



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

**DISPERZNÍ RELACE MAGNONICKÝCH KRYSTALŮ S  
NETRIVIÁLNÍ PROSTOROVOU DISTRIBUCÍ MAGNETICKÉ  
ANIZOTROPIE**

DISPERSION RELATION OF MAGNONIC CRYSTALS WITH NONTRIVIAL SPATIAL DISTRIBUTION OF  
MAGNETIC ANISOTROPY

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Ondřej Wojewoda**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Lukáš Flajšman**

**BRNO 2018**

## Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav fyzikálního inženýrství  
Student: **Ondřej Wojewoda**  
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství  
Studijní obor: Fyzikální inženýrství a nanotechnologie  
Vedoucí práce: **Ing. Lukáš Flajšman**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Disperzní relace magnonických krystalů s netriviální prostorovou distribucí magnetické anizotropie**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Dynamika magnetizace s jejím podoborem magnonika je v současné době jedna z disciplín slibující zařízení pro budoucí logické obvody ve frekvenčním spektru v řádu terahertzů. K dosažení funkčnosti těchto obvodů, založených na magnonických zařízeních, je nutné navrhnout struktury se zakázaným pásem frekvencí, kde právě zakázaný pás frekvencí může být uměle vyvolán například periodickou prostorovou modulací aktivních vlastností magnetického média (magnetizace, tloušťka materiálu, ...). Klasický přístup spoléhá na litografické metody a z nich plynoucí takzvané dvoukomponentní magnonické krystaly, kde jedním z komponent je magnetický a druhým nemagnetický materiál. Pokročilé materiály, jako například metastabilní fcc železo na měděném substrátu, slibují netušené možnosti přímého zápisu magnetických struktur do nemagnetické matrice. Jednou z již prokázaných možností je téměř kontinuální modulace saturační magnetizace materiálu s rozlišením v řádu desítek nanometrů. Další poměrně nově zjištěnou možností přípravy magnonických krystalů je cílená prostorová změna směru magnetické anizotropie opět s rozlišením zápisu pod 100 nanometrů. Cílem bakalářské práce je využít těchto vlastností a studovat odezvu popsanych krystalů pomocí mikromagnetických simulací a tyto výsledky aktivně začlenit do úvah o magnonických logických obvodech.

**Cíle bakalářské práce:**

- 1) Provedte rešeršní studii mikromagnetických simulací s přihlédnutím k výpočtu disperzních relací magnonických krystalů.
- 2) Navrhněte vlastní algoritmus výpočtu disperzních relací magnonických struktur.
- 3) Aplikujte výše zmíněný algoritmus na magnonické krystaly s prostorovou modulací magnetizace a uniaxiální anizotropie.
- 4) Studujte lom spinových vln na rozhraní dvou magnetických materiálů se změnou magnetizace/anizotropie a navrhněte analytický/ numerický model popisující chování spinové vlny na rozhraní.

**Seznam doporučené literatury:**

NIKITOV, S. A., et al. Spin waves in periodic magnetic structures-magnonic crystals. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2001, 236, 320–330.

GUBBIOTTI, G., et al. Collective spin modes in monodimensional magnonic crystals consisting of dipolarly coupled nanowires. *Applied physics letters*. 2007, 90, 092503.

STIGLOHER, J., et al. Snell's Law for Spin Waves. *Physical review letters*. 2016, 117, 037204.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

---

prof. RNDr. Tomáš Šikola, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## Abstrakt

Magnonika je poměrně novým vědním oborem zabývajícím se spinovými vlnami, což jsou kolektivní excitace magnetizace. Základními stavebními prvky magnonických obvodů, které umožňují kontrolu nad disperzí spinových vln jsou magnonické krystaly. Jejich periodická struktura zapříčiní vznik komplexní pásové struktury s pásem zakázaných frekvencí. Periodické struktury lze klasicky dosáhnout modulací tloušťky materiálu nebo skokovou změnou saturační magnetizace. Předložená práce se zabývá teoretickým popisem disperzních relací magnonických krystalů, kde je periodicity systému dosahováno modulací směru uniaxiální magnetické anizotropie a kontinuální změnou saturační magnetizace. Pro lepší vzhled do chování spinových vln v prostředí se změnou magnetických vlastností je uvedena teorie popisující lom a odraz spinových vln na rozhraní, která byla dále ověřena numerickými simulacemi.

## Abstract

Magnonics is a novel field of research dealing with the physics of spin waves, which are collective excitations of a magnetization. Magnonic crystals, the basic building blocks of magnonic circuits, allow extended control over the spin-wave dispersion. The periodic structure of magnonic crystals results in the formation of a complex band structure with a gap of forbidden frequencies. Periodic structures are conventionally prepared by a local modulation of material thickness or by a step change of saturation magnetization. The presented work deals with the theoretical verification of dispersion relations of magnonic crystals, where the periodicity of the system is achieved by the modulation of the direction of uniaxial magnetic anisotropy and by continuous change of saturation magnetization. For a better insight into the propagation of spin waves in a material with non-homogeneous magnetic properties, a theory describing the refraction and reflection of spin waves at the interface is presented and further verified by numerical simulations.

## Klíčová slova

Spinové vlny, magnonika, analytické modelování, mikromagnetické simulace, Snellův zákon, magnonický krystal, disperzní relace, Damonův-Eshbachův mód

## Keywords

Spin waves, magnonics, analytical modeling, micromagnetic simulation, Snell's law, magnonic crystal, dispersion relation, Damon-Eshbach mode

WOJEWODA, O. *Disperzní relace magnonických krystalů s netriviální prostorovou distribucí magnetické anizotropie*. Brno; Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 47 s. Bakalářská práce. Vedoucí bakalářské práce Ing. Lukáš FLAJŠMAN.



Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Disperzní relace magnonických krystalů s netriviální prostorovou distribucí magnetické anizotropie* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Lukáše Flajšmana, s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Ondřej Wojewoda

## **Poděkování**

Kdybych zde měl vyjmenovat vše, za co vděčím svému vedoucímu, Ing. Lukáši Flajšmanovi, vydalo by to na novou kapitolu, proto jen ve zkratce: děkuji za vedení, kterému nelze vůbec nic vytknout, a děkuji za to, že udělal pro mě vždy fyziku zajímavou. Dále děkuji Ing. Michalu Urbánkovi, Ph.D. za všechny příležitosti, které mi poskytl. Děkuji také Ing. Igoru Turčanovi za přínosné debaty o magnonice a připomínky k této práci. Děkuji Ing. Marku Vaňatkovi za přivedení do skupiny magnetismu a uvedení do problematiky mikromagnetických simulací. Dále mu děkuji za připomínky a rady k této práci. Bc. Jiřině Jaskowiec děkuji za cenné poznámky a podněty, které vedly ke zvýšení kvality této práce. Mé díky patří také Ing. Michalu Staňovi Ph.D. za konstruktivní připomínky. Děkuji prof. RNDr. Jiřímu Petráčkovi, Dr. za pomoc při návrhu analytického modelu magnonických krystalů. Děkuji také prof. RNDr. Druckmüllerovi, CSc. za radu při navrhování algoritmu pro získání úhlu z mikromagnetické simulace. V neposlední řadě děkuji své rodině, a zvláště rodičům, za podporu a za to, že jsem se mohl plně věnovat studiu a psaní této práce.

Ondřej Wojewoda

Část práce byla provedena za podpory výzkumné infrastruktury CEITEC Nano (ID LM2015041, MŠMT, 2016–2019) , CEITEC Vysoké učení technické v Brně.

# Obsah

Úvod	1
<b>1. Dynamika magnetizace</b>	<b>2</b>
1.1. Základní magnetické veličiny	2
1.2. Mikromagnetické energie	2
1.2.1. Výměnná energie	3
1.2.2. Zeemanova energie	3
1.2.3. Dipolární energie	3
1.2.4. Energie anizotropie	3
1.3. Efektivní pole	4
1.4. Dynamika magnetizace	6
1.5. Magnonika	7
1.5.1. Walkerova rovnice	7
1.5.2. Spinové vlny	8
Damonův–Eshbachův mód	9
Zpětné vlny	12
Vlny v rovině vzorku s obecným směrem externího pole	12
<b>2. Mikromagnetické simulace</b>	<b>14</b>
2.1. Metoda konečných diferencí	14
2.2. Metoda konečných prvků	14
2.3. MuMax <sup>3</sup>	14
2.4. Metoda nalezení disperzních relací za použití numerických simulací	16
2.5. Excitace	18
2.5.1. Vliv excitačního a detekčního pole na integrální hustotu stavů	18
<b>3. Snellův zákon pro spinové vlny</b>	<b>21</b>
3.1. Analytický model lomu a odrazu na rozhraní	21
3.2. Vyhodnocení úhlu lomu a odrazu z numerických simulací	22
3.3. Rozhraní se změnou saturační magnetizace	23
3.4. Rozhraní se změnou směru uniaxiální magnetické anizotropie	25
<b>4. Magnonické krystaly</b>	<b>27</b>
4.1. Analytický model	27
4.2. Krystal s modulovanou saturační magnetizací	29
4.3. Krystal s modulovanou anizotropií	35
4.4. Magnonický krystal jako filtr frekvencí	40
<b>Závěr</b>	<b>41</b>

Literatura	43
Seznam použitých zkratek	47
A. Analytický výpočet disperzní relace magnonického krystalu	i
B. Používané konstanty	iii

# Úvod

Podle současných odhadů by již v roce 2045 mohla být spotřeba elektrické energie v logických obvodech stejná jako je její současná celková produkce [1]. Navíc zákon postulovaný Moorem v roce 1965 [2], který říká, že hustota tranzistorů v integrovaných obvodech se zdvojnásobí každé dva roky, naráží na fyzikální limity materiálů a technologií [3]. Z těchto důvodů je třeba vyvinout nový systém, který nahradí současný systém založený na doplňujících se kov-oxid-polovodič (CMOS z angl. *Complementary Metal-Oxide Semiconductor*) obvodech.

Jedním z možných kandidátů, s potenciálem nahradit CMOS technologii, jsou zařízení založené na manipulaci se spinovými vlnami. Spinová vlna je vlna kolektivní oscilace magnetizace v magnetickém materiálu. Kvazičástice těchto oscilací se nazývá magnon.

Spinové vlny slibují zpracování dat s velmi nízkou energetickou náročností, protože při šíření těchto vln se nepohybují žádné elektrické náboje, a tedy nedochází k podobné ztrátě energie jako je Joulovo teplo v elektrických obvodech. Typické frekvence spinových vln se pohybují v řádu gigahertzů až terahertzů. Při těchto frekvencích jsou vlnové délky spinových vln v řádu desítek až stovek nanometrů, což je až o pět řádů méně než elektromagnetické vlny při stejných frekvencích. Tato vlastnost umožňuje miniaturizaci obvodů i při velmi vysokých frekvencích. Další slibnou aplikací spinových vln mohou být neuronové sítě [4].

Momentálně jsou spinové vlny intenzivně zkoumány v analogii s fotonickými krystaly. Dochází k transferu základních myšlenek z fotoniky i do systému spinových vln. Jedním z příkladů je index lomu. Na základě znalosti indexu lomu a chování spinových vln můžeme navrhnout materiál se zakázaným pásem frekvencí, což znamená, že určitým frekvencím je zakázáno propagovat se skrz materiál. Díky zakázanému pásu frekvencí můžeme vytvořit frekvenční filtr, logické prvky řízené elektrickým proudem [5] nebo sestavit tranzistor [6]. Zakázaného pásu frekvencí docílíme periodickou změnou magnetických vlastností, běžně označovanou jako magnonický krystal. Tohoto lze docílit buď změnou tloušťky materiálu, střídáním dvou materiálů, změnou externího pole nebo úplným odstraněním materiálu. Nové možnosti přípravy metastabilního fcc železa v laboratořích CEITEC VUT dovolují provést periodickou změnu směru uniaxiální magnetické anizotropie, či kontinuálně měnit saturační magnetizaci, což rozšiřuje možnosti návrhu a stavby magnonických krystalů [7].

V první kapitole předložené práce provedeme rešerši na dynamické chování magnetizace. Budeme předpokládat řešení mikromagnetických rovnic ve formě rovinných vln. Podrobně vyšetříme chování spinových vln ve dvourozměrných rozlehlých tenkých vrstvách. Ve druhé kapitole představíme rešerši na mikromagnetické simulace a uvedeme námi vyvinutý algoritmus na získání disperzních relací z těchto simulací. Třetí část se zabývá ději na rozhraní dvou magnetických prostředí. Nejdříve představíme analytický model s využitím podmínek spojitosti tangenciální složky magnetizace na rozhraní. Dále ověříme předpovězené výsledky oproti numerickým simulacím. V poslední kapitole se věnujeme magnonickým krystalům. Představíme námi vyvinutý analytický model využitelný na výpočet disperzních relací a předpovězení zakázaných frekvenčních páسů pro jednorozměrné magnonické krystaly. S pomocí tohoto modelu a postupu představeného ve druhé kapitole předpovíme chování magnonických krystalů vyvíjených v laboratořích CEITEC VUT.

# 1. Dynamika magnetizace

Spinové vlny jsou jedním z projevů dynamiky magnetizace, kde teoretický popis byl budován v průběhu 20. století. K této problematice se přistupuje v mezoskopických<sup>1</sup> rozměrech. Tato teorie mikromagnetismu je založena na popisu magnetizace jako kontinua, ale využívá výsledků kvantové mechaniky. V této kapitole se zaměříme na dynamické chování tohoto kontinua.

## 1.1. Základní magnetické veličiny

Popsat elektromagnetismus v makroskopických rozměrech je možné pomocí Maxwellových rovnic. Jedná se o čtyři parciální diferenciální rovnice, které jsou navzájem propojeny skrz časové derivace. Pro popis systému s tzv. mezoskopickými rozměry se používá aproximace kontinuem. V infinitezimálně malém objemu popíšeme magnetizaci pomocí hustoty magnetického momentu  $\vec{M}$ , nazývaného magnetizací. Pokud tento vektor zintegrujeme přes objem feromagnetu, dostaneme vektor celkového magnetického momentu

$$\vec{m} = \iiint_V \vec{M} dV, \quad (1.1)$$

kde  $V$  je objem feromagnetu. Pro tuto veličinu potom platí [8, s. 269]

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (1.2)$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua,  $\vec{H}$  je vektor magnetické intenzity a  $\vec{B}$  je vektor magnetické indukce.

Vztah mezi magnetickou intenzitou a magnetizací je dán tenzorem susceptibility  $\hat{\chi}$  následovně

$$\vec{M} = \hat{\chi} \vec{H}. \quad (1.3)$$

## 1.2. Mikromagnetické energie

Ustálené stavy magnetického systému nalezneme jako stavy s minimální energií. Pro nalezení energiového minima budeme řešit problém hledání minima funkce popisující celkovou energii systému.

Celková energie mikromagnetického systému se skládá z několika příspěvků. Čtyři základní energiové příspěvky jsou následující: výměnná energie, Zeemanova energie, dipolární energie a energie anizotropie.

---

<sup>1</sup>Mezoskopická fyzika v magnetismu popisuje rozměry od 10 nm do jednotek mikrometrů.

### 1.2.1. Výměnná energie

Tato energie má původ v kvantově-mechanických interakcích mezi spiny. V mezoskopickém přiblížení ji zapíšeme jako

$$E_{\text{vým}} = A \iiint_V \left( \nabla \cdot \frac{\vec{M}}{M_s} \right)^2 dV, \quad (1.4)$$

kde  $A$  je výměnná konstanta a  $M_s$  je saturační magnetizace. Ve feromagnetických systémech ( $A > 0$ ) je preferováno paralelní zarovnání spinů. Naopak tomu je u antiferomagnetických systémů ( $A < 0$ ). Pokud v magnetickém systému uvážíme pouze tuto energii bude rozložení magnetizace vypadat jako na obrázku 1.1 a).

### 1.2.2. Zeemanova energie

Jedná se o energii magnetického momentu v externím poli. V mezoskopickém přiblížení můžeme Zeemanovu energii vyjádřit jako

$$E_Z = -\mu_0 \iiint_V \vec{M} \cdot \vec{H}_{\text{ext}} dV, \quad (1.5)$$

kde  $\vec{H}_{\text{ext}}$  je vektor intenzity externího pole. Z uvedené rovnice je patrné, že energie bude minimální, pokud magnetizace a externí pole zaujme stejný směr.

### 1.2.3. Dipolární energie

Dipolární energie má podobné rysy jako energie Zeemanova, ovšem s tím rozdílem, že zde je pole tvořeno samotným feromagnetikem (okolními magnetickými momenty). Dipolární energie je dána vztahem

$$E_d = -\frac{1}{2} \mu_0 \iiint_V \vec{M} \cdot \vec{H}_d dV, \quad (1.6)$$

kde  $\vec{H}_d$  je pole tvořené feromagnetikem. Vyjdeme-li z rovnice (1.2) a rozepíšeme  $\vec{H}$  na dvě složky a to  $\vec{H}_d + \vec{H}_{\text{ext}}$ , pak dostaneme  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H}_d + \vec{M} + \vec{H}_{\text{ext}})$ . Dále využijeme jednu z Maxwellových rovnic  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ . Po dosazení dostaneme

$$\nabla \cdot \vec{H}_d + \nabla \cdot \vec{H}_{\text{ext}} = -\nabla \cdot \vec{M}, \quad (1.7)$$

což nám dává návod k výpočtu tohoto pole. Pokud tuto energii uvážíme společně s výměnnou energií, rozložení magnetizace se změní, tak jak je zobrazeno na obrázku 1.1 b). Dipolární energie způsobí, že dojde k omezení tzv. magnetických nábojů (úměra  $\nabla \cdot \vec{M}$ ), čímž dojde k zmenšení rozptylového pole na krajích struktury. Pokud k tomu uvážíme i Zeemanovu energii, tak rozložení magnetizace bude vypadat stejně jako na obrázku 1.1 c).

### 1.2.4. Energie anizotropie

Energie anizotropie je dána strukturou krystalické mřížky materiálu. Vzhledem k uspořádání elektronových orbitalů v krystalu, vektor magnetizace preferuje určité směry, které nazveme snadnými směry. V nejjednodušším případě můžeme zavést např. uniaxiální anizotropii s jednou snadnou osou, tedy se dvěma směry minimální energie.

Uniaxiální anizotropie dobře popisuje energii například v hexagonálním krystalu. V tomto případě bude v krystalu pouze jedna snadná osa a energii anizotropie zapíšeme jako

$$E_{\text{anis}} = K_1 \sin^2 \vartheta + K_2 \sin^4 \vartheta + \dots, \quad (1.8)$$

kde  $K_i$  jsou konstanty uniaxiální anizotropie a  $\vartheta$  je úhel mezi magnetizací a snadnou osou. Pro vyšší  $i$  konstanta  $K_i$  velmi rychle konverguje k nule, a proto se ve většině výpočtů uvažuje pouze první člen.

Pro některé analytické výpočty je vhodné nahradit uniaxiální anizotropii ekvivalentním magnetickým polem. Velikost tohoto pole, při uvažování pouze prvního členu z rozvoje (1.8), je dána takto [9, s. 171]

$$H_{\text{anis}} = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s}, \quad (1.9)$$

kde směr anizotropního pole je shodný se směrem snadné osy. Pokud k předešlým energiím uvážíme i energii uniaxiální magnetické anizotropie, tak se rozložení magnetizace změní jako na obrázku 1.1 d), kde je vidět zvětšení domén s magnetizací ve směru snadné osy uniaxiální magnetické anizotropie.

### 1.3. Efektivní pole

Nyní, se znalostí energiových příspěvků, můžeme určit celkovou energii magnetického systému a poté i takzvané efektivní pole. Tímto polem popíšeme vliv všech interakcí na magnetizaci. Po uplynutí dostatečně dlouhé doby (za předpokladu nepřítomnosti vnějších proměnných vlivů a existence energií disipujících mechanismů) bude magnetizace srovnána přesně ve směru tohoto efektivního pole.

Celkovou energii systému nalezneme sečtením všech energetických příspěvků

$$E_{\text{cel}} = E_{\text{vým}} + E_Z + E_d + E_{\text{anis}} + E_o, \quad (1.10)$$

kde  $E_o$  představuje ostatní energie<sup>2</sup>. Nyní vyjádříme působení těchto energií jako efektivní pole, tedy

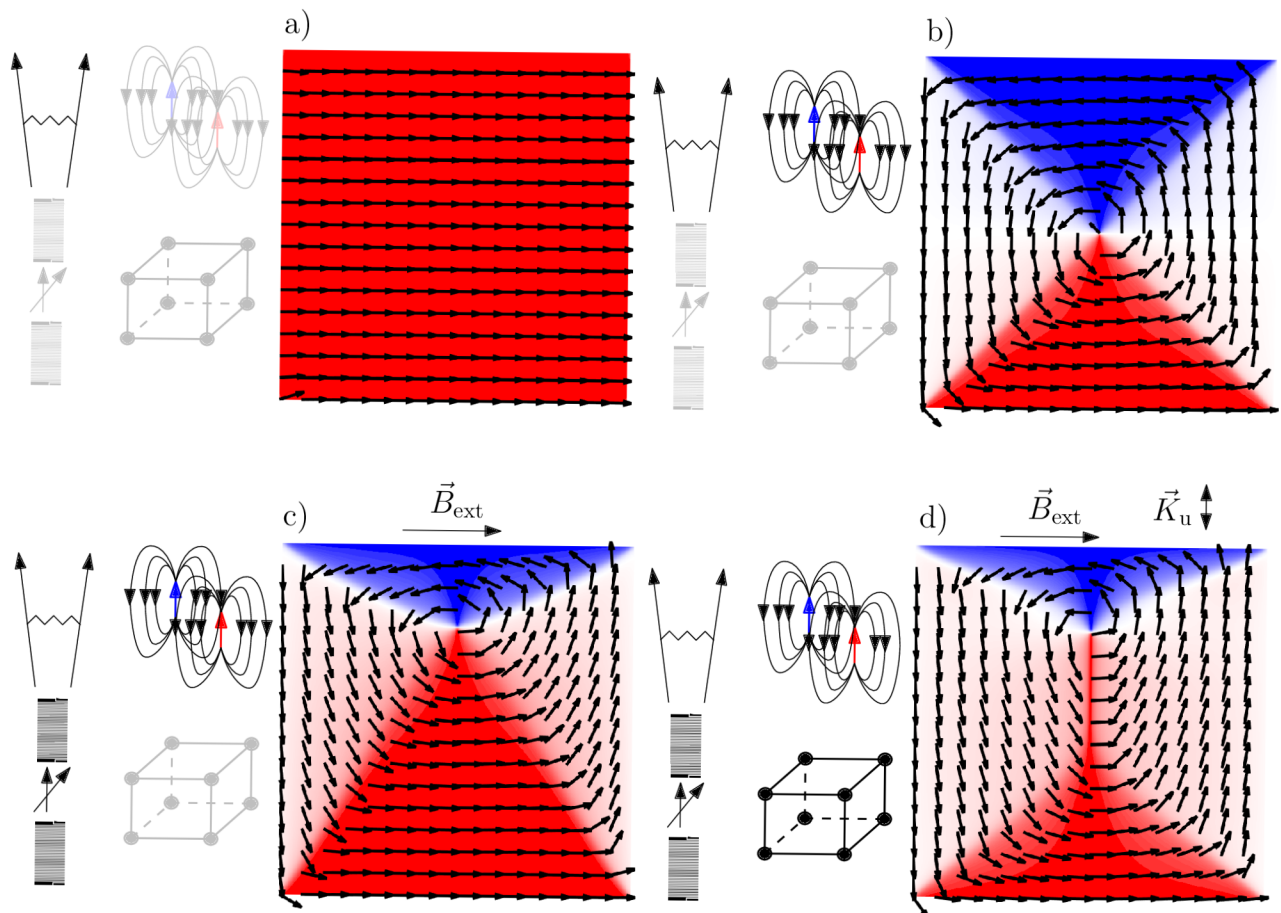
$$\vec{H}_{\text{ef}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_{\text{cel}}}{\partial \vec{M}}. \quad (1.11)$$

Výraz  $\partial E_{\text{cel}} / \partial \vec{M}$  odpovídá směrové derivaci ve směru magnetizace<sup>3</sup>. Tento výsledek umožňuje zjednodušit veškeré následující výpočetní postupy. Místo uvažování všech vlivů samostatně v průběhu odvozování stačí zohlednit pouze vliv jediného pole.

