



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

PODMÍNĚNOST ZÁKLADNÍCH SOUSTAV PRO ŘEŠENÍ SILOVOU METODOU

CONDITIONING OF PRIMARY SYSTEMS FOR SOLVING BY FLEXIBILITY METHOD

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Katarína Sabelová

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PETR FRANTÍK, Ph.D.

BRNO 2019



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student	Katarína Sabelová
Název	Podmíněnost základních soustav pro řešení silovou metodou
Vedoucí práce	doc. Ing. Petr Frantík, Ph.D.
Datum zadání	30. 11. 2018
Datum odevzdání	24. 5. 2019

V Brně dne 30. 11. 2018

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

Literatura dle pokynů vedoucího práce.

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Nastudování potřebných znalostí dle pokynů vedoucího práce. Zorientování se v problematice. Analýza spektra základních soustav pro vybrané modely konstrukcí.

STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

doc. Ing. Petr Frantík, Ph.D.

Vedoucí bakalářské práce

ABSTRAKT

Táto práca sa snaží popísať vplyv voľby základnej sústavy na riešenie staticky neurčitých konštrukcií pomocou silovej metódy. Posúdenie základných sústav je založené na podmienenosti matice pretvárných súčiniteľov popísanej tromi číslami podmienenosti. Každá zo štyroch vybraných staticky neurčitých konštrukcií je skúmaná mierne odlišne, na základe jej špecifických charakteristík. Výsledkom práce je niekoľko poznatkov o závislosti podmienenosti sústavy od niektorých parametrov konštrukcie a jej vplyve na výsledky výpočtu silovou metódou.

KLÍČOVÁ SLOVA

staticky neurčitá konštrukcia, silová metóda, matica pretvárných súčiniteľov, podmienenosť matice, číslo podmienenosti

ABSTRACT

This bachelor thesis deals with effect of chosen basic determinate structure on solution of statically indeterminate structures obtained by using force method. Evaluation of basic determinate structure is based on conditioning of flexibility matrix, defined by three different condition numbers. Each of the four analyzed structures is examined in different way, due to their individual characteristics. As a result, few findings about dependence of conditioning of used basic structure on structures parameters and its effect on solution by force method were obtained.

KEYWORDS

statically indeterminate structure, force method, flexibility matrix, matrix conditioning, condition number

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Katarína Sabelová *Podmíněnost základních soustav pro řešení silovou metodou.*
Brno, 2019. 32 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta
stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Petr Frantík, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Podmíněnost základních soustav pro řešení silovou metodou* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 24. 5. 2019

Katarína Sabelová
autor práce

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Podmíněnost základních soustav pro řešení silovou metodou* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 24. 5. 2019

Katarína Sabelová
autor práce

POĎAKOVANIE

Ďakujem pánovi doc. Ing. Petrovi Frantíkovi, Ph.D. za odborné vedenie a ľudský prístup počas vypracovávania bakalárskej práce.

V Brne dňa 24. 5. 2019

Katarína Sabelová
autor práce

OBSAH

Úvod	2
1 Teória	3
1.1 Silová metóda	3
1.2 Podmienenosť matice pretvárných súčiniteľov	4
1.3 Program Formet	5
2 Výsledky práce	10
2.1 Spojitý nosník	10
2.1.1 Podmienenosť vybraných základných sústav	10
2.1.2 Porovnanie predpokladanej a skutočnej podmienosti vložení chyby do výpočtu	12
2.2 Jednoduchý rovinný rám	14
2.2.1 Podmienenosť vybraných základných sústav	14
2.2.2 Porovnanie predpokladanej a skutočnej podmienosti vložení chyby do výpočtu	15
2.3 Rovinný rám tvaru A	19
2.3.1 Vplyv rozmerov konštrukcie na podmienenosť základných sústav	19
2.4 Lomený staticky neurčitý nosník	21
2.4.1 Závislosť čísel podmienosti od rozmeru S	21
2.4.2 Analýza výsledných vnútorných síl	25
3 Záver	31

Úvod

Práca sa zaoberá analýzou riešenia štyroch rôznych staticky neurčitých konštrukcií silovou metódou za účelom zistenia vplyvu voľby základnej sústavy na presnosť výsledkov výpočtu.

Ako nástroj k posúdeniu základných sústav je použitá podmienenosť matice pretvárných súčiniteľov. Pre jej popísanie boli vybrané tri čísla podmienenosti. Cieľom práce je tiež zistiť, či niektoré z týchto čísel hodnotí podmienenosť daného problému spoľahlivejšie ako ostatné.

K vytvoreniu základných sústav a výpočtu čísel podmienenosti je použitý program Formet. Následne sú sústavy analyzované porovnaním čísel podmienenosti s chybami výsledkov výpočtu zatažených konštrukcií, spôsobenými buď len zaokrúhľovaním dát vo výpočte, alebo aj chybou vloženou na vstupné dáta. Práca taktiež popisuje závislosť podmienenosti od niektorých geometrických vlastností riešených konštrukcií.

1 TEÓRIA

1.1 Silová metóda

Konštrukciu, ktorej počet neznámych zložiek reakcií je väčší ako počet rovníc rovnováhy nazývame *staticky neurčitou konštrukciou*. Okrem statických podmienok rovnováhy vyžaduje jej riešenie tiež použitie deformačných podmienok [1].

Výpočtová metóda, ktorá stanovuje staticky neurčité veličiny (sily a momenty) pomocou sústavy lineárnych rovníc z deformačných podmienok, sa nazýva *silová metóda* [1].

Pri riešení konštrukcie silovou metódou najskôr vytvoríme tzv. *základnú sústavu*. Tá vzniká odobratím prebytočných vnútorných a vonkajších väzieb v počte rovnom stupňu *statickej neurčitosti* danej konštrukcie [1]:

$$n_s = a - 3 - k + 3u \quad (1.1)$$

a ... počet vonkajších väzieb

k ... počet vnútorných jednoduchých kĺbov

u ... počet uzavretých obrazcov tvorených strednicou prútu.

Väzby odoberieme tak, aby výsledná sústava bola staticky a kinematicky určitá. Následne na nej definujeme n_s+1 zaťažovacích stavov, a to ZS0, kde pôsobí dané vonkajšie zaťaženie q , a ZSi pre jednotlivé staticky neurčité veličiny X_i ($i = \{1, 2, \dots, n_s\}$). Priebehy vnútorných síl od týchto zaťažovacích stavov určíme na základe podmienok rovnováhy [1].

Každú deformáciu δ_i ($i = \{1, 2, \dots, n_s\}$) je možné vyjadriť ako funkciu q a X_i [1]:

$$\delta_i(q, X_1, X_2, \dots, X_{n_s}) = d_i \quad (1.2)$$

d_i ... predpísaná výsledná deformácia v mieste odobratých väzieb, pre účely tejto bakalárskej práce $d_i=0$,

$$\delta_i(q, X_1, X_2, \dots, X_{n_s}) = 0. \quad (1.3)$$

Za predpokladu lineárneho správania konštrukcie využijeme princíp superpozície k vytvoreniu *kanonických rovníc* [1]:

$$\sum_{j=1}^{n_s} \delta_{i,j} X_j + \delta_{i,0} = 0, \quad (1.4)$$

ktoré môžeme zapísať ako maticovú rovnicu

$$\delta \mathbf{X} + \delta_0 = 0, \quad (1.5)$$

kde $\boldsymbol{\delta}$ je *matica pretvárných súčiniteľov*

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} & \dots & \delta_{1,n_s} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} & \dots & \delta_{2,n_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n_s,1} & \delta_{n_s,2} & \dots & \delta_{n_s,n_s} \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

kde

$$\delta_{i,j} = \int_L \frac{M_i M_j}{EI} ds + \int_L \frac{N_i N_j}{EA} ds + \int_L \chi \frac{V_i V_j}{GA} ds \quad (1.7)$$

$M_i, N_i, V_i \dots$ funkcie vnútorných síl v ľubovoľnom priereze od i-teho zatažovacieho stavu

$M_j, N_j, V_j \dots$ funkcie vnútorných síl v ľubovoľnom priereze od j-teho zatažovacieho stavu

$E \dots$ modul pružnosti v ťahu a tlaku

$G \dots$ modul pružnosti v šmyku

$A \dots$ plocha prierezu

$I \dots$ moment zotrvačnosti prierezu k jeho ťažiskovej osi

$\chi \dots$ šmykový koeficient vyjadrujúci vplyv nerovnomerného rozloženia napätia po výške prierezu,

\mathbf{X} je *vektor staticky neurčitých veličín*

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_{n_s} \end{bmatrix}^T, \quad (1.8)$$

a $\boldsymbol{\delta}_0$ je *vektor deformácií od daného vonkajšieho zataženia*

$$\boldsymbol{\delta}_0 = \begin{bmatrix} \delta_{1,0} & \delta_{2,0} & \dots & \delta_{n_s,0} \end{bmatrix}^T. \quad (1.9)$$

Vyriešením týchto rovníc získame staticky neurčité veličiny (sily a momenty). Potom je možné dopočítať ostatné reakcie a určiť vnútorné sily na pôvodnej staticky neurčitej konštrukcii.

V práci bude analyzovaný aj spojité nosník, k výpočtu ktorého sa používa špeciálny prípad silovej metódy, ktorý volí za neznáme staticky neurčité veličiny ohybové momenty nad vnútornými podporami alebo vo votknutom okraji, nazývaný *metóda trojmomentových rovníc* [1].

1.2 Podmienenosť matice pretvárných súčiniteľov

Pre jednu staticky neurčitú konštrukciu, s definovanými okrajovými podmienkami a vonkajším zatažením, za predpokladu jej lineárneho správania existuje práve jedno

správne riešenie, ktoré spojitou závisí na vstupných dátach. Výpočet tejto konštrukcie silovou metódou je teda *korektnou matematickou úlohou*. ([2])

Volbou základnej sústavy ovplyvníme podobu sústavy kanonických rovníc. Riešenie každej zo sústav rovníc by malo viesť k rovnakým výsledkom. V numerickom výpočte je však k reprezentácii čísel použitý konečný počet cifier, preto dochádza k zaokrúhľovaniu vstupných údajov a medzivýsledkov. Mieru vplyvu zmeny vstupných dát na výsledné riešenie popisuje tzv. *podmienenosť úlohy*, ktorú je možné vyjadriť pomocou *čísła podmienosti*. Platí, že so vzrastajúcim číslom podmienosti vzrastá vplyv zmeny vstupných dát na výsledok, výpočet je menej stabilný, a teda výsledok je menej presný. ([2])

V tejto práci budeme hodnotiť dopad podmienosti matice pretvárných súčiniteľov na presnosť riešenia na základe troch rôznych čísel podmienosti a to čísla podmienosti matice [2]:

$$\kappa_C = \|C\|_\infty \|C^{-1}\|_\infty, \quad (1.10)$$

číslo skeel [3]:

$$\kappa_S = \| |C^{-1}| |C| \|_\infty, \quad (1.11)$$

a diagonálnej dominancie:

$$\kappa_D = \max_{i=1}^n \left(\frac{\sum |\delta_{i,j}|, i \neq j}{|\delta_{i,i}|} \right). \quad (1.12)$$

$\|\cdot\|_\infty$ je *riadková norma matice*, pre ktorú platí [4]:

$$\|C\|_\infty = \max_i \sum_{j=1} |c_{i,j}|. \quad (1.13)$$

Za maticu C budeme dosadzovať maticu pretvárných súčiniteľov δ , potom členy matice $c_{i,j} = \delta_{i,j}$.

