



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

NAPJATOSTNÍ, DEFORMAČNÍ A BEZPEČNOSTNÍ ANALÝZA RÁMU TANDÉMOVÉ TŘÍKOLKY

STRESS, DEFORMATION AND SAFETY ANALYSIS OF THE TANDEM TRIKE FRAME

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

ADAM TATALÁK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.
h. c.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Adam Tatalák

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Napjatostní, deformační a bezpečnostní analýza rámu tandémové tříkolky

v anglickém jazyce:

Stress, deformation and safety analysis of the tandem trike frame

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtová napjatostní, deformační a bezpečnostní analýza rámu tandémové tříkolky využitím přístupů prosté pružnosti. Tvorba vhodného výpočtového modelu. Případné porovnání s výpočtem pomocí metody konečných prvků (MKP) programovým systémem ANSYS resp. jiným.

Cíle bakalářské práce:

Výpočet a posouzení poddajnosti a bezpečnosti rámu tandémové tříkolky při typických zatěžných stavech. Případný návrh konstrukčních úprav. Získání praktických výpočtářských zkušeností.

Seznam odborné literatury:

Janíček,P.,Ondráček,E.,Vrbka,J.,Burša,J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. CERM, 2004

Gere,J.M.,Timoshenko,S.P.: Mechanics of materials. Chapman and Hall, London, Glasgow, New York, 1995

Hoschl,C.: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL Praha, 1971

Podkladové materiály fy. AZUB

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 29.10.2013

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Bakalářská práce obsahuje napjatostní, deformační a bezpečnostní analýzu rámu tandémové tříkolky firmy AZUB. V teoretickém úvodu je krátké seznámení s alternativní cyklistikou. Jsou rozebrány prutové předpoklady a je vytvořen výpočtový model rámu. Celý výpočet je zaměřen na tři typické zátěžné stavy - klid (jízda rovnoměrným přímočarým pohybem), brzdění a průjezd zatáčkou. Jsou spočteny průběhy VVÚ, napětí a bezpečnost v kritickém místě konstrukce. Řešena je i deformace rámu v klidovém stavu vyjádřená posuvem těžiště jezdce. Pro analytický výpočet je použit software MATLAB. Model tříkolky je vytvořen v programu Autodesk Inventor.

KLÍČOVÁ SLOVA

tříkolka, tandem, deformace, bezpečnost, napjatost, rám, alternativní cyklistika

ABSTRACT

The bachelor's thesis contains stress, deformation and safety analysis of the tandem trike frame of company AZUB. In the theoretical introduction is short introduction with alternative cycling. The beam assumptions are analysed and computational model of the frame is made. The entire calculation is focused on three typical load states – standstill (uniform rectilinear motion), deceleration and turn transit. The progress of inner stress resultants, tension and safety in critical point of construction are calculated. Deformation of the frame is solved for standstill, which is expressed by the shift center of gravity of the rider. For analytic calculation was used MATLAB software. Model of the trike is created in Autodesk Inventor.

KEYWORDS

trike, tandem, deformation, safety, stress, frame, alternative cycling

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

TATALÁK, A. *Napjatostní, deformační a bezpečnostní analýza rámu tandémové tříkolky*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 92 s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci zpracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jana Vrbky, DrSc., dr. h. c. a uvedl jsem veškerou použitou literaturu.

V Brně dne 22. 5. 2014

.....
Adam Tatalák

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr. h. c. za cenné připomínky, rady a samozřejmě vstřícnost a trpělivost při psaní této bakalářské práce. Dále bych chtěl také poděkovat své přítelkyni a rodině za podporu po celou dobu mého studia.

OBSAH

Abstrakt.....	5
Bibliografická citace	6
Čestné prohlášení	7
Poděkování.....	8
Obsah	9
Seznam použitých zkratk a symbolů.....	11
1. Úvod	18
2. Alternativní cyklistika	19
2.1. Tandémová tříkolka.....	20
3. Tvorba výpočtového modelu.....	21
3.1. Prutové předpoklady.....	22
4. Formulace zátěžných stavů.....	25
4.1. Klid (Rovnoměrný přímočarý pohyb).....	25
4.2. Brzdění	25
4.3. Průjezd zatáčkou.....	25
5. Výpočet sil.....	26
5.1. Rovnoměrný přímočarý pohyb.....	28
5.2. Brzdění	29
5.3. Průjezd zatáčkou.....	30
6. Materiálové charakteristiky	33
6.1. Profil přední nápravy a páteřového rámu	33
7. Výpočet nápravy.....	34
7.1. Rozložení sil a výpočet momentů.....	35
7.2. Výpočet výsledných vnitřních účinků (VVÚ).....	41
7.3. Výsledky VVÚ nápravy	43
7.4. Grafické znázornění VVÚ nápravy	44
7.4.1. Rovnoměrný přímočarý pohyb	44
7.4.2. Brzdění	45
7.4.3. Zatáčka	46
7.5. Napětí	47
7.6. Bezpečnost.....	49

8.	Výpočet rámu.....	50
8.1.	Rozložení těžiště jezdce.....	50
8.2.	Výpočet sil.....	54
8.3.	Síly působící na páteřový rám.....	73
8.4.	Výpočet VVÚ.....	76
8.5.	Výsledky VVÚ páteřového rámu.....	82
8.6.	Grafické znázornění VVÚ páteřového rámu.....	82
8.6.1.	Klid.....	83
8.6.2.	Brzdění.....	83
8.6.3.	Zatáčka.....	84
8.7.	Výpočet posunutí.....	85
8.8.	Napětí.....	86
8.9.	Bezpečnost.....	87
9.	Závěr.....	88
	Použité zdroje.....	89
	Seznam obrázků.....	90
	Seznam tabulek.....	92
	Seznam příloh.....	92

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

h_{max}	[mm]	Největší rozměr příčného průřezu
F_{1D}	[N]	Dostředivá složka sil působících na pravé přední kolo při průjezdu zatáčkou v rovině vozovky
F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}	[N]	Normálové síly působící na kola v místě kontaktu
F_{1Nsin}	[N]	Složka normálové síly rovnoběžná s rovinou nápravy
F_{1Nx}	[N]	Normálová síla ve směru osy x SS nápravy
F_{1Ny}	[N]	Normálová síla ve směru osy y SS nápravy
F_{1Nz}	[N]	Normálová síla ve směru osy z SS nápravy
F_{1Tcos}	[N]	Složka třecí síly rovnoběžná s rovinou nápravy
F_{1Tx}	[N]	Třecí síla ve směru osy x SS nápravy
F_{1Ty}	[N]	Třecí síla ve směru osy y SS nápravy
F_{1Tz}	[N]	Třecí síla ve směru osy z SS nápravy
F_{1t}	[N]	Tečná složka sil působících na pravé přední kolo při průjezdu zatáčkou v rovině vozovky
$F_{1x}, F_{1z}, F_{2x}, F_{2z}$	[N]	Síly působící na přední kola při průjezdu zatáčkou v rovině vozovky
F_{1xcos}	[N]	Složka síly F_{1x} rovnoběžná s rovinou nápravy
F_{1xx}	[N]	Složka síly F_{1x} ve směru osy x SS nápravy
F_{1xy}	[N]	Složka síly F_{1x} ve směru osy y SS nápravy
F_{1xz}	[N]	Složka síly F_{1x} ve směru osy z SS nápravy
F_{1zx}	[N]	Složka síly F_{1z} ve směru osy x SS nápravy
F_{1zz}	[N]	Složka síly F_{1z} ve směru osy z SS nápravy
F_{3D}	[N]	Dostředivá síla působící v místě kontaktu zadního kola
F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}	[N]	Síly působící v počátku nápravy v SS nápravy
F_{Fx}, F_{Fy}, F_{Fz}	[N]	Síly působící v bodě F
M_{Fx}, M_{Fy}, M_{Fz}	[Nmm]	Momenty působící v bodě F
F_G	[N]	Celková tíhová síla
F_{G1}	[N]	Tíhová síla předního jezdce
F_{G2}	[N]	Tíhová síla zadního jezdce
F_O	[N]	Celková odstředivá síla
F_{O1}	[N]	Odstředivá síla působící na předního jezdce
F_{O11}	[N]	Odstředivá síla působící v horním těžišti předního jezdce

F_{O11x}	[N]	x-ová složka odstředivé síly působící v horním těžišti předního jezdce
F_{O11y}	[N]	y-ová složka odstředivé síly působící v horním těžišti předního jezdce
F_{O12}	[N]	Odstředivá síla působící v oblasti nohou předního jezdce
F_{O12x}	[N]	x-ová složka odstředivé síly působící v oblasti nohou předního jezdce
F_{O12y}	[N]	y-ová složka odstředivé síly působící v oblasti nohou předního jezdce
F_{O2}	[N]	Odstředivá síla působící na zadního jezdce
F_{O21}	[N]	Odstředivá síla působící v horním těžišti zadního jezdce
F_{O21x}	[N]	x-ová složka odstředivé síly působící v horním těžišti zadního jezdce
F_{O21y}	[N]	y-ová složka odstředivé síly působící v horním těžišti zadního jezdce
F_{O22}	[N]	Odstředivá síla působící v oblasti nohou zadního jezdce
F_{O22x}	[N]	x-ová složka odstředivé síly působící v oblasti nohou zadního jezdce
F_{O22y}	[N]	y-ová složka odstředivé síly působící v oblasti nohou zadního jezdce
F_{Px}, F_{Py}, F_{Pz}	[N]	Síly působící v bodě P od rámu
M_{Px}, M_{Py}, M_{Pz}	[Nmm]	Momenty působící v bodě P od rámu
F_{Qx}, F_{Qy}, F_{Qz}	[N]	Síly působící v bodě Q od rámu
M_{Qx}, M_{Qy}, M_{Qz}	[Nmm]	Momenty působící v bodě Q od rámu
F_S	[N]	Celková setrvačná síla
F_{S1}	[N]	Setrvačná síla předního jezdce
F_{S2}	[N]	Setrvačná síla zadního jezdce
F_{S11}	[N]	Setrvačná síla horního těžiště předního jezdce
F_{S11L}	[N]	Složka síly F_{S11} působící v bodě L
F_{S11T}	[N]	Vertikální složka síly F_{S11} působící v horním těžišti předního jezdce
F_{S12}	[N]	Setrvačná síla nohou předního jezdce
F_{S21}	[N]	Setrvačná síla horního těžiště zadního jezdce
F_{S21M}	[N]	Složka síly F_{S21} působící v bodě M

F_{S21T}	[N]	Vertikální složka síly F_{S21} působící v horním těžišti zadního jezdce
F_{S22}	[N]	Setrvačná síla nohou zadního jezdce
F_{1T}, F_{2T}	[N]	Třecí síly působící na kola při plném brzdění
J_P	[mm ⁴]	Polární kvadratický moment průřezu
J_y, J_z	[mm ⁴]	Osový kvadratický moment průřezu
M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}	[Nmm]	Momenty působící v počátku nápravy v SS nápravy
M_{kfi}	[Nmm]	Hodnoty krouticího momentu na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
M_{ki}	[Nmm]	Kroutící složky VVÚ pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
M_{kmax}	[Nmm]	Velikost krouticí složky VVÚ v kritickém bodě
M_o	[Nmm]	Celkový ohybový moment
M_{omax}	[Nmm]	Velikost ohybové složky VVÚ v kritickém bodě
M_{yfi}	[Nmm]	Hodnoty ohybového momentu ve směru y na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
M_{yi}	[Nmm]	Ohybové složky VVÚ ve směru y pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
M_{zfi}	[Nmm]	Hodnoty ohybového momentu ve směru z na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
M_{zi}	[Nmm]	Ohybové složky VVÚ ve směru z pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
N_E, T_{yE}, T_{zE}	[N]	Síly působící v bodě E
M_{kE}, M_{yE}, M_{zE}	[Nmm]	Momenty působící v bodě E
N_K, T_{yK}, T_{zK}	[N]	Síly působící v bodě K
M_{kK}, M_{yK}, M_{zK}	[Nmm]	Momenty působící v bodě K
N_P, T_{yP}, T_{zP}	[N]	Síly působící v bodě P od podpěry sedačky
M_{kP}, M_{yP}, M_{zP}	[Nmm]	Momenty působící v bodě P od podpěry sedačky
N_Q, T_{yQ}, T_{zQ}	[N]	Síly působící v bodě Q od podpěry sedačky
M_{kQ}, M_{yQ}, M_{zQ}	[Nmm]	Momenty působící v bodě Q od podpěry sedačky
N_V, T_{yV}, T_{zV}	[N]	Síly působící v bodě V od podpěry sedačky
M_{kV}, M_{yV}, M_{zV}	[Nmm]	Momenty působící v bodě V od podpěry sedačky
N_{V2}, T_{yV2}, T_{zV2}	[N]	Síly působící v bodě V od nápravy
$M_{kV2}, M_{yV2}, M_{zV2}$	[Nmm]	Momenty působící v bodě V od nápravy

N_{fi}	[N]	Hodnoty normálové složky VVÚ na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
N_i	[N]	Normálové složky VVÚ pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
N_{max}	[N]	Velikost normálové složky VVÚ v kritickém bodě
R_e	[MPa]	Mez kluzu
R_k	[mm]	Poloměr kola
R_m	[MPa]	Mez pevnosti
T_1	[-]	Těžiště předního jezdce
T_{11}	[-]	Těžiště horní části těla předního jezdce
T_2	[-]	Těžiště zadního jezdce
T_{21}	[-]	Těžiště horní části těla zadního jezdce
T_{yfi}	[N]	Hodnoty smykové složky VVÚ ve směru y na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
T_{yi}	[N]	Smykové složky VVÚ ve směru y pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
T_{zfi}	[N]	Hodnoty smykové složky VVÚ ve směru z na koncích jednotlivých intervalů, kde i je číslo intervalu
T_{zi}	[N]	Smykové složky VVÚ ve směru z pro jednotlivé intervaly, kde i je číslo intervalu
W_{Mk}	[J]	Energie napjatosti od krouticího momentu
W_{My}, W_{Mz}	[J]	Energie napjatosti od ohybových složek
W_N	[J]	Energie napjatosti od normálových složek
W_T	[J]	Energie napjatosti od smykových složek
W_k	[mm ⁴]	Modul průřezu v krutu
W_o	[mm ⁴]	Modul průřezu v ohybu
a_o	[m/s ²]	Odstředivé zrychlení
k_k	[-]	Bezpečnost k mezi kluzu
l_F	[mm]	Délka zadní podpěry
l_i	[mm]	Délky jednotlivých intervalů VVÚ, kde i je číslo intervalu
m_1	[kg]	Hmotnost předního jezdce
m_2	[kg]	Hmotnost zadního jezdce
r_x, r_y, r_z	[mm]	Vzdálenosti bodu kontaktu kola s vozovkou od os SS nápravy

x_L	[mm]	Vzdálenost bodu L od těžiště předního jezdce
x_M	[mm]	Vzdálenost bodu M od těžiště zadního jezdce
x_T	[mm]	x-ová souřadnice celkového těžiště v globálním SS
x_{T1}	[mm]	x-ová souřadnice těžiště předního jezdce v globálním SS
x_{T11}	[mm]	Posunutí horního těžiště předního jezdce
x_{T2}	[mm]	x-ová souřadnice těžiště zadního jezdce v globálním SS
x_{T21}	[mm]	Posunutí horního těžiště zadního jezdce
x_i	[mm]	Přírůstky délky v jednotlivých intervalech, kde i je číslo intervalu
x_s, y_s, z_s	[mm]	Vzdálenosti bodu kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy v globálním SS
y_T	[mm]	y-ová souřadnice celkového těžiště v globálním SS
y_{T1}	[mm]	y-ová souřadnice těžiště předního jezdce v globálním SS
y_{T2}	[mm]	y-ová souřadnice těžiště zadního jezdce v globálním SS
α_A	[°]	Úhel první podpěry zadní sedačky
α_B	[°]	Úhel druhé podpěry zadní sedačky
α_C	[°]	Úhel třetí podpěry zadní sedačky
α_H	[°]	Úhel první podpěry přední sedačky
α_I	[°]	Úhel druhé podpěry přední sedačky
α_J	[°]	Úhel třetí podpěry přední sedačky
α_{N2}	[°]	Úhel mezi 1. a 2. podpěrou zadní sedačky
α_{N3}	[°]	Úhel mezi 1. a 3. podpěrou zadní sedačky
α_{N5}	[°]	Úhel mezi 1. a 2. podpěrou přední sedačky
α_{N6}	[°]	Úhel mezi 1. a 3. podpěrou přední sedačky
α_{SA}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou přední sedačky a silou F_{S21T}
α_{SJ}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou zadní sedačky a silou F_{S11T}
α_{TZ2}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou zadní sedačky a silou T_{zE}
α_{TZ3}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou zadní sedačky a silou T_{zQ}
α_{TZ5}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou přední sedačky a silou T_{zP}
α_{TZ6}	[°]	Úhel mezi 1. podpěrou přední sedačky a silou T_{zV}
α_z	[°]	Úhel natočení levého předního kola
β_z	[°]	Úhel natočení pravého předního kola
γ_z	[°]	Úhel působení síly F_0

