



Ekonomická
fakulta
Faculty
of Economics

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Ekonomická fakulta

Katedra aplikované matematiky a informatiky

Diplomová práce

Matematické modelování kurzu koruny

Vypracoval: Bc. Žaneta Uhlířová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Tomáš Mrkvička, Ph.D.

České Budějovice 2015

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
Fakulta ekonomická
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Žaneta UHLÍŘOVÁ**
Osobní číslo: **E13681**
Studijní program: **N6208 Ekonomika a management**
Studijní obor: **Účetnictví a finanční řízení podniku**
Název tématu: **Matematické modelování kurzu koruny**
Zadávací katedra: **Katedra aplikované matematiky a informatiky**

Zásady pro vypracování:

Cílem práce je prostudování možných matematických modelů na modelování kurzu koruny. A v rámci zvoleného modelu analyzovat časovou řadu kurzu koruny.

Metodický postup:

1. Studium literatury - 1. semestr.
2. Navržení vhodných modelů - 2. semestr.
3. Komplexní statistická analýza modelů (odhady parametrů modelu, predikce) - 2. semestr.
4. Porovnání jednotlivých modelů z hlediska predikce - 3. semestr.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: 50 - 60 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná

Seznam odborné literatury:

1. CIPRA, T. *Matematika cenných papírů*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2013, 288 s. ISBN 978-80-7431-079-9.
2. CIPRA, T. *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1986, 246 s.
3. SHUMWAY, R.H. a D.S. STOFFER. *Time Series Analysis and Its Application with R Examples*. New York: Springer, 2006, 575 s. ISBN 978-0-387-29317-2.

Vedoucí diplomové práce:

doc. RNDr. Tomáš Mrkvíčka, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Datum zadání diplomové práce: 7. ledna 2014

Termín odevzdání diplomové práce: 15. dubna 2015


doc. Ing. Ladislav Rolínek, Ph.D.
děkan

JIHOČESKÁ UNIVERZITA
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
EKONOMICKÁ FAKULTA
Studentská 13 (II)
370 05 České Budějovice


prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.
vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 25. února 2014

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47 zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Dne 15. dubna 2015

Bc. Žaneta Uhlířová

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu doc. RNDr. Tomáši Mrkvičkovi, Ph.D. za jeho odborné rady, pomoc a konzultace, které mi poskytl při zpracování této diplomové práce.

Obsah

1. Úvod	3
2. Finanční časové řady	4
3. Boxova-Jenkinsova metodologie	6
3.1. Stacionarita a transformace časových řad	7
3.2. Autokorelační funkce (ACF).....	9
3.3. Parciální autokorelační funkce (PACF)	10
3.4. Lineární proces	11
3.5. Proces klouzavých součtů MA	11
3.6. Autoregresní procesy AR	13
3.7. Smíšené procesy ARMA	14
3.8. Modely ARIMA	14
4. Modely volatility	15
4.1. Model ARCH	17
4.2. Model GARCH	18
5. Cíl a metodika práce	20
6. Aplikace modelů	23
6.1. Aplikace modelu ARIMA na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	24
6.2. Odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	27
6.3. Aplikace modelu ARIMA na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001	31
6.4. Odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001	34
6.5. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008.....	35
6.6. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012.....	38
6.7. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	40
6.8. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.....	43

7. Předpověď a porovnání predikčních hodnot	47
8. Závěr	49
9. Summary	51
10. Seznam použité literatury	52
11. Seznam grafů	55
12. Seznam obrázků	56
13. Seznam tabulek	57
14. Seznam příloh	57
15. Přílohy	58

1. Úvod

Matematické modelování je jednou ze specifických forem lidského poznání. Umožňuje zkoumat jevy, které se odehrávají v každodenním životě člověka. Sílou modelování je převod složitých problémů do jednoduchých matematických funkcí a rovnic. Matematické modelování lze využít ve všech praktických oborech, tedy i v ekonomii a financích.

V oblasti financí má důležité postavení finanční trh, který zabezpečuje pohyb peněz a kapitálu ve všech formách mezi různými ekonomickými subjekty na základě nabídky a poptávky. Mezi finanční trhy patří i měnový trh. Jedním z cílů na měnovém trhu je ve správný okamžik měnu levně koupit a ve správný okamžik měnu draze prodat. Cenou měn je tzv. měnový kurz. Rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou je zisk. Problémem však je, že nikdo jistě neví, kdy nastane ten „správný okamžik“, protože kurz je ovlivněn mnoha faktory např. změnou kurzového režimu, očekáváním trhu, různými finančními či jinými krizemi, ekonomickým vývojem dané země, politickou situací a jinými šoky. Tyto neočekávané události mají dopad na kolísání kurzu. Volatilita devizového kurzu představuje pro subjekty obchodujících na měnových trzích značné riziko, proti kterému se snaží různými způsoby zajistit. Ne však vždy musí změna kurzu znamenat ztrátu, může přinést i výnos. Z tohoto důvodu se modelování volatility dostává do popředí zájmů mnoha finančních analytiků a investorů.

Cílem práce je zkoumání různých matematických modelů využívaných k modelování časových řad. V první části jsou uvedeny obecné charakteristiky finančních časových řad, modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie, které jsou považovány za základ modelování časových řad, a modely volatility ARCH a GARCH.

Další část práce se zabývá již vlastním zkoumáním modelů na finanční časové řadě týdenních hodnot kurzu koruny vůči americkému dolaru v letech 1991 až 2014. Časová řada je díky mnoha historickým událostem a samotným zásahem České národní banky do vývoje koruny rozdělena do pěti samostatných částí.

2. Finanční časové řady

V jakémkoliv praktickém oboru, především v ekonomii a financích, se často setkáváme s informacemi, které jsou poskytovány ve tvaru tzv. finančních časových řad. Pod pojmem časová řada si můžeme představit jakoukoliv posloupnost, v které jsou data chronologicky uspořádány v čase. Mohou to být např. údaje o výnosech daného podniku za jednotlivé roky, analogicky i objem nákladů daného podniku za jednotlivé roky, objem zemědělské produkce za jednotlivé měsíce, ale i změny v počtu a složení obyvatelstva, vývoj rozvodovosti, řada nejvyšších denních teplot a jiné. Z výše uvedeného vyplývá, že s časovými řadami se můžeme setkat i mimoekonomickou oblast např. ve fyzikálních vědách a technice či v biologických a společenských vědách. (Cipra, 1986; Arlt & Arltová, 2003; Cipra, 2008)

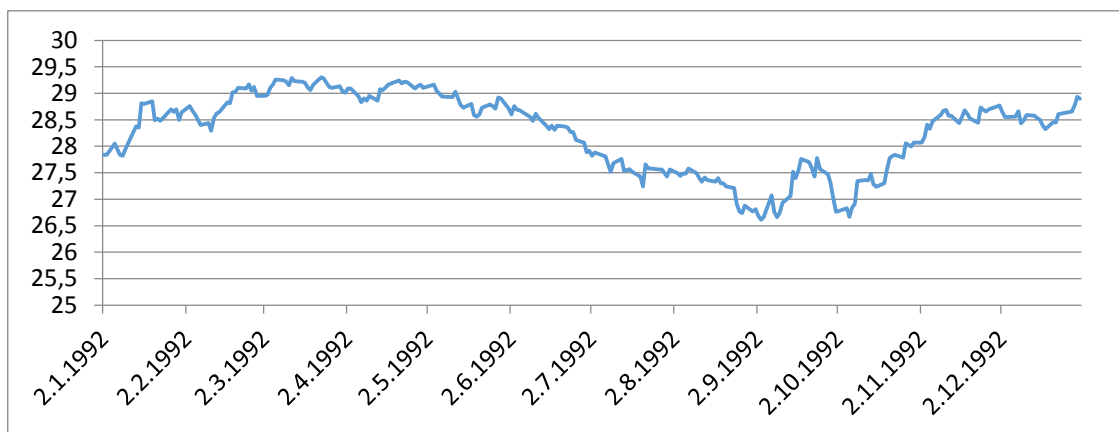
Finanční časové řady vznikají díky existenci finančních trhů, které zabezpečují pohyb peněz a kapitálu ve všech formách mezi různými ekonomickými subjekty na základě nabídky a poptávky. Zdrojem informací na těchto trzích jsou ceny a jejich časový vývoj, který vytváří finanční časovou řadu (Arlt & Arltová, 2003). Data finančního i ekonomického charakteru jsou bohužel spojena s určitými problémy, s kterými se musí analytik vypořádat. Cipra (2008) uvádí tyto problémy:

- volba časových bodů pozorování,
- problém s kalendářem,
- nesrovnalosti jednotlivých měření,
- délka časových řad.

Výše zmíněné problémy vyplývají z charakteru chronologicky uspořádaných dat (Cipra, 1986). Řady mohou být již diskrétní svou povahou (např. denně vyhlášený kurz české koruny vůči ostatním měnám Českou národní bankou) nebo mohou být stanoveny agregací hodnot za dané časové období (např. objem ročních nákladů daného podniku). Důležitá je tedy volba hustoty a délky časové řady. Finanční časové řady obsahují zpravidla vysokofrekvenční data, jsou sledována např. každou minutu, hodinu či denně. Pro jednoduchost výpočtů je však vhodnější volit řady s nižší hustotou pozorování. Bohužel volba řídké hustoty záznamů může způsobit únik některých charakteristických rysů dané řady. (Cipra, 2008; Arlt & Arltová, 2003; Cipra, 1986).

Následující graf představuje příklad finanční časové řady.

Graf 1: Vývoj měnového kurzu CZK/USD v roce 1992 sledovaného v denní frekvenci



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Dalším problémem při analýze časových řad je volba metody, pomocí které se daná časová řada zkoumá. Za základní metodu je považována dekompozice časových řad, která je založena na rozkladu řady na trendovou, sezónní, cyklickou a reziduální složku, čímž se snadněji identifikuje chování řady. Reziduální složka je tvořena náhodnými, nesystematickými pohyby v průběhu řady, pokrývá chyby v měření údajů i chyby samotného analytika. Pro data ekonomického a finančního charakteru je typická právě jejich náhodnost, která mimo jiné způsobuje vysokou a proměnlivou variabilitu dat, a proto je třeba při jejich analýze používat takové metody, které jsou založeny na principech náhodnosti. (Cipra, 1986; Žouželková, 2012; Cipra, 2008; Arlt & Arltová, 2003)

Jednou z metod založenou na složce náhodného (stochastického) charakteru je Boxova-Jenkinsova metodologie, která přistupuje k analýze časových řad na základě autoregresních modelů AR, smíšených procesů ARMA či integrovaných procesů ARIMA. Mezi speciální metody analýzy časových řad patří modely volatility ARCH a GARCH. Výše zmíněné modely budou blíže specifikovány v následující části.

3. Boxova-Jenkinsova metodologie

Modely popisující chování finančních časových řad, které jsou charakteristické svojí náhodností, se označují jako náhodné (stochastické) procesy. Principy lineárních stochastických modelů vycházejí z Boxovy-Jenkinsovy metodologie, jejíž základy jsou uvedeny v publikaci Boxe a Jenkinse¹.

Jedná se o velmi flexibilní metodologii, je založena na reziduální složce, která může být tvořena navzájem závislými (korelovanými) pozorováními, ale díky ní lze modelovat i např. řady se zjevným trendovým či sezónním charakterem nebo řady velmi obecných průběhů, které jsou např. v dekompozičních přístupech nezvladatelné. Tato koncepce je východiskem pro modelování stacionárních i nestacionárních časových řad. (Cipra, 2008; Petrášková, 2006; Arlt & Arltová, 2003)

Mezi další výhody a nevýhody Boxovy-Jenkinsovy metodologie Cipra (2008) zahrnuje:

- velké množství úspěšných aplikací,
- zatím neexistuje lepší nástroj pro analýzu časově závislých pozorování,
- minimální doporučená délka je 50 pozorování (u finančních časových řad to není problém, zahrnují zpravidla vysokofrekvenční data),
- je v podstatě nerealizovatelná bez počítače vybaveného příslušným softwarem a bez instruktáže,
- často se ztrácí možnost jednoduché interpretace výsledných modelů.

Boxova-Jenkinsova metodologie přistupuje k analýze časových řad na základě:

- lineárních procesů (teoretický základ pro další modely),
- procesů klouzavých součtů – MA (Moving Average),
- autoregresních procesů – AR (Autoregression),
- speciálních stochastických modelů - např. ARMA, ARIMA.

¹ Box, G., & Jenkins, G. (1970). *Time series analysis: forecasting and control*. (1st ed., 553 s.) San Francisco: Holden-Day.

Základním prostředkem pro zjištění charakteru stochastického procesu je autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce, jejichž specifická forma se odráží v modelech stacionárních řad třídy AR, MA a ARMA. (Arlt & Arltová, 2003)

Při konstrukci modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie se nejprve identifikuje model (zda se jedná např. o model MA(1) či autoregresní proces řádu 1), poté se model odhadne (sestavení rovnice modelu) a nakonec se model ověří. Identifikace modelu se provádí buď pomocí tvaru autokorelační a parciální autokorelační funkce, nebo pomocí informačních kritérií AIC a BIC². Odhady se provádějí pomocí softwarů. Na závěr je třeba ověřit, zda je zkonstruovaný model kompatibilní s analyzovanými daty. Při grafické kontrole je možno zjistit, zda splňuje podmínku stacionarity a korelační strukturu. (Cipra, 2008)

3.1. Stacionarita a transformace časových řad

Základem pro analýzu časových řad je stacionarita. Rozlišujeme stacionaritu silnou nebo slabou. Silná (striktní) stacionarita znamená, že chování časové řady je v jistém smyslu stochasticky ustálené a časově neměnné. To znamená, že střední hodnota, rozptyl a také kovarianční a korelační funkce se nám v čase nemění. Jedná se o předpoklad, který lze jen velmi těžko empiricky ověřit a tak se v praxi často předpokládá slabá stacionarita (dále jen stacionarita). (Cipra, 2008; Šmarda 2013; Arlt & Arltová, 2003; Tsay, 2005)

„Stacionární proces je tedy rovnoměrně vyvážený (tj. s konstantním rozptylem) kolem konstantní úrovně (tj. má konstantní střední hodnotu), přičemž závislost mezi jeho dvěma libovolnými pozorováními závisí pouze na jejich vzájemné časové vzdálenosti a nikoli na jejich skutečném časovém umístění v řadě.“ (Cipra, 1986, s. 102)

Většina finančních časových řad má podobu nestacionární řady, tzn. střední hodnota nebo rozptyl nejsou konstantní. Modely pro analýzu časových řad, především Boxova-Jenkinsova metodologie, však pracují se stacionárními řadami. V praxi je možné jakoukoliv řadu převést na stacionární řadu pomocí různých transformací. Cipra (1986) uvádí Boxovu-Coxovu transformaci ve tvaru:

² Identifikaci modelu pomocí těchto kritérií uvádí např. Cipra, 1986

$$y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda} \quad \text{pro } \lambda \neq 0, \quad (1)$$

$$y_t^{(\lambda)} = \log y_t \quad \text{pro } \lambda = 0, \quad (2)$$

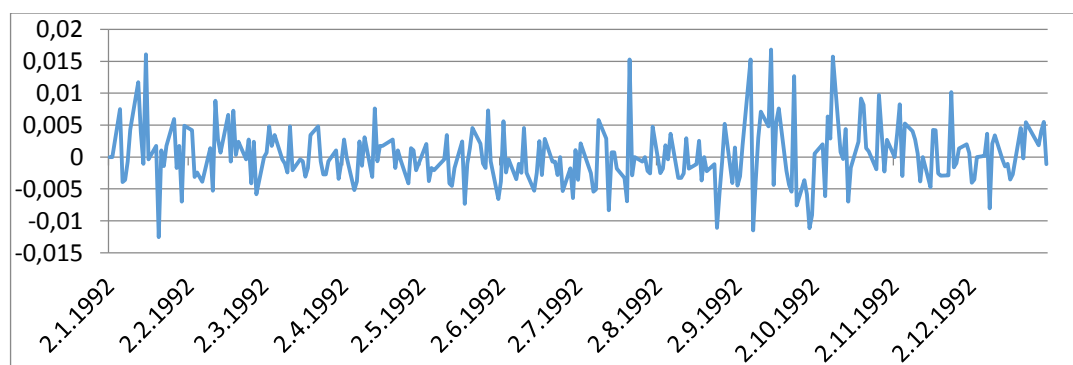
kde $y_t^{(\lambda)}$ označuje transformovanou řadu. Bohužel parametr λ je neznámý parametr, který se hledá pomocí komplikované optimalizační procedury. Pro ekonomické časové řady je vhodnější tzv. logaritmická transformace, která vychází z Boxovy-Coxovy transformace:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{(y_t + c)^\lambda - 1}{\lambda} = \ln(y_t + c), \quad (3)$$

kde úroňový parametr $c > 0$ stačí zvolit tak, aby $y_t + c > 0$. Často využívanou transformací časových řad je diferencování, které odstraní z řady některé dekompoziční složky (např. očištění od trendové či sezónní složky a poskytne tak odhad reziduální složky). Cipra (1986) uvádí, že nejčastěji se využívá první diference a výjimečně i diference druhého řádu. Diference vyšších řádů se používá pouze ojediněle, protože čím vyšší je řád diference, tím větší je hodnota rozptylu. První diferenci lze zapsat jako $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. Při transformaci nestacionární řady, jejíž rozptyl se mění v čase, nestačí danou řadu pouze diferencovat, ale je třeba využít jinou transformaci např. výše uvedenou transformaci logaritmickou.

Pro názornou ukázkou je na následujícím grafu provedena transformace nestacionární finanční časové řady zobrazené v grafu 1 pomocí diferenciaci.

Graf 2: Stacionární řada měnového kurzu CZK/USD v roce 1992 sledovaného v denní frekvenci



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Na tomto grafu je patrné, že finanční časová řada kolísá okolo nějaké „konstantní“ hodnoty, což je jeden z důkazů stacionarity.

Další z možností, jak ověřit stacionaritu řady, je odhad autokorelační funkce dané řady, která je popsána v následující části, nebo pomocí statistických testů např. Dickey – Fullerův test (ADF test). (Žouželková, 2012)

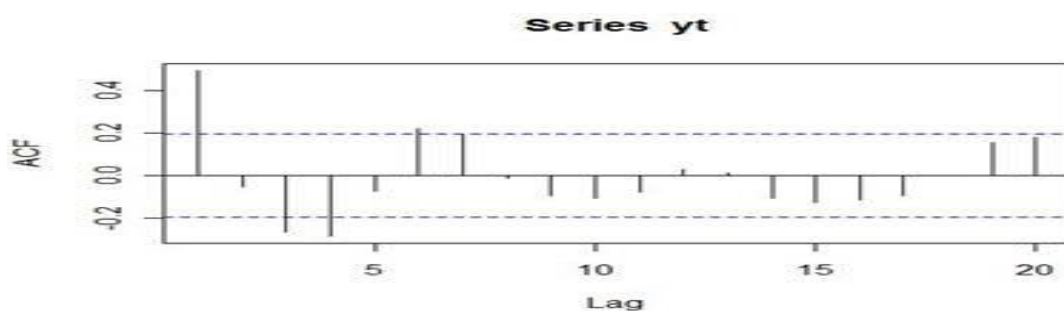
3.2. Autokorelační funkce (ACF)

Časové řady se vyznačují silnou závislostí (korelovaností) v čase. Cipra (2008) uvádí jako příklad tříměsíční PRIBOR, který činí v daný den 3,45 % p.a., v nejbližších dnech se bude pohybovat spíše od 3,40 do 3,50 %, než někde kolem 5 %. Pro popis tohoto jevu se používá autokovarianční a autokorelační funkce (ACF), kterou můžeme zapsat takto:

$$ACF_k = \frac{\sum(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)}{\sum(y_t - \mu)^2}, \quad (4)$$

kde μ je střední hodnota dané stacionární řady a k se nazývá zpoždění. Autokorelační funkce je pro všechna k symetrická okolo 0. Vyplývá to ze skutečnosti, že časová vzdálenost mezi y_t , y_{t-k} a y_t , y_{t+k} je stejná, $ACF_0 = 1$ a nabývá hodnot od -1 do 1. Tyto hodnoty se nazývají autokorelační koeficienty. Jestliže je $ACF = 0$, pak jsou náhodné veličiny nekorelované (Arlt, 1999; Šmarda, 2013; Žouželková, 2012). Pro vytvoření odhadů ACF se uvádí minimální počet pozorování 50 a k okolo jedné čtvrtiny z počtu pozorování. Získané odhady je možno zakreslit pomocí tzv. korelogramu, jehož ukázka je zobrazena na následujícím obrázku.