1.3 Program Formet

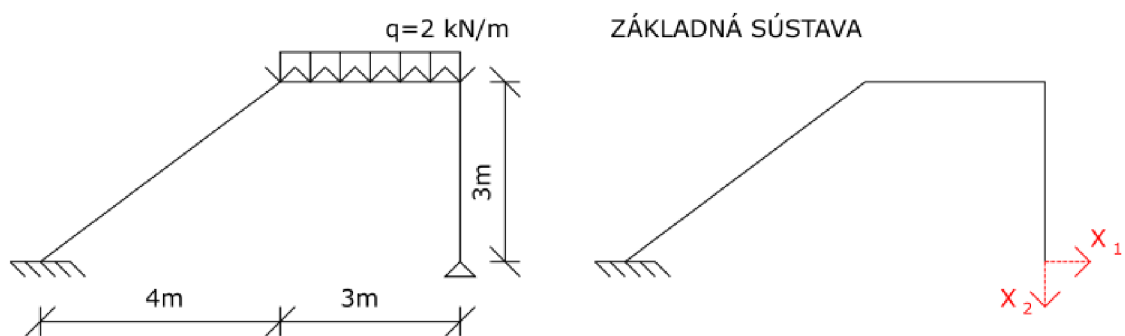
Program Formet je určený k výpočtu staticky neurčitých prútových sústav silovou metódou. Aplikácia vytvára všetky kombinácie základných sústav vkladáním jednoduchých vnútorných kĺbov v miestach styčnícov a odoberaním vonkajších väzieb. Pre všetky tieto sústavy zostaví deformačné podmienky (vrátane matice poddajnosti a čísel podmienosti κ_C , κ_S a κ_D) a pokúsi sa ich numericky vyriešiť. [5]

Riešený príklad

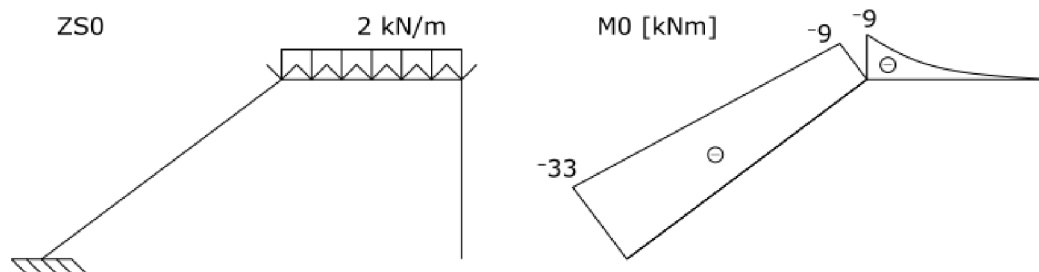
Výpočet silovou metódou a určenie čísel podmienenosti sú realizované programom Formet. Overovanie skutočnej podmienenosti vložení chyby na vstupné dáta je uskutočňované v programe Excel. Teoretická časť práce je doplnená riešeným príkladom, ktorý tieto výpočty popisuje.

Riešenie konštrukcie pomocou silovej metódy:

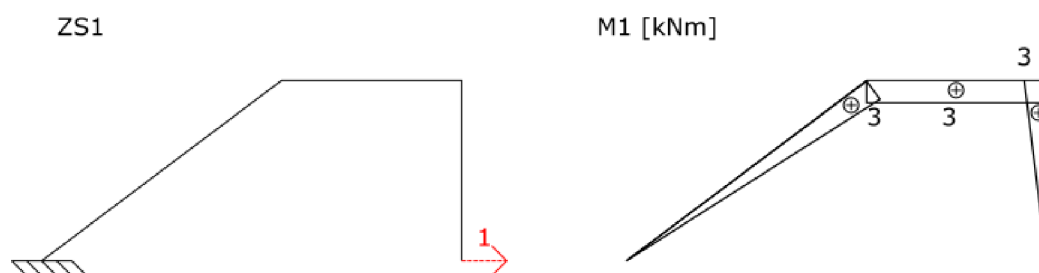
Prvým krokom je vyriešenie staticky neurčitej konštrukcie pomocou silovej metódy. Uvažujeme len vplyv ohybových momentov.



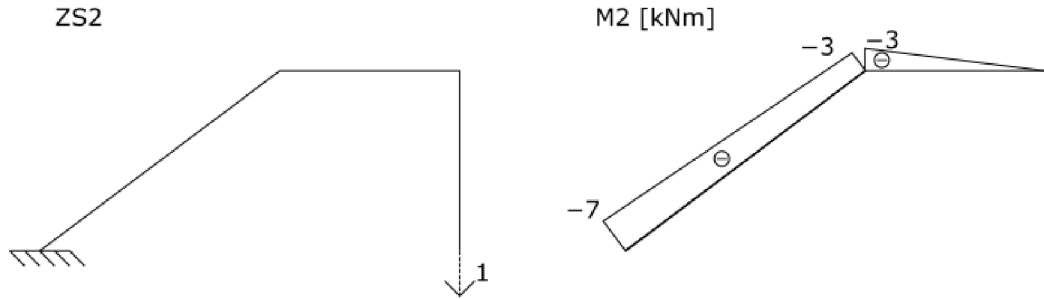
Obr. 1.1: Vytvorenie základnej sústavy zo zadanej staticky neurčitej konštrukcie



Obr. 1.2: Zataženie a priebeh momentov pre zatažovací stav 0



Obr. 1.3: Zataženie a priebeh momentov pre zatažovací stav 1



Obr. 1.4: Zataženie a priebeh momentov pre zatažovací stav 2

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1}X_1 + \delta_{1,2}X_2 = 0$$

$$\delta_{2,0} + \delta_{2,1}X_1 + \delta_{2,2}X_2 = 0$$

$$\delta_{1,1}X_1 + \delta_{1,2}X_2 = -\delta_{1,0}$$

$$\delta_{2,1}X_1 + \delta_{2,2}X_2 = -\delta_{2,0}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{1,0} \\ -\delta_{2,0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1,0} &= \int_L \frac{M_0 M_1}{EI} ds = \frac{1}{EI} (A_{M_0} \cdot \eta_{M_1}) = \\ &= \frac{1}{EI} (-9 \cdot 5 \cdot 1,5) + \frac{1}{2} (-24) \cdot 5 \cdot 1 + \frac{1}{3} (-9) \cdot 3 \cdot 3 = \frac{1}{EI} (-154,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{2,0} &= \int_L \frac{M_0 M_2}{EI} ds = \frac{1}{EI} (A_{M_0} \cdot \eta_{M_2}) = \\ &= \frac{1}{EI} (-9) \cdot 5 \cdot (-5) + \frac{1}{2} (-24) \cdot 5 \cdot \left(-3 - \frac{2}{3} \cdot (-4)\right) + \frac{1}{3} (-9) \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot (-3) \\ &= \frac{1}{EI} 585,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1,2} = \delta_{2,1} &= \int_L \frac{M_1 M_2}{EI} ds = \frac{1}{EI} (A_{M_1} \cdot \eta_{M_2}) = \\ &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \left(-4 - \frac{4}{3}\right) + 3 \cdot 3 \cdot (-1,5) \right] = \frac{1}{EI} (-46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1,1} &= \int_L \frac{M_1 M_1}{EI} ds = \frac{1}{EI} (A_{M_1} \cdot \eta_{M_1}) = \\ &= \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \right) = \frac{1}{EI} 51 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{2,2} &= \int_L \frac{M_2 M_2}{EI} ds = \frac{1}{EI} (A_{M_2} \cdot \eta_{M_2}) = \\ &= \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \right) = \frac{1}{EI} 140,7\end{aligned}$$

$$\frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 51 & -46 \\ -46 & 140,7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 154,5 \\ -585,25 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = -1025N$$

$$X_2 = -4495N$$

Čísla podmienenosti matice pretvárných súčiniteľov:

Po zostavení kanonických rovníc a ich prevedení do podoby maticovej rovnice určíme čísla podmienenosti matice pretvárných súčiniteľov.

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 51 & -46 \\ -46 & 140,7 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,027807973 & 0,009091448 \\ 0,009091448 & 0,010079649 \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{C}| = \begin{bmatrix} 51 & 46 \\ 46 & 140,7 \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{C}^{-1}| = \begin{bmatrix} 0,027807973 & 0,009091448 \\ 0,009091448 & 0,010079649 \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{C}^{-1}| |\mathbf{C}| = \begin{bmatrix} 1,836413226 & 0,927327707 \\ 2,558333498 & 1,836413226 \end{bmatrix}$$

$$\kappa_C = \|\mathbf{C}\|_{\infty} \|\mathbf{C}^{-1}\|_{\infty} = \max\{51 + |-46|; |-46| + 140,7\} \cdot \max\{0,027807973 + 0,009091448; 0,009091448 + 0,010079649\} = 6,889$$

$$\kappa_S = \|\mathbf{C}^{-1}\| |\mathbf{C}|_{\infty} = \max\{1,836413226 + 0,927327707; 2,558333498 + 1,836413226\} = 4,395$$

$$\kappa_D = \max_{i=1}^n \left(\frac{\sum |\delta_{i,j}|, i \neq j}{|\delta_{i,i}|} \right) = \max \left\{ \frac{|-46|}{51}; \frac{|-46|}{140,7} \right\} = 0,902$$

Vypočítané čísla podmienenosti sú v ráde jednotiek, preto je očakávaný malý vplyv zmeny vstupných dát na výsledok.

Vplyv vlozenej chyby na výsledok:

Aby sme overili skutočnú stabilitu výpočtu, vložíme na vybrané vstupné dáta napr. $\delta_{1,0}$ chybu napr. 10 %.

$$\delta_{1,0,ch} = 1,1 \cdot \delta_{1,0} = 1,1 \cdot (-154,5) = -169,95$$

Potom:

$$\begin{bmatrix} 51 & -46 \\ -46 & 140,7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 169,95 \\ -585,25 \end{bmatrix}$$

$$X_{1,ch} = -595 \text{ N}$$

$$X_{2,ch} = -4354 \text{ N}$$

$$\Delta_{X_1} = \left(1 - \frac{|X_{1,ch}|}{|X_1|}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{595}{1025}\right) \cdot 100\% = 41,95\%$$

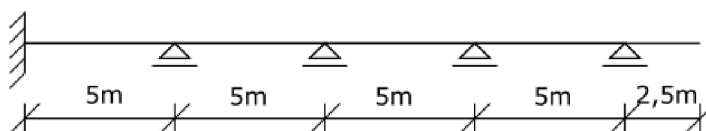
$$\Delta_{X_2} = \left(1 - \frac{|X_{2,ch}|}{|X_2|}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{4354}{4495}\right) \cdot 100\% = 3,14\%$$

Relatívna chyba výsledku je rovnakého rádu ako chyba vložená na vstupné dáta. Vybraná základná sústava je teda dobre podmienená.

2 VÝSLEDKY PRÁCE

V práci sú analyzované štyri rôzne konštrukcie s geometriou a okrajovými podmienkami popísanými v jednotlivých kapitolách. Pri výpočte silovou metódou bol uvažovaný len vplyv ohybových momentov, pokiaľ nie je uvedené inak. Každá konštrukcia je skúmaná mierne odlišnými metódami, ktoré budú postupne zdôvodnené a popísané. Práca sa zaoberá len za daných podmienok riešiteľnými základnými sústavami, preto ak sa hovorí o sústave najhoršie podmienenej, je najhoršie podmienená spomedzi riešiteľných sústav. Existujú teda horšie podmienené sústavy, tie však nie je možné, za podmienok určených v tejto práci, vyriešiť.