σ_N	[MPa]	Normálové napětí
σ_O	[MPa]	Ohybové napětí
σ_{RED}	[MPa]	Redukované napětí
τ_K	[MPa]	Smykové napětí od krouticího momentu
τ_T	[MPa]	Smykové napětí od posouvajících sil
ν_F	[-]	Počet silových podmínek
ν_M	[-]	Počet momentových podmínek
φ_2	[°]	Přírůstek úhlu ve druhém intervalu nápravy
ψ_s	[mm ²]	Příčný průřez
h	[mm]	Délka druhé podpory přední sedačky
IPS	[-]	Ideal position system (systém nastavení rámu)
VVÚ	[-]	Výsledné vnitřní účinky
A	[-]	Bod vstupu 1. podpěry do zadní sedačky
B	[-]	Bod vstupu 2. podpěry do zadní sedačky
C	[-]	Bod vstupu 3. podpěry do zadní sedačky
CAD	[-]	Computed Aided Design
D	[mm]	Vnější průměr nápravy/páteřového rámu
D	[-]	Osa zadního kola
E	[MPa]	Modul pružnosti v tahu
E	[-]	Bod vstupu 2. podpěry do páteřového rámu
F	[-]	Bod vstupu zadní podpěry do páteřového rámu
G	[MPa]	Modul pružnosti ve smyku
H	[-]	Bod vstupu 2. podpěry do přední sedačky
I	[-]	Bod vstupu 3. podpěry do přední sedačky
J	[-]	Bod vstupu 1. podpěry do přední sedačky
K	[-]	Bod vstupu 1. podpěry do rámu
L	[mm]	Vzdálenost kontaktu zadního kola od globálního SS
L	[-]	Bod uchycení předních pedálů
M	[-]	Bod uchycení zadních pedálů
N	[mm]	Polovina rozchodu předních kol
P	[-]	Bod vstupu rámu a 2. podpěry do páteřového rámu
Q	[-]	Bod vstupu rámu a 3. podpěry do páteřového rámu
R	[mm]	Poloměr zakřivení střednice nápravy/poloměr zatáčení

S	[mm ²]	Plocha průřezu
T	[-]	Celkové těžiště
V	[-]	Bod vstupu přední nápravy do páteřového rámu
W	[J]	Energie napjatosti
a	[mm]	Délka první podpěry zadní sedačky
b	[mm]	Délka druhé podpěry zadní sedačky
c	[mm]	Délka třetí podpěry zadní sedačky
d	[mm]	Vnitřní průměr nápravy/páteřového rámu
f	[-]	Součinitel smykového tření
g	[m/s ²]	Gravitační zrychlení
i	[mm]	Délka třetí podpěry zadní sedačky
j	[mm]	Délka první podpěry zadní sedačky
m	[kg]	Celková hmotnost obou jezdců
s	[-]	Statická určitost úlohy
u	[mm]	Posuv
v	[m/s]	Rychlost
α	[°]	Úhel sklonu roviny nápravy od roviny vozovky
β	[°]	Úhel zakřivení střednice nápravy
γ	[-]	Střednice
μ	[-]	Poissonova konstanta/počet neznámých parametrů
σ	[MPa]	Normálové napětí
τ	[MPa]	Smykové napětí
ν	[-]	Počet použitelných podmínek
ω	[rad/s]	Úhlová rychlost

1. ÚVOD

Cyklistika dnes patří mezi neodmyslitelné způsoby aktivního odpočinku. Kolo se stává stále více vyhledávaným dopravním prostředkem, zdrojem zábavy a druhem rekreačního sportování. V současné době ale roste počet příznivců v oblasti alternativní cyklistiky, která nabízí zcela odlišný požitek z jízdy. Především zvyšuje komfort a pohodlí při jízdě. Do této oblasti cyklistiky se řadí lehokola, tříkolky, elektrokola, odrážedla, jednokolky atd.

Cílem této bakalářské práce je výpočet napjatosti, deformace a bezpečnosti rámu tandemové tříkolky za využití znalostí z technických předmětů, zejména ze statiky a pružnosti pevnosti. Vzhledem k tomu, že mě daná problematika zajímá a rád bych se jí věnoval i v dalších letech svého studia, rozhodl jsem se tímto problémem zabývat. Za velkou výhodu také považuji spolupráci s firmou AZUB BIKE, která je jednou z firem vyrábějící tříkolky, lehokola a další. Závěry mé bakalářské práce proto mohou být dále použity pro zdokonalování a vývoj konstrukce tříkolek.

Při samotném řešení je nejprve nutné vytvořit odpovídající výpočtový model rámu, abychom mohli využít přístupů prosté pružnosti pevnosti. Z rovnic statické rovnováhy se vypočtou stykové síly ve vazbách a následně síly působící na rám. Z takto zjištěných sil se stanoví průběhy VVÚ pro jednotlivé části rámu. Na základě těchto hodnot se spočítají napětí v kritických místech rámu a porovnají se s maximální dovolenou hodnotou napětí, kterou daný materiál vydrží. Dalším bodem bude výpočet posuvu v předem určeném bodě rámu, který se vypočte pomocí Castiglianovy věty. Celý výpočet bude probíhat ve třech zátěžných stavech. Při prvním stavu se tříkolka bude pohybovat rovnoměrně přímočarým pohybem. U druhého stavu se počítá s prudkým brzděním. Třetí stav je průjezd prudkou zatáčkou, kde bude nutné posoudit zejména deformaci celého rámu v krutu, která u takto dlouhého rámu hrozí. Výpočet se bude dělit na výpočet nápravy tříkolky, kdy musíme zjistit zatížení ve vetknutí nápravy a na výpočet rámu.

2. ALTERNATIVNÍ CYKLISTIKA

Mnoho lidí si myslí, že se alternativní cyklistika mezi námi objevila poměrně nedávno. Není to pravda. První lehokola vyjela na silnici už v první polovině 19. století. Design těchto kol se postupně vylepšoval a lehokola byla považována za druh bicyklu. Ve 30. letech 20. století se však jejich vývoj zastavil. A to téměř na čtyřicet let. Jezdci na klasických kolech se začali bouřit, když Francouzský jezdec Francis Faure překonal na svém lehokole dosavadní rekord v nejvyšší naměřené rychlosti, které bylo dosaženo na klasické konstrukci kola. Podle nich jeho stroj nebyl kolem. Tak se stalo, že byla lehokola vyškrtuta z Mezinárodní cyklistické federace. Znovu se jimi začali zabývat v 70. letech američtí inženýři Chester Kyle a David Gordon Wilson. O deset let později byla jejich konstrukce natolik vyladěná, že se začala vyrábět hromadně. Největším výrobcem v té době byly USA. Studie prováděná na konci 80. let potvrdila, že jízda vleže zásadně zlepšuje aerodynamiku jízdy, aniž by docházelo ke ztrátám výkonu jezdce. [1],[2]



Obr. 1 Francis Faure při prolomení rychlostního rekordu [2]

Alternativní cyklistika si získala své příznivce především díky zvýšenému komfortu a pohodlí při jízdě. Na obyčejném kole jezdec sedí mnohdy v krkolomné poloze, což vede (zejména po delší jízdě) k nepříjemným bolestem zad, zápěstí a mravenčení v rukou.[3] Největším problémem pro dnešní cyklisty ale představuje výběr sedla. Přestože se dnes tomuto prvku věnuje náležitá pozornost, spousta cyklistů zjistí, zda jim dané sedlo vyhovuje nebo ne až po několika stovkách najetých kilometrů, kdy je pro ně sezení na kole mnohdy až bolestivé. Některé studie navíc potvrzují, že dlouhodobé sezení na kole může vést i k impotenci. Tyto problémy s použitím lehokol ovšem odpadají. „Váha jezdce je rozložena na poměrně velkou plochu anatomicky tvarované sedačky.“ [4]

Další výhoda používání lehokola je jeho aerodynamika. Jezdec leží na kole v horizontální poloze a díky tomu má tedy malý odpor vzduchu. Nohama rozráží vzduch, který jej pak plynule obtéká. Na běžném kole lze menšího odporu vzduchu dosáhnout jedině předkloněním jezdce. Tato poloha je ovšem velice nepohodlná a trpí při ní páteř, ramena a krční svaly. S klesajícím odporem vzduchu samozřejmě vzrůstá rychlost, jakou jsme

schopni s lehokolem dosáhnout. To platí i o průjezdu zatáčkou, kdy cyklista nemusí mít strach, že při větším náklonu zavadí pedálem o zem. [3],[4]

Alternativní cyklistika ale nejsou jen lehokola. Do této oblasti spadají elektrokola, odrážedla, jednokolky, koloběžky, tříkolky nebo třeba skládací kola.

Jedinou firmou v České republice, která se zabývá výrobou těchto strojů je firma AZUB BIKE se sídlem v Uherském Brodě. Tato firma působí na našem trhu od roku 2001. Od této doby prošla značným vývojem a v současnosti propaguje celý sortiment na různých českých ale i zahraničních výstavách. Drží prvenství v prodeji moderních skládacích kol a je také první, kdo představil českou lehotříkolku. Typická pro produkty firmy AZUB je jejich nastavitelnost. K tomu, aby se jezdec na svém stroji cítil pohodlně, je nutné, aby si nastavil správnou polohu pro šlapání. Při jízdě v terénu navíc využije jinou polohu sedačky než při jízdě po silnici. Tento systém nastavení rámu se nazývá Ideal Position System (IPS). [3],[5]

Tato bakalářská práce je věnována analýze rámu tandémové tříkolky právě pro společnost AZUB BIKE.

2.1. Tandémová tříkolka

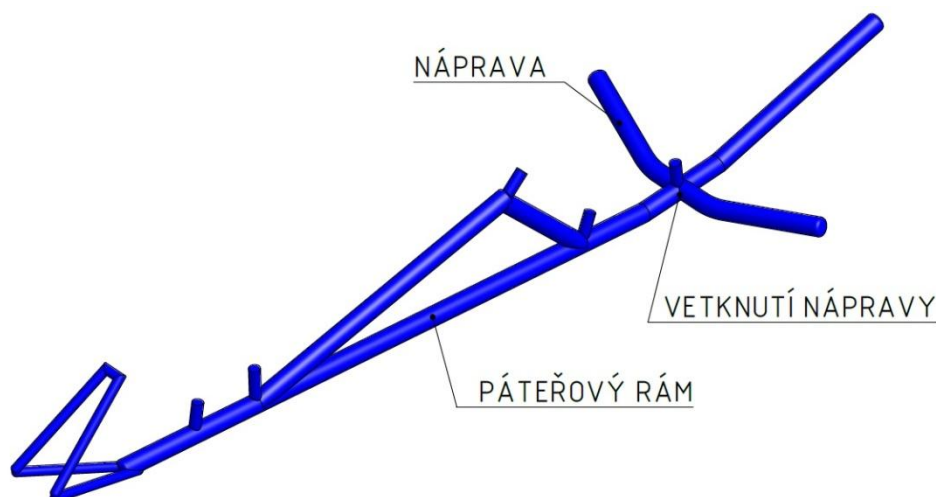
Tříkolka s horizontální polohou jezdce (lehotříkolka) je velice podobná lehokolu. Mají společné výhody, co se týká komfortu jízdy, ale u tříkolky jezdec nemusí řešit rovnováhu. Vyrábějí se buďto s jedním kolem vpředu a dvěma vzadu nebo opačně s jedním vzadu a dvěma vpředu. Po čase se ale ukázalo, že druhá varianta konstrukce je přeci jen stabilnější a tak se dnes setkáváme výhradně s tímto modelem. Díky třem kolům nabízí opět jiné možnosti jízdy. Jezdec si může dovolit hodně pomalou jízdu (například do kopce), aniž by hrozilo, že se vyvrátí. Může projíždět zatáčky daleko vyšší rychlostí, než tomu bylo u lehokol. Problém ovšem nastává s jejich skladností. [4]

Tandémová tříkolka nabízí skvělé řešení pro cyklisty, kteří neradi na cestu vyráží sami. Využijí ji tedy hlavně páry, které si chtějí jízdu užít spolu. Je typická svou dlouhou konstrukcí. Sedadlo prvního jezdce je většinou trochu výše, aby se pod něj mohly vejít pedály pro druhého jezdce. Existuje i řada tandémových tříkolek, kde jezdci sedí zády k sobě. Ale tento typ nemá mezi tříkolkami velké zastoupení.

Tandémová tříkolka je lehce ovladatelná jedním člověkem. Některé konstrukce jsou navrhovány tak, aby při šlapání na sobě jezdci nebyli závislí. Což umožňuje jednomu jezdci přestat šlapat beztoho, aniž by nějak ovlivnil druhého. [6] Těžiště tříkolky je poměrně nízko nad zemí. Tento fakt eliminuje možnost překlacení stroje při průjezdu zatáčkou při normálních rychlostech. Ovšem velkou nevýhodou těchto tříkolek je dlouhý rám. Při prudkém záběru totiž může docházet k velkému pružení rámu, což vede ke snížení účinnosti šlapání a nechtěné ztrátě energie.

3. TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Pro analytické řešení takto složitého problému je třeba zavést určité předpoklady a provést určitá zjednodušení. Na Obr. 2 můžeme vidět skutečný tvar rámu tandémové tříkolky.



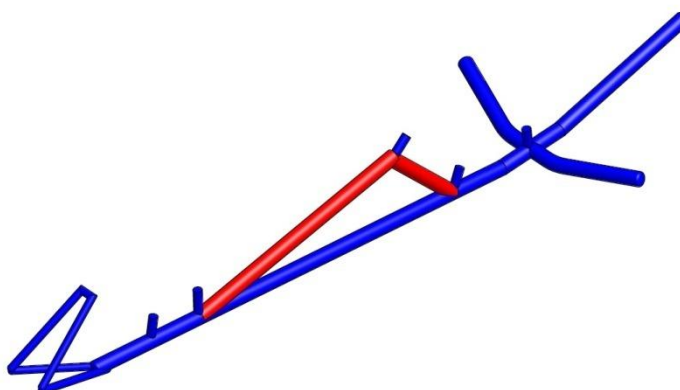
Obr. 2 Skutečný tvar rámu

První zjednodušení, které je nutné provést, je převedení modelu do 2D prostoru. Aby takovéto zjednodušení bylo proveditelné, je nutné nejdříve vypočítat síly a momenty působící od nápravy v místě jejího vetknutí k rámu a zbylý rám řešit samostatně bez přední nápravy. Dále je také nutné nahradit dvojicí zadních podpěr jedinou dvojicí o stejné tuhosti.

Dalším zjednodušením je převedení celého rámu na soustavu pěti členů. Sedačka spolu se svými podporami se počítá jako tuhé těleso. Musí být také splněny prutové předpoklady uvedené v kapitole 3.1.

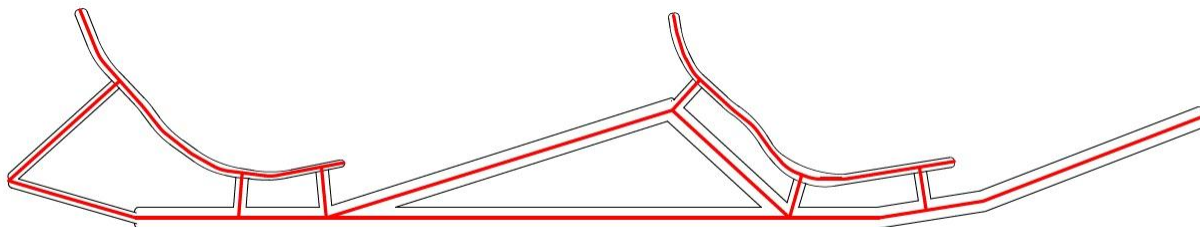
Mírné vybočení z roviny rámu, jako je například u pedálů nebo zadních podpěr, zanedbáváme. Počítáme také s dokonalým mezikruhovým průřezem.

Člen vyznačený na Obr. 3 se musí řešit jako rám vetknutý na obou koncích.