Obrázek 1: Korelogram



Zdroj: http://fria.fri.uniza.sk/~kmame/drupal/subory/pancikova/Rmanual/?page_id=107

Pomocí této funkce lze ověřit stacionaritu časové řady. Pokud hodnoty ACF pomalu zhruba lineárně klesají, pak daná řada není stacionární (Žouželková, 2012). V rámci Boxovy-Jenkinsovy metodologie má ACF také důležité postavení, neboť napovídá, jaký typ modelu je vhodné pro danou časovou řadu použít (např. jaký řád modelu MA je vhodné použít). Pro identifikaci modelu je také důležité nalézt hodnotu, za kterou začíná být autokorelační funkce nulová. Této hodnotě se říká bod useknutí, který se určuje pomocí tzv. Bartlettovy aproximace³. (Cipra, 2008)

3.3. Parciální autokorelační funkce (PACF)

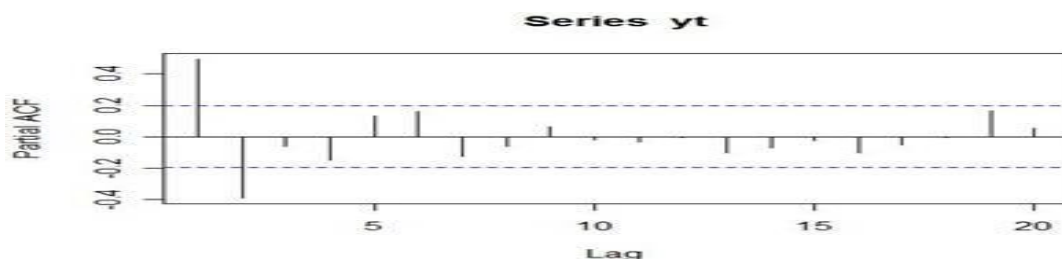
Kromě stacionarity, autokorelační a autokovarianční funkce patří mezi autokorelační vlastnosti časových řad i parciální autokorelační funkce (PACF). Protože korelace mezi dvěma náhodnými proměnnými bývá často způsobena třetí veličinou, zkoumá PACF korelaci těchto dvou proměnných očištěných od vlivu této třetí veličiny. Může se jednat například o veličiny, které leží mezi sledovanými proměnnými (Arlt & Arltová, 2003).

Způsob výpočtu parciální autokorelační funkce je složitější, proto ho zde uvádět nebudeme⁴. Je třeba zmínit, že ACF a PACF jsou v bodě $k = 1$ vždy shodné.

Stejně jako u autokorelační funkce můžeme u PACF testovat nulové body tentokrát pomocí Quenouilleovy aproximace⁵.

Na následujícím obrázku je znázorněn příklad průběhu parciální autokorelační funkce.

Obrázek 2: Parciální autokorelační funkce



Zdroj: http://fria.fri.uniza.sk/~kmame/drupal/subory/pancikova/Rmanual/?page_id=107

³ Způsob výpočtu Bartlettovy aproximace uvádí Bartlett, M. S., 1946

⁴ Způsob výpočtu PACF uvádí např. Cipra, 2008

⁵ Způsob výpočtu Quenouilleovy aproximace uvádí Quenouille, 1949.

3.4. Lineární proces

Základním modelem a teoretickým východiskem modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie je lineární proces definovaný takto:

$$y_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots, \quad (5)$$

kde ε_t je tzv. bílý šum a ψ_j jsou parametry. Jako bílý šum je označována řada nekorelovaných náhodných veličin s konstantní (nulovou) střední hodnotou a konstantním rozptylem. Základním rysem bílého šumu je, že ACF a PACF jsou nulové. Pro tvorbu předpovědí má významnou roli invertibilní lineární proces⁶, kde současná hodnota je vyjádřena pomocí minulých hodnot a současné hodnoty bílého šumu. (Arlt & Arltová, 2003; Cipra, 1986; Cipra, 2008)

Lineární proces nemá takový praktický význam jako speciální případy Boxovy-Jenkinsovy metodologie – proces klouzavých součtů MA, autoregresní model AR a smíšený proces ARMA. Tyto zmíněné modely představují pro Boxou-Jenkinsovu metodologii základní stavební prvky. (Cipra, 1986)

3.5. Proces klouzavých součtů MA

Proces klouzavých součtů řádů q se označuje jako MA(q) a má tvar:

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (6)$$

kde ε_t je bílý šum a θ je parametr. Zde je patrné, že proces klouzavých součtů vychází z lineárního procesu. Cipra (2008) uvádí, že MA vzniká zřejmě „useknutím“ lineárního procesu v bodě, který odpovídá zpoždění q . V praktické aplikaci se nejčastěji používají modely nižších řádů, především modely MA(1) a MA(2). Souvisí to i s tím, že Boxova-Jenkinsova metodologie se snaží používat modely co nejjednodušší, tj. s co nejmenším počtem parametrů.

Proces klouzavých součtů řádu jedna [MA(1)] je dán vztahem

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}. \quad (7)$$

⁶ Každý invertibilní proces nemusí být procesem stacionárním a naopak ne každý stacionární proces je procesem invertibilním (ARLT, 1999).

s podmínkou invertibility $|\theta_1| < 1$. Jestliže platí podmínka invertibility, pak lze MA(1) přepsat do tvaru

$$y_t = \theta_1 y_{t-1} - \theta_1^2 y_{t-2} + \theta_1^3 y_{t-3} - \dots + \varepsilon_t. \quad (8)$$

Autokorelační funkce pro $k > 1$ se rovná nule:

$$\frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2} = 0 \quad (9)$$

a má identifikační bod k_0 roven 1. Z této definice vyplývá, že pro libovolný invertibilní proces MA(1) musí být ACF menší než 0,5 a je omezena geometricky klesající posloupností. (Cipra, 1986)

Proces MA(2) má tvar

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2}. \quad (10)$$

s podmínkou invertibility $\theta_2 + \theta_1 > -1$, $\theta_2 - \theta_1 > -1$, tedy $-1 < \theta_2 < 1$. Autokorelační funkce pro $k > 2$ se rovná nule, pro $k = 1$ a pro $k = 2$ má ACF tvar

$$ACF_1 = \frac{\theta_1(1 + \theta_2)}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2}, \quad (11)$$

$$ACF_2 = \frac{\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} \quad (12)$$

a má tedy identifikační bod k_0 roven 2. (CIPRA, 1986)

Jak již bylo výše zmíněno, určení řádu modelu MA umožňuje autokorelační funkce (ACF). Pro názornou ukázkou může posloužit korelogram zobrazený na obrázku 1. Čerchované čáry zobrazují tzv. body useknutí. Hodnoty mezi nulou a touto hranicí jsou považovány za nevýznamné, nulové. Tento korelogram vypovídá o tom, že se může jednat o řadu, která je generována procesem MA(1), neboť významná je pouze první hodnota, další hodnoty můžeme pokládat za exponenciálně klesající.

3.6. Autoregresní procesy AR

Tento model značený jako AR(p) se zapisuje následujícím způsobem:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (13)$$

kde ε_t je opět bílý šum a φ jsou parametry. Cipra (1986) uvádí, že proces AR(p) odpovídá již invertibilnímu lineárnímu procesu. V praxi se opět nejčastěji využívají modely nižších řádů, tedy AR(1) a AR(2).

Stejně jako se určuje řád u procesu klouzavých součtů MA pomocí autokorelační funkce, tak u autoregresních procesů lze řád p určit obdobně akorát pomocí parciální autokorelační funkce. Pro názornou ukázkou lze využít obrázek 2. Body useknutí opět znázorňují čerchované čáry. Tato parciální autokorelační funkce říká, že se jedná zřejmě o model AR(2), protože pouze první dvě hodnoty jsou významné a ostatní jsou nulové.

Model AR(1) může být vyjádřen ve formě

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (14)$$

Při splnění podmínky stacionarity $|\varphi_1| < 1$ lze autoregresní model řádu jedna zapsat

$$y_t = \varepsilon_t + \varphi_1 \varepsilon_{t-1} + \varphi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \dots. \quad (15)$$

Funkce ACF stacionárního procesu AR(1) při $k \geq 0$ má tvar

$$ACF_k = \varphi_1^k, \quad (16)$$

a jedná se tedy o geometrickou posloupnost klesající v absolutní hodnotě k nule. Jestliže $\varphi_1 > 0$, hodnoty autokorelační funkce klesají exponenciálně k nule, a jestliže $\varphi_1 < 0$, hodnoty ACF klesají k nule oscilačně (Arlt, 1999). Parciální autokorelační funkce PACF₁₁ se rovná φ_1 a PACF_{kk} = 0 pro $k > 1$, identifikační bod je tedy roven 1.

Model AR(2) má tvar

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t. \quad (17)$$

Podmínka stacionarity je $\varphi_2 + \varphi_1 < 1$, $\varphi_2 - \varphi_1 < 1$, tedy $-1 < \varphi_2 < 1$. Pro tento proces AR(2) musí být $-1 < ACF_2 < 1$ a

$$ACF_1^2 < \frac{ACF_2 + 1}{2}. \quad (18)$$

Parciální funkce má identifikační bod $k_0 = 2$. (Cipra, 1986; Arlt, 1999)

3.7. Smíšené procesy ARMA

Smíšené procesy ARMA vznikají kombinací autoregresních procesů AR a procesů klouzavých součtů MA. V některých případech modely AR a MA selhávají, protože potřebují mnoho parametrů, aby dokázaly danou řadu popsat. Model ARMA(p,q) je definován jako:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (19)$$

Tento model, stejně jako model lineární, AR i MA, lze zapsat také pomocí tzv. operátoru posunutí B^7 .

Podmínka stacionarity modelu ARMA(p,q) je shodná s podmínkou stacionarity u modelu AR(p) a podmínka invertibility je stejná jako u procesu klouzavých součtů řádu q (Cipra, 1986). Stacionární proces ARMA má nulovou střední hodnotu, její autokorelační funkce nemá bod useknutí a je v podstatě lineární kombinací klesajících geometrických posloupností či sinusoid různých frekvencí s geometricky klesajícími odchylkami. Výjimkou mohou být počáteční hodnoty v případě, že $q \geq p$. Obdobně je na tom i parciální autokorelační funkce. (Cipra, 2008; Arlt, 1999; Šmarda, 2013)

3.8. Modely ARIMA

Dalším modelem klasické Boxovy-Jenkinsovy metodologie je model ARIMA(p,d,q). Arlt, Arltová (2003) definuje model ARIMA tak, že jestliže existují situace, kdy po transformaci integrovaného procesu pomocí difference d-tého řádu vykazuje výsledný proces takové autokorelace a parciální autokorelace, že jej lze

⁷ Modely lineární, AR, MA a ARMA zapsané pomocí operátoru zpětného posunutí uvádí např. Arlt, 1999

vyjádřit ve formě stacionárního a invertibilního modelu ARMA(p,q), potom se původní integrovaný proces nazývá autoregresním integrovaným procesem klouzavých průměrů (resp. integrované procesy řádu d).

Modely ARIMA umožňují popsat i časové řady, u kterých není střední hodnota konstantní, vykazuje nesystematický náhodný charakter. Tedy model ARIMA nevyžaduje stacionaritu řady, ale tato řada musí jít „stacionarizovat“ pomocí první diference či diference vyšších řádů. (Cipra, 1986)

Praktická výstavba modelů ARIMA(p,d,q) je obvykle zahájena transformováním řady a poté stanovením řádu diferencování. Tento model lze tedy formulovat jako stacionární model ARMA(p,q) aplikovaný na časovou řadu transformovanou pomocí diferencí řádu d

$$\varphi_p(B)\Delta^d y_t = \theta_q(B)\varepsilon_t. \quad (20)$$

4. Modely volatility⁸

V praxi, především ve finanční oblasti, se objevují řady, které nemají konstantní rozptyl (variabilitu). Tuto vlastnost dokážou zohlednit modely volatility.

Jednotná definice volatility neexistuje. Kohout (2010) uvádí, že volatilita je číslo, které udává míru kolísavosti kursů akcií, měn, komodit nebo obligací. Z matematického hlediska je volatilita chápána jako jakákoliv míra rozptylu dané časové řady. Nemusí být přímo pozorovatelná, příkladem může být volatilita u dat s denní frekvencí, protože v jeden obchodní den je pouze jedno pozorování. Cipra (2008) uvádí typické vlastnosti volatility:

- v některých obdobích může být volatilita vysoká a v některých nízká (tzv. shlukování),
- odlišně reaguje na cenový pokles a cenový vzestup (tzv. pákový efekt),
- neobsahuje zpravidla žádné skoky, vyvíjí se tedy spojitě,
- a její průběh bývá v určitém rozmezí spíše stacionární.

⁸ Tato část je vypracována na základě literatury Cipra, 2006; Cipra, 2008; Tsay, 2005; Arlt & Arltová, 2003; Arlt & Arltová, 2009; Žouželková, 2012; Taleb, 2011; Engle, 2001; Kohout, 2010.

Volatilita se často používá k měření rizika. Pokud se volatilita zvětšuje, zvětšuje se i pravděpodobnost výskytu příslušného rizika, s nímž je úzce spojen i výnos z finančního instrumentu. Čím vyšší riziko, tím větší výnos. Nesmí být ale opomenuto, že místo vysokých výnosů může být dosaženo i vysoké ztráty. Záleží tak na přístupu investora, vyžaduje-li vysoký výnos, musí podstoupit i vysoké riziko.

Existuje celá řada modelů volatility, které se od sebe odlišují přístupem k definování podmíněného rozptylu. Nejstarším přístupem k volatilitě je tzv. historická volatilita, která se odhadovala jako výběrový rozptyl (resp. směrodatná odchylka) přes určité historické období. V současnosti význam tohoto modelu upadá a používá se už jen prakticky na stanovení srovnávacích hodnot (benchmarks) pro posouzení efektivnosti komplexnějších modelů volatility. Dalšími modely jsou model EWMA, který navazuje na historickou volatilitu, a implikovaná volatilita.⁹

Jako přímá aplikace Boxovy-Jenkinsovy metodologie pro volatilitu byly zavedeny autoregresní modely volatility, které se využívali ve finanční praxi např. pro časové řady denních zlogaritmovaných zisků či cen finančních aktiv. Průlomem v modelování volatility byl model ARCH a jeho vylepšená forma GARCH. Jedná se o lineární modely volatility. Modifikace ARCH a GARCH modelů jsou modely IGARCH, GJR GARCH, EGARCH a další¹⁰, které jsou považovány za modely nelineární.

Tyto modely zachycují tzv. podmíněnou heteroskedasticitu, což znamená, že časové řady mají proměnlivou a většinou i nelineární funkci rozptylu, který je závislý na minulých hodnotách pozorování. Jejich význam spočívá v zachycení měnící se nejistoty na trhu, pomocí nichž lze empiricky ověřovat ekonomické a finanční teorie týkající se finančního trhu.

Jedná se o modely, které dnes představují nejúspěšnější nástroj pro modelování finančních časových řad. Tyto modely mají však i své odpůrce. Jedním z odpůrců je i Nassim Taleb (2011), který uvádí: „*Robert Engle, ekonometr a až na tuto maličkost okouzlující člověk, přišel s velmi komplikovanou statistickou metodou zvanou GARCH, za niž dostal Nobelovu cenu. Nikdo ji neověřil, aby zjistil, zda má v reálném životě vůbec nějakou platnost.*“

⁹ Více o modelu EWMA a implikované volatilitě uvádí např. Cipra, 2008 nebo Tsay, 2005

¹⁰ Tyto a další modifikované modely uvádí např. Arlt & Arltová, 2003

Cílem všech modelů volatility je zachytit co nejlépe vývoj volatility časové řady finančních instrumentů v minulosti a co nejpřesněji předpovědět jejich budoucí vývoj.

4.1. Model ARCH

Základy modelu ARCH položil americký statistik a ekonometr Robert F. Engle v roce 1982. Model předpokládá tzv. podmíněný rozptyl, tedy závislost rozptylu časové řady na minulosti. Poprvé model použil na modelování inflace ve Velké Británii. Jedná se o model, ve kterém je volatilita jednoduchou kvadratickou funkcí minulých předpovědních chyb (e_t), odchylek od podmíněné úrovně (resp. střední hodnoty). Model ARCH(m) má obecný tvar:

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2, \quad (21)$$

kde μ_t je tzv. podmíněná střední hodnota (modelovaná např. ARMA procesem, nebo může být i nulová), ε_t jsou nezávislé a stejně rozdělené náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem (předpokládá se normální rozdělení, tj. $\varepsilon_t \sim N(0; 1)$) a α_m jsou parametry s vlastností $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, ..., $\alpha_m \geq 0$.

Pro jednoduchost a názornou ukázkou si ukážeme, jak vypadá model volatility ARCH řádu 1. Podmíněný rozptyl je závislý na minulých hodnotách pozorování, u tohoto modelu závisí jen na variabilitě jednoho minulého pozorování a má formu

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2. \quad (22)$$

Podmínky $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, kdy odchylka od podmíněné úrovně (střední hodnoty) je nulová, zaručují, že rozptyl je kladné číslo. Pokud $\alpha_1 = 0$, znamená to, že podmíněný rozptyl je konstantní v čase a proces e_t se nazývá podmíněně heteroskedastický.

Pro nepodmíněný rozptyl odchylek e_t platí

$$\text{var}(e_t) = a_0 + a_1 \text{var}(e_{t-1}) = \text{var}(e_t) = \frac{a_0}{1-a_1}, \quad (23)$$

kde odchylky mají stejné rozdělení (i stejné rozptyly) a platí podmínka $0 \leq \alpha_1 < 1$. Z rovnice nepodmíněného rozptylu je vidět, že nepodmíněný rozptyl nezávisí na

čase t , je tedy konstantní. Proces e_t je pak označován jako nepodmíněně homoskedastický.

Identifikace řádu modelu ARCH se provádí stejně jako u modelu AR pomocí parciálního korelogramu. Pro odhadování modelu se používají tzv. modely maximální věrohodnosti, což je softwarová záležitost.