2.1 Spojitý nosník



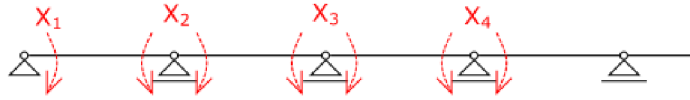
Obr. 2.1: Analyzovaný spojitý nosník

2.1.1 Podmienenosť vybraných základných sústav

Pomocou programu Formet bolo vytvorených 1346 základných sústav z toho 210 za daných podmienok riešiteľných. Pre tie boli určené jednotlivé čísla podmienosti pohybujúce sa v intervaloch $\kappa_C \in \langle 4, 70; 3176 \rangle$, $\kappa_S \in \langle 2, 96; 2414 \rangle$ a $\kappa_D \in \langle 0, 5; 16, 5 \rangle$.

Podľa všetkých troch čísel podmienosti je najlepšie podmienená sústava, kde sú za neznáme zvolené momenty nad vnútornými podporami a vo votknutom okraji (obrázok 2.2) a teda vedie na výpočet metódou trojmomentových rovníc.

Aby sme overili skutočný vplyv zmeny vstupných dát na presnosť výpočtu, vložíme do výpočtu chybu 10 % na prvý z členov vektoru deformácií od vonkajšieho zaťaženia $\delta_{i,0}$. Hodnoty staticky neurčitých veličín (momentov) vypočítané pomocou sústavy s vloženou chybou sa od momentov vypočítaných bez vlozenej chyby líšili o desiatky percent. Rád relatívnej chyby vstupných údajov je rovnaký ako rád relatívnej chyby výsledku. Program Formet počíta s presnosťou na 16 desatinných miest. Chyby zo zaokrúhľovania vznikajú na pozíciách kde výrazne neovplyvnia relatívnu chybu na vstupe, preto môžeme výpočet pomocou tejto základnej sústavy považovať za spoľahlivý.

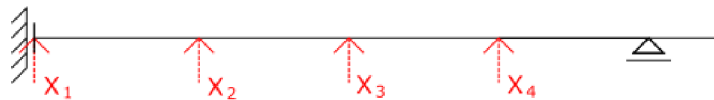


Obr. 2.2: Najlepšie podmienená základná sústava pre daný spojitý nosník

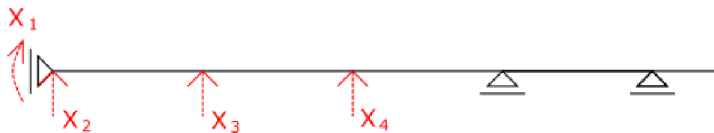
Každé z čísel podmienenosti hodnotí inú z riešiteľných základných sústav ako najhoršie podmienenú. Podľa κ_C je to sústava na obrázku 2.3, pre ktorú $\kappa_S = 1040$ a $\kappa_D = 14$. Na jej výrazne zlú podmienenosť teda ukazujú všetky tri čísla. Zatiaľ čo pre základnú sústavu najhoršie podmienenú podľa κ_S (obrázok 2.4) sú čísla $\kappa_C = 2896$ a $\kappa_D = 6$. Teda nie je jednoznačne hodnotená ako málo stabilná všetkými číslami podmienenosti. Podobne aj sústava na obrázku 2.5, ktorú ako najhoršiu hodnotí číslo κ_D , ale $\kappa_C = 1266$, $\kappa_S = 729$.

Opäť do výpočtu vložíme chybu (na rovnakú pozíciu ako pri overovaní predošlej sústavy). Zistená relatívna chyba výpočtu v reakcií na 10% chybu vstupných dát bola pre základnú sústavu na obrázku 2.4 v rádoch desiatich percent a pre základné sústavy na obrázkoch 2.3 a 2.5 v rádoch tisícov percent. Tieto sústavy reagujú nežiadúco na vloženú chybu.

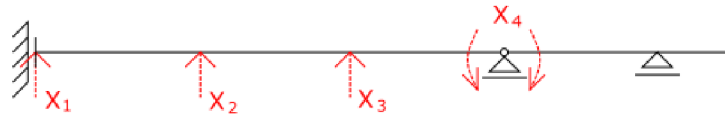
Chyby zo zaokrúhľovania síce vznikajú na číslach v priebehu celého výpočtu, sú však oveľa menšie ako nami vkladaná chyba. Ak porovnáme výsledky bez vloženia chyby pri použití základnej sústavy na obrázku 2.2, teda dobre podmienenej a tej na obrázku 2.4, teda zle podmienenej, rozdiel sa objaví až na pozícií 10^{-12} . Z toho plynie, že pri presnosti používanej vo Formet-e ani použitie takto podmienených základných sústav nevedie k znehodnoteniu výsledku.



Obr. 2.3: Najhoršie podmienená základná sústava pre daný spojitý nosník podľa κ_C (podpora vľavo je zvislo posuvné votknutie)



Obr. 2.4: Najhoršie podmienená základná sústava pre daný spojitý nosník podľa κ_S



Obr. 2.5: Najhoršie podmienená základná sústava pre daný spojitý nosník podľa κ_D

2.1.2 Porovnanie predpokladanej a skutočnej podmienenosti vložením chyby do výpočtu

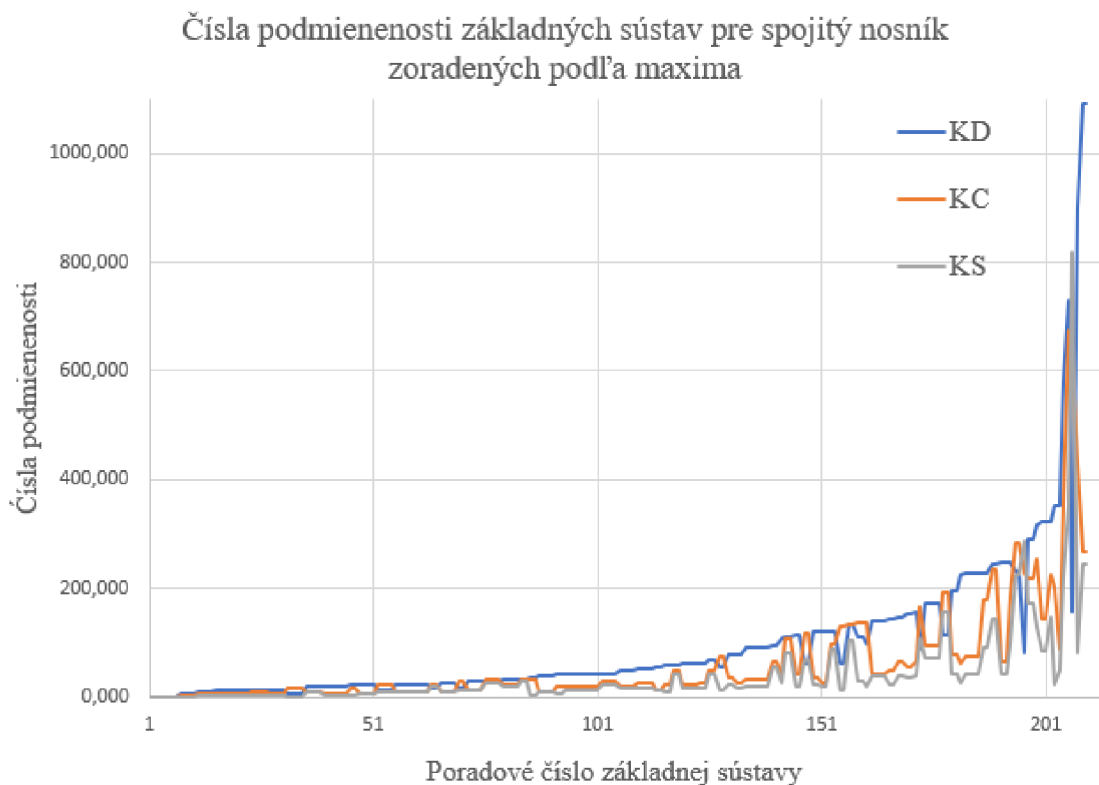
Ak jednotlivé základné sústavy zoradíme napríklad podľa čísla podmienenosti κ_S a vytvoríme graf priebehu jednotlivých čísel podmienenosti (graf 2.6) zistíme, že pre množstvo základných sústav neexistuje zhoda o ich podmienenosti. Pokúsili sme sa teda zoradiť základné sústavy tak, aby ich poradie čo najviac odpovedalo ich skutočnej podmienenosti. Testovať všetky základné sústavy pomocou vlozenej chyby by bolo príliš zdlhavé, preto sme sústavy postupne zoradili podľa všetkých čísel podmienenosti, otestovali základné sústavy, ktorých podmienenosť bola hodnotená zásadne odlišne a porovnali ich so sústavami v danom zoradení susediacimi. Takýto test však jednoznačne nepreukázal väčšiu spoľahlivosť hodnotenia podľa jedného z čísel podmienenosti.



Obr. 2.6: Čísla podmienenosti základných sústav pre spojitý nosník zoradených podľa κ_S

Podľa hodnotenia najhoršie podmienených sústav by sa mohlo zdať, že ak na zlú

podmienenosť sústavy ukazuje aspoň jedno číslo podmienenosť, sústava skutočne zle podmienená je. Preto sme sa pokúsili otestovať vhodnosť zoradenia podľa maximálneho čísla podmienenosť. Aby sme však tieto čísla mohli porovnať, previedli sme ich na pomery $\frac{\kappa_i}{\kappa_{min}}$ pre κ_S a κ_C ; a $\left(\frac{\kappa_i}{\kappa_{min}}\right)^2$ pre κ_D . Testovanie pomocou vlozenej chyby správnosť takéhoto zoradenia nepotvrdilo.

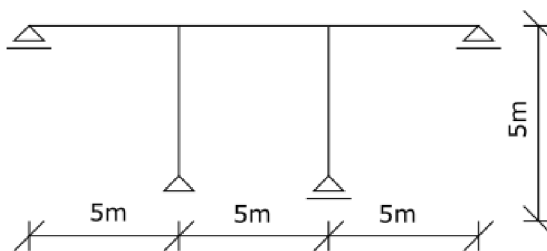


Obr. 2.7: Čísla podmienenosť základných sústav pre spojitý nosník zoradených podľa maxima

Zhrnutie kapitoly

Pri testovaní daného spojitého nosníku sme si všimli, že síce je najlepšie podmienená sústava takto vyhodnotená podľa všetkých troch čísel podmienenosť, ostatné sústavy už sú hodnotené rôzne. Zdá sa, že ak aspoň jedno z čísel podmienenosť ukazuje na zlú podmienenosť sústavy, sústava takáto skutočne je. Nepodarilo sa nám preukázať vhodnosť zoradenia základných sústav podľa jedného z čísel podmienenosť ani podľa maxima. Dôvodom môže byť veľké množstvo možných neznámych staticky neurčitých veličín. Chyba bola vkladaná na členy vektoru deformácií od vonkajšieho zaťaženia rôznych hodnôt, a preto pravdepodobne nie je možné spoľahlivo porovnávať chybu výsledku.

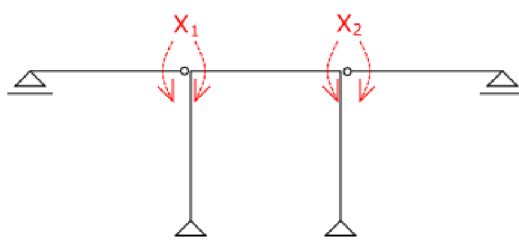
2.2 Jednoduchý rovinný rám



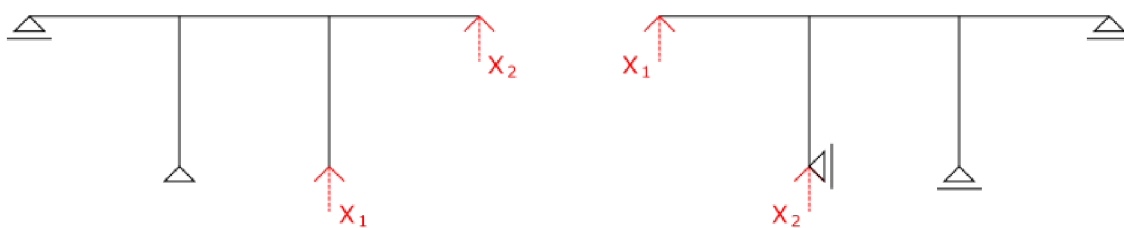
Obr. 2.8: Analyzovaný jednoduchý rovinný rám

2.2.1 Podmienenosť vybraných základných sústav

Pre daný rám vznikne, podľa všetkých čísel podmienosti, najlepšie podmienená základná sústava vložení dvoch jednoduchých vnútorných kĺbov (obrázok 2.9) a najhoršie odobraním vonkajších väzieb, tak ako na obrázku 2.10.



