	4872.992		Odchylka	59537.08
Medián	1552.735		Medián	2114.53
Maximum	89947.2		Maximum	1613695
Minimum	995		Minimum	995

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 25 a obrázku 26)

Boxplot vlevo (*obrázek 25*) nám ukazuje, jakých maximálních hodnot dosáhly peněžní prostředky při strategii martingale při sázení na vyšší sázkový kurz. Boxplot vpravo (*obrázek 26*) nám naopak ukazuje, jakých maximálních hodnot dosáhly peněžní prostředky při strategii martingale při sázení na vyšší spravedlivý kurz. Rozdíl v úspěšnosti sázení na sázkový nebo spravedlivý kurz je zřejmý z různých měřítek vertikální osy. Vertikální osa totiž znázorňuje dosažené peněžní prostředky a v případě sázení na spravedlivý kurz jsou hodnoty ve všech ohledech vyšší. Minimum je 995 Kč, tedy opět situace, při které bylo sázení od samého začátku neúspěšné. *Tabulka 9* ukazuje, že rozdíl mezi sázkovým a spravedlivým kurzem je opět zjevný v zisku, který je při sázení na spravedlivé kurzy o poznání vyšší, a to jak v průměru (sázkový: 1663.679, spravedlivý: 8091.285), mediánu (sázkový: 552.735, spravedlivý: 1114.53), tak i v maximálních dosažených hodnotách (sázkový: 88947.2, spravedlivý: 1603695). V této formě je martingale neúspěšný nejen v případě sázkového kurzu, ale dokonce i v případě spravedlivého kurzu.

Sázkový kurz

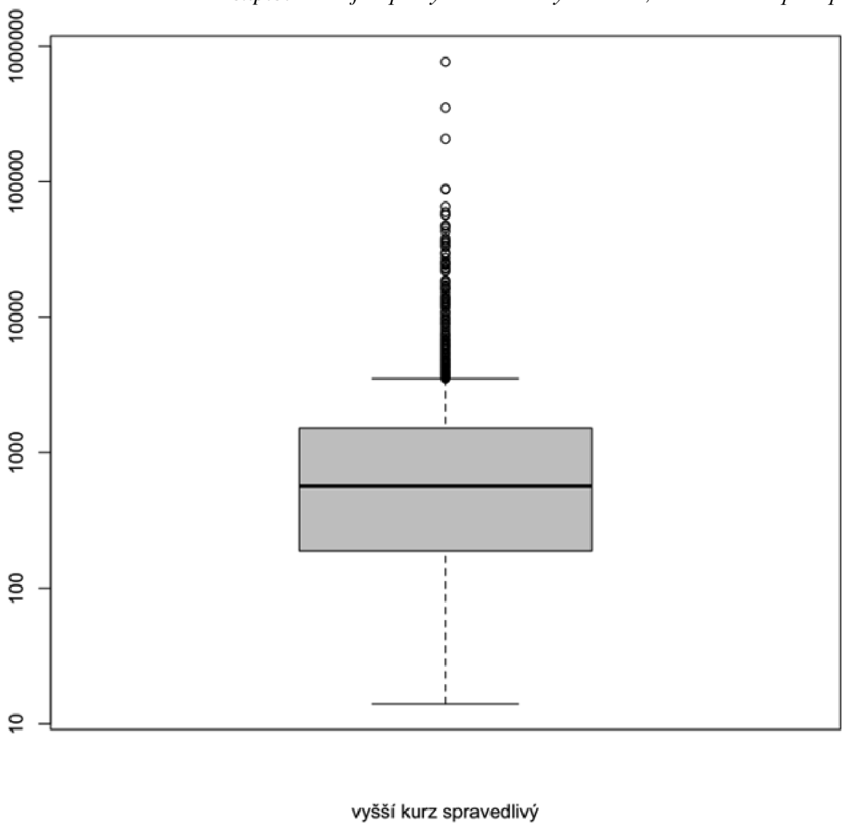
Obrázek 27: Martingale, sázkový kurz, vyšší kurz:
Boxplot ukazující počty uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 27.txt, Data pro obrázek 27 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 28: Martingale, spravedlivý kurz, vyšší kurz:
Boxplot ukazující počty uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 28.txt, Data pro obrázek 28 rko.R)

Tabulka 10: Konstantní sázka, vyšší kurz: Charakteristiky počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře

Sázkový kurz			Spravedlivý kurz	
Průměr	770.576		Průměr	3932.488
Rozptyl	2180994		Rozptyl	799752991
odchylka	1476.819		odchylka	28279.9
Medián	293.5		Medián	565.5
Maximum	16156		Maximum	764073
Minimum	12		Minimum	14

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 27 a obrázku 28)