Model ARCH je charakteristický tím, že jeho prostřednictvím lze zachytit shluky volatility v časové řadě výnosů, což je jednou z jeho výhod (Arlt & Arltová, 2003). Díky shlukování volatility, kdy větší výkyvy dané řady nastupují po předchozích větších výkyvech (obdobný předpoklad mají i menší výkyvy), lze považovat volatility za korelované v čase a pro jejich modelování je nejjednodušší zvolit autoregresní model¹¹.

4.2. Model GARCH

Model ARCH(m) často vyžaduje vysoké řády m a nezohledňuje pákový efekt finančních dat. Model GARCH odstraňuje problém s vysokými řády. Jedná se vlastně o model ARCH rozšířený o zpožděný podmíněný rozptyl, který navrhl T. Bollerslev v roce 1986. Model ARCH nebyl ovlivněn minulými hodnotami podmíněného rozptylu. Model GARCH je již o minulé hodnoty podmíněného rozptylu rozšířen.

Nejjednodušším a nejpoužívanějším modelem při zkoumání volatility finančních časových řad je GARCH(1,1), který představuje rozšířený model ARCH(1) o podmíněný rozptyl v prvním zpoždění. Rovnice modelu GARCH(1,1) má jednoduchý tvar

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (24)$$

za podmínek $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, které zaručují kladný podmíněný rozptyl a stacionaritu v kovariancích. Model GARCH(1,1) lze prakticky použít tam, kde by bylo vhodné použít model ARCH s mnoha zpožděními. (Arlt & Arltová, 2003).

¹¹ Model ARCH vyjádřený v autoregresním tvaru uvádí např. Arlt & Arltová, 2003

Pro nepodmíněný rozptyl odchylek e_t platí:

$$\text{var}(e_t) = \frac{a_0}{1 - a_1 - \beta_1}, \quad (25)$$

který je v modelu nepodmíněně homoskedastický.

Jelikož je model GARCH rozšířenou formou modelu ARCH, tak výpočetní procedury jsou shodné pro oba modely.

Výhodou modelu GARCH je, že ho lze použít tam, kde by bylo dobré zvolit model ARCH(m) s mnoha zpožděními m . Odstraňuje tento problém pomocí minulých hodnot zahrnutých v modelu. I přes vylepšení modelu ARCH o minulé hodnoty nebere ani GARCH model ohled na pákový efekt.

5. Cíl a metodika práce

Cílem práce je zkoumání různých matematických modelů využívaných k modelování časových řad, především modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie a modelů volatility. Pro praktickou část diplomové práce byla zvolena finanční časová řada týdenních hodnot kurzu koruny vůči americkému dolaru (CZK/USD) v letech 1991 až 2014. Hodnoty kurzu byly získány z internetových stránek České národní banky.

V literárním přehledu byly nejprve charakterizovány finanční časové řady a problémy spojené s analýzou těchto řad. Dále zde byla charakterizována Boxova-Jenkinsova metodologie jako základ pro matematické modelování časových řad. Jelikož modely pro analýzu časových řad, především Boxova-Jenkinsova metodologie, pracují se stacionárními řadami, byla v další části charakterizována stacionarita a s ní úzce spojená transformace časových řad, autokorelační funkce, parciální autokorelační funkce a různé modely pro analýzu časových řad, jako jsou lineární proces, proces klouzavých součtů (MA), autoregresní procesy (AR), smíšené procesy ARMA a modely ARIMA. V poslední části literárního přehledu byly charakterizovány modely volatility ARCH a GARCH.

Pro modelování finančních časových řad je velice důležitý vhodný výběr dat o vhodné délce. V následující části bude finanční časová řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014 rozdělena na jednotlivé úseky, na které budou modely aplikovány jednotlivě. První řada bude analyzována od r. 1991 do r. 1996. Další sledovanou řadou bude řada od r. 1997 do r. 2001, kdy Česká republika procházela měnovou krizí¹². Modely budou dále aplikovány na řadu od r. 2002 do r. 2008. V tomto období se ekonomika Spojených států amerických pohybovala v recesi a v roce 2008 vypukla celosvětová ekonomická krize, která významně poznamenala vývoj kurzu CZK/USD. Předposlední sledovanou řadou bude řada od r. 2009 do r. 2012, tedy období po krizi a před intervencemi České národní banky, která v roce 2013 provedla devalvaci domácí měny. Poslední analyzovanou řadou bude tedy řada od r. 2013 do r. 2014. Kdyby nebyla řada CZK/USD zkoumána jednotlivě po částech, historické události a především zásah ČNB by mohly náš využitý model znehodnotit. Rozdělením řady se minimalizuje statistická chyba a využití modely budou vykazovat přesnější údaje. Pro

¹² Více na webových stránkách České národní banky

zajímavost a následné porovnání budou modely aplikovány i na celou řadu týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.

Nejprve bude u řad zjišťována stacionarita. Poté budou zkoumány funkce ACF a PACF, na základě kterých se odhadnou procesy AR a MA a použijí se modely ARMA či ARIMA. Model bude následně využit jako základ při modelování volatility. Pokud se však neobjeví žádný z procesů AR a MA, bude pro model volatility využit model ARMA(0,0).

Před použitím konkrétního modelu volatility budou zjišťovány základní předpoklady, které musí časová řada pro modelování volatility splňovat. Testuje se stacionarita řady a nekorelovatelnost, která bude zjištěna z průběhu funkcí ACF a PACF. Dále se předpokládá normalita logaritmických výnosů. K otestování normality bude využit Jarqueův-Berův test¹³ a histogram časové řady. Pro finanční časové řady je typické spíše špičatější rozdělení, proto bude model volatility použit i v případě, že nám Jarqueův-Berův test a histogram neprokážou normální rozdělení. Jedná se pouze o odhady, které jsou zatíženy statistickou chybou. Posledním sledovaným faktorem bude podmíněná heteroskedasticita náhodné složky, která bude testována Lagrangerovým multiplikátorem¹⁴. Po zjištění všech základních předpokladů bude aplikován na časovou řadu model volatility GARCH(1,0). Pokud bude zjištěno, že model volatility nevyhovuje, bude postupně zvyšován počet parametrů modelu na GARCH(1,1), GARCH(1,2), GARCH(2,1) či GARCH(2,2). Model volatility je správně určen, když nevykazuje korelace, neobsahuje již ARCH efekt a případně potvrzuje normované normální rozdělení. Dále bude rozhodováno na základě kritéria BIC. Model s nejnižší hodnotou BIC bude vyhovující.

U předposlední sledované řady týdenních hodnot kurzu koruny vůči americkému dolaru v letech 2013 až 2014 budou provedeny předpovědi budoucích hodnot rozptylu. Předpovědi budou provedeny i u celé časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014. Výsledky v těchto dvou obdobích budou vzájemně porovnány, čímž bude zjištěno, zda historické události a zásahy ČNB ovlivní model zásadně či nikoli.

¹³ Tento model blíže popisují Shumway & Stoffer, 2006

¹⁴ Tento model blíže popisuje a doporučuje Tsay, 2005 na straně 101-102

Veškeré výpočty a grafy budou provedeny v programu RStudio, či Microsoft Office Excel. U všech testů bude použita hladina významnosti rovna 0,05.

6. Aplikace modelů

Matematické modely budou aplikovány na finanční časové řadě týdenních hodnot kurzu koruny vůči americkému dolaru (dále jen kurz CZK/USD) v letech 1991 až 2014. Vývoj tohoto kurzu můžeme vidět na grafu 3.

Graf 3: Vývoj kurzu koruny vůči americkému dolaru od r. 1991 do r. 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Z grafu je zřejmé, že kurz koruny vůči americkému dolaru se od r. 1991 do r. 1996 pohyboval přibližně mezi hodnotami 25 až 30. Kurz koruny byl stabilní až do konce roku 1996, kdy bylo rozšířeno fluktuální pásmo na 7,5 procentního bodu (oproti dřívějšímu rozmezí 0,5 procentního bodu). Od začátku roku 1997 začal kurz růst. Česká koruna vůči americkému dolaru oslabovala až do 27. října 2000, kdy kurz dosáhl své nejvyšší hranice, a to 42,127 CZK/USD. Od roku 1997 Česká republika procházela měnovou krizí a v době krize dochází k odlivu kapitálu do zahraničí, do „bezpečných“ světových měn. Jednou z nich je i dolar. Od roku 2001 již kurz postupně klesal až do r. 2008, kdy kurz klesl na historicky nejnižší hodnotu 14,587 CZK/USD. Na tento pokles naopak zapůsobila prohlubující se ekonomická recese v USA a následně i celosvětová finanční krize, která měla počátek právě v USA. Od roku 2008 začíná opět

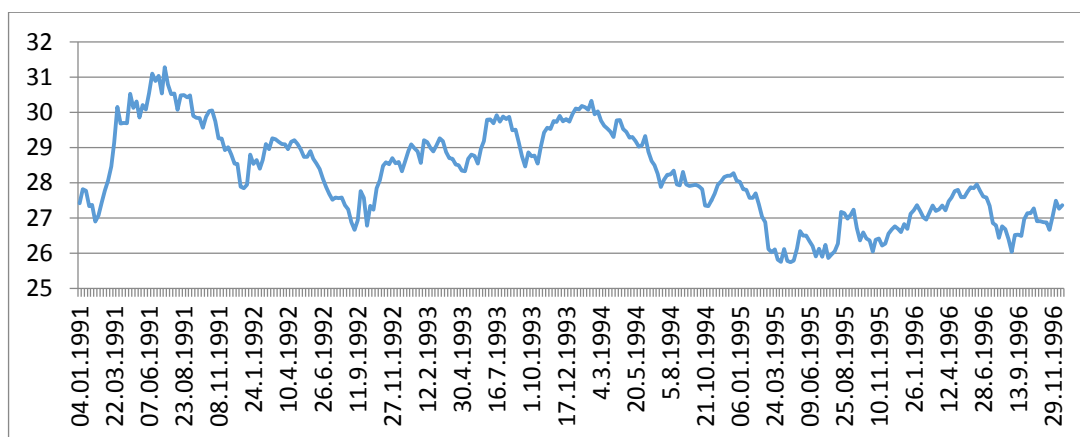
česká koruna vůči americkému dolaru oslabovat. Hlavní podíl na oslabení koruny vůči dolaru má i posílení dolaru vůči euru¹⁵.

Do vývoje kurzu CZK/USD zasáhlo mnoho historických a ekonomických událostí. Spolu se zásahem České národní banky v roce 2013 by mohly znehodnotit vypovídací schopnost použitých modelů. V následující části bude proto řada rozdělena na úseky a zkoumána jednotlivě po částech.

6.1. Aplikace modelu ARIMA na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996

Modely budou nejprve aplikovány na časovou řadu kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996. Jedná se o řadu s délkou 313 pozorování od 4. 1. 1991 do 27. 12. 1996. Vývoj kurzu v tomto období nalezneme v grafu 4.

Graf 4: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996

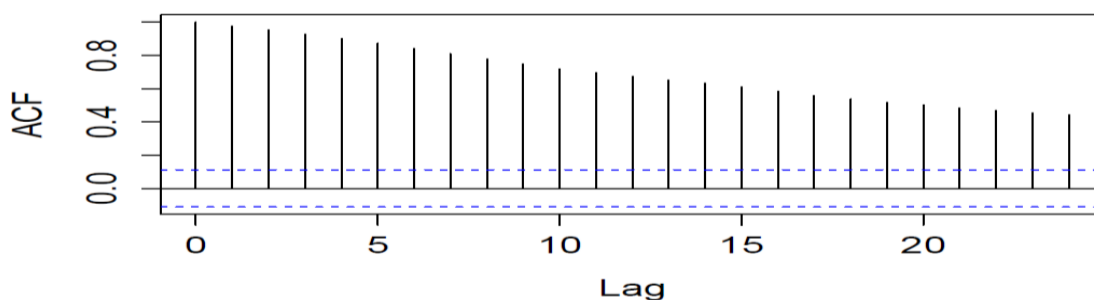


Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Již od pohledu je zřejmé, že daná řada není stacionární, ale je třeba si to ještě ověřit např. pomocí autokorelační funkce, kterou vidíme na obrázku 3, a parciální autokorelační funkce zobrazenou na obrázku 4.

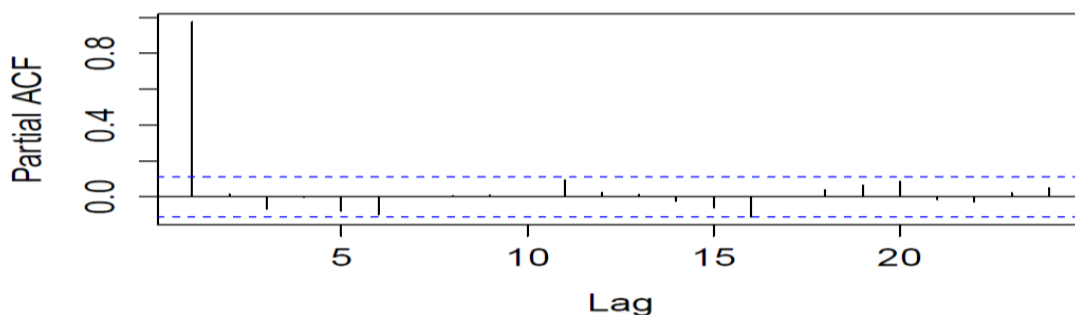
¹⁵ Více uvedeno na webových stránkách České národní banky.

Obrázek 3: Autokorelační funkce kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 4: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Autokorelační funkce pozvolna klesá a první hodnota funkce PACF je blízka 1, což vypovídá o tom, že daná řada není stacionární. Aby bylo možné modely aplikovat, řada kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996 se musí transformovat. Jestliže víme, že kurz není nikdy záporné číslo, předpokládá se, že řada má logaritmicko-normální rozdělení. Řadu proto nejprve zlogaritmuje, čímž dostaneme náhodné veličiny s normálním rozdělením¹⁶, a poté provedeme diferenci prvního řádu, protože s vyššími řády diferencí dochází k zvyšování rozptylu.

Tabulka 1: Rozptyly diferencí řádu 1, 2 a 3

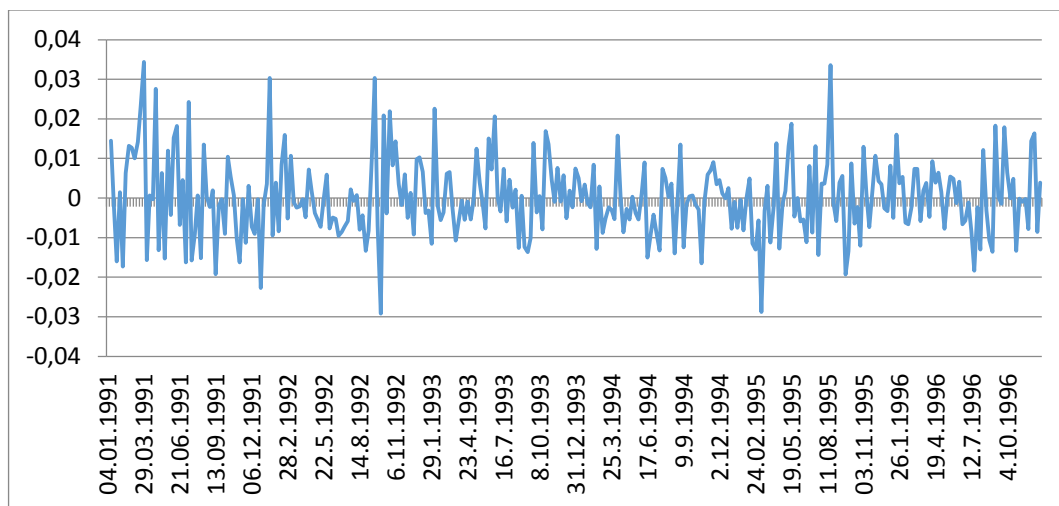
	1. diference	2. diference	3. diference
Rozptyl	0,0000974291	0,00019676	0,00060389

Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

¹⁶ Důvody logaritmování uvádí např. Arlt & Arltová, 2009.

V tabulce 1 si můžeme všimnout zvyšující se hodnoty rozptylu pro druhou a třetí diferenci. Transformovanou řadu kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996 zobrazuje graf 5.

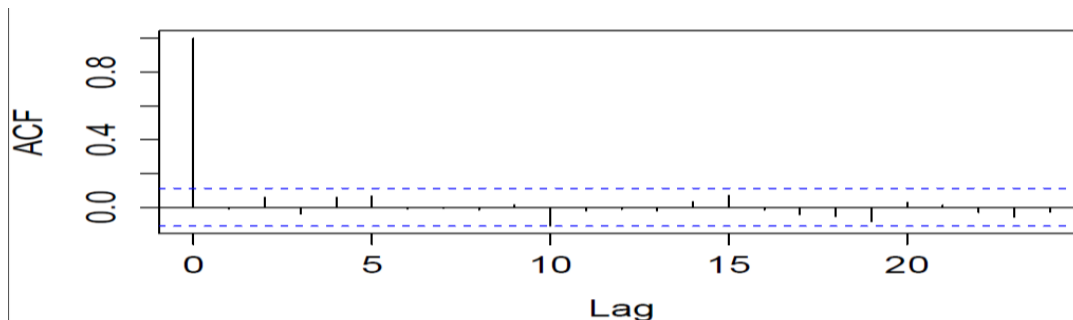
Graf 5: Transformovaná řada kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Nyní se pokusíme identifikovat model pomocí odhadů autokorelační a parciální autokorelační funkce, které jsou zobrazeny na obrázku 5 a 6. Mimo jiné můžeme z těchto funkcí odvodit, že se jedná opravdu o stacionární řadu, protože hodnoty ACF již pozvolna neklesají, ale pohybují se v určitém intervalu.

Obrázek 5: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996

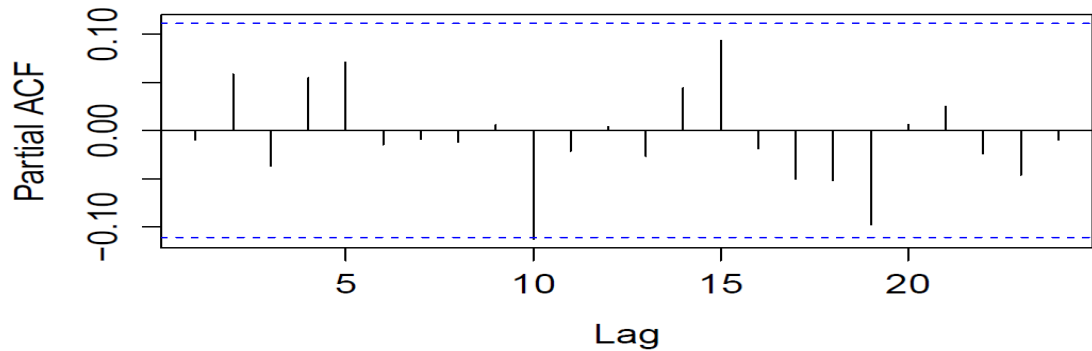


Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Přerušovaná čára v korelogramu určuje body useknutí (interval spolehlivosti). Hodnoty mezi nulou a touto hranicí jsou považovány za nevýznamné, nulové. Z korelogramu na obrázku 5 je zřejmé, že daná řada neobsahuje žádný proces MA,

protože hodnoty ACF jsou nulové. Pouze hodnota pro $k = 0$ je rovna 1, což ale vyplývá z vlastností této funkce.

