

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta



Diplomová práce

Okružní dopravní problém v agrární firmě

Obor:PaEN

Ročník:2.

Vypracoval: Yevgen Ivanov

Vedoucí práce:Ing. Roman Kvasnička, Ph. D.

© 2018 ČZU v Praze

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Yevgen Ivanov

Provoz a ekonomika

Název práce

Okružní dopravní problém v agrární firmě

Název anglicky

Travelling salesman problem in agricultural company

Cíle práce

Hlavním cílem práce je navrhování okružních jízd pro agrární společnost AMAGRO s.r.o., která chce nově zavést dopravní oddělení do útvaru podniku, navrhovaná trasa musí mít co nejmenší možnou vzdálenost. Na základě toho je nutné posoudit rentabilitu založení vlastního dopravního oddělení.

Metodika

V teoretické části bude popsána obecná formulace problému a různé modifikace úlohy. Budou rozpracované metody řešení víceokruhových dopravních úloh, které je možné využít v existujících podmínkách, včetně silných a slabých stránek každé jednotlivé metody.

V praktické části bude matematický a slovesně popsána úloha, kterou je nutné řešit a na základě toho bude provedena aplikace vybraných metod do praxe. Každá metoda bude konkrétně popsána s následnou analýzou každého kroku. Bude provedena ekonomická analýza včetně nákladu na zahájení nového systému a na základě toho bude navržen nový systém.

Na začátku budou shromážděná data z existujícího podniku a rozpracovaná struktura útvaru, hlavní a vedlejší činnosti, podmínky zákazníků. Zvláště bude proveden popis a charakteristika dopravních prostředků včetně kapacity vybraného modelu, silné a slabé stránky, omezení vozu. Součástí diplomové práce je charakteristika výrobků vybrané společnosti a nákladovost využívání služeb jiné firmy. Bude provedena ekonomická analýza a rentabilita zavedení dopravního oddělení do podniku a porovnání jednotlivých metod řešení úlohy obchodního cestujícího v určité situaci. Na základě toho bude nabízená optimální struktura podniku.

V případě odmítnutí výsledků práce firmou bude navržená nejlepší možná metoda řešení problému a posudek, zda zavedení dopravního systému a nákup vlastního vozidla bude lepší než pokračování spolupráce s jinou logistickou firmou, cílem které je rozvoz objednávek od zákazníků. Posudek bude vytvořen na základě časové a ekonomické úspornosti.

Doporučený rozsah práce

60-80 s.

Klíčová slova

víceokruhový dopravní problém, NP-úplné úlohy, matematický model, Clarkeova – Wrightova metoda, metoda nejbližšího souseda

Doporučené zdroje informací

- Antošová, R., Holoubek, J. Využití Mayerovy Metody při Řešení Víceokruhového Dopravního Problému. Sborník příspěvku z mezinárodního vědeckého semináře Kvalitativní Metody V Ekonomii 2010. 1. Vyd. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2010, s. 100-109 ISBN 978-807-375-438-9
- Applegate, D.L., Bixby, R.E., Chvátal, V., Cook, J.W.: The Traveling Salesman Problem: A Computational Study, Princeton University Press, 2006. ISBN 978-14-008-4110-3
- Holoubek, J. Ekonomicko-matematické metody. 2. vydání. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2010. s. 150-158 ISBN 978-80-7375-411-2
- Janáček, J.: Optimalizace Na Dopravních Sítích, vyd. 2. Žilina: EDIS, 2006. ISBN 90-80-70-586-0
- Pelikán, J. Praktikum z Operačního výzkumu. 1. vydání, Praha: VŠE, 1992. s. 80-86 ISBN 80-7079-135-7.
- Toth P., Vigo D., 1997; An exact algorithm for the vehicle routing problem with the backhauls; Transportation science; V31 S:372-385

Předběžný termín obhajoby

2017/18 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Roman Kvasnička, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 12. 3. 2018

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 13. 3. 2018

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 15. 03. 2018

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci „Okružní dopravní problém v agrární firmě“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Ing. Romanu Kvasníčkovi, Ph. D., za cenné připomínky a odborné vedení. Dále bych rád poděkoval panu Lubomíru Rákosovi, řediteli firmy AMAGRO s.r.o. za spolupráci a poskytnutou dokumentaci.

Okružní dopravní problém v agrární firmě

Souhrn

Diplomová práce je zaměřena na řešení okružního dopravního problému ve společnosti AMAGRO s.r.o., která se zabývá výrobou a prodejem hnojiv na českém trhu. Cílem práce je prozkoumat požadavky zákazníků, všechny druhy omezení, existující náklady na přepravu a strukturu okruhů, pomocí které společnost může uspokojit poptávku na trhu vlastními dopravními prostředky. Součástí práce je taky analýza existujících nákladů na využití služeb jiné dopravní firmy a nákladů při realizaci rozvozu vlastními silami.

V první části práce je prozkoumána teorie problému, základní pojmy a metody pro řešení ODP. Důraz je kladen na pochopení jednotlivých modifikací úloh obchodního cestujícího.

V praktické části práce je analyzována struktura omezení, se kterými společnost při zahájení dopravy počítá, provedená analýza nákladovosti založení nového oddělení včetně nákladu spojeného s fungováním nabízených okruhů. Pro řešení víceokruhového dopravního problému je použita Clarkeova-Wrightova metoda a metoda nejbližšího souseda s respektováním jednotlivých omezení.

Na závěr je nabízena struktura okruhů s nejmenší celkovou vzdáleností a rentabilita rozvozu objednávek vlastním vozem z dlouhodobého hlediska.

Klíčová slova: víceokruhový dopravní problém, NP-úplné úlohy, matematický model, Clarkeova-Wrightova metoda, metoda nejbližšího souseda.

Travelling salesman problem in Agricultural Company

Summary

The subject of the Diploma Thesis is the solution of an travelling salesman problem in the AMAGRO s.r.o. company which focuses on production and sale of fertilizers on the Czech market. The aim of the thesis is to examine customer requirements, different kinds of constraints, as well as existing transport costs, and to offer a structure of circuits through which the company can satisfy the market demand using its own means of transport. As a part of the thesis, there is also an analysis of both the existing costs of using another transport company's services and the costs of self-delivery.

In the first part of the thesis, there is theoretical information about the problem, basic terms and methods of solving the travelling salesman problem. Emphasis is placed on understanding the individual modifications of this problem.

The practical part of the thesis includes structural analysis of the constraints, that the company is expecting to occur upon the launch of the transport, and analyzes the expenses of the new department establishment including the costs associated with the operation of the offered circuits. To solve the orbital traffic problem, both the Clarke and Wright method and the simple linkage method were used, with respect to particular constraints.

Finally, a structure of circuits with the shortest overall distance is stated together with long-term profitability of the self-delivery.

Keywords: multiple salesman problem, NP-hard problems, mathematical model, Clarke and Wright method, Closest Neighbor algorithm

Obsah

1	ÚVOD.....	12
2	CÍL A METODIKA.....	14
3	OKRUŽNÍ DOPRAVNÍ PROBLÉM	16
3.1	Obecná charakteristika ODP	16
3.2	Historické poznatky.....	17
3.3	Jednookruhová dopravní úloha	17
3.4	Víceokruhová dopravní úloha	18
3.5	TSP z hlediska teorie grafu	20
4	OMEZENÍ V OKRUŽNÍ DOPRAVNÍ ÚLOZE	23
4.1	Kapacitně omezená úloha.....	24
4.2	Úloha s časovými okny	25
4.3	Úloha s více středisky	26
4.4	Úloha se zpětným sběrem	28
4.5	Vzdálenostně omezená úloha	29
4.6	Stochastická úloha.....	30
4.7	Kombinované úlohy	31
5	ŘEŠENÍ VÍCEOKRUHOVÉHO DOPRAVNÍHO PROBLÉMU.....	34
5.1	Clarkeova-Wrightova metoda	34
5.2	Metoda nejbližšího souseda	36
5.3	Littlův algoritmus	37
5.4	Mayerova metoda.....	38
6	POPIS PODNIKU.....	40
6.1	Popis činnosti a útvarů podniku	40
6.2	Charakteristika výrobků	41
7	PODKLADOVÉ ÚDAJE	43

7.1	Matice vzdálenosti.....	43
7.2	Matice času.....	45
7.3	Charakteristika vybraného typu vozidla.....	45
7.4	Rozmístění výrobků	46
7.5	Struktura omezujících podmínek	46
8	APLIKACE VYBRANÝCH METOD	48
8.1	Slovní formulace úlohy	48
8.2	Matematický popis úlohy	49
8.3	Praktické řešení Clark-Wrightovou metodou.....	50
8.4	Praktické řešení metody nejbližšího souseda.....	60
9	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	63
9.1	Porovnání výsledků jednotlivých metod	63
9.2	Porovnání struktury nákladů	64
10	ANALÝZA ÚČELNOSTI NÁKUPU VOZU	67
10.1	Analýza existujících nákladů	67
10.2	Zahájení vlastní činnosti.....	68
10.3	Ekonomická charakteristika	69
11	ZÁVĚR	71
12	POUŽITÁ LITERATURA	73
	Internetové zdroje	74
13	PŘÍLOHY.....	76
	Příloha č. 1 – Výchozí data	76
	Příloha č. 2 – Ceny výrobků	77
	Příloha č. 3 – Požadavky jednotlivých zákazníků	78
	Příloha č. 4 – Matice vzdálenosti 1. Část.....	81
	Příloha č. 5 – Matice vzdálenosti 2. část.....	81
	Příloha č. 6 – Matice vzdálenosti 3. část.....	82
	Příloha č. 7 – Matice vzdálenosti 4. část.....	82

Příloha č. 8 – Matice času 1. část.....	83
Příloha č. 9 – Matice času 2. část.....	83
Příloha č. 10 – Matice času 3. část.....	84
Příloha č. 11 – Matice času 4. část.....	84
Příloha č. 12 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 1. část	85
Příloha č. 13 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 2. část	85
Příloha č. 14 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 3. část	86
Příloha č. 15 – Schéma rozmístění palet na DP pro 2. okruh	86
Příloha č. 16 – Schéma rozmístění palet na DP pro 3. okruh	87
Příloha č. 17 – Schéma rozmístění palet na DP pro 4. okruh	87
Příloha č. 18 – Schéma rozmístění palet na DP pro 5. okruh	88
Příloha č. 19 – Schéma rozmístění palet na DP pro 6. okruh	88
Příloha č. 20 – Schéma rozmístění palet na DP pro 7. okruh	89
Příloha č. 21 – Schéma rozmístění palet na DP pro 8. okruh	89
Příloha č. 22 – Vývoj cen na pohonné hmoty	90

SEZNAM TABULEK

Tabulka č. 1 – Clarkeova-Wrightova metoda.....	35
Tabulka č. 2 – Objednávky za měsíc březen	43
Tabulka č. 3 – Maximální povolená rychlost	45
Tabulka č. 4 – Vzdálenost z výchozího místa	50
Tabulka č. 5 – Ukázka výpočtu výhodnostních koeficientů.....	51
Tabulka č. 6 – Postup jednotlivých iterací.....	56
Tabulka č. 7 – Kontrola okruhů	60
Tabulka č. 8 – Řešení metodou nejbližšího souseda	62
Tabulka č. 9 – Výsledky jednotlivých metod	63
Tabulka č. 10 – Struktura nákladů	65
Tabulka č. 11 – Celkové roční náklady	66
Tabulka č. 12 – Existující náklady.....	67
Tabulka č. 13 – Měsíční náklady spojené s fungováním dopravy.....	69
Tabulka č. 14 – Ekonomická charakteristika.....	70

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek č. 1 – Vysokozdvížený vozík	41
Obrázek č. 2 – Rozmístění míst s požadavkem na mapě ČR	44
Obrázek č. 3 – Rozmístění palet v autě pro 1. okruh.....	57

1 Úvod

Optimalizace cest a s tím spojená minimalizace nákladů a času na dopravu je otázkou každého dopravního podniku, protože řešení tohoto problému vede k prospěchu a růstu konkurenční schopnosti na trhu. Řešit tuto otázku můžeme pomocí okružního dopravního problému.

Okružní dopravní problém je nalezení nejkratší možné cesty procházející všemi zadanými body na mapě, přičemž každý bod je možné navštívit právě jednou.

Pro řešení dané úlohy je nutné předem vědět vzdálenosti mezi každou dvojicí míst. Říkáme tomu také problém obchodního cestujícího nebo „traveling salesman problem“ (TSP). Z definice můžeme udělat závěr, že tento problém má velmi úzkou specializaci, ale není to pravda. Problém se vyskytuje například při směřování teleskopu, rentgenových paprsků a laserů, při třídění dat, psaní hudby, testování mikroprocesorů apod. Navíc většina lidí řeší tento problém skoro každý den, například při cestování autem, kde je nutné projet co nejvíce zajímavých míst co nejrychleji. Kvůli tomu řešení okružního dopravního problému je velmi důležitá otázka našeho času, kterou dosud nikdo nemůže řešit. Zásadní je otázka našeho drahocenného času, která se nedá řešit jinak než okružní dopravou, která by mohla vyřešit dopravní problémy. Zvláštnost problému je v tom, že ještě neexistuje žádná metoda, která by sloužila jako univerzální vzorek pro řešení této úlohy. Náročnost spočívá v tom, že s počtem míst, které je nutné navštívit, exponenciálně roste počet operací, které je nutné provést pro nalezení optimálního výsledku, proto nejrychlejší počítač dokáže vypočítat úlohy se 100 místy až za 100 000 let.

V případě úlohy TSP hledáme optimální řešení, nikoliv minimální. Je to spojeno s tím, že kvůli náročnosti dané úlohy vzniklo tvrzení: pokud nikdo nedokázal, že existuje cesta kratší než původní, budeme brát tu původní cestu jako optimální.

V praxi se velmi často setkáváme s dodatečnými podmínkami na dodání zboží, proto podle složitosti okružní dopravní problém můžeme rozdělit na jednookruhový a víceokruhový. Jednookruhový problém je jednodušší než víceokruhový. Jednoduchost jednookruhové úlohy spočívá v neexistenci dodatečných podmínek a cesta je realizována jen jedním okruhem. V případě víceokruhového dopravního problému použití jednoho okruhu nestačí. Je to spojeno s omezeními na jednotlivých trasách okruhu, kapacitními omezeními, požadavky na rozdělení zákazníků do skupin apod.

ODP se nejvíce uplatňuje v dopravních a speditérských firmách, kde hledání nejkratších a nejlevnějších cest je podstatou fungování celé firmy. Proto řešení této úlohy (konkrétně víceokruhového problému) je nejdůležitější část strategického plánování při založení dopravní společnosti. Metod řešení ODP existuje velké množství a jejich uplatňování záleží na omezujících podmínkách existujících v daném okruhu.

Nalezení univerzální metody řešení ODP by umožnilo v dopravě zmenšit výdaje na provoz autodopravy, na logistické outsourcingové služby, zkrátit čas dodání zboží, zvětšit rozsah dodání zboží, zvětšit zájem potenciálních partnerů a následně zvětšit zisk a účelnost dopravy celkem.

2 Cíl a metodika

Cílem práce je navrhování okružních jízd pro agrární společnost AMAGRO s.r.o., která chce nově zavést dopravní oddělení do útvaru podniku. Navrhované trasy musí mít co nejmenší možnou vzdálenost. Zároveň je nutné posoudit rentabilitu nákupu vlastního dopravního prostředku.

Bude kladen důraz na víceokruhový dopravní problém a jeho modifikace. Pro účely diplomové práce budou používané známé metody řešení víceokruhových dopravních úloh, konkrétně Clarkeova-Wrightova metoda a metoda nejbližšího souseda.

V teoretické části bude popsána obecná formulace problému a různé modifikace úlohy. Budou rozpracovány metody řešení víceokruhových dopravních úloh, které je možné využít v existujících podmínkách, včetně silných a slabých stránek každé jednotlivé metody. Při výběru jednotlivé metody budeme uvažovat:

- 1) Počet míst
- 2) Celkovou délku cest
- 3) Kapacitu vozidel
- 4) Způsob rozmístění míst
- 5) Časové omezení
- 6) Požadavky zákazníků

Bude matematicky a slovesně popsána úloha, kterou je nutné řešit, a na základě toho bude provedena aplikace vybraných metod do praxe. Každá metoda bude konkrétně popsána s následnou analýzou každého kroku. Bude provedena ekonomická analýza včetně nákladu na zahájení nového systému a na základě toho bude navržen nový systém.

Na začátku budou shromážděna data z existujícího podniku a rozpracována struktura útvaru, hlavní a vedlejší činnosti, podmínky zákazníků. Zvláště bude proveden popis a charakteristika dopravních prostředků včetně kapacity vybraného modelu, silné a slabé stránky, omezení vozu. Součástí diplomové práce je charakteristika výrobků vybrané společnosti a nákladovost využívání služeb jiné firmy. Bude provedena ekonomická analýza a zjištěna rentabilita zavedení dopravního oddělení do podniku, dále dojde k porovnání jednotlivých metod řešení úlohy obchodního cestujícího v určité situaci. Na základě toho bude znázorněna optimální struktura podniku.

V případě odmítnutí výsledků práce firmou bude navržena nejlepší možná metoda řešení problému a posudek, zda zavedení dopravního systému a nákup vlastního vozidla

bude lepší než pokračování ve spolupráci s jinou logistickou firmou, jejímž cílem je rozvoz objednávek od zákazníků. Posudek bude vytvořen na základě časové a ekonomické úspornosti.

3 Okružní dopravní problém

Cílem této kapitoly je prozkoumat literaturu, vytvořit seznam nejdůležitějších pojmů a poznatků, na základě kterých bude řešen existující problém v podniku.

3.1 Obecná charakteristika ODP

Obecná formulace okružního dopravního problému, nebo jak jej nazývají v zahraniční literatuře Travelling Salesman Problem (TSP), zní takto: „Je dána množina M a pro každé dva její prvky x, y je dáno číslo $d(x, y)$, které budeme nazývat vzdálenost x a y . Cílem je najít, v jakém pořadí má obchodní cestující projet prvky množiny M tak, aby prošel každým městem právě jednou a pak se vrátil do místa, kde cestu začal, a urazil při tom vzdálenost co možná nejmenší.“ [4]

Okružní dopravní problém patří ke třídě NP-úplných úloh. „NP je třída rozhodovacích problémů takových, že $L \in NP$ právě tehdy, když \exists problém $K \in P$ a \exists polynom g takový, že pro x platí $L(x) = 1 \Leftrightarrow \exists$ nápověda $y: |y| \leq g(|x|)$ a současně $K(x, y) = 1$.“ [5]

Třída NP znamená, že ten problém se skládá z takových úloh, jejichž řešení lze v polynomiálním čase zkontrolovat, následkem toho je možnost ověřit, zda navržená cesta je kratší než původní optimální. [1]

Úplnost toho problému spočívá v tom, že případná existence dobrého algoritmu pro tento problém už zaručuje existenci dobrého algoritmu pro všechny další problémy ve třídě NP. Pokud to někdo dokáže vyřešit, tak prokáže že $NP=P$ (třídě úloh, pro které existuje „dobré“ řešení). Tyto třídy nejsou totožné, proto názor na řešení jednotlivých úloh uvnitř třídy je různý. Když bude vysvětleno že $NP=P$, změní se názor na okružní dopravní problém a postupy při hledání optimální cesty. Proto existuje pojem NP-obtížná úloha, který se používá při situaci neurčitosti, zda úloha je NP-úplná. Tento pojem je možné použít taky pro všechny úlohy třídy NP. [2]

Metod k řešení ODP existuje obrovské množství a využití jednotlivé metody záleží na formulaci úlohy a typu existujících omezujících podmínek, které lze klasifikovat na interní podmínky zavedené zkoumaným objektem, jako jsou například kapacita vozidel,

délka okruhu, a externí podmínky kladené subjektem podstatného nebo širšího okolí. Sem můžeme zařadit poptávku jednotlivého místa, které je nutné navštívit a časová okna. [3]

Je nutné říct, že vědci bojují s problémem obchodního cestujícího už dlouho a pro pochopení tohoto problému a jednotlivých postupů při řešení je nutné sáhnout do historie.

3.2 Historické poznatky

Poprvé problém obchodního cestujícího definoval Karl Menger v roce 1930 a v té době tato úloha byla spojena s tím, jak projet všechny státy v USA co nejrychleji a vrátit se zpátky do Washingtonu. Problém vznikl, když bylo stanoveno, že řešení úlohy „hrubou silou“ (probrat všechny možné varianty) bude trvat mnoho let. Následkem toho se objevila snaha využít metodu nejbližšího souseda, během které hledali bod, který je nejbližší k poslednímu zvolenému bodu, ale zase se potkali s neúspěchem, protože uvažovali jen jeden krok dopředu a dorazili tak do místa, odkud už nemohli jet nikam dál, pouze se vrátit zpátky na cestu, kterou již projeli.

Za několik let, když úloha byla konečně vyřešena metodou nejbližšího souseda, řešení bylo přijato jako optimální. Důsledkem pochopení nedokonalosti využívaných metod bylo využití hladového algoritmu, který probírá všechny hrany od té nejkratší k nejdelší a přidá novou hranu jen tehdy, když spojí dva existující úseky cesty do delšího úseku (používá teorii grafu). Když úloha byla vyřešena, výsledek byl lepší než při metodě nejbližšího souseda. Za několik let použili metodu kolíků a provázků. Tak s pomocí dřevěné makety náhodou objevili nejlepší dosud známé řešení. Tento příklad nám vysvětluje, že se optimální řešení ODP může objevit náhodou a vždycky existuje možnost ho najít. Platilo to před 100 lety a platí to taky dnes. [2]

3.3 Jednookruhová dopravní úloha

Jednookruhová dopravní úloha je nejjednodušším příkladem NP-úplných úloh. Neexistence dodatečných podmínek umožňuje najít optimální řešení úlohy pomocí jednoho okruhu. Bohužel v praxi málokdy můžeme potkat takové úlohy. Pro řešení jednookruhové dopravní úlohy je nutné specifikovat účelovou funkci, obecné omezující podmínky a na základě toho sestavit matematický model úlohy.

Matematický model je abstraktní forma úlohy, zapsaná pomocí matematického aparátu a vyjadřující vztahy existující mezi proměnnými v reálném světě.

Na začátku uvedeme proměnné, které budeme používat při řešení jednookruhové dopravní úlohy: [6]

- 1) $N \in \mathbb{N}$ – vyjadřuje celkový počet míst, které je nutné navštívit a který je elementem množství \mathbb{N} (celkový možný počet míst).
- 2) $c_{ij} \in R_o^+$; $i, j \in (0, \dots, N)$ – vyjadřuje celkové náklady trasy mezi i a j místy, které jsou elementem celkových možných nákladů.
- 3) Ačkoliv se jedná o specifické úlohy, je nutné uvést řádu dalších pomocných proměnných:
- 4) $x_{ij} \in (0, 1)$; $i, j \in (0, \dots, N)$ – vyjadřuje možnost existence trasy mezi i a j místem.
- 5) $B_i \in (1, \dots, N)$ – vyjadřuje pořadí, ve kterém bude navštíveno i místo.
- 6) $B_j \in (1, \dots, N)$ – vyjadřuje pořadí, ve kterém bude navštíveno j místo.

Účelová funkce nám ukazuje to, čeho chceme dosáhnout řešením úlohy. V daném případě chceme minimalizovat vzdálenost mezi jednotlivými místy:

$$z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3.1).$$

Omezující podmínky ovlivňují hodnoty řešení zadaných proměnných a jsou dané vlivem okolního prostředí:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j \quad (3.2),$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j \quad (3.3),$$

$$B_i - B_j + N x_{ij} \leq N - 1, j \in (1, \dots, N), i \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (3.4).$$

Omezující podmínka (3.2) ukazuje, že každé místo bude navštěvováno jednou, podmínka (3.3) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou, omezující podmínka (3.4) se vyhýbá přítomnosti subcesty.

Obecně v jednookruhové dopravní úloze předpokládáme, že matice vzdálenosti je symetrická, nebo tomu říkáme Euklidova okružní dopravní úloha.