Obr. 2.9: Najlepšie podmienená základná sústava pre daný rám



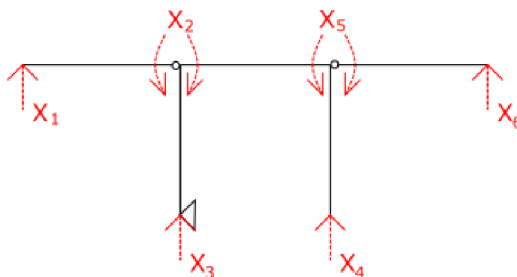
Obr. 2.10: Najhoršie podmienené základná sústava pre daný rám

2.2.2 Porovnanie predpokladanej a skutočnej podmienenosti vložení chyby do výpočtu

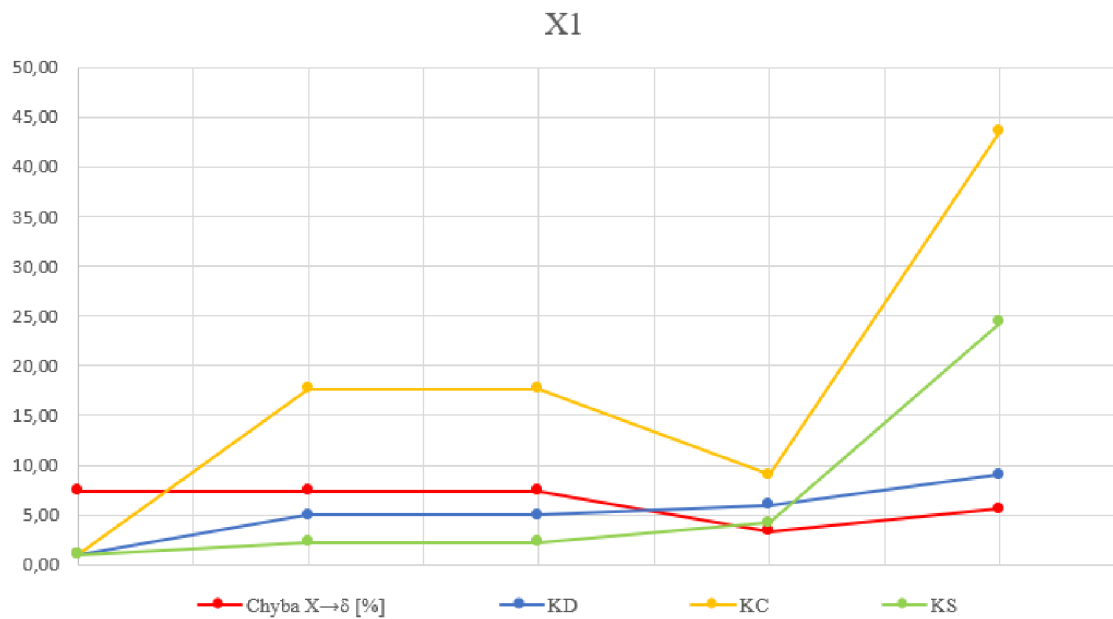
Keďže je konštrukcia len dvakrát staticky neurčitá je jednoduchšie ju otestovať pomocou vlozenej chyby. Existuje šesť možností volby staticky neurčitých veličín (obrázok 2.11), pričom sa každá z nich nachádza ako neznáma vo viacerých základných sústavách. Aby boli výsledné dáta porovnateľné budeme chybu vkladať vždy na danú staticky neurčitú veličinu a skúmať výsledný vektor deformačných súčiniteľov: $X_{i,ch} \rightarrow \delta_{0,ch}$. V tomto prípade je priebeh čísel podmienenosti podobný. Číslo κ_C hodnotí niektoré sústavy ako horšie podmienené, oproti výslednej chybe aj hodnotení podľa ostatných čísel podmienenosti. To isté sa deje aj pre číslo κ_S v iných základných sústavách. Priebehu výsledných chýb najviac odpovedá priebeh κ_D .

Zhrnutie kapitoly

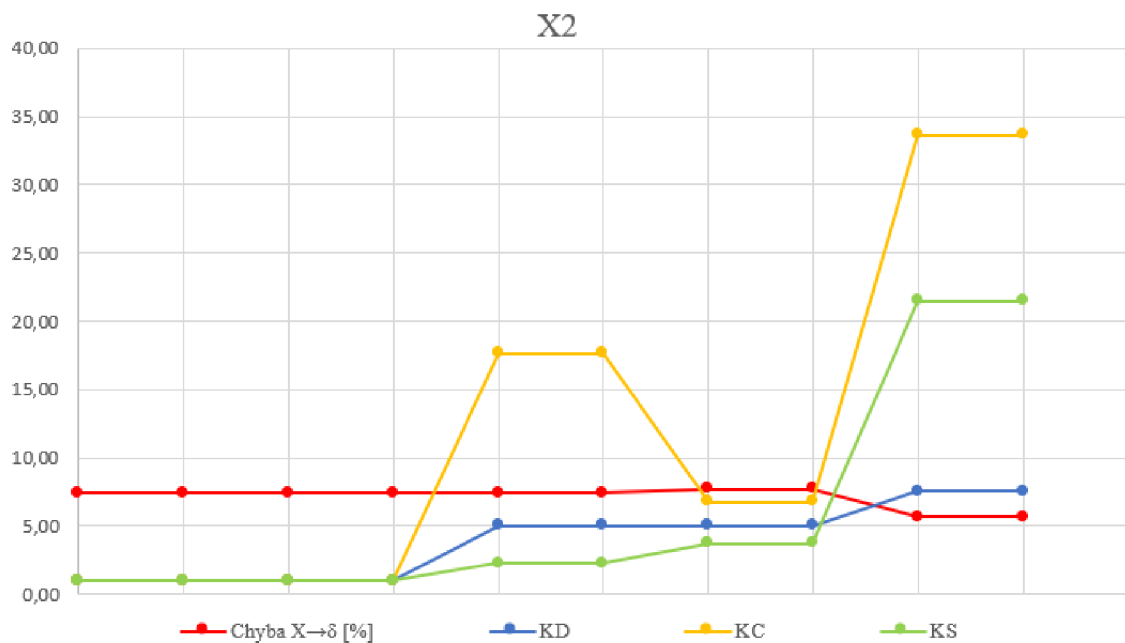
Dvakrát staticky neurčitý rovinný rám je síce vhodnejší k porovnaniu podmienenosti pomocou vlozenej chyby, neexistuje tu ale zásadný rozpor medzi hodnotením podľa jednotlivých čísel podmienenosti. Výsledky nami zvoleného spôsobu skúmania naznačujú, že číslo κ_D najvernejšie popisuje vyšetrovanú vlastnosť. Je však nutné posúdiť aj iné konštrukcie, poprípade nájsť iný spôsob ako porovnať skutočnú podmienenosť.



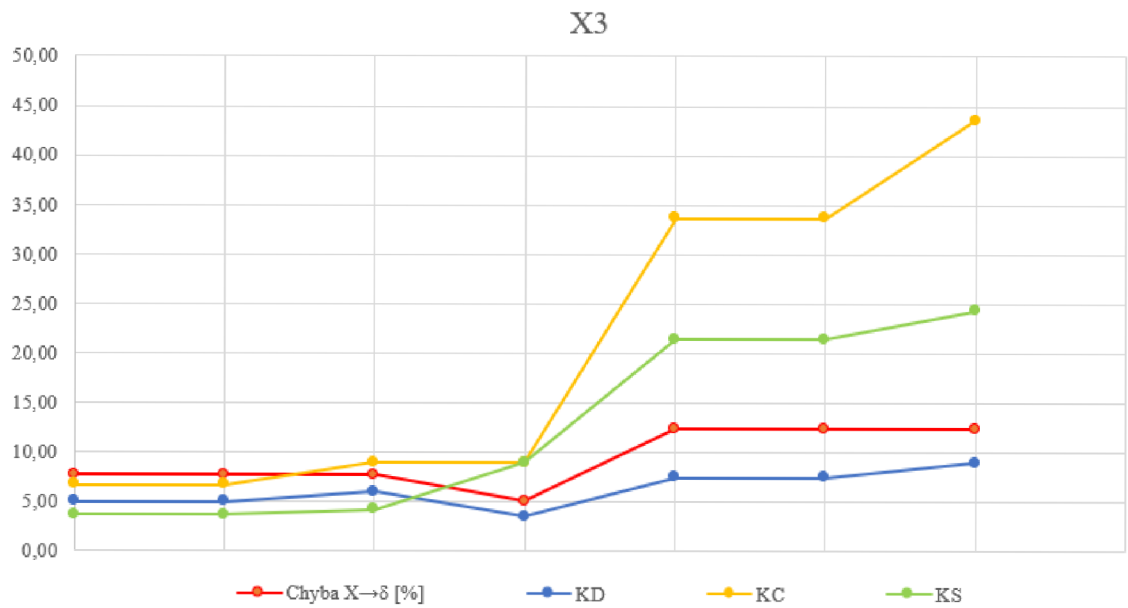
Obr. 2.11: Možné neznáme staticky neurčité veličiny



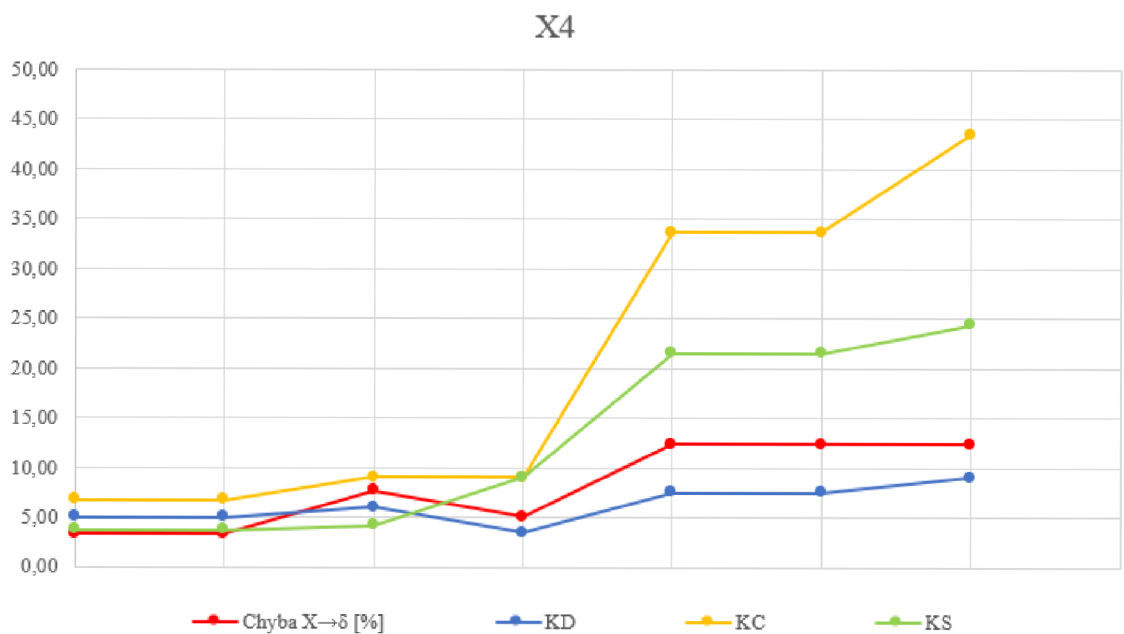
Obr. 2.12: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_1 ako neznámu



