



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



ÚSTAV SOUDNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
INSTITUTE OF FORENSIC ENGINEERING

# OPTIMALIZACE HNACÍCH HŘÍDELÍ KOL PŘEDNÍ NÁPRAVY VOZIDLA MAGMA

OPTIMIZATION OF THE DRIVE SHAFT OF FRONT AXLE WHEELS OF THE MAGMA VEHICLE

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Ing. MIROSLAV KALA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. VLADIMÍR PANÁČEK

BRNO 2012

### ***Abstrakt***

Tato diplomová práce se zabývá optimalizací hnacích hřídelí vozidla MAGMA Alficar, u kterých v extrémních provozních podmínkách dochází k poškození. K analýze hřídele je využita metoda konečných prvků, jež je moderním řešením napjatostně-deformační analýzy v konstruktérské praxi. Rovněž je v této práci provedeno srovnání s výpočtem napjatosti klasickou analytickou metodou a vlastní návrh řešení hřídelí.

### ***Abstract***

This thesis deals with the optimization of MAGMA Alficar vehicle driveshaft, which in extreme operating conditions leads to destruction. The finite element method is used to analyze the shaft, which is a modern solution of the stress-strain analysis in designing practice. The classical method of the stress analysis calculation and the suggestion of the solution to the problem of destruction are also included.

### ***Klíčová slova***

Magma, hnací hřídel, napjatost, optimalizace, metoda konečných prvků

### ***Keywords***

Magma, driveshaft, stress, optimization, finite element method

***Bibliografická citace***

KALA, M. *Optimalizace hnacích hřídelí kol přední nápravy vozidla Magma*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Ústav soudního inženýrství, 2012. 69 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Vladimír Panáček.

***Prohlášení***

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne .....

.....

podpis diplomanta

### ***Poděkování***

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé diplomové práce, panu Ing. Vladimíru Panáčkovi za odborné vedení, cenné rady a zajištění podkladů pro tuto diplomovou práci.

# OBSAH

1	ÚVOD.....	3
2	TECHNICKÝ POPIS VOZIDLA MAGMA.....	4
3	VÝMĚNNÉ NÁSTAVBY PRO VOZIDLO MAGMA .....	7
3.1	Samosběrný zametač K2 .....	7
3.2	Silniční zametač SZ 1600.....	8
3.3	Vysavač VD 400.....	8
3.4	Vysavač VD 500.....	9
3.5	Lisovací nástavba komunálního odpadu LN 3500 .....	9
3.6	Jednoramenný nosič kontejnerů CTS 2028.....	10
3.7	Hydraulický nakládací jeřáb FASSI M20A.12.....	10
3.8	Pracovní plošina LCV 12 / 14 /15 .....	11
3.9	Nízkotlaká cisterna CNT 1500 .....	11
3.10	Zvedací čelo 1200 / 1500 / 1600 .....	12
3.11	Sypač SVS 1.0 / 1.2 / 1.4.....	12
3.12	Sypač BBS 1001 .....	13
3.13	Sněhová radlice PKN 156 / 172 / 190 .....	14
3.14	Sněhová radlice PMS .....	15
3.15	Variabilní šípový pluh PKV 172 / 190 .....	15
4	PROVOZNÍ PODMÍNKY VOZIDLA.....	16
4.1	Zatížení náprav .....	17
5	HNACÍ SÍLY A MOMENTY NA KOLECH VOZIDLA.....	23
5.1	Maximální vyvoditelný točivý moment na hnací hřídeli kola.....	23
5.2	Maximální vyvoditelná hnací síla kola.....	26
5.3	Adhezní síla.....	26
5.4	Porovnání hnací síly kola se silou adhezní.....	28
6	NAPJATOSTNÍ ANALÝZA – ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ.....	29

7	NAPJATOSTNÍ ANALÝZA – METODA KONEČNÝCH PRVKŮ.....	30
7.1	Teorie.....	30
7.2	Metoda konečných prvků v praxi .....	31
7.3	Implementace metody konečných prvků v prostředí ansys.....	33
7.3.1	<i>Popis systému ANSYS.....</i>	33
7.3.2	<i>Obecný postup metody konečných prvků v programu ANSYS Workbench .....</i>	34
7.3.3	<i>Tvorba modelu hnací hřídele kol přední nápravy kol vozidla v programu Autodesk Inventor.....</i>	34
7.3.4	<i>Diskretizace a zadání vstupních parametrů .....</i>	36
7.3.5	<i>Řešení .....</i>	38
7.3.6	<i>Zhodnocení výsledků.....</i>	38
8	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ANALYTICKÉHO ŘEŠENÍ S ŘEŠENÍM POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ.....	40
9	NAPJATOSTNÍ ANALÝZA HNACÍ HŘÍDELE KOLA VOZIDLA S CELKOVOU HMOTNOSTÍ 3500 KG .....	41
10	OPTIMALIZACE – NÁVRH ŘEŠENÍ HNACÍ HŘÍDELE KOLA PŘEDNÍ NÁPRAVY VOZIDLA MAGMA.....	42
11	ZÁVĚR .....	49
12	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....	51
13	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ .....	53
	SEZNAM PŘÍLOH .....	55

# 1 ÚVOD

Téma této diplomové práce zní Optimalizace hnacích hřídelí kol přední nápravy vozidla MAGMA. Zvolil jsem si toto téma zčásti také proto, že umožňuje demonstrovat postup napjatostně-deformační analýzy pomocí metody konečných prvků, což je moderní matematická numerická metoda, často využívaná v inženýrské praxi.

MAGMA Alficar je malé nákladní vozidlo s celkovou hmotností 3,5 t. Ve verzi 4x4 má poháněny obě nápravy. A právě s hnacími hřídeli kol přední nápravy bývají při určité konfiguraci vozidla v extrémních provozních podmínkách problémy. Tyto hřídele u vozidel MAGMA Alficar 4x4 v úpravě pro zimní údržbu komunikací často podléhají poškození. Tato práce si klade za cíl navrhnout hnací hřídel tak, aby k poškození nedocházelo. K dosažení tohoto cíle je ovšem třeba nejdříve vyšetřit příčiny poškození.

Rozvoj výpočetní techniky umožnil vznik zcela nových, především numerických metod výpočtu pevnosti a pružnosti nejen strojnických součástí. Tyto metody by bez využití počítače nebyly realizovatelné především z důvodu nutnosti stanovit a řešit obrovské množství rovnic. Patrně nejpoužívanější takovou metodou je právě metoda konečných prvků. V této práci je proveden teoretický rozbor této metody, její aplikace v praxi a nakonec i samotná napjatostně-deformační analýza hnací hřídele vozidla MAGMA Alficar. Výsledky analýzy jsou poté srovnány s hodnotami vypočtenými analyticky pomocí vztahu pro maximální vnitřní napětí součásti namáhané na krut. Následně je proveden návrh řešení vzniklého problému s nadměrnou napjatostí hřídele při extrémním namáhání.



## 2 TECHNICKÝ POPIS VOZIDLA MAGMA

MAGMA Alficar je malé nákladní užitkové vozidlo, určené především jako nosič výměnných nástaveb. Toto vozidlo nachází uplatnění v nejrůznějších odvětvích, jako komunální a technické služby, průmysl, stavebnictví, zemědělství apod. V současné době je vozidlo vyráběno firmou JILA WAGEN a.s. Přesněji řečeno, v prostorách firmy JILA WAGEN a.s. probíhá finální montáž vozidla MAGMA Alficar. Jednotlivé díly a komponenty jsou vyráběny různými certifikovanými dodavateli. Automobil je s postupem doby průběžně vylepšován a modernizován, největší změny se týkají motoru, který je postupně inovován a upravován tak, aby splňoval stále přísnější emisní limity stanovené Evropskou unií. Současná verze splňuje emisní normu Euro 5. Dále je také zvyšován komfort posádky v kabině.



*Obr. č. 1 – Vozidlo MAGMA Alficar*

Vozidlo MAGMA Alficar má celkovou hmotnost 3500 kg, spadá tedy do kategorie N<sub>1</sub>, k jeho řízení je nutno vlastnit pouze řidičské oprávnění skupiny B. Vozidlo se dodává ve dvou provedeních: krátké (rozvor 2250 mm) a dlouhé (rozvor 2600 mm). Zákazník má rovněž na výběr mezi pohonem pouze zadní nápravy (4x2) nebo obou náprav (4x4). Konstrukce vozidla je robustní a značně univerzální, což umožňuje využití široké palety různých

nástaveb. Rovněž umožňuje tažení brzděného přívěsu o hmotnosti až 2000 kg. Maximální rychlost vozidla je 90 km/h.

Vozidlo má nýtovaný prostorový rám, který je zároveň pozinkován z důvodu ochrany proti korozi. Na rámu jsou pomocí půleliptických listových pružin zavěšeny nápravy. K vymezení zdvihu pružin slouží pryžové dorazy, k tlumení kmitů pak slouží teleskopické tlumiče. Obě nápravy jsou tuhé, ve verzi 4x4 jsou obě šroubované. Ve verzi s pohonem všech kol jsou obě nápravy hnací, pohon přední nápravy je mechanicky připojitelný prostřednictvím zubové spojky. Zadní diferenciál je vybaven elektromagneticky ovládanou mechanickou uzávěrkou. V přední části rámu je umístěn motor a převodové ústrojí, vše je skryto pod kabinou řidiče, kterou je možno sklopit směrem dopředu a umožnit tak přístup k motoru, převodovce a dalším komponentám. Kabina je dvoumístná (na přání pětímístná), samonosná, dobře izolovaná od vnějšího hluku. Obě sedadla jsou vybavena tříbodovými samonavíjecími bezpečnostními pásy, sedadlo řidiče je odpruženo.



*Obr. č. 2 – Vozidlo MAGMA Alficar, zimní nástavba*



### 3 VÝMĚNNÉ NÁSTAVBY PRO VOZIDLO MAGMA

Tato kapitola popisuje jednotlivé druhy nástaveb, které je možno nechat namontovat na vozidlo MAGMA Alficar. Nástaveb existuje mnohem víc, jeden typ nástavby je možno rovněž pořídit od různých výrobců. Jsou zde tedy uvedeny pouze některé z nich, dobře reprezentující univerzálnost vozidla MAGMA Alficar. [15]

#### 3.1 SAMOSBĚRNÝ ZAMETAČ K2

Zametač s odsáváním typ K2 se používá pro sběr nečistot, od prachových částí až po písek, štěrk a kameny, listí apod. z povrchu komunikací, odstavných ploch, průmyslových a pěších zón atd. Jedná se o výměnnou nástavbu.



Obr. č. 4 - Samosběrný zametač K2  
(ilustrační obrázek)

Tab. č. 1 – K2, technický popis

Technický popis	
Nádrž	220 l
Pracovní záběr	1700 mm
Výkon	3000 - 5000 m <sup>2</sup> /hod
Zásobník	2 m <sup>3</sup>

### 3.2 SILNIČNÍ ZAMETAČ SZ 1600

Silniční zametač SZ 1600 je určen jak pro zimní, tak i pro letní údržbu vozovek, místních komunikací, chodníků a pěších zón. Jedná se o výměnnou nastavbu.



Obr. č. 5 - Silniční zametač SZ 1600

Tab. č. 2 – SZ 1600, technický popis

Technický popis	
Celková šířka	2035 mm
Pracovní záběr	1600 mm
Průměr kartáče	460 mm
Úhel vyklonění	30°
Pracovní rychlost	max. 10 km/h

### 3.3 VYSAVAČ VD 400

Vysavač VD 400 je opatřen motorem Kohler 11 HP (na přání až do výkonu 18HP). Tento vysoce kvalitní a výkonný motor umožňuje dopravovat vysávaný materiál až do délky hadice 15 m o průměru 130 mm.



Obr. č. 6 - Vysavač VD 400

Tab. č. 3 – VD 400, technický popis

Technický popis	
Hmotnost	102 kg
Rozměry (d/š/v)	700/850/1550 mm
Sací hadice - délka	6000 mm
Sací hadice - průměr	180 mm

### 3.4 VYSAVAČ VD 500

Vysavač VD 500 je určen především k profesionálnímu sběru a nakládání komunálního odpadu, listí a trávy. Je robustní konstrukce, která mu zabezpečuje dlouhou životnost. Stroj je opatřen motorem KOHLER CH18 S.



Tab. č. 4 – VD 500 - technický popis

Technický popis	
Hmotnost	390 kg
Rozměry (d/š/v)	2400/1570/2450 mm
Sací hadice - délka	6 m
Sací hadice - průměr	220 mm

Obr. č. 7 - Vysavač VD 500

### 3.5 LISOVACÍ NÁSTAVBA KOMUNÁLNÍHO ODPADU LN 3500

Lisovací nástavba LN 3500 Je určena pro sběr a svoz lehkého komunálního odpadu. Poměr stlačení je 1:3. Stlačovací štít je poháněn hydraulickými válci. Zařízení lze doplnit hydraulickým nakládacím zařízením na sběrné nádoby do objemu 240l. Montuje se jako výměnná nástavba.



Tab. č. 5 – LN 3500, technický popis

Technický popis	
Hmotnost	605 kg
Rozměry (d/š/v)	2695/1576/1320 mm
Zásobník	cca 3,5 m <sup>3</sup>

Obr. č. 8 - Lisovací nástavba LN 3500

### 3.6 JEDNORAMENNÝ NOSIČ KONTEJNERŮ CTS 2028

Nosič kontejnerů slouží pro manipulaci s kontejnery, ke svozu komunálního odpadu, zeminy apod. Jedná se o nástavbu, která není výměnná.



*Obr. č. 9 - nosič kontejnerů CTS 2028*

### 3.7 HYDRAULICKÝ NAKLÁDACÍ JEŘÁB FASSI M20A.12

Hydraulický jeřáb slouží k nakládání či vykládání materiálu na korbu vozidla MAGMA Alficar. Jeho parametry splňují ta nejpřísnější kritéria na výkon. Odpovídá vybavením normě ČSN EN. Jedná se o výměnnou nástavbu.



*Obr. č. 10 – Hydraulický jeřáb FASSI M20A.12*

Tab. č. 6 – FASSI, technický popis

Technický popis	
Hmotnost	305 kg
Pracovní výška	3100 mm
Boční dosah	3100 mm
Zdvihová síla	max 1700 kg při délce ramene 1300 mm

### 3.8 PRACOVNÍ PLOŠINA LCV 12 / 14 /15

Pracovní plošina slouží pro práci ve výškách. Tuhá konstrukce zdvihadího zařízení zaručuje bezpečnou práci i při maximálním pracovním dosahu koše. Výrobek odpovídá normě EN 280 a CE, ISO 2001. Jedná se o výměnnou nástavbu.



Tab. č. 7 – LCV, technický popis

Technický popis (12/14/15)	
Hmotnost	1250/1300/1350 kg
Užitečné zatížení	200 /200 / 250 kg
Pracovní výška	12300/14200/15000 mm
Boční dosah	5000 / 6500 / 7000 mm
Rozměr klece	1300 x 800 mm

Obr. č. 11 - Pracovní plošina LCV

### 3.9 NÍZKOTLAKÁ CISTERNA CNT 1500

Nízkotlaká cisterna slouží pro přepravu užitkové vody s následnou možností zavlažování trávníků a okrasné vegetace pěších zón. Při osazení nosiče mycí lištou je možné provádět kropení a splachování pozemních komunikací. Cisternovou nástavbu lze ve spolupráci s mycí lištou využít i pro mytí komunikací. Jedná se o výměnnou nástavbu.





Obr. č. 12 - Nízkotlaká cisterna CNT 1500

Tab. č. 8 – CNT, technický popis

Technický popis	
Objem nádrže	1500 l
Jmen. průtok čerpadla	60 l/min
Max. tlak	8 bar
Max. sací výška	7 m
Šířka mycí lišty	1920 mm

### 3.10 ZVEDACÍ ČELO 1200 / 1500 / 1600

Zvedací čelo slouží k snadnější manipulaci při nakládání a vykládání náradí a materiálu na korbu. Ovládání je dálkové se spirálovým kabelem, součástí je zadní průběžný nárazník jako ochrana proti podjetí. Čelo má dva zvedací a dva naklápěcí hydraulické válce, které jsou osazeny bezpečnostními elektromagnetickými ventily. Hlavní vypínač je umístěn v kabině vozidla.



Obr. č. 13 - Zvedací čelo

Tab. č. 9 – Zvedací čelo, technický popis

Technický popis (1200/1500/1600)	
Hmotnost	240/250/270 kg
Užitečné zatížení	450 / 750 / 750 kg
Zvedací výška	do 900 mm
Délka	1200/1500/1600 mm
Šířka	dle šířky nástavby

### 3.11 SYPAČ SVS 1.0 / 1.2 / 1.4

Sypačové nástavby SVS 1.0, SVS 1.2 a SVS 1.4 jsou určeny pro montáž na malé komunální nosiče typu Multicar, Bucher, Magma apod. s celkovou hmotností do 5t. Ovládání posypu lze řešit jako mechanické vně kabiny, elektrické uvnitř kabiny nebo automatické

v závislosti na rychlosti pojezdu. Možnost doplnění sypače o zkrápění solankou a další výbavu dle nabídky.



Obr. č. 14 - Sypač SVS  
(ilustrační obrázek)

Tab. č. 10 – Sypač SVS, technický popis

Technický popis (1.0/1.2/1.4)	
Hmotnost	364/409/447 kg
Šířka posypu	1,5 – 5 m
Dávkování soli	5 – 40 g/m <sup>2</sup>
Dávkování inertního materiálu	50 – 300 g/m <sup>2</sup>
Objem násypky	1,0/1,2/1,4 m <sup>3</sup>
Pohon	Hydraulický
Doprava materiálu	Šnek

### 3.12 SYPAČ BBS 1001

Sypač se používá v zimním období pro údržbu ulic, chodníků, náměstí a frekventovaných míst ve městech, obcích nebo soukromých objektech. Tento sypač disponuje možností zkrápění chemického posypového materiálu solankou. Jedná se o výměnnou nástavbu.