<sup>2</sup>Jako například energii mechanického napětí [10], Dzyaloshinskii-Moriya interakci [11] atd.

<sup>3</sup>Směrovou derivaci ve směru magnetizace můžeme zapsat jako  $(\nabla E_{\text{cel}} \vec{m}) \cdot \vec{m}$ .





**Obrázek 1.1:** Výsledky minimalizace energie ve feromagnetickém elementu s rozměry v řádu mikrometrů, v případě uvážení rozdílných energiových příspěvků. a) Pouze výměnná energie. b) Výměnná a dipolární energie. c) Výměnná, dipolární a Zeemanova energie, kde směr pole je dán vektorem nad elementem. d) Výměnná, dipolární, Zeemanova (směr pole je dán vektorem nad elementem) a anizotropní energie s uniaxiální anizotropií. Směr snadné osy je vyobrazen bivektorem nad elementem.

## 1.4. Dynamika magnetizace

Čistě energetický přístup představený v předchozí sekci umožňuje určit statické jevy, ale neumožňuje určit přechodné jevy a jevy ryze dynamické. Je tedy nutné nalézt takzvanou pohybovou rovnici magnetizace. V této pohybové rovnici využijeme právě nalezené efektivní pole.

Odvození základní rovnice dynamiky magnetizace vychází z kvantové mechaniky [12, 13]. Pro jeden spin platí následující Schrödingerova rovnice [14]

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = \langle [\vec{S}, \mathcal{H}_Z] \rangle, \quad (1.12)$$

kde  $\mathcal{H}_Z$  je hamiltonián Zeemanovy energie [12], který vypočítáme jako

$$\mathcal{H}_Z = -\frac{g\mu_B\mu_0}{\hbar} \vec{S} \cdot \vec{H}_{\text{ext}}, \quad (1.13)$$

kde  $g$  je Landého faktor,  $\mu_B$  je Bohrov magneton,  $\hbar$  je redukovaná Planckova konstanta,  $\vec{S}$  je vektor spinu. Rozepíšeme komutační závorky např. pro komponentu ve směru  $x$

$$[S_x, \mathcal{H}_Z] = \frac{g\mu_B\mu_0}{\hbar} (H_y[S_x, S_y] + H_z[S_x, S_z]). \quad (1.14)$$

Jelikož  $S_x$ ,  $S_y$  a  $S_z$  nekomutují, dostaneme

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z, \quad (1.15)$$

$$[S_y, S_z] = i\hbar S_x, \quad (1.16)$$

$$[S_z, S_x] = i\hbar S_y. \quad (1.17)$$

Tedy po dosazení do (1.14) dostaneme

$$[S_x, \mathcal{H}_Z] = \frac{g\mu_B\mu_0}{\hbar} i\hbar (H_y S_z - H_z S_y). \quad (1.18)$$

Po zopakování postupu pro zbylé dvě komponenty a dosazení do (1.12) získáme

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = \frac{g\mu_B\mu_0}{\hbar} (\langle \vec{S} \rangle \times \vec{H}). \quad (1.19)$$

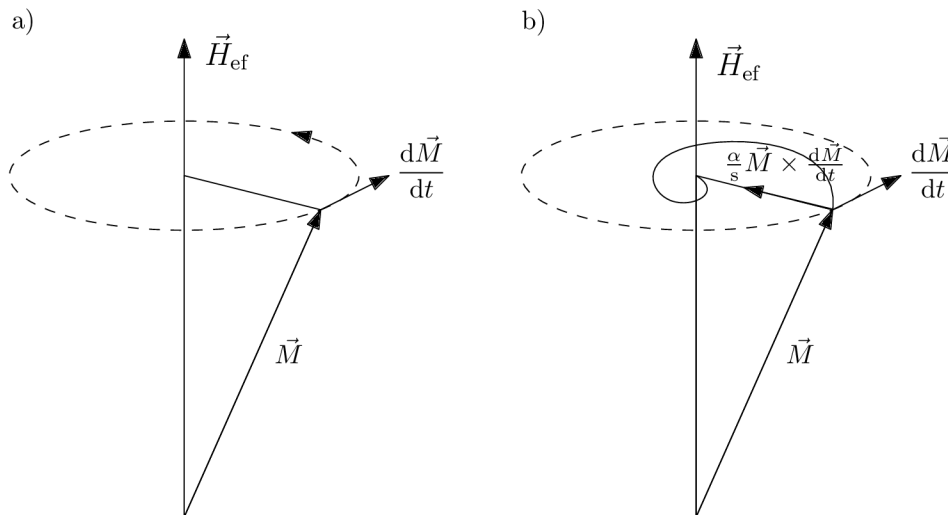
Při přechodu k mezoskopickému popisu a nahrazení  $\vec{H}$  za  $\vec{H}_{\text{ef}}$  dostaneme tzv. Landauovu-Lifšitzovu (LL) rovnici

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\mu_0 \vec{M} \times \vec{H}_{\text{ef}}, \quad (1.20)$$

kde  $\gamma$  je gyromagnetický poměr ( $\gamma = ge/2m_e$ ),  $g$  je Landého faktor,  $e$  je velikost elementárního náboje a  $m_e$  je hmotnost elektronu. Rovnice má tvar momentové rovnice. Vzhledem k neexistenci tlumení by se dle této rovnice magnetizace nikdy nesrovnala do směru efektivního pole a pouze kolem něj oscilovala. Tak, jak je vidět na obrázku 1.2 a). Proto Gilbert doplnil LL rovnici o fenomenologický tlumící člen, tedy celou rovnici zapíšeme jako

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\mu_0 \vec{M} \times \vec{H}_{\text{ef}} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}, \quad (1.21)$$

kde  $\alpha$  je konstanta tlumení. Konstanty  $\alpha$  a  $\gamma$  jsou materiálové parametry. Tato rovnice se nazývá Landauova-Lifšitzova-Gilbertova (LLG) rovnice a pohyb vektoru magnetizace dle ní je zobrazen na obrázku 1.2 b).



**Obrázek 1.2:** Pohyb makrospinu v efektivním magnetickém poli s počáteční výchylkou. a) Precese podle LL rovnice (1.20). b) Tlumená precese podle LLG rovnice (1.21). Převzato a upraveno z [15].

## 1.5. Magnonika

Pokud uvážíme řešení LL rovnice ve formě harmonických rovinných vln, zjistíme, že kolektivní oscilace magnetizace se může šířit materiálem jako vlna. V lineárních případech buzení<sup>4</sup> můžeme dynamiku magnetizace popsat pomocí rovinných vln. U této vlny máme poté definovanou jak frekvenci, tak i vlnovou délku a vztah mezi nimi je zcela určen disperzní relací. Ve všech případech šíření jsou vlny exponenciálně tlumené ve směru fázové rychlosti [16].

V následujícím textu popíšeme disperzní relace módů tenkých vrstev, které mají rovnovážný směr magnetizace v rovině vzorku.

### 1.5.1. Walkerova rovnice

Pro popis magnetostatických módů, což jsou módy, při kterých je vzorek plně saturován, se používá Walkerova rovnice. Tuto rovnici poprvé odvodil v roce 1957 Walker [17]. Magnetickou indukci a magnetickou intenzitu rozdělíme následovně

$$\vec{B}(t, \vec{r}) = B_{\text{ext}} \vec{e}_z + \vec{b}(t, \vec{r}), \quad (1.22)$$

$$\vec{H}(t, \vec{r}) = H_{\text{ext}} \vec{e}_z + \vec{h}(t, \vec{r}), \quad (1.23)$$

kde  $B_{\text{ext}}$  a  $H_{\text{ext}}$  jsou statické složky a  $\vec{b}$  a  $\vec{h}$  složky dynamické.

Vyjdeme z Maxwellových rovnic v magnetostatické aproximaci pro dynamické složky magnetické indukce a magnetického pole

$$\nabla \times \vec{h} = 0, \quad (1.24)$$

$$\nabla \cdot \vec{b} = 0. \quad (1.25)$$

Materiálový vztah mezi  $\vec{h}$  a  $\vec{b}$  je následující

$$\vec{b} = \hat{\mu} \vec{h}. \quad (1.26)$$

Tenzor  $\hat{\mu}$  vyjádříme jako

$$\hat{\mu} = \mu_0 (\hat{I} + \hat{\chi}), \quad (1.27)$$

<sup>4</sup>S malým budícím impulzem.

kde  $\hat{I}$  je jednotkový tenzor a  $\hat{\chi}$  je tenzor magnetické susceptibility. Pokud zanedbáme výměnnou interakci, anizotropii a uvážíme harmonickou časovou závislost ( $\sim e^{-i\omega t}$ ) dynamické složky magnetizace, můžeme  $\hat{\mu}$  zapsat jako<sup>5</sup>

$$\hat{\mu} = \mu_0 \begin{pmatrix} 1 + \chi & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \chi \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

kde

$$\chi = \frac{\omega_0 \omega_M}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (1.29)$$

$$\kappa = \frac{\omega \omega_M}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (1.30)$$

s  $\omega_0 = -\gamma\mu_0 H_0$  a  $\omega_M = -\gamma\mu_0 M_S$ . Nyní uvážíme potenciálové pole  $\psi$ . Pro toto pole musí platit (1.24) a zároveň platí vektorová identita  $\nabla \times (\nabla\psi) = 0$ , z čehož plyne

$$\vec{h} = -\nabla\psi. \quad (1.31)$$

Nyní s využitím rovnic (1.25), (1.26) a (1.31) dostaneme

$$\nabla \cdot (\hat{\mu} \cdot \nabla\psi) = 0. \quad (1.32)$$

Po dosazení do (1.32) z (1.28) získáme

$$(1 + \chi) \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0, \quad (1.33)$$

což nazveme Walkerovou rovnicí. Při řešení pro rovinnou vlnu, tedy  $\psi \sim e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$  dostaneme

$$(1 + \chi) (k_x^2 + k_z^2) + k_y^2 = 0. \quad (1.34)$$

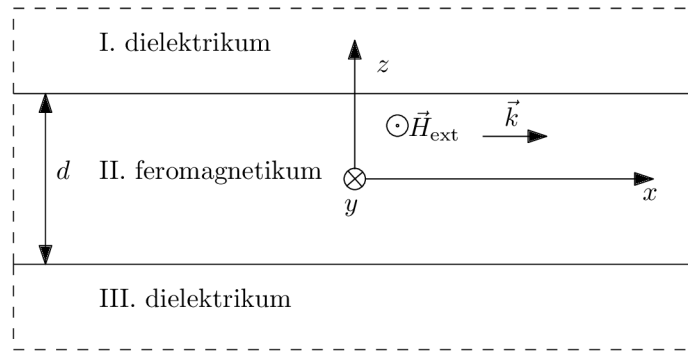
Tato rovnice dává do vztahu jednotlivé složky vlnového vektoru.

### 1.5.2. Spinové vlny

Jelikož je vlna šířící se v materiálu tvořena zejména spinovým momentem vžil se pro vlny magnetizace název spinové vlny. Při korpuskulárním popisu nazveme kvazičástici energie tohoto vlnění magnonem. Tato vlna se může šířit ve více geometriích vzhledem k směru šíření a směru externího pole. Anizotropii v těchto výpočetních postupech nebudeme uvažovat, ale může být do výpočtu přidána jako součást efektivního pole.

---

<sup>5</sup>Bez ztráty na obecnosti budeme předpokládat, že je statická složka magnetizace plně saturovaná ve směru osy  $y$ .



**Obrázek 1.3:** Geometrie šíření spinové vlny v Damonově-Eshbachově módu. Jedná se o tenkou nekonečnou vrstvu feromagnetika, která je obklopena dielektrikem. Spinová vlna se šíří ve směru osy  $x$ . Externí magnetické pole je kolmé na směr šíření a leží v rovině vzorku.

### Damonův–Eshbachův mód

Tento mód poprvé odvodil Damon a Eshbach [18, 19], ovšem my budeme sledovat postup uvedený v [20, s. 162].

Pokud je směr přiloženého pole kolmý na směr šíření, tak hovoříme o Damonově–Eshbachově módu, nebo také o povrchových magnetostatických vlnách. Uvažme osy tak, jak jsou vyobrazeny na obrázku 1.3.

Vzhledem ke geometrii problému<sup>6</sup> budeme řešit pro oblast II (feromagnetikum) následující Walkerovu rovnici

$$(1 + \chi) (k_x^2 + k_z^2) = 0. \quad (1.35)$$

Řešení pro potenciál budeme předpokládat ve formě rovinných vln. Rovnice (1.35) může být splněna pouze pokud

$$(1 + \chi) = 0, \quad (1.36)$$

nebo

$$(k_x^2 + k_z^2) = 0. \quad (1.37)$$

Dále se budeme zabývat pouze druhou možností, která poskytuje netriviální řešení problému. Z rovnice (1.37) vyplývá

$$k_z^2 = -k_x^2. \quad (1.38)$$

Vzhledem k tomu, že požadujeme, aby se vlna šířila ve směru osy  $x$  musí být  $k_x$  reálné<sup>7</sup>, z čehož vyplývá, že  $k_z$  bude imaginární.

V oblastech I a II budeme předpokládat exponenciální útlum potenciálu. Tedy předpokládané řešení bude vypadat následovně:<sup>8</sup>

$$\psi_{\text{I}}(x, z) = C e^{-kz + ikx}, \quad (1.39)$$

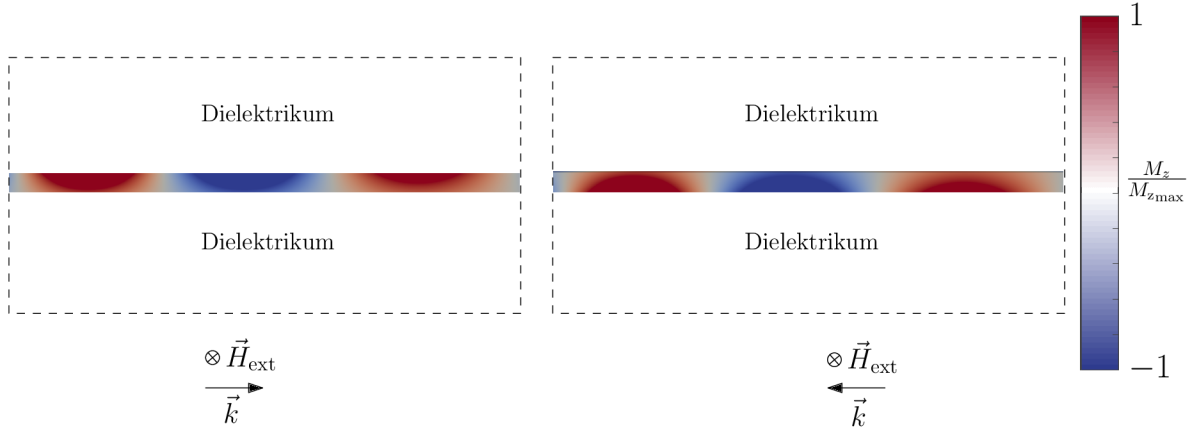
$$\psi_{\text{II}}(x, z) = (A e^{kz} + B e^{-kz}) e^{ikx}, \quad (1.40)$$

$$\psi_{\text{III}}(x, z) = D e^{kz + ikx}, \quad (1.41)$$

<sup>6</sup>Jelikož je problém nekonečný v ose  $y$ , tak se v této ose nemůžou šířit vlny.

<sup>7</sup>Vzhledem k později uvedeným rovnicím.

<sup>8</sup>Pro jednoduchost jsme provedli náhradu  $|k_z| = k_x \equiv k$



**Obrázek 1.4:** Na obrázku je zobrazena dynamická složka magnetizace  $m_z$ . Obrázek nalevo zobrazuje šíření vlny, kdy fázová rychlost směřuje doprava, zatímco na obrázku vpravo směřuje vlevo.

kde  $A, B, C, D$  jsou amplitudy rovinných vln. Nyní budeme požadovat spojitost potenciálu. Na rozhraní nám tento požadavek poskytne následující rovnice

$$C e^{-\frac{kd}{2}} = A e^{\frac{kd}{2}} + B e^{-\frac{kd}{2}}, \quad (1.42)$$

$$D e^{-\frac{kd}{2}} = A e^{-\frac{kd}{2}} + B e^{\frac{kd}{2}}. \quad (1.43)$$

Další podmínkou je spojitost kolmých složek magnetické indukce, plynoucí z okrajových podmínek Maxwellových rovnic. Složku  $b_z$  vyjádříme s pomocí (1.26) jako

$$b_z = i\mu_0\kappa h_x + \mu_0(1 + \chi)h_z. \quad (1.44)$$

Nyní dosadíme předpokládaná řešení potenciálu do (1.44) a dostaneme

$$C e^{-\frac{kd}{2}} = \kappa \left( A e^{\frac{kd}{2}} + B e^{-\frac{kd}{2}} \right) - (1 + \chi) \left( A e^{\frac{kd}{2}} - B e^{-\frac{kd}{2}} \right), \quad (1.45)$$

$$D e^{-\frac{kd}{2}} = -\kappa \left( A e^{-\frac{kd}{2}} + B e^{\frac{kd}{2}} \right) - (1 + \chi) \left( A e^{-\frac{kd}{2}} - B e^{\frac{kd}{2}} \right). \quad (1.46)$$

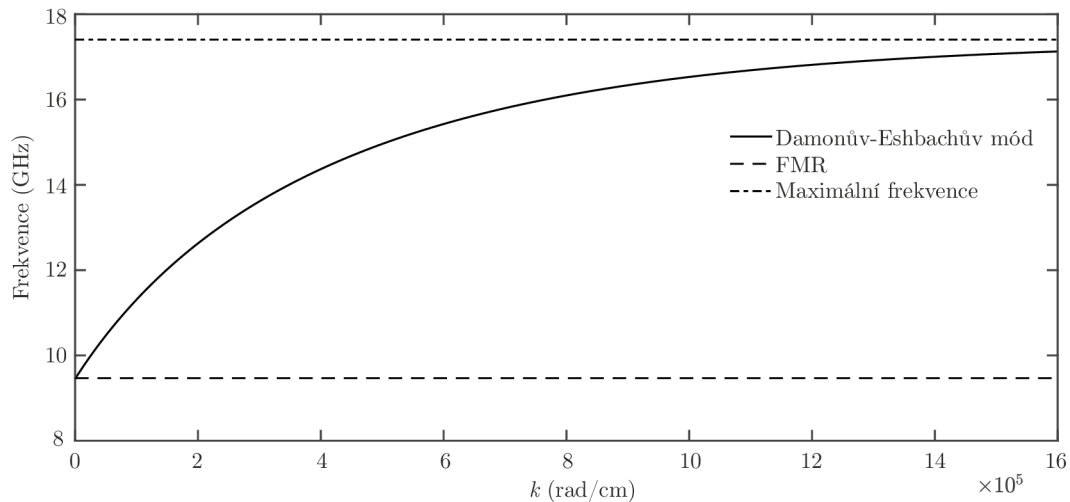
Dosazením (1.42) a (1.43) do (1.45) a (1.46) dostaneme

$$\begin{pmatrix} (\chi + 2 - \kappa) e^{\frac{kd}{2}} & -(\chi + \kappa) e^{-\frac{kd}{2}} \\ -(\chi - \kappa) e^{-\frac{kd}{2}} & (\chi + 2 + \kappa) e^{\frac{kd}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = 0. \quad (1.47)$$

Abychom získali netriviální řešení budeme požadovat, aby byl determinant matice nulový. Po úpravách a dosazení dostaneme

$$\omega^2 = \omega_0(\omega_0 + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2kd}), \quad (1.48)$$

tento vztah udává disperzní relaci spinové vlny, což je vztah mezi prostorovou a časovou frekvencí. Lze nahlédnout, že existuje minimální a maximální frekvence, jakých může spinová vlna v této geometrii dosáhnout.



**Obrázek 1.5:** Disperzní relace Damonova-Eshbachova módu. Tloušťka vrstvy byla 10 nm, saturační magnetizace  $830 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a externí pole 100 mT.

Z uvedených rovnic dále vyplývá, že vlna se šíří pouze po povrchu, a v ose  $z$  je exponenciálně tlumena. Povrch, po kterém se vlna šíří, je vybrán v závislosti na směru šíření a směru přiloženého externího pole tak, jak je zobrazeno na obrázku 1.4. Jelikož se při odrazu změní směr šíření, změní se i povrch po kterém se vlna šíří.

Derivací  $\frac{d\omega}{dk}$  disperzní závislosti  $\omega(\vec{k})$  můžeme získat grupovou rychlost šíření. Její velikost je dána

$$v_g = \frac{\omega_M^2 d}{4\omega e^{2kd}} \quad (1.49)$$

a směr je shodný se směrem šíření vlny. Se zvětšující se frekvencí spinové vlny, takže klesá grupová rychlost.

Pokud do vztahu (1.48) dosadíme  $k = 0$  dostáváme vztah pro feromagnetickou rezonanci (FMR), kde dochází ke kolektivní excitaci spinů bez prostorové závislosti, tedy

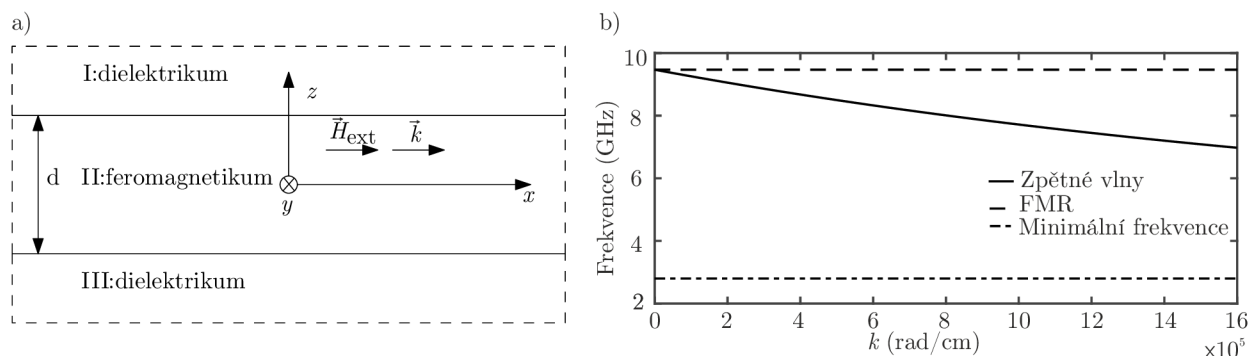
$$\omega_{\text{FMR}}^2 = \omega_0 (\omega_0 + \omega_M). \quad (1.50)$$

Maximální frekvenci zjistíme řešením limity, kdy  $k \rightarrow \infty$ , což vede na

$$\omega_{\text{max}}^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \omega_0 (\omega_0 + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2k d}) \right] = \frac{1}{4} (2\omega_0 + \omega_M)^2. \quad (1.51)$$

Průběh disperzní relace je zobrazen na obrázku 1.5.





**Obrázek 1.6:** a) Geometrie šíření spinových vln v módu zpětných vln. Jedná se o tenkou nekonečnou vrstvu feromagnetika, které je obklopeno dielektrikem. Spinová vlna se šíří ve směru osy  $x$ . Externí magnetické pole je shodné se směrem šíření. b) Disperzní relace zpětného módu. Tloušťka vrstvy byla 10 nm, saturační magnetizace  $830 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a externí pole 100 mT.

### Zpětné vlny

Druhý případ bude mít shodný směr externího pole se směrem šíření vlny. Odvození lze najít například v [20, s. 158]. Uvažme situaci, tak jak je zobrazena na obrázku 1.6 a).