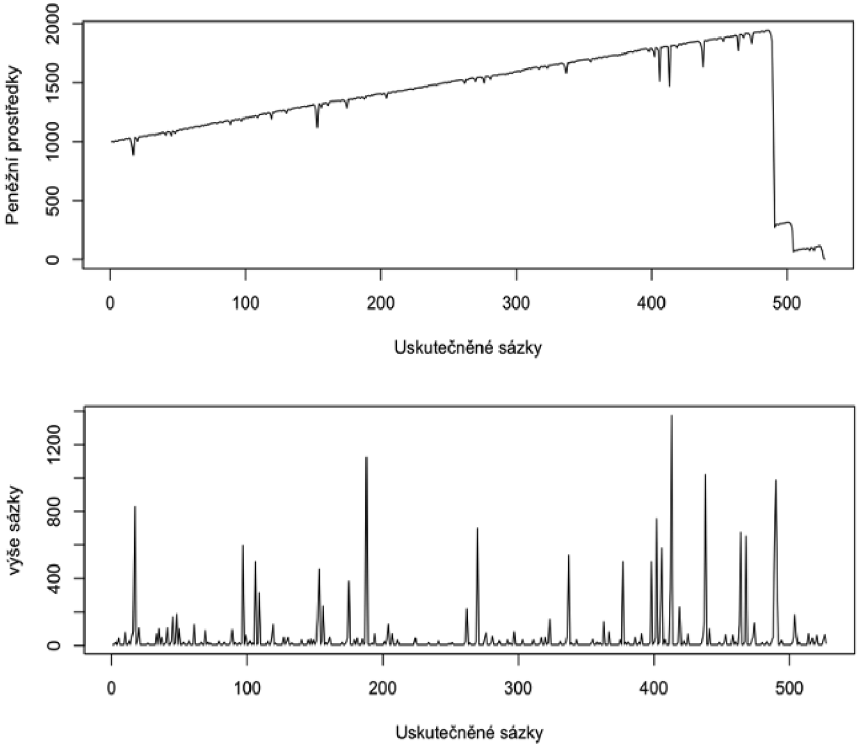
Když už víme, že tato strategie pro vysoké kurzy končí vždy neúspěšně, mohlo by nás zajímat, jak dlouho bude trvat, než se dostaneme na nulu. Na boxplotech (*obrázek 8* a *9*) je vidět, kolik sázek sázkař musel provést, než prohrál úplně všechno. Při srovnání, jak dlouho trvá dostat se na nulu při sázkovém kurzu a jak při spravedlivém kurzu, je vidět evidentní rozdíl (rozdíl je vidět díky hodnotám na vertikální ose). Kdyby měl sázkař možnost sázet na spravedlivé kurzy, vydržel by daleko déle.

4.2.2 Martingale: sázení na nižší kurz

Programy použité pro tuto část jsou v přílohách: *„Martingale - nižší sázkový kurz.py"*, *„Martingale - nižší spravedlivý kurz.py"*

Sázkový kurz

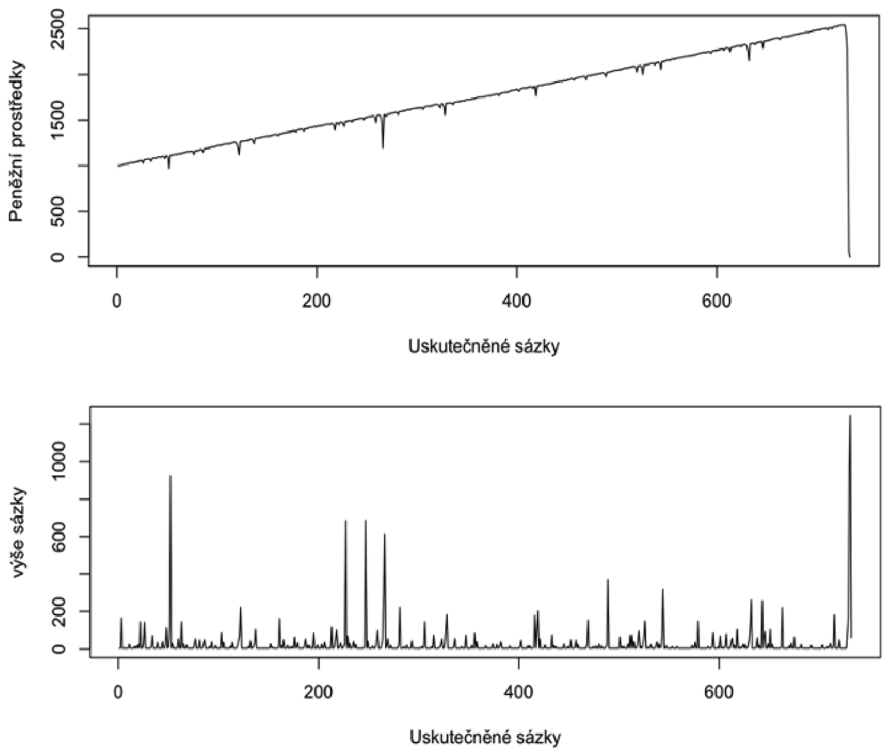
Obrázek 29: Martingale, sázkový kurz, nižší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na nižší kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 29.txt, Data pro obrázek 29 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 30:Martingale, spravedlivý kurz, nižší kurz: Jeden z možných výsledků sázení na nižší kurz

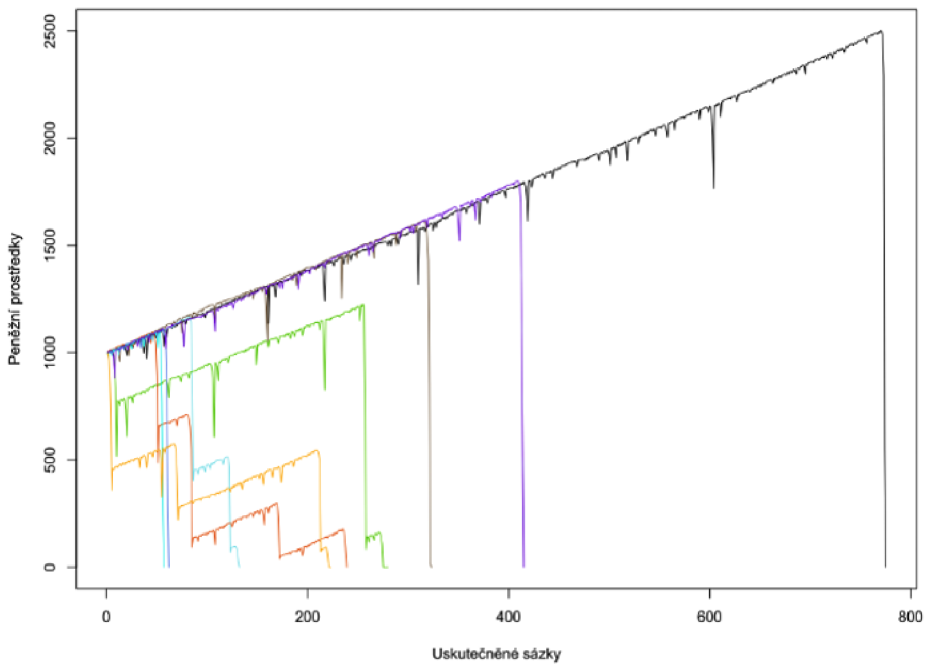


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 30.txt, Data pro obrázek 30 rko.R)