Obr. č. 15 - Sypač BBS 1001

Tab. č. 11 – Sypač BBS 1001, technický popis

Technický popis	
Hmotnost	330 kg
Rozměry (d/š/v)	2017/2585/1115 mm
Pracovní rychlost	5 – 40 km/h
Objem nádrže	430 l solanky
Objem zásobníku	1 m <sup>3</sup>
Dávka posypu chem. materiálem	5 – 40 g/m <sup>2</sup>
Dávka posypu inertním materiálem	50 – 200 g/m <sup>2</sup>
Šířka posypu	2 – 6 m
Poměr zkrápění	1:3

### 3.13 SNĚHOVÁ RADLICE PKN 156 / 172 / 190

Jedná se o čelně nesenou pevnou radlici pro odklizení sněhu s odpruženým štítem a možností přetočení pod úhlem 28° na pravou či levou stranu. Slouží k odstraňování sněhové vrstvy až do výšky 200 mm. Jedná se o výměnnou nástavbu.



Obr. č. 16 - Sněhová radlice PKN

Tab. č. 12 – Sněhová radlice PKN, technický popis

<b>Technický popis (156/172/190)</b>	
Hmotnost	190/205/220 kg
Pracovní záběr	1560 – 1760 / 720 - 1920 / 1900 - 2100 mm
Úhel vyklonění	28°

### 3.14 SNĚHOVÁ RADLICE PMS

Čelní sněhová radlice PMS je určena k odstraňování souvislé sněhové vrstvy až do výše 200 mm. Konstruktivní řešení odpružení čelního štítu a boční kopírování nerovností vozovky zajišťuje snadnou ovladatelnost a kvalitní úklid. Pracovní šířky sněhových radlic od 1,3 m do 2,1 m. Hydraulické přetáčení - vpravo, vlevo.



Obr. č. 17 - Sněhová radlice PMS

### 3.15 VARIABILNÍ ŠÍPOVÝ PLUH PKV 172 / 190

Jedná se o čelně nesený šípový pluh, který se vyznačuje velmi dobrou konstrukcí bočních křídel a propracovaností. Radlici lze používat ve třech pracovních režimech: šípový pluh (tzv. V poloha), čelní jednostranná radlice a Y pozice. Jedná se o výměnnou nástavbu.



Obr. č. 18 - Variabilní šípový pluh PKV

Tab. č. 13 – Variabilní šípový pluh, technický popis

Technický popis (172 / 190)	
Záběr	1720 - 2060 / 1900 - 2240 mm
Hmotnost	300 / 390 kg

## 4 PROVOZNÍ PODMÍNKY VOZIDLA

Zabývejme se nyní již konkrétním typem vozidla MAGMA Alficar, s konkrétními nástavbami a v konkrétních provozních podmínkách. Na základě praktických zkušeností z provozu (po dohodě s vedoucím této práce) byla zvolena krátká verze (rozvor 2250 mm), s pohonem všech kol (4x4) a s následujícími nástavbami:

- Vzadu nástavba typu sypač – BEILHACK BBS 1001
- Vpředu buď sněhová radlice – BEILHACK PKN 156 / 172 / 190
- Nebo variabilní šípový pluh – BEILHACK PKV 172 / 190

Vozidlo je určeno pro úpravu pozemních komunikací v zimním období. Radlice umístěná na předním nárazníku, slouží k odhrnování napadaného sněhu, sypač umístěný vzadu na rámu slouží k posypu povrchu vozovky. Posypovým materiálem může být buď písek, který zabraňuje skluzu nebo chemický materiál, který rozpouští sněh a led.

Provoz vozidla v zimních podmínkách má negativní vliv na životnost obzvláště podvozkových částí. Ty jsou totiž v blízkém kontaktu s materiálem, kterým je pokryta vozovka. Je to převážně rozpuštěný sněh, často s příměsí soli od předchozího ošetřování

vozovky. Jak voda, tak i sůl způsobují korodování kovových částí podvozku a tedy i snížení životnosti těchto částí.

#### 4.1 ZATÍŽENÍ NÁPRAV

Pro výpočet zatížení vozidla (bez vážení) s namontovanou zimní nástavbou je nutné znát rozložení pohotovostní hmotnosti vozidla bez nástaveb. Pohotovostní hmotnost vozidla je hmotnost vozidla s veškerou standardní výbavou, maximálním množstvím veškerých provozních kapalin, ovšem bez cestujících. Dle informací výrobce činí pohotovostní hmotnost vozidla MAGMA Alficar  $m_V = 2350$  kg. Tato hmotnost je podle vážení výrobce rozdělena na jednotlivé nápravy následovně:

- Přední náprava:  $m_P = 1406$  kg
- Zadní náprava:  $m_Z = 944$  kg

Nyní uvažujme, že na vozidlo budou namontovány následující nástavby:

- Na přední nárazník šípový pluh BEILHACK PKV 190
- Na korbu sypač BEILHACK BBS 1001

Sypač má kapacitu zásobníku  $1 \text{ m}^3$ , lze ho tedy naplnit jedním metrem krychlovým posypového materiálu, například písku. Suchý písek má hustotu  $1500 \text{ kg/m}^3$ , náplň plného zásobníku tedy bude vážit  $1500$  kg. Posypová sůl má sypkou hustotu asi  $1150 \text{ kg/m}^3$ . Dále uvažujme obsazení kabiny dvěma osobami o hmotnostech  $90$  kg.

Tab. č. 14 – Rozdělení celkové hmotnosti

Vozidlo	$m_V = m_P + m_Z$	$1406 + 944 =$	<b>2350 kg</b>
Radlice	$m_R$		<b>390 kg</b>
Sypač s náplní (písek)	$m_S$	$330 + 1500 =$	<b>1830 kg</b>
Obsazení kabiny	$m_{Rd}$	$90 + 90 =$	<b>180 kg</b>
<b>Celková hmotnost</b>	<b>m</b>		<b>4750 kg</b>

Z tabulky vyplývá, že při této konfiguraci vozidla se zimní nástavbou je výrazně překročena povolená celková hmotnost vozidla  $3500$  kg. V praxi by bylo možno hmotnost omezit snížením množství písku/soli v zásobníku sypače. Rovněž lze kabinu obsadit pouze

jednou osobou. Tedy aby byla dodržena celková hmotnost 3500 kg, musí být při obsazenosti kabiny jednou osobou (90 kg) hmotnost písku/soli pouze 440 kg, což činí přibližně 0,3 m<sup>3</sup> písku nebo 0,4 m<sup>3</sup> posypové soli. Tedy pouze 30% resp. 40% z celkové kapacity zásobníku. V praxi ovšem řidiči běžně maximální celkovou hmotnost vozidla překračují, a to převážně ze dvou důvodů:

- Řidiči většinou nemají možnost vozidlo zvážit a zjistit tak jeho celkovou hmotnost
- Při nevyužití plné kapacity zásobníku je nutné častěji zajíždět pro novou náplň, což značně zvyšuje provozní náklady

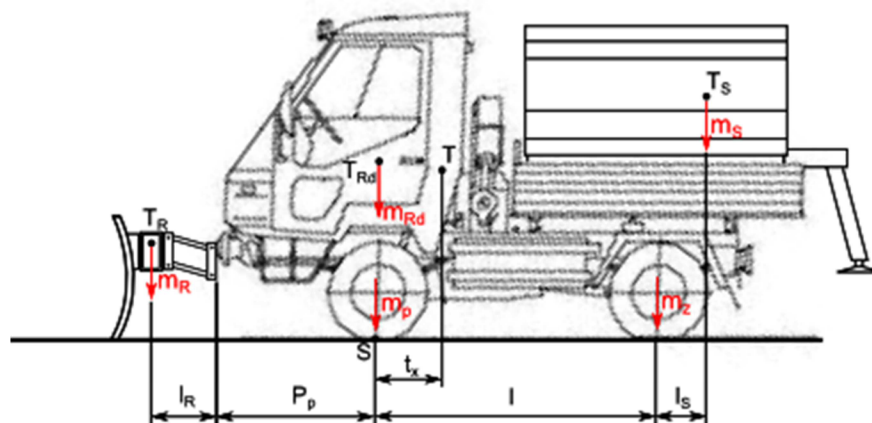
Proto budeme dále uvažovat celkovou hmotnost vozidla včetně nástaveb  $m = 4750 \text{ kg}$ .

Na tomto místě je třeba zmínit otázku homologace vozidla. Při takovém výrazném přetěžování by se mohlo uvažovat o homologaci nikoliv jako vozidlo kategorie N<sub>1</sub>, nýbrž jako kategorie s vyšší celkovou hmotností (N<sub>2</sub>, T apod.). Na provozování vozidla v těchto kategoriích jsou ovšem kladeny přísnější požadavky.

Zatížení jednotlivých náprav vozidla v konfiguraci se zimními nástavbami (sypač plný písku, variabilní šípový pluh, dvě osoby) vypočítáme pomocí rovnice statické rovnováhy vztažené k jednomu bodu, například k bodu dotyku předního kola s vozovkou (bod S na obrázku 19). Rovnice statické rovnováhy pak vypadá následovně:

$$m \cdot g \cdot t_x = m_{Z_{nás}} \cdot g \cdot l - m_R \cdot g \cdot (l_R + P_p), \quad (1)$$

kde  $m_{Z_{nás}}$  je hledaná hmotnost zatěžující zadní nápravu u vozidla se zimní nástavbou. V této rovnici jako druhá neznámá vystupuje podélná poloha těžiště (vůči přední nápravě)  $t_x$ . Tu vypočítáme rovněž pomocí rovnice statické rovnováhy. Obrázek č. 19 a tabulka č. 15 ukazují všechny hmotnosti a rozměry potřebné k výpočtu podélné polohy těžiště  $t_x$ . Uvažujme těžiště posádky přímo nad přední nápravou vozidla.



Obr. č. 19 – Rozměry a hmotnosti potřebné pro výpočty

Tab. č. 15 - Rozměry a hmotnosti potřebné pro výpočty

Hmotnosti		
Zatížení přední nápravy	$m_P$	1406 kg
Zatížení zadní nápravy	$m_Z$	944 kg
Hmotnost radlice	$m_R$	390 kg
Hmotnost posádky	$m_{Rd}$	180 kg
Hmotnost sypače s náplní písku	$m_S$	1830 kg
Celková hmotnost	$m = m_R + m_P + m_{Rd} + m_Z + m_S$	4750 kg
Délky		
Rozvor	$l$	2250 mm
Vzdálenost těžiště radlice od předního nárazníku	$l_R$	700 mm
Přední převis	$P_P$	995 mm
Vzdálenost těžiště sypače od zadní nápravy	$l_S$	0 mm

Všechny hodnoty nyní dosadíme do rovnice statické rovnováhy a dostáváme

$$m \cdot g \cdot t_x = m_Z \cdot g \cdot l + m_S \cdot g \cdot (l + l_S) - m_R \cdot g \cdot (l_R + P_P); \quad (2)$$



$$t_x = \frac{m_Z \cdot l + m_S \cdot (l + l_S) - m_R \cdot (l_R + P_P)}{m}; \quad (3)$$

$$t_x = \frac{944 \text{ kg} \cdot 2250 \text{ mm} + 1830 \text{ kg} \cdot (2250 \text{ mm} + 0 \text{ mm}) - 390 \text{ kg} \cdot (700 \text{ mm} + 995 \text{ mm})}{4750 \text{ kg}} \quad (4)$$

$$t_x = 1174,8 \text{ mm}. \quad (5)$$

Z polohy těžiště nyní zpětně vypočítáme zatížení jednotlivých náprav

$$m \cdot g \cdot t_x = m_{Z\_nás} \cdot g \cdot l; \quad (6)$$

$$m_{Z\_nás} = \frac{m \cdot t_x}{l}; \quad (7)$$

$$m_{Z\_nás} = \frac{4750 \text{ kg} \cdot 1174,8 \text{ mm}}{2250 \text{ mm}}; \quad (8)$$

$$m_{Z\_nás} = 2480 \text{ kg}; \quad (9)$$

$$m_{P\_nás} = m - m_{Z\_nás}; \quad (10)$$

$$m_{P\_nás} = 4750 \text{ kg} - 2480 \text{ kg}; \quad (11)$$

$$m_{P\_nás} = 2270 \text{ kg}, \quad (12)$$

Maximální povolené zatížení jednotlivých náprav dle údajů výrobce je

- Přední náprava: 1900 kg
- Zadní náprava: 2250 kg

Skutečné zatížení náprav tedy překračuje hranici povoleného zatížení.

Nyní by bylo vhodné zvážit případ, kdy sypač nebude naplněn pískem, ale naopak bude prázdný. V tabulce č. 15 se tedy změní hodnota  $m_S$  z 1830 kg na 330 kg, což je hmotnost prázdného sypače. Celková hmotnost vozidla MAGMA Alficar tedy bude rovna

$$m = 3250 \text{ kg}. \quad (13)$$

Podélná poloha těžiště  $t_x$  pak bude rovna

$$t_x = \frac{944 \text{ kg} \cdot 2250 \text{ mm} + 330 \text{ kg} \cdot (2250 \text{ mm} + 0 \text{ mm}) - 390 \text{ kg} \cdot (700 \text{ mm} + 995 \text{ mm})}{3250 \text{ kg}} \quad (14)$$

$$t_x = 679 \text{ mm}. \quad (15)$$

Zatížení zadní nápravy bude nyní rovno

$$m_{Z\_nás} = \frac{m \cdot t_x}{l}; \quad (16)$$

$$m_{Z\_nás} = \frac{3250 \text{ kg} \cdot 679 \text{ mm}}{2250 \text{ mm}}; \quad (17)$$

$$m_{Z\_nás} = 980 \text{ kg}. \quad (18)$$

Zatížení přední nápravy je rovno

$$m_{P\_nás} = m - m_{Z\_nás}; \quad (19)$$

$$m_{P\_nás} = 3250 \text{ kg} - 980 \text{ kg}; \quad (20)$$

$$m_{P\_nás} = 2270 \text{ kg}. \quad (21)$$

Z výpočtů je patrné, že s prázdným sypačem se zatížení přední nápravy výrazně nezmění, i když celková hmotnost vozidla je samozřejmě nižší. Důvodem je odlehčení pouze zadní nápravy. Celková hmotnost vozidla nyní nepřevyšuje povolenou celkovou hmotnost, povolené zatížení přední nápravy však je překročeno. Při přetěžování přední nápravy dochází k nadměrnému namáhání součástí přední nápravy, zvláště pak hnacích hřídelí kol, což může vést až k lomu těchto hřídelí.

Dostane-li se takto upravené vozidlo MAGMA Alficar do extrémní situace v těžkém terénu, například zapadnutí do vlhkého bahna, snaží se řidič vyprostit vozidlo použitím přídatných zařízení jako například redukováného (plíživého) chodu. Redukovaný chod se rovněž často používá při manévrování vozidlem ve strmém svahu. Redukce zvyšuje velikost točivého momentu přenášeného z motoru na jednotlivá kola vozidla na úkor otáček. Zvyšuje se tedy namáhání hřídele na krut (torzi). Je-li překročeno dovolené vnitřní napětí v hřídeli, může dojít k lomu. Je tedy nutno zjistit hodnotu nejvyššího točivého momentu, kterým může být hnací hřídel namáhána a hřídel zatíženou tímto momentem podrobit napjatostně-deformační analýze. Na obrázcích č. 20, 21, 22 a 23 jsou fotografie skutečné hnací hřídele, u které nastal lom. Z obrázků je patrné, že lom nastal bezprostředně za drážkováním na konci hřídele, který je vsazen do homokinetického kloubu v náboji kola vozidla.



*Obr. č. 20 – Poškozená přední hnací hřídel vozidla MAGMA Alficar*



*Obr. č. 21 – Poškozená přední hnací hřídel vozidla MAGMA Alficar, detail*



*Obr. č. 22 – Poškozená přední hnací hřídel vozidla MAGMA Alficar, detail*



Obr. č. 23 – Poškozená přední hnací hřídel vozidla MAGMA Alficar, detail lomu

## 5 HNACÍ SÍLY A MOMENTY NA KOLECH VOZIDLA

### 5.1 MAXIMÁLNÍ VYVODITELNÝ TOČIVÝ MOMENT NA HNACÍ HŘÍDELI KOLA

Jak již bylo zmíněno v kapitole 2 , motor vozidla MAGMA Alficar poskytuje maximální točivý moment 340 Nm při 1350 otáčkách za minutu. Tato hodnota je dosahována na klikové hřídeli motoru. Maximální točivý moment působící na hnací hřídel kola je ovšem jiný, změní se vlivem převodného ústrojí. Převodné ústrojí je systém všech zařízení, které přenáší točivý moment mezi hřídelí motoru a hnacími hřídelemi kol. Pro převodné ústrojí platí vztah

$$i_c = \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1}, \quad (22)$$

kde proměnné jsou:

$i_c$ .....celkový převodový poměr

$n_1$ .....otáčky vstupní hřídele převodného ústrojí

$n_2$ .....otáčky výstupní hřídele převodného ústrojí

$M_1$ ... točivý moment na vstupní hřídeli převodného ústrojí

$M_2$ ... točivý moment na výstupní hřídeli převodného ústrojí

Točivý moment a otáčky hřídele motoru jsou totožné s točivým momentem a otáčkami vstupní hřídele převodného ústrojí. Maximálního točivého momentu na výstupní hřídeli

převodného ústrojí tedy vozidlo dosahuje při maximálním točivém momentu na hřídeli motoru a při maximálním převodovém poměru.

Součástmi převodného ústrojí jsou rovněž nápravové rozvodovky. Rozvodovka je zařízení, přenášející točivý moment z jedné vstupní hřídele na dvě hřídele výstupní. Součástmi rozvodovky jsou

- Stálý převod hnací nápravy
- Diferenciál

Stálý převod slouží k trvalému zvýšení točivého momentu při trvalém snížení otáček. Tento točivý moment je pak přiváděn na kola vozidla. U vozidla MAGMA Alficar má dle výrobce stálý převod hodnotu  $i_S = 4,550$ . Výsledný točivý moment, který je přiváděn na kola je pak dán součinem točivého momentu na hřídeli motoru, převodového poměru převodovky  $i$  a stálého převodu rozvodovky  $i_S$ , tedy

$$M_2 = i_S \cdot i \cdot M_1. \quad (23)$$

Hodnotu točivého momentu na výstupní hřídeli převodného ústrojí je možno ještě zvýšit, a to použitím přídatné redukční převodovky pro plíživý chod. Převodový poměr  $i$  je pak násoben kromě stálého převodu  $i_S$  ještě převodovým poměrem redukční převodovky  $i_R$ , jehož velikost je dle výrobce  $i_R = 6,721$ .

