

Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci

KATEDRA OPTIKY



Přírodovědecká
fakulta

Univerzita Palackého
v Olomouci

Měření ohniskové vzdálenosti pomocí Shack-Hartmannova senzoru

Bakalářská práce

Vypracoval: Filip Avrat

Studijní obor: Digitální a přístrojová optika

Vedoucí: Ing. RNDr. Jan Podloucký

Datum odevzdání: 16. 5. 2017

Bibliografická identifikace:

Jméno a příjmení autora: Filip Avrat

Instituce: Univerzita Palackého v Olomouci
Přírodovědecká fakulta
17. listopadu 1192/12
771 46 Olomouc

Pracoviště: Katedra optiky

Studijní obor: Digitální a přístrojová optika

Název práce: Měření ohniskové vzdálenosti pomocí Shack-Hartmannova senzoru

Vedoucí práce: Ing. RNDr. Podloucký, Jan

Počet stran: 37

Klíčová slova: Shack-Hartmannův senzor, měření ohniskové vzdálenosti

Abstrakt:

Cílem této práce je prostudování funkce Shack-Hartmannova senzoru a na základě výsledků experimentů navrhnout metodu pro měření ohniskové vzdálenosti. Poté metodu ověřit praktickým měřením vybraných optických prvků.

Bibliographical identification:

Author's first name and surname: Filip Avrat

School: Palacky University in Olomouc
Faculty of Science
17. listopadu 1192/12
771 46 Olomouc

Department: Department of Optics

Study programme: Digital and instrumental optics

Title of thesis: Focal length measurement with Shack-Hartmann sensor

Thesis consultant: Ing. RNDr. Jan Podloucký

Number of pages: 37

Keywords: Shack-Hartmann sensor, focal length measurement

Abstract:

Goal of this thesis is to study function of Shack-Hartmann sensor and to design method of focal length measurement using Shack-Hartmann sensor. The method should be then verified by focal length measurement of selected optical elements.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci napsal samostatně s použitím uvedené literatury a s pomocí vedoucího této práce Ing. RNDr. Jana Podlouckého

V Olomouci dne 16. 5. 2017

.....

Chtěl bych poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce Ing. RNDr. Janu Podlouckému za odborné vedení, za pomoc a rady při zpracování této bakalářské práce.

Obsah

1. Úvod.....	1
2. Shack-Hartmannův senzor	2
2.1. Popis Shack-Hartmannova senzoru	2
2.2. Vyhodnocení deformace dopadající vlnoplochy	4
3. Metody měření ohniskové vzdálenosti.....	6
3.1. Ohnisková vzdálenost optické soustavy	6
3.2. Vybrané základní (geometrické) metody	9
3.2.1. Abbeova metoda.....	9
3.2.2. Porrova metoda	10
3.2.3. Cornuova metoda	11
4. Praktická měření.....	13
4.1. Kontrola stálosti křivosti vlnoplochy pro různé intenzity dopadajícího světla	14
4.2. Závislost změny křivosti na změně polohy Shack-Hartmannova senzoru	16
4.3. Měření změn poloměru křivosti pro různé vlnové délky při změně poloh čočky	20
5. Návrh metody pro měření ohniskové vzdálenosti pomocí S-H senzoru	22
5.1. Popis	22
5.2. Ověření metody	26
6. Závěr.....	29
7. Seznam použité literatury	30
8. Seznam příloh.....	31

1. Úvod

Ohnisková vzdálenost je jeden ze základních parametrů optických systémů. Ve spektru viditelného světla se uplatňuje několik metod: klasické metody využívající měření posuvu anebo měřítko zobrazení obrazu, obvykle využívají optických vlastností OS osvětlované nekoherentním zářením. Tyto metody jsou obvykle použitelné pro optické prvky mající krátké ohniskové vzdálenosti (<1 m). Uvedené metody jsou založeny na principech geometrické optiky. I když jsou relativně snadné sestavit a následně provádět měření, je jejich přesnost v důsledku subjektivních měření omezená. Abychom dosáhli větší přesnosti, byly navrženy jiné metody, které jsou z většiny odvozeny od fyzikální optiky. Takové metody využívají difrakci a interferometrii, Moiré deflektometrii, Talbotovu interferometrii a Lau fázovou interferometrii [1, 9]. Tyto metody jsou vhodné pro měření optických prvků s delší ohniskovou vzdáleností (>1 m). Jsou však obtížnější na sestavení, měření a vyhodnocení.

Pro opakovaná měření je vhodné disponovat rychlou, jednoduchou a objektivní metodou měření a kontroly ohniskové vzdálenosti. V této práci bude prostudován postup, který by to mohl umožňovat. Klíčovým prvkem bude Shack-Hartmannův senzor. Největší výhodou této metody by měla být rychlost a přesnost měření.

V práci bude studována metoda, která bude vycházet z měření změn svazku po změnách vzdáleností mezi čočkou a předmětem. Tyto změny se budou měřit pomocí Shack-Hartmannova senzoru.

2. Shack-Hartmannův senzor

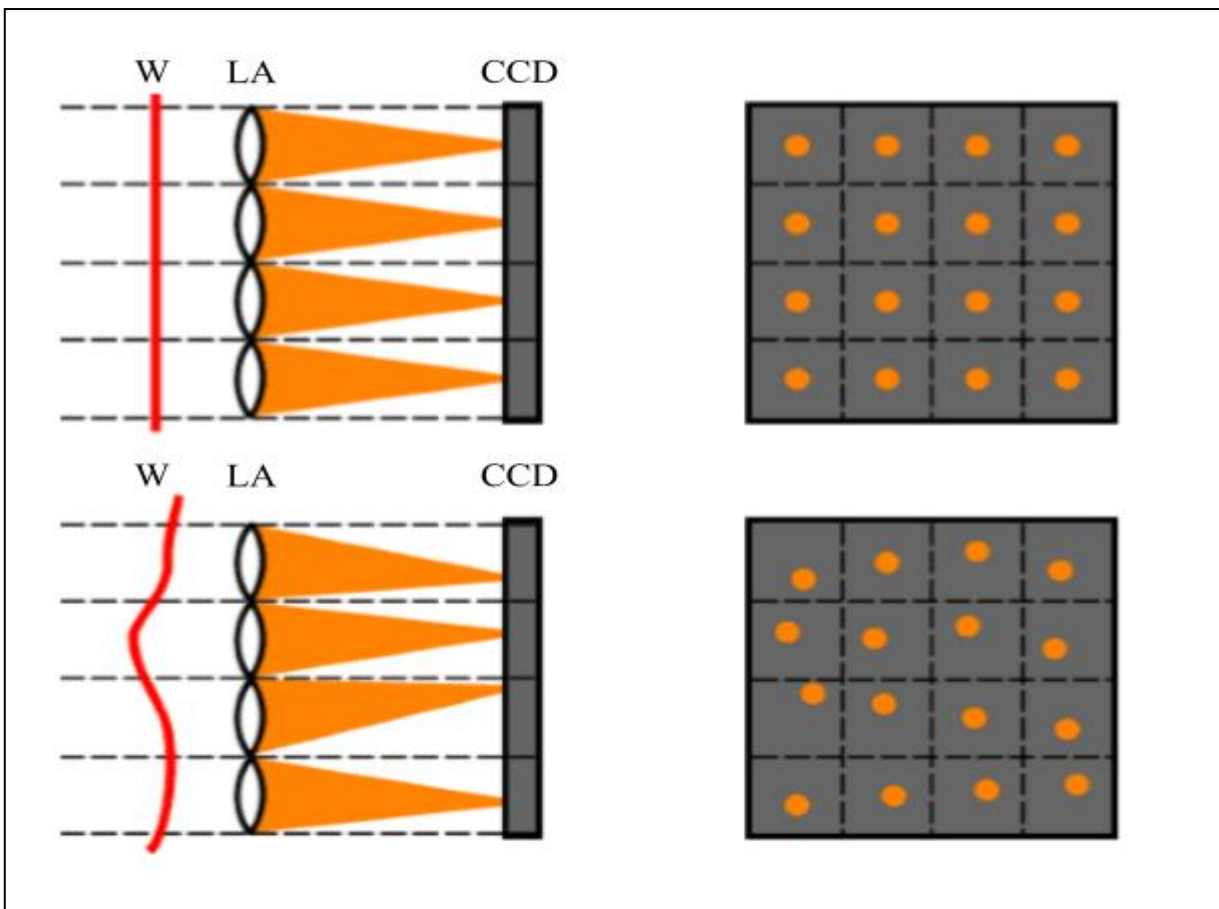
V této kapitole bude popsán Shack-Hartmannův senzor, jeho princip a postup vyhodnocení tvaru vlnoplochy.

2.1. Popis Shack-Hartmannova senzoru

Shack-Hartmannův senzor (dále S-H senzor) je zařízení, které měří tvar vlnoplochy světelné vlny. Zařízení je složeno z pole mikročoček, které fokusují dopadající vlnoplochu do svých ohnisek, jak je ukázáno na obr. 1. Ve společné ohniskové rovině je umístěn obrazový detektor, na kterém se za každou mikročočkou vytvoří světelná stopa. Průměr takové světelné stopy ρ je

$$\rho = 2,44 \frac{f\lambda}{D} \quad (1)$$

kde f je ohnisková vzdálenost mikročočky, λ je vlnová délka používaného světla a D je průměr mikročočky [4]. Uvedený výraz platí pro fyzikálně dokonalou soustavu a jedná se tedy o dolní mez rozměru stopy.



Obr. 1: Schéma pole mikročoček S-H senzoru [3]

Detekci pozice těchto ohnisek je možné vypočítat vlnový vektor světla procházejícího přes každou čočku. Z těchto vektorů lze rekonstruovat vlnoplochu. S-H sensor má konečný dynamický rozsah, to znamená, že každé mikročočce přiřadí odpovídající světelnou stopu, která se nachází ve vymezené oblasti. Dosáhneme toho tak, že rozdělíme plochu detektoru na oblasti a každou oblast přiřadíme jedné mikročočce. Do takové oblasti musí dopadnout přesně jedna světelná stopa. Pokud je vlnoplocha příliš deformovaná, tak je možné, že světelná stopa dopadne mimo tento oddíl anebo se nevytvoří vůbec. To je pak vlnoplocha mimo dynamický rozsah senzoru. Maximální dynamický rozsah θ_{max} senzoru je tedy

$$\theta_{max} = \frac{D}{2f} \quad (2)$$

kde f a D jsou ohnisková vzdálenost a průměr mikročoček. [2]

Dopadá-li na sensor rovinná vlnoplocha, pak budou světelné stopy vytvářet pravidelnou síť bodů. Pokud bude na sensor dopadat deformovaná vlnoplocha, pak budou světelné stopy posunuty (obr. 1) [2].

Je potřeba, aby světlo dopadající na sensor bylo dostatečně kolimované a výkon zdroje musí být takový, aby na detektor dopadal optimální světelný tok, mezi 50 % až 90 %. Světlo dopadající na mikročočky vytvoří světelnou stopu menší, než je samotná čočka. K měření pak postačují i poměrně nízké úrovně osvětlení. Často je potřeba spíše zmenšit výkon dopadajícího záření. [2]

V současné době již existuje řada typů S-H senzorů, které se liší svými konstrukčními parametry. Pole mikročoček se vyrábí v různých velikostech, tvarech a s různými ohniskovými vzdálenostmi. [3]

V S-H senzoru se obvykle užívají pole v rozměrech 20x20 až 200x200 mikročoček. Obvykle jsou zhotoveny z křemenného, optického skla nebo plastických hmot. Plocha čoček je většinou sférická, ale je možné vyrobit i asférické plochy. Je důležité dodržet přesnost parametrů pole mikročoček. Odchyly ohniskových vzdálenosti jsou v rozmezí 1-3 %. Pro detekci se používají nejčastěji CCD nebo CMOS senzory s vysokým rozlišením a malou velikostí pixelů. Pole mikročoček a detektor se volí podle požadovaných parametrů S-H senzoru. Jde zejména o citlivost, dynamický rozsah a přesnost měření. [3]

2.2. Vyhodnocení deformace dopadající vlnoplochy

Abychom byli schopni určit deformaci vyšetřované vlnoplochy, je potřeba určit odchylku (Δx , Δy) světelné stopy, vymezené velikostí mikročočky a směrem hlavní normály, od polohy ideální vlnoplochy, kterou je rovinná vlnoplocha. Bude-li na senzor dopadat tento typ vlnoplochy, budou světelné stopy na určitých místech, tzn., budou tvořit pravidelnou síť bodů (obr. 1). Vzhledem k difrakci světla a aberacím mikročoček může mít světelná stopa složitý profil. Proto se za střed stopy na detektoru bude považovat těžiště energetického profilu stopy. Souřadnice (x_c, y_c) tohoto těžiště získáme pomocí

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q x_i I_{i,j}}{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q I_{i,j}} \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q y_i I_{i,j}}{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q I_{i,j}} \quad (3)$$

kde $I_{i,j}$ je hodnota intenzity v obrazovém bodě o souřadnicích x_i , y_i a P , Q jsou rozměry okna, ve kterém se výpočet provádí.

