UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Lenka Jirková

Slovní úlohy v 6. třídě ZŠ

Olomouc 2020 vedoucí práce: doc. Mgr. Karel Pastor, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně a citovala jsem všechny použité zdroje.

…………………………….

Bc. Lenka Jirková

Poděkování:

Děkuji doc. Mgr. Karlovi Pastorovi, Ph.D., vedoucí mé diplomové práce, za vedení, zájem, připomínky a čas, který mi věnoval. Mé poděkování patří též mé rodině a blízkým přátelům za pomoc a podporu během studia.

Obsah

Úvod

Hlavním cílem této diplomové práce je ucelení přehledu učiva pro žáky 6. ročníku základní školy a nižších ročníků víceletých gymnázií. Diplomová práce obsahuje stručný přehled látky a několik slovních úloh rozdělené do kategorií – sportovní, matematické, ekonomické a pracovní. V příloze této diplomové práce jsou uvedeny grafy oblíbenosti jednotlivých kategorií u žáků 6. tříd na vybrané základní škole a úspěšnost řešitelnosti jednotlivých kategorií.

Téma diplomové práce jsem si vybrala hlavně z důvodu využití ve své praxi jako učitelka matematiky na 2. stupni ZŠ. Z vlastní zkušenosti vím, že mají žáci problém s nedostatkem příkladů, které mohou řešit a upevňovat si tak své znalosti z matematiky. Slovní úlohy vyžadují kromě matematických znalostí, také představivost a čtenářskou gramotnost. Z tohoto důvodu je jejich zařazení do výuky velmi žádoucí a můžeme v nich vidět mezipředmětové vztahy s dalšími předměty. Slovní úlohy tak rozvíjí vědomosti a schopnosti nejen matematické, ale také schopnost porozumět a orientovat se v textu. Vyžadují po čtenáři představivost. Žáci jsou nuceni v textu najít a odhalit co znají a co mají řešit. U vybraných slovních úloh je i potřeba vymyslet způsob jejich řešení.

Kouzlo slovních úloh spočívá v tom, že žáci hledají, objevují a mají pocit vítězství, když přijdou na to, co a jak řešit a úlohu vyřeší. Další krásnou vlastností slovních úloh je, že dávají řešiteli možnost řešit je „svým“ způsobem. Většina slovních úloh se dá vyřešit různými postupy, a tedy k cíli (výsledku) se může dostat každý jinou cestou.

Během svého studia a krátkého působení ve školství jako pedagog jsem zjistila, že je jen málo publikací zabývajících se zajímavými slovními úlohami zaměřenými pro určitý ročník studia na základní škole.

Při tvorbě diplomové práce jsem využila program Geogebra, ve kterém jsem rýsovala téměř všechny obrázky, které jsou součástí této práce. Dále jsem v práci využila několik odborných literatur a z velké části jsem při tvorbě slovních úloh použila vlastní fantazii.

Diplomová práce je rozdělena na několik částí. Každá část se věnuje jedné kapitole matematiky dle RVP ZV pro 6. ročník. Každá z těchto kapitol má v úvodu stručný přehled a poté následuje několik slovních úloh.

Byla bych ráda, kdyby má práce měla využití pro učitele i žáky v hodinách matematiky na ZŠ.

1. Nejmenší společný násobek a největší společný dělitel

Prvočíslo je takové přirozené číslo větší než 1, které má pouze samozřejmé dělitele, tj. je dělitelné pouze číslem 1 a samo sebou. To znamená, že prvočíslo nelze rozložit v součin dvou čísel menších, než je samo.

Číslo složené je takové přirozené číslo, které má kromě čísla 1 a sama sebe ještě aspoň jednoho dalšího dělitele. Každé složené číslo lze rozložit v součin dvou čísel menších, než je samo. Číslo 1 má jediného dělitele (1), neřadíme ho ani k prvočíslům, ani k číslům složeným.

[1]

Pojem prvočinitel vznikl složením dvou slov – prvočíslo a činitel. Pojem činitel souvisí s násobením, u kterého platí činitel · činitel = součin.

Jestliže složené číslo rozložíme v součin tak, že všichni činitelé jsou prvočísla, říkáme, že jsme dané číslo rozložili na prvočinitele.

[1]

1.1. Nejmenší společný násobek

Společný násobek dvou nebo více čísel je číslo, které je násobkem každého z daných čísel. Nejmenší společný násobek (značíme NSN) dvou nebo více čísel je takové číslo, které je nejmenší ze všech společných násobků.

[3]

V odborné literatuře se můžeme setkat se dvěma různými způsoby označení nejmenšího společného násobku. První způsob jsme zmínili výše – tedy např. $NSN(9,12)$. Druhý způsob, se kterým se často setkáváme je $n(9,12)$. V následujících příkladech budeme uvádět druhý způsob zápisu.

Nejmenší společný násobek můžeme najít různými způsoby. Nejběžnějším způsobem, se kterým se na základní škole setkáme, je rozklad přirozených čísel na prvočinitele. Největšímu společnému děliteli se budeme věnovat v následující kapitole.

Příklad.:

1.způsob – tzv. žebřík:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

2.způsob – tzv. třešničky

3. způsob – řádkový

$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ $\qquad$ $12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2$

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ $\qquad$ $18 = 3 \cdot 6 = 3 \cdot 2 \cdot 3$

Červeně označená čísla jsou námi hledané prvočinitele. Jak je vidět, nezáleží, jaký způsob pro zjištění prvočinitelů si vybereme – výsledek je vždy stejný. U třetího způsobu je v pravém sloupci vidět, že nezáleží na tom, jak dané číslo rozložíme – rozklad na prvočinitele nám vyjde vždy stejný.

Nyní, když máme udělaný rozklad dvou čísel na prvočinitele, zbývá už nám jen určit nejmenší společný násobek. Vybereme všechna prvočísla, která jsou v rozkladech na prvočinitele alespoň u jednoho z čísel. Pokud rozklad obsahuje nějaké prvočíslo n-krát, vybereme jej n-krát. Nejmenší společný násobek je poté součinem vybraných prvočísel. V našem případě je to tedy následovně:

$$n(12,18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Číslo 2 jsme ve výsledku uvedli dvakrát, protože se sice jednou vyskytuje u čísla 18, ale dvakrát se vyskytuje u čísla 12. Číslo 3 jsme uvedli také dvakrát, protože se sice jednou vyskytuje u čísla 12, ale dvakrát se vyskytuje u čísla 18.

Nyní, když jsme si připomněli, jak se určuje nejmenší společný násobek, podíváme se na několik slovních úloh.

1.1.1. Slovní úlohy

a) sportovní

1) Ze startovní čáry vystartovali současně dva rychlobruslaři. První, jedoucí po vnitřním okruhu, absolvuje celý ovál vždy za 75 sekund. Druhý, jedoucí po vnějším okruhu, za 90 sekund. Za jakou nejkratší možnou dobu projedou současně startem?

V tomto příkladě hledáme společný násobek čísel 75 a 90.

$n(75, 90)$

$75 = 5 \cdot 15 = 5 \cdot 3 \cdot 5$

$90 = 9 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$

$n(75, 90) = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 450$

Při rozkladu čísel na prvočinitele není důležité, jakým rozkladem začnete – zde například číslo 90 jsme rozložili jako $9 \cdot 10$, ale mohli jsme ho rozložit i jako $2 \cdot 45$ a poté bychom rozložili na základě malé násobilky už jen číslo 45. Rozklad na prvočinitele nám vždy vyjde stejný.

Nejmenší společný násobek čísel 75 a 90 nám vyšel 450, v našem případě tedy 450 sekund. V běžném životě ale neřekneme, že se rychlobruslaři sejdou na startovní čáře za 450 sekund, ale odpovíme v minutách a sekundách. Číslo 450 tedy převedeme na minuty a sekundy.

Víme, že 1 minuta = 60 sekund, číslo 450 tedy vydělíme 60.

$450 : 60 = 7$

$\ \ 30$

Po vydělení nám vyšlo 7 a zbytek 30.

Odpověď: Rychlobruslaři se na startu setkají za 7 minut a 30 sekund.

2) Na školním pozemku je okruh o délce 450 m. Tři žáci odstartovali ve stejnou chvíli. Petr uběhl okruh za 54 sekund, Martin uběhl okruh za 1 minutu 21 sekund a Jakub za 1 minutu a 12 sekund. Za jak dlouho se kluci opět setkali na startu? Kolik kol každý z kluků uběhl, než se všichni tři setkali na startu?

Tento příklad je obdobný, jako předchozí. Přibyla nám zde ještě jedna otázka – a to, kolik kol každý z kluků uběhl.

Postup řešení, za jak dlouho se setkají kluci opět na startu, už tedy víme. V zadání slovní úlohy máme čas uvedený v minutách a sekundách. Abychom mohli vypočítat nejmenší společný násobek, je potřeba tyto časy převést na sekundy.

Petr = 54 sekund

Martin = 1 minuta a 21 sekund = 81 sekund

Jakub = 1 minuta a 12 sekund = 72 sekund

$n(\,54, 81, 72)$

$54 = 9 \cdot 6 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$81 = 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$72 = 9 \cdot 8 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$n(54, 81, 72) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 648$

Nejmenší společný násobek uvedených tří čísel je 648. Kluci se tedy startovní čáře sejdou opět za 648 sekund. Tento čas převedeme na minuty a sekundy.

$648 : 60 = 10$
  48

648 sekund = 10 minut a 48 sekund

Nyní ještě musíme vypočítat, kolik každý z kluků uběhl kol, než se všichni tři opět setkali na startu. To zjistíme, pokud výsledných 648 sekund vydělíme jednotlivými časy, za které kluci uběhnou jedno kolo.

Petr: 1 kolo = 54 sekund – $648 : 54 = 12$ kol

Martin: 1 kolo = 81 sekund – $648 : 81 = 8$ kol

Jakub: 1 kolo = 72 sekund – $648 : 72 = 9$ kol

Odpověď: Kluci se na startovní čáře setkají opět za 10 minut a 48 sekund. Petr uběhne 12 kol, Martin 8 kol a Jakub 9 kol.

b) geometrické

3) Filip, Honza a Tomáš staví každý sám komín z dřevěných kostek. Filip má kostky vysoké 4 cm, Honza 6 cm a Tomáš 7 cm. Kluci chtějí, aby jejich komíny byly stejně vysoké. Jak vysoký komín každý z kluků postavil?

Abychom zjistili, jak vysoký komín každý z kluků postavil, musíme zjistit, jaký je nejmenší společný násobek jednotlivých velikostí kostek – tj. hledáme nejmenší společný násobek čísel 4, 6 a 7.

$n(4,6,7)$

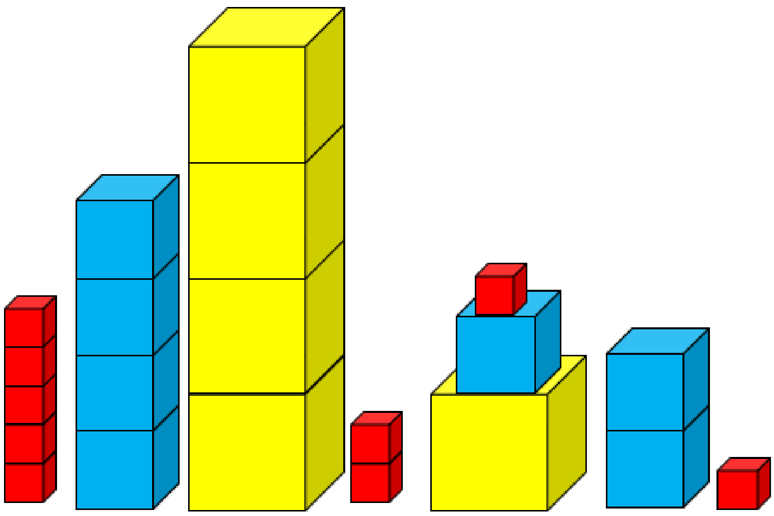
$4 = 2 \cdot 2$

$6 = 2 \cdot 3$

$7 = 7 \cdot 1$

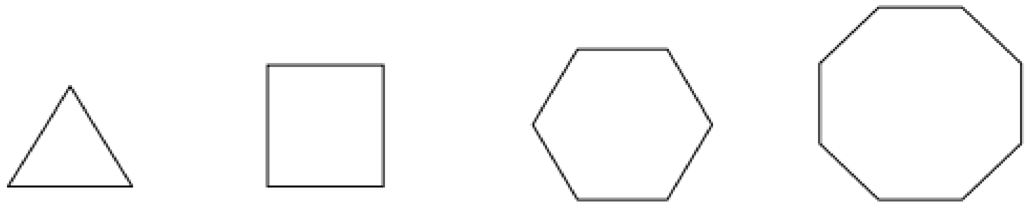
$n(4,6,7) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$

Odpověď: Kluci postavili komín vysoký 84 cm.



Obrázek 1 – kostky – slovní úloha č.3

4) Jirka vysypal z krabičky zápalky a sestavoval z nich mnohoúhelníky znázorněné na obrázku. Když sestavoval trojúhelníky, nezbyla mu žádná zápalka. Také při sestavování dalších mnohoúhelníků mu nikdy žádná zápalka nezbyla. Kolik bylo v krabičce zápalek?



Obrázek 2 – slovní úloha č. 4

[11]

trojúhelník – 3 zápalky

čtverec – 4 zápalky

šestiúhelník – 6 zápalek

osmiúhelník – 8 zápalek

Hledáme nejmenší možný počet zápalek v krabičce.

$n(3, 4, 6, 8)$

$3 = 3 \cdot 1$

$4 = 2 \cdot 2$

$6 = 2 \cdot 3$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

$n(3, 4, 6, 8) = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

Odpověď: Jirka měl v krabičce celkem 24 zápalek.

c) ekonomické

5) Kluci si rozdělují kartičky hokejistů. Rozdělovali je po šesti, osmi, devíti a dvanácti kartičkách, ale pokaždé jim jedna zbyla. Jaký nejmenší možný počet kartiček kluci měli?

   Jako první krok musíme najít nejmenší společný násobek čísel $6, 8, 9\ a\ 12.$

   $n(6, 8, 9, 12)$

   $6 = 2 \cdot 3$

   $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

   $9 = 3 \cdot 3$

   $12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

   $n(6, 8, 9, 12) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 72$

   Nejmenší společný násobek je 72. V zadání však máme, že klukům vždy jedna kartička zbyla. Tuto jednu kartičku přičteme k výslednému nejmenšímu společnému násobku.

   Odpověď: Kluci měli celkem 73 kartiček.

6) Ve 9 hod vyjedou 3 tramvaje z domovské stanice. První tramvaj projede svůj okruh za 75 minut, druhá tramvaj za 90 minut a třetí tramvaj objede svůj okruh za 50 minut. Za jak dlouho se nejdříve setkají v jejich domovské stanici a v kolik hodin to bude? Kolik okruhů mezitím projede každá tramvaj?

   Abychom zjistili, za jak dlouho se všechny tři tramvaje setkají v jejich domovské stanici, musíme najít jejich nejmenší společný násobek.

   $n(75, 90, 50)$

   $75 = 5 \cdot 15 = 5 \cdot 3 \cdot 5$

   $90 = 6 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

   $50 = 5 \cdot 10 = 5 \cdot 2 \cdot 5$

   $n(75, 90, 50) = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 450$

   Hodnotu 450 převedeme na hodiny a minuty: $450 : 60 = 7$

   30

   Tramvaje se sejdou za 450 minut, tedy za 7 hodin a 30 minut.

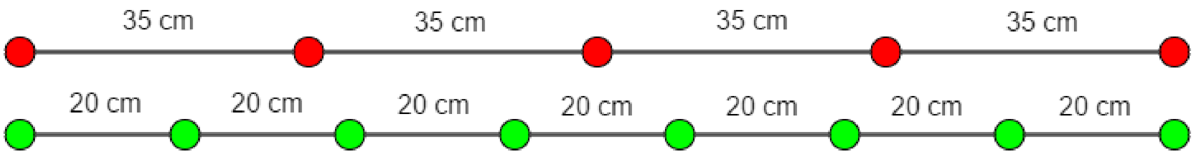
Nyní spočítáme v kolik hodin se sejdou. Víme, že tramvaje vyjely v 9 hod a setkají se za 7 hodin a 30 minut. Společně se tedy tramvaje setkají v 16 hodin a 30 minut.
Jako poslední vypočítáme, kolik okruhů každá tramvaj objela, než se všechny tři setkají v jejich domovské stanici.

1. tramvaj: $450 : 75 = 6$ okruhů
2. tramvaj: $450 : 90 = 5$ okruhů
3. tramvaj: $450 : 50 = 9$ okruhů

Odpověď: Tramvaje se v jejich domovské stanici setkají za 450 minut, tedy v 16 hodin a 30 minut. První tramvaj mezitím objede 6 okruhů, druhá tramvaj 5 okruhů a třetí tramvaj 9 okruhů.

d) pracovní

7) Maminka chce na zahradě vysázet záhonky s jahodami a kedlubnami. Jahody bude sázet s rozestupem 35 cm, kedlubny s rozestupem 20 cm. Každá řada záhonku začíná a končí sazenicí. Jaká bude nejmenší možná délka jednotlivých záhonků, pokud maminka chce, aby byly stejné? Kolik sazenic jahod a kedluben bude v řádku?



Obrázek 3 – záhonek s kedlubnami (zelená) a jahodami (červená)

Na 1. řádku v obrázku jsou znázorněny sazenice jahod v rozestupu 35 cm, na 2. řádku jsou znázorněny kedlubny s rozestupem 20 cm.
Abychom zjistili, jaká bude nejmenší možná délka jednotlivých záhonků, je potřeba vypočítat nejmenší společný násobek čísel $20, 35$.

$n\,(20, 35)$

$20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$35 = 7 \cdot 5$

$n(20,35) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$

Nejmenší možná délka záhonků je 140 cm.

Nyní je potřeba spočítat, kolik sazenic jahod a kedluben bude v řádku.

jahody: $140 : 35 = 4$

kedlubny: $140 : 20 = 7$

Protože jsou ale sazenice i na začátku záhonku, je potřeba k počtu sazenic jednu sazenici přičíst.

Odpověď: Nejmenší možná délka záhonků je 140 cm. Do jednoho řádku maminka zasadí 5 sazenic jahod a 8 sazenic kedluben.

8) V továrně zapínají v 6 hod ráno 3 stroje na výrobu plastových výlisků. Jeden stroj vyrobí jeden výlisek za 45 sekund, druhý stroj vyrobí výlisek za 1 minutu 30 sekund a třetí stroj vytvoří výrobek za 2 minuty. Kolik nejméně minut pojedou všechny tři stroje, pokud je chceme vypnout všechny tři najednou? Kolik výlisků za tu dobu každý stroj vyrobí?

Abychom mohli vypočítat, jak dlouho nejméně všechny tři stroje pojedou, aby je mohli opět všechny tři zároveň vypnout, musíme vypočítat jejich nejmenší společný násobek. Nejdříve ale musíme jednotlivé časové údaje převést na sekundy.

1. stroj: 45 sekund

2. stroj: 1 minuta 30 sekund = 90 sekund

3. stroj: 2 minuty = 120 sekund

$n(45, 90, 120)$

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$

$90 = 5 \cdot 18 = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$120 = 5 \cdot 24 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$n(45, 90, 120) = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 360$

Stroje společně skončí nejdříve za 360 sekund tedy za 6 minut.

Nyní vypočítáme, kolik výlisků každý ze strojů za těch 6 minut vyrobí.

1. stroj: $360 : 45 = 8$ výlisků

2. stroj: $360 : 90 = 4$ výlisky

3. stroj: $360 : 120 = 3$ výlisky

Odpověď: Stroje mohou společně skončit nejdříve za 6 minut. První stroj za tuto dobu vyrobí 8 výlisků, druhý stroj 4 výlisky a třetí stroj 3 výlisky.

1.2. Největší společný dělitel

Společný dělitel dvou nebo více přirozených čísel je přirozené číslo, kterým jsou všechna zadaná přirozená čísla dělitelná beze zbytku.