Tabulka č. 16 zobrazuje převodové poměry pro jednotlivé převodové stupně udávané výrobcem převodovky ZWL.

Tab. č. 16 – převodové poměry

<b>Převodový stupeň</b>	<b>Převodový poměr <math>i</math></b>	<b>Celkový převodový poměr (vč. stálého převodu) <math>i_S = 4,550</math></b>	<b>Celkový převodový poměr při použití redukce <math>i_R = 6,721</math></b>
První	4,846	22,0493	148,1933
Druhý	2,714	12,3487	82,99561
Třetí	1,704	7,7532	52,10926
Čtvrtý	1,176	5,3508	35,96273
Pátý	0,850	3,8675	25,99347
Zpětný chod	5,036	22,9138	154,0036

Z tabulky vyplývá, že nejvyšší celkový převodový poměr  $i_C$  má vozidlo MAGMA Alficar při zpětném chodu a použití redukce, a to

$$i_C \cong 154, \quad (24)$$

Točivý moment na výstupní hřídeli celého převodného ústrojí při plíživém chodu bude tedy roven

$$M_2 = i_C \cdot M_1, \quad (25)$$

tedy

$$M_{2max} = 154 \cdot 340 \text{ Nm} \cong 52360 \text{ Nm}. \quad (26)$$

Nyní je nutno analyzovat přenos točivého momentu z výstupního hřídele převodného ústrojí na jednotlivé hnací hřídele kol. Vozidlo disponuje pohonem všech čtyř kol. Pohon zadních kol je stálý, pohon předních kol je připojitelný přes zubovou spojku. Toto řešení obsahuje dvě nápravové rozvodovky, součástí každé z nich je nápravový diferenciál. Celkem tedy dva nápravové diferenciály. Diferenciál je mechanické zařízení, umožňující změnu poměru otáček výstupních hřídelů rozvodovky. Toho je využíváno především při průjezdu vozidla zatáčkou, kdy vnější kolo má vyšší obvodovou rychlost než kolo vnitřní. Velikost točivého momentu na obou výstupních hřídelích diferenciálu (tedy rozvodovky) je stejná a je rovna jedné polovině točivého momentu na hřídeli vstupní.

Při pohonu všech čtyř kol vozidla se točivý moment dělí rovnoměrně v poměru 50:50 mezi přední a zadní nápravu. Přední nápravová rozvodovka rozděluje točivý moment jdoucí na přední nápravu rovněž rovnoměrně v poměru 50:50 na každou hnací hřídel předních kol. Maximální točivý moment dosažitelný na jedné hnací hřídeli kola je tedy roven jedné čtvrtině maximálního točivého momentu na výstupu z rozvodovky, tedy

$$M_{3max} = \frac{M_{2max}}{4} = 13090 \text{ Nm}. \quad (27)$$

Pro otáčky hnací hřídele kola platí

$$n_2 = \frac{n_1}{i_C}. \quad (28)$$

Jelikož maximálního točivého momentu dosahuje motor při  $1350 \text{ min}^{-1}$ , otáčky hnací hřídele (při jízdě bez zatáčení) budou za této situace rovny

$$n_2 = \frac{1350 \text{ min}^{-1}}{154} \cong 8,77 \text{ min}^{-1}. \quad (29)$$

## 5.2 MAXIMÁLNÍ VYVODITELNÁ HNACÍ SÍLA KOLA

Z točivého momentu působícího na hnací hřídel kola vypočítáme maximální vyvoditelnou hnací sílu kola vozidla. Tato síla působí ve směru pohybu vozidla a uděluje vozidlu zrychlení. Mezi točivým momentem, fyzikálně korektně zvaným moment síly, a silou platí vztah

$$M = F \cdot r. \quad (30)$$

Pro sílu  $F$  tedy platí

$$F = \frac{M}{r}, \quad (31)$$

kde  $r$  je kolmé rameno působící síly, neboli vzdálenost vektoru síly od středu otáčení. V tomto případě je tímto ramenem statický poloměr kola vozidla MAGMA Alficar. Statický poloměr je vzdálenost osy rotace nepohybujícího se kola od opěrné rovinné podložky rovnoběžné s osou rotace kola při předepsaném radiálním zatížení a huštění pneumatik [17]. Statický poloměr je udáván v katalogu výrobce pneumatik [16]. Pneumatiky používané na vozidle MAGMA Alficar mají rozměr 225/70 R15. Statický poloměr pro tento rozměr činí dle katalogu 317 mm ( $\pm 2\%$ ). Jelikož je vozidlo v našem případě přetíženo, uvažujme dolní hranici tolerance (těžší vozidlo má menší vzdálenost os rotace kol od vozovky než vozidlo lehčí). Statický poloměr kola bude tedy roven

$$r = 317 \text{ mm} \cdot 0,98 \cong 311 \text{ mm} = 0,311 \text{ m}. \quad (32)$$

Nyní již známe obě veličiny potřebné k určení maximální vyvoditelné hnací síly kola vozidla. Po dosazení do vztahu (31) dostáváme

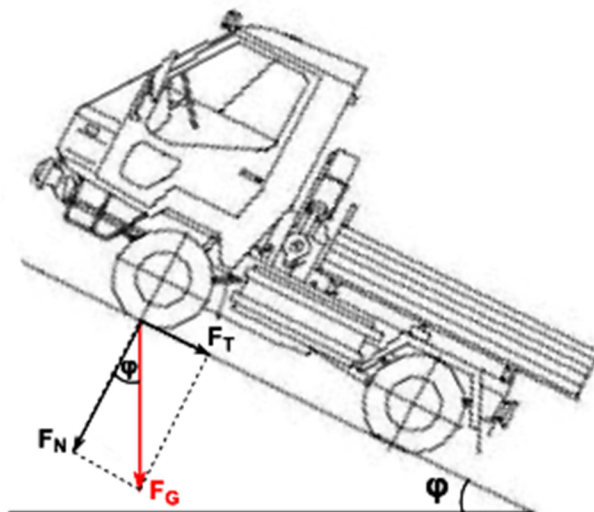
$$F_{max} = \frac{M_{3max}}{r} = \frac{13090 \text{ Nm}}{0,311 \text{ m}} \cong 42090 \text{ N} = 42,09 \text{ kN}. \quad (33)$$

## 5.3 ADHEZNÍ SÍLA

Největší síla, kterou lze přenést ve stopě kol s vozovkou při daném zatížení a určitém technickém stavu povrchu vozovky, pneumatiky a jejich vlastnostech se nazývá adhezní síla [18]. Síla vyvinutá motorem, a přes převodné ústrojí přenášená na kola vozidla (viz kapitola 5.2), musí být menší nebo rovna adhezní síle. Pokud je síla vyvinutá motorem vozidla větší než síla adhezní, dochází ke ztrátě adheze a prokluzu kol. Pro adhezní sílu platí vztah

$$F_a = F_N \cdot \mu, \quad (34)$$

kde  $F_N$  je normálová síla, působící jako reakce na sílu tíhovou ve směru kolmém k vozovce a  $\mu$  je součinitel adheze. Tíhovou sílu  $F_G$ , kterou působí vozidlo na vozovku, můžeme rozložit na složku tečnou (podélnou) k vozovce a složku normálovou (kolmou) k vozovce, jak je patrné z obrázku č. 24. Velikost normálové síly  $F_N$  je rovna velikosti normálové složky síly tíhové.



Obr. č. 24 – Působení tíhové síly

Velikost normálové síly je tedy rovna

$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi. \quad (35)$$

Je-li vozovka vodorovná, tedy  $\varphi = 0$ , pak  $\cos \varphi = 1$ , platí

$$F_N = F_G, \quad (36)$$

$$F_N = m \cdot g. \quad (37)$$

Tíhovou (potažmo normálovou) sílu můžeme podobně jako točivý moment rozdělit na jednotlivá kola vozidla v závislosti na jejich zatížení. Zatížení přední nápravy  $m_{P\_nás} = 2270$  kg rozdělíme rovnoměrně mezi pravé a levé kolo, tedy

$$m_{pp} = 1135 \text{ kg}, \quad (38)$$

$$m_{pl} = 1135 \text{ kg}. \quad (39)$$

Při tíhovém zrychlení  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$  pak dostáváme po dosazení do vztahu (37) velikost normálových sil působících na jednotlivá přední kola:



$$F_{Npp} = 11134 \text{ N}, \quad (40)$$

$$F_{Npl} = 11134 \text{ N}. \quad (41)$$

Součinitel adheze je konstanta, jejíž okamžitá velikost závisí na několika faktorech. Jsou to především:

- jakost a stav povrchu vozovky
- jakost a stav povrchu pneumatiky
- rychlost jízdy
- velikost skluzu

V praxi je možné dosáhnout součinitele adheze až  $\mu = 1,0$ . Při této hodnotě bude pak maximální síla přenositelná na vozovku, aniž by došlo ke ztrátě adheze, tedy maximální adhezní síla rovna

$$F_a = 11134 \text{ N} = 11,134 \text{ kN}. \quad (42)$$

## 5.4 POROVNÁNÍ HNACÍ SÍLY KOLA SE SILOU ADHEZNÍ

Nyní porovnejme maximální sílu, vyvoditelnou motorem a přenášenou na jedno kolo vozidla se silou adhezní vztaženou k témuž kolu. Zopakujme, že

$$F_{max} = 42,09 \text{ kN}, \quad (43)$$

$$F_a = 11,134 \text{ kN}, \quad (44)$$

tedy

$$F_{max} > F_a. \quad (45)$$

Maximální síla, kterou může motor vozidla vyvinout a přenést na jedno kolo je tedy větší než adhezní síla, dojde tedy k prokluzu kol. V případě prokluzu již hnací hřídel není na krut významně namáhána, točivý moment se přenáší dále na kolo vozidla. Budeme tedy dále uvažovat maximální sílu přenositelnou na vozovku o velikosti  $F = F_a = 11134 \text{ N}$ . Z této síly a statického poloměru kola vozidla zpětně vypočítáme maximální točivý moment vyvoditelný na hnací hřídeli předního kola, aniž by došlo k prokluzu.

$$M_{max} = F \cdot r, \quad (46)$$

$$M_{max} = 11134 \text{ N} \cdot 0,311 \text{ m}, \quad (47)$$

$$M_{max} \cong 3463 \text{ Nm}. \quad (48)$$

V dalších výpočtech (napjatostně-deformační analýza) budeme tedy zatěžovat hnací hřídel tímto točivým momentem  $M_{max} = 3463 \text{ Nm}$ .

## 6 NAPJATOSTNÍ ANALÝZA – ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ

Nyní vypočteme velikost maximálního napětí v krutu, vznikajícího v hnací hřídeli kola při zatížení vypočteným momentem  $M_{max}$ . Napětí vzniká tak, že jednotlivé průřezy hřídele mají snahu se vůči sobě natočit okolo společné osy. Způsobí tím vznik vnitřního smykového napětí  $\tau$ , které je největší po obvodu a nejmenší v ose hřídele. Vztah pro vnitřní napětí v krutu v určitém průřezu rotačně symetrické plné součásti zní [12]:

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k}, \quad (49)$$

Kde  $W_k$  je modul průřezu v krutu a vypočte se pomocí vztahu

$$W_k = \frac{\pi d^3}{16}. \quad (50)$$

Tedy

$$\tau_k = \frac{16M_k}{\pi d^3}, \quad (51)$$

kde  $M_k$  je moment síly, kterým je součást namáhána a  $d$  je průměr součásti v daném průřezu. Jelikož průměr  $d$  figuruje v tomto vztahu ve jmenovateli, platí, že čím menší je průměr, tím větší bude vnitřní napětí. Napětí navíc klesá s třetí mocninou průměru. Maximální napětí hřídele, kterou se zabývá tato práce, je tedy v jejím nejmenším průměru. Nejmenší průměr se nachází poblíž konce uloženého v náboji kola a má velikost  $d = 23 \text{ mm}$ . Moment síly je  $M_k = M_{max} = 3463 \text{ Nm}$ . Napětí v této části hřídele a tedy i maximální napětí v celé hnací hřídeli kola přední nápravy bude rovno

$$\tau_{max} = \tau_k = \frac{16M_k}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 3463 \text{ Nm}}{\pi \cdot 0,023^3 \text{ m}^3} \cong 1450 \text{ MPa}. \quad (52)$$

Zhodnocením tohoto výsledku se budeme zabývat v kapitole 8, nyní se věnujme napjatostně-deformační analýze pomocí metody konečných prvků.

## 7 NAPJATOSTNÍ ANALÝZA – METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Současné možnosti výpočetní techniky umožňují využívat počítačů v celé řadě inženýrských postupů. V oblasti návrhu a konstrukce se často pomocí výpočetní techniky řeší napjatostně-deformační analýza navrhovaného objektu. Existuje několik metod, používaných k řešení napjatostně-deformační analýzy, v praxi jednoznačně nejpoužívanější je však metoda konečných prvků.

### 7.1 TEORIE

Metoda konečných prvků (dále MKP) je matematická numerická metoda, sloužící k řešení různých typů úloh v inženýrské praxi. Jedním z nejčastěji řešených úloh je napjatostně-deformační analýza při statickém, cyklickém i dynamickém zatěžování pružného tělesa. MKP umožňuje zkoumat napětí v jednotlivých bodech objektu a případné následné deformace tohoto objektu při zatěžování (silou nebo momentem síly), aniž bychom objekt museli podrobovat skutečným, finančně i časově náročným zátěžovým zkouškám. Historie MKP sahá do 40. let 20. století, masový rozvoj však zaznamenala až v posledních několika desetiletích. Metoda konečných prvků je totiž přímo spjata s využitím výpočetní techniky. Vyžaduje stanovení a numerické vyřešení obrovského množství parciálních diferenciálních rovnic. Řešení parciální diferenciální rovnice navíc nelze většinou hledat přímo, je nutno ji vhodně převést na ekvivalentní obyčejnou diferenciální rovnici a teprve tuto potom řešit.

Z matematického hlediska je MKP založena na hledání minima tzv. funkcionálu. Funkcionál je zobrazení z množiny funkcí do množiny čísel. Je to tedy předpis, který přiřazuje funkci na jejím definičním oboru (nebo jeho části) nějakou číselnou hodnotu. Nejznámějším příkladem funkcionálu je určitý integrál funkce. Ten každé integrovatelné funkci a jejímu definičnímu oboru přiřazuje číslo, určující obsah plochy, určené touto funkcí. Funkcionály se zabývá matematická disciplína známá jako variační počet. Naproti tomu klasické analytické metody řešící napjatost a deformaci jsou založeny na diferenciálním a integrálním počtu.

Základním funkcionálem v napjatostně-deformační analýze je energie napjatosti tělesa  $W$ . Ta vyjadřuje velikost práce potřebné k deformaci tělesa. Aby tato energie byla z matematického hlediska funkcionálem, musí být její hodnota závislá na nějakých funkcích. V napjatostně-deformační analýze jsou to funkce popisující deformační posuvy jednotlivých

bodů tělesa. energii napjatosti libovolně deformovaného tělesa pak můžeme určit z posuvů všech bodů tělesa. Při určitém zatížení a vazbách tělesa k okolí však nemůže nastat libovolná jeho deformace. Přírodní zákony totiž tvrdí, že ze všech možných dějů při daných podmínkách nastane vždy pouze ten, který ke svému uskutečnění vyžaduje nejmenší práci (energií). Jinak řečeno, ze všech možných deformací nastane vždy pouze jedna, a to ta, která je nejméně energeticky náročná. Energetický funkcionál, jehož minimum přesně určí tuto deformaci je celková potenciální energie tělesa  $\Pi$ , která je definována jako rozdíl energie napjatosti tělesa  $W$  a potenciálu vnějšího zatížení  $P$ , tedy

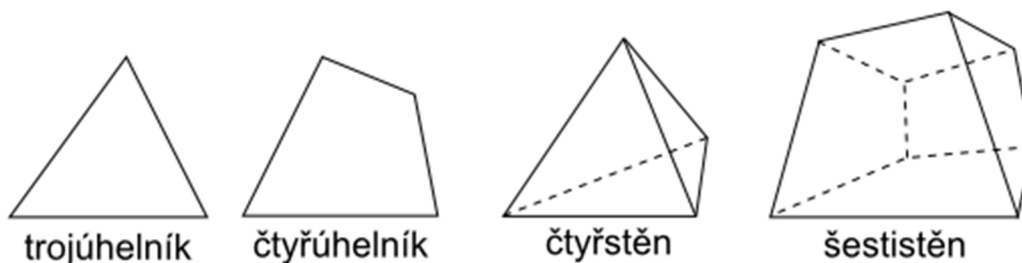
$$\Pi = W - P \quad (53)$$

Jelikož energie napjatosti tělesa  $W$  je funkcí posuvu jednotlivých bodů tělesa a potenciál vnějšího zatížení  $P$  je konstantní, pak i celková potenciální energie tělesa  $\Pi$  je funkcí posuvu jednotlivých bodů tělesa. Metody variačního počtu umožňují najít minimum funkcionálu  $\Pi$  a tím pádem i jediný možný skutečný tvar deformovaného tělesa. Z posuvů jednotlivých bodů při tomto stavu tělesa pak lze určit složky tenzoru deformace a z nich pomocí konstitučních vztahů (po dosažení materiálových charakteristik) i složky tenzoru napětí v jednotlivých bodech tělesa.