Označím si jednotkový směrový vektor \mathbf{d} (d_x , d_y , d_z) normály vlnoplochy $W(x, y, z)$, dopadající na mikročočku. Dále polohový vektor středu mikročočky $p_L(x_L, y_L, z_L)$ a polohový vektor středu stopy na CCD kameře $p_D(x_D, y_D, z_D)$, počátek souřadné soustavy $O(x_O, y_O, z_O)$ a f ohniskové vzdálenosti mikročoček. Pro směrový vektor \mathbf{d} pak podle obr. 1 platí, že

$$\mathbf{s} = \frac{\text{grad}W}{|\text{grad}W|} = \frac{p_D - p_L}{\sqrt{(p_D - p_L)(p_D - p_L)}} \quad (4)$$

Když zvolíme počátek souřadné soustavy O tak, aby ležel v rovině procházejícími zadními hlavními body mikročoček, tzn. $O = (0, 0, 0)$, pak platí: $p_L = (x_L, y_L, 0)$, $p_D = (x_D, y_D, f)$. Tím pádem ze vztahu (4) dostaneme

$$s_x = \frac{\frac{\partial W}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial x},$$

$$s_y = \frac{\frac{\partial W}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial y}, \quad (5)$$

$$s_z = \frac{\frac{\partial W}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial z} \approx 1.$$

Tyto vztahy platí za předpokladu, že $\partial W/\partial x \ll 1$, $\partial W/\partial y \ll 1$. Tento předpoklad je v praxi skoro vždy splněn. Dosadíme-li do rovnic, tak platí

$$\begin{aligned} s_x &= \frac{x_D - x_L}{\sqrt{(x_D - x_L)^2 + (y_D - y_L)^2 + f^2}} \approx \frac{x_D - x_L}{f} \approx \frac{\Delta x}{f} \\ s_y &= \frac{y_D - y_L}{\sqrt{(x_D - x_L)^2 + (y_D - y_L)^2 + f^2}} \approx \frac{y_D - y_L}{f} \approx \frac{\Delta y}{f} \end{aligned} \quad (6)$$

$$s_z = \sqrt{1 - s_x^2 - s_y^2} \approx 1,$$

Tyto přibližné vztahy platí za předpokladu, že $\Delta x/f \ll 1$, $\Delta y/f \ll 1$. Tento předpoklad je v praxi také skoro vždy splněn. Ze vztahů (5), (6) dostaneme následující přibližné vztahy

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\Delta x}{f}, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\Delta y}{f} \quad (7)$$

Deformaci vlnoplochy $W(x, y, z)$ lze pak dostat ze vztahu

$$W = W_x + W_y, \text{ kde } W_x = \frac{1}{f} \int_0^x \Delta x \, dx, \quad W_y = \frac{1}{f} \int_0^y \Delta y \, dy \quad (8)$$

Na vyřešení těchto vztahů použijeme například lichoběžníkovou metodu

$$W(x, y) = W(m\delta x, n\delta y) = W_{mn} = W_m + W_n, \quad (9)$$

$$W_m = \frac{1}{f} \left(\frac{1}{2} \Delta x_1 + \sum_{i=2}^{m-1} \Delta x_i + \frac{1}{2} \Delta x_m \right) \delta x, \quad (10)$$

$$W_n = \frac{1}{f} \left(\frac{1}{2} \Delta y_1 + \sum_{j=2}^{n-1} \Delta y_j + \frac{1}{2} \Delta y_n \right) \delta y, \quad (11)$$

kde $m = 1, 2, \dots, M$; $n = 1, 2, \dots, N$, kde M , popř. N je počet mikročoček ve směru osy x , popř. y , a δx , popř. δy je vzdálenost středu mikročoček od osy x , popř. osy y .

3. Metody měření ohniskové vzdálenosti

V této kapitole nejdříve nadefinuji ohniskovou vzdálenost a poté představím pár vybraných metod měření ohniskových vzdáleností.

3.1. Ohnisková vzdálenost optické soustavy

Pojem ohnisková vzdálenost vznikl v době, kdy byly zkoumány zobrazovací vlastnosti ideální optické soustavy, tzn. optická soustava zobrazuje bod jako bod, přímku jako přímku a rovinu jako rovinu.

Základními body optické soustavy (obr. 2) jsou ohniska F a F' , a hlavní body P a P' . Bod F' , resp. F , je ohnisko optické soustavy v obrazovém prostoru, resp. ohnisko v předmětovém prostoru, a je obrazem nekonečně vzdáleného osového bodu v předmětovém, resp. obrazovém prostoru, tj. před optickou soustavou, resp. za optickou soustavou. Předmětová ohnisková vzdálenost f , resp. obrazová ohnisková vzdálenost f' , je definována jako vzdálenost předmětového ohniska od předmětového hlavního bodu, resp. obrazového ohniska od obrazového hlavního bodu. (obr. 2). Hlavní body P a P' , na rozdíl od ohnisek F a F' , jsou opticky sdružené body, které mají příčné zvětšení $m = 1$. [7]

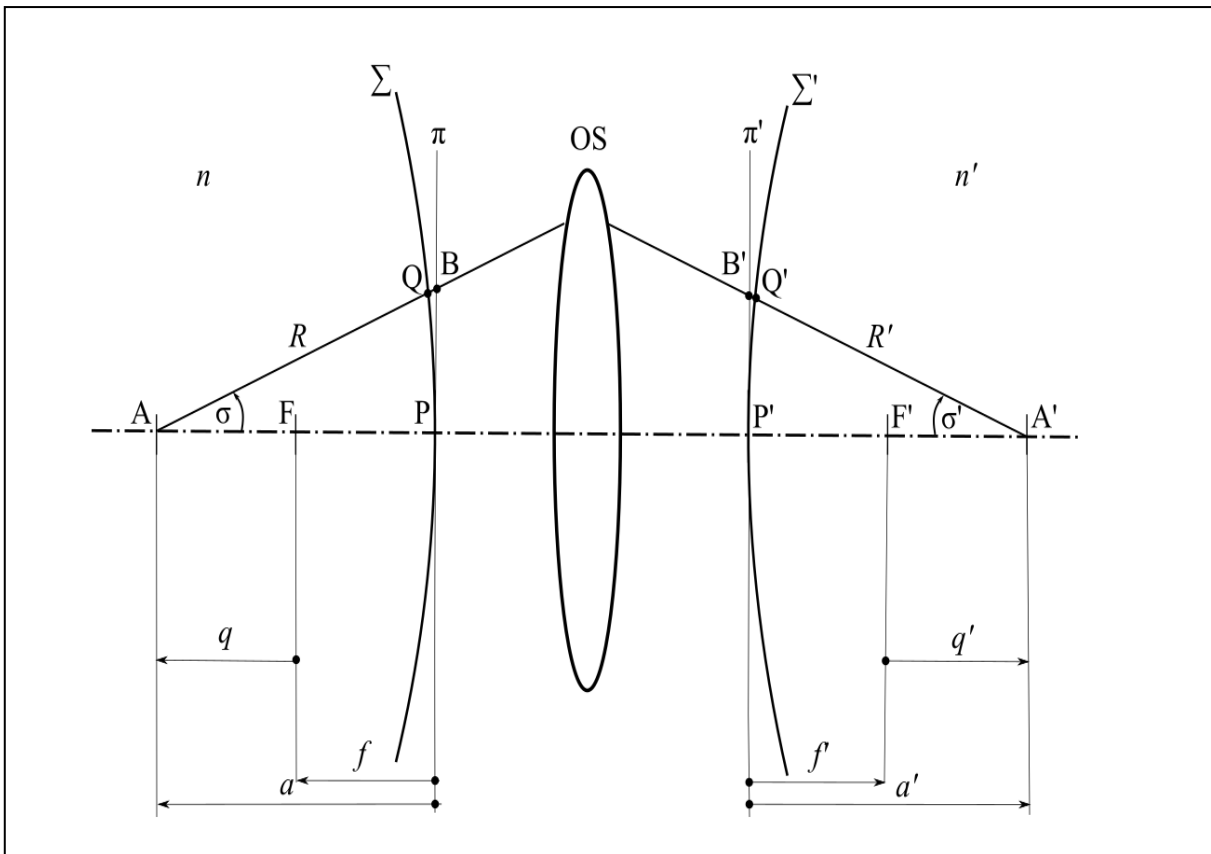
Pro zobrazení ideální optickou soustavou platí Newtonova zobrazovací rovnice a následující vztahy, které lze odvodit z obr. 2.

$$qq' = ff', \quad \frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'}{f'} \quad (12)$$

$$m = -\frac{q'}{f'} = -\frac{f}{q}$$

Světelné vlnoplochy Σ a Σ' procházející hlavním bodem P a obrazovým hlavním bodem P' mají poloměr $R = a$, $R' = a'$ a leží-li předmětový bod A v nekonečnu, pak $R' = f$. Je-li bod Q vzdálený od optické osy o vzdálenost h , pak platí sinova podmínka a ohniskovou vzdálenost f' lze vypočítat takto

$$f' = \frac{h}{n' \sin \sigma'} \quad (13)$$



Obr. 2: Základní body optické soustavy [8]

Reálné zobrazení optické soustavy je však zatíženo aberacemi a difrakcí světla. Nabízí se tedy otázka, co je to hlavní bod a ohnisko optické soustavy. Pro vyjasnění budeme uvažovat zobrazení osového bodu fyzikálně dokonalou optickou soustavou, tzn. že po průchodu vlnoplochy Σ optickou soustavou dostaneme sférickou vlnoplochu Σ' . Obrazový bod se tedy bude nacházet ve středu této vlnoplochy a normované rozdělení intenzity v tomto bodě bude dáno vztahem

$$I(\tau) = \left[\frac{2J_1\left(\frac{\pi r'}{\lambda c}\right)}{\frac{\pi r'}{\lambda c}} \right]^2 \quad (14)$$

kde J_1 je Besselova funkce prvního řádu jedna [8], r' je vzdálenost od místa, ve kterém se vyšetřuje intenzita pole od středu sférické vlnoplochy, λ je vlnová délka světla a c je clonové číslo optické soustavy dáno vztahem

$$c = \frac{1}{(2n' \sin \sigma_{MAX})} \quad (15)$$

Vlivem difrakce se tedy bod nezobrazí jako bod, ale jako „ploška“, která má určité rozdělení energie. V případě zobrazení bez aberací, kruhové vstupní pupily, pro zobrazení osového bodu je tzv. „rozptylový kroužek“ vyjádřen vztahem

$$d_A = 2,4\lambda c \quad (16)$$

kde λ je vlnová délka a c je clonové číslo optické soustavy v obrazovém prostoru. Veličina d_A je průměr středové části takzvaného Airyho disku a je v ní soustředěno 84 % energie. Při zobrazení bodu ležících mimo optickou osu, nejsou již body kruhového charakteru, ale eliptického. [8]

Při reálném zobrazení, kdy je optická soustava zatížena i aberacemi dochází k tomu, že vlnoplocha Σ je po průchodu optickou soustavou deformovaná, tzn. vlnoplocha Σ' již nebude sférická. Paprsek vycházející z optické soustavy, který neprotíná osu v paraxiálním obrazovém bodu, ale v jiném bodu, který je ve vzdálenosti $\Delta y'$ od paraxiálního obrazového bodu, tak se jedná o příčnou paprskovou aberaci. V případě, že se předmětový bod nachází v nekonečnu, pak jeho obrazem je obrazový ohniskový bod, a v důsledku aberací optické soustavy existuje nekonečně mnoho ohniskových bodů. Existuje tedy nekonečně mnoho hodnot ohniskových vzdáleností. Abychom se této nejednoznačnosti vyhnuli, definujeme tzv. efektivní ohniskový bod jako bod, který leží v rovině, která leží v určité vzdálenosti δ od paraxiálního obrazového bodu. Poloha paraxiálního obrazového bodu závisí na kritériu, které si zvolíme. V praxi se nejčastěji volí dvě kritéria pro určení vzdálenosti ohniskové roviny od paraxiální ohniskové roviny. První kritérium požaduje, aby $\sum(\Delta y')^2$ byla co nejmenší a druhé kritérium požaduje,

aby ΣW^2 byla v této rovině minimální. Kvůli vyhnutí se nejednoznačnosti se tedy dá definovat paraxiální ohnisková vzdálenost vztahem

$$f' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{\sin \sigma'} \quad (17)$$