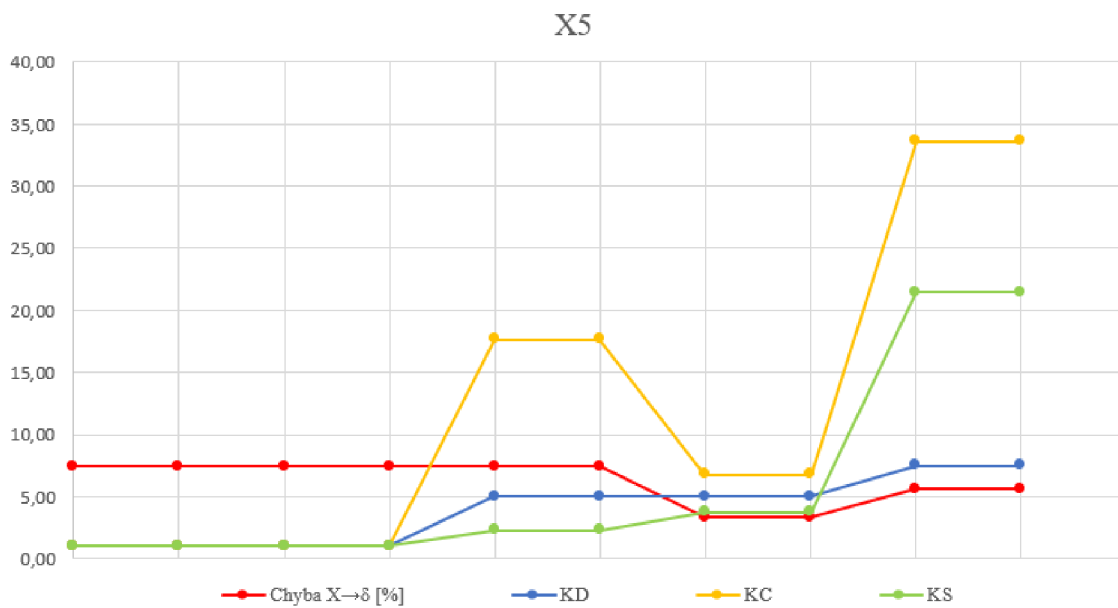
Obr. 2.13: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_2 ako neznámu



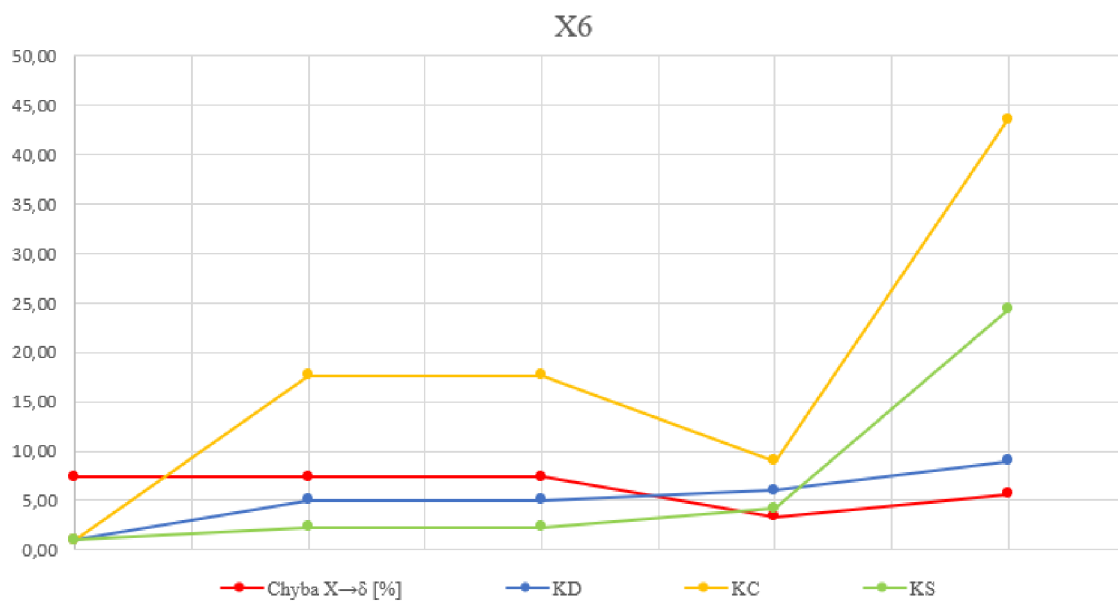
Obr. 2.14: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_3 ako neznámu



Obr. 2.15: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_4 ako neznámu

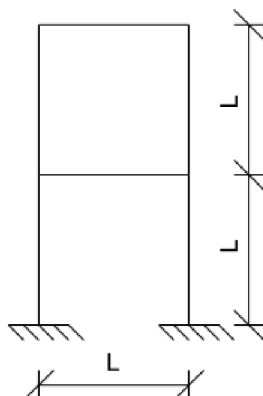


Obr. 2.16: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_5 ako neznámu



Obr. 2.17: Vyhodnotenie základných sústav obsahujúcich X_6 ako neznámu

2.3 Rovinný rám tvaru A



Obr. 2.18: Analyzovaný rovinný rám tvaru A

2.3.1 Vplyv rozmerov konštrukcie na podmienenosť základných sústav

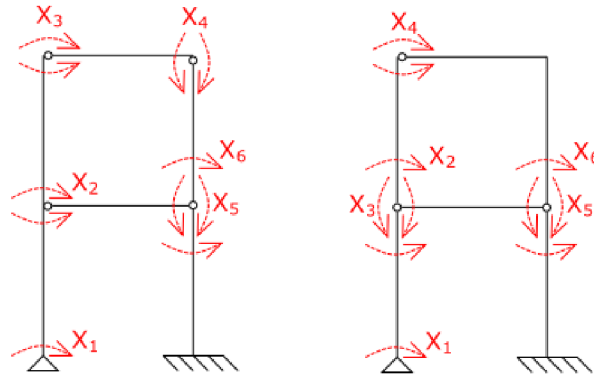
Testovaním daného šesťkrát staticky neurčitého rovinného rámu sme zistili, že čísla podmienenosti vyhodnocujú základné sústavy mierne odlišne s meniacimi sa rozmermi konštrukcie.

Porovnáme rámy s geometriou na obrázku 2.18 pre $L = 1$ m a $L = 100$ m. Výsledné usporiadanie základných sústav podľa jednotlivých čísel podmienenosti je rozdielne. Bližšie sa pozrieme, či tým bude ovplyvnené aj posúdenie najlepšie a najhoršie podmienených sústav.

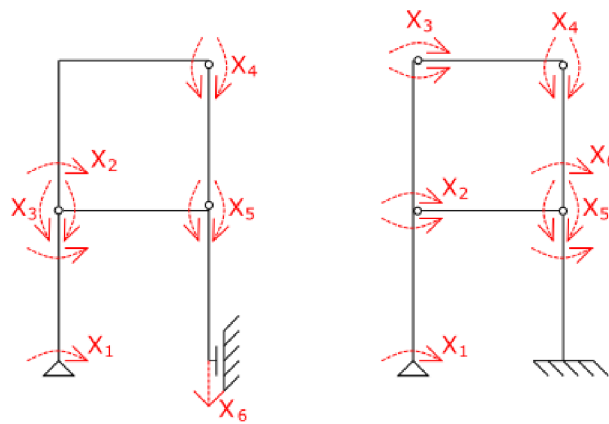
Čísla κ_D a κ_S hodnotia pre oba prípady ako najlepšie podmienené tie sústavy, ktoré vzniknú vložением piatich jednoduchých vnútorných kĺbov a odobraním jednej vonkajšej momentovej väzby. Veľkosť čísla podmienenosti je však ovplyvnená konkrétnym umiestnením vnútorných kĺbov. Zatiaľ čo pre prvú konštrukciu na obrázku 2.19 je $\kappa_D = 2$ a $\kappa_S = 12, 3$; pre druhú už $\kappa_D = 1, 4$ a $\kappa_S = 13, 2$. Rozdiel v hodnotení týchto sústav podľa κ_D je pomerne významný, keďže maximálne κ_D pre túto konštrukciu je okolo 6.

Pre číslo κ_C sa už objavuje vplyv veľkosti, čiže najlepšie základné sústavy pre $L = 1$ m a $L = 100$ m sú rozdielne. (obrázok 2.20).

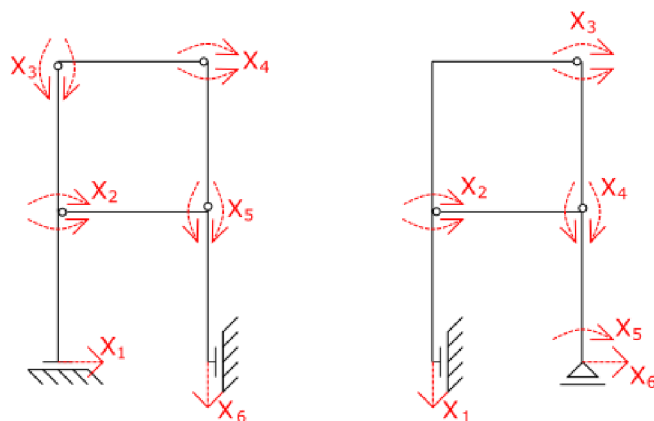
Pre $L = 1$ m sú podľa κ_D najhoršie podmienené sústavy so štyrmi jednoduchými vnútornými kĺbmi a štyrmi vonkajšími podporami, dve brániace pootočeniam a dve posuvom. Vo všetkých ostatných prípadoch sú to sústavy s tromi vnútornými jednoduchými kĺbmi a tromi vonkajšími väzbami, vždy jednou brániacou pootočeniu a dvoma posuvom. Síce ide o tie isté sústavy v prípade, že $L = 100$ m sú výrazne horšie podmienené oproti tým, kde $L = 1$ m.



Obr. 2.19: Najlepšie podmienené sústavy pre $L = 1$ m aj $L = 10$ m, vľavo podľa κ_S a vpravo podľa κ_D



Obr. 2.20: Najlepšie podmienené sústavy podľa κ_C , vľavo pre $L = 1$ m a vpravo pre $L = 10$ m



Obr. 2.21: Najhoršie podmienené sústavy, vľavo pre $L = 1$ m, κ_D a vpravo pre všetky ostatné prípady

Zhrnutie kapitoly

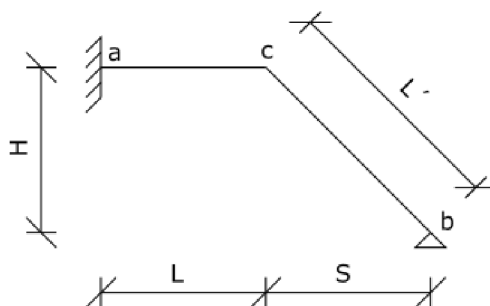
Rozmery konštrukcie majú vplyv na zoradie základných sústav podľa jednotlivých čísel podmienenosti. Zároveň zväčšenie konštrukcie spôsobí zníženie stability zle

podmienečných sústav, na stabilitu dobre podmienečných sústav takýto vplyv nemá. Z toho plynie, že závislosť čísel podmienenosti na rozmeroch konštrukcie je rôzna pre jednotlivé základné sústavy. Je tiež možné si všimnúť, že pre všetky doteraz skúmané konštrukcie je z hľadiska stability výpočtu výhodnejšie vytvárať základné sústavy skôr vložением jednoduchých vnútorných kĺbov, než odoberaním vonkajších väzieb. Toto tvrdenie však určite nie je možné zovšeobecniť na všetky konštrukcie a nevhodne vložené jednoduché vnútorné kĺby môžu rovnako viesť k zhoršeniu stability základnej sústavy.