## 7.2 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ V PRAXI

V praxi ovšem nehledáme posuvy všech bodů tělesa. Těleso rozdělíme na konečný počet prvků (elementů) s konečnými rozměry. Jinak řečeno, spojité těleso diskretizujeme. Jako jednotlivé prvky se u prostorových objektů používají většinou šestistěny, případně čtyřstěny, u rovinných objektů pak čtyřúhelníky, případně trojúhelníky. Různé druhy prvků ukazuje obrázek č. 25. Posuvy objektu pak hledáme pouze v uzlových bodech, což jsou vrcholy (případně některé další význačné body) těchto prvků. Uzlové body tak vytvoří po celém objemu tělesa síť, na jejíž hustotě závisí přesnost dosažených výsledků. Hustota této sítě však nemusí být po celém tělese konstantní. Například v místech, kde má těleso hladký povrch na větší souvislé ploše, lze volit jednotlivé prvky relativně velké. Naopak v místech různých malých nepravidelností (vrubů, drážek apod.) je nutné volit prvky mnohem menší, aby co nejpřesněji vystihly složitý tvar této části tělesa. Hrany prvků mohou být buď přímé (úsečky), nebo je možno využít křivky popsané kvadraticky (paraboly). Pro jednoznačný popis paraboly jsou ovšem zapotřebí tři body (na rozdíl od dvou bodů potřebných pro popis úsečky), kromě dvou krajních uzlových bodů tedy máme v tomto případě ještě jeden uzlový bod uprostřed hrany, či stěny. Výše zmiňovaný šestistěn má v případě kvadraticky popsaných

hran 20 uzlových bodů. Výhoda těchto prvků spočívá v přesnějším zachycení zaoblených tvarů tělesa při větší velikosti prvku.



Obr. č. 25 – Druhy prvků využívaných pro MKP

Máme tedy vhodně diskretizované těleso s uzlovými body. Pro jednoznačné řešení celého problému je dále nutno předepsat okrajové podmínky na hranici objektu. V praxi to znamená určit, kterou svou částí a jak je těleso upevněno (těleso je nemůže volně vznášet v prostoru). Dalšími okrajovými podmínkami je namáhání tělesa. Určujeme místo, směr a druh namáhání. Namáhat těleso mohou buď silou, působící v jednom bodě, spojitě rozloženým silovým působením, tlakem na plochu, momentem apod. Různé druhy namáhání můžeme libovolně kombinovat.

Nyní se ještě zmiňme o konstitučních vztazích a materiálových charakteristikách. Konstituční vztahy popisují závislosti mezi velikostí působící síly a následnou deformací, mezi deformací a vnitřním napětím apod. V těchto vztazích vždy figurují koeficienty, které jsou charakteristické pro konkrétní použitý materiál. Ve většině případů napjatostně-deformační analýzy postačí znalost následujících dvou parametrů:

- Youngův modul (modul pružnosti v tahu)  $E$  – vyjadřuje závislost poměrné deformace na napětí
- Poissonovo číslo  $\mu$  – vyjadřuje závislost příčného zúžení na podélném prodloužení tyče při namáhání tahem

Pro některé typy analýzy mohou být zapotřebí ještě další materiálové charakteristiky, např.: modul pružnosti ve smyku  $G$  (spočítá se z  $E$  a  $\mu$ ), hustota materiálu, mez kluzu, mez pevnosti apod.

Nyní tedy máme již všechny náležitosti potřebné k provedení napjatostně-deformační analýzy pomocí metody konečných prvků. Jsou to:

- Diskretizované těleso – síť

- Okrajové podmínky – vazby a namáhání
- Materiálové charakteristiky

Můžeme tedy přistoupit k aplikaci MKP v konkrétním počítačovém programu.

## **7.3 IMPLEMENTACE METODY KONEČNÝCH PRVKŮ V PROSTŘEDÍ ANSYS**

K modelování objektů a jejich analýze pomocí metody konečných prvků do počítače existuje celá řada softwarových programů typu CAE (Computer Aided Engineering). Mezi nejznámější a nepoužívanější patří prostředí ANSYSa jeho součásti. Pro účely této práce bylo využito právě toto prostředí.

### **7.3.1 Popis systému ANSYS**

ANSYS je počítačový program založený na metodě konečných prvků, který je určen pro řešení rozsáhlých lineárních i nelineárních (fyzikálně i geometricky) úloh mnoha různých kategorií: strukturální, teplotní, teplotně-mechanické, elektromagnetické, akustické atd. Program existuje ve dvou formách (obě jsou součástí téhož balíku). Za prvé je to klasický ANSYS se zastaralým a nepříliš přívětivým uživatelským prostředím. Veškeré parametry je třeba ručně nastavit, což vyžaduje značnou znalost obsluhy tohoto programu. Nicméně některé složité úlohy nelze jinde než v tomto klasickém prostředí řešit.

Já jsem se pro účely této práce rozhodl využít programu ANSYS Workbench 13.0. Jedná se o odnož klasického systému ANSYS 13.0, která je součástí instalace celého systému. Workbench je uživatelsky přívětivější verze ANSYSu, má propracovanější grafické rozhraní, které se podobá jiným známým programům pracujícím na platformě Microsoft Windows. Rovněž některé důležité kroky v MKP jsou automatizovány. Uživatel například nemusí volit prvek (element) použitý pro diskretizaci tělesa. ANSYS Workbench 13.0 jej podle tvaru tělesa vybere vhodně sám a automaticky provede diskretizaci. Workbench dále obsahuje rozsáhlou knihovnu běžně používaných konstrukčních materiálů, včetně jejich nejrůznějších materiálových charakteristik. Samozřejmě je možné si nadefinovat vlastní materiál. Další předností tohoto systému je snadné zadávání vazeb a zatížení, rovněž následná úprava těchto okrajových podmínek je oproti klasickému ANSYSu mnohem jednodušší. Samozřejmostí pak je přehledný grafický i číselný výstup, rovněž si můžeme nechat vytisknout protokol se všemi informacemi o provedené analýze nebo si prohlédnout postupný průběh deformace ve formě

videa. Prostředí ANSYS Workbench 13.0 obsahuje velmi rozsáhlé množství dalších funkcí, které ovšem nesouvisí s tématem této práce.

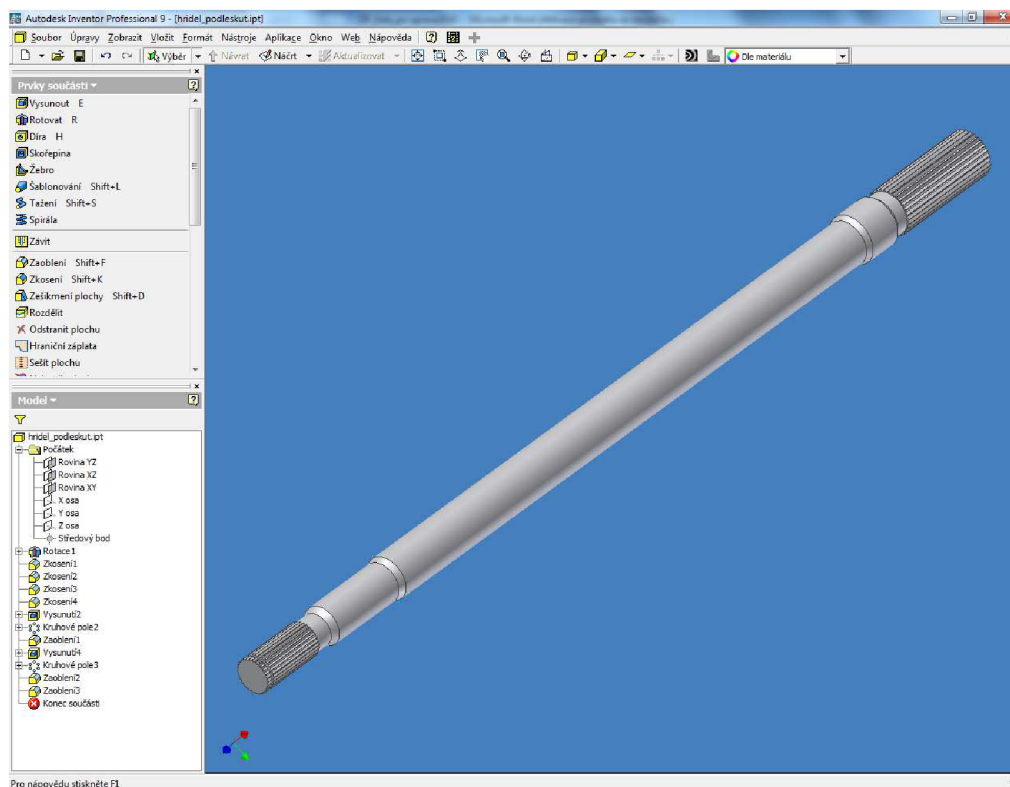
### **7.3.2 Obecný postup metody konečných prvků v programu ANSYS Workbench**

V prostředí ANSYS Workbench 13.0 provádíme úkony popsané v kapitole 7.2 v části, která se nazývá Preprocessing. Zde si tedy připravíme těleso, vybereme materiál, zadáme okrajové podmínky apod. Ve chvíli, kdy máme vše přichystáno, můžeme spustit část zvanou Solution, neboli samotné řešení. Program začne provádět výpočty, které vedou k hledanému řešení. Čas potřebný k nalezení řešení závisí na složitosti tělesa, hustotě sítě, volbě prvků, okrajových podmínkách a samozřejmě na výkonu počítače, na kterém jsou výpočty prováděny.

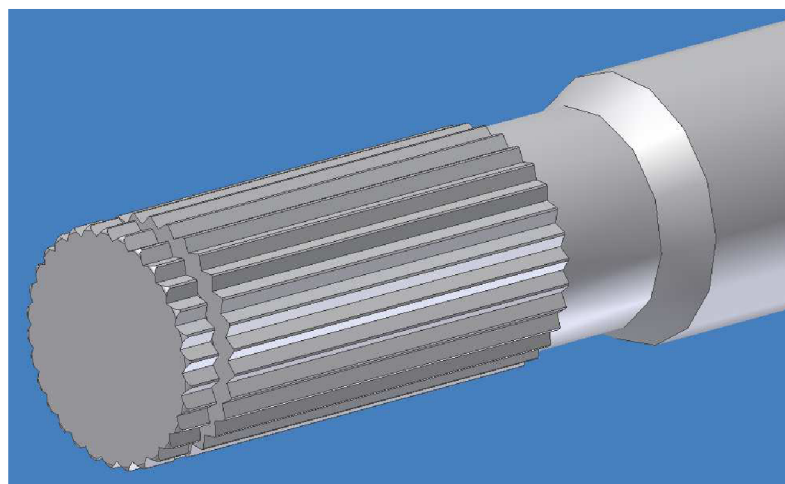
Po skončení procesu řešení můžeme vyhodnotit výsledek. K tomu je k dispozici celá řada nástrojů. Jednak je to vizuální zobrazení, kdy přímo vidíme, jak bylo těleso deformováno. Deformované těleso můžeme nechat pokrýt barevnou škálou, která značí, intenzitu deformace po celém objemu tělesa. Jiná barevná škála zase znázorňuje velikosti napětí v tělese apod. Rovněž máme k dispozici nejrůznější grafické a číselné výstupy.

### **7.3.3 Tvorba modelu hnací hřídele kol přední nápravy kol vozidla v programu Autodesk Inventor**

Pro aplikování metody konečných prvků na těleso je nutné převést tvar skutečného tělesa do počítače. Rozhodl jsem se namodelovat hřídel ve vhodném 3D CAD (Computer Aided Design) programu. K tomuto účelu jsem využil software Autodesk Inventor 9. Hřídel jsem modeloval podle standartního výrobního výkresu součásti, který mi zajistil vedoucí práce, stejně jako samotnou hřídel ve fyzické podobě. Fotografie skutečné hřídele jsou na obrázcích v kapitole 4.1. Pro kontrolu a doladění některých detailů jsem použil skutečnou hřídel a posuvné měřítko. Hnací hřídel a detail jejího konce (na straně kola), namodelovaná v prostředí Autodesk Inventor 9, je zobrazena na obrázcích č. 26 a 27.



*Obr. č. 26 – Hřídel v programu Autodesk Inventor*



*Obr. č. 27 – Hřídel v programu Autodesk Inventor, detail*

Modelování hřídele v 3D CAD programu přináší výhody především v přehlednosti vizualizace. Namodelovanou součást lze libovolně otáčet, posouvat, zvětšovat či zmenšovat měřítko apod. Nemusíme tedy operovat se skutečnou součástí. Rovněž samotné modelování není složité, sestává se z nakreslení 2D náčrtu (podobného výrobnímu výkresu součásti) a následnému rozvinutí tohoto výkresu do prostorového zobrazení. K tomu slouží převážně operace Rotace a Vysunutí. Kombinacemi správně vytvořeného náčrtu a dvou výše uvedených operací je možné namodelovat nepřeberné množství rozličných tvarů. Ostré hrany součásti pak lze zjemnit pomocí operací Zkosení a Zaoblení.



Další výhodou namodelování součástí v programu Autodesk Inventor 9 je pro účely této práce ještě významnější, než možnost přehledného zobrazení součástí. Jedná se o (částečnou) vzájemnou kompatibilitu programů Autodesk Inventor 9 a ANSYS Workbench 13.0. Tato kompatibilita je zajišťována pomocí překladače ACIS, který slouží k ukládání a následnému otevírání souborů s informacemi o namodelovaném 3D objektu (křivky, plochy, drátový model apod.). Součást vytvořenou v programu Autodesk Inventor 9 uložíme ve formátu s příponou \*.sat. Tento soubor pak importujeme do programu ANSYS Workbench 13.0, kde se zobrazí již namodelovaná součást. V prostředí ANSYS Workbench 13.0 sice je možnost přímo modelovat 3D objekty, je to však způsob zbytečně komplikovaný a zdoluhavý (obzvláště pro složitější součásti), proto je výhodnější využít přenos objektu přes \*.sat soubor.

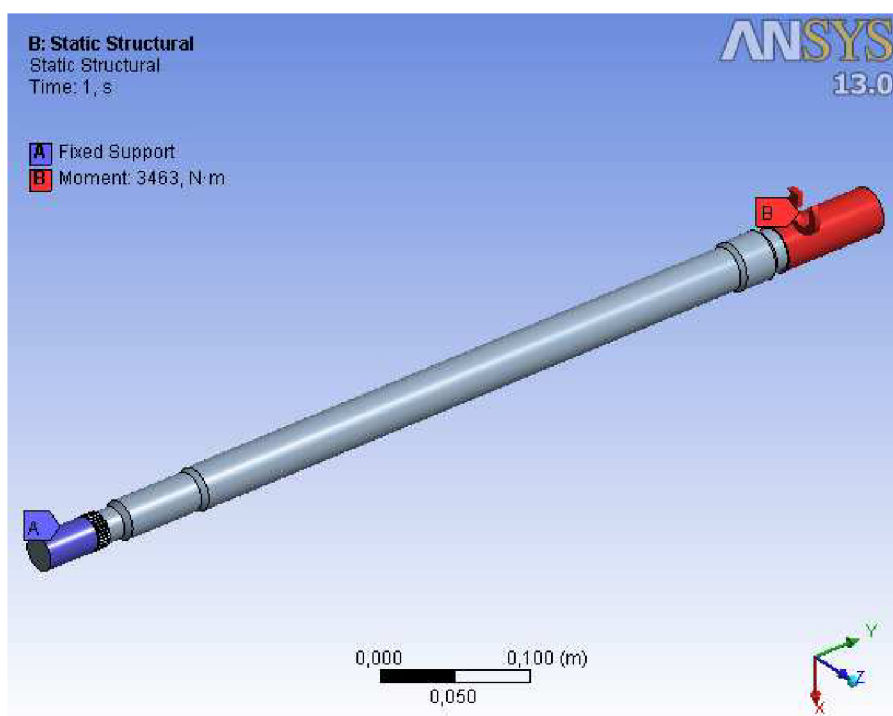
### 7.3.4 Diskretizace a zadání vstupních parametrů

Následuje tedy samotná realizace napjatostně-deformační analýzy metodou konečných prvků v programu ANSYS Workbench 13.0. Prvním krokem je příprava tělesa pro diskretizaci a výpočty. Jak bylo popsáno výše, těleso již máme namodelováno a uloženo v souboru s příponou \*.sat. Stačí ho tedy pomocí příkazu Import vložit do prostředí Workbench. Dále je potřeba zvolit typ analýzy metodou konečných prvků, napjatostně-deformační analýza má zde název Static Structural. Dalším krokem je zvolení příslušného konstrukčního materiálu. Hnací hřídele kol vozidla MAGMA Alficar jsou vyráběny z oceli 15 260, což je ocel určená pro velmi namáhané součásti jako jsou hřídele, pístnice, čepy, šrouby apod. Jak již bylo řečeno v kapitole 7.2, pro analýzu vnitřního napětí pomocí MKP je podstatný pouze Youngův modul pružnosti v tahu  $E$  a Poissonovo číslo  $\mu$ . Tyto hodnoty jsou pro většinu druhů oceli shodné, a to:

- $E = 210\,000$  MPa
- $\mu = 0,3$

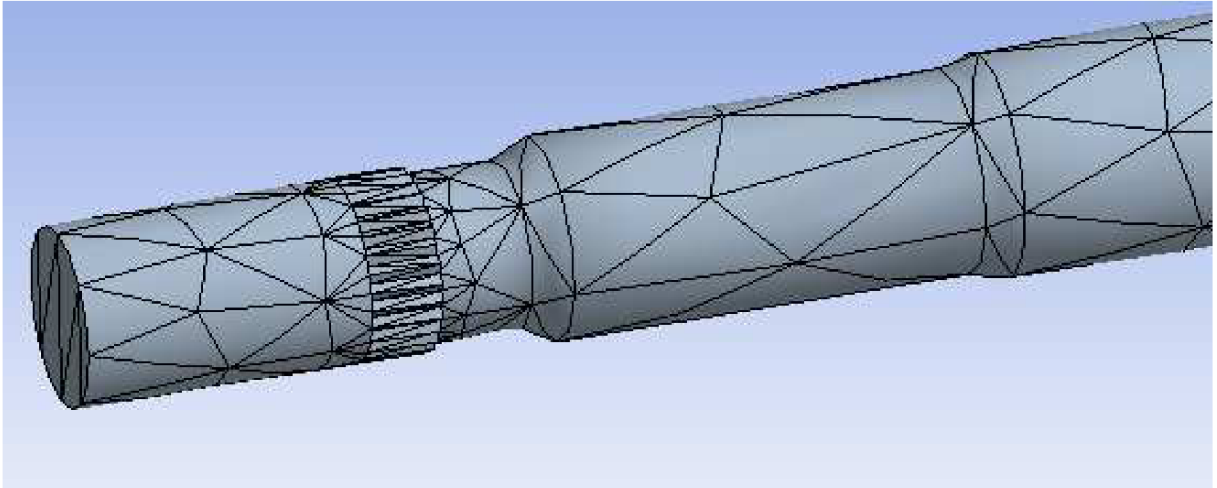
K provedení zbývajících kroků je třeba se přepnout do prostředí Mechanical, což je podprogram ANSYSu Workbench. Zde nejdříve nastavíme okrajové podmínky. Bude to nejprve pevná vazba (vetknutí), která neumožňuje jakýkoliv pohyb nebo rotaci. Pevná vazba simuluje uložení konce hřídele v homokinetickém kloubu kola vozidla. K největšímu napětí v hřídeli dochází ve chvíli, kdy se vozidlo rozjíždí. Točivý moment je přenesen ze skříně rozvodovky na hnací hřídel, touto hřídelí pak směrem k jejímu opačnému konci, jenž je uložen v homokinetickém kloubu kola vozidla. Kolo ovšem pevně stojí na vozovce. V této chvíli se tedy uložení v čepu dá považovat za pevnou vazbu. Druhou okrajovou podmínkou je

zatížení opačného konce hřídele točivým momentem o velikosti vypočítané v kapitole 5.4, tedy  $M_k = 3463$  Nm. Můžeme si zvolit i směr otáčení momentu, ale vzhledem k rotační symetrii hřídele směr otáčení nehraje roli. Aplikace okrajových podmínek v programu ANSYS Workbench – Mechanical je na obrázku č. 28. Modrá válcová plocha drážkovaného konce hřídele (označená písmenem A) je opatřena pevnou vazbou, červená válcová plocha (označená písmenem B) je zatížena točivým momentem. Geometrie konců hřídele jsou kvůli aplikaci okrajových podmínek mírně pozměněny. Ve skutečnosti je moment z rozvodovky na hnací hřídel přenášén pomocí drážkování. Podobně z hnací hřídele na kolo vozidla je moment přenášén pomocí drážkování. Tato drážkování jsou pro aplikaci pevné vazby a točivého momentu v ANSYS Workbench zjednodušena na hladké plochy, jak je patrné z obrázku č. 28.