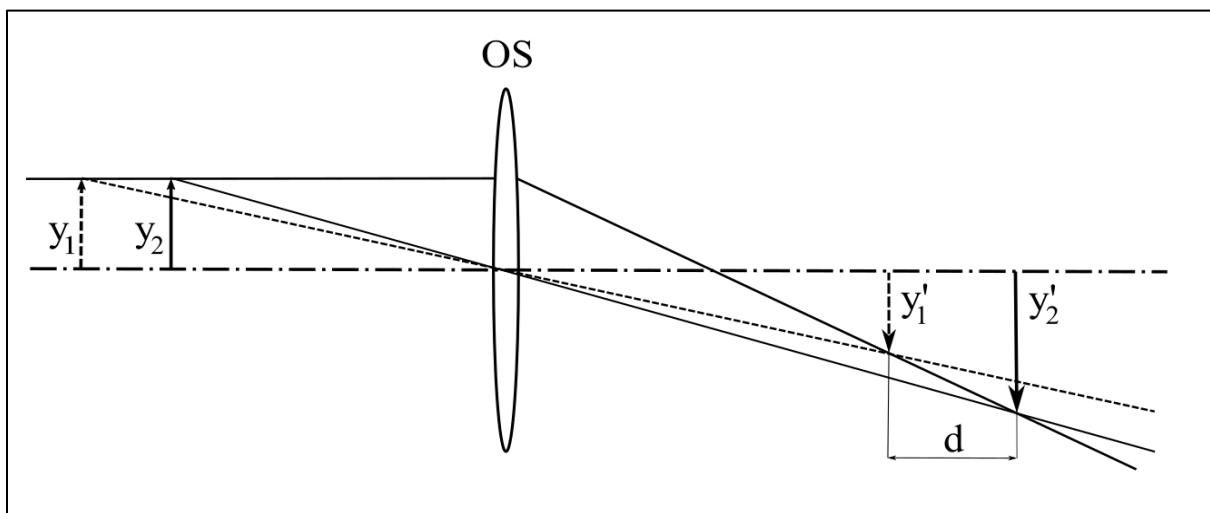
Takto definovaná ohnisková vzdálenost je sice jednoznačná, ale obtížně měřitelná. Situace je ještě zatížena faktem, že aberace optické soustavy závisí na vzdálenosti bodu předmětu od optické soustavy. Poloha obrazového hlavního bodu je tedy také nejednoznačná. Byly proto navrženy metody, které předpokládají, že aberace optické soustavy a nejednoznačnost polohy obrazového hlavního bodu lze zanedbat. Takové metody jsou vhodné pro měření ohniskové vzdálenosti optických soustav s malými aberacemi, kde můžeme s dostačující přesností použít vztahy (12). [8]

3.2. Vybrané základní (geometrické) metody

V následující kapitole bude představeno několik vybraných metod, které využívají přímé nebo nepřímé měření veličin ze vztahů pro zobrazení ideální optickou soustavou a jsou vhodné pro měření ohniskové vzdálenosti optických soustav s malými aberacemi. Principy metod budou popsány pouze pro spojnou optickou soustavu, pro rozptylnou soustavu dostaneme výrazy snadnou úpravou.

3.2.1. Abbeova metoda

Jako první metoda, kterou bych chtěl představit, je Abbeova metoda. Je to metoda založená na určování příčného zvětšení.



Obr.3: Princip Abbeovy metody

V určité poloze předmětu dostaneme ostrý obraz. Změříme velikost předmětu y a velikost y'_1 ostrého obrazu a spočítáme zvětšení m_1 ze vztahu

$$m_1 = \frac{y'_1}{y} = -\frac{a'_1 - f'}{f'} \quad (18)$$

kde a'_1 je obrazová vzdálenost a f' je ohnisková vzdálenost čočky. Polohu čočky neměníme, polohu obrazové roviny posuneme o vzdálenost d blíže k čočce a najdeme polohu předmětu tak, aby vznikl ostrý obraz a změníme jeho velikost y'_2 . Obdobně vypočítáme zvětšení m_2 pro tuto druhou polohu.

$$m_2 = \frac{y'_2}{y} = -\frac{a'_2 - f'}{f'} = -\frac{(a'_1 - d) - f'}{f'} \quad (19)$$

Po odečtení rovnic (18) a (19) dostaneme výraz

$$f' = \frac{yd}{y'_1 - y'_2} \quad (20)$$

což je výsledný výraz pro výpočet ohniskové vzdálenosti pomocí Abbeovy metody.

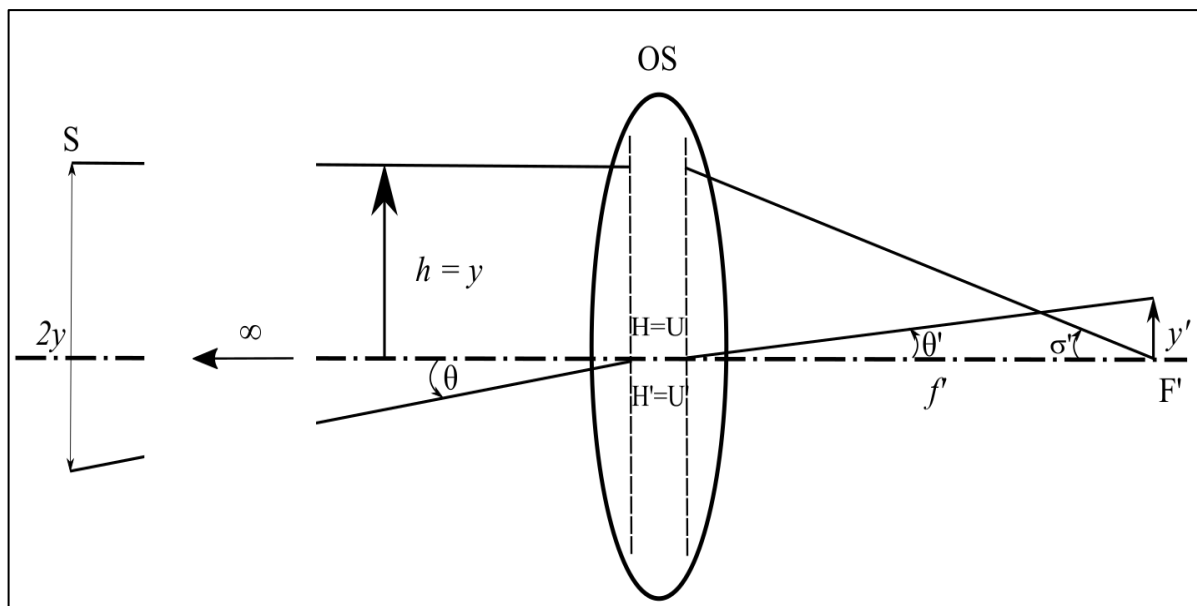
3.2.2. Porrova metoda

Druhou metodou, kterou bych chtěl uvést, je metoda Porrova. Využívá předpokladu, že je-li čočka ve vzduchu, pak pro ideální optické zobrazení platí, že hlavní body (H, H') splývají s body uzlovými (U, U') .

S uplatněním tohoto předpokladu soustavy ve vzduchu platí $\theta = \theta'$. Poté bude tedy platit základní vztah, který lze odvodit ze schématického znázornění níže

$$f' = -\frac{y'}{\tan\theta} \quad (21)$$

ve kterém jsme uvážili znaménkovou konvenci geometrické optiky (obr. 4). Úhel θ je tedy záporný.



Obr. 4: Princip Porrovy metody [8]

Metoda tedy předpokládá znalost veličin y' a θ . Předpokládejme znalost úhlové velikosti 2θ , např. obvykle se jako předmět používá stupnice se známou úhlovou velikostí, určenou kalibrací. Měří se pak velikost obrazu y' . Předmět (stupnice) S je zobrazován přes kolimátor optickou soustavou a pomocí objektivového mikrometru mikroskopu je odečítána hodnota $2y'_m$, která odpovídá kalibrované úhlové velikosti 2θ . Je-li zvětšení mikroskopu m předem zjištěno, potom pro velikost obrazu y platí

$$y' = \frac{y'_m}{m} \quad (22)$$

Ze vztahu (21) lze tedy poté jednoduše vypočítat hodnotu ohniskové vzdálenosti f' . [8]

3.2.3. Cornuova metoda

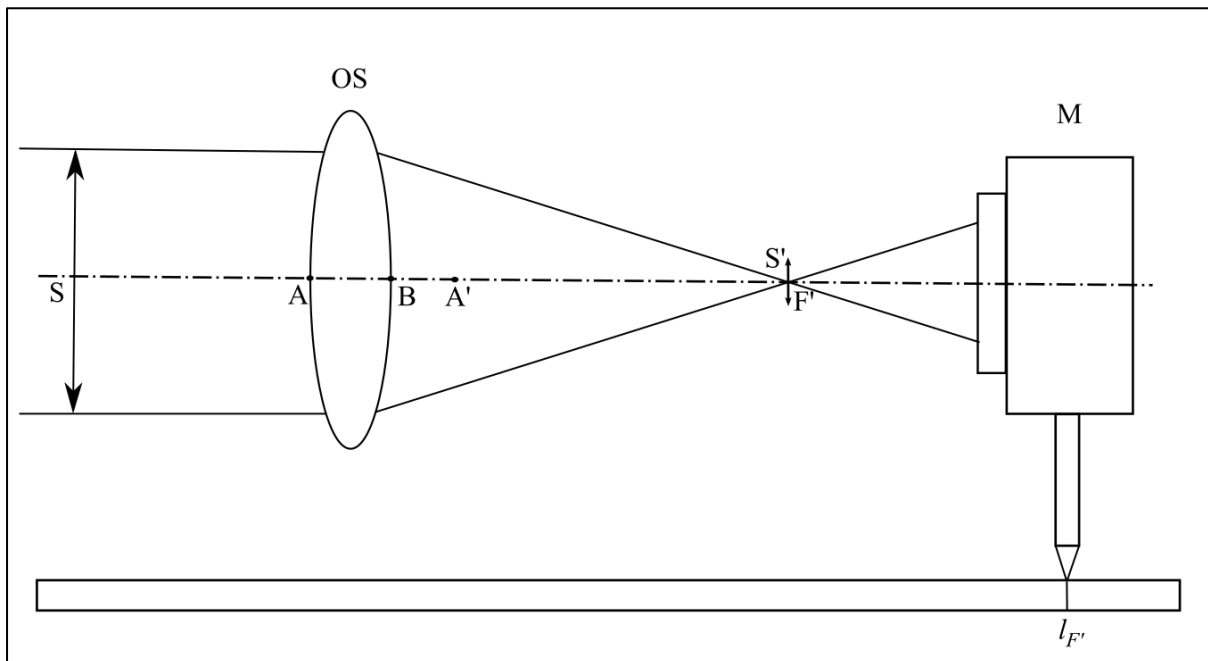
Tato metoda vychází z Newtonovy zobrazovací rovnice vztažené k ohniskům optické soustavy

$$qq' = ff' \quad (23)$$

kde q , resp. q' je vzdálenost předmětu od předmětového ohniska F optické soustavy, resp. vzdálenost obrazu od obrazového ohniska F' optické soustavy, a f, f' představují předmětovou a obrazovou ohniskovou vzdálenost. Pro optickou soustavu ve vzduchu platí $f = f'$ a tedy

$$f' = \pm\sqrt{-qq'} \quad (24)$$

kde znaménko volíme dle proměřované soustavy.



Obr. 5: Cornuova metoda [8]

Měřicí sestava se skládá z optické lavice, která má podélné měřítko, kolimátoru S a mikroskopu M . Lze volit různé pořadí měření jednotlivých veličin, uvedu však pouze jednu variantu.