Obrázek 6: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Parciální autokorelační funkce nám pomáhá určit řád procesu AR. I tento proces sledovaná řada neobsahuje, protože všechny hodnoty PACF jsou nevýznamné. Bohužel se v této časové řadě nepodařila prokázat korelace, proto je celá řada považována za bílý šum. K modelování volatility bude tedy využit model ARMA(0,0).

6.2. Odhad modelů volatility na časově řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996

V této části bude na stejnou časovou řadu kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996 aplikován model volatility. Bude využit model GARCH(p, q), protože ARCH model je spíše teoretickým základem pro ostatní modely a běžně se nepoužívá. Než bude aplikován model GARCH, musí být ověřeny základní předpoklady pro modelování volatility dané řady. U všech níže provedených testů se uvažuje s hladinou významnosti 0,05.

Daná časová řada musí být opět transformována na řadu stacionární pomocí logaritmování a následné diference prvního řádu. Důkazem stacionární řady jsou obrázky 5 a 6. Dále se zjišťuje nekorelovatelnost logaritmických výnosů, například pomocí funkce ACF a PACF. Již výše bylo prokázáno, že daná časová řada neobsahuje korelaci náhodných veličin.

Třetím základním předpokladem modelů volatility je normalita logaritmických výnosů. K otestování normality může být využit Jarqueův-Berův¹⁷ test (dále jen JB). Při výpočtu JB testujeme nulovou hypotézu, která předpokládá normální rozdělení logaritmických výnosů, a alternativní hypotézu, která předpokládá, že logaritmické výnosy nevykazují normální rozdělení. Výstup z RStudia:

```
> jarque.bera.test(obdobi1996stac)
```

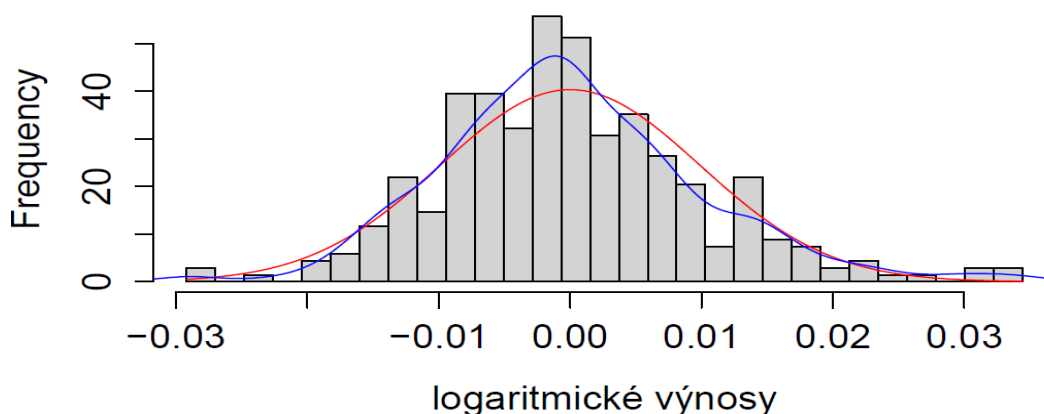
```
Jarque Bera Test
```

```
data: obdobi1996stac
```

```
X-squared = 23.3275, df = 2, p-value = 8.6e-06.
```

Hodnota p-value je rovna 8,6e-06, je nižší než hladina významnosti, nulovou hypotézu o normalitě logaritmických výnosů tedy zamítáme. Skutečnost, že logaritmické výnosy nemají normální rozdělení, potvrzuje i graf 6, kde je zobrazen histogram skutečného rozdělení logaritmů výnosů řady (modře) proložen normálním rozdělením (červeně). Logaritmické výnosy mají špičatější rozdělení, což je pro finanční řady typické.

Graf 6: Histogram



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

¹⁷ Tento model blíže popisují Shumway & Stoffer, 2006

Klíčovým faktorem pro výstavbu modelů volatility je podmíněná heteroskedasticita náhodné složky. K testování podmíněné heteroskedasticity (také zvané ARCH efekt) se využívá test Lagrangerova multiplikátoru¹⁸, kde testujeme:

H_0 = homoskedasticita

H_A = heteroskedasticita.

Výsledky z RStudia:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: obdobi1996stac

Chi-squared = 26.0039, df = 12, p-value = 0.01072.

Hodnota p-value je rovna 0,01072, proto nulovou hypotézu o homoskedasticitě výnosů zamítáme a můžeme konstatovat, že v transformované časové řadě je přítomný ARCH efekt, tj. existuje zde podmíněná heteroskedasticita.

I když Jarqueův-Berův test neprokázal normální rozdělení, může být na tuto řadu použit model volatility, pouze bude zatížen statistickou chybou. Nejprve bude použit model GARCH(1,0). Pokud se v následující části ukáže, že daný model je nevyhovující, budou postupně zvyšovány počty parametrů modelu. K odhadu parametrů modelu GARCH(1,0) je využita funkce garchFit() v softwaru RStudio.

Výsledky z RStudia:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
alpha0	8.597e-05	9.119e-06	9.428	<2e-16
alpha1	1.199e-01	7.886e-02	1.520	0.128

Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	17.86982	0.0001317098
LM Arch Test	24.76553	0.01597388

¹⁸ Tento model je blíže popsán a doporučen v Tsay, 2005 na straně 101-102

Information Criterion Statistics:

AIC	BIC	SIC	HQIC
-6.398216	-6.374166	-6.398298	-6.388603

Tento model nebude vhodný, protože ARCH-LM test potvrzuje stále ARCH efekt, proto bude aplikován model GARCH(1,1). Výstupy z RStudia:

	Estimate	Std. Error	t	value Pr(> t)
alpha0	1.167e-05	6.053e-06	1.929	0.0538
alpha1	1.351e-01	6.159e-02	2.193	0.0283
beta1	7.484e-01	9.246e-02	8.095	6.66e-16

Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	11.73963	0.002823397
LM Arch Test	12.47966	0.4079658

Information Criterion Statistics:

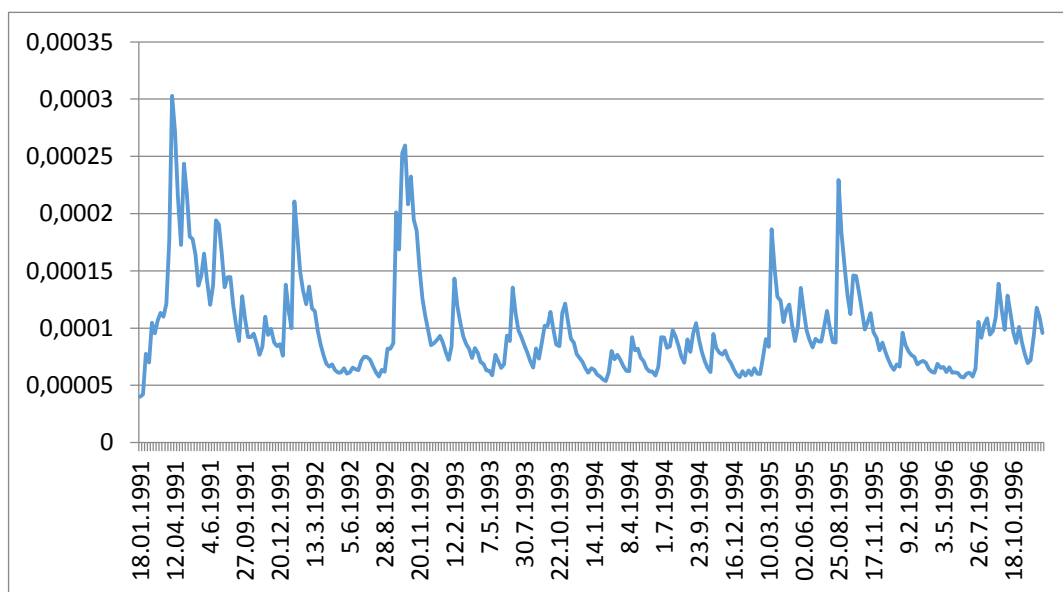
AIC	BIC	SIC	HQIC
-6.429112	-6.393037	-6.429296	-6.414692

U modelu GARCH(1,1) je hodnota kritéria BIC nižší než v předchozím modelu a není již prokazován ARCH efekt, proto model GARCH(1,1) je vyhovujícím modelem. Nejvýznamnějším parametrem je beta1. Výsledný model GARCH(1,1) má tvar:

$$\sigma_t^2 = 0,00001167 + 0,1351e_{t-1}^2 + 0,7484\sigma_{t-1}^2. \quad (26)$$

Můžeme říci, že dopad nových informací (e_{t-1}^2) na tuto časovou řadu není až tak důležitý. Model nejvíce závisí na minulých hodnotách rozptylu (σ_{t-1}^2). Podmíněný rozptyl můžeme vidět na následujícím grafu 7.

Graf 7: Podmíněný rozptyl časové řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996

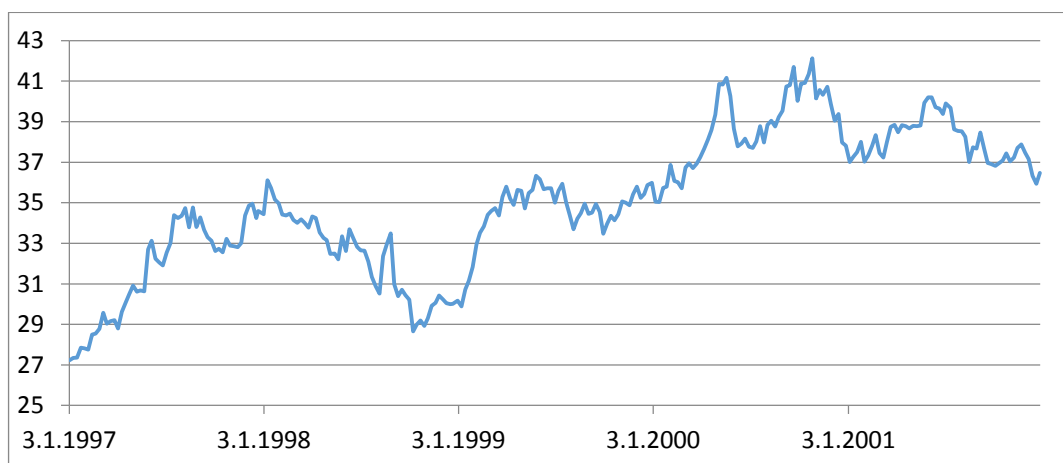


Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

6.3. Aplikace modelu ARIMA na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001

V této části budou modely aplikovány na časovou řadu kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001. Jedná se o řadu s délkou 261 pozorování od 3. 1. 1997 do 28. 12. 2001. Vývoj kurzu v tomto období je zachycen v grafu 8.

Graf 8: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001

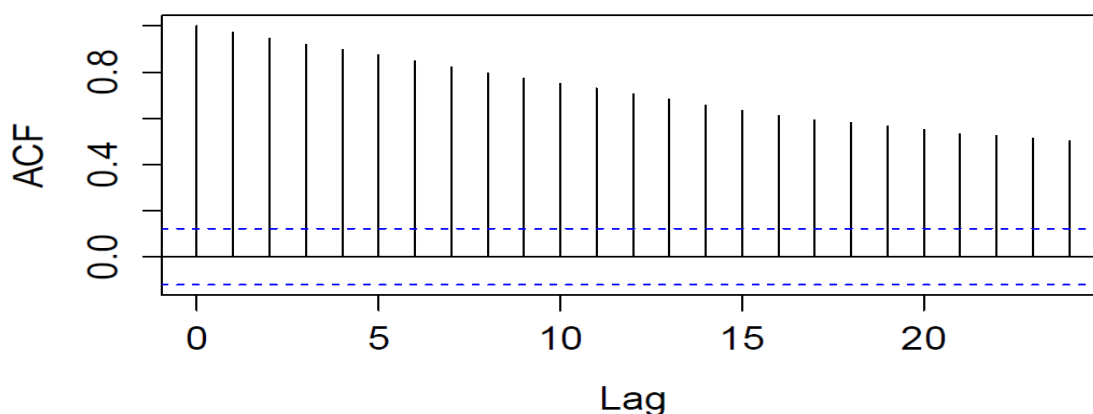


Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

V tomto období se Česká Republika nacházela v měnové krizi. V době krize dochází k odlivu kapitálu do zahraničí, do „bezpečných“ světových měn. Jednou z nich je právě dolar, což se projevilo v oslabení koruny vůči dolaru.

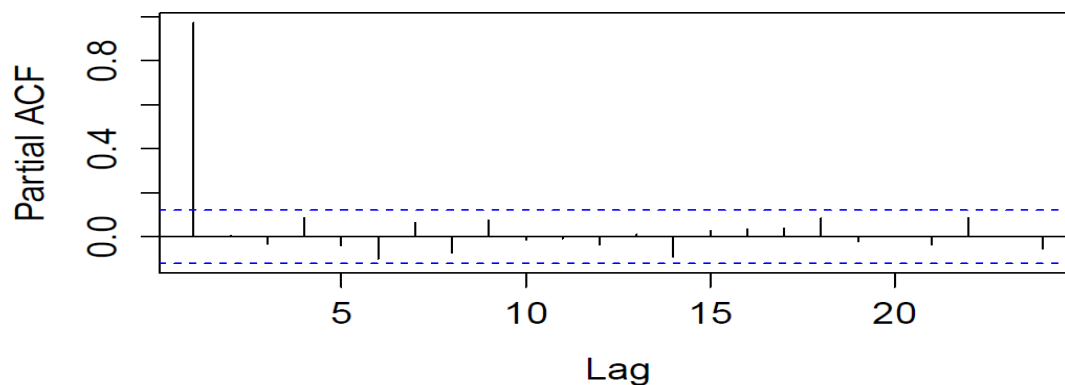
Již od pohledu je zřejmé, že daná řada není stacionární, ale je třeba si to ještě ověřit např. pomocí autokorelační funkce, kterou vidíme na obrázku 7. Tuto funkci doplníme o parciální autokorelační funkci zobrazenou na obrázku 8.

Obrázek 7: Autokorelační funkce kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

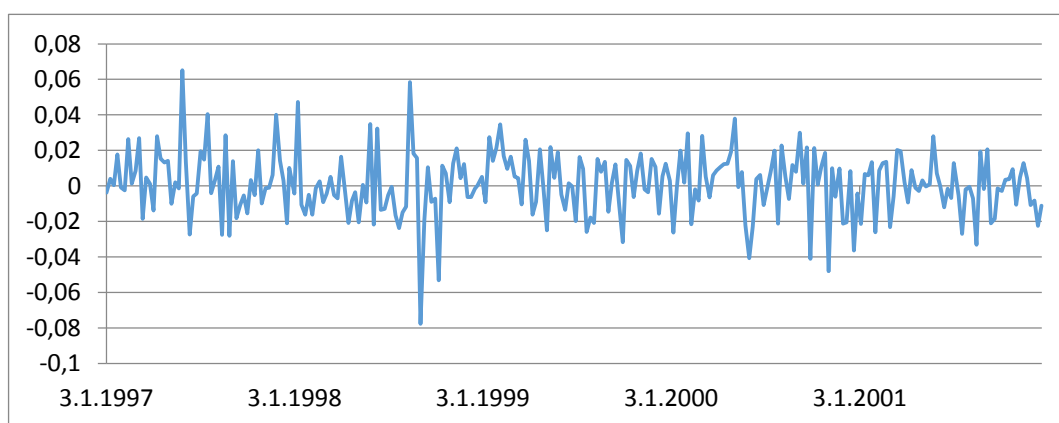
Obrázek 8: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

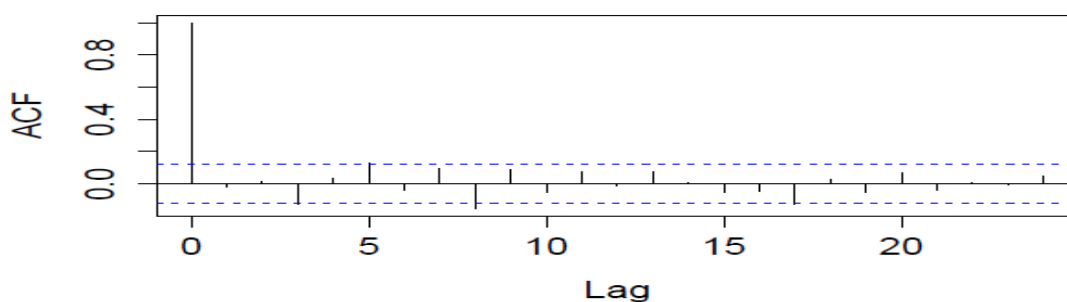
Autokorelační funkce pozvolna klesá a první hodnota funkce PACF je blízka 1. Daná řada nevykazuje stacionaritu, a proto bude transformována stejně jako řada předchozí. Nejprve ji zlogaritmujeme a poté provedeme první diferenci. Transformovaná řada je zobrazena na grafu 9 a funkce ACF a PACF na obrázcích 9 a 10 dokazují, že řada je již stacionární.

Graf 9: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



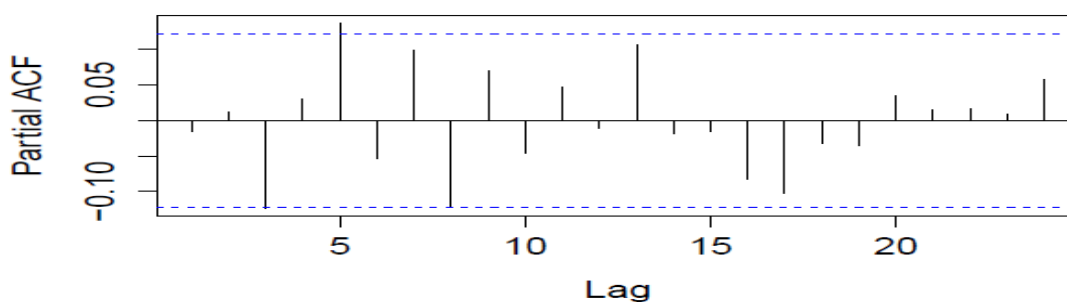
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 9: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 10: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Z autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce je zřejmé, že ani tato řada neobsahuje žádný z procesů MA a AR. Bohužel se v řadě kurzu CZK/USD

v letech 1997 až 2001 neprokázala korelace a časová řada je opět považována za bílý šum. K modelování volatilitu bude využit model ARMA(0,0).

6.4. Odhad modelů volatilitu na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001

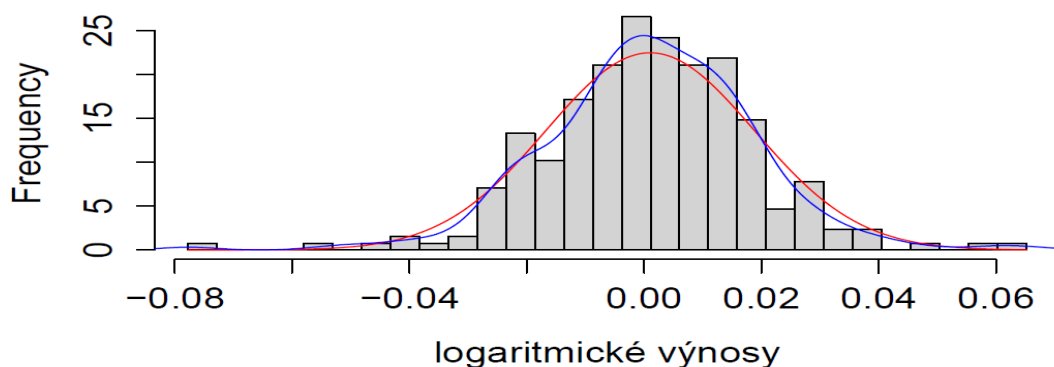
Na stejnou řadu týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001 bude v následující části aplikován model volatilitu GARCH. Stacionarita a nekorelovatelnost byla již ověřena v předchozí části. Nyní bude pomocí JB testu ověřeno normální rozdělení časové řady. Výsledky z RStudia:

Jarque Bera Test

data: obdobi2001stac

X-squared = 40.8773, df = 2, p-value = 1.329e-09.