3.4 Víceokrhová dopravní úloha

Víceokrhová dopravní úloha je rozšířením obecné jednookruhové dopravní úlohy. K rozšíření dojde, když jeden okruh nestačí a je nutné přidat k původnímu modelu další omezující podmínky. V praxi by to znamenalo, že je nutné vytvořit další okruh v době, kdy bude překročena kapacita jednoho okruhu.

Řešením takové úlohy je uspokojení určitých potřeb všech odběratelů při splnění omezujících podmínek s předpokladem optimalizace času a minimálním možným využitím všech vstupů.

Základní klasifikace víceokruhových dopravních úloh je následující: [14]

- 1) *Úlohy se stanoveným počtem vozidel.* Může být přesně definována na začátku nebo být stochastickou proměnnou, která se bude měnit s určitou pravděpodobností.
- 2) *Úlohy se stanoveným počtem výchozích míst.* Existuje obrovské množství kombinací z hlediska počtu výchozích míst. Jedná se o možnosti výběru jednoho výchozího místa – depa, nebo většího počtu těchto míst. Vozidla mohou být umístěna v jednom depu, nebo být rozprostřena do více středisek. Každé vozidlo se může vrátit do depa, ze kterého začínalo cestu, nebo do jiného.
- 3) *Úlohy s časovými okny.* Existence nebo neexistence časových oken má obrovský vliv na formulaci víceokruhového problému. Časová okna vstupují do podniku jako interní data od zákazníků a podnik na ně nemá vliv.
- 4) *Úlohy s fixními poplatky za vozidlo.* Mnohdy jsou náklady spojené s udržováním vozidla a mzdami řidičů součástí účelové funkce a cílem řešené úlohy.
- 5) *Kapacitně omezené úlohy.* Občas na úsecích tras vznikají omezení na celkovou hmotnost vozu, nebo kapacita je přímo úměrná nosnosti vozidla.
- 6) *Další typy úloh.*

Uvedeme matematický model pro řešení základní víceokruhové dopravní úlohy: [6]

- 1) $N \in \mathcal{N}$ – vyjadřuje celkový počet míst, které je nutné navštívit a který je elementem množství \mathcal{N} (celkový možný počet míst).
- 2) $P \in \mathcal{N}$ – vyjadřuje maximální počet míst, které lze navštívit během jednoho cyklu.
- 3) $T \in \mathcal{N}$ – vyjadřuje počet cyklů v úloze.
- 4) $c_{ij} \in \mathbb{R}_0^+$; $i, j \in (0, \dots, N)$ – vyjadřuje celkové náklady trasy mezi i a j místy, která jsou elementem celkových možných nákladů.

Ačkoliv se jedná o specifickou úlohu, je nutné uvést řádu dalších pomocných proměnných:

- 5) $x_{ij} \in (0, 1)$; $i, j \in (0, \dots, N)$ – vyjadřuje možnost existence trasy mezi i a j místy.
- 6) $B_{iz} \in (1, \dots, P)$ – vyjadřuje pořadí, ve kterém bude navštíveno i -té místo v rámci z -ého cyklu.
- 7) $B_{jz} \in (1, \dots, P)$ – vyjadřuje pořadí, ve kterém bude navštíveno j -té místo v rámci z -ého cyklu.

Účelová funkce úlohy je stejná jako v případě jednookruhové dopravní úlohy, protože mají stejný cíl:

$$z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3.2.1).$$

Omezující podmínky se liší a jsou komplikovanější než v případě jednookruhové úlohy.

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (3.2.2),$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j \quad (3.2.3),$$

$$B_{iz} - B_{jz} + N_j x_{ij} \leq N - 1, j \in (1, \dots, N), i \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (3.2.4).$$

Další omezující podmínky jsou spojené s cyklem a charakterizují počet cest ze základny i do základny, které se musejí rovnat počtu cyklů:

$$\sum_{j=1}^N x_{0j} = T; \quad (3.2.5),$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0} = T; \quad (3.2.6).$$

Omezující podmínka (3.2.2) ukazuje, že každé místo bude navštíveno jednou, podmínka (3.2.3) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou, omezující podmínka (3.2.4) je podmínkou cyklu, omezující podmínky (3.2.5, 3.2.6) jsou podmínkami rovností cyklu.

3.5 TSP z hlediska teorie grafu

Teorie grafu je obor diskrétní matematiky zkoumající vlastnosti grafů. Je velmi specifickým oborem, proto pro pochopení teorie a řešení okružního dopravního problému je nutné uvést pojmy související s danou problematikou.

Graf G je uspořádanou dvojicí (V, E) , kde V označuje množinu uzlů $u_1, u_2, u_3 \dots u_n$ ($U_i, i = 1, 2 \dots n$) a E označuje množinu hran h_{ij} , kde h_{ij} je hrana mezi uzlem u_i a u_j . Každý uzel má svůj *stupeň* – počet hran grafu G , které z něj vycházejí nebo do něj přicházejí. Podle toho dělíme stupeň grafu na vstupní a výstupní.

Cesta P v grafu $G = (V, E)$ je posloupnost střídavě se skládající z vrcholů a hran,

$P = (v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_k, v_k)$, kde $e_i = v_i - I v_i$ jsou hrany a $\{v_0, v_1, \dots, v_k\} \subset V$ jsou navzájem různé vrcholy. Přidáme-li k P navíc hranu $v_k v_0$, vznikne uzavřená cesta nazývaná kružnice nebo také cyklus.

Tah W v grafu G je posloupnost střídavě se skládající z vrcholů a hran, $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_k, v_k)$, kde $e_i = v_i - I v_i$ jsou navzájem různé hrany.

Úplný je neorientovaný graf K_n s celkovým počtem vrcholů n , ve kterém každé dva vrcholy jsou spojené hranou.

Kostra grafu K je libovolný faktor grafu G , který je stromem, přičemž *strom* S je souvislý graf G , který neobsahuje kružnici.

Orientovaný je graf $G = (V, E)$, ve kterém hrany mají stanovený určitý směr a zároveň délka $c_{ij} \neq c_{ji}$ (v případě existence zpětné cesty). V takovém případě *neorientovaným* grafem nazýváme takový graf, ve kterém není stanoven směr cesty s u_i do u_j , nebo orientovaný graf, ve kterém $c_{ij} = c_{ji}$.

Tah W v grafu G je posloupnost střídavě se skládající z vrcholů a hran, $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_k, v_k)$, kde $e_i = v_i - I v_i$ jsou navzájem různé hrany.

Eulerovský tah je tahem, který obsahuje všechny hrany grafu. Při hledání Eulerovského tahu je pro nás podstatné, zda je graf orientovaný nebo neorientovaný. V případě hledání uzavřeného tahu v neorientovaném grafu musí být všechny uzly sudého stupně. V opačném případě právě 2 uzly musí být lichého stupně (otevřený tah). Při zkoumání uzavřeného tahu v orientovaném grafu, všechny uzly musí mít stejný vstupní a výstupní stupeň, v takovém případě mluvíme o uzavřeném tahu. V otevřeném tahu pro právě 2 uzly musí platit:

$$deg_u(b) = deg_u(a) + 1$$

$$deg_v(b) = deg_v$$

Na základě uvedených pojmů definujeme úlohu obchodního cestujícího z hlediska teorie grafu: *Nechť* $G = (V, E)$ je graf (orientovaný nebo neorientovaný). Označme $V = \{1, 2, \dots, n\}$. Pro každou hranu $(i, j) \in E$ resp. $\{i, j\} \in E$ je dána její cena c_{ij} . Potom úlohou obchodního cestujícího je nalézt hamiltonovský cyklus v G , jehož součet cen hran je nejmenší možný. [4]

Hamiltonův cyklus je cyklus, který obsahuje každý vrchol grafu, a to právě jednou. Problém je v nalezení nejkratší cesty, která zároveň musí mít minimální délku. Postup řešení tohoto problému musí být následující:

V daném grafu G najdeme nejlevnější kostru K grafu G . Je-li tato kostra cestou, dostali jsme nejkratší hamiltonovskou cestu v grafu G . Není-li tato kostra cestou, tj. má-li vrchol v stupně aspoň 3, zakážeme vždy jednu hranu incidentní s v . Tím rozvětvíme danou úlohu na k podúloh, kde k je stupeň vrcholu v . Každou z podúloh řešíme podobně.

Cena již získané hamiltonovské cesty slouží jako horní odhad délky nejkratší hamiltonovské cesty. Jestliže v některé podúloze je délka minimální kostry delší nebo stejná jako délka dosud známé hamiltonovské cesty, nemusíme se danou podúlohou již zabývat – nemůžeme dostat cestu s menší délkou. [8]

4 Omezení v okružní dopravní úloze

Okružní dopravní úloha je úlohou orientovanou do praxe, protože řeší otázku optimalizace existujících cest a následně minimalizace nákladů na dopravu. Každý podnik jako individuální útvar má svoje podmínky, kapacity a okruhy tras. Zkoumání a pochopení jednotlivých omezení je důležitým nástrojem fungování jakéhokoliv podniku.

Rozdělit jednotlivá omezení podle charakteristických znaků můžeme na: [7]

- 1) **Počet středisek**
 - a. *Jedno středisko*
 - b. *Více středisek*
- 2) **Velikost dopravního parku**
 - a. *Jediné vozidlo*
 - b. *Více vozidel*
 - c. *Neomezený počet vozidel*
- 3) **Čas uspokojování požadavků**
 - a. *Čas není určen*
 - b. *Čas je dán časovým intervalem*
 - c. *Čas je pevně určen*
- 4) **Poloha požadavků v dopravní síti**
 - a. *V uzlech*
 - b. *Na úsecích*
 - c. *V uzlech a úsecích*
- 5) **Typ dopravního parku**
 - a. *Homogenní*
 - b. *Heterogenní*
- 6) **Povaha požadavků**
 - a. *Deterministická*
 - b. *Stochastická*
- 7) **Typ dopravní sítě**
 - a. *Neorientovaná*
 - b. *Orientovaná*
 - c. *Smišená*
- 8) **Kvalita řešení**

- a. *Minimaxové kritérium*
 - b. *Minimální počet tras*
 - c. *Minimální součet ohodnocení úseků projetych vozidly*
 - d. *Smišené kritérium*
- 9) **Operace prováděné u zákazníků**
- a. *Pouze nakládka*
 - b. *Pouze vykládka*
 - c. *Obě operace*
- 10) **Maximální doba pro projetí jedné trasy**
- a. *Stejná pro všechna vozidla*
 - b. *Každé vozidlo má jinou dobu*
 - c. *Není zadána*

4.1 Kapacitně omezená úloha

Kapacitně omezená úloha obecně patří k problému okružních jízd, kde k uspokojení požadavku míst $n-1$ máme k dispozici omezené množství vozidel $V \in (2, \dots, k)$, kde k je předem dané konečné číslo. Z formulace problému můžeme udělat závěr, že množství vozidel bude vždycky více než jedno. Podmínky této úlohy jsou:

- 1) Předem známá poptávka od každého místa
- 2) Stejná kapacita všech vozidel
- 3) Všechna vozidla mají jedno výchozí depo

Úlohou tohoto problému je navštívit jednou každé místo a uspokojit jeho požadavek s co nejmenšími náklady. Formulace kapacitně omezené úlohy zní takto: Mějme úplný graf $G = (V, A)$, kde V je množina n vrcholů, $V \in \{0, \dots, n\}$, kde 0 je výchozí depo a A je množina hran. Každá hrana $(i, j) \in A$ má svoji cenu (vzdálenost) c_{ij} . Mnohdy matice vzdálenosti c_{ij} splňuje trojúhelníkovou nerovnost: [9]

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij}, (i, j, k) \in V \quad (4.1.1).$$

Celkový počet vozidel ve vozovém parku označíme K , přičemž každé má stejnou kapacitu $Q_1=Q_2=\dots=Q_n$. Poptávku každého místa $i \in \{1, \dots, n\}$ označíme $d_i \geq 0$. Pro depo definujeme hodnotu $d_i = 0$. Binární proměnná x_{ij} ukazuje, zda existuje optimální cesta mezi i a j . Následně matematický model řešení kapacitně omezeného problému:

Účelová funkce vyjadřuje optimalizaci vzdálenosti mezi místy:

$$z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.1.2).$$

Omezující podmínky zadávají přesné hodnoty proměnných na základě definovaných podmínek: [9]

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j \quad (4.1.3),$$

$$\sum_{j=0}^N x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j \quad (4.1.4),$$

$$\sum_{i=0}^N x_{i0} = K, i \in (1, \dots, N) \quad (4.1.5),$$

$$\sum_{j=0}^N x_{0j} = K, j \in (1, \dots, N) \quad (4.1.6),$$

$$d_i \leq u_i \leq Q, i \in (1, \dots, N), \quad (4.1.7),$$

$$x_{ij} \in \{0;1\}, i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.1.8),$$

$$u_i - u_j + d_j \leq Q(1 - x_{ij}), i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.1.9).$$

Omezující podmínka (4.1.3) ukazuje, že každé místo bude navštíveno jednou; podmínka (4.1.4) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou; omezující podmínky (4.1.5, 4.1.6) říkají, že z depa vyjede a vrátí se K vozů; omezující podmínka (4.1.9) eliminuje existence subcyklu; omezující podmínka (4.1.8) je podmínkou hodnot binární proměnné x_{ij} .

4.2 Úloha s časovými okny

Hlavní cíl dané úlohy se nemění, což znamená, že obchodní cestující musí projet všemi zadanými místy právě jednou, uspokojit jejich požadavky a s co nejmenšími náklady se vrátit do výchozího místa. Rozdíl je v tom, že vstupují nová omezení ve tvaru časových oken. *Časové okno* – určitý čas, ve kterém obchodní cestující musí navštívit konkrétní místo. Nadefinujeme tuto úlohu takto: mějme matici vzdálenosti C mezi n počtu míst. Každé místo $n-1$ je nutno navštívit jednou, přičemž cesta musí začínat a končit v místě 1 . Pro každé místo i je stanoven požadovaný začátek a konec návštěvy, které označíme a_i a b_i . Následně stanovený časový interval pro každé i -té místo $\langle a_i, b_i \rangle$. Kromě matice vzdálenosti C stanovíme matici D , která se skládá z jednotlivých časů přejezdů mezi uzly d_{ij} . Proměnná x_{ij} označuje, zda mezi jednotlivými uzly existuje optimální cesta. Musíme zavést další proměnnou t_i , která označuje čas, v němž je navštíven uzel i . Zavedeme taky proměnnou M , která označuje libovolnou vysokou konstantu. [8]

Účelová funkce vyjadřuje snahu minimalizovat celkovou vzdálenost mezi uzly a bude mít tvar: [8]

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.2.1).$$

Omezující podmínky v TSP s časovými okny budou vypadat následně:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (4.2.2),$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (4.2.3),$$

$$x_{ij} \in \{0;1\}, i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.2.4),$$

$$t_1 = 0; \quad (4.2.5),$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i, i \in (2, \dots, N), i \neq j; \quad (4.2.6),$$

$$t_i + d_{ij} - M(1-x_{ij}) \leq t_j; \quad (4.2.7),$$

kde $i \in (1, \dots, N), j \in (2, \dots, N), i \neq j$.

Další možností modifikace této úlohy je možnost zavést dobu obsluhy i -tého místa S_i , v takovém případě místo podmínky (4.2.7) zavedeme novou:

$$t_i + S_i + d_{ij} - M(1-x_{ij}) \leq t_j \quad (4.2.8),$$

kde $i \in (1, \dots, N), j \in (2, \dots, N), i \neq j$.

Omezující podmínka (4.2.2) ukazuje, že každé místo bude navštíveno jednou; podmínka (4.2.3) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou; omezující podmínka (4.2.4) říká, že čas odjezdu nastavíme na 0; omezující podmínka (4.2.6) musí platit pro všechny uzly kromě prvního a znamená, že čas, pro který ji nastavíme, spadá do požadovaného časového okna; omezující podmínka (4.2.7) je podmínkou, že pokud pojedeme z i do j , tak nenavštívíme uzel j dříve, než kolik činí čas návštěvy uzlu včetně doby přejezdu z i do j .

Podmínkou úlohy je respektování časových oken konkrétního zákazníka, proto vždycky dojde k jedné ze dvou situací:

Vozidlo zůstane v místě i a bude čekat na takový čas odjezdu $e_j - t_{ij}$, aby dorazilo do místa j přesně v dobu otevření časového okna.

Po ukončení obsluhy místa i vozidlo odjede do místa j a bude čekat na zahájení obsluhy e_j u konečného zákazníka.

4.3 Úloha s více středisky

Úloha obchodního cestujícího s více středisky je modifikace obyčejné úlohy TSP, ve které je povolen více než jeden cestující. Výchozím předpokladem pro řešení úlohy je matice vzdálenosti M mezi jednotlivými místy a jedno depo – výchozí bod, ve kterém se nachází m množství cestujících. Úlohou daného problému je minimalizace celkových nákladů (vzdálenosti) na m cest. Existuje celá řada modifikací úlohy m TSP, například úloha s několika depy a fixními náklady. [14]

Úloha s několika depy je úloha, kde místo jednoho depa můžeme potkat fixní množství dep větší než 1. Navíc v každém z dep j je umístěno m_j cestujících. Ve fixní verzi této úlohy se každý cestující musí vrátit do výchozího depa, ze kterého začínal svoji cestu. Ve variabilní verzi každý cestující může dokončit svoji cestu v libovolném depu, ale množství těch cestujících, které vyjelo z jednoho depa, se musí rovnat množství cestujících, které se vrátilo do depa d .

Úloha s fixními náklady je úloha, kde určité množství cestujících není stanoveno, ale musejí být stanovené fixní náklady na aktivaci každého cestujícího. Celkové náklady spočítáme jako náklady na jednoho cestujícího plus náklady na cestu.

Mějme graf $G = (V, A)$, kde V je množina n vrcholů a A je množina hran. Každá hrana $(i, j) \in A$ má svoji cenu (vzdálenost) c_{ij} . Depo je vrcholem 1 a v tomto vrcholu se nachází m cestujících. Předpokládáme binární variabilitu x_{ij} pro každou hranu $(i, j) \in A$, $x_{ij} \in \{0;1\}$. Pro eliminaci omezení subcesty definujeme variabilní položku u_i , která označuje pozici vrcholu i v cestě a definujeme proměnnou p , která označuje maximální počet vrcholů, které může navštívit jeden cestující. [15]

Účelová funkce v úloze obchodního cestujícího s více středisky bude mít tvar:

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.3.1).$$

Následně omezující podmínky budou mít podobu:

$$\sum_{j \in V: (1,j) \in A} x_{1j} = m \quad (4.3.2),$$

$$\sum_{j \in V: (j,1) \in A} x_{j1} = m \quad (4.3.3),$$

$$\sum_{i \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1, \forall j \in V \quad (4.3.4),$$

$$\sum_{j \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1, \forall i \in V \quad (4.3.5),$$

$$u_i - u_j + p * x_{ij} \leq p - 1, \forall 2 \leq i \neq j \leq n \quad (4.3.6).$$

Omezující podmínka (4.3.2) ukazuje, že přesně m cestujících opouští vrchol 1 ; podmínka (4.3.3) ukazuje, že se přesně m cestujících vrátí zpátky do vrcholu 1 ; omezující podmínka (4.3.4) nám říká, že přesně jedna cesta vstupuje do všech vrcholů; omezující podmínka (4,3,5) nám říká, že přesně jedna cesta vystupuje ze všech vrcholů; omezující podmínka (4.3.6) je opatřením proti parciálním cyklům, kde p je maximální počet míst, které může navštívit jedno vozidlo.

4.4 Úloha se zpětným sběrem

Podstatou této úlohy je rozdělení všech míst na dvě skupiny: Linehaul a Backhaul (L a B). *Linehaul* – množina všech míst, které čekají na dodání určitého množství produktu. *Backhaul* – souhrn všech míst čekajících na odvoz určitého produktu. Při řešení úlohy se zpětným sběrem musíme respektovat následující pravidla: [10]

- 1) Celková poptávka L nesmí překročit kapacitu vozidla.
- 2) Celková poptávka B nesmí překročit kapacitu vozidla.
- 3) Produkty nesmí být pomíchané.
- 4) Uspokojení požadavků množiny L má přednost a nesmí se začít odvážet, pokud existuje alespoň jedno místo L s neuspokojenou poptávkou.
- 5) V jednom okruhu nesmí být místa pouze z okruhu B .

Definujeme úlohu takto: mějme orientovaný graf $G^* = (V, A^*)$, kde V je množina n vrcholů a A^* je množina hran. $A^* \in (A_1, A_2, A_3)$, kde:

$A_1 = \{(i,j) \in A; i \in L_0, j \in L\}$; – obsahuje všechny hrany z depa a hrany z množiny L ,

$A_2 = \{(i,j) \in A; i \in B, j \in B_0\}$; – obsahuje všechny hrany z depa a hrany z množiny B ,

$A_3 = \{(i,j) \in A; i \in L, j \in B_0\}$; – obsahuje všechny hrany mezi A_1, A_2 .

Každá hrana $(i, j) \in A$ má svoji cenu c_{ij} . Počet vozidel $K \geq \max(K_L; K_B)$, kde $K_L = \min(K_l)$ – minimum nutných vozidel pro obsluhu množiny L ; $K_B = \min(K_b)$ – minimum nutných vozidel pro obsluhu množiny B . S jsou všechny možné množiny míst. Binární proměnná x_{ij} vyjadřuje, zda mezi i a j existuje optimální cesta.

Matematický model úlohy má tvar:

$$\sum_{(i,j) \in A^*} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.4.1),$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, j \in V^* \setminus \{0\}; \quad (4.4.2),$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, i \in V^* \setminus \{0\}; \quad (4.4.3),$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0} = K, i \in (1, \dots, N) \quad (4.4.4),$$

$$\sum_{j=1}^N x_{0j} = K, j \in (1, \dots, N) \quad (4.4.5),$$

$$x_{ij} \in \{0;1\}, i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.4.6),$$

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in \Delta_j \setminus S} x_{ij} \geq r(S), i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.4.7),$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \Delta_i \setminus S} x_{ij} \geq r(S), i, j \in (1, \dots, N); \quad (4.4.8).$$

Účelová funkce (4.4.1) se snaží minimalizovat celkové náklady (vzdálenost). Omezující podmínka (4.4.2) ukazuje, že každé místo bude navštíveno jednou; podmínka

(4.4.3) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou; omezující podmínky (4.4.4, 4.4.5) nám říkají, že z depa vyjede a vrátí se K vozů; omezující podmínka (4.4.7, 4.4.8) to, že rostou s počtem míst a určují uspokojení požadavků množin L a B .

4.5 Vzdálenostně omezená úloha

Ačkoliv v praxi je pro včasné uspokojení potřeb zákazníků velice často nutné mít v určitý čas určitý počet vozidel v depu, musíme respektovat omezení vzdálenosti tras pro jednotlivá vozidla. Jedná se spíše o omezení času, po který každé vozidlo může být na lince. Je to spojeno s tím, že předmětem dodávky mohou být potraviny, respektive jiné produkty omezené trvanlivosti, nebo jde o pracovní dobu jednotlivého řidiče. Proto musíme uvést podmínky pro tento typ úlohy: [11]

- 1) Všechna vozidla mají jeden výstupní bod – depo.
- 2) Součet požadavků ve všech místech okruhů nesmí překročit kapacitu vozidla.
- 3) Každý vrchol je navštíven jednou a právě jedním vozidlem.
- 4) Celková délka okruhu t_{ij} nesmí překročit stanovenou délku T .

Definujeme tuto úlohu následovně: mějme graf $G = (V, A)$, kde V je množina n vrcholů a A je množina hran. Každá hrana $(i, j) \in A$ má svoji cenu c_{ij} . Ke každé hraně (i, j) je přiřazena délka $T \geq t_{ij} \geq 0$, kde $T \in \{1, \dots, K\}$. Čas t_{ij} můžeme najít podle vzorce:

$$t_{ij} = t_{ij}^* + \frac{S_i}{2} + \frac{S_j}{2} \quad (4.5.1),$$

kde S_i – čas obsluhy vozu v místě i ,

S_j – čas obsluhy v místě j ,

t_{ij}^* - doba přepravy mezi i a j .