2.4 Lomený staticky neurčitý nosník

Za účelom spoľahlivejšieho posúdenia skutočnej podmienenosti základných sústav ako pomocou vloženej chyby je potrebné nájsť konštrukciu, pre ktorú existujú aj základné sústavy veľmi citlivé na zmenu vstupných dát. Výpočet prostredníctvom takýchto sústav vedie k výsledkom s výraznejšou chybou ako pre predošlé konštrukcie. Porovnaním týchto údajov s číslami podmienenosti jednotlivých sústav bude možné rozhodnúť, ktoré z nich predstavuje najspoľahlivejší nástroj na zhodnotenie podmienenosti základných sústav.

Z týchto dôvodov sme zvolili lomený staticky neurčitý nosník s geometriou na obrázku 2.22. Ak ho totiž riešime pomocou základnej sústavy na obrázku 2.23 zmenšovaním rozmeru S dochádza k znižovaniu stability základnej sústavy. Závislosť čísel podmienenosti na tomto rozmere odvodíme analyticky.

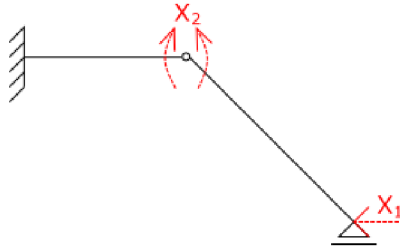


Obr. 2.22: Analyzovaný staticky neurčitý lomený nosník

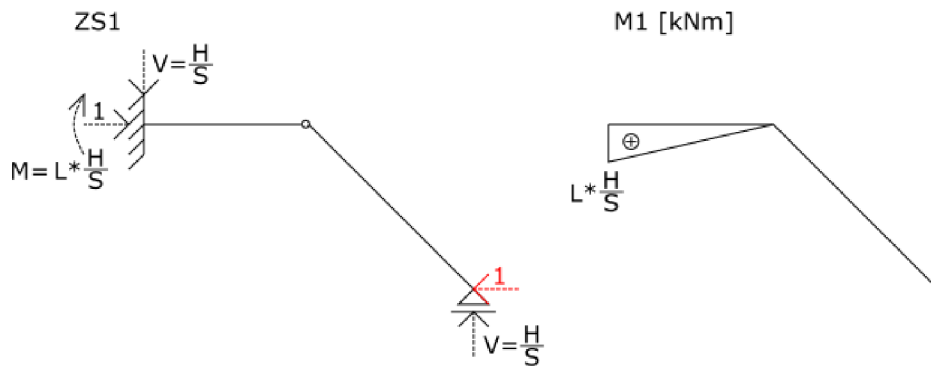
2.4.1 Závislosť čísel podmienenosti od rozmeru S

Analytické stanovenie čísel podmienenosti

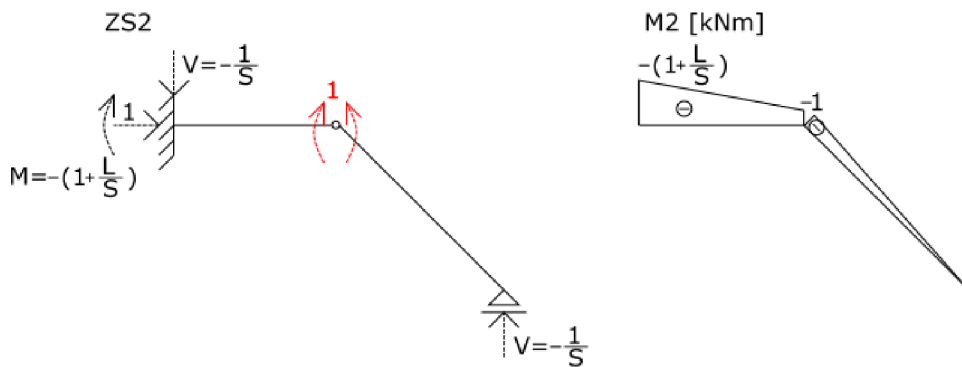
Pre daný lomený nosník, pomocou základnej sústavy na obrázku 2.23 zostavíme maticu pretvárných súčiniteľov. Uvažujeme $EI = konst$, a teda člen $\frac{1}{EI}$ sa vo výpočte vykrátí.



Obr. 2.23: Zvolená základná sústava pre riešenie staticky neurčitého lomeného nosníka



Obr. 2.24: Zafaženie a priebeh momentov pre zafažovací stav 1



Obr. 2.25: Zafaženie a priebeh momentov pre zafažovací stav 2

$$\begin{aligned} \delta_{1,1} &= \int_L M_1 M_1 ds = A_{M_1} \cdot \eta_{M_1} = \\ &= \frac{\frac{HL}{S} \cdot L}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{S} \cdot L = \frac{H^2 L^3}{3 S^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{1,2} &= \delta_{2,1} = \int_L M_1 M_2 ds = A_{M_2} \cdot \eta_{M_1} = \\
&= (-1 \cdot L) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{HL}{S} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{L}{S}\right) \cdot L \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{HL}{S} = \\
&= -\left(\frac{HL^2}{2S} + \frac{HL^3}{3S^2}\right) = -\left(\frac{3SHL^2 + 2HL^3}{6S^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{2,2} &= \int_L M_2 M_2 ds = A_{M_2} \cdot \eta_{M_2} = \\
&= \left[-1 \cdot L \cdot \left(-1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{L}{S}\right)\right)\right] + \left[-\frac{L}{S} \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(-1 + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{L}{S}\right)\right)\right] + \\
&+ \left(-\frac{1 \cdot L'}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = L + \frac{L^2}{S} + \frac{L^3}{3S^2} + \frac{L'}{3} = \frac{3S^2L + 3SL^2 + L^3 + L'S^2}{3S^2}
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3S^2} \begin{bmatrix} H^2L^3 & -\left(\frac{3SHL^2 + 2HL^3}{2}\right) \\ -\left(\frac{3SHL^2 + 2HL^3}{2}\right) & 3S^2L + 3SL^2 + L^3 + L'S^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{12(3LS^2 + S^2L' + 3L^2S + L^3)}{L^3H^2(4L' + 3L)} & \frac{6(3S + 2L)}{LH(4L' + 3L)} \\ \frac{6(3S + 2L)}{LH(4L' + 3L)} & \frac{12}{4L' + 3L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{4L' + 3L} \begin{bmatrix} \frac{12(3LS^2 + S^2L' + 3L^2S + L^3)}{L^3H^2} & \frac{6(3S + 2L)}{LH} \\ \frac{6(3S + 2L)}{LH} & 12 \end{bmatrix}$$

Teraz pre maticu \mathbf{C} stanovíme jednotlivé čísla podmienenosti. Aby sme správne určili, ktoré členy vyhovujú použitej norme matice, dosadili sme skutočné rozmery. Ďalej počítame na základe poznatkov tým získaných.

Pretože nás zaujíma predovšetkým závislosť na rozmere S , zjednodušíme výpočet zavedením predpokladu: $a = L = H \approx L'$. Rozmer L' sa bude ostatným približovať so znižujúcim sa rozmerom S , a keďže potrebujeme vytvoriť nestabilnú základnú sústavu budú nás zaujímať práve konštrukcie kde $S \ll 1$ a zároveň $S \ll a$.

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{C}\|_\infty &= \frac{1}{3S^2} \left[a^5 + \frac{3Sa^3 + 2a^4}{2} \right] = \\
&= \frac{3Sa^3 + 2a^4 + 2a^5}{6S^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{C}^{-1}\|_\infty &= \frac{1}{7a} \left[\frac{6(3S + 2a)}{a^2} + 12 \right] = \\
&= \frac{6(3S + 2a + 2a^2)}{7a^3}
\end{aligned}$$

$$\kappa_C = \|C\|_\infty \|C^{-1}\|_\infty = \frac{3 S a^3 + 2 a^4 + 2 a^5}{6 S^2} \cdot \frac{6 (3 S + 2 a + 2 a^2)}{7 a^3} \approx \frac{a^4}{S^2}$$

Výpočet sme overili dosadením v programe Excel.

Veľkosť κ_C je nepriamo úmerná štvorcu rozmeru S , ak uvažujeme $S \ll 1$, bude κ_C so znižujúcim sa S výrazne stúpať a stabilita sústavy zase výrazne klesať.

Platí $\kappa_S \leq \kappa_C$ [3]. Závislosť κ_S od rozmerov preto nemusí byť nutne rovnaká, budeme však predpokladať, že je veľmi podobná.

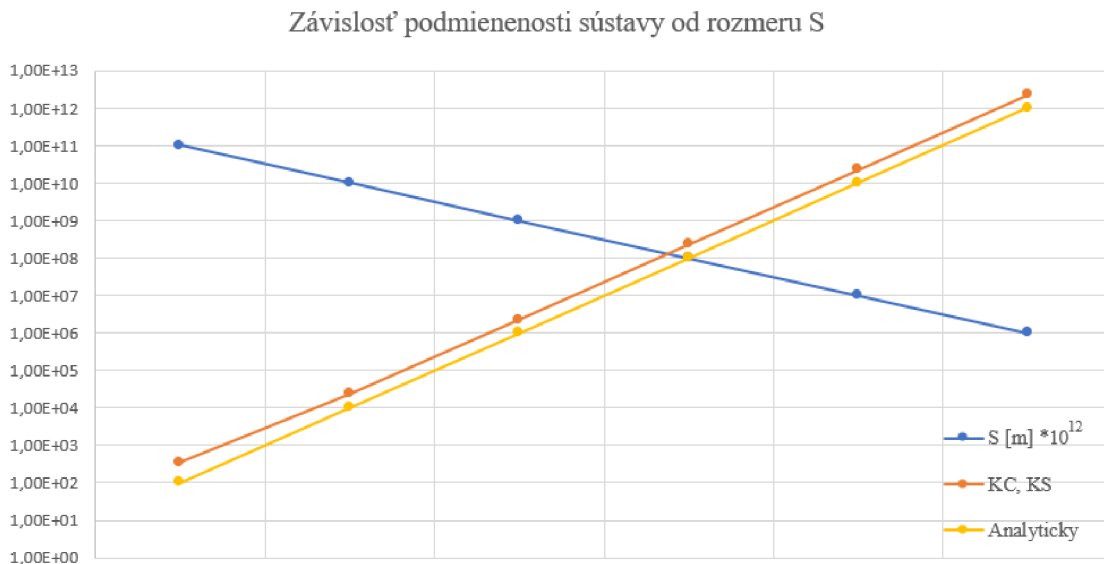
$$\kappa_D = \max_{i=1}^2 \left(\frac{\sum |\delta_{i,j}|, i \neq j}{|\delta_{i,i}|} \right) = \frac{\frac{3 S a^3 + 2 a^4}{6 S^2}}{\frac{3 a S^2 + 3 a^2 S + a^3 + a S^2}{3 S^2}} \approx \frac{2 a^4}{2 a^3} \approx a$$

Výpočet sme overili dosadením v programe Excel.