Graf 10: Histogram řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Jarqueův-Berův test i histogram na grafu 10 prokazují nenormální rozdělení. Před použitím modelu volatilitu musí být ještě ověřena podmíněná heteroskedasticita náhodné složky, kterou otestujeme pomocí Lagrangerova multiplikátoru. Výstupy z RStudia:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: obdobi2001stac

Chi-squared = 16.4184, df = 12, p-value = 0.1728.

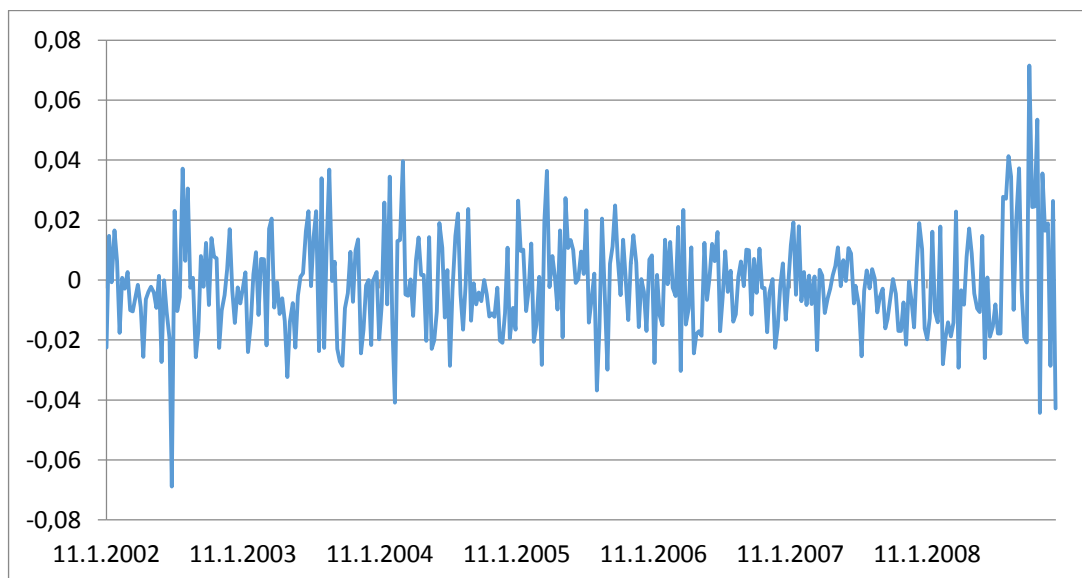
Podle výsledku ARCH LM testu není v transformované časové řadě týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001 přítomný ARCH efekt. Model volatility GARCH nemůže být na časovou řadu aplikován.

6.5. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008

V následující části budou provedeny stejné kroky jako v předchozích bodech na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008. Jedná se o řadu s délkou 365 pozorování. Od roku 2001 se nacházela ekonomika USA v recesi a následně propukla v roce 2008 celosvětová ekonomická krize. Koruna vůči dolaru v tomto období posilovala. Vývoj kurzu je zobrazen na grafu 24. Funkce ACF a PACF zachycené na obrázcích 11 a 12 uvedených v příloze dokazují, že časová řada není stacionární.

Časová řada musí být stacionarizována stejně jako předchozí časové řady. Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008 je zobrazena na grafu 11. Její autokorelační a parciální autokorelační funkce na obrázcích 13 a 14 v příloze potvrzují, že daná časová řada je opravdu stacionární a opět neobsahuje žádný z procesů AR a MA. K modelování volatility bude využit model ARMA(0,0).

Graf 11: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

U časové řady bude ověřeno v programu RStudio normální rozdělení. Výsledky:

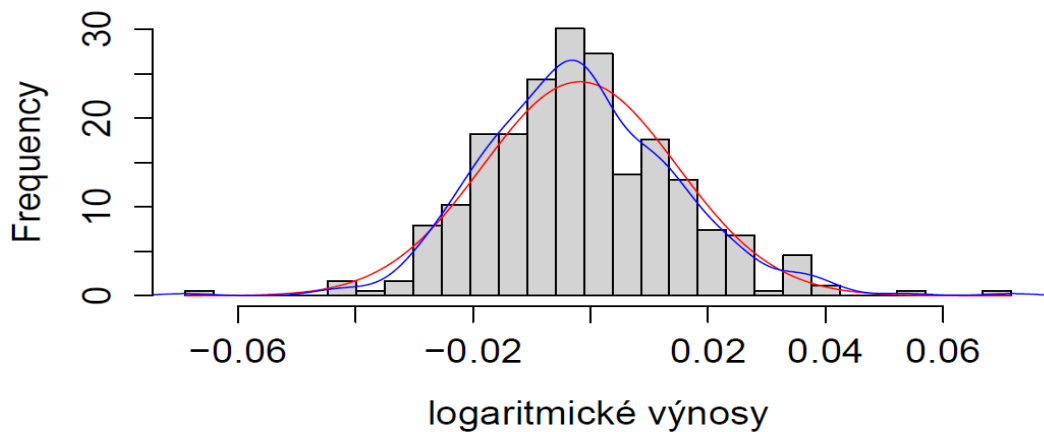
Jarque Bera Test

data: obdobi2008stac

X-squared = 36.8988, df = 2, p-value = 9.717e-09

vykazují nenormální rozdělení, které potvrzuje i histogram na grafu 12.

Graf 12: Histogram stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Zbývá otestovat podmíněnou heteroskedasticitu náhodné složky. Výstupy z RStudia:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: obdobi2008stac

Chi-squared = 53.1176, df = 12, p-value = 3.926e-07

zaznamenávají přítomnost ARCH efektu. Na danou časovou řadu může být aplikován model volatility. Nejprve bude vyzkoušen model GARCH(1,0). Jeho výsledky uvedené v příloze nejsou pozitivní. Model stále vykazuje ARCH efekt a kritérium BIC je -5,38. Následně je aplikován model GARCH(1,1). Výsledky z RStudia:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
alpha0	2.045e-05	1.287e-05	1.588	0.1122
alpha1	1.464e-01	5.228e-02	2.801	0.0051
beta1	7.857e-01	8.359e-02	9.400	<2e-16

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	6.091464	0.04756149
LM Arch Test	10.7007	0.5547277

Information Criterion Statistics:

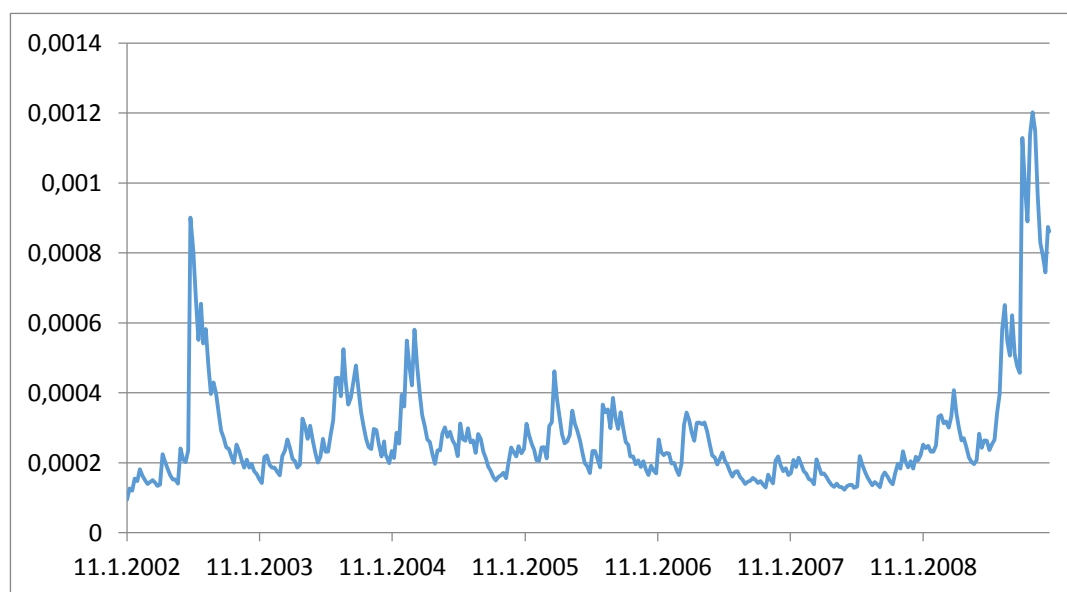
AIC	BIC	SIC	HQIC
-5.450189	-5.418070	-5.450323	-5.437423

Model GARCH(1,1) již nevykazuje ARCH efekt a hodnota kritéria BIC je nižší než u modelu GARCH(1,0). Nejvýznamnější hodnotou v modelu je beta1. Výše uvedený model je vyhovující a má tvar:

$$\sigma_t^2 = 0,00002045 + 0,1464e_{t-1}^2 + 0,7857\sigma_{t-1}^2. \quad (27)$$

Model je nejvíce závislý na minulé hodnotě podmíněného rozptylu a až na druhém místě na něj dopadají nově zjištěné informace. Vývoj podmíněného rozptylu je vidět na následujícím grafu 13.

Graf 13: Podmíněný rozptyl časové řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008

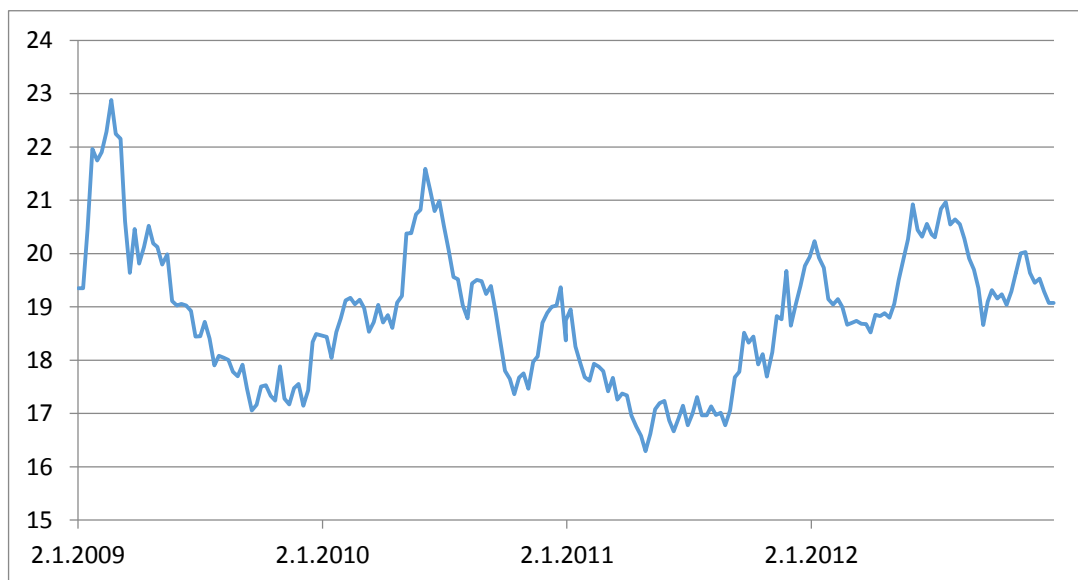


Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

6.6. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012

Další sledovanou řadou je časová řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2009 do 2012. Délka řady je 209 pozorování. V tomto období doznívá celosvětová ekonomická krize a koruna začíná na konci období vůči dolaru oslabovat. Pokles kurzu koruny vůči dolaru je způsoben i posílením dolaru vůči euru. Vývoj kurzu v tomto období je zobrazen na grafu 14. Již od pohledu není časová řada stacionární. Potvrzují to i funkce ACF a PACF uvedené v příloze na obrázcích 15 a 16.

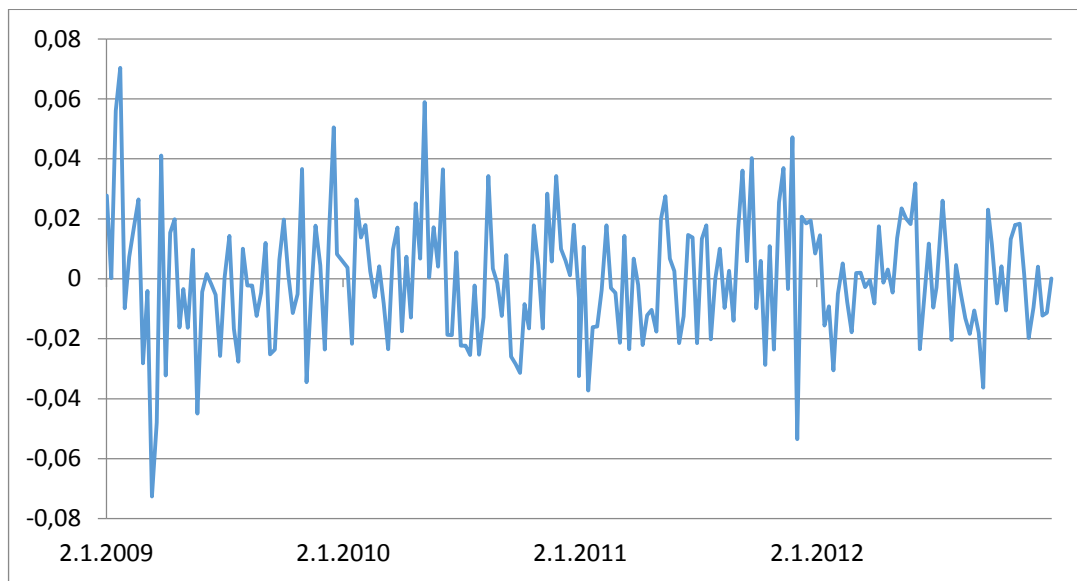
Graf 14: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Časová řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012 musí být stacionarizována pomocí logaritmizace a první diference. Stacionární řada je vidět na grafu 15. Autokorelační a parciální autokorelační funkce na obrázcích 17 a 18 v příloze dokazují, že řada je již stacionární.

Graf 15: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Daná časová řada neobsahuje korelace, z funkcí ACF a PACF nebyl prokázán žádný z procesů MA a AR. Časová řada opět představuje bílý šum a k modelování volatility použijeme model ARMA(0,0). Test na normalitu logaritmických výnosů, Jerqueův-Berův test, prokazuje nenormální rozdělení. Výstupy z RStudia:

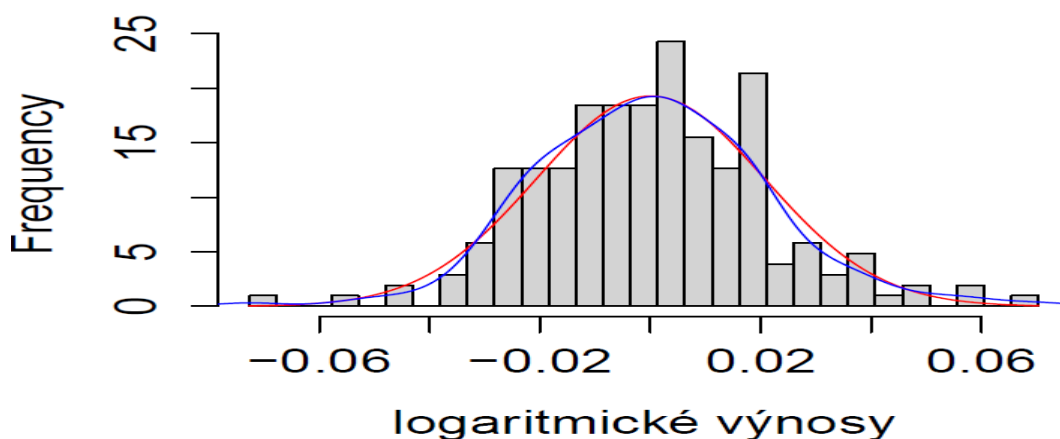
Jarque Bera Test

```
data: obdobi2012stac
```

```
X-squared = 7.3439, df = 2, p-value = 0.02543
```

Z pouhého pohledu na histogram zobrazený na grafu 14 lze vyvodit, že se jedná o normální rozdělení stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012. Testy normality bývají často velmi přísné, proto nám Jerqueův-Berův test neprokazuje normální rozdělení. Vzhledem ke grafickému zobrazení budou výsledky testu normality považovány za náhodný artefakt a bude předpokládána normalita.

Graf 16: Histogram stacionární časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Ještě před použitím modelu volatility otestujeme podmíněnou heteroskedasticitu pomocí Lagrangerova multiplikátoru. Výstupy z RStudia:

```
ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects  
data: obdobi2012stac  
Chi-squared = 17.5316, df = 12, p-value = 0.1307
```

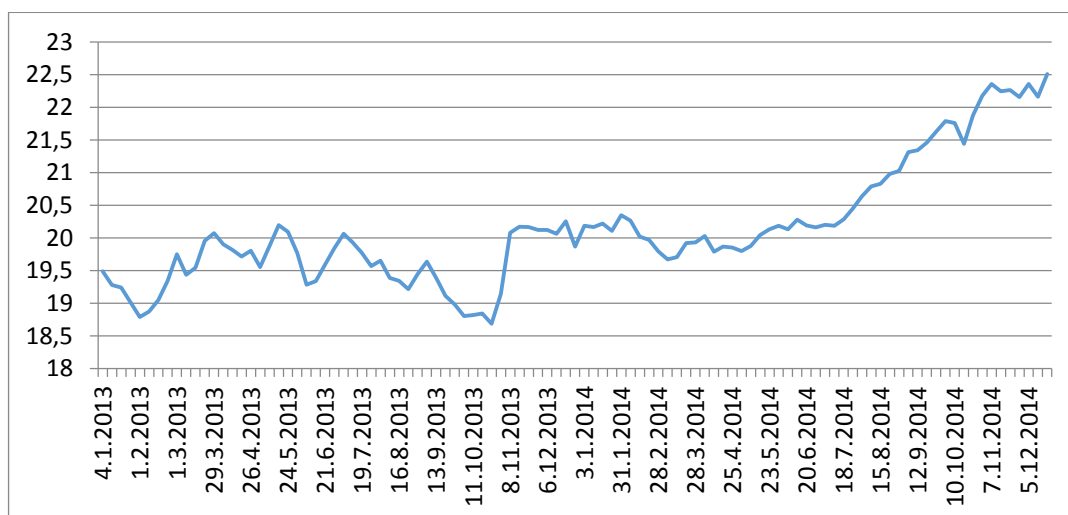
neprokazují přítomnost ARCH efektu, proto na danou časovou řadu nemůže být použit model volatility.

6.7. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014

Předposlední zkoumanou částí je řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014. V roce 2013 provedla Česká národní banka devalvací koruny, aby zamezila vzniku tzv. deflační spirály¹⁹. Jedná se o řadu s délkou 103 pozorování. Poslední hodnota z 23. 12. 2014 je vynechána pro případné porovnání s predikovanou hodnotou. Vývoj kurzu v tomto období je zobrazen na grafu 17.

¹⁹ Více o devalvací koruny na stránkách České národní banky

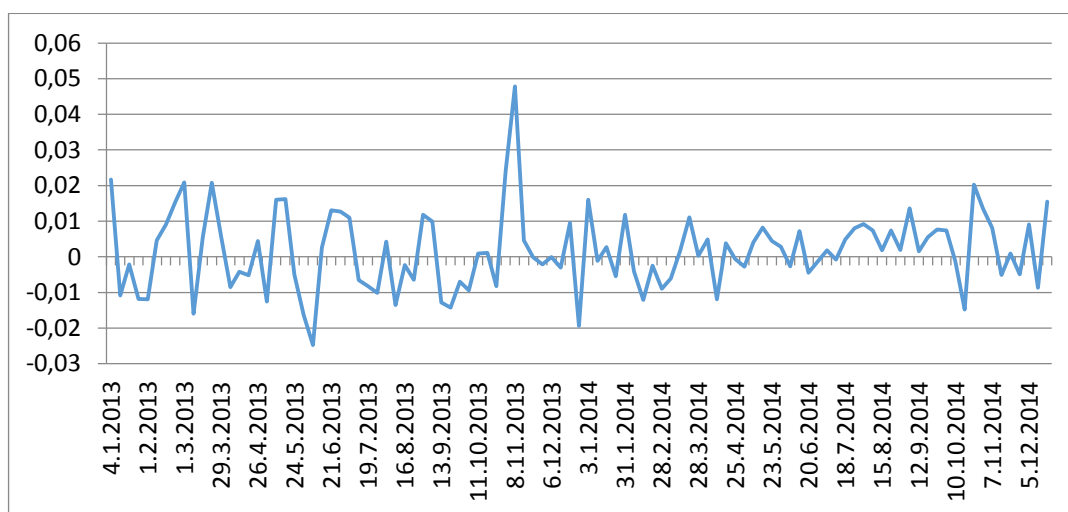
Graf 17: Vývoj týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Již od pohledu je zřejmé, že daná řada není stacionární, ale je třeba si to ještě ověřit pomocí autokorelační a parciální autokorelační funkce, které jsou zobrazeny v příloze na obrázcích 19 a 20. Obě funkce prokazují, že daná časová řada není stacionární, proto bude zlogaritmována a následně bude provedena první diference logaritmických výnosů. Stacionární řada je vidět na grafu 18 a potvrzují ji i funkce ACF a PACF uvedené v příloze pod obrázky 21 a 22. Veškeré hodnoty funkce ACF a PACF jsou nulové, časová řada představuje bílý šum.

Graf 18: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Nyní bude otestováno normální rozdělení časové řady. Výsledky z RStudia:

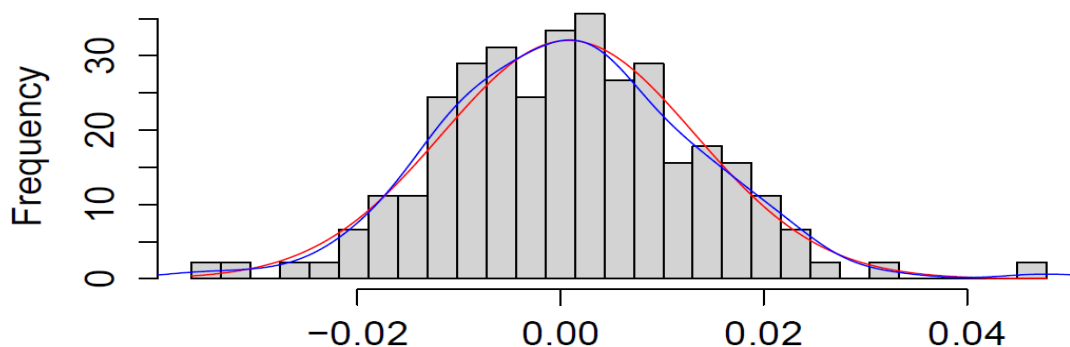
Jarque Bera Test

data: obdobi2014stac

X-squared = 26.8656, df = 2, p-value = 1.466e-06,

potvrzují nenormální rozdělení, ale z histogramu na grafu 19 je zřejmé, že stacionární řada má téměř normální rozdělení. Jedná se o stejný případ jako v předchozím bodě, proto výsledky testu normality budou zanedbány a bude uvažováno normální rozdělení časové řady.

Graf 19: Histogram stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Klíčovým faktorem pro výstavbu modelů volatility je podmíněná heteroskedasticita náhodné složky. K testování bude využit Lagrangerův multiplikátor. Výstupy z RStudia jsou následující:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: obdobi

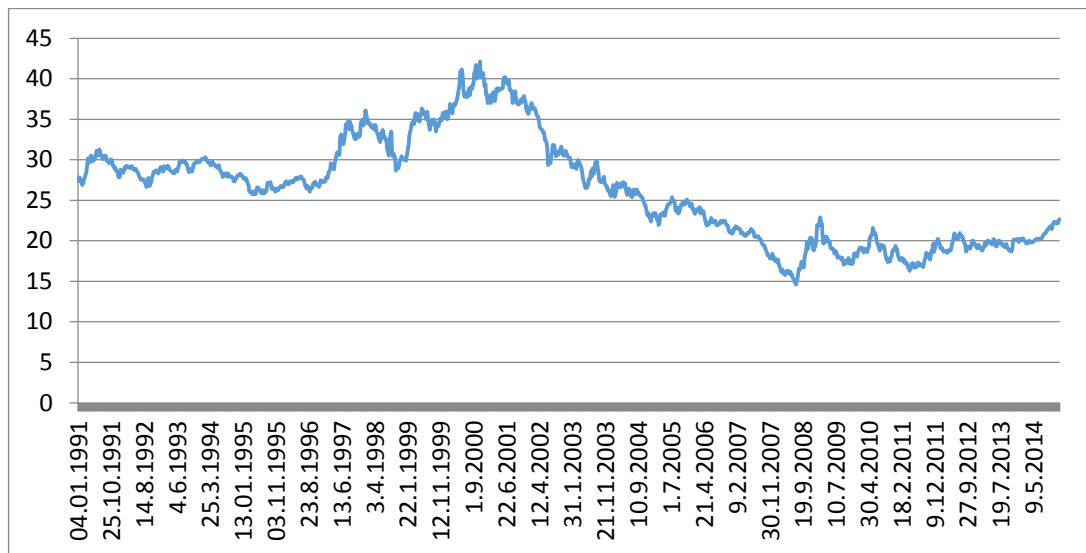
Chi-squared = 7.0376, df = 12, p-value = 0.8551.

Bohužel ani v této řadě nebyl prokázán ARCH efekt. Jelikož je podmíněná heteroskedasticita důležitým předpokladem pro použití modelů volatility, nemůžeme zde zanedbat výsledky ARCH LM testu. Model volatility GARCH zde využít nebude.

6.8. Aplikace modelu ARIMA a odhad modelů volatility na časové řadě kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014

V této části práce bude sledována celá řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014. Jedná se o řadu s délkou 1251 pozorování od 4. 1. 1991 do 19. 12. 2014. Poslední hodnota z 23. 12. 2014 byla vynechána pro případná porovnání s predikovanou hodnotou. Vývoj kurzu je zobrazen na grafu 20. Řada není stacionární, což potvrzují i funkce ACF a PACF uvedené v příloze na obrázcích 23 a 24.

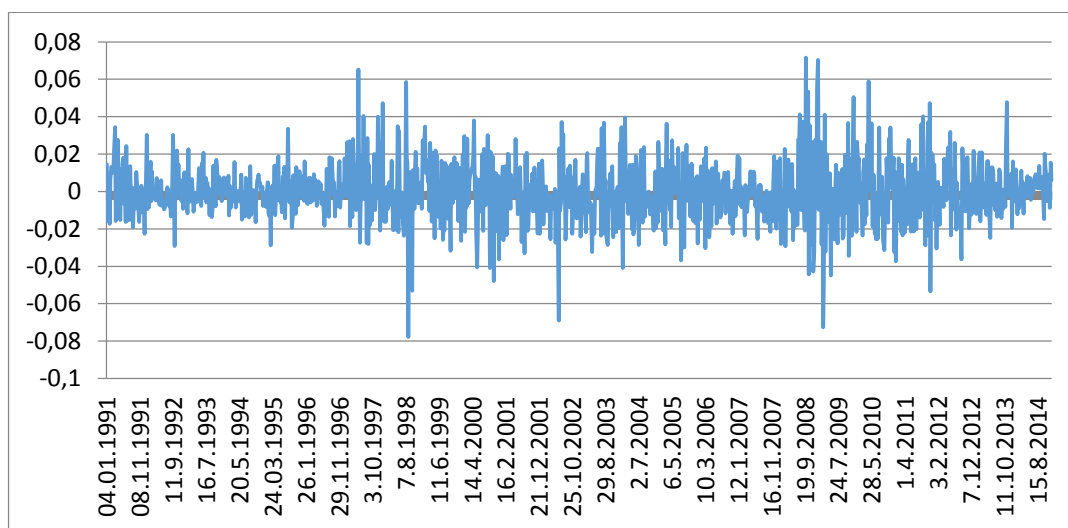
Graf 20: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Daná řada je převedena na stacionární řadu stejným způsobem jako předchozí řady a je zobrazena na následujícím grafu 21. Stacionaritu řady potvrzují i funkce ACF a PACF zobrazené na obrázcích 25 a 26 v příloze.

Graf 21: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Ani funkce ACF ani funkce PACF neobsahují stopy po procesu MA a AR. Bohužel ani v celé časové řadě týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014 se nepodařila prokázat korelace, proto je celá řada považována za bílý šum. Pro model volatility bude využit opět model ARMA(0,0).

Mezi základní předpoklady modelů volatility patří normalita logaritmických výnosů. Histogram zobrazený na grafu 22 a výsledky z RStudia:

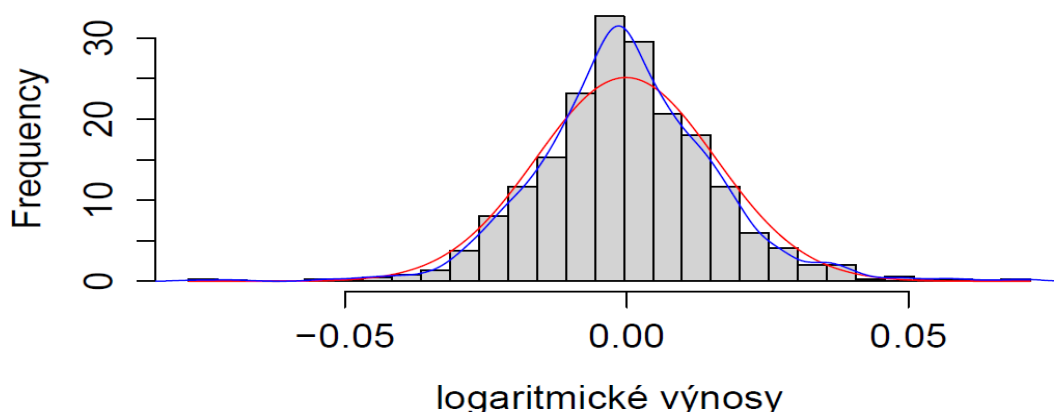
Jarque Bera Test

data: celeobdobistac

X-squared = 252.6217, df = 2, p-value < 2.2e-16

prokazují nenormální špicatější rozdělení. I přes toto omezení model volatility použijeme. Jedná se o odhady, které jsou zatíženy statistickou chybou.

Graf 22: Histogram stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Posledním předpokladem, který bude testován, je podmíněná heteroskedasticita. Stejně jako v předchozích bodech bude pro otestování ARCH efektu Lagrangerův multiplikátor. Výsledky z RStudia jsou následující:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: celeobdobistac

Chi-squared = 127.7083, df = 12, p-value < 2.2e-16.

ARCH LM test prokazuje existenci podmíněné heteroskedasticity. Model volatility může být na danou časovou řadu použit. Nejprve bude vyzkoušen model volatility GARCH(1,0), jehož výsledky z programu RStudio jsou uvedeny v příloze. Tento model není vhodný, protože ARCH LM test stále prokazuje ARCH efekt a kritérium BIC má hodnotu -5,475785. Bude tedy použit model GARCH(1,1). Výstupy z RStudia:

	Estimate	Std. Error	t	value Pr(> t)
alpha0	3.558e-06	1.547e-06	2.300	0.0215
alpha1	9.933e-02	2.210e-02	4.494	6.99e-06
beta1	8.904e-01	2.298e-02	38.743	< 2e-16

Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	77.26151	0
LM Arch Test	6.717321	0.875715

Information Criterion Statistics:

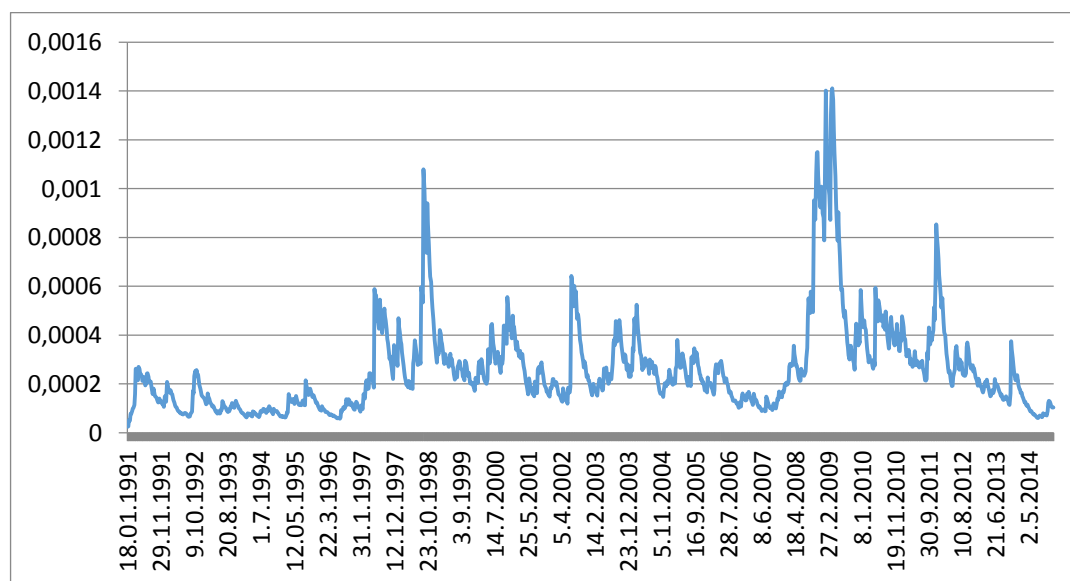
AIC	BIC	SIC	HQIC
-5.611806	-5.599484	-5.611817	-5.607173

Lagrangerův multiplikátor již neprokazuje ARCH efekt a kritérium BIC je mnohem nižší než v případě modelu volatility GARCH(1,0). Model volatility GARCH(1,1) je vhodným modelem a má tvar:

$$\sigma_t^2 = 0,000003558 + 0,09933e_{t-1}^2 + 0,8904\sigma_{t-1}^2. \quad (28)$$

Nejvýznamnější hodnotou v modelu je hodnota parametru β_1 a model je tedy nejvíce závislý na minulé hodnotě rozptylu. Dopad nových informací na tuto časovou řadu nemá až takový vliv. Podmíněný rozptyl je zobrazen na následujícím grafu 23. Je vidět, že zvýšená volatilita byla v období 1996 až 2000, kdy Česká republika procházela měnovou krizí, a v období 2007 až 2012, kde se projevila celosvětová ekonomická krize.

Graf 23: Podmíněný rozptyl řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

7. Předpověď a porovnání predikčních hodnot

Cílem této části je na základě modelu volatility odhadnout interval, ve kterém se mohou pohybovat hodnoty kurzu CZK/USD v budoucnosti. Interval bude zjišťován na základě modelu volatility časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.

Nejprve bude v programu RStudio odhadnuta predikovaná hodnota budoucího rozptylu (resp. směrodatné odchylky) pro 1 krok kupředu. Hodnota budoucího rozptylu bude následně využita k vytvoření predikčního intervalu, který je zobrazen v tabulce 2. Výsledky z programu RStudio jsou následující:

```
>predict(GARCH11)
      meanForecast  meanError standardDeviation
1             0      0.01019156      0.01019156
```

Tabulka 2: Predikční interval časové řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014

	Horní interval	Dolní interval
2. 1. 2015	22,95385544	22,05490443

Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Dále bylo záměrem této části vytvořit predikční interval i na základě modelu volatility časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014 a porovnat ho s predikčním intervalem uvedeným v tabulce 2. Bylo by zjištěno, zda je lepší pro predikování budoucího vývoje kurzu CZK/USD použít „kratší“ časovou řadu, která není tolik ovlivněna historickými událostmi, nebo „delší“ časovou řadu, která obsahuje výkyvy způsobené neočekávanými událostmi. Bohužel u časové řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014, která je považována za bílý šum, se nepodařilo prokázat podmíněnou heteroskedasticitu a model volatility tak nemohl být využit. Pro výpočet predikčního intervalu této časové řady, který je uveden v tabulce 3, byla využita směrodatná odchylka.

Tabulka 3: Predikce časové řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014

	Horní interval	Dolní interval
2. 1. 2015	23,06737982	22,10192079

Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Při porovnání hodnot v tabulce 2 a 3 je vidět, že interval odhadnutý na základě směrodatné odchylky má o trochu větší rozpětí než interval stanovený pomocí predikce budoucího rozptylu na základě modelu volatility. Tímto se potvrdilo, že použití modelu volatility je při odhadování budoucí hodnoty kurzu přesnější než použití pouze směrodatné odchylky. Pro upřesnění lze ještě porovnat pouze směrodatné odchylky řad s predikovanou hodnotou rozptylu, které vidíme v tabulce 4.

Tabulka 4: Směrodatné odchylky a predikovaná hodnota budoucího rozptylu

Směrodatná odchylka řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014	0,01587626
Predikovaná budoucí hodnota rozptylu (resp. směrodatné odchylky) řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014	0,01019156
Směrodatná odchylka řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014	0,01090688

Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

8. Závěr

Cílem práce bylo zkoumání různých matematických modelů využívaných k modelování časových řad, především modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie a modelů volatility. Matematické modelování se dostává do popředí zájmů mnoha finančních analytiků a investorů. Pomocí modelů volatility lze odhadnout, jak se kurz bude vyvíjet v budoucnu.

Pro praktickou část diplomové práce byla zvolena finanční časová řada týdenních hodnot kurzu koruny vůči americkému dolaru (CZK/USD) v letech 1991 až 2014. V tomto časovém období se stalo mnoho historických událostí a také v roce 2013 zasáhla do vývoje kurzu Česká národní banka. Z výše uvedených důvodů byla časová řada rozdělena na 5 částí, aby nedošlo ke znehodnocení využívaných modelů. Pro zajímavost a srovnání byla zkoumána i časová řada jako celek.

Původně bylo zamýšleno na jednotlivé časové řady aplikovat model Boxovy-Jenkinsovy metodologie ARIMA, který by byl následně využit za základ modelu volatility a také pro výpočet bodových předpovědí. Bohužel se ani u jedné z řad neprokázala korelace v časové řadě a model ARIMA nemohl být na časovou řadu použit. Z hlediska modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie je časová řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014 zcela považována za bílý šum. Ani rozdělení časové řady na jednotlivé části nemělo vliv na použití modelů. Data se zdají být naprosto náhodná a nepredikovatelná.

Při zkoumání modelů volatility u časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996 byla prokázána podmíněná heteroskedasticita spolu s nenormálním rozdělením. Postupným zkoušením byl zvolen model volatility GARCH(1,1), který vykázal, že daná časová řada je nejvíce závislá na minulých hodnotách rozptylu. Podobné výsledky byly prokázány i u časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008. U dalších sledovaných časových řad kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001, v letech 2009 až 2012 a v letech 2013 až 2014 nebyla prokázána podmíněná heteroskedasticita, a tak nemohl být model volatility proveden. Opět byla podrobena modelu volatility i celá časová řada týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014, u které byla prokázána heteroskedasticita spolu s nenormálním rozdělením. Postupným zkoušením byl zvolen model volatility GARCH(1,1), kde nejvýznamnější hodnotou byla minulá hodnota rozptylu. Je tedy

zřejmé, že při použití modelů volatility není nutné danou řadu dělit na části, ale můžeme ji podrobit zkoumání v celku, což je mnohdy lepší. Jestliže bude daná řada rozdělena, může se stát, že model volatility nebude možno použít.

V poslední části byl zjištěn predikční interval vypočtený na základě předpovědi podmíněného rozptylu modelu GARCH(1,1) časové řady týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014. Tyto výsledky by mohly být využity při zpracování celkové analýzy pro prodej a nákup měny. Záměrem poslední části práce také bylo vytvořit predikční interval na základě modelu volatility časové řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014 a porovnat ho s predikčním intervalem vytvořeným na základě modelu volatility celé časové řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014. Zjistilo by se tak, zda historické události a zásahy ČNB ovlivní model volatility a následné predikování zásadně či nikoliv. Bohužel toto porovnání nebylo možné provést, protože řada kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014 nevykazovala ARCH efekt a nebylo tedy možné provést model volatility. Predikční interval byl tedy vytvořen na základě směrodatné odchylky dané stacionární časové řady. Zjistilo se, že modely volatility napomáhají k přesnějšímu predikování hodnoty než směrodatná odchylka.

Vzhledem k výsledkům této práce by bylo jistě zajímavé pokračovat v modelování volatility ceny kurzu CZK/USD dalšími a složitějšími modely jako jsou např. IGARCH, A-GARCH, E-GARCH aj. Zajímavé by také určitě bylo zkoumat danou časovou řadu jinými metodami, např. metodami, které se používají při zkoumání tzv. biologických signálů. Finanční časové řady jsou svou strukturou biologickým signálům velmi podobné. Vhodnými metodami by byly metody pro analýzu variability tepové frekvence.

9. Summary

This thesis is focused on mathematical modelling of exchange rate CZK/USD in 1991 - 2014. Time series was divided into 5 parts. First Box-Jenkins methodology models were examined, especially ARIMA model. Unfortunately, the model could not be used because none of the time series showed correlation. The time series is considered as a white noise. The data appear to be completely random and unpredictable. The time series have not constant variance neither normal distribution and therefore GARCH volatility model was used as the second model. It is better not to divide time series when using model of volatility. Volatility model contributes to more accurate prediction than the standard deviation. Results were calculated in RStudio software and MS Excel.

Keywords: Mathematical modelling, Box-Jenkins methodology, ARIMA model, volatility model, GARCH, time series, exchange rate CZK/USD, p-value, correlation, histogram, normal distribution.

10. Seznam použité literatury

- [1] Arlt, J. (1999). *Moderní metody modelování ekonomických časových řad*. Praha: Grada Publishing.
- [2] Arlt, J., & Arltová M. (2009). *Ekonomické časové řady*. Praha: Professional Publishing.
- [3] Arlt, J., & Arltová M. (2003). *Finanční časové řady*. Praha: Grada Publishing.
- [4] Bartlett, M. S. (1946). On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 27–41. Dostupné z http://www.jstor.org/stable/2983611?seq=7#page_scan_tab_contents
- [5] Cipra, T. (1986). *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury.
- [6] Cipra, T. (2008). *Finanční ekonometrie*. Praha: Ekopress.
- [7] Cipra, T. (2006). *Finanční a pojistné vzorce*. Praha: Grada
- [8] Engle, R. F. (2001). The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157-168. Dostupné z <http://www.cmat.edu.uy/~mordecki/hk/engle.pdf>
- [9] Kohout, P. (2010). *Investiční strategie pro třetí tisíciletí*. Praha: Grada Publishing.
- [10] Petrášková, V. (2006). *Prognostické modely v oblasti modelování finančních časových řad* (Diplomová práce). Praha. Dostupné z <http://www.pef.czu.cz/cs/?dl=1&f=12935>
- [11] Quenouille, M. H. (1949). Approximate tests of correlation in time series. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 68–84. Dostupné z <http://www.jstor.org/stable/pdfplus/2983696.pdf?acceptTC=true>
- [12] Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2006). *Time Series Analysis and Its Application with R Examples*. New York: Springer.

- [13] Šmarda, T. (2012). *Matematické modelování ceny zlata* (Bakalářská práce). České Budějovice.
- [14] Taleb, N. N. (2011). *Černá labuť. Následky vysoce nepravděpodobných událostí*. Praha a Litomyšl: Paseka, s. 170 – 172.
- [15] Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. New Jersey: John Wiley & Sons, Dostupné z
http://cfa.goldenglobal.org.cn/uploadfile/append_file/%E8%B5%84%E6%96%99%E4%B8%8B%E8%BD%BD/CFA%E5%AD%A6%E4%B9%A0%E8%B5%84%E6%96%99/Analysis%20of%20Financial%20Time%20Series%202nd%20Edition.pdf
- [16] Žouželková, J. (2012) *Nové míry volatility ekonomických časových řad* (Diplomová práce). Olomouc. Dostupné z
<http://theses.cz/id/jko6yv/00164566-560279607.pdf>

Internetové zdroje:

- [1] *Kurzový vývoj a zlatá měna*. (2014). Česká národní banka. Historie ČNB [online]. Dostupné z
http://www.historie.cnb.cz/cs/menova_politika/prurezova_temata_menova_politika/3_kurzovy_vyvoj_a_zlata_mena.html
- [2] *Kurzy devizového trhu*. Česká národní banka [online]. Dostupné z
http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/devizovy_trh/kurzy_devizoveho_trhu/denni_kurz.jsp
- [3] *Reakce měnové politiky na dopady světové finanční a hospodářské krize*. (2014). Česká národní banka. Historie ČNB [online]. Dostupné z
http://www.historie.cnb.cz/cs/menova_politika/7_cilovani_inflace/3_reakce_menove_politiky_na_dopady_svetove_financni_a_hospodarske_krize/index.html
- [4] Singer, M. (2009). *Vývoj kurzu koruny, nedávný hospodářský vývoj a aktuální otázky měnové politiky*. Česká národní banka [online]. Dostupné z
http://www.cnb.cz/miranda2/export/sites/www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media

/konference_projevy/vystoupeni_projevy/download/singer_20091005_conseq.pdf

- [5] *Souvislost mezi vývojem ceny ropy Brent a měnového kurzu amerického dolaru.* (2011). Česká národní banka. [online]. Dostupné z http://www.cnb.cz/cs/menova_politika/zpravy_o_inflaci/2011/2011_II/box_a_prilohy/zoi_II_2011_box_II.html
- [6] *Vývoj kurzu CZK/USD v době nejistoty.* (2012). Česká národní banka [online]. Dostupné z http://www.cnb.cz/cs/menova_politika/zpravy_o_inflaci/2012/2012_III/boxy_a_prilohy/zoi_2012_III_box_2.html
- [7] *Změny prognóz hospodářského růstu v eurozóně, USA a Japonsku pro rok 2001 a 2002.* (2001). Česká národní banka [online]. Dostupné z http://www.cnb.cz/cs/menova_politika/zpravy_o_inflaci/2001/2001_rijen/boxy_a_prilohy/mp_zpinflace_prilohy_c_01_rijen_p1.html
- [8] Zwitch R. (2012). *Overlay Histogram in R.* YouTube [online]. Dostupné z <https://www.youtube.com/watch?v=C67KNai92Mo>

11. Seznam grafů

Graf 1: Vývoj měnového kurzu CZK/USD v roce 1992 sledovaného v denní frekvenci	5
Graf 2: Stacionární řada měnového kurzu CZK/USD v roce 1992 sledovaného v denní frekvenci	8
Graf 3: Vývoj kurzu koruny vůči americkému dolaru od r. 1991 do r. 2014.....	23
Graf 4: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	24
Graf 5: Transformovaná řada kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996	26
Graf 6: Histogram	28
Graf 7: Podmíněný rozptyl časové řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996	31
Graf 8: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001.....	31
Graf 9: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001.....	33
Graf 10: Histogram řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001.....	34
Graf 11: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008.....	35
Graf 12: Histogram stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008	36
Graf 13: Podmíněný rozptyl časové řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008	37
Graf 14: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012.....	38
Graf 15: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012.....	39
Graf 16: Histogram stacionární časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012	40
Graf 17: Vývoj týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	41
Graf 18: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	41
Graf 19: Histogram stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014	42
Graf 20: Vývoj kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.....	43
Graf 21: Stacionární řada kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.....	44
Graf 22: Histogram stacionární řady kurzu 1991 až 2014.....	45
Graf 23: Podmíněný rozptyl řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014	46
Graf 24: Vývoj týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008.....	58

12. Seznam obrázků

Obrázek 1: Korelogram	9
Obrázek 2: Parciální autokorelační funkce	10
Obrázek 3: Autokorelační funkce kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	25
Obrázek 4: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996	25
Obrázek 5: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	26
Obrázek 6: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 1996.....	27
Obrázek 7: Autokorelační funkce kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001.....	32
Obrázek 8: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001	32
Obrázek 9: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001	33
Obrázek 10: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1997 až 2001.....	33
Obrázek 11: ACF řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008.....	59
Obrázek 12: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008	59
Obrázek 13: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008	59
Obrázek 14: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008.....	60
Obrázek 15: ACF časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012.....	61
Obrázek 16: PACF časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012	61
Obrázek 17: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012	61
Obrázek 18: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012.....	62
Obrázek 19: ACF řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	62
Obrázek 20: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014	62
Obrázek 21: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	63
Obrázek 22: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014.....	63
Obrázek 23: ACF řady kurzu v letech 1991 až 2014.....	63
Obrázek 24: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014	64
Obrázek 25: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.....	64
Obrázek 26: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014.....	64

13. Seznam tabulek

Tabulka 1: Rozptyly diferencí řádu 1, 2 a 3	25
Tabulka 2: Predikční interval časové řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014	47
Tabulka 3: Predikce časové řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014	48
Tabulka 4: Směrodatné odchylky a predikovaná hodnota budoucího rozptylu.....	48

14. Seznam příloh

Příloha 1: GARCH(1,1) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 1997 až 2001	58
Příloha 2: GARCH(1,0) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 2002 až 2008	60
Příloha 3: GARCH(1,0) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 1991 až 2014	65

15. Přílohy

Příloha 1: GARCH(1,1) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 1997 až 2001

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
alpha0	4.509e-05	3.955e-05	1.140	0.254
alpha1	2.881e-02	3.174e-02	0.908	0.364
beta1	8.297e-01	1.347e-01	6.162	7.18e-10

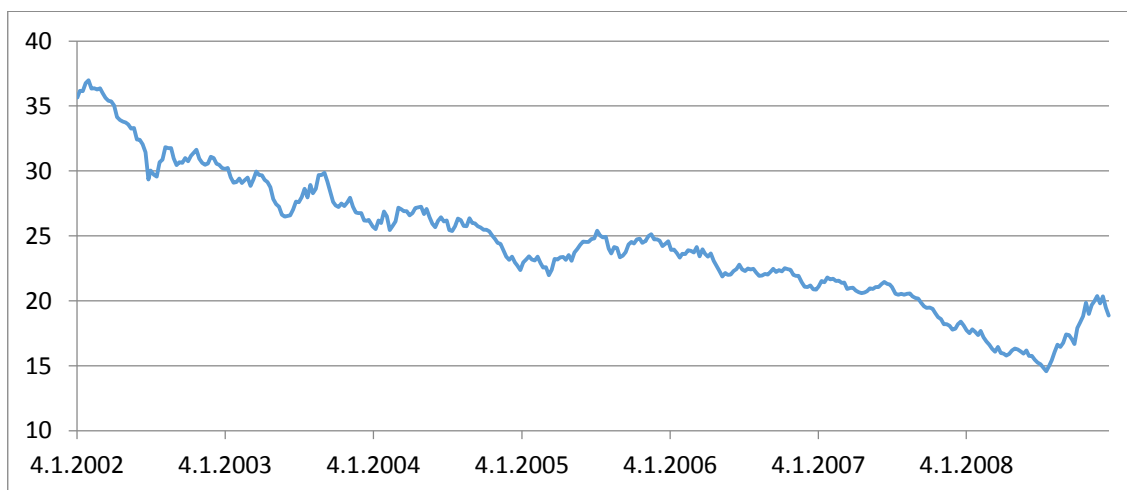
Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	28.56237	6.277114e-07
LM Arch Test	12.28338	0.4231976

Information Criterion Statistics:

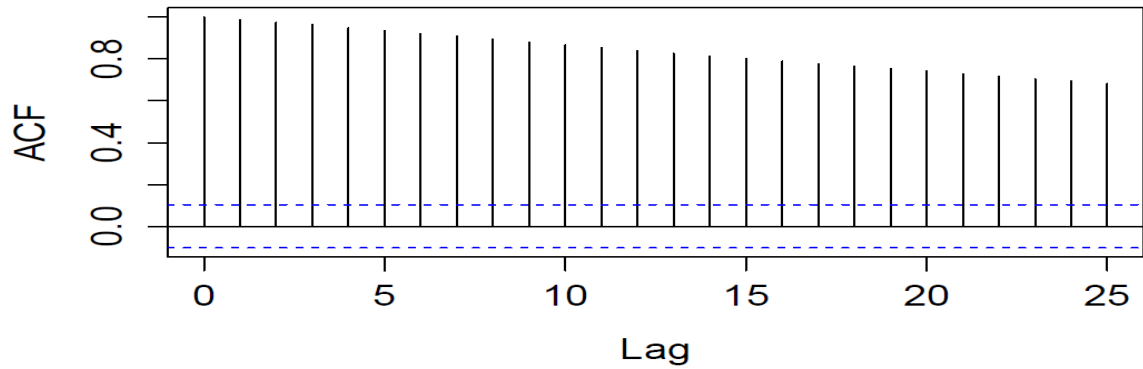
AIC	BIC	SIC	HQIC
-5.204719	-5.163634	-5.204981	-5.188202

Graf 24: Vývoj týdenních hodnot kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



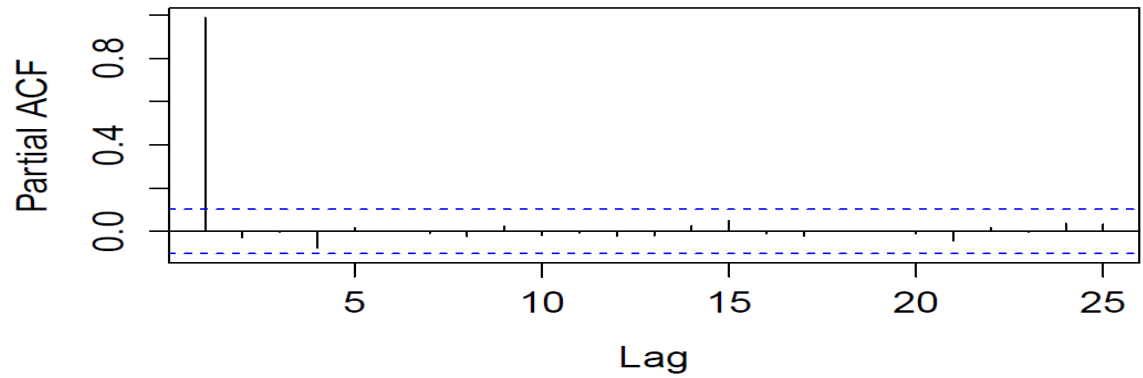
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 11: ACF řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



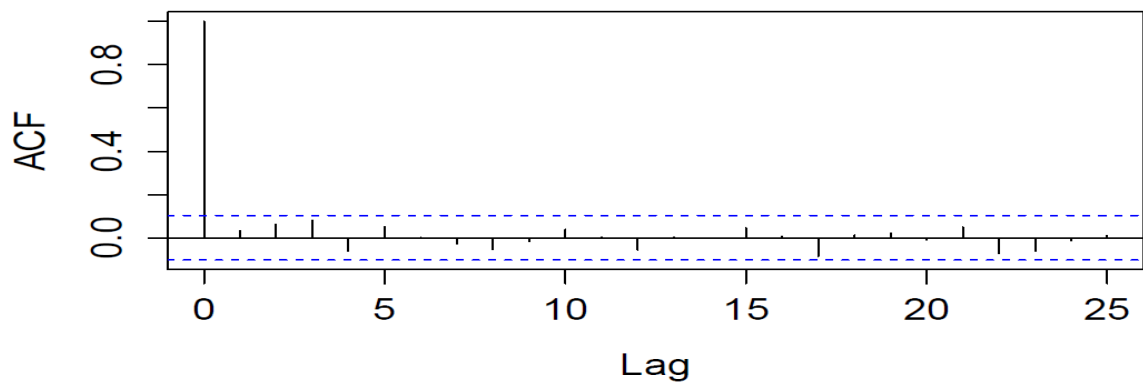
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 12: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



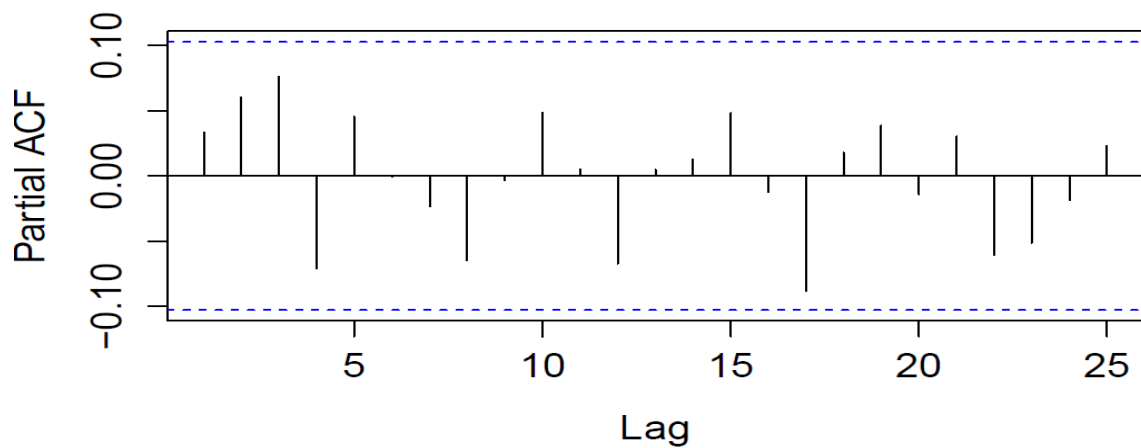
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 13: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 14: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2002 až 2008



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Příloha 2: GARCH(1,0) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 2002 až 2008

	Estimate	Std. Error	t	value Pr(> t)
alpha0	1.890e-04	2.208e-05	8.56	< 2e-16
alpha1	3.541e-01	1.070e-01	3.31	0.000931