Závislost lze odvodit obdobným způsobem jako Damonův-Eshbachův mód. Disperzní relace je dána

$$\omega^2 = \omega_0 \left[ \omega_0 + \omega_M \left( \frac{1 - e^{-kd}}{kd} \right) \right]. \quad (1.52)$$

Po dosazení a vyřešení limity pro  $k \rightarrow 0$  dostáváme opět vztah (1.50). Pokud uvažíme  $k \rightarrow \infty$  dostaneme vztah pro minimální frekvenci, tedy

$$\omega_{\min}^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \omega_0 \left[ \omega_0 + \omega_M \left( \frac{1 - e^{-kd}}{kd} \right) \right] \right] = \omega_0^2. \quad (1.53)$$

Disperzní relace tohoto módu je zobrazena na obrázku 1.6 b). Jak lze v disperzní relaci vidět, grupová a fázová rychlost při tomto módu mají rozdílné znaménko, takže se jedná o zpětný mód.

### Vlny v rovině vzorku s obecným směrem externího pole

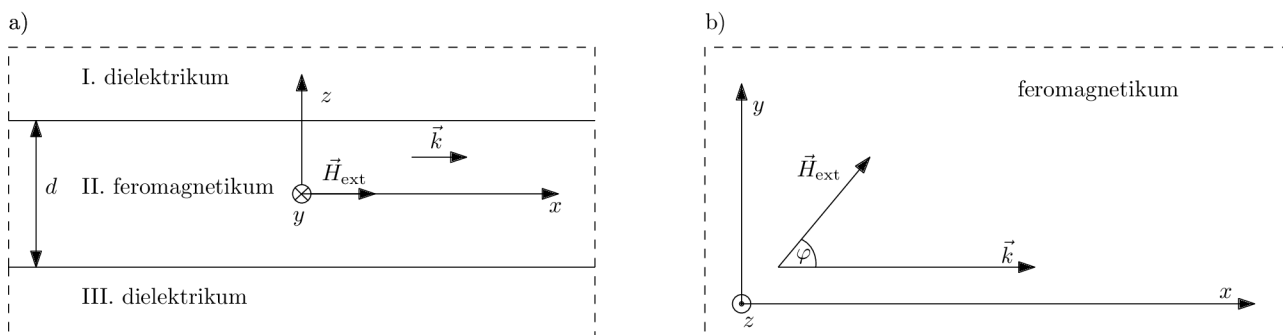
Předchozí dva vztahy umožňují vypočítat disperzní relaci pro krajní případy šíření (pro kolmý směr šíření na externí pole a směr šíření shodný se směrem externího pole). V roce 1986 odvodili Kalinikos a Slavin [21] obecný vztah pro disperzi spinových vln v rovině vzorku pro libovolné okrajové podmínky i libovolný směr efektivního pole. V této práci vycházíme ze speciálního případu, kdy jsou všechny povrchové spiny uchyceny, tedy jsou plně statické [22]. Tuto disperzní relaci zapíšeme jako

$$\omega^2 = \omega_0 (\omega_0 + \omega_M F_{00}), \quad (1.54)$$

kde  $F_{00}$  vypočítáme jako

$$F_{00} = 1 + P_{00} \left[ (1 - P_{00}) \frac{\omega_M}{\omega_0} \sin^2(\varphi) - \cos^2(\varphi) \right] \quad (1.55)$$





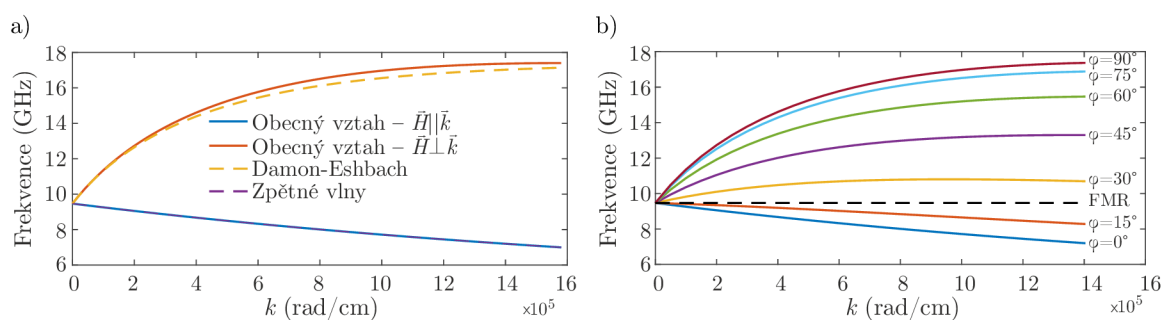
**Obrázek 1.7:** Geometrie šíření spinové vlny v obecném směru v rovině vzorku. Jedná se o tenkou nekonečnou vrstvu feromagnetika, která je obklopena dielektrikem ve směru  $z$ . Spinová vlna se šíří ve směru osy  $x$ , zatímco externí pole má obecný směr v rovině nákresu. a) je geometrie zobrazena v řezu. b) Pohled shora na feromagnetikum.

a)  $P_{00}$

$$P_{00} = 1 - \frac{1 - e^{-kd}}{kd}. \quad (1.56)$$

Úhel  $\varphi$  je svírán mezi vektorem  $\vec{k}$  a  $\vec{H}_{\text{ext}}$ , tak jak je zobrazeno na obrázku 1.7 b). Pohled z boku v řezu je zobrazen na obrázku 1.7 a).

Na obrázku 1.8 a) je zobrazeno porovnání speciálních případů s obecným vztahem. Pozorujeme, že při šíření rovnoběžném s externím polem dává obecný vztah zcela shodný výsledek s módem zpětných vln. Pro Damonovu-Eshbachovu geometrii pozorujeme menší odchylku pro vyšší vlnové čísla. Obrázek 1.8 b) ukazuje disperzní relace pro různé úhly mezi polem a směrem šíření. Lze nahlédnout, že pro určitý úhel dojde ke změně směru grupové rychlosti spinové vlny. Pro malé změny úhlu v okolí Damonova-Eshbachova módu jsou změny v disperzní relaci menší než v okolí módu zpětných vln.



**Obrázek 1.8:** a) Disperzní relace obecného vztahu v porovnání k mezním případům. b) Disperzní relace pro různé úhly  $\varphi$ . Pro oba výpočty byly využity následující parametry. Tloušťka vrstvy byla 10 nm, saturační magnetizace  $830 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a externí pole 100 mT.

## 2. Mikromagnetické simulace

Rovnici (1.21) lze analyticky řešit jen pro speciální případy geometrií a podmínek, proto přichází na řadu numerické řešení s konečnou velikostí buněk. Pro tento účel je potřeba rozdělit prostor na diskrétní elementy, ve kterých bude rovnice vyčíslena. K tomu se nejčastěji využívají dvě metody, a to metoda konečných diferencí a metoda konečných prvků.

### 2.1. Metoda konečných diferencí

Principem této metody je rozdělení prostoru na pravidelnou mřížku s ekvidistantním krokem, tak jak je zobrazeno na obrázku 2.1 a). Jelikož se tato práce zejména zabývá vyhodnocováním mikromagnetických simulací pomocí diskrétní Fourierovy transformace, kdy je ekvidistantní krok nutností, je tato metoda ideální.

Problémem této metody je popis zakřivených geometrií (např. čočka, koule), kdy zakřivení může v určitých oblastech úplně vymizet. Tato metoda je pro mikromagnetické simulace implementovaná například v programu OOMMF [23], nebo MuMax<sup>3</sup> [24], který je v této práci použit. Komentovaný výpočet LL rovnice na 70 řádcích v programovacím jazyku Python s využitím balíčku NumPy [25] je uveden v [26].

### 2.2. Metoda konečných prvků

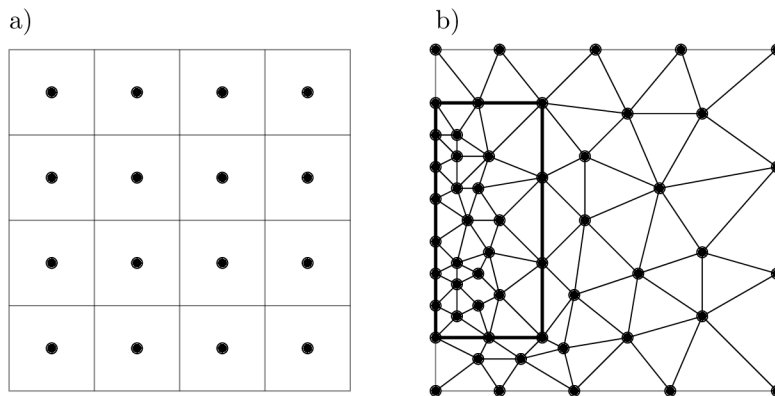
Při použití této metody rozdělíme prostor na prvky s nepravidelnou distribucí v prostoru. Nejčastěji používaným dělením jsou trojúhelníky, ale mohou být použity i např. čtyřúhelníky. Výhodou této metody je, že lze v definovaných oblastech změnit průměrnou velikost prvků. Příklad rozdělení prostoru s využitím trojúhelníků s oblastmi s menší průměrnou velikostí je zobrazeno na obrázku 2.1 b).

Pro vyhodnocení výsledků je většinou potřeba výsledky převést do pravidelné mřížky. K tomu lze využít například lineární interpolaci. Nepravidelné dělení prostoru je pro některé geometrie vykoupeno větší výpočetní náročností. Metoda je pro LLG implementována například v programu NMag [27].

### 2.3. MuMax<sup>3</sup>

Pro simulace jsme vybrali metodu konečných diferencí implementovanou v programu MuMax<sup>3</sup>. Tento program využívá pro některé výpočty grafickou kartu (s pomocí CUDA technologie vyvíjenou společností NVIDIA [28]), což umožňuje řádově snížit výpočetní čas oproti přístupu s použitím pouze procesoru.

Problém se definuje s použitím programovacího jazyku Go [29] a API [30], kde nadefinujeme materiálové konstanty, geometrii vzorku, dělení prostoru a časově závislé externí pole. Pro



**Obrázek 2.1:** Zobrazení diskretizace pomocí metody konečných diferencí a) a metody konečných prvků b) ve dvoudimenzionálním problému. Plné kruhy označují místa, kde je rovnice vyčíslena. Tlustou čarou je v obrázku b) označena oblast, ve které je jemnější dělení prostoru.

výstup a vstup prostorově závislých veličin se využívá standardní formát pro mikromagnetické simulace a to OVF<sup>1</sup> [31].

Pro výpočet LLG rovnice (1.21) se využívají implementace metody Runge-Kutta. Časový vývoj se řeší pomocí metody Dormand-Prince. Pro nalezení stavu s minimální energií program využívá metodu Bogacki-Shampine, která pro tento případ konverguje asi dvakrát rychleji než Dormand-Prince.

Jedním z problémů při řešení mikromagnetických problémů je výpočet dipolárního pole [rovnice (1.7)]. V případě řešitele MuMax<sup>3</sup> je implementována metoda výpočtu na základě konvoluce.

Dipolární pole je počítáno jako konvoluce magnetizace a demagnetizačního tenzoru [24]

$$\vec{H}_d^i = \frac{1}{\mu_0} \hat{N}^{i,j} * \vec{M}^j. \quad (2.1)$$

Tento výpočet je proveden pomocí rychlé Fourierovy transformace s využitím konvolučního teorému. Demagnetizační tenzor je vypočítán s využitím numerické integrace a předpokladu, že magnetizace je v buňce konstantní. Vztah pro výpočet demagnetizačního tenzoru je

$$\hat{N}^{i,j} = \frac{1}{d_x d_y d_z} \iiint_{\Omega} \iiint_{\Omega'} -\frac{1}{4\pi} \nabla \nabla' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left( \sum_k (i_k - j_k) d_k \vec{e}_k + \vec{r} - \vec{r}' \right) d\vec{r}' d\vec{r}, \quad (2.2)$$

kde  $d_k$  je velikost buňky ve směru  $x, y$  nebo  $z$ .  $\Omega$  je oblast jedné buňky,  $\vec{r}$  je vektor polohy buňky, nečárkovaná soustava odpovídá buňce, pro kterou je tenzor počítán, zatímco soustava s čárkou odpovídá referenční buňce. Tento přístup se nazývá metoda konstantní magnetizace [32]. Celý výpočet demagnetizačního tenzoru probíhá na procesoru.

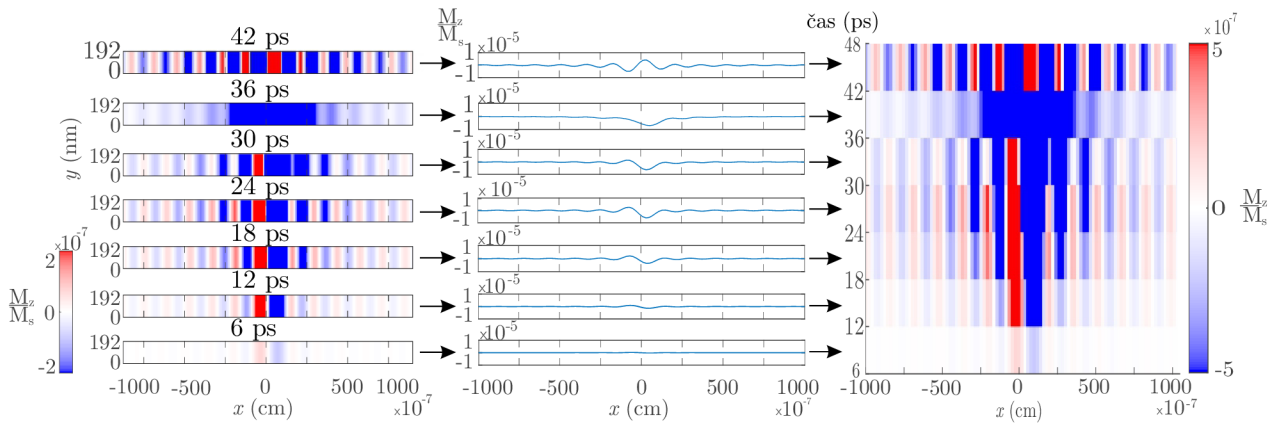
Vliv výměnné energie je v simulacích zaveden pomocí efektivního pole tvořeného 6 nejbližšími sousedy, tedy

$$\vec{H}_{\text{vým}} = \frac{2}{\mu_0} \frac{A}{M_s} \sum_{i=1}^6 \frac{\vec{m}_i - \vec{m}}{d_i}, \quad (2.3)$$

kde  $m_i$  je normovaná magnetizace sousední  $i$ -té buňky a  $d_i$  je velikost buňky ve směru souseda  $i$ . Přičemž suma prochází šest nejbližších sousedů. Pokud se mění materiálové parametry mezi buňkami, tak je pro výpočet použit jejich harmonický průměr.

<sup>1</sup>Binární formát pro ukládání vektorových polí.

## 2.4. METODA NALEZENÍ DISPERZNÍCH RELACÍ ZA POUŽITÍ NUMERICKÝCH SIMULACÍ



**Obrázek 2.2:** Obrázek zachycuje vytvoření časoprostorové mapy pro Fourierovu transformaci. Na prvním obrázku je výstup ze simulace, tedy dvoudimenzionální rozložení magnetizace pro různé časy. Grafy uprostřed představují zprůměrovaná jednodimenzionální data. Na posledním obrázku je již mapa, která by mohla být použita jako vstup pro výpočet disperzní relace.

Pole uniaxiální anizotropie je do simulace zavedeno pomocí anizotropního pole (1.9), tedy

$$H_{\text{anis}} = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s}. \quad (2.4)$$

Směr tohoto pole je shodný se směrem snadné osy.

## 2.4. Metoda nalezení disperzních relací za použití numerických simulací

Pokud je geometrie problému složitější, je často velmi obtížné najít disperzní relaci systému analytickou cestou. Je ovšem možné na tomto systému provést numerickou simulaci a z ní následně získat disperzní relace.

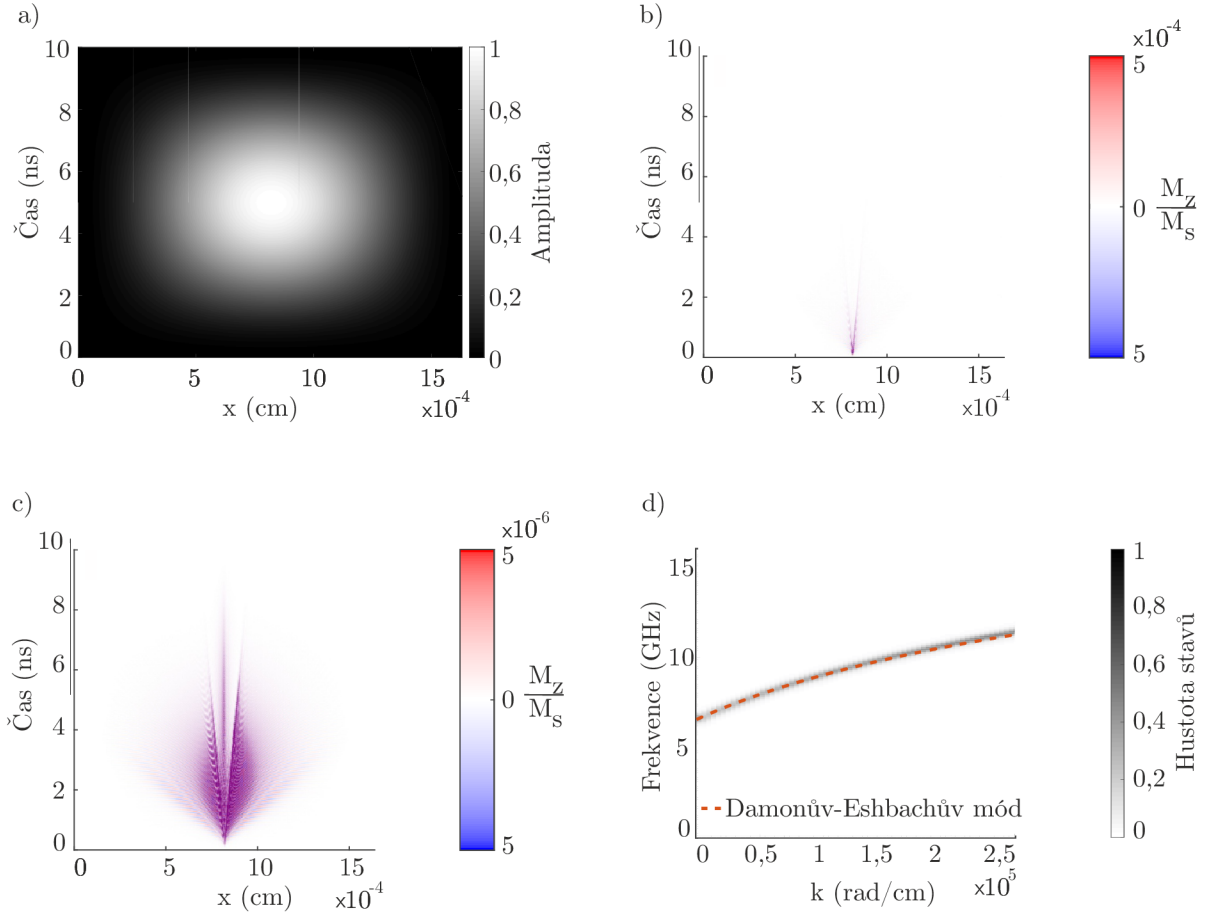
Pro dosažení dobrého rozlišení disperzních relací vln s nízkou prostorovou frekvencí je nutné zvolit co nejdelší geometrii ve směru šíření spinové vlny. Ekvivalentní přístup platí pro rozlišení i v časové oblasti. Z důvodu výpočetní náročnosti není možné nadefinovat rozměrově stejnou geometrii jako v experimentu. Z tohoto důvodu zvolíme dvourozměrné periodické okrajové podmínky v rovině vzorku<sup>2</sup>.

Pro určení disperzních relací volíme následující postup. Nadefinujeme problém pro výpočet pomocí numerické simulace a zvolíme vhodnou excitaci s časovým i prostorovým vývojem. Z numerických simulací uložíme rozložení magnetizace v prostoru a čase ve vrchní vrstvě<sup>3</sup>. Tímto získáme třírozměrnou matici, kde dva rozměry jsou prostorové a jeden časový. Vzhledem k symetrii problému nepředpokládáme prostorový vývoj ve směru kolmém na směr šíření spinové vlny, a proto v tomto směru zprůměrujeme magnetizaci. Tímto postupem získáme dvourozměrnou matici. Tuto matici nazveme časoprostorovou mapou, a označíme  $\hat{\Gamma}$ . Celý proces je schematicky znázorněn na obrázku 2.2. Na ose  $y$  je čas a na ose  $x$  prostorová souřadnice ve směru šíření vlny. Výsledek pro referenční geometrii je zobrazen na obrázku 2.3 b).

<sup>2</sup>Počet opakování byl volen tak, aby simulace Damonova-Eschbachova módu odpovídala analytickému modelu s dostatečnou přesností.

<sup>3</sup>Vrchní vrstva byla vybrána, protože v experimentu tvoří největší část signálu.

## 2.4. METODA NALEZENÍ DISPERZNÍCH RELACÍ ZA POUŽITÍ NUMERICKÝCH SIMULACÍ



**Obrázek 2.3:** a) Dvou rozměrné Hannovo okno. b) Časoprostorová mapa dynamické složky magnetizace. Tato mapa byla získána obdobně jako je zobrazeno na obrázku 2.2. c) Časoprostorová mapa dynamické složky magnetizace připravená před Fourierovou transformací, tedy zbavená lineárního trendu a s aplikovaným Hannovým oknem. d) Disperzní relace tenké magnetické vrstvy systému s analytickým výpočtem dle rovnice (1.48). Simulovanou geometrií byla rozlehlá 2D tenká vrstva. Vzhledem k ilustrativnímu charakteru neuvádíme parametry simulace.

Abychom omezili artefakty diskrétní Fourierovy transformace provedeme s prostorovou mapou několik operací. První úpravou je vynásobení matice  $\hat{\Gamma}$  oknem prvek po prvku

$$\hat{\Gamma}_{\text{win}}^{i,j} = \hat{\omega}^{i,j} \hat{\Gamma}^{i,j}. \quad (2.5)$$

Matici  $\hat{\omega}$  jsme zvolili jako tzv. Hannovo okno, tedy

$$\hat{\omega} = \sin^2\left(\frac{\pi i}{N_x - 1}\right) \sin^2\left(\frac{\pi j}{N_y - 1}\right), \quad (2.6)$$

kde  $N_x, N_y$  představuje počet buněk v  $x, y$ . Tato funkce je zobrazena na obrázku 2.3 a).

Ve druhém kroku odstraníme lineární trendy. Pomocí metody nejmenších čtverců proložíme  $\hat{\Gamma}_{\text{win}}$  rovinou  $\hat{\Pi}$ . Následně tuto rovinu odečteme, tedy

$$\hat{\Gamma}_{\text{win+det}} = \hat{\Gamma}_{\text{win}} - \hat{\Pi}. \quad (2.7)$$

Výsledek po těchto operacích je zobrazen na obrázku 2.3 c).



Volitelným krokem je dekonvoluce. Touto operací získáme odezvou matici vzorku, bez vlivu excitačního signálu. Fourierův obraz excitačního pole použijeme jako rozptylovou funkci. Pro samotný algoritmus dekonvoluce jsme vybrali Wienerův filtr.

Získání disperzní relace provedeme dvourozměrnou Fourierovu transformaci. Pro tento účel byla vybrána rychlá Fourierova transformace. Výsledek pro referenční geometrii v Damonově-Eshbachově módu je zobrazen na obrázku 2.3 d).

## 2.5. Excitace

Na obrázku 2.3 d) byly spinové vlny excitovány dvourozměrným pulzem sinc v čase i prostoru. Tento přístup, vzhledem k frekvenčnímu spektru funkce sinc, poskytuje velmi dobré výsledky, ovšem z hlediska experimentu se jedná o postup velmi těžce proveditelný. Abychom přiblížili simulace experimentu, tak jsme pro excitaci rovněž využívali koplanární vlnovod, nebo anténu [34, s. 36].

Program MuMax<sup>3</sup> nedovoluje přímo definovat excitační signál s prostorovou závislostí, proto bylo pole od vodičů počítáno pomocí metody konečných prvků v programu FEMM [35]. Jelikož program MuMax<sup>3</sup> používá konečné diference byly výsledky výpočtu interpolovány tak, aby odpovídaly nastavení mikromagnetické simulace. Následně bylo pole importováno pomocí formátu OVF do programu MuMax<sup>3</sup> jako externí magnetické pole. Výpočet pole pro anténu je zobrazen na obrázku 2.4 a) a pro koplanární vlnovod je na obrázku 2.4 b).