Zavedeme binární proměnnou x_{ij} a proměnnou K , vyjadřující celkový počet vozidel ve výchozím depu. Na základě toho matematický tvar vzdálenostně omezené úlohy:

Účelová funkce:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.5.2).$$

Omezující podmínky:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (4.5.3),$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (4.5.4),$$

$$x_{ij} \in \{0; 1\};$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0} = K, i \in (1, \dots, N) \quad (4.5.5),$$

$$\sum_{j=1}^N x_{0j} = K, j \in \{1, \dots, N\} \quad (4.5.6),$$

$$T \geq t_{ij} \geq 0, T \in \{1, \dots, K\} \quad (4.5.7).$$

Omezující podmínka (4.5.3) ukazuje, že každé místo bude navštíveno jednou; podmínka (4.5.4) ukazuje, že každé místo bude opuštěno jednou; omezující podmínky (4.5.5, 4.5.6) nám říkají, že z depa vyjede a vrátí se K vozů; omezující podmínka (4.5.7) ukazuje celkovou možnou vzdálenost jízdy.

4.6 Stochastická úloha

Stochastickou je jakákoliv úloha, ve které je alespoň jeden faktor úlohy náhodný, například náhodnost může být v:

Poptávce, kde požadavek každého místa je určen pravděpodobností

Přítomnosti místa na cestě v určitý den rozvozu

Času dodávky nebo obsluhy každého určitého úseku sítě

Tento typ úloh má obrovský vliv na strukturu dopravy a formulaci úlohy. V závislosti na pravděpodobnosti se může měnit počet dep, struktura vozového parku a délka časových oken.

Podstatnou podmínkou pro všechny druhy stochastických úloh je dvoufázovost řešení. Na začátku je úloha řešená s použitím existujících náhodných položek. Ve druhé fázi je prováděn opravný výpočet a definování rekurzivní funkce. [12]

Nejzkoumanější je problém s variabilní poptávkou. Podstatné je to, že distribuce je závislá na pravděpodobnosti poptávky u zákazníka. Podstatnou podmínkou tady je nezávislost poptávek u jednotlivých míst, což v praxi občas není pravdou. V současnosti je jedním z nejvíce studovaných problémů v logistice.

Strategie řešení tohoto problému můžeme rozdělit na klasickou a orientovanou. Klasická strategie spočívá ve vrácení se do výchozího depa. Orientovaný problém spočívá v opatřeních na cestě, což je řešením více orientovaným do praxe. [12]

Mějme úplný graf $G(V, E)$, kde $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ a $E = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i < j\}$, Y_i je celková poptávka místa $i \in \{2, \dots, n\}$. Binární proměnná $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $i, j > 1$; $x_{1j} \in \{0, 1, 2\}$, $j \in \{2, \dots, n\}$, $j > 1$. Poptávky jsou nezávislé a $Y_i \in \{0, \dots, D\}$, $j \in \{2, \dots, n\}$. C je matice nákladů c_{ij} , D – kapacita každého vozu. [13]

$$Q(x) = \sum_{i=1}^m \min\{Q_k, 1, Q_k, 2\} \quad (4.6.1).$$

Účelová funkce:

$$\sum_{i < j} c_{ij} x_{ij} + Q(x) \rightarrow \min \quad (4.6.2).$$

Omezující podmínky:

$$\sum_{j=2}^n x_{1j} = 2m \quad (4.6.3),$$

$$\sum_{i < k} x_{ik} + \sum_{j > k} x_{kj} = 2 \quad (4.6.4),$$

kde $k \in (2, \dots, n)$.

$$\sum_{v_i, v_j \in S} x_{ij} \leq S - \lceil \sum_{v_i \in S} E(Y_i) / D \rceil \quad (4.6.5),$$

kde $S \subseteq V \setminus \{v_1\}$, $2 \leq S \leq n - 2$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad (4.6.6),$$

kde $1 \leq i < j < n$;

$$0 \leq x_{0j} \leq 2 \quad (4.6.7),$$

kde $j \in (2, \dots, n)$.

Účelová funkce (4.6.2) se snaží minimalizovat celkové náklady (vzdálenost) s podmínkou uspokojení předpokladané poptávky. Omezující podmínka (4.6.3) ukazuje, že auto, které vyjelo z depa, se musí vrátit zpátky; podmínka (4.6.4) ukazuje, že návrat do výchozího místa se koná po optimální cestě; omezující podmínky (4.6.5) nám říkají o optimálním uspokojení požadavků všech míst.

4.7 Kombinované úlohy

V praxi málokdy můžeme potkat úlohu, která bude obsahovat jeden druh modifikací. Logistické firmy se setkávají s úlohami obsahujícími n množství omezení ze strany zákazníků, dodavatele, odběratele, podmínek tras, kapacity vozidel. Proto vznikla potřeba definovat úlohy obsahující více modifikací a větší množství specifických omezujících podmínek.

Tím pádem se dostáváme do jedné ze známých kombinovaných úloh se sběrem, doručením a časovými okny. Cílem této úlohy je minimalizovat celkovou vzdálenost cesty s podmínkou existence požadavků v bodě sběru i , bodu doručení j a poptávky mezi nimi d_i , p_i .

Definujeme úlohu takto: nechť N je souhrn všech požadavků na transportování. Pro každý požadavek $i \in N$ existuje určité množství q_i , které je nutné odvézt z místa N_i^+ do místa N_i^- , přičemž $N^+ = \bigcup_{i \in N} N_i^+$ a $N^- = \bigcup_{i \in N} N_i^-$. Každé vozidlo má svoji kapacitu Q , začíná a končí cestu ve vrcholu O bez zboží. Pro všechny $i, j \in V$. Zavedeme proměnnou c_{ij} vyjadřující vzdálenost mezi místy a t_{ij} vyjadřující časovou délku cesty. Zavedeme taky

časová okna $[e_i, l_i]$ pro intervaly obsluhy. Tady je nutné zavést dva druhy binárních proměnných, první z_{ik} ($i \in V; i, k \in M$), $z_{ik} \in (0;1)$, přičemž $z_{ik} = 1$, jestli požadavek i – ého místa vejde do vozidla k . Druhý druh binárních proměnných je x_{ijk} ($i, j \in V, k \in M$), $x_{ijk} \in (0;1)$, přičemž $x_{ijk} = 1$, jestli vůz k pojede z místa i do místa j . Zavedeme y_j , která označuje střední proměnnou celkové naloženosti auta jezdícího do j . [17]

Sběr a doručení na cestě R_k pro vůz k se koná za následujících podmínek:

- 1) Cesta R_k začíná a končí v O .
- 2) Současně N_i^+ a N_i^- náleží V_k pro všechny $i \in N$.
- 3) Jestli N_i^+ a N_i^- náleží V_k , N_i^+ , je navštěvováno před. N_i^- .
- 4) Vůz k navštěvuje každou destinaci právě jednou.
- 5) Vůz je naložen jednou a množstvím menším, než je kapacita vozidla Q .
- 6) Pro čas příjezdu A_i a odjezdu D_i do každé destinace i musí platit $D_i \in [e_i, l_i]$, kde $D_i = \max \{A_i, e_i\}$.

Následně matematický model bude mít tvar: [18]

Účelová funkce:

$$z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (4.7.1).$$

Omezující podmínky:

$$\sum_{k \in M} z_{ik} = 1, \forall i \in N \quad (4.7.2),$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1, \forall i \in V \quad (4.7.3),$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0k} = 1, \forall k \in M \quad (4.7.4),$$

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1, \forall k \in M \quad (4.7.5),$$

$$\sum_{i \in V} x_{ihk} - \sum_{j \in V} x_{hjk} = 0 \quad (4.7.6),$$

kde $\forall k \in M; \forall h \in V$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} * Q \geq y_j \quad (4.7.7),$$

kde $\forall j \in V; \forall k \in M$

$$y_i + q_i = y_j \quad (4.7.8),$$

kde $\forall i, j \in V; \forall k \in M$

$$y_0 = 0 \quad (4.7.9),$$

$$y_i \geq 0, \forall i \in V \quad (4.7.10),$$

$$D_0 = 0 \quad (4.7.11),$$

$$D_i + t_{ij} \leq D_j \quad (4.7.12),$$

kde $\forall i, j \in V; \forall k \in M$

$$p = N_i^+ ; q = N_i^- ; D_p \leq D_q, \forall i \in N \quad (4.7.13).$$

Účelová funkce (4.7.1) vyjadřuje optimalizaci vzdálenosti mezi místy. Omezující podmínka (4.7.2) ukazuje, že každý požadavek je přidělen právě jednomu vozidlu. Omezující podmínka (4.7.3) říká, že každé místo j je navštěvováno jednou. Omezující podmínky (4.7.4, 4.7.5) označují, že vozidla vyjedou a vrátí se zpátky do stejného depa. Omezující podmínka (4.7.6) říká, že jestli vozidlo přijelo do vrcholu, musí ho opustit. Omezující podmínky (4.7.7 – 4.7.10) jsou podmínky označující kapacitní omezení. Časová okna jsou reprezentována podmínkou (4.7.12).

5 Řešení víceokruhového dopravního problému

Dosud neexistuje žádná univerzální metoda pro nalezení optimálního řešení okružního dopravního problému, proto mluvíme o dvou typech výpočetních algoritmů: heuristické a exaktní. Exaktní algoritmy vedou k nalezení konkrétního optimálního řešení, což je v případě reálného dopravního problému nereálné. Heuristické algoritmy vedou k vygenerování velkého množství potenciálních řešení a množina všech řešení nikdy neobsahuje všechny možné varianty. Navíc množina vygenerovaných variant nemusí obsahovat nejlepší možné řešení. V případě heuristických algoritmů hledáme přípustné řešení, to znamená, že řešení není špatné, ale zároveň není nejlepší. Heuristické metody nevykazují obtíže při řešení rozsáhlých úloh, jsou polynomiální a rychlé. [16] Jejich výhodou je možnost flexibilních úprav pro různé modifikace úloh, například kombinaci různých typů omezení probraných v předešlé kapitole.

Charakteristikou heuristického algoritmu je přechod od nalezeného přípustného nebo nepřípustného řešení k dalším řešením pomocí porovnání výchozích a nalezených hodnot účelové funkce. [7]

Z hlediska teorie můžeme rozdělit heuristické metody na duální a primární. Podstata primární heuristiky spočívá v nalezení přípustného řešení, které se liší od výchozího přípustného řešení lepší hodnotou účelové funkce. Postupné zlepšení vede k nalezení nejlepší možné varianty. Duální heuristika začíná s nepřípustným řešením a jeho dalším zmenšením tak, aby se hodnota účelové funkce zvýšila co nejméně.

Rozdělit heuristické metody můžeme taky na metody, které vytvoří nové řešení a na metody, které nalezené řešení zlepšují. [7]

5.1 Clarkeova-Wrightova metoda

Clarkeova-Wrightova metoda řešení víceokruhového dopravního problému patří k heuristickým metodám. Metoda spočívá v tom, že pomocí postupných iterací sdružujeme dvě možné trasy $(V_0 - V_i - V_0)$ a $(V_0 - V_j - V_0)$, kde V_0 – výchozí vrchol a V_i, V_j jsou další místa na mapě s určitým požadavkem. Cesta vždycky začíná ve vrcholu V_0 a kapacita jednotlivých vozidel je omezená. Sdružit dvě trasy je možné, když jsou splněna určitá omezení, konkrétně podmínka nepřekročení kapacity vozidla K a možnost navštívit každé místo právě jednou v rámci jednoho okruhu. V případě možnosti spojit dvě trasy se vytváří

jedna cesta $(V_0 - V_i - V_j - V_0)$, která vyhovuje zadaným podmínkám. Výhodou této metody je možnost kontrolovat splnění dodatečných podmínek na všech stupních řešení úlohy.

Pro měření výhodnosti sdružování jednotlivých tras použijeme výhodnostní koeficient z_{ij} . Necht' d_{oi} , d_{oj} a d_{ij} jsou proměnné pro označení délek hran (V_0, V_i) , (V_0, V_j) , (V_i, V_j) . V takovém případě se hodnota výhodnostního koeficientu bude rovnat:

$$z_{ij} = d_{oi} + d_{oj} - d_{ij} \quad (5.1.1).$$

To znamená, že z_{ij} je rozdílem mezi součtem délek tras $(V_0 - V_i - V_0)$, $(V_0 - V_j - V_0)$ a délkou trasy $(V_0 - V_i - V_j - V_0)$. V každé iteraci uvedená metoda spojuje dva uzly, které vykazují nejvyšší výhodnostní koeficient z_{ij} . [19]

Pokud rozdělíme řešení úlohy na jednotlivé postupy:

- 1) Mějme dopravní síť $S = (V, H)$, kde V je množina vrcholů sítě a H je množina hran spojující jednotlivé vrcholy. Sestavíme pro danou síť matici vzdálenosti $D = \{d(i, j)\}$, kde $i, j \in \{0, \dots, n\}$ a $n = |V|$.
- 2) Musíme znát následující hodnoty:
 - c – průměrná rychlost pohybu vozidla na síti,
 - t – doba potřebná k vyložení jednotkového množství elementů z obsluhujícího vozidla,
 - T – maximální doba pobytu vozidla mimo výchozí uzel V_0 ,
 - K – kapacita vozidla,
 - q_i – množství elementů přepravovaných z uzlu V_0 do uzlu V_i ($i = 1, \dots, n$).
- 3) Vytvoříme počáteční řešení, které představuje soubor elementárních tras $(V_0 - V_i - V_0)$ pro všechny uzly sítě $i \in \{1, \dots, n\}$ s uvedeným množstvím elementů a doby přeprav:

Tabulka č. 1 – Clarkeova-Wrightova metoda

Trasa	Množství elementů	Doba přepravy
$V_0 - V_i - V_0$	q_i	$\frac{d_{0i} + d_{i0}}{c} + q_i t$
$V_0 - V_n - V_0$	q_n	$\frac{d_{0n} + d_{n0}}{c} + q_n t$

- 4) Najdeme hodnoty výhodnostních koeficientů z_{ij} podle vztahu (5.1.1) a sestavíme matici Z obsahující všechny hodnoty z_{ij} .
- 5) Najdeme největší kladný prvek v matici Z a spojíme trasy $V_0 - V_i - V_0$ a $V_0 - V_j - V_0$, ale v případě splnění zadaných podmínek.

- 6) Provedením kontroly zjistíme, zda spojením tras $V_0 - V_i - V_0$ a $V_0 - V_j - V_0$ vznikne přípustná trasa $V_0 - V_i - V_j - V_0$. V případě neexistence přípustné trasy položíme $z_{ij} = 0$ a vrátíme se na předchozí krok, pokud taková trasa existuje, pokračujeme dál.
- 7) Položíme $z_{ij} = 0$ a aktualizujeme množinu vrcholů, pokud vrcholy i a j přestanou být krajními vrcholy. Je nutné sledovat omezující podmínky.
- 8) Není-li krok 5 a 6 možný, najdeme nejbližší menší nebo stejně velký prvek z_{st} a sdružíme trasy obsahující uzly V_s a V_t . Pro krajní vrcholy V_s a V_t se zapíše $z_{st} = 0$.
- 9) Postup je nutné opakovat, pokud nejsou vyčerpány kapacity vozidel, nebo není matice Z vyčerpána.

5.2 Metoda nejbližšího souseda

Je nejjednodušší metodou pro nalezení řešení okružního dopravního problému. Tato metoda nemusí zajišťovat dobré výsledky, protože se na konci musíme vrátit do výchozího místa, které může být daleko od posledního navštíveného uzlu. Základem pro řešení je matice vzdálenosti mezi jednotlivými místy D . [20]

Mějme graf $G(V, A)$, kde V je množina vrcholů a A je množina hran; $V = (v_1, \dots, v_i)$, $A = (a_{11}, \dots, a_{ij})$. Pro řešení úlohy zvolíme jedno výchozí místo v_i , ke kterému v matici vzdálenosti D hledáme hranu a_{ij}^* , pro kterou platí podmínka:

$$a_{ij}^* = \min \{a_{ij}\} \quad (5.2.1),$$

kde a_{ij} – všechny hrany vystupující z uzlu i .

Při nalezení hrany, pro kterou platí podmínka (5.2.1), je nutné ji zařadit do trasy přidáním do předchozího místa. Opakováním vysvětleného postupu musíme zařadit všechna místa do cesty. Tak se dostaneme do cesty:

$$A_{ij} = \sum a_{ij} * \quad (5.2.2).$$

Výpočty je nutné opakovat pro všechny uzly jako výchozí místa. Po opakování výpočtu je nutné najít minimální cestu ze všech nalezených:

$$A_{ij}^* = \min (A_{ij}) \quad (5.2.3).$$

Nalezená hodnota A_{ij}^* bude řešením metody nejbližšího souseda.

5.3 Litlův algoritmus

Metoda je založená na metodě větví a hranic, kde hledáme optimální řešení dělením množiny přípustných řešení na menší podmnožiny. Výpočet končí vyhledáním přípustného řešení s minimální hodnotou účelové funkce vzhledem ke všem přípustným řešením úlohy.

Princip algoritmu je prohledávání do hloubky s případným zpětným návratem k nejbližšímu uzlu. Množina řešení je definována množinou úseků, které budou/ nebudou zařazeny do minimální Hamiltonovy kružnice. Při řešení se tato množina zmenšuje až do momentu nalezení optimálního řešení. Pro pohodlnost je možné sestavit matici D , která bude reprezentovat vzdálenosti mezi místy i a j . [21]

Postup řešení ukážeme v jednotlivých krocích:

- 1) Hledáme v každém řádku i matice D prvek s minimální hodnotou a ten odečteme od všech prvků v řádku i .
- 2) Ve všech sloupcích j , ve kterých se nenachází hrana s 0 vzdáleností, hledáme minimální hodnotu prvků a následně odečítáme tu hodnotu od všech prvků v příslušném sloupci.
- 3) Sečteme všechny hodnoty, o které byly poníženy vzdálenosti v řádcích i a sloupcích j . Tím pádem nalezneme dolní hranici účelové funkce, pod kterou skutečná hodnota účelové funkce nesmí klesnout.
- 4) Vyhledáme v matici vzdálenosti D minimální hodnoty v řádcích i a sloupcích j . Po nalezení minimálních hodnot je sečteme. Tím pádem ohodnotíme 0 v matici vzdálenosti D .
- 5) Z ohodnocených 0 vybereme prvek s maximální hodnotou. Pokud máme v matici více prvků se stejným ohodnocením, volíme libovolný z nich. Vybraný prvek vstupuje do Hamiltonovy kružnice.
- 6) Zrušíme ohodnocení 0 ve zbylé matici.
- 7) Pro zpřehlednění výpočtu provedeme redukování řešící matice. Vybereme prvky c_{ij} jako navržený spoj mezi prvky i a j .
- 8) Zakážeme prvky vzniklé výpočtem v kroku 5, protože umožňují vznik nepřípustného řešení. Nepřípustnost je spojená s možností uzavřít Hamiltonovu kružnici do konce cyklu.
- 9) Zkontrolujeme, zda po kroku 6 zůstala alespoň jedna 0 v matici řešení. Pokud nemáme takové prvky, vrátíme se zpátky a opakujeme krok 1. V případě

dalšího odečítání zvyšujeme o příslušnou hodnotu dolní odhad účelové funkce.

- 10) Hodnotu určitého řešení porovnáme s dolním odhadem účelové funkce. Pokud hodnoty vytvářeného řešení ve všech fázích překročí hodnoty dolního odhadu, pokračujeme dál.
- 11) Zbylé prvky v matici D určují úseky uzavírající Hamiltonovu kružnici.
- 12) Jestliže se v naposledy vytvořeném řešení objeví větve s hodnotou účelové funkce nižší než hodnota dolního odhadu, je nutné vytvořit novou matici D a zohlednit další omezující podmínky pro určitý vrchol. V takovém případě je nutné postupovat úplně od začátku.

5.4 Mayerova metoda

Patří k nejvíce používaným metodám pro řešení víceokruhového dopravního problému. Spočívá ve výběru minimálních prvků v úloze s omezenou kapacitou vozidel. Nevýhodou metody je možnost řešení symetrické úlohy, v případě nesymetrické matice vzdálenosti úlohu Mayerovou metodou řešit nelze.

Pro účely metody je nutné na začátku sestavit matici vzdálenosti D mezi všemi jednotlivými místy i a j v posloupnosti vzdálenosti od výchozího místa O . Podstatou této metody je posloupnost uvedení jednotlivých míst, kde centrální místo musíme uvést jako poslední do sítě a nejvzdálenější místo jako první. Musí být proveden výběr jednotlivých míst pro okruhy vozidel a pak zařazení každého vozidla do jednotlivých tras s cílem minimalizace celkové vzdálenosti. [22]

Řešení úlohy začínáme od nejvzdálenějšího místa, ke kterému přidáváme místa s nejmenší vzdáleností od něj. Pro každé další přidané místo je nutné kontrolovat celkový požadavek zákazníka a podmínku nepřekročení kapacity vozidla. Je-li kapacita vozidla plně využita, okruh bude uzavřen, v opačném případě přidáváme další místa a kontrolujeme uvedenou podmínku. Výběr nového okruhu začíná od nejvzdálenějšího místa, které dosud nebylo zařazeno do okruhu. Postup je stejný, pokud všechna místa nejsou zařazena do jednotlivých okruhů. Dál probíhá zařazení míst v jednotlivých trasách do jejich optimálního pořadí.

Mayerova metoda rozděluje jednotlivá místa do dílčích skupin, pro sestavení okruhu je vhodné použít nějakou další metodu pro řešení víceokruhového dopravního problému, například Littlův algoritmus nebo metodu nejbližšího souseda.

6 Popis podniku

V této kapitole jsou rozpracovány veškeré informace o existující struktuře podniku, jeho činnosti a náležitosti spojené s účelem diplomové práce. Součástí kapitoly je rozsáhlá charakteristika zboží a podmínky paletizace.

6.1 Popis činnosti a útvarů podniku

Společnost AMAGRO s.r.o. je výrobcem a distributorem vysocejakostních, plněrozpuštěných preparátů, hnojiv určených pro zemědělství a živočišnou výrobu, hobby trh, medicínu a potravinářský průmysl. Je to mezinárodní společnost, která má zahraniční zastoupení v Egyptské arabské republice ve městě Cairo, na Slovensku je zastoupena celou řadou firem: STIMAP s.r.o., HUMAGRO s.r.o. a VELUMA s.r.o. Na území České Republiky má centrálu v areálu Prahy 10 na ulici 28. pluku, ředitelem firmy je Lubomír Rákos. V hlavní kanceláři pracuje 4 pracovníky. Firma má také zástupce v Jihočeském a Plzeňském kraji a na Vysočině. Společnost byla založena v roce 1999 a zabývá se prodejem svých výrobků na území České Republiky a vývozem do jiných států EU podle požadavků, konkrétně do Německa, Holandska a Velké Británie. Velká poptávka na českém trhu a trzích jiných států EU je způsobena tím, že výrobky mají vysoký obsah fulvových kyselin, čistotu a standardní kvalitu. [26]

Společnost AMAGRO s.r.o. uskutečňuje rozvoz svých výrobků pomocí služeb externí spedičské společnosti, ale z hlediska dlouhodobé perspektivy chce zakoupit vlastní vůz pro samostatný rozvoz objednávek svým zákazníkům. Firma využívá doložku DAP z pravidel INCOTERMS ve vztahu se zákazníky, což znamená, že je zodpovědná za doručení výrobku na sklad zákazníka a nese veškerá rizika spojená s dodáním zboží.

Za účelem zpracování praktické části diplomové práce je nutné uvést, že společnost má centrální sklad v obci Košík, kde skladuje všechny druhy výrobků. Sklad je připraven pro naložení výrobků na palety a následné naplnění vozů. Využívá regálový systém ukládání výrobků, kde každý druh výrobku je uložen na určitém místě, které je zaznamenáno ve vnitropodnikovém informačním systému. Pro manipulaci s paletami na skladě používají vysokozdvížné vozíky s možností dávat palety s celkovou hmotností 2,5 t do výšky 3. patra.

Obrázek č. 1 – Vysokozdvihový vozík



Zdroj: [23]

6.2 Charakteristika výrobků

Jedním z produktů společnosti AMAGRO s.r.o. pro české zemědělské podniky je od roku 2009 produkt Lignohumát MAX, který se z 20 % skládá z vysocekoncentrovaných univerzálních huminových přípravků se stimulačními účinky, fulvokyselin a dodaných mikroelementů. Jedná se o nejkonzentrovanejší standardně vyráběný huminový preparát v prodeji na území EU.