Označme se vrchol optické soustavy v předmětovém prostoru jako A a vrchol optické soustavy v obrazovém prostoru jako B . Při měření určují polohy těchto vrcholů a jejich obrazů vůči ohniskovým bodům. Jako první je potřeba určit pozici ohniska F' , kam je zobrazován skrze kolimátor a testovanou optickou soustavu testový obrazec kolimátoru S . Na podélném měřítku optické lavice odečteme hodnotu $l_{F'}$. Schématické znázornění můžete vidět na obr. 5. Poté se posune mikroskopem a zaostří se na vrchol optické soustavy B v obrazovém prostoru, odečte se hodnota l_B a následně se zaostří na obraz A' vrcholu A v předmětovém prostoru. Zaznamená se hodnota $l_{A'}$. Vzdálenosti vztažené k ohniskům lze poté odvodit jako

$$q_B = l_{F'} - l_B \quad (25)$$

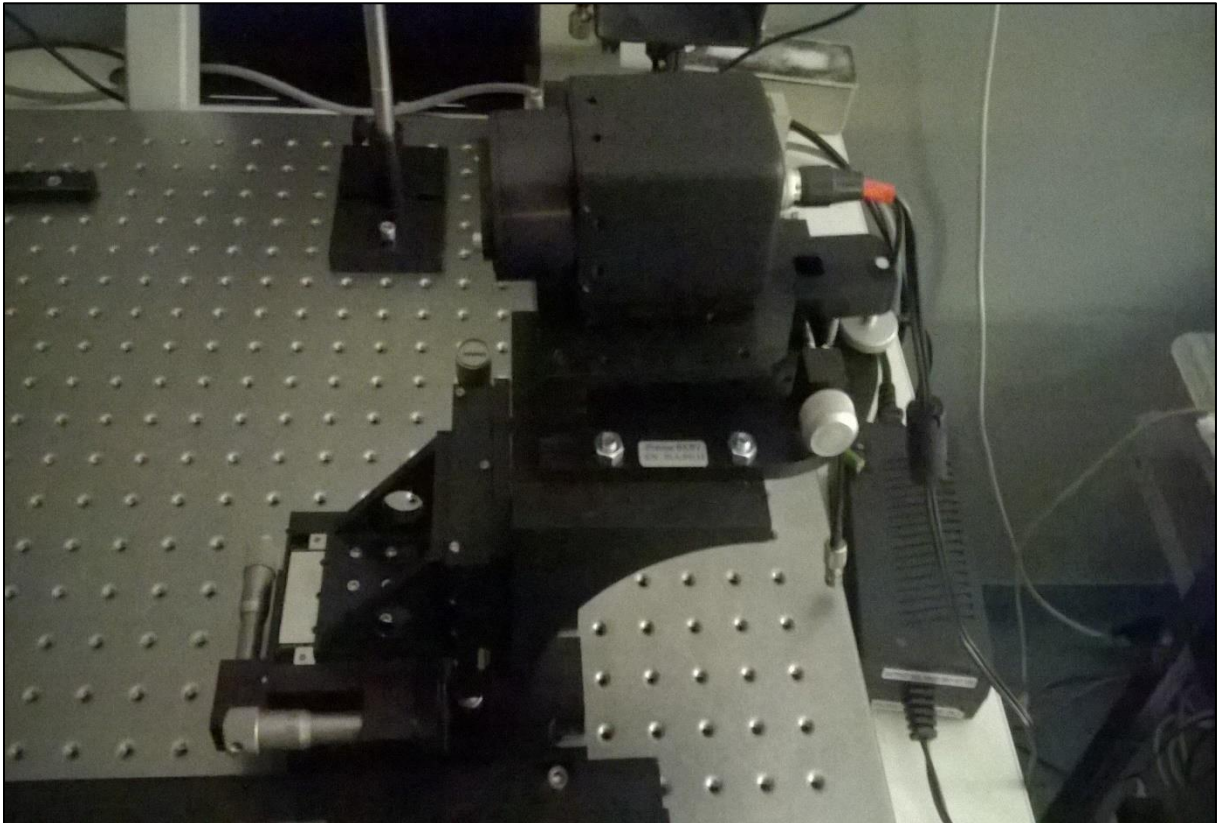
$$q'_{A'} = l_{F'} - l_{A'} \quad (26)$$

Otočením soustavy získáme obdobně hodnoty $q'_{B'}$ a q_A . Z rovnice (24) pak vypočítám ohniskovou vzdálenost takto [8]

$$f' = \pm\sqrt{-q_A q'_{A'}} = \pm\sqrt{-q_B q'_{B'}} \quad (27)$$

4. Praktická měření

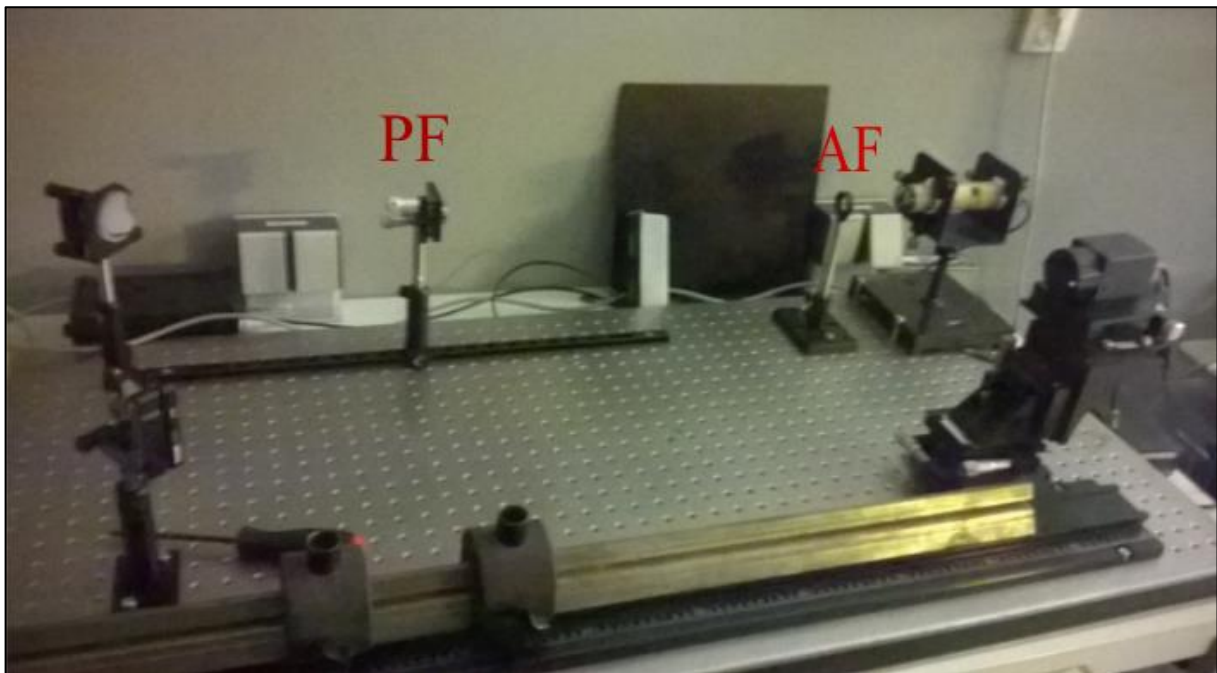
V této kapitole představím výsledky svých praktických měření, které jsem prováděl v laboratoři na katedře optiky Univerzity Palackého v Olomouci. Používal jsem Shack-Hartmannův senzor typu 128 GE, ovládaný programem HASO3.



Obr. 6: Shack-Hartmannův senzor

4.1. Kontrola stálosti křivosti vlnoplochy pro různé intenzity dopadajícího světla

Prvním provedeným měřením byla kontrola stálosti měřené křivosti dopadající vlnoplochy při různých intenzitách dopadajícího světla. Sestava, kterou jsem použil, byla následující. Zdrojem světla byl He-Ne laser o vlnové délce 632.8 nm, absorpční filtry (AF), prostorový filtr (PF), který sloužil jako bodový zdroj optické soustavy a dvě zrcátka, které jsem najustoval tak, aby svazek světla dopadl na Shack-Hartmannův senzor (obr. 7)

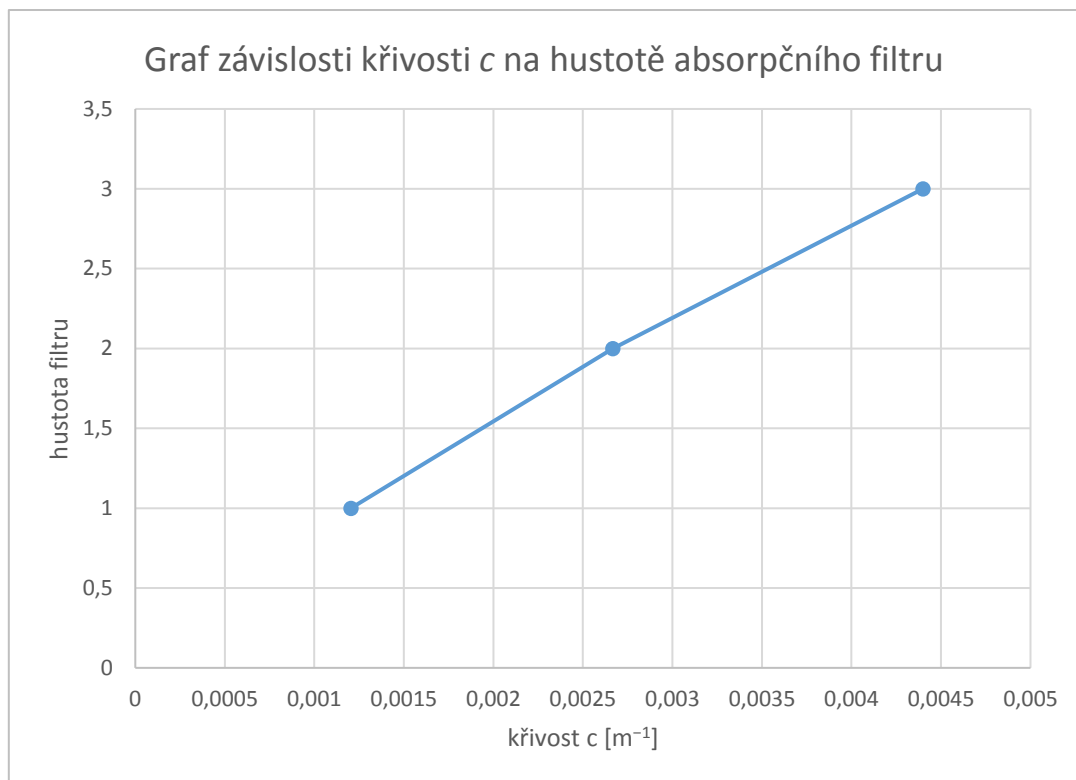


Obr. 7: Sestava měření závislosti křivosti na intenzitě dopadajícího světla

První věcí, která se musela udělat, bylo sesouhlasení optických os, a to dopadajícího svazku a S-H senzoru. Toho se dalo docílit pomocí malé clonky před senzorem a zaměřovací funkce integrované v programu HASO3.

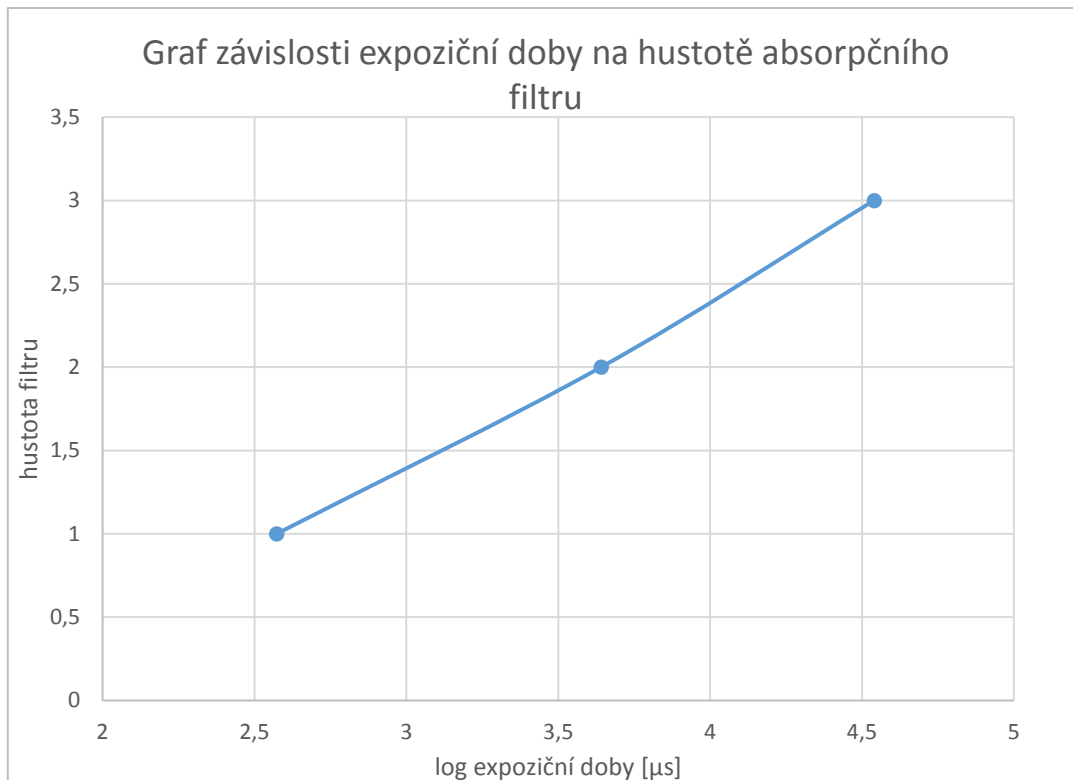
Jako druhá věc, která se musela udělat, bylo sejmutí vlnoplochy, kterou jsem použil jako kalibrační vlnoplochu. Následující měřené vlnoplochy S-H senzor odečte od kalibrační vlnoplochy a výsledná křivost, tj. křivost, kterou zapisuji jako naměřená data, je právě rozdíl křivostí měřené vlnoplochy a vlnoplochy kalibrační.