Členy s S budú opäť pre $S \ll 1$ veľmi malé oproti členom, kde vystupuje len a , ich príspevok do súčtu členov zanedbáme. Hodnotu čísla κ_D za daných predpokladov rozmer S výrazne neovplyvní, v dôsledku toho nepopisuje toto číslo pravdivo podmienenosť vyšetrovanej základnej sústavy.

Skutočná závislosť čísel podmienenosti od rozmeru S

Analyticky sme dokázali závislosť medzi rozmerom S a stabilitou sústavy na obrázku 2.23. Pre nosník, kde $a = L = H \approx L' = 1$ a $S \ll 1$, je popísaná grafom 2.26. Priebeh čísel κ_C a κ_S je veľmi podobný a pri danom zobrazení splývajú.



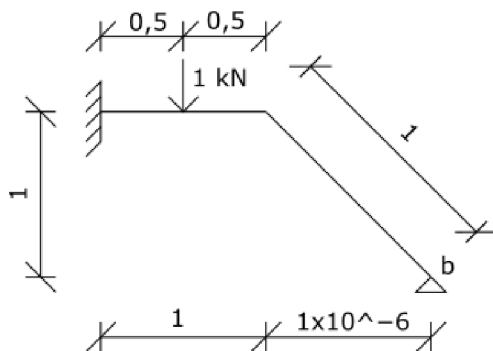
Obr. 2.26: Graf závislosti podmienenosti sústavy od rozmeru S

2.4.2 Analýza výsledných vnútorných síl

Aby sme zistili aké skutočné chyby vykazuje výsledok len v dôsledku zaokrúhľovania v priebehu výpočtu, porovnáme hodnotu integrálov z funkcií výsledných vnútorných síl od daného vonkajšieho zaťaženia $\int_L NNds$, $\int_L VVds$ a $\int_L MMds$ pre riešenia pomocou jednotlivých základných sústav. Budeme znova vyšetrovať konštrukciu s $a = L = H \approx L' = 1$, zvolíme $S = 10^{-6}m$ a zaťažíme sústavu zvislou silou veľkosti $1kN$ v strede vodorovného prútu (2.27).

Čísla podmienenosti pre najmenej stabilnú sústavu sa pohybujú v ráde 10^{12} . Napriek takejto zlej podmienenosti, pri zachovaní presnosti zaokrúhľovania dát na 16 desatinných miest, sa objavia rozdiely v sledovaných výsledkoch pre jednotlivé základné sústavy až na piatej platnej číslici.

Pozrieme sa preto bližšie na to, ako výrazne ovplyvní zaokrúhľovanie vo výpočte výsledné dáta.



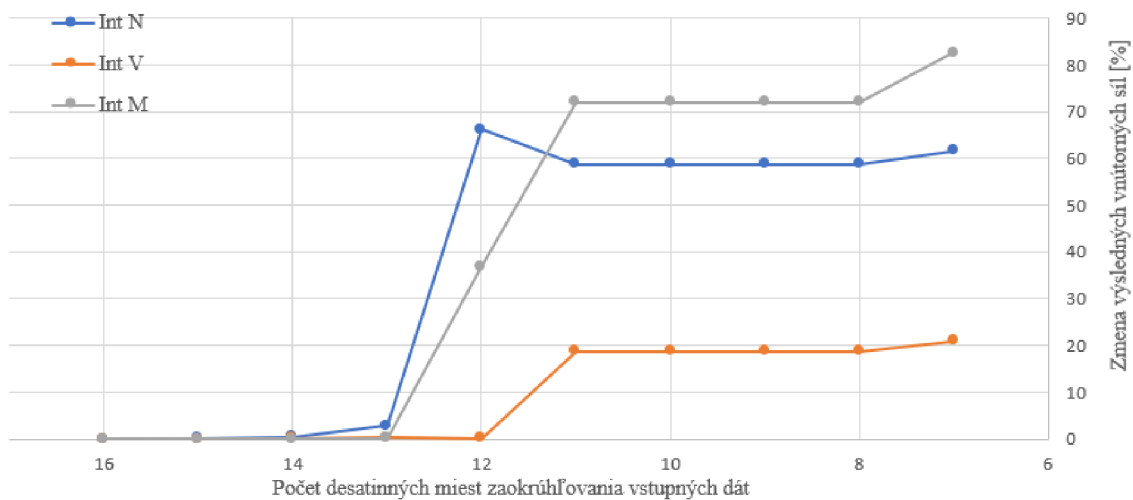
Obr. 2.27: Geometria vyšetrovanej konštrukcie, spôsob zaťaženia 1

Vplyv zaokrúhľovania

Znižovaním presnosti vstupných dát, prostredníctvom ich zaokrúhľovania sa znižuje presnosť výsledku, opäť pre najhoršie podmienenú sústavu, túto závislosť popisuje graf na obrázku 2.28.

Zmena vstupných údajov má za následok miernu zmenu hodnôt pretvárných súčiniteľov. V dôsledku toho sa menia aj čísla podmienenosti jednotlivých sústav. Ich priebeh s meniacou sa presnosťou vstupných dát popisuje graf na obrázku 2.29. Vidíme, že grafy 2.28 a 2.29 majú takmer opačný priebeh. Sústavy sú síce hodnotené ako mierne lepšie podmienené, chyba na vstupe je však výrazne vyššia, čiže je aj výsledok zaťažený väčšou chybou.

Zmena integrálov z funkcií vnútorných síl v závislosti na zaokrúhľovaní vstupných dát



Obr. 2.28: Graf závislosti zmeny integrálov z funkcií vnútorných síl na zaokrúhľovaní vstupných dát

Zmena čísel podmienenosti v závislosti na zaokrúhľovaní vstupných dát



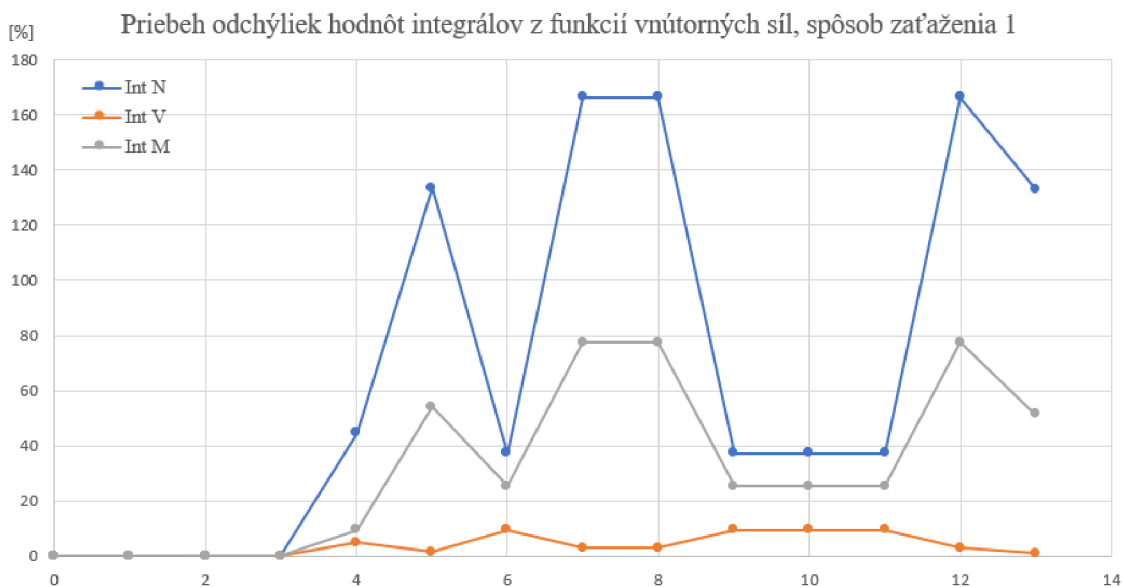
Obr. 2.29: Graf závislosti zmeny čísel podmienenosti na zaokrúhľovaní vstupných dát

Porovnanie predpokladanej podmienennosti so skutočnými výsledkami

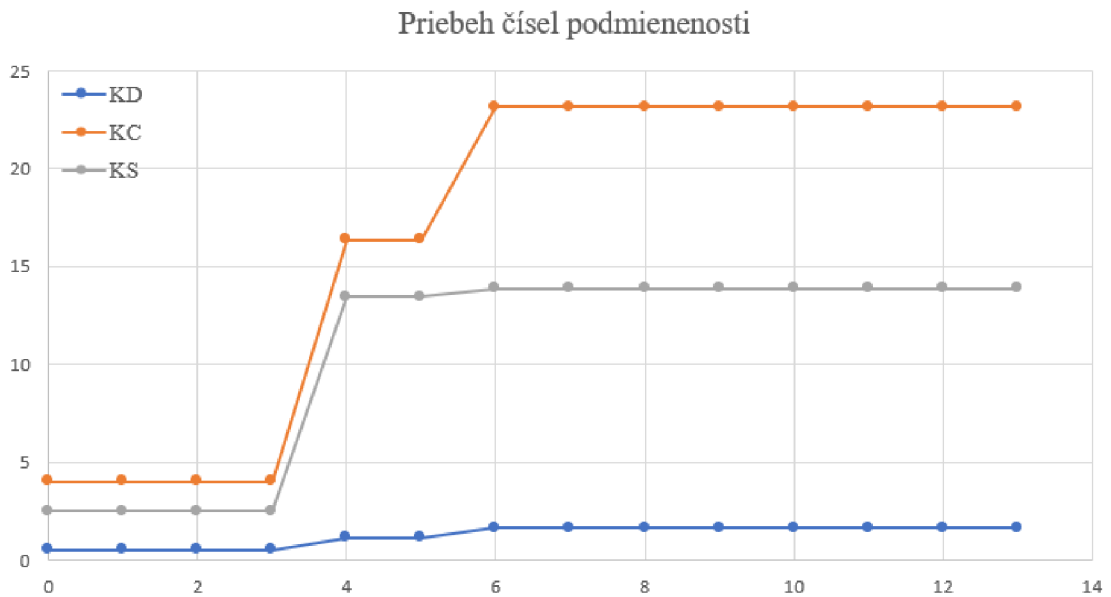
Výrazne zle podmienené sústavy síce vykazujú pozorovateľné chyby, pre danú konštrukciu nám však nepomáhajú k jednoduchšiemu porovnaniu skutočných chýb s číslami podmienennosti. Ich stabilita a vykazované chyby sú príliš odlišné od ostatných sústav a pri presnosti vstupných dát, pre ktorú sú ešte riešiteľné, sa na ostatných sústavách neobjavujú takmer žiadne rozdiely výsledkov.

Preto sa zameriame na lepšie podmienené základné sústavy (opäť vyšetrujeme konštrukciu na obrázku 2.27) a vstupné dáta zaokrúhlime na jedno desatinné miesto, aby sme zvýraznili rozdiely vo výsledkoch pre jednotlivé základné sústavy. Sledujeme odlišnosť hodnôt integrálov funkcií vnútorných síl pre jednotlivé základné sústavy od hodnôt pre tú najlepšie podmienenú (graf na obrázku 2.30).

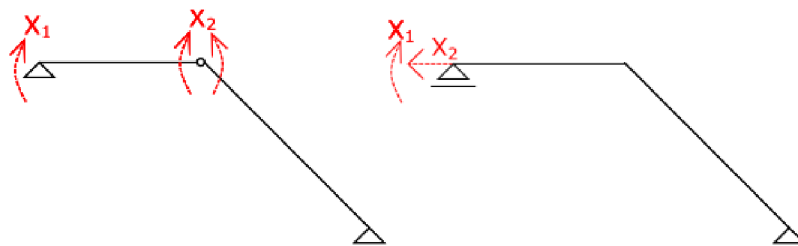
Použitý spôsob zaťaženia nevedie k zásadným chybám na integráloch z funkcií posúvajúcich síl, preto budeme pozorovať tie z funkcií normálových síl a ohybových momentov. Z porovnania s grafom na obrázku 2.31, ktorý zobrazuje priebeh čísel podmienennosti, môžeme súdiť, že všetky čísla správne určujú najlepšie podmienené sústavy (obrázok 2.32). Následne všetky z nich hodnotia ako najhoršie viaceré sústavy, u ktorých je skutočná chyba výsledkov veľmi odlišná.