Stále větší popularitu si získávají práškové výrobky Lignohumát A a Lignohumát AM. Lignohumát A je základní produkt, který obsahuje pouze mikroelementy původně obsažené v surovině pro výrobu Lignohumátu. Tento produkt je zejména vhodný pro výrobce stimulatorů a hnojiv, ale i pro velké zemědělské společnosti. Lignohumát AM je populární výrobek, který oproti modifikaci A je obohacen základními mikroelementy ve stopovém množství, proto je nejrozšířenější v přímých prodeji. V současné době jej dodávají v baleních 20 kg, 1 kg, 100 gramů a také v barevných sáčcích 5 gramů pro závěsné stojany.

Další kategorií jsou výrobky s obsahem Lignohumátu a hnědé mořské řasy pod obchodním názvem Ligno AKTIVÁTOR. Tento produkt je dodáván jak v práškové, tak i tekuté formě.

Všechny výrobky jsou vhodné k samostatným aplikacím na jakékoli zemědělské kultury, ale také jako příměs k minerálním hnojivům či fungicidům. Velmi efektivní je aplikace směsi stimulatoru růstu společně s Lignohumátem.

Ceny jednotlivých druhů výrobků jsou uvedené v tabulce v příloze k diplomové práci.

7 Podkladové údaje

V této kapitole jsou rozpracovaná výchozí data a podklady pro tvorbu jednotlivých okruhů jízd. Výchozí údaje jsou vytvořené na základě vnitropodnikové dokumentace, spolupráce se společnostmi a veřejně dostupných údajů a statistik firmy AMAGRO s.r.o.

7.1 Matice vzdálenosti

Distanční matice je nezbytným podkladem pro tvorbu okruhů vybranými metodami. Postup tvorby matice spočívá v nalezení vzdálenosti mezi všemi dvojicemi míst, která tvořila poptávku po výrobcích společnosti AMAGRO s.r.o. v měsíci březnu roku 2017. Ve vybraném měsíci je největší zájem po produkci firmy z důvodu sezónnosti agrárního trhu, proto analýza struktury možných okruhů vyjadřuje největší možnou současnou vytíženost. Seznam všech měst, zákazníků a jejich požadavků je uveden v tabulce:

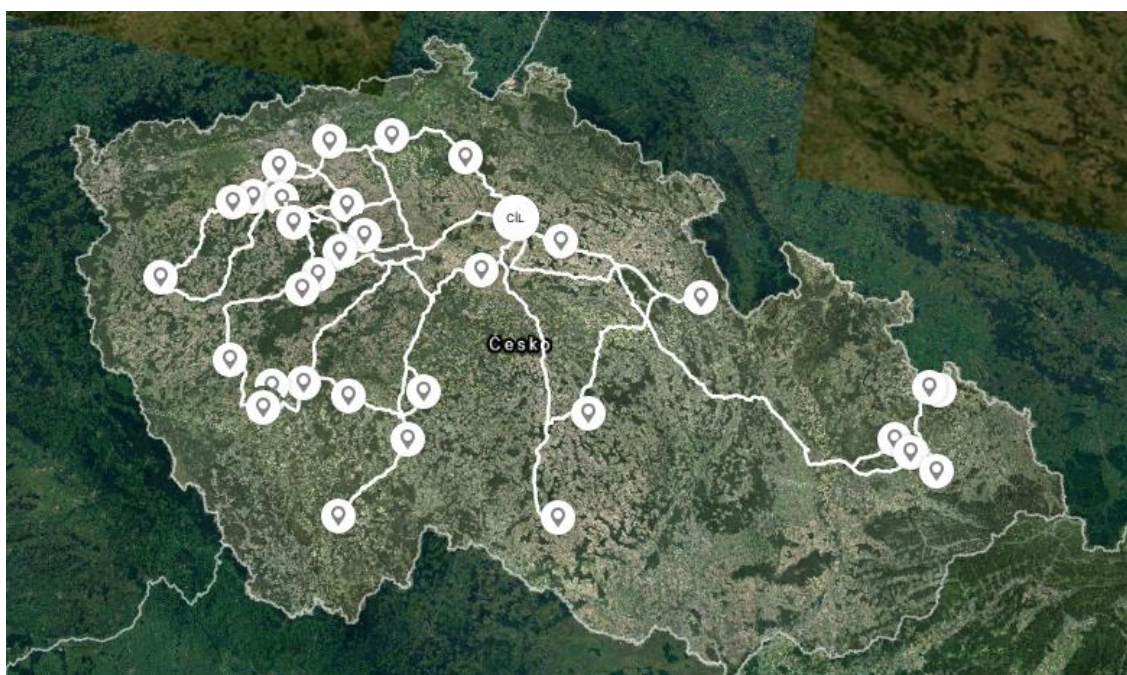
Tabulka č. 2 – Objednávky za měsíc březen

Číslo	Místo	Hmotnost, kg	Palety, ks
1	Zdice	235	1
2	Slatina nad Zdobnicí	122	1
3	Bezděz	235	1
4	Býčkovice	685	1
5	Hostouň	122	1
6	Žatec	4744	4
7	Měrunice	356	1
8	Hořovice	585	1
9	Čáslavice	721	1
10	Studeněves	64	1
11	Velká Losenice	236	1
12	Chyňava	295	1
13	Mladá Vožice	236	1
14	Blatná	97	1
15	Milevsko	57	1
16	Nepomuk	3030	5
17	Třebohostice	200	1
18	Starý Bydžov	236	1

19	Rakovník	1240	2
20	Čimelice	440	1
21	České Budějovice	2505	5
22	Chabrovice	180	1
23	Šenov u Nového	90	1
24	Kryry	358	1
25	Svojetín	125	1
26	Chotutice	470	1
27	Stříbro	357	1
28	Lubenec	238	1
29	Opava	50	1
30	Odry	170	1
31	Spálov	50	1
32	Velké Hoštice	60	1

Z uvedeného seznamu pomocí nástrojů veřejně dostupné aplikace Google Maps byla zjištěna vzdálenost mezi všemi místy a sestavena nesymetrická matice vzdálenosti mezi 32 místy. Důvodem pro využití této aplikace je vysoká kvalita výchozího řešení z hlediska nalezení nejkratší vzdálenosti mezi místy. Plná matice je součástí příloh k diplomové práci. Seznam všech míst je ukázán na obrázku.

Obrázek č. 2 – Rozmístění míst s požadavkem na mapě ČR



7.2 Matice času

Na základě rozpracované matice vzdálenosti je odvozená matice času, která vyjadřuje dobu pohybu mezi všemi místy. Výpočet hodnot jednotlivých časů přesunu z vrcholu i do vrcholu j uděláme podle vztahu:

$$t_{ij} = \frac{c_{ij}}{V},$$

kde:

c_{ij} – vzdálenost mezi místy i a j , km,

V – průměrná rychlost, km/hod.

Hodnota průměrné rychlosti vozidla je odvozená od struktury meziměstských tras České Republiky, průměrné rychlosti vybraného typu vozidla, času stráveného v zácpě a zahrnuje čas odpočinku a zastávek. Dovolená rychlost v České Republice je zobrazená v tabulce:

Tabulka č. 3 – Maximální povolená rychlost

Zóna	Rychlost, km/hod	
	Mimo obec	Obec
Obec	-	50
Mimo obec	90	-
Silnice pro motorová vozidla	110	80
Dálnice	130	80
Pěší a obytná oblast	20	

Z hlediska toho, že rozvoz se koná v meziměstské části, střední povolená rychlost v daných směrech se rovná 90 km/hod, průměr času stráveného v zácpách 8 minut, maximální rychlost vozu s polovičně využitou kapacitou 100 km/hod a dodatečný čas 13 minut, který zahrnuje odpočinek řidiče. Z toho dostaneme hodnotu průměrné rychlosti 65 km/hod. Všechny hodnoty t_{ij} jsou uvedené v matici času v příloze k diplomové práci.

7.3 Charakteristika vybraného typu vozidla

Společnost AMAGRO s.r.o. pro rozvoz objednávek ke svým zákazníkům chce koupit vůz Hyundai HD – 65. Cena nového vozu je 180 000 Kč. Celkový objem výrobků na paletě, který se může vejít do dopravního prostředku, je 20 m³, maximální váha včetně

hmotnosti palet je 3720 kg. Maximální rychlost částečně naloženého vozidla je 100 km/hod. Maximální zatížení přední osy je 2400 kg, zadní osy 4200 kg. Průměrná spotřeba paliva je 17 litrů/100 km.

7.4 Rozmístění výrobků

Při distribuci vlastních výrobků společnost AMAGRO s.r.o. rozmisťuje každou objednávku zvlášť na různé palety a nezáleží přitom na hmotnosti a objemu jednotlivých objednávek. Používá ke svým účelům standardní europalety s mírami 1200x800x44 mm a maximální nosností 2000 kg. Co se týče sousedství jednotlivých druhů výrobků, všechny druhy mohou být umístěné na jedné paletě s podmínkou nepřekročení objemu a nosnosti palet. Nejtěžší výrobek vždycky musí být ve spodu palety. Tekuté zboží nesmí ležet na paletě, musí být vždycky proloženo kartonem. Každá paleta musí být zabalená a připravena k transportování.

7.5 Struktura omezujících podmínek

Každá společnost, která se zabývá dopravou, nebo nově chce zavést dopravní oddělení do útvaru podniku, se musí soustředit na co největší pochopení struktury možných nebo existujících podmínek. Společnost AMAGRO s.r.o. uvažuje následující skupiny omezení:

- 1) Kapacitní omezení. Jsou většinou spojená s dopravním prostředkem, ale řadíme tam taky omezení spojená s původním balením výrobků a jeho rozmístěním. Pro zkoumanou firmu je podstatné:
 - a. Váha výrobků na paletě nesmí překročit váhu 2000 kg stanovenou technickými normami.
 - b. Váha výrobků a palet v dopravním prostředku nesmí překročit hodnotu 3720 kg.
 - c. Objem zboží určeného k dodání v rámci jednoho okruhu musí být menší, nebo se rovnat 20 m³.
 - d. Zatížení přední osy musí být menší, nebo se rovnat 2400 kg, pro zadní osu se hodnota liší a je 4200 kg.
- 2) Časové omezení. Často je spojeno se sociálními normami nebo právními předpisy, patří sem:

- a. Pracovní doba řidiče, která nesmí překročit 12 hodin, z nichž 11 řidič může řídit auto a hodinu má na odpočinek (v dané práci je hodnota zahrnuta při výpočtu průměrné rychlosti).
 - b. Doba na čekání a vyložení výrobku z auta u zákazníka je stanovena v průměru 8 minut/1 paleta.
 - c. Průměrná rychlost auta na všech úsecích trasy je 65 km/h.
 - d. Optimálně paleta musí být naložená do auta tak, aby v místě doručení byla co nejbliž k rampě, aby nedošlo ke zbytečným manipulacím a ztrátě času.
- 3) Požadavky zákazníků. Jsou velmi specifické, v daném případě jsou:
- a. Čas doručení může být přímo stanoven zákazníkem.
 - b. Dodávka může být rozdělena na několik palet podle přání zákazníka.

8 Aplikace vybraných metod

Na základě rozpracované literatury, konkrétně kapitol 3 a 4, je sestaven matematický a slovní popis řešené úlohy a dále je provedeno využití vybraných metod v praxi. Výběr metod byl proveden na základě poznatků z kapitoly 5. Konkrétně byly vybrány metoda Clark-Wrighta a metoda nejbližšího souseda. Tyto metody nejvíce vyhovují zadaným podmínkám, kde během jednotlivých iterací je možné kontrolovat všechna zadaná omezení.

8.1 Slovní formulace úlohy

Formulace je vytvořená samostatně autorem práce na základě poznatků získaných při zpracování kapitoly 4 v teoretické části diplomové práce.

Mějme graf $G = (V, A)$, kde V je množina n vrcholů a A je množina hran, přičemž $n \in (0, \dots, 32)$ a 0 je výchozí depo. Každá hrana $(i, j) \in A$ a c_{ij} je vzdálenost mezi jednotlivými místy. Množina všech vzdáleností $c_{ij} \in C_i$, kde C_i je matice vzdáleností mezi jednotlivými místy. Každé další místo j má určitý požadavek q_{ij} , který musí být uspokojen do R_j , což je nejpozdější datum návštěvy stanovené j zákazníkem. Celkový počet vozidel ve výchozím depu označíme K , přičemž pro uvedenou úlohu platí $K = 1$. V případě, že vozidlo K projede zadanou hranou, stanovíme binární proměnnou x_{ij} a její hodnota na zadaném úseku se bude rovnat 1 , v opačném případě stanovíme $x_{ij} = 0$. Doba pobytu dopravního prostředku K nesmí překročit zadaný čas T , skutečný čas $T_{ij} = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} + t_n$, kde t_n je čas na vykládání výrobku v místě j , $l_j \in L$ a t_{ij} – doba jízdy mezi vrcholy i a j , které vstupují do daného okruhu. Necht' Q , P a V jsou kapacitní omezení, které nesmí být překročeny na žádném úseku okruhu. Konkrétně Q je celková hmotnost výrobků v dopravním prostředku, P je množství palet, které je možné umístit najednou do auta a V je objem všech výrobků umístěných na paletě. Je dáno určité možné zatížení přední O a zadní B osy vozidla, které taky nesmí být překročeno.

Pro vozidlo K je nutné navrhnout určitou strukturu okruhů, aby délka každého okruhu byla co nejmenší, každé místo bylo navštíveno jen jednou v rámci jednoho okruhu s dodržением zmíněných podmínek.

8.2 Matematický popis úlohy

Na základě slovní formulace úlohy sestavíme matematický model pro nalezení nejkratší vzdálenosti jednotlivých okruhů konkrétního zkoumaného problému, který se skládá z minimalizační účelové funkce a omezení, která jsou popsána v kapitole 7.

Účelová funkce:

$$z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (8.2.1).$$

Omezující podmínky:

$$\sum_{j=0}^N x_{ij} = 1, i \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (8.2.2),$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} = 1, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (8.2.3),$$

$$x_{ij} \in \{0; 1\}; \quad (8.2.4),$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} - \sum_{i=0}^N x_{ji} = 0, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (8.2.5),$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} x_{ij} \leq T, i \neq j; \quad (8.2.6),$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N p_j x_{ij} \leq P, i \neq j; \quad (8.2.7),$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N q_j x_{ij} \leq Q, i \neq j; \quad (8.2.8),$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N v_j x_{ij} \leq V, i \neq j, g \in (1, \dots, G) \quad (8.2.9),$$

$$a_j \leq t_j \leq b_j, j \in (1, \dots, N), i \neq j; \quad (8.2.10),$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N x_{ij} \leq |S| - 1, i \neq j, |S| \geq 2 \quad (8.2.11),$$

kde:

c_{ij} – vzdálenost mezi uzly i a j , km,

x_{ij} – binární proměnná, která určuje, zda vozidlo K projede hranou ij v rámci zadaného cyklu,

q_j – požadavek j zákazníka, kg,

Q – celková kapacita vozidla, kg,

p_j – množství palet, které musí být dodáno j zákazníkovi, ks,

P – celkové možné množství palet, které se může vejít do dopravního prostředku, ks,

t_{ij} – čas jízdy mezi vrcholy i a j , hod,

T – celkový možný čas konání okruhu, hod,

v_j – objem obsazený paletou s výrobkem g , který musí být dovezen zákazníkovi j , m^3 ,

V – objem, který se může vejít do vozidla, m^3 ,

- $|S|$ – počet vrcholů v okruhu,
- a_i – nejčasnější možné datum návštěvy j místa,
- b_j – nejpozdější možné datum návštěvy j místa,
- t_j – skutečné datum návštěvy j místa.

Význam matematického modelu:

Úkolem účelové funkce (8.2.1) je minimalizovat vzdálenost mezi všemi městy s požadavkem vstupujícím do jednotlivých okruhů. Podmínky (8.2.2) a (8.2.3) znamenají, že každé město bude navštíveno a opuštěno právě jednou. Binární proměnná x_{ij} může nabývat hodnot 0 a 1 v závislosti na tom, zda bude použita hrana ij v rámci určitého okruhu, toto zajišťuje omezující podmínka (8.2.4). Podmínka (8.2.5) vytváří omezení, že každé navštívené město bude opuštěno. Podmínky (8.2.7), (8.2.8), (8.2.9) jsou kapacitní omezení, přičemž omezení (8.2.8) zabezpečuje nepřekročení celkové možné váhy na vozidle, (8.2.7) znamená, že na vozidlo nemůže být naloženo množství palet větší, než přípustné množství pro vybraný druh vozidla, poslední kapacitní omezení (8.2.9) vyjadřuje nepřekročení celkového přípustného objemu dopravního prostředku. Časové omezení (8.2.6) zajišťuje, že vozidlo se nebude nacházet mimo depo čas delší, než je stanoveno firmou.

8.3 Praktické řešení Clark-Wrightovou metodou

Detailní postup řešení víceokruhové dopravní úlohy je popsán v kapitole 5.1. Úlohou této části práce je aplikace zjištěných poznatků do praxe. Pro řešení úlohy na začátku sestavíme tabulku hodnot pohybu vozidla z výchozího místa do každého místa $j \in \{1 \dots 32\}$.

Tabulka č. 4 – Vzdálenost z výchozího místa

Trasa	qi, ks	Délka, km	Celkový čas	Trasa	qi, ks	Délka, km	Celkový čas
0–1–0	1	243	3 hod 52 min	0–17–0	1	368	5 hod 48 min
0–2–0	1	268	4 hod 17 min	0–18–0	1	54	58 min
0–3–0	1	94	1 hod 35 min	0–19–0	2	256	4 hod 10 min
0–4–0	1	188	3 hod 2 min	0–20–0	1	304	4 hod 49 min
0–5–0	1	184	2 hod 58 min	0–21–0	5	421	6 hod 54 min
0–6–0	4	330	5 hod 13 min	0–22–0	1	338	5 hod 20 min
0–7–0	1	276	4 hod 23 min	0–23–0	1	634	9 hod 53 min
0–8–0	1	258	4 hod 7 min	0–24–0	1	560	8 hod 46 min
0–9–0	1	318	5 hod 2 min	0–25–0	1	540	8 hod 27 min

0-10-0	1	222	3 hod 32 min	0-26-0	1	646	10 hod 5 min
0-11-0	1	246	3 hod 55 min	0-27-0	1	576	9 hod
0-12-0	1	214	3 hod 26 min	0-28-0	1	302	4 hod 47 min
0-13-0	1	236	3 hod 46 min	0-29-0	1	272	4 hod 20 min
0-14-0	1	336	5 hod 19 min	0-30-0	1	76	1 hod 19 min
0-15-0	1	342	5 hod 24 min	0-31-0	1	412	6 hod 29 min
0-16-0	5	386	6 hod 36 min	0-32-0	1	340	5 hod 22 min

V tabulce byly hodnoty délek jednotlivých tras spočítány pomocí vzorce:

$$C_{ij} = c_{0j} + c_{j0}, \quad (8.2.1),$$

Kde:

c_{0j} – vzdálenost z výchozího skladu 0 do místa j ,

c_{j0} – vzdálenost z místa j do výchozího skladu 0.

Celkový čas byl spočítán jako celková délka cesty z výchozího místa do každého jednotlivého místa j a zpět děleno hodnotou průměrné rychlosti pohybu vozidla, která se rovná 65 km/hod, plus doba na vyložení palety s výrobky, stanovenou na 8 minut. Následně uvedeme příklad výpočtu hodnoty celkového času pro trasu $V_0 - V_7 - V_0$:

$$T_{0-7} = \frac{c_{07} + c_{70}}{v} + q_{ij} t_j = \frac{138 + 138}{65} + 1 * 0,14 (8 \text{ min}) = 4 \text{ hod } 23 \text{ min} \quad (8.2.2).$$

Dál je nutné sestavit matici výhodnostních koeficientů, které vyjadřují možnou úsporu vzdálenosti při pohybu vozidla z výchozího vrcholu do určitého místa j a zpět. Důležitost tohoto kroku spočívá v tom, že právě na základě maximální hodnoty ze všech možných variant koeficientů budou sdružené dvě trasy.

Výpočet jednotlivých hodnot výhodnostních koeficientů byl proveden podle vzorce (5.1.1). Ukázka výpočtu hodnot pro koeficienty z_{21} a z_{64} je uveden v tabulce.

Tabulka č. 5 – Ukázka výpočtu výhodnostních koeficientů

z_{12}	z_{64}
$z_{ij} = d_{01} + d_{02} - d_{12} = 243 + 268 - (122 + 135 + 211) = 43 \text{ km}$	$z_{ij} = d_{06} + d_{04} - d_{64} = 188 + 330 - (94 + 165 + 66) = 193 \text{ km}$

Tabulka všech hodnot Z_{ij} je součástí příloh k diplomové práci.

Po sestavení podkladových tabulek můžeme přistoupit k řešení víceokruhové úlohy pomocí navazujících postupů uvedených v podkapitole 5.1.

Pro řešení úlohy byla použita aplikace MS Office Excel, která umožnila snadno dohledávat maximální hodnoty výhodnostních koeficientů v matici Z_{ij} pomocí funkce $=MAX(Z_{ij})$ a kombinovat řešení z tabulky *Vzdálenost z výchozího místa*. Výpočty byly provedeny během jednotlivých kol, kterým říkáme iterace. Uvedeme postup jednotlivých iterací pro pochopení metody a případného navržení jejího použití firmou:

1) iterace

V tabulce hodnot výhodnostních koeficientů najdeme největší hodnotu z_{ij} , na základě toho spojíme trasy i a j . Konkrétně se jedná o hodnotu $z_{23-26} = 633,5$, následně spojíme trasy $V_0 - V_{23} - V_0$ a $V_0 - V_{26} - V_0$. Zkontrolujeme, zda se spojením uvedených tras utvořil přípustný okruh. Podmínky, které musí být ověřené, jsou:

- Kapacitní omezení
 - Celkové množství palet: $1+1=2$ ks < 6 ks
 - Celková váha: $50+60=110$ kg $< 3\ 720$ kg
 - Celkový objem: $0,240+0,240=0,480$ m³ < 20 m³
- Časové omezení:
 - Čas okruhu: 10 hod 13 min < 12 hodin
 - Datum návštěvy: $1.03 < 21.03$

Na základě toho můžeme udělat závěr, že nabízená trasa je přípustná, opravíme tabulku v kapitole 8.2 tak, že místo tras $V_0 - V_{23} - V_0$ a $V_0 - V_{26} - V_0$ zapíšeme jednu novou $V_0 - V_{23} - V_{26} - V_0$.

2) iterace

Opravíme tabulku hodnot výhodnostních koeficientů tak, že položíme $z_{23-26} = 0$ a hledáme další největší hodnotu koeficientu z_{ij} . Hledaná hodnota $z_{26-27} = 561$. Spojíme trasu nalezenou během minulé iterace s trasou $V_0 - V_{27} - V_0$. Kontrolujeme splnění omezujících podmínek novou trasou, kde máme celkem 3 palety s hmotností 200 kg a objemem 0,720 m³. Čas potřebný na zavření okruhu se rovná 10 hodin 35 minut a nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Trasa je přípustná, takže zrušíme dvě staré trasy a zapíšeme novou $V_0 - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_0$. Vrchol V_{26} přestal být krajním, takže zrušíme možnost jet do tohoto vrcholu.

3) iterace

Položíme hodnotu $z_{26-27} = 0$, další hodnota, kam můžeme jet $z_{23-24} = 559$. Tím pádem se utváří nová trasa $V_0 - V_{24} - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_0$. Zkontrolujeme přípustnost daného okruhu. Celkové množství palet je 4 ks, hmotnost 370 kg, objem 1,056 m³. Okruh bude uzavřen za

10 hod 44 min, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Trasa je přípustná, vrchol V_{23} je uzavřen, stanovíme $z_{23-24} = 0$.