Jak je vidět na obrázku 2.4, tak se koplanární vlnovod a anténa liší i ve spektru buzených prostorových frekvencí. U antény dochází k pozvolnému útlumu buzených vlnových čísel, zatímco u koplanárního vlnovodu můžeme pozorovat minima, tohoto lze využít například při vytváření úzkého paprsku spinové vlny [36].

### 2.5.1. Vliv excitačního a detekčního pole na integrální hustotu stavů

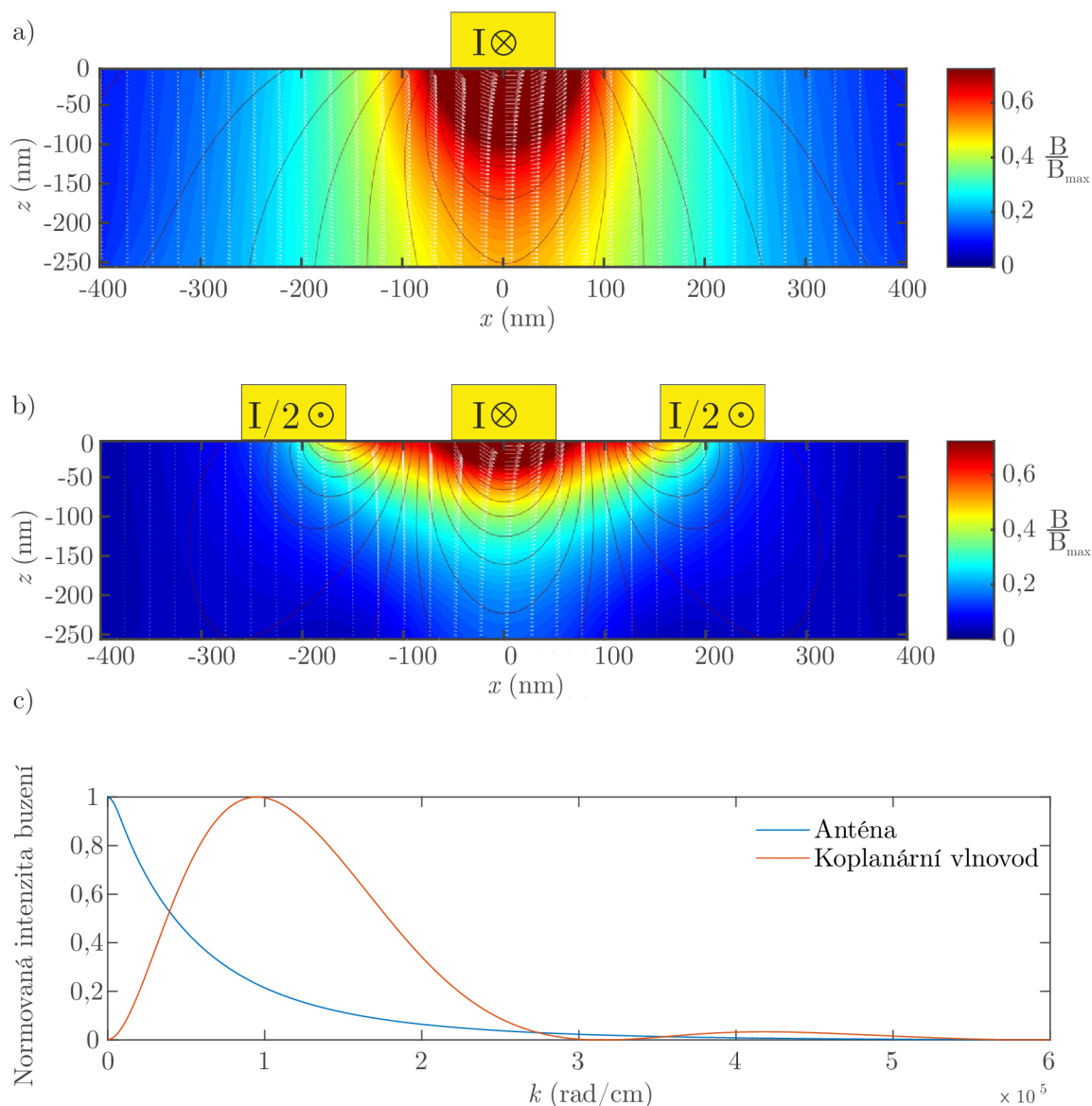
Pro experimentální ověření výsledků numerických simulací lze například využít techniku Brillouinova rozptylu světla (BLS z angl. *Brillouin Light Scattering*). Tato metoda přímo umožňuje získat disperzní relace. Další přístup může být elektrické měření s vektorovým obvodovým analyzátozem (VNA z angl. *Vector Network Analyzer*). Z měření získáme odezvou matici vzorku. Parametry  $S_{12}$  a  $S_{21}$  této matice jsou úměrné integrální hustotě stavů<sup>4</sup>. Výpočty představené v této práci jsou vedeny s ohledem na tyto dvě metody, které budou v blízké době dostupné na pracovišti CEITEC Nano.

Pokud využijeme k buzení funkci sinc jsou všechny frekvence i vlnová čísla buzeny rovnoměrně, zatímco při využití antény, nebo koplanárního vlnovodu je výsledná hustota stavu konvolucí odezvy magnetického vlnovodu a excitačního signálu. Toto se projeví zejména na integrální hustotě stavů (IHS).

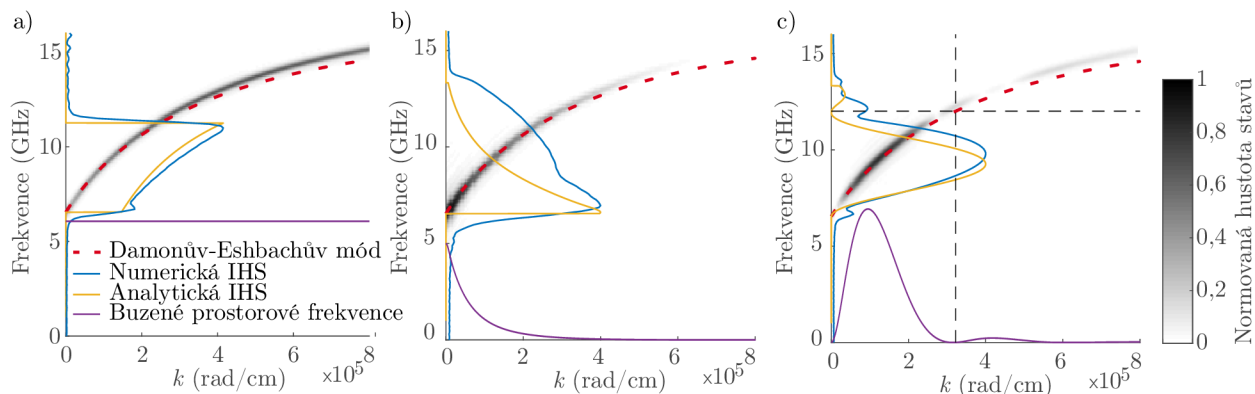
Pokud provádíme měření pomocí VNA, tak je i detekce ovlivněna polem detekčního vodiče [37, s. 53]. Výpočet integrální hustoty stavů z výsledků numerické simulace tedy provádíme tak, že v  $k$ -prostoru sčítáme hustotu stavů pro jednotlivé frekvence:

$$D_i = \sum_{j=1}^{j=j_{\max}} \omega_i(k_{i,j}), \quad (2.8)$$

<sup>4</sup>Běžně je tato veličina ve fyzice pevných látek nazývána pouze hustota stavů. Zde používáme toto označení, aby nedošlo k záměně s hustotou stavů v disperzní relaci vypočítanou pomocí numerických simulací.



**Obrázek 2.4:** a) Pole vytvořené jedním vodičem (anténou), který má šířku 100 nm a výšku taktéž 100 nm. V rovině kolmé na náčrtu je nekonečně dlouhá. Barevná škála odpovídá normované magnetické indukci. Čáry spojují místa se stejnou hodnotou  $B_x$ . Šipky míří ve směru vektoru magnetické indukce a jejich velikost odpovídá lokální velikosti magnetické indukce. b) Pole vytvořené koplanárním vlnovodem (signální vodič je za vzorkem (v nekonečnu) uzemněn do dvou vodičů a nese tedy dvojnásobný proud). c) Normovaná Fourierova transformace průměru přes osu  $z$  komponenty v ose  $x$  magnetické indukce pro anténu i koplanární vlnovod. Elektrickou simulaci jsme prováděli pro statický případ. Ověřili jsme analyticky a v programu COMSOL [33], že dynamické jevy (jako skinový jev, nebo proximity efekt) nehrají téměř žádnou roli pro simulované frekvence a rozměry. Velikost intenzity Fourierovy transformace odpovídá v lineárním systému budící intenzitě pro dané vlnové číslo.



**Obrázek 2.5:** Analytický a numerický model tenké vrstvy v Damonově-Eshbachově geometrii. Tloušťka vrstvy je 10 nm. Pro simulaci byly použity tyto konstanty:  $M_s = 830 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $A = 1,3 \frac{\text{pJ}}{\text{m}}$ ,  $\alpha = 0,008$ ,  $B_{\text{ext}} = 50 \text{ mT}$ . a) Spinové vlny jsou buzeny pulzem sinc s rovnoměrným prostorovým a časovým zastoupením buzených frekvencí. b) Vlny jsou buzeny anténou o rozměru 100 nm. c) K excitaci byl použit koplanární vlnovod s šířkou vodičů 100 nm a mezerou taktéž 100 nm. Fialová čára představuje normované spektrum buzených frekvencí. Čerchované čáry spojují minimum v excitovaných prostorových frekvencích a v integrální hustotě stavů.

kde  $D_i$  je integrální hustota stavů pro  $i$ -tou frekvenci a  $\omega_i(k_{i,j})$  je hustota stavů. Index  $i$  představuje jednotlivé frekvence, zatímco index  $j$  postupně projde všechny vlnová čísla. Tento výpočet ovšem platí pouze pokud detekujeme všechny frekvence stejnou měrou, což typicky v experimentu neplatí. Při detekci dynamiky magnetizace vodičem znovu uvážíme konvoluci magnetizace a pole vytvářeného vodičem, což pomocí konvolučního teorému zapíšeme jako

$$D_i = \sum_{j=1}^{j=j_{\text{max}}} \omega_i(k_{i,j}) |\mathfrak{F}(h_{\text{det}})|_j, \quad (2.9)$$

kde  $|\mathfrak{F}(h_{\text{det}})|_j$  představuje absolutní hodnotu Fourierovy transformace pole vytvořeného detekčním vodičem. Pro tuto analýzu uvažujeme pouze složku magnetizace v ose  $x$ , jelikož se nejvyšší měrou podílí na signálu. Na obrázku 2.5 jsou zobrazeny tři možnosti buzení. Buď rovnoměrné buzení pomocí funkce sinc v čase i prostoru, anténou, nebo koplanárním vlnovodem, kde časový vývoj odpovídá obdélníkovému signálu. Na každém obrázku je zobrazen i numerický a analytický model integrální hustoty stavů. U analytického modelu byla vždy provedena konvoluce s excitačním signálem.

Pík integrální hustoty stavů z numerických výpočtů v oblasti kolem FMR je dán tím, že feromagnetická rezonance není utlumována směrem od povrchu, ale má stejnou amplitudu skrz celý materiál.



# 3. Snellův zákon pro spinové vlny

Doposud jsme se v teorii věnovali popisu pouze izotropního prostředí nekonečně rozlehlých tenkých vrstev. V následující kapitole se budeme věnovat materiálu, který již nebude v rovině vzorku izotropní. Aplikujeme postup představený Stigloherem a kol. v [38] a rozšíříme ho o lom spinových vln na rozhraní s rozdílným směrem uniaxiální anizotropie a s rozdílnou hodnotou saturační magnetizace, neboť vzhledem k další kapitole zabývající se krystaly je pochopení chování spinových vln na rozhraní nezbytné.

## 3.1. Analytický model lomu a odrazu na rozhraní

V optice, při uvážení je izotropního šíření vln v materiálu, můžeme vyjádřit Snellův zákon následovně

$$\sin(\vartheta_i) = \frac{n_2}{n_1} \sin(\vartheta_t), \quad (3.1)$$

kde  $n_i$  označuje index lomu světla v jednotlivých prostředích,  $\vartheta_i$  je úhel dopadu a  $\vartheta_t$  je úhel lomu. Vzhledem k izotropní disperzní relaci světla ve většině materiálů úhel odrazu a dopadu je pro vlny v optice stejný. Toto ovšem neplatí pro prostředí s anizotropní disperzní relací vzhledem ke směru šíření.

Předpokládejme rovinou vlnu magnetizace. Všechny naše úvahy budeme provádět pouze na složce oscilací magnetizace ve směru osy  $x$ . Jelikož se pohybujeme pouze v lineárním režimu a bez demagnetizačního pole, je toto zjednodušení validní, protože analýza na jiné složce by poskytla totožné výsledky. Uvažujme tři vlny, a to vlnu dopadající

$$m_{x,i} = A_i e^{i(k_{x,i}x + k_{y,i}y - \omega_i t)}, \quad (3.2)$$

odraženou

$$m_{x,r} = A_r e^{i(-k_{x,r}x - k_{y,r}y - \omega_r t)}, \quad (3.3)$$

a prošlou

$$m_{x,t} = A_t e^{i(k_{x,t}x + k_{y,t}y - \omega_t t)}. \quad (3.4)$$

Nyní budeme požadovat, aby byla na rozhraní zachována tangenciální složka vlnového vektoru, tedy

$$A_i e^{i(k_{y,i}y - \omega_i t)} + A_r e^{i(-k_{y,r}y - \omega_r t)} = A_t e^{i(k_{y,t}y - \omega_t t)} \quad (3.5)$$

Lze vidět, že tato rovnice může být splněna pouze pokud

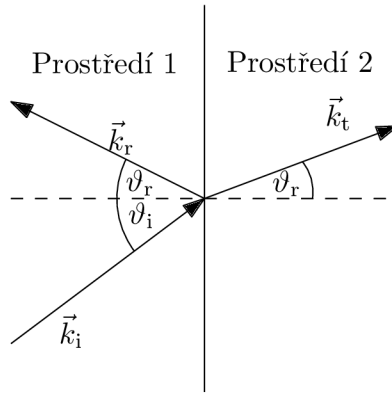
$$\omega_i = \omega_r = \omega_t \quad (3.6)$$

a

$$k_{y,i} = k_{y,r} = k_{y,t}. \quad (3.7)$$

S využitím  $k_y = k \sin(\vartheta)$  a rovnice (3.7) můžeme napsat Snellův zákon ve tvaru

### 3.2. VYHODNOCENÍ ÚHLU LOMU A ODRAZU Z NUMERICKÝCH SIMULACÍ



**Obrázek 3.1:** Schématický náčrt spinových vln na rozhraní dvou prostředí s rozdílnými magnetickými vlastnostmi.

$$\sin(\vartheta_i) = \frac{k_r}{k_i} \sin(\vartheta_r) \quad (3.8)$$

a

$$\sin(\vartheta_i) = \frac{k_t}{k_i} \sin(\vartheta_t), \quad (3.9)$$

kde  $k_i$  je vlnové číslo pro dané prostředí a směr šíření vůči externímu poli.

Jelikož je vlnové číslo závislé na směru šíření vůči externímu poli je třeba rovnice (3.8) a (3.9) řešit iterační metodou. V prvním kroku uvažíme nulový úhel lomu. V následujících iteracích vždy použijeme předchozí výsledky k vypočítání nového vlnového čísla. K tomuto výpočtu je využita rovnice (1.54).

Vliv anizotropie je uvažován jako součást efektivního pole. Dle vztahu (1.9) je vypočítána velikost anizotropního pole. Jeho směr je shodný se směrem snadné osy. V dalším kroku je toto pole sečteno s polem externím a je vypočítán úhel mezi výsledným efektivním polem a směrem šíření spinové vlny v daném prostředí.

## 3.2. Vyhodnocení úhlu lomu a odrazu z numerických simulací

Pro zadání geometrie v MuMax<sup>3</sup> jsme rozhraní generovali pomocí programu MATLAB. Oproti zvyklostem v paprskové optice jsme vzhledem k charakteru mikromagnetických simulací vždy šířili vlnu ve směru osy  $x$  a rozhraní bylo pootočeno. Spinové vlny jsme v simulaci budili pouze na jediné frekvenci. Konstanty použité pro numerické simulace a analytické výpočty uvádíme v dodatku B.

Pro zjištění úhlu z numerických simulací jsme použili následující algoritmus. V prvním kroku jsme manuálně měřili úhel vlnoploch zpracováním obrázků ze simulace pomocí distribuce programu ImageJ2 Fiji [39, 40]. Takto zjištěný úhel sloužil pro zúžení intervalu hledání přesného úhlu.

Pro co nejpřesnější výsledek jsme implementovali metodu fázové korelace [41]. Tuto metodu v roce 1996 navrhli Reddy s Chatterjiem [42]. Fázová korelace dovoluje najít rotaci, translaci a zvětšení mezi dvěma obrázky, ovšem je velice citlivá na šum v obou obrázcích. Tento problém vyřešil Druckmüller v roce 2009 [41].

První obrázek, který odpovídá dynamické složce dopadající vlny, označme jako  $a(x,y)$ , druhý jako  $b(x,y)$  a ten představuje prošlou, případně odraženou vlnu. Obrázky tedy získáme tak, jak

### 3.3. ROZHRAŇÍ SE ZMĚNOU SATURAČNÍ MAGNETIZACE

je zobrazeno na obrázku 3.2 a). Následně provedeme Fourierovu transformaci obou obrázků a vypočteme amplitudy

$$P = |\mathfrak{F}(a)| \quad (3.10)$$

a

$$Q = |\mathfrak{F}(b)|. \quad (3.11)$$

Jelikož nás nebude zajímat translace, ale jen zvětšení a úhel, tak oba Fourierovy obrazy převedeme do logaritmických-polárních souřadnic a nazveme  $P_p$  a  $Q_p$ . Zde se využije vlastnosti logaritmu, že součet logaritmů přejde v součin argumentů.

Nyní provedeme inverzní Fourierovu transformaci

$$R = \mathfrak{F}^{-1} \left( \frac{\mathfrak{F}(P_p) \mathfrak{F}(Q_p)}{|\mathfrak{F}(P_p)| |\mathfrak{F}(Q_p)|} H \right), \quad (3.12)$$

kde  $H$  je libovolný filtr. Úspěch metody je závislý na vhodně zvoleném filtru. My jsme použili pásmovou propust, kdy parametry byly zvoleny na základě analytického modelu.

V obrazu  $R$  úhlová souřadnice píku odpovídá úhlu pootočení obrazů. Při hledání tohoto píku jsme vycházely z prvotního odhadu provedeného v programu Fiji.

### 3.3. Rozhraní se změnou saturační magnetizace

Jako první jsme vyšetřili závislost úhlu lomu na úhlu dopadu. Získaná data jsou zobrazena na obrázku 3.2 b). V prvním prostředí se vlna propaguje v Damonově-Eshbachově geometrii. Rozhraní, do kterého vlna vstupuje, má 80 % saturační magnetizace prostředí, ze kterého se vlna šíří. Vlna je excitována na frekvenci 18 GHz. Analytický model se dobře shoduje s mikromagnetickými simulacemi. První část závislosti jsme proložili Snellovým zákonem podobnému tomu, který se používá v optice, použili jsme tedy rovnici

$$\vartheta_r = \arcsin(n \sin(\vartheta_i)), \quad (3.13)$$

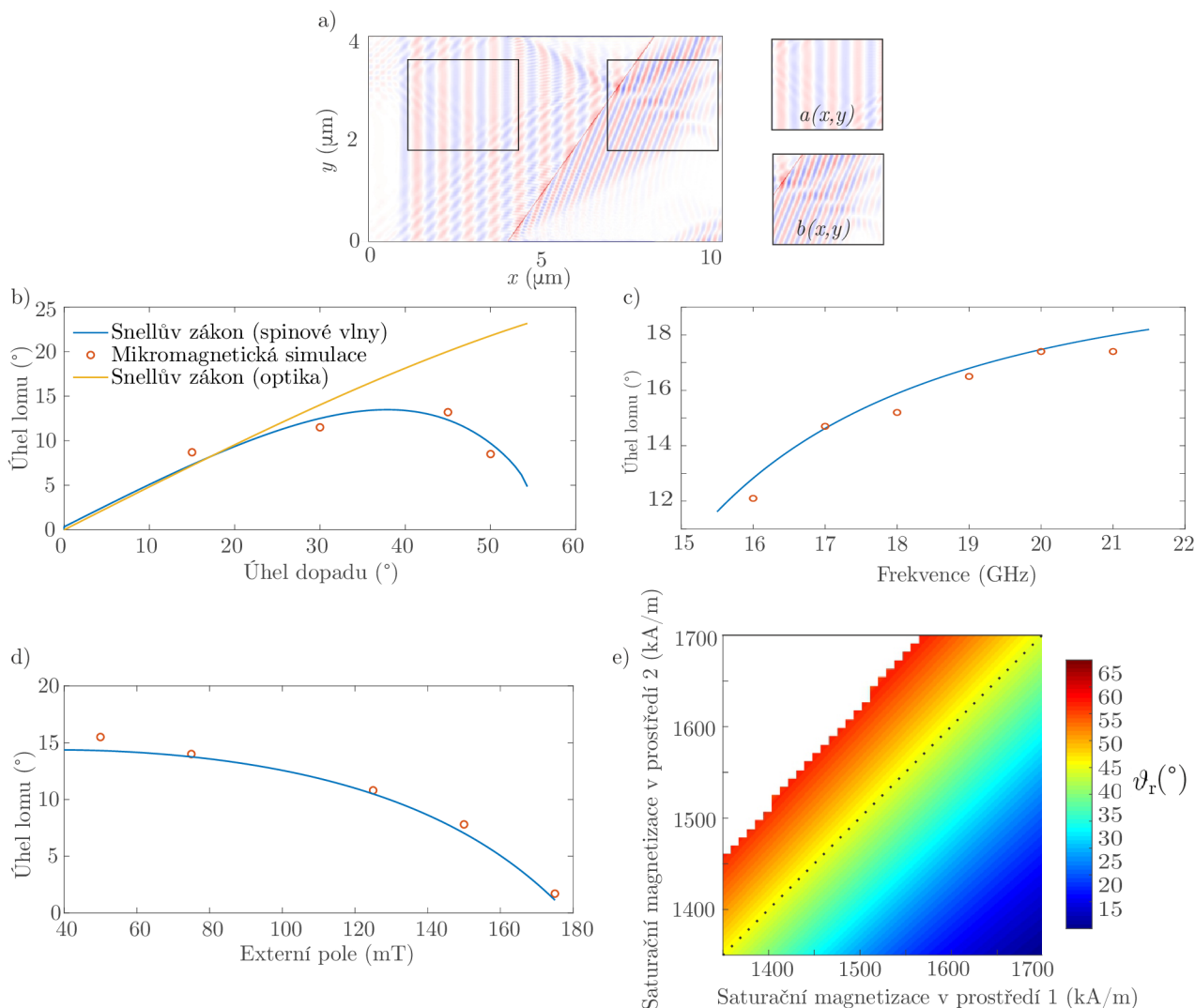
kde  $n = \frac{n_i}{n_r}$  a  $n_i$ ,  $n_r$  představují efektivní index lomu. Při proložení jsme vypočítali hodnotu  $n = 0,48$ . Vidíme, že pro malé úhly dopadu můžeme použít pro odhad lomu stejný přístup jako v optice, ovšem při úhlech od  $30^\circ$  se začíná silně projevovat změna v disperzní relaci a můžeme pozorovat odchýlení od optického Snellova zákona.