Obr. 2.30: Priebeh odchýliek hodnôt integrálov z funkcií vnútorných síl, spôsob zaťaženia 1



Obr. 2.31: Priebeh čísel podmienenosti

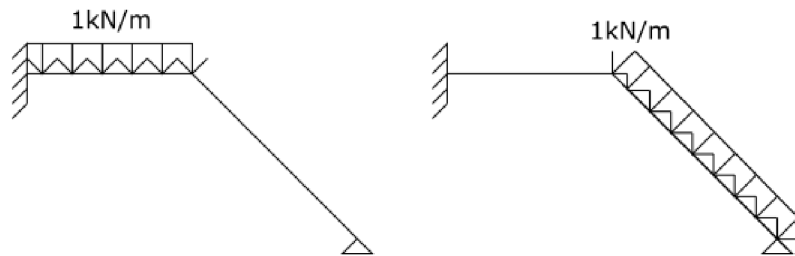


Obr. 2.32: Najlepšie podmienené sústavy pre daný lomený nosník

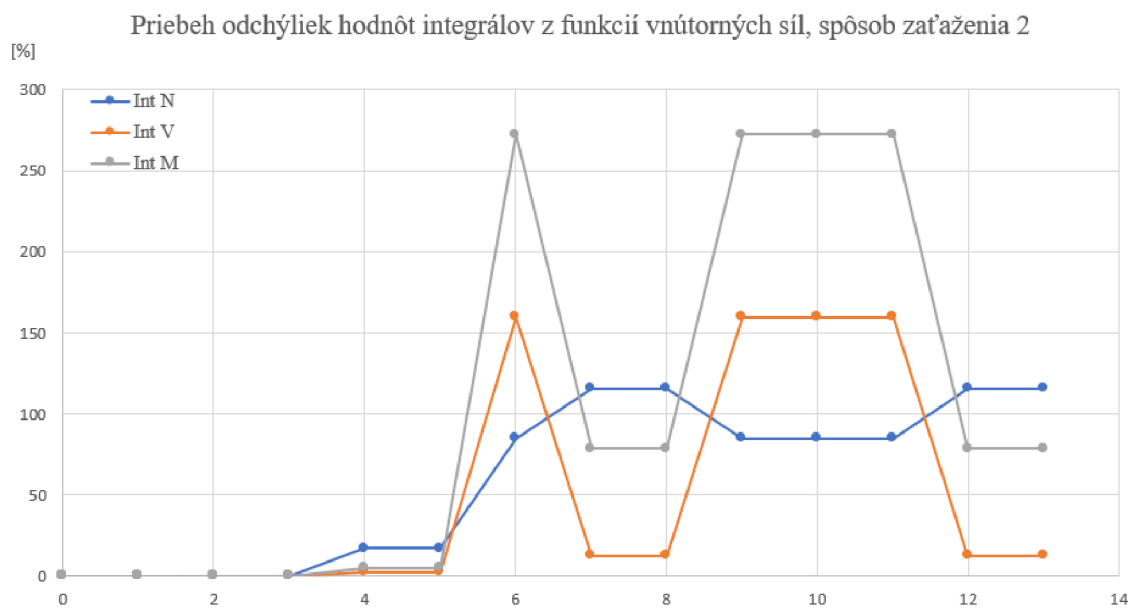
Vplyv spôsobu zaťažovania

Aby sme mohli posúdiť do akej miery je možné vyvodzovať závery z porovnania výsledkov pre jednotlivé základné sústavy s ich číslami podmienenosti, preskúmame aj iné spôsoby zaťažovania. Konkrétne zaťažíme nosník najskôr spojitém zaťažením veľkosti 1kN/m na jeho vodorovnej časti (spôsob zaťaženia 2) a potom rovnako na jeho šikmej časti (spôsob zaťaženia 3).

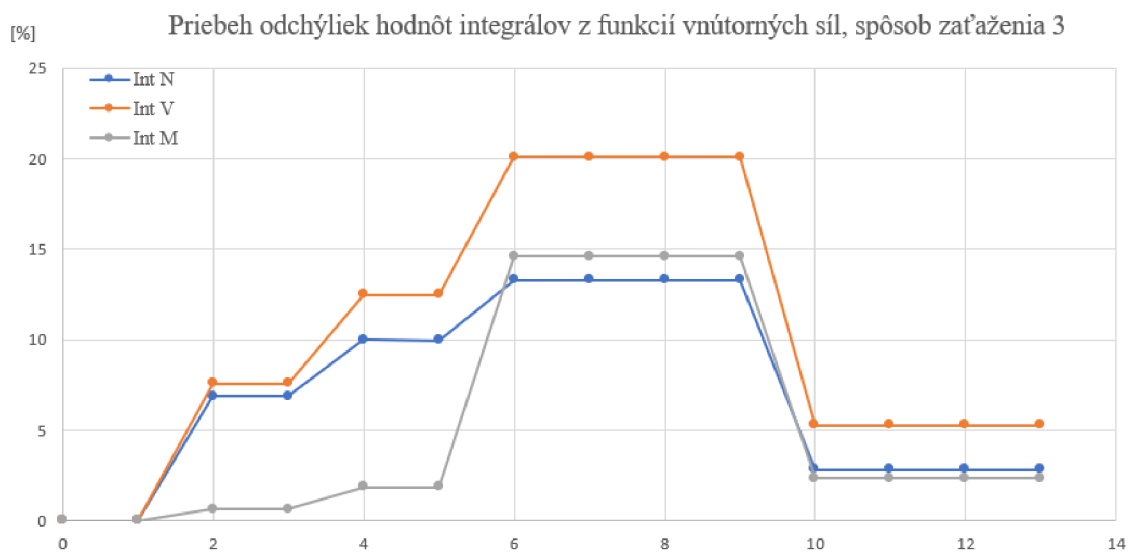
Sledujeme rovnaké dáta ako pre spôsob zaťažovania 1. Ak porovnáme grafy na obrázkoch 2.30, 2.34 a 2.35 zistíme, že najlepšie podmienené sústavy vedú pre všetky typy zaťaženia na malé chyby výsledkov. U horšie podmienených sústav sa vyskytuje výraznejšia chyba výsledku vždy aspoň pre jeden zo spôsobov zaťažovania.



Obr. 2.33: Zľava: spôsob zaťaženia 2 a spôsob zaťaženia 3



Obr. 2.34: Priebeh odchýliek hodnôt integrálov z funkcií vnútorných síl, spôsob zaťaženia 2



Obr. 2.35: Pribeh odchýliek hodnôt integrálov z funkcií vnútorných síl, spôsob zaťaženia 3

Zhrnutie kapitoly

Výpočet, v ktorom vstupné dáta zaokrúhľujeme na 16 desatinných miest, je pomerne spoľahlivý aj pre veľmi zle podmienené základné sústavy, ak berieme do úvahy, že do neho vstupujú len chyby zo zaokrúhľovania. S klesajúcou presnosťou výrazne klesá spoľahlivosť výpočtu a niektoré konštrukcie už pri nižšej presnosti nie sú riešiteľné.

Ak chceme potvrdiť podmienenosť sústavy predpokladanú podľa jednotlivých čísel podmienenosti porovnaním s chybou výsledku, je nutné otestovať viacero spôsobov zaťažovania. Zlá podmienenosť sústavy sa pre niektoré spôsoby zaťažovania nemusí výrazne prejavovať.

3 ZÁVER

V práci sme analyzovali štyri rôzne staticky neurčité konštrukcie a to spojitý nosník, jednoduchý rovinný rám, rovinný rám tvaru A a staticky neurčitý lomený nosník. Pozorovali sme reakcie výpočtov pomocou rôznych základných sústav na chyby zo zaokrúhľovania, prípadne aj chyby vložené na vstupné údaje. Porovnávaním získaných dát s číslami podmienenosti sústav sme sa snažili zistiť, či je možné jedno z čísel označiť za najvhodnejšie k popisu daného problému, teda riešenia staticky neurčitých konštrukcií silovou metódou. Získané výsledky viac nasvedčujú tomu, že vernosť popisu podmienenosti jednotlivými číslami závisí skôr na voľbe konštrukcie ako na samotnej metóde.

V prípade všetkých skúmaných konštrukcií hodnotia čísla podmienenosti zhodne, a podľa nášho overenia aj správne, ktoré zo základných sústav sú podmienené najlepšie. U menej stabilných základných sústav nie vždy existuje súlad v hodnotení ich podmienenosti. Zdá sa, že k tomu, aby výpočet pomocou danej základnej sústavy viedol za určitých podmienok k zásadne chybným výsledkom, stačí aby na jeho nízku stabilitu poukázalo aspoň jedno z čísel podmienenosti. Tiež sa ukázalo, že so zväčšujúcimi sa rozmermi sústavy jej stabilita klesá. Táto závislosť sa u dobre podmienených základných sústav neobjavuje.

Pri výpočte v programe Formet s presnosťou na šesťnásť desatinných miest sme aj pre veľmi zle podmienené sústavy obdržali výsledky, ktoré sa významne nelíšili od tých pre najlepšie podmienené sústavy. Znížením presnosti dát vo výpočte a teda zväčšením chýb zo zaokrúhľovania sa výsledky stávali značne nepresné. Pri ďalšom znižovaní presnosti už sústavy prestávali byť riešiteľné. Ďalej sme sledovali výsledky pri zaokrúhľovaní dát vo výpočte na jedno desatinné miesto. Prekvapivo, použitie niektorých zle podmienených základných sústav viedlo aj za týchto podmienok na pomerne dobré výsledky. Ak sme ale zmenili spôsob zaťažovania, boli výsledky výpočtov pomocou tých istých sústav zaťažené veľkými chybami. Zistili sme teda, že pre niektoré spôsoby zaťažovania danej konštrukcie nemusí byť výpočet značne nespoľahlivý, napriek použitiu zle podmienenej sústavy.

Zadanú témú sa nám síce nepodarilo dokonale popísať, práca však odhaľuje niektoré súvislosti a vyslovuje predpoklady, ktoré by sa mohli stať predmetom ďalšieho skúmania.

LITERATURA

- [1] KADLČÁK, J., KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí II*.
Brno: Nakladatelství VUTIUM, 2009, 431 s. ISBN 978-80-214-3428-8
- [2] ČERMÁK, L., HLAVIČKA, R. *Numerické metody*. Brno: AKADEMICKÉ
NAKLADATELSTVÍ CERM[®], s.r.o., 2016, 110 s. ISBN 978-80-214-5437-8
- [3] PEÑA, J. M. *On the Skeel condition number , growth factor and pivoting
strategies for Gaussian elimination**.
Dostupné na: <https://www.semanticscholar.org/paper/On-the-Skeel-condition-number-%2C-growth-factor-and-%E2%88%97-Pe%C3%B1a/6b6c52940cfc99e95a6ba7ca5d5f225fca411a4c> [cit. 16.5.2019]
- [4] OKŠA, G. *Úvod do numerických metod lineárnej algebry*.
Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2009, 106 s. ISBN 978-80-227-3055-6
- [5] FRANTÍK, P., PAIL, T., ŠTAFKA, M., *Formet*.
Dostupné na: <http://formet.kitnarf.cz/> [cit. 22.5.2019]