Obr. č. 28 – Aplikace okrajových podmínek

Jak již bylo řečeno, diskretizaci tělesa provádí program ANSYS Workbench automaticky. Velikost každého elementu ovlivňuje přesnost výsledků dosažených metodou konečných prvků. Čím menší element, tím přesnější výsledky, ovšem za cenu vysoké výpočtové a časové náročnosti. Navíc v místech kde má těleso rozměrné, hladké plochy či hrany, jsou malé elementy zbytečné. ANSYS Workbench tedy inteligentně navrhne velikost jednotlivých elementů podle tvaru a rozměrů konkrétních částí tělesa. Detail konce hřídele s výslednou sítí prvků hřídele je na obrázku č. 29.



Obr. č. 29 – Síť prvků pro MKP

### 7.3.5 Řešení

Před spuštěním řešiče je nutné definovat, jaké typy výsledků má program ANSYS Workbench vykreslit. Jelikož se jedná o namáhání krutem, vzniká v jednotlivých průřezích hřídele smykové napětí  $\tau$ . Hledáme tedy rozložení a hodnoty vnitřního smykového napětí v hřídeli. Budoucí vykreslení smykového napětí zvolíme tlačítkem Shear Stress. Je nutno zvolit rovinu, která obsahuje osu hřídele, tedy například rovinu XY.

Nyní již spustíme samotné řešení problému pomocí MKP. Po spuštění řešiče volbou Solve začne program provádět výpočty. Čas potřebný k vyřešení problému závisí především na geometrické složitosti tělesa, okrajových podmínkách a výkonu počítače. Rotačně symetrická hřídel (byť s drážkováním na konci) namáhaná krutem je však těleso poměrně jednoduché, řešení tudíž trvá pouze několik sekund.

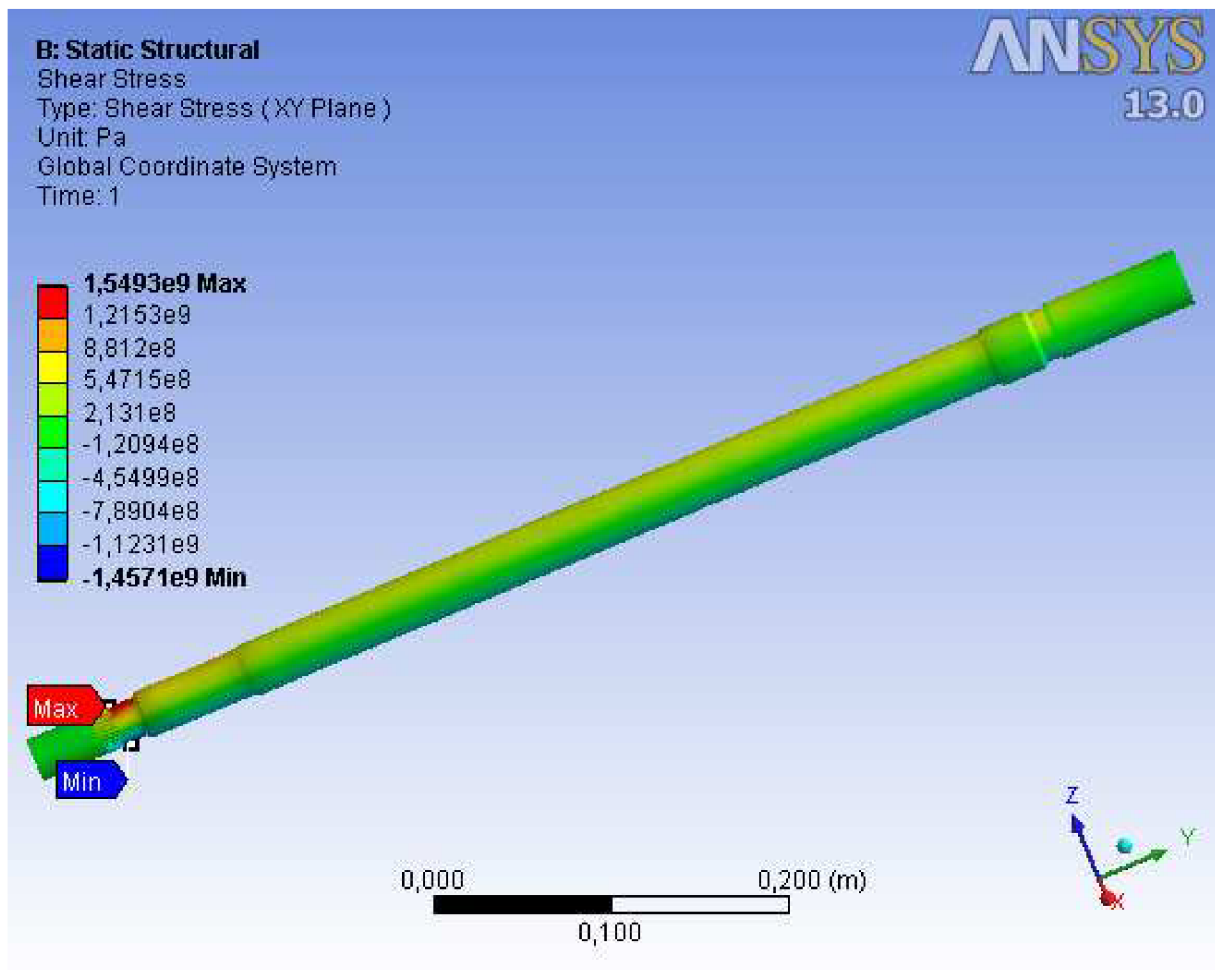
### 7.3.6 Zhodnocení výsledků

Obrázky č. 30 a 31 ukazují průběh vnitřního smykového napětí v hřídeli. Rovněž zobrazují stupnici hodnot napětí od minima po maximum. Tato stupnice obsahuje jak kladné, tak záporné hodnoty. To je způsobeno předem stanovenou orientací točivého momentu vůči rovině XY. Tato rovina rozděluje hřídel na dvě oblasti, rozděluje tedy i každý jednotlivý průřez hřídele na dva půlkruhy. V každém půlkruhu má pak smykové napětí způsobené točivým momentem opačnou orientaci. ANSYS Workbench tento fakt zohledňuje právě změnou znaménka. Pro účely této práce je ovšem podstatné absolutní maximum vnitřního smykového napětí  $\tau_{MAX}$ , tedy maximum z absolutních hodnot minima a maxima:

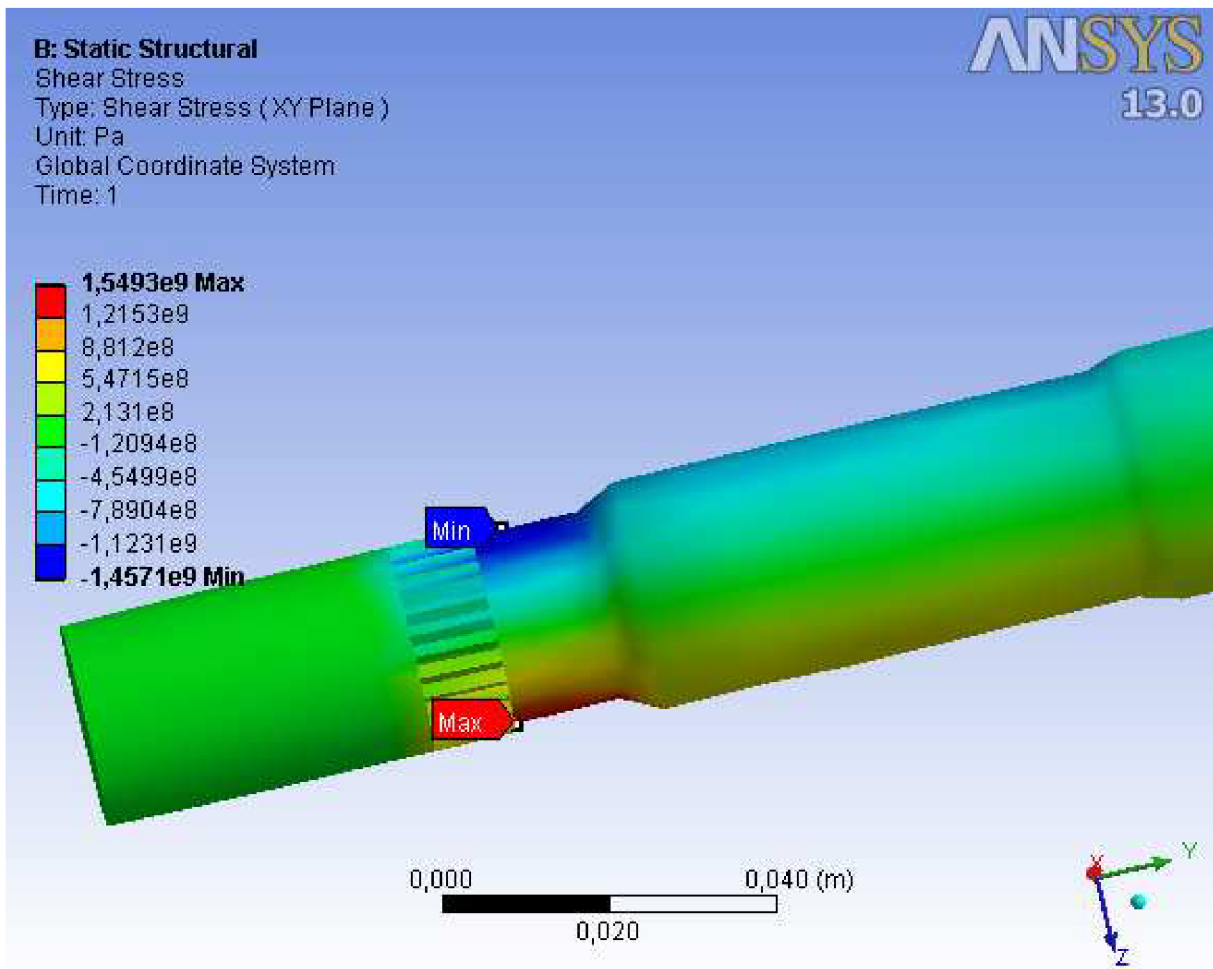
$$\tau_{MAX} = \max(|\tau_{min}|; |\tau_{max}|), \quad (54)$$

tedy

$$\tau_{MAX} = \max(|-1457 \text{ MPa}|; |1549 \text{ MPa}|) = 1549 \text{ MPa}. \quad (55)$$



Obr. č. 30 – Průběh smykového napětí v hřídeli



Obr. č. 31 - Průběh napětí v hřídeli, detail

Z obrázků je patrné, že absolutní maximální vnitřní smykové napětí  $\tau_{MAX}$  se nachází v místě, označeném „Max“, s hodnotou  $\tau_{min} = 1,5493 \cdot 10^9$  Pa. Na obrázku č. 31 je zobrazen detail konce hnací hřídele (na straně kola). Je zde přehledně vidět místo „Max“, kde vzniká smykové napětí  $\tau_{MAX}$ . V tomto místě by tedy mělo dojít k lomu hřídele. Při porovnání obrázku č. 31 s fotografií konce skutečné hřídele na obrázku č. 21 je vidět, že místo lomu zjištěné pomocí MKP skutečně odpovídá lomu skutečné hřídele.

## 8 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ANALYTICKÉHO ŘEŠENÍ S ŘEŠENÍM POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Nyní srovnáme maximální napětí vypočtené analyticky (označme  $\tau_{maxA}$ ) a maximální napětí vypočtené pomocí MKP (označme  $\tau_{maxB}$ ), tedy

$$\tau_{maxA} = 1450 \text{ MPa}, \quad (56)$$

$$\tau_{maxB} = 1549 \text{ MPa}. \quad (57)$$

Napětí  $\tau_{maxB}$  je o 99 MPa větší než napětí  $\tau_{maxA}$ . Tento rozdíl může být zapříčiněn například vlivem vrubů. Vruby se chovají jako koncentrátoři napětí. Jinak řečeno, vnitřní napětí je v okolí vrubu vyšší než v hladkých místech tělesa. Za vrub se dají považovat nejrůznější skokové změny geometrie tělesa. Na hřídelích jsou to především náhlé změny průměru, drážky, otvory apod. K lomu hřídele dochází v místě, kde začíná drážkování. Začátek drážkování je koncentrátor napětí. Metoda konečných prvků na rozdíl od analytického výpočtu vliv vrubu zohledňuje. Vnitřní napětí zde tedy z tohoto důvodu bude zcela jistě větší. Považujeme tedy za reálné maximální vnitřní smykové napětí vypočtené pomocí MKP, tedy

$$\tau_{max} = 1549 \text{ MPa}. \quad (58)$$

## 9 NAPJATOSTNÍ ANALÝZA HNACÍ HŘÍDELE KOLA VOZIDLA S CELKOVOU HMOTNOSTÍ 3500 KG

Nyní provedeme napjatostně-deformační analýzu hnací hřídele kola přední nápravy vozidla MAGMA Alficar, osazeného nástavbami tak, že nejsou překročeny povolené zatížení jednotlivých náprav ani celková hmotnost vozidla 3500 kg (viz kapitola 4.1). Uvažujeme zatížení jednotlivých náprav následující:

- Přední náprava:  $m_P = 1800 \text{ kg}$
- Zadní náprava:  $m_Z = 1700 \text{ kg}$

Celková hmotnost vozidla je tedy  $m = 3500 \text{ kg}$ .