4) iterace

Další maximální hodnota $z_{24-27} = 544$, koeficient nemůže být použit, protože povede k dočasnému uzavření okruhu. Hledáme hodnotu $z_{24-25} = 540$, sdružením se utváří okruh $V_0 - V_{25} - V_{24} - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_0$. Provedeme kontrolu, celkové množství palet v dopravním prostředku 5, hmotnost 420 kg, objem 1,296 m³. Čas jízdy se rovná 10 hod 52 min, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Trasa je přípustná, vrchol V_{24} je uzavřen, stanovíme $z_{24-25} = 0$.

5) iterace

Dalším postupem nalezneme $z_{25-27} = 524$, což je nepřipustnou hodnotou, protože povede ke zkráceným výsledkům. Hledáním nalezneme $z_{16-17} = 341$, spojíme trasy $V_0 - V_{16} - V_0$ a $V_0 - V_{17} - V_0$. Zkontrolujeme, zda vybraný okruh je přípustný. Celkový požadavek míst 16 a 17 je 6 palet s celkovou hmotností 3230 kg, objemem 5,184 m³. Čas jízdy se rovná 7 hodin a 9 minut, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Trasa $V_0 - V_{16} - V_{17} - V_0$ je přípustná a okruh je uzavřen kvůli plnému využití kapacity vozidla. Uzavřeme vrcholy V_{16} a V_{17} .

6) iterace

Hledáme další možné spojení, takovým je $z_{21-32} = 327$. Spojením tras dostaneme okruh $V_0 - V_{21} - V_{32} - V_0$ s celkovým požadavkem 6 palet, hmotností 2685 kg a objemem 4,326 m³. Objet všechna města okruhu je možné za 7 hodin 18 minut, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Okruh je uzavřen kvůli plnému využití kapacity vozidla. Stanovíme $z_{21-32} = 0$, uzavřeme vrcholy V_{21} a V_{32} .

7) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{22-31} = 309$, sdružením se dostaneme do trasy $V_0 - V_{22} - V_{31} - V_0$ s celkovým požadavkem 2 palety, hmotností 595 kg a objemem 1,065 m³. Okruh je možno dokončit za 7 hodin 3 minuty, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Trasa je přípustná, stanovíme $z_{22-31} = 0$.

8) iterace

Další největší hodnota je $z_{22-28} = 306$, sdružujeme trasy $V_0 - V_{22} - V_{31} - V_0$ a $V_0 - V_{28} - V_0$ s celkovou potřebností 3 palety, 953 kg a objemem 1,865 m³. Objet všechna města okruhu je možné za 7 hodin 8 minut, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Okruh $V_0 - V_{28} - V_{22} - V_{31} - V_0$ je přípustný, uzavřeme vrchol V_{22} a stanovíme $z_{22-28} = 0$.

9) iterace

Dalším postupem nalezneme $z_{14-20} = 300$, spojením tras dostaneme okruh $V_0 - V_{14} - V_{20} - V_0$. Je přípustným, protože požadavek je 2 palety s celkovou hmotností 537 kg a objemem $0,941 \text{ m}^3$. Čas na dodávku požadavků se rovná 5 hodin 22 minuty, nejpozdější datum návštěvy je 23.3. Okruh je přípustný, stanovíme $z_{14-20} = 0$.

10) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{20-15} = 298$, spojíme trasy $V_0 - V_{14} - V_{20} - V_0$ a $V_0 - V_{15} - V_0$. Zkontrolujeme, zda okruh je přípustný, požadavek okruhu je 3 palety o hmotnosti 594 kg a celkovým objemem $1,085 \text{ m}^3$. Celkový čas na obsluhu okruhu je 6 hodin 19 minut, nejpozdější datum návštěvy je 23.3. Okruh je přípustný, stanovíme $z_{20-15} = 0$ a uzavřeme vrchol V_{20} .

11) iterace

Další největší hodnota je $z_{14-15} = 297$, která může dočasně zavřít okruh, stanovíme $z_{14-15} = 0$ a pokračujeme v hledání největší hodnoty ze všech možných výhodnostních koeficientů. Taková hodnota je $z_{7-28} = 294$. Zkontrolujeme, zda okruh $V_0 - V_6 - V_{28} - V_{22} - V_{31} - V_0$ vyhovuje zadaným podmínkám. Z hlediska toho, že požadavek města V_6 je 4 744 kg, v žádném případě nedojde k uspokojení požadavku najednou z hlediska kapacitní omezení vozidla. Tím pádem stanovíme odvoz prvních dvou palet v rámci zadaného okruhu. Následně celkový počet palet v autě je 5 s celkovou váhou 3 353 kg a objemem $4,225 \text{ m}^3$. Čas potřebný pro rozvoz objednávky 7 hodin 57 min, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Okruh je přípustný, uzavřeme vrchol V_{28} a stanovíme $z_{7-28} = 0$.

12) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{14-31} = 283$, musíme spojit okruhy $V_0 - V_6 - V_{28} - V_{22} - V_{31} - V_0$ a $V_0 - V_{14} - V_{20} - V_{15} - V_0$. Spojením se dostaneme k překročení kapacity vozidla, proto položíme hodnotu $z_{14-31} = 0$ a pokračujeme dál.

13) iterace

Dalším postupem nalezneme $z_{6-29} = 282$, spojíme trasy $V_0 - V_6 - V_0$ a $V_0 - V_{29} - V_0$. Zkontrolujeme, zda okruh vyhovuje zadaným podmínkám. Celkový počet palet je 3, hmotnost 2469 kg, objem $3,072 \text{ m}^3$. Celkový čas na obsluhu okruhu je 5 hodin 20 minut, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno.

14) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{6-7} = 271$, spojením tras dostaneme okruh $V_0 - V_7 - V_6 - V_{29} - V_0$. Trasa je přípustná, protože celkem je nutné odvést 4 palety za

5 hodin 32 minuty, s celkovou hmotností 2825 kg a objemem 3,744 m³, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Položíme hodnotu $z_{6-7} = 0$ a uzavřeme vrchol V_6 .

15) iterace

Další největší hodnota je $z_{31-15} = 255$, ale spojením se dostaneme k překročení kapacity vozidla, proto položíme hodnotu $z_{31-15} = 0$ a pokračujeme dál.

16) iterace

Hledáme další možné spojení, takovým je $z_{8-31} = 249$, spojíme trasy $V_0 - V_8 - V_0$ a $V_0 - V_6 - V_{28} - V_{22} - V_{31} - V_0$. Zkontrolujeme, zda okruh vyhovuje zadaným podmínkám. Celkový počet palet je 6, hmotnost 3938 kg, což je překročením kapacity vozidla, proto položíme hodnotu $z_{8-31} = 0$ a pokračujeme dál.

17) iterace

Dalším postupem nalezneme $z_{19-29} = 249$, spojením tras dostaneme okruh $V_0 - V_6 - V_{29} - V_{19} - V_0$. Trasa je přípustná, protože celkem je nutné odvést 5 palet za 5 hodin 47 minuty, s celkovou hmotností 3 709 kg a objemem 5,184 m³, nejpozdější datum návštěvy není stanoveno. Zavřeme okruh kvůli plnému využití kapacity vozidla.

18) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{13-15} = 247$, spojíme trasy $V_0 - V_{13} - V_0$ a $V_0 - V_{14} - V_{20} - V_{15} - V_0$. Trasa je přípustná, protože celkem je nutné odvést 4 palety za 6 hodin 1 minutu, s celkovou hmotností 830 kg a objemem 1,421 m³, nejpozdější datum návštěvy je 22.3. Položíme hodnotu $z_{13-15} = 0$ a uzavřeme vrchol V_{15} .

19) iterace

Dalším postupem nalezneme $z_{2-27} = 245$, spojením tras dostaneme okruh $V_0 - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_2 - V_0$. Zkontrolujeme, zda okruh vyhovuje zadaným podmínkám. Celkový počet palet je 4, hmotnost 322 kg, objem 0,912 m³. Celkový čas na obsluhu okruhu je 11 hodin 4 minuty, nejpozdější datum návštěvy 12.3. Trasa je přípustná, položíme hodnotu $z_{2-27} = 0$ a uzavřeme vrchol V_{27} .

20) iterace

Největší hodnota výhodnostních koeficientů je $z_{2-25} = 245$, spojíme trasy $V_0 - V_{25} - V_{24} - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_0$ a $V_0 - V_{23} - V_{26} - V_{27} - V_2 - V_0$. Trasy nelze spojit, protože přesahuje kapacitu vozidla. Stanovíme $z_{2-25} = 0$ a pokračujeme dál.

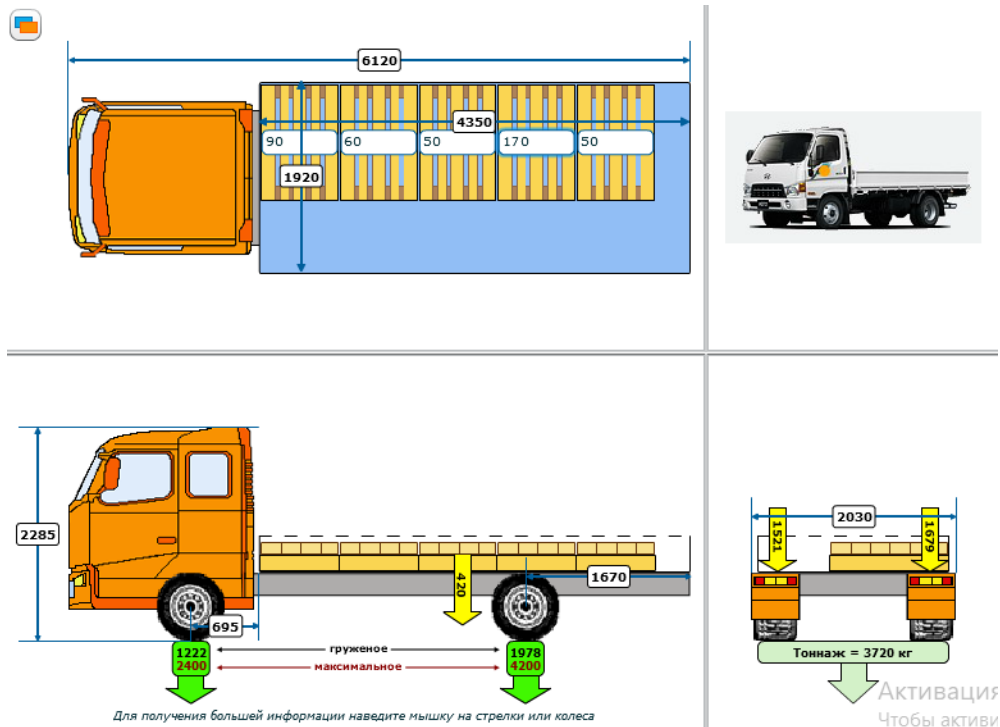
Další postupy jednotlivých iterací jsou uvedeny v tabulce:

Tabulka č. 6 – Postup jednotlivých iterací

Iterace	Trasa	Váha	Palety	Objem	Čas	Datum
21	31, 1	3588	6	5,109	8 hod 11 min	10.3
22	14, 8	1415	5	2,621	6 hod 6 min	17.3
23	25, 9	-	5	-	12 hod 20 min	-
24	9, 11	957	2	1,494	5 hod 40 min	-
25	10, 7	2889	5	3,894	5 hod 54 min	-
26	8, 12	1710	6	3,125	6 hod 50 min	21.3
27	25, 11	-	-	-	14 hod 30 min	-
28	27, 11	-	7	-	-	-
29	5, 10	3011	6	3,874	6 hod 9 min	-
30	2, 11	1079	3	1,626	7 hod 39 min	12.3
31	19, 4	1925	3	3,168	4 hod 59 min	15.3
32	4, 3	2 160	4	3,504	5 hod 10 min	11.3
33	18, 2	1315	4	2,01	7 hod 22 min	12.3
34	27, 18	-	9	-	-	-
35	30, 9	1414	5	2,342	5 h 11 m	12.3

Po nalezení struktury okruhů pomocí jednotlivých iterací je nutné sestavit plán naložení auta pro každý okruh tak, aby zatížení přední a zadní osy nepřesáhlo přípustnou hodnotu. V případě překročení zatížení jedné z os vůz nemůže vyjet z centrálního skladu. V případě neexistence takové kombinace musí být úloha opravena a řešena od začátku s respektováním nalezeného omezení. Kontrola splnění uvedených podmínek byla zkontrolována pomocí veřejně dostupné aplikace z [25]. Uvedeme příklady výstupu z aplikace a inerpretujeme je.

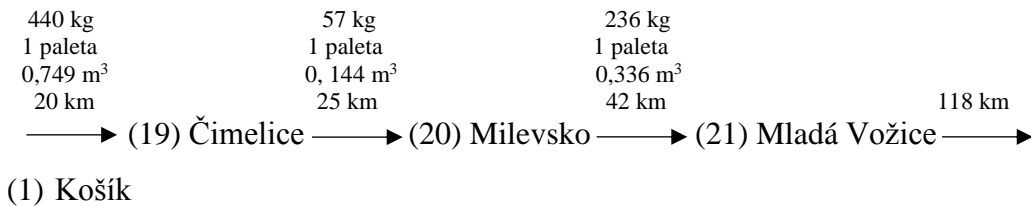
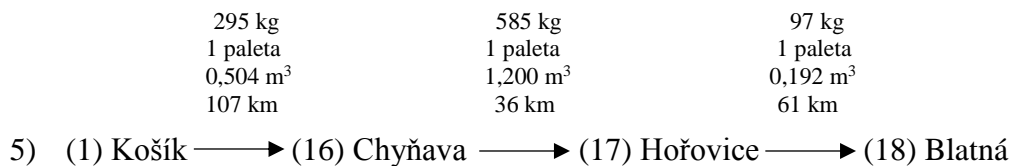
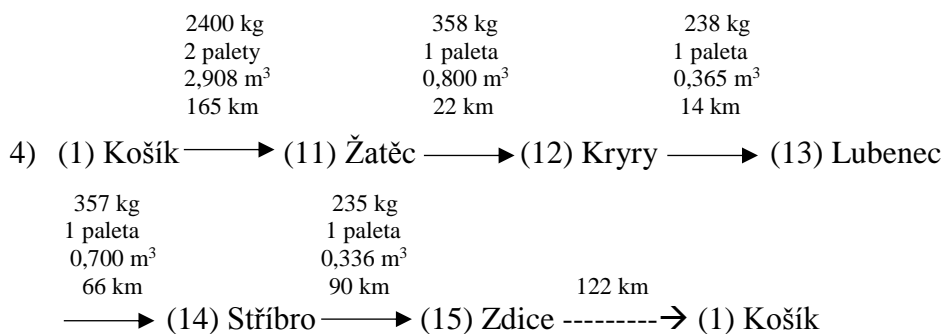
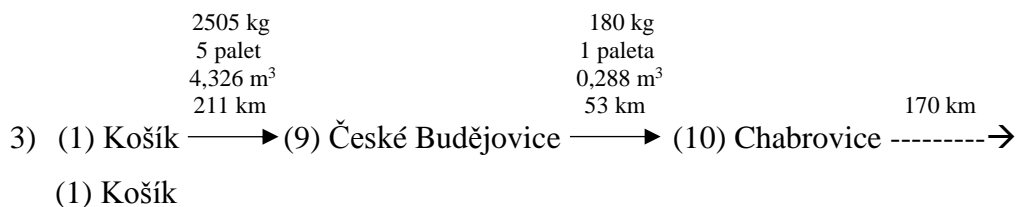
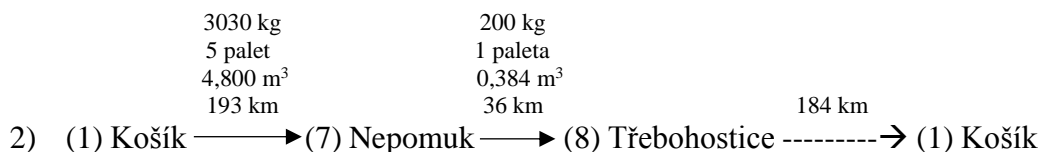
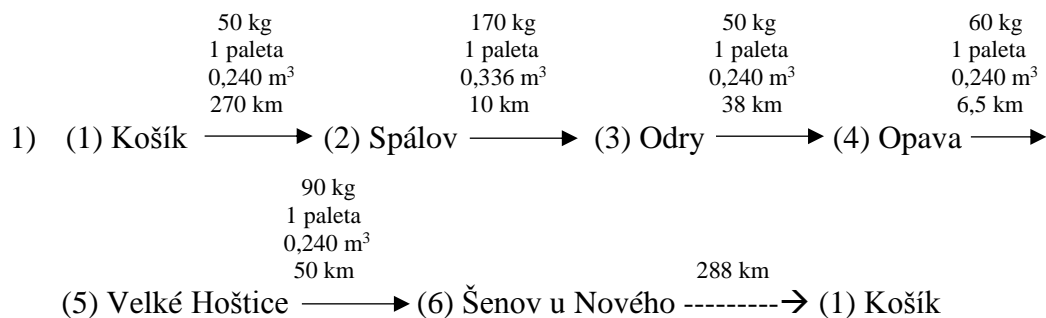
Obrázek č. 3 – Rozmístění palet v autě pro 1. okruh

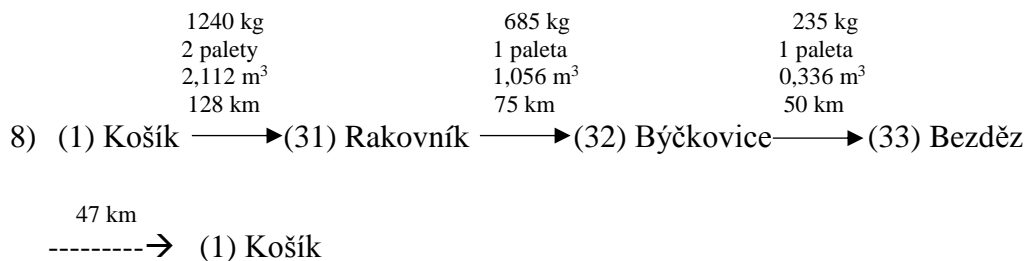
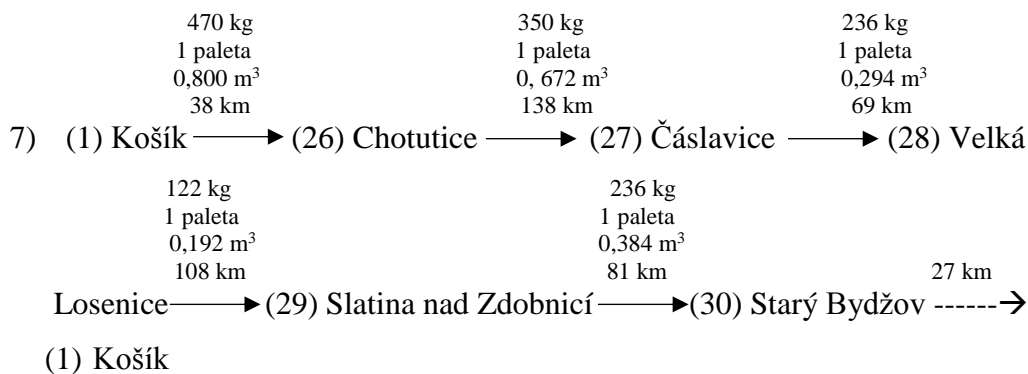
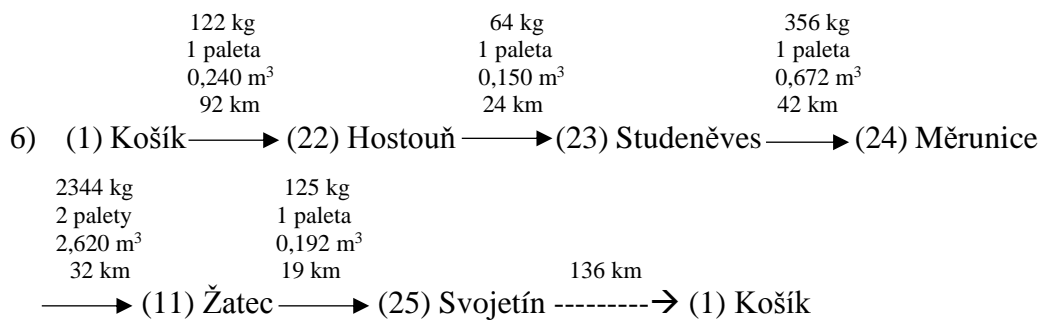


Na obrázku nahoře vlevo je znázorněno schéma rozmístění vybraného množství palet s určitou hmotností v autě, včetně ukázky využití celkového objemu uvnitř vozidla. Při rozmístění palet bylo respektováno taky pořadí, ve kterém palety budou vyloženy z auta. Na obrázku dole vlevo je schéma zatížení přední a zadní osy dopravního prostředku, ze kterého je vidět maximální možnou zatíženost přední osy 2400 kg a aktuální zatíženost přední osy vozu 1222 kg. Stejně tak můžeme říct, že zatížení zadní osy je 1978 kg z možných 4200 kg. V případě překročení zatížení jedné z os aplikace umožňuje automaticky optimálně rozmístit palety, ale nezaručuje existence takové kombinace. Na třetím obrázku dole vlevo je vidět tlak na levou a pravou část vozu a maximální možnou váhu výrobku na paletách, které se vejdou do vozidla.

Rozpracovaná schémata pro všechny okruhy jsou součástí příloh k diplomové práci.

Na základě uvedených postupů můžeme znázornit optimální strukturu okruhů nalezených pomocí Clark-Wrightovy metody:





————→ - jízda z vrcholu *i* do *j* s výrobky

-----→ - jízda prázdného auta z vrcholu *I* do *j*

Poznámka: během okruhu 5 došlo k reklamaci objednávky zákazníkem, kvůli čemuž auto jede zpátky s vratkou.

Znázorníme splnění všech omezujících podmínek každého jednotlivého okruhu:

Tabulka č. 7 – Kontrola okruhů

Č.	Kapacitní podmínky			Časové podmínky		Vzdálenost, km	Nosnost os, kg	
	Váha, kg	Objem, m ³	Palety, ks	Celkový čas	Datum		Přední	Zadní
1	420	1,296	5	10 h 52 m	-	662,5	1222	1978
2	3230	5,184	6	7 h 9 m	-	413	1843	4167
3	2685	4,614	6	7 h 18 m	-	434	1689	3776
4	3588	5,109	6	8 h 5 m	10.03	479	2379	3989
5	1710	3,125	6	6 h 50 m	17.03	409	1382	3108
6	3011	3,874	6	6 h 9 m	15.03	345	2323	3468
7	1414	2,342	5	7 h 46 m	12.03	461	1265	2929
8	2160	3,504	4	5 h 10 m	11.03	300	1196	3745
	≤ 3720	≤ 20	≤ 6	≤ 12	-	Σ3504	≤ 2400	≤ 4200

Po provedené kontrole všech okruhů můžeme říct, že vybrané okruhy splňují všechna omezení a vybrané řešení je optimální.

8.4 Praktické řešení metody nejbližšího souseda

Řešení víceokruhové úlohy metodou nejbližšího souseda se ve společnosti AMAGRO s.r.o. koná na základě rozpracované literatury v kapitole 5.2. a omezujících podmínek stanovených v kapitole 7.5.

Pro nalezení optimálního (případně suboptimálního) řešení úlohy vybranou metodou využijeme matici vzdálenosti, která je součástí příloh k dané práci. Ačkoliv výchozí místo je stanoveno firmou, začneme nalezení každého okruhu začátkem v obci Košík. Dalším postupem bude hledání místa s nejmenší možnou vzdáleností od předchozího místa tak, aby byly splněny všechny omezující podmínky. V případě, že místo s nejmenší možnou vzdáleností nesplňuje alespoň jedno z omezení, hledáme další možné místo s co nejmenší možnou vzdáleností od předchozího, které splní uvedené podklady. Pokud takové místo neexistuje, můžeme uzavřít tento okruh a říct, že jeho struktura je optimální.