Obr. 3 Lomený prut vetknutý na obou koncích

„U prutů lomených je střednice spojitou, ale nehladkou křivkou. V místech zlomu vzniká složitá prostorová napjatost, která není řešitelná využitím teorie prostého ohybu. Abychom mohli úlohu řešit jako celek (s výjimkou zlomů) pomocí přístupu prosté pružnosti, musí být oblast porušení prutové napjatosti zanedbatelná v porovnání s celkovými rozměry rámu.“ [7, str. 148]



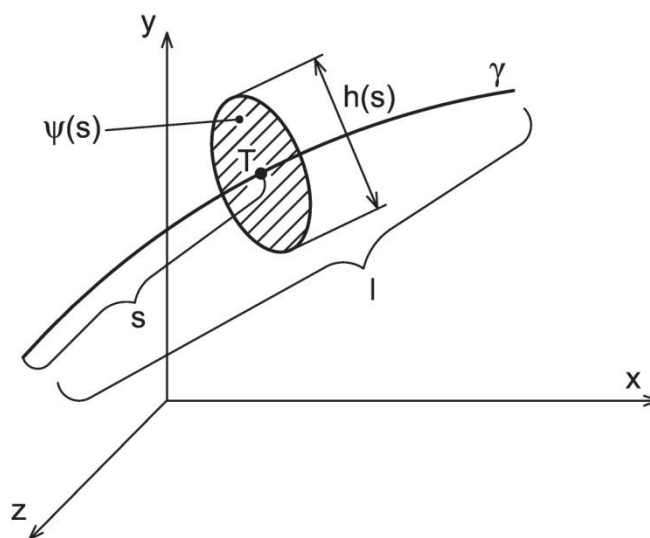
Obr. 4 Výsledné zjednodušení

3.1. Prutové předpoklady

„Prut v PP je teoretickým modelem reálného tělesa z hlediska napjatosti a deformace a je modelem nejjednoduššího typu.“ [8, str. 55]

a) Předpoklady geometrické [7, str. 44]

- Prut je geometricky určen střednicí γ a příčným průřezem $\psi(s)$ v každém místě střednice s

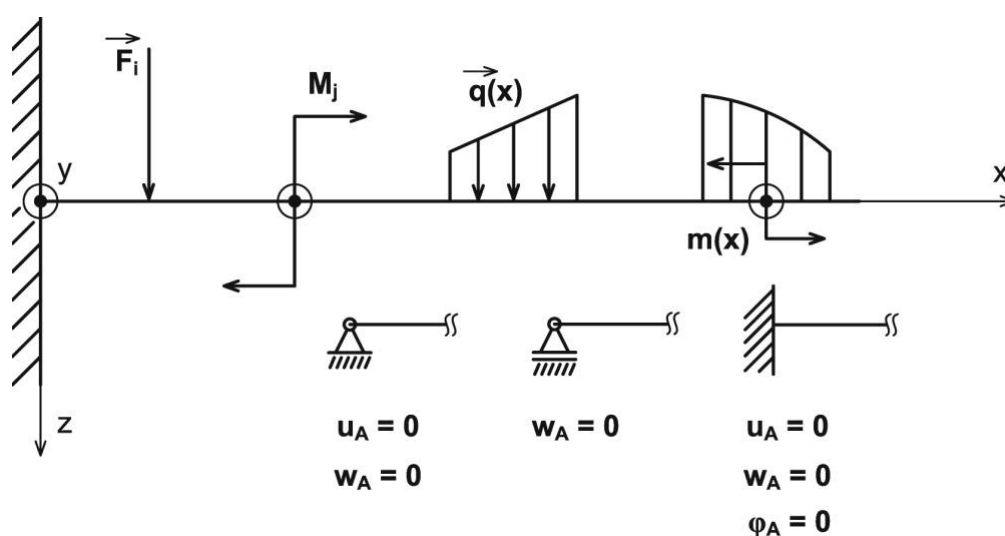


Obr. 5 Průřez a střednice prutu [7, str. 44]

- Střednice γ je spojnice těžišť průřezů ψ ; střednice γ je spojitá křivka
- Průřez ψ je jedno- či vícenásobně souvislá oblast vymezená rovnicí hranice
- Délka střednice l je minimálně stejně veliká jako největší rozměr h_{max} příčného průřezu, většinou $l \gg h_{max}$

b) Předpoklady zatěžovací a vazbové [7, str. 45]

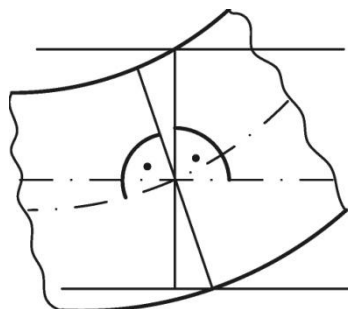
- Zatížení působí na střednici
- Vazby omezují posuv a natočení střednice



Obr. 6 Vazbové a zatěžovací předpoklady [7, str. 45]

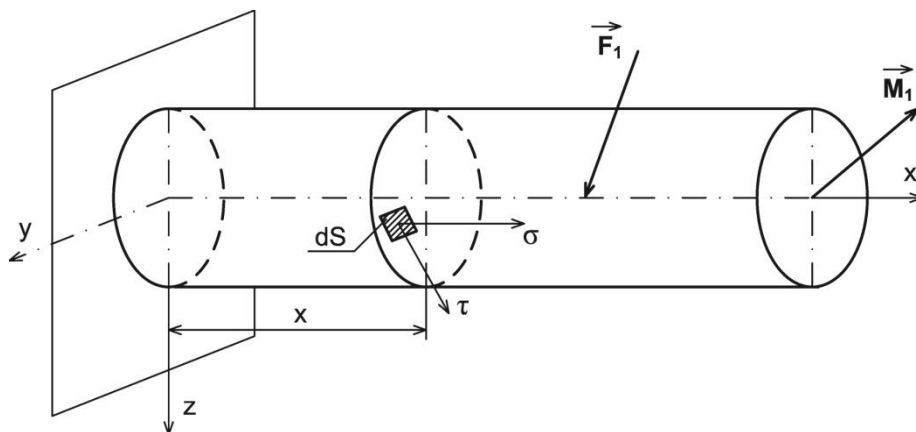
c) Předpoklady deformační [7, str. 45]

- Střednice γ zůstává po zatížení spojitou křivkou
- Příčné průřezy ψ zůstávají i podeformaci rovinnými a kolnými ke zdeformované střednici


 Obr. 7 Průřez ψ kolmý ke zdeformované střednici γ [7, str. 45]

d) Předpoklady napjatostní [7, str. 46]

- Napjatost u prutu je určena normálovým napětím σ a smykovým napětím τ v příčném průřezu



Obr. 8 Normálové a smykové napětí u prutu [7, str. 46]

4. FORMULACE ZÁTĚŽNÝCH STAVŮ

Na tandémovou tříkolku působí při jízdě zatížení, která se po čas jízdy mění. Jiné zatížení bude na tříkolku působit při rovnoměrném přímočarém pohybu a jiné zase například při brzdění. Proto je nutné provést výpočet pro stavy, které by charakterizovaly typické zatížení tříkolky. Jako netypičtější byly vybrány níže uvedené stavy.

4.1. Klid (Rovnoměrný přímočarý pohyb)

Pokud je tříkolka v klidu nebo se pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem, působí na její rám pouze tíhová síla obou jezdců a reakční síly od vozovky působící v místě dotyku kol s vozovkou.

4.2. Brzdění

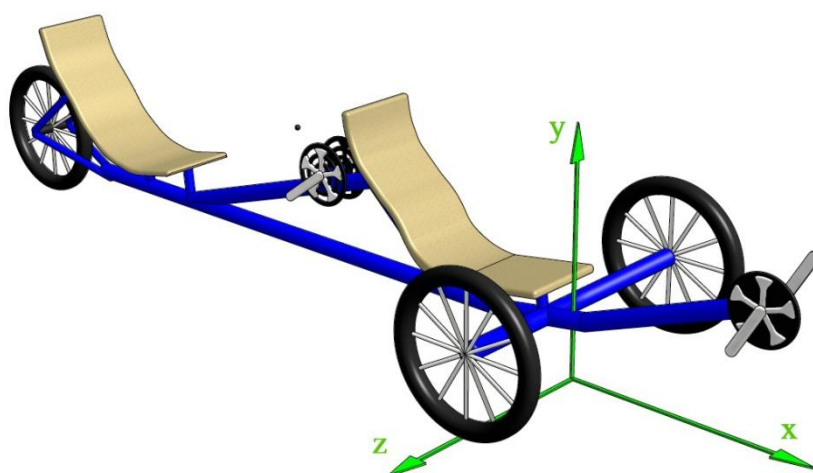
Při tomto zátěžném stavu se uvažuje brzdění obou předních kol. Předpokladem je, že se obě kola dostanou do smyku. Koeficient smykového tření je stanoven na hodnotu 0,6. V místě kontaktu kola s vozovkou tedy vznikne třecí síla, která vyvolá brzdný účinek. Působí tedy proti směru pohybu tříkolky. Další silou vzniklou v důsledku prudkého brzdění je setrvačná síla, která nutí jezdce setrvávat v pohybu. Směr jejího působení je proti třecím silám. Dalšími působícími silami jsou, stejně jako v prvním zátěžném stavu, tíhová síla a reakční síly od vozovky.

4.3. Průjezd zatáčkou

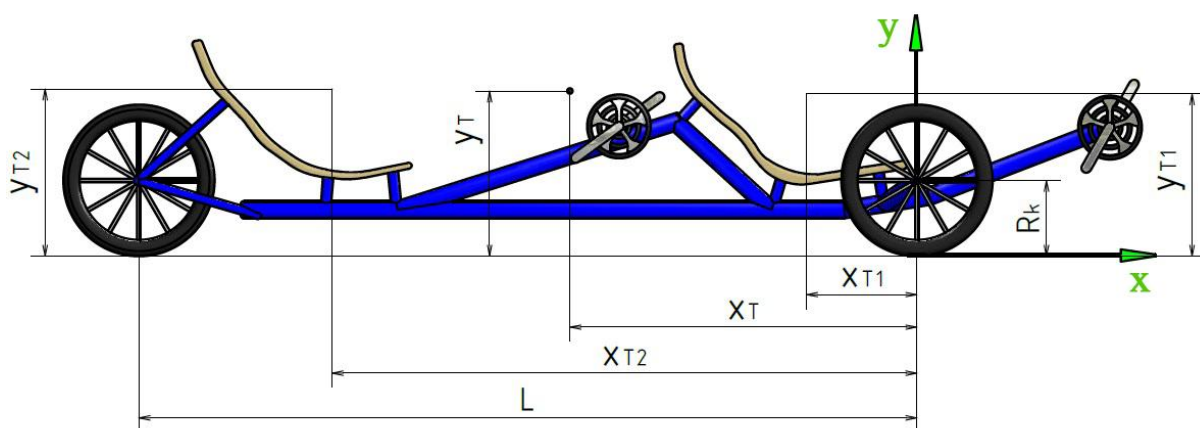
Při průjezdu zatáčkou bude na tříkolku působit, kromě tíhové síly a reakčních sil od vozovky, také dvojice sil v místech kontaktů obou předních kol s vozovkou, z nichž jedna síla vždy směřuje proti pohybu tříkolky a druhá směřuje do vnitřní strany zatáčky a je na ni kolmá. Tyto síly lze dále rozložit do směru normálního a tečného vzhledem ke kolu. Proti těmto silám rovněž působí síla odstředivá, která má působiště v těžišti a působí ve směru od středu křivosti trajektorie tříkolky. Abychom mohli velikosti těchto sil stanovit z rovnic statické rovnováhy, potřebujeme znát polohu středu otáčení.

5. VÝPOČET SIL

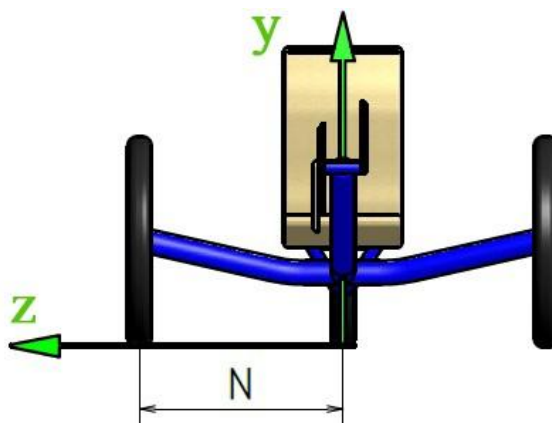
Abychom mohli spočítat síly působící na tříkolku během jízdy ve všech zátěžných stavech, musíme nejdříve určit polohu celkového těžiště a znát základní rozměry rámu tříkolky. Hmotnost jednoho jezdce byla po konzultaci s vedoucím práce stanovena na 120 kg. Do pevnostního výpočtu se nezapočítává hmotnost samotné tříkolky, která je v porovnání s hmotností jezdce zanedbatelná. Počátek globálního souřadného systému je volen do středu spojnice bodů dotyku předních kol s vozovkou. Všechny kóty se vztahují k tomuto globálnímu souřadnému systému.



Obr. 9 Poloha globálního souřadného systému



Obr. 10 Základní rozměry rámu (pohled z boku)



Obr. 11 Základní rozměry tříkolky (pohled zepředu)

$$x_{T1} = 324 \text{ mm} \quad L = 2289 \text{ mm}$$

$$x_{T2} = 1718 \text{ mm} \quad N = 477 \text{ mm}$$

$$y_{T1} = 478 \text{ mm} \quad m_1 = m_2 = 150 \text{ kg}$$

$$y_{T2} = 492 \text{ mm} \quad R_k = 245 \text{ mm}$$

Výpočet polohy celkového těžiště:

$$x_T = \frac{x_{T1} \cdot m_1 + x_{T2} \cdot m_2}{m_1 + m_2} = \frac{324 \cdot 150 + 1718 \cdot 150}{150 + 150} = 1021 \text{ mm} \quad (5.1)$$

$$y_T = \frac{y_{T1} \cdot m_1 + y_{T2} \cdot m_2}{m_1 + m_2} = \frac{478 \cdot 150 + 492 \cdot 150}{150 + 150} = 485 \text{ mm} \quad (5.2)$$

$$z_T = 0 \text{ mm} \quad (5.3)$$

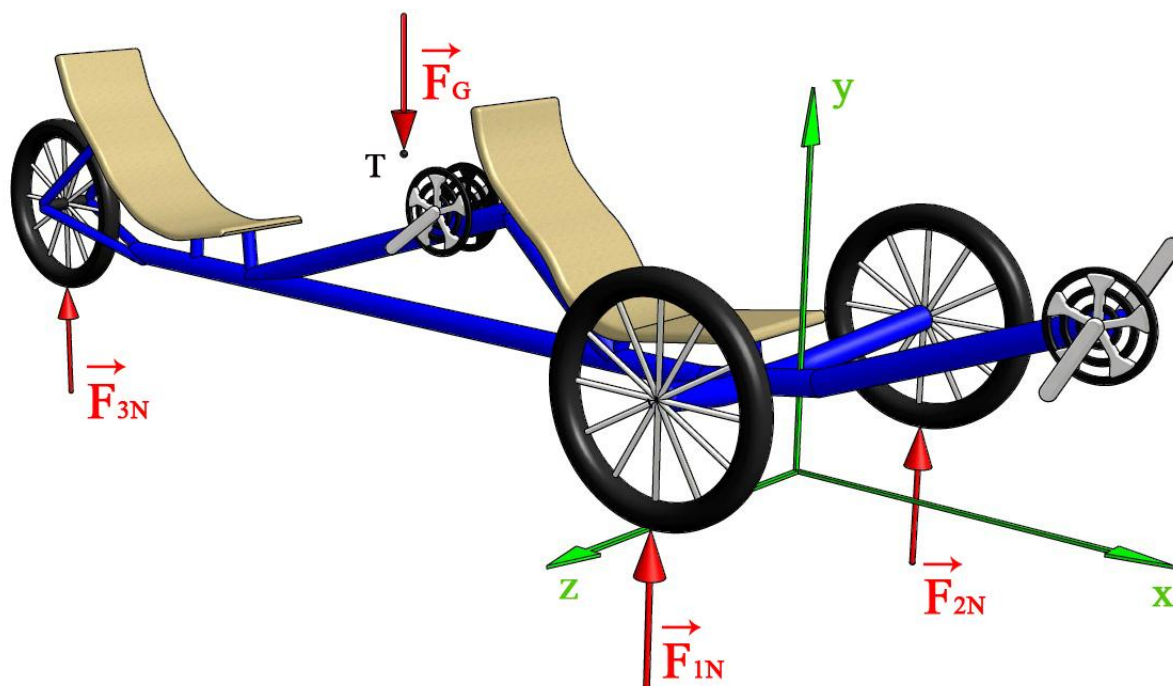
Dále je potřeba znát také celkovou tíhovou sílu jezdců. Ta bude působit v místě celkového těžiště. Gravitační zrychlení je $9,81 \text{ m/s}^2$.