Rozložení zatížení jednotlivých kol přední nápravy uvažujeme rovnoměrné, tedy  $m_{pp} = m_{pl} = 900 \text{ kg}$ . Adhezní síla  $F_a$  (viz kapitola 5.3) bude tedy rovna

$$F_a = F_N \cdot \mu = m_{pp} \cdot g \cdot \mu. \quad )$$

Po dosazení hodnot dostáváme

$$F_a = 900 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 1,0 \cong 8829 \text{ N}. \quad (60)$$

Maximální vyvoditelný točivý moment na hnací hřídel předního kola aniž by došlo k prokluzu je tedy roven

$$M_{max} = F_a \cdot r = 8829 \text{ N} \cdot 0,311 \text{ m} \cong 2746 \text{ Nm}. \quad (61)$$

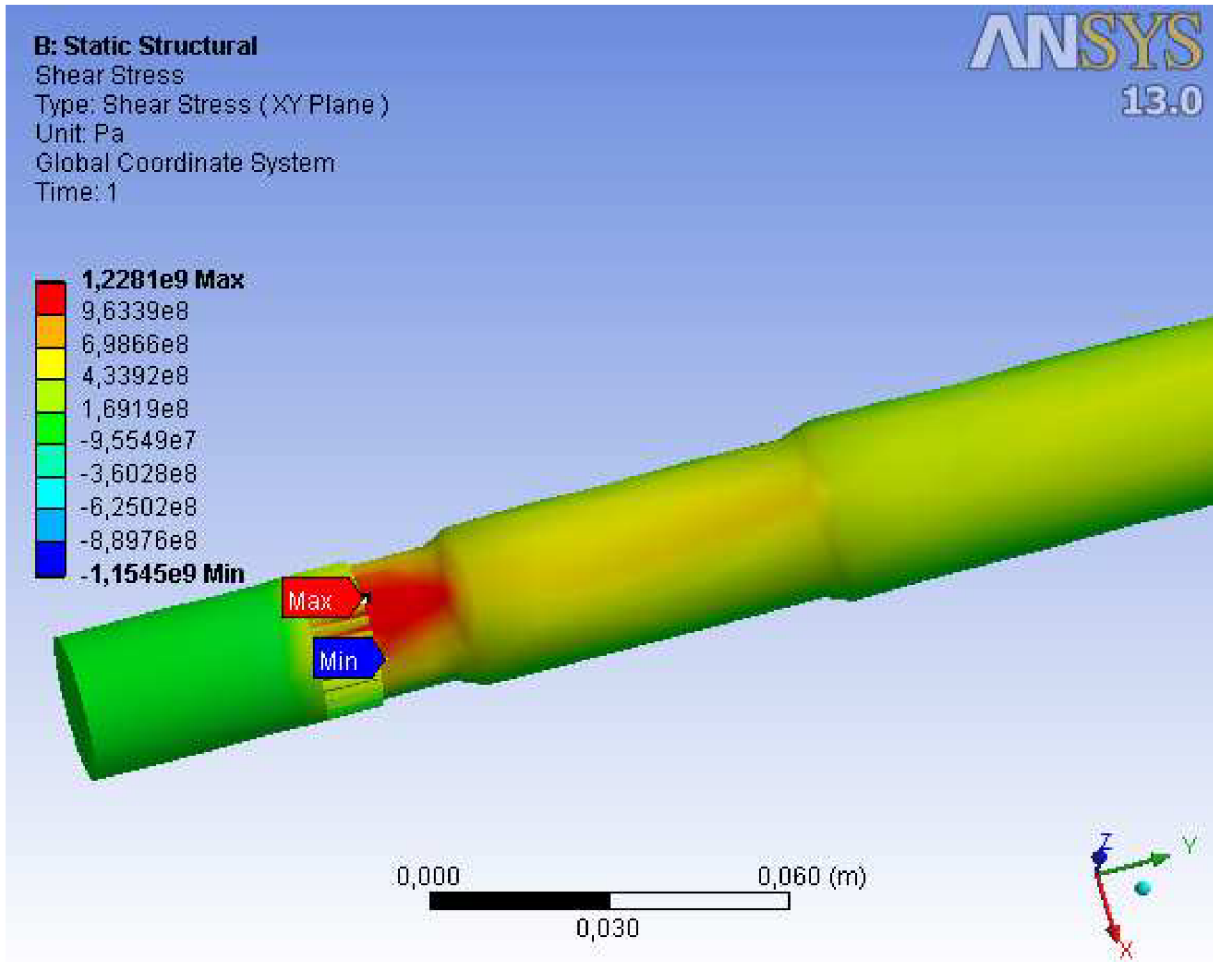
Analytický výpočet maximálního vnitřního napětí při namáhání krutem podle vztahu (51) bude tedy

$$\tau_{max} = \tau_k = \frac{16M_k}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 2746 \text{ Nm}}{\pi \cdot 0,023^3 \text{ m}^3} \cong 1150 \text{ MPa}. \quad (62)$$

Analýzou pomocí MKP dostáváme hodnotu maximálního vnitřního napětí

$$\tau_{max} \cong 1228 \text{ MPa}. \quad (63)$$

Průběh vnitřního smykového napětí v okolí konce hnací hřídele uloženého v náboji kola je na obrázku č. 36.



Obr. č. 36 – Průběh smykového napětí v hřídeli při  $M_k = 2746 \text{ Nm}$

## 10 OPTIMALIZACE – NÁVRH ŘEŠENÍ HNACÍ HŘÍDELE KOLA PŘEDNÍ NÁPRAVY VOZIDLA MAGMA

Nyní se zabýváme maximálním vnitřním napětím, které může v hřídeli při zatížení momentem  $M_k = 3463 \text{ Nm}$  vzniknout, aniž by došlo k poškození hřídele. Analýza pomocí metody konečných prvků ukazuje, že skutečné maximální vnitřní napětí má hodnotu

$\tau_{max} = 1549 \text{ MPa}$ . Toto napětí vzniká v místě nejmenšího průměru hřídele, který činí  $d_{min} = 0,023 \text{ m} = 23 \text{ mm}$ .

Ocel 15 260, ze které je hnací hřídel vyráběna, je nízkolegovaná ušlechtilá chrom-vanadová ocel k zušlechťování. Je to ocel s vysokou prokalitelností vhodná pro velmi namáhané strojní díly [13]. Její základní mechanické vlastnosti po zušlechťování jsou (pro průměr hřídele  $d = 16 \div 40 \text{ mm}$ ):

- Mez kluzu v tahu  $R_e = 800 \text{ MPa}$
- Mez pevnosti v tahu  $R_m = 1000 - 1200 \text{ MPa}$  [13]

Dovolené napětí při namáhání krutem  $\tau_{DovK}$  se vypočítá pomocí vztahu [12]

$$\tau_{DovK} = 0,63 \cdot \sigma_{DovT}, \quad (64)$$

kde  $\sigma_{DovT}$  je dovolené napětí v tahu. Dovolené napětí je taková hodnota vnitřního napětí, která nesmí být překročena, aby nedošlo k trvalé deformaci objektu. Dovolené napětí v tahu  $\sigma_{DovT}$  se vypočítá pomocí vztahu [12]

$$\sigma_{DovT} = \frac{R_e}{k}, \quad (65)$$

kde  $R_e$  je mez kluzu v tahu a  $k$  je koeficient bezpečnosti. Koeficient bezpečnosti určuje, kolikrát je třeba při návrhu objekt rozměrově naddimenzovat, aby bylo s určitou rezervou zajištěno, že nedojde k poškození objektu. Pro hnací hřídel vozidla MAGMA Alficar budeme uvažovat koeficient bezpečnosti  $k = 1,3$ .

Pro ocel 15 260 tedy dostáváme dovolené napětí v tahu

$$\sigma_{DovT} = \frac{R_e}{k} = \frac{800 \text{ MPa}}{1,3} \cong 615 \text{ MPa}. \quad (66)$$

Dovolené napětí v krutu tedy bude rovno

$$\tau_{DovK} = 0,63 \cdot \sigma_{DovT} = 0,63 \cdot 615 \text{ MPa} \cong 387 \text{ MPa} \quad (67)$$

Při porovnání se skutečným vnitřním napětím tedy zjišťujeme, že dovolené napětí  $\tau_{DovK}$  je překročeno o 1162 MPa. Bude tedy nutné hřídel upravit tak, aby maximální vnitřní napětí bylo nižší a nepřekročilo dovolené napětí v krutu  $\tau_{DovK}$ . Toho lze docílit zvětšením minimálního průměru hřídele.

Nyní upravme vztah (51) tak, aby při znalosti maximálního dovoleného napětí v krutu bylo možno spočítat minimální průměr hřídele. Vztah bude vypadat následovně



$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{max}}{\pi \cdot \tau_{DovK}}}. \quad (68)$$

Po dosazení tedy dostáváme

$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3463 \text{ Nm}}{\pi \cdot 3,87 \cdot 10^8 \text{ Pa}}} = 0,0357 \text{ m} \cong 36 \text{ mm}. \quad (69)$$

Tato hodnota je oproti původnímu minimálnímu průměru  $d_{min} = 23 \text{ mm}$  již značně vysoká. Situaci lze zlepšit použitím ještě pevnější (s vyšší mezí kluzu) oceli, než je stávající ocel 15 260. Jednou z nejpevnějších dostupných ocelí je ocel s označením 30CrNiMo8 či 1.6580. Jedná se o středně legovanou ušlechtilou chrom-nikl-molybdenovou ocel k zušlechťování. Literatura uvádí následující popis: „Ocel s vysokou prokalitelností pro velmi namáhané a rozměrné strojní díly. V zušlechtěném stavu má velmi příznivý poměr pevnosti k mezi kluzu a vysokou houževnatost. Ocel se vyznačuje vysokými hodnotami meze únavy při střídavém a kombinovaném způsobu namáhání (ohyb, krut, tah a stříh). Je zvláště vhodná pro značně namáhané díly v letectví, automobilovém průmyslu a vojenství (např. hřídele bojových vozidel). Není náchylná k popouštěcí křehkosti. Kalí se převážně do oleje nebo do roztoků syntetických polymerů.“ [13]

Mez kluzu této oceli v tahu je  $R_e = 1050 \text{ MPa}$ . Rovněž není nutné požadovat koeficient bezpečnosti  $k = 1,3$ . Stanovme koeficient bezpečnosti ve výši  $k = 1,1$ . Hodnoty dovolených napětí potom budou

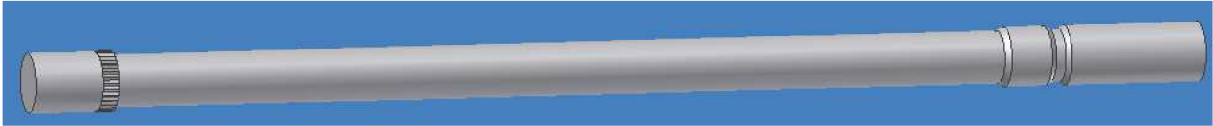
$$\sigma_{DovT} = \frac{R_e}{k} = \frac{1050 \text{ MPa}}{1,1} \cong 955 \text{ MPa}. \quad (70)$$

$$\tau_{DovK} = 0,63 \cdot \sigma_{DovT} = 0,63 \cdot 955 \text{ MPa} \cong 601 \text{ MPa} \quad (71)$$

Minimální průměr hnací hřídele kola přední nápravy tedy bude roven

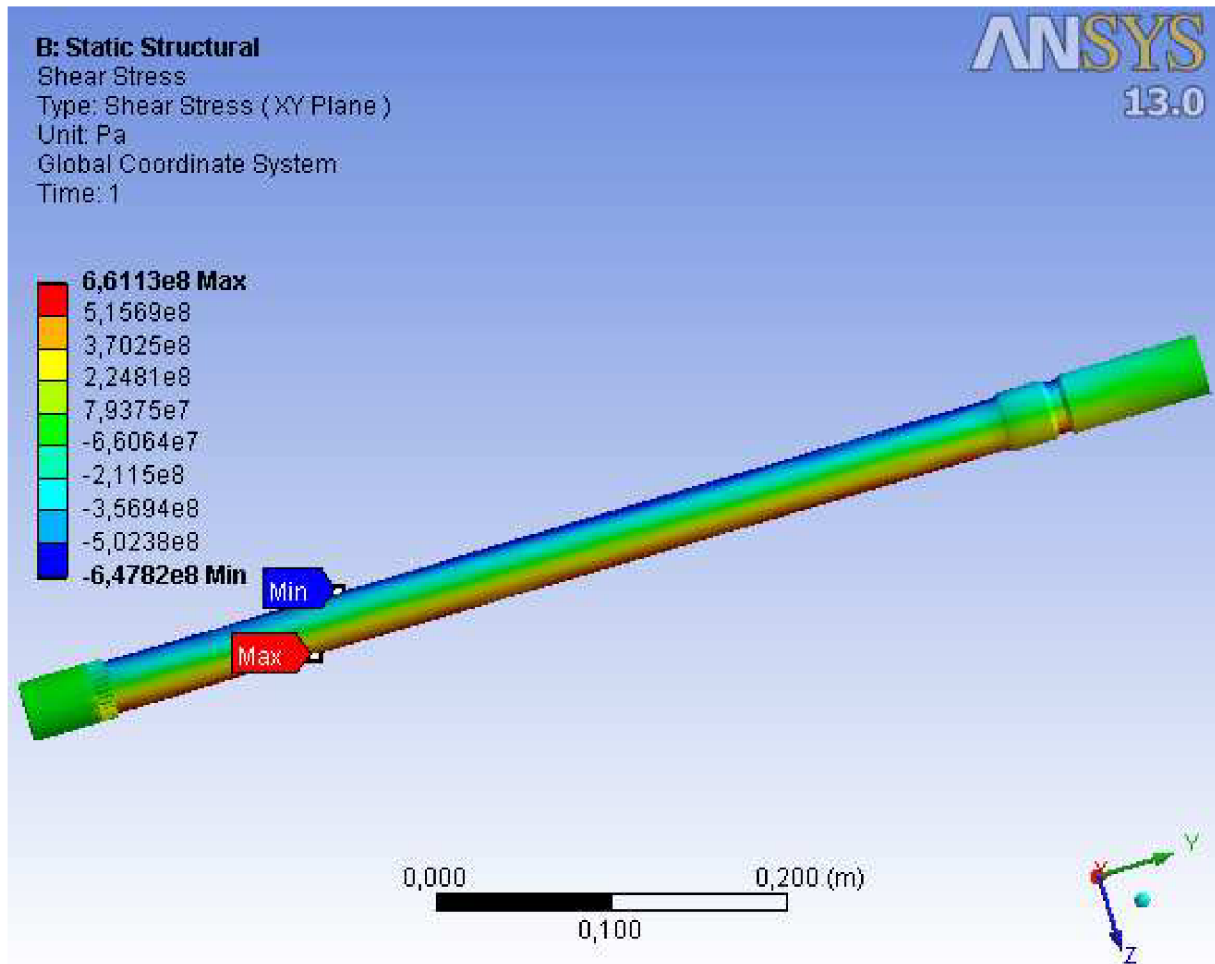
$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{max}}{\pi \cdot \tau_{DovK}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3463 \text{ Nm}}{\pi \cdot 6,01 \cdot 10^8 \text{ Pa}}} = 0,0308 \text{ m} \cong 31 \text{ mm}. \quad (72)$$

Nyní navrhněme hnací hřídel, jejíž nejmenší poloměr bude  $d_{min} = 31 \text{ mm}$ , a na tuto hřídel opět aplikujme metodu konečných prvků. Hřídel i s úpravami pro použití v ANSYS Workbench by mohla vypadat jako na obrázku č. 32.



Obr. č. 32 – Hřídel o minimálním průměru 31 mm, úprava pro ANSYS

Rozložení vnitřního smykového napětí a jeho extrémní hodnoty jsou na obrázku č. 33.



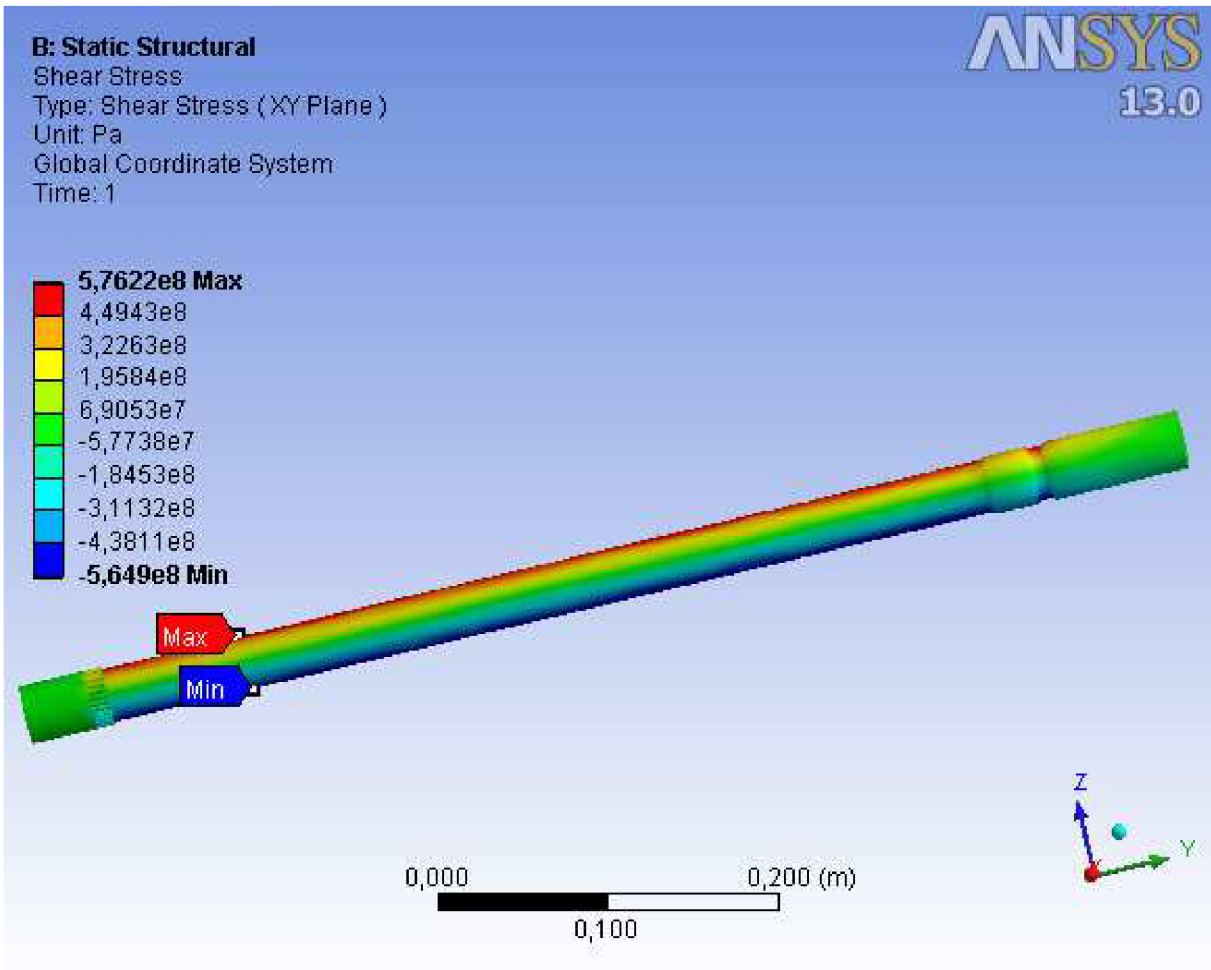
Obr. č. 33 – Průběh smykového napětí v hřídeli o  $d_{min} = 31$  mm

Z obrázku je patrné, že absolutní maximum vnitřního smykového napětí má hodnotu

$$\tau_{max} = 6,6113 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cong 661 \text{ MPa}. \quad (73)$$

To je pořád o 60 MPa více, než je dovolené napětí  $\tau_{DovK} = 601$  MPa.

Zvětšíme tedy minimální průměr  $d_{min}$  o jeden milimetr na hodnotu  $d_{min} = 32$  mm. V Inventoru bude hřídel vypadat podobně jako hřídel na obrázku č. 32, výsledné vnitřní smykové napětí v ANSYSu Workbench je na obrázku č. 34.