Poté už jsem pouze měnil absorpční filtry a zapisoval si hodnoty křivostí. Použil jsem filtry s propustností 10 %, 1 %, 0.1 %. Použil jsem pouze tři filtry, abych získal představu o hledané závislosti. Data jsem zasadil do Grafu 1 níže.



Graf 1: Závislost křivosti vlnoplochy na hustotě absorpčního filtru. Hodnoty hustoty absorpčního filtru jsou zlogaritmovány pro větší přehlednost grafu.

Z grafu lze pozorovat, že s rostoucí hustotou filtru, tj. klesající propustností se indikovaná křivost dopadající vlnoplochy mění. Ukazuje se tedy, že křivost je závislá na intenzitě, a to nelineárně. Tento jev je nežádoucí a není jasné, proč tomu tak je. V této práci zjišťuji, zda nebude možné tento efekt pro měření ohniskové vzdálenosti vhodným postupem potlačit. Současně s křivostmi jsem si zapisoval i hodnoty expoziční doby. Tyto hodnoty jsem opět zlogaritmoval pro větší přehlednost a zasadil do Grafu 2, který můžete vidět níže.



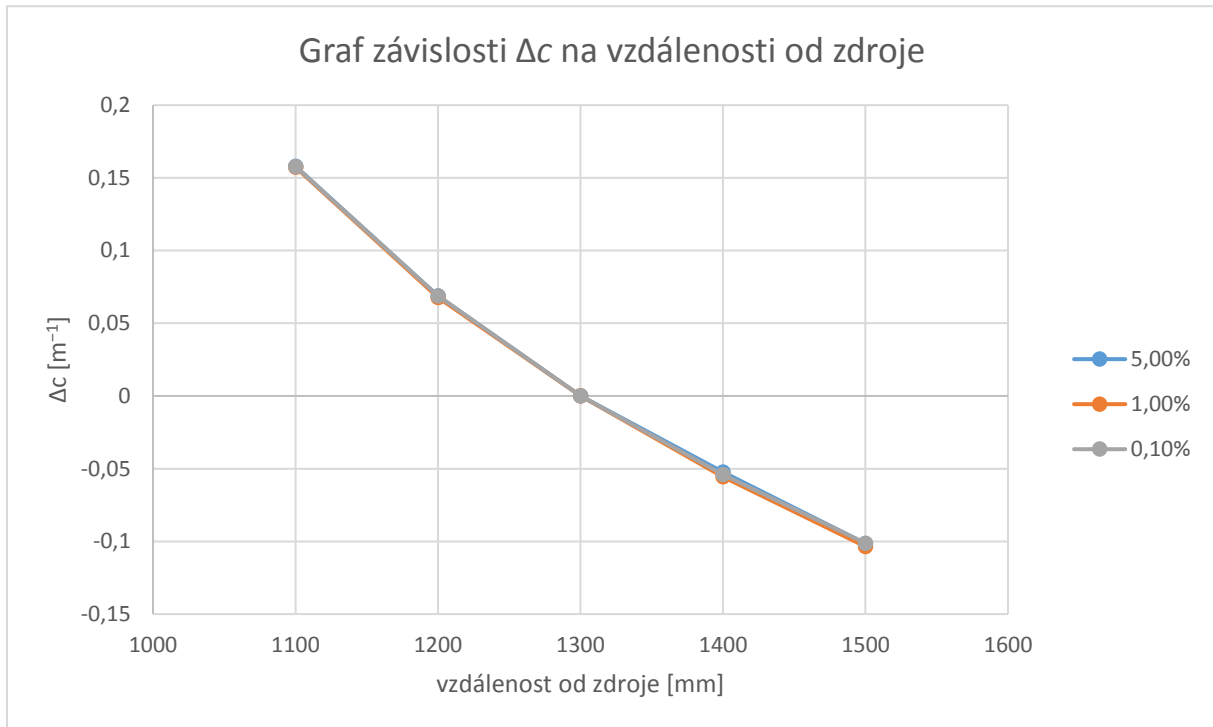
Graf 2: Závislost expoziční doby na hustotě filtru

Z grafu vyplývá, že s rostoucí hustotou filtru, tj. klesající propustností, roste expoziční doba. To je v souladu s očekáváním, jelikož dopadá-li méně světla, je potřeba, aby byla expoziční doba delší.

4.2. Závislost změny křivosti na změně polohy Shack-Hartmannova senzoru

Druhé měření, které jsem uskutečnil, bylo měření závislosti změny křivosti na změně polohy Shack-Hartmannova senzoru. Sestava byla stejná jako u předchozího měření, a to He-Ne laser o vlnové délce 632,8 nm, absorpční filtry, prostorový filtr, zrcátka, odečítací kolejnice a S-H senzor. Tentokrát jsem použil absorpční filtry s propustností 5 %, 1 %, 0,1 %. Absorpční filtr s 10 % propustností jsem musel vyměnit za filtr s propustností 5 %, protože když se posuvalo S-H senzorem blíže ke zdroji světla, tak docházelo k zahlcení senzoru a program ukazoval nesmyslné výsledky.

Průběh měření byl podobný jako v předchozím případě. Zde se ale posunovalo S-H senzorem a poloha se odečítala na stupnici. Senzor jsem postavil do jedné polohy, kterou jsem zvolil jako referenční, zapsal hodnotu křivosti a následně jsem senzorem pohyboval blíže ke zdroji světla a naopak. Toto jsem provedl pro 4 polohy S-H senzoru. Posun byl vždy o 100 mm. V každé poloze jsem si zapsal několik hodnot křivosti, které jsem následně zprůměroval. Zprůměrovanou křivost každé polohy jsem pak odečetl od polohy referenční a dostal jsem změny křivosti Δc . Tyto hodnoty jsem pak zasadil do Grafu 3 níže.



Graf 3: Závislost změny křivosti Δc na vzdálenosti S-H senzoru od světelného zdroje

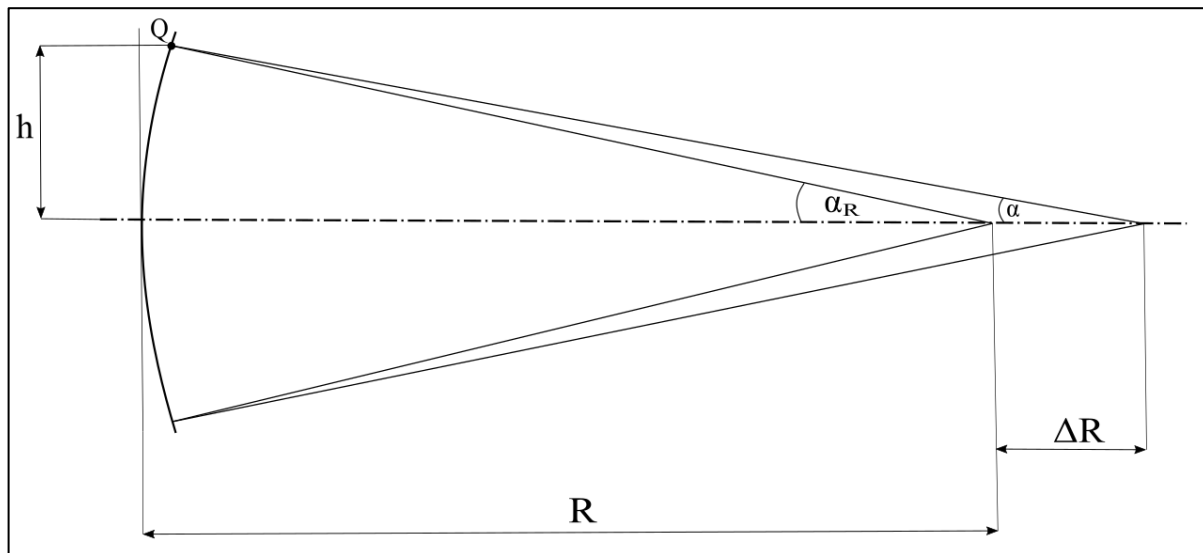
Provedené měření jsem modeloval matematicky (graf 4). Pro referenční vlnu platí, že

$$\alpha_R = \frac{h}{R} = hc \quad (28)$$

kde α_R je úhel, pod kterým dopadá referenční vlna na S-H senzor ve vzdálenosti h od optické osy a R je poloměr křivosti. Úhel α_R určuje velikost posuvů těžiště světelných stop, což jsou výchozí data, která senzor poskytuje k dalšímu zpracování. Dopadá-li na senzor měřená vlna o poloměru $R + \Delta R$, je odpovídající úhel α roven

$$\alpha = \frac{h}{R + \Delta R} \quad (29)$$

kde ΔR je změna poloměru křivosti vlnoplochy od vlnoplochy referenční (obr. 8).



Obr. 8: Optické schéma modelu

Po odečtení rovnic (28), (29) dostáváme

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_R = \frac{h\Delta R}{R(R + \Delta R)} \quad (30)$$