Příkladem řešení úlohy je postup hledání optimální struktury prvního okruhu:

- 1) V matici vzdálenosti C_{ij} najdeme zákazníka, ke kterému vzdálenost z obce Košík bude minimální, takovým je Starý Bydžov se vzdáleností 27 km, požadavek místa je 1 paleta o hmotnosti 236 kg a objemem $0,384 \text{ m}^3$, čas jízdy k zákazníkovi včetně času na manipulaci je 34 minut. Můžeme zařadit vrchol do okruhu.
- 2) Hledáme nejmenší možnou vzdálenost od obce Starý Bydžov, takovým je místo Chotutice, vzdálenost je 48 km, zákazník s požadavkem 1 paleta hmotnosti 470 kg a objemem $0,800 \text{ m}^3$. Čas jízdy z předchozího místa je 53 minut. Kontrolujeme celý okruh, potřebujeme odvézt 2 palety s celkovou váhou 706 kg, objemem $1,184 \text{ m}^3$ a celkovým časem 1 hod 27 min. Následně okruh je přípustný.
- 3) Dalším místem je Bezděz ve vzdálenosti 79 km od obce Chotutice, s požadavkem 1 paleta o hmotnosti 235 kg a objemem $0,336 \text{ m}^3$. Čas jízdy z Chotutice je 1 hod 21 min. Zkontrolujeme celý okruh, potřebujeme odvézt 3 palety celkovou váhou 941 kg, objemem $1,520 \text{ m}^3$. Čas potřebný na rozvoz je 2 hod 48 min. Můžeme spojit místa Chotutice a Bezděz.
- 4) Nejbližším místem k Bezdězu jsou Býčkovice se vzdáleností 50 km. Požadavek místa je 1 paleta o hmotnosti 685 kg a objemem $1,056 \text{ m}^3$. Čas jízdy z Bezdězu je 54 min. Zkontrolujeme celý okruh, potřebujeme odvézt 4 palety s váhou 1626 kg objemem $2,576 \text{ m}^3$. Celkový čas na rozvoz se rovná 3 hod 42 min. Trasa je přípustná.
- 5) Dalším místem jsou Měrunice se vzdáleností 35 km od Býčkovic. Požadavek zákazníka je 1 paleta hmotnosti 356 kg a objemem $0,672 \text{ m}^3$. Čas jízdy od Býčkovic je 40 minut. Zkontrolujeme celý okruh, potřebujeme odvézt 5 palet hmotnosti 1982 kg, objemem $3,248 \text{ m}^3$. Celkový čas na rozvoz se rovná 4 hod 22 min. Okruh je přípustný.
- 6) Hledáme nejmenší možnou vzdálenost od obce Měrunice, což je místo Žatec, vzdálenost je 32 km, zákazník s požadavkem 1 paleta o hmotnosti 1172 kg a objemem $1,180 \text{ m}^3$. Čas jízdy je 38 min. Zkontrolujeme celý okruh, potřebujeme odvézt 6 palet o hmotnosti 3154 kg, objemem $4,428 \text{ m}^3$. Celkový čas na rozvoz se rovná 5 hodin. Kapacita vozidla je využita, musíme

se vrátit do výchozího místa Košík. Celkový čas celého okruhu 7 hod 30 min.

Okruh je přípustný.

Strukturu všech optimálních okruhů znázorníme v tabulce.

Tabulka č. 8 – Řešení metodou nejbližšího souseda

Č.	Okruh	Kapacitní podmínky		Celkový čas, h	Vzdálenost, km
		Váha, kg	Palety, ks		
1	1-30-26-33-32-24-11-1	3154	6	7 h 30 min	436
2	1-22-16-15-17-31-1	2477	6	5 h 41 min	320
3	1-23-25-12-13-14-18-1	1239	6	8 h 36 min	507
4	1-21-10-20-19-8-27-1	1463	6	9 h 48 min	585
5	1-28-29-4-5-3-2-1	688	6	11 h 46 min	688
6	1-7-1	3030	5	6 h 4 min	386
7	1-9-1	2505	5	7 h 18 min	422
8	1-11-1	3572	3	5 hod 53 min	330
9	1-6-1	90	1	9 hod 40 min	576
	-	≤ 3720	≤ 6	≤ 12	Σ4250

Poznámka: čísla měst v okruhu jsou převzata ze schéma řešení metodou Clark-Wrighta; objem, nosnost os a datumy dodání budou splněny při řešení metodou nejbližšího souseda.

9 Vyhodnocení výsledků

Cílem této kapitoly je zhodnocení výstupů vybraných metod řešení víceokruhového problému, porovnat náklady plynoucí z implementace jednotlivých výsledků do praxe a hlavně zhodnotit časovou úsporu při zavedení optimální struktury tras.

9.1 Porovnání výsledků jednotlivých metod

Na základě výsledků dosažených v kapitole 8, kde bylo provedeno řešení potenciálního víceokruhového problému, pro společnost AMAGRO s.r.o. sestavíme tabulku nejdůležitějších rozhodujících faktorů:

Tabulka č. 9 – Výsledky jednotlivých metod

	Metoda Clark-Wrighta	Metoda nejbližšího souseda
Počet přepravených palet, ks	44	44
Celková váha, kg	18218	18218
Celkový čas, hod	59 h 19 min	72 h 16 min
Množství pracovních dní	8	9
Celková ujetá vzdálenost, km	3504	4250

Z tabulky je vidět, že zvolenými metodami byl uspokojen požadavek všech zákazníků, konkrétně bylo odvezeno 44 palet s celkovou hmotností 18218 kg. Zároveň tímto krokem bylo zkontrolováno, zda úloha byla řešená správně. Nejdůležitějším je tady celková ujetá vzdálenost, ačkoliv účelová funkce se snaží minimalizovat konkrétně tento ukazatel. Metodou Clark-Wrighta bylo dosaženo mnohem lepších výsledků než metodou nejbližšího souseda, přesně o 746 kilometrů méně bylo ujeté během všech okruhů. Pro optimalizační úlohy to je obrovský rozdíl. Úspora času je 12 hodin 57 minut, což je více než jedna pracovní směna. Díky tomu je možné uzavřít všechny okruhy za 8 pracovních dní a ušetřit jeden den.

Co se týče aplikace výsledků do praxe, pokud by se rozvoz jednotlivých objednávek konal v březnu 2017, tak by podle metody Clark-Wrighta vyjelo vozidlo z výchozího místa Košík ve středu 1.3., dokončilo 3. okruh v pátek 3.3. a pokračovalo v rozvozu v pondělí 6.3. O víkendu se rozvoz nekoná. Rozvoz jednotlivých dodávek by byl dokončen 10.3. V případě metody nejbližšího souseda by vozidlo ještě čekalo na pondělí 13.3., kvůli tomu celková úspora ve dnech se rovná 3 dnům.

Metoda nejbližšího souseda dala zkreslené výsledky kvůli tomu, že nezaručuje minimalizaci vzdálenosti od posledního místa okruhu do výchozího. Taky místa, která měla nejmenší možnou vzdálenost od předchozího, nemusela být součástí jednoho okruhu kvůli omezením. V důsledku toho první okruhy daly dobré výsledky, ale poslední okruh se skládá z jednoho místa, které je hodně vzdáleným od výchozího místa a zároveň váha výrobku s paletou se rovná 90 kg, což nemá žádnou rentabilitu.

V tabulce *Výsledky jednotlivých metod* byly speciálně použita čísla pro označení jednotlivých míst shodná s výsledky metody Clark-Wrighta, na základě toho můžeme udělat závěr, že pořadí, ve kterém vstupují jednotlivé vrcholy do okruhu u zkoumaných metod, se málokdy opakuje, což nám říká o nutnosti probrat alespoň několik metod před konkrétním zhodnocením optimálního řešení.

9.2 Porovnání struktury nákladů

Porovnání jednotlivých metod je nutné provést z hlediska nákladovosti jednotlivých okruhů. Pro tyto účely definujeme náklady, které jsou součástí dopravních:

- 1) Mzdové náklady. Podle zkušenosti řidičů stanovíme průměrnou hodinovou sazbu, která se rovná 180 Kč/hod.
- 2) Náklady na pohonné hmoty. Průměrná cena na 1 litr nafty je odvozená od ceny na pohonné hmoty od 1.2.2018 do 25.2.2018, tabulka s vývojem cen je součástí příloh k diplomové práci a je veřejně dostupná z [26] a je hodnotou 29,99 Kč/1 litr.
- 3) Amortizace vozidla. Do nákladů zahrnujeme taky měsíční odpis dopravního prostředku.
- 4) Údržba vozu. Součástí těchto nákladů jsou náklady na obsluhu auta a případná obnova součástí. Hodnota je stanovena na 1500 Kč/měsíc.
- 5) Mýtné – poplatek za použití dálnic pro vozidla nad 3,5 t. V praxi výše mýtného je stanovena pro každý úsek tras zvlášť, ale hodnotu je těžko stanovit, předpokládáme jako průměr 1,30 Kč/ km.

Na začátku ukážeme strukturu nákladů pro řešení nalezené metodou Clark-Wrighta.

Mzdové náklady zjistíme podle vzorce:

$$N_m = S * T \quad (9.2.1),$$

kde

S – stanovená hodinová sazba, 180 Kč/hod,

T – celkový čas zaokrouhlený nahoru, hod,

$$N_m = 180 * 60 = 10\,800 \text{ Kč.}$$

Cena vozu Hyundai HD – 65 na trhu je 180 000 Kč, dlouhodobý hmotný majetek odneseme do 5. odpisové skupiny s dobou odpisování 30 let. Měsíční odpis zjistíme podle vztahu:

$$N_o = \frac{180000}{30 * 12} = 500 \text{ Kč/měsíc} \quad (9.2.2).$$

Celková ujetá vzdálenost je 3504 km, spotřeba nafty je 15 l/100 km, z jednoduchého výpočtu můžeme zjistit, kolikrát za měsíc vozidlo projede 100 km:

$$P = \frac{3504}{100} = 35,04 \quad (9.2.3).$$

Z toho se dozvíme celkové náklady na naftu:

$$N_p = 35,04 * 17 * 29,99 = 17\,864,04 \text{ Kč} \quad (9.2.4).$$

Mýtné spočítáme podle vzorce, kde průměr 1,30 Kč/km vynásobíme celkovou vzdáleností:

$$N_y = 1,30 * 3504 = 4555,2 \text{ Kč} \quad (9.2.5).$$

Spočítáme celkové náklady na měsíc březen:

$$N = 1500 + 500 + 17864,04 + 10800 + 4552,2 = 35\,174,04 \text{ Kč.}$$

Stejně spočítáme celkové náklady pro okruhy nalezené metodou nejbližšího souseda a znázorníme výsledky v tabulce:

Tabulka č. 10 – Struktura nákladů

	Metoda Clark-Wrighta	Metoda nejbližšího souseda
Mzdové náklady	10 800	13 140
Náklady na pohonné hmoty	17 864,04	21 667,78
Amortizace vozidla	500	
Údržba vozu	1500	
Mýtné	4555,2	5525
Celkem	35219,24	42332,78

Pokud porovnáme celkové náklady na nalezené okruhy, tak zjistíme, že struktura okruhů nalezená pomocí metody Clark-Wrighta je úspornější, a to o 7113,54 Kč/měsíc. Struktura nákladů potvrdila výsledky získané v kapitole 9.1.

Na základě údajů uvedených v předchozí tabulce odvodíme hodnotu celkových ročních nákladů pro obě dvě metody:

Tabulka č. 11 – Celkové roční náklady

	Metoda Clark-Wrighta	Metoda nejbližšího souseda
Celkové roční náklady	422 630,88	507 993,36

V případě ročních nákladů se rozdíl mezi výsledky vybraných metod rovná 85362,48 Kč, což bude mít velký vliv na zisk společnosti. Metoda Clark-Wrighta je mnohem úspornější z hlediska nákladů, celkové vzdálenosti a času jízd.

10 Analýza účelnosti nákupu vozu

V této kapitole je rozpracovaná struktura již existujících nákladů na využití služeb jiné firmy a je porovnaná s předpokládanými náklady na zahájení vlastní dopravní činnosti. Součástí je taky ekonomická charakteristika společnosti.

10.1 Analýza existujících nákladů

V této době společnost AMAGRO s.r.o. spolupracuje s externí speditérskou společností, která vystavuje faktury na dopravu. Na základě vnitropodnikové dokumentace je možné snadno odvodit celkové náklady, které se skládají z nákladů na přepravné, mýtné a paletového příplatku, všechny náklady pro každou destinaci znázorníme v tabulce:

Tabulka č. 12 – Existující náklady

Č	Místo	Náklady			
		Přepravné	Mýtné	Paletový příplatek	Celkem
1	Zdice	522	14,34	31,32	567,66
2	Slatina nad Zdobnicí	599	34,89	35,94	669,83
3	Bezděz	763	60	45,78	868,78
4	Býčkovice	1381	162,82	82,86	1626,68
5	Hostouň	385	8,73	23,10	416,83
6	Žatec	8352	1395,52	501,12	10248,64
7	Měrunice	989	93,03	59,34	1141,37
8	Hořovice	2686	69,72	161,16	2916,94
9	Čáslavice	1482	186,06	88,92	1756,98
10	Studeněves	260	4,19	15,6	279,79
11	Velká Losenice	763	60	45,78	868,78
12	Chyňava	610	17,46	36,6	664,06
13	Mladá Vožice	763	60	45,78	868,78
14	Blatná	436	23,27	26,16	485,43
15	Milevsko	349	18,71	20,94	388,65
16	Nepomuk	3703	766,96	222,18	4692,14
17	Třebohostice	697	46,52	41,82	785,34
18	Starý Bydžov	763	60	45,78	868,78

19	Rakovník	1677	87,22	100,62	1864,84
20	Čimelice	1079	105,91	64,74	1249,65
21	České Budějovice	4867	687,37	292,02	5855,39
22	Chabrovice	697	46,52	41,82	785,34
23	Šenov u Nového	450	34,89	27	511,89
24	Kryry	989	93,03	59,34	1141,37
25	Svojetín	385	8,73	23,10	416,83
26	Chotutice	910	29,08	54,6	993,68
27	Stříbro	989	93,03	59,34	1141,37
28	Lubeneč	763	60	45,78	868,78
29	Opava	359	26,65	21,54	407,19
30	Odry	731	69,79	43,86	844,65
31	Spálov	359	26,65	21,54	407,19
32	Velké Hoštice	359	26,65	21,54	407,19
	SUMA	40117	4477,74	2407,02	47010,82

Na základě tabulky můžeme říct, že celkové měsíční náklady na dopravu v březnu 2017 roku byly 47010,82 Kč, největší položkou byly náklady na využití služeb jiné firmy, a to v hodnotě 40117 Kč, pak byly náklady na mýtné 4477,74 Kč, poslední položkou byl paletový příplatek v hodnotě 2407,02 Kč.

10.2 Zahájení vlastní činnosti

Cílem této podkapitoly je prozkoumat všechny náklady spojené se zahájením vlastní dopravní činnosti. Ačkoliv se jedná o rozšíření služeb firmy, dojde k nárůstu okamžitých nákladu, které se budou skládat z:

- 1) Modernizace vnitropodnikového informačního systému, které umožní optimálně rozmísťovat palety v dopravním prostředku, hledat nejkratší cesty, součástí kterého bude systém pro podporu rozhodování. Peněžní hodnota nákupu takové modernizace se rovná 40 000 Kč, instalace systému 15 000 Kč.
- 2) Nákup vozidla Hyundai HD – 65 za 180 000 Kč.
- 3) Ve společnosti je založeno logistické oddělení, které se zabývá vyřizováním objednávek, dopravní oddělení bude součástí logistiky podniku a řídit to bude

stejný pracovník, proto plat pracovníka oddělení logistiky se zvětší o 5000 Kč.

- 4) Školení zaměstnanců manipulace s novým systémem bude stát 1500 Kč.
- 5) Využití externích IT služeb pro podporu a rozvoj vnitropodnikového informačního systému přijde na 1000 Kč/měsíc.

Spočítáme celkové okamžité náklady na zahájení fungování dopravního systému:

$$N = 40\,000 + 15\,000 + 180\,000 + 1500 = 236\,500 \text{ Kč.}$$

Měsíční náklady spojené s fungováním dopravního systému se zvětší, znázorníme je v tabulce a porovnáme s náklady na využití služeb externího podniku.

Tabulka č. 13 – Měsíční náklady spojené s fungováním dopravy

Mzdové náklady řidiče	10 800
Náklady na pohonné hmoty	17 864,04
Amortizace vozidla	500
Údržba vozu	1500
Mýtné	4555,2
Využití externích IT služeb	1000
Příplatek ke mzdě pracovníka oddělení	5000
Celkem	41 219,24

Pokud se podíváme na celkové existující měsíční náklady v hodnotě 47010,82 Kč a nově nalezené náklady na rozvoz vlastním dopravním prostředkem 41219,24 Kč, uděláme jednoznačný závěr, že doprava vlastním prostředkem je úspornější, a to o 5791,58 Kč/měsíc.

Dále je nutné dozvědět se, za jaký čas nově zavedený systém bude přinášet zisk z hlediska zahrnutí okamžitých nákladů na zahájení systému. Uděláme to tak, že spočítáme, za kolik měsíců celková měsíční úspora 5791,58 Kč pokryje okamžitý náklad 236 500 Kč.

$$Z = \frac{236500}{5791,58} = 40,83 = 41 \text{ měsíce}$$

Na základě toho můžeme udělat závěr, že za 3 roky 5 měsíců od okamžiku zahájení fungování vlastní dopravní sítě systém přestane být ztrátový a začne přinášet zisk.

10.3 Ekonomická charakteristika

Ze získaných údajů je nutné udělat ekonomickou interpretaci. Pro tyto účely využijeme předpokládaný výnos za měsíc březen. Požadavek jednotlivých míst a peníze

získané za prodej konkrétních druhů vlastních výrobků je součástí příloh k diplomové práci. Z tabulky v příloze je vidět, že celková průměrná hodnota výnosu se rovná 8 388 550 Kč. Z toho můžeme spočítat, kolik nám zbude peněz po odečtení dopravních nákladů:

$$Z_{\varepsilon} = 8\,388\,550 - 41\,219,24 = 8\,347\,330,76 \text{ Kč.}$$

Uděláme závěr, že dopravní náklady pro danou společnost v porovnání s celkovým příjmem jsou malé a mají malý vliv na konečnou hodnotu zisku. Pro účely diplomové práce je podstatné, kolik korun výnosu přichází na 1 korunu dopravních nákladů:

$$Z_N = \frac{8388550}{41219,24} = 203,51 \text{ Kč.}$$

Uděláme stejné výpočty pro existující situaci v podniku a souhrn získaných dat zapíšeme do tabulky.

Tabulka č. 14 – Ekonomická charakteristika

	Existující situace	Nové řešení
Z_{ε}	8 341 539,18	8 347 330,76
Z_N	178,44	203,51

Na základě provedených výpočtu uděláme závěr, že dopravní náklady mají nepodstatný vliv na konečný zisk. Dnešní situace v podniku přináší 178,44 Kč z jedné vynaložené koruny na dopravu, ale při nákupu svého vozu tato hodnota poroste do 203,51 Kč, což je obrovský nárůst.

11 Závěr

Hlavním cílem diplomové práce je navrhování struktury dopravních okruhů pro společnost AMAGRO s.r.o., která chce koupit dopravní prostředek a uskutečňovat rozvoz vlastních výrobků svým zákazníkům. Dalším cílem je porovnání struktury předpokládaných nákladů a existujících nákladů na služby jiné speditérské firmy.

V teoretické části diplomové práce je rozpracována teorie k problému, kde je kladen důraz na modifikaci víceokruhového problému obchodního cestujícího a metody řešení určitého problému. Na začátku praktické části je uvedena charakteristika společnosti včetně detailního popisu jednotlivých typů výrobků. Na základě toho je odvozena struktura omezujících podmínek, slovní a matematický popis problému. Dále následuje výběr vhodných metod pro řešení víceokruhového problému, konkrétně metody Clark-Wrighta a metody nejbližšího souseda. Cílem těchto metod je nalézt strukturu jednotlivých okruhů, která umožní uspokojit poptávku všech zákazníků s co nejmenší možnou ujetou vzdáleností.

Na základě výpočtu nejlepší výsledky poskytuje metoda Clark-Wrighta, která rozděluje všechny vrcholy do 8 okruhů s celkovou ujetou vzdáleností 3504 km za 59 hodin 19 minut, což je o 1 okruh, 746 km a 12 hodin 57 minut úspornější než řešení nalezené pomocí metody nejbližšího souseda. Co se týče nákladové úspornosti, řešení nalezené metodou Clark-Wrighta je úspornější o 7113,54 Kč/měsíc, což je o 85362,48 Kč/rok. Výnosem této práce je potvrzení univerzality metody Clark-Wrighta a možnosti aplikace této metody v situaci s veškerými podmínkami.

Pokud jde o rentabilitu nákupu vlastního vozu, dopravní náklady se zmenší o 5791,58 Kč/měsíc a za 3 roky a 5 měsíců po zavedení dopravního oddělení do útvaru podniku začne přinášet zisk. Po provedení ekonomické analýzy zjistíme, že v dnešní době jedna koruna dopravních nákladů přináší 178,44 Kč výnosu, přičemž potenciální hodnota po změnách se rovná 203,51 Kč. Z dlouhodobého hlediska a s předpokladem nárůstu poptávky po výrobcích společnosti AMAGRO s.r.o. úspora z nákupu vlastního vozu bude narůstat a ztrátová doba se bude zkracovat.

Na základě získaných údajů bude společnosti AMAGRO s.r.o. jednoznačně doporučeno koupit vlastní vůz a zavést dopravní oddělení do útvaru podniku. Součástí návrhu bude rozpracovaná struktura tras a ekonomická analýza.

V případě odmítnutí nalezených výsledku bude firmě nabízena metoda Clark-Wrighta pro řešení určitého problému včetně ukázky výpočtu a aplikace pro rozhodnutí optimálního naložení auta.

12 Použitá literatura

- [1] Gutin, G., Punnen, A.P., 2006. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Springer. ISBN 978-1-4020-0664-7
- [2] Cook, J.W., 2011. *Po Stopách Obchodního Cestujícího*. Argo/Dokořán. ISBN 978-80-7363-412-4
- [3] Applegate, D.L., Bixby, R.E., Chvátal, V., Cook, J.W., 2006. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press. ISBN 978-14-008-4110-3.
- [4] Kučera, P., *Metodologie Řešení Okružního Dopravního Problému*. Česká zemědělská univerzita v Praze, 2009.
- [5] Kolman, P., 2012. *Modely Dopravních Úloh Minimalizující Dobu Přepravy*. Mendelová univerzita v Brně.
- [6] Croes, G.A., 1958. *Methods For Solving Traveling Salesman Problem*. Operations Research, 6.
- [7] Janáček, J., 2006. *Optimalizace Na Dopravních Sítích*. vyd. 2. Žilina: EDIS. ISBN 90-80-70-586-0.
- [8] Kudelová, B, 2007. *Srovnání efektivnosti algoritmu pro řešení úloh obchodního cestujícího*. Praha. 77–79 s. Diplomová práce na Fakultě informatiky a statistiky Vysoké školy ekonomické v Praze hlavní specializace Ekonometrie a operační výzkum.
- [9] Toth, P., Vigo, D., 2001. *An Overview of Vehicle Routing Problems*. In: Toth, P. and Vigo, D. The vehicle routing problem. Philadelphia. Society for Industrial and Applied Mathematics, s. 1–46. ISBN:0-89871-498-2
- [10] Toth, P., Vigo, D., 1997. *An exact algorithm for the vehicle routing problem with the backhauls*. Transportation science, V31 S:372–385.
- [11] Laporte, G., Nobert, Y., Destrochers, M., 1985. *Optimal routing under capacity and distance restrictions*. Operations research, V33 S: 1020–1078.
- [12] Birge, J. R., Louveaux, F., 2011. *Introduction to Stochastic Programming*. 2nd edition, Springer. ISBN 978-1-4614-0236-7
- [13] Jabali, O., Rei, W., Gendreau, M., Laporte, G., 2014. *New Valid Inequalities for the Multi – Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands*. Discrete Applied Mathematics, 177, s. 121–136.