Opět zde vidíme dvě dvojice grafů. Horní grafy znázorňují celkové peněžní prostředky, kterých sázkař dosáhl po jednotlivých sázkách. Dolní grafy nám ukazují, jak vysoká částka byla vsazena. Na dvojici grafů vlevo (*obrázek 29*) je znázorněn jeden z možných výsledků sázení na nižší sázkové kurzy metodou martingale. Na dvojici obrázků vpravo (*obrázek 30*) je znázorněn jeden z možných výsledků sázení na nižší spravedlivé kurzy metodou martingale. Zpočátku je vidět lineární stoupající trend, který ovšem není nekonečný a končí exponenciálním pádem.

Sázkový kurz

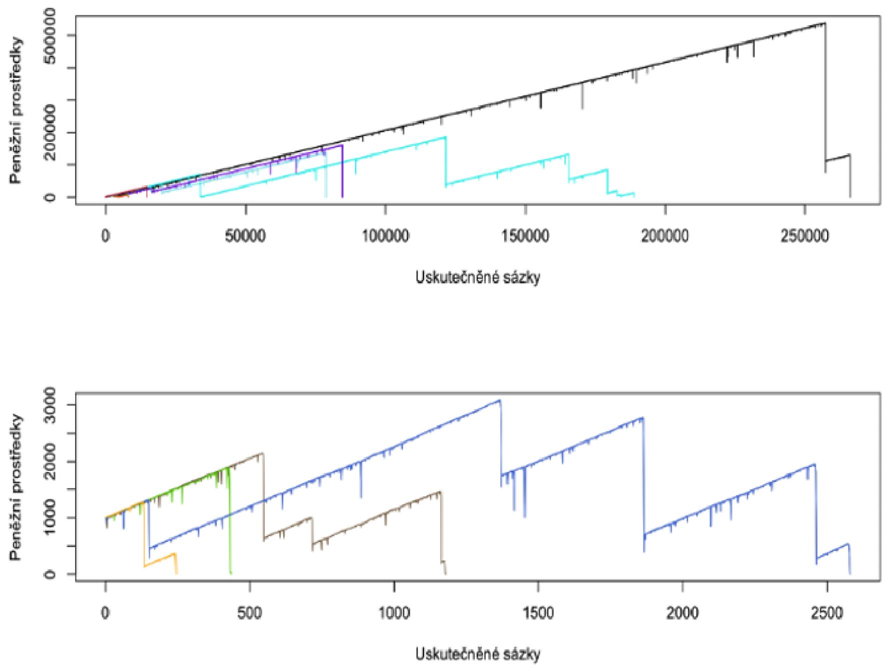
Obrázek 31: Martingale, sázkový kurz, nižší kurz: Deset možných výsledků sázení na nižší kurz



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 31)

Spravedlivý kurz

Obrázek 32: Martingale, spravedlivý kurz, nižší kurz: Deset možných výsledků sázení na nižší kurz

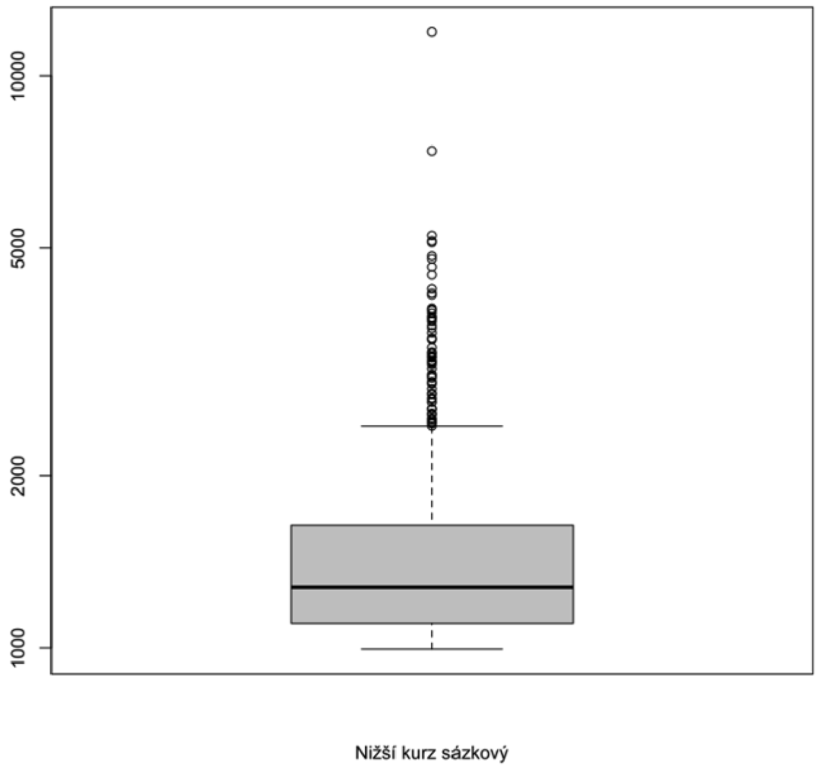


Zdroj: vlastní zpracování (přílohy ve složce: soubory pro obrázek 32)

Na levém grafu (*obrázek 31*) je vidět deset výsledků peněžních prostředků při použití strategie martingale na sázení na nižší sázkový kurz. Ve všech případech je vidět zpočátku stoupající trend, poté dochází k několika propadům a opět k lineárním stoupáním. Tato skutečnost je zapříčiněna tím, že sázkař již nemá při vysokém propadu možnost vsadit tolik prostředků, aby se mu vykompenzovala ztráta, a tím pádem začne strategii martingale od začátku (tedy začne opět sázet od 5 Kč). Strategie přesto končí vždy jistým propadem na nulu. Podobná situace je vidět i na dvou grafech vpravo (*obrázek 32*), které společně ukazují deset výsledků použití strategie martingale na sázení na nižší spravedlivý kurz. Rozdíl je jen v dosažených maximálních peněžních prostředcích a v počtu provedených sázek.