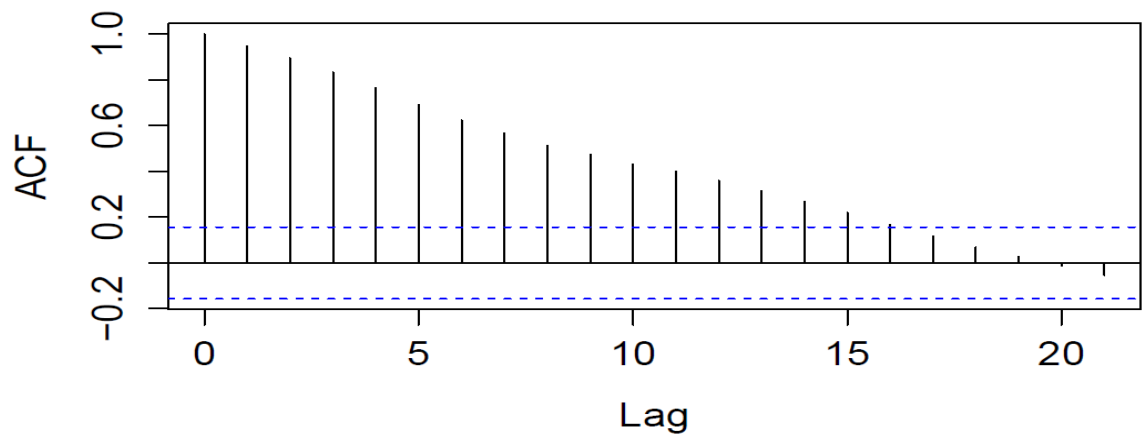
Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	11.44797	0.00326666
LM Arch Test	33.44208	0.0008255334

Information Criterion Statistics:

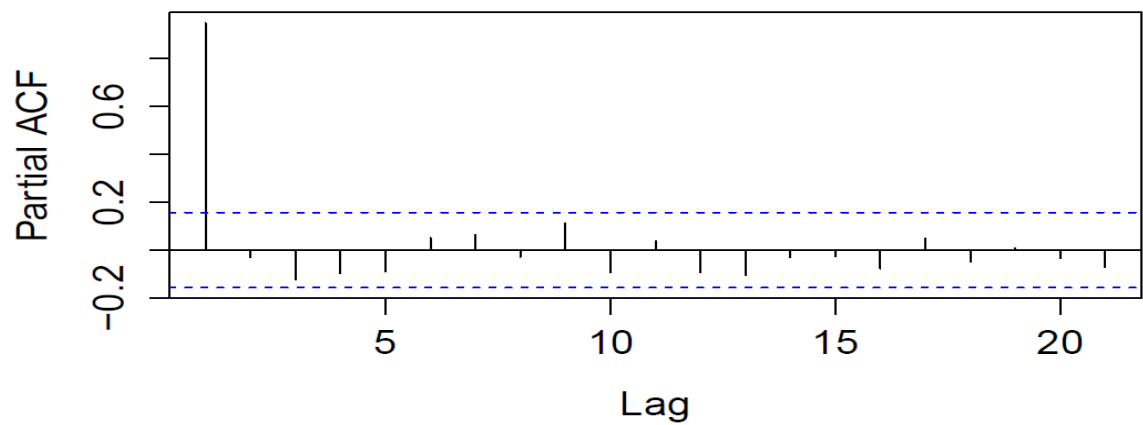
AIC	BIC	SIC	HQIC
-5.400114	-5.378701	-5.400174	-5.391603

Obrázek 15: ACF časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



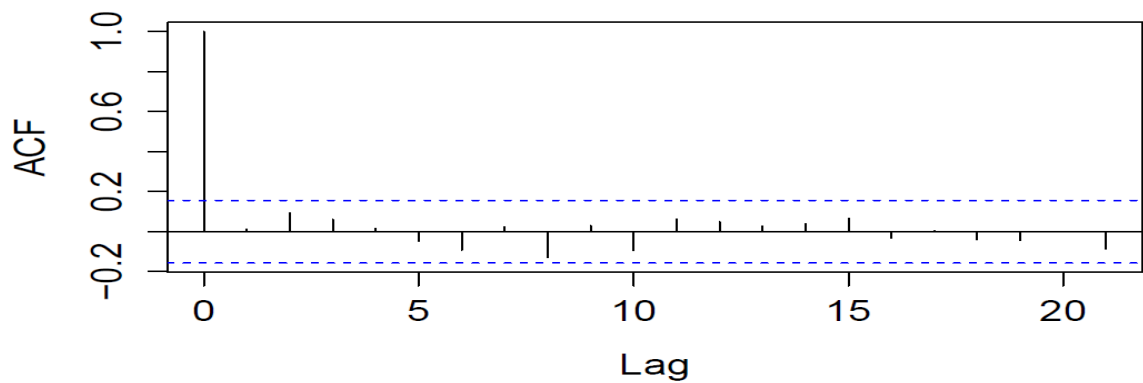
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 16: PACF časové řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



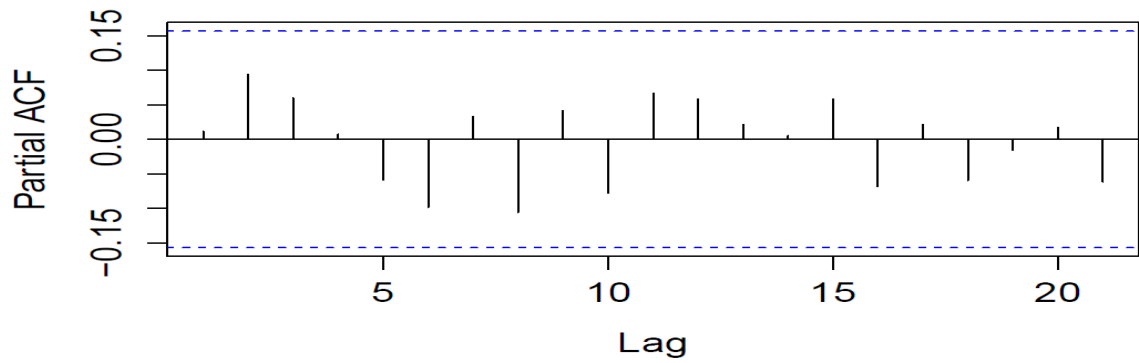
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 17: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



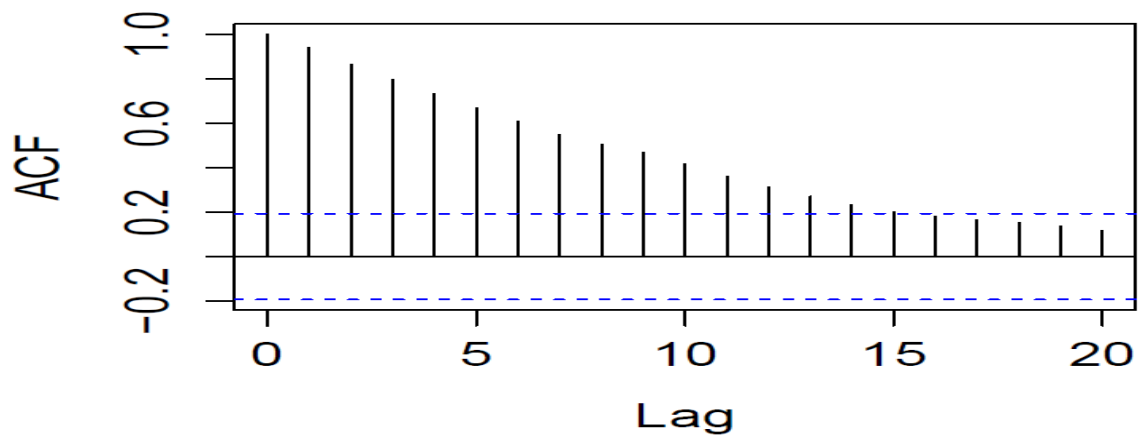
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 18: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2009 až 2012



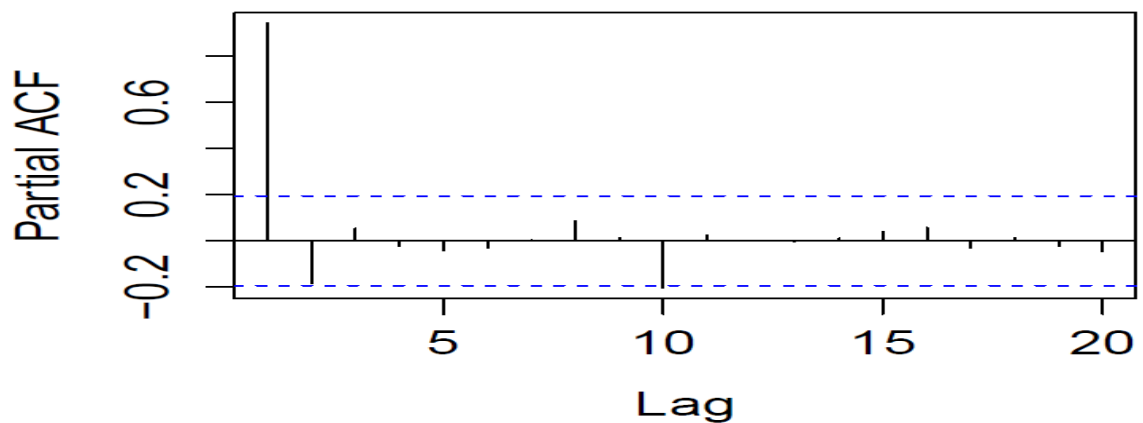
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 19: ACF řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



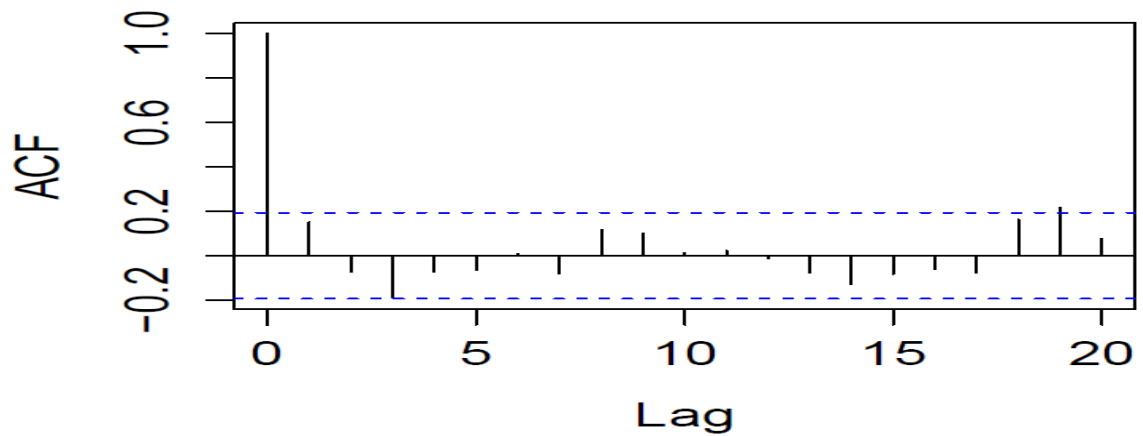
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 20: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



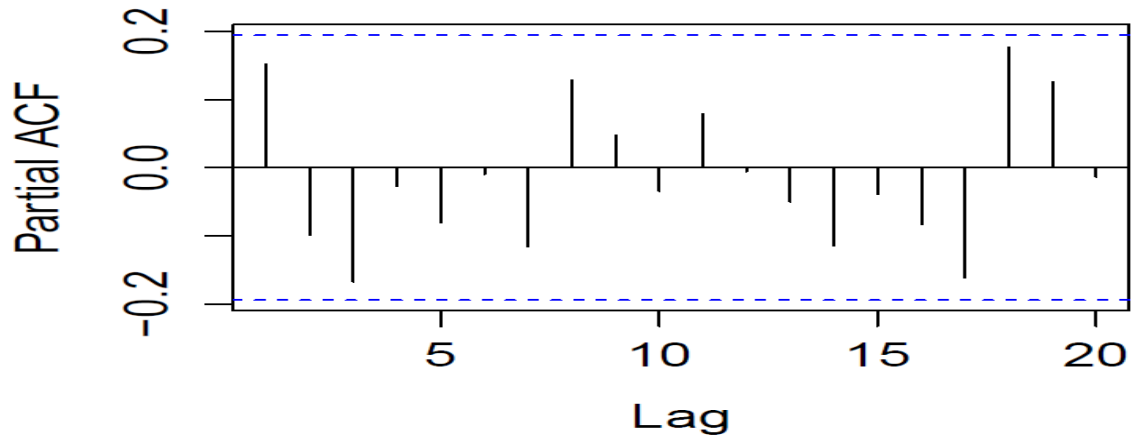
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 21: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



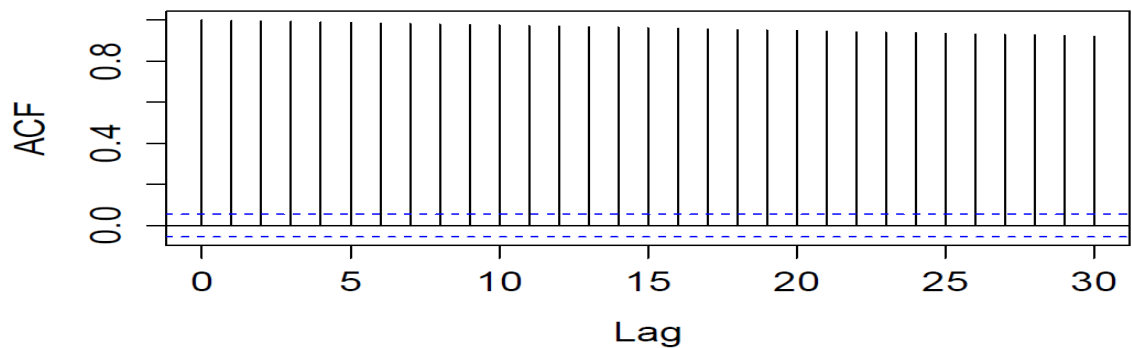
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 22: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 2013 až 2014



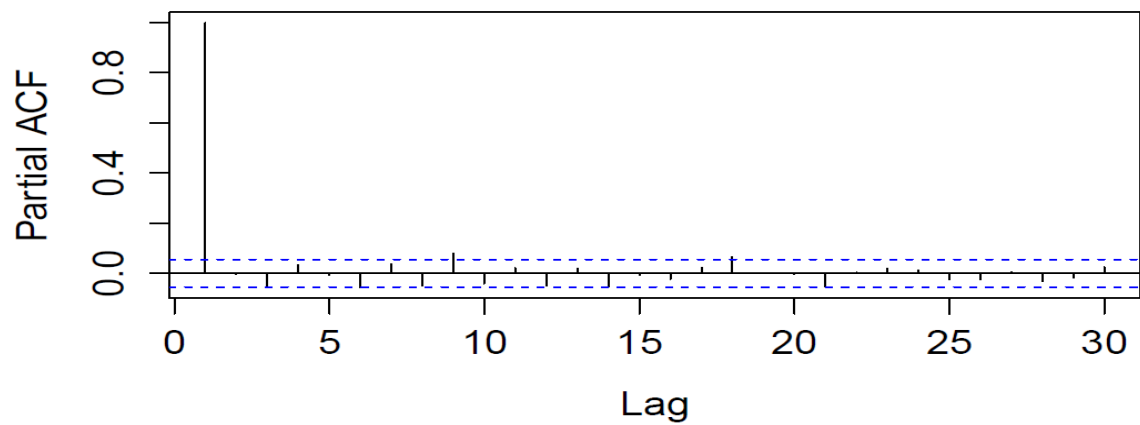
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 23: ACF řady kurzu v letech 1991 až 2014



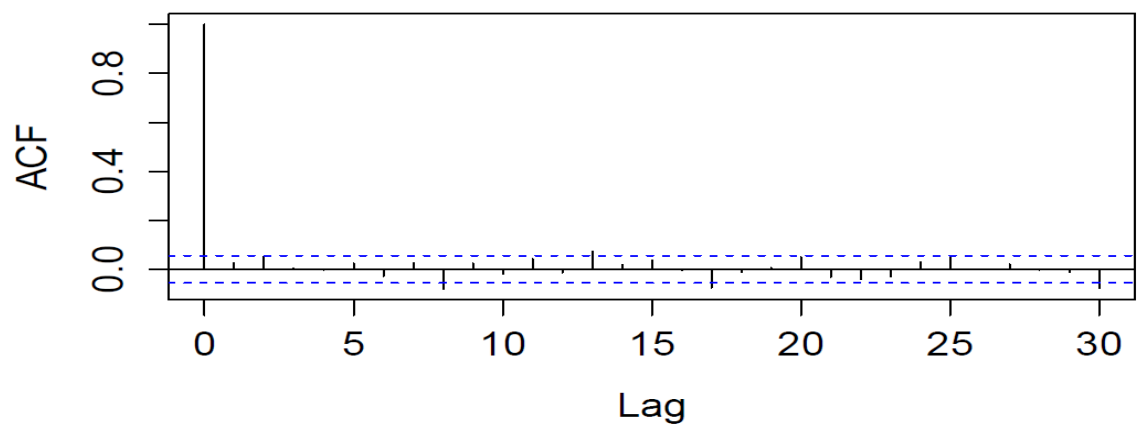
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 24: PACF řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



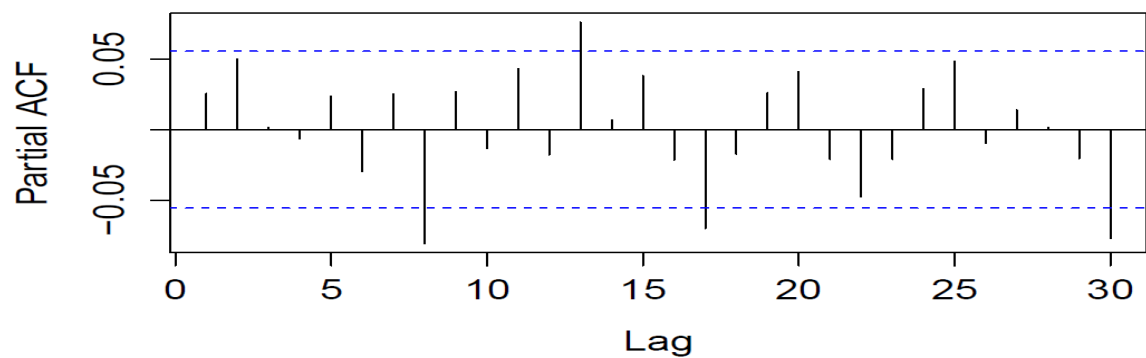
Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 25: ACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Obrázek 26: PACF stacionární řady kurzu CZK/USD v letech 1991 až 2014



Zdroj: www.cnb.cz a vlastní zpracování

Příloha 3: GARCH(1,0) stacionární řady kurzu koruny CZK/USD v letech 1991 až 2014

	Estimate	Std. Error	t	value Pr(> t)
alpha0	1.989e-04	1.124e-05	17.687	< 2e-16
alpha1	2.224e-01	4.969e-02	4.477	7.59e-06

Standardised Residuals Tests:

	Statistic	p-Value
Jarque-Bera Test	245.9018	0
LM Arch Test	79.04024	6.288969e-12

Information Criterion Statistics:

AIC	BIC	SIC	HQIC
-5.483999	-5.475785	-5.484005	-5.480911