Soudělná čísla jsou čísla, která mají kromě čísla 1 ještě alespoň jednoho společného dělitele. Např. čísla 15 a 24 jsou soudělná čísla, neboť mají kromě čísla 1 dalšího společného dělitele – číslo 3.

Nesoudělná čísla jsou čísla, která kromě čísla 1 nemají žádného dalšího společného dělitele. Např. číslo 35 a 24 jsou nesoudělná, neboť kromě čísla 1 nemají žádného společného dělitele.

Společný dělitel dvou nebo více přirozených čísel je přirozené číslo, kterým jsou všechna zadaná přirozená čísla dělitelná beze zbytku

Největší společný dělitel (značíme NSD) je největší číslo ze všech společných dělitelů těchto čísel.

[3]

V odborné literatuře se můžeme setkat se dvěma různými způsoby označení největšího společného dělitele. První způsob jsme zmínili výše – tedy např. $NSD(24, 36)$. Druhý způsob, se kterým se setkáváme častěji, je $D(24, 36)$. V následujících příkladech budeme uvádět druhý způsob zápisu.
Abychom našli největšího společného dělitele dvou nebo více čísel, musíme rozdělit tyto čísla na prvočinitele. Způsoby, jak číslo rozložit na prvočinitele, jsme si ukázali u nejmenšího společného násobku.

Příklad:

Najděte největšího společného dělitele čísel 15 a 24.

V matematických učebnicích a sbírkách se setkáte se zápisem $D(15, 24)$. Tyto čísla rozložíme na prvočinitele.

1.způsob – tzv. žebřík:

$$
\begin{array}{c|c}
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{c|c}
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
$$

2.způsob – tzv. třešničky

3. způsob – tzv. řádkový

$15 = 3 \cdot 5$

$24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$15 = 3 \cdot 5$

$24 = 3 \cdot 8 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

U největšího společného dělitele nás zajímají prvočinitele, které mají rozložená čísla společná. V tomto příkladu jsme rozložili čísla 15 a 24 na prvočinitele a společného prvočinitele mají pouze jednoho – číslo 3. Největším společným dělitelem čísel 15 a 24 je tedy číslo 3.

Nyní se podíváme na několik slovních úloh.

1.2.1. Slovní úlohy

a) sportovní

1) Ve sportovním družstvu je 45 chlapců a 36 dívek. Chlapci a dívky mají za úkol vytvořit skupinky, které budou pouze z chlapců nebo pouze z dívek. Kolik nejvíce skupinek je možno vytvořit tak, aby nezbyl ani jeden chlapec a ani jedna dívka? Kolik dívek a chlapců bude v každé skupince?

Tato slovní úloha se skládá ze dvou otázek. Nejdříve musíme vypočítat největšího společného dělitele čísel 36 a 45. Tím zjistíme největší možný počet skupinek, na který rozdělíme chlapce a dívky tak, aby nikdo z nich nezbyl.

Rozložíme čísla 36 a 45 na prvočinitele.

$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$45 = 9 \cdot 5 = 3 \cdot 3 \cdot 5$

Čísla 36 a 45 mají společné dva prvočinitele, které jsou zvýrazněné červeně a modře. Tyto prvočinitele mezi sebou vynásobíme.

$D(36,45) = 3 \cdot 3 = 9$

Chlapce a dívky můžeme rozdělit na 9 skupinek.

Nyní musíme vypočítat, kolik chlapců a dívek bude v každé skupince.

$36 : 9 = 4$ dívky

$45 : 9 = 5$ chlapců

Odpověď: Chlapce a dívky rozdělíme do 9 skupinek. V každé skupince budou 4 dívky a 5 chlapců.

2) Jirka vyjel na mopedu na třídenní výlet. První den ujel 90 km, druhý den 30 km, třetí den 60 km. Jel vždy stejnou průměrnou rychlostí a vždy celý počet hodin. Vypočtěte průměrnou rychlost, jestliže Jirka jel největší možnou rychlostí.

[2]

první den	90 km
druhý den	30 km
třetí den	60 km

Vypočítáme největšího společného dělitele těchto tří vzdáleností.

$D(90, 30, 60)$

$90 = 10 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$

$30 = 6 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$60 = 10 \cdot 6 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$

$D(90, 30, 60) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Odpověď: Jirka jel průměrnou rychlostí 30 km/hodinu.

b) geometrické

3) Děti mají nakreslené 3 různě velké čtverce. První čtverec má délku strany 36 mm, druhý čtverec 72 mm a třetí čtverec má délku strany 48 mm. Jejich úkolem je rozdělit všechny tři čtverce na stejně velké čtverečky tak, aby rozměr byl co největší. Jaká bude délka strany jednotlivých čtverečků, jestliže čtverečky ve všech třech čtvercích musí mít stejný rozměr?

$D(36, 72, 48)$

$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$72 = 9 \cdot 8 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$D(36, 72, 48) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

Odpověď: Jednotlivé čtverečky budou mít délku strany 12 mm.

4) Tatínek má za úkol připravit ke stromkům tyčky. Má 3 latě o délkách 90 cm, 135 cm a 1,8 m. Jak dlouhé tyčky může nařezat, tak, aby mu z každé latě nezbyl žádný zbytek a zároveň byly latě co možná nejdelší? Kolik tyčí z jednotlivých latí bude mít? Kolik latí bude mít celkem?

Tato slovní úloha má několik otázek, na které postupně najdeme řešení. Než začneme počítat největší společný dělitel, musíme jednotlivé délky latí převést na stejné jednotky. Protože umíme hledat největšího společného dělitele pouze u přirozených čísel, převedeme 1,8 m na cm.

první lať ……… 90 cm

druhá lať ……… 135 cm

třetí lať ……….. 1,8 m = 180 cm

$D(90, 135, 180)$

$90 = 10 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$

$135 = 5 \cdot 27 = 5 \cdot 9 \cdot 3 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$180 = 2 \cdot 90 = 2 \cdot 9 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$

$D(90, 135, 180) = 5 \cdot 3 \cdot 3 = 45$

Tatínek rozřeže latě na délku 45 cm.

Nyní musíme vypočítat, kolik tyčí z jednotlivých latí rozřeže a kolik jich bude mít celkem.

1. lať – $90 : 45$ = 2 tyče

2. lať – $135 : 45$ = 3 tyče

3. lať – $180 : 45$ = 4 tyče

Odpověď: Tatínek nařeže latě po 45 cm, z první latě budou 2 tyče, z druhé latě 3 tyče a ze třetí latě 4 tyče. Celkem bude mít tatínek 9 tyčí.

c) ekonomické

5) Prodavačce květin přivezli ze zahradnictví 208 tulipánů a 156 narcisů. Kolik nejvíc kytic mohla prodavačka svázat, chtěla-li mít všechny kytice stejné? Kolik tulipánů a narcisů bude v každé kytici? Prodavačka chce využít všechny květiny.

$D(208, 156)$

$208 = 2 \cdot 104 = 2 \cdot 2 \cdot 52 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$

$156 = 3 \cdot 52 = 3 \cdot 2 \cdot 26 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$

$\mathrm{D}(208, 156) = 2 \cdot 2 \cdot 13 = 52$

Prodavačka naváže celkem 52 kytic.

Nyní spočítáme, kolik tulipánů a narcisů bude v každé kytici.

tulipány: $208 : 52 = 4$

narcisy: $156 : 52 = 3$

Odpověď: Prodavačka květin naváže celkem 52 kytic. V každé kytici budou 4 tulipány a 3 narcisy.

6) V mateřské škole mají 360 žlutých, 336 červených, 312 modrých a 288 zelených kostek. Do kolika stejných sad maximálně je mohou paní učitelky rozdělit a kolik kostek od každé barvy bude každá sada obsahovat? Žádná kostka nesmí zbýt.[1]

[3]

Slovní úloha obsahuje dvě části. Nejdříve vypočítáme, kolik sad paní učitelky vytvoří.

$D(360, 336, 312, 288)$

$360 = 10 \cdot 36 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$336 = 4 \cdot 84 = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3$

$312 = 4 \cdot 78 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13$

$288 = 4 \cdot 72 = 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$D(360, 336, 312, 288) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Paní učitelky vytvoří celkem 24 sad.

Nyní spočítáme, kolik v každé sadě bude žlutých, červených, modrých a zelených kostek.

Žluté: $360 : 24 = 15\ kostek$

Červené: $336 : 24 = 14\ kostek$

Modré: $312 : 24 = 13\ kostek$

Zelené: $288 : 24 = 12\ kostek$

Odpověď: Paní učitelky vytvoří celkem 24 sad po 54 kostkách. V každé sadě bude 15 žlutých kostek, 14 červených kostek, 13 modrých kostek a 12 zelených kostek.

---

[1] Jedná se o drobnou modifikaci slovní úlohy z uvedené literatury.

d) pracovní

7) Pan Novák chce po obvodu svého pozemku postavit plot z dřevěných plotovek. Jak daleko od sebe budou jednotlivé plotovky, jestliže má pan Novák délku pozemku 3,6 m a šířku 255 cm? Kolik celkem plotovek spotřebuje na oplocení?

$D(360, 255)$
$360 = 2 \cdot 180 = 2 \cdot 2 \cdot 90 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 45 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$
$255 = 5 \cdot 51 = 5 \cdot 3 \cdot 17$
$D(360, 255) = 5 \cdot 3 = 15$

Rozestupy mezi jednotlivými plotovkami je 15 cm.

Nyní spočítáme, kolik celkem plotovek bude potřeba. Nesmíme však zapomenout, že pozemek je ve tvaru obdélníku, tedy každá strana bude dvakrát.

$360 : 15 = 24$ plotovek
$255 : 15 = 17$ plotovek

Celkem plotovek: $2 \cdot (24 + 17) = 82$ plotovek

Odpověď: Pan Novák bude dávat plotovky s rozestupy 15 centimetrů. Celkem na oplocení svého pozemku spotřebuje 82 plotovek.

8) Traktorista zoral první den 4,5 ha, druhý den 6,3 ha a třetí den 5,4 ha. Pracoval denně celý počet hodin a jeho hodinový výkon se neměnil a byl nejvyšší z možných. Kolik hektarů zoral za jednu hodinu?

[2]

Protože neumíme najít největšího společného dělitele desetinných čísel, musíme si nejdříve jednotlivé jednotky převést na jinou jednotku obsahu, ve které nebude žádný z uvedených údajů ve tvaru desetinném. Vybrali jsme si nejbližší možnou jednotku – ary.

4,5 ha = 450 a

6,3 ha = 630 a

5,4 ha = 540 a

$D(450, 630, 540)$

$450 = 5 \cdot 90 = 5 \cdot 2 \cdot 45 = 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$

$630 = 10 \cdot 63 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

$540 = 10 \cdot 54 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

$D(450, 630, 540) = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 90$

Největší společný dělitel nám vyšel 90, tedy 90 a = 0,9 ha. Tím jsme odpověděli na otázku ze slovní úlohy.

Odpověď: Traktorista zoral za jednu hodinu 0,9 hektarů.

2. Desetinná čísla

Desetinné číslo se skládá z celé části, desetinné čárky, desetin, setin, tisícin, … Zapisujeme je pomocí číslic oddělených desetinnou čárkou.

desetinná čárka

1 2 , 7 8 9 2 4

celá část desetiny

setiny

tisíciny

desetitisíciny

stotisíciny

Desetinná čísla sčítáme jako čísla přirozená, tj. napíšeme je pod sebe tak, abychom sčítali číslice stejného řádu. Sčítáme desetiny s desetinami, setiny se setinami atd.

Desetinná čísla odečítáme jako čísla přirozená, tj. napíšeme je pod sebe tak, abychom odečítali číslice stejného řádu. Odečítáme desetiny od desetin, setiny od setin atd.

Při násobení (dělení) desetinných čísel násobky deseti posouváme desetinnou čárku doprava (doleva) podle počtu nul v násobku.

Desetinná čísla násobíme tak, že je nejprve vynásobíme bez desetinných čárek jako čísla přirozená. Po vynásobení umístíme desetinnou čárku tak, aby počet desetinných míst v součinu byl roven součtu počtů desetinných míst v činitelích.

Desetinná čísla dělíme tak, že je vynásobíme (10, 100, 1000 atd.), aby dělitel byl přirozené číslo. Pak dělíme přirozeným číslem a desetinnou čárku píšeme, když při psaní zbytku přecházíme přes desetinnou čárku v dělenci.

[9]

2.1.Slovní úlohy

a) sportovní

1) Martin trénoval na kole. Každý den jezdil přesně hodinu. První den ujel 10,5 km, druhý den 12,7 km, třetí den 14,6 km, čtvrtý den 16,7 km a pátý den 18,2 km. Kolik kilometrů ujel za celý trénink? Jaká byla jeho průměrná denní hodinová rychlost?

1. den …	10,5 km	10,5
2. den …	12,7 km	12,7
3. den …	14,6 km	14,6
4. den …	16,7 km	16,7
5. den …	18,2 km	18,2
		‒ ‒ ‒ ‒ ‒
		72,7

Průměrná rychlost: $72{,}7 : 5 = 14{,}54$

22
 27
  20

Odpověď: Martin ujel za pět dní celkem 72,7 kilometrů. Jeho průměrná denní hodinová rychlost byla 14,54 kilometrů.

2) Rozhodčí vytyčili na plaveckých závodech trať ve tvaru nepravidelného pětiúhelníku. První strana byla 34,3 m dlouhá, druhá byla o 120 cm delší. Třetí strana měřila 0,058 km. Čtvrtá měřila 65,4 m a pátá byla o 14,83 m delší než čtvrtá. Vypočítej, jak dlouhou trať museli závodníci uplavat.

[3]

1. strana	34,3 m	34,3
2. strana	34,3 m + 1,2 m = 35,5 m	35,5
3. strana	0,058 km = 58 m	58
4. strana	65,4 m	65,4
5. strana	65,4 m + 14,83 m = 80,23 m	80,23
		‒ ‒ ‒ ‒
		273,43

Odpověď: Závodníci museli uplavat celkem 273,43 metrů.

b) geometrické

3) Trojúhelník má délku jednotlivých stran 15,4 cm; 7,8 cm a 12,6 cm. Jaký je jeho obvod? O kolik centimetrů se zvětší jeho obvod, jestliže se jeho nejdelší strana zvětší o 18 mm a jeho nejkratší strana se zmenší o 0,9 cm?

Obvod: $15{,}4\ cm + 7{,}8\ cm + 12{,}6\ cm = 35{,}8\ cm.$

Strany trojúhelníku po úpravě:

$$1.\,strana = 15{,}4\ cm + 1{,}8\ cm = 17{,}2\ cm$$
$$2.\,strana = 7{,}8\ cm - 0{,}9\ cm = 6{,}9\ cm$$
$$3.\,strana = 12{,}6\ cm$$
$$Obvod{:}\ 17{,}2\ cm + 6{,}9\ cm + 12{,}6\ cm = 36{,}7\ cm$$

O kolik centimetrů se zvětší jeho obvod?

$$36{,}7 - 35{,}8 = 0{,}9\ cm$$

Odpověď: Obvod trojúhelníku se zvětší o 0,9 centimetrů.

Poznámka: Pokud se nám jedna strana zvětší o 18 mm a druhá strana zmenší o 0,9 cm, celkově se nám tedy obvod trojúhelníku zvětší o 0,9 mm (1,8 cm – 0,9 cm). Není tedy nutné počítat délku jednotlivých stran a obvody trojúhelníku před změnou velikostí stran a po změně velikostí stran.

4) Obdélník má celkový obsah 1529,34 cm^2. Jeho kratší strana má délku 35,9 cm. Kolik centimetrů měří jeho delší strana? Vypočítej obvod obdélníku.

$S = a \cdot b$

$1529{,}34 = 35{,}9 \ \cdot b$

$b = 1529{,}34 : 35{,}9$

$1529{,}34 : 35{,}9 = / \cdot 10$

$15293{,}4 : 359 = 42{,}6$
 0933
  2154
   000

$O = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

$O = 2 \cdot 35{,}9 + 2 \cdot 42{,}6$

$O = 71{,}8 + 85{,}2$

$O = 157\ cm.$

Odpověď: Delší strana obdélníku měří 42,6 centimetrů. Celkový obvod obdélníku je 157 centimetrů.

c) ekonomické

5) Jana koupila v obchodě 2,5 kg jablek po 23,80 Kč/kg, 2 kg pomerančů po 29,60 Kč/kg a 0,4 kg mrkve za 12,50 Kč/kg. Stačilo Janě 150 Kč?

Jablka:
23,80
· 2,5
— — —
11900
4760
— — — —
59,500

Mrkev:
12,50
· 0,4
— — —
5,000

Pomeranče:
29,60
· 2
— — —
59,20

Celkem: 58,50 Kč + 5 Kč + 59,20 Kč = 122,70 Kč

Odpověď: Jana zaplatila za celý nákup 122,70 Kč. Na nákup ji tedy 150 Kč stačilo.

6) Lenka nasbírala 11,6 kg papíru, Jirka nasbíral o 0,8 kg více než Lenka a Martin nasbíral o 1,7 kg méně než Jirka. Kolik kilogramů papíru nasbíraly všechny děti celkem?

Lenka 11,6 kg
Jirka 11,6 kg + 0,8 kg = 12,4 kg
Martin 12,4 kg – 1,7 kg = 10,7 kg

Celkem: $11{,}6\ \text{kg} + 12{,}4\ \text{kg} + 10{,}7\ \text{kg} = 34{,}7\ \text{kg}$

Odpověď: Děti nasbíraly celkem 34,7 kg papíru.

d) pracovní

7) Při pokusu naléval učitel neznámou kapalinu do skleněného odměrného válce. Po nalití jedné kádinky stoupla hladina kapaliny o 4,5 cm. Kolik stejných kádinek učitel nalil do válce, jestliže kapalina ve válci nakonec dosahovala do výšky 76,5 cm?

Jedno nalití … hladina stoupne o $4{,}5$ cm

Výška kapaliny v kádince … $76{,}5$ cm

$76{,}5 : 4{,}5 = /\cdot 10$
$765 : 45 = 17$
315
$\ 00$

Odpověď: Učitel nalil do válce celkem 17 stejných kádinek.

8) Řidič ujel 576,1 kilometrů a spotřeboval 42,3 litrů nafty. Kolik korun bude fakturovat přepravní společnosti za 1 kilometr, když jeden litr nafty stojí 36,20 korun? Výsledek zaokrouhli na dvě desetinná místa.

[8]

Celkem za naftu:

$$
\begin{array}{l}
42{,}3 \\
\cdot\, 36{,}20 \\
- - - \\
\quad 0000 \\
\quad 846 \\
\;\, 2538 \\
1269 \\
- - - \\
1531{,}260
\end{array}
$$

cena za 1 km:

$$
\begin{array}{l}
1531{,}26 : 576{,}1 = / \cdot 10 \\
15312{,}6 : 5761 = 2{,}657 \\
\;\; 37906 \\
\quad 33400 \\
\quad\; 45950 \\
\qquad 5623
\end{array}
$$

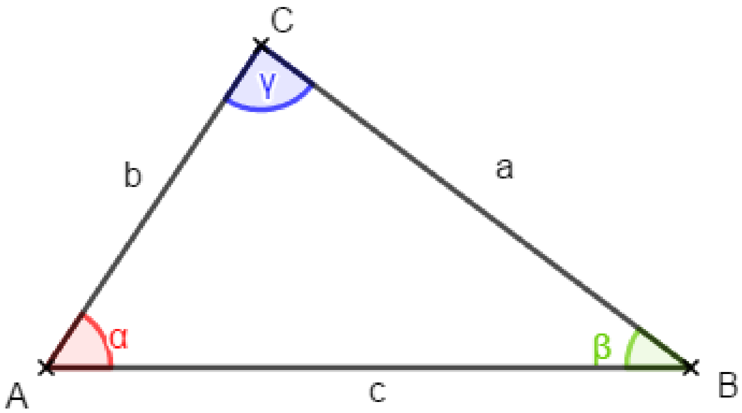
Cena za 1 kilometr: $2{,}657 \doteq 2{,}66$ Kč

Odpověď: Řidič fakturoval přepravní společnosti za 1 kilometr jízdy 2,66 Kč.