$$F_{G1} = m_1 \cdot g = 120 \cdot 9,81 = 1177,2 \text{ N} \quad (5.4)$$

$$F_{G2} = m_2 \cdot g = 120 \cdot 9,81 = 1177,2 \text{ N} \quad (5.5)$$

$$F_G = F_{G1} + F_{G2} = 1177,2 + 1177,2 = 2354,4 \text{ N} \quad (5.6)$$

5.1. Rovnoměrný přímočarý pohyb



Obr. 12 Síly působící na tříkolku v prvním zátěžném stavu

Neznámé parametry:	$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu = 3$
Počet použitelných podmínek:	$\nu = 3$ ($\nu_F = 1, \nu_M = 2$)
Statická určitost úlohy:	$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow$ Úloha je staticky určitá
Rovnice statické rovnováhy:	

$$\sum F_y = 0 \quad F_{1N} + F_{2N} + F_{3N} - F_G = 0 \quad (5.7)$$

$$\sum M_x = 0 \quad -F_{1N} \cdot N + F_{2N} \cdot N = 0 \quad (5.8)$$

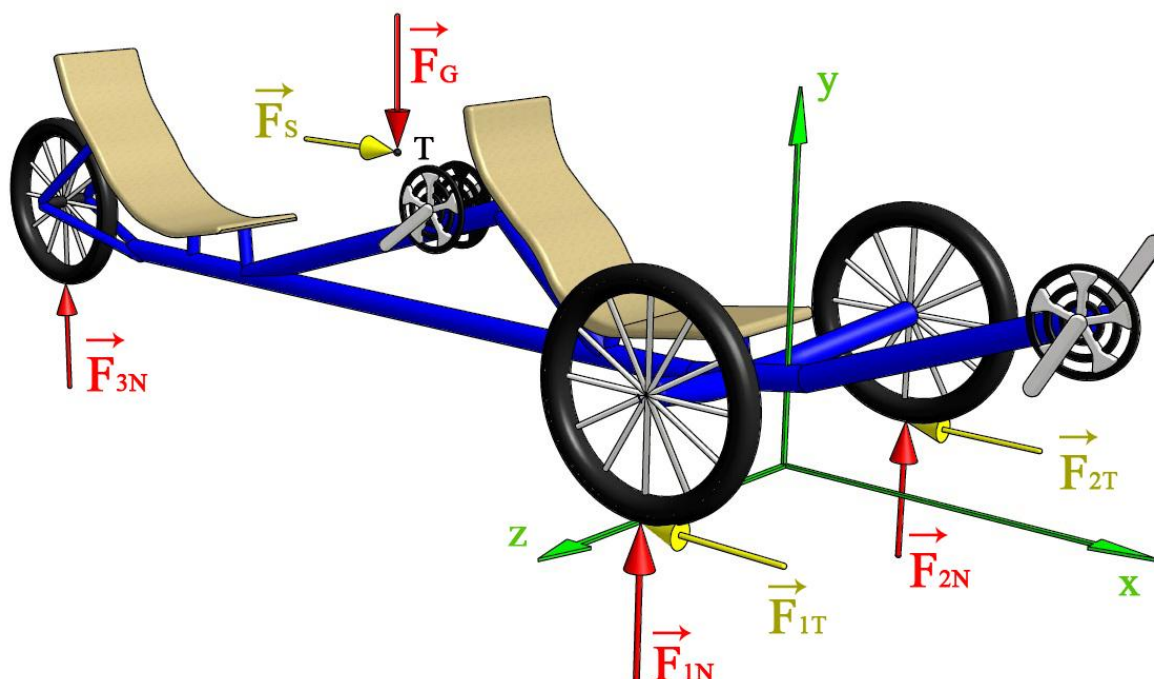
$$\sum M_z = 0 \quad -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T = 0 \quad (5.9)$$

Výsledkem této soustavy rovnic jsou reakční síly od vozovky:

F_{1N} [N]	F_{2N} [N]	F_{3N} [N]
652	652	1050

Tab. 1 Síly působící na tříkolku v prvním zátěžném stavu

5.2. Brzdění



Obr. 13 Silové působení při prudkém brzdění

Při tomto zátěžném stavu předpokládáme smyk obou předních kol. Třecí síly jsou tedy funkcí sil normálových. Platí:

$$F_{1T} = F_{1N} \cdot f \quad (5.10)$$

$$F_{2T} = F_{2N} \cdot f \quad (5.11)$$

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}, F_S\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 4$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 4 \quad (\nu_F = 2, \nu_M = 2)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow \text{Úloha je staticky určitá}$$

Rovnice statické rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 \quad -F_{1N} \cdot f - F_{2N} \cdot f + F_S = 0 \quad (5.12)$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{1N} + F_{2N} + F_{3N} - F_G = 0 \quad (5.13)$$

$$\sum M_x = 0 \quad -F_{1N} \cdot N + F_{2N} \cdot N = 0 \quad (5.14)$$

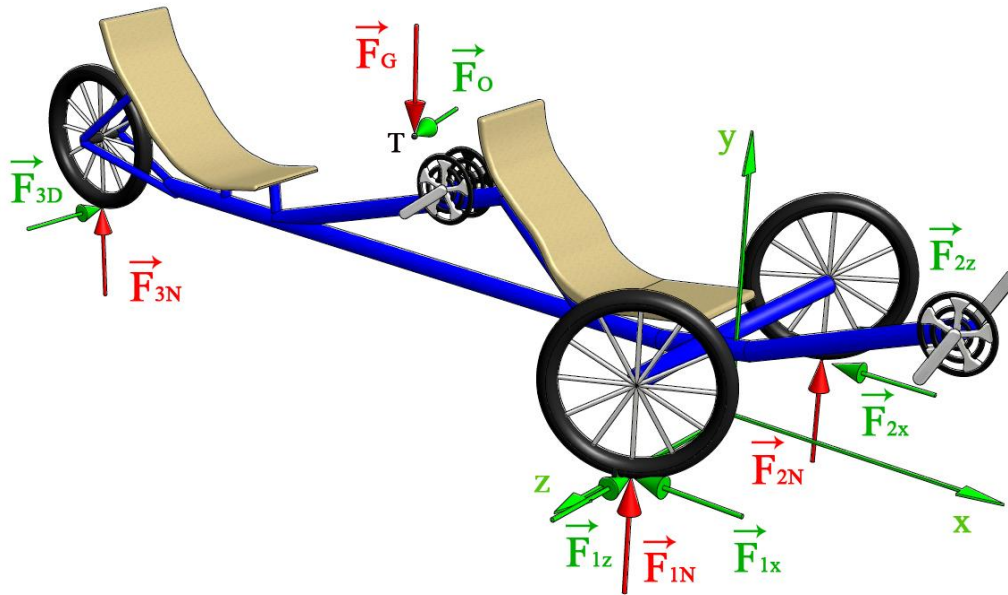
$$\sum M_z = 0 \quad -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T - F_S \cdot y_T = 0 \quad (5.15)$$

Výsledkem této soustavy rovnic jsou reakční síly od vozovky a setrvačná síla.

F_{1N} [N]	F_{2N} [N]	F_{3N} [N]	F_S [N]	F_{1T} [N]	F_{2T} [N]
747	747	860	896	448	448

Tab. 2 Síly působící na tříkolku v druhém zátěžném stavu

5.3. Průjezd zatáčkou



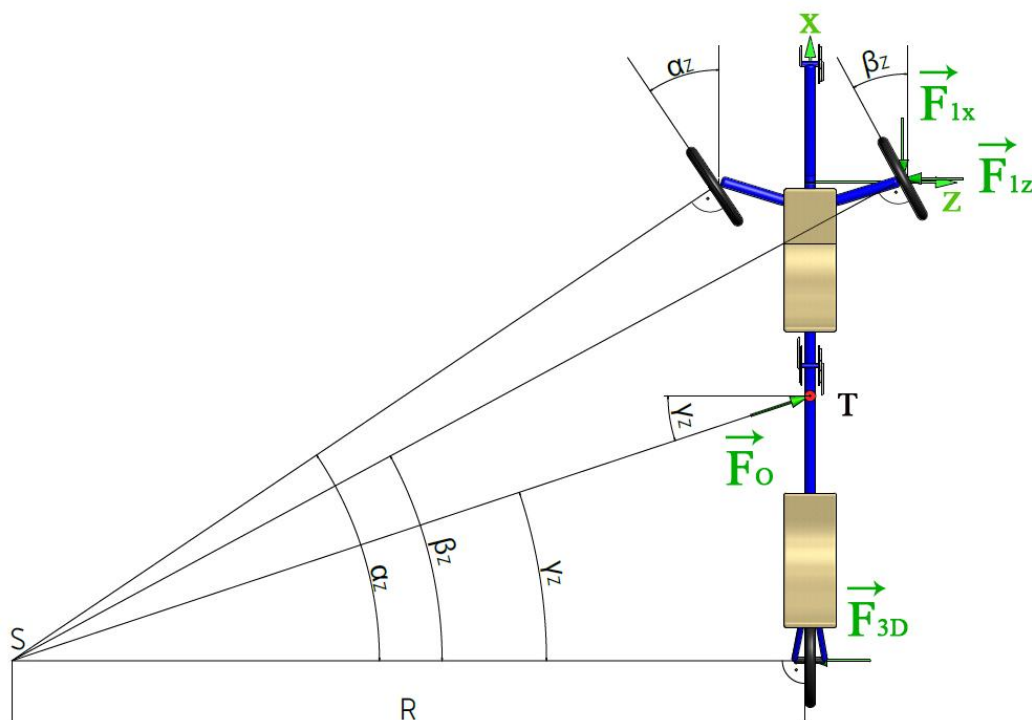
Obr. 14 Silové působení při průjezdu zatáčkou

Neznámé parametry:	$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}, F_{1x}, F_{1z}, F_{2x}, F_{2z}, F_{3D}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu = 8$
Počet použitelných podmínek:	$\nu = 6$ ($\nu_F = 3, \nu_M = 3$)
Statická určitost úlohy:	$s = \mu - \nu = 2 \rightarrow$ Úloha je 2x staticky neurčitá

Takováto úloha není řešitelná. Dále se tedy budeme zabývat pouze mezními stavy. Jeden z mezních stavů, který může při kritické rychlosti nastat, je mezní stav klopení. Při tomto mezním stavu ztrácí jedno přední kolo kontakt s vozovkou a nepůsobí na něj tedy v tomto místě již žádné síly. Neznámé F_{2N}, F_{2x} a F_{2z} nám tedy vypadnou. Jelikož neznáme rychlost, při které ke klopení dojde, vznikne nám další neznámá, a sice odstředivá síla F_O .

Neznámé parametry:	$NP = \{F_{1N}, F_{1x}, F_{1z}, F_{3N}, F_{3D}, F_O\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu = 6$
Počet použitelných podmínek:	$\nu = 6$ ($\nu_F = 3, \nu_M = 3$)
Statická určitost úlohy:	$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow$ Úloha je staticky určitá

Ke spočtení velikosti působících sil je třeba znát střed otáčení a úhel, pod kterým působí odstředivá síla.



Obr. 15 Směry sil působících při průjezdu zatáčkou

$$\alpha_z = 34^\circ; \quad \beta_z = 27,8^\circ; \quad \gamma_z = 18,1^\circ; \quad R = 3,872 \text{ m} \quad (5.16)$$

Rovnice statické rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 \quad F_0 \cdot \sin(\gamma_z) - F_{1x} = 0 \quad (5.17)$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{1N} + F_{3N} - F_G = 0 \quad (5.18)$$

$$\sum F_z = 0 \quad F_0 \cdot \cos(\gamma_z) - F_{1z} - F_{3D} = 0 \quad (5.19)$$

$$\sum M_x = 0 \quad -F_{1N} \cdot N + F_0 \cdot \cos(\gamma_z) \cdot y_T = 0 \quad (5.20)$$

$$\sum M_y = 0 \quad -F_{1x} \cdot N - F_{3D} \cdot L + F_0 \cdot \cos(\gamma_z) \cdot x_T = 0 \quad (5.21)$$

$$\sum M_z = 0 \quad -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T - F_0 \cdot \sin(\gamma_z) \cdot y_T = 0 \quad (5.22)$$

F_{1N} [N]	F_{1x} [N]	F_{1z} [N]	F_0 [N]	F_{3N} [N]	F_{3D} [N]
1400	450	856	1448	955	520

Tab. 3 Síly působící na tříkolku ve třetím zátěžném stavu

Síly F_{1x} a F_{1z} se mohou rozložit, vzhledem ke kolu, do směru normálního a směru tečného.

$$F_{1D} = F_{1x} \cdot \sin(\beta_z) + F_{1z} \cdot \sin(90 - \beta_z) = 967 \text{ N} \quad (5.23)$$

$$F_{1t} = F_{1x} \cdot \cos(\beta_z) - F_{1z} \cdot \cos(90 - \beta_z) = -1,2 \text{ N} \quad (5.24)$$

Síla F_{1D} působí do středu otáčení a síla F_{1t} působí ve směru pohybu tříkolky. Její velikost je ale naprosto zanedbatelná. Můžeme tudíž konstatovat, že tříkolka při průjezdu zatáčkou nezrychluje ani nezpomaluje.

Další mezní stav, který může při kritické rychlosti nastat a je tedy nutné se jím zabývat, je mezní stav smyku. Proto je důležité provést kontrolu, abychom zjistili, který ze dvou zmíněných mezních stavů nastane dříve. Má-li jako první nastat mezní stav klopení, musí platit:

$$F_{3D} \leq F_{3N} \cdot f$$

$$520 < 573 \quad (5.25)$$

$$F_{1D} \leq F_{1N} \cdot f$$

$$967 > 840 \quad (5.26)$$

Z uvedených výsledků vyplývá, že dříve nežli se celá tříkolka začne překlápět, dostane se přední pravé kolo do smyku. Dostředivá síla působící na kolo ovšem není příliš větší než síla třecí. Aby se tříkolka začala dříve naklápět, muselo by pro koeficient smykového tření platit:

$$f = \frac{F_{1D}}{F_{1N}} = 0,69 \quad (5.27)$$

V určitých momentech a na určitých površích, kdy by koeficient smykového tření mohl snadno dosáhnout hodnoty 0,69, by tedy nastal dříve mezní stav klopení. Tento stav je pro posádku jednoznačně více nebezpečný než smyk. Rám je v tomto okamžiku i více namáhán. Velký význam má také namáhání na krut, který u takto dlouhého rámu hrozí a při klopení dosahuje krouticí moment maximálních hodnot. Z těchto důvodů tedy bude výpočet probíhat pro mezní stav klopení.

Z odstředivé síly lze dopočítat rychlost, při jaké mezní stav klopení nastane.

$$F_O = m \cdot a_o = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (5.28)$$

$$v = \sqrt{\frac{F_o \cdot R}{m}} = 4,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 17,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad (5.29)$$

$$\omega = \frac{v}{R} = 1,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (5.30)$$

6. MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY

Rám i náprava jsou vyrobeny z hliníkové slitiny **EN AW-6060** (AlMgSi). Tento materiál má tyto vlastnosti:

Mez pevnosti: $R_m = 190 \text{ MPa}$ [9]

Mez kluzu: $R_e = 150 \text{ MPa}$ [9]

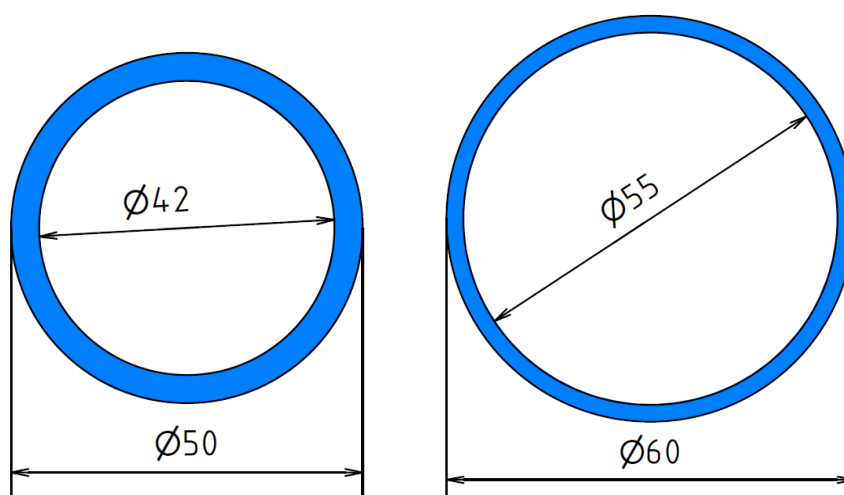
Poissonova konstanta: $\mu = 0,33$ [10]

Modul pružnosti v tahu: $E = 69500 \text{ MPa}$ [10]

Modul pružnosti ve smyku: $G = 26100 \text{ MPa}$ [10]

6.1. Profil přední nápravy a páteřového rámu

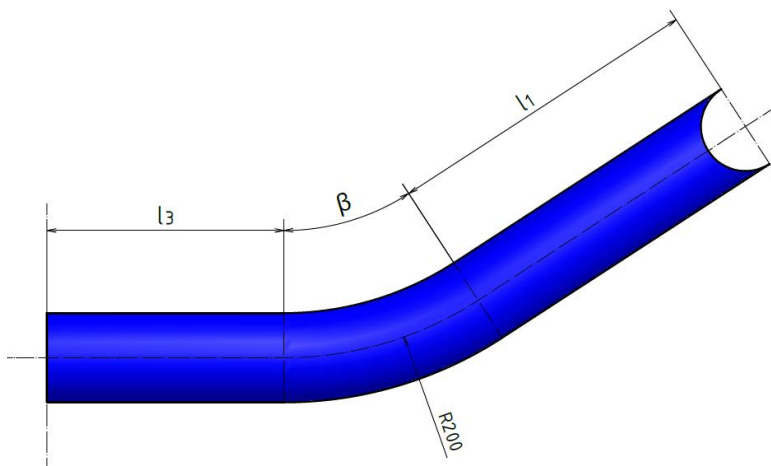
Náprava i páteřový rám mají mezikruhový profil s rozměry uvedenými na Obr. 16.