Dále jsme vyšetřili závislost úhlu lomu na změně frekvence, která je zobrazena na obrázku 3.2 c). Na rozhraní vlna dopadá pod úhlem  $45^\circ$ . Ve všech případech dochází k lomu ke kolmici. Vidíme, že se zvyšující se frekvencí se snižuje úhel lomu, tedy dochází k menší změně ve směru šíření vlny. Frekvenční závislost je způsobena nelineární disperzní relací spinových vln, což můžeme pozorovat i v optice v tzv. disperzních prostředích, kde odchylku korigujeme změnou indexu lomu.

Na obrázku 3.2 d) vyšetřujeme závislost úhlu lomu na přiloženém externím poli. Při zachování stejné frekvence spinových vln, stejných parametrů rozhraní i stejného úhlu dopadu měníme pouze externí magnetické pole. Se zvyšujícím polem se snižuje úhel lomu. Při vysoké hodnotě externího pole dosahuje úhel lomu nula stupňů. Toto dovoluje vysokou míru ovladatelnosti spinových vln i v průběhu experimentu, kdy může být externí pole měněno.

Dále jsme zkoumali závislost lomu na saturační magnetizaci v jednotlivých prostředích. Jelikož záleží na tom, z kterého prostředí se vlna šíří vytvořili jsme mapu všech možností při maximální modulaci saturační magnetizace 80 %, která je na obrázku 3.2 e). Pokud je saturační magnetizace v prvním prostředí větší, než ve druhém spinová vlna se lomí ke kolmici. Pokud

### 3.3. ROZHRANÍ SE ZMĚNOU SATURAČNÍ MAGNETIZACE



**Obrázek 3.2:** Všechny výpočty byly provedeny pro následující konstanty (pokud graf nepopisuje závislost jedné z veličin): Externí pole: 100 mT, úhel dopadu: 45°, frekvence spinové vlny: 18 GHz. a) Obrázek zobrazuje výstup z mikromagnetické simulace a postup, jak z něj získat obraz  $a(x,y)$  a  $b(x,y)$ . b) Obrázek zachycuje závislost úhlu lomu na úhlu dopadu. Modrá křivka představuje vypočítanou závislost s využitím algoritmu pro spinové vlny. Červené kroužky jsou data získaná pomocí mikromagnetických simulací. Žlutá čára je výpočet s použitím stejných zákonitostí jako v optice. Pro malé úhly si oba vztahy odpovídají, ovšem při vyšších úhlech se začíná projevovat anizotropie disperzní relace. c) Graf zobrazuje závislost úhlu lomu na frekvenci dopadající vlny d) Obrázek ukazuje závislost úhlu lomu na vnějším poli. e) Mapa zobrazuje úhel lomu pro různé kombinace saturačních magnetizací v obou prostředích. Pokud se vlna šíří z prostředí s vyšší saturační magnetizací do prostředí s nižší saturační magnetizací tak dojde k lomu ke kolmici. Pokud je tomu naopak a vlna se šíří z prostředí s nižší saturační magnetizací do prostředí s vyšší saturační magnetizací, tak se vlna lomí od kolmice. Když jsou si saturační magnetizace rovny nedochází k změně směru šíření. Tyto případy jsou na obrázku vyznačeny tečkovanou čarou. Pokud tento úhel nabude kritické hodnoty vlna se dál nepropaguje a dojde k totálnímu odrazu.

### 3.4. ROZHRAŇÍ SE ZMĚNOU SMĚRU UNIAXIÁLNÍ MAGNETICKÉ ANIZOTROPIE

jsou si saturační magnetizace rovny, nedochází k žádnému lomu a úhel dopadu je roven úhlu lomu, tedy  $45^\circ$ . Pokud se ovšem vlna šíří z prostředí s menší saturační magnetizací do prostředí s větší saturační magnetizací dochází k lomu od kolmice. V tomto případě tedy dojde k tomu, že úhel lomu je větší než úhel dopadu. Pokud bude změna v saturační magnetizaci výraznější, tak bude vlna totálně odražena a do druhého prostředí bude pouze prosakovat jako evanescentní vlna.

## 3.4. Rozhraní se změnou směru uniaxiální magnetické anizotropie

Jako další jsme vyšetřili lom na rozhraní tvořeném změnou směru uniaxiální anizotropie. Konstanty jsme opět zvolili podle odhadů založených na experimentálních datech pro systém metastabilního fcc-bcc železa, tedy saturační magnetizace  $1700 \text{ kA/m}$ , tloušťka  $10 \text{ nm}$ , externí pole  $100 \text{ mT}$ , konstanta uniaxiální anizotropie  $14 \text{ kJ/m}^3$ , v prvním prostředí byl směr snadné osy shodný s externím polem a ve druhém prostředí byla snadná osa otočena o  $90^\circ$ . První vyšetřovanou závislostí byl opět lom v závislosti na úhlu dopadu. Vypočítaná data jsou zobrazena na obrázku 3.3 a). Data jsme opět fitovali pomocí rovnice (3.13). Nalezený podíl indexů lomu je  $n = 0,7789$ , což je téměř dvakrát více než v předchozím případě. Vlny jsou tedy na tomto rozhraní lomeny daleko méně než na rozhraní se změnou saturační magnetizace na  $80\%$  původní hodnoty. Optický Snellův zákon zůstává v platnosti i pro vyšší hodnoty úhlu dopadu, ovšem poté se Snellův zákon pro spinové vlny velmi rychle odkloní.

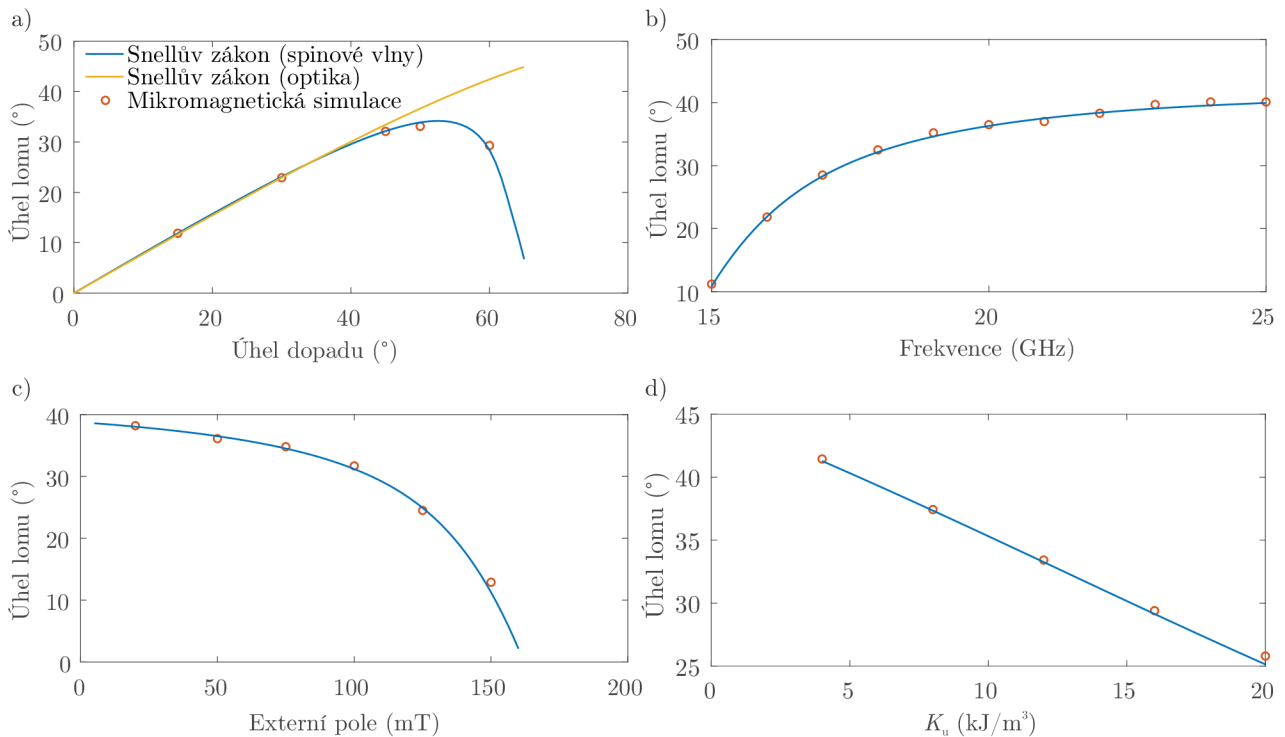
Dále vyšetříme frekvenční závislost lomu spinových vln. Výpočet je zobrazen na obrázku 3.3 b). Úhel dopadu jsme vybrali  $45^\circ$ . Rozhraní se změnou směru uniaxiální anizotropie dovoluje použít větší rozsah frekvencí oproti případu se změnou saturační magnetizace. Ve všech případech opět dochází k lomu ke kolmici. Ve vyšších frekvencích již nedochází k velkým změnám úhlu lomu.

Závislost úhlu lomu na velikosti externího pole je vyobrazena na obrázku 3.3 c). Opět lze externím polem řídit úhel lomu. Ovšem nyní pro velmi nízké hodnoty externího pole se spinová vlna téměř nelomí a udržuje svůj původní směr, ale pokud pole dostatečně zvýšíme získáme stejné hodnoty úhlu lomu jako v předchozím případě. Při dalším zvyšování pole již není dovoleno spinové vlně propagovat.

Na obrázku 3.3 d) vyšetřujeme závislost lomu na konstantě uniaxiální anizotropie  $K_u$ . Se zvyšující se konstantou uniaxiální anizotropie se snižuje úhel lomu. Tato závislost je lineární.



### 3.4. ROZHRANÍ SE ZMĚNOU SMĚRU UNIAXIÁLNÍ MAGNETICKÉ ANIZOTROPIE



**Obrázek 3.3:** Všechny výpočty byly provedeny pro následující konstanty (pokud graf nepopisuje závislost jedné z veličin): Externí pole: 100 mT, úhel dopadu: 45°, frekvence spinové vlny: 18 GHz, směr snadné osy v prvním prostředí je shodný se směrem přiloženého pole a v druhém prostředí je shodný se směrem šíření vlny. a) Obrázek zachycuje závislost úhlu lomu na úhlu dopadu. Modrá křivka představuje vypočítanou závislost s využitím algoritmu pro spinové vlny. Červené kroužky jsou data získaná pomocí mikromagnetických simulací. Žlutá čára je výpočet s použitím stejných zákonitostí jako v optice. Pro malé úhly si oba vztahy odpovídají, ovšem při vyšších úhlech se začíná projevovat anizotropie disperzní relace. b) Graf zobrazuje závislost úhlu lomu na frekvenci dopadající vlny. c) Obrázek ukazuje závislost úhlu lomu na vnějším poli. d) Graf zobrazuje závislost úhlu lomu na hodnotě uniaxiální konstanty anizotropie.

## 4. Magnonické krystaly

Potenciální možnost využití zařízení založených na spinových vlnách je podmíněno možností existence pásu zakázaných frekvencí, podobného jako u polovodičů. V magnonice tohoto dosahujeme periodickým opakováním magnetických vlastností materiálů [5]. Takový materiál se nazývá magnonický krystal. U tohoto materiálu se objeví komplexní pásová struktura v disperzní relaci. Tato modulace může být v jediném směru, a tehdy hovoříme o jednodimenziálních magnonických krystalech. Teoreticky jsou popsány i případy s modulací ve dvou i ve třech dimenzích [43]. Pokud budeme měnit parametry v jednom rozměru, získáme pásovou strukturu, kde mohou být přítomny tzv. Braggovy zakázané frekvence pro omezené směry šíření spinové vlny. V komplexnějším případě (dvou a trojdimenzionální krystaly) se může objevit kompletní pás zakázaných frekvencí pro všechny směry šíření spinových vln v rovině vzorku [44].

Klasický přístup vedoucí k získání pásu zakázaných frekvencí je postaven na změně tloušťky vlnovodu [45], saturační magnetizace [46], nebo externího pole [47]. Tato změna může být pozvolná (mít například harmonický průběh), nebo skoková.

Existence zakázaného pásu umožňuje aplikovat magnonický krystal jako například filtr frekvencí [48], vyrovnávací prvek [49], nebo jako magnonový tranzistor [6].

### 4.1. Analytický model

Pro lepší ověření numerických výpočtů a lepší vhled do problematiky jsme k výpočtům disperzních relací z mikromagnetických simulací vyvinuli také analytický model popisující 1D magnonické krystaly. Náš model je založený na metodě přenosové matice [50, s. 545] oproti běžně v magnonice využívané metodě rovinných vln (PWM z angl. *Plane wave method*) [51–54]. PWM dovoluje vypočítat disperzní relace i 2D a 3D magnonických krystalů [43, 55].

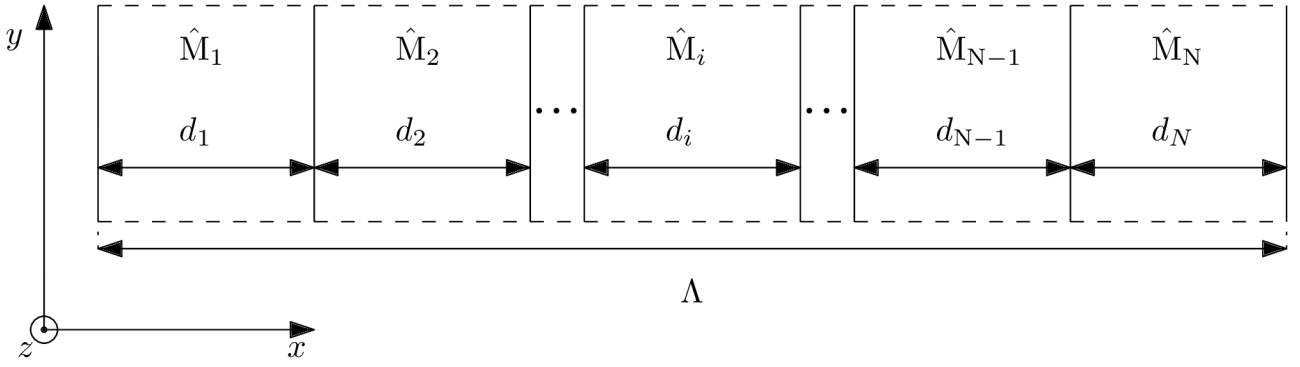
Pro analytický model využijeme Blochův teorém, který je dobře známý ve fyzice pevných látek [56, s. 167]. Z tohoto teorému plyne, že řešení v periodickém potenciálu lze napsat jako součin rovinné vlny a periodické funkce s periodou odpovídající periodě krystalu. Toto můžeme zapsat jako

$$\psi(x) = e^{ikx} u(x). \quad (4.1)$$

Vlny, které splňují rovnici (4.1) nazveme Blochovou funkcí. Z tohoto teorému vyplývá, že stačí vyšetřit disperzní relaci pouze v první Brillouinově zóně<sup>1</sup>. Pro nalezení disperzní relace aplikujeme postup představený pro 1D optické krystaly [57, s. 18].

---

<sup>1</sup>V jednom rozměru je šířka Brillouinovy zóny rovna reciproké velikosti periody. Disperzní relace je poté periodická právě s touto šířkou.



**Obrázek 4.1:** Obrázek ukazuje jednu elementární buňku krystalu. Každé prostředí je definované magnetickými parametry.  $N$  je celkový počet prostředí v jedné elementární buňce krystalu. Celý problém je ve směru osy  $y$  nekonečně rozlehlý. Šíření vlny uvažujeme ve směru  $x$ .

Uvažujme elementární buňku krystalu, tak jak je zobrazeno na obrázku 4.1. Vrstvy jsou nekonečně rozlehlé ve směru  $y$ . Vlna se šíří ve směru osy  $x$ . Nyní předpokládejme, že se v každém prostředí bude šířit rovinná vlna, kterou můžeme zapsat jako

$$m_i = A_i \cos(k_i x) + \frac{B_i}{k_i} \sin(k_i x), \quad (4.2)$$

kde  $A_i$  a  $B_i$  jsou amplitudy rovinných vln. Rovnici (4.2) zderivujeme

$$\frac{dm_i}{dx} = -A_i k_i \sin(k_i x) + B_i \cos(k_i x). \quad (4.3)$$

Nyní uvážíme, že magnetizace je na rozhraních spojitá i se svou první derivací a zadefinujeme sloupcový vektor

$$\vec{V}_i = \begin{pmatrix} m_i \\ \frac{dm_i}{dx} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

S použitím rovnice (4.2) a (4.3) vytvoříme matici, která bude vektor (4.4) přenášet z jednoho rozhraní na druhé, tedy

$$\hat{M}_i = \begin{pmatrix} \cos(k_i d_i) & \frac{\sin(k_i d_i)}{(k_i)} \\ -k_i \sin(k_i d_i) & \cos(k_i d_i) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

a

$$\vec{V}_{i+1} = \hat{M}_i \vec{V}_i. \quad (4.6)$$

Rekurzivním využitím (4.6) zjistíme, že platí

$$\vec{V}_N = \hat{M} \vec{V}_1, \quad (4.7)$$

kde

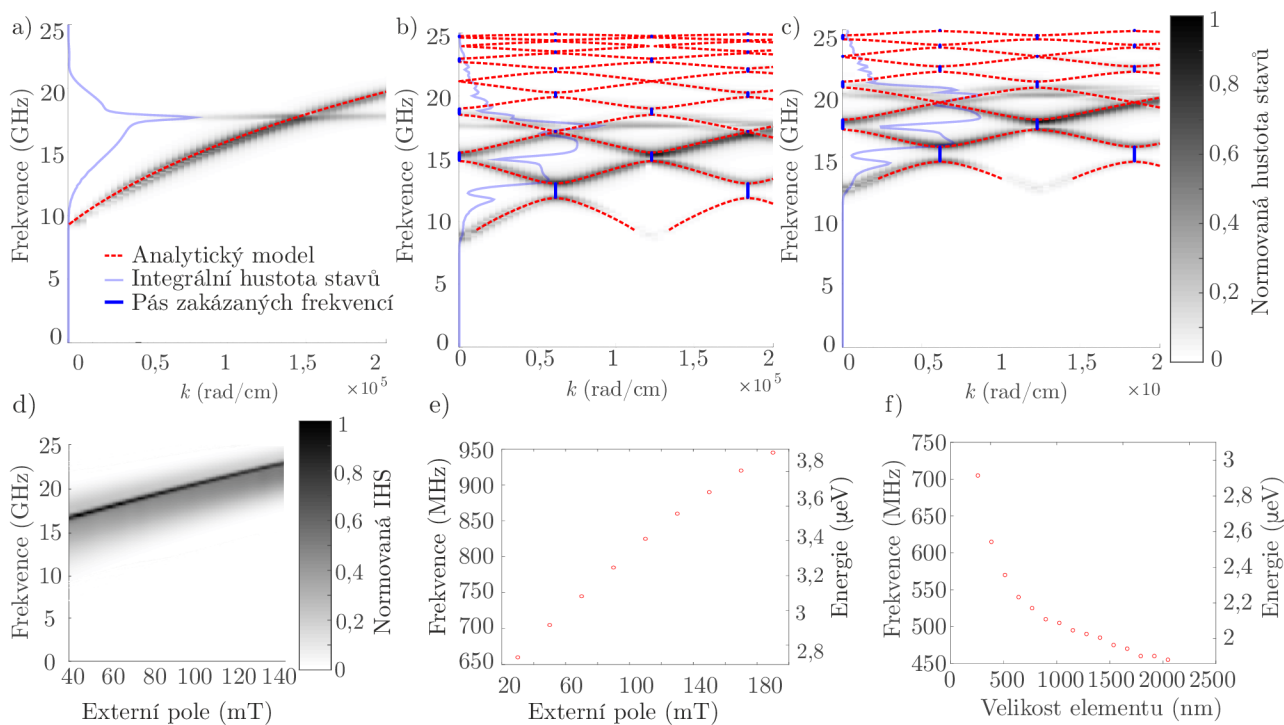
$$\hat{M} = \prod_{i=1}^N \hat{M}_i. \quad (4.8)$$

Dle Blochova teoremu ovšem zároveň platí, že skrz celý systém vrstev se vlna šíří jako rovinná vlna a oba přístupy musí dát stejný výsledek, tedy

$$\hat{M} \vec{V}_1 = e^{-ik_B \Lambda} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{V}_1, \quad (4.9)$$



## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ



**Obrázek 4.2:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovanou saturační magnetizací. Ve druhém elementu jsme uvažovali 80 % saturační magnetizace, tedy  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ . a) Disperzní relace bez modulace v poli 50 mT. b) Disperzní relace magnonického krystalu v poli 50 mT. c) Disperzní relace magnonického krystalu v poli 100 mT. d) Integrální hustota stavů 2D vrstvy v závislosti na externím poli. e) Analytický výpočet závislosti velikosti prvního zakázaného pásu frekvencí na velikosti externího pole. f) Analytický výpočet závislost velikosti prvního zakázaného pásu frekvencí na velikosti jednotlivých prostředí.

kde  $\Lambda = \sum_{i=1}^N d_i$ . Po vydělení vektorem  $\vec{V}_1$  a úpravě se rovnice redukuje na problém vlastních čísel matice  $\hat{M}$ , tedy

$$\left[ \hat{M} - e^{-ik_B \Lambda} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = 0. \quad (4.10)$$

Pouze pro zajímavost uvádíme v dodatku A analytický výpočet, kdy je modulována pouze saturační magnetizace a celý problém je řešen v Damonově-Eshbachově geometrii. Elementární buňka je složena pouze ze dvou prostředí. Pro tento typ matic je ovšem analytická metoda naprosto nevhodná, a proto jsou všechny výpočty v této práci provedeny numericky<sup>2</sup>.

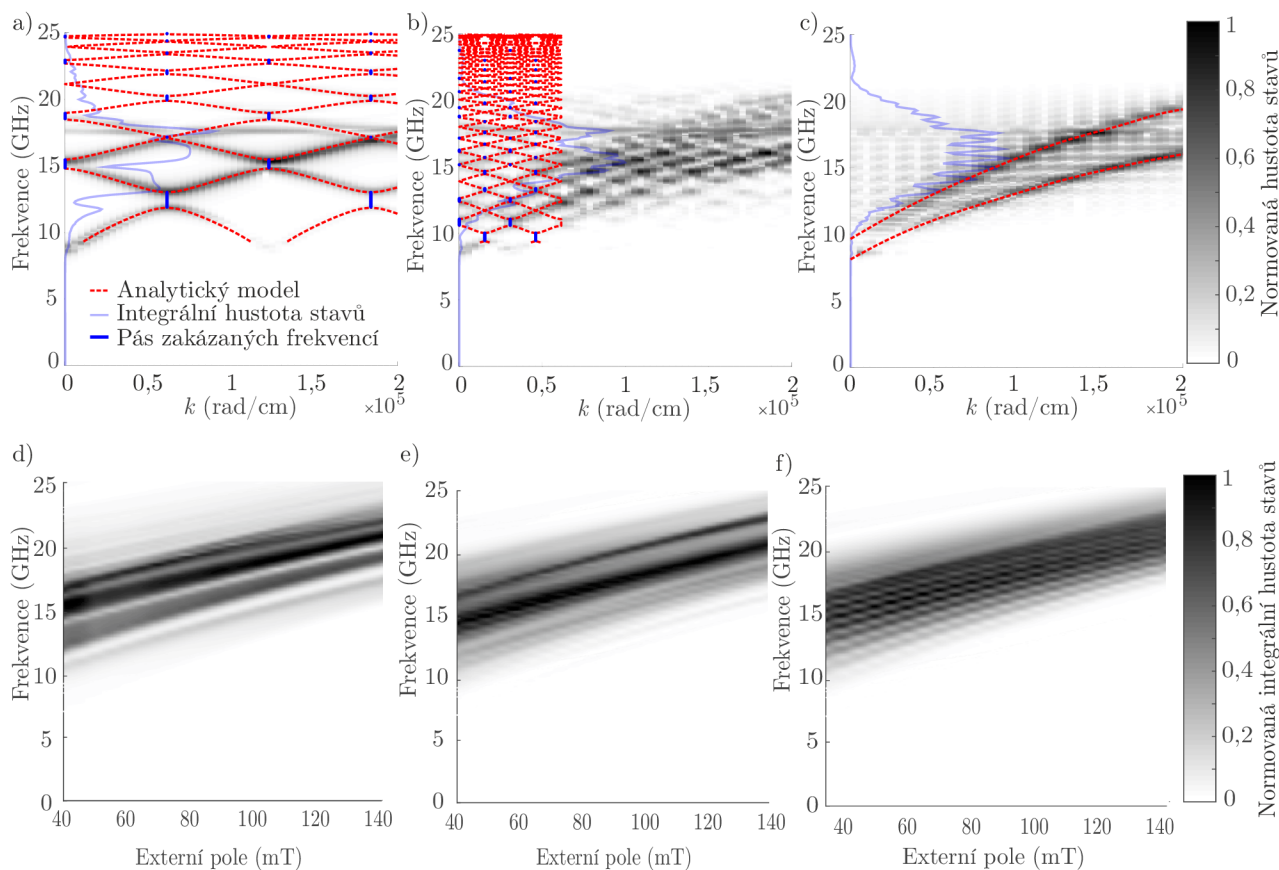
## 4.2. Krystal s modulovanou saturační magnetizací

Jako první se budeme věnovat magnonickému krystalu s modulovanou saturační magnetizací. Nejdříve se budeme zabývat bikomponentním krystalem, což znamená, že se elementární buňka skládá ze dvou prostředí.