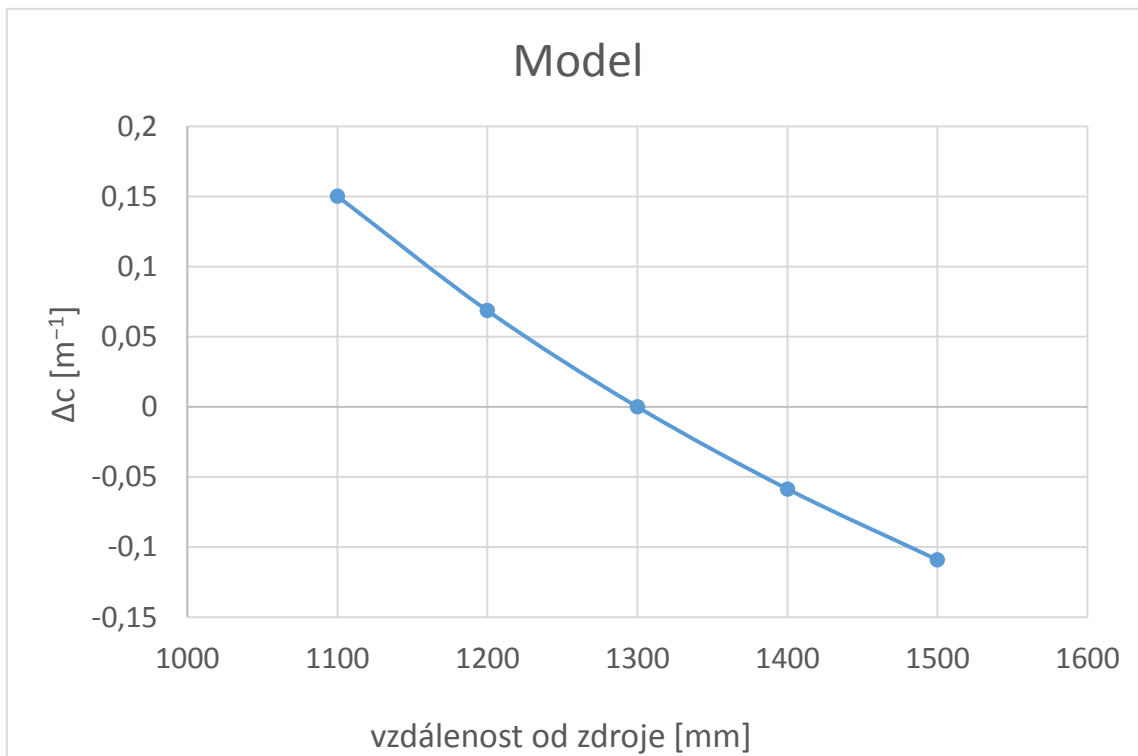
Z rovnice (28) odvodíme

$$\Delta\alpha = h\Delta c \quad (31)$$

A dosazením rovnice (31) do rovnice (30) dostaneme

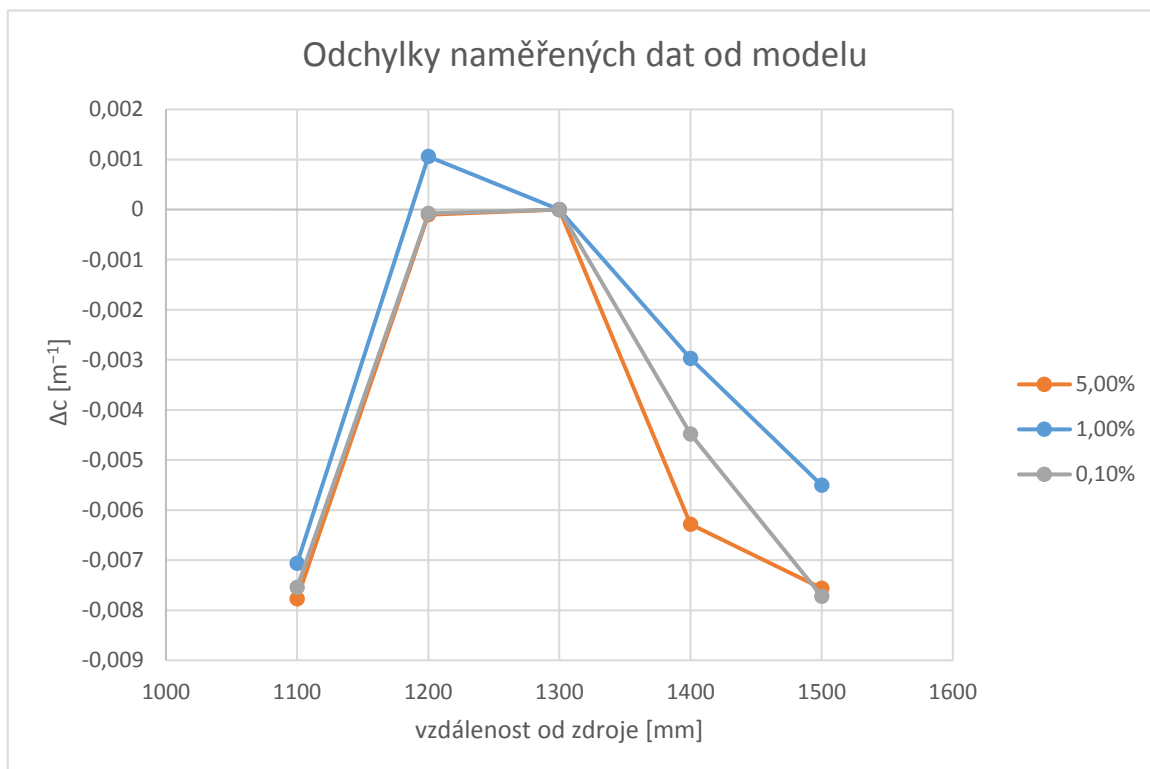
$$\Delta c = \frac{\Delta R}{R(R + \Delta R)} \quad (32)$$

což je výsledný vztah pro vytvoření modelu. Můžeme vidět, že změna vzdálenosti ΔR vede k různým hodnotám změny křivosti Δc podle toho, jaká byla výchozí vzdálenost. V mém případě jsem zvolil $R = 1300 \text{ mm}$.



Graf 4: Model závislosti změny křivosti na poloze S-H senzoru

Dále jsem porovnal má naměřená data s tímto modelem (Graf 5).



Graf 5: Graf odchylek naměřených dat od zvoleného modelu

Z grafu můžeme pozorovat, že změna křivosti Δc je závislá na intenzitě mnohem méně než samotná křivost c . Odchylky pro různé intenzity jsou minimální, největší odchylka je $0,0022 \text{ m}^{-1}$.

4.3. Měření změn poloměru křivosti pro různé vlnové délky při změně poloh čočky

Když chceme znát velikost ohniskové vzdálenosti pro různé vlnové délky světla, musíme použít vhodný zdroj světla. K tomu jsem ověřoval použití hranolového monochromátoru Zeiss SPM-1, jehož štěrbinu jsem osvětloval halogenovou žárovkou.

Na výstupní štěrbinu byla nalepena dírková clona o průměru $0,19 \text{ mm}$, která představovala bodový zdroj, z něhož vychází sférická světelná vlna.

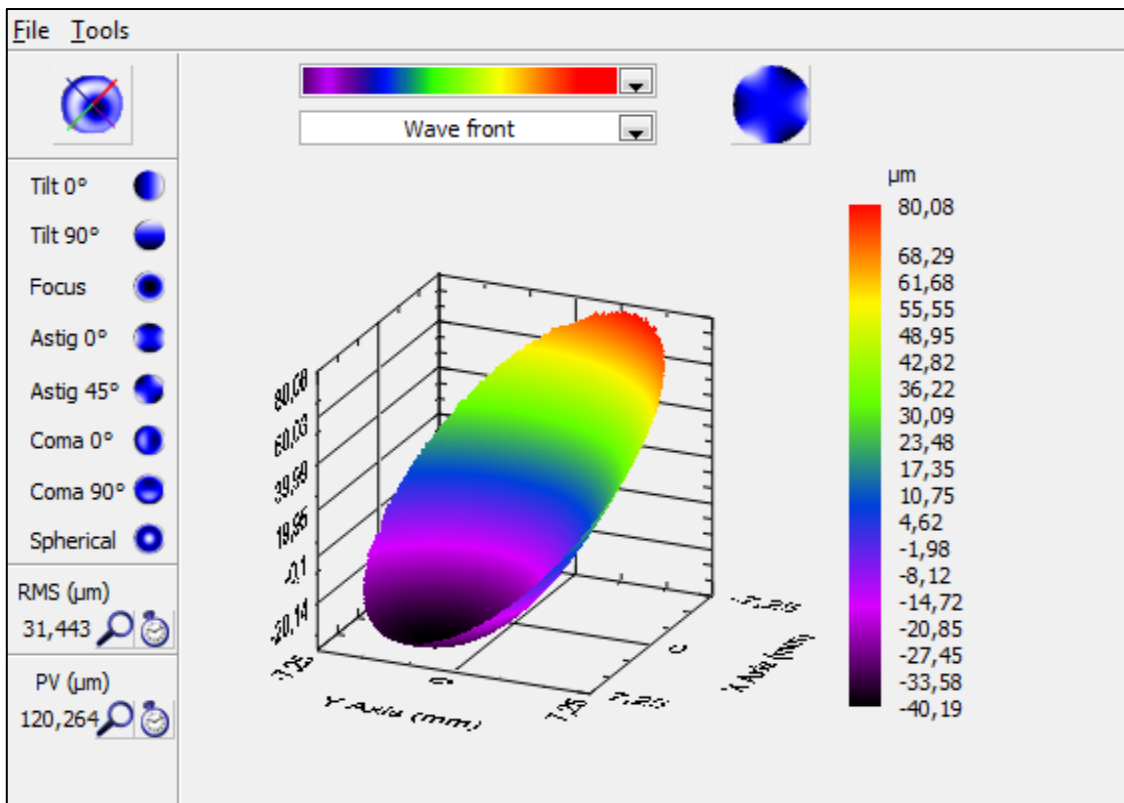
Protože poloha středu clony nesouhlasila zcela se středem štěrbinu, musela se stupnice takto upraveného monochromátoru nejprve kalibrovat. K tomu jsem použil rtuťovou výbojku, u které jsem využil spektrálních čar s vlnovou délkou 436 nm , 492 nm , 546 nm a 579 nm . Maximum propustnosti monochromátoru na těchto čarách jsem určoval pomocí integračního fotodiodového detektoru.

Následně jsem pomocí získané kalibrační křivky prováděl měření na vlnových délkách 630 nm , 525 nm a 470 nm pro červenou, zelenou a modrou barvu.

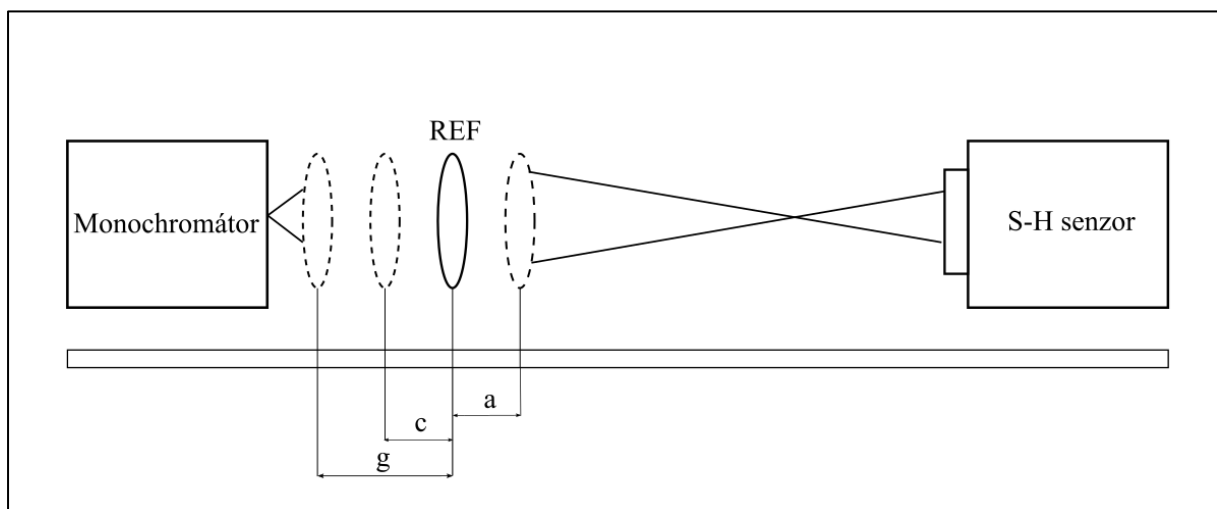
Při měření se ukázalo, že zářivý tok z monochromátoru na vlnové délce 470 nm je nedostatečný – u SH senzoru nebylo možné kvůli žhavým pixelům na snímací matici pracovat s dostatečně dlouhou expozicí (viz obr. 11). Proto jsem pro tato měření jako zdroj světla použil xenonovou výbojku.

Schéma sestavy je na obr. 10. Při kalibraci jsem bez čočky nasnímal a do paměti počítače uložil tvar dopadající kulové vlnoplochy o poloměru přibližně 600 mm (viz obr. 9) a pro čtyři polohy čočky jsem zapsal změnu křivosti vlnoplochy, jak ji vyhodnocovací program určil.

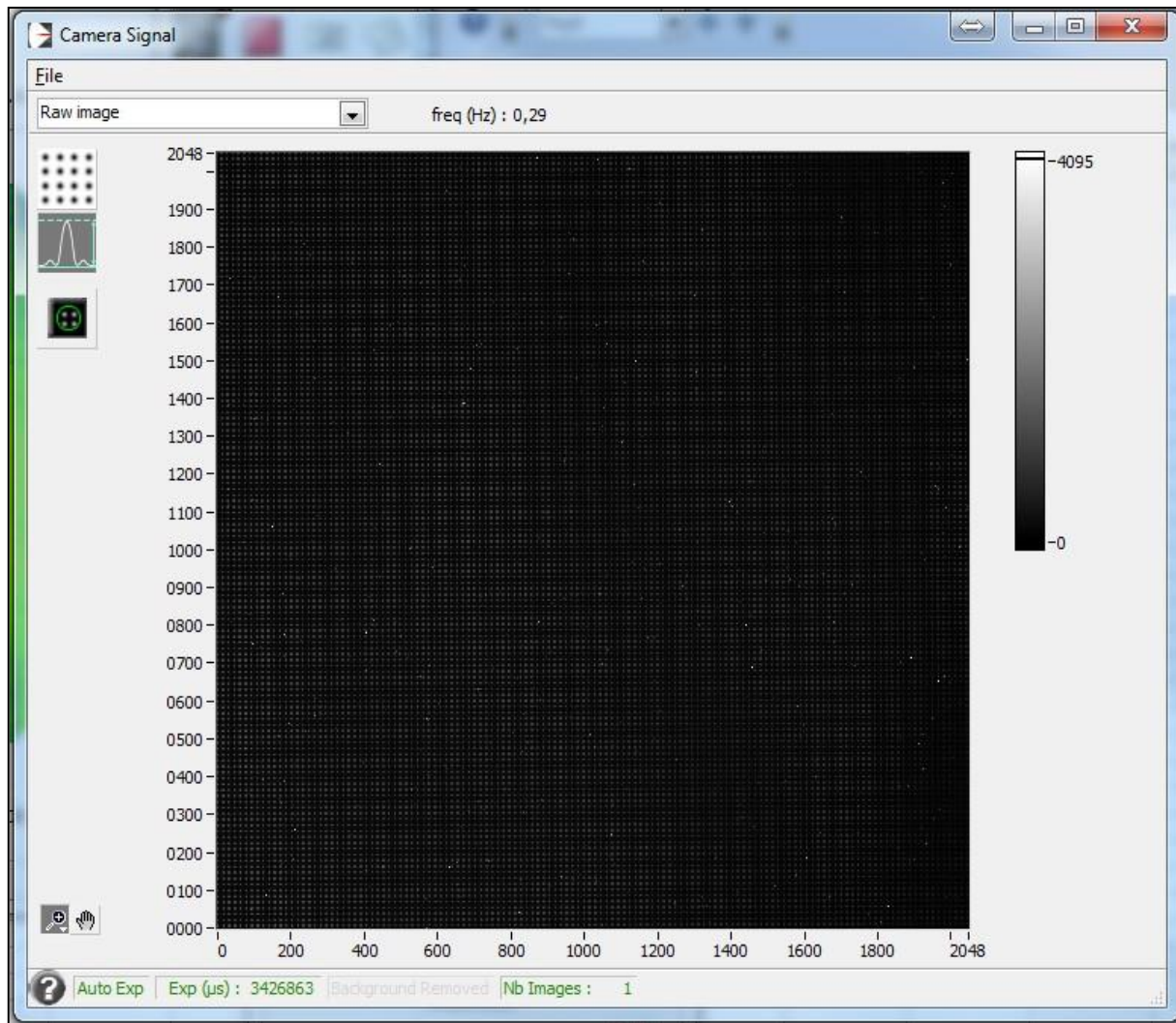
Naměřená data z tohoto měření budou použita pro výpočet ohniskové vzdálenosti podle postupu popsaného v následující kapitole.