Obr. č. 34 – Průběh smykového napětí v hřídeli o  $d_{min} = 32 \text{ mm}$

Z obrázku je patrné, že absolutní maximum vnitřního smykového napětí má hodnotu

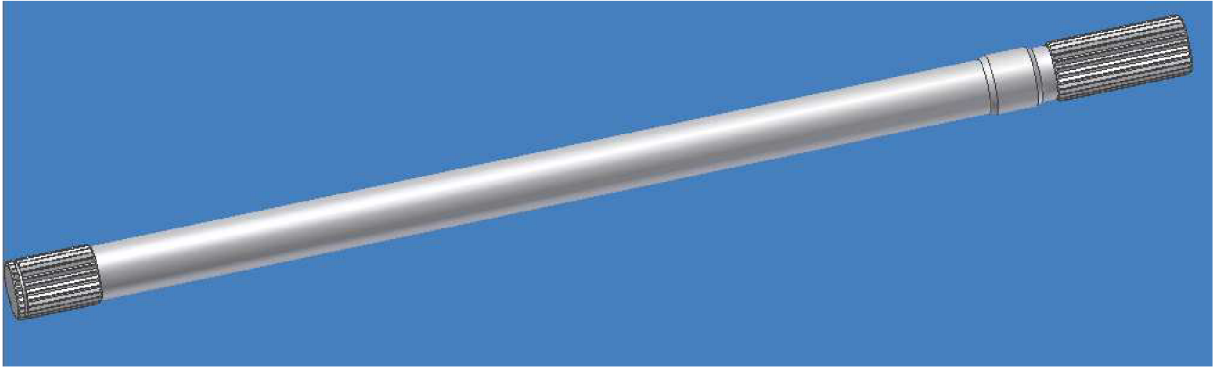
$$\tau_{max} = 5,7622 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cong 576 \text{ MPa}. \quad (74)$$

Tato hodnota je již pod hranicí dovoleného napětí. Ještě spočítejme maximální vnitřní napětí při nejmenším průměru 32 mm analyticky pomocí vztahu (53).

$$\tau_{max} = \frac{16M_k}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 3463 \text{ Nm}}{\pi \cdot 0,032^3 \text{ m}^3} \cong 538 \text{ MPa}. \quad (75)$$

Takto vypočítané napětí je rovněž pod úrovní dovoleného napětí, nicméně vztah (53) nezohledňuje vliv vrubů a jiných koncentrátorů napětí.

Minimální průměr hnací hřídele vozidla MAGMA Alficar o velikosti  $d_{min} = 32 \text{ mm}$  tedy po provedení příslušných jízdních zkoušek můžeme prohlásit za optimalizovanou. Taková hnací hřídel vmodelovaná v programu Autodesk Inventor je na obrázku č. 35, její dvojrozměrný náčrt je součástí příloh.



Obr. č. 35 – Hřídel o minimálním průměru 32 mm

Nyní je ještě nutno dořešit otázku uložení konce hnací hřídele do homokinetického kloubu v kole vozidla. Při zvětšení nejmenšího průměru hřídele bylo totiž nutné zvětšit i průměr tohoto konce, opatřeného evolventním drážkováním. Původní hřídel měla konec opatřen evolventním drážkováním o 30 zubech, jmenovitým (vnějším) průměru 25 mm a modulu ozubení 0,8. Konec hřídele na straně rozvodovky je opatřen evolventním drážkováním o 30 zubech, jmenovitým (vnějším) průměru 32 mm a modulu ozubení 1. Pro upravenou hnací hřídel zvolíme na oba konce podle tabulky [9] evolventní drážkování o jmenovitým (vnějším) průměru 35 mm, 26 zubech a modulu ozubení 1,25. Bude tedy nutné upravit vnitřní drážkování na výstupech z rozvodovky a použít jiný typ homokinetického kloubu.

Nyní se vraťme k hodnotě maximálního vnitřního napětí pro hnací hřídel kola přední nápravy vozidla Magma o celkové hmotnosti  $m = 3500$  kg. V kapitole 9 bylo metodou konečných prvků stanoveno maximální vnitřní napětí  $\tau_{max} = 1228$  MPa. Tato hodnota je pořád značně vysoká, při použití oceli 30CrNiMo8 převyšují dovolené napětí v krutu ( $\tau_{DovK} = 601$  MPa) o 627 resp. 549 MPa.

Minimální průměr hnací hřídele podle vztahu (68) by musel být alespoň

$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2746 \text{ Nm}}{\pi \cdot 6,01 \cdot 10^8 \text{ Pa}}} = 0,0285 \text{ m} \cong 29 \text{ mm}. \quad (76)$$

Z výpočtů v kapitole 9 je patrné, že i pro nepřetížené vozidlo MAGMA je původní hnací hřídel poddimenzovaná.

Je ovšem nutno si uvědomit, že tato práce počítá s nejnepříznivějšími provozními situacemi. Dále také, že zatížení hřídele plným točivým momentem je pouze mžikové (krátkodobé), jakmile se vozidlo začne pohybovat, spotřebuje se značná část točivého momentu na práci nutnou pro vykonávání pohybu vozidla, nikoliv na namáhání hřídele.

Nemusí tedy dojít nutně k lomu, i když je okamžité vnitřní napětí  $\tau_{max}$  vyšší, než dovolené napětí  $\tau_{DovK}$ .

## 11 ZÁVĚR

Vozidlo MAGMA Alficar je malé užitkové nákladní vozidlo s celkovou hmotností 3,5 t (podobné známému vozidlu značky Multicar). Vozidlo se kromě verze s pohonem pouze zadní nápravy dodává i s pohonem čtyř kol. Tato verze je často využívána mj. jako nosič nástaveb pro zimní údržbu komunikací, tedy sněhové radlice a sypače posypového materiálu. V provozu se ve ztížených zimních podmínkách vyskytuje problém: poškození hnacích hřídel předních kol.

Hnací hřídel kola přední nápravy je v provozu namáhána zejména na krut. Namáhání na krut a následný vznik vnitřního napětí je důsledkem působení točivého momentu na hnací hřídel. Točivý moment vzniká v motoru (na jeho klikové hřídeli) a prostřednictvím převodného ústrojí je přenášen na hnací hřídele kol vozidla. Převodné ústrojí zároveň zvyšuje velikost tohoto točivého momentu, a to na úkor snížení otáček. K provedení napjatostní analýzy hnací hřídele tedy bylo nutné nalézt maximální točivý moment, který je možno na hnací hřídel prostřednictvím převodného ústrojí přenést. Bylo nutno ovšem zohlednit situaci, kdy je točivý moment již tak velký, že dojde k prokluzu kol a hnací hřídel již není na krut významně namáhána. Hledáme tedy pouze takový točivý moment, kdy ještě k prokluzu nedojde. Velikost tohoto maximálního točivého momentu závisí na adhezní síle.

Při znalosti maximálního točivého momentu, kterým může být hřídel namáhána, lze již přistoupit k samotné napjatostní analýze. V této práci jsou demonstrovány dva základní způsoby výpočtu maximálního vnitřního napětí při namáhání krutem.

Nejdříve je proveden analytický výpočet podle vztahu pro maximální vnitřní napětí při namáhání rotačně symetrické součásti krutem. Velikost maximálního vnitřního napětí je dle tohoto vztahu přímo úměrná točivému momentu a nepřímo úměrná třetí mocnině průměru nejmenšího průřezu hnací hřídele.

Další, v současné době v praxi stále častěji využívanou možností napjatostní analýzy, je využití výpočetní techniky (PC) a nalezení maximálního vnitřního napětí pomocí metody konečných prvků. Tento přístup mnohem lépe simuluje skutečné chování součásti při namáhání a podává tak přesnější informace o průběhu vnitřního napětí v součásti při namáhání. Součástí této práce je jak teoretický rozbor metody konečných prvků, tak její využití prostřednictvím počítačového softwaru. Konkrétně se jedná o program ANSYS Workbench. V práci je předveden podrobný postup napjatostní analýzy hnací hřídele v tomto programu.

Výsledky obou přístupů řešení byly následně srovnány a bylo stanoveno maximální vnitřní napětí při namáhání hřídele daným točivým momentem. Toto napětí je pak porovnáno s hodnotou dovoleného napětí, což je materiálová charakteristika daného druhu oceli, ze které je hřídel vyrobena. Na základě tohoto srovnání jsou pak navrženy úpravy hřídele tak, aby již při zvýšeném namáhání nedocházelo k poškození. Co se týče těchto úprav, připadá v úvahu především volba jiného druhu oceli a zvětšení minimálního průřezu hnací hřídele. Takto upravená hřídel je pak ještě jednou podrobena najpatostní analýze pomocí metody konečných prvků a na jejím základě jsou provedeny finální úpravy návrhu hřídele.

Nová optimalizovaná hnací hřídel má tedy oproti původní hřídeli zesílený průřez, minimální průměr hřídele je 32 mm. Rovněž je vyrobena z jiného, pevnějšího druhu oceli, je jím druh s označením 30CrNiMo8. Taková hřídel by po provedení jízdních zkoušek již měla namáhání při extrémních situacích v terénu i mimo něj bezpečně vydržet.

## 12 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] KOLEKTIV AUTORŮ: *Automobily 1 až 6*. Brno: Avid, spol. s r.o., 2008.
- [2] VLK, F.: *Dynamika motorových vozidel*. Brno: Nakladatelství a vydavatelství VLK, 2005. ISBN 80-239-0024-2.
- [3] VLK, F.: *Podvozky motorových vozidel*. Brno: Nakladatelství a vydavatelství VLK, 2006. ISBN 80-239-6464-X.
- [4] MADENCI, E., GUVEN, I.: *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*. Springer 2006, ISBN-13: 978-0387282893.
- [5] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J.: *FYZIKA*. Vysoké učení technické v Brně: Nakladatelství VUTIUM, Nakladatelství PROMETHEUS, ISBN: 80-214-1868-0
- [6] FINK, M., ŘEZNÍČEK, L.: *FEM/MKP - Základy použití metody konečných prvků pro technické výpočty v programu Autodesk Inventor Professional*. Trutnov: 2006. 57 s.
- [7] FUSEK, M., HALAMA, R.: *MKP A MKH*. Ostrava: 2011. 95 s.
- [8] HÁJEK, E., REIF, P., VALENTA, F.: *Pružnost a pevnost I*. 1. vyd. Praha: SNTL/ALFA, 1988. 432 s.
- [9] LEINVEBER, J., VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. Úvaly: Albra – pedagogické nakladatelství, 2005, 908 s. ISBN 80-7361-011-6.
- [10] BURŠA, J.: *Appendix 2 – MKP* [online], 2010. Dostupné z WWW: <<http://www.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>>
- [11] PLÁNIČKA, F., ZAJÍČEK, M., ADÁMEK, V.: *Podpůrné materiály pro studium předmětu Pružnost a pevnost I: Shrnutí základních poznatků* [online], 2007 [cit. 20. 4. 2012], Plzeň: Fakulta aplikovaných věd. Dostupné z WWW: <<http://www.kme.zcu.cz/kmet/pp/tah-tlak/shrnuti.pdf>>
- [12] GALIS D., DOLEŽÍ V.: *Mechanika II – Výukový manuál* [online]. Dostupné z WWW: <[http://www.sspu-opava.cz/UserFiles/File/Mechanika\\_II\\_vyukovy\\_manual\\_na\\_SSPU\\_Opava.pdf](http://www.sspu-opava.cz/UserFiles/File/Mechanika_II_vyukovy_manual_na_SSPU_Opava.pdf)>
- [13] *Bohdan Bolzano – technická příručka* [online], 2010. Dostupné z WWW: <<http://prirucka.bolzano.cz/cz/technicka-podpora/techprirI/tycovaocel/EN10083/>>



- [14] *Mechanické vlastnosti ocelí* [online], 2010. Dostupné z WWW: <<http://www.tprom.cz/tabulky/tabulka4.html>>
- [15] HITL – Zahradní a komunální technika [online], 2009, Dostupné z WWW: <<http://www.hitl.cz>>
- [16] Continental – Technical Data Book, Commercial Vehicle Tyres, 2005, Dostupné z WWW: <[http://www.conti-online.com/generator/www/mx/es/continental/transporte/general/tech\\_info/download/technical\\_data\\_book\\_pdf\\_en.pdf](http://www.conti-online.com/generator/www/mx/es/continental/transporte/general/tech_info/download/technical_data_book_pdf_en.pdf)>
- [17] BestDrive – Technický rádce, 2011, Dostupné z WWW: <<http://www.bestdrive.cz/poradime-vam/technicky-radce/merne-jednotky-a-definice-zakladnich-pojmu.html>>
- [18] PANÁČEK, V.: *Zkoušení vozidel – E-learning*, vyd. Vysoké učení technické v Brně, Ústav soudního inženýrství, 2012

## 13 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Označení	Legenda	Jednotka
$d$	Průměr	[m]
$d_{\min}$	Minimální průměr hřídele	[mm]
$E$	Youngův modul pružnosti v tahu	[MPa]
$F$	Síla	[N]
$F_a$	Adhezní síla	[N]
$F_G$	Tíhová síla	[N]
$F_{\max}$	Maximální vyvoditelná hnací síla	[N]
$F_N$	Normálová síla	[N]
$F_{Npl}$	Normálová síla působící na přední levé kolo	[N]
$F_{Npp}$	Normálová síla působící na přední pravé kolo	[N]
$g$	Tíhové zrychlení	[ms <sup>-2</sup> ]
$G$	Modul pružnosti ve smyku	[MPa]
$i$	Převodový poměr převodovky	[-]
$i_C$	Celkový převodový poměr	[-]
$i_C$	Převodový poměr stálého převodu	[-]
$i_R$	Převodový poměr redukční převodovky	[-]
$k$	Koeficient bezpečnosti	[-]
$l$	Rozvor vozidla	[mm]
$m$	Celková hmotnost vozidla	[kg]
$M$	Točivý moment	[Nm]
$M_1$	Točivý moment na vstupní hřídeli převodného ústrojí	[Nm]
$M_2$	Točivý moment na výstupní hřídeli převodného ústrojí	[Nm]
$M_{2\max}$	Maximální točivý moment na výstupní hřídeli převodného ústrojí	[Nm]
$M_{3\max}$	Maximální točivý moment dosažitelný na jednom kole vozidla	[Nm]
$M_k$	Moment síly při namáhání krtuem	[Nm]
$M_{\max}$	Maximální točivý moment dosažitelný na hnací hřídeli kola	[Nm]
$m_p$	Zatížení přední nápravy	[kg]
$m_{p\_nás}$	Hmotnost zatěžující zadní nápravu při zimní konfiguraci	[kg]
$m_{pl}$	Zatížení předního levého kola	[kg]

$m_{pp}$	Zatížení předního pravého kola	[kg]
$m_{Rd}$	Hmotnost posádky vozidla	[kg]
$m_S$	Hmotnost sypače s náplní	[kg]
$m_V$	Pohotovostní hmotnost vozidla	[kg]
$m_Z$	Zatížení zadní nápravy	[kg]
$m_{Z\_nás}$	Hmotnost zatěžující přední nápravu při zimní konfiguraci	[kg]
$n_1$	Otáčky vstupní hřídele převodného ústrojí	[min <sup>-1</sup> ]
$n_2$	Otáčky výstupní hřídele převodného ústrojí	[min <sup>-1</sup> ]
$P$	Potenciál vnějšího zatížení	[J]
$r$	Poloměr kola, rameno působící síly	[m]
$R_e$	Mez kluzu	[MPa]
$R_m$	Mez pevnosti	[MPa]
$t_x$	Podélná vzdálenost těžiště od přední nápravy	[mm]
$W$	Energie napjatosti tělesa	[J]
$W_k$	Modul průřezu v krutu	[m <sup>3</sup> ]
$\mu$	Součinitel adheze, Poissonovo číslo	[-]
$\Pi$	Potenciální energie tělesa	[J]
$\sigma_{DovT}$	Dovolené napětí při namáhání tahem	[MPa]
$\tau$	Smykové napětí	[MPa]
$\tau_{DovK}$	Dovolené napětí při namáhání krutem	[MPa]
$\tau_k$	Smykové napětí při namáhání krutem	[MPa]
$\tau_{max}$	Maximální smykové napětí při namáhání krutem	[MPa]
$\tau_{MAX}$	Absolutní maximální vnitřní smykové napětí	[MPa]
$\tau_{max}$	Maximální vnitřní smykové napětí	[MPa]
$\tau_{maxA}$	Maximální vnitřní smykové napětí vypočtené analyticky	[MPa]
$\tau_{maxB}$	Maximální vnitřní smykové napětí vypočtené MKP	[MPa]
$\tau_{min}$	Minimální vnitřní smykové napětí	[MPa]
$\varphi$	Úhel, který svírá vozovka s vodorovnou rovinou	[°]

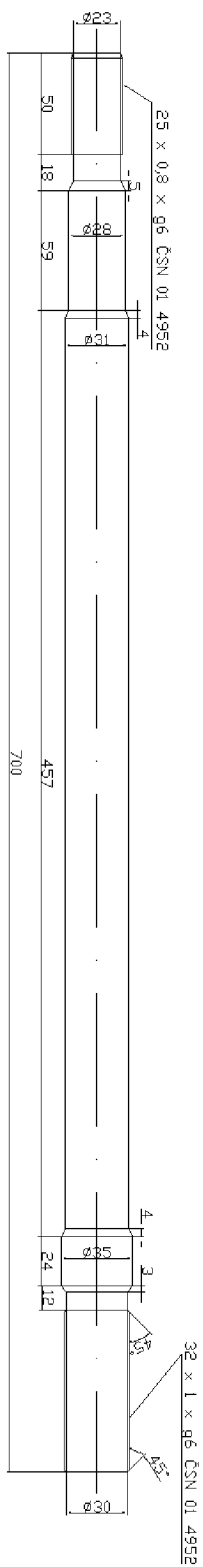
## **SEZNAM PŘÍLOH**

**Příloha 1** - Náčrty hřídelí (není výrobní výkres – jsou zde uvedeny pouze základní rozměry bez tolerování)

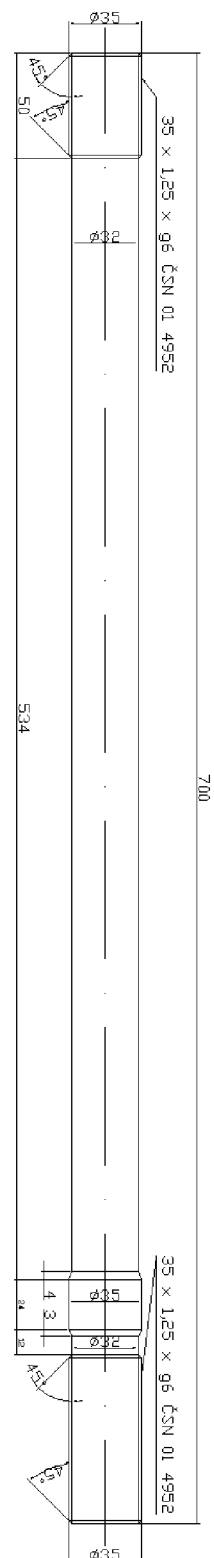
**Příloha 2** - Protokol o řešení v systému ANSYS Workbench

# PŘÍLOHY

## Příloha 1 – Náčrty hřídelí



*Původní hnací hřídel*



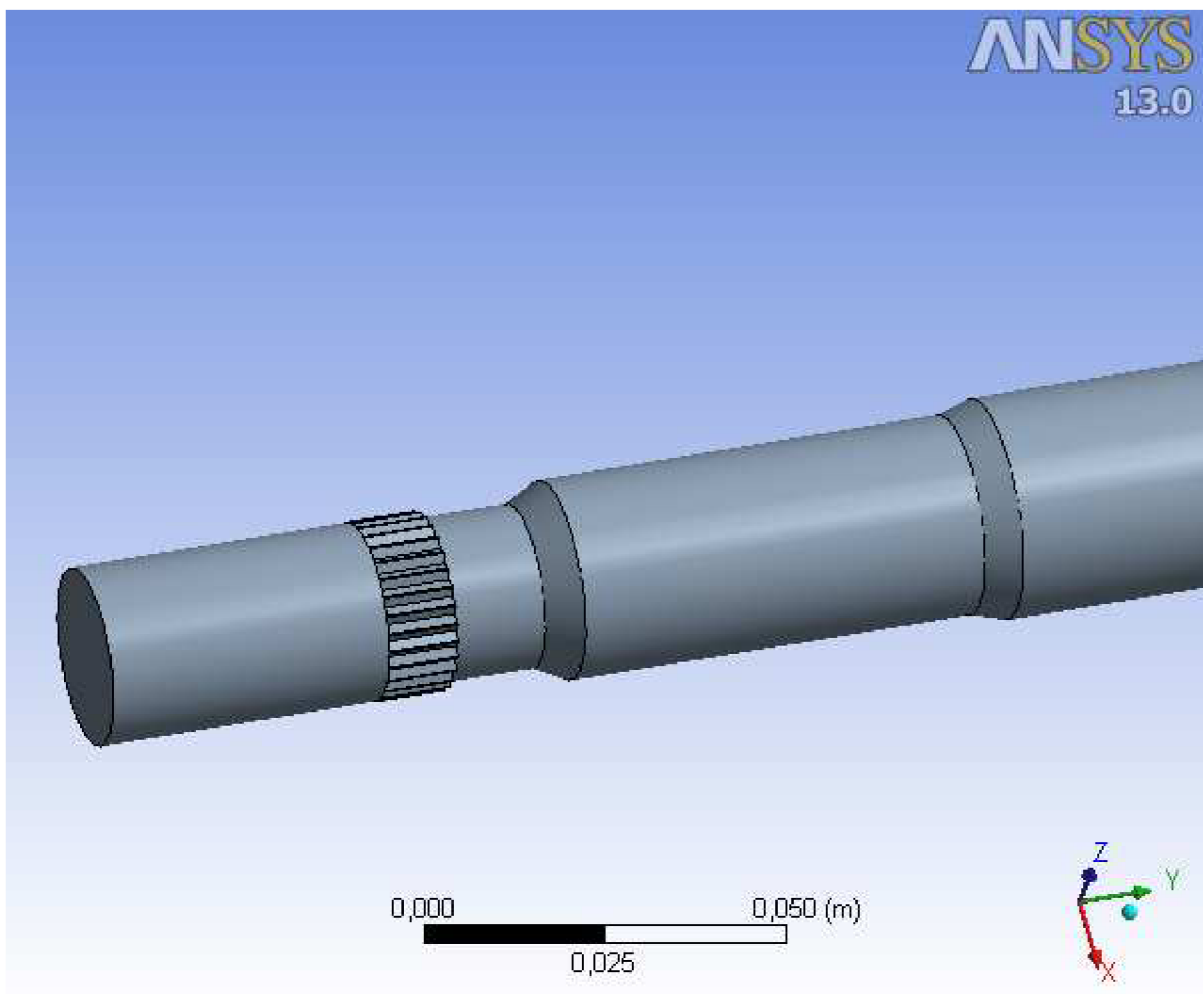
*Nově navržená hnací hřídel*

## Příloha 2 – Protokol o řešení v systému ANSYS Workbench



### Project

Author	Ing. Miroslav Kala
Subject	Hnací hřídel
First Saved	Wednesday, May 16, 2012
Last Saved	Tuesday, October 09, 2012
Product Version	13.0 Release



## Contents

- **Units**
- **Model (B4)**
  - Geometry
    - Part 1
  - Coordinate Systems
  - Mesh
  - **Static Structural (B5)**
    - Analysis Settings
    - Loads
    - Solution (B6)
      - Solution Information
      - Results
- **Material Data**
  - Structural Steel

## Units

**TABLE 1**

Unit System	Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius
Angle	Degrees
Rotational Velocity	rad/s
Temperature	Celsius

## Model (B4)

### Geometry

**TABLE 2**  
**Model (B4) > Geometry**

Object Name	<i>Geometry</i>
State	Fully Defined
<b>Definition</b>	
Source	E:\VUT\US\DIPLOMKA\hride_l_podleskut_files\dp0\Geom\DM\Geom.agdb
Type	DesignModeler
Length Unit	Millimeters
Element Control	Program Controlled
Display Style	Part Color
<b>Bounding Box</b>	

Length X	3,5e-002 m
Length Y	0,7 m
Length Z	3,5e-002 m
<b>Properties</b>	
Volume	5,1396e-004 m <sup>3</sup>
Mass	4,0346 kg
Scale Factor Value	1,
<b>Statistics</b>	
Bodies	1
Active Bodies	1
Nodes	3530
Elements	1885
Mesh Metric	None
<b>Preferences</b>	
Parameter Processing	Yes
Personal Parameter Key	DS
CAD Attribute Transfer	No
Named Selection Processing	No
Material Properties Transfer	No
CAD Associativity	Yes
Import Coordinate Systems	No
Reader Save Part File	No
Import Using Instances	Yes
Do Smart Update	No
Attach File Via Temp File	Yes
Temporary Directory	C:\Users\Mira\AppData\Local\Temp
Analysis Type	3-D
Enclosure and Symmetry	Yes



**TABLE 3**  
**Model (B4) > Geometry > Parts**

Object Name	<i>Part 1</i>
State	Meshed
<b>Graphics Properties</b>	
Visible	Yes
Transparency	1
<b>Definition</b>	
Suppressed	No
Stiffness Behavior	Flexible
Coordinate System	Default Coordinate System
Reference Temperature	By Environment
<b>Material</b>	
Assignment	Structural Steel
Nonlinear Effects	Yes
Thermal Strain Effects	Yes
<b>Bounding Box</b>	
Length X	3,5e-002 m
Length Y	0,7 m
Length Z	3,5e-002 m
<b>Properties</b>	
Volume	5,1396e-004 m <sup>3</sup>
Mass	4,0346 kg
Centroid X	1,2837e-008 m
Centroid Y	0,22514 m
Centroid Z	1,5647e-006 m
Moment of Inertia Ip1	0,15603 kg·m <sup>2</sup>
Moment of Inertia Ip2	4,7715e-004 kg·m <sup>2</sup>
Moment of Inertia Ip3	0,15603 kg·m <sup>2</sup>

Statistics	
Nodes	3530
Elements	1885
Mesh Metric	None

## Coordinate Systems

**TABLE 4**  
Model (B4) > Coordinate Systems > Coordinate System

Object Name	<i>Global Coordinate System</i>
State	Fully Defined
Definition	
Type	Cartesian
Coordinate System ID	0,
Origin	
Origin X	0, m
Origin Y	0, m
Origin Z	0, m
Directional Vectors	
X Axis Data	[ 1, 0, 0, ]
Y Axis Data	[ 0, 1, 0, ]
Z Axis Data	[ 0, 0, 1, ]

## Mesh

**TABLE 5**  
Model (B4) > Mesh

Object Name	<i>Mesh</i>
State	Solved
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Relevance	0
Sizing	

Use Advanced Size Function	Off
Relevance Center	Coarse
Element Size	Default
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Fast
Span Angle Center	Coarse
Minimum Edge Length	2,4221e-004 m
<b>Inflation</b>	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
Transition Ratio	0,272
Maximum Layers	5
Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<b>Advanced</b>	
Shape Checking	Standard Mechanical
Element Midside Nodes	Program Controlled
Straight Sided Elements	No
Number of Retries	Default (4)
Extra Retries For Assembly	Yes
Rigid Body Behavior	Dimensionally Reduced
Mesh Morphing	Disabled
<b>Defeaturing</b>	
Pinch Tolerance	Please Define
Generate Pinch on Refresh	No
Automatic Mesh Based Defeaturing	On
Defeaturing Tolerance	Default

<b>Statistics</b>	
Nodes	3530
Elements	1885
Mesh Metric	None

## Static Structural (B5)

**TABLE 6**  
**Model (B4) > Analysis**

Object Name	<i>Static Structural (B5)</i>
State	Solved
<b>Definition</b>	
Physics Type	Structural
Analysis Type	Static Structural
Solver Target	Mechanical APDL
<b>Options</b>	
Environment Temperature	22, °C
Generate Input Only	No

**TABLE 7**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Analysis Settings**

Object Name	<i>Analysis Settings</i>
State	Fully Defined
<b>Step Controls</b>	
Number Of Steps	1,
Current Step Number	1,
Step End Time	1, s
Auto Time Stepping	Program Controlled
<b>Solver Controls</b>	
Solver Type	Program Controlled
Weak Springs	Program Controlled
Large Deflection	On
Inertia Relief	Off

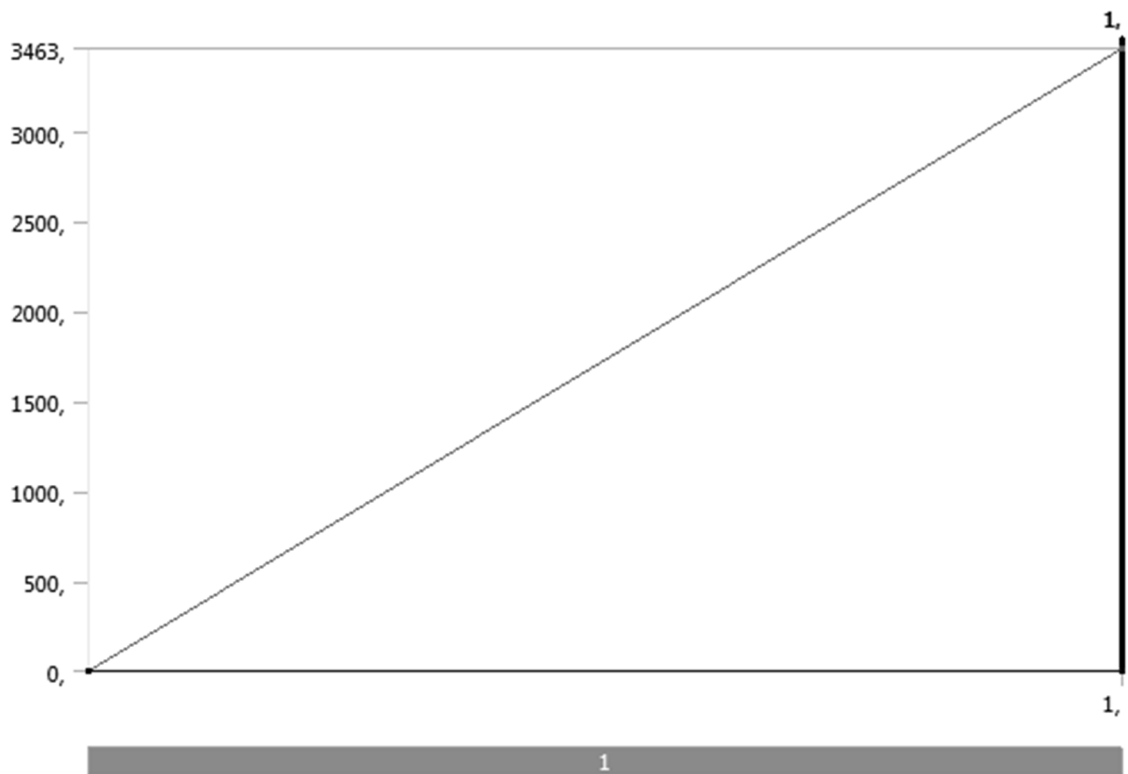
<b>Restart Controls</b>	
Generate Restart Points	Program Controlled
Retain Files After Full Solve	No
<b>Nonlinear Controls</b>	
Force Convergence	Program Controlled
Moment Convergence	Program Controlled
Displacement Convergence	Program Controlled
Rotation Convergence	Program Controlled
Line Search	Program Controlled
Stabilization	Off
<b>Output Controls</b>	
Calculate Stress	Yes
Calculate Strain	Yes
Calculate Contact	Yes
Calculate Results At	All Time Points
<b>Analysis Data Management</b>	
Solver Files Directory	E:\VUT\US\DIPLOMKA\hridel_podleskut_files\dp0\SYS\MECH\
Future Analysis	None
Scratch Solver Files Directory	
Save MAPDL db	No
Delete Unneeded Files	Yes
Nonlinear Solution	Yes
Solver Units	Active System
Solver Unit System	mks

**TABLE 8**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Loads**

Object Name	<i>Fixed Support</i>	<i>Moment</i>
State	Fully Defined	
<b>Scope</b>		
Scoping Method	Geometry Selection	

Geometry	1 Face	
<b>Definition</b>		
Type	Fixed Support	Moment
Suppressed	No	
Define By		Components
Coordinate System		Global Coordinate System
X Component		0, N·m (ramped)
Y Component		3463, N·m (ramped)
Z Component		0, N·m (ramped)
Behavior		Deformable
<b>Advanced</b>		
Pinball Region		All

**FIGURE 1**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Moment**



**Solution (B6)**

**TABLE 9**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution**

Object Name	<i>Solution (B6)</i>
State	Solved
<b>Adaptive Mesh Refinement</b>	
Max Refinement Loops	1,
Refinement Depth	2,
<b>Information</b>	
Status	Done

**TABLE 10**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Solution Information**

Object Name	<i>Solution Information</i>
State	Solved
<b>Solution Information</b>	
Solution Output	Solver Output

Newton-Raphson Residuals	0
Update Interval	2,5 s
Display Points	All

**TABLE 11**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Results**

Object Name	<i>Stress Intensity</i>	<i>Total Deformation</i>	<i>Elastic Strain Intensity</i>	<i>Shear Stress</i>	<i>Maximum Shear Stress</i>
State	Solved				
<b>Scope</b>					
Scoping Method	Geometry Selection				
Geometry	All Bodies				
<b>Definition</b>					
Type	Stress Intensity	Total Deformation	Elastic Strain Intensity	Shear Stress	Maximum Shear Stress
By	Time				
Display Time	Last				
Calculate Time History	Yes				
Identifier					
Orientation				XY Plane	
Coordinate System				Global Coordinate System	
<b>Integration Point Results</b>					
Display Option	Averaged		Averaged		
<b>Results</b>					
Minimum	44633 Pa	0, m	2,763e-007 m/m	-1,4571e+009 Pa	22317 Pa
Maximum	3,1631e+009 Pa	5,3485e-003 m	1,9581e-002 m/m	1,5493e+009 Pa	1,5816e+009 Pa
<b>Information</b>					
Time	1, s				



Load Step	1
Substep	1
Iteration Number	17

## Material Data

### Structural Steel

**TABLE 12**  
**Structural Steel > Constants**

Density	7850 kg m <sup>-3</sup>
Coefficient of Thermal Expansion	1.2e-005 C <sup>-1</sup>
Specific Heat	434 J kg <sup>-1</sup> C <sup>-1</sup>
Thermal Conductivity	60.5 W m <sup>-1</sup> C <sup>-1</sup>
Resistivity	1.7e-007 ohm m

**TABLE 13**  
**Structural Steel > Compressive Ultimate Strength**

Compressive Ultimate Strength Pa
0

**TABLE 14**  
**Structural Steel > Compressive Yield Strength**

Compressive Yield Strength Pa
5.9e+008

**TABLE 15**  
**Structural Steel > Tensile Yield Strength**

Tensile Yield Strength Pa
5.9e+008

**TABLE 16**  
**Structural Steel > Tensile Ultimate Strength**

Tensile Ultimate Strength Pa
8.8e+008

**TABLE 17**  
**Structural Steel > Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion**

Reference Temperature C
22

**TABLE 18**  
**Structural Steel > Alternating Stress Mean Stress**

Alternating Stress Pa	Cycles	Mean Stress Pa
3.999e+009	10	0
2.827e+009	20	0
1.896e+009	50	0
1.413e+009	100	0
1.069e+009	200	0
4.41e+008	2000	0
2.62e+008	10000	0
2.14e+008	20000	0
1.38e+008	1.e+005	0
1.14e+008	2.e+005	0
8.62e+007	1.e+006	0

**TABLE 19**  
**Structural Steel > Strain-Life Parameters**

Strength Coefficient Pa	Strength Exponent	Ductility Coefficient	Ductility Exponent	Cyclic Strength Coefficient Pa	Cyclic Strain Hardening Exponent
9.2e+008	-0.106	0.213	-0.47	1.e+009	0.2

**TABLE 20**  
**Structural Steel > Isotropic Elasticity**

Temperature C	Young's Modulus Pa	Poisson's Ratio	Bulk Modulus Pa	Shear Modulus Pa
	2.1e+011	0.3	1.75e+011	8.0769e+010

**TABLE 21**  
**Structural Steel > Isotropic Relative Permeability**

Relative Permeability
10000