Na obrázku 4.2 a) je zobrazen výpočet disperzní relace a integrální hustoty stavů pro rozlehlou tenkou vrstvu v Damonově-Eshbachově geometrii v externím poli 50 mT. Na obrázku 4.2 d) je zobrazena integrální hustota stavů v závislosti na externím poli. Výpočet jsme proložili analytickým vztahem. Pokud do systému zavedeme periodický potenciál tím, že budeme

<sup>2</sup>Výpočet nazýváme analytickým modelem i přesto, že využíváme numerických metod. Řešíme pouze jednu rovnici namísto přístupu, kdy řešíme rovnici v celém prostoru.

## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ



**Obrázek 4.3:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovanou saturační magnetizací v závislosti na velikosti periody. a) Disperzní relace magnonického krystalu s periodou 512 nm. b) Disperzní relace magnonického krystalu s periodou 2048 nm. Analytický model je pro lepší přehlednost vykreslen pouze ve dvou Brillouinových zónách. Vidíme, že šířka Brillouinovy zóny je reciproká vůči šířce periody. c) Disperzní relace magnonického krystalu s periodou 8192 nm. Model pro 1D magnonické krystalu špatně popisuje takto vysoké periody, a proto není vykreslen. Vidíme, že disperzní relace přechází v součet dvou disperzní relaci 2D rozlehlých vrstev s rozdílnými saturačními magnetizacemi. Tyto Damonovy-Eshbachovy módy jsou vykresleny. Na druhém řádku jsou zobrazeny výpočty integrální hustoty stavů magnonického krystalu v závislosti na vnějším poli s periodou d) 512 nm, e) 2048 nm a f) 8192 nm pomocí mikromagnetické simulace.

skokově měnit velikost saturační magnetizace (v tomto případě o 20 %) vytvoří se komplexní pásová struktura, tak jak je zobrazeno například na obrázku 4.2 b). Pokud zvýšíme externí přiložené pole celá disperzní relace se posune do vyšších frekvencí. Toto je zobrazeno na obrázku 4.2 c), kde bylo zvýšeno externí pole o 50 mT oproti obrázku 4.2 b), kde velikost externího pole byla 50 mT. Dále dojde k malému rozšíření pásu zakázaných frekvencí. Velikost pásu zakázaných frekvencí je lineárně úměrná externímu poli, jak je vidět na obrázku 4.2 e). Změna pole o 1 mT odpovídá zhruba změně 1,8 MHz. V nulovém poli lineární regrese předpovídá velikost zakázaného pásu 618 MHz.

Při splnění Braggovy difrakční podmínky dojde k tomu, že se vytvoří dvě protichůdné vlny s opačnou fází a destruktivně interferují, tedy propagace vlny v ustáleném stavu je pro tyto frekvence zakázána. K této destruktivní interferenci může dojít pouze pokud dopředná i zpětná vlna mají stejné vlnové číslo v rámci první Brillouinovy zóny. Dalším možným přístupem pro vysvětlení těchto zakázaných pásů je pomocí integrální hustoty stavů. V místě křížení disperz-

## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ

ních relací dochází k hybridizaci módů a grupová rychlost zde dosahuje nekonečné hodnoty. Jelikož

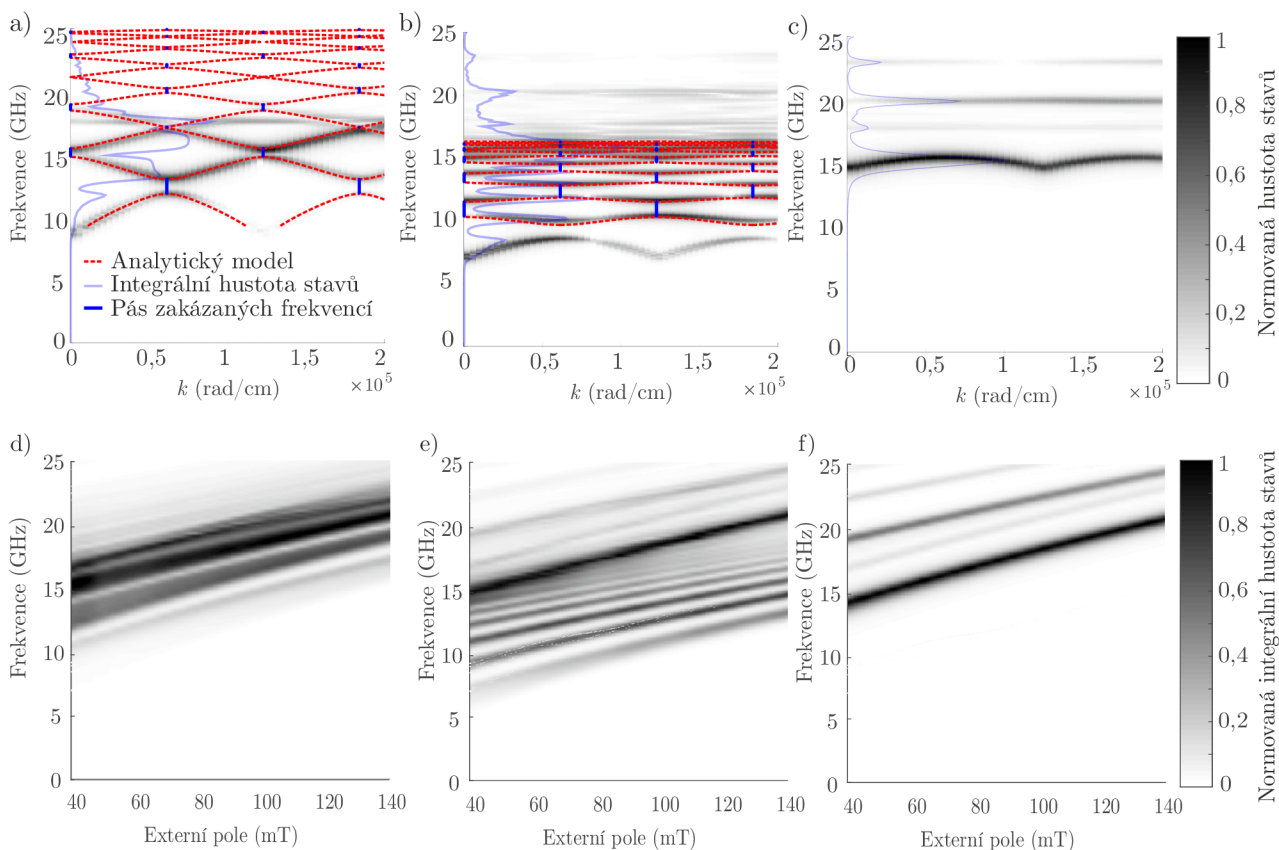
$$D(\omega) \sim \int \frac{1}{v_g} d\omega, \quad (4.11)$$

tak vidíme, že mód při dané frekvenci má nulovou hustotu stavů. Tyto disperzní relace jsou analogií elektronů v periodickém potenciálu [58, s. 88]. Pokud uvážíme, že periodická změna potenciálu je natolik malá, že neovlivní disperzní relaci v jednotlivých prostředích, tak vzniklá disperzní relace je pouze ozrcadlení nemodulované disperzní relace do první Brillouinovy zóny. V tomto případě je vzniklý pás zakázaných frekvencí infinitezimálně malý. Pokud ovšem dojde k výraznější změně disperzní relace pás zakázaných frekvencí se rozšíří.

Dále jsme vyšetřili závislost disperzních relací na velikosti periody modulace. Jak je vidět na obrázku 4.3 a) a 4.3 b) velikost Brillouinovy zóny je reciproká k velikosti periody, tedy pokud zvětšíme periodu čtyřikrát, tak se Brillouinova zóna čtyřikrát zmenší. Tato změna ovšem ovlivňuje i velikost zakázaného pásu frekvencí. Tato závislost je vypočítána s pomocí analytického modelu na obrázku 4.2 f). Vidíme, že velikost zakázaného pásu frekvencí je taktéž reciproká k velikosti periody. Na obrázku 4.3 d), který zobrazuje integrální hustotu stavů v závislosti na externím poli krystalu s periodou 512 nm jsou pásy zakázaných energií velmi dobře zřetelné, zatímco pro periodu 2048 nm, která je na obrázku 4.3 e), již pás zakázaných frekvencí není tak zřetelný. Pokud budeme dále zvětšovat velikost periody, začne disperzní relace připomínat disperzní relaci dvoudimenzionální vrstvy, tak jak je vidět na obrázku 4.3 c). Integrální hustota na obrázku 4.3 f) již také přechází v disperzní relaci rozlehlé vrstvy, která je na obrázku 4.2 d). V disperzní relaci jsou zřetelné dva Damonovy-Eshbachovy módy, kdy každý odpovídá jedné hodnotě saturační magnetizace. Analytický model již takto velkou periodu popisuje velmi špatně, tudíž jsme ho nevykreslili.

Pro co nejlepší rozlišení numerických výpočtů v rámci jedné Brillouinovy zóny budeme ve všech dalších výpočtech uvažovat rozměr Brillouinovy zóny 512 nm, která je v systému fcc-bcc železa stále dosažitelná.

## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ



**Obrázek 4.4:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovanou saturační magnetizací v závislosti na velikosti této modulace. a) Disperzní relace magnonického krystalu s velikostí saturační magnetizace ve druhém prostředí  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ . b) Disperzní relace magnonického krystalu s poloviční saturační magnetizací ve druhém prostředí, tedy s  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ . c) Disperzní relace magnonického krystalu, kde v půlce periody není magnetický vzorek. Na druhém řádku jsou zobrazeny výpočty integrální hustoty stavů magnonického krystalu s periodou d) 512 nm, e) 2048 nm a f) 8192 nm pomocí mikromagnetické simulace.

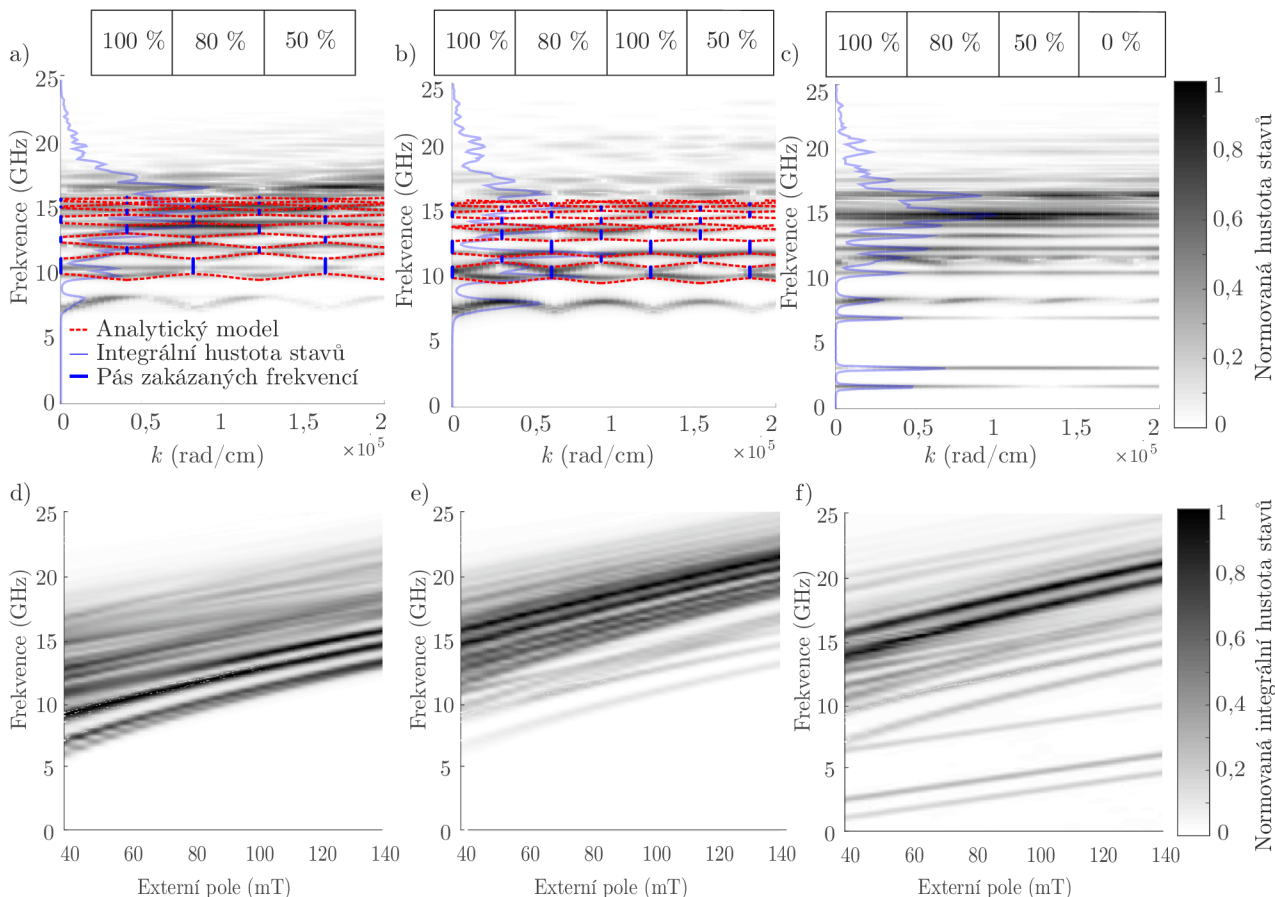
Dále vyšetříme závislost disperzních relací na velikosti modulace saturační magnetizace. Doposud jsme modulovali pouze 100 % a 80 %, tedy  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ , což je zobrazeno na obrázku 4.4 a). V případě, že snížíme saturační magnetizaci v jednom prostředí až na 50 % původní hodnoty, tak se zakázaný pás frekvencí rozšíří tak, jak je vidět na obrázku 4.4 b). Analytický model se mírně odchyluje od numerické simulace z důvodu, že předpoklad spojitosti magnetizace i s její první derivací již není zcela naplněn. První řád není námi představeným modelem popsán vůbec protože model vyžaduje, aby pro danou frekvenci byla povolena propagace v obou prostředích. V hraničním případě, kdy střídáme magnetické a nemagnetické prostředí, tedy prostředí s nulovou saturační magnetizací, dojde k dalšímu zvětšení pásu zakázaných frekvencí. Tomuto případu se věnoval Gubbiotti [59]. Výsledek pro náš systém je zobrazen na obrázku 4.4 c). Analytický model není vykreslen vůbec, jelikož v nemagnetickém prostředí nemůže vlna propagovat při žádné frekvenci.

Dalším cílem bylo prozkoumat, jak se změní disperzní relace a integrální hustota stavů, pokud se nebude jednat o bikomponentní krystal, ale bude mít v primitivní buňce víc než dvě komponenty.

Na obrázku 4.5 a) je zobrazen trojkomponentní krystal, se saturačními magnetizacemi  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ , což odpovídá 100 %, 80 % a 50 % saturační magnetizace. První Brillouinova zóna je menší než u dvojkomponentního krystalu, protože perioda je nyní 768 nm.



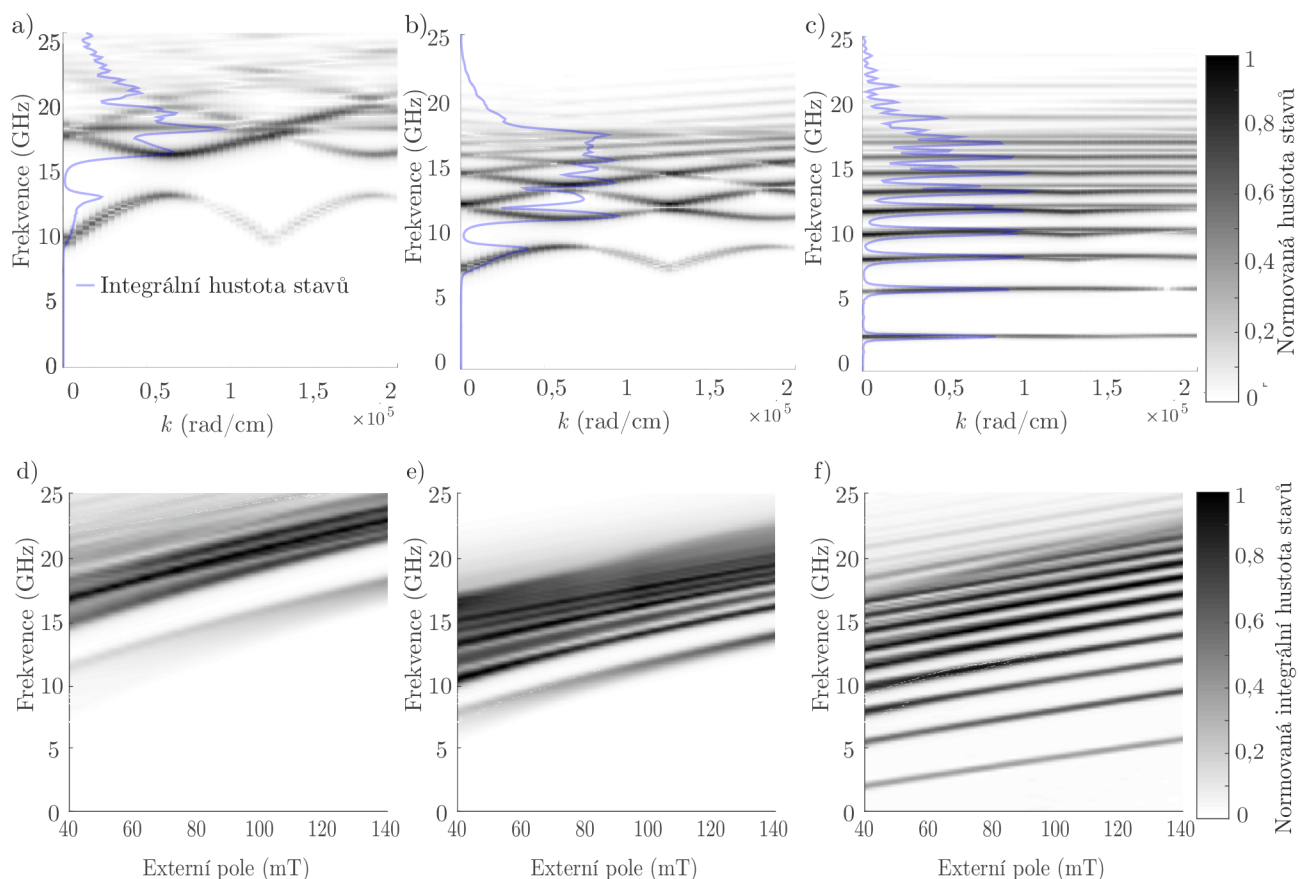
## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ



**Obrázek 4.5:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet pro 1D magnonický krystal s různým počtem elementů v jedné periodě. b) Disperzní relace magnonického krystalu se saturačními magnetizacemi  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ . c) Disperzní relace magnonického krystalu se saturační magnetizací  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $0 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ . Na druhém řádku jsou zobrazeny výpočty integrální hustoty stavů magnonického krystalu se saturační magnetizací d)  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ , e)  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a f)  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ ,  $850 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $0 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  pomocí mikromagnetické simulace.

Integrální hustota stavů v závislosti na poli je zobrazena na obrázku 4.5 d). Pouhým přeskládáním jednotlivých prostředků můžeme docílit dalšího zmenšení Brillouinovy zóny, tak jak je zobrazeno na obrázku 4.5 b). V tomto případě se tedy již jedná o čtyřkomponentní krystal, i když obsahuje jenom tři hodnoty saturační magnetizace. Odpovídající integrální hustota stavů je na obrázku 4.5 e). Pokud v jednom elementu necháme nemagnetický materiál, tak se objeví lokalizované módy s konstantní frekvencí, tak jak je zobrazeno na obrázku 4.5 c). Odpovídající integrální hustota stavů je zobrazena na obrázku 4.5 f). Vidíme, že při této konfiguraci mají jednotlivé módy různou závislost na přiloženém externím poli.

## 4.2. KRYSTAL S MODULOVANOU SATURAČNÍ MAGNETIZACÍ

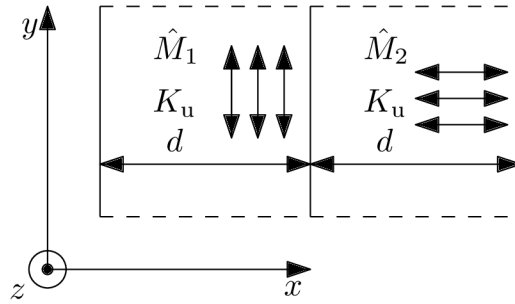


**Obrázek 4.6:** Na obrázku jsou data ze simulace 1D magnonického krystalu s harmonicky modulovanou magnetizací. Disperzní relace, resp. integrální hustota stavů magnonického krystalu s harmonickým průběhem jsou vyobrazeny pro modulaci 20 % [a), resp. d)], 50 % [b), resp. e)], 100 % [c), resp. f)].

Doposud jsme se zabývali pouze skokovou změnou hodnot saturační magnetizace. Nyní vyšetříme disperzní relaci magnonického krystalu, kdy se bude saturační magnetizace modulovat harmonicky.