Sázkový kurz

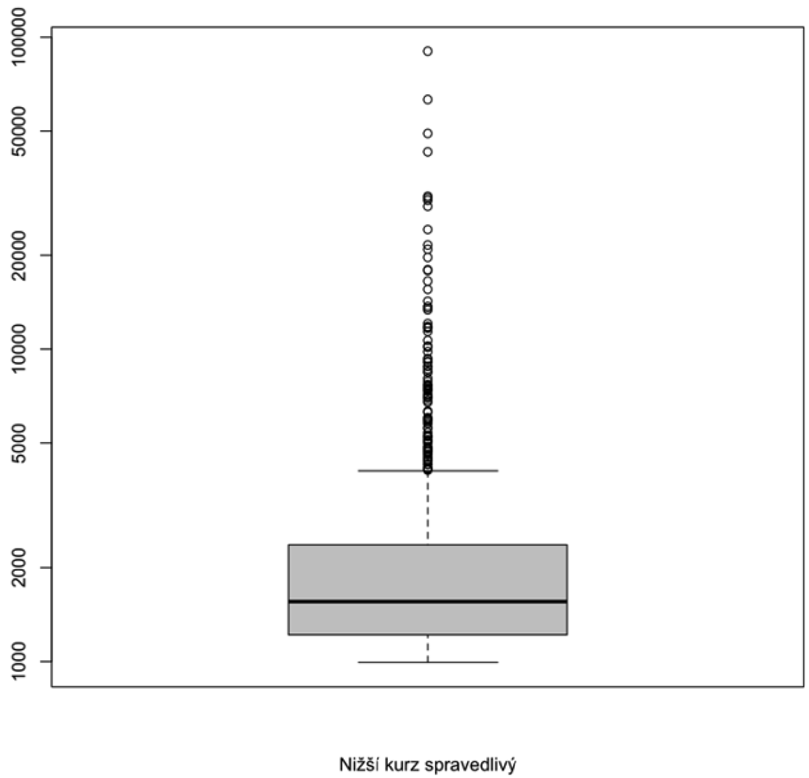
Obrázek 33: Martingale, sázkový kurz, nižší kurz: Histogram ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 33.txt, Data pro obrázek 33 rko.R).

Spravedlivý kurz

Obrázek 34: Martingale, spravedlivý kurz, nižší kurz: Histogram ukazující maximální výše peněžních prostředků



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 34.txt, Data pro obrázek 34 rko.R)

Tabulka 11: Martingale, vyšší kurz: Charakteristiky maximálních peněžních prostředků

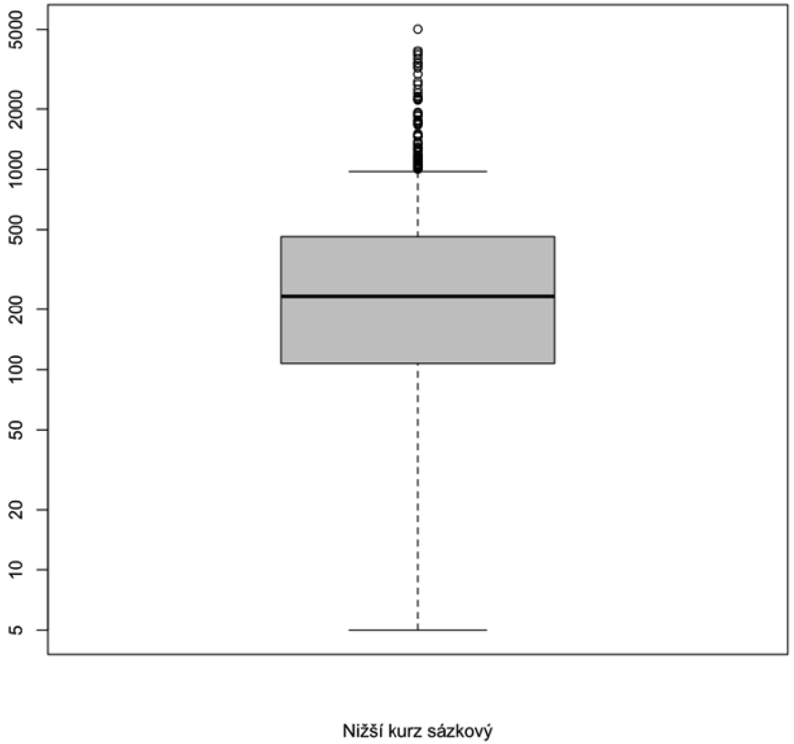
Sázkový kurz			**Spravedlivý kurz**	
Průměr	1518.972		Průměr	7326.311
Rozptyl	541617.4		Rozptyl	1494586722
odchylka	735.9466		odchylka	38659.89
Medián	1276.665		Medián	1877.185
Maximum	11940.39		Maximum	624828.7
Minimum	995		Minimum	995

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 33 a obrázku 34)

Boxplot vlevo (*obrázek 33*) nám ukazuje, jakých maximálních hodnot dosáhly peněžní prostředky pomocí strategie martingale při sázení na nižší sázkový kurz. Boxplot vpravo (*obrázek 34*) nám naopak ukazuje, jakých maximálních hodnot dosáhly peněžní prostředky díky strategii martingale při sázení na nižší spravedlivý kurz. Minimum v obou situacích je opět 995 Kč, tedy situace, při které bylo sázení od samého začátku neúspěšné. Rozdíl mezi sázkovým a spravedlivým kurzem je opět v *tabulce 11* zjevný v zisku, který je při sázení na spravedlivé kurzy o poznání vyšší, a to jak v průměru (sázkový: 518,972 spravedlivý: 6326.311), mediánu (sázkový: 276.665, spravedlivý: 877.185), tak i v maximálních dosažených hodnotách (sázkový: 10940.39, spravedlivý: 614828.7). Srovnáváme-li si hodnoty *tabulky 9* s *tabulkou 11,* zjistíme, že při použití strategie martingale je, co se týče zisku, lepší sázet na vyšší kurzy. Strategie je však stále neúspěšná.