Obr. 9: Příklad kalibrační vlnoplochy



Obr. 10: Schéma optické sestavy pro měření změn křivosti pro různé vlnové délky



Obr. 11: Žhavé pixely při nedostatečné intenzitě dopadajícího světla

5. Návrh metody pro měření ohniskové vzdálenosti pomocí Shack-Hartmannova senzoru

V této kapitole je popsána a ověřena jedna z nových metod pro měření ohniskové vzdálenosti pomocí Shack-Hartmannova senzoru.

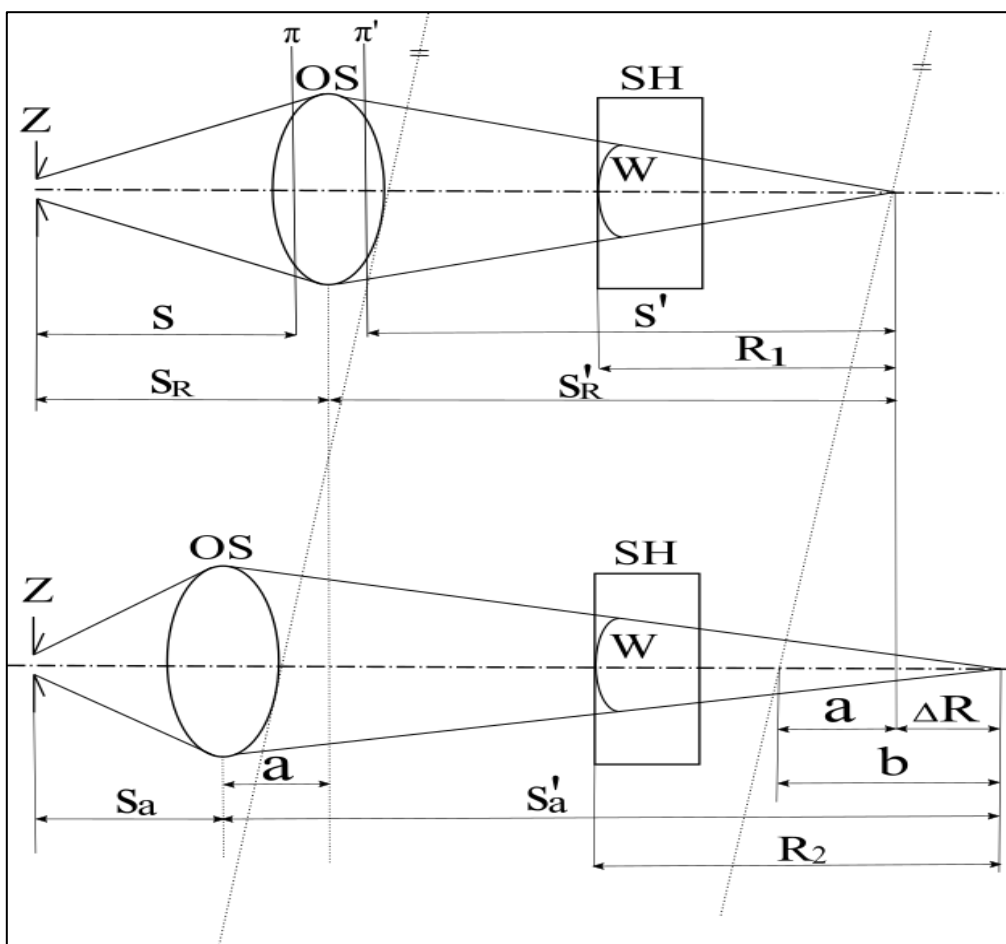
5.1. Popis

V literatuře bylo již popsáno několik metod [1, 9]. Postup popsáný v této práci vychází z Abbeovy metody, kde se pro různé polohy čočky měří zvětšení obrazu.

V našem případě se však pro různé polohy čočky měří změna křivosti vlnplochy. Zvolíme si referenční polohu. Pro tuto polohu platí zobrazovací rovnice

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'}{f'} \quad (33)$$

kde s je předmětová vzdálenost, s' je obrazová vzdálenost, f' je ohnisková vzdálenost a n , resp. n' , je index lomu prostředí, který je v mém případě vzduch, takže platí $n = n' = 1$.



Obr. 12: Schéma navrhované metody pro měření ohniskové vzdálenosti. Schéma je ilustrováno pouze pro jednu polohu, jelikož další polohy jsou obdobné.

Následně posuneme čočkou o vzdálenost a , díky čemu získáme další polohu, pro kterou platí

$$\frac{1}{s-a} + \frac{1}{s'+b} = \frac{1}{f'} \quad (34)$$

kde b je změna velikosti obrazové sečny (obr. 12) a s_a , resp. s'_a , je vzdálenost předmětu, resp. vzdálenost obrazu, od posunuté čočky. Obdobně provedeme pro další polohu čočky a získáme

$$\frac{1}{s-c} + \frac{1}{s'+d} = \frac{1}{f'} \quad (35)$$

V této fázi máme k dispozici tři rovnice, ze kterých by mělo být možné vypočítat ohniskovou vzdálenost. Problém však nastává v tom, že Shack-Hartmannův senzor na katedře nemusí mít přesnou kalibraci, a proto prozkoumávám možnost využít měření změny křivosti ve čtyřech polohách. Následkem je tedy nutnost změřit ještě jednu polohu, pro kterou získáváme rovnici stejně jako v předchozích případech

$$\frac{1}{s-g} + \frac{1}{s'+h} = \frac{1}{f'} \quad (36)$$

Dosadím-li rovnici (34) do rovnice (33) získávám

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{s-a} + \frac{1}{s'+b} \quad (37)$$

Obdobně provedu pro další dvě polohy. Z těchto rovnic si vyjádřím obrazovou vzdálenost s' . Po úpravě rovnic dostávám tvar

$$\begin{aligned} s' &= \frac{-ab + \sqrt{a^2b^2 - 4a(sab - s^2b)}}{2a} \\ s' &= \frac{-cd - \sqrt{c^2d^2 - 4c(scd - s^2d)}}{2c} \\ s' &= \frac{-gh - \sqrt{g^2h^2 - 4g(sgh - s^2h)}}{2g} \end{aligned} \quad (38)$$

Abychom mohli ve výpočtech pokračovat dále, musíme zjistit čemu se rovná změna polohy obrazových sečen b , d a h . Pro referenční vlnoplochu platí $c_R = 1/R$, pro vlnoplochu po posunu čočky pak platí

$$\begin{aligned}
\Delta c_a &= \frac{1}{R} - \frac{1}{R - a + b} \\
\Delta c_c &= \frac{1}{R} - \frac{1}{R - c + d} \\
\Delta c_g &= \frac{1}{R} - \frac{1}{R - g + h}
\end{aligned}
\tag{39}$$

Odečteme-li tyto dvě vlnoplochy, jsme pak schopni vyjádřit si změnu polohy obrazové sečny b (stejným způsobem provedeme pro d, h)

$$\begin{aligned}
b &= \frac{aR\Delta c_a + a - R^2\Delta c_a}{R\Delta c_a + 1} \\
d &= \frac{cR\Delta c_c + c - R^2\Delta c_c}{R\Delta c_c + 1} \\
h &= \frac{gR\Delta c_g + g - R^2\Delta c_g}{R\Delta c_g + 1}
\end{aligned}
\tag{40}$$

kde a , resp. c, g , je posun čočky, R je kalibrační poloměr křivosti a Δc_a , resp. $\Delta c_c, \Delta c_g$, jsou naměřené změny křivosti vlnoplochy. Představa je taková, že pro určitou hodnotu parametru R nastane případ, kdy pro jednu hodnotu předmětové vzdálenosti s dostaneme v rovnicích (38) stejnou obrazovou vzdálenost s' . Tuto situaci se budeme snažit najít správnou volbou kalibračního poloměru křivosti R . Díky této znalosti bych měl být schopen pomocí zobrazovací rovnice (33) vypočítat ohniskovou vzdálenost f' . Vztahy (33-40) jsem použil při psaní programu na ověření metody. Program je přiložen k této práci.

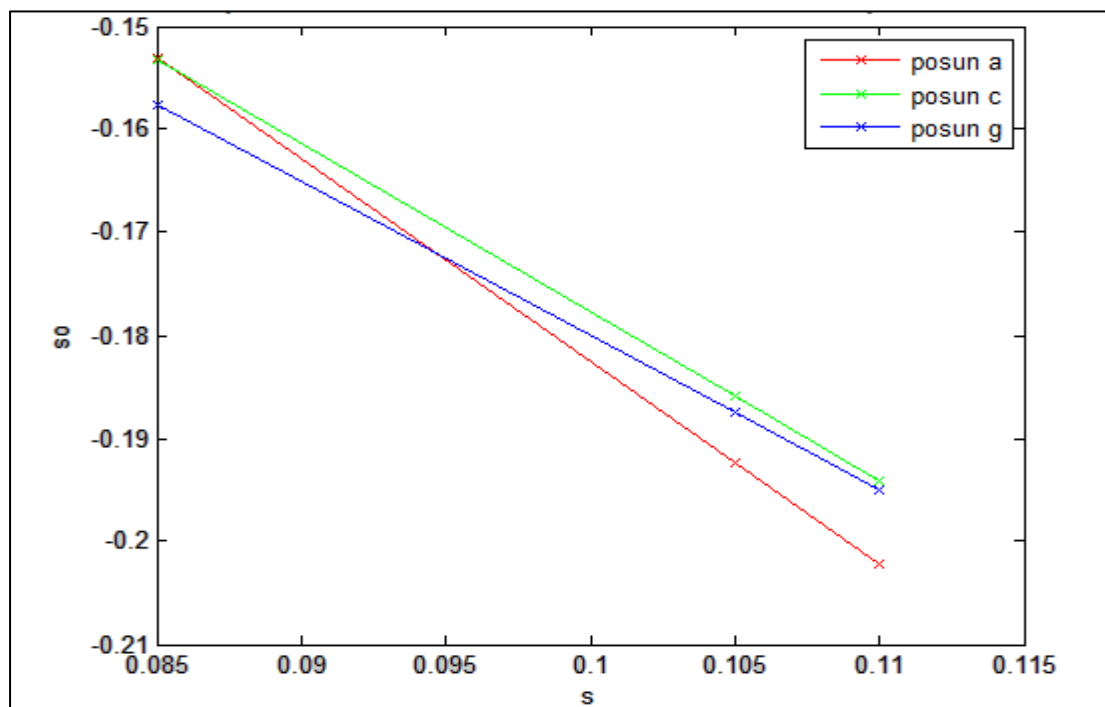
5.2. Ověření metody

Následující ověření tedy využívá data naměřená v kapitole 4.3. Data, která využiji jsou pouze pro jednu spojku, jejíž ohniskovou vzdálenost znám $f' = 200 \text{ mm}$. Vše bude počítáno pro ilustraci pouze pro jednu barvu, a to $\lambda = 525 \text{ nm}$. Schéma sestavy lze vidět na obr. 10.