- [14] Bektas, T., 2006. *The Multiple Traveling Salesman Problem: an Overview of Formulations and Solution Procedures*. Omega. 34: s. 205–228.
- [15] Oberlin, P., Rathinam, S., Darbha, S., 2009. *A transformation for heterogeneous, multi-depot, multiple traveling salesman problem*. In Proceedings of the American Control Conference, p. 1290–1303, St. Louis, June 10–12.
- [16] Pelikán, J., 2001. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Professional Publishing, Praha, s. 48-71 ISBN 8086419177
- [17] Desrosiers, J., et al., 1995. *Time Constrained Routing and Scheduling*. In Handbooks in Operations Research and Management Science: Network Routing. Elsevier Science Publ., 30–146.
- [18] Dumas, Y., Desrosiers, J., Soumis, F., 1991. *The Pick-Up and Delivery problem with the windows*. European Journal of Operational Research 54, 4–32.
- [19] Clarke, G; Wright, J. W., 1964. *Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points*. Operations Research 12, s.: 560–586.
- [20] Pelikán, J., 1992. *Praktikum z Operačního výzkumu*. 1. vydání, Praha: VŠE. s. 80–86. ISBN 80-7079-135-7.
- [21] Holoubek, J., 2010. *Ekonomicko-matematické metody*. 2. vydání. Brno: Mendelova univerzita v Brně, s. 150–158. ISBN 978-80-7375-411-2.
- [22] Antošová, R., Holoubek, J., 2010. *Využití Mayerovy Metody při Řešení Víceokruhového Dopravního Problému*. Sborník příspěvku z mezinárodního vědeckého semináře Kvalitativní Metody V Ekonomii 2010. 1. Vyd. Brno: Mendelova univerzita v Brně, s. 100–109. ISBN 978-807-375-438-9.

Internetové zdroje

- [23] Carrello trilaterale per corsie strette (BT Vector R VRE150). *Mecalux: Logismarket* [online]. ©2000-2018 [cit. 2018-02-22]. Dostupné z: <https://www.logismarket.it/tmhit/carrello-trilaterale-per-corsie-strette/698491735-10474626-p.html>.
- [24] Transport. *Logistic Club* [online]. ©2003-2018 [cit. 2018-02-22]. Dostupné z: <http://transport.logists.by/calculator/veh-by-pal>.
- [25] MBenzin.cz [online]. [cit. 2018-02-22]. Dostupné z: <https://www.mbenzin>.

[26] Amagro s.r.o. [online]. ©2008-2018 [cit. 2018-02-22]. Dostupne z:
<https://www.amagro.com>

13 Přílohy

Příloha č. 1 – Výchozí data

	Město	Objednávka		Nejpozdější možné datum	Náklady			
		Hmotnost kg	Palety ks		Přepravné	Mýtné	Paletový příplatek	Celkem
1	Zdice	235	1	10.03	522	14,34	31,32	567,66
2	Slatina nad Zdobnicí	122	1	12.03	599	34,89	35,94	669,83
3	Bezděz	235	1	11.03	763	60	45,78	868,78
4	Býčkovice	685	1	13.03	1381	162,82	82,86	1626,68
5	Hostouň	122	1	-	385	8,73	23,10	416,83
6	Žatec	4744	4	15.03	8352	1395,52	501,12	10248,64
7	Měrunice	356	1	-	989	93,03	59,34	1141,37
8	Hořovice	585	1	17.03	2686	69,72	161,16	2916,94
9	Čáslavice	721	1	-	1482	186,06	88,92	1756,98
10	Studeněves	64	1	-	260	4,19	15,6	279,79
11	Velká Losenice	236	1	-	763	60	45,78	868,78
12	Chyňava	295	1	21.03	610	17,46	36,6	664,06
13	Mladá Vožice	236	1	22.03	763	60	45,78	868,78
14	Blatná	97	1	23.03	436	23,27	26,16	485,43
15	Mílevesko	57	1	24.03	349	18,71	20,94	388,65
16	Nepomuk	3030	5	-	3703	766,96	222,18	4692,14
17	Třebohostice	200	1	-	697	46,52	41,82	785,34
18	Starý Bydžov	236	1	28.03	763	60	45,78	868,78
19	Rakovník	1240	2	-	1677	87,22	100,62	1864,84
20	Čimelice	440	1	31.03	1079	105,91	64,74	1249,65
21	České Budějovice	2505	5	-	4867	687,37	292,02	5855,39
22	Chabrovce	180	1	-	697	46,52	41,82	785,34
23	Šenov u Nového	90	1	-	450	34,89	27	511,89
24	Kryry	358	1	-	989	93,03	59,34	1141,37
25	Svojetín	125	1	-	385	8,73	23,10	416,83

26	Chotutice	470	1	-	910	29,08	54,6	993,68
27	Sříbro	357	1	-	989	93,03	59,34	1141,37
28	Lubenec	238	1	-	763	60	45,78	868,78
29	Opava	50	1	-	359	26,65	21,54	407,19
30	Odry	170	1	-	731	69,79	43,86	844,65
31	Spálov	50	1	-	359	26,65	21,54	407,19
32	Velké Hoštice	60	1	-	359	26,65	21,54	407,19
	SUMA	-	-	-	40117	4477,74	2407,02	47010,82

Příloha č. 2 – Ceny výrobků

Výrobek	Balení	Jednotková cena v Kč bez DPH	Cena plné aplikace na 1 ha bez DPH	Jednotková cena v Kč vč. 21% DPH
Lignohumát MAX	IBC 1000 litrů	316 000,00	126,40	382 360,00
Lignohumát MAX	Kanistr 10 litrů	3 496,00	139,80	4 230,00
Lignohumát MAX	Kanistr 5 litrů	1 806,00	144,50	2 185,00
Lignohumát MAX	Lahev 1 litr	368,00	147,20	445,00
Lignohumát B	Kanistr 10 litrů	1 906,00	190,00	2 306,00
Lignohumát B	Kanistr 5 litrů	1 011,00	202,00	1 223,00
Lignohumát A	Pytel 20 kg	21 494,00	107,5	26 008,00
Lignohumát AM	Pytel 20 kg	22 620,00	105,70	27 370,00
Lignohumát AM	Sáček 1 kg	1 156,00	115,60	1 399,00
Ligno SUPER NPK	Kanistr 10 litrů	1 098,00	219,60	1 328,00
Ligno SUPER NPK	Kanistr 5 litrů	578,00	231,20	699,00
Ligno SUPER NPK	Lahev 1 litr	134,00	268,00	162,00
Ligno AKTIVÁTOR prášek	Pytel 10 kg	17 045,00	170,50	20 624,00
Ligno AKTIVÁTOR prášek	Sáček 1 kg	1 878,00	187,80	2 272,40
Ligno AKTIVÁTOR roztok	Kanistr 10 litrů	3 178,00	238,40	3 845,00
Ligno AKTIVÁTOR roztok	Kanistr 5 litrů	1 618,00	242,90	1 958,00
Ligno AKTIVÁTOR roztok	Lahev 1 litr	384,00	288,70	464,00
AMAGRO Alga	Kanistr 10 litrů	1 583,00	316,60	1 915,00

Příloha č. 3 – Požadavky jednotlivých zákazníků

Místo	Výrobky	Příjem	Váha	Objem
Zdice	10x Lignohumát A	260 080	200	0,336 m3
	1x Ligno AKTIVÁTOR prášek	20 624	10	
	1x Ligno SUPER NPK	699	5	
Slatina nad Zdobnicí	5x Lignohumát AM	136 850	100	0,192 m3
	2x Ligno AKTIVÁTOR prášek	4 544,80	2	
Bezděz	10x Lignohumát AM	273 700	200	0,336 m3
	1x Ligno SUPER NPK	699	5	
	1x Ligno AKTIVÁTOR prášek	20 624	10	
Býčkovice	33x Lignohumát A	858 264	660	1,056 m3
	5x Lignohumát AM	6 995	5	
Hostouň	6x Lignohumát A	156 048	100	0,240 m3
	2x Lignohumát MAX	890	2	
Žatec	57x Lignohumát AM	1 560 090	1 140	1,440 m3
	1x Ligno AKTIVÁTOR roztok	3 845	10	
	2x Ligno SUPER NPK	324	2	
	59x Lignohumát A	1 534 472	1 180	1,728 m3
	50x Lignohumát AM	1 368 500	1 000	1,180 m3
	8x AMAGRO Alga	15 320	80	
	7x Ligno AKTIVÁTOR prášek	206 240	70	
	2x Ligno SUPER NPK	324	2	
	49x Lignohumát AM	1 341 130	980	1,180 m3
	20x Lignohumát B	23 060	200	
Měrunice	16x Lignohumát A	416 128	320	0,672 m3
	1x Ligno SUPER NPK	13 280	10	
	6x Ligno AKTIVÁTOR roztok	2 784	6	
Hořovice	28x Lignohumát AM	0	560	1,200 m3
	1x Lignohumát B	0	5	
Čáslavice	48x Ligno AKTIVÁTOR prášek	989 952	480	1,200 m3
	11x Lignohumát A	286 088	220	
	1x Lignohumát MAX	445	1	

Studeněves	2x Lignohumát AM	54 740	40	0,150 m3
	4x Ligno AKTIVÁTOR prášek	9089,60	4	
Velká Losenice	10x Lignohumát A	260 080	200	0,294 m3
	1x Ligno SUPER NPK	1 328	10	
	6x Lignohumát AM	8 394	6	
Chyňava	27x Ligno SUPER NPK	35 856	270	0,504 m3
	5x Ligno AKTIVÁTOR roztok	2 320	5	
Mladá Vožice	9x Lignohumát AM	246 330	180	0,336 m3
	3x Ligno AKTIVÁTOR prášek	61 872	30	
	6x Ligno SUPER NPK	972	6	
Blatná	3x Lignohumát A	78 024	60	0,192 m3
	2x Ligno SUPER NPK	1 398	10	
	7x Lignohumát MAX	3 115	7	
Milevsko	3x Ligno SUPER NPK	3 984	30	0,144 m3
	1x Ligno AKTIVÁTOR prášek	2 272,40	7	
Nepomuk	145x Lignohumát AM	3 968 650	2 900	4,800 m3
	5x Ligno SUPER NPK	3 495	25	
	1x Ligno AKTIVÁTOR prášek	11 362	5	
Třebohostice	5x Lignohumát A	130 040	100	0,384 m3
	8x Ligno SUPER NPK	10 624	80	
Starý Bydžov	21x Ligno AKTIVÁTOR prášek	433 104	210	0,384 m3
	6x Lignohumát AM	8 394	6	
Rakovník	60x Lignohumát AM	1 642 200	1 200	2,112 m3
Čimelice	2x Lignohumát A	52 016	40	0,749 m3
	40x Ligno AKTIVÁTOR prášek	824 960	400	
České Budějovice	78x Lignohumát AM	109 122	1 560	2,558 m3
	6x Ligno SUPER NPK	972	6	
	38x Ligno AKTIVÁTOR roztok	146 110	380	1,000 m3
	14x Ligno SUPER NPK	2 268	14	
	21x Lignohumát AM	574 770	420	0,768 m3
	25x Ligno SUPER NPK	4 050	25	

Chabrovce	6x Lignohumát AM	164 220	120	0,288 m3
	4x Lignohumát MAX	16 920	40	
Šenov u Nového	7x Lignohumát B	16 142	70	0,240 m3
Kryry	33x Lignohumát MAX	139 590	330	0,800 m3
	8x Ligno AKTIVÁTOR roztok	3 712	8	
Svojetín	10x Ligno AKTIVÁTOR prášek	206 240	100	0,192 m3
	5x Lignohumát AM	6 995	5	
Chotutice	45x Lignohumát B	103 770	450	0,800 m3
Sřibro	28x Ligno AKTIVÁTOR roztok	107 660	280	0,700 m3
	57x Ligno SUPER NPK	9 234	57	
Lubenec	18x Ligno AKTIVÁTOR prášek	371 232	180	0,365 m3
	38x Ligno SUPER NPK	6 162	38	
Opava	30x Ligno AKTIVÁTOR roztok	13 920	30	0,240 m3
Odry	150x Ligno SUPER NPK	24 300	150	0,336 m3
Spálov	30x Ligno AKTIVÁTOR roztok	13 920	30	0,240 m3
Velké Hoštice	20x Ligno AKTIVÁTOR prášek	412 480	40	0,240 m3
SUMA	-	8 388 550	-	-

Příloha č. 4 – Matice vzdálenosti 1. Část

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	122	135	47	94	92	165	138	129	159	111	123	107	118	168	171	193
1	121	0	211	133	118	43	107	103	13	204	63	186	27	126	88	81	77
2	133	211	0	150	225	193	256	232	218	153	205	108	203	182	257	260	282
3	47	133	150	0	50	103	111	83	141	238	76	157	118	159	150	182	205
4	94	118	225	50	0	79	66	35	127	237	55	220	85	158	179	176	191
5	92	43	193	103	79	0	68	65	52	186	24	168	16	107	108	111	116
6	165	107	256	111	66	68	0	32	115	249	44	231	68	170	172	175	120
7	138	103	232	83	35	65	32	0	112	247	42	226	76	167	169	172	176
8	129	13	218	141	127	52	115	112	0	212	73	195	36	92	61	68	73
9	159	204	153	238	237	186	249	247	212	0	206	69	197	120	174	141	198
10	111	63	205	76	55	24	44	42	73	206	0	189	32	128	129	133	137
11	123	186	108	157	220	168	231	226	195	69	189	0	179	102	179	129	259
12	107	27	203	118	85	16	68	76	36	197	32	179	0	117	112	105	100
13	118	126	182	159	158	107	170	167	92	120	128	102	117	0	83	42	107
14	168	88	257	150	179	108	172	169	61	174	129	179	112	83	0	42	25
15	171	81	260	182	176	111	175	172	68	141	133	129	105	42	42	0	65
16	193	77	282	205	191	116	120	176	73	198	137	259	100	107	25	65	0

Příloha č. 5 – Matice vzdálenosti 2. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
0	184	27	128	152	211	169	317	280	270	323	288	151	136	38	206	170
1	96	137	37	64	138	121	414	377	367	421	385	103	88	100	90	149
2	273	81	229	241	240	270	151	169	158	157	176	251	237	122	295	192
3	196	79	106	164	223	143	448	410	400	362	418	125	110	79	218	182
4	191	150	75	159	222	98	446	410	399	453	417	84	77	116	204	181
5	127	111	42	95	168	83	395	359	348	402	366	65	50	81	129	130
6	190	173	33	158	232	37	459	422	412	465	430	22	19	144	103	194
7	187	157	51	155	229	68	455	419	409	462	426	53	46	124	189	191
8	83	146	44	51	124	130	423	387	376	430	394	112	97	109	86	115
9	175	149	223	167	117	264	254	217	207	260	225	246	231	138	289	98
10	148	131	33	116	189	68	416	380	369	423	387	50	35	98	150	151
11	183	113	206	154	153	247	257	221	210	264	228	228	213	103	272	104
12	119	128	42	87	161	83	406	369	359	412	377	64	50	91	113	141
13	95	111	143	67	77	184	331	295	285	338	302	166	151	91	210	30
14	14	182	146	20	77	130	397	361	351	404	368	112	154	139	91	87
15	53	185	149	25	62	190	356	320	310	363	327	171	157	142	122	46
16	36	209	108	44	101	108	387	450	440	493	458	104	161	173	68	111

Příloha č. 6 – Matice vzdálenosti 3. část

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	184	96	273	196	191	127	190	187	83	175	148	183	119	95	14	53
18	27	137	81	79	150	111	173	157	146	149	131	113	128	111	182	185
19	128	37	229	106	75	42	33	51	44	223	33	206	42	143	146	149
20	152	64	241	164	159	95	158	155	51	167	116	154	87	67	20	25
21	210	138	240	223	222	168	232	229	124	117	189	153	161	77	77	62
22	169	121	270	143	98	83	37	68	128	264	68	247	83	184	130	190
23	317	414	151	448	446	395	459	455	423	254	416	257	406	331	397	356
24	280	377	169	410	410	359	422	419	387	217	380	221	369	295	361	320
25	270	367	158	400	399	348	412	409	376	207	369	210	359	285	351	310
26	323	421	157	362	453	402	465	462	430	260	423	264	412	338	404	363
27	288	385	176	418	417	366	430	426	394	225	387	228	377	302	368	327
28	151	103	251	125	84	65	22	53	112	246	50	228	64	166	112	171
29	136	88	237	110	77	50	19	46	97	231	35	213	50	151	154	157
30	38	100	122	79	116	81	144	124	109	138	98	103	91	91	139	142
31	206	90	295	218	204	127	103	189	86	289	150	272	113	210	91	122
32	170	149	192	182	181	130	194	191	115	98	151	104	141	30	87	46

Příloha č. 7 – Matice vzdálenosti 4. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
17	0	200	163	32	68	141	409	373	362	416	380	122	171	157	103	98
18	200	0	154	167	226	195	269	233	222	276	240	177	162	48	221	185
19	163	154	0	133	206	48	433	397	386	440	404	30	15	199	88	168
20	32	167	133	0	74	173	381	344	334	387	352	154	139	125	104	70
21	68	226	206	74	0	250	381	344	334	388	352	232	217	156	166	53
22	141	195	48	173	250	0	462	426	416	469	433	14	29	148	66	197
23	409	269	433	381	381	462	0	38	39	6,5	44	455	441	304	499	331
24	373	233	397	344	344	426	38	0	10	44	24	419	404	267	462	295
25	362	222	386	334	334	416	39	10	0	46	34	408	394	257	452	284
26	416	276	440	387	388	469	6,5	44	46	0	50	462	447	310	505	338
27	380	240	403	352	352	433	44	24	34	50	0	426	411	274	469	302
28	122	177	30	154	232	14	455	419	408	462	426	0	22	141	83	190
29	171	162	15	139	217	29	441	404	394	445	411	22	0	127	94	176
30	157	48	199	125	156	148	304	267	257	311	274	141	127	0	177	113
31	103	221	88	104	166	66	499	462	452	505	469	83	94	177	0	168
32	98	185	168	70	53	197	331	295	284	338	302	190	176	113	168	0

Příloha č. 8 – Matice času 1. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
0	2,8	0,4	2,0	2,3	3,2	2,6	4,9	4,3	4,2	5,0	4,4	2,3	2,1	0,6	3,2	2,6
1	1,5	2,1	0,6	1,0	2,1	1,9	6,4	5,8	5,6	6,5	5,9	1,6	1,4	1,5	1,4	2,3
2	4,2	1,2	3,5	3,7	3,7	4,2	2,3	2,6	2,4	2,4	2,7	3,9	3,6	1,9	4,5	3,0
3	3,0	1,2	1,6	2,5	3,4	2,2	6,9	6,3	6,2	5,6	6,4	1,9	1,7	1,2	3,4	2,8
4	2,9	2,3	1,2	2,4	3,4	1,5	6,9	6,3	6,1	7,0	6,4	1,3	1,2	1,8	3,1	2,8
5	2,0	1,7	0,6	1,5	2,6	1,3	6,1	5,5	5,4	6,2	5,6	1,0	0,8	1,2	2,0	2,0
6	2,9	2,7	0,5	2,4	3,6	0,6	7,1	6,5	6,3	7,2	6,6	0,3	0,3	2,2	1,6	3,0
7	2,9	2,4	0,8	2,4	3,5	1,0	7,0	6,4	6,3	7,1	6,6	0,8	0,7	1,9	2,9	2,9
8	1,3	2,2	0,7	0,8	1,9	2,0	6,5	6,0	5,8	6,6	6,1	1,7	1,5	1,7	1,3	1,8
9	2,7	2,3	3,4	2,6	1,8	4,1	3,9	3,3	3,2	4,0	3,5	3,8	3,6	2,1	4,4	1,5
10	2,3	2,0	0,5	1,8	2,9	1,0	6,4	5,8	5,7	6,5	6,0	0,8	0,5	1,5	2,3	2,3
11	2,8	1,7	3,2	2,4	2,4	3,8	4,0	3,4	3,2	4,1	3,5	3,5	3,3	1,6	4,2	1,6
12	1,8	2,0	0,6	1,3	2,5	1,3	6,2	5,7	5,5	6,3	5,8	1,0	0,8	1,4	1,7	2,2
13	1,5	1,7	2,2	1,0	1,2	2,8	5,1	4,5	4,4	5,2	4,6	2,6	2,3	1,4	3,2	0,5
14	0,2	2,8	2,2	0,3	1,2	2,0	6,1	5,6	5,4	6,2	5,7	1,7	2,4	2,1	1,4	1,3
15	0,8	2,8	2,3	0,4	1,0	2,9	5,5	4,9	4,8	5,6	5,0	2,6	2,4	2,2	1,9	0,7
16	0,6	3,2	1,7	0,7	1,6	1,7	7,5	6,9	6,8	7,6	7,0	1,6	2,5	2,7	1,0	1,7

Příloha č. 9 – Matice času 2. část

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0,0	1,9	2,1	0,7	1,4	1,4	2,5	2,1	2,0	2,4	1,7	1,9	1,6	1,8	2,6	2,6	3,0
1	1,9	0,0	3,2	2,0	1,8	0,7	1,6	1,6	0,2	3,1	1,0	2,9	0,4	1,9	1,4	1,2	1,2
2	2,0	3,2	0,0	2,3	3,5	3,0	3,9	3,6	3,4	2,4	3,2	1,7	3,1	2,8	4,0	4,0	4,3
3	0,7	2,0	2,3	0,0	0,8	1,6	1,7	1,3	2,2	3,7	1,2	2,4	1,8	2,4	2,3	2,8	3,2
4	1,4	1,8	3,5	0,8	0,0	1,2	1,0	0,5	2,0	3,6	0,8	3,4	1,3	2,4	2,8	2,7	2,9
5	1,4	0,7	3,0	1,6	1,2	0,0	1,0	1,0	0,8	2,9	0,4	2,6	0,2	1,6	1,7	1,7	1,8
6	2,5	1,6	3,9	1,7	1,0	1,0	0,0	0,5	1,8	3,8	0,7	3,6	1,0	2,6	2,6	2,7	1,8
7	2,1	1,6	3,6	1,3	0,5	1,0	0,5	0,0	1,7	3,8	0,6	3,5	1,2	2,6	2,6	2,6	2,7
8	2,0	0,2	3,4	2,2	2,0	0,8	1,8	1,7	0,0	3,3	1,1	3,0	0,6	1,4	0,9	1,0	1,1
9	2,4	3,1	2,4	3,7	3,6	2,9	3,8	3,8	3,3	0,0	3,2	1,1	3,0	1,8	2,7	2,2	3,0
10	1,7	1,0	3,2	1,2	0,8	0,4	0,7	0,6	1,1	3,2	0,0	2,9	0,5	2,0	2,0	2,0	2,1
11	1,9	2,9	1,7	2,4	3,4	2,6	3,6	3,5	3,0	1,1	2,9	0,0	2,8	1,6	2,8	2,0	4,0
12	1,6	0,4	3,1	1,8	1,3	0,2	1,0	1,2	0,6	3,0	0,5	2,8	0,0	1,8	1,7	1,6	1,5
13	1,8	1,9	2,8	2,4	2,4	1,6	2,6	2,6	1,4	1,8	2,0	1,6	1,8	0,0	1,3	0,6	1,6
14	2,6	1,4	4,0	2,3	2,8	1,7	2,6	2,6	0,9	2,7	2,0	2,8	1,7	1,3	0,0	0,6	0,4
15	2,6	1,2	4,0	2,8	2,7	1,7	2,7	2,6	1,0	2,2	2,0	2,0	1,6	0,6	0,6	0,0	1,0
16	3,0	1,2	4,3	3,2	2,9	1,8	1,8	2,7	1,1	3,0	2,1	4,0	1,5	1,6	0,4	1,0	0,0