Sázkový kurz

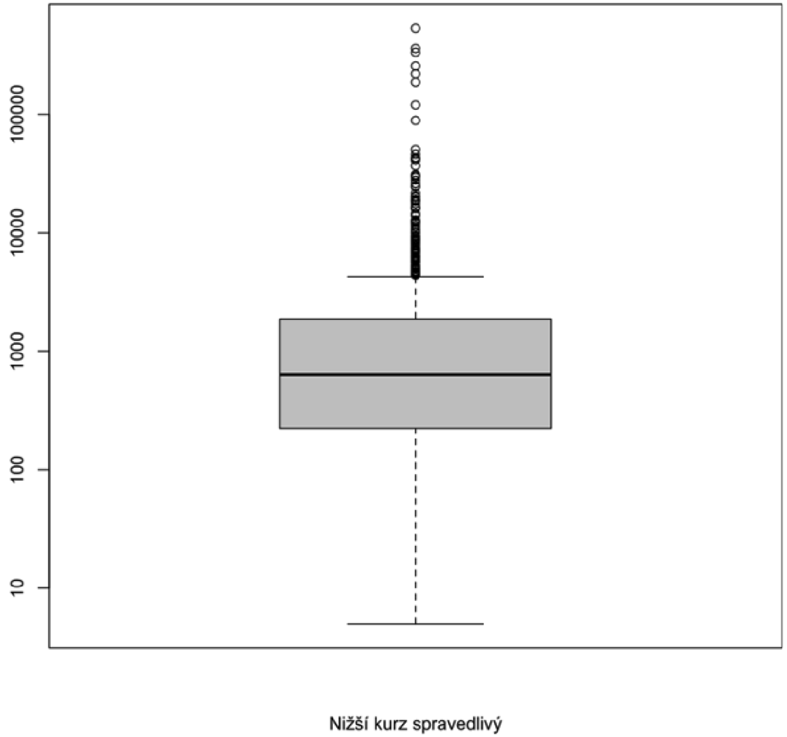
Obrázek 35:Martingale, sázkový kurz, nižší kurz:
Boxplot počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 35.txt, Data pro obrázek 35 rko.R)

Spravedlivý kurz

Obrázek 36: Martingale, spravedlivý kurz, nižší kurz:
Boxplot počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře



Zdroj: vlastní zpracování (přílohy: Data pro obrázek 36.txt, Data pro obrázek 36 rko.R)

Tabulka 12: Martingale, vyšší kurz: Charakteristiky počtu uskutečněných sázek, než došlo k úplné prohře

Sázkový kurz			**Spravedlivý kurz**	
Průměr	390.3492		Průměr	4170.254
Rozptyl	274012.4		Rozptyl	712790919
Odchylka	523.462		Odchylka	26698.14
Medián	233		Medián	634.5
Maximum	5025		Maximum	535708
Minimum	5		Minimum	5

Zdroj: vlastní zpracování (přílohy stejné jako u obrázku 35 a obrázku 36)

Když už víme, že tato strategie končí pro nízké kurzy vždy neúspěšně, mohlo by nás zajímat, jak dlouho bude trvat, než se dostaneme na nulu. Na boxplotech (*obrázek 35* a *36*) je vidět, kolik sázek sázkař musel provést, než prohrál úplně všechno. Minimální počet sázek, ke kterému by mohlo při této strategii dojít, jsou tři. Tři sázky by dopadly v případě, že by první sázku sázkař prohrál a na další by sázel na kurz 1.01, tudíž aby získal zpět svých prohraných 5 kč, musel by dle vzorce (4.1) vsadit 500 Kč. Poté by znovu prohrál a v další sázce by musel vsadit již všech 495 Kč při kurzu nižším než 2.02. V případě, že by znovu prohrál, je na nule. Při srovnání, jak dlouho trvá dostat se na nulu při sázkovém kurzu a při spravedlivém kurzu, je vidět evidentní rozdíl. Kdyby měl sázkař možnost sázet na spravedlivé kurzy, vydržel by daleko déle.

4.3 Modifikace konstantní sázky a martingale pomocí mediánu

Co je medián jsme si již řekli v *definici 14.* Jednoduše řečeno, medián je hodnota, při které 50 % hodnot souboru se realizuje pod tuto hodnotu a 50 % nad tuto hodnotu. Pro naše sázkařské strategie jsme si určili počáteční peněžní prostředky 1000 Kč, což jsou peníze, které můžeme prosázet. Sledovali jsme, jak během strategií peněžní prostředky rostou či klesají, a zaměřovali se, do jaké výše se dostanou maximálně (maximální peněžní prostředky). Nejlépe si to vysvětlíme na příkladě.

Příklad 11: Na začátku máme 1000 Kč. Poté několikrát vyhrajeme a dostaneme se na hodnotu 1200 Kč. Následné sázky budou ovšem neúspěšné a postupně se dostaneme na nulu. Naše maximální peněžní prostředky tedy jsou 1200 Kč.

Co kdybychom při strategii konstantní sázky nebo martingale z více jak 50 % dosahovali maximálních peněžních prostředků vyšších jak dvojnásobek počátečních peněžních prostředků? Mohli bychom totiž vždy strategii při dosažení dvojnásobku zastavit, vybrat zisk a znovu začít strategii s původními počátečními peněžními prostředky.

Příklad 12: Na začátku máme 1000 Kč (počáteční peněžní prostředky). Sázíme nějakou strategií a postupně nám peněžní prostředky rostou. V jednu chvíli dosáhneme 2000 Kč. My v tuto chvíli strategii zastavíme, vybereme zisk 1000 Kč, a s původními počátečními peněžními prostředky začínáme další sérii sázení.

A právě proto je pro nás důležitý medián. Podívejme se na případy, kdy nám medián maximálních peněžních prostředků dosahoval nad dvojnásobek počátečních peněžních prostředků (ty najdeme v *tabulkách 4, 6, 9, 11* a i jistým způsobem v *tabulce 8).* Když nebudeme počítat konstantní sázku na spravedlivý nižší kurz, kde by byla strategie teoreticky úspěšná, tak medián maximálních peněžních prostředků vyšších než 2000 Kč jsme dosáhli v případě sázení na spravedlivý vyšší kurz strategií martingale (*tabulka 9*) a v případě sázení konstantní sázkou na nižší kurzy s marží maximálně 3.3 % (*tabulka 8).*

Zaměříme se zde na tu první možnost (sázení na spravedlivý vyšší kurz strategií martingale) a vezmeme si data *„Data pro obrázek 26.txt“* které jsou interpretovány v *obrázku 26* a *tabulce 9.* Tyto ukazují maximální peněžní prostředky u strategie martingale při sázení na vyšší sázkový kurz. Tedy dokážeme zjistit, že při modifikaci mediánem způsobem, jakým jsme popsali v *příkladu 12*, bychom dosáhli zisku 62 000 Kč při tisíci pokusech (spočítáno v příloze: *„Data pro obrázek 26 rko.R“*). Na druhou stranu jsme v jednu chvíli devětkrát prohráli, tudíž bychom v tu chvíli potřebovali mít rezervu ve výši 9000 korun. Strategie by nám teda vyšla, ale jen za předpokladu, že jsme si vymezili velkou rezervu, která s vyšším počtem provedených pokusů musí být také vyšší. Problém je zde stejný jako u strategie martingale. Opět se nám zde může stát, že bychom při stotisících pokusech nedosáhli 2000 Kč třeba stokrát, což by znamenalo, že bychom potřebovali mít rezervu 100 000 Kč. Na rozdíl od martingale nám tyto prohry nestoupají exponenciálně, ale naopak bych se nebál tvrdit, že stoupají logaritmicky. Nastavíme-li si tedy opravdu vysokou rezervu, pravděpodobně budeme s touto strategií úspěšní. Nechal jsem si pomocí programu *„Martingale- vyšší spravedlivý kurz.py"*, který je v přílohách, opět vygenerovat, pomocí strategie martingale na nižší spravedlivé kurzy, maximální peněžní prostředky podobně jako jsou v příloze *„Data pro obrázek 26.txt"*, ale s mnohem větším počtem dat. Tato nová data jsou zpracována v příloze *„modifikace mediánem.R"*. Zajímavé je, že i přes fakt, že je zde mnohonásobně větší počet dat (20 000 čísel ukazující dosažené maximální peněžní prostředky v každé sérii sázek), došlo maximálně k deseti prohrám za sebou (tedy desetkrát jsme nedosáhli ani dvojnásobku počátečních peněžních prostředků). Pokud bychom tedy měli pro tuto strategii rezervu ve výši 10 000 Kč, dosáhli bychom zisku ve výši 1 006 000 Kč. Ač existuje tedy stále riziko prohry, je minimální a díky této modifikaci by strategie martingale pro sázení na vyšší spravedlivý kurz úspěšná. Bohužel spravedlivé kurzy sázková kancelář nevypisuje. Závěr tedy je, že pokud existuje na světě strategie, kde při sázení na sázkové kurzy bude medián maximálních peněžních prostředků vyšší jak dvojnásobek počátečních peněžních prostředků, bude pravděpodobně sázkař s touto strategií modifikovanou mediánem a při dostatečné peněžní rezervě úspěšný.

4.4 Případ kdy sázkař dokáže sám odhadnout pravděpodobnosti – Hodnotné sázky

Z výše uvedených strategií je vidět, že kvůli marži strategie konstantní sázky a martingale nemůže fungovat. Strategie by v jistých případech fungovaly při spravedlivých kurzech, ale u kurzů vypisovaných sázkovou kanceláří, kde je marže okolo 6.5 %, způsobem jaký jsme zkoušeli nefungují. Ovšem do této chvíle jsme se zaobírali pouze tím, že sázkař nemá (nemusí mít) o hráčích a sportu, na který sází, žádné povědomí. Pouze jsme rozdělovali kurz na nižší a vyšší. Co kdyby ovšem sázkař dokázal určovat pravděpodobnosti přesně podle pravdy. V kapitole Brierova skóre je dokázáno a otestováno, že kdyby sázková kancelář dokázala určit pravděpodobnosti na zápas na sto procent, byla by hodnota Brierova skóre 0.379 (*tabulka 2*). Sázková kancelář není dokonalá. Navíc hodnoty sázkových kurzů vypisuje hlavně za účelem co nejvyššího zisku. Z toho vyplývá, že pravděpodobnosti vypočtené ze sázkových kurzů nereflektují reálné pravděpodobnosti dokonale. Kdyby se ovšem objevil sázkař, který by uměl na nějaký sport určit pravděpodobnosti výhry a prohry dokonale, nebo minimálně o něco lépe, mohl by být v zisku, nebo ho opět stáhne výše marže?

Princip

Cílem je tedy najít nadhodnocené kurzy.

Příklad 13: Sázková kancelář vypíše kurzy na tenisový zápas

Tenista 1	×	Tenista 2
1.56		2.43

Z kurzů vyjádříme pravděpodobnosti pomocí vzorečku (1.8)

Pro Tenistu 1 s kurzem 1.56 odpovídá pravděpodobnost 0.61
Pro Tenistu 2 s kurzem 2.43 odpovídá pravděpodobnost 0.39

Sázkař ovšem určí, že ve skutečnosti pravděpodobnost, že vyhraje Tenista 1 je 0.75 a pravděpodobnost, že vyhraje Tenistu 2 je 0.25.
Tím pádem je podle sázkaře kurz pro Tenistu 1 nadhodnocen. Mělo by být tedy výhodné na tento kurz vsadit, protože podle sázkaře by měl být tedy kurz na Tenistu 1 v případě spravedlivého kurzu ve výši 1.33.

Hypotézu, že při vsázení na podhodnocené kurzy lze sázkovou kancelář dlouhodobě porážet můžeme otestovat na datech, která jsme použili na experimentální ověření střední hodnoty Brierova skóre, když jsou pravděpodobnosti určeny presně podle pravdy *(„Brierovo skóre při marži 6.5 procent.xlsx.“*). Podle vzorce (1.8) si spočítáme pravděpodobnosti z kurzů. Brierovo skóre nám v těchto datech vychází 0.379. Brierovo skóre datasetu *„kurzy.xlsx“* vychází 0.392. Kdybychom pravděpodobnosti, které získáme z kurzů z přílohy *„Brierovo skóre při marži 6.5 procent.xlsx“*, upravili tak, aby nám vyšla hodnota Brierova skóre 0.392, získali bychom pravděpodobnosti, které predikuje naše imaginární sázková kancelář, která bude stejně úspěšná jako ta, co určila kurzy v datasetu *„kurzy.xlsx“*. Poté stačí jen si určit výši marže 6.5 %, vypočítat si sázkový kurz, který by imaginární sázková kancelář nabídla (musíme dát pozor, aby nejnižší kurz měl hodnotu 1.01) a spravedlivý kurz, jaký by podle nás měl být (tedy reálná pravděpodobnost). Výpočty jsou provedené v příloze *„hodnotné sázky.xlsx“*.

Musíme rozdělit situaci na 2 možnosti:

1) **Sázková kancelář nadhodnocuje nižší kurzy** (pravděpodobnost, že vyhraje favorit zápasu je ve skutečnosti vyšší, než si sázková kancelář myslí)
Výsledkem je, že při 15000 sázkách každá po 5 Kč (sázkař by tedy prosázel 75 000 Kč) by sázkař vyhrál 79 256.11 Kč, tedy dosáhl by zisku 4 256.11 Kč v případě, kdyby dokázal pravděpodobnosti odhadovat dokonale.
2) **Sázková kancelář podhodnocuje nižší kurzy** (pravděpodobnost, že vyhraje favorit zápasu je ve skutečnosti nižší než si sázková kancelář myslí) **a tedy nadhodnocuje vyšší kurzy**
V tomto případě, že z 15 000 sázek, bylo pro sázkaře výhodné vsadit na 9122 z nich. N každou bylo vsazeno po 5 Kč (sázkař prosázel 45 610 Kč) a díky tomu sázkař vyhrál 65 552.92 Kč, tedy zisk činí 19 942.92 Kč.

Z obou případů vyplývá, že kdyby sázkař dokázal dokonale určovat pravděpodobnosti a tedy by dokázal najít kurzy nadhodnocené, je pro něj v tuto chvíli výhodné na nadhodnocený kurz vsadit. Z *obrázku* 17 se spíše zdá, že sázková kancelář má více nadhodnocené nižší kurzy, tedy pravděpodobnější, že nastane první sledovaná možnost.

Závěr

Bakalářskou práci mám rozčleněnou na 4 kapitoly. V první kapitole vysvětluji vše okolo teorie kurzového sázení. Vysvětluji v ní základní pojmy ze statistiky, které jsou v této problematice potřeba vědět. Dále jsem představil pojmy kurzového sázení a ukázal, jak definuje kurzové sázení česká legislativa v rámci hazardních her. Popsal jsem princip fungování sázkové kanceláře a odvodil vzorečky, které je potřeba pro problematiku kurzového sázení znát. Ukázal jsem, co je to marže a proč tedy kurzy, které vypisuje sázková kancelář, nejsou spravedlivé. Odvodil jsem, jaká je závislost zisku sázkové kanceláře na marži.

Praktickou část tvoří zbylé tři kapitoly.

V první z nich se zaobírám Brierovým skóre, díky kterému dokážu určit, zda kurzy, které vypisuje sázková kancelář, reflektují reálnou pravděpodobnost výher týmů či sportovců. Výsledek ukazuje, že kurzy sázkové kanceláře popisují pravděpodobnost relativně dobře. Brierovo skóre by v případě dokonale určovaných pravděpodobností muselo dosahovat hodnoty 0.379. Sázková kancelář dosahuje hodnoty 0.392.

V druhé praktické kapitole jsem zkoumal, jestli sázkaři více sází na tým s vyšší pravděpodobností (nižší kurz), nebo nižší pravděpodobností (vyšší kurz). Výsledkem je jasná korelace, že čím nižší šance na výhru, tím méně na ten daný tým je sázeno.

V poslední části jsem se zaměřil na sázkařské strategie, kde jsem rozdělil situace, kdy sázkař bude sázet na nižší kurz nebo vyšší kurz, a dále na situace sázení na sázkový kurz, nebo případ, kdy by sázkař sázel na spravedlivý kurz. Sledoval jsem strategii konstantní sázky a strategii martingale.
Výsledkem strategie konstantní sázky je, že strategie by fungovala při sázení na nižší kurzy, a to pouze v případě, kdyby sázková kancelář vypisovala spravedlivé kurzy. Je to z toho důvodu, protože jsou hráči s nižšími kurzy nadhodnoceni (tedy reálná pravděpodobnost, že vyhraje, je vyšší, než určila sázková kancelář). Jelikož si ale sázková kancelář určuje marži (v našem případě byla průměrná marže 6.5 %), tak dokáže kurzy znehodnotit tak, že strategie konstantní sázky nefunguje. V této kapitole je i demonstrováno, jak se pohybem marže mění účinnost strategie konstantní sázky (*tabulka 8*).
Výsledek strategie martingale je takový, že pokud by byla strategie puštěna bezhlavě do nekonečna, tak dřív nebo později dovede peněžní prostředky na nulu. Jediná možnost, kdy by byla strategie martingale dlouhodobě úspěšná, je v případě vysokých spravedlivých kurzů, neboť medián maximálních peněžních prostředků, jakých strategie nabývá, je vyšší jak dvojnásobek počátečních peněžních prostředků.

Sázkařské strategie jsem zakončil teoretickým případem, kdy sázkař dokáže odhadnout pravděpodobnosti dokonale. Pro tuto situaci jsem si opět pomohl Brierovým skóre. Výsledkem je, že pokud je sázkař při určování pravděpodobností lepší než sázková kancelář, a jsou-li spravedlivé kurzy sázkaře nižší jak sázkové kurzy sázkové kanceláře, je pro sázkaře výhodné na tyto kurzy vsadit, protože sázková kancelář kvůli své chybě daného sportovce nadhodnocuje. Závěr kapitoly sázkařských strategií je tedy takový, že v případě, že nedokážu odhadovat pravděpodobnosti lépe než sázková kancelář, jsou sledované strategie pro kurzy zatížené marží neúspěšné a z dlouhodobého hlediska vedou vždy na nulu.

Bibliografie

[1] HRON, Karel, Pavla KUNDEROVÁ a Ondřej VENCÁLEK. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. 3. přepracované vydání. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2018. ISBN isbn978-80-244-5398-9.

[2] Sázkové kurzy vysvětlení. *Sázkové kanceláře* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://sazkovekancelare.cz/sazkove-kurzy-vysvetleni/

[3] PETRONIUS. *Kurzové sázení: krok za krokem* [online]. 2015 [cit. 2022-04-30]. ISBN 978-80-260-7703-9.

[4] KŇAZOVČÍK, Ladislav. *Jak zbohatnout na kurzových sázkách: kniha úspěšného sázkaře*. Brno: Tribun EU, 2009. Knihovnicka.cz. ISBN 978-80-7399-755-7.

[5] *Tipsport* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.tipsport.cz

[6] ČESKO. Zákon č. 186/2016 Sb., o hazardních hrách. In: *Zákony pro lidi.cz* [online]. © AION CS 2010-2022 [cit. 30. 4. 2022]. Dostupné z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2016-186

[7] Hazardní hra. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hazardn%C3%AD_hra

[8] Jak fungují sázkové kanceláře a jak je porazit?. *Sázková kancelář* [online]. 3.7.2018 [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.sazkova-kancelar.info/skola-sazkare/jak-funguji-sazkove-kancelare-a-jak-je-porazit/

[9] Odds in Sports Betting. *Casino-games-online.biz* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.casino-games-online.biz/sportsbook/odds.html

[10] Marže sázkové kanceláře u kurzového sázení. *Hazardní hry* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.hazardni-hry.eu/sport/marze-sazkove-kancelare.html

[11] Jak se vlastně určuje kurz?. *Sázková kancelář* [online]. 27.5.2018 [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.sazkova-kancelar.info/skola-sazkare/jak-se-vlastne-urcuje-kurz/

[12] How to calculate probabilities for football match?. *Stackexchange* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://math.stackexchange.com/questions/577075/how-to-calculate-probabilities-for-football-match

[13] NORDSTED, Pete. Pete Nordsted's betting guide: Calculate your own odds to find value. *Goal.com* [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://www.goal.com/en/news/2994/betting/2011/08/11/2615099/pete-nordsteds-betting-guide-calculate-your-own-odds-to-find

[14] TETLOCK, Philip a Dan GARDNER. Superprognózy: umění a věda předpovídání budoucnosti. Brno: Jan Melvil Publishing, 2016. Pod povrchem. ISBN 978-80-7555-009-5.

[15] W. BRIER, Glenn, E. CASKEY, James, ed. *VERIFICATION OF FORECASTS EXPRESSED IN TERMS OF PROBABILITY*. 1950. Dostupné z: doi:https://doi.org/10.1175/1520-0493(1950)078<0001:VOFEIT>2.0.CO;2

[16] Brier score. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Brier_score
Tennis-data.co.uk [online]. [cit. 2022-04-30]. Dostupné z: http://www.tennis-data.co.uk/alldata.php

[17] Staking: One method to improve your betting. *Pinnacle* [online]. [cit. 2022-06-03]. Dostupné z: https://www.pinnacle.com/en/betting-articles/Betting-Strategy/staking-one-method-to-improve-your-betting/2962VHE9W3JPJ7X7

[18] Fixed Bet / Staking Strategy. *Americagambles* [online]. [cit. 2022-06-03]. Dostupné z: https://www.americagambles.com/sports-betting/guide/fixed-bet/

[19] Martingale Betting Strategy - Does the staking system apply to sports?. *Oddspedia* [online]. [cit. 2022-06-03]. Dostupné z: https://oddspedia.com/betting/strategies-systems/martingale-explained

[20] BUCHDAHL, Joseph. What can the Martingale strategy teach us about betting?. *Pinnacle* [online]. 2020 [cit. 2022-06-03]. Dostupné z: https://www.pinnacle.com/en/betting-articles/Betting-Strategy/what-can-martingale-strategy-teach-about-betting/9W92ZBL8NHGXGL39

[21] Martingale (betting system). In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2022-06-03]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Martingale_(betting_system)

[22] *Livesport.cz* [online]. [cit. 2022-06-11]. Dostupné z: https://www.livesport.cz

[23] Data Files: All Competitions: ATP Men's Tour. *Tennis-data.co.uk* [online]. [cit. 2022-06-15]. Dostupné z: http://www.tennis-data.co.uk/alldata.php