3. Trojúhelník

3.1. Konstrukce podle vět SSS, SUS a USU

Trojúhelník je rovinný útvar určený třemi body, které neleží na jedné přímce. Zapisujeme $\triangle ABC$.



Obrázek 4 – obecný trojúhelník

A, B, C vrcholy trojúhelníku

a, b, c strany trojúhelníku

α, β, γ vnitřní úhly trojúhelníku

- strana a leží proti vrcholu A, $a = BC; a = |BC|$, tedy strana a je úsečkou strany BC a strana a je rovna délce úsečky BC
- strana b leží proti vrcholu B, $b = AC; b = |AC|$, tedy strana b je úsečkou strany AC a strana a je rovna délce úsečky AC
- strana c leží proti vrcholu C, $c = AB; c = |AB|$, tedy strana c je úsečkou strany AB a strana c je rovna délce úsečky AB

- úhel α leží při vrcholu A, $\alpha = \sphericalangle BAC;\ \alpha = |\sphericalangle BAC|$, tedy úhel α můžeme také napsat jako $\sphericalangle BAC$ a velikost úhlu α je rovna velikosti $\sphericalangle BAC$
- úhel β leží při vrcholu B, $\beta = \sphericalangle ABC;\ \beta = |\sphericalangle ABC|$, tedy úhel β můžeme také napsat jako $\sphericalangle ABC$ a velikost úhlu β je rovna velikosti $\sphericalangle ABC$

- úhel γ leží při vrcholu C, $\gamma = \sphericalangle ACB$; $\gamma = |\sphericalangle ACB|$, tedy úhel γ můžeme také napsat jako $\sphericalangle ACB$ a velikost úhlu γ je rovna velikosti $\sphericalangle ACB$

Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180°. Tedy $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Pro každý trojúhelník platí trojúhelníková nerovnost. Součet délek dvou stran musí být větší než délka třetí strany. Není-li splněna trojúhelníková nerovnost, trojúhelník nelze sestrojit.

$$a + b > c$$
$$a + c > b$$
$$b + c > a$$

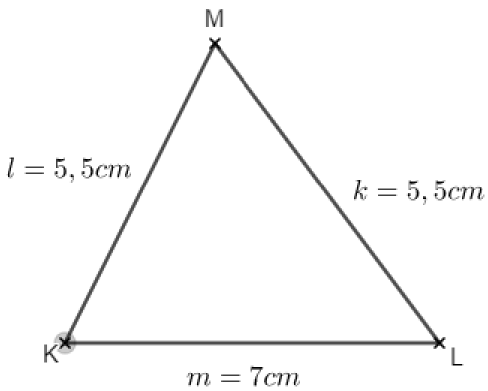
Následující slovní úlohy jsou zaměřeny na konstrukci trojúhelníku, pokud známe:

a) tři strany (věta SSS)
b) dvě strany a úhel jimi sevřený (věta SUS)
c) jedna strana a dva úhly k ní přilehlé (věta USU)

3.1.1. Slovní úlohy

1) Sestrojte trojúhelník KLM, jestliže $|KL| = 7\ cm, |LM| = 5{,}5\ cm, |KM| = 5{,}5\ cm.$ Určete typ trojúhelníku podle délek stran. Proveďte rozbor, postup a konstrukci.

Rozbor:

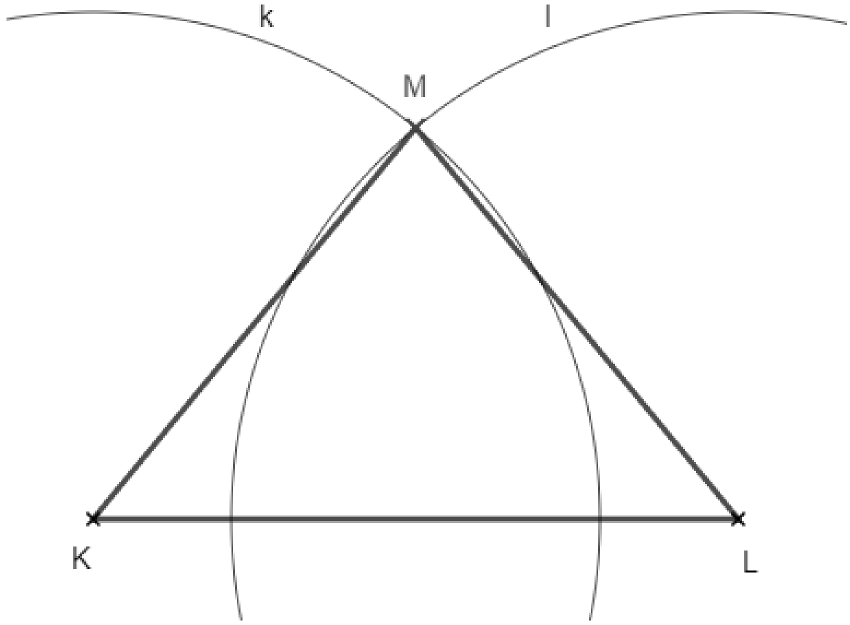


Obrázek 5 – rozbor trojúhelníku KLM

Postup:

1. $KL;\ |KL| = 7\ cm$
2. $k; k(K; 5{,}5\ cm)$
3. $l; l(L; 5{,}5\ cm)$
4. $M; M \in k \cap l$
5. $\triangle\ KLM$

Konstrukce:

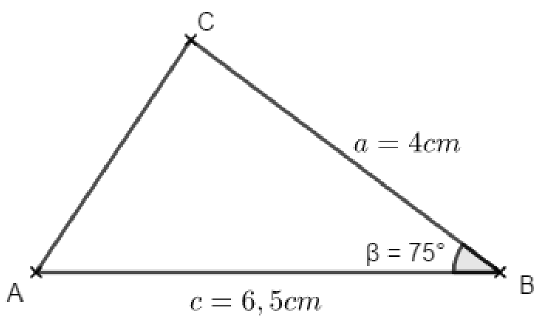


Obrázek 6 – konstrukce trojúhelníku KLM

Odpověď: Jedná se o rovnoramenný trojúhelník.

2) Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže $c = 6{,}5\ cm, a = 4\ cm, |\sphericalangle \mathrm{ABC}| = 75°$. Proveďte rozbor, postup a konstrukci.

Rozbor:

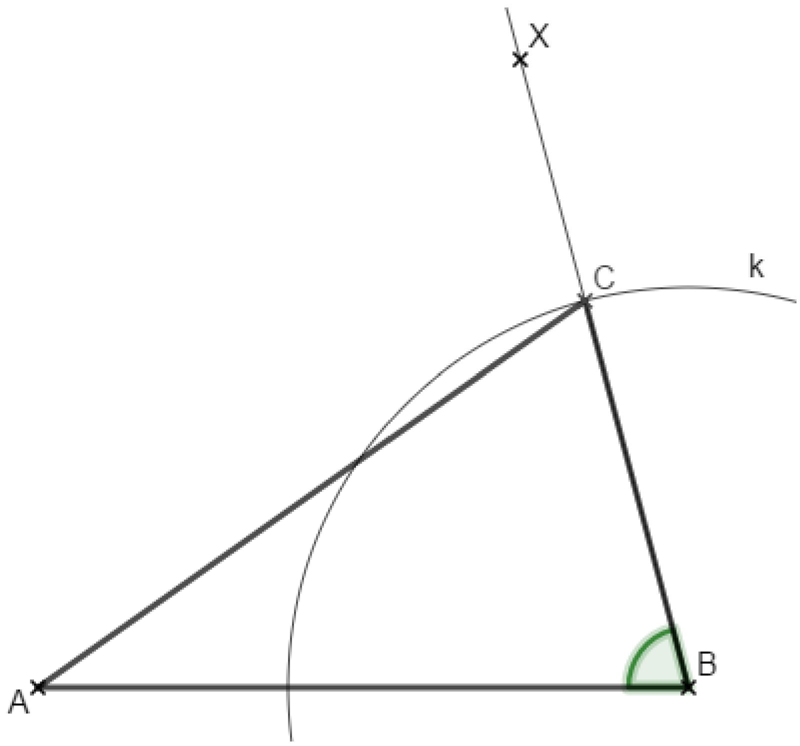


Obrázek 7 – rozbor trojúhelníku ABC

Postup:

1. AB; $|AB| = 6{,}5\ cm$
2. $\sphericalangle ABX$; $|\sphericalangle ABX| = 75°$
3. k; $k(B; 4\ cm)$
4. C; $C \in k \cap \mapsto BX$
5. $\triangle ABC$

Konstrukce:



Obrázek 8 – konstrukce trojúhelníku ABC

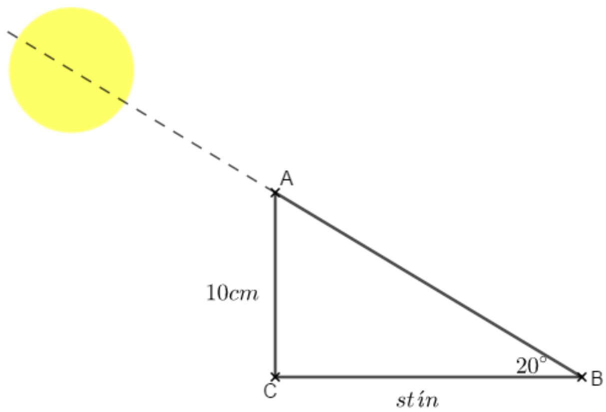
3) Narýsujte a změřte délku stínu, který by vrhala tyč dlouhá 10 metrů zapíchnutá kolmo na vodorovnou zemi ve chvíli, kdy slunce svítí pod úhlem 20°. Pro konstrukci použijte měřítko 1:100 (1 m = 1 cm).

Rozbor:

Jedná se o pravoúhlý trojúhelník. Abychom mohli trojúhelník narýsovat, musíme si dopočítat zbývající úhel u vrcholu A.

$$180° - 90° - 20° = 70°$$

$$|\sphericalangle BAC| = 70°$$

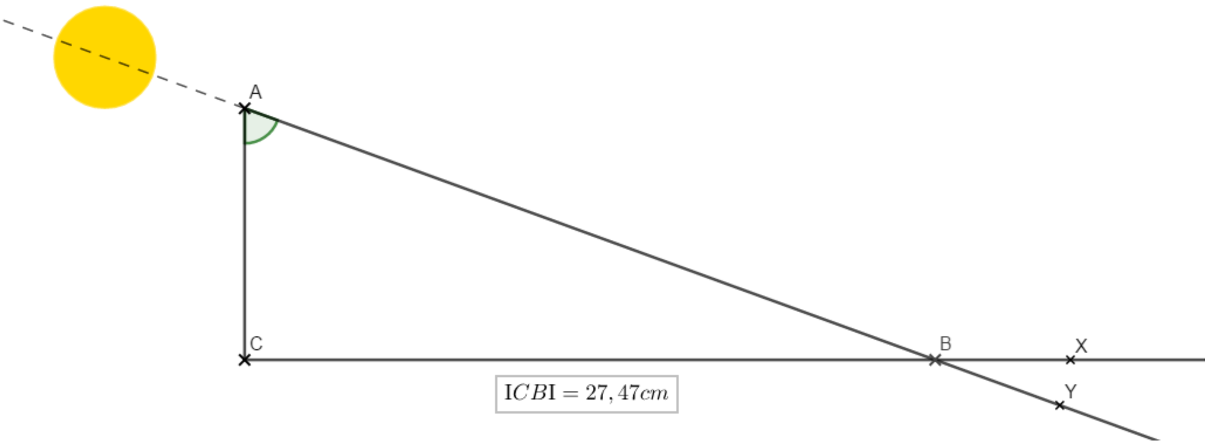


Obrázek 9 – rozbor slovní úlohy č.3

Postup:

1. AC; $|AC| = 10\ cm$
2. $\sphericalangle ACX$; $|\sphericalangle ACX| = 90°$
3. $\sphericalangle YAC$; $|\sphericalangle YAC| = 70°$
4. B; $B \in \mapsto CX\ \cap \mapsto AY$
5. $\triangle ABC$

Konstrukce:



Obrázek 10 – konstrukce slovní úlohy

Odpověď: V konstrukci je $|CB| = 27{,}47\ cm$. Slunce vrhá stín o délce 27,47 m.

3.2. Těžnice trojúhelníku

Těžnice je úsečka, která spojuje vrchol trojúhelníku se středem protější strany.

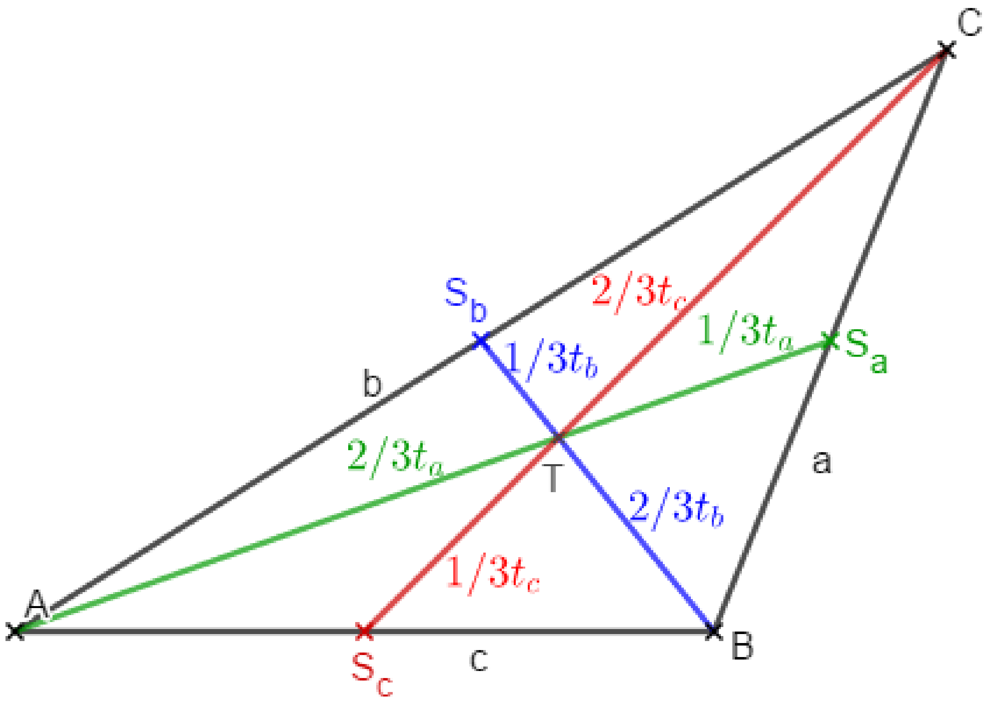
Těžnice trojúhelníku se protínají v jednom bodě – v těžišti, které značíme písmenem T. Těžiště rozdělí těžnici v poměru 2:1 od vrcholu trojúhelníku.

Měřením lze ukázat, že:

$$|TA| = 2 \cdot |TS_a| \qquad \text{nebo:} \qquad |TA| = \frac{2}{3}\, t_a$$

$$|TB| = 2 \cdot |TS_b| \qquad\qquad |TS_a| = \frac{1}{3} t_a$$

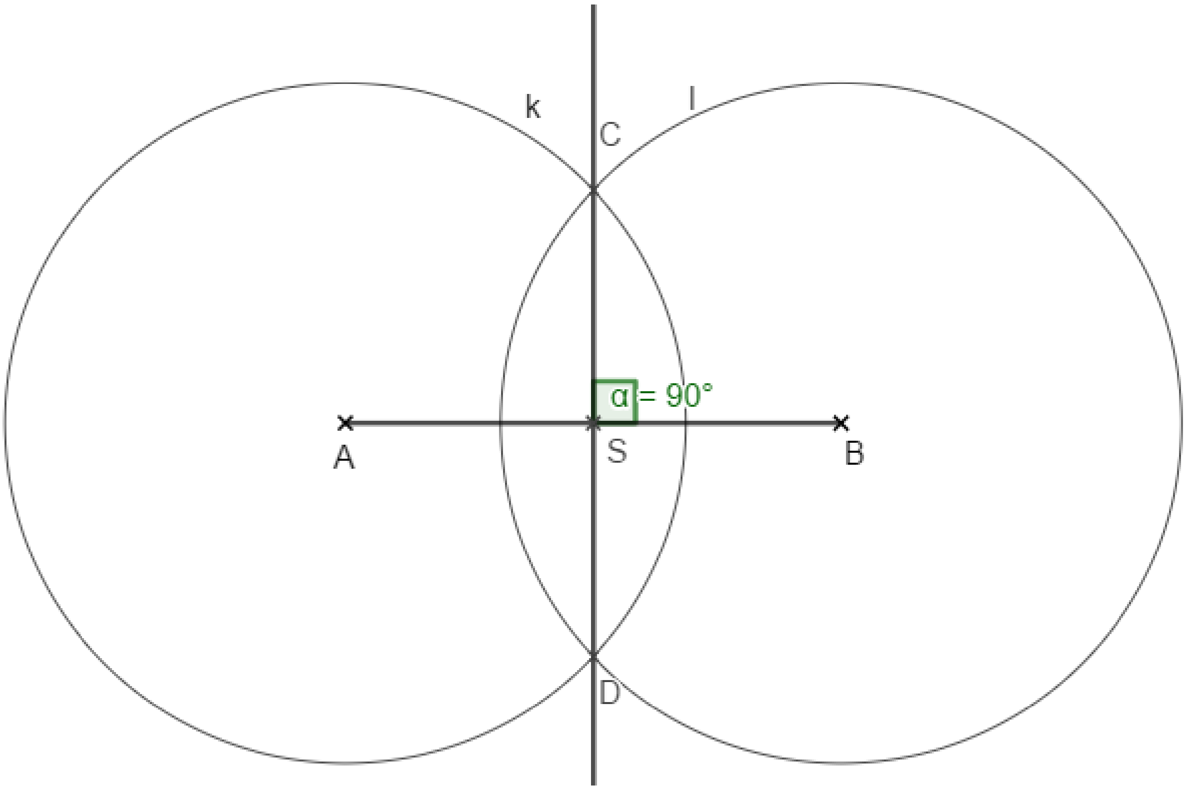
$$|TC| = 2 \cdot |TS_c|$$



Obrázek 11 – trojúhelník – těžnice

3.2.1. Dělení úsečky

Než se pustíme do řešení slovních úloh na těžnice, výšky a střední příčky, měli bychom umět rozdělit úsečku na polovinu. Rozdělení úsečky provádíme pomocí kružítka.



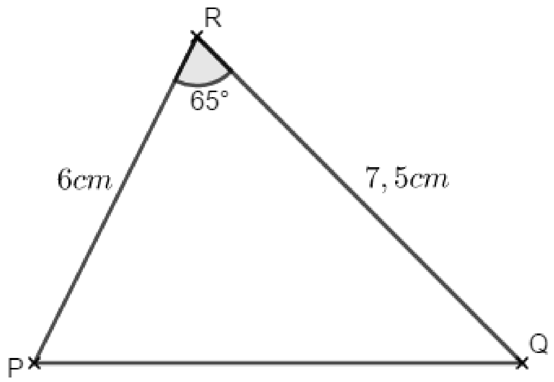
Obrázek 12 – střed úsečky

Na obr.12 je znázorněno rozdělení úsečky AB na polovinu. Střed této úsečky je bod S. Sestrojíme kružnice se středem v bodě A, a v bodě B o poloměru větším než polovina délky úsečky AB. V místě, kde se nám kružnice protnou, sestrojíme kolmici na úsečku AB. Průsečík této kolmice a úsečky AB je středem úsečky AB, tedy bod S. Body C, D jsou průsečíky kružnic k, l s kolmicí na úsečku AB.

3.2.2. Slovní úlohy

1) Narýsujte trojúhelník PQR, kde $|QR| = 7{,}5\ cm$; $|PR| = 6\ cm$; $|\sphericalangle PRQ| = 65°$. Poté sestrojte těžiště.

Rozbor:

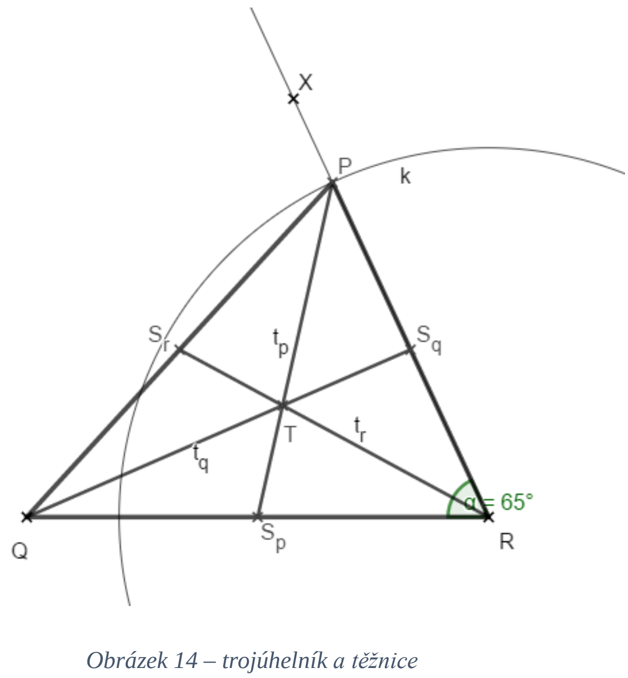


Obrázek 13 – rozbor trojúhelníku

Postup:

1. $QR; |QR| = 7{,}5\ cm$
2. $\sphericalangle XRQ;\ |\sphericalangle XRQ| = 65°$
3. $k; k(R; 6\ cm)$
4. $P; P \in k \cap \mapsto RX$
5. $\triangle PQR$
6. sestrojíme středy stran úseček PQ, QR, RP, které označíme ve stejném pořadí S_r, S_p, S_q. Jednotlivé vrcholy trojúhelníku spojíme s vzniklými středy stran a vzniklé úsečky označíme t_r, t_p, t_q.
7. $T; T \in t_p \cap t_q \cap t_r$

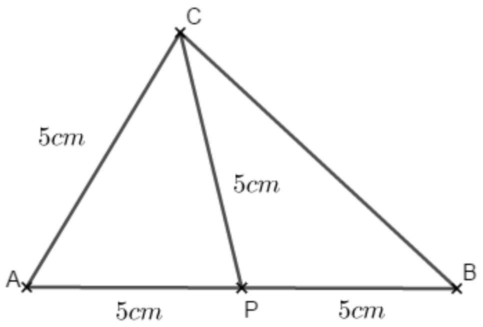
Konstrukce:



Obrázek 14 – trojúhelník a těžnice

2) Petříkovy rodiče mají zahrádku ve tvaru trojúhelníku. Když Petřík stál u plotu zahrádky, tak si všiml, že jeho vzdálenost od všech vrcholů trojúhelníku, který zahrádka tvoří, je 5 m. Tato vzdálenost odpovídá i délce jedné strany zahrádky. Narýsuj a změř všechny strany zahrádky. Pro konstrukci použij měřítko 1:100 (1 m = 1 cm).

Rozbor:



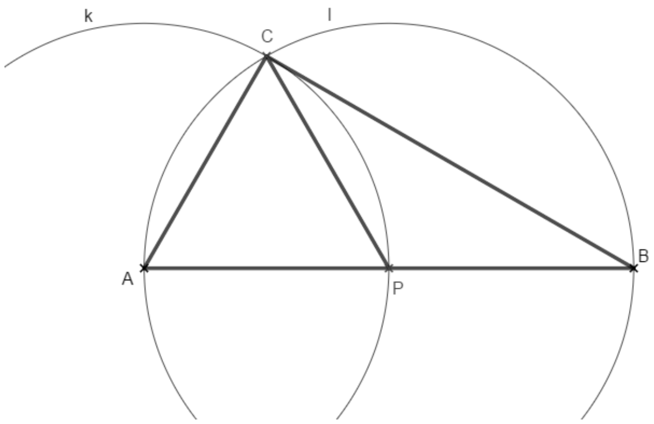
Obrázek 15 – rozbor slovní úlohy

Petřík stojí v bodě P. Z tohoto místa má ke všem vrcholům stejnou vzdálenost. Aby mohl mít k bodům A, B stejnou vzdálenost, stojí uprostřed této úsečky. Víme, že těžnice je úsečka z vrcholu na střed protější strany. Úsečka CP je tedy těžnice na úsečku AB.

Postup:

1. $AB;\ |AB| = 10\ cm$
2. $P; P \in AB;\ |AP| = |PB|$
3. $k; k(A; 5\ cm)$
4. $l; l(P; 5\ cm)$
5. $C; C \in k \cap l$
6. $\triangle\ ABC$

Konstrukce:



Obrázek 16 – konstrukce slovní úlohy

Vzdálenosti jednotlivých stran zahrádky:

$|AP| = |PB| = 5\ m$

$|AC| = 5\ m$

$|BC| = 8{,}66\ m$

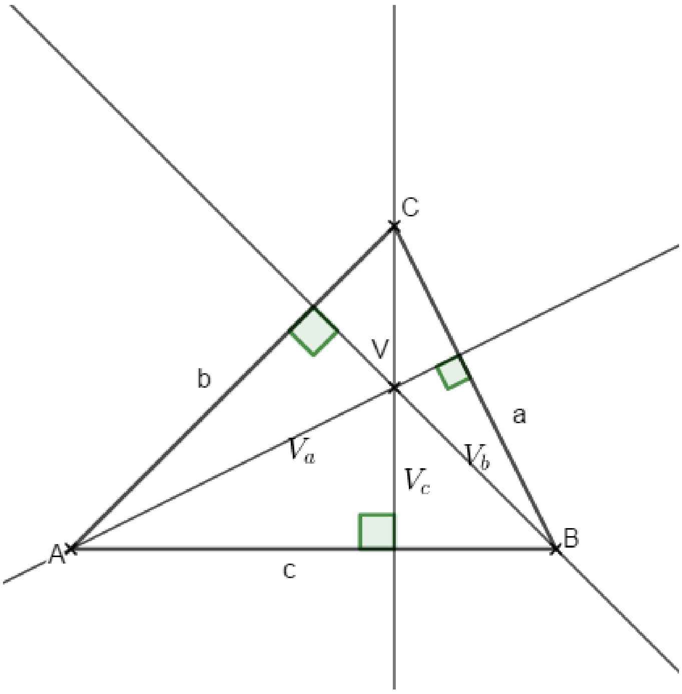
Odpověď: Třetí strana zahrádky má délku 8,66 metrů.

3.3. Výška trojúhelníku

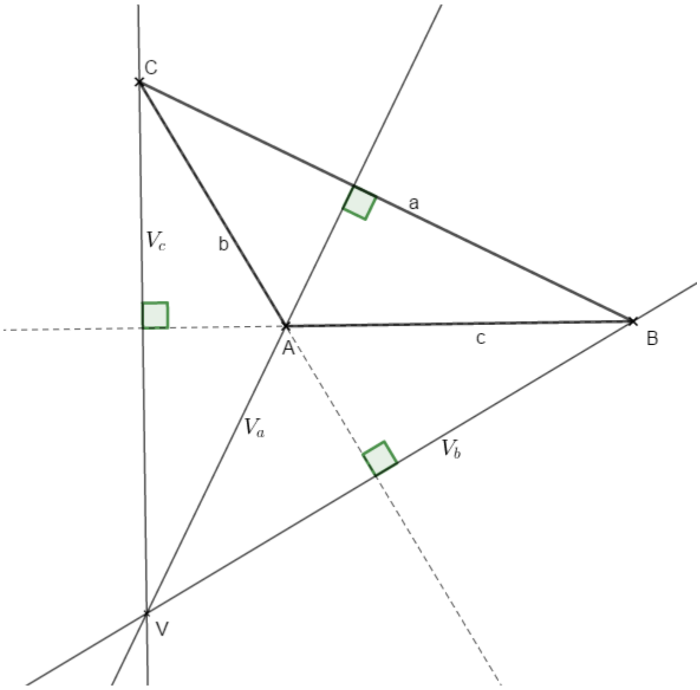
Výška v trojúhelníku je kolmice spuštěná z vrcholu na protější stranu. Přímky, na kterých leží výšky trojúhelníku, se protínají v jednom bodě – v průsečíku výšek, který značíme V.

[5]

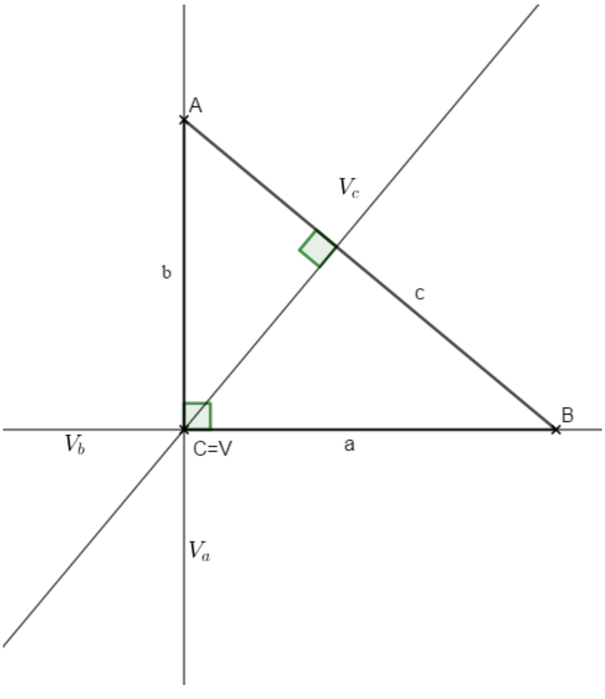
Průsečík výšek se podle typu trojúhelníku nachází na jiném místě. V ostroúhlém trojúhelníku se nachází průsečík výšek uvnitř trojúhelníku, v tupoúhlém trojúhelníku se nachází průsečík vně trojúhelníku a v pravoúhlém trojúhelníku ve vrcholu pravého úhlu.



Obrázek 17 – trojúhelník – výšky v ostroúhlém trojúhelníku



Obrázek 18 – trojúhelník – výšky v tupoúhlém trojúhelníku

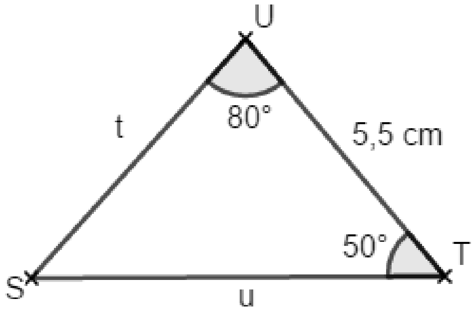


Obrázek 19 – trojúhelník – výšky v pravoúhlém trojúhelníku

3.3.1. Slovní úlohy

1) Sestrojte trojúhelník STU, kde $|TU| = 5{,}5\ cm$; $|\sphericalangle STU| = 50°$, $|\sphericalangle TUV| = 80°$. Poté sestroj průsečík výšek tohoto trojúhelníku.

Rozbor:

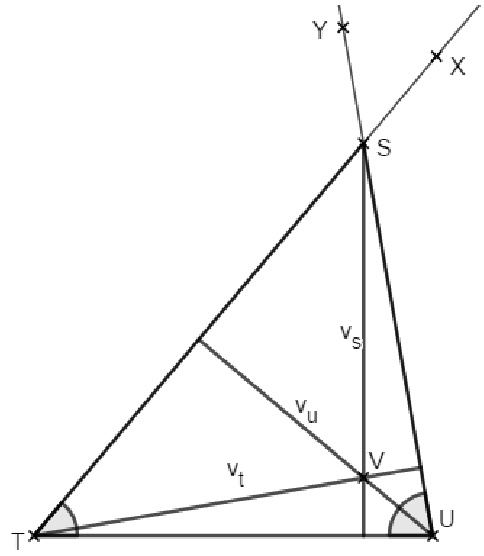


Obrázek 20 – rozbor – trojúhelník

Postup:

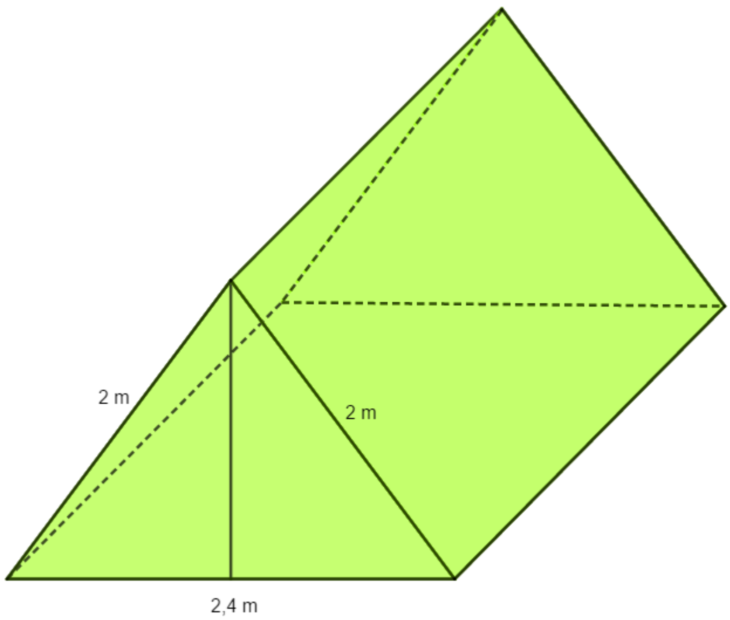
1. TU; $|TU| = 5{,}5\ cm$
2. $\sphericalangle XTU$; $|\sphericalangle XTU| = 50°$
3. $\sphericalangle TUY$; $|\sphericalangle TUY| = 80°$
4. $S; S \in \mapsto TX \ \cap \mapsto UY$
5. $\triangle STU$
6. z bodů S, T, U sestrojíme kolmici na úsečky ST, TU, SU a v tomto pořadí je pojmenujeme v_s, v_t, v_u.

Konstrukce:



Obrázek 21 – konstrukce trojúhelníku – výšky

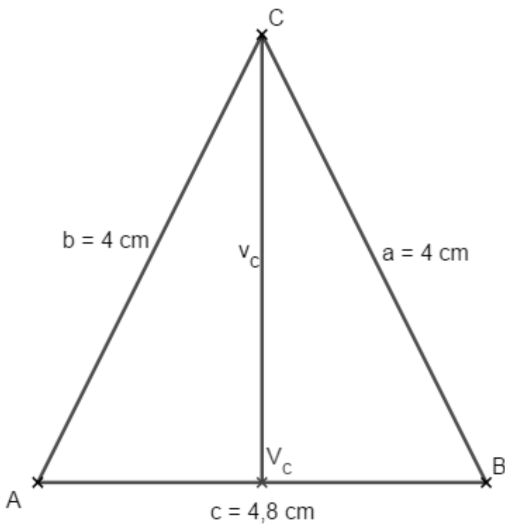
2) Tomáš s Markem si chtějí postavit stan, který má čelní stranu ve tvaru rovnoramenného trojúhelníku. Stan má šířku podlahy 2,4 m a délku šikmé střechy 2 m. Kluci ztratili jednu opěrnou tyč, která je kolmo k podlaze a opírá se o špičku stanu (viz obrázek č.22). Jak dlouhou tyč budou potřebovat? Pro konstrukci použijte měřítko 1:50 (1 cm = 0,5 m, tedy 2 cm = 1 m).



Obrázek 22 – stan

Z obrázku je vidět, že chybějící tyč je vlastně výškou v trojúhelníku.

Rozbor:

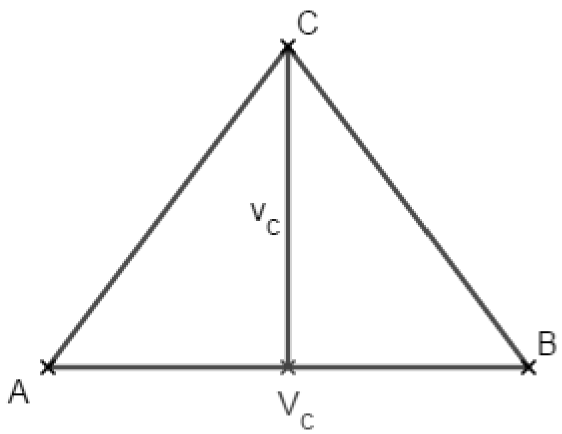


Obrázek 23 – rozbor slovní úlohy

Postup:

1. $AB;\ |AB| = 4{,}8\ cm$
2. $k; k(A; 4\ cm)$
3. $l; l(B; 4\ cm)$
4. $C; C \in k \cap l$
5. $\triangle\ ABC$
6. sestrojíme kolmici z vrcholu C na stranu c

Konstrukce:



Obrázek 24 – konstrukce slovní úlohy

Nyní, když máme trojúhelník narýsovaný, nám už pouze zbývá změřit délku výšky $v_c = |CV_c|$. Při přesném rýsování a měření zjistíme, že úsečka $|CV_c|$ má délku 3,2 cm. Protože jsme ale rýsovali v měřítku 1 cm = 2 m, převedeme tuto vzdálenost podle měřítka.

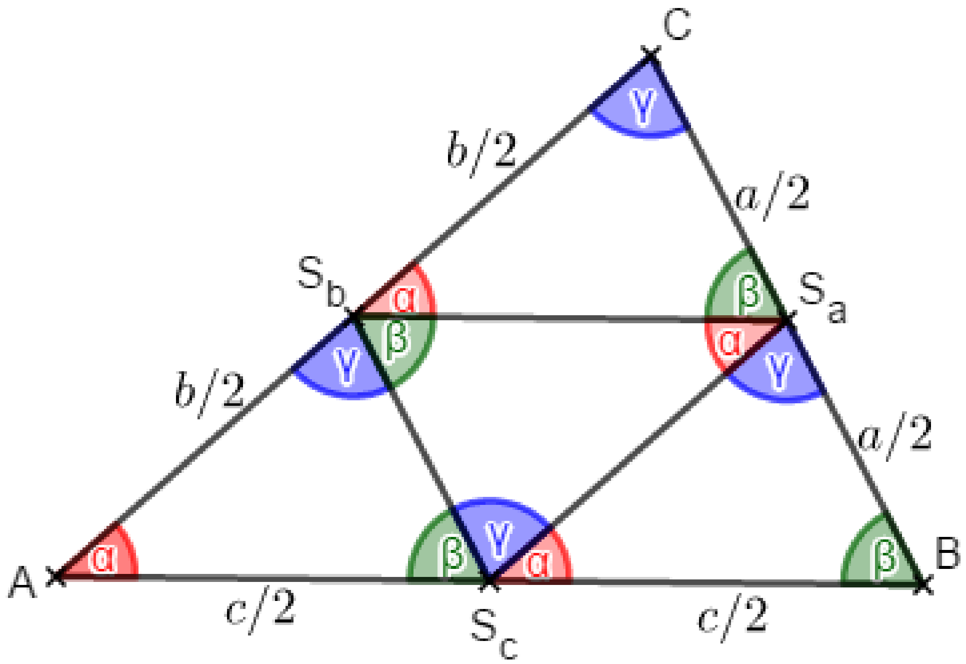
$3{,}2 : 2 = 1{,}6$ m.

Odpověď: Kluci potřebuji tyč o délce 1,6 m.

3.4. Střední příčky

Střední příčka trojúhelníku spojuje vždy středy dvou stran a je rovnoběžná s třetí stranou.

[5]



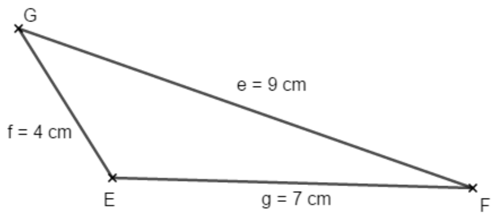
Obrázek 25 – trojúhelník – střední příčky

Na obr. č.25 jsou znázorněny střední příčky v trojúhelníku. Na obrázku je i vidět, že střední příčky rozdělí trojúhelník na čtyři stejné trojúhelníky. Střední příčka má poloviční délku strany, se kterou je rovnoběžná.

3.4.1. Slovní úlohy

1) Sestrojte trojúhelník EFG, kde $|EF| = 7\ cm$; $|EG| = 4\ cm$; $|FG| = 9\ cm$. Poté v tomto trojúhelníku sestrojte střední příčky. Změřte vzdálenost jednotlivých středních příček.

Rozbor:

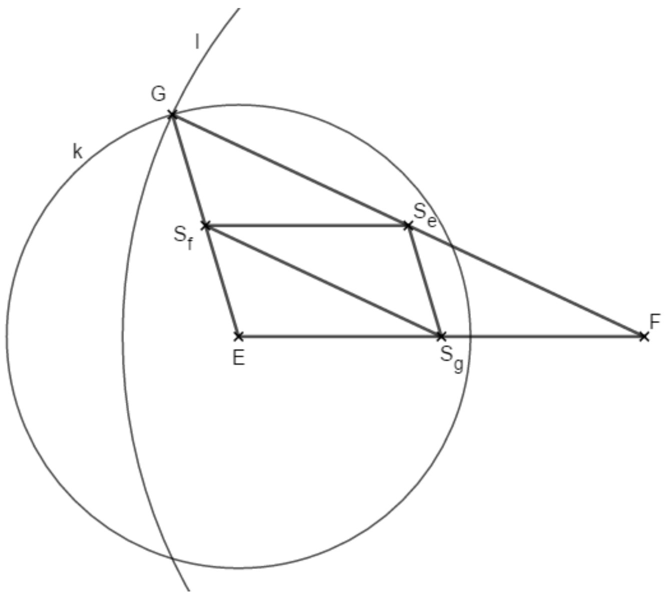


Obrázek 26 – rozbor slovní úlohy

Postup:

1. EF; $|EF| = 7\ cm$
2. k; $k(E; 4\ cm)$
3. l; $l(F; 9\ cm)$
4. G; $G \in k \cap l$
5. $\triangle\ EFG$
6. sestrojíme středy stran EF, FG, EG, které v tomto pořadí pojmenujeme S_g, S_e, S_f.
7. spojíme vrcholy S_e, S_f, S_g

Konstrukce:



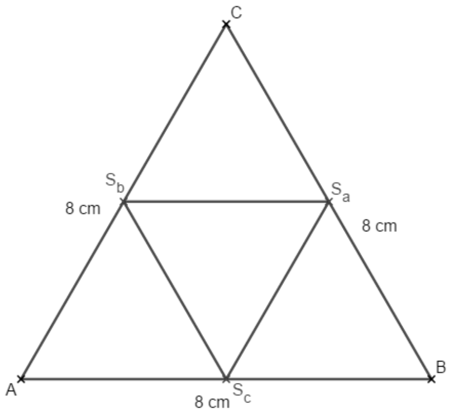
Obrázek 27 – konstrukce trojúhelníku EFG

Odpověď: Vzdálenosti jednotlivých středních příček jsou:

$|S_eS_f| = \frac{1}{2}|EF| = 3{,}5\ cm$, $|S_fS_g| = \frac{1}{2}|FG| = 4{,}5\ cm$, $|S_eS_g| = \frac{1}{2}|EG| = 2\ cm$.

2) Maminka má zahradu ve tvaru trojúhelníku, kde všechny její strany jsou o stejné délce 8 metrů. Zahradu si chce rozdělit pomocí chodníčků na 4 stejné trojúhelníkové části. Kolik metrů celkem budou chodníčky mít? Situaci znázorněte a délku chodníčku změřte. Pro konstrukci použijte měřítko 1:100 (1 cm = 1 m).

Rozbor:

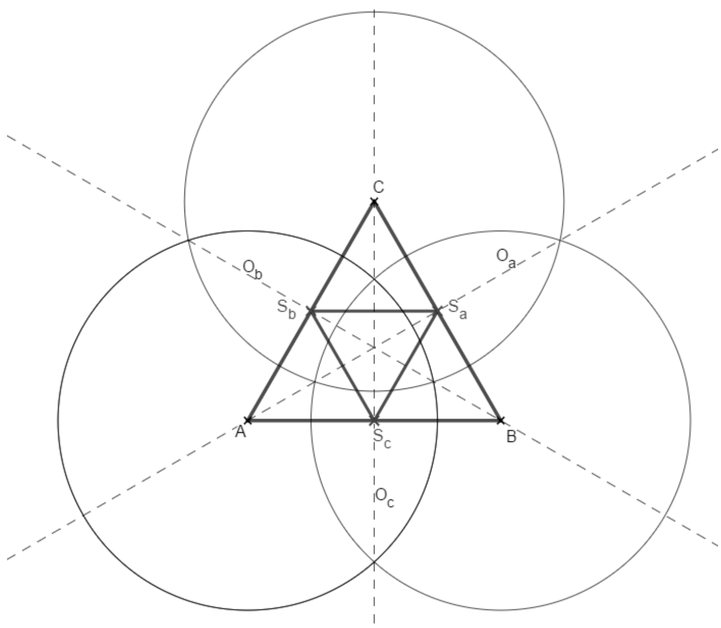


Obrázek 28 – rozbor slovní úlohy – zahrádka

Postup:

1. AB; $|AB| = 8\ cm$
2. k; $k(A; 8\ cm)$
3. l; $l(B; 8\ cm)$
4. C; $C \in k \cap l$
5. $\triangle\ ABC$
6. sestrojíme středy stran AB, BC, AC, které v tomto pořadí pojmenujeme S_c, S_a, S_b.
7. spojíme vrcholy S_a, S_b, S_c

Konstrukce:



Obrázek 29 – konstrukce slovní úlohy

Nyní, pokud jsme správně a přesně rýsovali, si změříme délku jednotlivých středních příček, které jsou zároveň chodníčky mezi jednotlivými záhonky. Jednotlivé střední příčky mají délku 4 cm, tedy v našem měřítku 4 m. Celková délka všech tří chodníčků je tedy 12 m.

Poznámka: Ze znalosti o středních příčkách víme, že střední příčka je vždy rovnoběžná s jednou stranou trojúhelníku a její délka je právě polovina rovnoběžné strany. Můžeme si tedy celkovou délku chodníčků ověřit i výpočtem.

Odpověď: Celková délka všech tří chodníčků je 12 metrů.

3.5. Kružnice opsaná

Kružnice opsaná trojúhelníku je kružnice, která prochází všemi třemi vrcholy tohoto trojúhelníku.

Střed kružnice opsané trojúhelníku leží v průsečíku os stran trojúhelníku. Průsečík os stran trojúhelníku je vždy jen jeden.

Osa úsečky je kolmice k úsečce procházející jejím středem.

Poloměr kružnice opsané trojúhelníku je vzdálenost průsečíku os stran (středu kružnice) od libovolného vrcholu trojúhelníku.

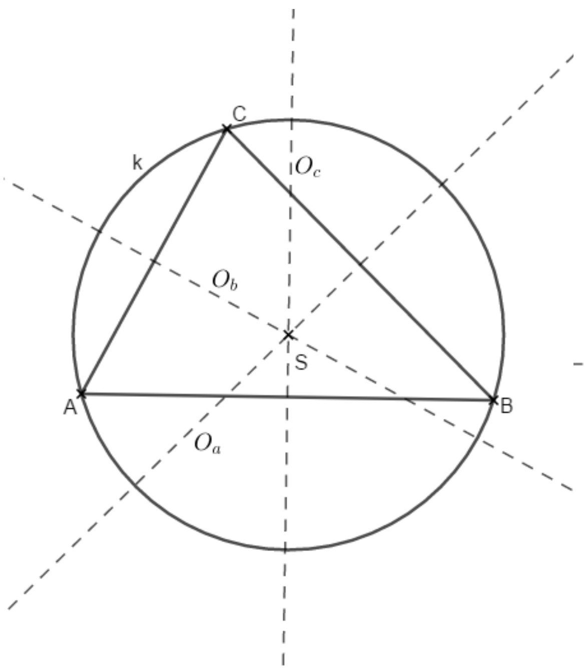
K určení středu kružnice opsané trojúhelníku stačí sestrojit průsečík os pouze dvou stran.

Střed kružnice opsané ostroúhlému trojúhelníku leží uvnitř trojúhelníku.

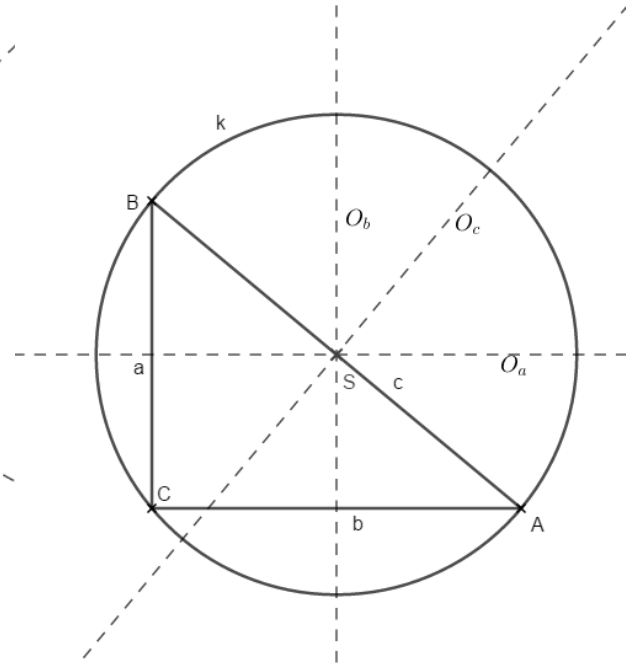
Střed kružnice opsané pravoúhlému trojúhelníku leží na přeponě trojúhelníku.

Střed kružnice opsané tupoúhlému trojúhelníku leží vně trojúhelníku.

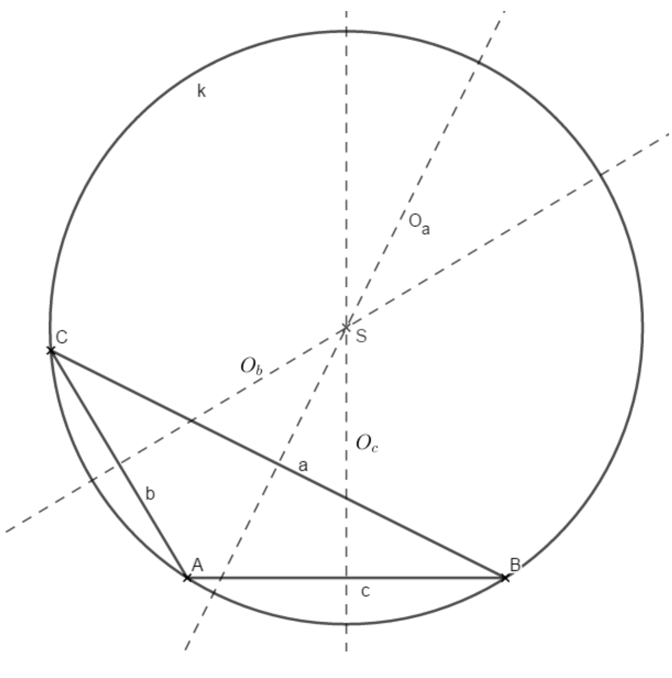
[4]



Obrázek 30 – kružnice opsaná v ostroúhlém trojúhelníku



Obrázek 31 – kružnice opsaná v pravoúhlém trojúhelníku

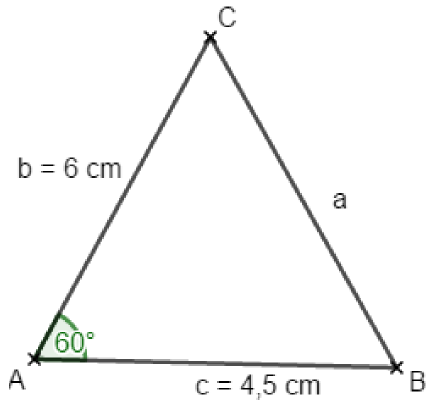


Obrázek 32 – kružnice opsaná v tupoúhlém trojúhelníku

3.5.1. Slovní úlohy

1) Sestrojte trojúhelník ABC, kde $|AB| = 4{,}5\ cm$; $|AC| = 6\ cm$; $|\sphericalangle BAC| = 60°$. Sestrojte kružnici opsanou tohoto trojúhelníku.

Rozbor:

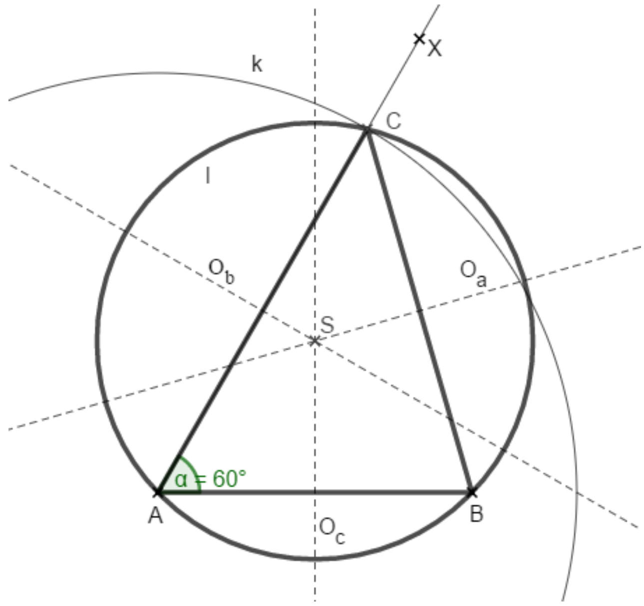


Obrázek 33 – rozbor slovní úlohy

Postup:

1. $AB; |AB| = 4{,}5\ cm$
2. $\sphericalangle XAB;\ |\sphericalangle XAB| = 60°$
3. $k; k(A; 6\ cm)$
4. $C; C \in k \cap \mapsto AX$
5. $\triangle ABC$
6. Sestrojíme osy stran a jejich průsečík označíme S
7. sestrojíme kružnici opsanou se středem S a poloměrem o vzdálenosti od bodu S k libovolnému z bodů A, B, C

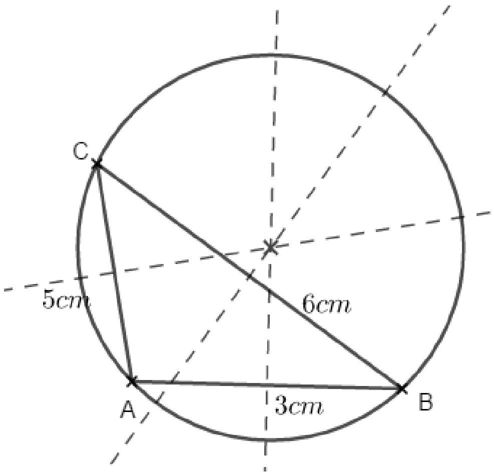
Konstrukce:



Obrázek 34 – konstrukce kružnice opsané

2) Na zahradě máme 3 stromy. Chceme vybudovat kruhový rybník, který bude co největší, a to tak, aby všechny 3 stromy byly na břehu rybníčku. Vzdálenosti mezi jednotlivými stromy jsou 3 m, 5 m a 6 m. Narýsuj a změř, jaký bude průměr rybníku. Pro konstrukci použij měřítko 1:100 (1 m = 1 cm).

Rozbor:

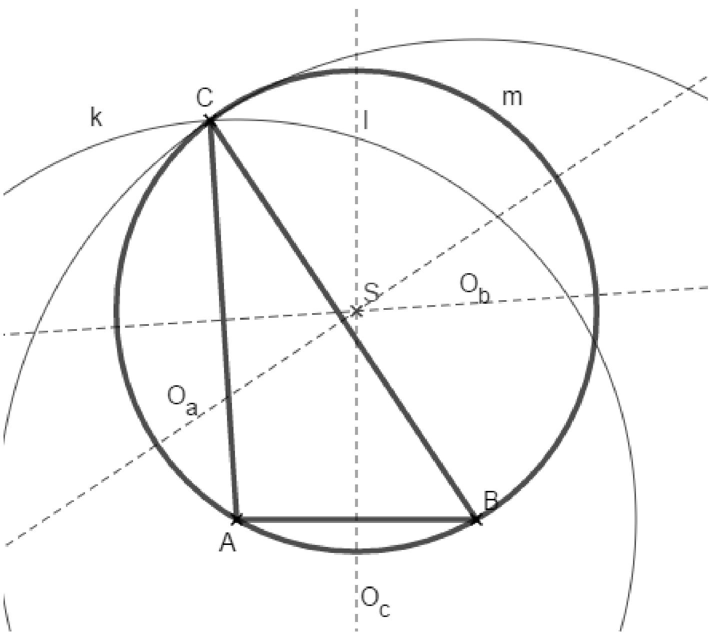


Obrázek 35 – rozbor slovní úlohy

Postup:

1. AB; $|AB| = 3\ cm$
2. k; $k(A; 5\ cm)$
3. l; $l(B; 6\ cm)$
4. C; $C \in k \cap l$
5. $\triangle\ ABC$
6. sestrojíme osy stran a jejich průsečík je střed kružnice opsané (kružnice m)

Konstrukce:



Obrázek 36 – konstrukce slovní úlohy

Odpověď: Průměr rybníku je 6 m.

4. Objem a povrch krychle a kvádru

4.1. Povrch

Základní jednotkou povrchu je metr čtverečný – označení m^2.

$$\begin{tikzcd}
mm^2 \arrow[r, bend left, ":100"] & cm^2 \arrow[l, bend left, "\cdot 100"] \arrow[r, bend left, ":100"] & dm^2 \arrow[l, bend left, "\cdot 100"] \arrow[r, bend left, ":100"] & m^2 \arrow[l, bend left, "\cdot 100"] \arrow[r, bend left, ":100"] & a \arrow[l, bend left, "\cdot 100"] \arrow[r, bend left, ":100"] & ha \arrow[l, bend left, "\cdot 100"] \arrow[r, bend left, ":100"] & km^2 \arrow[l, bend left, "\cdot 100"]
\end{tikzcd}$$

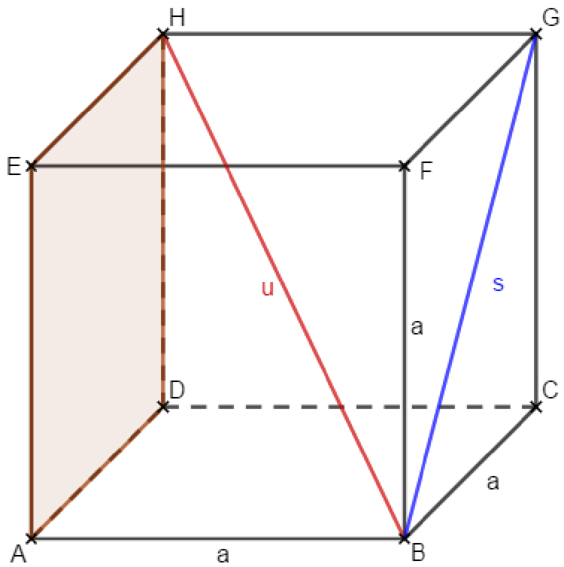
4.2. Objem

Základní jednotkou objemu je metr krychlový – označení m^3.

$$\begin{tikzcd}
mm^3 \arrow[r, bend left, ":1000"] & cm^3 = ml \arrow[l, bend left, "\cdot 1000"] \arrow[r, bend left, ":1000"] & dm^3 = l \arrow[l, bend left, "\cdot 1000"] \arrow[r, bend left, ":1000"] & m^3 \arrow[l, bend left, "\cdot 1000"]
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
ml \arrow[r, bend left, ":10"] & cl \arrow[l, bend left, "\cdot 10"] \arrow[r, bend left, ":10"] & dl \arrow[l, bend left, "\cdot 10"] \arrow[r, bend left, ":10"] & l \arrow[l, bend left, "\cdot 10"] \arrow[r, bend left, ":100"] & hl \arrow[l, bend left, "\cdot 100"]
\end{tikzcd}$$

4.3. Krychle



Obrázek 37 – krychle

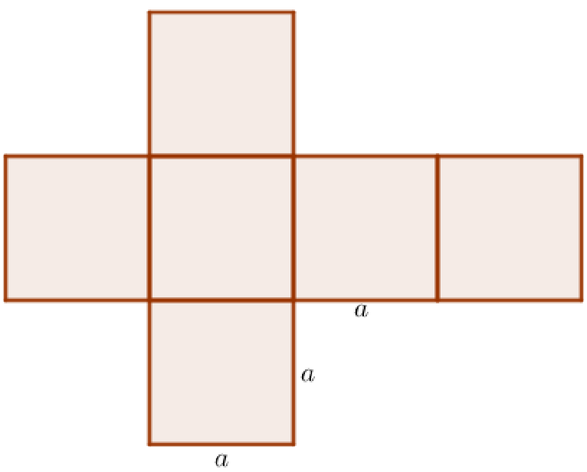
- má 8 vrcholů
- má 12 stejně dlouhých hran
- všechny stěny jsou shodné
- každé dvě protější stěny krychle jsou rovnoběžné
- každé dvě sousední stěny jsou kolmé
- každé dvě protější hrany krychle jsou rovnoběžné
- každé dvě sousední hrany jsou kolmé
- úsečka u se nazývá tělesová úhlopříčka
- úsečka s se nazývá stěnová úhlopříčka

[4]

4.3.1. Povrch krychle

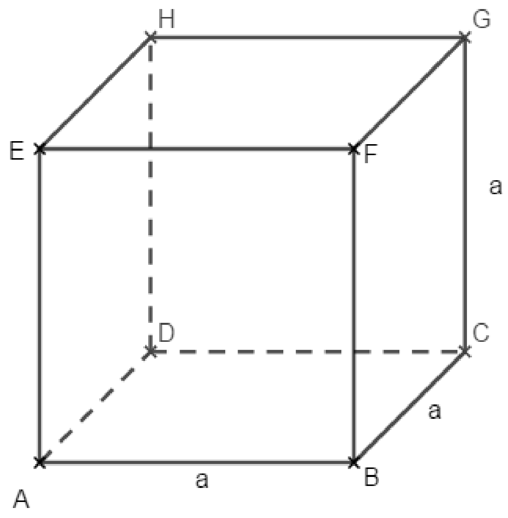
Povrch krychle je složen ze 6 stejných čtverců. Vzorec pro povrch krychle je tedy:

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$



Obrázek 38 – síť krychle

4.3.2. Objem krychle



Obrázek 39 – model krychle

$$V = a \cdot a \cdot a$$

4.3.3. Slovní úlohy

Povrch krychle

a) sportovní

1) Sportovní klub potřebuje potáhnout 12 molitanových krychlí novým potahem. Kolik metrů čtverečných látky budou potřebovat, jestliže délka hrany jedné krychle je 130 cm?

Výpočet plochy jedné molitanové krychle:

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot 130 \cdot 130$$

$$S = 101\,400\ cm^2 = 10{,}14\ m^2$$

Spotřeba látky na 12 molitanových krychlí: $10{,}14 \cdot 12 = 121{,}68$ m^2

Odpověď: Na potažení 12 molitanových krychlí je potřeba 121,68 m^2 látky.

2) Potápěči si chtějí zrenovovat bazén, který je ve tvaru krychle o hloubce 35 m. Kolik m^2 kachliček musí objednat?

V této slovní úloze nesmíme zapomenout, že nebudeme pokrývat kachličkami jednu stěnu. Upravíme tedy obecný vzoreček:

$$S = 5 \cdot a \cdot a$$

$$S = 5 \cdot 35 \cdot 35$$

$$S = 6125\ m^2$$

Odpověď: Potápěči musí objednat celkem 6125 m^2 kachliček.

b) geometrické

3) Celková plocha krychle je 486 cm^2. O kolik cm^2 se zmenší její plocha, jestliže délku hrany krychle zmenšíme o 2,5 cm?

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$486 = 6 \cdot a \cdot a$

$81 = a \cdot a$

$a = 9$

Krychle o celkové ploše 486 cm^2 má délku hrany 9 cm.

Zmenšená krychle – výpočet délky hrany: $9\ cm - 2{,}5\ cm = 6{,}5\ cm$

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$S = 6 \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}5$

$S = 253{,}5\ cm^2$

Výpočet rozdílu ploch krychlí: $486\ cm^2 - 253{,}5\ cm^2 = 232{,}5\ cm^2$

Odpověď: Rozdíl mezi původní a zmenšenou krychlí je 232,5 cm^2.

4) V dětské stavebnici je 12 kostek (krychlí), každá kostka má povrch 96 cm^2. Jak vysoký komín lze z těchto kostek postavit?

[4]

Nejdříve si vypočítáme délku hrany jedné kostky:

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$

$$96 = 6 \cdot a \cdot a$$

$$16 = a \cdot a$$

$$a = 4\ cm$$

Délka hrany jedné krychle je 4 cm.

Výška komínu: $4\ cm\ \cdot 12 = 48\ cm$

Odpověď: Z 12 kostek lze postavit komín vysoký 48 cm.

c) ekonomické

5) Filip má za úkol natřít barvou 48 dřevěných kostek o délce hrany 25 cm. Kolik plechovek musí Filip koupit, jestliže jedna plechovka vyjde na 2,5m^2? Kolik Kč celkem za plechovky zaplatí, jestliže jedna plechovka stojí 270 Kč?

Plocha jedné kostky:

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot 25 \cdot 25$$

$$S = 3750\ cm^2$$

Celková plocha všech kostek: $3750\ \cdot 48 = 180\ 000\ cm^2 = 18\ m^2$

Počet a cena plechovek: $18 : 2{,}5 = 7{,}2 \ldots$ 8 plechovek

$8 \cdot 270\ = 2160$ Kč

Odpověď: Filip musí koupit 8 plechovek barvy, za které zaplatí celkem 2160 Kč.

6) Tatínek slíbil synovi, že mu nechá udělat lepené terárium ve tvaru krychle o délce hrany 85 cm. Kolik m^2 skla bude sklenář potřebovat? Kolik korun tatínek zaplatí za terárium, jestliže cena materiálu je 750Kč/m^2?

Materiál:

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$S = 6 \cdot 85 \cdot 85$

$S = 43\,350\ cm^2\ = 4{,}335\ m^2$

Cena: $4{,}335\ \cdot 750 = 3251{,}25\ \doteq 3251$ Kč

Tatínek zaplatí za celé terárium 3251 Kč.

d) pracovní

7) V Ostravě byla postavena krychle, jejíž každá stěna je opatřena unikátním ručně zhotoveným QR kódem. Hrana krychle má délku 107 cm. Vypočítej, jak velkou plochu musel její autor pokrýt bílou a černou barvou.

Obrázek 40 – QR kostka

[8]

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$S = 6 \cdot 107 \cdot 107$

$S = 68\,694\ cm^2$

Odpověď: Celková plocha, kterou malíř pokryje černou a bílou barvou je 68 694 cm^2.

8) Pan Veselý má 25 balíků slámy ve tvaru krychle o délce hrany 1,5 m. Před uskladněním chce všechny balíky nechat zabalit krycí folií. Postačí mu 250 m role o šířce 1,6 m, když počítá s překrytím folie o $\frac{1}{10}$?

Povrch jednoho balíku slámy:

$S = 6 \cdot a \cdot a$

$S = 6 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$S = 13{,}5\ m^2$

Povrch 25 balíků slámy: $25 \cdot 13{,}5 = 337{,}5\ m^2$

Spotřeba krycí folie: $337{,}5 + (337{,}5 : 10) = 337{,}5 + 33{,}75 = 371{,}25\ m^2$

Množství folie v roli: $250 \cdot 1{,}6 = 400\ m^2$

Odpověď: Panu Veselému vystačí folie na obalení všech 25 balíků slámy.

Objem krychle

a) sportovní

1) Rybáři mají 3 kádě na ryby ve tvaru krychle o délce hrany 1,5 m. Kolik litrů vody se celkem vejde do kádí, jestliže bude voda naplněna až po okraj?

objem jedné kádě: $V = a \cdot a \cdot a$

$V = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$V = 3{,}375\ m^3$

objem 3 kádí celkem: $3{,}375 \cdot 3 = 10{,}125$ m^3 vody = 10 125 dm^3 = 10 125 l

Odpověď: Do všech tří kádí se vejde celkem 10 125 litrů vody.

2) Lyžařský klub se rozhodl postavit v lyžařském areálu sochu z ledových krychlí. Vypočítali si, že na sochu spotřebují celkem 320 krychlí o délce hrany 25 cm. Kolik hektolitrů vody celkem spotřebovali na výrobu ledových krychlí? Zanedbejme změnu objemu související se změnou vody v led.

objem jedné ledové kostky: $V = a \cdot a \cdot a$

$V = 25 \cdot 25 \cdot 25$

$V = 15\,625\ cm^3$

celkový objem 320 kostek:

$15\,625 \cdot 320 = 5\,000\,000$ cm^3 = $5\,000$ dm^3 = 5000 l = 50 hl

Odpověď: Na výrobu 320 krychlí spotřebují 50 hektolitrů vody.

b) geometrické

3) Krychle má délku hrany 24 cm. O kolik se zvětší její objem v litrech, jestliže délku hrany zvětšíme o 7 cm? Výsledek zaokrouhlete .

$a = 24\ cm$	$a = 31\ cm$
$V = a \cdot a \cdot a$	$V = a \cdot a \cdot a$
$V = 24 \cdot 24 \cdot 24$	$V = 31 \cdot 31 \cdot 31$
$V = 13\,824$ cm^3 = $13,824$ l	$V = 29\,791$ cm^3 = $29,791$ l

Rozdíl objemu krychlí: $29{,}791 - 13{,}824 = 15{,}967$ l $\doteq 16$ l

Odpověď: Krychle o délce hrany 31 cm má o 16 l větší objem, než krychle o délce hrany 24 cm.

4) Pod okapem je nádoba ve tvaru krychle o délce hrany 1,6 m. Kolik vody se do ní vleze, pokud bude naplněna až po okraj?

$$V = a \cdot a \cdot a$$
$$V = 1{,}6 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}6$$
$$V = 4{,}096\ m^3 = 4096\ dm^3 = 4096\ l$$

Odpověď: Do nádoby se vejde 4096 litrů vody.

c) ekonomické

5) Mateřská škola nechala u truhláře vyrobit 5000 ks dřevěných kostek o délce 5 cm. Truhlář vyrábí kostky z hranolů o rozměru 5 cm x 5 cm x 1 m. Truhlář dokáže vyrobit 125 kostek za hodinu včetně jejich opracování. Kolik korun školka celkem zaplatí, jestliže 1m^3 dřeva stojí 6000 Kč a truhlář si účtuje 250Kč za hodinu?

Objem kostek:

$V = a \cdot a \cdot a$

$V = 5 \cdot 5 \cdot 5$

$V = 125$ cm^3

Celkový objem 5000 ks kostek:

$V = 125 \cdot 5000 = 625\,000$ cm^3 = 0,625 m^3

Cena za materiál: $0{,}625 \cdot 6000 = 3750$ Kč

Cena za práci truhláře:

$5000 : 125 = 40$ hodin

$40 \cdot 250 = 10\,000$ Kč

Cena celkem: 10 000 Kč + 3750 Kč = 13 750 Kč

Odpověď: Mateřská škola zaplatí celkem za kostky 13 750 Kč.

6) Lucie chce ušít krychlový sedák o rozměru 85 cm, které bude plnit polystyrenovými kuličkami. 100 litrový pytel polystyrenových kuliček stojí 320 Kč. Kolik korun celkem zaplatí za polystyrenovou výplň?

Objem sedáku:

$V = a \cdot a \cdot a$

$V = 85 \cdot 85 \cdot 85 = 614\,125$ cm^3 = 614,125 dm^3 = 614,125 l

Výpočet počtu a ceny polystyrenových pytlů:

$614{,}125 : 100 = 6{,}12125 \doteq 7$ pytlů, $320 \cdot 7 = 2240$ Kč.

Odpověď: Lucie zaplatí za polystyrenové kuličky 2240 Kč.

d) pracovní

7) Pan Novák staví plot z dutých betonových krychlových tvárnic, které mají vnitřní rozměr 32 cm. Kolik m^3 materiálu spotřebuje na vyplnění těchto tvárnic, jestliže jich na výstavbu plotu bude potřebovat 150 ks? Výsledek zaokrouhli.

objem jedné tvárnice:

$V = a \cdot a \cdot a$

$V = 32 \cdot 32 \cdot 32$

$V = 32\,768$ cm^3

Celkový objem materiálu: $32\,768 \cdot 150 = 4\,915\,200$ cm^3 $= 4{,}9152$ $m^3 \doteq 5$ m^3

Odpověď: Pan Novák na vyplnění tvárnic spotřebuje 5 m^3 materiálu.

8) Maminka chce zasadit sazeničky do květináčů ve tvaru krychle. Kolik litrů hlíny spotřebuje, jestliže má celkem 35 květináčů a každý z nich má délku 7 cm?

Objem 1 květináče:

$V = a \cdot a \cdot a$

$V = 7 \cdot 7 \cdot 7$

$V = 343$ cm^3

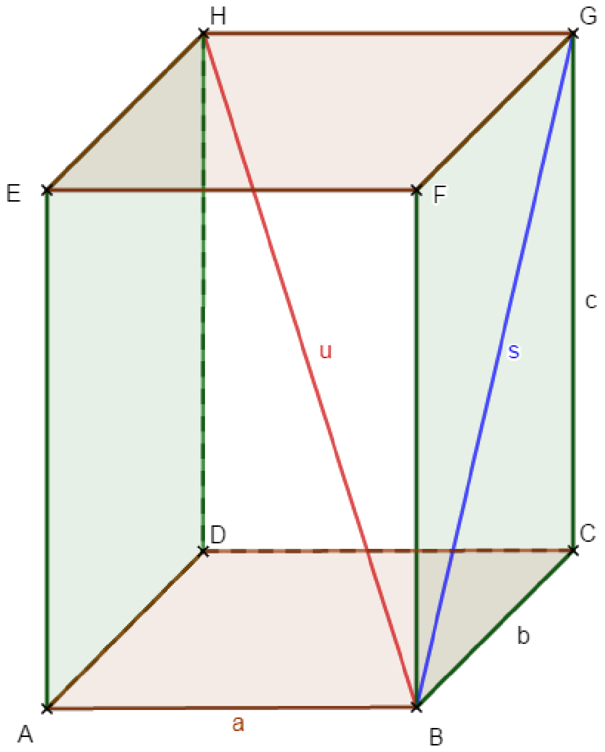
Celkový objem 35 ks květináčů:

$V = 343 \cdot 35 = 12\,005$ cm^3

12,005 dm^3 = 12,005 l $\doteq 12$ l

Odpověď: Maminka na 35 květináčů spotřebuje 12 litrů hlíny.

4.4. Kvádr



Obrázek 41 – kvádr

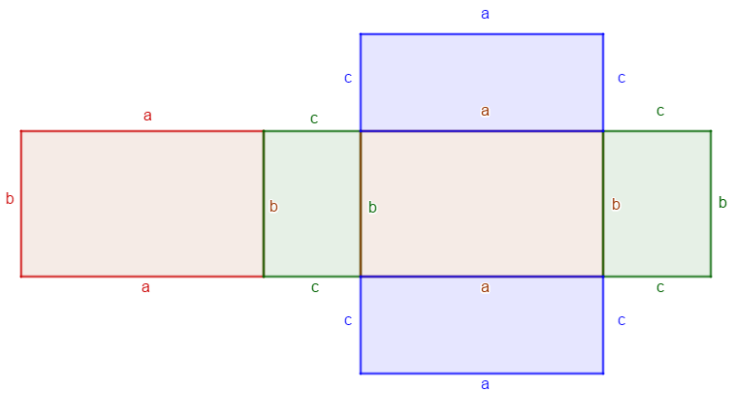
- stěny tvoří 6 obdélníků, protější dvojice stěn jsou shodné obdélníky
- každé dvě protilehlé stěny jsou rovnoběžné a shodné
- každé dvě sousední stěny kvádru jsou kolmé
- každé dvě protější hrany kvádru jsou rovnoběžné
- každé dvě sousední hrany kvádru jsou navzájem kolmé
- úsečka u se nazývá tělesová úhlopříčka
- úsečka s se nazývá stěnová úhlopříčka

[4]

4.4.1. Povrch kvádru

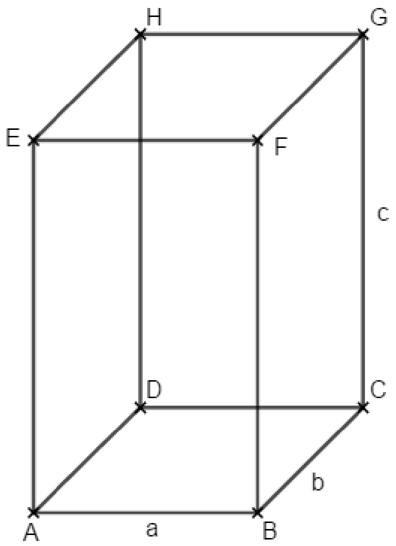
Povrch kvádru je složen ze 6 obdélníků, z nichž vždy dva ležící naproti sobě jsou shodné.

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



Obrázek 42 – síť kvádru

4.4.2. Objem kvádru



Obrázek 43 – model kvádru

$$V = a \cdot b \cdot c$$

4.4.3. Slovní úlohy

Povrch kvádru

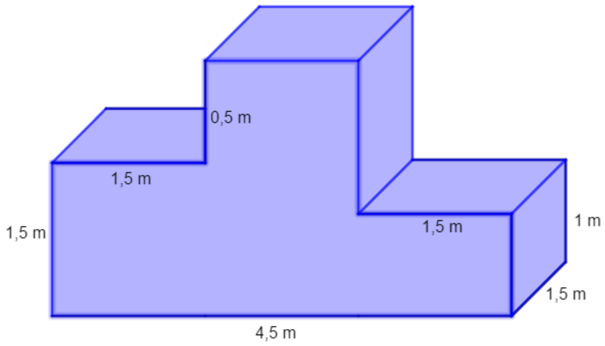
a) sportovní

1) Atletický klub chce nově potáhnout doskočiště o tyči, které má rozměry 5 m x 3 m x 1,5 m. Kolik materiálu bude potřeba na jeho potažení?

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$S = 2 \cdot (5 \cdot 3 + 5 \cdot 1{,}5 + 3 \cdot 1{,}5)$$
$$S = 2 \cdot 27$$
$$S = 54\ \mathrm{m}^2$$

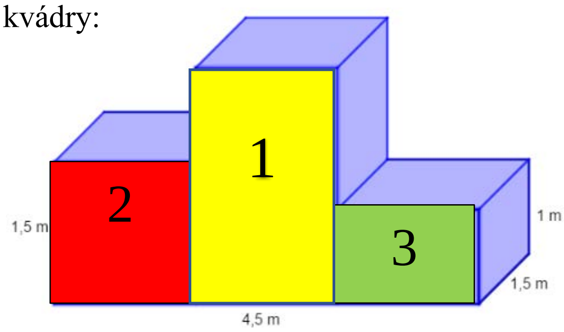
Odpověď: Na potažení celého doskočiště bude zapotřebí celkem 54 m^2 materiálu.

2) Sportovní klub chce vyrobit nový dřevěný stupínek vítězů. Kolik m^2 dřeva spotřebují na jeho výrobu podle obrázku?



Obrázek 44 – nákres k úloze č.2

Stupínek si rozdělíme na 3 kvádry:



Obrázek 45 – rozložení stupínku na 3 kvádry

1. stupínek: máme kvádr o rozměru 1,5 m x 1,5 m x 2 m. Vypočítáme celý jeho povrch, ale poté musíme odečíst dva obsahy obdélníku, které se kryjí se stupínkem č.2 a č. 3.

$S = 2 \cdot (ab + ac + bc)$

$S = 2 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}5 + 1{,}5 \cdot 2 + 1{,}5 \cdot 2)$

$S = 2 \cdot 8{,}25$

$S = 16{,}5\ m^2$

Obsah schovaných částí se stupínky č. 2 a č.3:

$S = 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$S = 2{,}25\ m^2$

$S = 1{,}5 \cdot 1$

$S = 1{,}5\ m^2$

Celková plocha, která se bude pokrývat na stupínku č.1:

$S = 16{,}5 - 1{,}5 - 2{,}25 = 12{,}75\ m^2$

2. stupínek: máme zde krychli o délce hrany 1,5 m, ale i zde musíme po výpočtu jejího povrchu odečíst obsah části, která se kryje se stupínkem č.1

$S = 5 \cdot a \cdot a$

$S = 5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$S = 11{,}25\ m^2$

3. stupínek: zde je kvádr o rozměrech 1,5 m x 1,5 m x 1 m. Zde musíme po výpočtu plochy tohoto kvádru odečíst plochu té části, která je společná se stupínkem č.1

$S = 2 \cdot (ab + ac + bc)$

$S = 2 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}5 + 1{,}5 \cdot 1 + 1{,}5 \cdot 1)$

$S = 2 \cdot\ 5{,}25$

$S = 10{,}5\ m^2$

Obsah společné části se stupínkem č.1:

$S = 1{,}5 \cdot 1$

$S = 1{,}5\ m^2$

Celková plocha, která se bude pokrývat na stupínku č.3: $S = 10{,}5 - 1{,}5 = 9\ m^2$

Nyní sečteme všechny tři plochy z jednotlivých stupínků a vyjde nám celková spotřeba dřeva na výrobu stupně vítězů.

$S = 12{,}75 + 11{,}25 + 9 = 33\ m^2$

Odpověď: Celková spotřeba dřeva, která bude potřeba pro výrobu stupně vítězů je 33 m^2 dřeva.

b) geometrické

3) Určete velikost třetí hrany kvádru, jsou-li dvě hrany dlouhé 12 cm a 2,5 cm a povrch 255 cm^2. Výsledek zaokrouhlete na 1 desetinné místo.

[2]

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

$255 = 2 \cdot (12 \cdot 2{,}5 + 12 \cdot c + 2{,}5 \cdot c)$

$255 = 2 \cdot (30 + 12 \cdot c + 2{,}5 \cdot c)$

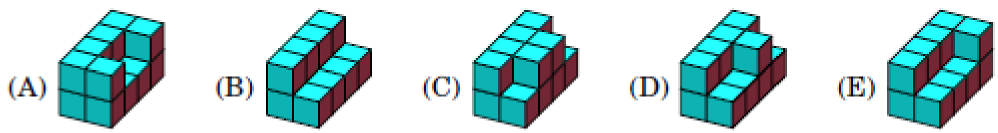
$255 = 60 + 24c + 5c$

$195 = 29c$

$195 : 29 \doteq 6{,}7$

Odpověď: Třetí hrana kvádru má rozměr 6,7 cm.

4) Michal má obarvit stavby slepené ze shodných krychlí. Základny všech těchto staveb jsou složeny z osmi krychlí. U které z těchto staveb se obarví největší povrch?



Obrázek 46 – obrázek k úloze č. 4

[10]

Jednotlivé stavby se liší pouze druhým patrem. Zaměříme se tedy na výpočet povrchu druhého patra jednotlivých staveb. Pro lepší výpočet si určíme, že každá krychle má rozměr 1 m x 1 m x 1 m. Vypočítáme si celkovou plochu horního patra, a poté budeme u jednotlivých staveb odečítat tu část, která tam chybí.

Celková plocha horního patra:

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

$S = 2 \cdot (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1)$

$S = 28\, m^2$

Stavba (A): Zde nám chybí kvádr o rozměru 2 m x 1 m x 1 m. Ale nemůžeme počítat standardní vzorec pro povrch kvádru, protože tím bychom vynechali i ty stěny, které mají společné s krychlemi na nákresu.

$S = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1$
$S = 4\ m^2$

Celková plocha druhého patra u stavby (A): $S(A) = 28 - 4 = 24\ m^2$

Stavba (B): Zde nám chybí kvádr o rozměru 4 m x 1 m x 1 m. Ale nemůžeme počítat standardní vzorec pro povrch kvádru, protože tím bychom vynechali i ty stěny, které mají společné s krychlemi na nákresu.

$S = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1$
$S = 10\ m^2$

Celková plocha druhého patra u stavby (B): $S(B) = 28 - 10 = 18\ m^2$

Stavba (C): Zde nám chybí dvě krychle o délce hrany 1 m. I zde musíme brát v úvahu stěny krychlí, které jsou na obrázku znázorněny.

$$S = 3 \cdot 1 \cdot 1$$
$$S = 3\ m^2$$

Celková plocha druhého patra u stavby (C): $S(C) = 28 - 3 - 3 = 22\ m^2$

Stavba (D): Zde nám chybí kvádr o rozměru 2 m x 1 m x 1 m a krychle o rozměru 1 m. Pří výpočtu povrchu chybějícího kvádru a krychle nesmíme opět zapomenout na stěny, které jsou v nákresu vidět.

Kvádr: $S = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 5\ m^2$

Krychle: $S = 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3\ m^2$

Celková plocha druhého patra u stavby (D): $S(D) = 28 - 5 - 3 = 20\ m^2$

Stavba (E): Zde nám chybí kvádr o rozměru 3 m x 1 m x 1 m. Pří výpočtu povrchu chybějícího kvádru nesmíme opět zapomenout na stěny, které jsou v nákresu vidět.

$$S = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1$$
$$S = 7\ m^2$$

Celková plocha druhého patra u stavby (E): $S(E) = 28 - 7 = 21\ m^2$

Odpověď: Z výpočtů jednotlivých obsahů povrchů druhých pater staveb je zřejmé, že největší povrch má stavba (A).

c) ekonomické

5) Škola chce zateplit budovu. Kolik Kč zaplatí za zateplení celé budovy o rozměrech 65 m, 40 m a výška 14 m, jestliže 1 m^2 stojí 340 Kč? Okna a dveře mají celkovou plochu 130 m^2.

Celková plocha budovy bez střechy a země:

$$S = 2 \cdot 65 \cdot 14 + 2 \cdot 40 \cdot 14$$
$$S = 1820 + 1120$$
$$S = 2940\ m^2$$

Celkový povrch budovy, který bude zateplen: $S = 2940 - 130 = 2810\ m^2$

Celková cena: $2810 \cdot 340 = 955\,400$ Kč

Odpověď: Za zateplení budovy škola zaplatí 955 400 Kč.

6) Kolik váží prázdné terárium o rozměrech 35 cm, 20 cm a 25 cm, jestliže 1dm^2 skla váží 250 g? Předpokládejme, že terárium je pokryto sklem ze všech stran, z nichž jedna strana je posuvné otvírání.

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$S = 2 \cdot (35 \cdot 20 + 35 \cdot 25 + 20 \cdot 25)$$
$$S = 2 \cdot (700 + 875 + 500)$$
$$S = 4150\ cm^2$$

Váha terária:

$4150\ cm^2 = 41{,}5\ dm^2$

$41{,}5 \cdot 250 = 10\,375$ g = $10{,}375$ kg

Odpověď: Celková váha terária je 10,375 kilogramů.

d) pracovní

7) Pan Mareš chce vyrobit ratanový květináč. Kolik materiálu pro jeho výrobu bude potřebovat, jestliže spodní část květináče má rozměry 40 cm x 55 cm a výška je 32 cm?

U této slovní úlohy je potřeba si uvědomit, že při výrobě květináče nebudeme vyrábět jeho vrchní část, kudy sypeme hlínu. Vypočítáme tedy celkový povrch květináče a horní část odečteme.

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

$S = 2 \cdot (40 \cdot 55 + 40 \cdot 32 + 55 \cdot 32)$

$S = 2 \cdot (2200 + 1280 + 1760)$

$S = 10\,480$ cm^2

Plocha květináče po odečtu vrchní části:

$10\,480 - (40 \cdot 55) = 10\,480 - 2200 = 8280$ cm^2

Odpověď: Pro výrobu ratanového květináče pan Mareš bude potřebovat 8280 cm^2 materiálu.

8) Výrobní linka má za úkol vyrobit 2500 krabiček velké role papíru. Kolik m^2 papíru bude potřeba na jejich výrobu, jestliže 1000 ks má rozměr 45 cm x 30 cm x 25 cm, 700 ks má rozměr 65 cm x 80 cm x 55 cm a 800 ks krabiček má rozměr 15 cm x 20 cm x 18 cm.

Povrch 1 ks krabičky o rozměru 45 cm x 30 cm x 25 cm:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$S = 2 \cdot (45 \cdot 30 + 45 \cdot 25 + 30 \cdot 25)$$
$$S = 2 \cdot (1350 + 1125 + 750)$$
$$S = 6450\ cm^2$$

Povrch 1000 ks krabiček: $6450\ \cdot 1000 = 6\,450\,000\ cm^2 = 645\ m^2$

Povrch 1 ks krabičky o rozměru 65 cm x 80 cm x 55 cm:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$S = 2 \cdot (65 \cdot 80 + 65 \cdot 55 + 80 \cdot 55)$$
$$S = 2 \cdot (5200 + 3575 + 4400)$$
$$S = 26350\ cm^2$$

Povrch 700 ks krabiček: $26350 \cdot 700 = 18\,445\,000\ cm^2 = 1844{,}5\ m^2$

Povrch 1 ks krabičky o rozměru 15 cm x 20 cm x 18 cm:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$S = 2 \cdot (15 \cdot 20 + 15 \cdot 18 + 20 \cdot 18)$$
$$S = 2 \cdot (300 + 270 + 360)$$
$$S = 1860\ cm^2$$

Povrch 800 ks krabiček: $1860 \cdot 800 = 1\,488\,000\ cm^2 = 148{,}8\ m^2$

Celková spotřeba papíru: $645 + 1844{,}5 + 148{,}8 = 2638{,}3\ m^2$

Odpověď: Na výrobu krabiček je celkem zapotřebí 2638,3 m^2 papíru.

Objem kvádru

a) sportovní

1) Na školním pozemku se nachází doskočiště o rozměrech 4 m x 1,5 m. Kolik m^3 písku musí škola objednat, pokud bude písek do výšky 50 cm?

Než začneme dosazovat do vzorce na objem kvádru, musíme si převést rozměry na společnou jednotku. Protože se ptáme na objem v m^3, je vhodné výpočet provést rovnou v m^3.

$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$V = 4 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5$$
$$V = 3\ m^3$$

Odpověď: Škola musí objednat celkem 3 m^3 písku.

2) Bazén ve tvaru kvádru má rozměry dna 7,5 m x 3,2 m a výšku 1,6 m. Kolik litrů vody se vejde do bazénu, jestliže bude naplněn 20 cm pod okraj? Za jak dlouho se napustí bazén, jestliže hadicí přiteče za hodinu 1500 litrů?

Dle zadání je naplněn bazén 20 cm pod okraj, budeme tedy počítat s výškou 1,4 m.

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 7{,}5 \cdot 3{,}2 \cdot 1{,}4$

$V = 33{,}6\ m^3$

Pro výpočet doby, za jak dlouho se naplní bazén, si nejdříve převedeme objem bazénu na litry.

$V = 33{,}6\ m^3 = 33600\ dm^3 = 33600\ l$
$33600 : 1500 = 22{,}4$

Po výpočtu nám vyšlo, že se bazén napustí za 22,4 hodiny. Tento údaj ještě upravíme na hodiny a minuty.

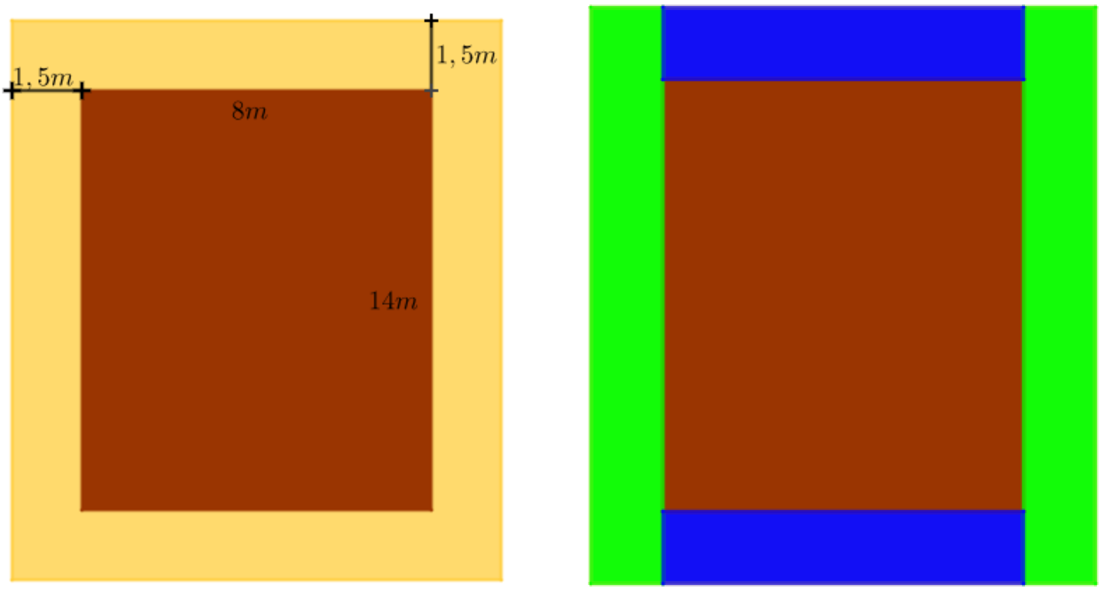
Hodina má 60 minut a v našem příkladu potřebujeme znát, kolik je 0,4 z 60 minut:

$60 \cdot 0{,}4 = 24$ minut

Odpověď: Bazén se napustí za 22 hodin a 24 minut.

b) pracovní

3) Kolik písku je třeba na vysypání 1,5 m široké cesty kolem obdélníkového záhonu o rozměrech 8 m a 14 m, je-li vrstva písku 6 cm vysoká?



Obrázek 47 – záhonek s cestou

Abychom mohli vypočítat objem písku, musíme si naši cestu rozdělit na 4 části:

2 modré a 2 zelené.

Modrá cesta:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 8 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}06$

$V = 0{,}72\ m^3$

Celkový objem obou modrých cest:

$V = 0{,}72 \cdot 2 = 1{,}44\ m^3$

Zelená cesta: U zelené cesty si musíme přičíst 2x 1,5 m, který odpovídá rohu.

Rozměry zelených částí je tedy 17 m x 1,5 m x 0,06 m.

$V = 17 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}06$

$V = 1{,}53\ m^3$

Celkový objem obou zelených cest: $V = 1{,}53 \cdot 2 = 3{,}06\ m^3$

Celková objem zelených a modrých částí: $1{,}44 + 3{,}06 = 4{,}5\ m^3$

Odpověď: Celková spotřeba písku na vyplnění cesty je 4,5 m^3.

4) Zahradník potřebuje naplnit 12 betonových květináčů hlínou. Každý květináč má rozměry dna 45 cm, 24 cm a výšku 16 cm. Tloušťka stěn a dna je 3 cm. Kolik litrů hlíny spotřebuje zahradník pro naplnění všech 12 květináčů, jestliže bude hlína sahat 2 cm pod okraj?

Abychom vypočítali množství hlíny v jednotlivých květináčích, je zapotřebí si nejdříve odečíst tloušťku stěn a dna. Nesmíme zapomenout, že u délky a šířky musíme odečíst tloušťku celkem 6 cm (z každé strany květináče odečítáme 3 cm), a z výšky odečítáme celkem 5 cm (3 cm tloušťka dna + 2 cm hranice hlíny od vrchního okraje). Vnitřní rozměry jsou tedy: 39 cm x 18 cm x 11 cm.

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 39 \cdot 18 \cdot 11$

$V = 7\,722\ cm^3$

Celková spotřeba hlíny pro 12 květináčů:

$V = 7722\ \cdot 12 = 92\,664\ cm^3 = 92{,}664\ l$

Odpověď: Zahradník spotřebuje celkem 92,664 litrů hlíny.

c) ekonomické

5) Pan Vlk si objednal písek. Korba nákladního auta, která mu písek vezla, má rozměry 4 m x 1,5 m x 1,2 m. 1 m^3 odpovídá asi 1400 kg písku. Kolik tun písku si pan Vlk objednal, jestliže byl písek v korbě po jeho hranu? Kolik korun za písek pan Vlk zaplatil, jestliže tuna písku stojí 320 Kč?

Objem písku v korbě:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 4 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}2$

$V = 7{,}2\ m^3$

Množství písku v kg:

$7{,}2\ \cdot 1400 = 10\,080$ kg

10 080 kg = 10,08 tun $\doteq$ 10 tun

Cena za písek: $10 \cdot 320 = 3200$ Kč

Odpověď: Pan Vlk si objednal 10 tun písku, za který zaplatil 3200 Kč.

6) Paní Dvořáková chce napustit svůj bazén ve tvaru kvádru o rozměrech 6,5 m x 3,4 m x 1,4 m. Bazén bude napouštět 10 cm pod okraj bazénu. Paní Dvořáková se rozhoduje, zda si napustí bazén zahradní hadicí – 1 m^3 vody stojí 92 Kč, nebo zda si nechá vodu dovézt cisternou z vodáren za cenu 52 Kč/1m^3, ale zaplatí dopravu v hodnotě 800 Kč. Která varianta paní Dvořákovou vyjde levněji a o kolik Kč?

Objem bazénu:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 6{,}5 \cdot 3{,}4 \cdot 1{,}3$

$V = 28{,}73\ m^3$

Cena vody napuštěno hadicí:

$28{,}73 \cdot 92 \doteq 2643$ Kč

Cena vody z cisterny:

$28{,}73\ \cdot 52 \doteq 1494$ Kč

$1494 + 800 = 2294$ Kč

Rozdíl cen: $2643 - 2294 = 349$ Kč

Odpověď: Paní Dvořákové se vyplatí si objednat z vodáren cisternu – za vodu včetně dopravy zaplatí 2294 Kč. Oproti druhé možnosti ušetří 349 Kč.

d) geometrické

7) Skleněná nádrž má tvar kvádru o rozměrech dna 24 cm a 12 cm. Výška vody v nádrži je 20 cm. Vypočtěte objem tělesa, které se do vody potopilo, jestliže voda stoupla o 3 cm.

Objem nádrže:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 24 \cdot 12 \cdot 20$

$V = 5760\ cm^3$

Objem nádrže po vložení tělesa:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 24 \cdot 12 \cdot 23$

$V = 6624\ cm^3$

Abychom zjistili objem tělesa, musíme od sebe odečíst vypočítané objemy:

$$6624 - 5760 = 864\ cm^3$$

Odpověď: Objem potopeného tělesa je 864 cm^3.

8) Kvádr má celkový objem 30,72 m^3. Hrana a = 2,4 m, hrana b = 32 dm. Vypočítejte délku třetí hrany.

$V = a \cdot b \cdot c$

$30{,}72 = 2{,}4 \cdot 3{,}2\ \cdot c$

$30{,}72 = \ 7{,}68\ \cdot c$

$c = 30{,}72 : 7{,}68$

$c = 4$

Odpověď: Délka třetí hrany je 4 m.

Závěr

V této práci jsem se věnovala látce, která odpovídá dle RVP ZV 6. ročníku ZŠ a víceletých gymnázií. Diplomová práce je rozdělena na kapitoly Nejmenší společný násobek, Největší společný dělitel, Desetinná čísla, Trojúhelník, Povrch a objem krychle a kvádru.

V první kapitole se věnuji nejmenšímu společnému násobku a největšímu společnému děliteli. Ačkoliv se to na první pohled zdá jako jednoduchá oblast, ze své praxe a po konzultaci s kolegy vím, že tato látka dělá žákům problémy hlavně při porozumění slovních úloh a určení, zda budou počítat nejmenší společný násobek nebo největší společný dělitel. V úvodu této kapitoly si čtenář může upevnit své znalosti při výpočtu nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele. V závěru této kapitoly jsou řešené slovní úlohy.

V druhé kapitole se věnuji desetinným číslům. Děti už mají malé základy desetinných čísel z prvního stupně, kdy umí na číselné ose zobrazit 0,25; 0,5 a 0,75 a jejich násobky s přirozenými čísly. V úvodu této kapitoly čtenáře seznamuji velice stručně s jednotlivými matematickými operacemi s desetinnými čísly. Poté následují opět řešené slovní úlohy.

Třetí část je zaměřena na velkou oblast, a tou je trojúhelník. Tato kapitola je v 6. ročníku velice obsáhlá, protože se žáci seznamují se spoustu nových pojmů, např. osa úhlu, osa strany, těžnice, výška, střední příčka, kružnice opsaná, kružnice vepsaná, postup konstrukce trojúhelníku atd. Také v této látce poprvé děti pracují s úhloměrem. Na základních školách se děti setkávají pouze se strohým zadáním, kdy mají narýsovat něco z výše uvedených pojmů na základě pevně daných rozměrů. Z tohoto důvodu jsem tuto část obohatila i o slovní úlohy, které k rýsování vedou, ale žáci se s nimi běžně nesetkají.

Poslední část této mé práce se věnuje povrchu a objemu krychle a kvádru. Krychle a kvádr jsou první tělesa, se kterými se žáci podrobně seznámí, naučí se je narýsovat a vypočítat jejich povrch a objem. V úvodu této kapitoly se rovněž věnuje stručnému přehledu a poté následují řešené slovní úlohy.

Při tvorbě slovních úloh jsem zapojila vlastní fantazii – tyto úlohy jsem konzultovala i s mými kolegy, kteří mají delší učitelskou praxi. Několik úloh jsem čerpala i z odborných literatur. Většinu obrázků jsem rýsovala v matematickém programu Geogebra.

Slovní úlohy uvedené v této diplomové práci řešili žáci čtyř tříd 6. ročníku základní školy. Tímto bych chtěla poděkovat mým kolegům za ochotu a spolupráci. Při řešení slovních úloh byla žákům položena otázka ohledně oblíbenosti jednotlivých kategorií slovních úloh. Na základě jejich odpovědí jsou v přílohách vypracované grafy oblíbenosti jednotlivých kategorií slovních úloh. Součástí práce jsou i grafy úspěšnosti řešitelnosti slovních úloh. Z jednotlivých grafů vyplývá, že mezi žáky není jednoznačná obliba konkrétní oblasti slovních úloh a není ani velká převaha v úspěšnosti řešitelnosti slovních úloh v konkrétní kategorii. Co se týká oblíbenosti jednotlivých kategorií slovních úloh, tak příslušná nulová hypotéza byla potvrzena také pomocí statistického testu chí-kvadrát na hladině významnosti 0,05.

Věřím, že tato diplomová práce bude využita jak mezi pedagogy, tak i mezi žáky.

Literatura

[1] KINDL, Karel. *Matematika: Přehled učiva základní školy*. 3. vydání. Praha: SPN, n. p., 1980. ISBN 14-388-80.

[2] BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6104-3.

[3] MATASOVÁ, Blanka, Irena ŠTAFFOVÁ, Milan POBOŘIL, et al. Hravá matematika 6. Praha: Taktik, 2019. ISBN 978-80-7563-192-3.

[4] MATASOVÁ, Blanka, Irena ŠTAFFOVÁ, Milan POBOŘIL, et al. Hravá matematika 6. Praha: Taktik, 2019. ISBN 978-80-7563-211-1.

[5] SLOUKA, Jan. Geometrie pro 5. - 9. ročník ZŠ a nižší třídy víceletých gymnázií. Olomouc: FIN, 1993. ISBN 80-85572-53-2.

[6] SLOUKA, Radim. Algebra pro žáky 5.-9. tříd ZŠ, studenty víceletých gymnázií a třídy s rozšířenou výukou matematiky. Olomouc: Fin, 1994. ISBN 80-855-7262-1.

[7] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. Pracovní sešit z matematiky: soubor úloh pro 6. ročník základní školy. 4., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2011. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-422-3.

[8] HERMOCHOVÁ, Dana, Jana PRESOVÁ, Petr KAŠŠÁK, et al. Hravá matematika 6: pracovní sešit pro 6. ročník ZŠ a víceletá gymnázia. 3. vydání. Praha: Taktik, 2018. ISBN 978-80-7563-133-6.

[9] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-654-3.

[10] Matematický klokan – sborník 2019. Matematický klokan [online]. Olomouc: Univerzita Palackého, 2019 [cit. 2020-06-22]. Dostupné z: https://www.matematickyklokan.net/phocadownload/sborniky/sbornik_klokan_2019.pdf

[11] DUSOVÁ, Milena. Nejmenší společný násobek, slovní úlohy, pracovní list [online]. Chrudim: ZŠ, Dr. Peška 768, 2011 [cit. 2020-24-06]. Dostupné z https://www.tupolevka.cz/file.php?nid=4324&oid=5868083

Seznam obrázků

Seznam příloh

Přílohy

Příloha 1: Grafy oblíbenosti slovních úloh a úspěšnost jejich řešitelnosti

Slovní úlohy uvedené v mé diplomové práci jsem nechala vyřešit žáky na jedné základní škole, kde působím jako učitelka matematiky. Tímto bych chtěla poděkovat i mým kolegům, kteří mé slovní úlohy začlenili do své výuky matematiky. Žáci dostali k řešení slovní úlohy z oblasti, kterou zrovna probírali a vždy hodnotili, která kategorie slovních úloh se jim řešila nejlépe. Veškeré slovní úlohy jsem vyhodnotila, abych zjistila úspěšnost řešení jednotlivých kategorií. V jednotlivých kapitolách jsou uvedené vždy dva grafy – graf oblíbenosti jednotlivých kategorií slovních úloh a graf úspěšnosti řešení. Graf úspěšnosti znázorňuje hodnoty, kdy žák úspěšně vyřešil alespoň jednu slovní úlohu z dané kategorie.

Nejmenší společný násobek a největší společný dělitel

V této kategorii bylo testováno celkem 88 žáků ze 6. tříd. Na začátku je daná hypotéza H_0 – četnosti žáků, kteří mají v oblibě jednotlivé kategorie slovních úloh, jsou stejné.

kategorie slovních úloh	**oblíbenost u žáků (P)**	**očekávaná četnost (O)**	$\frac{(\boldsymbol{P-O})^2}{\boldsymbol{O}}$
sportovní	28	22	1,636
pracovní	20	22	0,182
ekonomické	17	22	1,136
geometrické	23	22	0,045
celkem	**88**	**88**	**2,999**

Příloha 1 – chí-kvadrát – Nejmenší společný násobek a největší společný dělitel

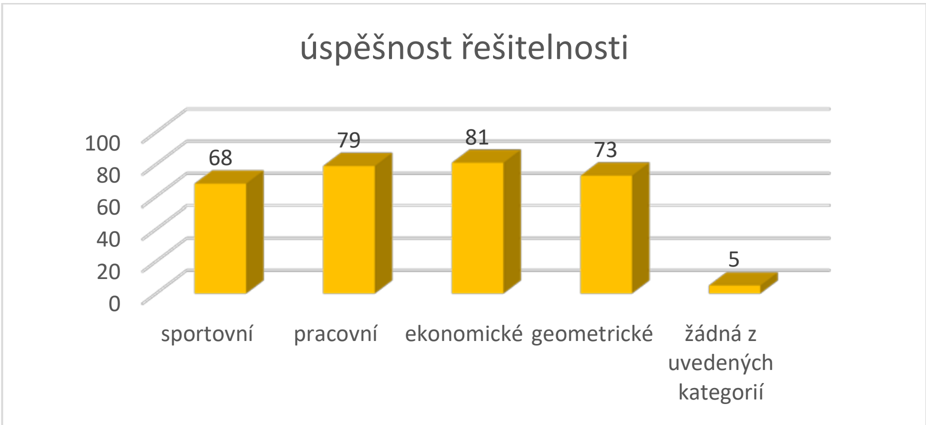
Vyhodnocení:

Výpočtem jsme zjistili hodnotu $x^2 = 2{,}999$, kterou porovnáme s tzv. kritickou hodnotou chí-kvadrát pro 3. stupeň volnosti a hladinu významnosti 0,05. V níže uvedené tabulce si snadno dohledáme, že $x^2_{0,05}(3) = 7{,}815$. A protože $2{,}999 < 7{,}815$, můžeme nulovou hypotézu potvrdit. Z grafu úspěšnosti řešitelnosti slovních úloh vypovídá, že většina žáků úspěšně vyřešila alespoň jednu slovní úlohu z každé kategorie.

Stupně volnosti	Hladina významnosti	
	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,21
3	7,815	11,341
4	9,483	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,09

Příloha 1 – kritické hodnoty kritéria chí-kvadrát

Příloha 1 – graf oblíbenosti slovních úloh



Příloha 1 – graf úspěšnosti řešení slovních úloh

Desetinná čísla

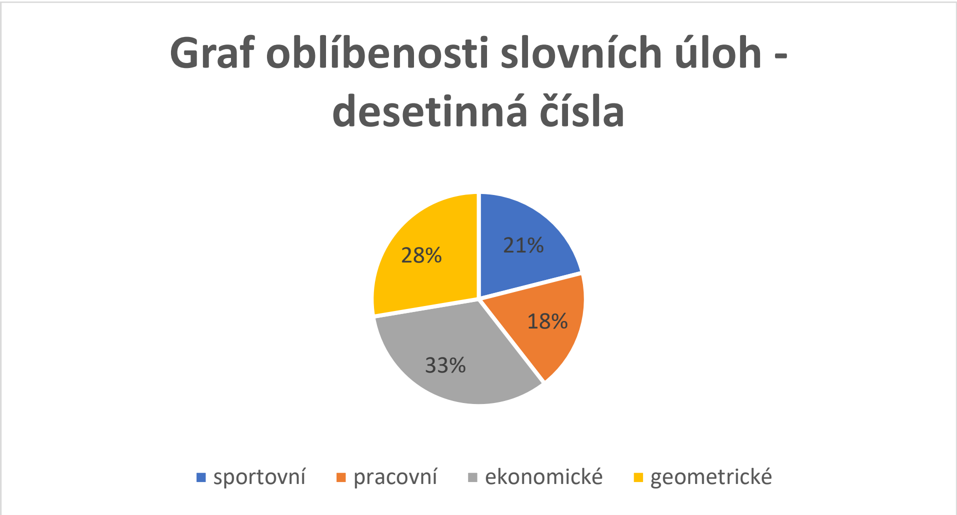
V této kategorii bylo testováno celkem 76 žáků ze 6. tříd. Na začátku je daná hypotéza H_0 – četnosti žáků, kteří mají v oblibě jednotlivé kategorie slovních úloh, jsou stejné.

kategorie slovních úloh	**oblíbenost u žáků (P)**	**očekávaná četnost (O)**	$\frac{(P-O)^2}{O}$
sportovní	16	19	0,474
pracovní	14	19	1,316
ekonomické	25	19	1,895
geometrické	21	19	0,211
celkem	**76**	**76**	**3,896**

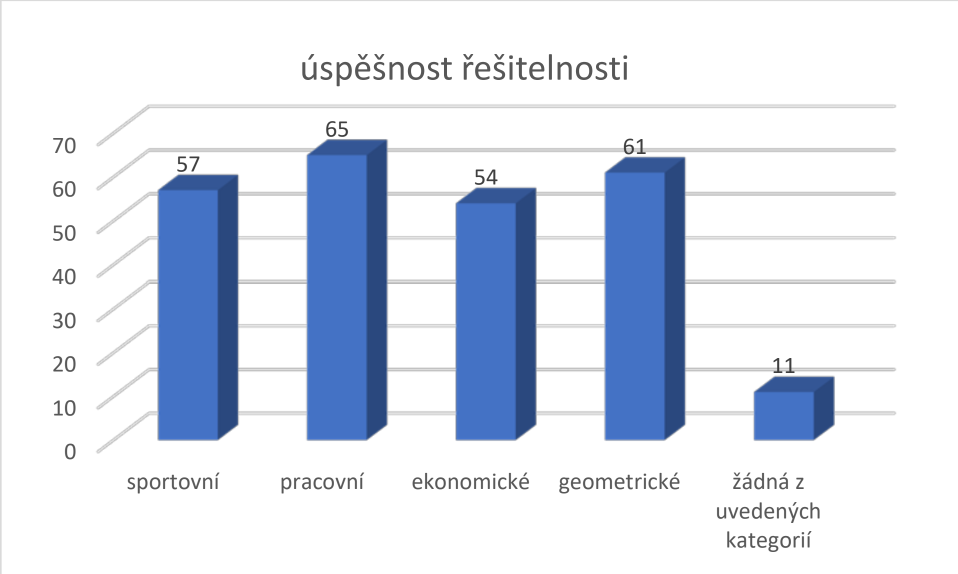
Příloha 1 – chí-kvadrát – desetinná čísla

Vyhodnocení:

Výpočtem jsme zjistili hodnotu $x^2 = 3{,}896$, kterou porovnáme s tzv. kritickou hodnotou chí-kvadrát pro 3. stupeň volnosti a hladinu významnosti 0,05. V tabulce č.2 si snadno dohledáme, že $x^2_{0{,}05}(3) = 7{,}815$. A protože $3{,}896 < 7{,}815$, můžeme nulovou hypotézu potvrdit. Z grafu úspěšnosti řešitelnosti slovních úloh vypovídá, že většina žáků úspěšně vyřešila alespoň jednu slovní úlohu z každé kategorie.



Příloha 1 – graf oblíbenosti slovních úloh – desetinná čísla



Příloha 1 – graf úspěšnosti řešení slovních úloh

Objem a povrch krychle a kvádru

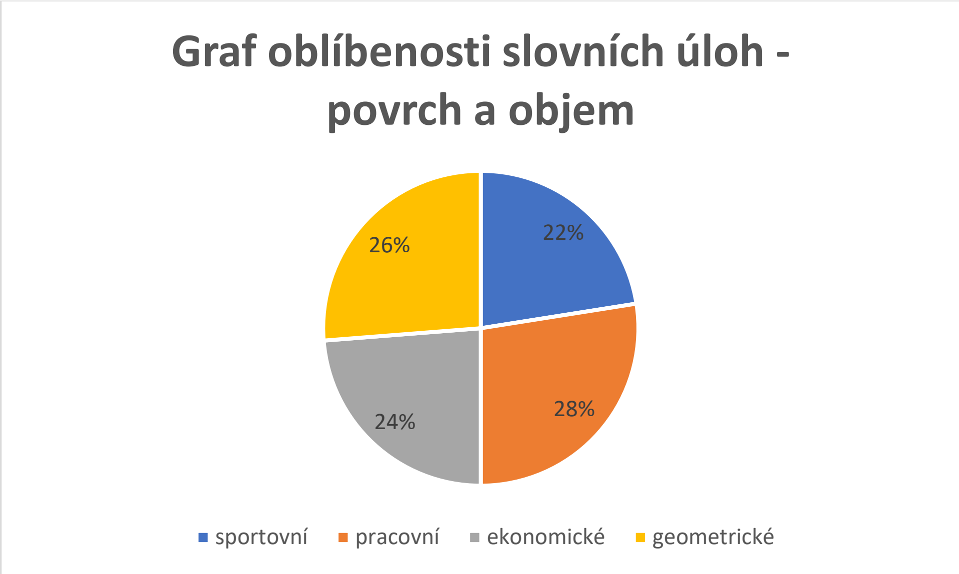
V této kategorii bylo testováno celkem 84 žáků ze 6. tříd. Na začátku je daná hypotéza H_0 – četnosti žáků, kteří mají v oblibě jednotlivé kategorie slovních úloh, jsou stejné.

kategorie slovních úloh	**oblíbenost u žáků (P)**	**očekávaná četnost (O)**	$\boldsymbol{\frac{(P-O)^2}{O}}$
sportovní	18	20	0,2
pracovní	22	20	0,2
ekonomické	19	20	0,05
geometrické	21	20	0,05
celkem	**80**	**80**	**0,5**

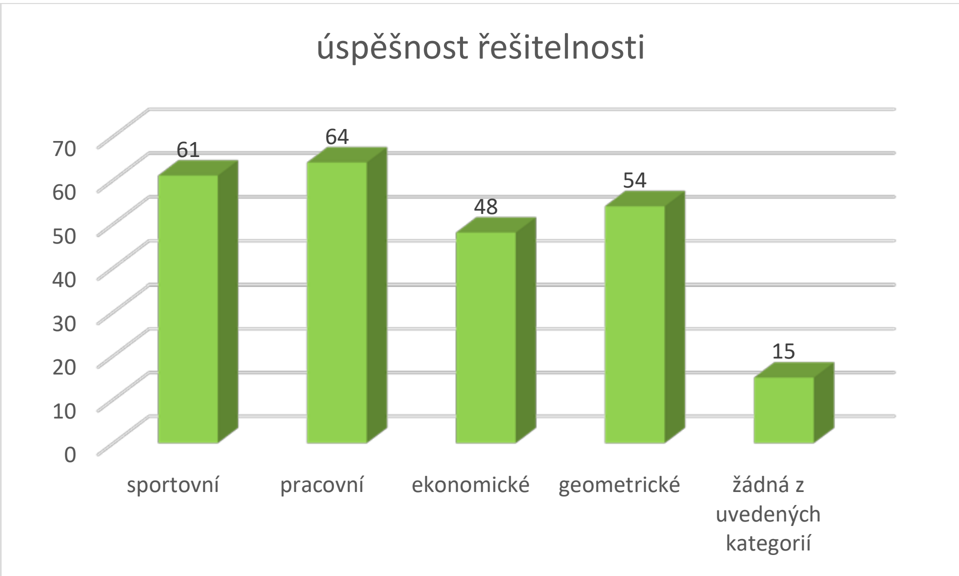
Příloha 1 – chí-kvadrát – objem a povrch kvádru a krychle

Vyhodnocení:

Výpočtem jsme zjistili hodnotu $x^2 = 0{,}5$, kterou porovnáme s tzv. kritickou hodnotou chí-kvadrát pro 3. stupeň volnosti a hladinu významnosti 0,05. V tabulce č.2 si snadno dohledáme, že $x^2_{0,05}(3) = 7{,}815$. A protože $0{,}5 < 7{,}815$, můžeme nulovou hypotézu potvrdit. Z grafu úspěšnosti řešitelnosti slovních úloh můžeme vyčíst, že nejmenší úspěch byl u ekonomických slovních úloh, kde žáci většinou zapomněli slovní úlohu dotáhnout až do konce – tedy si nepřečetli důkladně zadání slovní úlohy a vyřešili pouze část.



Příloha 1 – graf oblíbenosti slovních úloh – povrch a objem krychle a kvádru



Příloha 1 – graf úspěšnosti řešení slovních úloh

Anotace

Jméno a příjmení:	Bc. Lenka Jirková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. Mgr. Karel Pastor, Ph.D.
Rok obhajoby:	2020

Název práce:	Slovní úlohy v 6. ročníku ZŠ
Název práce anglicky:	Verbal tasks in 6th grade primary school
Anotace práce:	Hlavním cílem diplomové práce je přehled učiva matematiky 6. ročníku základních škol a nižších ročníků víceletých gymnázií. Diplomová práce se zaměřuje na slovní úlohy a jejich řešení. Důležitým aspektem je porozumění slovních úloh a schopnost zvolit správný postup při jejich řešení. Práce obsahuje i méně obvyklé slovní úlohy, se kterými se žák ve školních materiálech běžně nesetká. Závěr práce se zabývá výzkumem oblíbenosti jednotlivých kategorií slovních úloh a úspěšnosti řešení těchto úloh.
Klíčová slova:	Nejmenší společný násobek, největší společný dělitel, konstrukce trojúhelníku, výška trojúhelníku, těžnice trojúhelníku, střední příčka, desetinná čísla, povrch, objem, krychle, kvádr
Anotace v angličtině:	The main goal of this thesis is to give you an overview of math curriculum for 6th grade pupils at primary school and for low secondary students. This thesis is focused on word problems and taks and their solution. The main aspect of these problems is to understand instructions and choose the best way how to solve these problems. Thesis also contains less frequent word tasks that can´t be found in school teaching materials. At the end of the thesis there is a questionnaire survey which is focused on popularity of each category of these tasks and their effective solution.
Klíčová slova v angličtině:	least common multiple, greatest common denominator, triangle construction, triangle altitude, centroid of the triangle, meanline of a triangle,decimal numbers, volume of a solid, face of a solid,cube,rectangular.
Rozsah práce:	87 stran
Jazyk práce:	Český jazyk