obr. vzdálenosti [mm]	posuny a, c, g [mm]	křivosti Δc [mm^{-1}]
$s_a = 120$	$a = -20$	$\Delta c_a = 0,0001544126$
$s_c = 80$	$c = 20$	$\Delta c_c = -0,0001046708$
$s_g = 60$	$g = 40$	$\Delta c_g = -0,0001832918$

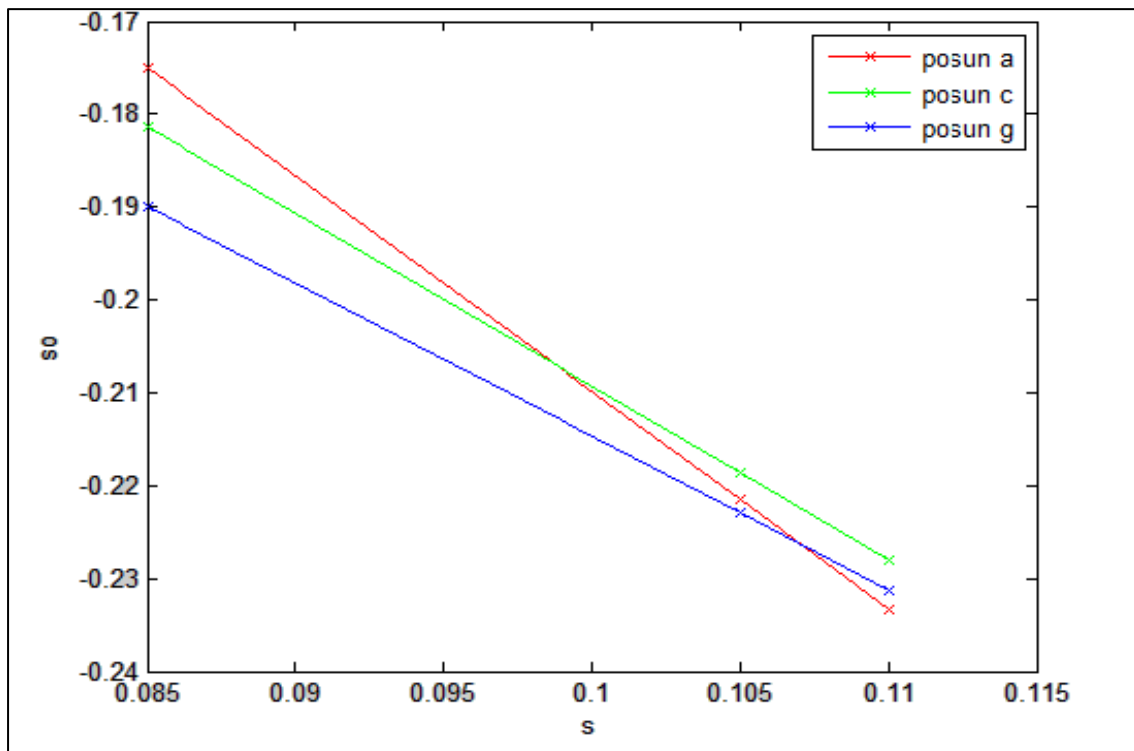
Tab.1: Data pro výpočet ohniskové vzdálenosti f' . Předmětové vzdálenosti s_a, s_c, s_g jsou měřeny od zdroje a referenční poloha je $s_R = 100 \text{ mm}$. Vzhledem ke zvolené znaménkové konvenci je parametr „a“ záporný.

Jak jsem psal v předchozí kapitole, tak by správnou volbou parametru R měla nastat situace, kdy pro všechny polohy čočky by měla být pro stejnou předmětovou vzdálenost stejná obrazová vzdálenost čočky. V mém případě je přibližná hodnota kalibračního poloměru křivosti $R = -700 \text{ mm}$ (viz Graf 6)

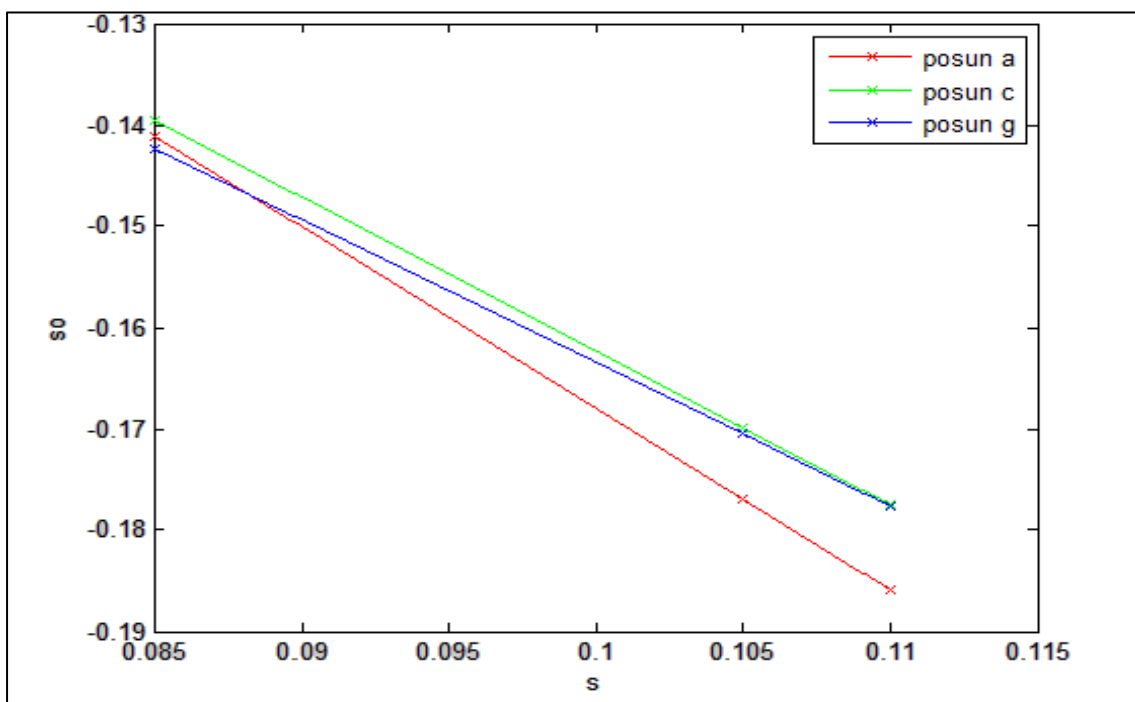


Graf 6: Závislost obrazové vzdálenosti s' na předmětové vzdálenosti s pro různé dvojice poloh čočky. Pro hodnoty s, s' dané průsečíkem přímek a, g je ohnisková vzdálenost $f' = 207 \text{ mm}$.

Z grafu vyplývá, že průběhy pro posuny a , c , g se sice protnou, tzn. nastává situace, kdy je pro stejnou předmětovou vzdálenost stejná obrazová vzdálenost čočky, ale pouze pro dvě polohy. Níže můžeme vidět, co se stane, změníme-li parametr R .



Graf 7: Závislost s' na s pro $R = -900$ mm. Pro hodnoty s, s' dané průsečíkem přímek a, g je ohnisková vzdálenost $f' = 203$ mm.



Graf 8: Závislost s' na s pro $R = -600$ mm. Pro hodnoty s, s' dané průsečíkem přímek a, g je ohnisková vzdálenost $f' = 219$ mm.

Změnou parametru R bych měl být schopen docílit toho, aby se mi všechny tři křivky protnuly v jednom bodě. Ukazuje se, že změnou parametru R (v rozumných mezích) nelze docílit toho, aby se všechny tři křivky protnuly v jednom bodě. Rovněž jsou příliš velké změny hodnot s, s' neschůdnost vyhodnocování podle původních představ. Když R měním o velké hodnoty, tak se křivky se protínají pro takové hodnoty s, s' , které jsou viditelné mimo uspořádání naší sestavy.

Bližší rozbor našeho uspořádání ukazuje, že studovaná metoda je v našem případě značně citlivá na nejistotu měření změn křivosti.

Pokud proto nebudeme chtít uvedený postup využívat pro zpřesnění hodnoty poloměru referenční vlnoplochy (kdy odhad s využitím přímého měření na lavici je zatížen menší nejistotou, než jakou má provedené měření), můžeme pro určení ohniskové vzdálenosti využít hodnot změn křivosti pro krajní polohy čočky a předmětu. V takovém případě je naše měření zatíženo nejistotou kolem 8 %. Tato nejistota v určení ohniskových vzdáleností je bohužel větší než očekávaná změna ohniskové vzdálenosti pro různé vlnové délky, a proto další výsledky získané měření v červeném a modrém pásmu nebyly do práce zařazeny.

Ukázalo se, že metoda měření ohniskové vzdálenosti pomocí Shack-Hartmannova senzoru založená na principu Abbeovy metody, kterou jsem navrhoval, je uskutečnitelná, s tím omezením, že křivost dopadající vlny změříme ve třech polohách čočky a poloměr kalibrační vlnoplochy se odhadne nebo určí jiným způsobem.

6. Závěr

Tato bakalářská práce byla zaměřena na návrh metody pro měření ohniskové vzdálenosti. Prvním měřením, které jsem prováděl, byla kontrola závislosti měřené křivosti na intenzitě dopadajícího světla. Ukazuje se, že křivost je na intenzitě závislá nelineárně. Není úplně jasné, proč tomu tak je.

Hledal jsem proto možnost, jak tento jev eliminovat. Ukázalo se, že takovou možností by mohlo být určování změn křivosti. Změna křivosti je na intenzitě závislá mnohem méně než samotná křivost. Největší odchylka při tomto měření byla $0,0022 \text{ m}^{-1}$.

Mým dalším krokem již bylo ověření postupu pro konkrétní čočku pro tři vlnové délky – 470 nm , 525 nm , 630 nm . Pro získání zpřesněné hodnoty kalibračního poloměru křivosti se křivost vytvořené vlnoplochy měřila pro čtyři různé předmětové vzdálenosti.

Posledním úkolem bylo numerické vyjádření a výpočet ohniskové vzdálenosti pomocí jednoduchého algoritmu, který jsem napsal v programu MATLAB. Zde jsem použil data, která jsem získal z předchozího měření. Pro ilustraci jsem počítal pouze pro vlnovou délku $\lambda = 525 \text{ nm}$. Cílem bylo volbou poloměru křivosti R dosáhnout toho, aby se mi průběhy závislostí s' a s u všech tří dvojic poloh protuly v jednom bodě, tzn. že nastane situace, kdy pro všechny polohy čočky existuje stejná předmětová vzdálenost s a obrazová vzdálenost s' . V našem případě k protnutí nedošlo pro žádnou rozumnou zpřesněnou hodnotu kalibračního poloměru křivosti. K určení hodnoty ohniskové vzdálenosti je proto lépe provést měření křivosti vlnoplochy pouze ve třech polohách čočky a pro další výpočet využít dat ze stávající kalibrace Shack-Hartmannova senzoru nebo uplatnit jinou metodu určení poloměru kalibrační vlnoplochy.

7. Seznam použité literatury

- [1] Wu J.J., et al: *Focal length measurement based on Hartmann-Shack principle*, Optik 123 (2012) p. 485-488
- [2] Rammage R. R., Neal D. R., Copland R. J.: *Application of Shack-Hartmann wavefront sensing technology to transmissive optic metrology*, SPIE 2002 4779-27
- [3] Hrázdila, Štěpán: *Princip činnosti a použití Shack-Hartmannova senzoru vlnoplochy*, diplomová práce, Univerzita Palackého v Olomouci, 2013
- [4] Malacara, D.: *Optical shop testing*. 3rd edition. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, p. 385, 2007
- [5] Rocktäschel M., Tiziani, H. J.: *Limitations of the Shack–Hartmann sensor for testing optical aspherics*, Optics & Laser Technology 34 (2002) p. 631–637
- [6] Mikš, A., Novák, J.: ČVUT Praha, dostupné z:
http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/matlab03/miks3.pdf
- [7] Palatka, M.: *Metody návrhu zobrazovacích soustav*, Olomouc, 2016
- [8] Pokorný P., Mikš, A.: *Metody měření ohniskových vzdáleností optických soustav – I*, JMO 60 (2015) str. 256-261
- [9] Pokorný, P. Mikš, A.: *Metody měření ohniskových vzdáleností optických soustav – II*, JMO 60 (2015) str. 283-287

8. Seznam příloh

Přílohy na CD:

- Text práce.....BP_Avrat.pdf
- Výpočetní algoritmus.....program_vypoctu_f.m
- Naměřená data.....data_f.ods