V prvním případě jsme harmonicky modulovali saturační magnetizaci mezi  $1360 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$  a  $1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ , tedy 20% modulace. Toto je zobrazeno na obrázku 4.6 a). Ukázalo se, že takováto modulace způsobí vytvoření většího pásu zakázaných frekvencí než u modulace skokové. Numerický výpočet předpovídá, že v pásu zakázaných frekvencí jde integrální hustota stavů úplně k nule, čehož se nám při skokové změně nepodařilo docílit. Pokud zvýšíme rozsah modulace na 50 % saturační magnetizace pás zakázaných frekvencí se zmenší. Tato modulace je zobrazena na obrázku 4.6 b). U skokové změny platilo, že čím větší modulace, tím větší pás zakázaných frekvencí. Pokud modulujeme saturační magnetizaci v celém rozsahu, tedy 100 % objeví se opět módy s konstantní frekvencí, což můžeme pozorovat na obrázku 4.6 c)

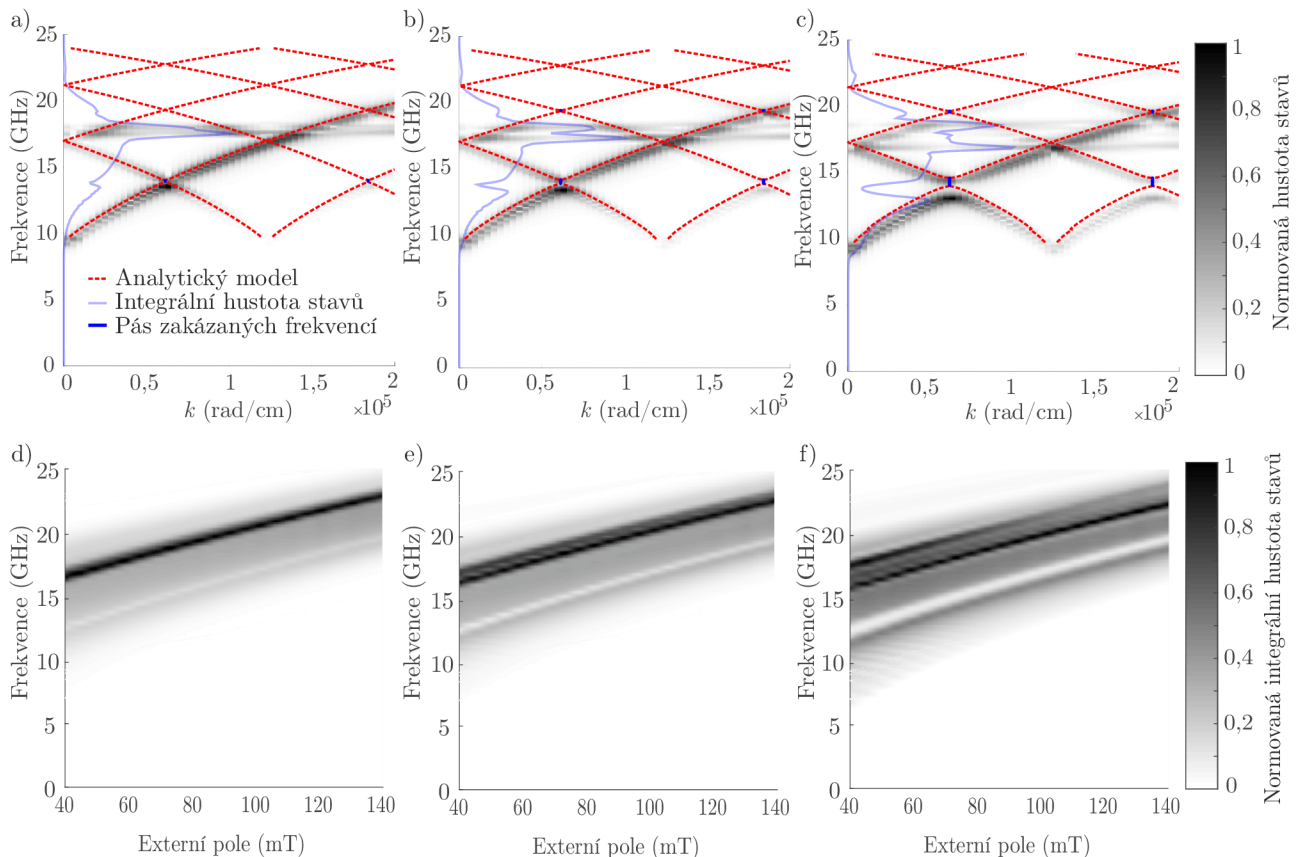
### 4.3. KRYSTAL S MODULOVANOU ANIZOTROPIÍ



**Obrázek 4.7:** Na obrázku je vyobrazen studovaný magnonický krystal. Uvažovaná vlna se šíří podél osy  $x$ . V první oblasti je směr uniaxiální anizotropie kolmý na směr šíření. Zatímco ve druhé oblasti je směr uniaxiální anizotropie shodný se směrem šíření.

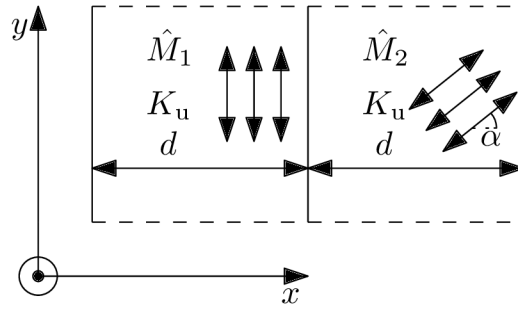
### 4.3. Krystal s modulovanou anizotropií

V systému fcc-bcc železa je možné modulovat jak saturační magnetizaci, tak směr a velikost uniaxiální magnetické anizotropie. Cílem bylo vyšetřit, zda modulace bude dostačovat k zformování komplexní pásové struktury a vytvoření zakázaných frekvenčních pásů. Vyšetříme závislost bikomponentního krystalu s navzájem kolmým směrem uniaxiální anizotropie. V jedné oblasti bude směr shodný se směrem šíření spinové vlny a v druhé bude na tuto vlnu kolmý, tak



**Obrázek 4.8:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie v závislosti na velikosti konstanty uniaxiální anizotropie. Disperzní relace, resp. integrální hustota stavů v závislosti na vnějším magnetickém poli magnonického krystalu jsou zobrazeny pro konstantu uniaxiální magnetické anizotropie  $4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [a), resp. d)],  $7 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [b), resp. e)],  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [c), resp. f)].

### 4.3. KRYSTAL S MODULOVANOU ANIZOTROPIÍ



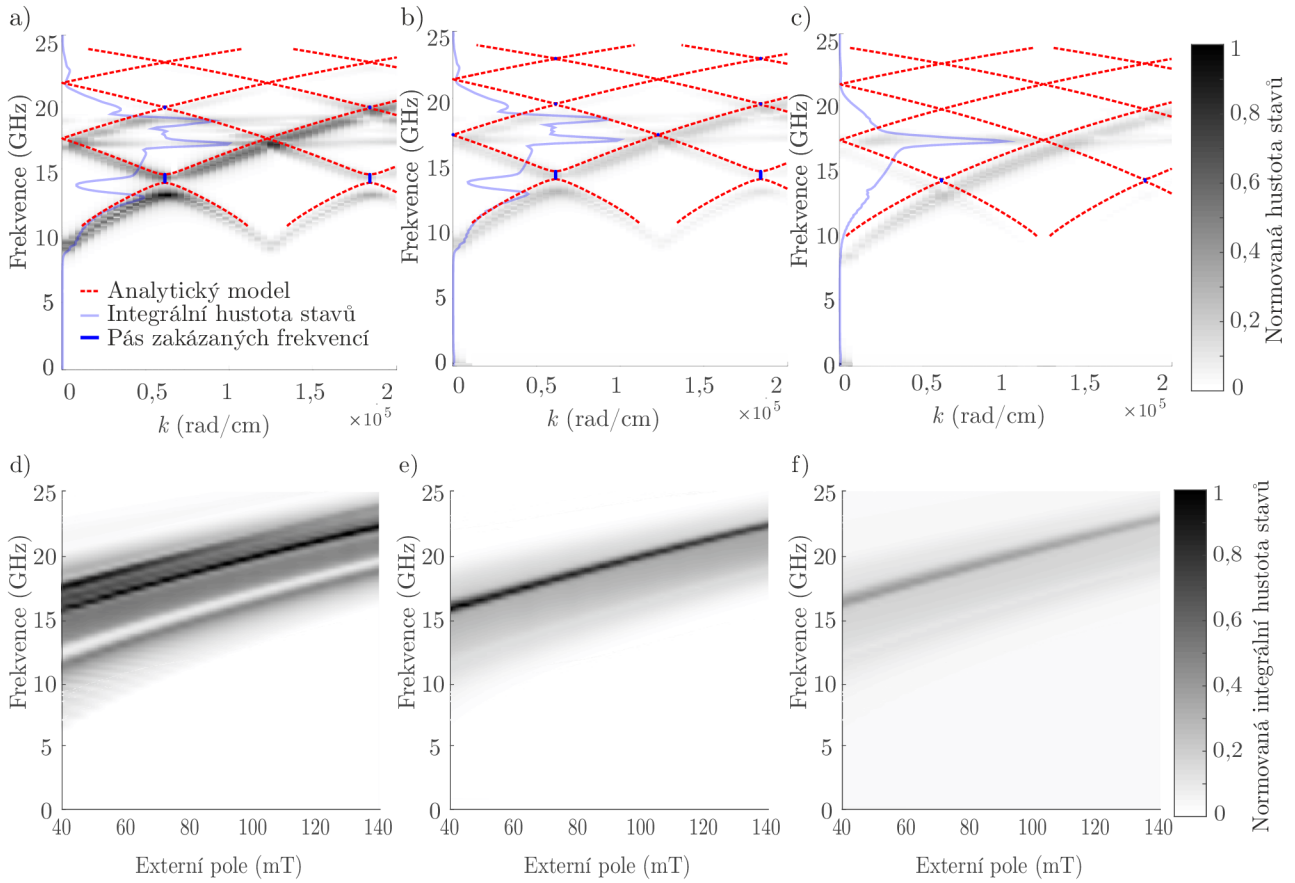
**Obrázek 4.9:** Na obrázku je vyobrazen studovaný magnonický krystal. Uvažovaná vlna se šíří podél osy  $x$ . V první oblasti je směr uniaxiální anizotropie kolmý na směr šíření. Zatímco ve druhé oblasti je směr uniaxiální anizotropie měněn. Úhel  $\alpha$  odpovídá této změně.

jak je zobrazeno na obrázku 4.7. Nalezneme disperzní relace magnonického krystalu s různou konstantou uniaxiální magnetické anizotropie, což je zobrazeno na obrázku 4.8.

Vidíme, že i malá změna konstanty uniaxiální anizotropie způsobí zrcadlení disperzních relací do první Brillouinovy zóny, tak jak je zobrazeno na obrázku 4.8 a), kde je konstanta uniaxiální magnetické anizotropie  $4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ . Jak je vidět v integrální hustotě stavů, tedy na obrázku 4.8 d), pás zakázaných frekvencí je velmi malý. Výraznější pás zakázaných frekvencí se ovšem začíná objevovat u vyšší hodnoty konstanty uniaxiální anizotropie, což lze pozorovat na obrázcích 4.8 b), kde je hodnota uniaxiální magnetické anizotropie  $7 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  a 4.8 c), kde je konstanta uniaxiální anizotropie  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ . Čím vyšší je konstanta uniaxiální magnetické anizotropie, tím je pás zakázaných frekvencí širší, což lze pozorovat v integrální hustotě stavů v závislosti na vnějším poli na obrázcích 4.8 e), respektive 4.8 f).



### 4.3. KRÝSTAL S MODULOVANOU ANIZOTROPIÍ

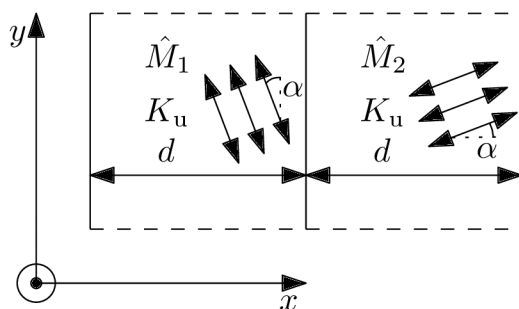


**Obrázek 4.10:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie v závislosti na pootočení jedné z snadných os. Disperzní relace, resp. integrální hustota stavů v závislosti na vnějším poli magnonického krystalu jsou zobrazeny pro úhel pootočení  $\alpha = 0^\circ$  [a), resp. d)],  $\alpha = 20^\circ$  [b), resp. e)],  $\alpha = 70^\circ$  [c), resp. f)].

Další vyšetřovanou závislostí je vzájemný úhel mezi snadnými osami uniaxiální anizotropie. Prostředí, ve kterém má uniaxiální anizotropie kolmý směr na směr šíření vlny, zůstane nezměněno. Budeme tedy měnit úhel v prostředí, které mělo původně shodný směr uniaxiální magnetické anizotropie, se směrem šíření vlny, tedy tak jak je zobrazeno na obrázku 4.9, kde úhel  $\alpha$  odpovídá pootočení snadné osy. Studovaný systém fcc-bcc železa dovoluje měnit úhel pootočení snadné osy pouze po krocích  $90^\circ$ ,  $70^\circ$  a  $20^\circ$  [7], tak jsme vyšetřili všechny tyto případy.

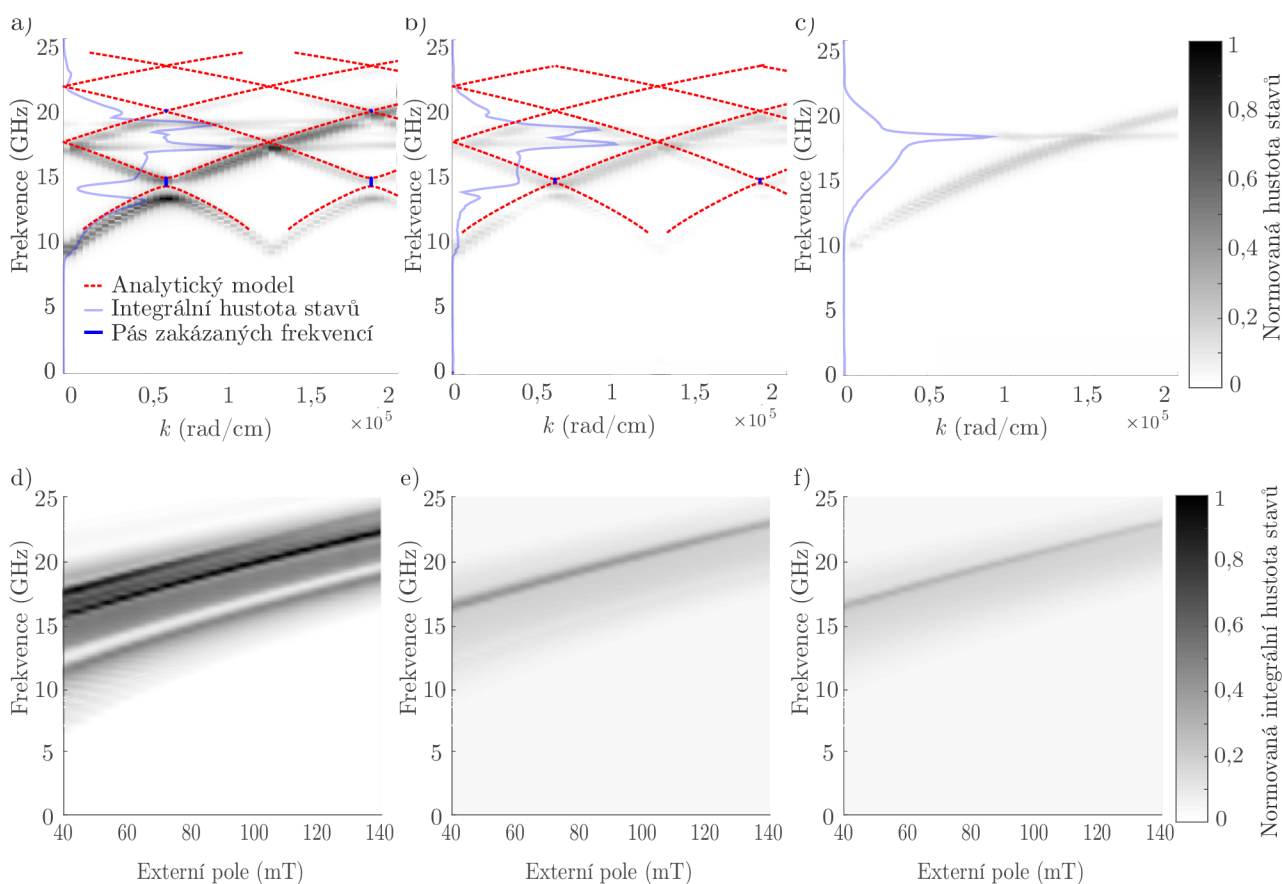
Obrázek 4.10 a) ukazuje případě kdy jsou snadné osy vzájemně kolmé, tedy  $\alpha = 0^\circ$ . V tomto případě je pás zakázaných frekvencí nejširší. Toto můžeme pozorovat v integrální hustotě stavů, která je na obrázku 4.10 a). Pokud budeme parametr  $\alpha$  zvyšovat pás zakázaných frekvencí se bude zužovat, tak jak je zobrazeno pro případ  $\alpha = 20^\circ$  na obrázku 4.10 b). Integrální hustota pro tento případ je zobrazena na obrázku 4.10 e). Pokud zvýšíme hodnotu  $\alpha$  na  $70^\circ$  pás zakázaných frekvencí již není zřetelný, což lze vidět na obrázku 4.10 c), nebo v integrální hustotě stavů na obrázku 4.10 f).

### 4.3. KRYSTAL S MODULOVANOU ANIZOTROPIÍ



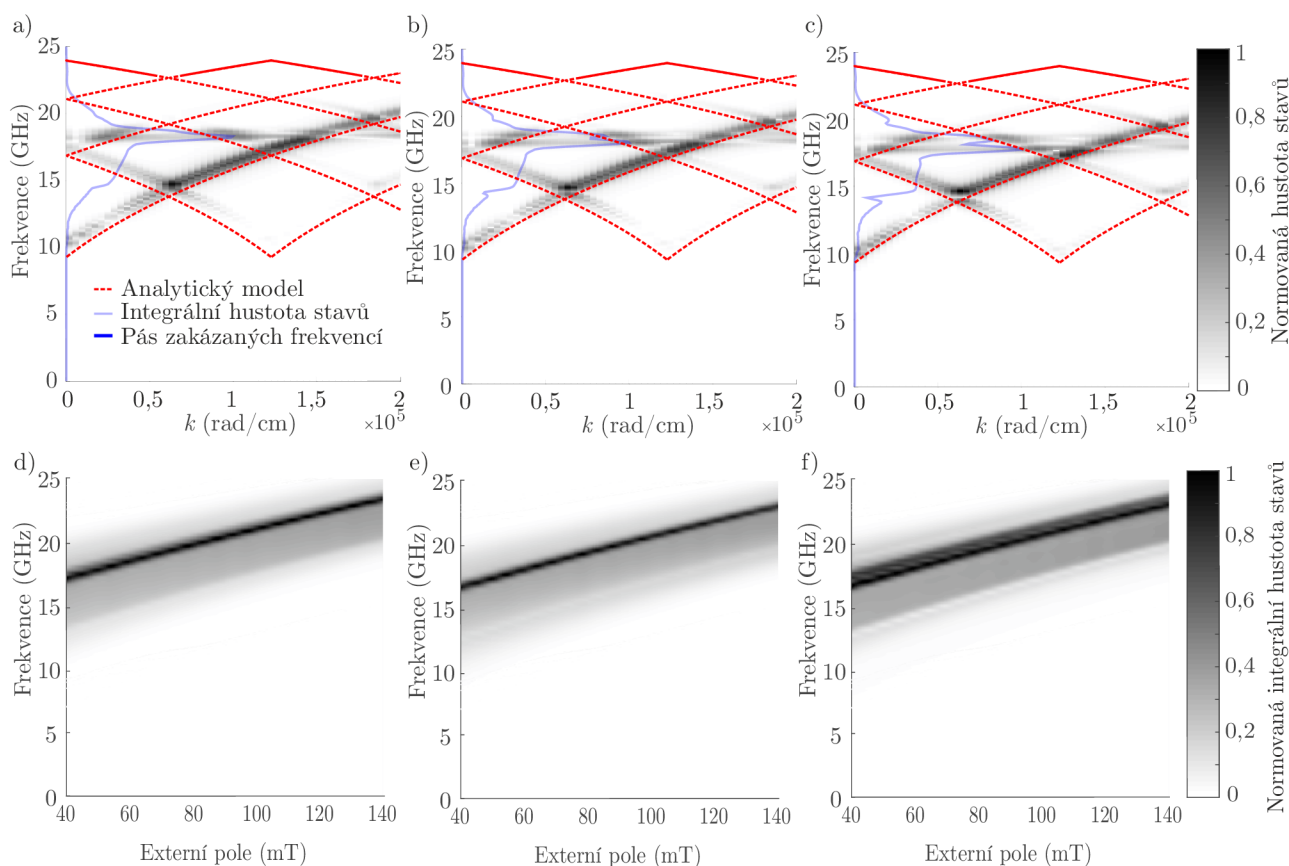
**Obrázek 4.11:** Na obrázku je vyobrazen studovaný magnonický krystal. Uvažovaná vlna se šíří podél osy  $x$ . Obě snadné osy jsou pootočený oproti případu zobrazeném na obrázku 4.7.

Dále jsme vyšetřili závislost disperzních relací na pootočení obou snadných os. Úhel  $\alpha$ , který je zadefinován na obrázku 4.11 jsme postupně měnili na  $0^\circ$ ,  $25^\circ$  a  $45^\circ$ . V případě nulového pootočení je pás zakázaných frekvencí nejširší, což je zobrazeno na obrázku 4.12 a) a v integrální hustotě stavů v závislosti na poli, která je na obrázku 4.12 d). Pokud budeme zvyšovat úhel pootočení, tak bude modulace efektivního pole postupně slábnout. Toto lze pozorovat na obrázku 4.12 b) a 4.12 e). Při úhlu natočení  $45^\circ$  dojde k tomu, že v obou případech je příspěvek anizotropního pole stejný a není přítomna žádná modulace. Toto je vyobrazeno na obrázku 4.12 c). Integrální hustota stavů pro tento případ je na obrázku 4.12 f).



**Obrázek 4.12:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie v závislosti na pootočení obou snadných os. Disperzní relace, resp. integrální hustota stavů magnonického krystalu jsou zobrazeny pro úhel pootočení  $\alpha = 0^\circ$  [a], resp. d)],  $\alpha = 25^\circ$  [b], resp. e)],  $\alpha = 45^\circ$  [c], resp. f)]

### 4.3. KRÝSTAL S MODULOVANOU ANIZOTROPIÍ



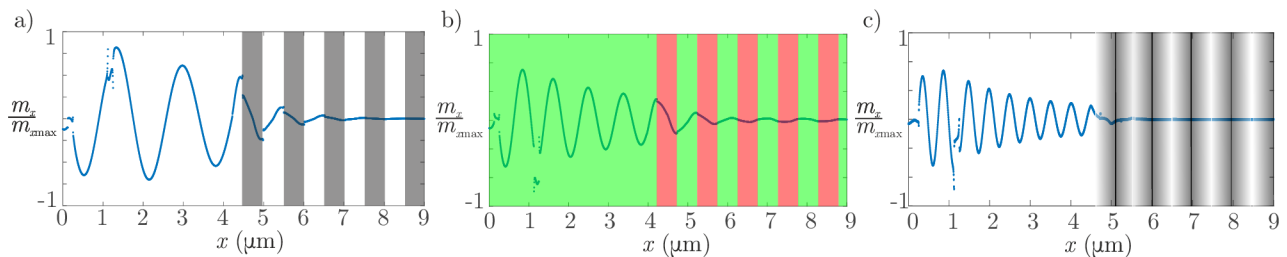
**Obrázek 4.13:** Na obrázku jsou data ze simulace a analytický výpočet 1D magnonického krystalu s modulovanou konstantou uniaxiální magnetické anizotropie v závislosti na síle této modulace. Směr snadné osy je kolmý na směr šíření Disperzní relace resp. integrální hustota stavů magnonického krystalu s modulovanou konstantou uniaxiální magnetické anizotropie je zobrazena pro rozsah  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  až  $7 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [a), resp. d)],  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  až  $4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [b), resp. e)],  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  až  $0 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$  [c), resp. f)].

Jak již bylo řečeno, systém metastabilního fcc-bcc dovoluje měnit i konstantu uniaxiální magnetické anizotropie. Ukázalo se, že tato změna je dostatečná k zformování pásu zakázaných frekvencí. V jednom elementu jsme vždy uvažovali konstantu uniaxiální anizotropie  $14 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ . Na obrázku 4.13 a) je ve druhém elementu konstanta uniaxiální anizotropie  $7 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ . Vidíme, že už i tato změna je dostatečná pro vytvoření komplexní pásové struktury, kde pás zakázaných frekvencí není pozorovatelný. Pokud uvážíme změnu konstanty uniaxiální anizotropie na  $4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$ , pásová struktura se stává viditelnější tak, jak je zobrazeno na obrázku 4.13 b). I když uvážíme hraniční případ, že anizotropie není v jednom elementu přítomna vůbec, tak i tak pozorujeme velmi slabý pás zakázaných frekvencí, jak lze vidět například v integrální hustotě stavů na obrázku 4.13 c).

## 4.4. Magnonický krystal jako filtr frekvencí

Magnonický krystal můžeme využít jako filtr frekvencí, tedy odfiltrovat frekvence, které leží v pásu zakázaných frekvencí. Porovnáme, jak námi představené struktury utlumují zakázané frekvence.

Vybudíme vlnu v homogenním prostředí. Vlna poté propaguje až k hranici krystalu, kde je utlumena. Frekvence buzení byla vždy volena tak, aby byla v pásu zakázaných frekvencí. Na obrázku 4.14 a) je použit krystal s modulovanou saturační magnetizací v rozsahu 100 % až 80 %. Vlna již není rozpoznatelná v druhé periodě krystalu. Na obrázku 4.14 b) je krystal s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie. Můžeme pozorovat, že i po čtyřech periodách krystalu je vlna stále dobře rozpoznatelná. Na obrázku 4.14 c) je krystal s harmonicky modulovanou saturační magnetizací v rozsahu 100 % až 80 %. Vlna je po vstupu do tohoto krystalu utlumena téměř okamžitě.



**Obrázek 4.14:** Na obrázku je magnonický krystal použit jako filtr frekvencí. Vlna je vybudena v homogenním prostředí. a) Magnonický krystal s modulovanou saturační magnetizací v rozsahu 100 % až 80 %. Šedé pruhy znázorňují elementy s 80 % saturační magnetizace. Vlna je buzena na frekvenci 12,3 GHz. b) Magnonický krystal s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie. Zelená znázorňuje kolmý směr anizotropie na směr šíření vlny, zatímco červená znázorňuje souhlasný směr. Vlna je buzena na frekvenci 14,3 GHz. c) Magnonický krystal s harmonicky modulovanou saturační magnetizací v rozsahu 100 % až 80 %. Šedá znázorňuje elementy s 80 % saturační magnetizace. Vlna je buzena na frekvenci 14,3 GHz.

# Závěr

Cílem předložené práce bylo předpovědět dynamické vlastnosti magnonických krystalů založených na metastabilním fcc železe, vyvíjeným v laboratořích CEITEC VUT. Práce se dále zabývá studiem Snellova zákona při lomu spinových vln na rozhraní s rozdílnou saturační magnetizací nebo s rozdílným směrem uniaxiální magnetické anizotropie a dále nalezením disperzních relací jednodimenzionálních magnonických krystalů.

V první kapitole jsme provedli rešeršní studii dynamiky magnetizace. V první části jsme uvedli čtenáře do problematiky magnetostatiky a mikromagnetických energií. S pomocí aparátu kvantové mechaniky jsme odvodili pohybovou rovnici magnetizace. Následně jsme využili těchto výsledků, abychom našli disperzní relace módů spinových vln ve dvoudimenzionální rozlehlé tenké vrstvě.

Ve druhé kapitole jsme shrnuli mikromagnetické simulace a jejich aplikaci v magnonice. Navrhli jsme algoritmus pro výpočet disperzních relací magnonických struktur s využitím mikromagnetických simulací. Získané výsledky numerických simulací jsme analyzovali s přihlédnutím k dobře známým analytickým modelům a experimentálním možnostem.

Lomem a odrazem spinových vln na rozhraní dvou materiálů jsme se zabývali ve třetí kapitole. Rozšířili jsme známý analytický model Snellova zákona pro lom spinových vln na anizotropním rozhraní a na rozhraní s různou saturační magnetizací. Pro obě rozhraní jsme provedli analýzu pro různé úhly dopadu, frekvence dopadající spinové vlny a hodnoty externího magnetického pole. Zjistili jsme, že pro malé úhly dopadu se Snellův zákon pro spinové vlny pouze málo odchyľuje od Snellova zákona pro elektromagnetické vlny. Pomocí těchto úvah jsme našli ekvivalentní podíl indexů lomu spinových vln. Ukázalo se, že obě rozhraní jsou disperzní, tzn. úhel lomu má frekvenční závislost. Analytický model dále předpověděl, že úhel lomu lze velice dobře řídit pomocí přiloženého externího magnetického pole. Jelikož vlastnosti studovaného materiálu dovolují měnit saturační magnetizaci kontinuálně, vytvořili jsme dvoudimenzionální mapu, kde jsme pomocí analytického modelu předpověděli úhel lomu pro všechny možnosti modulace v rozmezí 80 % až 100 %. Z této mapy lze nalézt potřebnou hodnotu saturační magnetizace, aby došlo k totálnímu odrazu při úhlu dopadu  $45^\circ$ . U rozhraní se změnou uniaxiální magnetické anizotropie jsme se dále zabývali závislostí úhlu lomu na konstantě uniaxiální magnetické anizotropie. Pro ověření analytického modelu jsme vyvinuli algoritmus, který umožnil získat úhel lomu z mikromagnetických simulací. Tento algoritmus jsme postavili na základě metody fázové korelace. Předpovědi analytického modelu odpovídaly mikromagnetickým simulacím.

V poslední kapitole jsme se věnovali magnonickým krystalům. Vyvinuli jsme analytický model popisující jednodimenzionální magnonické krystaly. Model využívá metodu přenosové matice a Blochův teorém. Ve druhé části jsme využili tento model a mikromagnetické simulace společně s algoritmy představenými v druhé kapitole pro vyšetření magnonických krystalů s modulovanou saturační magnetizací nebo směrem uniaxiální magnetické anizotropie.

Z našich výpočtů plyne, že změna saturační magnetizace je dostatečná pro vytvoření pásové struktury a pásu zakázaných frekvencí. S rostoucím vnějším magnetickým polem se celá disperz-

ní relace posouvá do vyšších frekvencí a zároveň se mírně rozšiřuje pás zakázaných frekvencí. Tato závislost je lineární. Ověřili jsme, že délka Brillouinovy zóny je reciproká vůči velikosti periody. Taktéž i šířka pásu zakázaných frekvencí je nepřímo úměrná k velikosti periody. Pokud zvýšíme periodu nad cca.  $4 \mu\text{m}$ , tak disperzní relace začne přecházet v součet dvou disperzních relací tenkých nekonečných vrstev. V další analýze jsme vyšetřili závislost disperzních relací na velikosti saturační magnetizace. S rostoucí změnou saturační magnetizace se zvětšuje i pás zakázaných frekvencí. Pokud magnonický krystal nesložíme pouze ze dvou komponent, ale využijeme komponent více, můžeme zmenšit Brillouinovu zónu. Ukázali jsme, že pokud modulujeme saturační magnetizaci harmonicky, získáme větší pás zakázaných frekvencí.

Námi studovaný metamateriál dovoluje měnit i směr uniaxiální magnetické anizotropie. Předvedli jsme, že struktura s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie má zakázaný pás frekvencí. Se zvyšující se konstantou uniaxiální magnetické anizotropie se zvětšuje i pás zakázaných frekvencí. Pokud na sebe nebudou snadné osy anizotropie kolmé, tak to způsobí zúžení pásu zakázaných frekvencí. Stejně tak i pootočení obou snadných os způsobí, že efektivní pole je modulováno méně. Při úhlu  $45^\circ$  není pásová struktura přítomna vůbec. Ověřili jsme, že pro vznik pásové struktury je dostatečná změna jen velikosti konstanty uniaxiální magnetické anizotropie bez změny jejího směru, ovšem pás zakázaných frekvencí je velice úzký.

Na závěr jsme provedli simulaci, kde jsme použili magnonický krystal jako filtr frekvencí. Porovnali jsme krystal s modulovanou saturační magnetizací, a to jak skokově, tak i harmonicky, a krystal s modulovaným směrem uniaxiální magnetické anizotropie. Ukázali jsme, že pro tento účel je nejvhodnější krystal s harmonicky modulovanou saturační magnetizací.



# Literatura

1. Fullerton, E. *Ústní sdělení* 2018 (cit. na s. 1).
2. Moore, G. E. *Cramming more components onto integrated circuits*, *Electronics Magazine* 1965 (cit. na s. 1).
3. Waldrop, M. M. The chips are down for Moore's law. *Nature News* **530**, 144 (2016) (cit. na s. 1).
4. Zeng, L., Zhang, D., Zhang, Y., Gong, F., Gao, T., Tu, S., Yu, H. & Zhao, W. *Spin wave based synapse and neuron for ultra low power neuromorphic computation system in Circuits and Systems (ISCAS), 2016 IEEE International Symposium on* (2016), 918–921 (cit. na s. 1).
5. Chumak, A. V., Serga, A. A. & Hillebrands, B. Magnonic crystals for data processing. *Journal of Physics D: Applied Physics* **50**, 244001 (2017) (cit. na s. 1, 27).
6. Chumak, A. V., Serga, A. A. & Hillebrands, B. Magnon transistor for all-magnon data processing. *Nature Communications* **5**, 4700 (2014) (cit. na s. 1, 27).
7. Urbánek, M., Flajšman, L., Křižáková, V., Gloss, J., Horký, M., Schmid, M. & Varga, P. Focused ion beam direct writing of magnetic patterns with controlled structural and magnetic properties. *arXiv preprint arXiv:1803.04348* (2018) (cit. na s. 1, 37).
8. Griffiths, D. J. *Introduction to electrodynamics* (Prentice Hall, New Jersey, 1999) (cit. na s. 2).
9. Coey, J. M. D. *Magnetism and magnetic materials* (Cambridge University Press, 2010) (cit. na s. 4).
10. Lee, E. W. Magnetostriction and magnetomechanical effects. *Reports on Progress in Physics* **18**, 184 (1955) (cit. na s. 4).
11. Moriya, T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism. *Physical Review* **120**, 91 (1960) (cit. na s. 4).
12. Hillebrands, B. & Ounadjela, K. *Spin dynamics in confined magnetic structures I* (Springer Science & Business Media, 2003) (cit. na s. 6).
13. Suhl, H. *Relaxation processes in micromagnetics* (Oxford University Press, 2007) (cit. na s. 6).
14. Skála, L. *Úvod do kvantové mechaniky* (Academia, 2005) (cit. na s. 6).
15. Turčan, I. *Study of magnonic crystal in a frequency domain* Diplomová práce (Brno Vysoké učení technické), 40 (cit. na s. 7).
16. Manago, T., Yamanoi, K., Kasai, S. & Mitani, S. Damping factor estimation using spin wave attenuation in permalloy film. *Journal of Applied Physics* **117**, 17D121 (2015) (cit. na s. 7).

17. Walker, L. R. Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance. *Physical Review* **105**, 390 (1957) (cit. na s. 7).
18. Damon, R. W. & Eshbach, J. R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **19**, 308–320 (1961) (cit. na s. 9).
19. Damon, R. W. & Eshbach, J. R. Magnetostatic modes of a ferromagnetic slab. *Journal of Applied Physics* **31**, S104–S105 (1960) (cit. na s. 9).
20. Stancil, D. D. & Prabhakar, A. *Spin waves* (Springer, 2009) (cit. na s. 9, 12).
21. Kalinikos, B. A. & Slavin, A. N. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **19**, 7013 (1986) (cit. na s. 12).
22. Davies, C. S. & Kruglyak, V. V. Graded-index magnonics. *Low Temperature Physics* **41**, 760–766 (2015) (cit. na s. 12).
23. Donahue, M. J. *OOMMF User's Guide, Version 1.0* tech. zpr. (1999) (cit. na s. 14).
24. Vansteenkiste, A., Leliaert, J., Dvornik, M., Helsen, M., Garcia-Sanchez, F. & Van Waeyenberge, B. The design and verification of MuMax3. *Aip Advances* **4**, 107133 (2014) (cit. na s. 14, 15).
25. Van der Walt, S., Colbert, S. C. & Varoquaux, G. The NumPy array: a structure for efficient numerical computation. *Computing in Science & Engineering* **13**, 22–30 (2011) (cit. na s. 14).
26. Abert, C., Bruckner, F., Vogler, C., Windl, R., Thanhoffer, R. & Suess, D. A full-fledged micromagnetic code in fewer than 70 lines of NumPy. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **387**, 13–18 (2015) (cit. na s. 14).
27. Fangohr, H., Fischbacher, T. & Franchin, M. *Mini tutorial micromagnetic modelling* <http://nmag.soton.ac.uk/nmag/0.2/manual/html/tutorial/doc.html> (2017) (cit. na s. 14).
28. *CUDA Toolkit Documentation v9.0.176* <http://docs.nvidia.com/cuda/index.html> (2017) (cit. na s. 14).
29. *The Go Programming Language* <https://golang.org/> (2017) (cit. na s. 14).
30. *mumax 3.9c API* <http://mumax.github.io/api.html> (2017) (cit. na s. 14).
31. *Vector field format (OVF)* <http://math.nist.gov/oommf/doc/userguide11b2/userguide/vectorfieldformat.html> (2017) (cit. na s. 15).
32. McMichael, R. D., Donahue, M. J., Porter, D. G. & Eicke, J. Comparison of magnetostatic field calculation methods on two-dimensional square grids as applied to a micromagnetic standard problem. *Journal of Applied Physics* **85**, 5816–5818 (1999) (cit. na s. 15).
33. *COMSOL Multiphysics Reference Manual, version 5.4* [www.comsol.com](http://www.comsol.com) (2018) (cit. na s. 19).
34. Huber, R. *Control of spin waves on the nanoscale in one-dimensional magnonic crystals and atomic layer deposition of metallic ferromagnets for second generation of nanomaterials* Disertační práce (Technische Universität München, 2013), 172 (cit. na s. 18).
35. *Finite element method magnetics* <http://www.femm.info/wiki/HomePage> (2018) (cit. na s. 18).

36. Gruszecki, P., Kasprzak, M., Serebryannikov, A. E., Krawczyk, M. & Śmigaj, W. Microwave excitation of spin wave beams in thin ferromagnetic films. *Scientific Reports* **6**, 22367 (2016) (cit. na s. 18).
37. Neusser, S. *Spin waves in antidot lattices: From quantization to magnonic crystals* Disertační práce (Technische Universität München, 2011), 185 (cit. na s. 18).
38. Stigloher, J., Decker, M., Körner, H. S., Tanabe, K., Moriyama, T., Taniguchi, T., Hata, H., Madami, M., Gubbiotti, G., Kobayashi, K. *et al.* Snell's law for spin waves. *Physical Review Letters* **117**, 037204 (2016) (cit. na s. 21).
39. Schindelin, J., Arganda-Carreras, I., Frise, E., Kaynig, V., Longair, M., Pietzsch, T., Preibisch, S., Rueden, C., Saalfeld, S., Schmid, B. *et al.* Fiji: an open-source platform for biological-image analysis. *Nature Methods* **9**, 676 (2012) (cit. na s. 22).
40. Rueden, C. T., Schindelin, J., Hiner, M. C., DeZonia, B. E., Walter, A. E., Arena, E. T. & Eliceiri, K. W. ImageJ2: ImageJ for the next generation of scientific image data. *BMC Bioinformatics* **18**, 529 (2017) (cit. na s. 22).
41. Druckmüller, M. Phase correlation method for the alignment of total solar eclipse images. *The Astrophysical Journal* **706**, 1605 (2009) (cit. na s. 22).
42. Reddy, B. S. & Chatterji, B. N. An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration. *IEEE Transactions on Image Processing* **5**, 1266–1271 (1996) (cit. na s. 22).
43. Krawczyk, M. & Puzkarski, H. Plane-wave theory of three-dimensional magnonic crystals. *Physical Review B* **77**, 054437 (2008) (cit. na s. 27).
44. Kumar, D., Kłos, J. W., Krawczyk, M. & Barman, A. Magnonic band structure, complete bandgap, and collective spin wave excitation in nanoscale two-dimensional magnonic crystals. *Journal of Applied Physics* **115**, 043917 (2014) (cit. na s. 27).
45. Gulyaev, Y. V., Nikitov S. A. and Zhivotovskii, L., Klimov, A., Tailhades, P., Presmanes, L., Bonningue, C., Tsai, C. S., Vysotskii, S. & Filimonov, Y. A. Ferromagnetic films with magnon bandgap periodic structures: Magnon crystals. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **77**, 567–570 (2003) (cit. na s. 27).
46. Ciubotaru, F., Chumak, A. V., Obry, B., Serga, A. A. & Hillebrands, B. Magnonic band gaps in waveguides with a periodic variation of the saturation magnetization. *arXiv pre-print arXiv:1305.6619* (2013) (cit. na s. 27).
47. Chumak, A. V., Tiberkevich, V. S., Karenowska, A. D., Serga, A. A., Gregg, J. F., Slavin, A. N. & Hillebrands, B. All-linear time reversal by a dynamic artificial crystal. *Nature Communications* **1**, 141 (2010) (cit. na s. 27).
48. Kim, S., Lee, K. & Han, D. A gigahertz-range spin-wave filter composed of width-modulated nanostrip magnonic-crystal waveguides. *Applied Physics Letters* **95**, 082507 (2009) (cit. na s. 27).
49. Chumak, A. V., Vasyuchka, V. I., Serga, A. A., Kostylev, M. P., Tiberkevich, V. S. & Hillebrands, B. Storage-recovery phenomenon in magnonic crystal. *Physical Review Letters* **108**, 257207 (2012) (cit. na s. 27).
50. Yariv, A. & Yeh, P. *Photonics: optical electronics in modern communications* (Oxford Univ., 2006) (cit. na s. 27).
51. Hillebrands, B. Spin-wave calculations for multilayered structures. *Physical Review B* **41**, 530 (1990) (cit. na s. 27).

52. Kruglyak, V. V. & Kuchko, A. N. Spectrum of spin waves propagating in a periodic magnetic structure. *Physica B: Condensed Matter* **339**, 130–133 (2003) (cit. na s. 27).
53. Sokolovskyy, M. L. & Krawczyk, M. The magnetostatic modes in planar one-dimensional magnonic crystals with nanoscale sizes. *Journal of Nanoparticle Research* **13**, 6085–6091 (2011) (cit. na s. 27).
54. Vasseur, J. O., Dobrzynski, L., Djafari-Rouhani, B. & Puzzkarski, H. Magnon band structure of periodic composites. *Physical Review B* **54**, 1043 (1996) (cit. na s. 27).
55. Sietsema, G. R. *Properties and dynamics of spin waves in one and two dimensional magnonic crystals* Disertační práce (The University of Iowa, 2016), 81 (cit. na s. 27).
56. Kittel, C. & McEuen, P. *Introduction to solid state physics* (Wiley New York, 2005) (cit. na s. 27).
57. Petráček, J. *Modelování optických vlnovodných struktur metodou sešívání vidů* Habilitační práce (Vysoké učení technické v Brně, 2004), 85 (cit. na s. 27).
58. Soubusta, J. *Fyzika pevných látek* (Univerzita Palackého v Olomouci, 2012) (cit. na s. 31).
59. Gubbiotti, G., Tacchi, S., Carlotti, G., Singh, N., Goolaup, S., Adeyeye, A. & Kostylev, M. Collective spin modes in monodimensional magnonic crystals consisting of dipolarly coupled nanowires. *Applied Physics Letters* **90**, 092503 (2007) (cit. na s. 32).

# Seznam použitých zkratk

BLS	Brillouinův rozptyl světla z angl. <i>Brillouin Light Scattering</i>
CMOS	Doplňující se kov-oxid-polovodič z angl. <i>Complementary Metal–Oxide–Semiconductor</i>
FEMM	<i>Finite Element Method Magnetics</i>
FMR	Feromagnetická rezonance
IHS	Integrální hustota stavů
LL	Landau-Lifšitz
LLG	Landau-Lifšitz-Gilbert
OOMMF	<i>Object Oriented Micromagnetic Framework</i>
OVF	<i>OOMMF Vector Field Format</i>
PWM	Metoda rovinných vln z angl. <i>Plane Wave Method</i>
VNA	Vektorový obvodový analyzátor z angl. <i>Vector Network Analyzer</i>

# A. Analytický výpočet disperzní relace magnonického krystalu

Uvažme magnonický krystal, který se skládá ze dvou prostředí s různou saturační magnetizací, tak jak je zobrazeno na obrázku A.1.

Prvním krokem bude výpočet disperzních relací v jednotlivých prostředích pomocí 1.48, ovšem pro  $k$ , tedy

$$k_1 = -\frac{1}{2t} \ln \left( -\omega^2 + \frac{4(\omega_0(\omega_0 + \omega_{M1}))}{\omega_{M1}} + 1 \right) \quad (\text{A.1})$$

a

$$k_2 = -\frac{1}{2t} \ln \left( -\omega^2 + \frac{4(\omega_0(\omega_0 + \omega_{M2}))}{\omega_{M2}} + 1 \right). \quad (\text{A.2})$$

Dalším krokem je nalezení přenosových matic

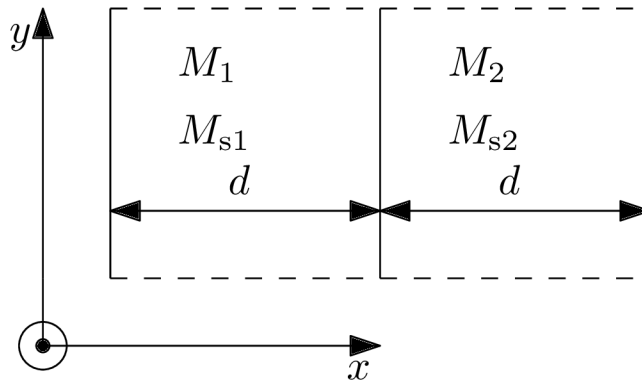
$$\hat{M}_1 = \begin{pmatrix} \cos(k_1 d) & \frac{\sin(k_1 d)}{(k_1)} \\ -k_1 \sin(k_1 d) & \cos(k_1 d) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

a

$$\hat{M}_2 = \begin{pmatrix} \cos(k_2 d) & \frac{\sin(k_2 d)}{(k_2)} \\ -k_2 \sin(k_2 d) & \cos(k_2 d) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Dále zjistíme přenosovou matici celého systému

$$\hat{M} = \hat{M}_2 \hat{M}_1 = \begin{pmatrix} \cos(k_1 d) \cos(k_2 d) & \frac{\sin(k_1 d) \sin(k_2 d)}{(k_1 k_2)} \\ k_1 k_2 \sin(k_1 d) \sin(k_2 d) & \cos(k_1 d) \cos(k_2 d) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$



**Obrázek A.1:** Geometrie řešeného problému. Uvažujeme směr šíření vlny podél osy  $x$  a ve směru osy  $y$  je geometrie nekonečně rozsáhlá.



Dalším krokem je získání vlastních hodnot [A.5](#). To je provedeno standardním způsobem a získáme dvě vlastní čísla

$$\lambda_1 = \frac{a + \sqrt{b}}{2k_1k_2}, \quad (\text{A.6})$$

$$\lambda_2 = \frac{a - \sqrt{b}}{2k_1k_2}, \quad (\text{A.7})$$

kde

$$a = k_1^2 \sin(dk_1) \sin(dk_2) + k_2^2 \sin(dk_1) \sin(dk_2) - 2k_1k_2 \cos(dk_1) \cos(dk_2). \quad (\text{A.8})$$

a

$$b = (k_1^2 + k_2^2)^2 \sin^2(dk_1) \sin^2(dk_2) - k_1k_2 \left( (k_1^2 + k_2^2) \sin(2dk_1) \sin(2dk_2) + 4k_1k_2 \right) + 4k_1^2k_2^2 \cos^2(dk_1) \cos^2(dk_2) \quad (\text{A.9})$$

Teď již stačí vyřešit rovnici [A.10](#) vzhledem k  $k_{B_i}$

$$\lambda_i - e^{-ik_{B_i}2d} = 0. \quad (\text{A.10})$$

Po úpravě a dosazení dostaneme

$$k_{B1} = \frac{\ln(\lambda_1)}{2d},$$

$$k_{B2} = \frac{\ln(\lambda_2)}{2d}.$$

Bohužel při pokusu o vykreslení tohoto vztahu nastane, tak velká numerická chyba, že je v podstatě nemožné cokoliv z grafu vyčíst.

## B. Používané konstanty

Pro analytické a numerické výpočty jsme volili následující konstanty, pokud není v textu uvedeno jinak.

Tloušťka vzorku	10 nm
Saturační magnetizace	$1700 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$
Výměnná délka	$1,3 \frac{\text{pJ}}{\text{m}}$
Délka elementu	256 nm
Externí pole	50 mT

V rovině vzorku jsme v mikromagnetických simulacích uvažovali periodické okrajové podmínky.