Obr. 16 Profil přední nápravy (vlevo) a páteřového rámu (vpravo)

7. VÝPOČET NÁPRAVY

Ted', když už známe silové působení na tříkolku v průběhu jízdy, můžeme přejít k výpočtu nápravy. Ještě předtím si ale definujeme její geometrii. Ta je zobrazena na Obr. 17.



Obr. 17 Rozměry nápravy

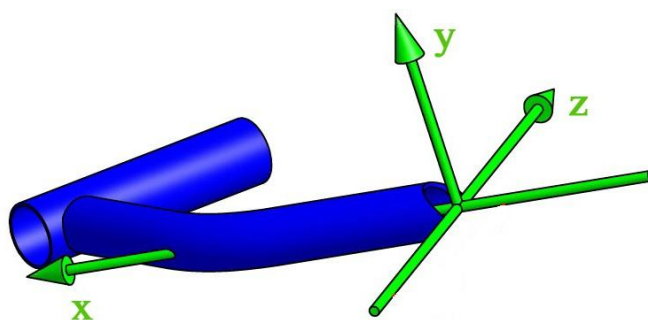
$$l_1 = 179 \text{ mm}$$

$$\beta = 33^\circ$$

$$l_3 = 133 \text{ mm}$$

Náprava se skládá ze tří úseků. První úsek je přímý, pak následuje oblouková část a poslední úsek je rovněž přímý. Na jeho konci je náprava přivařena k rámu.

Pro výpočet výsledných vnitřních účinků je nutné přesunout silové působení, jehož působiště je v místě kontaktu kola s vozovkou, do počátku nápravy. Dále pro usnadnění výpočtu rozložíme působící síly do směrů os souřadného systému, který je zobrazen na Obr. 18. Celý výpočet provádíme jen pro polovinu nápravy. Díky symetrii by byly dosažené výsledky druhé poloviny nápravy zcela totožné.



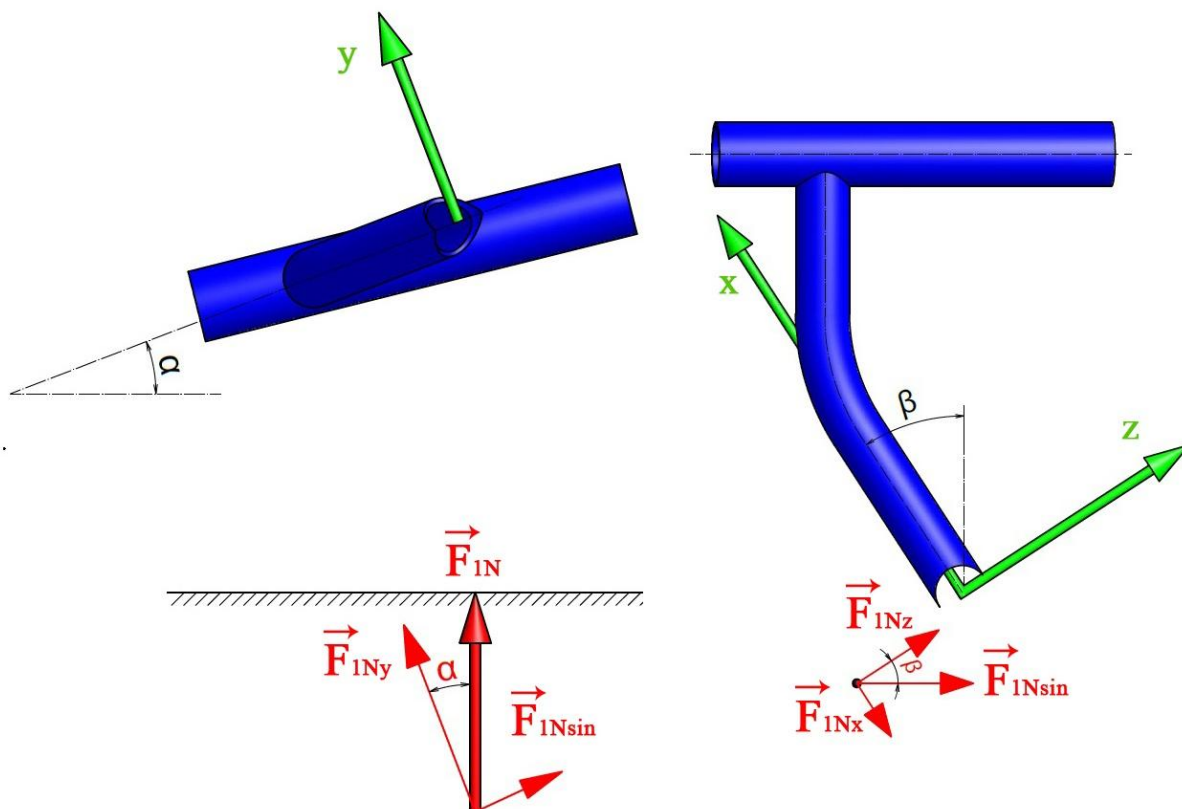
Obr. 18 Souřadný systém nápravy

Osa x je totožná se střednicí přímého úseku nápravy. Osa z je na ni kolmá a leží v rovině nápravy. Osa y je kolmá na rovinu nápravy a směřuje vzhůru.

7.1. Rozložení sil a výpočet momentů

Postupně rozložíme všechny síly působící v místě kontaktu kola s vozovkou při všech zátěžných stavech do směrů os souřadného systému.

Pro normálovou sílu platí:



Obr. 19 Rozložení normálové síly

$$F_{1Nsin} = F_{1N} \cdot \sin(\alpha) \quad (7.1)$$

$$F_{1Nx} = -F_{1Nsin} \cdot \sin(\beta) = -F_{1N} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \quad (7.2)$$

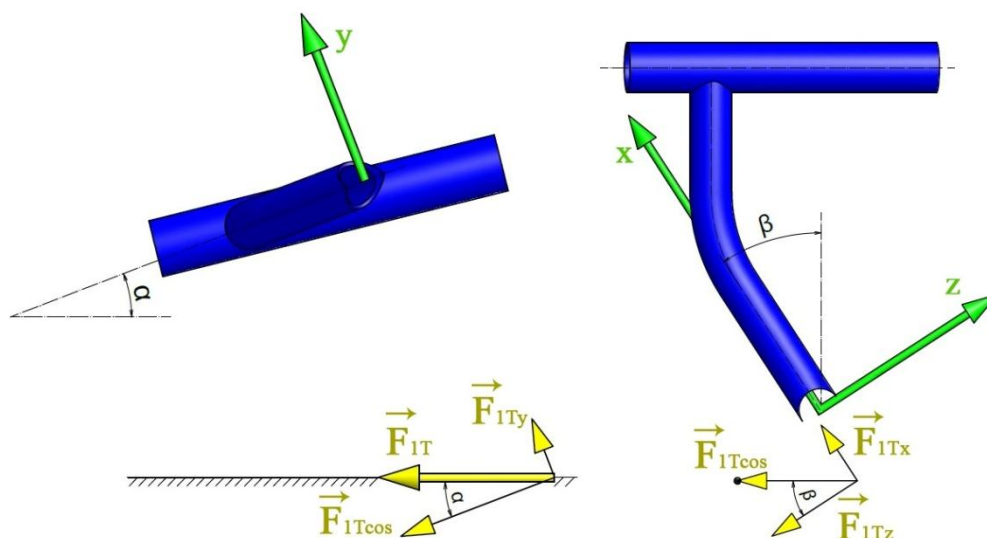
$$F_{1Ny} = F_{1N} \cdot \cos(\alpha) \quad (7.3)$$

$$F_{1Nz} = F_{1Nsin} \cdot \cos(\beta) = F_{1N} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad (7.4)$$

Kde α je úhel natočení roviny nápravy od roviny vozovky a platí:

$$\alpha = 21^\circ$$

Pro třecí sílu platí:



Obr. 20 Rozložení třecí síly

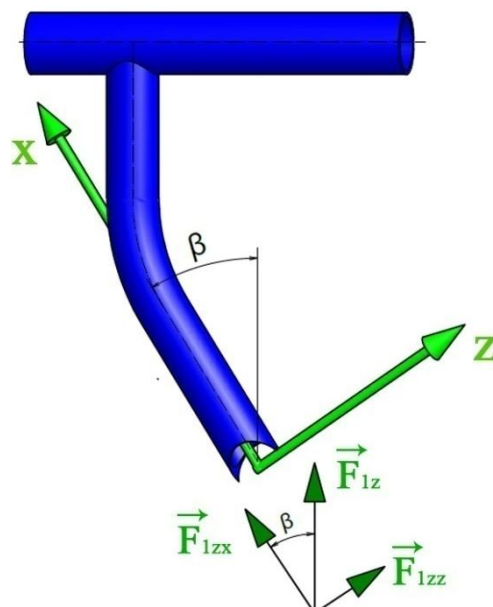
$$F_{1Tcos} = F_{1T} \cdot \cos(\alpha) \quad (7.5)$$

$$F_{1Tx} = F_{1Tcos} \cdot \sin(\beta) = F_{1T} \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \quad (7.6)$$

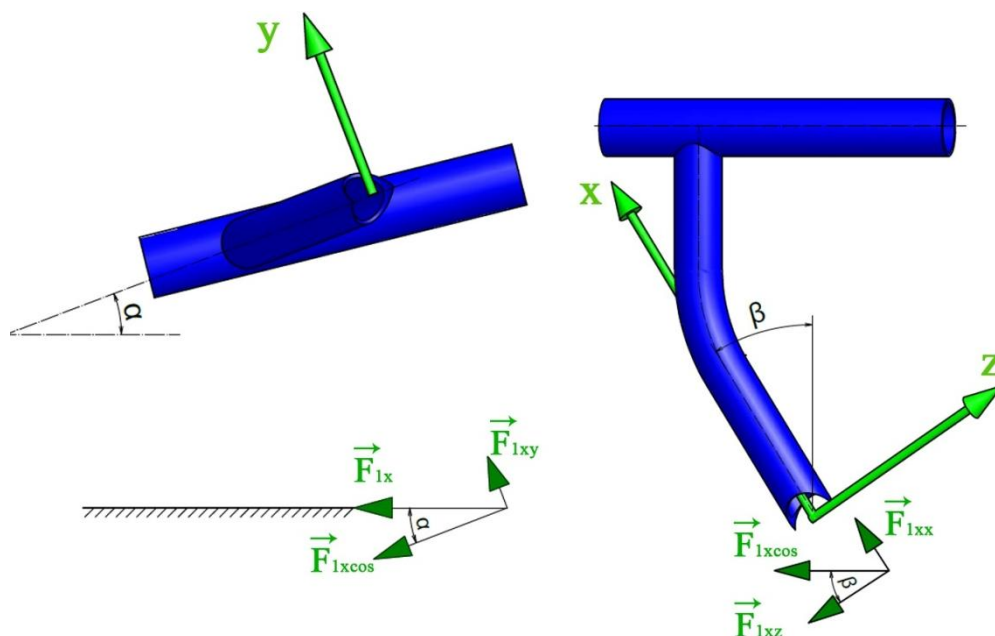
$$F_{1Ty} = F_{1T} \cdot \sin(\alpha) \quad (7.7)$$

$$F_{1Tz} = -F_{1Tcos} \cdot \cos(\beta) = -F_{1T} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad (7.8)$$

Pro síly působící při průjezdu zatáčkou platí:



Obr. 21 Rozklad síly F_{1z}


 Obr. 22 Rozklad síly F_{1x}

$$F_{1zx} = F_{1z} \cdot \cos(\beta) \quad (7.9)$$

$$F_{1zz} = F_{1z} \cdot \sin(\beta) \quad (7.10)$$

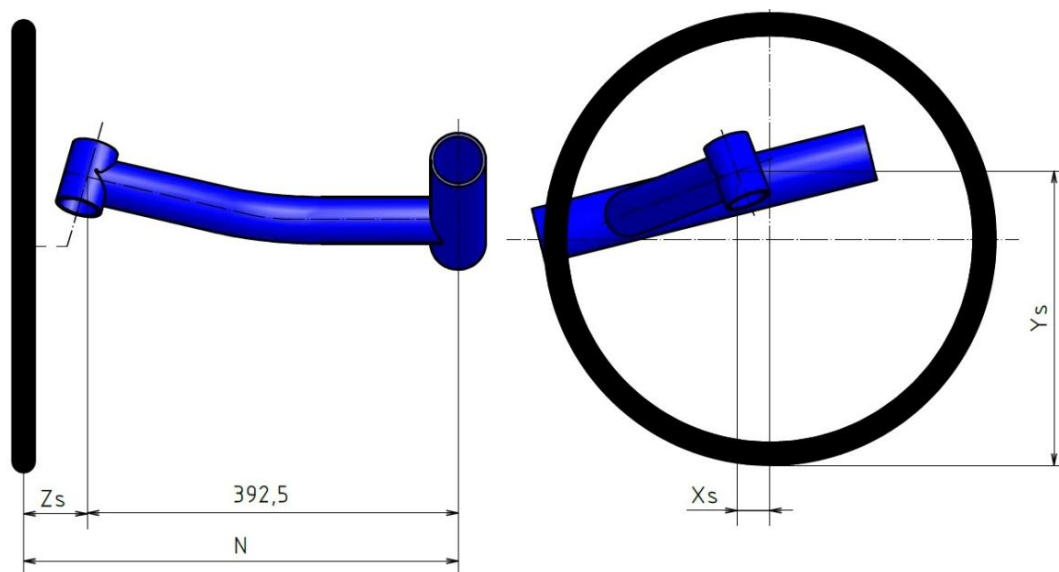
$$F_{1xy} = F_{1x} \cdot \sin(\alpha) \quad (7.11)$$

$$F_{1xcos} = F_{1x} \cdot \cos(\alpha) \quad (7.12)$$

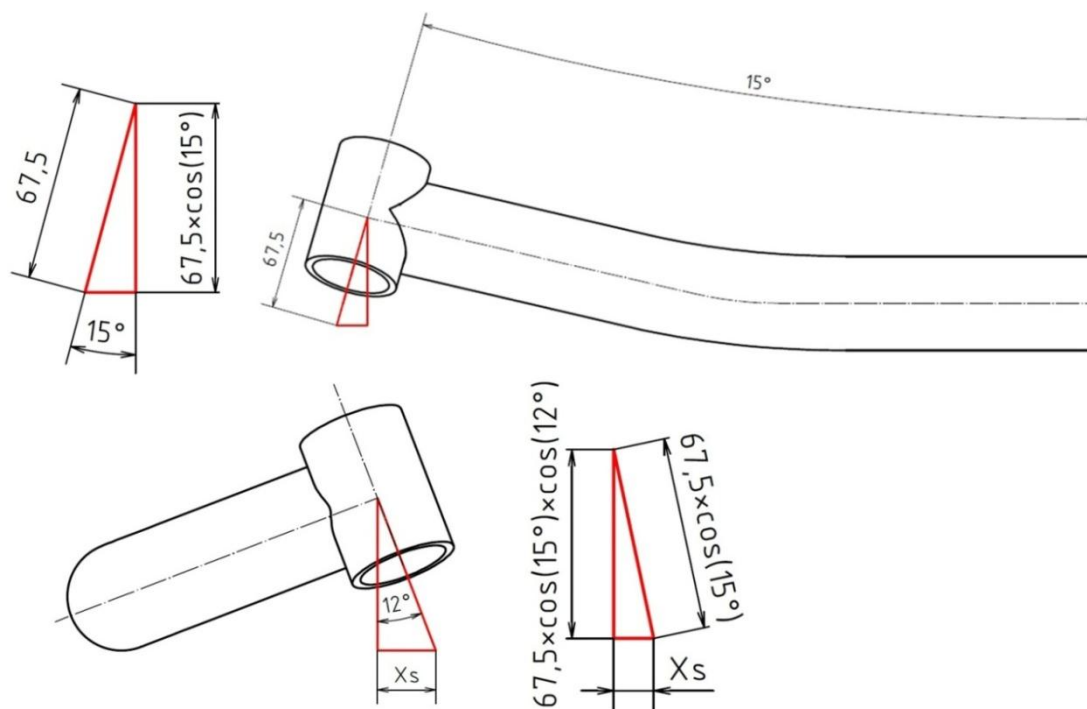
$$F_{1xx} = F_{1xcos} \cdot \sin(\beta) = F_{1x} \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \quad (7.13)$$

$$F_{1xz} = -F_{1xcos} \cdot \cos(\beta) = -F_{1x} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad (7.14)$$

Nesmíme zapomenout, že síly působící v místě kontaktu kola s vozovkou se projeví i jako momenty. Pro určení jejich velikosti potřebujeme znát ramena, na kterých dané síly působí. K tomu je nutné spočítat vzdálenost bodu kontaktu kola s vozovkou od bodu počátku nápravy.



Obr. 23 Vzdálenost kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy



Obr. 24 Pomocné rozměry pro určení vzdálenosti bodu kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy

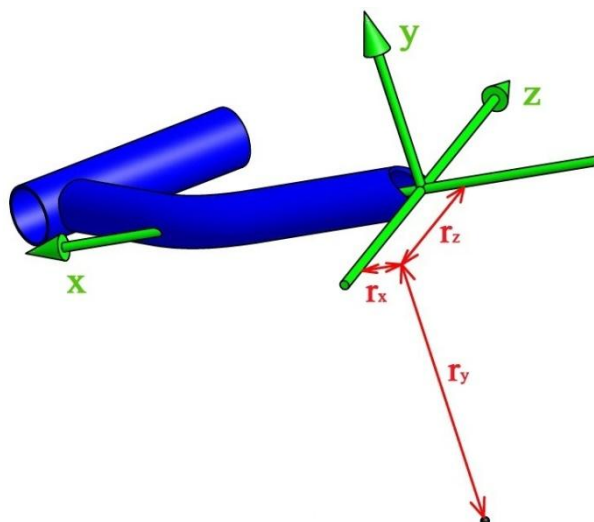
Vzdálenost x_s a y_s vyplývají z geometrie nápravy, jak ukazuje Obr. 24. Vzdálenost z_s vyplývá z Obr. 23.

$$x_s = 67,5 \cdot \cos(15^\circ) \cdot \sin(12^\circ) = 13,556 \text{ mm} \quad (7.15)$$

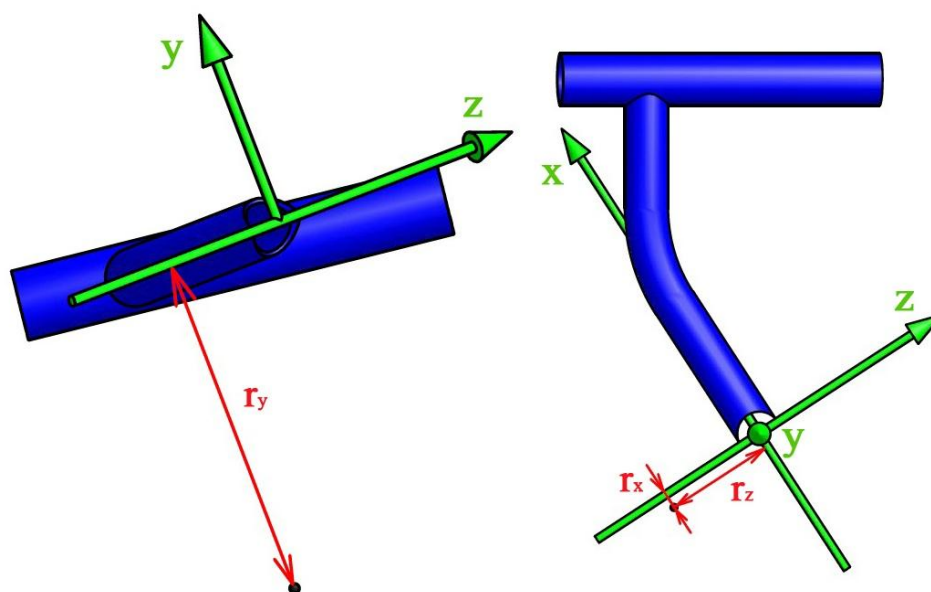
$$y_s = R_k + 67,5 \cdot \cos(15^\circ) \cdot \cos(12^\circ) = 308,775 \text{ mm} \quad (7.16)$$

$$z_s = N - 392,5 = 84,5 \text{ mm} \quad (7.17)$$

Nyní známe vzdálenost bodu dotyku kola s vozovkou a počátku nápravy. Můžeme tedy určit velikosti ramen působících sil. Ty jsou zobrazeny na Obr. 25 a Obr. 26.



Obr. 25 Zobrazení ramen působících sil v prostoru



Obr. 26 Zobrazení ramen z pohledu z boku a z roviny nápravy

Zavedeme vektor \vec{r} , který určuje vzdálenosti bodu působení sil (kontaktu kola s vozovkou) od os souřadného systému. Tyto vzdálenosti byly zjištěny pomocí programu Autodesk Inventor.

$$\vec{r} = (r_x; r_y; r_z) = (-17,493; -293,124; -128,211)mm \quad (7.18)$$

Pokud si označíme bod počátku nápravy jako bod A, pak pro vektor sil působících v bodě A platí:

$$\vec{F}_A = (F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Az}) \quad (7.19)$$

A pro moment platí:

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{F}_A = (r_x; r_y; r_z) \times (F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Az}) = (M_{Ax}; M_{Ay}; M_{Az}) \quad (7.20)$$

Rovnoměrný přímočarý pohyb:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_{1Nx} \\ F_{Ay} &= F_{1Ny} \\ F_{Az} &= F_{1Nz} \end{aligned} \quad (7.21)$$

Brzdění:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_{1Nx} + F_{1Tx} \\ F_{Ay} &= F_{1Ny} + F_{1Ty} \\ F_{Az} &= F_{1Nz} + F_{1Tz} \end{aligned} \quad (7.22)$$

Zatáčka:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_{1Nx} + F_{1zx} + F_{1xx} \\ F_{Ay} &= F_{1Ny} + F_{1xy} \\ F_{Az} &= F_{1Nz} + F_{1zz} + F_{1xz} \end{aligned} \quad (7.23)$$

Síly [N] Momenty [Nmm]	Klid	Brzdění	Zatáčka
F_{Ax}	-127,3	82	674
F_{Ay}	608,8	858	1 468
F_{Az}	196	-126	535
M_{Ax}	20 604	147 080	31 448
M_{Ay}	19 747	-12 738	-77 023
M_{Az}	-47 958	9 056	171 800

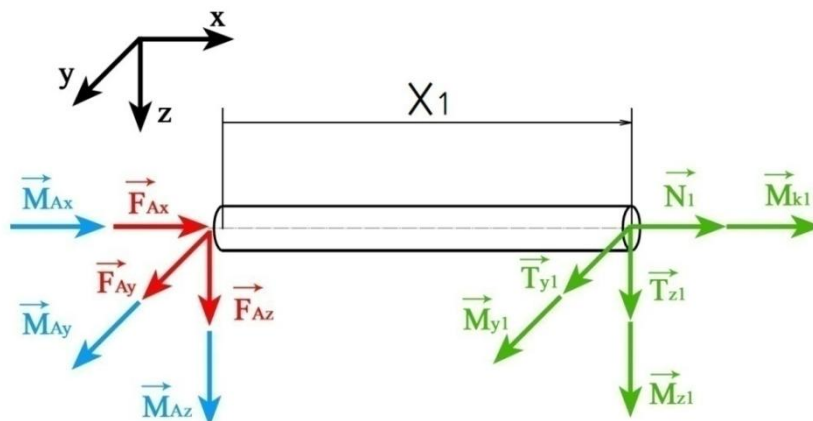
Tab. 4 Síly a momenty působící v počátku nápravy

7.2. Výpočet výsledných vnitřních účinků (VVÚ)

„Výsledné vnitřní účinky v příčném průřezu prutu uvádějí vnější silovou soustavu působící na prvek tímto průřezem uvolněný do statické rovnováhy.“ [8, str. 78]

Přední nápravu si rozdělíme na tři intervaly. Volíme uvolňování zleva.

1. interval $\rightarrow x_1 \in \langle 0; l_1 \rangle$



Obr. 27 VVÚ nápravy - 1. Interval

$$N_1 = -F_{Ax} \quad (7.24)$$

$$T_{y1} = -F_{Ay} \quad (7.25)$$

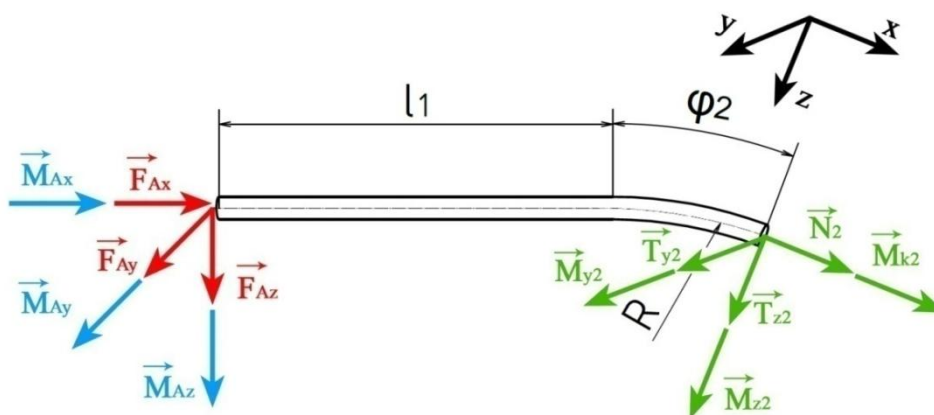
$$T_{z1} = -F_{Az} \quad (7.26)$$

$$M_{k1} = -M_{Ax} \quad (7.27)$$

$$M_{y1} = -M_{Ay} - F_{Az} \cdot x_1 \quad (7.28)$$

$$M_{z1} = -M_{Az} + F_{Ay} \cdot x_1 \quad (7.29)$$

2. interval $\rightarrow \varphi_2 \in \langle 0; \beta \rangle$



Obr. 28 VVÚ náprava – 2. interval

$$N_2 = -F_{Ax} \cdot \cos(\varphi_2) - F_{Az} \cdot \sin(\varphi_2) \quad (7.30)$$

$$T_{y2} = -F_{Ay} \quad (7.31)$$

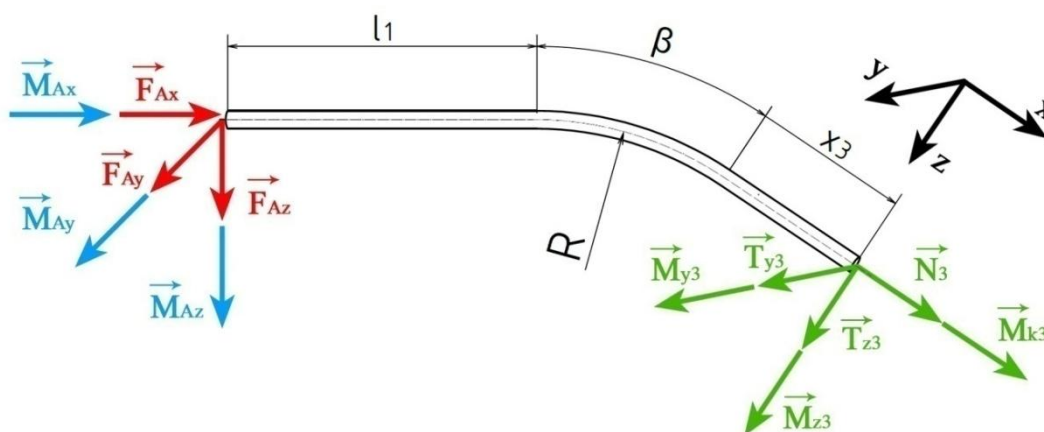
$$T_{z2} = -F_{Az} \cdot \cos(\varphi_2) + F_{Ax} \cdot \sin(\varphi_2) \quad (7.32)$$

$$M_{k2} = -M_{Ax} \cdot \cos(\varphi_2) - M_{Az} \cdot \sin(\varphi_2) + F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin(\varphi_2) + R \cdot (1 - \cos(\varphi_2))] \quad (7.33)$$

$$M_{y2} = -M_{Ay} + F_{Ax} \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi_2)) - F_{Az} \cdot [l_1 + R \cdot \sin(\varphi_2)] \quad (7.34)$$

$$M_{z2} = -M_{Az} \cdot \cos(\varphi_2) + M_{Ax} \cdot \sin(\varphi_2) + F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \cos(\varphi_2) + R \cdot \sin(\varphi_2)] \quad (7.35)$$

3. interval $\rightarrow x_3 \in \langle 0; l_3 \rangle$



Obr. 29 VVÚ nápravy – 3. interval

$$N_3 = -F_{Ax} \cdot \cos(\beta) - F_{Az} \cdot \sin(\beta) \quad (7.36)$$

$$T_{y3} = -F_{Ay} \quad (7.37)$$

$$T_{z3} = -F_{Az} \cdot \cos(\beta) + F_{Ax} \cdot \sin(\beta) \quad (7.38)$$

$$M_{k3} = -M_{Ax} \cdot \cos(\beta) - M_{Az} \cdot \sin(\beta) + F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin(\beta) + R \cdot (1 - \cos(\beta))] \quad (7.39)$$

$$M_{y3} = -M_{Ay} + F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos(\beta)) + x_3 \cdot \sin(\beta)] - F_{Az} \cdot [l_1 + R \cdot \sin(\beta) + x_3 \cdot \cos(\beta)] \quad (7.40)$$

$$M_{z3} = -M_{Az} \cdot \cos(\beta) + M_{Ax} \cdot \sin(\beta) + F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \cos(\beta) + R \cdot \sin(\beta) + x_3] \quad (7.41)$$

7.3. Výsledky VVÚ nápravy

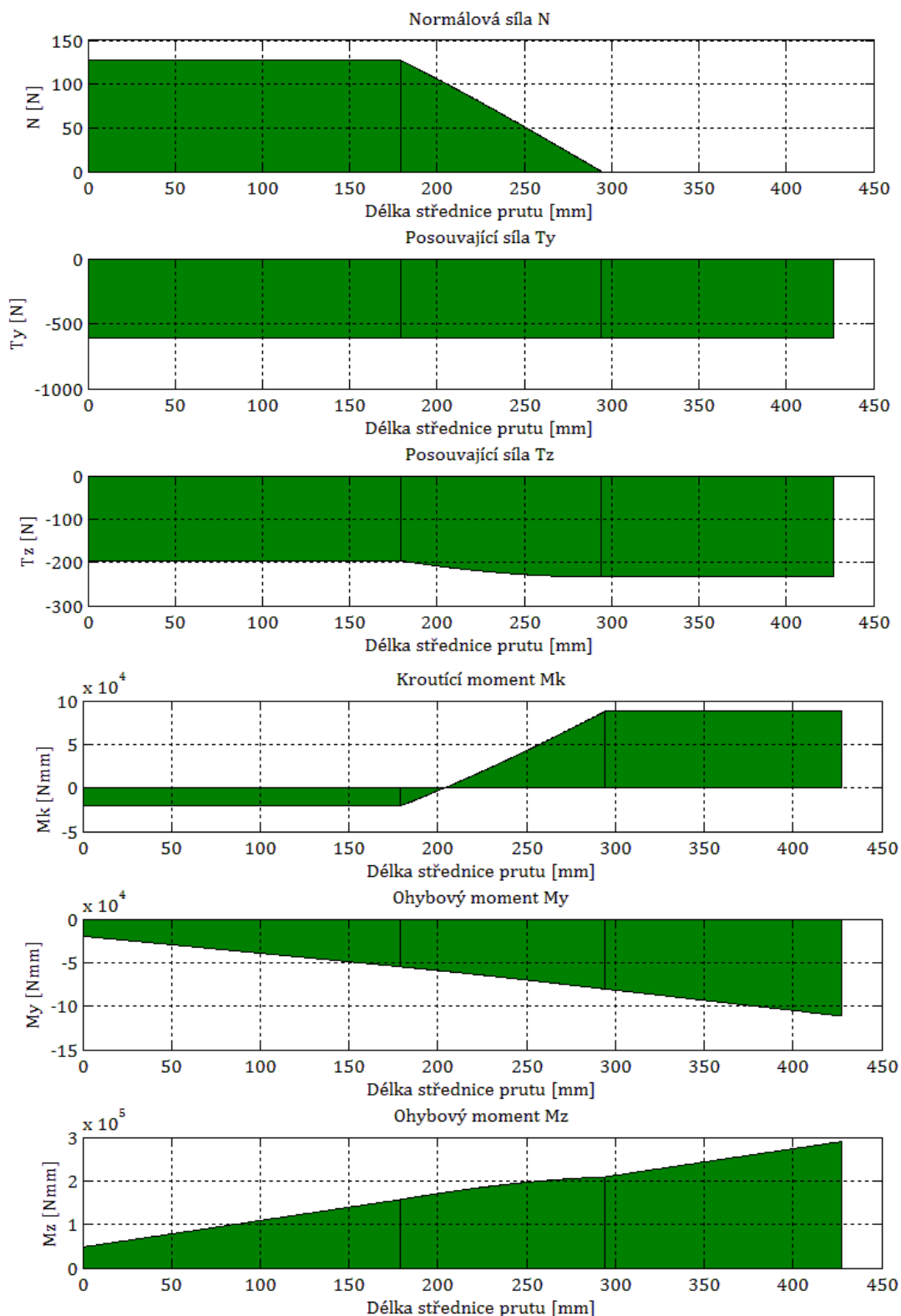
Zde jsou uvedeny hodnoty složek VVÚ pro konce jednotlivých intervalů.

Složky VVÚ [N], [Nmm]	Klid			Brzdění			Zatáčka		
	1. int	2. int	3. int	1. int	2. int	3. int	1. int	2. int	3. int
N_f	127	0	0	-82	0	0	-674	-856	-856
T_{yf}	-609	-609	-609	-858	-858	-858	-1468	-1468	-1468
T_{zf}	-196	-234	-234	126	151	151	-535	-82	-82
M_{kf}	-20604	87835	87835	-147080	-16938	-16938	-31448	70514	70514
M_{yf}	-54830	-80286	-111368	35369	51789	144550	-18694	-55204	-66048
M_{zf}	156934	209153	290123	144550	294800	408930	90937	253280	448500

Tab. 5 Výsledky VVÚ nápravy

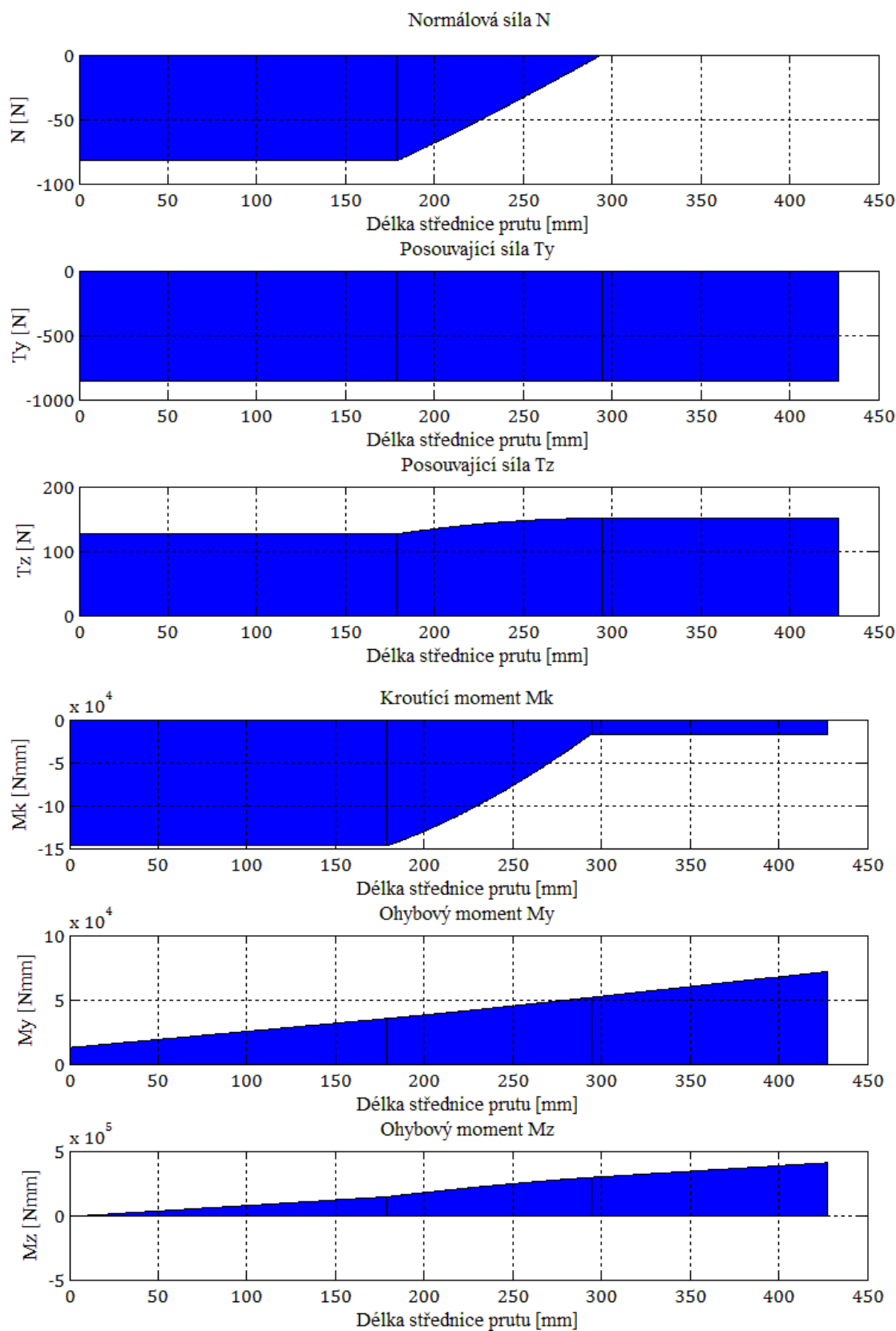
7.4. Grafické znázornění VVÚ nápravy

7.4.1. Rovnoměrný přímočarý pohyb



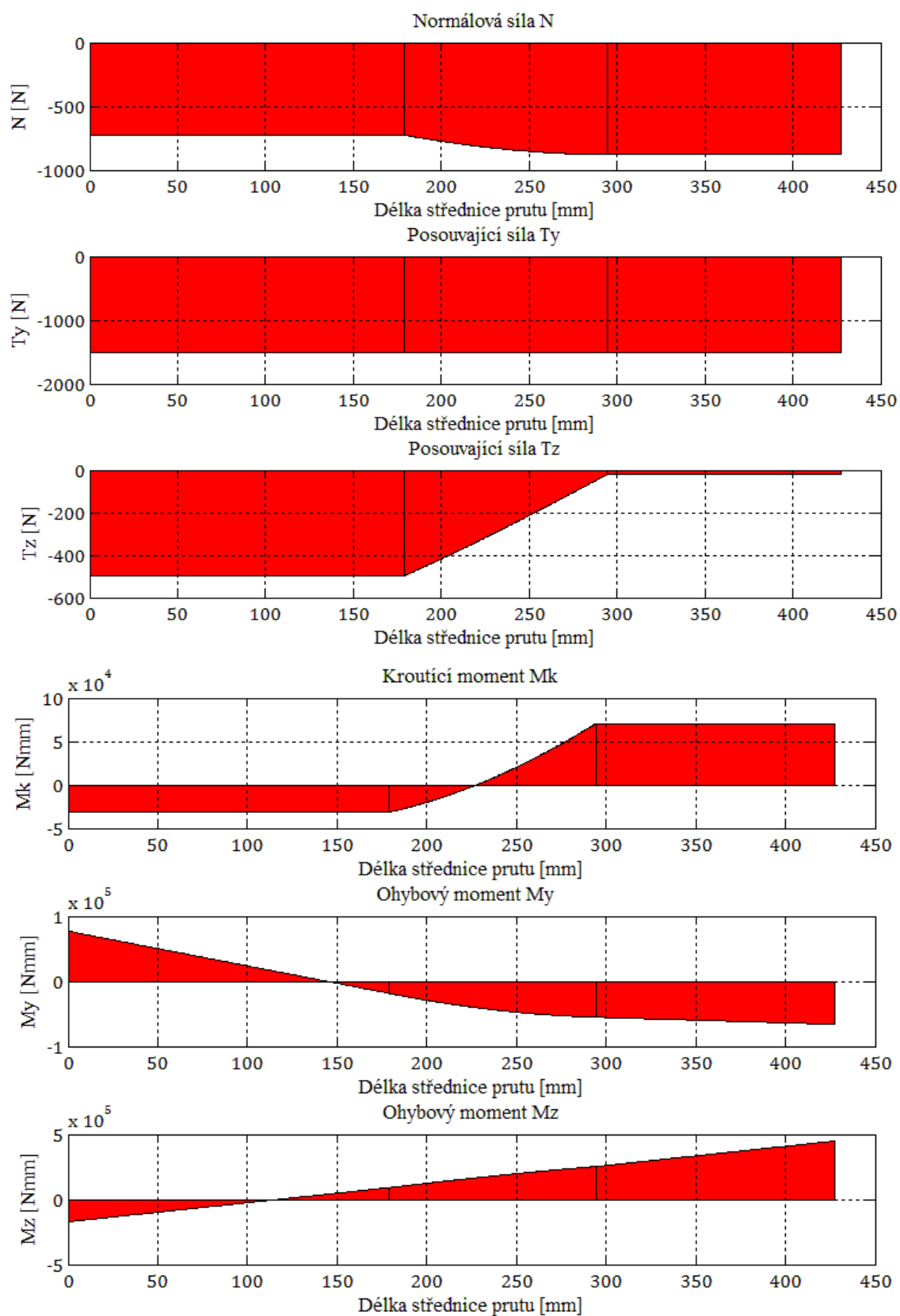
Obr. 30 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy v klidu

7.4.2. Brzdění



Obr. 31 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy při brzdění

7.4.3. Zatáčka



Obr. 32 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy při průjezdu zatáčkou

7.5. Napětí

Nyní, když známe průběhy výsledných vnitřních účinků po střednici nápravy, můžeme určit nejnebezpečnější místo na nápravě, kde dosahují složky VVÚ nejvyšších hodnot. Z výše uvedených grafů je jasně patrné, že kritické místo se nachází pro všechny zátěžné stavy v místě vetknutí nápravy k páteřovému rámu. Napětí tedy budeme počítat k tomuto bodu.

Výpočet redukovaného napětí σ_{red} byl zvolen dle více konzervativní podmínky $max \tau$. Pro výpočet bezpečnosti se poté získaná hodnota napětí porovná s hodnotou meze kluzu materiálu.

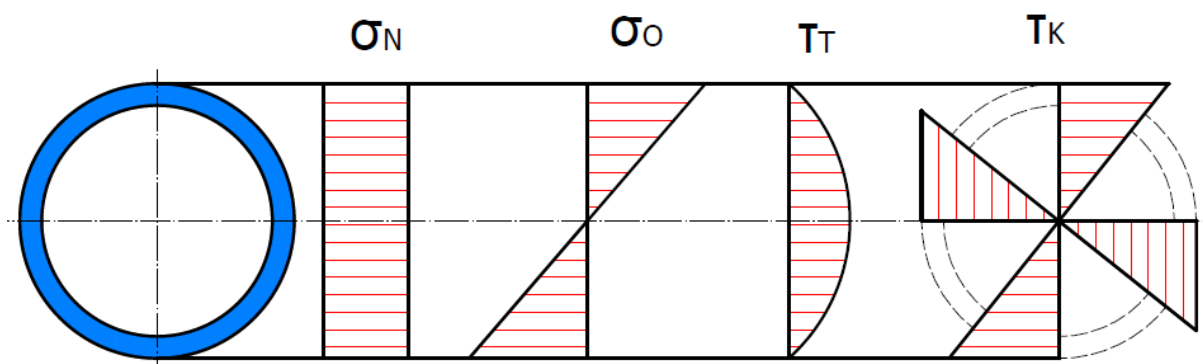
Pro σ_{red} platí:

$$\sigma_{red} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_O)^2 + 4 \cdot (\tau_T + \tau_K)^2} \quad (7.42)$$

„Redukované napětí σ_{red} je hodnota napětí fiktivní tahové napjatosti, přiřazené napjatosti prostorové tak, že prostá bezpečnost je vzhledem k mezi kluzu R_e stejná pro prostorovou i pro fiktivní tahovou napjatost.“ [7, str. 242]

Pro první dva zátěžné stavy je normálová složka v místě vetknutí nápravy rovna nule, proto již dále nebudeme normálové napětí zahrnovat do výpočtu redukovaného napětí. Při průjezdu zatáčkou na nápravu působí všechny složky VVÚ.

Nyní musíme určit kritický bod na průřezu nápravy, kde dosahuje σ_{red} největší hodnoty.



Obr. 33 Průběhy napětí v průřezu přední nápravy

Z Obr. 33 vyplývá, že kritické místo se nachází na okraji profilu, kde jsou maxima σ_O , σ_N a τ_K . Napětí od posouvající síly je na okraji nulové.

Pro celkový ohybový moment platí:

$$M_0 = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad (7.43)$$

V Tab. 6 jsou vypsány velikosti složek VVÚ v kritickém místě nápravy.

Velikosti složek VVÚ v kritickém místě	Zátěžný stav		
	Klid	Brzdění	Zatáčka
N_{max} [N]	0	0	-856
M_{Omax} [Nmm]	310 760	415 190	453 340
M_{Kmax} [Nmm]	87 835	-16 938	70 514

Tab. 6 Velikosti složek VVÚ v kritickém místě nápravy

Normálové napětí:

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot (D^2 - d^2)} \quad (7.44)$$

Ohybové napětí:

$$\sigma_o = \frac{M_{Omax}}{W_o} = \frac{M_{Omax} \cdot 32 \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \quad (7.45)$$

Smykové napětí od krouticího momentu:

$$\tau_K = \frac{M_{Kmax}}{W_K} = \frac{M_{Kmax} \cdot 16 \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \quad (7.46)$$

Napětí	Zátěžný stav		
	Klid	Brzdění	Zatáčka
σ_N [MPa]	0	0	1,5
σ_o [MPa]	50,4	67	74
τ_K [MPa]	7,12	1,3	5,7
σ_{red} [MPa]	52,4	67	73

Tab. 7 Redukované napětí

7.6. Bezpečnost

a) Rovnoměrný přímočarý pohyb

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{52,4} = 2,86 \quad (7.47)$$

b) Brzdění

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{67} = 2,2 \quad (7.48)$$

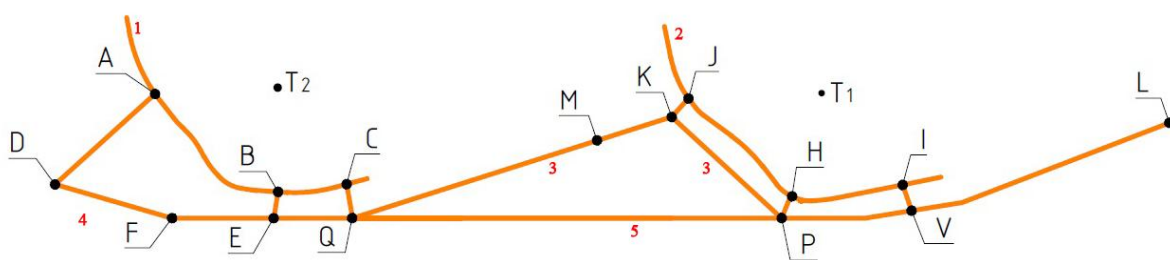
c) Průjezd zatáčkou

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{73} = 2,05 \quad (7.49)$$

8. VÝPOČET RÁMU

Dalším krokem k posouzení bezpečnosti konstrukce tříkolky je výpočet samotného rámu. Rám bude rozdělen na pět členů. Pro každý uvolněný člen se sestaví rovnice statické rovnováhy, ze kterých se stanoví velikosti sil působících na páteřový rám. Pro klid a brzdění se jedná o 2D úlohu. Při průjezdu zatáčkou ovšem na jezdce začínají působit odstředivé síly a úlohu je třeba řešit jako prostorovou. Veškeré vzdálenosti a úhly na rámu byly odměřeny z CAD výkresu tříkolky dodaného výrobcem.

Abychom mohli přistoupit k samotnému řešení problému, je třeba označit si na rámu jednotlivé důležité body a očíslovat si také jednotlivá tělesa soustavy.

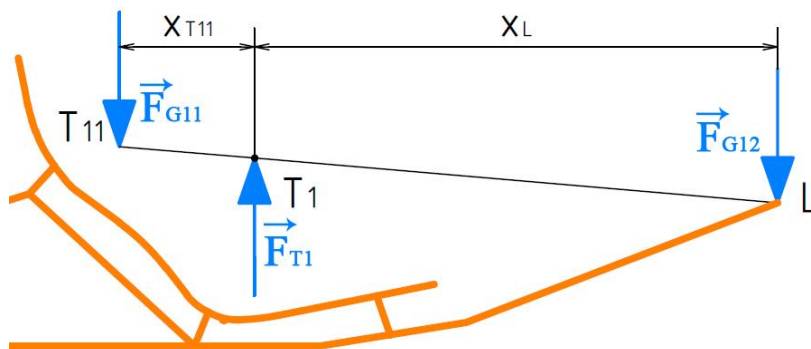


Obr. 34 Označení bodů a těles rámu tříkolky

Body T_1 a T_2 jsou těžiště jezdců a body L a M jsou místa připevnění os pedálů k rámu.

8.1. Rozložení těžiště jezdce

Jelikož jezdec sedí na tříkolce v téměř horizontální poloze a jeho nohy se opírají o pedály, jejichž osa je umístěna v bodě L respektive M , musí tedy v těchto místech působit na rám určitými silami. Po dohodě s vedoucím bakalářské práce byla tato síla zvolena jako 20% celkové tíhové síly jezdce F_{G1} respektive F_{G2} . Zbylých 80% působí na sedačku v místě těžiště horní části těla T_{11} resp. T_{21} . To je vůči celkovému těžišti T_1 resp. T_2 posunuto směrem doleva. Velikost tohoto posunutí zjistíme pomocí rovnic statické rovnováhy.



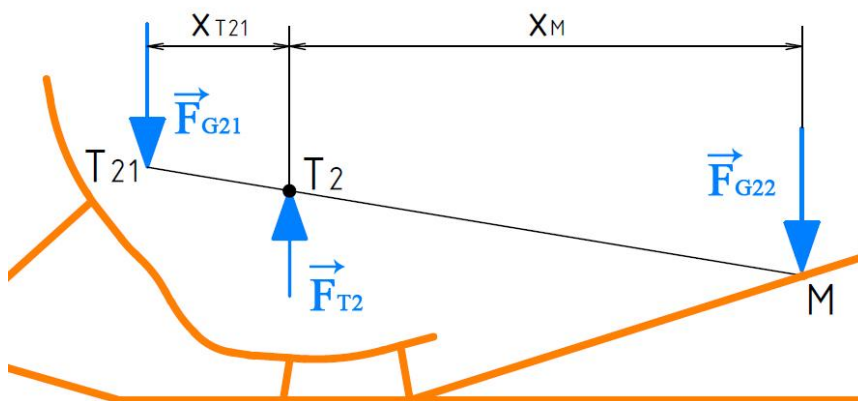
Obr. 35 Rozložení tíhy prvního jezdce

$$\begin{aligned}
 F_{T1} &= F_{G1} = 1177,2 \text{ N} \\
 F_{G11} &= 0,8 \cdot F_{G1} = 941,8 \text{ N} \\
 F_{G12} &= 0,2 \cdot F_{G1} = 235,4 \text{ N} \\
 x_L &= 860 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \tag{8.1}$$

$$\sum M_{T_1} = 0 \quad -F_{G_{12}} \cdot x_L + F_{G_{11}} \cdot x_{T_{11}} = 0 \quad (8.2)$$

Výsledkem rovnice je $x_{T_{11}} = 215 \text{ mm}$

Analogicky spočítáme posunutí těžiště horní části těla u zadního jezdce.



Obr. 36 Rozložení tíhy druhého jezdce

$$\begin{aligned} F_{T_2} &= F_{G_2} = 1177,2 \text{ N} \\ F_{G_{21}} &= 0,8 \cdot F_{G_2} = 941,8 \text{ N} \\ F_{G_{22}} &= 0,2 \cdot F_{G_2} = 235,4 \text{ N} \\ x_M &= 806 \text{ mm} \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$\sum M_{T_2} = 0 \quad -F_{G_{22}} \cdot x_M + F_{G_{21}} \cdot x_{T_{21}} = 0 \quad (8.4)$$

Výsledkem rovnice je $x_{T_{21}} = 201,5 \text{ mm}$

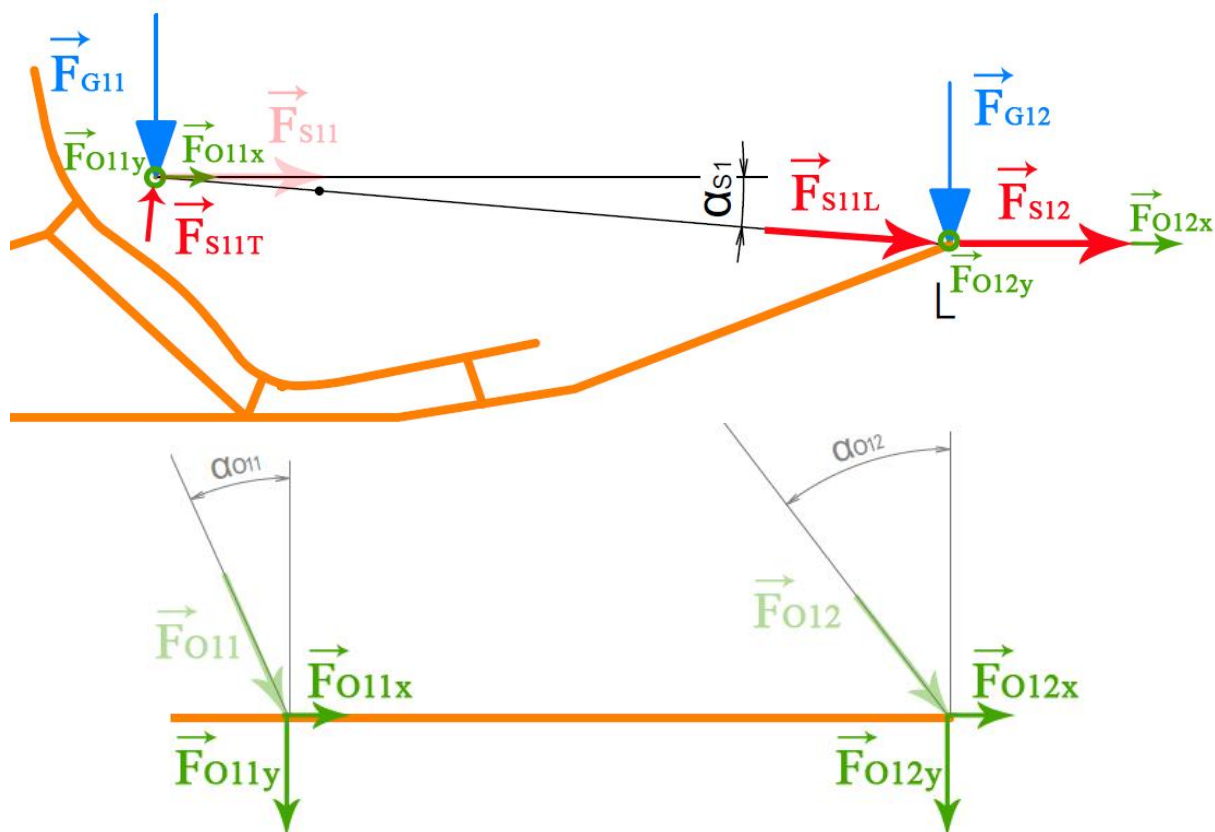
Při druhém zátěžném stavu, kdy dochází k prudkému brzdění, vznikají setrvačné síly, které se rozdělí mezi nohy a trup se stejným poměrem jako tíhové síly.

$$\begin{aligned} F_{S_1} &= F_{S_2} = 448 \text{ N} \\ F_{S_{11}} &= F_{S_{21}} = 0,8 \cdot F_{S_1} = 358 \text{ N} \\ F_{S_{12}} &= F_{S_{22}} = 0,2 \cdot F_{S_1} = 90 \text{ N} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Při brzdění se jezdec opírá do pedálů. To znamená, že v místě uchycení pedálů nebude působit jen setrvačná síla od nohou, ale rovněž setrvačná síla horní části těla. V bodě L a M tedy dojde k nárůstu zatížení. Tento fakt je třeba zohlednit při výpočtu.

Odstředivé síly se rozloží ve stejném poměru jako síly tíhové. Nepůsobí ovšem kolmo na rovinu rámu, ale pod určitým úhlem a směřují od středu otáčení. Proto se rozloží do dvou směrů. Obr. 37 a Obr. 38 zobrazuje všechny síly, kterými jezdci na rám při všech zátěžných stavech působí.

$$\begin{aligned}
 F_{O1} &= F_{O2} = 724 \text{ N} \\
 F_{O11} &= F_{O21} = 0,8 \cdot F_{O1} = 579,5 \text{ N} \\
 F_{O12} &= F_{O22} = 0,2 \cdot F_{O1} = 144,8 \text{ N}
 \end{aligned}
 \tag{8.6}$$

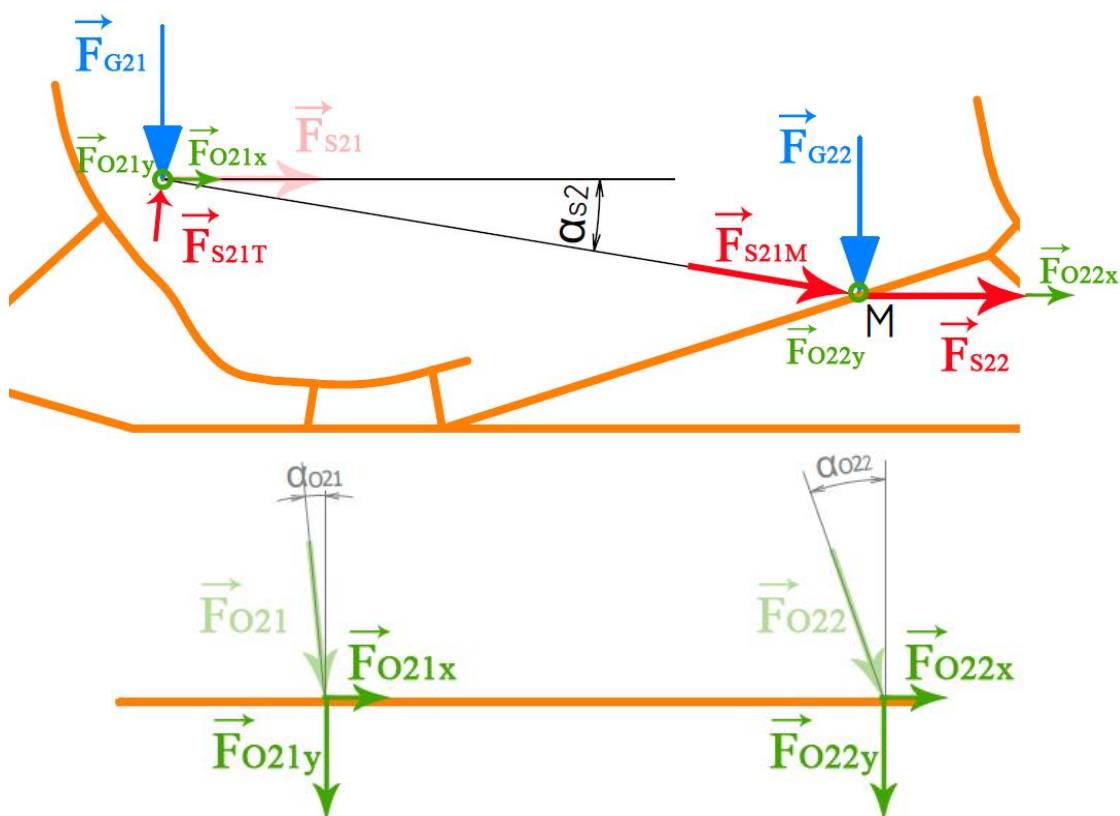


Obr. 37 Rozložení setrvačných a odstředivých sil 1

Na obrázku je zobrazeno rozložení setrvačné síly F_{S11} na složky F_{S11T} a F_{S11L} . Složka F_{S11L} působí v místě upevnění osy pedálů ve směru spojnice bodů T_{11} a L . Složka F_{S11T} působí v těžišti horní části těla a směruje šikmo vzhůru. Tato síla má při brzdění tendenci nadzvedávat cyklistu ze sedla.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{S1} &= 5^\circ \\
 F_{S11L} &= F_{S11} \cdot \cos(\alpha_{S1}) = 357 \text{ N} \\
 F_{S11T} &= F_{S11} \cdot \sin(\alpha_{S1}) = 31 \text{ N} \\
 \alpha_{O11} &= 24,3^\circ \\
 F_{O11x} &= F_{O11} \cdot \sin(\alpha_{O11}) = 238 \text{ N} \\
 F_{O11y} &= F_{O11} \cdot \cos(\alpha_{O11}) = 528 \text{ N} \\
 \alpha_{O12} &= 37,5^\circ \\
 F_{O12x} &= F_{O12} \cdot \sin(\alpha_{O12}) = 88 \text{ N} \\
 F_{O12y} &= F_{O12} \cdot \cos(\alpha_{O12}) = 115 \text{ N}
 \end{aligned}
 \tag{8.7}$$

Obdobně působí setrvačné a odstředivé síly na rám i v případě druhého jezdce.



Obr. 38 Rozložení setrvačných a odstředivých sil 2

$$\alpha_{S2} = 7^\circ$$

$$F_{S21M} = F_{S21} \cdot \cos(\alpha_{S2}) = 355 \text{ N}$$

$$F_{S21T} = F_{S21} \cdot \sin(\alpha_{S2}) = 44 \text{ N}$$

$$\alpha_{O21} = 5,5^\circ$$

$$F_{O21x} = F_{O21} \cdot \sin(\alpha_{O21}) = 55 \text{ N}$$

$$F_{O21y} = F_{O21} \cdot \cos(\alpha_{O21}) = 577 \text{ N}$$

$$\alpha_{O22} = 19,6^\circ$$

$$F_{O22x} = F_{O22} \cdot \sin(\alpha_{O22}) = 49 \text{ N}$$

$$F_{O22y} = F_{O22} \cdot \cos(\alpha_{O22}) = 136 \text{ N}$$

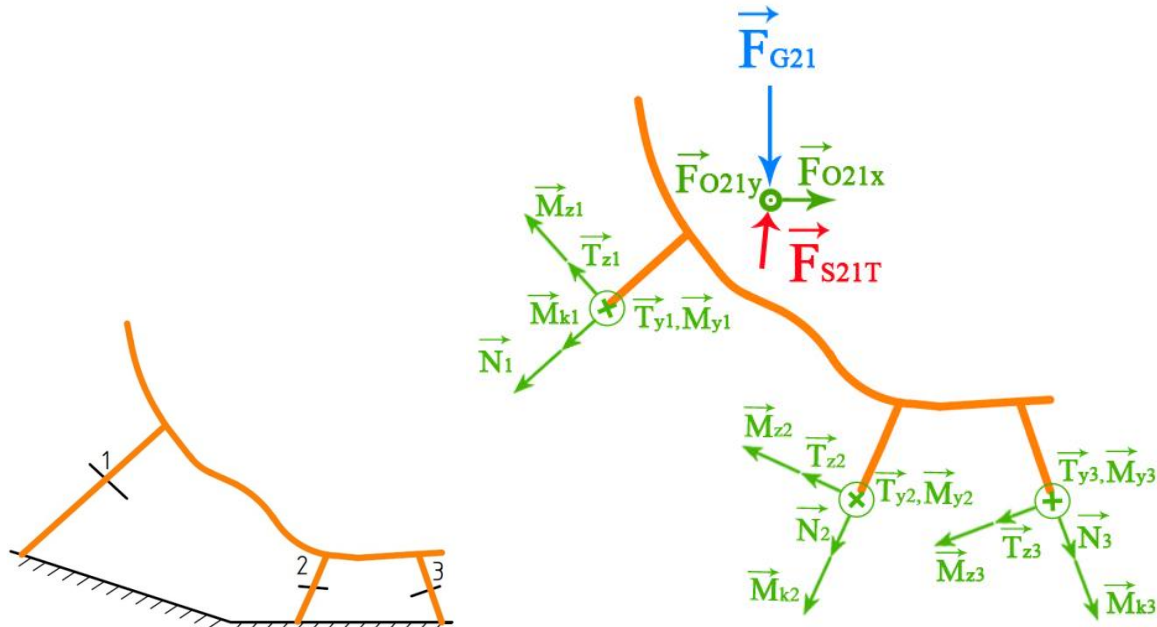
(8.8)

Nyní, když známe všechna vnější zatížení, která působí na rám tříkolky, následuje uvolnění všech členů a sestavení rovnic rovnováhy.

8.2. Výpočet sil

Těleso č. 1 – zadní sedačka

Sedačku spolu s jejími podpěrami považujeme za tuhé těleso. Podpěry jsou na svých koncích vetknuty ke zbytku rámu. Povedeme řez přes všechny tyto podpěry a zavedeme složky VVