



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

# NUMERICKÁ SIMULACE TUHOSTI ZÁBĚRU OZUBENÝCH KOL

NUMERICAL SIMULATION OF GEAR MESH STIFFNESS

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Daniel Milan Rackovský**

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**Ing. Kamil Řehák, Ph.D.**

**BRNO 2024**



# Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství  
Student: **Bc. Daniel Milan Rackovský**  
Studijní program: Automobilní a dopravní inženýrství  
Studijní obor: bez specializace  
Vedoucí práce: **Ing. Kamil Řehák, Ph.D.**  
Akademický rok: 2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Numerická simulace tuhosti záběru ozubených kol

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce zabývající se vytvořením parametrického modelu ozubeného soukolí s možností zahrnutí modifikace tvaru zubu a následného provedení výpočtu tuhosti záběru dvou ozubených kol v závislosti na velikosti přenášeného momentu a natočení kol. Předpokládá se sestavení komplexního MKP modelu záběru ozubení a provedení několika simulací s odlišnými vstupními parametry.

### Cíle diplomové práce:

Provedení rešerše v oblasti chyby převodu.

Sestavení parametrického modelu ozubených kol včetně modifikace tvaru zubu.

Provedení série výpočtů tuhosti kontaktu pro rozdílné velikosti přenášeného momentu.

### Seznam doporučené literatury:

HOUSER, Donald. The Root of Gear Noise – Transmission Error. Power Transmission Design, 1985. no. 5, pp. 27-30.

SHENG, Gang. Vehicle noise, vibration, and sound quality. Warrendale, Pa.: SAE International, 2012. 492 s. ISBN 978-076-8034-844.

CROCKER, Malcolm. J. Handbook of noise and vibration control. Hoboken, N.J: John Wiley, 2007, 1569 p. ISBN 9780471395997.

SMITH, James D. Gear noise and vibration. New York: Marcel Dekker, INC. 1999. 186 s. ISBN 0-8247-6005-0.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Táto diplomová práca sa zaoberá simuláciou tuhosti záberu ozubených kolies s priamym čelným ozubením. Úvodná časť práce uvádza podrobný prehľad poznatkov z oblasti teórie ozubených prevodov, chyby prevodu, a taktiež vibrácií a hluku ozubených prevodov. Ďalšia časť práce obsahuje popis základných princípov funkcie parametrického MKP modelu záberu ozubených kolies, ktorý bol vytvorený pre potreby tejto práce. Posledná časť práce uvádza výsledky MKP simulácií, v ktorých bol skúmaný vplyv výrobných odchýlok zubov na priebeh statickej chyby prevodu. Podstatu zjednodušeného modelu výrobnnej chyby tvorila funkcia sínus, pričom bol skúmaný vplyv počtu periód tejto funkcie a veľkosti amplitúdy na priebeh STE. Taktiež bolo overené, aký vplyv má na priebeh STE súkolesia s výrobnou chybou veľkosť záťažového momentu. Veľkosť amplitúd funkcie sínus bola stanovená tak, aby zodpovedala dovoleným odchýlkam tvaru kolies podľa normy ČSN ISO 1328-1. Riešenie úlohy prebiehalo v programe *Ansys Mechanical APDL* pomocou parametrického MKP modelu založeného na jazyku *APDL*.

## KLÚČOVÉ SLOVÁ

statická chyba prevodu, výrobná chyba, ozubené kolesá s priamymi zubmi, metóda konečných prvkov, parametrický MKP model, vibrácie, hluk, presnosť ozubenia

## ABSTRACT

The diploma thesis deals with the simulation of the spur gears mesh stiffness. The introductory part of the thesis presents a detailed review of the knowledge in the field of gear theory, gear error and also NVH of gears. The next part of the thesis describes the basic principles of the function of the parametric FEM model of gear mesh, which was developed for the purpose of this thesis. The last part of the thesis presents the results of FEM simulations in which the effect of manufacturing error of the gears on the STE waveform was investigated. The basis of the simplified production error model was the sine function. The effect of the number of periods of this function and the magnitude of the amplitude on the STE waveform was investigated. The effect of the magnitude of the load torque on the STE of the production-error gear was also verified. The magnitude of the amplitudes of the sine function was determined to match the allowable wheel shape tolerances according to *ISO 1328-1*. The problem was solved in *Ansys Mechanical APDL* using a parametric FEM model based on *APDL* language.

## KEYWORDS

static transmission error, manufacturing error, spur gears, finite element method, parametric FEM model, vibration, noise, gear accuracy

## BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

RACKOVSKÝ, Daniel Milan. *Numerická simulace tuhosti záběru ozubených kol*. Brno, 2024. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/157885>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. Vedoucí práce Kamil Řehák.



## ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že táto práca je mojím pôvodným dielom, spracoval som ju samostatne pod vedením Ing. Kamila Řeháka, Ph.D. a s použitím informačných zdrojov uvedených v zozname.

V Brne dňa 23. mája 2024

.....

Daniel Milan Rackovský

## POĎAKOVANIE

Rád by som týmto poďakoval vedúcemu diplomovej práce Ing. Kamilovi Řehákovi, Ph.D. za cenné rady a pripomienky poskytnuté pri jej riešení. Taktiež by som chcel poďakovať svojej rodine a blízkeho okruhu priateľov za ich podporu počas celého štúdia.



# OBSAH

Úvod.....	11
<b>1 Základy teórie ozubených prevodov .....</b>	<b>12</b>
1.1 Mechanické prevody všeobecne .....	12
1.2 Charakteristika a vlastnosti ozubených prevodov.....	12
1.3 Rozdelenie ozubených kolies.....	13
1.4 Terminológia a popis ozubeného kolesa.....	14
1.5 normalizácia ozubenia a základný profil ozubeného hrebeňa .....	15
1.6 Výpočet základných rozmerov ozubených kolies .....	16
1.7 Teória rovinného ozubenia a základný zákon ozubenia .....	17
1.8 korekcia ozubenia .....	18
1.9 Interferencia a podrezanie päty zuba .....	19
1.10 Trvanie záberu.....	20
1.11 Krivky tvoriace profil zuba .....	21
1.11.1 Evolventa.....	21
1.11.2 Trochoida.....	23
1.12 Silové pomery .....	24
1.13 Deformácie a tuhosť ozubených kolies .....	26
<b>2 Chyba prevodu.....</b>	<b>28</b>
2.1 Možnosti stanovenia chyby prevodu .....	30
2.1.1 Výpočtové metódy.....	30
2.1.2 Experimentálne metódy .....	31
2.2 Prehľad súčasnej literatúry a výskumu .....	32
2.3 Vibrácie a hluk ozubených prevodov .....	33
2.3.1 Základné princípy kontroly hluku a vibrácií v zariadeniach .....	33
2.3.2 Hluk a vibrácie ozubených prevodov a prevodoviek .....	34
2.3.3 Parametre vplývajúce na hluk a vibrácie ozubených prevodov .....	35
2.3.4 Možnosti znižovania hluku ozubených prevodov .....	36
2.4 Modifikácie mikrogeometrie zubov.....	37
2.5 Modifikácia tip relief .....	39
2.6 Presnosť ozubenia.....	41
<b>3 Tvorba parametrického mkp modelu.....</b>	<b>43</b>
3.1 Tvorba súradnicových systémov .....	46
3.2 Výpočet súradníc bodov krivky profilu zuba .....	47
3.2.1 Priesečník evolventy a trochoidy.....	48
3.2.2 Súradnice bodov evolventy .....	49
3.2.3 Súradnice bodov trochoidy.....	55
3.3 Tvorba plošnej geometrie .....	58
3.3.1 Tvorba bodov zuba .....	58
3.3.2 Tvorba plôch zuba .....	60
3.4 Tvorba siete.....	64
3.5 Nastavenie kontaktov.....	66
3.6 Nastavenie okrajových podmienok a analýzy.....	69
3.6.1 Tvorba MPC kontaktu s pilotným uzlom .....	69
3.7 Export výsledkov .....	71

---

<b>4</b>	<b>Výsledky MKP analýzy .....</b>	<b>73</b>
4.1	Parametre súkolesia .....	73
4.2	Citlivosná analýza siete .....	74
4.2.1	Vplyv veľkosti prvkov na povrchovej ploche zubov .....	74
4.2.2	Vplyv počtu vrstiev prvkov na povrchovej ploche zubov .....	75
4.2.3	Vplyv veľkosti prvkov siete telesa kola .....	76
4.3	Priebeh STE pre ozubenie s dokonalou geometriou .....	77
4.4	Vplyv odchýlky tvaru profilu na priebeh STE .....	79
4.4.1	Výsledky pre 1,5 periódy funkcie sínus .....	82
4.4.2	Výsledky pre 2 periódy funkcie sínus .....	83
4.4.3	Výsledky pre 3 periódy funkcie sínus .....	84
4.4.4	Výsledky pre 4 periódy funkcie sínus .....	85
4.4.5	Výsledky pre 5 periód funkcie sínus .....	86
4.4.6	Vyhodnotenie hodnôt PTP-STE .....	87
4.5	Vplyv záťažového momentu na priebeh STE .....	88
4.5.1	Vyhodnotenie hodnôt PTP-STE .....	91
	<b>Záver .....</b>	<b>92</b>
	<b>Použité informačné zdroje .....</b>	<b>96</b>
	<b>Zoznam použitých skratiek a symbolov .....</b>	<b>101</b>

## ÚVOD

Ozubené prevody sú už po stáročia známym mechanizmom, využívaným k prenosu mechanickej energie. Postupným zdokonaľovaním týchto prevodov bola v priebehu histórie dosiahnutá vysoká efektívnosť a účinnosť prenosu energie. Okrem ďalších priaznivých vlastností, ako sú výhodný pomer rozmerov k veľkosti prenášaného výkonu a nízke nároky na údržbu, prispela ich vysoká účinnosť k tomu, aby sa postupne stali jedným z najvyužívanejších druhov prevodov vôbec. Oblasť využitia týchto prevodov je v dnešnej dobe veľmi široká a ozubené prevody sú využívané počnúc prevodovkami domácich spotrebičov, cez priemyselný sektor až po automobilový a letecký priemysel.

V automobilovom a dopravnom priemysle predstavujú ozubené prevody dôležitý prvok, využívaný pri prenose výkonu motora na kolesá vozidiel. Sú súčasťou prevodoviek, rozvodoviek a ďalších súčastí reťazca pohonného ústrojenstva, kde slúžia predovšetkým pre vhodnú úpravu zložiek mechanickej výkonu motora, teda zníženie otáčok a zvýšenie točivého momentu. Ozubené prevody môžu taktiež predstavovať súčasť spaľovacieho motora, kde zabezpečujú pohon mechanizmov súvisiacich s prevádzkou samotnej pohonnej jednotky. Pri prevádzke ozubených prevodov ale taktiež dochádza k nepriaznivým javom, spôsobujúcim vznik vibrácií. Tieto vibrácie sú štruktúrou zariadenia prenášané na jeho vonkajšie časti, typicky tvorené telesami v tvare tenkostenných plôch. Rozkmitaním týchto plôch vplyvom pôsobiacich vibrácií následne dochádza k vzniku nežiadúceho hluku.

K znižovaniu týchto akustických prejavov je možné pristúpiť viacerými spôsobmi. Podstata prvého, menej vhodného zo spôsobov, je akustická izolácia celého zariadenia, prípadne snaha zabrániť prenosu vibrácií z ozubeného prevodu na vonkajšie časti zariadenia. Sofistikovanejšie zo spôsobov predstavuje snaha zamedziť vzniku vibrácií v ich samotnom zdroji. Ukazuje sa, že jednou z hlavných príčin vibrácií generovaných ozubeným prevodom je kolísanie záberovej tuhosti. To súvisí so skutočnosťou, že ozubené kolesá nie sú dokonalo tuhými telesami a vplyvom zaťaženia dochádza k deformácii zubov v zábere. S meniacim sa počtom zubov v zábere sa veľkosť tejto deformácie periodicky mení, čím dochádza k rozkmitaniu kolies. Ďalším vplyvom, ktorý spôsobuje odchýlky kolies od ich teoretickej polohy je nedokonalosť geometrie zubov, spôsobená nepresnosťou ich výroby.

Mieru odchýlky kolies od polohy, v ktorej by sa mali teoreticky nachádzať vyjadruje chyba prevodu. S využitím poznatkov o chybe prevodu je možné minimalizovať množstvo vibrácií generovaných ozubenými prevodmi už pri ich samotnom návrhu. Keďže nároky na plynulý a tichý chod zariadení neustále rastú, je potrebné aj naďalej rozširovať poznanie v tejto oblasti. Dôkazom aktuálnosti témy je aj veľké množstvo každoročne vydaných odborných publikácií z tejto oblasti. V kontexte automobilového priemyslu tiež narastá význam chyby prevodu s nástupom elektromobilov, kde sa z dôvodu absencie spaľovacieho motora stáva jedným významných zdrojov hluku pohonné ústrojenstvo. Veľká časť autorov vo svojich prácach využíva modely s dokonalou, teoretickou geometriou ozubeného zariadenia. Geometria reálnych ozubených kolies však vždy obsahuje istú mieru odchýlok od dokonalého tvaru spôsobených pri výrobe. Naskytá sa teda otázka, ako nedokonalosť tvaru ozubených kolies vplyva na priebeh chyby prevodu a s tým súvisiaci vznik vibrácií a hluku.

# 1 ZÁKLADY TEÓRIE OZUBENÝCH PREVODOV

Cieľom prvej kapitoly tejto práce je poskytnúť prehľad základných princípov súvisiacich s ozubenými prevodmi. Nasledujúci text uvádza informácie počnúc všeobecným rozdelením a názvoslovím ozubených prevodov, cez výpočet základných geometrických rozmerov a popis kinematických závislostí až po silový rozbor a matematický popis tvaru zubov.

## 1.1 MECHANICKÉ PREVODY VŠEOBECNE

Mechanické prevody patria v oblasti konštrukcie strojov medzi veľmi často používanými mechanizmami. Slúžia pre plynulý prenos mechanického výkonu z hnacieho na hnaný hriadeľ a jeho prípadné rozdelenie medzi viacero hnaných členov. Okrem prenosu mechanického výkonu tiež zabezpečujú vhodnú úpravu hodnôt jeho zložiek, teda obvodovej rýchlosti a točivého momentu. Pri prenose energie môže dochádzať k zmene zmyslu otáčania hnaného hriadeľa a v niektorých prípadoch môžu mechanické prevody taktiež zabezpečovať zmenu charakteru pohybu z rotačného pohybu na posuvný. [1]

Z hľadiska spôsobu prenosu energie je možné mechanické prevody rozdeliť na trecie a silové. V prípade trecích prevodov je na prenos mechanickej energie vyžívané trenie, ku ktorému dochádza priamo medzi dvoma spoluzaberajúcimi členmi, alebo trenie medzi kolesami prevodu a prevodovým členom (remeňom, lanom). Silové prevody využívajú pre prenos energie vzájomný tlak vyplývajúci z tvarového styku členov prevodu (ozubené prevody, reťazový prevod) [1]. Ďalej možno mechanické prevody rozdeliť na prevody s konštantným a premenlivým prevodovým pomerom. [2]

## 1.2 CHARAKTERISTIKA A VLASTNOSTI OZUBENÝCH PREVODOV

Ozubené prevody patria medzi silové mechanické prevody s konštantným prevodovým pomerom. K prenosu mechanickej energie dochádza silovým pôsobením medzi jednotlivými spoluzaberajúcimi zubmi vznikajúcim pri zábere ozubených kolies [1]. Súkolesie s priamym čelným ozubením je možné popísať ako trojčlenný rovinný mechanizmus. Ten sa skladá z rámu, ku ktorému sú rotačnými kinematickými väzbami pripojené dva spoluzaberajúce kolesá, pričom väzba medzi spoluzaberajúcimi zubmi je tvorená vačkovým mechanizmom. Ozubené prevody so zložitejšou geometriou (napr. kužeľové, šnekové, hypoidné) predstavujú priestorové mechanizmy [3].

Základnou jednotkou ozubeného prevodu je ozubené súkolesie. To sa skladá z hnacieho kolesa nazývaného „pastorok“ a hnaného kolesa nazývaného „koleso“ [1]. Ozubené prevody typicky slúžia na zníženie otáčok hnacieho stroja a ich prispôbenie hnanému stroju. Takýto prevod pozostáva z pastorka s menším počtom zubov a hnaného kolesa s väčším počtom zubov a je nazývaný ako „reduktor“. V prípade, že je ozubený prevod využitý k zvýšeniu otáčok, má pastorok väčší počet zubov ako koleso a jedná sa o „multiplikátor“ [3]. Pre dosiahnutie požadovanej zmeny otáčok a točivého momentu je možné využiť viacero ozubených súkolesí zaradených za sebou, a to buď sériovo, alebo paralelne [1].

Ozubené prevody sa vyznačujú kompaktnosťou a vzhľadom k prenášanému výkonu relatívne malými rozmermi [2]. Pri prenose výkonu nedochádza ku sklzu a tak dosahujú vysokú účinnosť približne 98 až 99 % [1]. Sú použiteľné pre maximálne výkony 50 až 100 MW a obvodové

rýchlosti  $150 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  [1]. Vyznačujú sa vysokou spoľahlivosťou a životnosťou, nízkymi požiadavkami na údržbu, a taktiež je možné ich krátkodobo preťažiť [1]. Nevýhodou môže byť náročnosť výroby ozubených kolies, ktorá kladie vysoké nároky na presnosť a predstavuje zložitú problematiku vyžadujúcu vysokú úroveň poznania a skúseností. Podľa [2] dokonca dosahovaná úroveň kvality ozubených kolies odzrkadľuje celkovú technickú úroveň daného regiónu či krajiny. Nízka kvalita ozubených prevodov spôsobuje zvýšenú úroveň vibrácií a hluku, k čomu prispieva tuhá väzba medzi kolesom a hriadeľom, ktorá neumožňuje tlmenie rázov a dynamického zaťaženia. Nevýhodou môže taktiež predstavovať nemožnosť jednoducho dosiahnuť ľubovoľný prevodový pomer z dôvodu nutnosti celočíselného počtu zubov. [1]

### 1.3 ROZDELENIE OZUBENÝCH KOLIES

Ozubené prevody je možné rozdeliť podľa viacerých kritérií [1]:

Podľa tvaru krivky profilu zuba:

- evolventné,
- cykloidné,
- so zvláštnym tvarom krivky profilu.

Podľa tvaru bočnej krivky zubov:

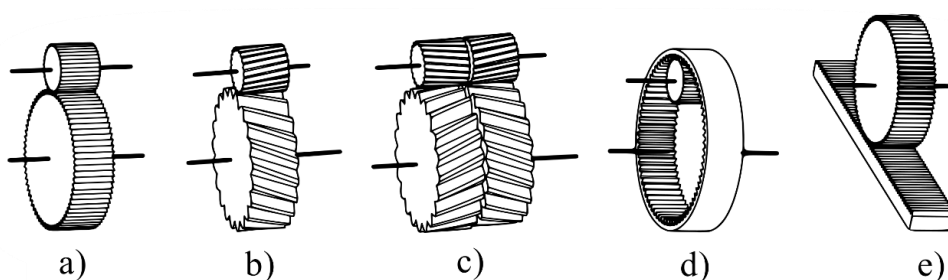
- s priamymi zubmi (viď obr. 1a),
- so šikmými zubmi (viď obr. 1b),
- so šípovými zubmi (viď obr. 1c),
- so zakrivenými zubmi,
- so skrutkovitými zubmi.

Podľa vzájomnej polohy osí kolies:

- s rovnobežnými osami,
- s rôznobežnými osami,
- s mimobežnými osami.

Podľa vzájomnej polohy kolies súkolesia:

- s vnútorným zubením (viď obr. 1d),
- s vonkajším ozubením (viď obr. 1a, b, c, e).



Obr. 1 Typy ozubených kolies. [2]

## 1.4 TERMINOLÓGIA A POPIS OZUBENÉHO KOLESA

Ozubené koleso je tvorené telesom ozubeného kolesa a ozubením. Ozubenie je tvorené zubmi, ktoré sú rovnomerne rozložené na vonkajšom obvode telesa ozubeného kolesa. Základné rozmery zubov a taktiež celého ozubeného kolesa, sú vymedzené niekoľkými súosovými valcovými plochami, ktorých spoločná os je zároveň osou celého ozubeného kolesa. Vonkajší priemer ozubeného kolesa je vymedzený hlavovou plochou. Hranica medzi telesom ozubeného kolesa a ozubením je tvorená pätnou plochou. Medzi týmito dvoma plochami sa nachádza rozstupová plocha, ktorá rozdeľuje zuby na dve časti nazývané hlava zuba a päta zuba. Hlava (päta) je časť zuba, ktorá sa vzhľadom k rozstupovej ploche nachádza smerom bližšie k hlavovej (pätnej) ploche. Šírku ozubeného kolesa vymedzuje vzdialenosť medzi čelnými plochami zubov, meraná na priamke rovnobežnej s osou ozubeného kolesa. Pravá a ľavá strana zuba sú vymedzené plochami na boku zuba. Plynulé napojenie zubov na teleso kolesa je zabezpečené prechodovými plochami. [4]

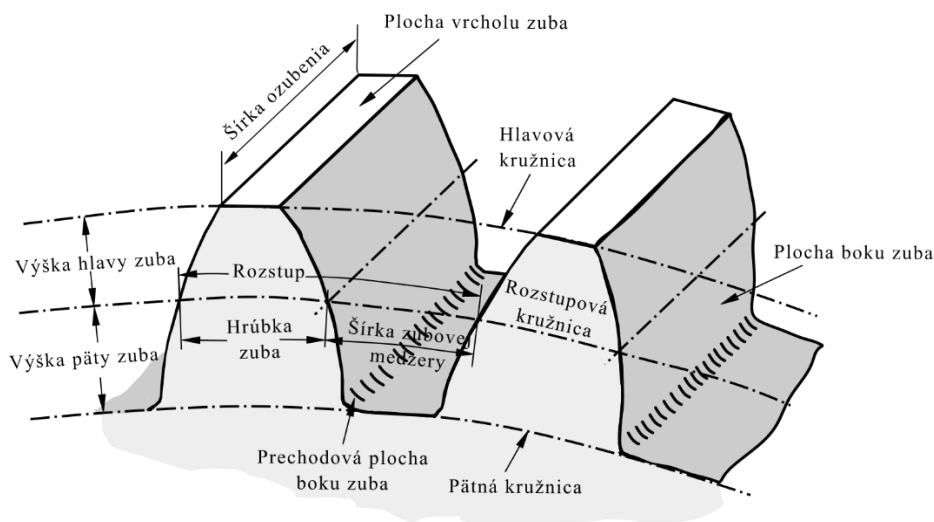
Oblúčková vzdialenosť medzi dvoma rovnako orientovanými bočnými plochami susedných zubov sa nazýva rozstup  $p$ . Voľný priestor nachádzajúci sa medzi jednotlivými zubami sa nazýva zubová medzera, ktorej oblúčková šírka je označená ako  $e$ . Šírka zuba meraná na oblúku má označenie  $s$ . Medzi týmito troma rozmermi platí vzťah:

$$p = s + e, \quad (1)$$

pričom rozstupovej kružnici zároveň platí, že:

$$s = e. [1] \quad (2)$$

Pre teoretický rozbor geometrie, kinematických a záberových vlastností ozubenia je využívaný normálový rez kolesom. Vyššie popisované súosové plochy sa v prípade čelných ozubených kolies s priamymi zubmi v normálovom reze javia ako kružnice [5]. Tieto kružnice sa nazývajú obdobne ako plochy, z ktorých vychádzajú (hlavová, pätná, rozstupová). Terminológiu spojenú s problematikou ozubených kolies podrobne popisuje norma ČSN 01 4602 [4]. Vyššie popísanú geometriu ozubeného kolesa graficky znázorňuje *Obr. 2*.



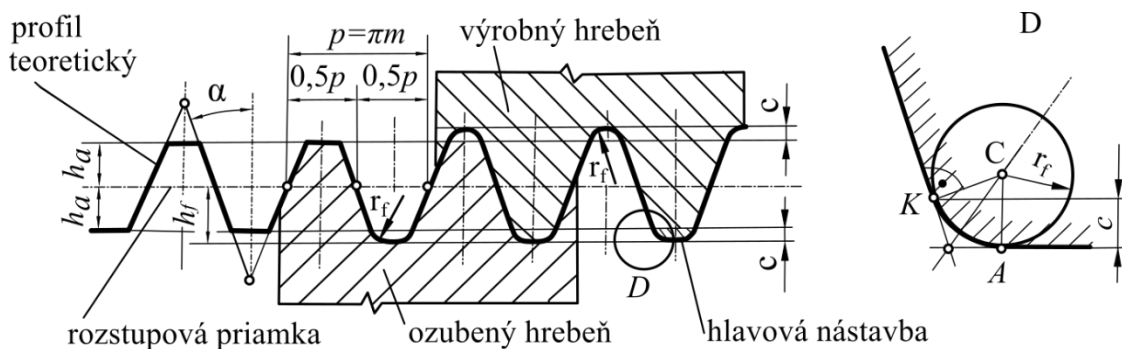
*Obr. 2* Názvoslovie čelného ozubeného kolesa [5].

## 1.5 NORMALIZÁCIA OZUBENIA A ZÁKLADÝ PROFIL OZUBENÉHO HREBEŇA

Aby bola zabezpečená správna funkcia ozubeného kola, musí ozubenie pozostávať z celočíselného počtu zubov rovnomerne rozmiestnených na vonkajšom obvode telesa kola. Rozstupovú kružnicu je možné si predstaviť ako kružnicu, ktorá je zložená z viacerých segmentov. Počet segmentov je rovný počtu zubov kola a dĺžka jedného segmentu tvoriaceho rozstupovú kružnicu zodpovedá veľkosti rozstupu  $p$  (viď Obr. 3). Dĺžka rozstupu sa volí ako celočíselný násobok čísla  $\pi$  a platí vzťah [1]:

$$p = \pi m, \quad (3)$$

kde  $m$  predstavuje modul ozubenia. Najmä z ekonomických a praktických dôvodov nastala v priebehu času potreba zjednotiť rozmery ozubených kolies a došlo k normalizácii hodnôt modulov. Normalizovanú radu modulov je možné nájsť v norme ČSN 01 4608, pričom je však pre automobilový priemysel uvedená výnimka, ktorá dovoľuje použitie modulov aj mimo normalizovanej rady [6]. Voľba modulu pre konkrétne ozubené koleso vychádza najmä z požiadaviek na jeho únosnosť a je výsledkom pevnostného výpočtu [1].



Obr. 3 Základný profil ozubeného hrebeňa. [1]

Podstatu normalizácie evolventného ozubenia tvorí základný profil ozubeného hrebeňa. Jeho geometria (viď Obr. 3) je tvorená profilom s nekonečným rozstupovým priemerom, vplyvom čoho dochádza k zmene kriviek profilu na priamky [2]. Sklon boku zubov voči kolmici na rozstupovú priamku je daný uhlom profilu  $\alpha$ . Pre rozmery ozubeného hrebeňa platia nasledujúce vzťahy:

$$h_a = m h_a^*, \quad (4)$$

$$c = m c^*, \quad (5)$$

$$h_f^* = c^* + h_a^*, \quad (6)$$

$$h_f = m h_f^*, \quad (7)$$

$$r_f = m r_f^*, \quad (8)$$

kde  $h_a$  resp.  $h_f$  označujú výšku hlavy resp. výšku päty zuba, symbol  $c$  označuje veľkosť radiálnej vôle a  $r_f$  označuje polomer zaoblenia hlavy výrobného nástoja.

Symbole s hviezdíčkou označujú súčinitele udávajúce pomer vyššie uvedených rozmerov k modulu ozubenia, pričom ich veľkosť je daná normou ČSN 01 4607 (resp. ekvivalentnou normou ISO 53):

$h_a^*$  - súčiniteľ výšky hlavy zuba (normalizovaná hodnota 1),

$c^*$  - súčiniteľ radiálnej vôle (normalizovaná hodnota 0,25),

$h_f^*$  - súčiniteľ výšky päty zuba (platí vzťah 6),

$r_f^*$  - súčiniteľ polomeru zaoblenia (normalizovaná hodnota 0,38) [7].

Pre uhol záberu profilu  $\alpha$  platí normalizovaná hodnota  $20^\circ$  [7].

Z normalizovaného tvaru základného profilu vychádza taktiež tvar ozubeného hrebeňa slúžiaceho pre výrobu ozubenia (obrážací hrebeň, skrutková fréza) [1]. Aby bol zabezpečený správny tvar prechodovej krivky v päte zuba, musí byť hlava výrobného nástroja zväčšená o veľkosť radiálnej vôle  $c$  a zaoblenie jej hrany musí mať polomer  $r_f$  [1]. Výhodou nástroja v tvare výrobného hrebeňa je možné vyrobiť ozubené koleso s ľubovoľným počtom zubov [1].

## 1.6 VÝPOČET ZÁKLADNÝCH ROZMEROV OZUBENÝCH KOLIES

Na počte zubov kolesa  $z$  a rozmeroch základného profilu ďalej závisia základné rozmery ozubených kolies. Medzi nich patrí priemer rozstupovej kružnice  $d$ , priemer hlavovej kružnice  $d_a$ , priemer pätej kružnice  $d_f$  a priemer základnej kružnice  $d_b$ :

$$d = mz, \quad (9)$$

$$d_a = d + 2h_a, \quad (10)$$

$$d_f = d - 2h_f, \quad (11)$$

$$d_b = d \cos \alpha. \quad (12)$$

Výšku zuba  $h$  je možné vypočítať ako [1]:

$$h = h_a + h_f = 0,5(d_a - d_f). \quad (13)$$

Dôležitým rozmerom je taktiež osová vzdialenosť  $a$ , predstavujúca vzdialenosť stredov otáčania hnacieho a hnaného kolesa. Jej veľkosť je možné vypočítať ako:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad (14)$$

pričom index 1 vyjadruje, že sa jedná rozstupový priemer pastorku a index 2 označuje príslušnosť tejto hodnoty k hnanému kolesu. Uvedený spôsob označovania hodnôt je ďalej využívaný celom texte tejto práce.



Šírku zuba na rozstupovej kružnici  $s$  je možné vypočítať nasledujúcim vzťahom:

$$s = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x + \tan \alpha \right), \quad (15)$$

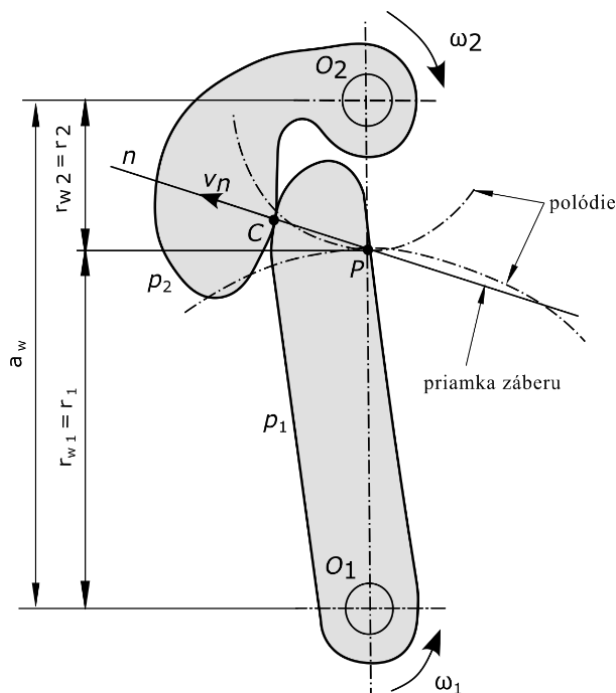
kde  $x$  vyjadruje jednotkové posunutie výrobného nástroja (viď podkapitola 1.8). Šírku zuba  $s_y$  pre ľubovoľný priemer  $d_y$  je možné vypočítať ako:

$$s_y = d_y \left( \frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_y \right). \quad (16)$$

Bližší popis matematickej funkcie  $\operatorname{inv}$  a vzťah pre výpočet uhla záberu  $\alpha_y$  v ľubovoľnej vzdialenosti od stredy otáčania kolesa je uvedený v podkapitole 1.11. [8]

## 1.7 TEÓRIA ROVINNÉHO OZUBENIA A ZÁKLADNÝ ZÁKON OZUBENIA

Obr. 4 znázorňuje rovinné profily  $p_1$  a  $p_2$  s dokonalo hladkým povrchom [5]. Stredy otáčania profilov sa nachádzajú v bodoch  $O_1$  a  $O_2$  [5] a vzájomný záber profilov vytvára medzi týmito dvoma bodmi kinematickú väzbu [1]. V bode dotyku  $C$  majú profily spoločnú normálu, pričom tá zároveň predstavuje nositeľkou síl, ktoré medzi nimi pôsobia [5]. Táto normála pretína spojnicu stredov otáčania profilov  $O_1$  a  $O_2$  v bode  $P$ , ktorý z hľadiska kinematiky predstavuje pól relatívneho pohybu. V teórii ozubenia je tento bod nazývaný ako „valivý bod“.



Obr. 4 Spoluzaberajúce profily. [1][6]

Aby bol dotyk profilov pri vzájomnom pohybe profilov neprerušovaný, musia byť normálové rýchlosti  $v_n$  oboch profilov v bode  $C$  zhodné [1]. Relatívny pohyb profilov je možno nahradiť vzájomným valením dvoch kriviek, tzv. „polódii“, ktoré sa dotýkajú v bode  $P$  [1]. Aby ozubený prevod spĺňal požiadavku na konštantný prevodový pomer, je nutné aby bola poloha valivého bodu  $P$  počas celého trvania pohybu nemenná [5]. To dokáže zabezpečiť voľba vhodného tvaru

profilu, pričom sa takýto profil nazýva „zdužený profil“. V súčasnej praxi je pre tvorbu ozubenia najčastejšie používaný zdužený profil v tvare evolventy [5]. Polódie zdužených profilov sú tvorené kružnicami s polomerami  $r_{w1}$  a  $r_{w2}$  [1] a v prípade, že sa jedná o nekorigované ozubenie sú zhodné s rozstupovými kružnicami [5]. Spoločná normála profilov v bode dotyku sa v prípade evolventných profilov nazýva „priamka záberu“ [5].

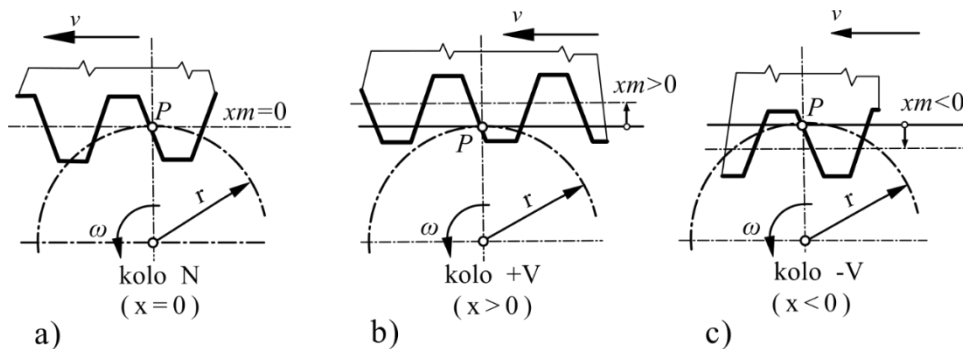
Pre prevodový pomer evolventného ozubenia platí vzťah [5]:

$$i = \frac{|O_1P|}{|O_2P|} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1}, \quad (17)$$

kde symbol  $\omega$  predstavuje uhlovú rýchlosť, symbol  $n$  počet otáčok kolesa za minútu a  $M$  vyjadruje veľkosť točivého momentu pôsobiaceho na dané koleso.

## 1.8 KOREKCIA OZUBENIA

Pri výrobe ozubenia dochádza k odvalovaniu profilov výrobného hrebeňa a vyrábaného ozubného kolesa. Valivá polódia vyrábaného kolesa je vždy tvorená jeho rozstupovou kružnicou [1]. Valivá polódia výrobného profilu môže nadobúdať rôzne polohy, pričom platí, že je vždy rovnobežná s jeho rozstupovou priamkou a v bode P sa dotýka rozstupovej kružnice kolesa (viď Obr. 5).

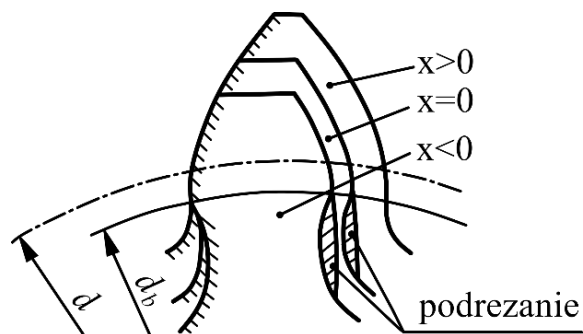


Obr. 5 a) koleso nekorigované (N), b) kladná korekcia (+V), c) záporná korekcia (-V). [1]

Základnou (nominálnou) polohou sa nazýva stav, kedy je polódia zhodná s rozstupovou priamkou výrobného profilu [2]. Pri takejto konfigurácii je posunutie výrobného nástroja nulové a vzniká nekorigované ozubené koleso označované N [1] (viď Obr. 5a). V prípade posunutia výrobného nástroja vzniká korigované ozubené koleso označované V [1]. Ak je nástroj posunutý v radiálnom smere bližšie k stredu ozubného kolesa je radiálne posunutie  $u$  záporné a koleso je označované ako  $-V$  [1] (viď Obr. 5c). V opačnom prípade je radiálne posunutie  $u$  kladné a jedná sa o koleso  $+V$  [1] (viď Obr. 5b). Veľkosť radiálneho posunutia  $u$  je možné stanoviť ako násobok modulu:

$$u = xm, \quad (18)$$

pričom  $x$  predstavuje bezrozmerný súčiniteľ posunutia (jednotkové posunutie). Pre kolesá  $V+$  je jeho hodnota kladná a pre kolesá  $V-$  je hodnota záporná [1]. Kladné jednotkové posunutie spôsobuje zväčšenie šírky zuba na rozstupovej kružnici a naopak (viď Obr. 6). [2]



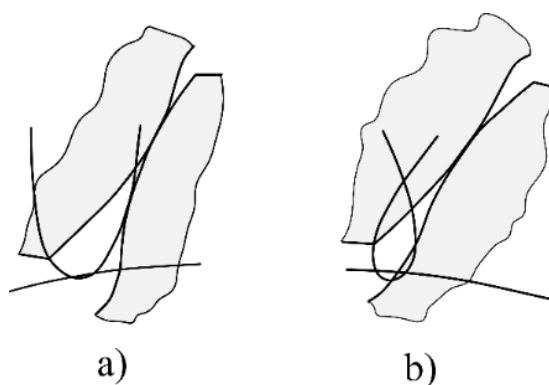
Obr. 6 Vplyv korekcie na tvar zuba. [1]

Súkolesia sa nazývajú v závislosti na súčte jednotkových posunutí ich kolies ako nekorigované N ( $x\Sigma=x_1=x_2=0$ ), jednoducho korigované VN ( $x\Sigma=0, x_1=-x_2$ ) a obecné korigované VN ( $x\Sigma=x_1+x_2\neq 0$ ). [5]

## 1.9 INTERFERENCIA A PODREZANIE PÄTY ZUBA

Pri vyšetovaní relatívneho pohybu teoretických profilov ozubených kolies môže v závislosti na geometrických pomeroch nastať interferencia, čiže situácia, pri ktorej dochádza k vzájomnému vnikaniu profilov [5]. K interferencii typicky dochádza v päte zuba, na prechodovej krivke ležiacej mimo záberu združených profilov [5]. V určitých prípadoch však môže interferencia zasahovať až do aktívnej časti evolventy podieľajúcej sa na zábere [1].

Pri výrobe skutočného ozubenia odvaľovacím spôsobom dochádza v mieste interferencie k vzniku tzv. podrezania, teda odobratiu materiálu hlavou výrobného nástroja [1]. S výnimkou ozubených kolies, pri ktorých nie je dôležitou vlastnosťou ich pevnosť, je podrezanie zubov nepriaznivým javom [2]. Okrem potenciálneho skrátenia aktívnej časti evolventy dochádza tiež k oslabeniu zuba v mieste jeho votknutia a zníženiu ohybovej pevnosti [1].

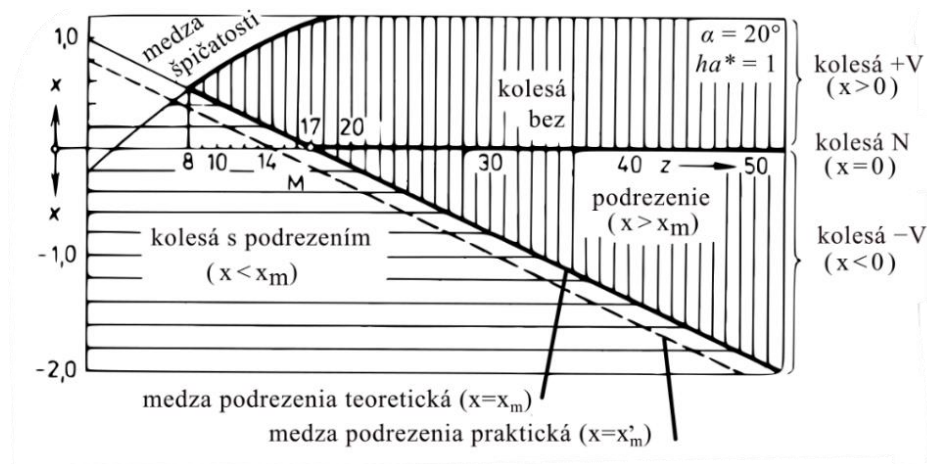


Obr. 7 a) bez interferencie, b) s interferenciou [1]

Z geometrie relatívneho pohybu výrobného nástroja a ozubeného kola je možné matematicky vyjadriť obecnú podmienku vzniku podrezania [1]:

$$\frac{z}{2} \sin^2 \alpha \geq h_a^* - x. \quad (19)$$

Z vyššie uvedenej podmienky plynie, že veľkosť podrezania závisí na  $z$ ,  $\alpha$ ,  $h_a^*$  a  $x$ . Keďže uhol záberu  $\alpha$  a súčiniteľ veľkosti hlavy zuba  $h_a^*$  sú normalizované hodnoty, štandardne sa pre zamedzenie podrezania používa zvýšenie počtu zubov alebo korekcia ozubenia v kladnom smere. Zo vzťahu 19 je možné vyjadriť hodnotu minimálneho súčiniteľa posunutia  $x_{min}$ , alebo hodnotu minimálneho počtu zubov  $z_{min}$  [1], pri ktorých nedôjde k vzniku podrezania. Spojením týchto dvoch podmienok je možné zostaviť graf (viď Obr. 8) znázorňujúci hranicu vzniku podrezania v závislosti na počte zubov a zvolenom súčiniteli posunutia. V špeciálnych prípadoch je možné zamedziť vzniku podrezania aj zmenou parametrov  $\alpha$  a  $h_a^*$ . Nevýhodou je v tomto prípade zvýšenie nákladov z dôvodu nutnosti použitia nenormalizovaného výrobného nástroja [5].



Obr. 8 Diagram  $x$ - $z$ . [1]

## 1.10 TRVANIE ZÁBERU

Obr. 9 znázorňuje základné geometrické rozmery súvisiace so záberovými pomermi. Dĺžka úsečky  $g_a$  ležiacej na priamke záberu, vymedzená priesečníkmi tejto priamky s hlavovými kružnicami kolies (body A a B) sa nazýva „dráha záberu“. Valivý bod P túto úsečku ďalej delí na dráhu nábehu  $g_f$  a dráhu výbehu  $g_a$ . Pomer dráhy záberu a veľkosti základného rozstupu sa nazýva „súčiniteľ záberu profilu“ a je ho možné vyjadriť ako [5]:

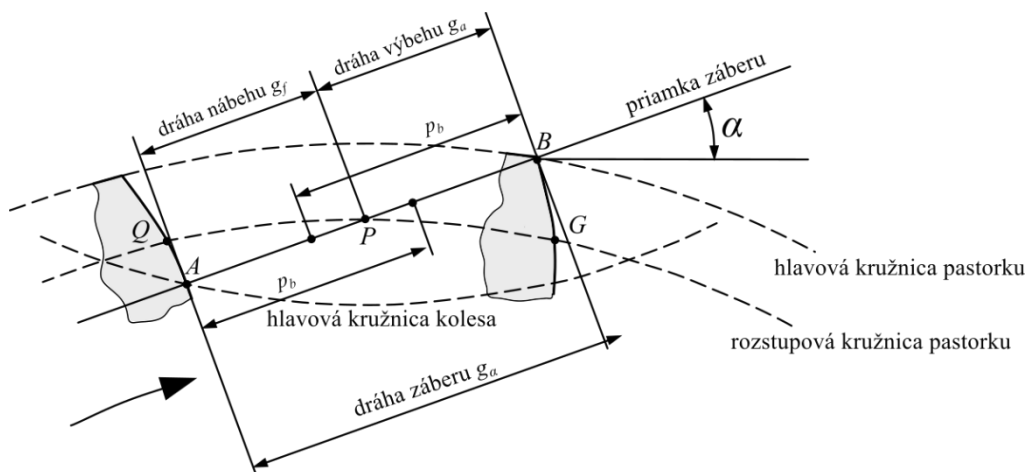
$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2a \sin \alpha}{2\pi m \cos \alpha} \quad (20)$$

Symbol  $p_b$  označuje základný rozstup, ktorý je možné vyjadriť ako [5]:

$$p_b = p \cos \alpha. \quad (21)$$

Súčiniteľ záberu profilu vyjadruje priemerný počet párov zubov, ktoré sú počas otáčania ozubených kolies v jednom okamihu v zábere. V prípade, že sa jedná o celočíselnú hodnotu, je v stálom zábere počet párov zubov rovný súčiniteli záberu. V prípade neceločíselnej hodnoty súčiniteľa záberu sa počet párov zubov v zábere strieda medzi najbližším nižším a vyšším celým číslom. Čím je hodnota  $\varepsilon_\alpha$  bližšia jednému z týchto celých čísel, tým je pomerná doba záber tohto počtu zubov dlhšia.

Aby bol záber ozubených kolies plynulý a nedochádzalo k rázom, odporúča sa aby, súčiniteľ záberu profilu nadobúdal hodnotu minimálne 1,2. Prípadné montážne nepresnosti môžu totiž jeho hodnotu mierne znížiť. [5]



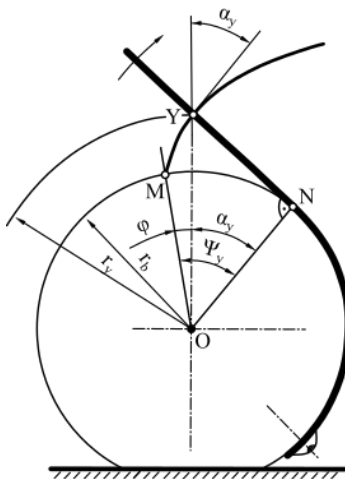
Obr. 9 Trvanie záberu – geometria. [5]

## 1.11 KRIVKY TVORIACE PROFIL ZUBA

Profil zuba je tvorený dvoma plynulo na seba nadväzujúcimi krivkami. Aktívna časť profilu je tvorená evolventou a prechod v päte zuba je tvorený krivkou nazývanou trochoida. Nasledujúci text sa zaoberá matematickým popisom týchto dvoch kriviek.

### 1.11.1 EVOLVENTA

V prípade evolventného ozubenia tvorí aktívnu časť profilu zuba krivka nazývaná evolventa. Evolventa vzniká ako trajektória bodu priamky, pri jej valení po nehybnej kružnici nazývanej evolúta. V prípade ozubených prevodov je evolúta krivky profilu zuba základná kružnica ozubeného kolesa s priemerom  $d_b$  (respektíve polomerom  $r_b$ ) [1].



Obr. 10 Tvorba evolventy. [1]

Geometrická konštrukcia evolventy je znázornená na *obr. 9*. Pre geometriu tejto krivky platia nasledujúce pravidlá [2]:

- normála každého bodu evolventy je dotyčnicou k evolúte (základnej kružnici),
- polomer krivosti evolventy  $\rho_Y$  v bode Y je rovný dĺžke úsečky  $\overline{YN}$ ,
- veľkosť úsečky  $\overline{YN}$  je rovná oblúkovej vzdialenosti  $\widehat{MN}$ .

Ostrý uhol  $\alpha_y$  medzi priesečníkom normály evolventy v jej ľubovoľnom bode Y a spojnicou tohto bodu so stredom základnej kružnice sa nazýva *uhol profilu*. Uhol  $\Psi_y$  medzi spojnicou bodov  $\overline{OM}$  a kolmicou na normálu evolventy  $\overline{ON}$  sa nazýva *uhol odvalu*. Posledným dôležitým uhlom je *polohový uhol*  $\varphi$ , vymedzený úsečkou  $\overline{OM}$  prechádzajúcou počiatkom evolventy a sprievodičom  $\overline{OY}$  s polomerom  $r_y$ . [1]

Vzťah medzi vyššie popísanými uhlami možno matematicky vyjadriť ako [2]:

$$\varphi = \Psi_y - \alpha_y. \quad (22)$$

Ďalej pre geometriu evolventy platia nasledujúce vzťahy [2]:

$$\varphi = \text{inv } a_y, \quad (23)$$

$$\text{inv } a_y = \tan \alpha_y - \alpha_y, \quad (24)$$

$$a_y = \arccos \frac{r_b}{r_y}, \quad (25)$$

kde funkcia *inv* tvorí väzbu medzi polohovým uhlom  $\varphi$  a uhlom profilu  $\alpha_y$ . Jedná sa o špeciálnu matematickú funkciu používanú pri riešení geometrických úloh týkajúcich sa evolventy [1]. Pomocou vzťahov 23, 24 a 25 je možné vyjadriť parametrický popis evolventy v polárnom súradnicovom systéme s počiatkom v bode O (vid' *Obr. 10*). Pre praktickú časť tejto práce je ale taktiež významný parametricky popis evolventy v kartézskom súradnicovom systéme. Ten bolo možné nájsť v literatúre [9], vyjadrený v závislosti na uhle odvalu:

$$x(\Psi) = r_b(\cos \Psi + \Psi \sin \Psi), \quad (26)$$

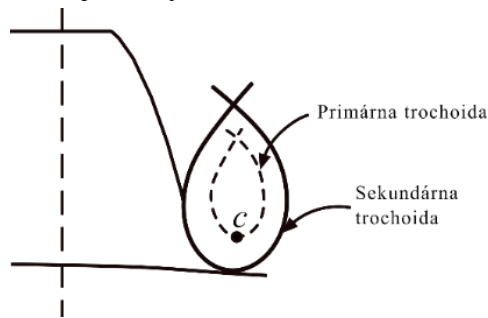
$$y(\Psi) = r_b(\sin \Psi - \Psi \cos \Psi). \quad (27)$$

S využitím prechádzajúcich dvoch vzťahov a krivkového integrálu je taktiež možné vyjadriť vzťah pre dĺžku evolventy ako:

$$l = \frac{1}{2} r_b (\Psi_{max}^2 - \Psi_{min}^2). \quad (28)$$

### 1.11.2 TROCHOIDA

Prechod medzi časťou profilu zuba tvorenou evolventou a telesom kolesa predstavuje krivka nazývaná trochoida. Táto krivka vzniká ako dôsledok valivého pohybu profilu výrobného nástroja po evolventnom boku zuba. Sledovaním pohybu bodu C (viď Obr. 11) v strede krivosti zaoblenia hrany, na hlave zuba výrobného nástroja, je možné získať parametrický popis primárnej trochoidy. Sekundárna trochoida predstavuje jej ekvidistantu a popisuje dráhu bodu nachádzajúceho sa na začiatku zaoblenia hlavy výrobného nástroja. Pohybom tohto bodu dochádza k vytvoreniu prechodovej krivky.



Obr. 11 Primárna a sekundárna trochoida. [9]

Metóda uvedená v zdroji [9] využíva pre parametrické vyjadrenie sekundárnej trochoidy niekoľko po sebe nasledujúcich krokov. Prvým krokom je vyjadrenie súradníc bodu  $X_{CO}$  a  $Y_{CO}$  v strede zaoblenia hrany na hlave zuba výrobného nástroja (viď obr. 12):

$$X_{CO} = ((h_a + u) + r_t(\sin(\alpha) - 1)) \tan(\alpha) + r_t \cos(\alpha) - Pr \sec(\alpha) + \frac{\pi m}{4}, \quad (29)$$

$$Y_{CO} = r_t + r_f, \quad (30)$$

kde  $Pr$  vyjadruje veľkosť podrezania (viď obr. 12). Druhým krokom je vyjadrenie súradníc primárnej trochoidy  $apx$  a  $apy$  v závislosti na uhle  $\theta$  a výpočet uhla  $V$ :

$$apx = Y_{CO} \sin(\theta) + (X_{CO} - r\theta) \cos(\theta), \quad (31)$$

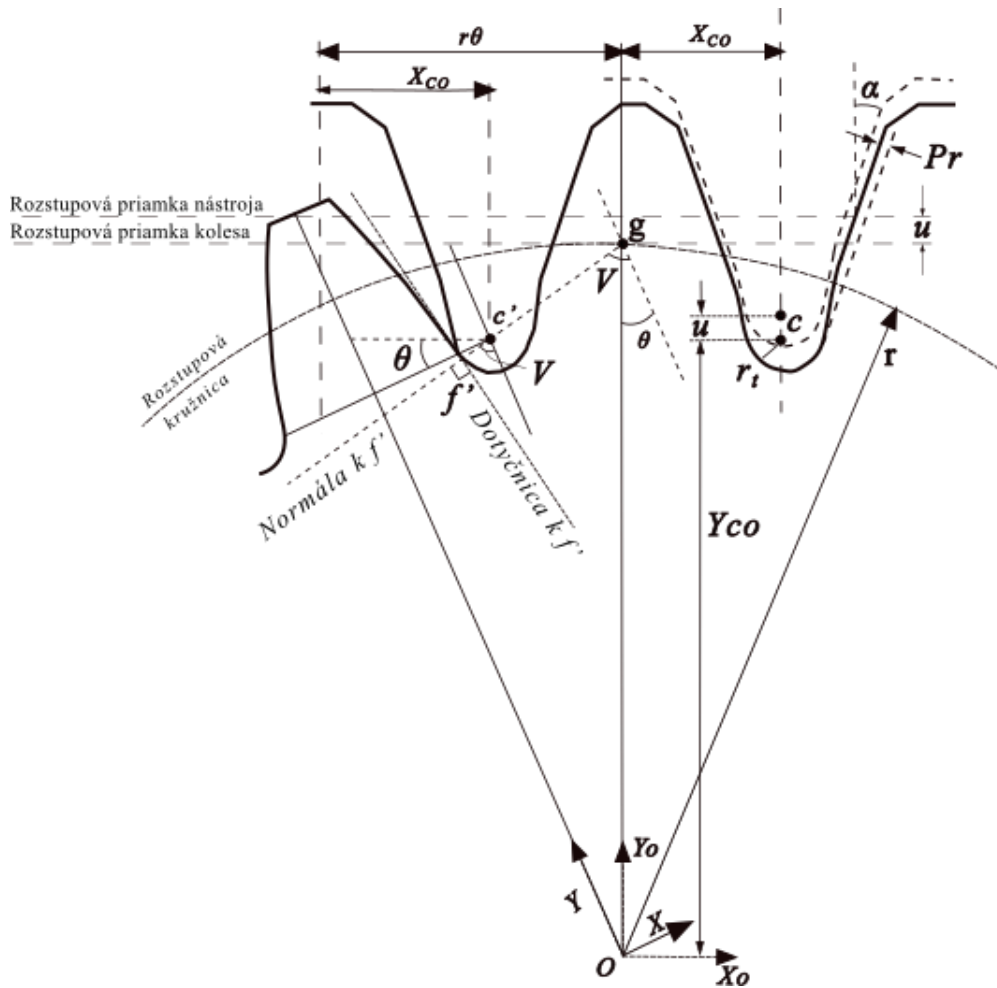
$$apy = Y_{CO} \sec(\theta) + (r\theta - Y_{CO} \tan(\theta) - X_{CO}) \sin(\theta), \quad (32)$$

$$V = \tan^{-1} \left( \frac{r\theta - X_{CO}}{r - Y_{CO}} \right) + \theta. \quad (33)$$

Posledným krokom je výpočet súradníc  $afx$  a  $afy$  sekundárnej trochoidy:

$$afx = apx - r_t \sin(V), \quad (34)$$

$$afy = apy - r_t \cos(V). \quad (35)$$



Obr. 12 Tvorbe prechodovej krivky - trochoidy. [9]

## 1.12 SILOVÉ POMERY

Keďže ozubené prevody slúžia na prenos výkonu, je nutné sa zaoberať okrem vyššie popisovaných kinematických pomerov aj silovými pomermi v ozubení. Ako už bolo skôr uvedené (viď podkapitola 1.7), medzi spoluzaberajúcimi zubmi dochádza vo valivom bode P k dotyku, pričom nositeľkou normálovej sily  $F$  pôsobiacej medzi týmito zubmi je priamka záberu (viď obr. 12).

Obr. 12b zobrazuje uvoľnenie čelného ozubeného súkolesia s priamymi zubmi. Z tretieho Newtonovho zákona vyplýva, že normálová sila pôsobiaca na zub pastorka je v rovnováhe s normálovou silou pôsobiacou na zub kola. Silu  $F$  je možné ďalej rozložiť na obvodovú zložku  $F_t$  a radiálnu zložku  $F_r$  pomocou vzťahov [5]:

$$F_t = F \cos \alpha, \quad (36)$$

$$F_r = F \sin \alpha. \quad (37)$$



Točivý moment (viď obr. 13c) na hriadeli, je v rovnováhe s obvodovou zložkou sily na ramene o veľkosti rozstupového polomeru kolesa, a preto platí že [5]:

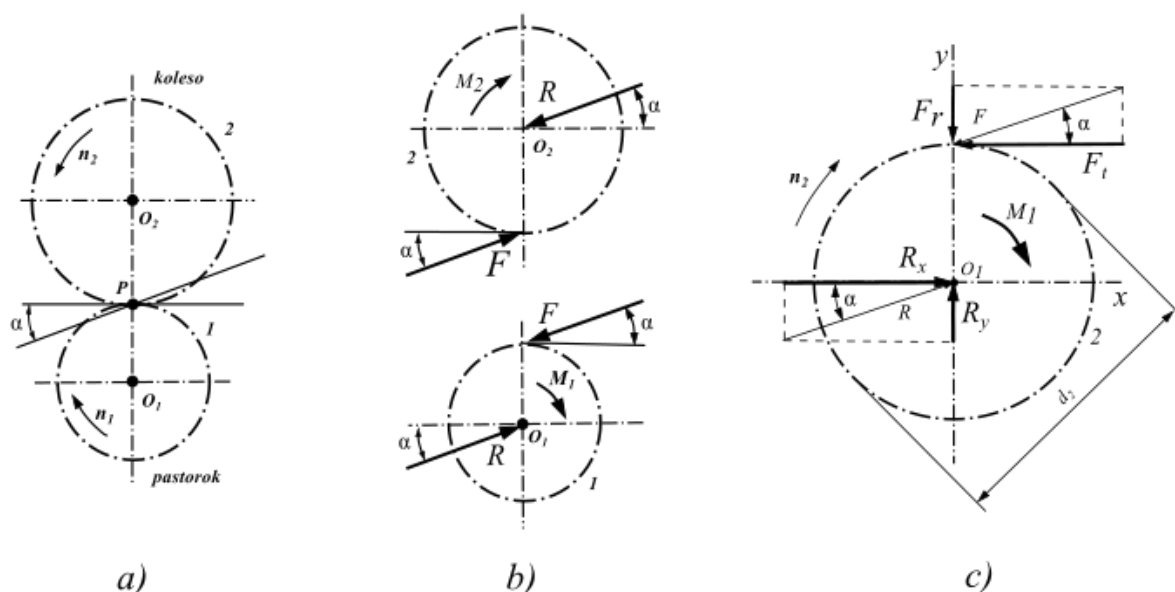
$$M_1 = F_t \frac{d_1}{2}, \quad (38)$$

respektíve

$$M_2 = F_t \frac{d_2}{2}. \quad (39)$$

Hriadel' pastorku resp. kolesa je namáhaná väzbovou silou  $R$ , ktorá je vždy v rovnováhe s normálovou silou  $F$  pôsobiacou na zub daného ozubeného kolesa. Výkon  $P$  prenášaný súkolesím je možné vyjadriť ako:

$$P = M\omega. \quad (40)$$



Obr. 13 Silové pomery v čelnom ozubenom súkolesí s priamymi zubmi. [5]

Popis síl pôsobiacich v ozubení uvedený v tejto podkapitole uvažuje statické pôsobenie osamelých síl pôsobiacich v strede šírky ozubenia bez uvažovania trenia. Jedná sa o zjednodušený prístup, ktorý je ale v štandardne využívaný pre pevnostný výpočet ozubenia a určovanie veľkosti reakčných síl v mieste uloženia kolies. [10]

V skutočnosti na zuby pôsobí spojité líniové zaťaženie na celej šírke línie, v ktorej sa dotýkajú spoluzaberajúce zuby. Pôsobisko tohoto zaťaženia sa pri otáčaní kolies posúva pozdĺž bočnej krivky aktívneho profilu zuba a v prípade súčasného záberu viacerých párov zubov dochádza k jeho rozloženiu medzi tieto páry. Oproti uvedenému teoretickému prípadu, ktorý zahŕňa iba silu spôsobenú krútiacim momentom, je skutočné zaťaženie vyššie.

Zvýšenie reálneho silového zaťaženia spôsobujú nasledujúce vplyvy:

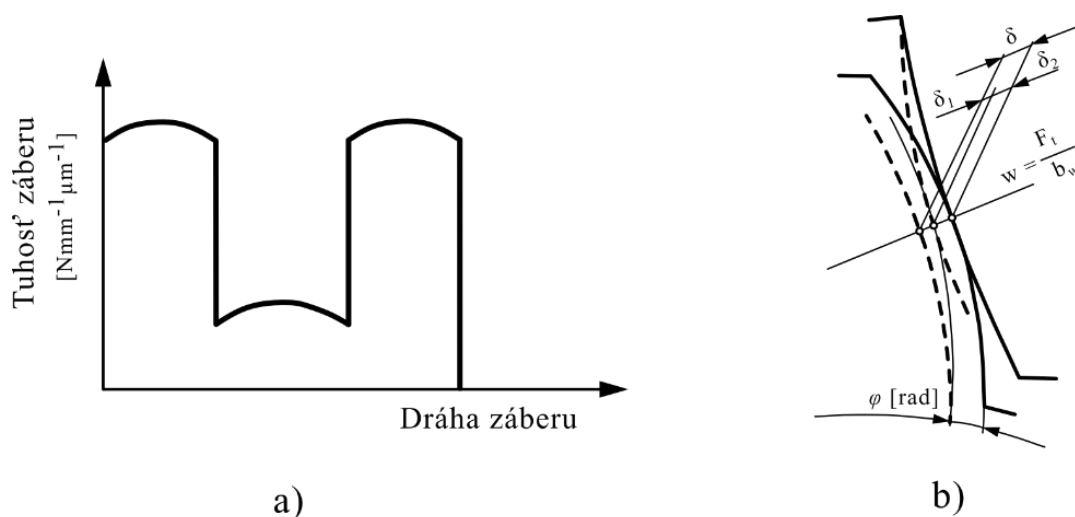
- vonkajšie dynamické zaťaženie (nerovnomernosť chodu hnacieho a pracovného stroja),
- vnútorné dynamické zaťaženie (poddajnosť a nepresnosť geometrie zubov),
- nerovnomernosť zaťaženia po šírke zuba (deformácie kolies, hriadeľov, ložísk, skrine),
- nerovnomernosť zaťaženia jednotlivých párov zuba (deformácia a nepresnosť tvaru zubov).

V praktickom výpočte sa pre zahrnutie týchto vplyvov využívajú súčinitele upravujúce veľkosť teoretického zaťaženia. [11]

### 1.13 DEFORMÁCIE A TUHOŠŤ OZUBENÝCH KOLIES

Tuhosť ozubenia je z hľadiska deformácie zubov veľmi dôležitým parametrom, [11] ktorý vyjadruje pomer šírkového zaťaženia zuba  $w$  a celkovej deformácie zubov  $\delta$  v smere priamky záberu [8]. Hodnota celkovej tuhosti ozubenia kolíše v závislosti na vzájomnej polohe kolies. Kolísanie tuhosti ozubenia spôsobuje vznik prídavného dynamického zaťaženia, vibrácií a hluku v ozubených prevodoch [8].

Typický priebeh celkovej tuhosti ozubenia pre kolesá s priamym čelným ozubením znázorňuje graf na Obr. 14a. Celková tuhosť kolíše v závislosti na tom, koľko párov zubov je v danom momente v zábere. Pomer medzi maximálnou a minimálnou tuhosťou záberu je v prípade priameho ozubenia rovný približne dvom.



Obr. 14 a) priebeh celkovej tuhosti v závislosti dráhe [8], b) deformácia zubov v zábere [11].

Na obrázku Obr. 14b je znázornená deformácia zubov v zábere. V dôsledku zaťaženia sa zuby deformujú do stavu znázorneného čiarkovanou čiarou, pričom dôjde k vychýleniu oboch kolies od polohy, v ktorej by sa mali teoreticky nachádzať o uhol  $\varphi$ . Celková deformácia  $\delta$  pozostáva z ohybovej a šmykovej zložky deformácie, deformácie v mieste votknutia a dotykovej deformácie. [10]

Merná záberová tuhosť jedného páru zubov  $c'$  vyjadruje veľkosť sily, ktorou je nutné pôsobiť na zub kolesa s hrúbkou 1 mm, aby sa deformoval o 1  $\mu\text{m}$  v smere záberovej priamky. Jej hodnotu je možné vyjadriť ako [8]:

$$c' = \frac{w}{\delta} = \frac{F_t}{b_w \delta'} \quad (41)$$

kde  $b_w$  označuje dotykovú šírku zubov ozubených kolies v zábere. Deformáciu zubov v smere záberovej priamky  $\delta$  je možné vyjadriť ako [8]:

$$\delta = \varphi \frac{d_b}{2}. \quad (42)$$

Z dôvodu zložitého tvaru zuba je teoretické určenie hodnoty záberovej tuhosti analytickým výpočtom pomerne zložitou úlohou, ktorou sa v priebehu času zaoberala mnoho výskumných prác. Pre stanovenie týchto hodnôt je ale taktiež možné využiť experimentálne meranie alebo metódu konečných prvkov. Postup pre analytický odhad hodnoty  $c'$  využívaný normami ISO je možné nájsť napríklad v literatúre [8] a [11].

## 2 CHYBA PREVODU

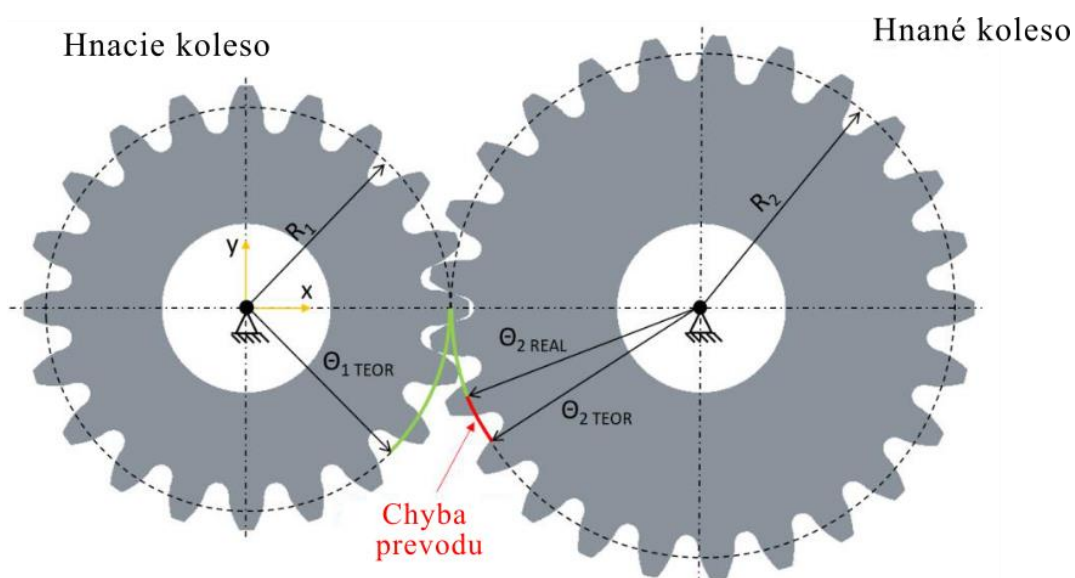
Teória ozubených prevodov predpokladá dokonalý tvar evolventného profilu zuba a uvažuje ozubené kolesá ako dokonalo tuhé telesá. Uhol natočenia hnaného kolesa by bol v tomto prípade závislý iba na natočení pastorku a prevodovom pomere [12], pričom by pri zábere kolies nedochádzalo k vzniku vibrácií [13]. V realite sú však ozubené kolesá poddajnými deformovateľnými telesami, s nedokonalou geometriou ovplyvnenou výrobnými nepresnosťami. Deformácie zubov plynú z premenlivej tuhosti záberu závislej na aktuálnom počte zubov v zábere a výrobných nepresnostiach, ako sú odchýlky tvaru profilu a odchýlky rozstupu medzi zubmi. Tieto deformácie spôsobujú zmenu polohy hnaného kolesa od polohy, v ktorej by sa malo teoreticky nachádzať [14], čo následne vedie k vzniku vibrácií [13].

Rozdiel medzi teoretickou polohou a reálnou polohou hnaného kolesa vyjadruje chyba prevodu (z anglického názvu Transmission Error) [14]. Tento pojem zaviedli v 50. rokoch dvadsiateho storočia Gregory, Harris a Munro v [15] a [16]. Chybu prevodu možno vyjadriť viacerými spôsobmi. Prvou možnosťou je vyjadriť chybu prevodu ako uhlovú odchýlku hnaného kolesa od jeho teoretickej polohy danej natočením pastorku [13]. Omnoho používanejším je vyjadrenie chyby prevodu, ako dĺžky oblúku na rozstupovej alebo základnej kružnici (vzdialenosť na priamke záberu) [13]. Výhodou tohto druhu vyjadrenia je možnosť porovnať chybu prevodu nezávisle na module a počte zubov kolies [13]. Tá nadobúda pre kolesá rovnakej kvality porovnateľné hodnoty nezávisle na ich rozmeroch [13].

V praktickej časti tejto práce je využité vyjadrenie chyby prevodu v zmysle oblúkovej dĺžky na valivej kružnici hnaného kolesa (viď Obr. 15). Pre výpočet takto vyjadrenej chyby prevodu  $TE$  je možné použiť vzťah:

$$TE = \theta_{R1}r_1 - \theta_{R2}r_2, \quad (43)$$

kde  $\theta_{R1}$  resp.  $\theta_{R2}$  vyjadruje natočenie pastorku, respektíve hnaného kolesa a  $r_1$  resp.  $r_2$  vyjadrujú polomer rozstupovej kružnice príslušného ozubeného kolesa.



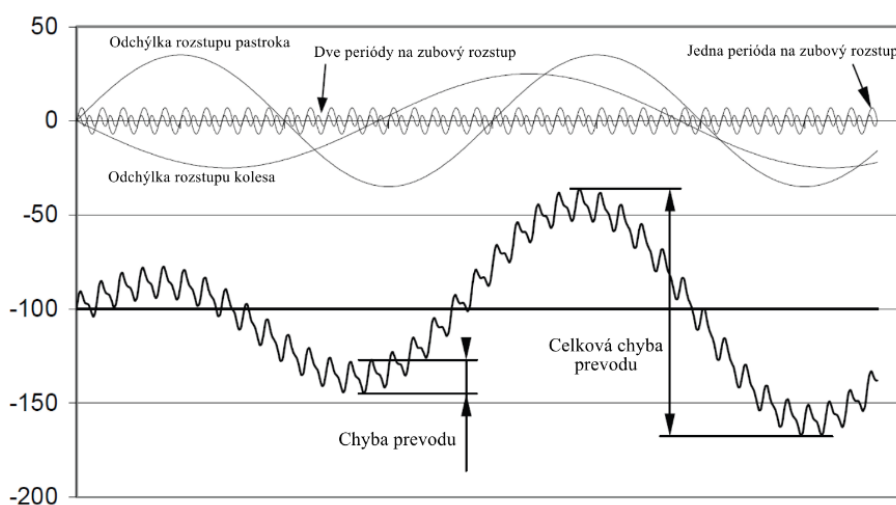
Obr. 15 Chyba prevodu. [17]

Na obr. 16 je znázornený typický priebeh hodnôt odchýlky koleša od jeho teoretickej polohy získaný meraním a taktiež jeho dekompozícia na jednotlivé zložky. Ďalej je na obrázku vyznačená „celková chyba prevodu“ a „chyba prevodu“. Tieto pojmy je možné slovné zadefinovať nasledujúcim spôsobom.

- **Celková chyba prevodu** vyjadruje veľkosť odchýlky koleša od teoretickej polohy počas jednej otáčky pastorka, alebo hnaného koleša. Táto hodnota je ovplyvnená najmä chybou rozstupu a excentricitou kolies.
- **Chyba prevodu** vyjadruje veľkosť odchýlky koleša od teoretickej polohy na dĺžke jedného zubového rozstupu pastorka.

Chyba prevodu je namodulovaná na priebeh odchýlky plynúcej z nedokonalého rozstupu zubov a jej hodnoty sú násobne menšie. Keďže väčšina hluku generovaného ozubením sa prejavuje na frekvencii záberu ozubenia a jej harmonických frekvenciách, je chyba prevodu všeobecne považovaná za hlavný zdroj hluku ozubenia. Preto sa väčšina výskumných prác zameriava práve jej stanovením a možnosťami jej minimalizácie. [18]

Veľkosť chyby prevodu je premenná a závisí na aktuálnej vzájomnej polohe zubov pastorka a hnaného koleša. Pre vyjadrenie chyby prevodu jedným parametrom je preto využívaný rozdiel medzi jej minimálnou a maximálnou hodnotou, teda peak-to-peak hodnota (PTP-STE). [19]



Obr. 16 Typický priebeh chyby prevodu a jej zložky. [23]

S narastajúcou komplexnosťou vplyvov na odchýlku od teoretickej polohy kolies sa chyba prevodu delí na:

- kinematickú chybu prevodu (KTE),
- statickú chybu prevodu (STE),
- dynamickú chybu prevodu (DTE). [19]

Priebeh *kinematickej chyby prevodu* berie do úvahy vplyv odchýlok od dokonalého tvaru zubov súvisiacich s technológiou výroby kolies. Tento druh chyby prevodu sa meria pri nízkych otáčkach v nezaťaženom stave (prípadne s veľmi nízkou mierou zaťaženia). Všeobecne sa chyba prevodu vzťahuje k dvom ozubeným kolesám v zábere. Špeciálnym prípadom

kinematickej chyby prevodu je tzv. výrobná chyba prevodu, ktorá skúma individuálny príspevok odchýlok iba jedného z kolies [19]. Pastorkom je v tomto prípade špeciálne hnacie koleso tzv. master gear, pričom metodiku jej merania bližšie popisuje norma ČSN 1328-1 [20].

Meranie *statickej chyby prevodu* prebieha pri zaťažení zubov točivým momentom a nízkych otáčkach, ktoré vylučujú vplyv dynamických účinkov. Priebeh zahŕňa vplyv deformácii zubov vzhľadom k telesu kolesa, deformácie v kontakte zubov a zároveň deformácie všetkých ďalších súčastí systému ako sú hriadele, ložiská a skriňa prevodovky [19].

Najkomplexnejšou a zároveň najviac relevantnou pre predikciu hluku ozubených prevodov je *dynamická chyba prevodu* [18]. Jej meranie prebieha pri plnom zaťažení a prevádzkových otáčkach a teda zahŕňa aj vplyvy zotrvačných účinkov kolies, prípadne celého systému prevodovky [19]. Stanovenie dynamickej chyby prevodu, či už meraním, alebo výpočtom je najnáročnejšie [19]. Zdrojom budenia dynamických síl ale naďalej ostáva premenná tuhosť záberu súvisiaca so statickou chybou prevodu a preto platí, že zníženie hodnôt STE zároveň prináša zníženie DTE a hluku ozubeného prevodu [19].

## 2.1 MOŽNOSTI STANOVENIA CHYBY PREVODU

Chybu prevodu je možné stanoviť technickým experimentom, alebo je možné odhadnúť jej hodnoty pomocou matematických modelov rôznych úrovní. Keďže experimentálne stanovenie chyby prevodu je proces náročný z technického, finančného aj časového hľadiska, prevláda v dnešnej dobe snaha naplno využiť možnosti výpočtovej techniky, a tým čo najviac zvýšiť efektivitu vývojovej práce.

### 2.1.1 VÝPOČTOVÉ METÓDY

Pre predbežné stanovenie statickej aj dynamickej chyby prevodu možno využiť analytické modely. Tie sú vo väčšine prípadov založené na metóde potenciálnej energie [22] a umožňujú získať vysoké množstvo výsledkov v krátkom čase [21]. Vyznačujú sa nižšou presnosťou, pretože často neumožňujú úplne postihnúť komplexnosť geometrie ozubených kolies. Presnejšie výsledky je možné získať numerickým riešením pomocou metódy konečných prvkov, ktorá umožňuje priestorové modelovanie s geometriou zahŕňajúcou vysokou úroveň detailov [21]. Nevýhodou tejto metódy je vyššia časová náročnosť narastajúca s presnosťou modelu. S cieľom minimalizovať výpočtové náklady pri zachovaní vysoko presných výsledkov vznikajú taktiež tzv. hybridné metódy. Globálne deformácie zubov telies sú v tomto prípade počítané pomocou MKP modelu a lokálne deformácie v kontakte pomocou analytických modelov [22].

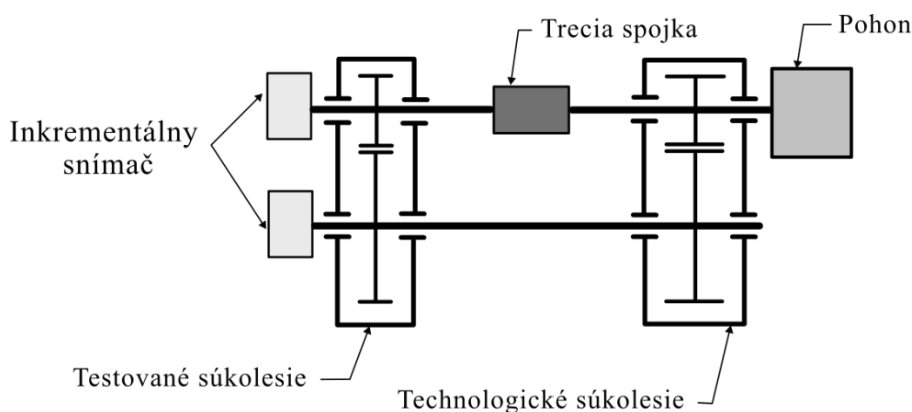
Výpočtové metódy umožňujú urýchliť návrh makrogeometrie (modul, súčiniteľ záberu) a mikrogeometrických modifikácií s ohľadom na zníženie chyby prevodu [23]. Taktiež umožňujú skúmať vplyv výrobných chýb na charakter hluku a vibrácií prevodov, alebo výpočtom statickej chyby prevodu získať vstupné hodnoty pre dynamické modelovanie záberu ozubeného prevodu [23].

### 2.1.2 EXPERIMENTÁLNE METÓDY

Aj napriek stále narastajúcej presnosti a komplexnosti súčasných výpočtových metód zostáva technický experiment stále nenahraditeľnú úlohu. Umožňuje validovať výsledky výpočtov a overiť vplyv navrhnutých úprav na prevádzku reálneho zariadenia. Meranie chyby prevodu prebieha na špeciálnych testovacích stavoch. Pre meranie kinematickej a statickej chyby prevodu sú tieto meracie stavy vybavené výhradne inkrementálnymi rotačnými snímačmi [18].

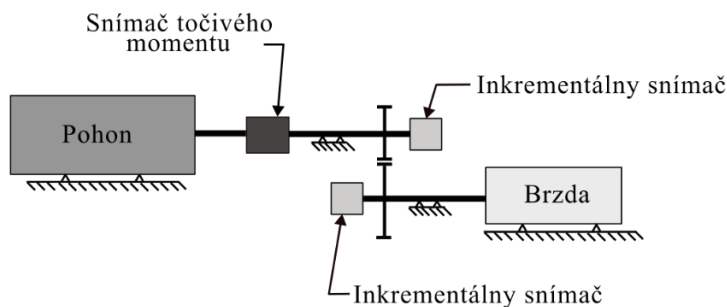
Meranie dynamickej chyby prevodu je možné realizovať viacerými spôsobmi a to pomocou testovacích stavov s:

- torzne alebo tangenciálne uchytenými akcelerometrami,
- laserovými snímačmi vibrácií založenými na Dopplerovom jave,
- inkrementálnymi rotačnými snímačmi. [16]



Obr. 17 Testovací stav s uzavretým reťazcom. [18]

Obr. 17 schématicky znázorňuje testovací stav pre meranie chyby prevodu. Jedná sa o testovací stav s uzavretým okruhom. Merací stav pozostáva z prevodovej skrine testovaného súkolesia, prevodovej skrine technologického súkolesia (zhodný prevodový pomer), trecej spojky slúžiacej pre vyvodenie záťažového momentu, spojovacích hriadel'ov a hnacieho motora. Poloha testovaných kolies je meraná inkrementálnymi rotačnými snímačmi. Aby bol minimalizovaný vplyv na výsledky merania, sú ozubené kolesá technologického súkolesia vyrobené s vysokou presnosťou a niekoľkonásobne pevnostne predimenzované pre ich záberovej zvýšenie tuhosti. [18]



Obr. 18 Testovací stav s otvoreným reťazcom. [24]

Ďalšou možnosťou je použitie meracieho zariadenia s otvoreným meracím reťazcom, ktorého schému je možné vidieť na *Obr. 18*. V tomto prípade je hnané koleso napojené na brzdiace zariadenie mariace energie hnacieho motora. Z dôvodu absencie technologického súkolesia je meranie týmto spôsobom menej náročné na technické prevedenie a vstupné náklady. Nevýhodou je vysoká energetická náročnosť z dôvodu marenia energie hnacieho stroja. [24]

Najdôležitejšou vlastnosťou celého meracieho zariadenia, ktorú musí spĺňať, je vysoká tuhosť súčastí, z ktorých pozostáva (hriadele, ložiská, prevodové skrine). Aby bol minimalizovaný vplyv na priebeh meraných hodnôt, musí byť ich tuhosť násobne vyššia, ako tuhosť meraného súkolesia [24]. V prípade potreby overiť vplyvy tuhosti hriadeľov, prevodovej skrine a ďalších komponentov prevodovky na priebeh chyby prevodu, je meranie vykonávané s kompletnou zostavou prevodovky [12].

## 2.2 PREHĽAD SÚČASNEJ LITERATÚRY A VÝSKUMU

Chyba prevodu sa v súčasnej dobe vo svojom výskume zaoberá veľké množstvo autorov po celom svete. Nutnosť neustále rozširovať poznatky súvisiace s touto témou súvisí ako s narastajúcimi požiadavkami na tichý a plynulý chod zariadení, tak so značným množstvom parametrov vplyvajúcich na hodnoty chyby prevodu. Nasledujúce odstavce obsahujú prehľad odborných publikácií, ktoré sa touto témou zaberali v posledných rokoch.

Li (2024) [25] vytvoril analytický model pre výpočet tuhosti záberu kužeľových ozubených kolies s možnosťou zahrnúť poškodenie povrchu zubov spallingom a jeho vysokú presnosť verifikoval pomocou MKP simulácie. Bolo zistené, že tuhosť záberu je ovplyvnená polohou a rozmermi oblasti povrchu zuba zasiahnutej spallingom. Marques (2024) [26] minimalizoval kolísanie tuhosti záberu ozubených kolies s priamym ozubením pomocou pozdĺžnej modifikácie zuba typu crowning. Vhodne zvolená veľkosť tejto modifikácie vylepšila priebeh tuhosti záberu ovplyvnením kontaktnej tuhosti zubov. Mo (2024) [27] vo svojej práci skúmal vplyv makrogeometrických parametrov a mikrogeometrických modifikácií na priebeh tuhosti záberu kolies s asymetrickým šikmým ozubením, pomocou analytického modelu založeného na princípe potenciálnej energie. Jordan (2023) [28] vytvoril analytický model s lineárnou formuláciou, umožňujúci skúmať vplyv nepresnosti vzájomného uloženia ozubených kolies na priebeh tuhosti záberu. Presnosť modelu bola verifikovaná pomocou výsledkov MKP simulácie a hybridného modelu vytvoreného v jeho predchádzajúcich prácach. Statickou chybou prevodu ozubených kolies so šikmými zubmi sa zaoberal Pedrero (2023) [29]. Bol vytvorený analytický model s možnosťou zahrnúť modifikácie mikrogeometrie.

Wang (2024) [30] vytvoril metodiku pre stanovenie trojrozmerných modifikácií šípových zubov, slúžiacich pre zníženie vibrácií a rovnomerné rozloženie zaťaženia. Sánchez [31] pomocou analytického modelu skúmal vplyv opotrebovania zubov kolies s priamymi zubmi. Sakaridisovi [32] (2023) sa podarilo predikovať priebeh STE s vysokou presnosťou (stredná hodnota chyby 0,075%) s využitím neurónových sietí. Liu (2024) [33] skúmal vibrácie a hluk šnekového ozubeného prevodu, so šikmými zubmi pomocou trojrozmerného analytického dynamického modelu. Model umožňoval taktiež zahrnúť výrobných nepresností (odchýlka profilu, montážne nepresnosti). Výpočtový model bol následne verifikovaný experimentálnym meraním. Abruzzo [34] (2024) vytvoril analytický model dynamiky s jedným stupňom voľnosti, pre ozubené kolesá s priamymi zubmi. Pre výpočet hodnôt tuhosti záberu v závislosti na natočení pastorku a veľkosti záťažového momentu využil metódu konečných prvkov.



Meng (2024) [35] pomocou metódy konečných prvkov skúmal, aký vplyv má na priebeh STE poškodenie zubov pittingom. Pre vytvorenie 3D modelu kola poškodeného pittingom boli využité metódy reverzného inžinierstva. Benaïcha (2022) [36] použil pre stanovenie priebehu statickej chyby prevodu MBS model ozubených kolies. Zheng (2022) [37] skúmal vplyv deformácii spôsobených odstredivou silou na dynamické chovanie ozubených prevodov. Priebeh tuhosti záberu bol stanovený pomocou MKP, so zahrnutím pôsobenia odstredivej sily, pričom s narastaním odstredivej sily bol zistený nárast peak-to-peak hodnoty tuhosti záberu. Xie (2023) [38] sledoval vplyv odchýlok vzájomnej polohy kolies na DTE pomocou nelineárneho dynamického modelu. Hodnoty tuhosti záberu sú v tomto prípade ovplyvnené dynamickými silami, a preto je ich výpočet prepojený s dynamickým modelom. Wan (2022) [39] svojou prácou overil, že priebeh STE je v prípade planétových prevodov ovplyvnený počtom planétových kolies. Súkolesie obsahovalo kolesá s priamymi zubmi a úlohu a tak bolo možné zjednodušiť do 2D priestoru.

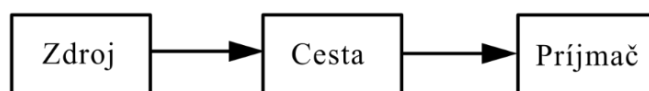
Z informácií uvedených v predchádzajúcich odstavcoch je možné pozorovať, že veľké množstvo autorov sa v súčasnej dobe zaoberá tvorbou analytických modelov pre predikciu tuhosti záberu s vysokou presnosťou. Tento trend vyplýva zo snahy čo najviac znížiť výpočtové náklady potrebné na získanie hodnôt tuhosti záberu. Jednotlivé modely sa líšia svojou komplexnosťou a ich presnosť je verifikovaná pomocou metódy konečných prvkov, prípadne pomocou experimentu. Ďalšia skupina autorov sa zaoberá priebehom dynamickej chyby prevodu. V tomto prípade je metóda konečných prvkov často využívaná pre získanie priebehu hodnôt tuhosti záberu. Metóda konečných prvkov je taktiež využívaná v prípadoch, kedy z dôvodu komplexnosti problému stúpa náročnosť analytického popisu. Niekoľko autorov sa taktiež zaberalo novými spôsobmi znižovania statickej chyby prevodu pomocou vhodného návrhu modifikácií mikrogeometrie zubov.

## 2.3 VIBRÁCIE A HLUK OZUBENÝCH PREVODOV

Nasledujúca podkapitola obsahuje poznatky súvisiace s vibráciami a hlukom ozubených prevodov. Úvodná časť podkapitoly pojednáva o všeobecne využívaných základných princípoch kontroly vibrácií a hluku strojných zariadení. V ďalšom texte sú uvedené poznatky súvisiace s hlukom a vibráciami ozubených prevodov, získané z odbornej literatúry. Na základe týchto poznatkov, sú v závere podkapitoly zhrnuté možnosti znižovania hluku ozubených prevodov.

### 2.3.1 ZÁKLADNÉ PRINCÍPY KONTROLY HLUKU A VIBRÁCIÍ V ZARIADENIACH

Jedným zo sprievodných javov, ku ktorým dochádza pri prevádzke strojných zariadení je vznik vibrácií a hluku. Tie sú emitované do okolia a pôsobia rušivo na obsluhu zariadenia. Z tohto dôvodu je potrebné sa zaoberať minimalizáciou hluku a vibrácií už pri samotnom návrhu zariadenia.



Obr. 19 Model zdroj-prenosová cesta-prijímač. [40]

Najjednoduchší trojčlenný model (vid' obr. 19), používaný v súvislosti s hlučkom a vibráciami pozostáva zo zdroja, prenosovej cesty a prijímača. Zdrojom je samotné zariadenie produkujúce vibrácie, ktoré sa ďalej šíria prenosovou cestou k prijímaču (obsluhu zariadenia). Prenosovou cestou môže byť buď plyn v ktorom sa šíria akustické vlny, alebo pevná štruktúra umožňujúca šírenie vibrácií. Opatrenia pre zamedzenie pôsobenia vibrácií a hluku na prijímač je možné aplikovať na každý z týchto troch členov. V prípade zdroja sa môže jednať o snahu znížiť amplitúdy budiacich síl, spomalenie nábehu týchto síl, vyváženie pohyblivých súčastí, zmenšenie plochy povrchu emitujúcej vlnenie (napríklad pridaním dier) či využitie dynamických absorbérov. Na prenosovej ceste je možné aplikovať bariéry zamedzujúce šíreniu vlnenia, použiť materiál pohlcujúci vibrácie alebo využiť dodatočný izolačný materiál. Poslednou možnosťou je vybaviť obsluhu zariadenia ochrannými prostriedkami (napr. chrániče sluchu) či zabezpečiť jej polohu tak aby bol vplyv vibrácií a hluku zo zdroja minimalizovaný. [40]

Reálne zariadenie obsahuje mnoho zdrojov a prenosových ciest. Pri znižovaní hluku a vibrácií navrhovaného zariadenia je potrebné začať od najvýraznejších tzv. dominantných zdrojov. Pre ich určenie je využívané množstvo metód založených na meraní, výpočtoch a skúsenostiach. Často využívanou metódou je napríklad frekvenčná analýza zariadenia skúmajúca úroveň hluku súvisiacu s charakteristickými frekvenciami zariadenia (napríklad zubové frekvencie). V prípade nejasného pôvodu frekvencie s najvyššou úrovňou vyžarovaného hluku je možné zistiť jej pôvod napríklad postupným odpájaním jednotlivých častí zariadenia z prevádzky. [40]

### 2.3.2 HLUK A VIBRÁCIE OZUBENÝCH PREVODOV A PREVODOVIEK

Viacero zdrojov ([13], [14], [21], [40]) sa zhoduje na tom, že dominantným zdrojom vibrácií a hluku prevodoviek je záber kolies ozubených prevodov a s tým súvisiaca chyba prevodu. Fyzikálnou podstatou vzniku vibrácií je, že dynamická sila pôsobiaca na ozubenie skokovo mení v čase svoju amplitúdu, pôsobisko a vzdialenosť od stredu otáčania kolesa [14]. Zuby vstupujú do záberu mimo záberovej priamky, čo spôsobuje vznik vstupných rázov. Dôvodom je premenlivá tuhosť záberu súvisiaca s meniacim sa počtom zubov v zábere a taktiež výrobné nepresnosti, ako odchýlky rozstupu zubov a nedokonalosť tvaru profilu zubov [21]. Okrem deformácií samotných ozubených kolies dochádza aj k premenlivým deformáciám hriadeľov a skrine prevodovky [21]. Aby z vibrácií generovaných týmito javmi vznikol hluk, musí dôjsť k ich preneseniu štruktúrou prevodovky na jej vonkajšie panely a zároveň musí byť energia vibrácií dostatočne veľká, aby došlo k rozkmitaniu panelov [13].

Pre hluk, ktorého hlavnou príčinou je chyba prevodu, je v zahraničnej literatúre používaný názov „gear whine“, čo je možné preložiť ako „kvílivý hluk prevodu“ [40]. Frekvencia tohto hluku zodpovedá zubovej frekvencii prevodu a jeho harmonickým zložkám [40]. Ďalšími príčinami kvílivého zvuku je zmena smeru trecích síl v bode valenia [14] a pri vysokých otáčkach tiež vytlačanie vzduchu (resp. maziva) z oblasti kontaktu zubov v zábere vysokými, často nadzvukovými rýchlosťami [40]. Posledný z mechanizmov tvorby hluku naberá na význame s narastajúcou rýchlosťou otáčania kolies [41].

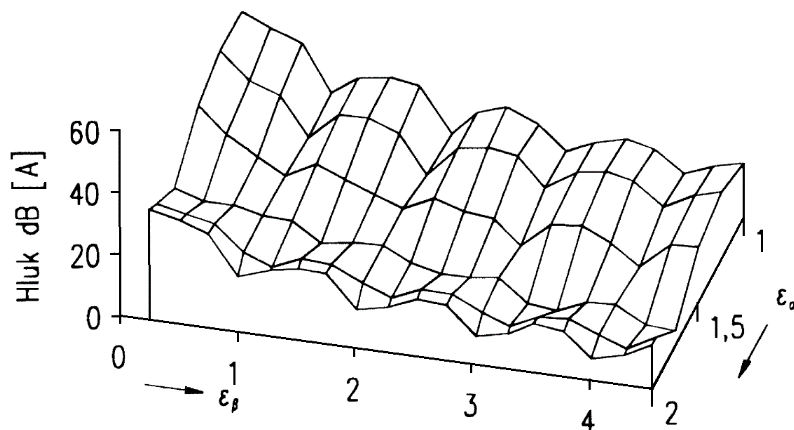
Ďalší zvuk charakteristický pre ozubené prevody je tzv. rinčanie alebo klepanie, v zahraničnej literatúre označované ako „gear rattle“ [21]. Zdrojom tohto zvuku sú rázy v ozubených prevodoch, ku ktorým dochádza pri nízkom momentovom zaťažení súkolesia. Rázy vznikajú

vplyvom torzných kmitov, ktorých pôvod spočíva v nepravidelnosti chodu stroja slúžiaceho pre pohon [21]. Dôsledkom toho zuby v zábere strácajú kontakt, dochádza k spätnému rázu a následnému opätovnému vráteniu zubov do pôvodnej polohy, pričom tento jav generuje širokopásmový zvuk s frekvenciou 1-5 kHz [20]. Zamedziť vzniku klepavého zvuku je možné zmenšením zubovej vôle [40] pričom však hrozí jej prílišné zúženie vplyvom výrobných nepresností. Štandardným riešením je preto v prípade vozidiel využitie dvojhmotového zotrvačníka alebo torzného tlmiča [21].

Okrem ozubených súkolesí, ktoré sú dominantným zdrojom hluku obsahuje prevodovka množstvo ďalších komponentov, ktoré môžu byť buď ďalším zdrojom vibrácií, alebo môžu tieto vibrácie prenášať a prípadne zosilňovať [21]. Medzi nich patria ložiská, hriadele, synchronizačné krúžky, posuvné objímky a ovládacie časti radiaceho mechanizmu ako radiace vidlice, kulisy či tiahla [21]. Z hľadiska vibrácií medzi najvýznamnejšie z nich patria hriadele a ložiská, ktoré slúžia ako cesta pre prenos mechanického vlnenia zo záberu ozubených kolies na skriňu prevodovky [14]. Hriadele sú s ozubenými kolesami spojené pevným spojím, ktorým sa na nich prenáša vlnenie priamo z ich záberu a zároveň ich deformácia (priehyb) zásadne vplýva na chybu prevodu [21]. Vplyvom ohybu hriadel'ov, ich nevyváženosti a montážnych nepresností, dochádza k vzniku frekvencií subharmonických k zubovej frekvencii [40]. Ložiská, okrem toho, že sú súčasťou prenosovej cesty, generujú taktiež vibrácie súvisiace so samotným odvaľovaním valivých elementov, prípadne s nerovnosťami povrchu vznikajúcimi opotrebovaním [40]. Hluk generovaný ďalšími časťami prevodovky súvisí s ich funkciou prípadne je jeho pôvod v rezonancii daného komponentu [21].

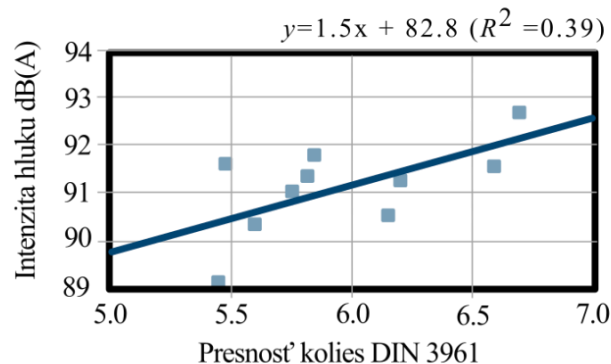
### 2.3.3 PARAMETRE VPLÝVAJÚCE NA HLUK A VIBRÁCIE OZUBENÝCH PREVODOV

Prvým z parametrov ktoré zásadne vplyvajú na množstvo vibrácií a úroveň hluku generovaných ozubeným prevodom je súčiniteľ záberu  $\varepsilon_a$ . Na obr. 20 je možné pozorovať, že celočíselná hodnota súčiniteľa záberu spôsobuje značné zníženie hluku generovaného prevodom a úroveň hluku taktiež klesá s narastajúcou veľkosťou tohto súčiniteľa. Experimentálne meranie [41] ukázalo, že zvýšenie súčiniteľa záberu zo 4.0 na 5.0 znížilo hladinu intenzity hluku o 10 dB(A). Taktiež Choi [42] dosiahol zníženie intenzity hluku prevodovky traktora o 3,1 dB(A) zmenou makrogeometrie kolies, pri ktorej došlo k navýšeniu súčiniteľa záberu. Zároveň došlo k výraznému zníženiu peak-to-peak hodnôt chyby prevodu. Czakó [43] sledoval zníženie peak-to-peak v prípade celočíselnej hodnoty súčiniteľa záberu kroku  $\varepsilon_\beta$  (konštantná dĺžka dotkových úsečiek v zábere) ozubených kolies so šikmým ozubením.



Obr. 20 Vplyv súčiniteľa trvania záberu na hluk. [8]

Hluk a vibrácie ozubeného prevodu sú ďalej ovplyvnené kvalitou a presnosťou výroby ozubených kolies. Tá je daná veľkosťou dovolených výrobných odchýlok kolesa, ktoré zahŕňajú odchýlky rozstupu, tvaru profilu, priemeru základnej kružnice, uhlu profilu [40]. Na obr. 21 je znázornená závislosť intenzity hluku na triede presnosti ozubených kolies. Je možné pozorovať koreláciu medzi týmito dvoma veličinami, pričom zníženie kvality ozubených kolies o jeden stupeň presnosti (DIN 3961) spôsobilo zvýšenie úrovne intenzity hluku o 1,5 dB(A). Výskum taktiež ukázal, že k tejto korelácii dochádza iba v prípade, že má skriňa prevodovky dostatočnú tuhosť a neobsahuje dynamicky slabé miesta [44]. Nárast hladiny akustického tlaku so zhoršujúcou sa presnosťou ozubenia taktiež pozoroval Mitchell v štúdiu [41].



Obr. 21 Vplyv presnosti kolies (DIN 3961) na intenzitu hluku [44]

Na vibrácie má význam taktiež technológia, ktorou je dokončený povrch zubov ozubených kolies. Chen [47] porovnával hladinu vibrácií ozubených kolies so ševingovaným povrchom (drsnosť 6  $\mu\text{m}$ ) a brúseným povrchom zubov (drsnosť 2  $\mu\text{m}$ ). Ukázalo sa, že súkolesie s brúseným povrchom zubov generuje o 1-4 dB nižšiu hladinu vibrácií, pričom tento rozdiel sa začal prejavovať až pri otáčkach vyšších ako 1800  $\text{min}^{-1}$ . S nedokonalosťou geometrie spôsobenou nepresnosťou výroby súvisí taktiež vznik tzv. fantómových frekvencií nachádzajúcich mimo oblasti frekvencií harmonických k zubovej frekvencii [40]. Je tiež nutné podotknúť, že aj ozubené súkolesie vysokej presnosti môže generovať zvýšenú úroveň vibrácií. Dôvodom sú deformácie spôsobené zaťažením, ktorých veľkosť násobne presahuje veľkosť výrobných nepresností a z toho plynúce rázy pri vstupe zubov do záberu [40].

S hlukom a vibráciami súvisí taktiež rýchlosť otáčania ozubených kolies. Mitchell [41] pozoroval že zdvojnásobenie zaťažujúceho momentu pri nízkych rýchlostiach spôsobí nárast hladiny akustického tlaku o 3dB a pri vysokej rýchlosti dôjde k nárastu až o 6dB. Taktiež Chen [47] sledoval nárast hluku a vibrácií ozubených kolies s narastajúcimi otáčkami pri viacerých meraniach.

### 2.3.4 MOŽNOSTI ZNIŽOVANIA HLUKU OZUBENÝCH PREVODV

K znižovaniu hluku a vibrácií ozubených prevodov a prevodoviek je možné pristúpiť viacerými spôsobmi. Prvou možnosťou je ovplyvniť vibro-akustický prejav prevodovky opatreniami aplikovanými na prenosovú cestu vibrácií (vid' 2.3.1). Možným, avšak z priestorových dôvodov nevhodným riešením je v tomto prípade obalenie prevodovej skrine materiálom pohlcujúcim generované vibrácie [13]. Vhodnejšia možnosť, ktorá sa v tomto prípade ponúka, spočíva v zamedzení prenosu vibrácií na prevodovú skriňu vibračným odizolovaním ložísk hriadeľov [40].

Druhou, omnoho sofistikovanejšou možnosťou, je snaha odstrániť príčinu vzniku vibrácií v ich samotnom zdroji. Rešerš ukázala, že jedným z dominantných zdrojov kvíliveho hluku v ozubených prevodoch je chyba prevodu. Jej peak-to-peak hodnota koreluje s mierou hluku vyžarovaného prevodom a minimalizácia hodnoty PTP-STE teda vedie k jeho zníženiu. To zapríčiňuje vyhladenie chodu kolies a zníženie amplitúd budiacej sily vznikajúcej rázmi pri vstupe deformovaného zubu do záberu [12].

Z hľadiska makrogeometrie je možné zníženie tejto hodnoty dosiahnuť návrhom parametrov ozubenia tak, aby súčiniteľ záberu  $\varepsilon_\alpha$  nadobúdala celočíselnú hodnotu [40]. Tým dôjde k maximálnemu zníženiu kolísania hodnôt chyby prevodu, spôsobenej vplyvom premenného počtu zubov v zábere. Vplyv parametrov profilu zuba na súčiniteľ záberu ozubených kolies s čelným priamym ozubením je možné sledovať v *tab. 1*.

*Tab. 1* Vplyv parametrov základného profilu na  $\varepsilon_\alpha$  [8]

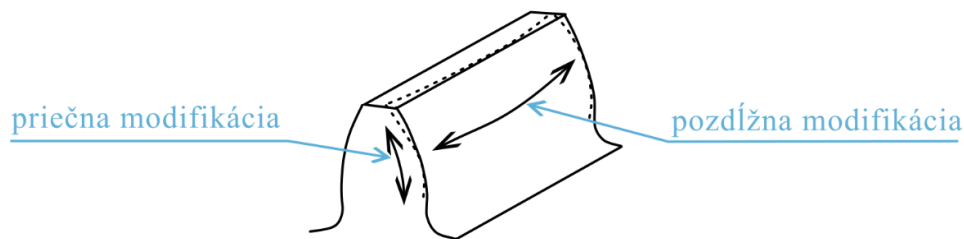
Súčiniteľ záberu profilu $\varepsilon_\alpha$	$m$	$\alpha$	$h_a^*$
	↓	↓	↑
↑ - so zväčšovaním parametra $\varepsilon_\alpha$ rastie ↓ - so zväčšovaním parametra $\varepsilon_\alpha$ klesá			

Z hľadiska mikrogeometrie je možné chybu prevodu minimalizovať využitím modifikácií profilu zubov. Tie spočívajú v odobratí vhodného množstva materiálu zubov v mieste, kde dochádza k ich vstupu do záberu. Množstvo odobratého materiálu je zvolené tak, aby kompenzovalo deformácie a výrobné odchýlky. Tým je zabezpečený hladký vstup do záberu a minimalizovaný vznik vstupného rázu zubov. Keďže deformácia zubov je závislá na ich zaťažení, je nutné dôkladne zvoliť návrhové zaťaženie slúžiace pre výpočet veľkosti modifikácií. Podrobnejšie informácie ohľadom týchto modifikácií sú uvedené nájst' v nasledujúcej podkapitole. [40]

Na hluk a priebeh chyby prevodu taktiež vplyvajú odchýlky od dokonalej geometrie profilu zuba. Charakter a veľkosti odchýlok od dokonalého tvaru súvisia s technológiou výroby ozubených kolies. Vplyvom výrobných nepresností vzniká istá časť zložiek hluku nachádzajúca sa mimo oblasti frekvencií harmonických k zubovej frekvencii. Vyššia kvalita ozubenia spôsobuje minimalizáciu týchto zložiek hluku. Vibrácie spôsobujúce hluk taktiež vznikajú pri vytláčaní vzduchu alebo maziva z medzery medzi zubmi pri ich vstupe do záberu. Tento jav naberá na význame s narastajúcou rýchlosťou rotácie ozubených kolies.

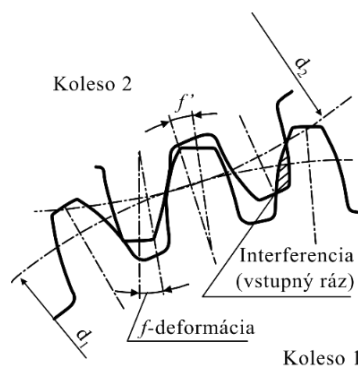
## 2.4 MODIFIKÁCIE MIKROGEOMETRIE ZUBOV

Ako už bolo skôr spomenuté, mikrogeometrické modifikácie zubov vhodným odobratím materiálu kompenzujú vplyvy deformácie spôsobenej zaťažením, tepelnej rozťažnosti pri rozdielnych teplotách kolies a výrobných odchýlok [11]. Tieto modifikácie možné rozdeliť na priečne a pozdĺžne (viď *Obr. 22*).



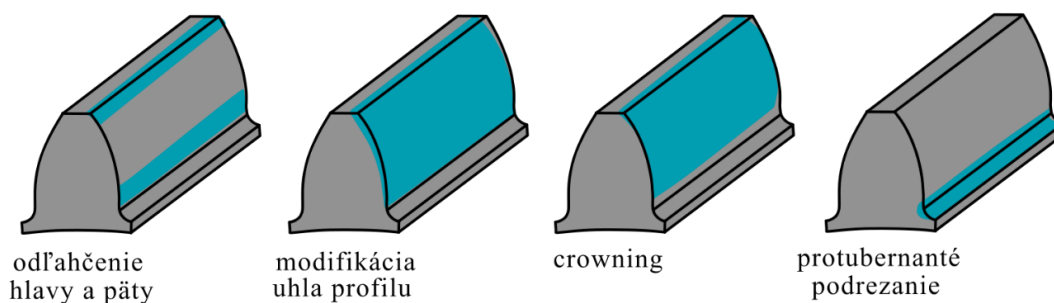
Obr. 22 Priečne a pozdĺžne modifikácie zuba [48]

Priečne modifikácie upravujú tvar časti krivky profilu zuba tvorenej evolventou. Hlavným dôvodom pre túto úpravu je deformácia zubov vplyvom silového zaťaženia. Na obr. 23 je možné pozorovať záber zubov súkolesia s nemodifikovanými zubmi. Pod zaťažením dochádza vplyvom deformácie zubov  $f$  k interferenciám profilov a z nej plynúcim vstupným rázom [8] spôsobujúcim prídavné zaťaženie a hluk [11]. Na vznik vstupného rázu ďalej vplyvajú deformácie zubov spôsobené tepelnou rozťažnosťou, chybou rozstupu zubov, ďalšie nepresnosti súvisiace s technológiou výroby a taktiež zmena polohy zubov kolies, zapríčinená prihybom hriadeľov [8].



Obr. 23 Interferencia zubov vplyvom zaťaženia.

Na obr. 24 sú znázornené priečne modifikácie geometrie zuba. Vznik vstupného rázu je možné minimalizovať plynulým odľahčením evolventy na hlave (tip relief) alebo päte zuba (root relief). To je možné dosiahnuť úpravou tvaru alebo dráhy výrobného nástroja [11]. Odborná literatúra [8], [11] a [13] uvádza, že pre aplikáciu týchto modifikácií sa štandardne využívajú dva spôsoby. V prípade, že sú modifikácie aplikované iba na jedno z kolies, odľahčia sa jeho zuby na hlave aj päte (crowning). Ak sú modifikované zuby oboch kolies, využije sa pre obe kolesa odľahčenie hlavy (tip relief).



Obr. 24 Priečne modifikácie mikrogeometrie. [45]

Medzi priečne modifikácie (vid' obr. 24) patria taktiež zrazenie hrany zuba a protuberantné podrezanie päty zuba. Zrazenie hrany na hlave zuba slúži pre odstránenie otrepov a zabránenie vzniku prídavných pnutí po tepelnom spracovaní. Protuberantné podrezanie sa aplikuje pre zníženie vrubových účinkov alebo z technologických dôvodov, pre uľahčenie dokončovacích výrobných operácií. Deformácie zuba spôsobené vysokým zaťažením je možné eliminovať taktiež zmenou uhla záberu. [8]

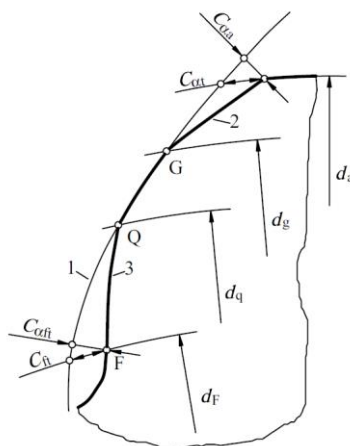


Obr. 25 Pozdĺžne modifikácie mikrogeometrie [45]

Pozdĺžne modifikácie (vid' obr. 25) vhodne upravujú tvar bočnej krivky zuba. Slúžia pre kompenzáciu deformácií telies ozubených kolies, ložísk, skrine prevodovky a hriadeľov [11]. V prípade kolies s menšou šírkou je najčastejšie používaná spojitá modifikácia začínajúca v strede kolesa pokračujúca k čelám kolies (flank line crowning). V prípade širších kolies býva materiál odobratý iba na okrajoch zubov (flank line end relief). Možná je taktiež modifikácia sklonu zuba v jednom smere, po celej jeho šírke (flank line slope modification). [2][11]

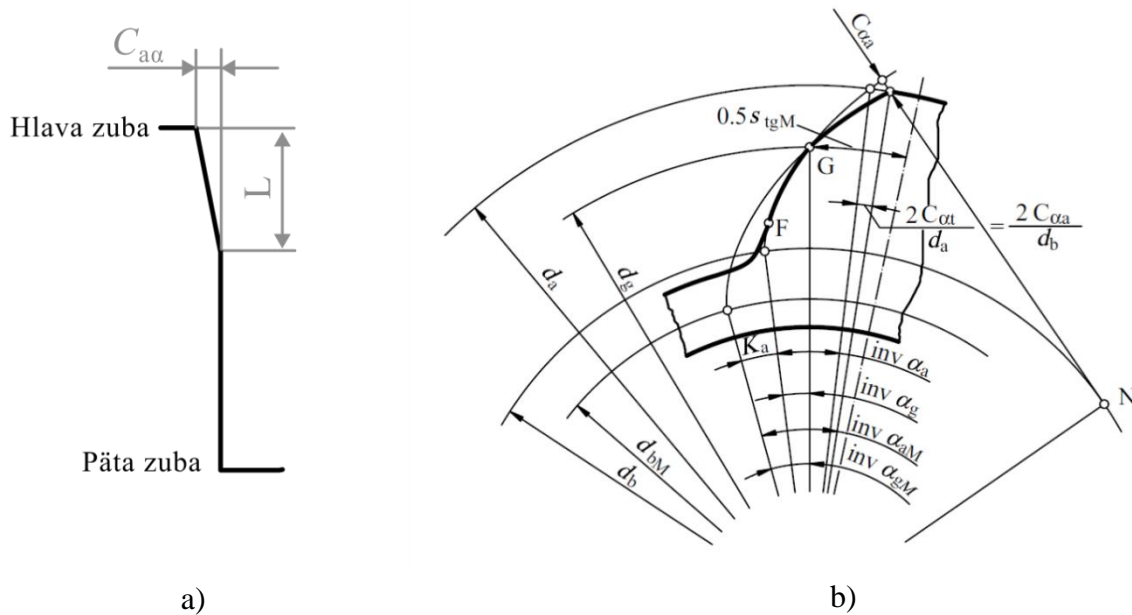
## 2.5 MODIFIKÁCIA TIP RELIEF

Všeobecne najpoužívanejšou je modifikácia typu *tip relief* spočívajúca v plynulom odľahčení hlavy zuba [2]. Odľahčením dochádza ku kompenzáciu deformácie zubov a ďalších nežiadúcich vplyvov. Správne navrhnutá modifikácia prispieva k hladkému chodu ozubeného prevodu a vedie k zníženiu peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu. Keďže parametrický MKP model vytvorený v praktickej časti práce umožňuje zahrnutie tejto modifikácie, je v nasledujúcich odstavcoch uvedený bližší rozbor jej geometrie.



Obr. 26 Základná geometria modifikácie tip relief. [2]

Obr. 26 znázorňuje geometriu modifikovaného zuba. V prípade modifikácie *tip relief* sa bočná krivka zuba skladá z dvoch evolventných kriviek. Číslo 1 je označená základná evolventa tvoriaca bočnú krivku nemoifikovaného zuba. Číslo 2 označuje evolventnú krivku prislúchajúcu časti zuba s modifikáciou *tip relief*. Bod G nachádzajúci sa na priemere  $d_g$  je priesečníkom týchto dvoch kriviek a označuje miesto, v ktorom začína modifikovaná časť hlavy zuba. Veľkosť modifikácie *tip relief* označovaná ako  $C_{\alpha\alpha}$  je vyjadrovaná v smere normály nemoifikovanej evolventy. [3]



Obr. 27 a) evolventný diagram [8], b) modifikácia *tip relief*. [2]

Modifikácia *tip relief* je jednoznačne definovaná jej veľkosťou  $C_{\alpha\alpha}$  a dĺžkou modifikácie  $L$ . Na Obr. 27a je znázornený evolventný diagram, na ktorom sú dĺžky kriviek vyjadrené v zmysle uhlu odvalu  $\Psi$  základnej evolventy. Znamená to, že dĺžky jednotlivých častí tejto krivky zodpovedajú oblúkovej vzdialenosti  $\overline{MN}$  na základnej kružnici, o ktorú sa posunul bod N, pri tvorbe evolventy nemoifikovaného zuba (viď obr. 10). Odchýlka krivky od zvislého smeru v diagrame vyjadruje odchýlku od tvaru základnej evolventy v smere jej normály.

Pre vyjadrenie geometrie bočnej krivky zuba s modifikáciou *tip relief* je potrebné určiť dva neznáme parametre. Prvým parametrom je priemer  $d_g$ , na ktorom začína modifikovaná časť zuba. Ten je možné vyjadriť zo známej dĺžky modifikácie  $L$ , pomocou geometrických vzťahov pre evolventu (vzťahy 22-25). Na základe obr. 27b znázorňujúceho detailnejší popis geometrie bočnej krivky zuba s modifikáciou *tip relief*, je možné tvrdiť že [2]:

$$\frac{2C_{\alpha\alpha}}{d_b} = \text{inv}(\alpha_{aM}) - \text{inv}(\alpha_a) - \text{inv}(\alpha_{gM}) + \text{inv}(\alpha_g). \quad (44)$$

Členy s indexom M súvisia s evolventou tvoriacou modifikovanú časť hlavy zuba. Tento výraz je ďalej možné pomocou vzťahov 22 až 25 upraviť tak, aby jedinou neznámou ostal priemer základnej kružnice evolventy tvoriacej modifikovanú časť krivky profilu  $d_{bM}$ . Výsledok zo získaného vzťahu však nie je možné určiť analyticky a je nutné pre jej riešenie použiť numerické metódy.



## 2.6 PRESNOSŤ OZUBENIA

Tak, ako každú reálnu súčasť stroja, ani ozubené kolesá nie je možné vyrobiť dokonalo presne a ich skutočný tvar sa vždy do istej miery odlišuje od navrhnutého teoretického tvaru. Rôzne druhy sledovaných odchýlok od teoretického tvaru, ich definícia a metodika merania, sú uvedené v norme ČSN ISO 1328-1, ktorá sa zaoberá presnosťou ozubených kolies. Norma taktiež uvádza vzťahy pre výpočet dovolených medzných hodnôt, pre jednotlivé druhy rozmerových odchýlok od teoretického tvaru zubenia. [46]



Obr. 28 Odchýlky od teoretického tvaru profilu zubov. [45]

Konkrétna veľkosť dovolených odchýlok závisí od stupňa presnosti boku zubu A. Pre každý druh dovolenej odchýlky je možné použiť iný stupeň presnosti. Celkový stupeň presnosti boku ozubeného kolesa je rovný najvyššej hodnote stupňa presnosti pre nameranej ľubovoľnú z medzných odchýlok. [46] Pre potreby praktickej časti tejto práce je potrebné bližšie ozrejmiť význam troch nasledujúcich druhov odchýlok (viď obr. 28) od teoretického tvaru zuba [46]:

- **Odchýlka sklonu profilu  $f_{Ha}$**  - vzdialenosť medzi dvoma krivkami rovnobežnými s teoretickým profilom, ktoré pretínajú krivku stredného profilu v rozsahu vyhodnocovanej dĺžky. Dovoľenú veľkosť tejto odchýlky  $f_{HaT}$  je možné určiť pomocou vzťahu:

$$f_{HaT} = (0,4m + 0,001d + 4)(\sqrt{2})^{(A-5)}. \quad (45)$$

- **Odchýlka tvaru profilu  $f_{fa}$**  - predstavuje vzdialenosť medzi dvoma krivkami rovnobežnými s krivkou stredného profilu, ktoré medzi sebou v rozsahu vyhodnocovanej dĺžky uzatvárajú skutočný profil. Dovoľenú veľkosť tejto odchýlky  $f_{faT}$  je možné stanoviť pomocou vzťahu:

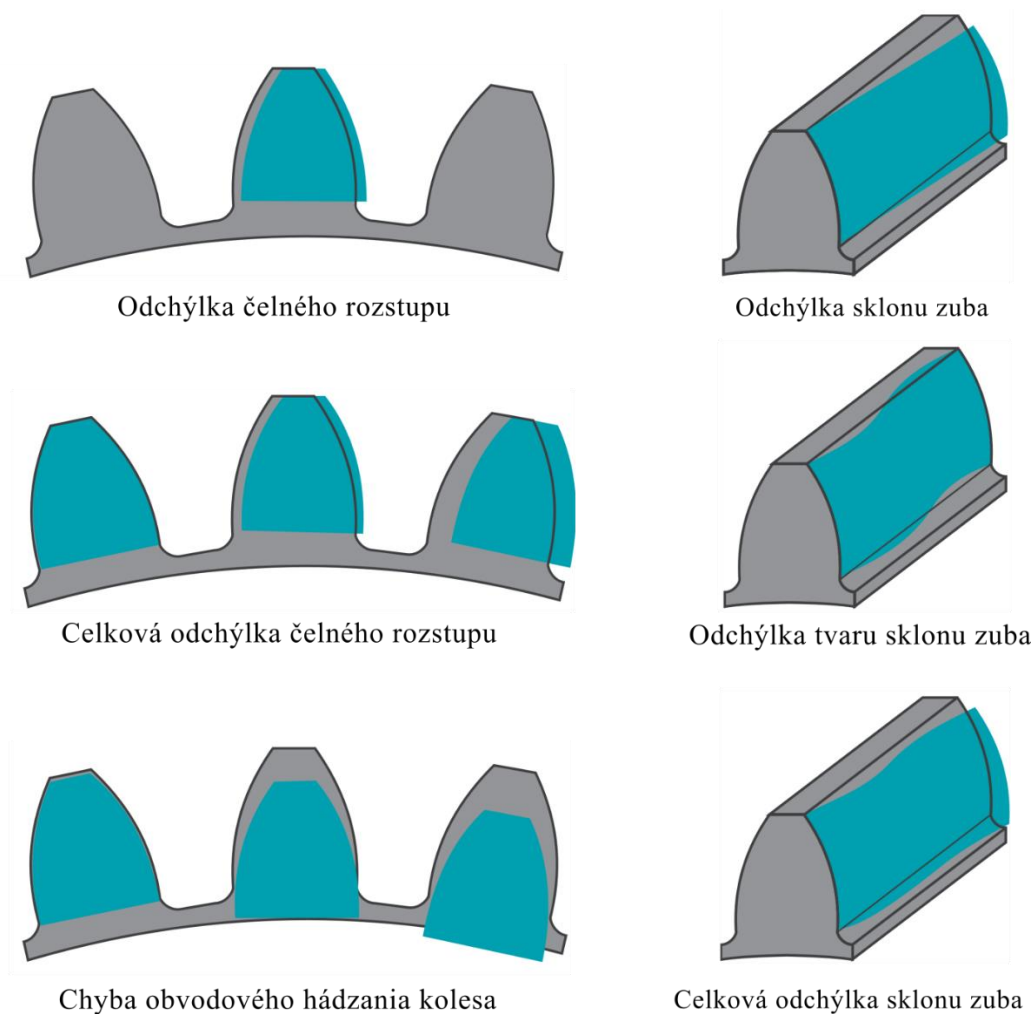
$$f_{faT} = (0,55m + 5)(\sqrt{2})^{(A-5)}. \quad (46)$$

- **Celková odchýlka profilu  $F_\alpha$**  - je definovaná ako vzdialenosť medzi dvoma krivkami rovnobežnými s krivkou teoretického profilu, medzi ktorými je na vyhodnocovanej dĺžke uzavretý skutočný profil zuba. Dovoľenú veľkosť tejto odchýlky  $F_{\alpha T}$  je možné stanoviť pomocou vzťahu:

$$F_{\alpha T} = \sqrt{f_{HaT}^2 + f_{faT}^2}. \quad (47)$$

Získané výsledky dovolených odchýlok vypočítaných pomocou vzťahov 45-47 sú v jednotkách mikrometrov. Norma ČSN ISO 1328-1 taktiež uvádza pravidlá pre zaokrúhľovanie týchto hodnôt. Ak je vypočítaná hodnota vyššia ako  $10\ \mu\text{m}$  je nutné zaokrúhliť ju na celý mikrometer. V prípade, že leží vypočítaná hodnota na intervale  $5\text{-}10\ \mu\text{m}$ , zaokrúhľuje sa na najbližší  $0,5\ \mu\text{m}$ . Ak vypočítaná hodnota menšia ako  $5\ \mu\text{m}$ , je potrebné ju zaokrúhliť na najbližší  $0,1\ \mu\text{m}$ . [46]

Okrem vyššie popísaných odchýlok súvisiacich s tvarom profilu norma uvádza aj ďalšie parametre súvisiace s presnosťou ozubených kolies. Grafické zobrazenie týchto parametrov je uvedené na *obr. 29*. Prvá skupina odchýlok súvisí so sklonom bočnej plochy zuba. Do tejto skupiny patria odchýlka sklonu zuba, odchýlka tvaru sklonu zuba a celková odchýlka sklonu zuba. Medzi ďalšie odchýlky popisované normou patrí odchýlka čelného rozstupu, celková odchýlka čelného rozstupu a chyba obvodového hádzania kolesa.



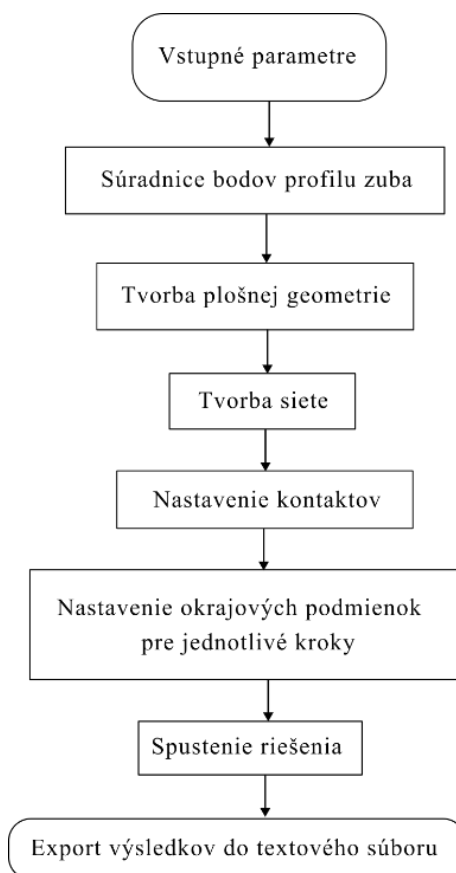
Obr. 29 Ďalšie druhy odchýlok ozubených kolies. [45]

### 3 TVORBA PARAMETRICKÉHO MKP MODELU

Ako už bolo skôr spomenuté, pre výpočtové stanovenie chyby prevodu je možné využiť viacero druhov výpočtových modelov od analytických, cez numerické, až po ich kombináciu, teda hybridné modely. Každý z týchto prístupov má svoje výhody, ale taktiež negatívne vlastnosti, ktoré je nutné pri ich použití zvážiť.

Táto práca sa zameriava na stanovenie statickej chyby prevodu kolies s priamym čelným ozubením, pričom je skúmaný vplyv výrobných chyby v tvare funkcie sínus na jej priebeh. Vhodným bolo v tomto prípade využitie metódy konečných prvkov, ktorá umožňuje popis vysoko komplexnej geometrie zubov kolesa a zároveň poskytuje vysokú presnosť výsledkov. Nevýhodou tejto metódy je náročnosť na výpočtový čas. Pre ozubené kolesá s priamym čelným ozubením a priečnymi modifikáciami, bolo však možné túto nevýhodu minimalizovať zjednodušením na dvojrozmerný plošný model.

Pre vytvorenie parametrického MKP modelu bolo využité prostredie *Ansys Mechanical APDL*. Toto prostredie umožňuje automatizovať a parametrizovať celý proces riešenia úlohy od tvorby geometrie a konečno-prvkovej siete, cez nastavenie okrajových podmienok až po spracovanie výsledkov. Takýto prístup je vhodný pre tvorbu parametrických analýz, automatizáciu práce a tvorbu automatizovaných aplikácií pre špecifické, často sa opakujúce úlohy v priemysle. Program taktiež umožňuje vykonávať komplexné matematické operácie vrátane práce s číselnými poľami a maticami. [49]



Obr. 30 Vývojový diagram APDL skriptu.

Na obr. 29 je znázornený vývojový diagram APDL skriptu vytvoreného pre potreby tejto práce, zabezpečujúceho automatizáciu celého procesu riešenia úlohy. Pred načítaním skriptu do programu *Ansys* je potrebné nastaviť vstupné parametre súvisiace s geometriou, okrajovými podmienkami a nastavením kontaktov. Na základe zvolených parametrov následne sekvencia príkazov v skripte zabezpečí tvorbu plošnej geometrie súkolesia, tvorbu siete, nastavenie kontaktov a okrajových podmienok v jednotlivých krokoch simulácie. Ďalej dôjde k automatickému spusteniu riešenia úlohy a po dokončení riešenia program zabezpečí automatický export výsledkov súvisiacich s chybou prevodu do textového súboru. Aby bolo možné jednoducho overiť príslušnosť výsledkov k danej analýze, obsahuje textový súbor taktiež informácie o geometrii súkolesia a veľkosti aplikovaného zátťažového momentu.

Z hľadiska náročnosti na množstvo kódu bol najnáročnejší výpočet súradníc bodov krivky profilu zuba, ktorý vyžadoval približne 700 riadkov kódu. Časti zabezpečujúce tvorbu geometrie, siete a nastavenie kontaktov spolu vyžadovali približne 600 riadkov kódu. Najmenej náročnými na množstvo kódu (80 riadkov) boli posledné časti skriptu, zabezpečujúce nastavenie okrajových podmienok v jednotlivých krokoch, spustenie riešenia a export výsledkov.

Tab. 2 Vstupné parametre súvisiace s mikrogeometriou a makrogeometriou ozubenia.

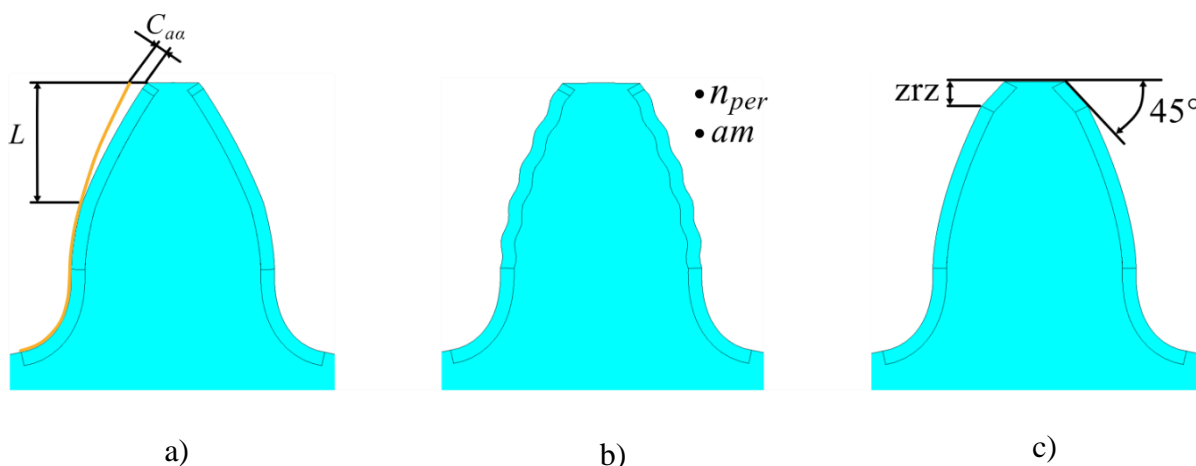
Modul	$m$	[mm]
Počet zubov pastorka/kolesa	$z_1/z_2$	[-]
Uhol záberu profilu	$\alpha$	[°]
Súčiniteľ výšky hlavy zuba	$h_a^*$	[-]
Súčiniteľ radiálnej vôle	$c^*$	[-]
Polomer zaoblenia hlavy výrobného nástroja	$r_f$	[mm]
Veľkosť modifikácie tip relief pastorka/kolesa	$C_{aa1}/C_{aa2}$	[mm]
Dĺžka modifikácie tip relief pastorka/kolesa	$L_1/L_2$	[mm]
Počet periód funkcie sínus pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu zubov pastorka/kolesa	$n_{per1}/n_{per2}$	[-]
Amplitúda funkcie sínus tvoriacej výrobnú chybu	$am_1/am_2$	[mm]
Veľkosť zrazenia hrany na hlave zuba (uhol 45°)	$zrz_1/zrz_2$	[mm]

V *tab. 2* sú uvedené vstupné parametre skriptu, slúžiaceho pre automatizovanie procesu simulácie záberu ozubených kolies ktoré súvisia s geometriou ozubených kolies. Prvých šesť uvedených parametrov súvisí s makrogeometriou ozubených kolies. Medzi tieto parametre patrí modul, počet zubov hnacieho a hnaného kolesa, veľkosť uhlu záberu profilu a pomerné súčinitele vplyvajúce na rozmery zubov. Bližšie vysvetlenie významu týchto parametrov obsahuje teoretická časť tejto práce (viď kapitola 1).

Ďalšie parametre uvedené v *tab. 2* súvisia s tromi druhmi modifikácií mikrogeometrie zubov, ktoré skript umožňuje zahrnúť do modelu ozubených kolies. Prvou z modifikácií je lineárne odľahčenie hlavy zuba (viď *Obr. 31a*), pričom je pre jednotlivé kolesá možné nastaviť jej veľkosť  $C_{aa}$  a dĺžku modifikácie  $L$ , v zmysle oblúkovej vzdialenosti na valivej kružnici kolesa.

Ďalej skript umožňuje zahrnutie výrobných chyby, teda odchýlky od dokonalého teoretického tvaru zuba, v tvare funkcie sínus (viď *Obr. 31b*). Týmto nastavením je možné modelovať nedokonalosť tvaru ozubenia, súvisiacu s technológiou výroby kolies. Pre jednotlivé kolesá je možné nastaviť amplitúdu funkcie sínus  $am$  a počet periód funkcie pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu  $n_{per}$ .

Poslednou modifikáciou mikrogeometrie, ktorú umožňuje skript zahrnúť, je zrazenie hrany na hlave zuba (viď *Obr. 31c*). Hrana na hlave zuba je zrazená pod uhlom  $45^\circ$  a ako vstupný parameter je v tomto prípade potrebné zadať veľkosť zrazenia.



*Obr. 31* Modifikácie mikrogeometrie zahrnuté v skripte.

Ďalšie vstupné parametre súvisiace s parametrami plošného modelu súkolesia, nastavením siete, kontaktov a okrajových podmienok sú uvedené v *Tab. 3*. Kvôli snahe minimalizovať počet prvkov v modeli, obsahujú modely ozubených kolies iba nutný počet zubov, potrebný pre priebeh simulácie. Tento počet zubov je zadávaný vstupným parametrom  $zm$ . Pre vytvorenie vôle medzi zubmi v zábere je potrebné mierne zväčšiť osovú vzdialenosť kolies, pričom ako vstupnú hodnotu je potrebné zadať veľkosť tohto zväčšenia. S nastavením kontaktov súvisia hodnoty súčiniteľa trenia a normálovej tuhosti kontaktu  $FKN$ .

Pozdĺž krivky profilu zuba v miestach, kde počas simulácie dochádza ku kontaktu zubov, sú tvorené kvalitné prvky štvorcového tvaru. V úvodnej časti skriptu je možné nastaviť veľkosť a počet vrstiev týchto prvkov. Taktiež je možné nastaviť hrúbku siete, ktorou bude vysieťované teleso kolesa. Posledná skupina vstupných parametrov súvisí s nastavením okrajových

podmienok pre jednotlivé kroky simulácie. Je potrebné zadať veľkosť záťažového momentu a počet krokov, v ktorých bude moment lineárne narastať od nuly po maximálnu hodnotu. Ďalej je nutné nastaviť celkový uhol natočenia pastorku a čiastkový uhol jeho pootočenia v jednotlivých krokoch výpočtu.

Tab. 3 Vstupné parametre makra (plošný model, sieť, kontakty, okrajové podmienky).

Počet zubov ktoré bude obsahovať model	$zm$	[-]
Zväčšenie osovej vzdialenosti	$os_{vz}$	[-]
Súčiniteľ trenia v kontakte	$f_{con}$	[-]
Súčiniteľ normálovej tuhosti kontaktu	$FKN$	[-]
Veľkosť prvku v oblasti krivky profilu zuba	-	[-]
Počet vrstiev prvkov na povrchovej ploche zuba	-	[-]
Smart sizing telesa kolesa	-	[-]
Veľkosť záťažového momentu	$M_t$	[N·m]
Počet krokov nabiehania točivého momentu	-	[-]
Uhol o ktorý bude postupne pootočený pastorok	-	[-]
Rotácia pastorka v jednom kroku	-	[-]

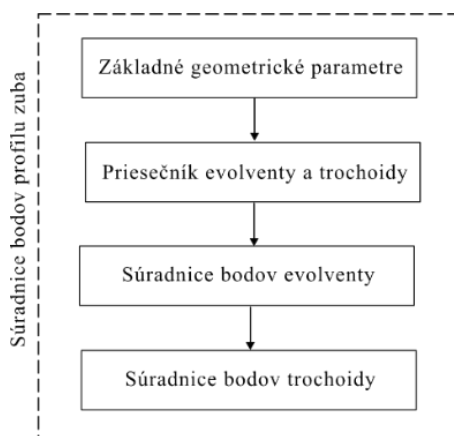
### 3.1 TVORBA SÚRADNICOVÝCH SYSTÉMOV

Ešte pred samotným výpočtom súradníc bočných kriviek a ďalšími operáciami dochádza k vytvoreniu súradnicových systémov využívaných počas celého ďalšieho procesu simulácie. Tieto súradnicové systémy sú umiestnené v strede otáčania jednotlivých kolies. Pre každé z kolies sú vytvorené dva súradnicové systémy, pričom prvý súradnicový systém je kartézsky a druhý zo súradnicových systémov je cylindrický.

Stred rotácie pastorka sa nachádza v počiatku globálneho súradnicového systému. Centrálny bod hnaného kolesa leží na ose X globálneho súradnicového systému, pričom jeho vzdialenosť od stredu tohto súradnicového systému je rovná veľkosti reálnej osovej vzdialenosti kolies. Tú je možné stanoviť zväčšením teoretickej osovej vzdialenosti súkolesia vypočítanú pomocou vzťahu 14 o hodnotu  $os_{vz}$ .

### 3.2 VÝPOČET SÚRADNÍC BODOV KRIVKY PROFILU ZUBA

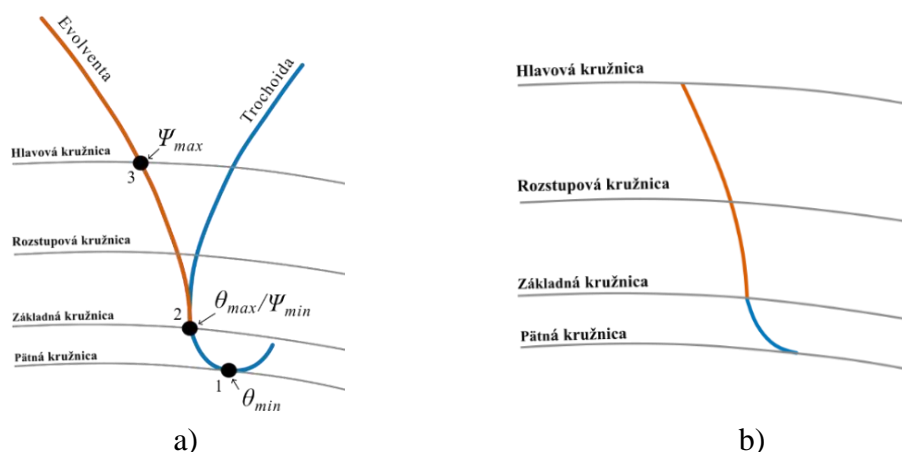
Najrozsiahlejšiu časť skriptu tvoril kód zabezpečujúci výpočet súradníc bodov krivky profilu zuba. Základné kroky vykonávané touto časťou programu popisuje diagram na *Obr. 32*. Prvý krok zabezpečuje výpočet základných geometrických parametrov pastorka a kolesa, teda priemery základnej, pätnjej, rozstupovej a hlavovej kružnice (vzťahy 9-13) a rozstupovú vzdialenosť  $p$  (vzťah 3), pomocou ktorej je ďalej počítaný uhlový rozstup zubov. Podstatou nasledujúceho kroku je stanovenie polohy priesečníka medzi evolventou a trochoidou a posledné dva kroky zabezpečujú výpočet súradníc bodov kriviek profilu zuba.



*Obr. 32* Výpočet súradníc bodov profilu zuba – diagram.

Krivka profilu zuba je tvorená z dvoch častí (viď *Obr. 33a*). Aktívna časť profilu je tvorená evolventnou krivkou, ktorej parametrické vyjadrenie v kartézskom súradnicovom systéme je dané vzťahmi 26 a 27. Prechod medzi aktívnym profilom zuba a telesom kolesa je tvorený krivkou, ktorá sa nazýva trochoida, pričom parametricky jej popis v kartézskom súradnicovom systéme je vyjadrený vzťahmi 34 až 35.

Pre vytvorenie výslednej krivky profilu zuba (viď *Obr. 33b*) je potrebné určiť minimálne a maximálne parametre rovníc kriviek profilu tak, aby začínali a končili v správnej polohe a zároveň na seba plynulo nadväzovali. Trochoida tvorí prechod medzi zubom a telesom kolesa, preto je potrebné aby začínala na pätnjej kružnici (bod 1) a končila v priesečníku medzi oboma krivkami (bod 2). Z bodu 2 ďalej pokračuje evolventa tvoriaca aktívnu časť profilu zuba, ktorá končí v bode 3 na hlavovej kružnici kolesa.



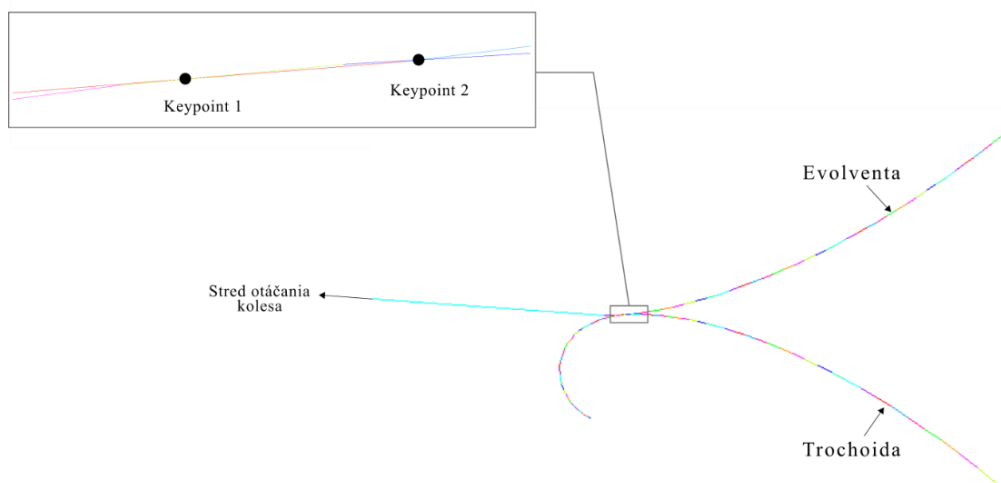
*Obr. 33* a) krivky tvoriace profil zuba, b) výsledná krivka profilu zuba.

### 3.2.1 PRIESEČNÍK EVOLVENTY A TROCHOIDY

Pre výpočet parametrov  $\theta_{max}$  a  $\Psi_{min}$  je nutné najprv stanoviť polohu priesečníka evolventy a trochoidy (viď *Obr. 33a*, bod 2). Jeho matematické vyjadrenie pomocou parametrických rovníc kriviek profilu by bolo náročnou úlohou, a tak bol zvolený postup využívajúci funkcie geometrického modelovania v programe *Ansys Mechanical APDL*.

Pomocou parametrických rovníc pre evolventu a trochoidu je postupom popísaným v ďalšom texte vytvorené pole súradníc bodov týchto kriviek. Minimálne a maximálne hodnoty parametrov rovníc  $\theta$  a  $\Psi$  sú v tomto prípade stanovené tak, aby boli krivky dostatočne dlhé pre zistenie polohy ich priesečníka.

S pomocou vypočítaných súradníc sú vytvorené body prislúchajúce jednotlivým krivkám. Následne sú využitím cyklu *\*do* a príkazu *L* medzi každými dvoma susediacimi bodmi danej krivky vytvorené úsečky. Pomocou týchto úsečiek sú pre evolventu a trochoidu vytvorené samostatné geometrické komponenty. Vytvorené geometrické komponenty sú od seba následne odčítané booleovskou operáciou. Keďže trochoida pretína evolventu na dvoch miestach, dochádza pri ich vzájomnom odčítaní k vzniku dvoch nových bodov (tzv. keypointov).



*Obr. 34* Priesečník evolventy a trochoidy. [50]

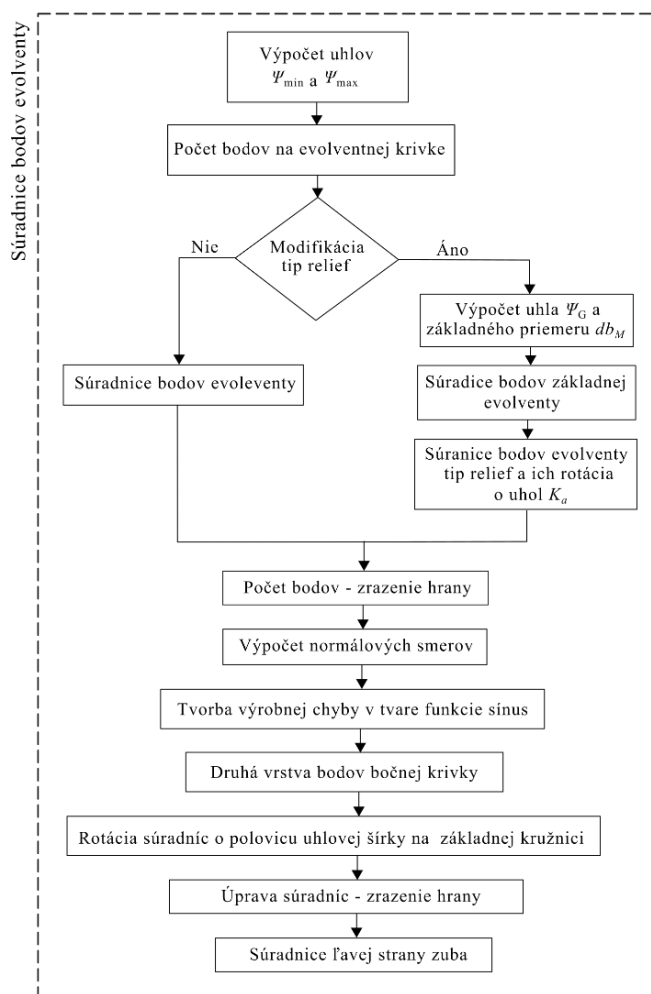
Všetky doteraz vytvorené body boli označované špecifickým číslom, a preto označí program body vzniknuté pri tejto booleovskej operácii číslami 1 a 2 (viď *Obr. 34*). Ako priesečník evolventy a trochoidy je uvažovaný bod 2 nachádzajúci sa vo väčšej vzdialenosti od stredu kolesa. Poloha tohto bodu v kartézskom súradnicovom systéme je následne uložená ako premenná príkazom *\*GET*. Zistené súradnice bodu slúžia pre výpočet vzdialenosti priesečníka od stredu kolesa  $r_p$ , ktorá bude ďalej využitá pre výpočet parametrov  $\theta_{max}$  a  $\Psi_{min}$ . Po uložení súradníc bodu sú odstránené všetky geometrické entity a taktiež nepotrebné premenné vytvorené pri tejto procedúre.

Pri istých kombináciách vstupných parametrov geometrie môže nastať situácia, kedy geometrická komponenta trochoidy pretína evolventu iba v jednom bode. Aby aj v tomto prípade došlo pri booleovskom odčítaní k vzniku dvoch nových bodov, je súčasťou geometrickej komponenty evolventy aj úsečka spájajúca prvý bod evolventy a bod nachádzajúci sa v strede kolesa.



### 3.2.2 SÚRADNICE BODOV EVOLVENTY

Na Obr. 35 je znázornený vývojový diagram popisujúci postup programu pri výpočte súradníc bodov časti krivky profilu tvorenej evolventou. Prvým krokom je výpočet minimálneho a maximálneho uhla odvalu  $\Psi$  pomocou geometrických vzťahov pre evolventu (22 - 25). Pre výpočet minimálneho uhla odvalu  $\Psi_{min}$  pomocou týchto vzťahov, je využitá poloha priesečníka evolventy a trochoidy a maximálny uhol odvalu  $\Psi_{max}$  je vypočítaný pomocou priemeru hlavovej kružnice kola  $d_a$ .



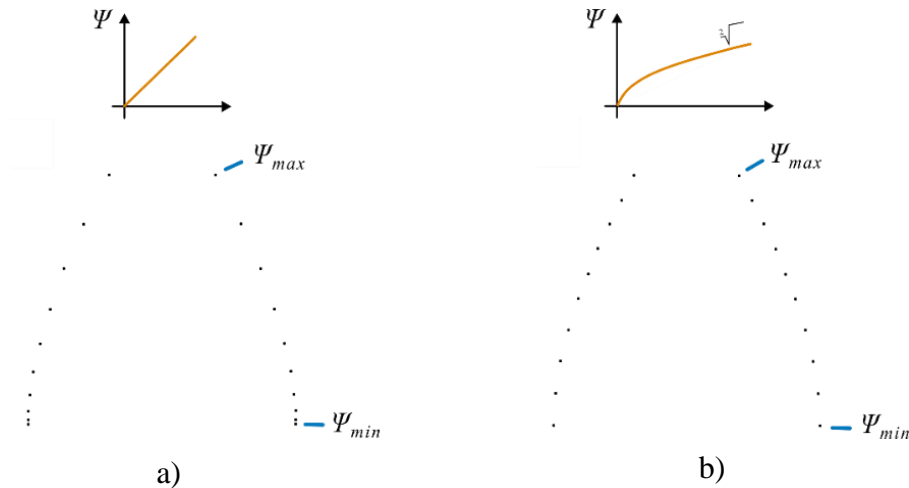
Obr. 35 Výpočet súradníc bodov evolventy tvoriacej krivku profilu.

Následne je pomocou vzťahu 28 vypočítaná dĺžka evolventy tvoriacej krivku profilu  $l$ . V závislosti na požadovanej veľkosti štvorcových prvkov v oblasti krivky profilu, je ďalej stanovený počet bodov tvoriacich túto krivku vzťahom:

$$\text{počet bodov pozdĺž evolventy} = \frac{l}{\text{veľkosť hrany prvku}} + 1 \quad (48)$$

Ďalší chod programu závisí na tom, či je na geometriu zuba aplikovaná modifikácia tip relief. V prípade, že táto modifikácia nie je aplikovaná, prechádza program priamo k výpočtu súradníc bodov krivky profilu pomocou vzťahov 26 a 27. Hodnoty súradníc v smere osi X a Y sú ukladané oddelene, do dvoch jednoradkových číselných polí. Dĺžku týchto polí udáva počet bodov pozdĺž krivky profilu.

Je dôležité poznamenať, že pred samotným výpočtom súradníc je nutné zostaviť pole hodnôt uhlu odvalu  $\Psi$ , ktorý je parametrom vzťahov pre súradnice evolventy. Zo vzťahu 27 vyjadrujúceho dĺžku evolventy vyplýva, že jej dĺžka narastá v závislosti na uhle odvalu s druhou mocninou (viď Obr. 36a). Aby boli vzdialenosti medzi susediacimi bodmi rovnomerné je potrebné zabezpečiť, aby mal priebeh hodnôt uhlu odvalu  $\Psi$  medzi jeho minimálnou a maximálnou hodnotou tvar druhej odmocniny (viď Obr. 36b).

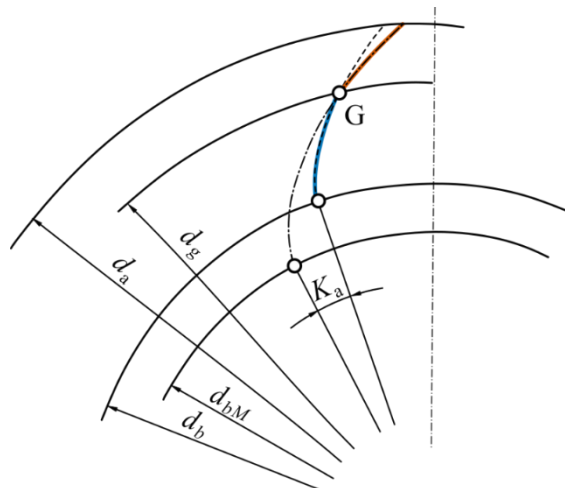


Obr. 36 Poloha súradníc evolventy v závislosti na uhle odvalu.

### SÚRADNICE KRIVKY PROFILU ZUBA S MODIFIKÁCIOU TIP RELIEF

V prípade, že je na geometriu zuba aplikovaná modifikácia tip relief, je evolventná časť krivky profilu tvorená dvoma evolventami, ktoré na seba nadväzujú v bode G (viď Obr. 37). Pre vyjadrenie geometrie modifikovaného zuba je potrebné stanoviť priemer kružnice  $d_g$ , na ktorom sa tento bod nachádza a priemer  $d_{bM}$ , základnej kružnice evolventy, tvoriacej modifikáciu.

Neznámu  $d_g$  je možné vypočítať pomocou geometrických vzťahov pre evolventu s využitím zadanej dĺžky modifikácie  $L$  (viď podkapitola 2.5). Priemer základnej kružnice  $d_{bM}$  evolventy tvoriacej modifikáciu je možné stanoviť riešením vzťahu 44 pomocou Newtonovej metódy.



Obr. 37 Geometria zuba s modifikáciou tip relief.

Pomocou získaných hodnôt  $d_g$  a  $d_{bM}$  parametrov je možné jednoznačne vyjadriť geometriu modifikovaného zuba. Pred samotným výpočtom súradníc je ešte nutné stanoviť počet bodov, ktoré prislúchajú základnej evolvente a evolvente tvoriacej časť zuba s modifikáciou tip relief. Celkový počet bodov je medzi tieto dve krivky rozdelený v pomere ich dĺžok vypočítaných vzťahom 28.

Pomocou vzťahov 26 a 27 sú potom vypočítané súradnice bodov základnej evolventy a súradnice bodov evolventy tvoriacej časť zuba s modifikáciou. Vypočítané súradnice evolventy tvoriacej modifikáciu tip relief je ďalej ešte nutné rotáciou posunúť o uhol  $K_a$ . Jeho veľkosť je možné na základe obr. 37 vyjadriť ako:

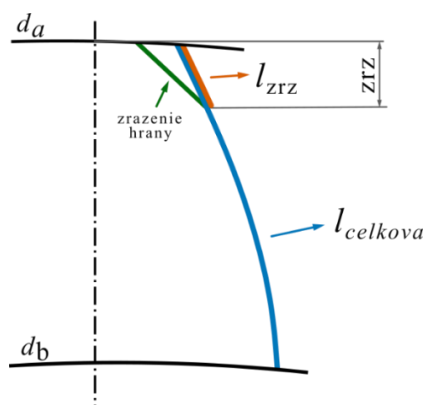
$$K_a = \text{inv}(\alpha_{gM}) - \text{inv}(\alpha_g). \quad (49)$$

Vypočítané súradnice evolventných kriviek v smere osí X a Y sú uložené do dvoch samostatných jednoriadkových polí.

### PRÍPRAVNÉ OPERÁCIE PRE TVORBU MODIFIKÁCIÍ MIKROGEOMETRIE

Ďalšími modifikáciami mikrogeometrie, ktoré je možné zahrnúť do modelu, sú zrazenie hrany na hlave zuba pod uhlom  $45^\circ$  a výrobná chyba v tvare funkcie sínus. Tie sú na geometriu krivky profilu zuba aplikované ďalšou úpravou súradníc jej bodov. Postupnosť krokov vedúcich k týmto úpravám sa môže na prvý pohľad javiť neusporiadane, avšak má svoje logické opodstatnenie, ktoré bude bližšie vysvetlené v nasledujúcich odstavcoch textu.

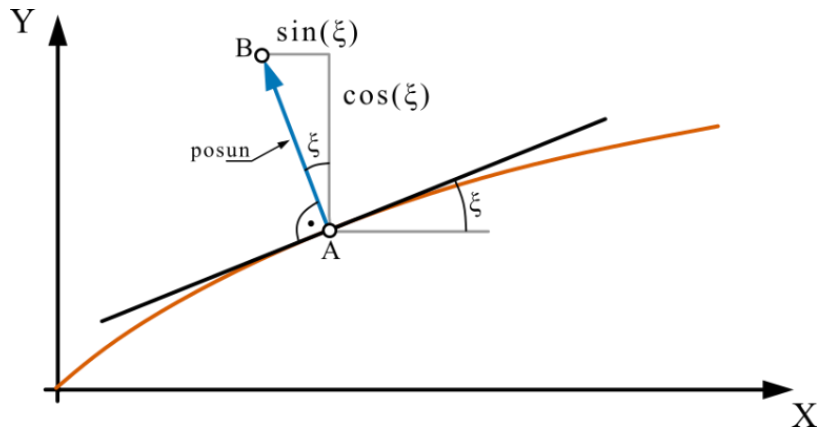
Prvým krokom vedúcim k vytvoreniu týchto modifikácií je stanovenie počtu bodov prislúchajúcich zrazeniu hrany. Na základe zadanej veľkosti zrazenia je geometrickými vzťahmi pre evolventu (25 - 26) a vzťahom pre dĺžku evolventnej krivky 27 vypočítaná dĺžka časti evolventy medzi počiatkom zrazenia hrany a hlavou zuba  $l_{zrz}$  (viď obr. 38). V prípade, že je na geometriu zuba zároveň aplikovaná modifikácia tip relief, je táto dĺžka počítaná na evolvente tvoriacej danú modifikáciu. Počet bodov prislúchajúci zrazeniu tip relief je ďalej vypočítaný na základe pomeru dĺžky  $l_{zrz}$  a celkovej dĺžky krivky profilu zuba  $l_{celkova}$ .



Obr. 38 Počet bodov prislúchajúcich zrazeniu hrany.

Ďalším krokom je výpočet normálových smerov bodov krivky profilu. Smer normály je kolmý na smer dotýčnice a preto bola pre získanie hodnôt normálových smerov využitá numerická derivácia. Z hodnôt predstavujúcich smernicu dotýčnice bol s využitím funkcie  $\text{atan}$  vypočítaný

uhol  $\xi$ , ktorý vyjadruje smer normály voči ose Y (viď obr. 39). Aby bolo možné určiť, či normála smeruje v kladnom, alebo zápornom smere osi X, bolo taktiež v jednotlivých bodoch potrebné stanoviť monotónnosť funkcie. Tá bola zistená na základe rozdielu súradníc vedľa seba ležiacich bodov v smere osy Y. V prípade, že funkcia v danom bode narastá, smeruje normála v zápornom smere osi X. V prípade, že je funkcia v danom bode klesajúca, normála smeruje v kladnom smere osi X.



Obr. 39 Výpočet normálových smerov - princíp.

### TVORBA VÝROBNEJ CHYBY V TVARE FUNKCIE SÍNUS

Kroky popísané v posledných dvoch odstavcoch tvorili prípravu pre ďalšie úpravy súradníc bodov krivky profilu. Výrobná chyba v tvare funkcie sínus je aplikovaná iba medzi počiatočným bodom krivky profilu a bodom v ktorom začína zrazenie hrany na hlave zuba. Aplikácia výrobné chyby spočíva v pripočítaní hodnôt funkcie sínus k súradniciam bodov krivky profilu v normálovom smere (viď Obr. 40).



Obr. 40 Princíp tvorby výrobné chyby v tvare funkcie sinus.

Pred samotnou úpravou súradníc krivky profilu je ešte nutné vytvoriť číselné pole obsahujúce hodnoty funkcie sínus. Konkrétne parametre tvaru výrobné chyby, teda amplitúda a počet periód funkcie, sú zadané ako vstupné parametre v úvodnej časti skriptu. Počet hodnôt funkcie sínus zodpovedá počtu bodov, na ktorý bude táto modifikácia aplikovaná.

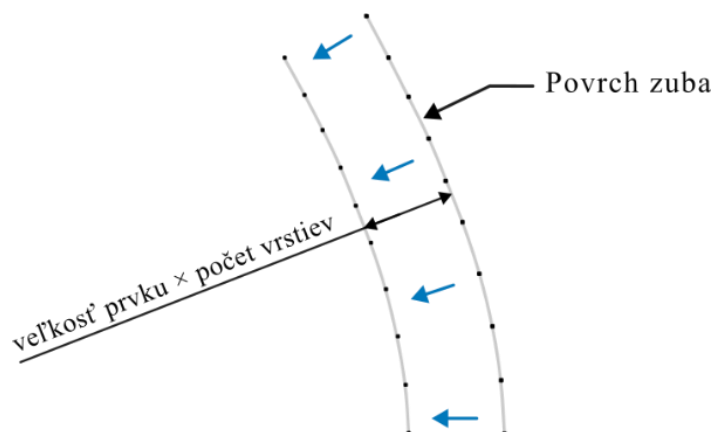
Princíp samotnej úpravy súradníc bodov krivky profilu prebieha na základe vzťahov 50 a 51, ktoré vyjadrujú presun bodu na obr. 39. z polohy A do polohy B:

$$X_B = X_A + \text{posun} \sin(\xi) \text{ smer } X, \quad (50)$$

$$Y_B = Y_A + \text{posun} \cos(\xi). \quad (51)$$

### TVORBA DRUHEJ VRSTVY BODOV

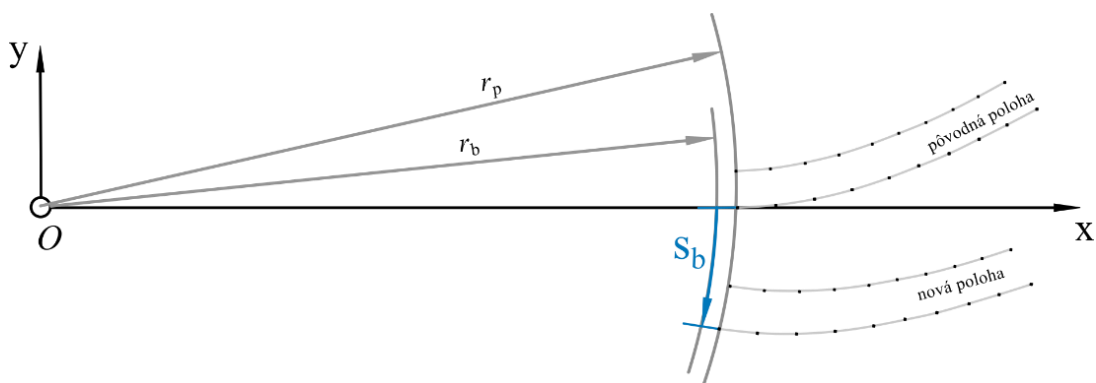
Obdobným spôsobom je ďalej vytvorené pole súradníc druhej vrstvy bodov, ktoré slúžia pre tvorbu oddelených plôch na povrchu zuba (vid' Obr. 41). Súradnice druhej vrstvy bodov sú vytvorené pripočítaním hodnoty predstavujúcej šírku povrchovej plochy zuba k pôvodným súradniciam v ich normálovom smere. Šírka povrchovej plochy je rovná súčinu veľkosti hrany štvorcového prvku v oblasti krivky profilu a počtu vrstiev týchto prvkov. Obe z hodnôt sú zadávané ako vstupné parametre.



Obr. 41 Súradnice druhej vrstvy bodov.

### ROTÁCIA SÚRADNÍC DO SPRÁVNEJ POLOHY

Súradnice bodov vypočítané doterajším postupom prislúchajú krivkám nachádzajúcim sa na pravej strane zuba (vid' Obr. 44). Ich poloha však bezprostredne po výpočte pomocou geometrických vzťahov evolventy (22-25) nie je správna, a preto je potrebné súradnice vytvorené doterajším postupom presunúť do správnej polohy (vid' Obr. 42). V prípade, že je vo vzťahoch pre výpočet súradníc evolventy parameter  $\Psi$  rovný nule, ležia súradnice bodu na priesečníku osi X a základnej kružnice kolesa (vid' Obr. 42). Súradnice bodov sú preto v ďalšom kroku rotáciou po základnej kružnici posunuté do novej polohy (vid' Obr. 42). Veľkosť ich posunutia zodpovedá polovici oblúkovej šírky zuba  $s_b$  na základnej kružnici, ktorú je možné vypočítať pomocou vzťahu 16.

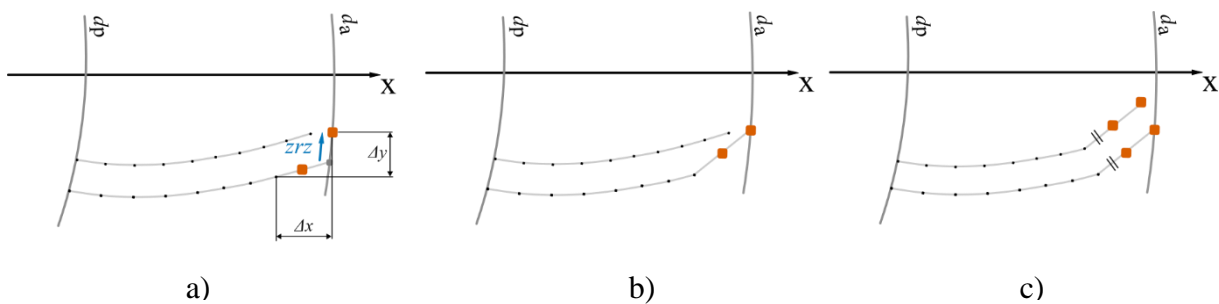


Obr. 42 Rotácia súradníc zuba do správnej polohy.

### TVORBA ZRAZENIA NA HLAVE ZUBA

Po rotácii do správnej polohy je na súradnice bodov pravej strany zuba aplikovaná posledná modifikácia spočívajúca v tvorbe zrazenia hrany na hlave zuba. Ako prvé sú upravené súradnice bodov krivky profilu tvoriace vonkajší povrch zuba a po ich úprave nasleduje vytvorenie zrazenia na druhej vrstve bodov.

V prvom kroku je poloha posledného bodu krivky profilu rotáciou posunutá po hlavovej kružnici o dráhu zodpovedajúcu veľkosti zrazenia  $zrz$  (viď Obr. 43a). Následne je vypočítaná vzdialenosť v smere osí X a Y, medzi týmto posunutým bodom a posledným bodom časti profilu zuba tvoreného evolventou (viď Obr. 43a). Súradnice bodov prislúchajúcich zrazeniu hrany sú v ďalšom kroku prepočítané tak, aby ležali na úsečke medzi okrajovými bodmi tvoriacimi zrazenie hrany (viď Obr. 43b).

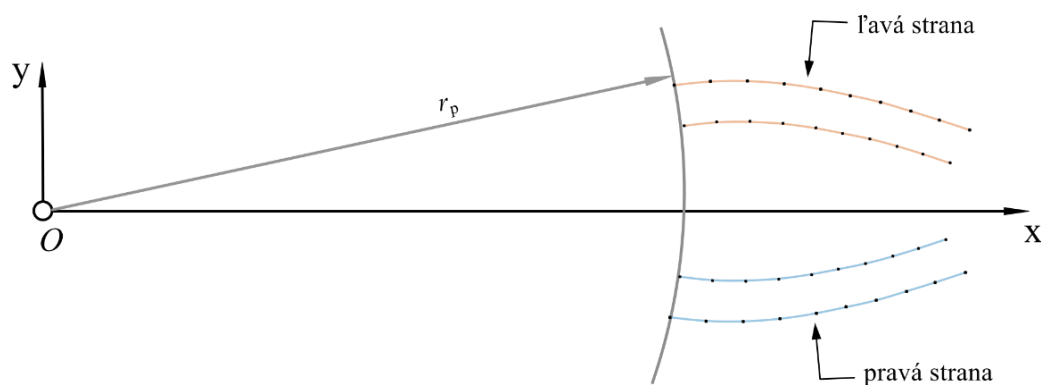


Obr. 43 Tvorba zrazenia hrany na hlave zuba.

Poloha bodov druhej vrstvy, ktoré tvoria zrazenie je upravená tak, aby ležali s rovnakým sklonom aký má priamka pretínajúca body zrazenia na povrchu zuba (viď Obr. 43c). Taktiež vzdialenosti v smere osí X a Y, bodov tvoriacich zrazenie v druhej vrstve, je rovnaká ako v prípade krajných bodov zrazenia povrchovej vrstvy zuba.

### TVORBA SÚRADNÍC NA ĽAVEJ STRANE ZUBA

V predchádzajúcom texte bola popísaná tvorba súradnic bodov prislúchajúcich pravej strane zuba (viď Obr. 44). Pre vytvorenie plošnej geometrie zuba je ale taktiež potrebné vytvoriť body, ktoré sa nachádzajú na jeho ľavej strane. V tomto kroku sú preto vytvorené číselné polia obsahujúce súradnice ľavej strany zuba v kartézskom súradnicovom systéme.

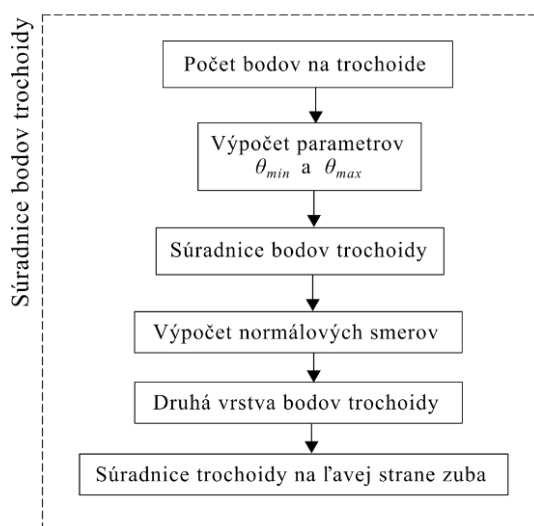


Obr. 44 Súradnice bodov na ľavej strane zuba.

Zub ozubeného kolesa je symetrický, pričom osou jeho symetrie je os X kartézkeho súradnicového systému (viď *Obr. 44*). Súradnice bodov na ľavej strane zuba bolo preto možné vyjadriť jednoduchým spôsobom. V smere osi X sú hodnoty týchto súradníc zhodné so súradnicami bodov na pravej strane zuba. V smere osi Y je pre pravú a ľavú stranu zuba zhodná ich absolútna hodnota, pričom hodnoty na pravej strane zuba sú záporné a hodnoty na jeho pravej strane kladné.

### 3.2.3 SÚRADNICE BODOV TROCHOIDY

Po vyjadrení súradníc bodov časti profilu tvorenej evolventou nasleduje výpočet súradníc prechodovej krivky tvorenej trochoidou. Princíp výpočtu týchto súradníc je podobný ako v prípade súradníc evolventy. Na *obr. 45* je znázornený vývojový diagram, podľa ktorého program pri výpočte týchto súradníc postupuje.



*Obr. 45* Výpočet súradníc bodov časti profilu tvorenej trochoidou.

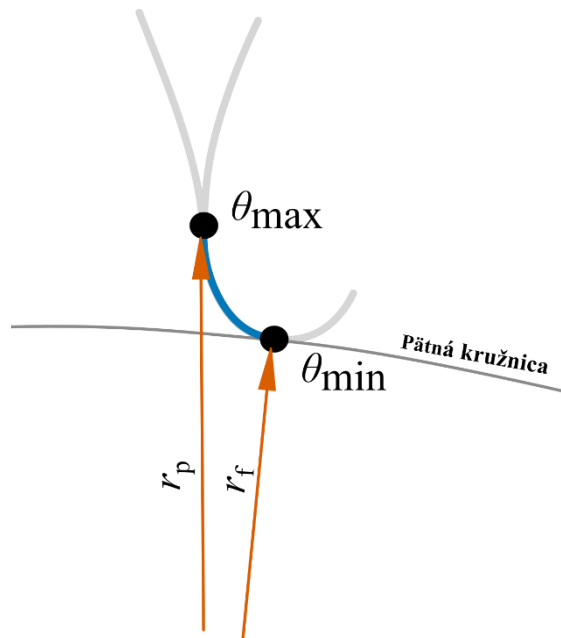
Počet bodov na trochoide bol na základe skúseností zvolený ako 0,6-násobok počtu bodov časti krivky profilu tvorenej evolventou. Aby sa počiatočný a koncový bod prechodovej krivky nachádzal v správnej polohe, bolo potrebné určiť medzné hodnoty parametra  $\theta$ , ktorý vystupuje v rovniciach trochoidy 29 až 35. Keďže dané rovnice obsahujú množstvo nelineárnych členov, bola pre nájdenie minimálnej a maximálnej hodnoty parametra  $\theta$  využitá Newtonová metóda. Pre výpočet minimálnej hodnoty parametra vzťahov pre súradnice trochoidy bola využitá podmienka:

$$r_b = \sqrt{afx(\theta)^2 + afy(\theta)^2}, \quad (52)$$

kde  $afx$  a  $afy$  predstavujú súradnice sekundárnej trochoidy v kartézskom súradnicovom systéme získané pomocou vzťahov 34 a 35. Pre výpočet maximálnej hodnoty tohto parametra bola využitá podmienka:

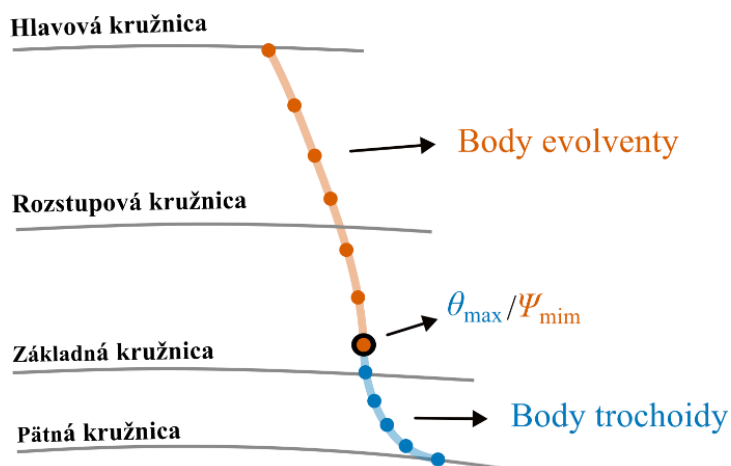
$$r_p = \sqrt{afx(\theta)^2 + afy(\theta)^2}. \quad (53)$$

Poloha počiatočného a koncového bodu trochoidy je znázornená *obr. 46*. Na základe podmienky vyjadrenej vzťahom 52 bola hľadaná hodnota parametra  $\theta_{\min}$  tak, aby prvý bod trochoidy ležal na pätnjej kružnici kola vo vzdialenosti  $r_f$  od stredu kola. Pre nájdenie posledného bodu trochoidy bola využitá podmienka vyjadrená vzťahom 53. Parameter  $\theta_{\min}$  musí nadobúdať takú hodnotu, aby bod ležal v mieste priesečníka trochoidy s evolventou.



*Obr. 46* Výpočet minimálneho a maximálneho parametra trochoidy.

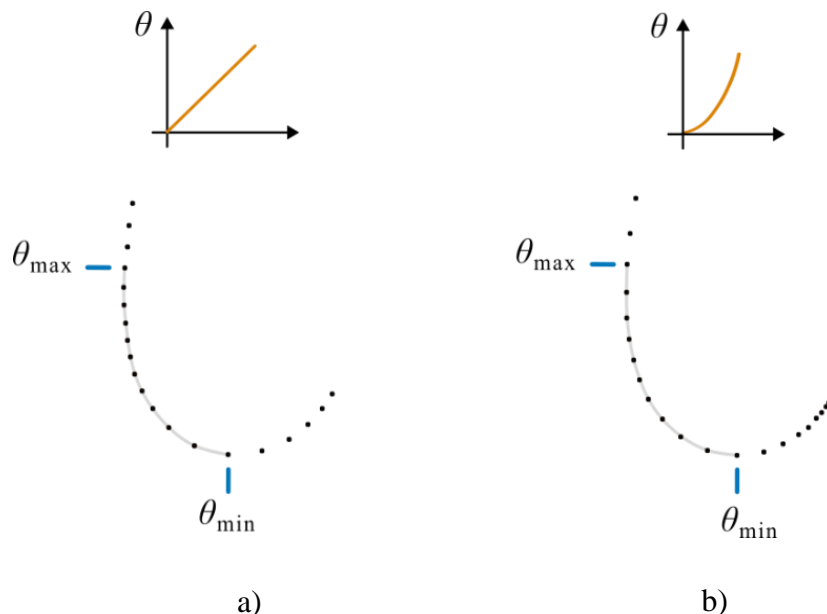
Pred samotným výpočtom súradníc bodov trochoidy je nutné vytvoriť pole obsahujúce hodnoty parametrov  $\theta$ . Toto pole je v porovnaní s počtom bodov tvoriacich trochoidu o jednu hodnotu dlhšie. Dôvodom je potreba zabezpečiť, aby trochoida plynulo nadväzovala na časť krivky profilu tvorenú evolventou. Hodnoty poslednej súradnice podľa parametrov  $\theta$  zodpovedajú polohe priesečníka kriviek tvoriacich profil zuba. Nie je však žiadúce, aby sa v tomto mieste nachádzali súčasne dva body. V mieste priesečníka kriviek preto leží prvý bod evolventy, pričom posledný bod trochoidy sa nachádza ešte pred týmto priesečníkom (viď *Obr. 47*).



*Obr. 47* Poloha bodov evolventy a trochoidy.

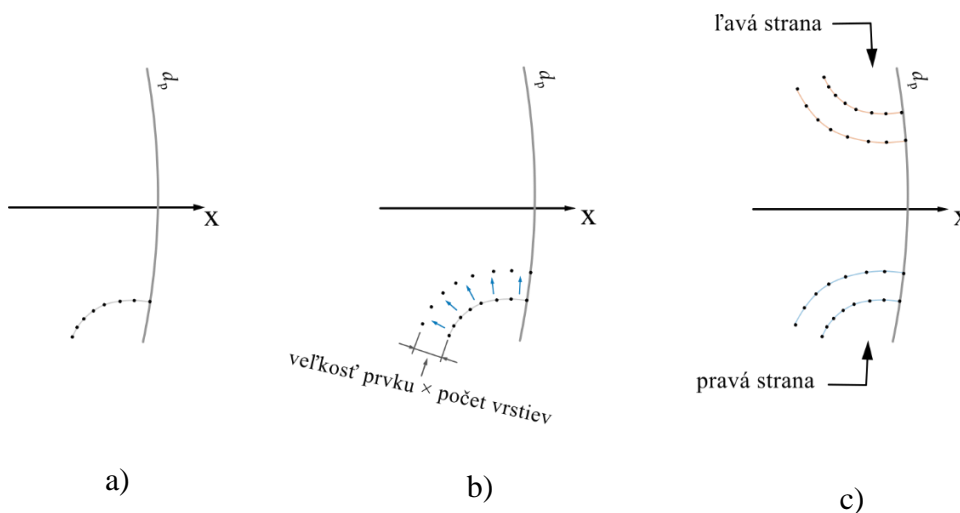


V prípade že, je nárast parameteru  $\theta$  medzi minimálnou a maximálnou hodnotou lineárny, je vzdialenosť medzi bodmi trochoidy nerovnomerná (vid' Obr. 48a). Ukázalo sa však, že ak tento parameter narastá s druhou mocninou, dochádza k zabezpečeniu lepšej rovnomernosti rozloženia bodov medzi hodnotami  $\theta_{\min}$  a  $\theta_{\max}$ . (vid' Obr. 48b)



Obr. 48 Rozloženie bodov trochoidy v závislosti na priebehu parameteru  $\theta$ .