Příloha č. 10 – Matice času 3. část

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	3,0	1,2	4,3	3,2	2,9	1,8	1,8	2,7	1,1	3,0	2,1	4,0	1,5	1,6	0,4	1,0
18	2,8	1,5	4,2	3,0	2,9	2,0	2,9	2,9	1,3	2,7	2,3	2,8	1,8	1,5	0,2	0,8
19	0,4	2,1	1,2	1,2	2,3	1,7	2,7	2,4	2,2	2,3	2,0	1,7	2,0	1,7	2,8	2,8
20	2,0	0,6	3,5	1,6	1,2	0,6	0,5	0,8	0,7	3,4	0,5	3,2	0,6	2,2	2,2	2,3
21	2,3	1,0	3,7	2,5	2,4	1,5	2,4	2,4	0,8	2,6	1,8	2,4	1,3	1,0	0,3	0,4
22	3,2	2,1	3,7	3,4	3,4	2,6	3,6	3,5	1,9	1,8	2,9	2,4	2,5	1,2	1,2	1,0
23	2,6	1,9	4,2	2,2	1,5	1,3	0,6	1,0	2,0	4,1	1,0	3,8	1,3	2,8	2,0	2,9
24	4,9	6,4	2,3	6,9	6,9	6,1	7,1	7,0	6,5	3,9	6,4	4,0	6,2	5,1	6,1	5,5
25	4,3	5,8	2,6	6,3	6,3	5,5	6,5	6,4	6,0	3,3	5,8	3,4	5,7	4,5	5,6	4,9
26	4,2	5,6	2,4	6,2	6,1	5,4	6,3	6,3	5,8	3,2	5,7	3,2	5,5	4,4	5,4	4,8
27	5,0	6,5	2,4	5,6	7,0	6,2	7,2	7,1	6,6	4,0	6,5	4,1	6,3	5,2	6,2	5,6
28	4,4	5,9	2,7	6,4	6,4	5,6	6,6	6,6	6,1	3,5	6,0	3,5	5,8	4,6	5,7	5,0
29	2,3	1,6	3,9	1,9	1,3	1,0	0,3	0,8	1,7	3,8	0,8	3,5	1,0	2,6	1,7	2,6
30	2,1	1,4	3,6	1,7	1,2	0,8	0,3	0,7	1,5	3,6	0,5	3,3	0,8	2,3	2,4	2,4
31	0,6	1,5	1,9	1,2	1,8	1,2	2,2	1,9	1,7	2,1	1,5	1,6	1,4	1,4	2,1	2,2
32	3,2	1,4	4,5	3,4	3,1	2,0	1,6	2,9	1,3	4,4	2,3	4,2	1,7	3,2	1,4	1,9

Příloha č. 11 – Matice času 4. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
17	0,6	3,2	1,7	0,7	1,6	1,7	7,5	6,9	6,8	7,6	7,0	1,6	2,5	2,7	1,0	1,7
18	0,0	3,1	2,5	0,5	1,0	2,2	6,3	5,7	5,6	6,4	5,8	1,9	2,6	2,4	1,6	1,5
19	3,1	0,0	2,4	2,6	3,5	3,0	4,1	3,6	3,4	4,2	3,7	2,7	2,5	0,7	3,4	2,8
20	2,5	2,4	0,0	2,0	3,2	0,7	6,7	6,1	5,9	6,8	6,2	0,5	0,2	3,1	1,4	2,6
21	0,5	2,6	2,0	0,0	1,1	2,7	5,9	5,3	5,1	6,0	5,4	2,4	2,1	1,9	1,6	1,1
22	1,0	3,5	3,2	1,1	0,0	3,8	5,9	5,3	5,1	6,0	5,4	3,6	3,3	2,4	2,6	0,8
23	2,2	3,0	0,7	2,7	3,8	0,0	7,1	6,6	6,4	7,2	6,7	0,2	0,4	2,3	1,0	3,0
24	6,3	4,1	6,7	5,9	5,9	7,1	0,0	0,6	0,6	0,1	0,7	7,0	6,8	4,7	7,7	5,1
25	5,7	3,6	6,1	5,3	5,3	6,6	0,6	0,0	0,2	0,7	0,4	6,4	6,2	4,1	7,1	4,5
26	5,6	3,4	5,9	5,1	5,1	6,4	0,6	0,2	0,0	0,7	0,5	6,3	6,1	4,0	7,0	4,4
27	6,4	4,2	6,8	6,0	6,0	7,2	0,1	0,7	0,7	0,0	0,8	7,1	6,9	4,8	7,8	5,2
28	5,8	3,7	6,2	5,4	5,4	6,7	0,7	0,4	0,5	0,8	0,0	6,6	6,3	4,2	7,2	4,6
29	1,9	2,7	0,5	2,4	3,6	0,2	7,0	6,4	6,3	7,1	6,6	0,0	0,3	2,2	1,3	2,9
30	2,6	2,5	0,2	2,1	3,3	0,4	6,8	6,2	6,1	6,8	6,3	0,3	0,0	2,0	1,4	2,7
31	2,4	0,7	3,1	1,9	2,4	2,3	4,7	4,1	4,0	4,8	4,2	2,2	2,0	0,0	2,7	1,7
32	1,6	3,4	1,4	1,6	2,6	1,0	7,7	7,1	7,0	7,8	7,2	1,3	1,4	2,7	0,0	2,6

Příloha č. 12 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 1. část

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	43	35	97	170	179	156	237	76	169	58	201	113	201	211	237
2		0	30	2	32	42	39	44	139	39	148	37	69	44	44	44
3			0	91	36	101	102	35	-32	82	13	36	6	65	36	35
4				0	107	193	197	96	16	150	-3	116	54	83	89	96
5					0	189	165	169	65	179	47	183	103	152	152	169
6						0	271	179	75	232	57	204	113	161	161	238
7							0	155	50	207	35	169	89	137	137	155
8								0	76	167	57	200	155	236	232	249
9									0	64	213	69	157	153	189	154
10										0	45	186	101	150	149	167
11											0	51	139	112	165	57
12												0	108	163	173	200
13													0	203	247	204
14														0	297	336
15															0	299
16																0

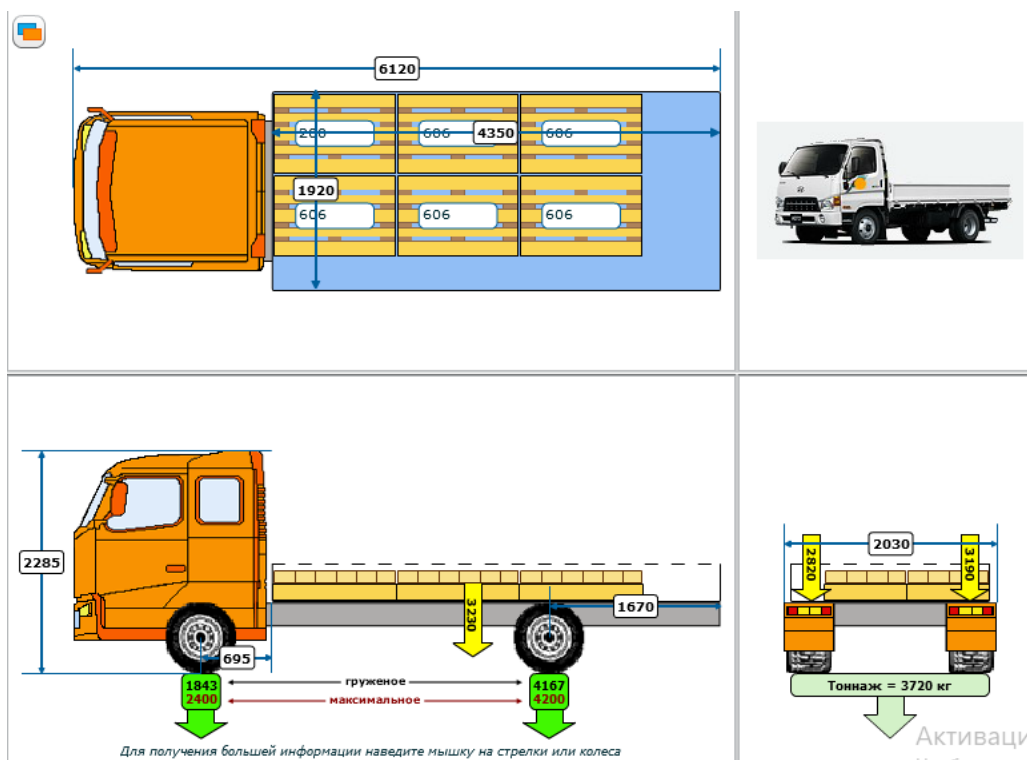
Příloha č. 13 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 2. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	209	11	212	209	193	169	24	24	24	23	24	169	169	59	237	142
2	44	79	32	44	103	32	299	244	245	299	245	33	32	49	44	111
3	35	-5	69	35	34	73	-84	-83	-83	8	-83	73	73	6	35	35
4	87	-29	147	87	82	165	-35	-36	-35	-36	-35	161	153	16	96	83
5	149	8	178	149	134	178	14	13	14	13	14	178	178	49	169	132
6	159	19	260	159	143	297	23	23	23	23	23	294	282	59	268	141
7	135	8	215	135	119	239	0	-1	-1	-1	0	236	228	52	155	117
8	230	10	213	230	215	168	23	22	23	22	23	168	168	58	249	184
9	168	37	64	144	252	64	222	222	222	222	222	64	64	59	76	231
10	147	7	206	147	132	212	12	11	12	11	12	212	212	51	167	130
11	124	37	45	121	180	45	183	182	183	182	183	46	46	58	57	189
12	172	6	193	172	156	193	18	18	18	18	18	194	193	54	200	136
13	207	34	103	203	251	157	38	37	37	37	38	157	100	17	233	201
14	338	13	150	300	301	207	88	87	87	87	88	207	150	67	283	323
15	302	13	150	298	319	150	132	131	131	131	132	151	150	67	255	295
16	341	11	213	301	302	254	23	23	23	23	23	240	168	58	331	252

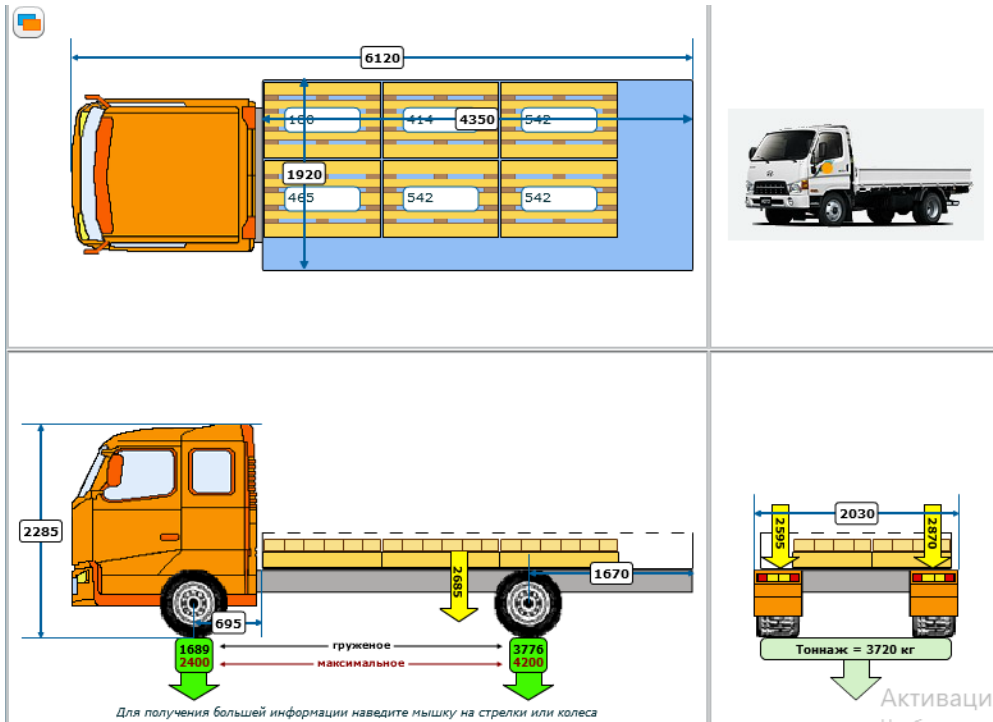
Пříloha č. 14 – Hodnoty výhodnostních koeficientů 3. část

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
17	0	11	149	304	326	212	92	91	92	91	92	213	149	65	287	256
18		0	1	12	11	1	75	74	75	74	75	1	1	17	12	12
19			0	147	132	249	12	11	12	11	12	249	249	-33	246	130
20				0	288	148	88	88	88	88	88	149	149	65	254	252
21					0	129	146	146	146	145	146	129	129	92	250	327
22						0	24	23	23	23	24	306	276	59	309	142
23							0	559	548	633,5	561	13	12	51	24	156
24								0	540	559	544	12	12	51	24	155
25									0	547	524	13	12	51	24	156
26										0	561	12	12	51	24	155
27											0	13	13	52	25	156
28												0	265	48	274	131
29													0	47	248	130
30														0	67	95
31															0	208
32																0

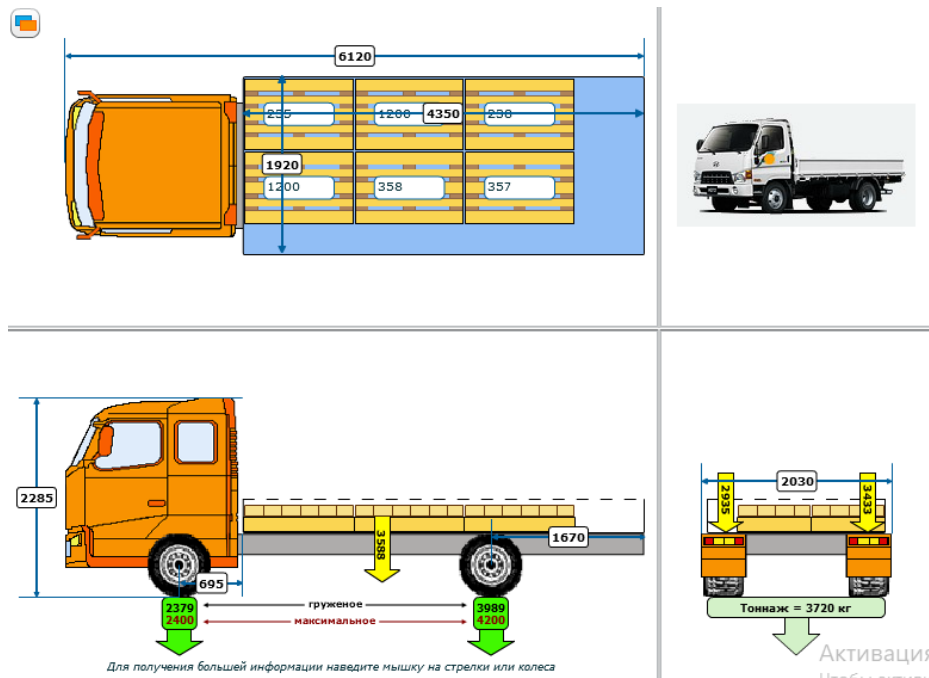
Пříloha č. 15 – Schéma rozmístění palet na DP pro 2. okruh



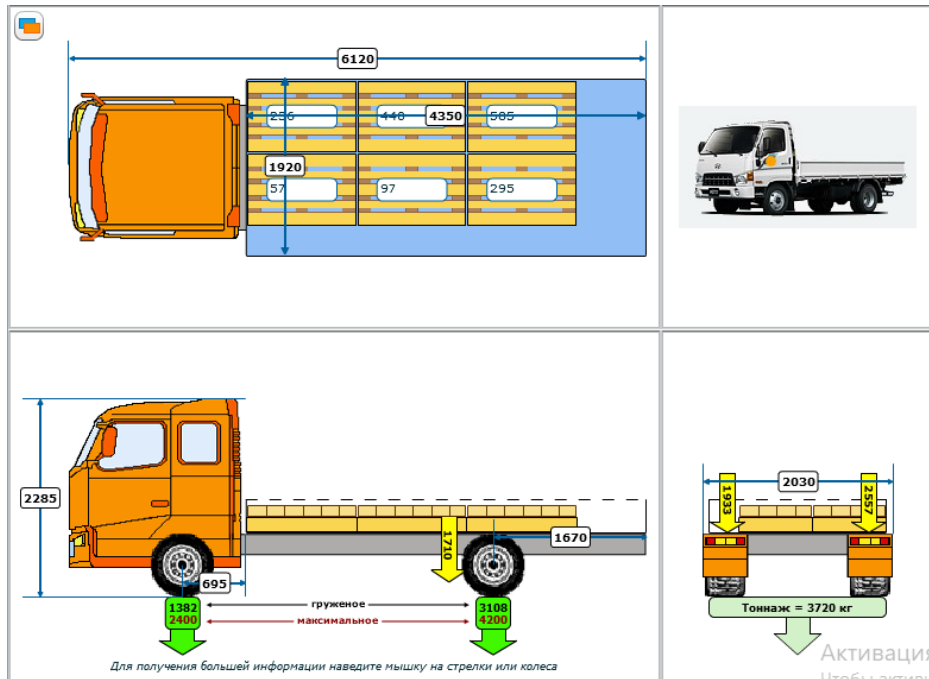
Пříloha č. 16 – Schéma rozmístění palet na DP pro 3. okruh



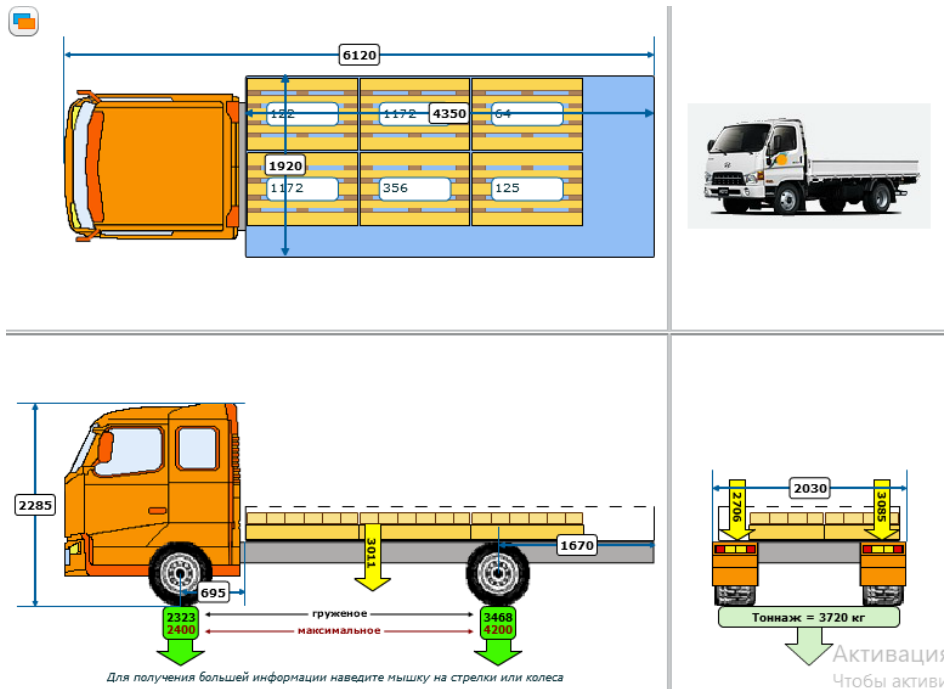
Пříloha č. 17 – Schéma rozmístění palet на DP pro 4. okruh



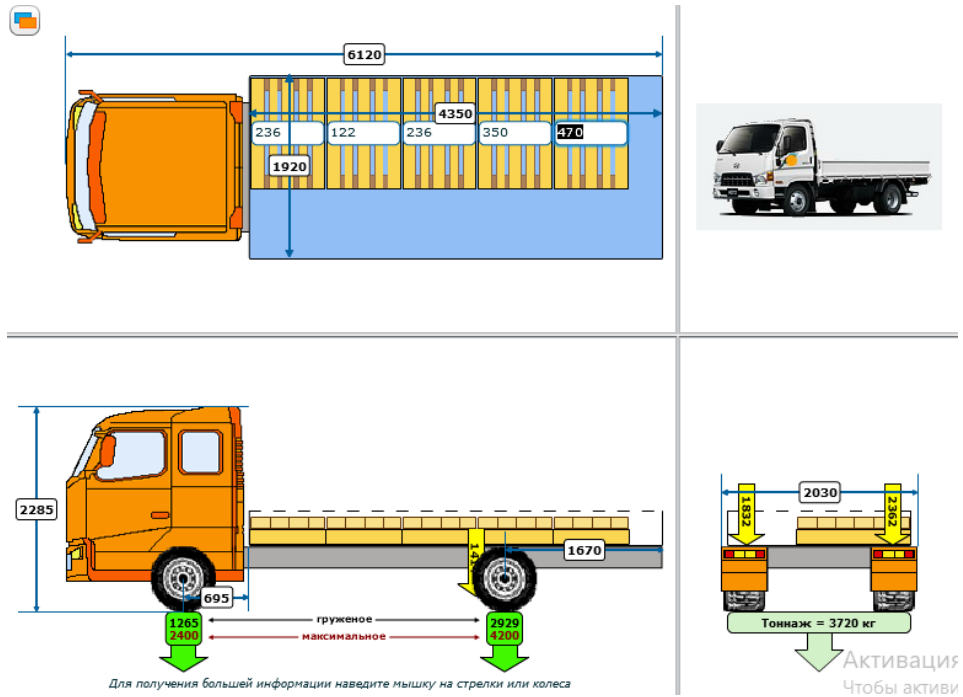
Пříloha č. 18 – Schéma rozmístění palet na DP pro 5. okruh



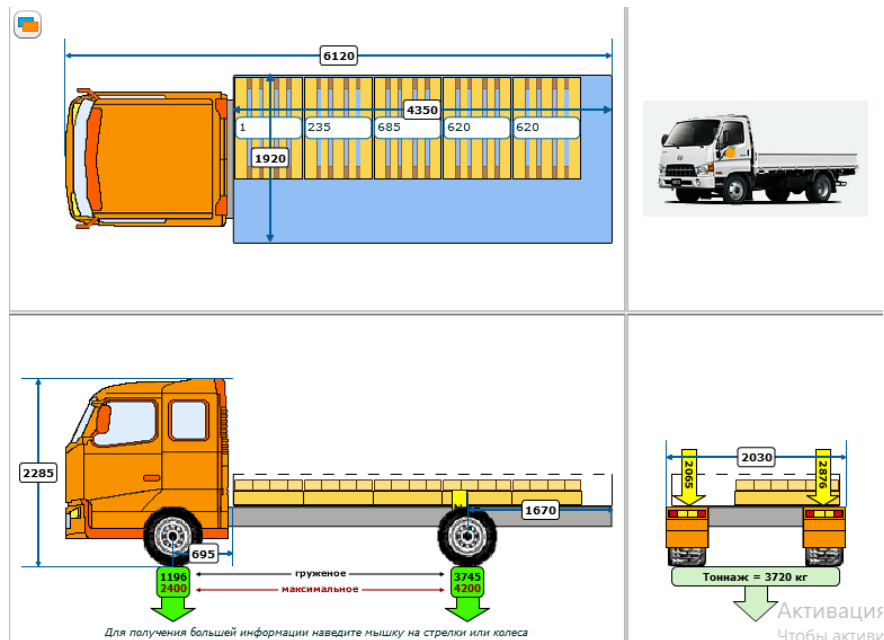
Пříлоha č. 19 – Schéma rozmístění palet na DP pro 6. okruh



Пříloha č. 20 – Schéma rozmístění palet na DP pro 7. okruh



Пříloha č. 21 – Schéma rozmístění palet на DP pro 8. okruh



Příloha č. 22 – Vývoj cen na pohonné hmoty

Datum	Natural E95	Nafta
25.02.2018	30.72 Kč	29.77 Kč
24.02.2018	30.65 Kč	29.77 Kč
23.02.2018	30.71 Kč	29.77 Kč
22.02.2018	30.72 Kč	29.81 Kč
21.02.2018	30.73 Kč	29.81 Kč
20.02.2018	30.75 Kč	29.83 Kč
19.02.2018	30.76 Kč	29.87 Kč
18.02.2018	30.76 Kč	29.89 Kč
17.02.2018	30.79 Kč	29.89 Kč
16.02.2018	30.84 Kč	29.93 Kč
15.02.2018	30.90 Kč	29.98 Kč
14.02.2018	30.94 Kč	30.00 Kč
13.02.2018	30.91 Kč	30.03 Kč
12.02.2018	30.94 Kč	30.04 Kč
11.02.2018	30.97 Kč	30.07 Kč
10.02.2018	30.89 Kč	30.07 Kč
09.02.2018	30.96 Kč	30.06 Kč
08.02.2018	30.95 Kč	30.07 Kč
07.02.2018	30.94 Kč	30.08 Kč
06.02.2018	30.95 Kč	30.07 Kč
05.02.2018	30.91 Kč	30.06 Kč
04.02.2018	30.98 Kč	30.07 Kč
03.02.2018	30.92 Kč	30.07 Kč
02.02.2018	30.94 Kč	30.06 Kč
01.02.2018	30.93 Kč	30.06 Kč