Po vytvorení poľa parametrov  $\theta$  sú ďalej pomocou vzťahov 29-35 vypočítané hodnoty súradníc bodov trochoidy v kartézskom súradnicovom systéme (vid' Obr. 49a). Následne sú vytvorené súradnice druhej vrstvy bodov trochoidy. Postup ich tvorby je rovnaký ako v prípade súradníc druhej vrstvy bodov evolventnej časti krivky profilu (vid' podkapitola 3.2.2). S využitím numerickej derivácie sú v jednotlivých bodoch stanovené smery normály vzhľadom k osi Y kartézskeho súradnicového systému (vid' Obr. 39). Súradnice bodov (vid' Obr. 49b) druhej vrstvy sú potom vytvorené s využitím vzťahov 50-51, kde *posun* je pre všetky súradnice konštantný a odpovedá súčinu veľkosti hrany prvku na povrchu zuba a počtu vrstiev týchto prvkov. (vid' Obr. 49c)



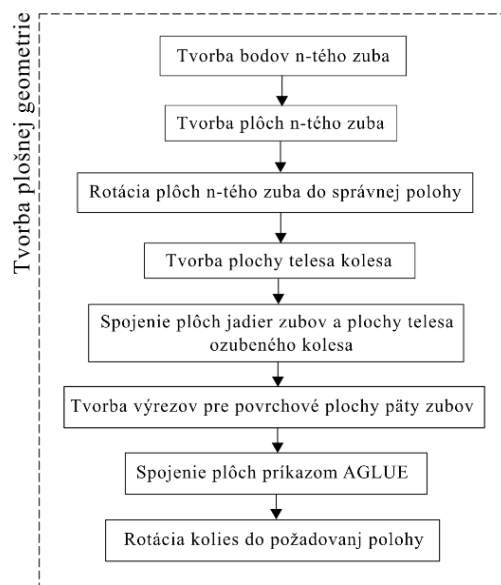
Obr. 49 Tvorba súradníc trochoidy.

Súradnice trochoidy vytvorené pomocou vzťahov 29-35 plynulo naväzujú na súradnice evolventy a nie je potrebné ďalej meniť ich polohu rotáciou. Posledným krokom je preto vytvorenie súradníc na ľavej strane zuba. Súradnice v smere osi X sú pre pravú aj ľavú stranu zuba zhodné. V smere osi Y sú zhodné ich absolútne hodnoty, pričom hodnoty súradníc na pravej strane sú záporné a hodnoty na pravej strane kladné.

### 3.3 TVORBA PLOŠNEJ GEOMETRIE

Po výpočte súradníc bodov nasleduje tvorba geometrie pastorka a kolesa. Keďže sa jedná o ozubené kolesá s priamym čelným ozubením a úloha bola zjednodušená do dvoch rozmerov, je geometria kolies tvorená plošnými entitami. Pre tvorbu plôch bol zvolený prístup zdola-hore, čo znamená, že s využitím entít nižšieho rádu sú postupne tvorené geometrické entity vyšších rádo.

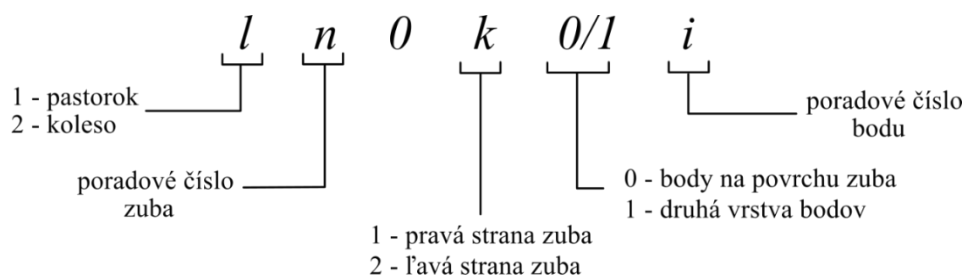
Jednotlivé kroky tvorby plošnej geometrie znázorňuje diagram na *Obr. 50*. V prvom kroku sú vytvorené body zuba, pomocou ktorých následne vznikajú plochy tvoriace zub. Vytvorené plochy zubov sú posúvané do ich správnej polohy. Následne je vytvorená plocha predstavujúca teleso kolesa a s využitím booleovských operácií sú k nej následne pripojené jednotlivé zuby. Poloha plôch pastorka a kolesa je nakoniec rotáciou upravená tak, aby boli ich zuby v zábere. Podrobnejší popis sú jednotlivých krokov je uvedený v nasledujúcich odstavcoch textu.



*Obr. 50* Tvorba plošnej geometrie.

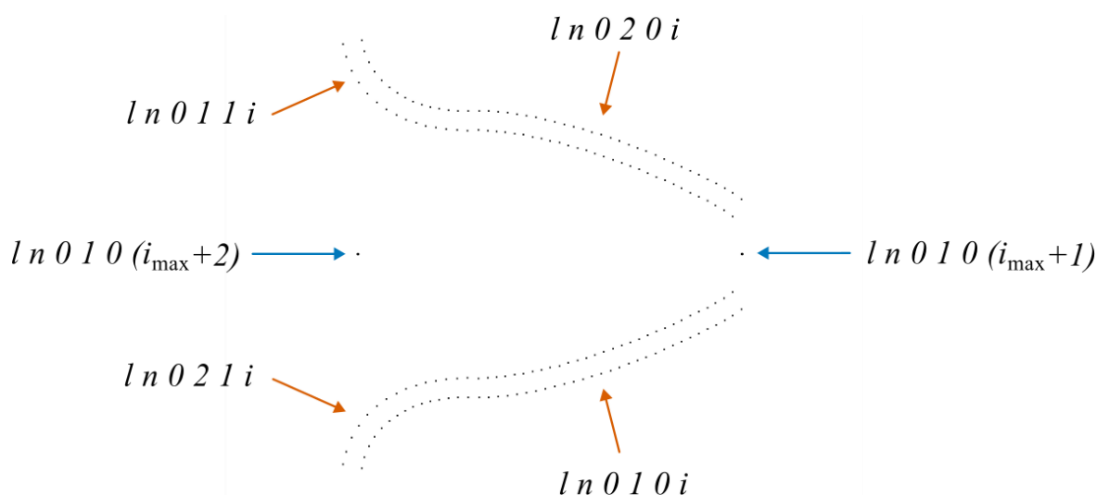
#### 3.3.1 TVORBA BODOV ZUBA

Ako už bolo uvedené plošná geometria je tvorená pomocou entít nižšieho rádu, preto sú v prvom kroku vytvorené body zuba. Tvorba bodov prebieha s využitím cyklov pomocou príkazu *K*, kde vstupnými hodnotami sú číselné označenie tvoreného bodu a jeho súradnice v aktívnom súradnicovom systéme. Súradnice jednotlivých bodov v smere osí X a Y sú získavané z číselných polí vytvorených postupom popísaným v predošlej podkapitole. Aby bolo možné vytvorené body jednoducho využiť v ďalších krokoch, sú systematicky číslované spôsobom znázorneným na *obr. 51* a *obr. 52*.



Obr. 51 Systém číslovania bodov zuba.

- Prvá číslica nadobúda hodnotu v závislosti na tom, či sa jedná o pastorok alebo koleso.
- Na druhej pozícii sa nachádza poradové číslo zuba daného kolesa, ktorého hodnota narastá od čísla 1 až po zvolený počet zubov, ktorý obsahuje model pastorka resp. kolesa.
- Keďže zvolený počet zubov v modeli môže byť dvojciferným číslom, nachádza sa pre jednoznačnosť označenia na tretej pozícii číslica 0.
- Štvrtá pozícia nadobúda hodnotu 1 alebo 2 v závislosti na tom, či bod prislúcha pravej, alebo ľavej strane zuba.
- Hodnota na piatej pozícii sa mení medzi 0 a 1, v závislosti na tom, či sa bod nachádza na povrchovej vrstve zuba, alebo prislúcha druhej vrstve bodov zuba.
- Šiestá pozícia označuje poradové číslo bodu v danej vrstve bodov určenej predchádzajúcimi parametrami.



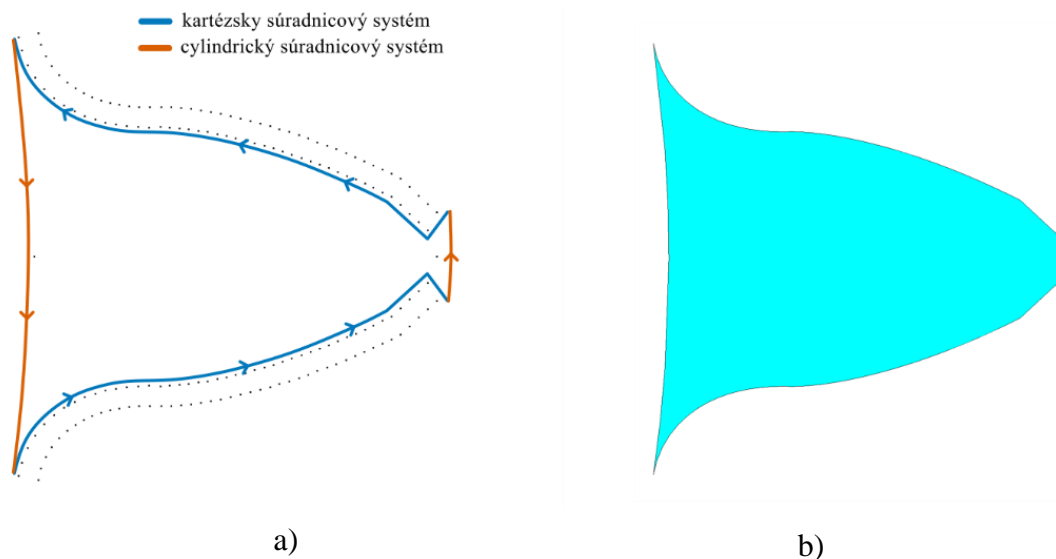
Obr. 52 Označenie jednotlivých vrstiev bodov zuba.

Okrem týchto bodov sú následne ešte vytvorené posledné dva body. Prvý z nich sa nachádza v mieste priesečníka osi súmernosti zuba a hlavovej kružnice. Druhý sa nachádza na osi súmernosti zuba vo vzdialenosti pätného polomeru zmenšeného o šírku plochy tvoriacej povrchovú vrstvu v oblasti krivky profilu. Označenie týchto bodov zodpovedá vrstve bodov na povrchu pravej strany zuba. Poradové číslo bodu (viď obr. 52) na hlavovej kružnici je oproti maximálnemu poradovému číslu  $i_{\max}$ , bodu tejto vrstvy zväčšené o 1. Poradové číslo bodu v spodnej časti zuba je oproti hodnote  $i_{\max}$  zväčšené o 2.

### 3.3.2 TVORBA PLÔCH ZUBA

Pomocou vytvorených bodov sú následne tvorené jednotlivé plochy zuba. Ako prvá je vytvorená plocha tvoriaca jadro zuba. Následne sú postupne vytvorené povrchové plochy na pravom a ľavom boku zuba. Samostatné plochy pripadajú časti profilu zuba tvorenú trochoidou, evolventou a zrazením na hlave zuba. Plochy sú tvorené veľkým množstvom bodov, preto je potrebné pre ich tvorbu využiť príkazov grafického rozhrania. Príkazom *FLST* je najprv zadaný počet bodov, ktoré budú využité pre vytvorenie danej plochy. S využitím cyklu *\*do* sú následne pomocou príkazu *FITEM* postupne vyberané body, prislúchajúce tvorenej ploche. Poradie výberu bodov musí byť také, aby body postupne vyznačili obvod tvorenej plochy.

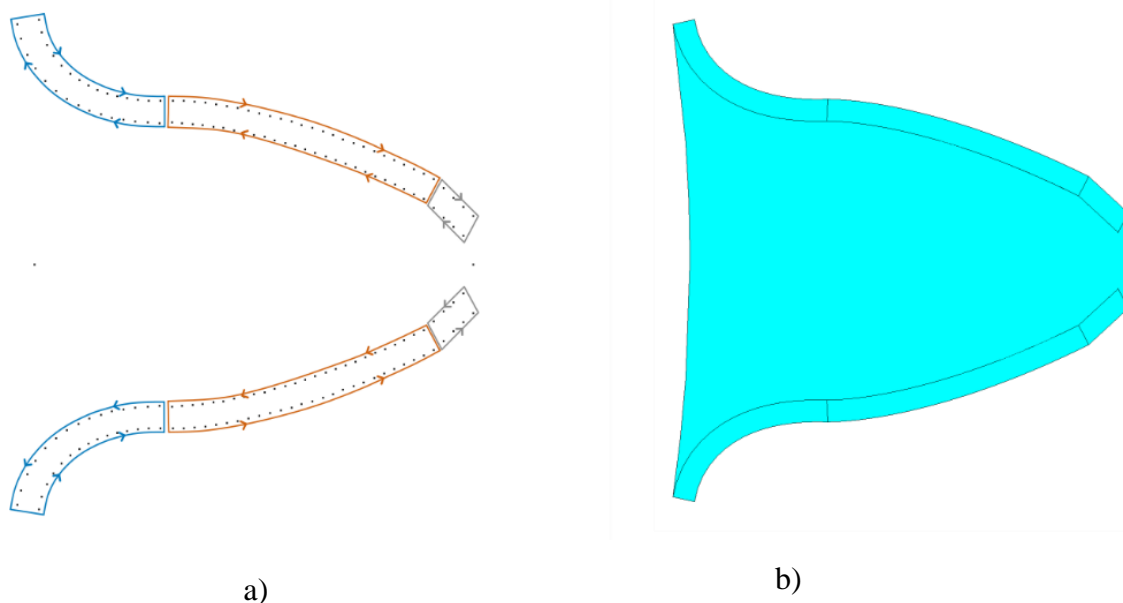
V prípade, že je počas výberu bodov príkazom *FITEM* aktívny kartézsky súradnicový systém, je medzi susediacimi bodmi vytvorená úsečka. V prípade, že je aktívny cylindrický súradnicový systém, je krivka medzi po sebe vyberanými bodmi časťou kružnice so stredom krivosti v počiatku daného súradnicového systému.



Obr. 53 a) postupnosť výberu bodov, b) výsledná plocha v jadre zuba.

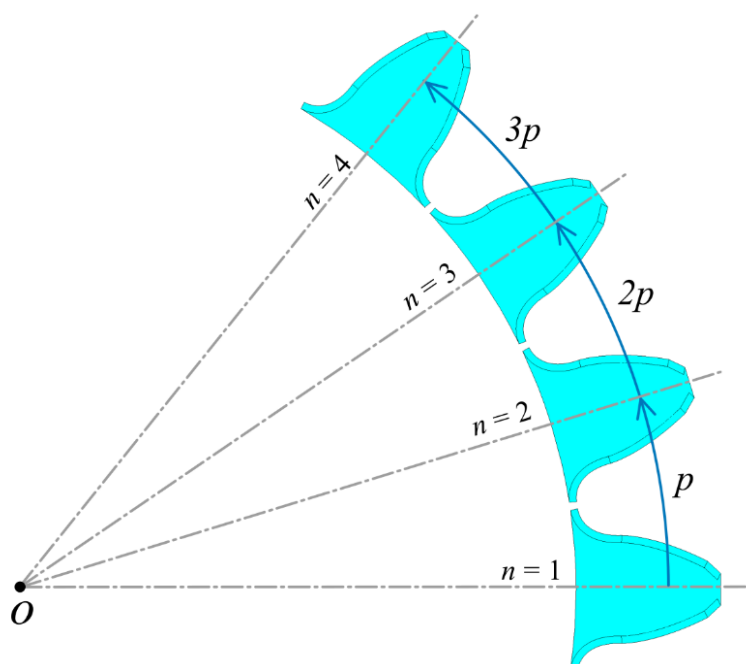
Postup výberu bodov pri tvorbe plochy jadra zuba je znázornený na obr. 53a. Výber začína druhou vrstvou bodov na pravej strane zuba. Po dosiahnutí posledného bodu tejto vrstvy je vybraný posledný bod povrchovej vrstvy na pravej strane zuba. Po vybratí tohto bodu je aktivovaný cylindrický súradnicový systém s počiatkom v strede tvoreného kolesa. Prechodová krivka medzi pravou a ľavou stranou zuba prechádza bodom v jeho osi súmernosti a tvorí časť hlavovej kružnice kolesa.

Obdobným spôsobom sú potom vybrané body na ľavej strane zuba a pre tvorbu prechodu v spodnej časti zuba je znova aktivovaný cylindrický súradnicový systém s počiatkom v strede otáčania daného kolesa. Výsledná plocha jadra zuba (viď obr. 53b) je nakoniec vytvorená pomocou príkazu *A*, so zadaným vstupom *P5IX*, čo zabezpečí tvorbu plochy pomocou bodov ktoré boli vybrané príkazom *FITEM*, spôsobom popísaným vyššie. Po vytvorení plochy jadra zuba sú podobným spôsobom vytvorené povrchové plochy zuba v časti tvorenej trochoidou, evolventou a zrazením hrany na hlave zuba (viď obr. 54 a). Kompletne plochy zuba sú potom znázornené na obr. 54b.



Obr. 54 a) tvorba plôch na povrchu zuba, b) kompletne plochy prisluchajuce zuba.

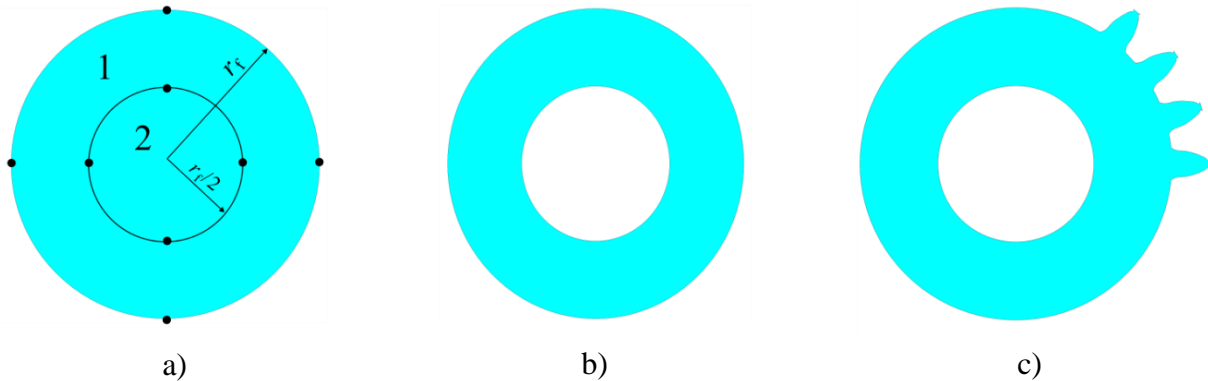
Po vytvorení plôch daného zuba sú tieto plochy vybrané na základe číselného označenia a zlúčené do geometrického komponentu. Plochy daného zuba sú následne rotáciou okolo stredu kolesa posunuté do požadovanej polohy (vid' obr. 55).



Obr. 55 Rotácia zubov do správnej polohy.

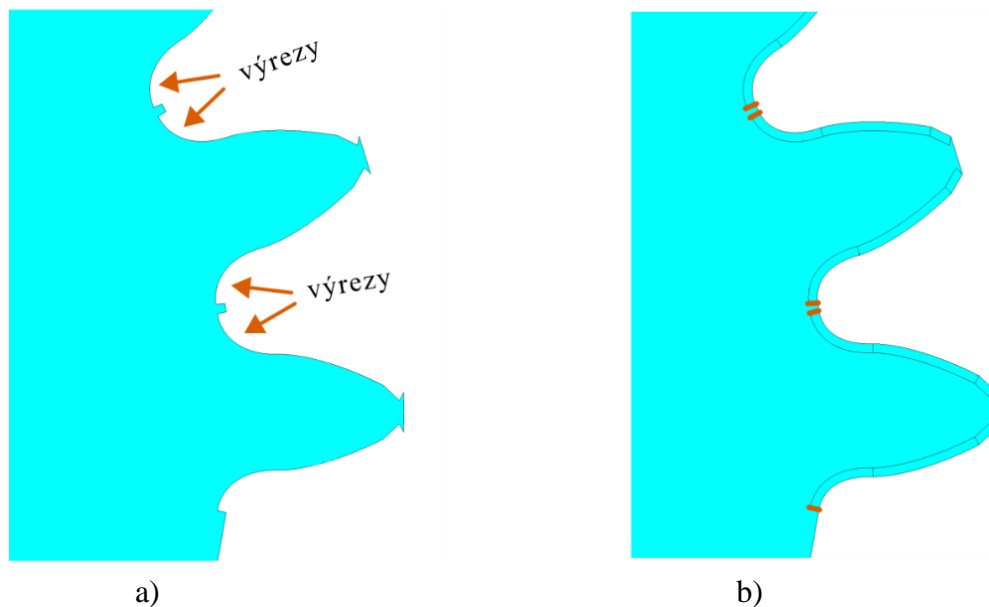
Nasledujúci krok potom spočíva v tvorbe plochy reprezentujúcej teleso kolesa, pričom tvorba tejto plochy znova prebieha spôsobom zdola-hore. V cylindrickom súradnicovom systéme s počiatkom v strede kolesa je vytvorených osem, špecificky očíslovaných bodov. Ich špecifické očíslovanie je v tomto prípade dôležité pre ďalší postup súvisiaci so zadávaním okrajových podmienok pre jednotlivé kroky simulácie.

Prvé štyri body sa nachádzajú na päťnej kružnici kola a s využitím príkazu *A* je pomocou nich vytvorená plocha 1. Vzďialenosť od stredu súradnicového systému ďalších štyroch bodov tvoriacich plochu 2 bola zvolená ako polovičná oproti prvej štvorici bodov (viď *Obr. 56 a*).



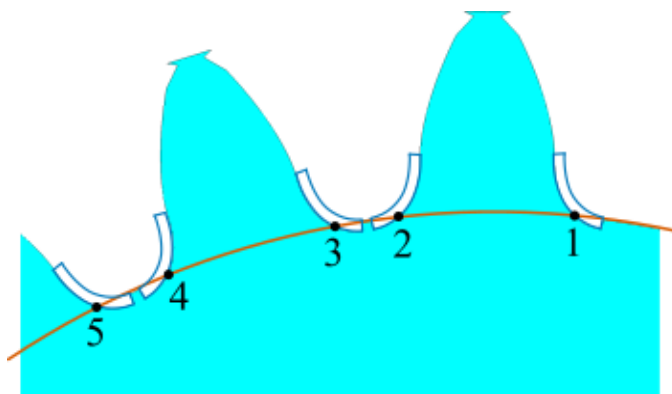
*Obr. 56* Tvorba plochy telesa kola.

Booleovským odčítaním plochy 2 od plochy 1 pomocou príkazu *ASBA* je následne vytvorená plocha medzikružia predstavujúca teleso kola (viď *Obr. 56 b*). Ďalej sú na základe číselného označenia vybrané plochy v jadrách jednotlivých zubov kola a booleovskou operáciou *AADD* sú spojené s plochou tvoriacou jadro zuba (viď *Obr. 56 c*).



*Obr. 57 a)* výrezy v oblasti päty zuba, *b)* spojenie plôch príkazom *AGLUE*.

Povrchové plochy zuba v oblasti päty zasahujú pod úroveň priemeru päťnej kružnice a dochádza k ich prekryvaniu s plochou telesa kola. Preto sú v ďalšom kroku pomocou povrchových plôch s využitím operácie *ASBA* vytvorené výrezy v ploche telesa kola (viď *Obr. 57 a*). V tomto momente už majú všetky vytvorené plochy správny tvar. Hrany povrchových plôch vyznačené na *obr. 57b* oranžovou farbou však nie sú spojené s plochou telesa kola. Aby bolo zabezpečené spojenie všetkých plôch kola, sú plochy na povrchu päty zuba dodatočne spojené s plochou telesa kola pomocou príkazu *AGLUE*.

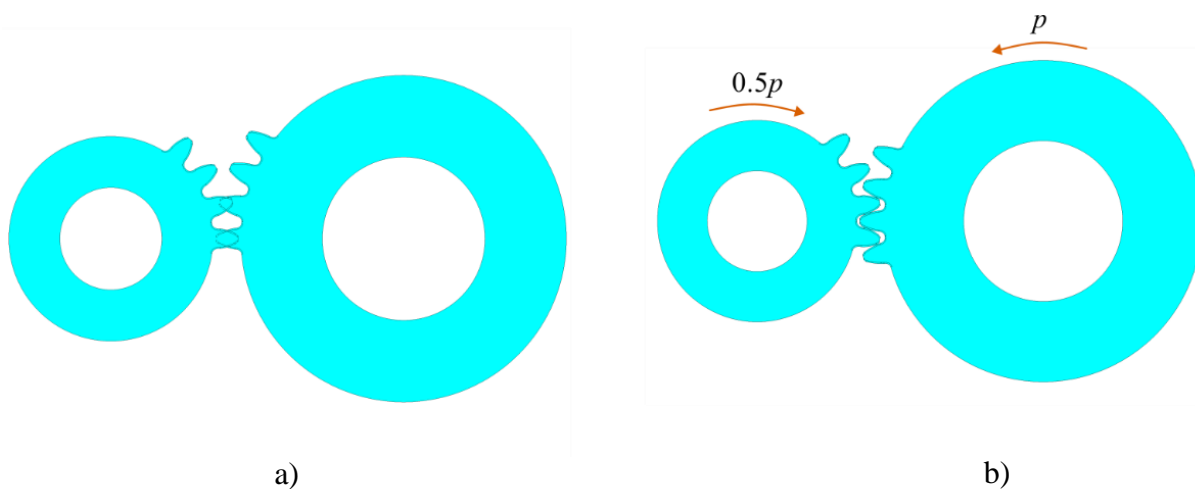


Obr. 58 Poloha nežiadúcich bodov.

Pri tvorbe výrezov v päte zuba dochádza k nežiadúcemu javu, a to tvorbe nadbytočných geometrických bodov. Tieto body vznikajú v priesečníku medzi povrchovou plochou v päte zuba a vonkajším obvodom plochy telesa kolesa (viď obr. 58). Keďže všetky zvyšné body geometrie sú označené špecifickým číslom, program automaticky začína číslovanie týchto bodov na hodnote 1. Počet nežiadúcich bodov je možné jednoducho vypočítať v závislosti na počte zubov kolesa.

Prebytočné body rozdeľujú jednu z čiar na obvode povrchovej plochy zuba. Pre elimináciu týchto bodov, je využitá cyklicky sa opakujúca sekvencia príkazov. Najprv je vybraný prebytočný bod, následne sú pomocou príkazu *LSLK* vybrané čiary spojené s týmto bodom a posledný príkaz *LCOMB* zabezpečuje zlúčenie týchto čiar.

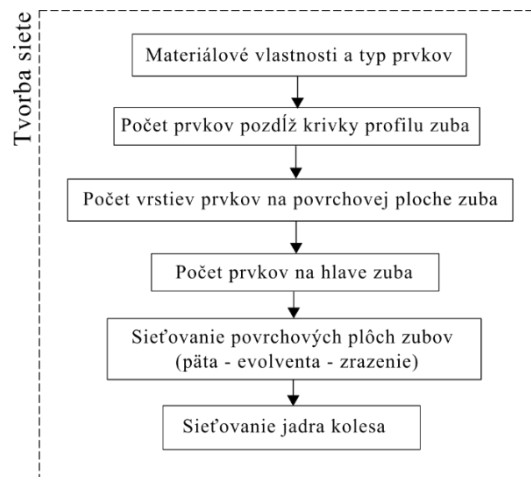
Po vytvorení plošnej geometrie oboch kolies sú zuby pastorka a kolesa v polohe znázornenej na obr. 59a, v ktorej sa plochy ich zubov prekrývajú. Finálnym krokom tvorby geometrie je rotácia oboch ozubených kolies tak, aby boli ich zuby vo vzájomnom zábere. Veľkosť a smer rotácie kolies do záberu je naznačená na obr. 59b. Pastorok je rotovaný o polovicu jeho zubového rozstupu v naznačenom smere a koleso je otočené o celý jeho zubový rozstup. Vzájomná poloha zubov kolies je nastavená tak, aby bol pri rotácii prvý zub pastorku podopieraný zubom kolesa.



Obr. 59 a) poloha kolies po ich vytvorení, b) kolesá v zábere.

### 3.4 TVORBA SIETE

Ďalšou funkciou, ktorú makro zabezpečuje, je automatické sieťovanie vytvorenej geometrie. Diagram znázorňujúci postup programu pri sieťovaní je zobrazený na obr. 60. Pred samotnou tvorbou siete sú pre kolesá definované vlastnosti materiálu a zvolený typ prvku, ktorý bude využitý pri tvorbe siete. Následne sa nastaví požadované množstvo prvkov vo vybraných častiach kolies a na záver prebieha automatické sieťovanie kolies. Podrobnejšie sú tieto kroky popísané v nasledujúcich odstavcoch tejto podkapitoly.



Obr. 60 Automatizovaná tvorba siete.

#### NASTAVENIE MATERIÁLOVÝCH VLASTNOSTÍ A TYPU PRVKOV

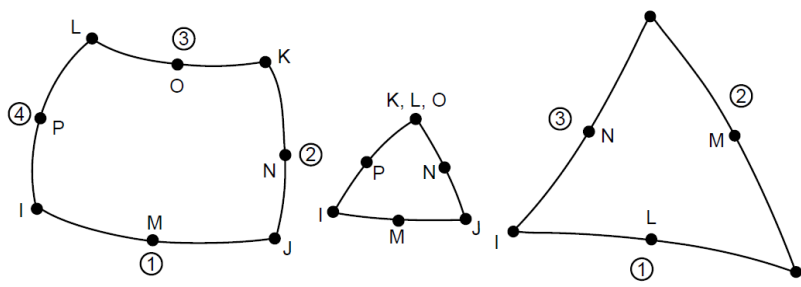
Prvý krok spočíva v nastavení materiálových vlastností a typu prvkov. Táto práca skúma vplyv modifikácií mikrogeometrie na priebeh chyby prevodu (resp. tuhosti záberu) ozubených kolies vyrobených z ocele. Preto boli zvolené materiálové vlastnosti typické pre oceľ (viď Tab. 4). Keďže medzi zubmi pastorka a kolesa dochádza pri zábere k kontaktu s trením, je potrebné okrem modulu pružnosti v ťahu a poissonovej konštanty zadefinovať taktiež súčiniteľ trenia  $f$ . Hodnota súčiniteľa trenia pre kontakt dvoch povrchov z tvrdej ocele s mazaním bola zvolená s využitím zdroja [51].

Tab. 4 Materiálové vlastnosti ocele.

Parameter	Jednotka	Hodnota
Modul pružnosti v ťahu $E$	[GPa]	210
Poissonová konštantá $\mu$	[-]	0,3
Súčiniteľ trenia $f$	[-]	0,1

Pre vytvorenie siete bolo zvolené využitie prvku *Plane183*. Jedná sa o plošný kvadratický prvok tvorený ôsmimi, prípadne šiestimi uzlami (viď obr. 61). Tento prvok je možné využiť pri riešení plošných alebo rotačne symetrických úloh. V tomto prípade bolo využité nastavenie *plane strain*, teda plošná úloha s využitím rovinného pretvorenia. Tento predpoklad je vhodný pre ozubené kolesá, ktoré majú v porovnaní s ostatnými rozmermi väčšiu pomernú šírku. [52]



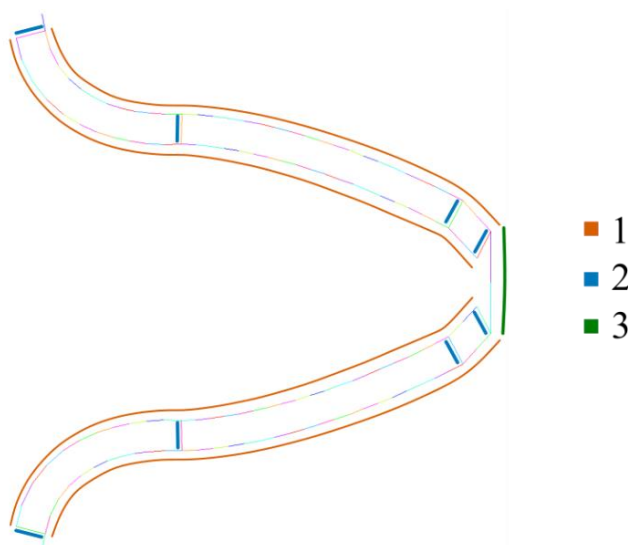


Obr. 61 Prvok Plane183. [53]

### NASTAVENIE POČTU PRVKOV V JEDNOTLIVÝCH OBLASTIACH GEOMETRIE

V ďalšom kroku je nastavený počet prvkov pozdĺž krivky profilu zuba, počet vrstiev prvkov tvoriacich povrchovú vrstvu zuba a taktiež je nastavený počet prvkov na krivkách tvoriacich hlavu zuba. Krivka profilu plošnej geometrie (viď Obr. 62-1) je tvorená úsečkami spájajúcimi vedľa seba ležiace body. Program najprv na základe číselného označenia (viď. časť 3.3.1) vyberie body prvej a druhej vrstvy krivky profilu zuba. Následne sú príkazom *LSLK* vybrané čiary tvoriace dané krivky. Príkazom *LESIZE* je potom nastavená tvorba jedného prvku pozdĺž každej tejto krivky. Znamená to teda, že polohy rohových uzlov prvkov nachádzajúcich sa pozdĺž krivky profilu sú dané polohou bodov tvoriacich krivku profilu.

Obdobným spôsobom, teda výberom bodov na základe číselného označenia, následným výberom čiarových entít (viď Obr. 62-2) a využitím príkazu *LESIZE* je potom nastavený počet vrstiev prvkov, ktorými je sieťovaná povrchová plocha zuba. S využitím bodu v strede súmernosti zuba na hlavovej kružnici sú vybrané krivky tvoriace hlavu zuba, pričom na každú z nich je nastavená tvorba piatich prvkov po ich dĺžke (viď Obr. 62-3). Pozdĺž hlavy zuba je tak spolu nastavených 10 prvkov, avšak je zároveň zvolené nastavenie, ktoré povoľuje funkcii *smart sizing* v prípade potreby tento počet upraviť. Počet prvkov pozdĺž krivky profilu a počet vrstiev na povrchovej ploche je nastavený ako nemenný.

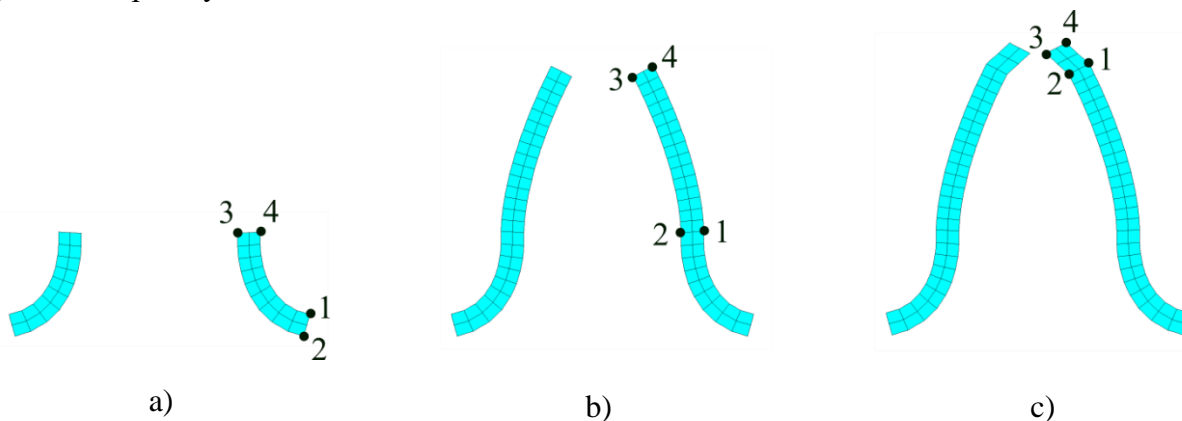


Obr. 62 Jednotlivé oblasti nastavenia počtu prvkov.

### AUTOMATICKÁ TVORBA SIETE

Ďalej nasleduje sieťovanie jednotlivých plôch geometrie. Najprv sú mapovanou sieťou vysieťované povrchové plochy zuba, v prípade ktorých je dôležitá kvalita siete. Následne je vysieťovaná plocha tvoriaca teleso kolesa a jadro zubov. Pri sieťovaní povrchových plôch program postupuje od päty zuba (vid' obr. 63a), cez plochu tvorenú evolventou (vid' obr. 63b) k ploche tvoriacej zrazenie hlavy zuba (vid' obr. 63c).

Program pomocou vybraného bodu ležiaceho na danej ploche zistí jej číselné označenie. To je následne uložené príkazom *\*GET* ako premenná. Pre tvorbu mapovanej siete je využitý príkaz *AMAP*, do ktorého sú ako vstupné parameter zadávané číslo sieťovanej plochy a čísla bodov nachádzajúce sa na jej okrajoch. Poradie, v ktorom musia byť tieto body zadané, je pre jednotlivé plochy naznačené na obr. 63.



Obr. 63 Sieťovanie povrchových plôch zuba.

Po vytvorení siete na povrchových plochách jednotlivých zubov dochádza k tvorbe siete na ploche predstavujúcej teleso kolesa a jadrá zubov. Pre zistenie číselného označenia sieťovanej plochy sú v tomto prípade využité body ležiace na ploche telesa kolesa (vid' obr. 56a). Pomocou príkazu *MSHAPE* sú pre sieťovanie nastavené trojuholníkové plošné prvky a príkazom *MSHKEY* je nastavená tvorba siete typu *free*. Pre tvorbu siete na ploche telesa kolesa je aktivovaná funkcia *Smart Sizing*, zabezpečujúca automatickú voľbu veľkosti prvkov pri sieťovaní. Táto funkcia umožňuje zadanie viacerých vstupov, pričom okrem jemnosti siete boli všetky tieto vstupy ponechané na prednastavených hodnotách. Pomocou príkazu *AMESH* je potom vytvorená sieť na ploche telesa a vzniká tak kompletná sieť daného kolesa. Tú je možné vidieť na Obr. 64 v nasledujúcej podkapitole.

### 3.5 NASTAVENIE KONTAKTOV

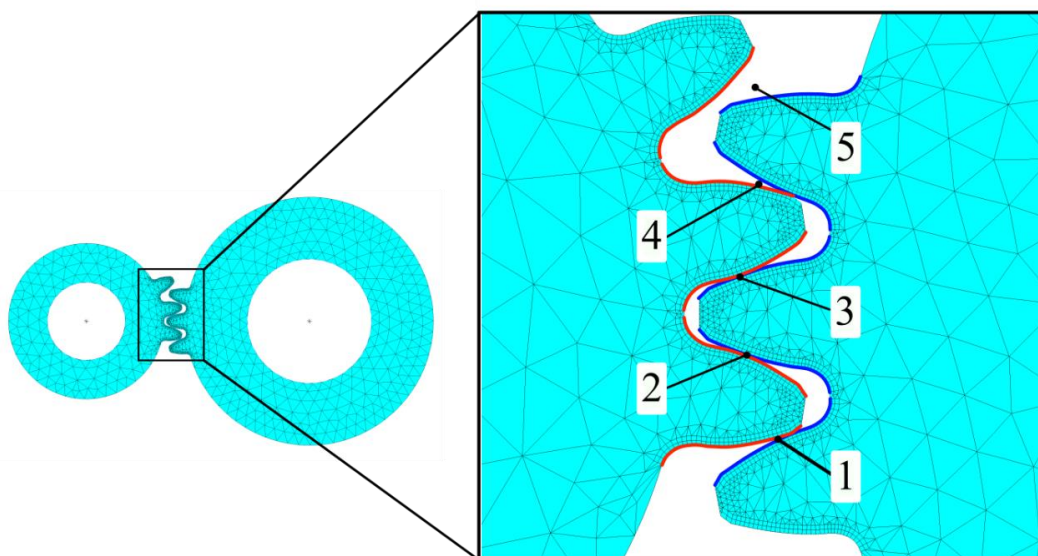
Pri zaberaní zubov počas rotácie kolies dochádza k vzájomnej interakcii telesa pastorka a telesa hnaného kolesa. Jedná sa teda o kontaktnú úlohu, pre ktorej riešenie je nutné správne zdefinovať kontakty medzi jednotlivými telesami. V prostredí Ansys APDL je pre zdefinovanie kontaktov potrebné vytvoriť prvky prislúchajúce jednotlivým kontaktným dvojiciam. Tieto prvky prislúchajúce kontaktu pokrývajú povrch plošných prvkov v miestach, kde dochádza k predpokladanému kontaktu medzi analyzovanými telesami. Povrch jedného z telies je zvolený ako kontaktný (*contact*) a povrch druhého telesa je zvolený ako cieľový (*target*). Všeobecne je odporúčané zvoliť telesá, ktoré majú vypuklý povrch alebo nižšiu

tuhosť ako kontaktné, a telesá s menej vypuklým povrchom a vyššou tuhosťou je odporúčané voliť ako cieľové (*target*). Pre model záberu ozubených kolies v tejto práci bol zvolený *symetrický* kontakt, čo znamená, že medzi telesami, ktoré prichádzajú do kontaktu sú vytvorené dve kontaktné dvojice pričom voľba telies ako kontaktných, alebo cieľových sa strieda.

Pre tvorbu kontaktných prvkov je najprv nutné vytvoriť komponenty obsahujúce uzly ležiace na krivke profilu zubov jednotlivých kontaktných dvojíc. Algoritmus zabezpečujúci ich tvorbu najprv vypočíta počet kontaktných dvojíc  $n_{kon}$  pomocou vzťahu:

$$n_{kon} = (2zm) - 1 . \quad (54)$$

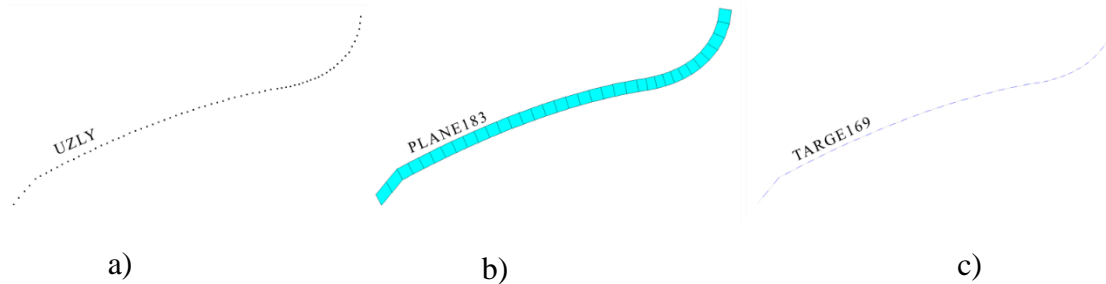
Počet kontaktných dvojíc je teda rovný dvojnásobku celkového počtu zubov v modeli zmenšeného o jedna. Následne sú na základe číselného označenia vybrané body na povrchu profilovej krivky zuba. Pomocou týchto bodov sú príkazom *LSLK* vybrané čiarové entity spojené s danými bodmi a nakoniec sú príkazom *NSLL* vybrané uzly spojené vybranými s čiarovými entitami krivky profilu. Takto vybrané uzly sú uložené do geometrického komponentu so špecifickým názvom, ktorý nesie číselné označenie kontaktnej dvojice a informáciu o tom, či sa jedná o zub pastorka, alebo kolesa. Proces sa opakuje pre krivky profilu zubov pastorka a kolesa všetkých kontaktných dvojíc súkolesia. Príklad označenia kontaktných dvojíc zubov v zábere pre model ozubeného súkolesia tromi zubmi je znázornený na Obr. 64.



Obr. 64 Kontaktné dvojice zubov kolies v zábere.

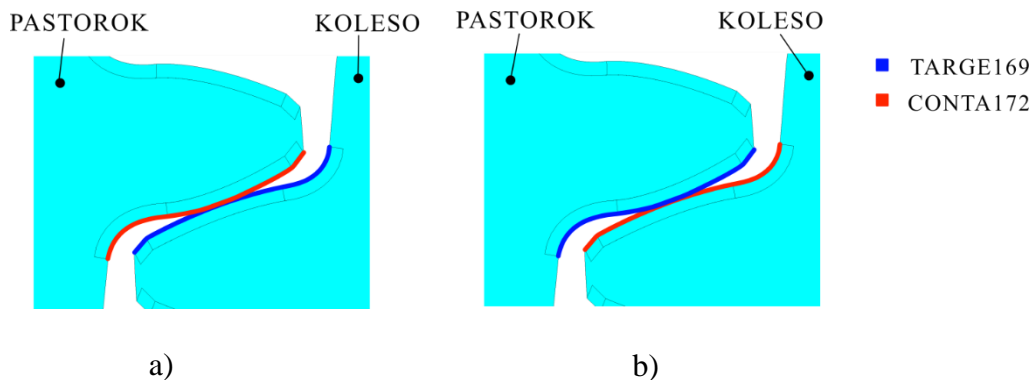
Po vytvorení potrebných geometrických komponentov nasleduje samotná tvorba symetrických kontaktov medzi zubmi, ktoré spolu zaberajú. Počet opakovaní algoritmu zabezpečujúceho tvorbu kontaktov je daný počtom kontaktných dvojíc, pričom sú pre jednotlivé dvojice postupne vytvárané symetrické kontakty. V prvom kroku sú zadefinované prvky tvoriace kontakt. V modeli vytvorenom pre potreby tejto práce bol využitý kontakt typu *Surface-To-Surface*, pričom na kontaktné teleso (*contact*) boli aplikované prvky *CONTA172* a na cieľové teleso (*target*) boli aplikované prvky *TARGE169*. Pre každý z kontaktov je nutné zadefinovať vždy nové prvky tohto typu s odlišným číselným označením. S týmito prvkami je pre každý kontakt zároveň definovaný nový súbor reálnych konštánt obsahujúci hodnoty súvisiace s danou kontaktnou dvojicou. Ďalšie nastavenia súvisiace s chovaním kontaktu sú zadávané pomocou príkazu *KEYOPT* pre kontaktný prvok typu *CONTA 172*.

Po zadefinovaní prvkov a nastavení požadovaných parametrov kontaktu sú vytvorené prvky prislúchajúce danému kontaktu na povrchu cieľového a kontaktného telesa. Pre ich vytvorenie je najprv nutné vybrať požadovaný geometrický komponent uzlov (viď obr. 65a) na povrchu profilu zuba. Pomocou príkazu *ESLN* sú ďalej vybrané prvky obsahujúce uzly vybraného komponentu, pričom tieto prvky tvoria povrchovú vrstvu na krivke profilu zuba (viď obr. 65b). Ďalej je na základe číselného označenia aktivovaný požadovaný typ prvku (*TARGE169* alebo *CONTA172*) a príkazom *ESURF* je vybraná vrstva prvkov plošnej geometrie pokrytá prvkami prislúchajúcimi kontaktu (viď obr. 65c).



Obr. 65 Tvorba prvkov prislúchajúcich kontaktu.

Prvý kontakt z dvojice tvoriacej symetrický pár (viď obr. 66a) je vytvorený tak, že prvky *TARGE169* sa nachádzajú na hnanom kolese a prvky *CONTA172* pokrývajú povrch zuba pastorka. Tvorba druhého z kontaktov symetrického páru (viď Obr. 66b) prebieha obdobným spôsobom, avšak hnané koleso v tomto prípade pokrývajú prvky *CONTA172* a povrch zuba pastorka pokrývajú prvky typu *TARGE169*.



Obr. 66 Tvorba symetrického kontaktu.

Pre riešenie kontaktnej úlohy bola zvolená rozšírená *Lagrangeová metóda* s detekciou kontaktu nastavenou v *Gaussových bodoch*. Pri riešení kontaktu touto metódou dochádza k vzájomnému vnikaniu povrchov telies, teda ich penetrácii. Aby bolo možné úlohu vyriešiť musí byť zabezpečená penetrácia medzi telesami už pred samotným spustením riešenia. Po vytvorení kontaktov je teda hnané koleso rotované tak, aby medzi ním a pastorkom vznikla počiatková penetrácia malých rozmerov. Aby bola zabezpečená porovnateľnosť jednotlivých priebehov statickej chyby prevodu je potrebné, aby nadobúdala táto počiatková penetrácia vždy rovnakú veľkosť. Ukázalo sa totiž, že počiatková penetrácia má vplyv na minimálnu a maximálnu hodnotu statickej chyby prevodu, respektíve jej priemernú hodnotu. Rozdiel medzi týmito hodnotami, teda vyhodnocovanú *peak-to-peak* hodnotu, však neovplyvňuje. [55]

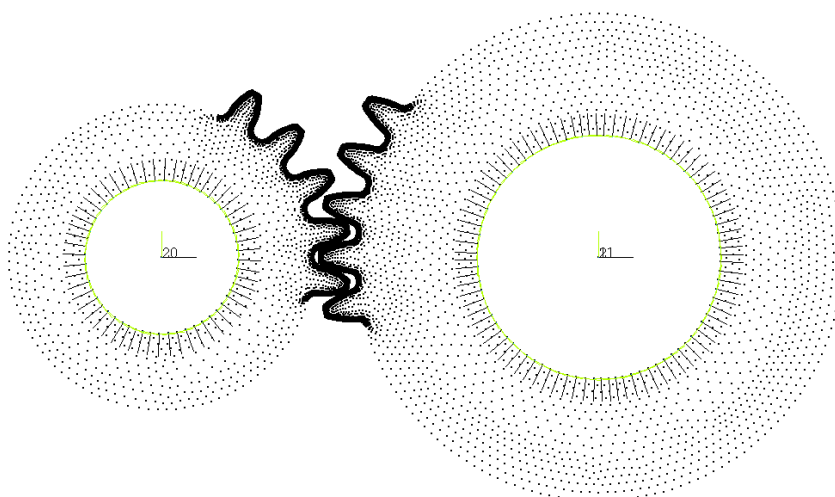
Správanie povrchu kontaktu bolo nastavené ako *štandardné*, pričom bol zvolený koeficient trenia veľkosti 0,1. Ten bol zadaný už v prechádzajúcom postupe ako vlastnosť materiálu ozubených kolies. Ďalej bola zvolená počiatočná hodnota *faktora normálovej tuhosti*, ktorý vplyva na veľkosť vzájomnej penetrácie telies počas riešenia na hodnotu 1. Zároveň bola nastavená automatická aktualizácia tejto hodnoty programom v *každom kroku iterácie*. Ostatné nastavenia súvisiace s kontaktom boli ponechané na prednastavených hodnotách.

### 3.6 NASTAVENIE OKRAJOVÝCH PODMIENOK A ANALÝZY

Okrajové podmienky pre jednotlivé kolesá sú zadávané do takzvaného pilotného uzla nachádzajúceho sa v strede daného kolesa. Z tohto pilotného uzla sú okrajové podmienky distribuované do uzlov na vnútornom obvode otvoru daného kolesa pomocou MPC kontaktu s pilotným uzlom. V nasledujúcich oddieloch textu bude popísaná tvorba tohto MPC kontaktu, nastavenie riešenia úlohy a tvorba okrajových podmienok pre jednotlivé kroky výpočtu.

#### 3.6.1 TVORBA MPC KONTAKTU S PILOTNÝM UZLOM

Pred samotnou tvorbou MPC kontaktu je potrebné vytvoriť geometrické komponenty obsahujúce uzly na vnútornom obvode otvoru pastorka a kolesa. Súradnicové systémy týchto uzlov sú príkazom *NROTAT* natočené tak, aby ich orientácia korešpondovala cylindrickým súradnicovým systémom nachádzajúcim sa v strede daného kolesa (viď *Obr. 67*). V strede rotácie pastorka a hnaného kolesa sú ďalej vytvorené body označené špecifickým číslom. V týchto bodoch je vytvorený prvok *TARGE169*, čím dochádza k vzniku pilotných uzlov. Plošné prvky obsahujúce uzly na obvode dier kolies sú následne pokryté kontaktnými prvkami typu *CONTA172*.



Obr. 67 Rotácia uzlov v smere cylindrických súradnicových systémov.

Pomocou príkazu *KEYOPT* je potom pre tieto prvky nastavený kontakt typu *Multipoint Constraint* a správanie povrchu kontaktu je nastavené ako *Rigid Constraint*. Vnútroň obvod otvoru v kolesách je teda počas celého riešenia úlohy tuhý a nedeformuje sa. Takéto nastavenie bolo zvolené so snahou čo najviac sa priblížiť realite, keďže štandardne je vnútroň obvod kolies

podporovaný hriadeľom, ktorým je koleso nesené, čo zamedzuje vzniku deformácii po obvode diery v telese kolesa. Pre ďalšie využitie súvisiace so zadávaním okrajových podmienok je potom číselné označenie pilotných uzlov pastorka a kolesa uložené ako premenná pomocou príkazu *\*GET*.

## NASTAVENIE RIEŠENIA

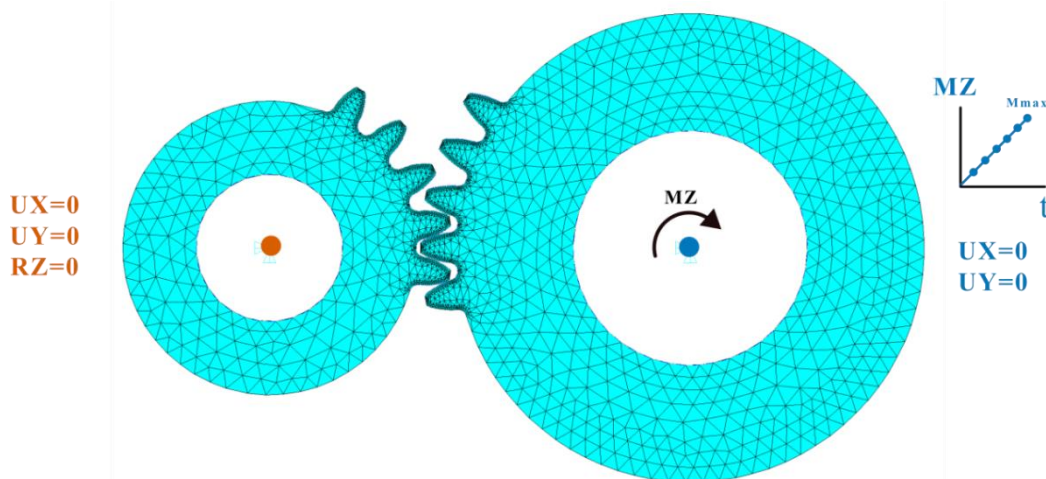
Priebeh chyby prevodu pri vzájomnom zábere ozubených kolies je získaný kvazistatickým riešením úlohy, teda riešením série statických úloh pri postupne sa meniacej vzájomnej polohe pastorka a kolesa. Pomocou príkazu *ANTYPE* bola nastavená analýza ako statická, pričom bol ďalej taktiež zahrnutý vplyv veľkých pomerných deformácií príkazom *NLGEOM*.

Ďalšie zvolené nastavenia súvisiace s riešením vychádzajú z odporúčaní uvedených v dokumentácii programu Ansys, časti zaoberajúcej sa kontaktom typu *surface-to-surface* [54]. Pomocou príkazu *AUTOTS,ON* je nastavená automatická voľba počtu a dĺžky podkrokov simulácie. Keďže počas riešenia úlohy dochádza k zmene stavu jednotlivých kontaktov, bola pre riešenie nastavená *Plná Newton-Rhaposhonová metóda*. Pri zábere zubov kolies prevláda vzájomné klzanie so zahrnutím trenia, a preto bolo zároveň aktivované riešenie využívajúce *nesymetrické matice prvkov*.

Funkcia *Adaptive-Descent* bola vypnutá, pretože v prípade *surface-to-surface* kontaktov neprináša žiadne urýchlenie konvergencie. Pre stabilizáciu riešenia v prípade problémov s konvergenciou bola aktivovaná metóda *Line-Search*, pričom nutnosť jej použitia v jednotlivých podkrokoch riešenia je automaticky vyhodnocovaná programom. Ďalej bola na základe odporúčaní aktivovaná metóda *Predictor*. Ukladanie výsledkov bolo nastavené iba pre posledný podkrok daného kroku výpočtu. [54]

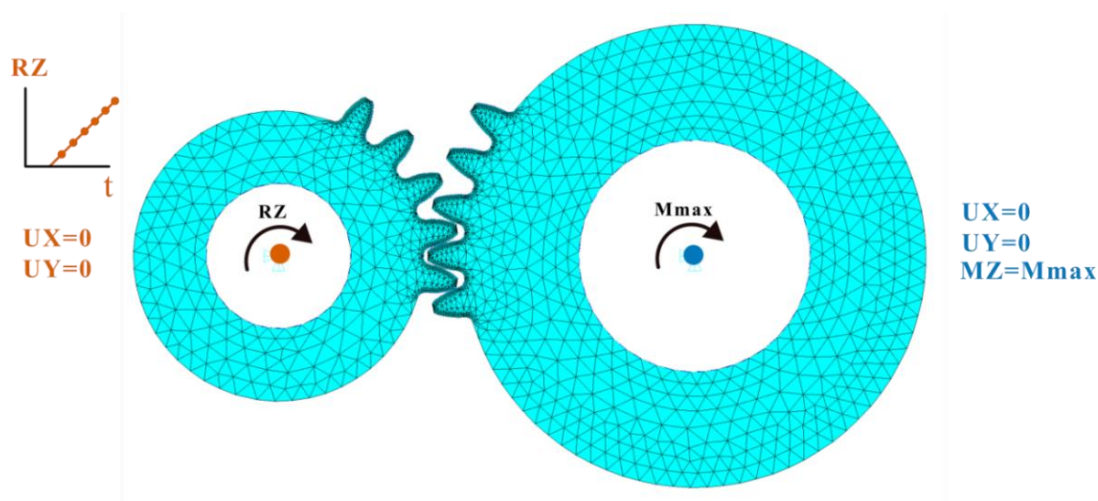
## ZADANIE OKRAJOVÝCH PODMIENOK PRE JEDNOTLIVÉ KROKY VÝPOČTU

V ďalšom kroku sú do pilotných uzlov pastorku a kolesa zadané okrajové podmienky pre jednotlivé kroky výpočtu. Tento proces je rozdelený na dve časti, pričom v prvej časti je aplikovaný záťažový moment do pilotného uzla hnaného kolesa a druhá časť spočíva v predpisovaní rotácie okolo osi Z do pilotného uzla pastorka. Každému kroku výpočtu prislúcha časový úsek 0,1 sekundy.



Obr. 68 Záťažový moment v pilotnom uzle kolesa.

Nastavnie okrajových podmienok počas aplikácie záťažového momentu do pilotného uzla hnaného kolesa je znázornené na *Obr. 68*. Pilotnému uzlu pastorka sú odobrané všetky stupne voľnosti a pilotný uzol hnaného kolesa má zamedzený pohyb v smere osí X a Y. Moment, ktorým je brzdené hnané koleso nabieha lineárne, pričom počet krokov v ktorých nabieha je zadaný ako vstupný parameter.



*Obr. 69* Rotácia pilotného uzlu pastorka.

Ďalšími vstupnými parametrami sú celkový uhol, o ktorý bude postupne rotovaný pastorok a inkrementálny uhol, o ktorý pastorok rotuje v jednom kroku. Z týchto dvoch parametrov je vypočítaný počet krokov, v ktorých dochádza k rotácii pastorku okolo osi Z a následne sú vytvorené jednotlivé kroky rotácie. Voľbu okrajových podmienok v jednotlivých krokoch, v ktorých dochádza k rotácii pastorku znázorňuje *Obr. 69*. Pre pilotný uzol pastorka je zamedzený pohyb v smere osí X a Y a veľkosť jeho rotácie v smere osi Z v jednotlivých krokoch lineárne narastá. Pilotný uzol kolesa má odobrané všetky stupne voľnosti okrem rotácie v smere osi Z a zároveň je na tento uzol aplikovaný záťažový moment pôsobiaci proti smeru pohybu.

### 3.7 EXPORT VÝSLEDKOV

Po zadefinovaní okrajových podmienok pre jednotlivé kroky je pomocou príkazu *LSSOLVE* spustené riešenie. Po dokončení riešenia nasleduje automatický export výsledkov, ktoré sú potrebné pre výpočet chyby prevodu pomocou vzťahu 43. Tieto výsledky sú vyexportované do textového súboru (viď *Obr. 70*), obsahujúceho štyri stĺpce s počtom riadkov, zodpovedajúcim počtu krokov simulácie, v ktorých dochádza k rotácii kolies. Výsledky z krokov, v ktorých sa postupne zvyšuje záťažový moment pôsobiaci na hnané koleso sú vynechané.

Prvý stĺpec obsahuje údaj o čase simulácie na konci daného kroku. Druhý a tretí stĺpec obsahujú výsledky uhlov natočenia pilotných uzlov pastorku a kolesa na konci jednotlivých krokov výpočtu. Výsledky v druhom stĺpci prislúchajú uzlu v strede pastorku a výsledky v treťom stĺpci prislúchajú uzlu v strede hnaného kolesa.

Štvrtý stĺpec výsledkového súboru obsahuje ďalšie doplnkové informácie súvisiace s riešenou úlohou. Prvým údajom v stĺpci je celkový čas simulácie. Ďalšou hodnotou je veľkosť

záťažového momentu pôsobiaceho proti pohybu hnaného kola. Za ním nasledujú geometrické parametre súkolesia ako veľkosť modulu, počet zubov pastorka a kola a veľkosť osovej vôle súkolesia. Ďalej sú uvedené parametre súvisiace so tvorbou siete ako počet vrstiev prvkov na povrchovej ploche zuba, ich veľkosť a nastavenie *smart sizing*. Posledná skupina parametrov súvisí s výrobnou chybou sínusového tvaru. Zvyšné riadky štvrtého stĺpca sú vyplnené nulovými hodnotami.

1	2	3	4
0.600	0.0017453293	0.0001709950	3856.000 Celkový čas simulácie [s]
0.700	0.0034906585	0.0013243970	30000.000 Záťažový moment [Nmm]
0.800	0.0052359878	0.0024790051	2.500 Modul ozubenia [mm]
0.900	0.0069813170	0.0036360089	21.000 Počet zubov pastorku
1.000	0.0087266463	0.0047932475	32.000 Počet zubov kola
1.100	0.0104719755	0.0059490617	0.050 Osová vôľa [mm]
1.200	0.0122173048	0.0071103580	2.000 Počet vrstiev prvkov povrchovej plochy
1.300	0.0139626340	0.0082722911	0.050 Veľkosť hrany prvkov povrchovej plochy [mm]
1.400	0.0157079633	0.0094308363	20830.000 Celkový počet prvkov v modeli
1.500	0.0174532925	0.0105899381	40178.000 Celkový počet uzlov v modeli
1.600	0.0191986218	0.0117473395	1.000 Smart sizing
1.700	0.0209439510	0.0129038473	0.008 Odchýlka profilu zuba [mm]
1.800	0.0226892803	0.0140596629	5.000 Počet periód funkcie sinus
1.900	0.0244346095	0.0152144954	5.000 Stupeň presnosti ozubenia
2.000	0.0261799388	0.0163686615	0.000
2.100	0.0279252680	0.0175217586	0.000
2.200	0.0296705973	0.0186739361	0.000
2.300	0.0314159265	0.0198264220	0.000
2.400	0.0331612558	0.0209794973	0.000
2.500	0.0349065850	0.0221320875	0.000
⋮	⋮	⋮	⋮

Obr. 70 Export výsledkov do textového súboru.



## 4 VÝSLEDKY MKP ANALÝZY

V predchádzajúcej kapitole boli popísané základné princípy funkcie skriptu zabezpečujúceho automatizáciu celého procesu simulácie záberu ozubených kolies. Simulácia prebieha na základe zadaných vstupných hodnôt a po jej dokončení je zabezpečený automatický export výsledkov uhlového natočenia pastorka a hnaného kola v jednotlivých krokoch simulácie do textového súboru. Získané hodnoty boli spracované v programe MS Excel, kde boli vypočítané hodnoty STE, hodnoty PTP-STE. Získané výsledné hodnoty boli taktiež spracované graficky.

Táto kapitola obsahuje výsledky MKP simulácií získané vyššie popísaným spôsobom. V úvode kapitoly sú uvedené výsledky citlivostnej analýzy siete. Na týchto výsledkov boli zvolené vhodné parametre siete a ďalej boli vykonané dve série výpočtov. V prvej sérii výpočtov bolo skúmané ako vplyva výrobná chyba v tvare funkcie sínus na priebeh statickej chyby prevodu. V prvej sérii výpočtov rovnako ako aj v citlivostnej analýze bol na hnané koleso aplikovaný konštantný záťažový moment 20 Nm. V ďalšej sérii výpočtov bolo skúmané ako na priebeh STE vplyva meniaci sa veľkosť záťažového momentu. Tu bol porovnaný vplyv na súkolesie s dokonalým teoretickým tvarom zubov a súkolesie s výrobnou chybou v tvare funkcie sínus. Pre získanie detailného priebehu STE bol vo všetkých výpočtoch nastavený uhlový krok  $0,1^\circ$ .

### 4.1 PARAMETRE SÚKOLESIA

Parametre ozubeného súkolesia, pomocou ktorého boli vykonávané výpočty v tejto práci, sú uvedené v *Tab. 5*. Jedná sa o súkolesie s modulom veľkosti 2,5 mm a normalizovaným uhlom záberu veľkosti  $20^\circ$ . V zábere sa striedavo súčasne nachádza jeden alebo dva páry zubov. Povrchové plochy zubov sú vysieťované jemnou sieťou, čo spôsobuje značný nárast počtu prvkov v modeli. Pre zníženie počtu prvkov a s tým súvisiace zníženie výpočtového času plošné modely pastorku aj kola obsahovali 5 zubov. Aby došlo k vytvoreniu bočnej vôle medzi zubmi, bola osová vzdialenosť kolies oproti teoretickej hodnote zväčšená o 0,05 mm.

*Tab. 5* Parametre ozubeného súkolesia.

Parameter	Jednotka	Hodnota (pastorok/koleso)
Modul	[mm]	2,5
Počet zubov pastorka	[-]	21/32
Uhol záberu	[ $^\circ$ ]	20
Priemer rozstupovej kružnice	[mm]	52,50/80
Priemer základnej kružnice	[mm]	49,33/75,18
Priemer hlavovej kružnice	[mm]	57,5/85
Priemer päťnej kružnice	[mm]	46,25/73,75
Osová vzdialenosť teoretická	[mm]	66,25
Osová vzdialenosť skutočná	[mm]	66,30
Súčiniteľ záberu	[-]	1,781
Prevodový pomer	[-]	1,524

## 4.2 CITLIVOSNÁ ANALÝZA SIETE

Jedným z hlavných princípov metódy konečných prvkov je rozdelenie analyzovaného telesa na sieť tvorenú prvkami rôznych tvarov a veľkostí. Veľkosť prvkov siete vplýva na presnosť výsledkov získaných výpočto. So zmenšovaním prvkov siete je možné získať presnejšie výsledky, avšak zároveň dochádza k predĺženiu výpočtového času. Pre nájdenie vhodného kompromisu medzi presnosťou výsledkov a výpočtovými nákladmi je preto vhodné na úvod vykonať citlivostnú analýzu.

Účelom citlivostnej analýzy je zistiť ako veľkosť prvkov siete ovplyvní výsledky sledovanej veličiny. Keďže sa táto práca zaoberá stanovením chyby prevodu, bola sledovanou veličinou najmä peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu PTP-STE. Ďalej bol taktiež sledovaný výpočtový čas a ďalšie hodnoty ako redukované napätie HMM, veľkosti maximálnej penetrácie medzi telesami a kontaktný tlak. Medzi jednotlivými variantami nastavenia siete boli taktiež porovnávané počty prvkov a uzlov.

Napätie HMM a kontaktný tlak boli vyhodnocované v kroku, kedy bol pastorok pootočený o 11,5°, pričom v tejto polohe dochádzalo k záberu jedného páru zubov a bod ich dotyku sa nachádzal približne v mieste rozstupovej kružnice. Penetrácia bola vyhodnocovaná ako maximálna hodnota počas celého trvania výpočtu.

V tejto práci bolo skúmaných viacero vplyvov na výsledky analýzy. Najprv bol skúmaný vplyv veľkosti prvku na povrchu zuba pri dvoch vrstvách prvkov. Ďalej bolo skúmané, aký ma na sledované hodnoty vplyv počet vrstiev prvkov na povrchu zuba a veľkosť prvkov, ktorými je vysieťovaná plocha predstavujúca teleso kolesa a jadrá zubov. Záťažový moment aplikovaný na hnané koleso nadobúdala vo všetkých výpočtoch citlivostnej analýzy veľkosť 20 Nm.

### 4.2.1 VPLYV VEĽKOSTI PRVKOV NA POVRCHOVEJ PLOCHE ZUBOV

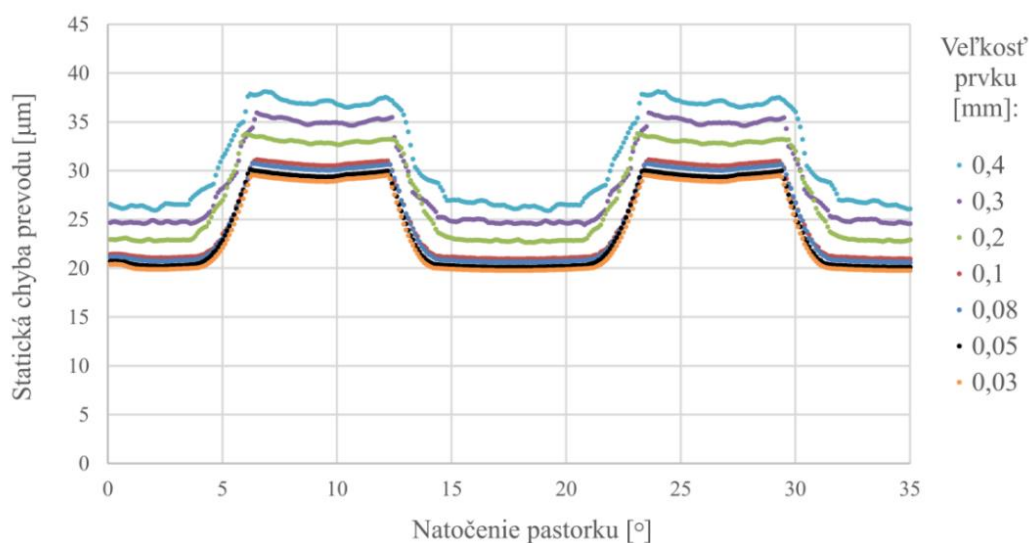
Ako prvý bol skúmaný vplyv veľkosti prvkov tvoriacich povrchovú vrstvu zuba. Táto vrstva bola tvorená štvorcovými prvkami v dvoch vrstvách, pričom bola menená veľkosť hrany týchto prvkov. Veľkosť hrany prvku bola počas citlivostnej analýzy postupne znižovaná od 0,4 mm až po 0,03 mm pričom bolo sledovaných viacero parametrov ktoré je možné vidieť v Tab. 6.

Tab. 6 Citlivostná analýza- vplyv veľkosti prvku povrchovej vrstvy (2 vrstvy).

Veľkosť prvku	PTP-STE	Počet prvkov	Počet uzlov	Napätie HMM	Max penetrácia	Kontaktný tlak	Výpočtový čas
[mm]	[ $\mu$ m]	[-]	[-]	[MPa]	[mm]	[-]	[min]
0,40	12,231	4088	8060	564,8	0,0081	847,1	20,53
0,30	11,467	4772	9368	661,9	0,0070	917,3	22,75
0,20	11,156	6240	12218	726,9	0,0064	1029,7	28,95
0,10	10,186	11062	21450	757,9	0,0043	1206,2	49,07
0,08	10,139	13704	26542	779,9	0,0038	1261,9	56,9
0,05	9,969	20852	40222	813,9	0,0031	1360,5	85,77
0,03	9,797	33684	64796	884,8	0,0023	1456,5	141,78

Je možné pozorovať, že so zjemňovaním siete narastá počet prvkov a uzlov, pričom medzi najhrubšou a najjemnejšou sieťou na povrchu zuba dochádza k ich takmer desaťnásobnému nárastu. So zmenšovaním prvkov taktiež postupne narastajú hodnoty redukovaného napätia a kontaktného tlaku. Maximálna penetrácia telies sa pohybovala rádovo v jednotkách mikrometrov a so zmenšovaním veľkosti prvkov postupne klesla o 72%.

Hodnota PTP-STE so zmenšovaním veľkosti prvkov na povrchu zuba postupne klesala a pri ich veľkosti 0,1 mm sa ustálila tak, že ďalšie zmenšovanie prvku spôsobilo jej zmenu už iba v rádoch stotín mikrometrov. Na Obr. 71 je taktiež možné sledovať, že pri veľkosti prvku na povrchu zuba 0,1 mm dochádza k vyhladeniu priebehu statickej chyby prevodu. Na základe uvedených skutočností bola s prihliadnutím na výpočtový čas pre ďalšie použitie zvolená veľkosť prvku 0,05 mm.



Obr. 71 Vplyv veľkosti prvku povrchovej vrstvy na priebeh STE.

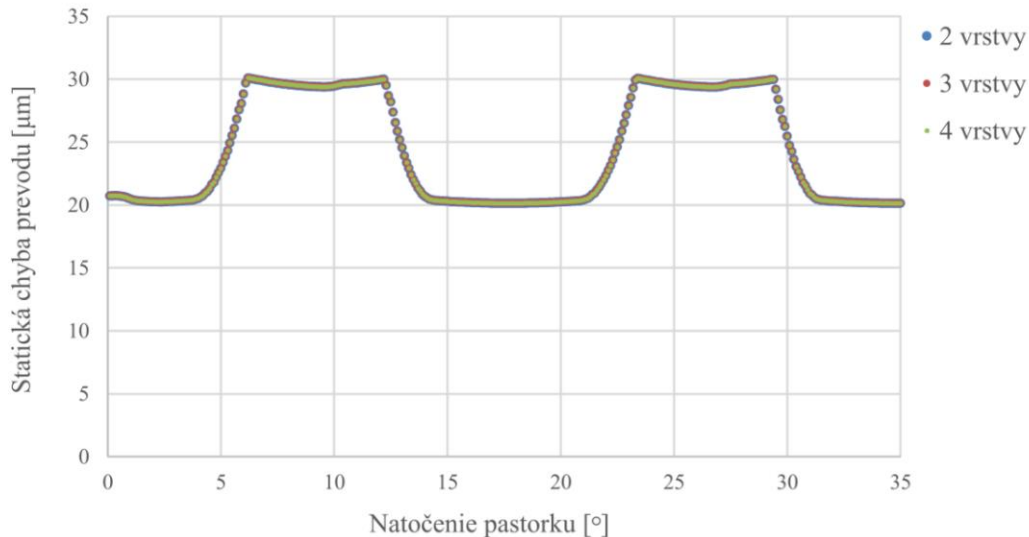
#### 4.2.2 VPLYV POČTU VRSTIEV PRVKOV NA POVRCHOVEJ PLOCHE ZUBOV

Ďalej bolo overené aký vplyv má na sledované hodnoty meniaci sa počet vrstiev prvkov na povrchu zuba, pričom počet vrstiev sa menil od dvoch do štyroch. Výsledky sledovaných hodnôt z tejto citlivostnej analýzy sú uvedené v Tab. 7. Je možné sledovať, že so zmenou počtu vrstiev prvkov dochádza k zanedbateľným zmenám sledovaných hodnôt. Taktiež priebeh chyby prevodu sa preukázal ako nezávislý na počte vrstiev prvkov na povrchu zuba a jednotlivé priebehy (viď Obr. 72) sa prekrývajú.

Tab. 7 Citlivostná analýza – vplyv počtu vrstiev prvkov na povrchu zubov.

Počet vrstiev	PTP-STE	Počet prvkov	Počet uzlov	Napätie HMH	Max penetrácia	Kontaktný tlak	Výpočtový čas
[-]	[ $\mu\text{m}$ ]	[-]	[-]	[MPa]	[mm]	[-]	[min]
2 vrstvy	9,969	20852	40222	813,911	0,0030	1360,51	85,77
3 vrstvy	9,978	23856	49090	818,788	0,0033	1359,48	102,48
4 vrstvy	9,977	26814	57866	810,815	0,0023	1359,11	121,73

S rastúcim počtom vrstiev prvkov však narastá celkový počet prvkov a uzlov v modeli, z čoho následne vyplýva nárast výpočtového času. Z tejto časti citlivostnej analýzy teda vyplynulo, že zvyšovanie počtu vrstiev prvkov na povrchu zuba neprináša žiaden zásadný vplyv na získané výsledky. Pre ďalšie výpočty bolo s ohľadom na snahu čo najviac skrátiť výpočtový čas zvolené použitie dvoch vrstiev prvkov na povrchu zuba.



Obr. 72 Vplyv počtu vrstiev prvkov na povrchu zuba na priebeh STE.

#### 4.2.3 VPLYV VEĽKOSTI PRVKOV SIETE TELESA KOLESA

Ako posledný bol skúmaný vplyv veľkosti prvkov, ktorými je vysieťovaná plocha tvoriaca teleso kolesa a jadrá zubov. Táto plocha je sieťovaná pomocou funkcie *Smart Sizing*, pričom ako vstupný parameter je zadávané nastavenie hrúbky siete nadobúdajúce hodnoty od 1 do 10. Nižšia hodnota v tomto prípade znamená jemnejšiu sieť a so zvyšujúcou sa hodnotou veľkosť prvkov narastá.

Tab. 8 Citlivostná analýza – veľkosť prvkov siete telesa kolesa.

Smart sizing	PTP-STE	Počet prvkov	Počet uzlov	Napätie HMH	Max penetrácia	Kontaktný tlak	Výpočtový čas
[mm]	[ $\mu\text{m}$ ]	[-]	[-]	[MPa]	[mm]	[-]	[min]
1	9,969	20852	40222	813,9	0,00203	1360,51	86,07
2	9,972	20726	39966	821,5	0,00203	1361,65	85,08
3	9,967	25104	48714	818,0	0,00203	1360,17	104,48
4	9,948	49859	98203	810,0	0,00203	1358,90	229,10

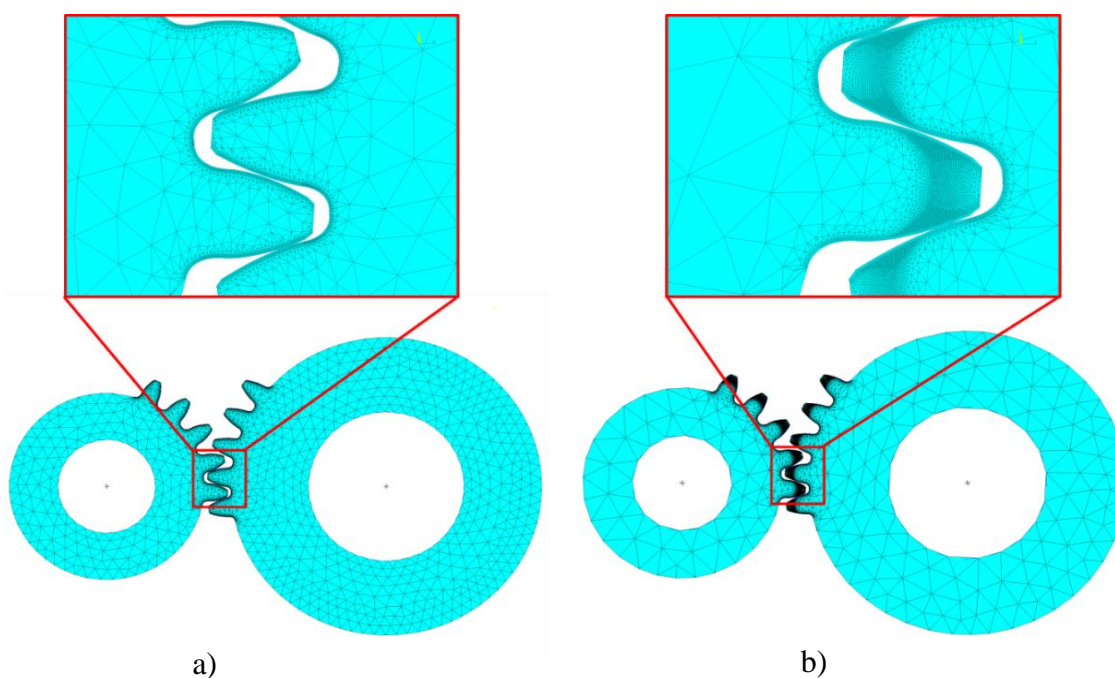
Výsledky tejto časti citlivostnej analýzy sú uvedené v tab. 8, pričom výpočty boli vykonané pre štyri úrovne hrúbky siete od najjemnejšej novej varianty až po štvrtú úroveň hrúbky siete. V uvedenej tabuľke je možné pozorovať, že zmena výsledkov redukovaného napätia HMH, maximálnej penetrácie, kontaktného tlaku a chyby prevodu STE-PTP v závislosti na nastavení hrúbky siete *Smart Sizing* na ploche telesa kolesa je zanedbateľná. Taktiež toto nastavenie nemá

vplyv na priebeh statickej chyby prevodu a jednotlivé priebehy sa znova prekrývajú. Graf znázorňujúci tieto priebehy z tohto dôvodu nie je uvedený.

S hrúbkou siete ktorou sú vysieťované telesá kolies však paradoxne narastá celkový počet prvkov a uzlov v modeli, čo je príčinou nárastu výpočtového času. Nárast celkového počtu prvkov so zväčšujúcou sa veľkosťou prvkov telies kolies je spôsobený potrebou vysieťovať tvarovo zložité časti plochy predstavujúce vnútornú časť zubov kolies. Čím väčšie sú rozmery prvkov tvoriacich teleso kolesa, tým viac sa zmenšujú rozmery prvkov tvoriacich vnútornú časť zubov, čím dochádza k nárastu celkového počtu prvkov. Porovnanie sietí s prvou a štvrtou úrovňou hrúbky vytvorenej funkciou *Smart Sizing* je uvedené na *Obr. 73*.

Ďalej je taktiež potrebné uviesť, že funkcia *Smart Sizing* musela byť využitá z dôvodu, že bez jej aktivácie program nedokázal na ploche predstavujúcej teleso kolesa vytvoriť sieť. Program taktiež nedokázal vytvoriť sieť pri vyššej ako štvrtej úrovni hrúbky siete funkcie *Smart Sizing*.

Najnižší výpočtový čas bol dosiahnutý pri nastavení hrúbky siete na druhú úroveň. Rozdiel vo výpočtovom čase medzi prvou a druhou úrovňou hrúbky siete *Smart Sizing* predstavuje jednu minútu, čo je možno považovať za zanedbateľný rozdiel. Z tohto dôvodu bolo pre použitie v ďalších výpočtoch zvolené najmenejšie nastavenie siete *Smart Sizing* rovné jednej

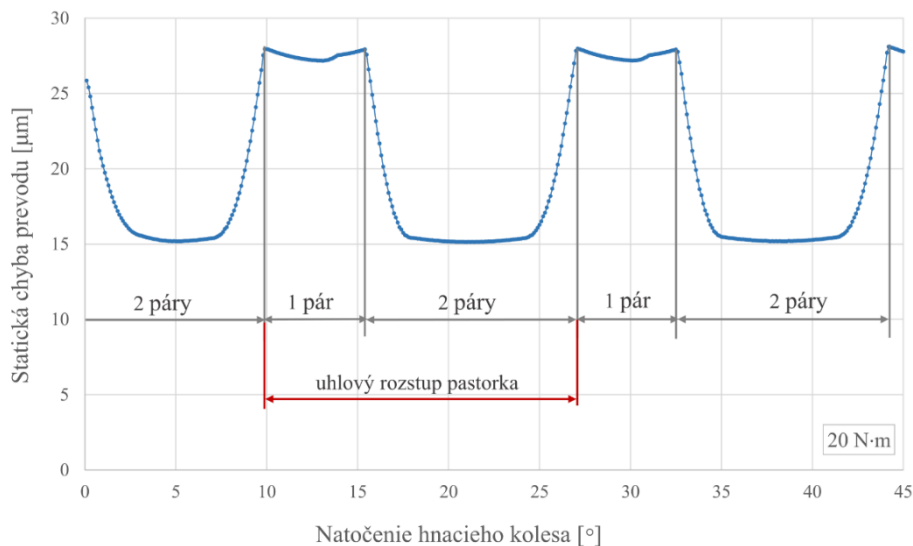


*Obr. 73* Nastavenie hrúbky siete *Smart Sizing* úroveň a) 1, b) 4.

### 4.3 PRIEBEH STE PRE OZUBENIE S DOKONALOU GEOMETRIOU

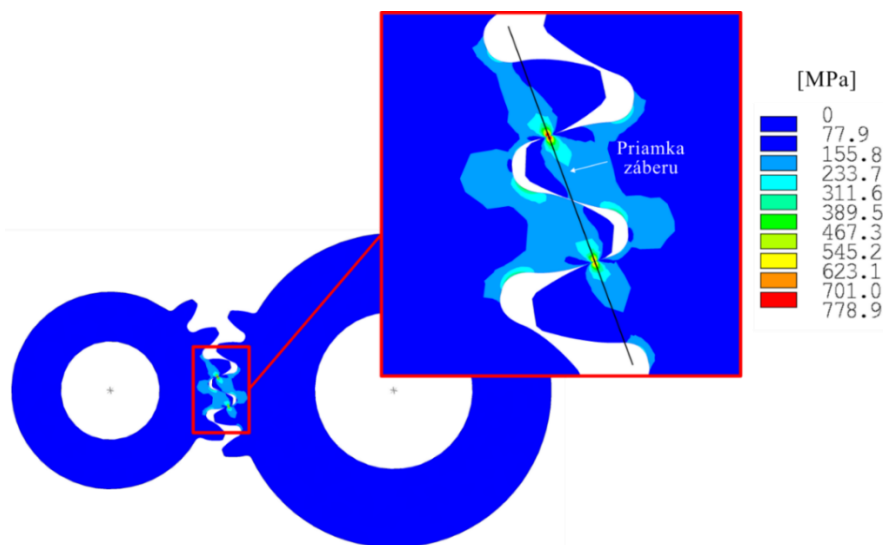
Na *obr. 74* je zobrazený priebeh statickej chyby prevodu pre súkolesie s dokonalou geometriou ozubenia. Keďže hodnota súčiniteľa záberu je rovná 1,781 dochádza k striedaniu jedného a dvoch párov zubov v zábere. Hodnota tohto súčiniteľa sa viac blíži k číslu 2, čomu tiež zodpovedá dlhšie trvanie dvoj párového záberu.

V prípade ozubenia s dokonalou geometriou bez zahrnutia odchýlky tvaru kolíšu hodnoty STE v závislosti na aktuálnom počte zubov v zábere. Ak je v zábere iba jeden pár zubov je celková sila spôsobená záťažovým momentom prenášaná iba týmto jedným párom a dochádza k väčšej deformácii, ktorá ďalej spôsobuje navýšenie hodnôt statickej chyby prevodu. V prípade, že sú v zábere dva páry zubov, je celková sila od záťažového momentu rozložená medzi nich. Následkom toho dochádza k zmenšeniu deformácie zubov, a tým zmenšeniu odchýlky od polohy, v ktorej by sa mali zuby teoreticky nachádzať. Hodnoty STE sú preto v tomto prípade nižšie.



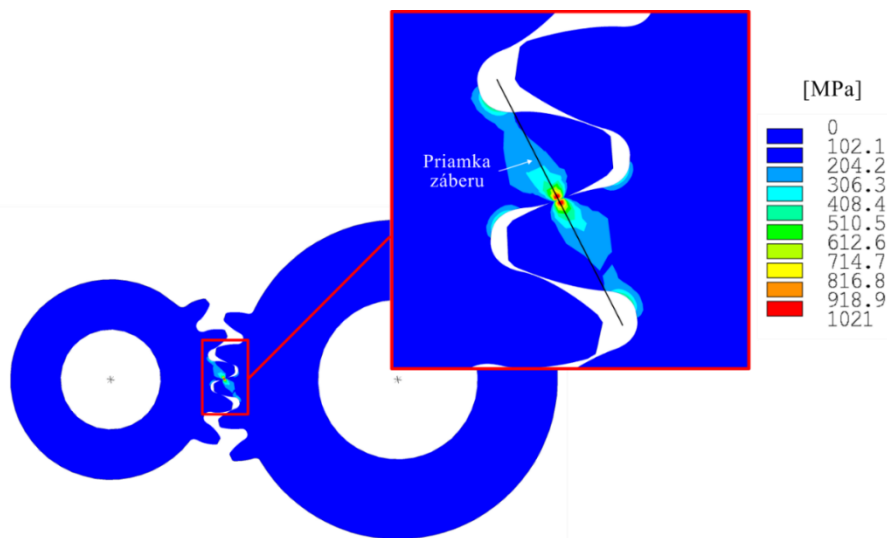
Obr. 74 Priebeh STE pre súkolesie s dokonalou geometriou ozubenia.

Priebeh statickej chyby prevodu sa periodicky opakuje a dĺžka jednej periódy jej priebehu je rovná veľkosti uhlového rozstupu pastorka. Veľkosť uhlového rozstupu pastorka využitého pre výpočty v tejto práci je rovná  $17,14^\circ$ . Pastorok počas trvania simulácie postupne rotuje o  $45^\circ$ , čo predstavuje 2,6 násobok rozstupu zubov pastorka. Na obr. 74 je možné vidieť, že na začiatku simulácie sú kolesá nastavené v polohe, kedy do záberu vstupuje druhý pár zubov. Nasledujú dve periódy priebehu statickej chyby prevodu a na konci simulácie je v zábere znova iba jeden pár zubov



Obr. 75 Redukované napätie Von Misses (natočenie pastorku  $5^\circ$ ).

Na *obr. 75* je znázornené rozloženie redukovaného napätia v kroku simulácie, kedy je natočenie pastorku rovné  $5^\circ$ . V zábere sú v tomto momente dva páry zubov, pričom k ich vzájomnému kontaktu dochádza na priamke záberu. V oblasti vzájomného dotyku zubov sa taktiež nachádzajú oblasti s najvyššími hodnotami redukovaného napätia. Silové pôsobenie medzi párami zubov je zapríčinené pôsobením záťažového momentu aplikovaného na hnané koleso, ktorého veľkosť je v tomto prípade 20 Nm. Oblasti so zvýšenou mierou redukovaného napätia sa taktiež nachádzajú v okolí prechodových kriviek v päťach zubov v zábere. Vplyvom pôsobenia záťažového momentu totiž dochádza k ohybu zubov v zábere. Ten spôsobuje vychýlenie kolies z ich teoretickej polohy a je jednou z príčin vzniku statickej chyby prevodu.



*Obr. 76* Redukované napätie Von Misses (natočenie pastorku  $12,5^\circ$ ).

Rozloženie redukovaného napätia pre krok simulácie, v ktorej je pastorko natočený  $12,5^\circ$  znázorňuje *obr. 76*. K záberu v tomto prípade dochádza iba medzi jedným párom zubov pričom na *obr. 74* je možné vidieť, že táto poloha sa nachádza približne v strede jednopárovej oblasti záberu. Poloha maximálnych hodnôt redukovaného napätia je znova v oblasti kontaktu medzi zubmi hnacieho a hnaného kolesa. Celé silové pôsobenie od záťažového momentu je v tomto prípade prenášané dvojicou zubov v zábere a nedochádza k jeho rozkladu. Maximálna hodnota redukovaného napätia v oblasti kontaktu zubov je preto v tomto prípade približne o 31% vyššia ako v prípade záberu dvoch párov zubov (viď *obr. 75*).

#### 4.4 VPLYV ODCHÝLKY TVARU PROFILU NA PRIEBEH STE

Ako už bolo spomenuté v teoretickej časti práce, mnoho autorov zaoberajúcich sa chybou prevodu využíva modely ozubených kolies s dokonalou geometriou. Je však známe, že žiadne skutočné ozubené koleso nemá dokonalý tvar a pri jeho výrobe vždy dochádza k istým odchýlkam od teoretického tvaru geometrie. Z tohto dôvodu vzniká potreba preskúmať aký vplyv majú tieto odchýlky na priebeh chyby prevodu.

Model odchýlky od teoretického tvaru (výrobnej chyby) ozubenia využitý v tejto práci je tvorený funkciou sínus namodulovanou pozdĺž krivky profilu zuba. Funkcia sínus je aplikovaná na evolventnú časť krivky profilu, teda jej začína na priesečníku evolventy a trochoidy a jej

koniec sa nachádza v počiatočnom bode zrazenia hrany zuba. Ako vstupný parameter je ďalej možné zadať amplitúdu funkcie sínus a počet periód funkcie pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu.

Informácie o charaktere a vplyvoch technológie výroby na reálny priebeh odchýlky od teoretického tvaru zuba sa z dostupných zdrojov nepodarilo získať. V tejto práci bol preto využitý prístup, pomocou ktorého bolo overené, ako vplýva na priebeh statickej chyby prevodu veľkosť amplitúdy funkcie sínus a počet jej periód pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu.

Tab. 9 Odporúčania pre voľbu stupňa presnosti ozubenia. [2]

Stupeň presnosti	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Oblasť využitia	Kolesá „master gear“												
	Meracie zariadenia, deliace zariadenia												
	Presné prevody a prevodovky												
	Automobily												
	Nákladne vozidlá												
	Všeobecné strojárstvo												
	Poľnohospodárske a ďalšie ťažké stroje												

Veľkosť amplitúd funkcie sínus v jednotlivých výpočtoch zodpovedala polovičnej hodnote celkovej dovolenej odchýlky profilu stanovenej podľa normy ČSN ISO 1328-1. Výpočty boli vykonané pre 1-8 stupeň presnosti ozubenia a získané priebehy boli porovnané s priebehom statickej chyby prevodu ozubenia s dokonalým teoretickým tvarom. Vyššia hodnota stupňa presnosti znamená vyššiu hodnotu odchýlky a teda nižšiu presnosť tvaru ozubenia.

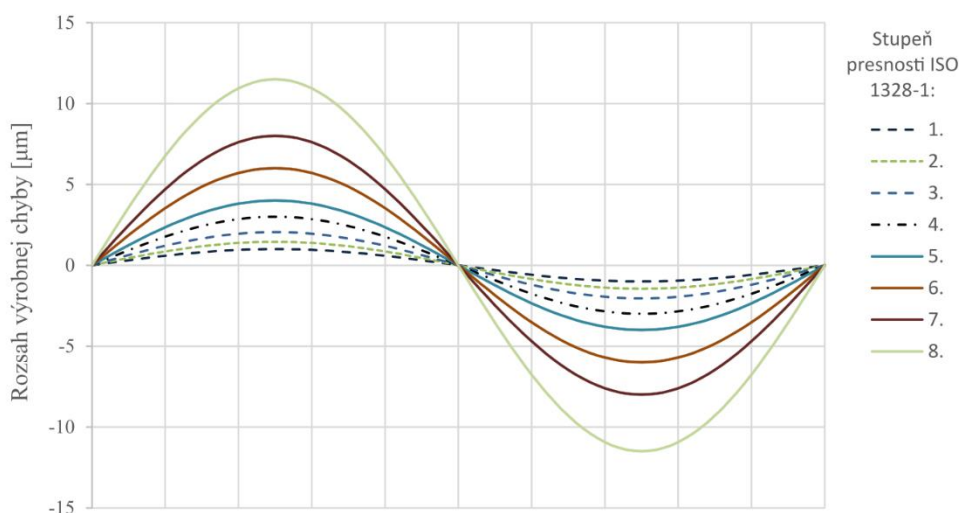
Oblasti použitia ozubených kolies pre jednotlivé stupne presnosti sú uvedené v tab. 9. Je možné pozorovať, že stupne presnosti zahrnuté v štúdií pokrývajú oblasť využitia počnúc kolesami vysokej presnosti využívanými pre špeciálne aplikácie a meracie zariadenia, cez kolesá vysoko presných prevodoviek, až po ozubené kolesá využívané v osobných, nákladných vozidlách a všeobecnej konštrukcii strojov. Pre použitie v dopravnom priemysle sú podľa tab. 10 štandardne využívané ozubené kolesá 5 až 8 stupňa presnosti.

Tab. 10 Vypočítané hodnoty dovolenej odchýlky celkového tvaru profilu.

Stupeň presnosti	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Odchýlka [ $\mu\text{m}$ ]	2,0	2,9	4,1	6	8	12	16	23

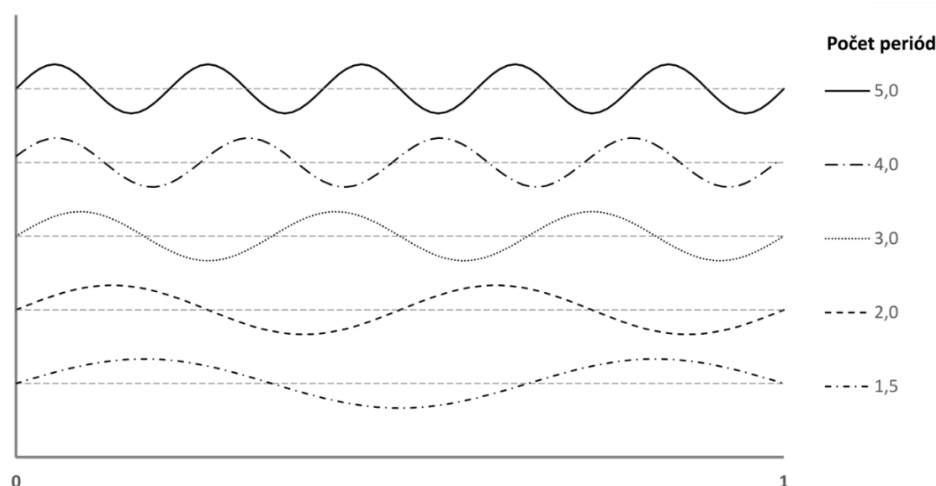


Konkrétne hodnoty celkovej odchýlky profilu pre jednotlivé stupne presnosti podľa normy ČSN ISO 1328-1 stanovené pomocou vzťahu 47 sú uvedené v *tab. 10*. Tieto odchýlky boli stanovené pre kolesá súkolesia používaného pre výpočty v tejto práci, ktorých parametre uvádza *tab. 5*. Po zaokrúhlení získaných hodnôt na základe pravidiel daných normou (uvedených tiež v teoretickej časti práce) došlo pre jednotlivé stupne presnosti k zjednoteniu hodnôt pre hnacie aj hnané koleso súkolesia. Porovnanie veľkosti vypočítaných odchýlok celkového tvaru profilu pre jednotlivé stupne presnosti je znázornené na *obr. 77*.



*Obr. 77* Porovnanie veľkosti dovolenej odchýlky v závislosti na stupni presnosti.

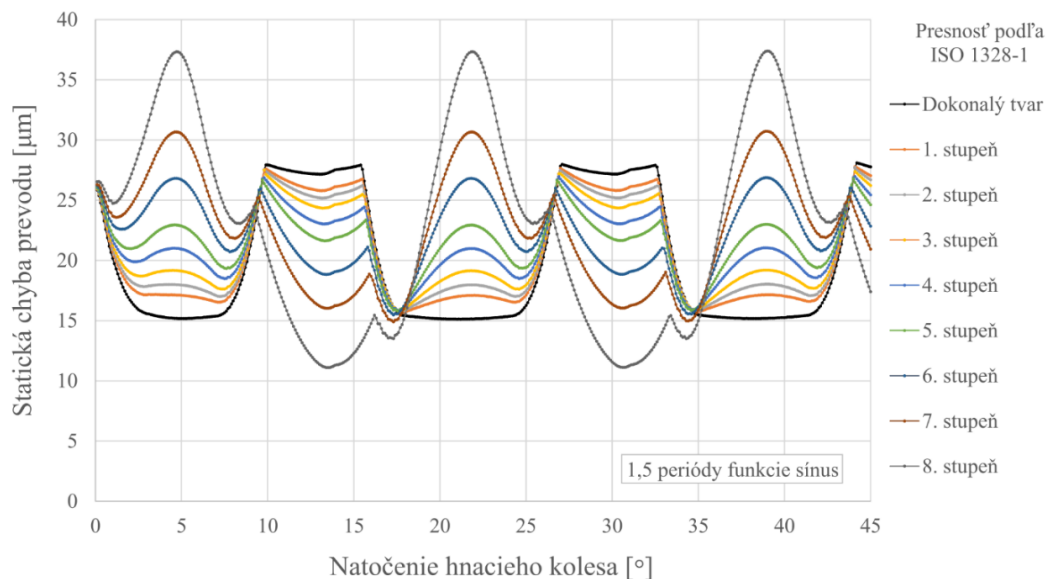
Ďalším parametrom, ktorého vplyv na priebeh STE bol v tejto časti práce skúmaný, je počet periód funkcie sínus pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu zuba. Výpočet bol opakovaný pre 5 počtov periód počnúc 1,5 periódami po 5 periód funkcie sínus. Náznorné porovnanie jednotlivých počtov periód pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu zobrazuje *obr. 78*. Pre každý z počtov periód bola vykonaná séria ôsmich výpočtov pre všetky sledované stupne presnosti kolies. Spolu bolo v tejto časti práce teda vykonaných 40 výpočtov priebehu statickej chyby prevodu. Výsledky týchto výpočtov sú uvedené v nasledujúcich oddieloch textu. Záťažový moment aplikovaný na hnané ozubené koleso bol počas tejto série výpočtov konštantný a nadobúdal hodnotu  $20 \text{ N} \cdot \text{m}$ .



*Obr. 78* Náznorné porovnanie počtu periód.

#### 4.4.1 VÝSLEDKY PRE 1,5 PERIÓDY FUNKCIE SÍNUS

Na obr. 79 sú uvedené získané priebehy chyby prevodu pre ozubenie so zahrnutím výrobné chyby v tvare funkcie sínus. Počet periód funkcie sínus je v tomto prípade 1,5. Na priebehoch STE je možné sledovať, že pre ozubené súkolesia s výrobnou chybou dochádza s narastajúcim stupňom presnosti v oblasti dvoj párového záberu k zvlneniu priebehu a nárastu maximálnych hodnôt STE. V oblasti jednopárového záberu naopak pre ozubené kolesá s výrobnou chybou dochádza k znižovaniu hodnôt STE. Tento jav sa postupne zvyrazňuje s narastajúcou hodnotou stupňa presnosti. Postupne tak dochádza k presunu maximálnej hodnoty STE do oblasti dvoj párového záberu a poloha minimálnej hodnoty STE je postupne presunutá do oblasti jednopárového záberu.



Obr. 79 Chyba prevodu súkolesia s odchytkou tvaru – 1,5 periód funkcie sínus.

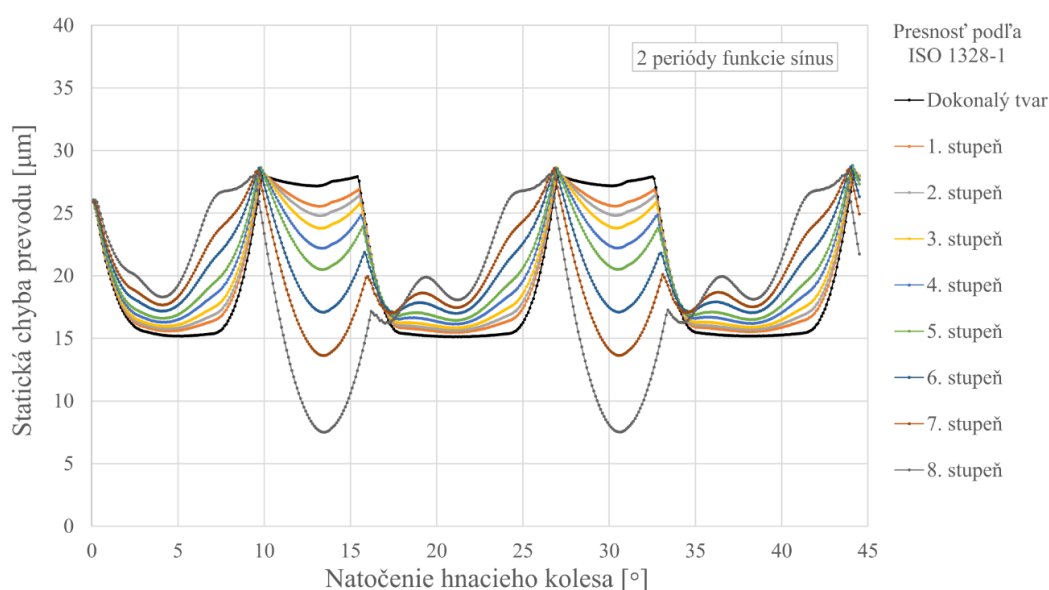
Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu pre ozubené kolesá s výrobnou chybou tvaru funkcie sínus pre 1,5 periód funkcie sú uvedené v Tab. 11. Medzi stupňami presnosti 1 až 5 dochádza k postupnému miernemu poklesu hodnôt PTP-STE o 16,7%. Priemerný pokles hodnoty medzi jednotlivými stupňami presnosti je 3%. Medzi stupňami presnosti 5-8 potom dochádza k prudkému nárastu hodnoty PTP-STE. Hodnota narastá o 239% pričom medzi jednotlivými po sebe nasledujúcimi stupňami presnosti hodnota PTP-STE narastá v priemere o 36,2%. Pokles hodnoty PTP-STE pre stupne presnosti 1-5 je zapríčinený skutočnosťou, že v oblasti dvoj párového záberu postupne dochádza k nárastu hodnôt STE pričom v oblasti jednopárového záberu hodnoty STE s narastajúcim stupňom presnosti klesajú.

Tab. 11 Hodnoty PTP-STE pre ozubenie s výrobnou chybou (1,5 periód funkcie sínus).

Stupeň presnosti	Dokonalý tvar	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	12,98	12,10	11,95	11,68	11,12	10,99	11,39	15,83	26,29

#### 4.4.2 VÝSLEDKY PRE 2 PERIÓDY FUNKCIE SÍNUS

Na obr. 80 sú znázornené priebehy statickej chyby prevodu pre ozubené súkolesie so zahrnutím výrobných chýb v tvare funkcie sínus. Počet periód funkcie sínus je v tomto prípade rovný dvom. V prvej polovici oblasti dvojitého záberu dochádza so zvyšujúcim sa stupňom presnosti k miernemu nárastu hodnôt statickej chyby prevodu a postupne sa taktiež prejavuje zvlnenie priebehu. V druhej polovici dvojitého záberu dochádza so zvyšujúcou sa hodnotou stupňa presnosti k nárastu hodnôt STE už v skorších polohách. Najvyššia hodnota STE ostáva pre všetky stupne presnosti takmer rovnaká a jej poloha sa nachádza v blízkosti počiatočného bodu jednopárového záberu. Hodnoty statickej chyby prevodu v oblasti jednopárového záberu s narastajúcim stupňom presnosti pomerne prudko klesajú a postupne sa tak poloha minimálnej hodnoty STE presúva do oblasti jednopárového záberu.



Obr. 80 Chyba prevodu súkolesia s odchyľkou tvaru – 2 periódy funkcie sínus.

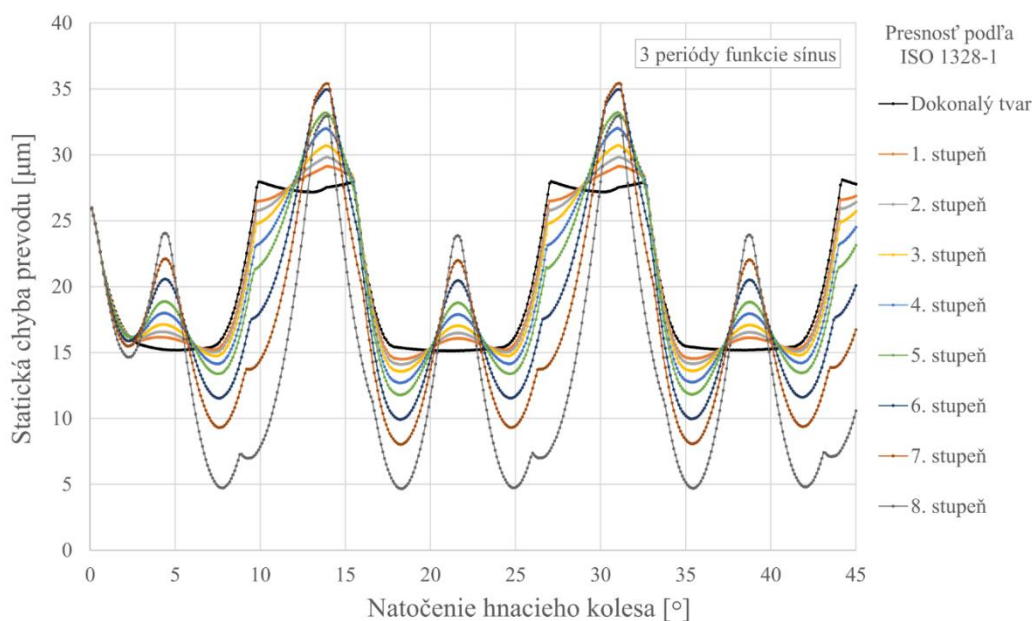
V tab. 12 sú uvedené peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu pre ozubenie so zahrnutím odchyľky od dokonalého teoretického tvaru a dvoma periódami funkcie sínus. Je možné vidieť, že oproti peak-to-peak hodnote statickej chyby prevodu súkolesia s dokonalou geometriou hodnoty PTP-STE medzi stupňami presnosti 1 až 6 postupne mierne klesajú. Pokles medzi hodnotou PTP-STE pre ozubenie s dokonalým tvarom a hodnotou pre stupeň 6. presnosti predstavuje 11%. Priemerný percentuálny pokles medzi za sebou nasledujúcimi hodnotami je v tomto prípade 1,62%. Medzi stupňami presnosti 6 až 8 následne dochádza k prudkému nárastu hodnoty PTP-STE a to až o 76%. Priemerný percentuálny nárast hodnoty PTP-STE medzi jednotlivými stupňami presnosti je v tomto prípade rovný 32,85%.

Tab. 12 Hodnoty PTP-STE pre ozubenie s výrobnou chybou (2 periódy funkcie sínus).

Stupeň presnosti	Dokonalý tvar	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	12,98	12,87	12,78	12,76	12,67	12,27	11,69	14,94	20,61

#### 4.4.3 VÝSLEDKY PRE 3 PERIÓDY FUNKCIE SÍNUS

Priebehy statickej chyby prevodu pre ozubenie so zahrnutím výrobnjej chyby v tvare funkcie sínus s tromi periódami sú pre jednotlivé stupne presnosti znázornené na obr. 81. Pri zvyšujúcej sa hodnote stupňa presnosti dochádza k zvlneniu priebehu statickej chyby prevodu. Charakter zvlnenia priebehu STE v oblasti jednopárového a dvojpárového záberu popisuje ďalší text tohto odstavca. Hodnoty STE v strede oblasti dvojpárového záberu so zvyšujúcim sa stupňom presnosti postupne narastajú. Zároveň s tým klesajú hodnoty STE na okrajoch oblasti dvojpárového záberu. S týmito hodnotami klesá aj hodnota statickej chyby prevodu prvého bodu oblasti jednopárového záberu. V druhej polovici oblasti jednopárového záberu dochádza s narastajúcou hodnotou stupňa presnosti k postupnému zvlneniu priebehu a nárastu hodnôt STE. V tejto oblasti sa na zvlnenom priebehu nachádzajú maximálne hodnoty STE a jej minimálne hodnoty sa nachádzajú na okrajoch oblasti dvojpárového záberu.



Obr. 81 Chyba prevodu súkolesia s odchylkou tvaru – 3 periódy funkcie sínus.

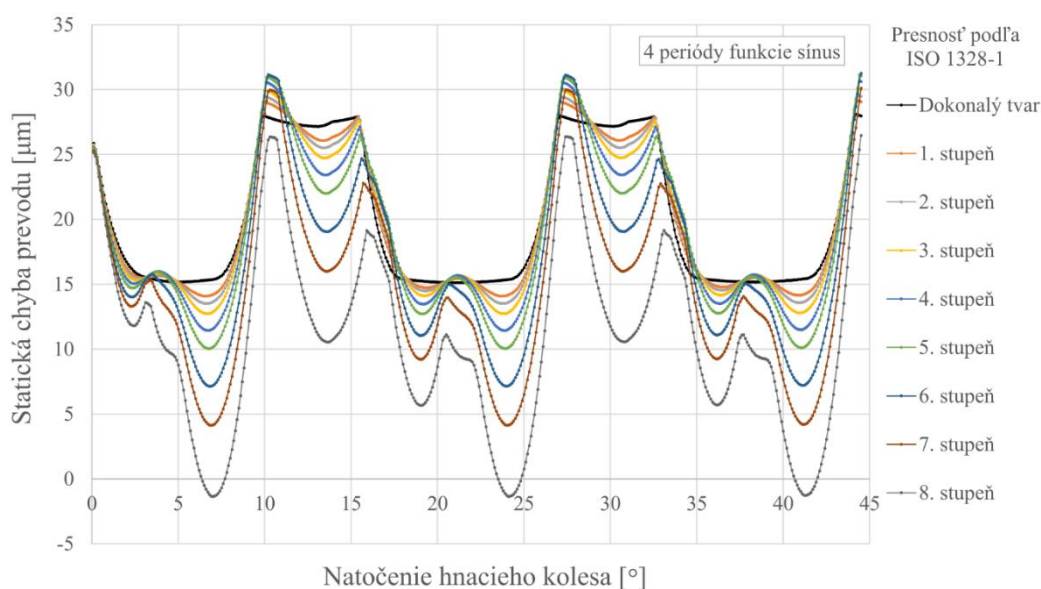
Peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu pre kolesá s výrobnou chybou v tvare funkcie sínus s tromi periódami pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu uvádza tab. 13. Veľkosť hodnôt PTP-STE v tomto prípade so zvyšujúcim sa stupňom presnosti narastá. Nárast medzi hodnotou PTP-STE pre ozubené súkolesia s dokonalým tvarom a s najvyššou odchýlkou od dokonalého tvaru geometrie (stupeň presnosti 8) predstavuje 218,7%. Priemerný nárast hodnoty PTP-STE medzi jednotlivými susediacimi stupňami presnosti predstavuje 10,35%.

Tab. 13 Hodnoty PTP-STE pre ozubenie s výrobnou chybou (3 periódy funkcie sínus).

Stupeň presnosti	Dokonalý tvar	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	12,98	14,75	15,84	17,25	19,40	21,52	25,15	27,49	28,40

#### 4.4.4 VÝSLEDKY PRE 4 PERIÓDY FUNKCIE SÍNUS

Na obr. 82 je znázornené, aký vplyv mala zmena stupňa presnosti ozubenia v prípade, že bola na profilovú krivku zuba aplikovaná výrobná chyba tvaru funkcie sínus so štyrmi periódami funkcie. Pri zvyšovaní hodnoty stupňa presnosti znova dochádza k zvlneniu priebehu statickej chyby prevodu. Počet a poloha vzniknutých vln sú podobné ako pre predchádzajúci prípad s tromi periódami funkcie sínus. Charakter zvlnenia je však opačný a v miestach kde v predchádzajúcom prípade dochádzalo k nárastu hodnôt STE, dochádza v tomto prípade k ich poklesu a opačne. Časť dvojpárového záberu s narastajúcou hodnotou stupňa presnosti postupne klesá. V strede tejto časti sa nachádza lokálne maximum a smerom k jeho okrajom hodnoty klesajú. Minimálna hodnota STE sa nachádza na pravej strane časti dvojpárového záberu. V prvej tretine jednopárového záberu dochádza k miernemu nárastu hodnôt statickej chyby prevodu a nachádza sa tu taktiež jej maximálna hodnota. Vo zvyšných dvoch tretinách jednopárového záberu dochádza so zmenou stupňa presnosti k poklesu hodnôt STE.



Obr. 82 Chyba prevodu súkolesia s odchýlkou tvaru – 4 periód funkcie sínus.

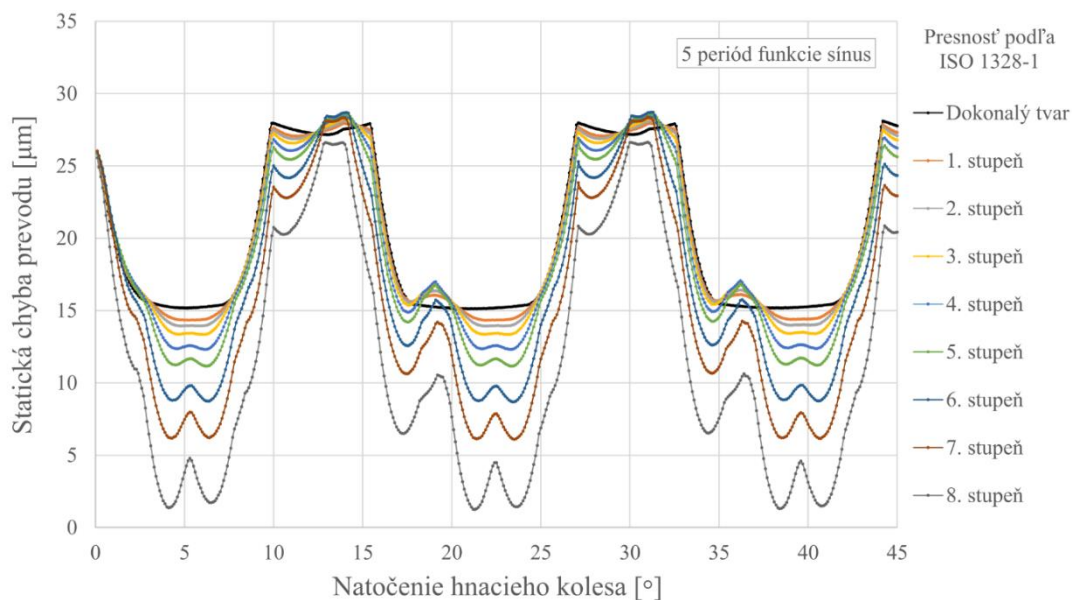
V Tab. 14 sú uvedené jednotlivé peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu pre ozubenie s dokonalým teoretickým tvarom a súkolesia so stupňom presnosti 1 až 8. Je možné pozorovať, že pri zväčšovaní odchýlky od dokonalého tvaru dochádza v prípade štyroch periód funkcie sínus k postupnému nárastu hodnôt PTP-STE. Jej nárast je medzi hodnotou pre dokonalý teoretický tvar ozubenia a najmenej presné súkolesie rovný 214%. Priemerný nárast hodnoty PTP-STE medzi za sebou nasledujúcimi stupňami presnosti je 10,02%.

Tab. 14 Hodnoty PTP-STE pre ozubenie s výrobnou chybou (4 periód funkcie sínus).

Stupeň presnosti	Dokonalý tvar	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	12,98	15,08	16,01	17,29	19,22	21,11	24,12	25,98	27,82

#### 4.4.5 VÝSLEDKY PRE 5 PERIÓD FUNKCIE SÍNUS

Ako posledný bol skúmaný vplyv veľkosti odchýlky ozubenia na priebeh statickej chyby prevodu v prípade, že sa pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu nachádzalo päť periód funkcie sínus. Priebehy statickej chyby prevodu získané simuláciou pomocou metódy konečných prvkov sú znázornené na obr. 83. Oblasť dvojpárového záberu sa s narastajúcim stupňom presnosti celá postupne presúva k nižším hodnotám. Zároveň dochádza k jej zvlhčeniu, ktoré sa so zväčšujúcou sa odchýlkou od dokonalého tvaru postupne zvyrazňuje. V prvej tretine dvojpárového záberu dochádza k miernemu lokálnemu nárastu hodnôt a v jeho ďalších dvoch tretinách dochádza k poklesu hodnôt STE na minimum. Zároveň medzi druhou a treťou tretinou dvojpárovej časti záberu dochádza k nárastu hodnôt tvoriacemu lokálne maximum. Hodnota statickej chyby prevodu v prvom bode jednopárovej časti záberu s narastajúcou hodnotou stupňa presnosti mierne klesá. V prvej tretine jednopárovej časti záberu dochádza k lokálnemu poklesu hodnôt STE a v ďalších dvoch tretinách hodnoty STE znova narastajú až do maxima.



Obr. 83 Chyba prevodu súkolesia s odchýlkou tvaru – 5 periód funkcie sínus.

Peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu pre jednotlivé stupne presnosti ozubenia s výrobnou chybou tvorenou piatimi periódami funkcie sínus sú uvedené v tab. 15. Hodnoty PTP-STE sa s narastajúcim stupňom presnosti postupne zväčšujú. Medzi ozubením s dokonalým teoretickým tvarom a ozubením s výrobnou chybou a stupňom presnosti narastá hodnota PTP-STE o 88,5%. Medzi jednotlivými za sebou nasledujúcimi stupňami presnosti narastala hodnota PTP-STE v priemere o 8,26%.

Tab. 15 Hodnoty PTP-STE pre ozubenie s výrobnou chybou (5 periód funkcie sínus).

Stupeň presnosti	Dokonalý tvar	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	12,98	13,73	14,28	15,03	16,26	17,56	20,15	22,36	24,47

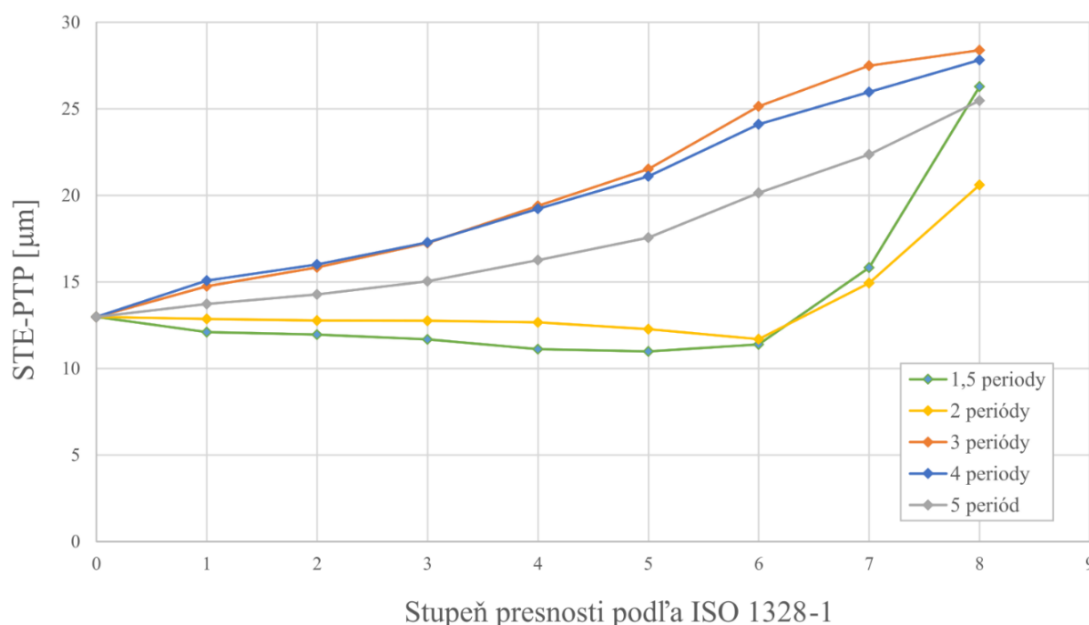
#### 4.4.6 VYHODNOTENIE HODNÔT PTP-STE

Na obr. 84 je zhrnutý priebeh peak-to-peak hodnôt statickej chyby prevodu v závislosti na počte periód funkcie sínus pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu a veľkosti jej amplitúdy. Spolu boli vykonané výpočty pre 5 počtov periód funkcie sínus a amplitúdy zodpovedajúce stupňom presnosti 1 až 8. Stupeň presnosti 0 v tomto prípade označuje súkolesie s teoreticky dokonalou geometriou ozubenia.

Získané priebehy hodnôt PTP-STE je možné rozdeliť do dvoch kategórií. Prvá kategória je tvorená priebehmi PTP-STE pre 1,5 a 2 periódy funkcie sínus pozdĺž modifikovanej časti krivky profilu. Druhá kategória je tvorená priebehmi PTP-STE pre súkolesia s 3, 4 a 5 periódami funkcie sínus.

V prípade prvej kategórie priebehov hodnoty PTP-STE dochádza pri narastaní stupňa presnosti medzi hodnotami 1 až 6 k jej miernemu poklesu. Medzi 6 až 8 stupňom presnosti ale následne dochádza k prudkému nárastu peak-to-peak hodnôt statickej chyby prevodu. Toto správanie je možné vysvetliť na základe charakteru zmeny priebehov STE v závislosti na stupni presnosti. S narastajúcou hodnotou stupňa presnosti v oboch prípadoch dochádza k narastaniu hodnôt STE v oblasti dvojpárového záberu a v oblasti jednopárového záberu naopak hodnoty STE klesajú. Rozdiel medzi maximálnou a minimálnou hodnotou statickej chyby prevodu sa až po šiesty stupeň presnosti takmer nemení. K nárastu hodnôt PTP-STE dochádza až v momente, keď je zvlneniu priebehov STE v oblasti jednopárového a dvojpárového záberu tak výrazné, že maximálna a minimálna hodnota STE sa nachádzajú vo vrcholoch zvlnených častí priebehov.

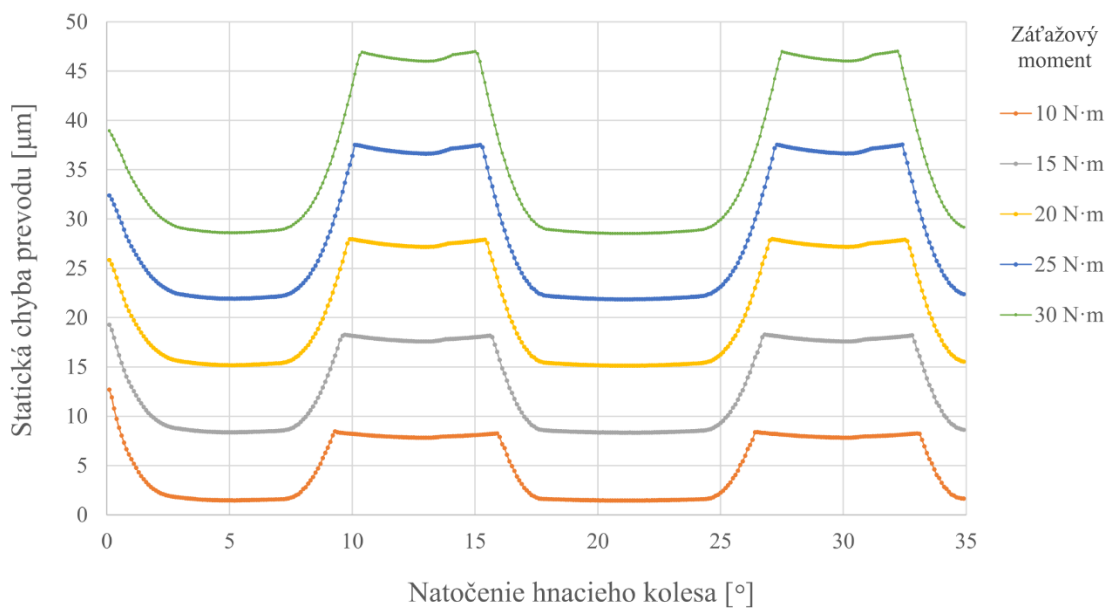
V prípade druhej kategórie priebehov narastá PTP-STE so znižujúcou sa presnosťou geometrie kolies takmer lineárne. Priebehy hodnôt PTP-STE pre 3 a 4 periódy funkcie sínus sa takmer prekrývajú. Veľkosť peak-to-peak hodnôt pre 5 periód funkcie sínus narastajú oproti predchádzajúcim dvom prípadom o niečo menej strmo. Priebeh týchto hodnôt znova súvisí s charakterom zmeny priebehov STE v závislosti na stupni presnosti ozubenia. So zmenou hodnoty stupňa presnosti dochádza k zvlneniu priebehov ktoré spôsobuje nárast rozdielu medzi maximálnou a minimálnou hodnotou STE.



Obr. 84 Priebeh hodnôt PTP-STE v závislosti na počte periód funkcie sínus a presnosti ozubenia.

#### 4.5 VPLYV ZÁŤAŽOVÉHO MOMENTU NA PRIEBEH STE

Ďalším parametrom, ktorého vplyv na priebeh statickej chyby prevodu bol v rámci tejto práce skúmaný, je veľkosť záťažového momentu pôsobiaceho na hnané koleso. Veľkosť záťažového momentu v jednotlivých výpočtoch narastala od 10 do 30 N·m s krokom o veľkosti 5 N·m. Na úvod bol overený vplyv veľkosti záťažového momentu na priebeh STE súkolesia s dokonalou geometriou ozubenia. Následne boli vykonané výpočty, v ktorých bolo overené, ako vplýva veľkosť záťažového momentu na priebeh STE ak je na ozubenie aplikovaná výrobná chyba v tvare funkcie sínus. Pre ozubenie s výrobnou chybou boli vykonané dve série výpočtov. V prvej sérii výpočtov bola krivka profilu zubov modifikovaná dvoma periódami funkcie sínus a v druhej sérii výpočtov bolo využitých päť periód funkcie sínus. Veľkosť amplitúdy funkcie tvoriacej výrobnú chybu zodpovedala 5. stupňu presnosti kolies.



Obr. 85 Vplyv záťažového momentu na priebeh STE – dokonalá geometria.

Na obr. 85 je znázornené ako sa v prípade súkolesia s dokonalou geometriou mení priebeh statickej chyby prevodu v závislosti na aplikovanom záťažovom momente. Pri porovnaní jednotlivých priebehov STE je možné so zmenou záťažového momentu pozorovať viacero zmien. Je možné pozorovať, že s narastajúcou veľkosťou záťažového momentu sa zvyšuje priemerná hodnota statickej chyby prevodu a teda dochádza k posunu jej priebehu do vyššej hladiny hodnôt. Okrem nárastu priemernej hodnoty STE ale taktiež dochádza k nárastu hodnôt PTP-STE, pričom konkrétne hodnoty pre jednotlivé veľkosti záťažového momentu sú uvedené v tab. 15.

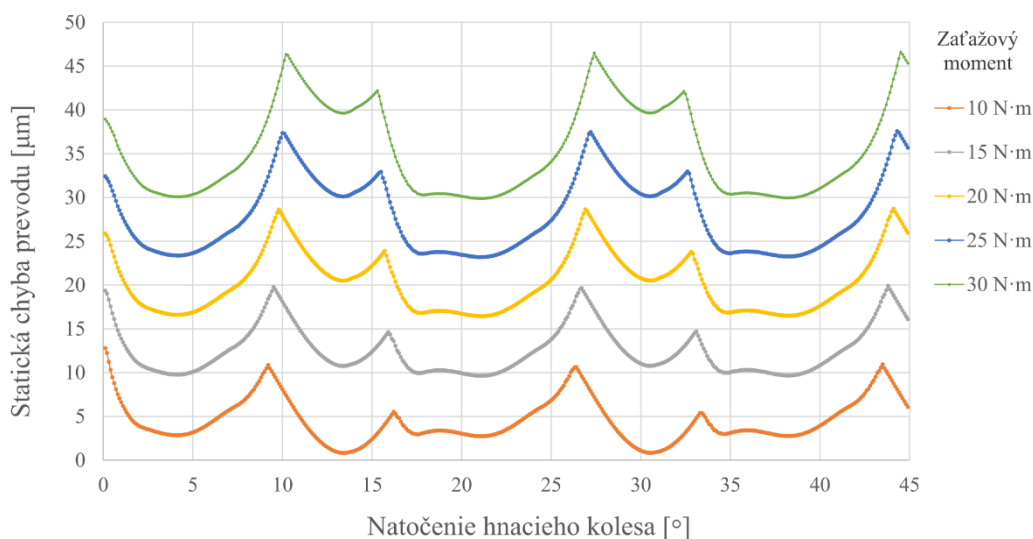
Tab. 16 Hodnoty PTP-STE pre rôzne veľkosti záťažového momentu (dokonalá geometria).

Záťažový moment	10 N·m	15 N·m	20 N·m	25 N·m	30 N·m
PTP-STE [μm]	7,01	9,96	12,85	15,70	18,50



Medzi záťažovým momentom najvyššou a najnižšou hodnotou došlo k nárastu peak-to-peak hodnoty statickej chyby prevodu o 264%. Priemerne hodnota PTP-STE medzi jednotlivými veľkosťami záťažového momentu narastala o 27,75%.

Ďalej je možné na *obr. 85* pozorovať, že s narastajúcim záťažovým momentom dochádza skracovaniu oblasti jednopárového záberu. To je zapríčinené skutočnosťou, že s narastajúcim zaťažením taktiež narastá deformácia zubov v zábere. Vplyvom toho sú ozubené kolesá vychýlené z ich teoretickej polohy a dochádza k predčasnému vstupu jednotlivých párov zubov do záberu. Trvanie jednopárového záberu zodpovedá pri veľkosti záťažového momentu 10 N·m natočeniu pastorku o 5,7°. Pri navýšení záťažového momentu na 30 N·m dochádza k skráteniu trvania na 4,8° rotácie pastorku, čo predstavuje pokles o 15,8 %.



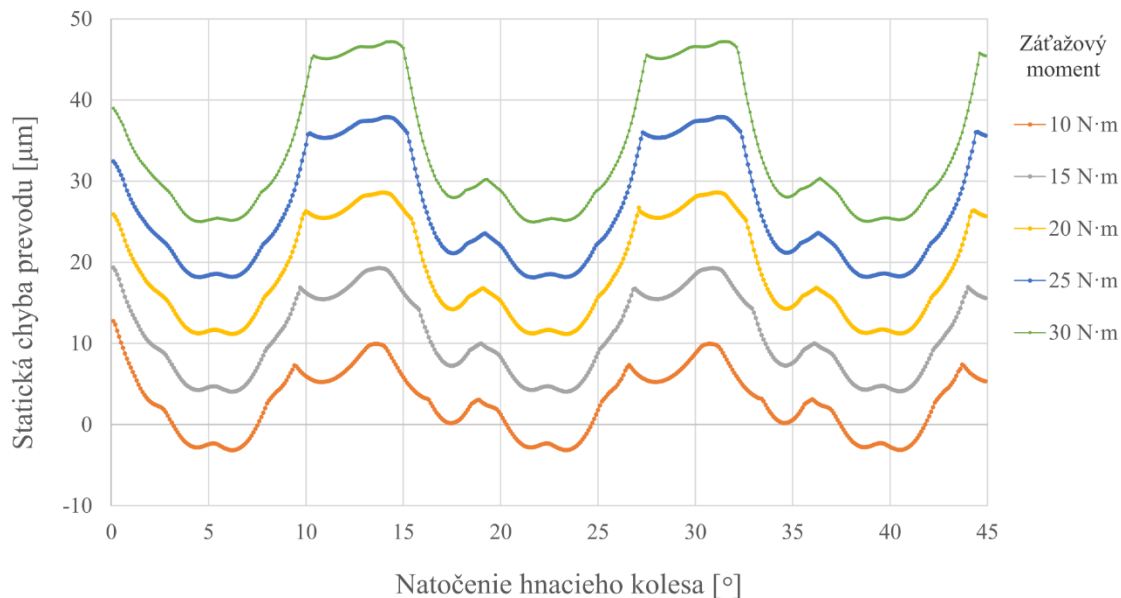
*Obr. 86* Vplyv záťažového momentu na priebeh STE – 2 periódy funkcie sinus.

Na *obr. 86* sú znázornené vplyv veľkosti záťažového momentu na statickú chybu prevodu pre ozubené súkolesie s výrobnou chybou tvorenou dvoma periódami funkcie sínus. Veľkosť amplitúdy funkcie sínus v tomto prípade zodpovedala súkolesiu 5. stupňa presnosti. Aj v tomto prípade je možné pozorovať všetky vyššie popísané vplyvy zmeny záťažového momentu na priebeh STE. S narastajúcou hodnotou záťažového momentu narastá priemerná hodnota statickej chyby prevodu. Taktiež dochádza zvyšovaniu rozdielu medzi maximálnou a minimálnou hodnotou STE. Hodnoty PTP-STE sú pre tento prípad uvedené v *tab. 17*. Nárast tejto hodnoty medzi minimálnou hodnotou záťažového momentu a jeho maximálnou hodnotou predstavuje 65,28 %. Priemerne hodnota narastala PTP-STE narastala o 13,6 %. Taktiež dochádza k skracovaniu oblasti jednopárového záberu, pričom rozdiel v trvaní je totožný s predošlým prípadom a predstavuje 15,8 %.

*Tab. 17* Hodnoty PTP-STE pre rôzne veľkosti záťažového momentu (2 periódy).

Zaťažový moment	10 N·m	15 N·m	20 N·m	25 N·m	30 N·m
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	10,11	10,27	12,27	14,38	16,71

Ako posledný bol skúmaný vplyv záťažového momentu na priebeh chyby prevodu súkolesia s výrobnou chybou tvorenou piatimi periódami funkcie sínus. Priebeh STE získané v tejto sérii výpočtov sú znázornené na *obr. 87*. Nárast záťažového momentu vplýval na priebeh statickej chyby prevodu rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcich dvoch prípadoch.



*Obr. 87* Vplyv záťažového momentu na priebeh STE – 5 periód funkcie sínus.

S narastaním záťažového momentu dochádzalo k zvyšovaniu priemernej hodnoty statickej chyby prevodu a taktiež k zvyšovaniu hodnoty PTP-STE. Súhrn hodnôt PTP-STE pre jednotlivé veľkosti záťažového momentu je uvedený v *tab. 18*. Medzi minimálnou a maximálnou hodnotou záťažového momentu došlo k nárastu hodnoty PTP-STE o 69,8%. Priemerný nárast hodnoty PTP-STE medzi jednotlivými za sebou nasledujúcimi úrovňami predstavoval 14,8%. Taktiež aj v tomto prípade dochádza s narastajúcou veľkosťou zaťažujúceho momentu k skracovaniu oblasti jenopárového záberu. Aj napriek zvlneniu priebehov STE spôsobených prítomnosťou výrobné chyby je možné sledovať, že dĺžky oblastí jednopárového záberu sú pre jednotlivé veľkosti záťažového momentu zhodné ako v predchádzajúcich dvoch prípadoch.

*Tab. 18* Hodnoty PTP-STE pre rôzne veľkosti záťažového momentu (5 periód).

Zaťažový moment	10 N·m	15 N·m	20 N·m	25 N·m	30 N·m
PTP-STE [ $\mu\text{m}$ ]	13,10	15,25	17,44	19,76	22,25

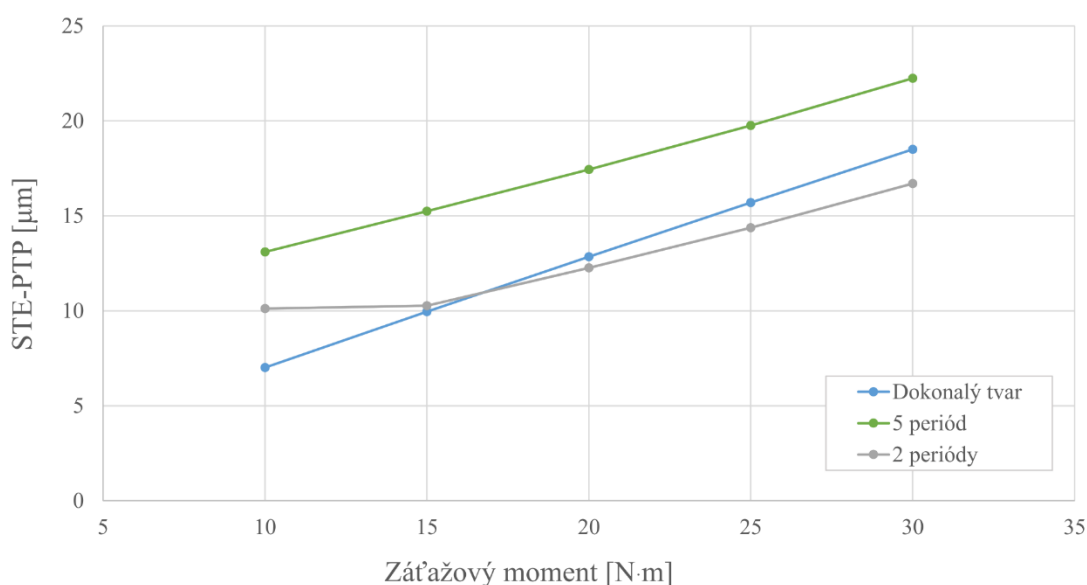
V posledných dvoch prípadoch dochádza vplyvom prítomnosti výrobné chyby k zvlneniu priebehu STE. Na *obr. 86* a *obr. 87* je možné pozorovať, že s narastaním záťažového momentu sa miera tohto zvlnenia znižuje. Tvar priebehov STE sa so zvyšovaním záťažového momentu postupne približuje tvaru priebehov STE pre súkolesia s dokonalým tvarom ozubenia. Podstatou tohto javu je, že vplyvom nárastu záťažového momentu narastá taktiež aj veľkosť silového pôsobenia medzi zubmi v zábere. Pôsobením silového zaťaženia dochádza v mieste

dotyku zubov ku kontaktnej deformácii. Tá spôsobuje deformáciu mikrogeometrických nerovností tvoriacich výrobnú chybu, čím je znižovaný ich vplyv na priebeh statickej chyby prevodu. Je možné pozorovať, že tento jav je výraznejší v prípade ozubenia, ktorého výrobná chyba je tvorená piatimi periódami funkcie sínus. Pozdĺž krivky profilu zuba sa v tomto prípade nachádza väčší počet nerovností mikrogemetrie s menšou dĺžkou. Nárast kontaktného tlaku je tak vyšší, čo spôsobuje väčšiu deformáciu povrchových nerovností. Zvýraznenie tohto javu je taktiež možné sledovať v oblasti jednopárového záberu, kde dochádza k nárastu silového pôsobenia v kontakte medzi zubmi.

#### 4.5.1 VYHODNOTENIE HODNÔT PTP-STE

Vplyv veľkosti záťažového momentu na priebeh peak-to-peak hodnôt statickej chyby prevodu je zhrnutý v grafe na *obr. 88*. V prípade súkolesia s dokonalým tvarom ozubenia a súkolesia s výrobnou chybou tvorenou piatimi periódami funkcie sínus dochádza k lineárnemu nárastu hodnôt PTP-STE v závislosti na veľkosti záťažového momentu.

Priemerná hodnota PTP-STE je v prípade súkolesia s dokonalým tvarom ozubenia 12,08 N·m. V prípade súkolesia s výrobnou chybou tvorenou piatimi periódami funkcie sínus narastá hodnota PTP-STE o niečo menej strmo, avšak jej priemerná hodnota je rovná 17,56 N·m, čo oproti prechádzajúcemu prípadu predstavuje 45,4 percentný nárast. Hodnoty PTP-STE pre súkolesie s výrobnou chybou a dvoma periódami funkcie sínus narastajú lineárne až pre veľkosti záťažového momentu vyššie ako 15 N·m. Tento nárast hodnôt je približne rovnako strmý ako v prípade súkolesia s piatimi periódami funkcie sínus. Medzi záťažovým momentom 10 až 15 N·m sa však hodnota PTP-STE mení iba minimálne. Dôvodom je, že v prípade záťažového momentu veľkosti 10 N·m sa nachádza minimálna hodnota STE v oblasti jednopárového záberu, kde dochádza k zvlneniu priebehu vplyvom prítomnosti výrobnéj chyby (viď *obr. 86*). Priemerná hodnota PTP-STE je v prípade ozubenia s dvoma periódami funkcie sínus rovná 12,75 N·m.



*Obr. 88* Priebeh hodnôt PTP-STE v závislosti hodnote záťažového momentu.

## ZÁVER

Táto práca sa zaoberá numerickou simuláciou tuhosti záberu ozubených kolies, pomocou metódy konečných prvkov, v programovom prostredí *Ansys Mechanical APDL*. Keďže bol v tejto práci simulovaný záber ozubených kolies s priamym čelným ozubením, bolo možné využiť zjednodušenie modelu do dvoch rozmerov. Pre účely práce bol vytvorený parametrický MKP model, ktorý zabezpečoval plne automatický priebeh simulácie na základe zadaných vstupných parametrov. Pomocou vytvoreného modelu bol následne skúmaný vplyv odchýlky od dokonalého tvaru zubu na priebeh STE a vplyv veľkosti záťažového momentu na priebeh STE súkolesia s nedokonalou geometriou zubov.

Vplyvom premenlivej tuhosti záberu dochádza k vychýleniu jednotlivých kolies z ich teoretickej polohy. Veľkosť tejto odchýlky vyjadruje parameter nazývaný „chyba prevodu“. Priebeh hodnôt chyby prevodu je periodický a závisí na vzájomnej polohe hnacieho a hnaného kolesa. Rozdiel medzi maximálnou a minimálnou hodnotou chyby prevodu (peak-to-peak hodnota) podľa mnohých štúdií súvisí s množstvom vibrácií generovaných ozubeným prevodom. Touto témou sa zaoberá veľké množstvo autorov z celého sveta, a preto bolo prvým cieľom práce zoznámiť sa prostredníctvom rešerše s problematikou chyby prevodu. Ďalším cieľom bolo vytvorenie komplexného parametrického MKP modelu záberu ozubených kolies, umožňujúceho zahrnutie modifikácií mikrogeometrie. Posledným cieľom práce bolo pomocou zostaveného modelu vykonať sériu výpočtov s odlišnými vstupnými parametrami.

Pred samotnou tvorbou parametrického MKP modelu záberu ozubenia bolo potrebné zoznámiť sa s problematikou ozubených prevodov. Prvá kapitola práce preto poskytuje podrobný prehľad teoretických poznatkov súvisiacich s problematikou ozubených prevodov. Pre praktickú časť práce boli kľúčové informácie týkajúce sa výpočtu rozmerov ozubených kolies a časť týkajúca sa matematického popisu kriviek profilu zubov.

V druhej kapitole práce sú zhrnuté teoretické poznatky z oblasti chyby prevodu. Úvodná časť kapitoly sa zaoberá definíciou chyby prevodu a jej rozdelením v závislosti na komplexnosti vplyvov, ktoré zahŕňa. Ďalej sú zhodnotené možnosti stanovenia chyby prevodu pomocou výpočtových metód alebo technického experimentu. Z prehľadu súčasných publikácií na danú tému vyplynulo, že aktuálnym trendom v oblasti chyby prevodu je snaha dosiahnuť vysokú presnosť analytických modelov. Analytické modely totiž umožňujú najrýchlejšie získanie výsledkov súvisiacich s chybou prevodu. Na dôležitosti však stále nestrácajú ani MKP modely a technické experimenty, ktoré slúžia pre validáciu týchto analytických modelov. Výhody metódy konečných prvkov sú tiež stále využívané v prípade vysokej zložitosti geometrie.

Predposledná časť druhej kapitoly sa zaoberá pôvodom hluku a vibrácií ozubených prevodov. Na základe poznatkov získaných z odbornej literatúry vyplynulo, že okrem kolísania tuhosti záberu, je hluk ozubených prevodov spôsobený aj ďalšími javmi. Medzi nich patrí napríklad nedokonalosť geometrie ozubenia, alebo vytlačanie vzduchu (resp. maziva) z medzery medzi zubmi, ktoré naberá na význame pri vysokých rýchlostiach rotácie kolies. Nedokonalosti geometrie, ktoré majú pôvod v nepresnej výrobe kolies spôsobujú hluk na tzv. fantómových frekvenciách. Tie sa nachádzajú v oblasti mimo harmonických frekvencií záberu zubov. Premenná tuhosť záberu a s ňou spojená chyba prevodu je však pri nižších rýchlostiach považovaná za dominantný zdroj hluku. Posledná časť kapitoly uvádza poznatky o možnostiach znižovania hluku a vibrácií ozubených prevodov. Z dôvodu využitia v praktickej časti práce je podrobne popísaná geometria modifikácie tip-relief. Taktiež je uvedený výpočet dovolených medzných odchýlok tvaru krivky profilu zubov na základe normy ČSN ISO 1328-1.

Tretia kapitola uvádza základné princípy funkcie parametrického MKP modelu záberu ozubených kolies. Tento model je založený na princípe skriptu v jazyku *APDL*, pomocou ktorého je možné komunikovať s programovým prostredím *Ansys Mechanical APDL*. Sekvencia príkazov zabezpečuje automatizáciu a parametrizáciu celého procesu simulácie, od tvorby geometrie a siete, cez nastavenie okrajových podmienok v jednotlivých krokoch výpočtu, až po export výsledkov potrebných pre výpočet hodnôt chyby prevodu.

Spolu tvorba skriptu vyžadovala približne 1380 riadkov kódu. Tento skript je možné rozdeliť na viacero častí. Prvú časť predstavuje tvorba plošnej geometrie, za ňou nasleduje tvorba siete a kontaktov, medzi zubmi, ktoré sú spolu v zábere a posledná časť zabezpečuje nastavenie okrajových podmienok v jednotlivých krokoch simulácie, spustenie riešenia úlohy a export výsledkov do textového súboru, po jej dokončení.

Krivka profilu zuba je tvorená dvoma krivkami, ktoré na seba plynulo nadväzujú. Aktívna časť profilu zuba je tvorená evolventou a v mieste prechodu medzi touto krivkou a telesom kola sa nachádza trochoida. Pre tvorbu plošnej geometrie ozubených bolo kľúčové poznať parametrický popis týchto kriviek v kartézskom súradnicovom systéme. Pre správnu tvorbu geometrie bolo najskôr nutné zistiť priesečník týchto kriviek. Zistenie tohto priesečníka na základe parametrických vzťahov kriviek tvoriacich profil zuba by predstavovalo náročnú matematickú úlohu. Preto bol zvolený postup využívajúci funkcie tvorby geometrie priamo v programe *Ansys Mechanical APDL*. Pomocou týchto funkcií boli vytvorené krivky, z ktorých je tvorený profil zuba následným odčítaním týchto kriviek pomocou boolevskej operácie bola zistená poloha ich priesečníka. Na základe zistenej polohy boli potom určené medzné hodnoty parametrov, využívané vo vzťahoch pre krivky tvoriace profil zuba, tak aby mohol byť správne vytvorený tvar zuba.

Pri vytváraní geometrie bol využitý prístup zdola-hore, čo znamená, že pomocou geometrických entít nižšieho rádu (bodov), boli postupne vytvárané geometrické entity vyššieho rádu (plochy). Pred vytvorením samotných bodov bolo pomocou parametrických vzťahov pre krivky tvoriace profil zuba potrebné vypočítať ich súradnice. Ukázalo sa, že ak je nárast hodnôt parametrov figurujúcich v týchto vzťahoch rovnomerný, dochádza k nerovnomernému rozmiestneniu bodov pozdĺž daných kriviek. Tento problém bol vyriešený zmenou priebehu hodnôt parametrov. V prípade evolventy došlo k rovnomernému rozloženiu bodov, ak hodnoty jej parametra narastali s druhou odmocninou. V prípade trochoidy sa ako vhodný ukázal parabolický priebeh hodnôt parametra narastajúci s druhou mocninou. Ten zabezpečil vyššiu rovnomernosť rozloženia bodov v oblasti tvoriacej profil v päte zuba.

Skript umožňuje zahrnutie troch druhov modifikácie mikrogeometrie. Medzi tieto modifikácie patrí zrazenie hrany na hlave zuba, výrobná chyba v tvare funkcie sínus a odľahčenie hlavy zuba modifikáciou tip-relief. Tieto modifikácie sú vytvorené ďalšími úpravami súradníc bodov krivky profilu. Tvorba modelu výrobnej chyby bola zabezpečená pripočítaním hodnôt funkcie sínus v smere normály k pôvodnej krivke profilu tvorenej evolventou.

Pomocou vypočítaných súradníc sú v ďalšom postupe tvorené body slúžiace pre vytvorenie geometrie ozubeného kola. Tieto body pri ich tvorbe označované špecifickým systémom číslovania (viď obr. 51), aby bolo možné ich použitie v ďalšom postupe. Pomocou týchto bodov sú ďalej s využitím cyklov tvorené plochy kolies. Pre tvorbu plôch bolo nutné využiť príkazy grafického rozhrania *FLST* a *FITEM*, pretože štandardný príkaz umožňuje vytvoriť plochu maximálne pomocou 18-tich bodov. Aby bolo možné vytvoriť na povrchu zubov prvky vysokej kvality, nachádzajú sa v oblasti kriviek profilu zubov oddelené plochy.

Po tvorbe plôch nasleduje automatická tvorba siete kolies s využitím kvadratických plošných prvkov *Plane183*. V prvom kroku je vytvorená sieť, na oddelených plochách nachádzajúcich sa v oblasti profilu zuba. Tu je nutné podotknúť, že obvod plôch geometrie je tvorený krátkymi úsečkami, ktoré spájajú vedľa seba ležiace body. Počet bodov pozdĺž krivky profilu je vypočítaný tak, aby na každú z úsečiek tvoriacich profil zuba pripadal jeden prvok štvorcového tvaru.

Ukázalo sa, že pri tvorbe geometrie a siete týmto spôsobom, nie je využitý plný potenciál kvadratických prvkov kopírovať tvar geometrie pomocou uzlu umiestneného v strede hrany prvku. Pre tvorbu geometrie bolo otestovaných viacero spôsobov a tento spôsob sa javil ako najvhodnejší.

Jeden z testovaných spôsobov spočíval v prekladaní bodov pozdĺž profilovej krivky, po častiach, pomocou polynómov, a postupnom spájaní polynómov do spoločnej krivky. Pri tomto postupe bolo možné pozorovať, že s každou ďalšou operáciou dochádza k väčším odchýlkam vytvorených geometrických entít od pôvodného tvaru geometrie. V budúcnosti by však bolo vhodné preskúmať, či sa nejednalo iba o nesprávnu grafickú reprezentáciu geometrie programom. Ďalšou možnosťou, ako by bolo možné využiť plný potenciál kvadratických prvkov, je tvorba siete priamo pomocou predom vytvorených uzlov.

Po tvorbe siete nasledovala automatická tvorba *symetrických* kontaktov na povrchu zubov spočívajúca v pokrytí povrchu zubov prvkami *CONTA172* a *TARGE 169*. Ďalej bol pre jednotlivé kolesá vytvorený *MPC kontakt s pilotným uzlom*, pričom pilotný uzol nachádzajúci sa v strede kolesa bol kontaktom spojený s obvodom dier v kolesách. Tento kontakt slúžil pre zadávanie okrajových podmienok do stredov kolies pre jednotlivé kroky simulácie. V tomto prípade sa na prvý pohľad ponúka využitie príkazu *CERIG* alebo *RBE3*. Tieto príkazy však nie sú vhodné pre úlohy so zahrnutím veľkých pomerných deformácií a ich použitie spôsobilo nerealistické chovanie modelu.

Po nastavení okrajových podmienok v jednotlivých krokoch simulácie je skriptom automaticky spustené riešenie úlohy a po jej dokončení skript zabezpečí automatický export výsledkov natočenia pilotných uzlov v strede kolies, pre jednotlivé kroky simulácie. Tieto výsledky boli ďalej spracované v programe *Microsoft Excel*.

Pomocou vytvoreného parametrického MKP modelu bola vykonaná séria simulácií záberu ozubených kolies, pričom z jej boli vyhodnotené hodnoty STE a PTP-STE. Pre dobrú porovnateľnosť výsledkov simulácií boli všetky z výpočtov vykonané pomocou súkolesia s parametrami uvedenými v *tab. 5*. Na úvod výpočtovej časti bola vykonaná citlivostná analýza siete. Skúmanými parametrami boli veľkosť prvkov na povrchu zubov, počet vrstiev štvorcových prvkov vysokej kvality na povrchu zubov a veľkosť prvkov siete.

Ukázalo sa, že na priebeh chyby prevodu a ďalšie sledované parametre má vplyv iba veľkosť prvkov na povrchu zuba. Bolo možné sledovať, že priebeh chyby prevodu sa ustálil pri veľkosti prvku 0,1 mm. S ohľadom na výpočtový čas a ďalšie sledované hodnoty bola pre ďalšie výpočty zvolená veľkosť prvkov 0,05 mm. Je nutné podotknúť, že v prácach [17] a [55] zaoberajúcich sa podobnou problematikou postačovali pre získanie hladkého priebehu statickej chyby prevodu veľkosti prvkov 0,15 mm a 0,25 mm. To pravdepodobne súvisí so spôsobom tvorby geometrie zvoleným v tejto práci. V uvedených prácach boli pre tvorbu geometrie využité CAD programy a tak program *Ansys* pri tvorbe siete využil plný potenciál kvadratických prvkov vrátane využitia uzlov nachádzajúcich sa v strede hrany prvkov.

Po určení parametrov siete citlivosťou analýzou boli vykonané dve série výpočtov. Prvá z nich sledovala, ako na priebeh statickej chyby prevodu vplyva prítomnosť výrobných chýb v tvare funkcie sínus, v závislosti na počte periód a amplitúde funkcie sínus. V druhej sérii výpočtov bolo pozorovaný vplyv záťažového momentu, na STE v prípade súkolesí bez výrobných chýb a s výrobnou chybou.

V prvej sérii výpočtov bol sledovaný vplyv výrobných chýb v tvare funkcie sínus na priebeh statickej chyby prevodu a hodnoty PTP-STE. V jednotlivých simuláciách dochádzalo k zmene počtu periód funkcie sínus pozdĺž aktívnej časti krivky profilu zuba a k zmenám veľkosti amplitúdy tejto funkcie. Počet periód sa menil od 1,5 do 5 a pre jednotlivé počty amplitúd bolo vykonaných vždy 8 výpočtov. V týchto výpočtoch dochádzalo k zmene amplitúdy tak, aby ich veľkosti zodpovedali 1 až 8 stupňu presnosti tvaru ozubenia podľa normy ČSN IS 1328-1. Ukázalo sa, že prítomnosť výrobných chýb spôsobuje zvlnenie priebehu STE, pričom charakter tohto zvlnenia závisí na počte periód funkcie sínus. Vplyv na priebeh hodnôt PTP-STE je možné rozdeliť do dvoch skupín. V prípade nižšieho počtu periód funkcie sínus (1,5 a 2) sa hodnoty PTP-STE medzi 1 až 6 stupňom takmer nemenili, avšak ďalšie znižovanie kvality ozubenia spôsobilo jej prudký nárast. V prípade vyššieho počtu periód (3, 4 a 5) narastali so znižovaním presnosti ozubenia hodnoty PTP-STE takmer lineárne. Bolo vyhodnotené, že toto chovanie súvisí s charakterom zvlnenia priebehu STE. Zvlnenie priebehu STE spôsobuje vznik väčšieho množstva lokálnych minimálnych a maximálnych hodnôt. S tým pravdepodobne súvisí vznik takzvaných fantómových frekvencií, ktoré typicky obsahuje zvukové spektrum ozubených prevodov.

Ďalej bol skúmaný vplyv veľkosti záťažového momentu na priebeh STE v prípade ozubenia s dokonalou geometriou a ozubenia s výrobnou chybou. V prípade ozubenia s dokonalou geometriou bolo s narastajúcim záťažovým momentom pozorovaných viacero javov. So zvyšovaním záťaženia narastala priemerná hodnota statickej chyby prevodu a zároveň narastala hodnota PTP-STE. Taktiež zvyšovaním záťaženia dochádzalo k skracovaniu oblasti jednopárového záberu, pričom tento jav má súvis s narastajúcimi deformáciami zubov a ich predčasným vstupom do záberu.

V prípade zubov s výrobnou chybou aj napriek zvlneniu priebehu STE dochádzalo k skráteniu oblastí jednopárového záberu o rovnaké hodnoty. Bolo tiež zistené, že s narastajúcim záťažením sa jednotlivé priebehy STE približujú priebehom získaným pre súkolesie s dokonalým tvarom geometrie. S narastajúcim silovým záťažením pôsobiacim medzi zubmi dochádza k zvýšeniu miery deformácií v dotyku zubov. Tvar zubov sa vplyvom deformácií povrchových nerovností približuje dokonalej teoretickej geometrii. Význam daného javu narastá so zvyšujúcim sa počtom periód funkcie sínus. Rozmery nerovností sa tým zmenšujú a dochádza k ich jednoduchšej deformácii. Priebeh hodnôt PTP-STE so zvyšovaním záťaženia znova narastá lineárne. Výnimkou môžu byť však prípady s nízkym počtom periód funkcie sínus a nízkym záťažením, pri ktorých je PTP-STE ovplyvnená charakterom zvlnenia priebehu.

Na základe výsledkov tejto práce je možné usúdiť, že na priebeh STE má vplyv ako počet periód funkcie sínus, tak veľkosť amplitúdy tejto funkcie. Výrobná chyba v tvare funkcie sínus predstavovala iba veľmi zjednodušený model. V ďalšom postupe by bolo vhodné zistiť ako vplyva technológia výroby na tvar povrchu reálnych ozubených kolies a na základe výsledkov tento model spresniť.

## POUŽITÉ INFORMAČNÉ ZDROJE

- [1] BOLEK, Alfred a KOCHMAN, Josef. *Části strojů*. 5. přeprac. vyd. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-030-0426-8.
- [2] JELASKA, Damir. *Gears and Gear Drives*. Split: WILEY, 2012. ISBN 978-1-119-94130-9.
- [3] ŠEJVL, Miroslav. *Theorie a výpočty ozubených kol*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1957.
- [4] ČSN 01 4602 - 1, *Názvoslovie ozubených prevodov: Všeobecne pojmy*. Praha: Český normalizační institut, 1984.
- [5] SHIGLEY, Joseph Edward; MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G., VLK, Miloš (ed.). *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL. Překlady vysokoškolských učebnic. V Brně: VUTIUM, 2010. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [6] ČSN 01 4608, *OZUBENÁ KOLA - moduly*. Praha: Úrad pro normalizaci a měření, 1982.
- [7] ČSN 01 4607, *OZUBENÁ KOLA ČELNÍ S EVOLVENTÍM OZUBENÍM - Základní profil*. Praha: Úrad pro normalizaci a měření, 1979.
- [8] MORAVEC, Vladimír. *Konstrukce strojů a zařízení II: Čelní ozubená kola*. Ostrava: MONTANEX, 2001.
- [9] JEŽEK, František. *Diferenciální geometrie: Pomocný učební text – díl I*. ZČÚ Plzeň, 2005.
- [10] MOHAMMED, Omar D. An analytical approach for the determination of helical gear tooth geometry. Online. *Journal of Engineering, Design and Technology*. 2023. ISSN 1726-0531. Dostupné z: <https://doi.org/10.1108/JEDT-08-2022-0446>. [cit. 2024-05-17].
- [11] ŠALAMOUN, Čestmír a SUCHÝ, Miloš. *Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením*. Praha: Nakladatelství techn. lit., 1990. ISBN 80-030-0532-9.
- [12] HENRIKSSON, Matts. *On Noise Generation and Dynamic Transmission Error of Gears*. Doctoral thesis, comprehensive summary. Stockholm: KTH, School of Engineering Sciences (SCI), 2009. ISBN 978-91-7514-537-2. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:285792/fulltext01>.
- [13] SMITH, James Dereck. *Gear Noise and Vibration*. Second edition. New York: Marcel Dekker, 2003. ISBN 0-8247-4129-3.
- [14] PROKOP, Aleš. *Modelování vibrací pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů*. Dizertační práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016.
- [15] HARRIS, Stephen L. Dynamic Loads on the Teeth of Spur Gears. Online. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1958, roč. 172, č. 1, s. 87-112. ISSN 0020-3483. Dostupné z: [https://doi.org/10.1243/PIME\\_PROC\\_1958\\_172\\_017\\_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1958_172_017_02). [cit. 2024-05-17].



- [16] GREGORY, R. W.; HARRIS, S. L. a MUNRO, R. G. Dynamic Behaviour of Spur Gears. Online. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1963, roč. 178, č. 1, s. 207-218. ISSN 0020-3483. Dostupné z: <https://doi.org/10.1177/002034836317800130>. [cit. 2024-05-17].
- [17] BARTOŠOVÁ, D. Chyba převodu u čelního ozubení s přímými zuby. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 57 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Kamil Řehák.
- [18] TROCHTA, Miroslav. *Chyba převodu evolventního ozubení, její měření a její vztah k hluku a vibracím převodovek*. Dizertační práce. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2019.
- [19] THARMAKULASINGAM, Raul. *Transmission Error in Spur Gears: Static and Dynamic Finite-Element Modeling and Design Optimization*. Dizertační práce. Londýn: School of Engineering and Design, Brunel University, 2009.
- [20] ČSN ISO 1328-1, Čelní ozubená kola - Soustava přesnosti ISO: Část 1: Definice a mezní úchytky vztažené na stejnohlé boky zubů ozubeného kola. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2015.
- [21] DOČKAL, Aleš. *Konstrukční optimalizace ozubené převodovky s ohledem na snižování hlukové emise*. Skrácená verze dizertační práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování, 2003.
- [22] MARAFONA, João D.M.; MARQUES, Pedro M.T.; MARTINS, Ramiro C. a SEABRA, Jorge H.O. Mesh stiffness models for cylindrical gears: A detailed review. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2021, roč. 166. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104472>. [cit. 2024-04-10].
- [23] ÅKERBLOM, Mats. *Gear Noise and Vibration: A Literature Survey*. 2001. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:139878/FULLTEXT01.p>.
- [24] DAVOLI, Piermaria; GORLA, Carlo; ROSA, Francesco; ROSSI, Fabrizio a BONI, Giuseppe. Transmission Error and Noise Emission of Spur Gears: A Theoretical and Experimental Approach. Online. In: *Volume 7: 10th International Power Transmission and Gearing Conference*. ASMEDC, 2007, s. 443-449. ISBN 0-7918-4808-6. Dostupné z: <https://doi.org/10.1115/DETC2007-34099>. [cit. 2024-04-10].
- [25] LI, Zhanwei; ZHANG, Juntao; SONG, Hansheng; ZHU, Rupeng a MA, Hui. Time-varying mesh stiffness calculation of spiral bevel gear with spalling defect. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2024, roč. 193. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105571>. [cit. 2024-04-06].
- [26] MARQUES, Pedro M.T.; MARAFONA, João D.M. a SEABRA, Jorge H.O. Crowned spur gears for constant mesh stiffness: A conceptual approach. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 189. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105426>. [cit. 2024-04-06].

- [27] MO, Shuai; LI, Yuhua; WANG, Dongdong; HU, Xiaosong; BAO, Heyun et al. An analytical method for the meshing characteristics of asymmetric helical gears with tooth modifications. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 185. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105321>. [cit. 2024-04-06].
- [28] JORDAN, Jordi Marco; BLOCKMANS, Bart a DESMET, Wim. A linear formulation for misaligned helical gear contact analysis using analytical contact stiffnesses. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 187. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105373>. [cit. 2024-04-06].
- [29] PEDRERO, José I.; PLEGUEZUELOS, Miguel a SÁNCHEZ, Miryam B. Analytical model for meshing stiffness, load sharing, and transmission error for helical gears with profile modification. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 185. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105340>. [cit. 2024-04-06].
- [30] WANG, Cheng. Three-dimensional modification for vibration reduction and uniform load distribution focused on unique transmission characteristics of herringbone gear pairs. Online. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2024, roč. 210. ISSN 08883270. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2024.111153>. [cit. 2024-04-07].
- [31] SÁNCHEZ, Miryam B.; PLEGUEZUELOS, Miguel a PEDRERO, José I. Influence of profile modification on the transmission error of spur gears under surface wear. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2024, roč. 191. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105473>. [cit. 2024-04-07].
- [32] SAKARIDIS, E.; KALLIGEROS, C.; PAPALEXIS, C.; KOSTOPOULOS, G. a SPITAS, V. Symmetry preserving neural network models for spur gear static transmission error curves. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 187. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105369>. [cit. 2024-04-06].
- [33] LIU, Fei; CHEN, Yonghong; LU, Binbin; LUO, Wenjun a CHEN, Bingkui. Study on the vibration characteristics of worm helical gear drive. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2024, roč. 191. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105484>. [cit. 2024-04-06].
- [34] ABRUZZO, M.; BEGHINI, M.; SANTUS, C. a PRESICCE, F. A dynamic model combining the average and the local meshing stiffnesses and based on the static transmission error for spur gears with profile modification. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2023, roč. 180. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.105139>. [cit. 2024-04-07].
- [35] MENG, Zong; HAO, Guoqing; PANG, Xiushen; JIN, Yesen; LI, Jimeng et al. A novel modeling method for evaluating the time-varying mesh stiffness of gears with pitting based on point cloud processing algorithm. Online. *Meccanica*. 2023, roč. 58, č. 7, s. 1465-1494. ISSN 0025-6455. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s11012-023-01674-1>. [cit. 2024-04-07].
- [36] BENAÏCHA, Y.; PERRET-LIAUDET, J.; BELEY, J.-D.; RIGAUD, E. a THOUVEREZ, F. On a flexible multibody modelling approach using FE-based contact formulation for describing gear transmission error. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2022, roč. 167. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104505>. [cit. 2024-04-08].

- [37] ZHENG, Xingyuan; LUO, Wenjun; HU, Yumei; HE, Zao a WANG, Sheng. Study on the mesh stiffness and nonlinear dynamics accounting for centrifugal effect of high-speed spur gears. Online. *Mechanism and Machine Theory*. 2022, roč. 170. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104686>. [cit. 2024-04-08].
- [38] XIE, Shenghua; DU, Qungui a HU, Yuhang. Nonlinear dynamic modeling and analysis of spur gears considering dynamic contact state under misalignment errors. Online. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2023, roč. 152. ISSN 00207462. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2023.104401>. [cit. 2024-04-08].
- [39] WAN, Bowen; ZHOU, Xiaojun; FU, Yimeng; YANG, Xuefeng a DUAN, Rongkai. Distinctive behaviors of mesh force and transmission error in mesh stiffness model of spur planetary gear system considering elastic ring gear. Online. *Advances in Mechanical Engineering*. 2022, roč. 14, č. 9. ISSN 1687-8132. Dostupné z: <https://doi.org/10.1177/16878132221123469>. [cit. 2024-04-09].
- [40] CROCKER, Malcolm. *Handbook of noise and vibration control*. Hoboken: Wiley, 2007. ISBN 9780470209707.
- [41] MITCHELL, David, CROCKER, Malcolm (ed.). Gear Noise: The Purchaser's and the Manufacturer's Views: Noise and Vibration Control Engineering. *Proceedings of the Purdue Noise Control Conference*. 1971, s. 95-106.
- [42] CHOI, Chanho; AHN, Hounjong; YU, Jihun; HAN, Jung-Su; KIM, Su-Chul et al. Optimization of gear macro-geometry for reducing gear whine noise in agricultural tractor transmission. Online. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2021, roč. 188. ISSN 01681699. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2021.106358>. [cit. 2024-04-03].
- [43] CZAKÓ, Alexander; ŘEHÁK, Kamil; PROKOP, Aleš a RANJAN, Vinayak. Determination of static transmission error of helical gears using finite element analysis. Online. *Journal of Measurements in Engineering*. Roč. 2020. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/347419868\\_Determination\\_of\\_static\\_transmission\\_error\\_of\\_helical\\_gears\\_using\\_finite\\_element\\_analysis#fullTextFileContent](https://www.researchgate.net/publication/347419868_Determination_of_static_transmission_error_of_helical_gears_using_finite_element_analysis#fullTextFileContent). [cit. 2024-04-03].
- [44] TUMA, Jiří. Gearbox noise and vibration prediction and control. Online. *International Journal of Acoustics and Vibration*. Roč. 14, č. 2, s. 99-108. Dostupné z: [https://www.iiav.org/ijav/content/volumes/14\\_2009\\_1411141272264886/vol\\_2/484\\_fullpaper\\_35791272267664.pdf](https://www.iiav.org/ijav/content/volumes/14_2009_1411141272264886/vol_2/484_fullpaper_35791272267664.pdf). [cit. 2024-04-04].
- [45] *Gear: Quality Parameters and Tooth Flank Modification*. Online. In: WENZEL. 2020. Dostupné z: [https://metromec.ch/images/pdf/WENZEL\\_Poster\\_Gear\\_Quality\\_Parameters.pdf](https://metromec.ch/images/pdf/WENZEL_Poster_Gear_Quality_Parameters.pdf). [cit. 2024-05-19].
- [46] ČSN ISO 1328-1, *Čelná ozubená kola - Soustava přesnosti ISO*. Část 1: Definice a mezní úchytky vztažené na stejnohlé boky zubů ozubeného kola. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2015.
- [47] CHEN, Yong a ISHIBASHI, Akira. Investigation of the Noise and Vibration of Planetary Gear Drives. Online. In: *Volume 4: 9th International Power Transmission and Gearing Conference, Parts A and B*. ASMEDC, 2003, s. 507-513. ISBN 0-7918-3702-5. Dostupné z: <https://doi.org/10.1115/DETC2003/PTG-48065>. [cit. 2024-04-04].

- [48] DOLEŽAL, Milan a SYCHROVSKÝ, Martin. *Czech Raildays 2010: MODIFIKACE OZUBENÍ*. Online. In: DocPlayer. 2020. Dostupné z: <https://docplayer.cz/9488325-Czech-raildays-2010-modifikace-ozubeni.html>. [cit. 2024-04-12].
- [49] RADHAKRISHNAN, Harish. *APDL: The Language of Simulation*. Online. In: Ansys.com. 2022. Dostupné z: <https://www.ansys.com/blog/what-is-apdl>. [cit. 2024-04-17].
- [50] Ansys Mechanical APDL 2024 R1
- [51] Coefficient of Friction. Online. In: Engineering Library. Dostupné z: <https://engineeringlibrary.org/reference/coefficient-of-friction>. [cit. 2024-05-01].
- [52] WANG, Jiande. *Numerical and experimental analysis of spur gears in mesh*. Dizertácia. Perth: Curtin University of Technology, Department of mechanical engineering, 2003.
- [53] *Ansys 2024 R1: Element Reference*. Canonsburg: ANSYS, 2024.
- [54] *Ansys 2024 R1: Contact Technology Guide*. Canonsburg: ANSYS, 2024.
- [55] CZAKÓ, Alexander. *Stanovení chyby převodu u čelního ozubení s šikmými zuby*. Diplomová práce, vedoucí Kamil Řehák. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství, 2020.

## ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A SYMBOLOV

APDL		Anslys parametric design language
CAD		Computer aided design
ČSN		Česká technická norma
DIN		Deutsche Industrie-Norm
DTE		Dynamic transmission error
FEM		Finite element method
ISO		International Organization for Standardization
KTE		Kinematic transmission error
MKP		Metóda konečných prvkov
NVH		Noise and vibration
Obr.		Obrázok
PTP-STE		Peak-to-peak hodnota statickej chyby prevodu
STE		Static transmission error
Tab.		tabuľka
$a$	[mm]	teoretická osová vzdialenosť
$afx$	[mm]	poloha bodu sekundárnej trochoidy v smere x
$afy$	[mm]	poloha bodu sekundárnej trochoidy v smere y
$am$	[mm]	amplitúda funkcie sínus
$apx$	[mm]	poloha bodu primárnej trochoidy v smere x
$apy$	[mm]	poloha bodu primárnej trochoidy v smere y
$c$	[mm]	veľkosť hlavovej vôle
$c^*$	[-]	súčiniteľ radiálnej vôle
$c'$	[N·mm <sup>-1</sup> ·μm]	merná záberová tuhosť ozubenia
$C_{a\alpha}$	[mm]	veľkosť modifikácie tip relief
$d$	[mm]	priemer rozstupovej kružnice
$d_a$	[mm]	priemer hlavovej kružnice
$d_b$	[mm]	priemer základnej kružnice
$d_f$	[mm]	priemer pätnjej kružnice
$e$	[mm]	šírka zubovej medzery
$F$	[N]	normálová sila pôsobiaca v ozubení
$F_{aT}$	[μm]	celková dovolená odchýlka profilu

$f_{\text{con}}$	[-]	súčiniteľ trenia v kontakte zubov
$f_{\text{faT}}$	[ $\mu\text{m}$ ]	dovolená odchýlka tvaru profilu
$f_{\text{HaT}}$	[ $\mu\text{m}$ ]	dovolená odchýlka sklonu profilu
$FKN$	[-]	súčiniteľ normálovej tuhosti kontaktu
$F_r$	[N]	radiálna sila pôsobiaca v ozubení
$F_t$	[N]	obvodová sila pôsobiaca v ozubení
$g_a$	[mm]	dráha výbehu
$g_f$	[mm]	dráha nábehu
$h_a$	[mm]	výška hlavy zuba
$h_a^*$	[-]	súčiniteľ výšky hlavy zuba
$h_f$	[mm]	výška päty zuba
$h_f^*$	[-]	súčiniteľ radiálnej vôle
$i$	[-]	prevodový pomer
$K_a$	[deg]	vzdialenosť počiatku evolventy tip relief
$l$	[m]	dĺžka evolventy
$L$	[mm]	dĺžka modifikácie tip relief
$m$	[mm]	modul
$M$	[N·m]	moment pôsobiaci na koleso
$M_t$	[N·m]	záťažový moment aplikovaný na hnané koleso
$n$	[s <sup>-1</sup> ]	otáčky kolesa
$n_{\text{kon}}$	[-]	počet kontaktných dvojíc
$n_{\text{per}}$	[-]	počet periód funkcie sínus výrobnnej chyby
$p$	[mm]	zubový rozstup
$P$	[kW]	výkon prenášaný ozubením
$p_b$	[-]	rozstup zubov na základnej kružnici
$\text{posun}$	[mm]	veľkosť posunutia hodnoty súradnice
$r$	[]	polomer rozstupovej kružnice
$R$	[N]	väzbová sila
$r_b$	[mm]	polomer základnej kružnice
$r_f$	[mm]	polomer zaoblenia hlavy základného profilu
$r_f^*$	[-]	súčiniteľ polomeru zaoblenia hlavy základného profilu
$R_x$	[N]	zložka väzbovej sily v smere osi x

$R_y$	[N]	zložka väzbovej sily v smere osi y
$RZ$	[°]	rotácia uzla v smere osi Z
$r_\gamma$	[mm]	vzdialenosť bodu evolventy od stredu evolúty
$s$	[mm]	šírka zuba na rozstupovej kružnici
$smex$	[-]	ukazovateľ monotónnosti funkcie krivky profilu
$s_\gamma$	[mm]	šírka zuba v ľubovoľnej vzdialenosti od stredu koleasa
$TE$	[ $\mu\text{m}$ ]	chyba prevodu
$u$	[mm]	radiálne posunutie výrobného nástroja
$UX$	[mm]	posun uzla v smere osi X
$UY$	[mm]	posun uzla v smere osi Y
$v_0$	[ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	rychlosť proudu nestlačiteľné kapaliny
$x$	[-]	bezrozmerný súčiniteľ posunutia výrobného profilu
$x$	[mm]	poloha bodu evolventy v smere osi x
$X_{CO}$	[mm]	stred krivosti zaoblenia hlavy nástroja v smere x
$x_{\min}$	[-]	minimálny jednotkové posunutie výrobného profilu
$y$	[mm]	poloha bodu evolventy v smere osi y
$Y_{CO}$	[mm]	stred krivosti zaoblenia hlavy nástroja v smere y
$z$	[-]	počet zubov
$z_{\min}$	[-]	minimálny počet zubov koleasa bez podrezania
$zrz$	[mm]	veľkosť zrazenia na hlave zuba
$\alpha$	[°]	uhol záberu profilu
$\alpha_\gamma$	[°]	uhol profilu v ľubovoľnom bode evolventy
$\delta$	[mm]	deformácia zubov v smere priamky záberu
$\Delta p$	[Pa]	tlaková ztráta proudu
$\varepsilon_\alpha$	[-]	súčiniteľ záberu
$\varepsilon_\beta$	[-]	súčiniteľ záberu kroku
$\theta$	[rad]	parameter vzťahov pre trochoidu
$\theta_R$	[rad]	uhol natočenia ozubeného koleasa
$\kappa$	[-]	řád harmonické složky
$\xi$	[deg]	uhol sklonu normály na krivku profilu
$\rho$	[ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]	hustota kapaliny
$\varphi$	[°]	polohový uhol evolventy



$\psi$	[°]	uhol odvalu
$\psi_{max}$	[°]	maximálna hodnota uhlu odvalu
$\psi_{min}$	[°]	miminálna hodnota uhlu odvalu
$\omega$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	uhlová rýchlosť kolesa
$l_{celkova}$	[mm]	celková dĺžka krivky profilu zuba
$l_{zrz}$	[mm]	dĺžka krivky zuba pripadajúca zrazeniu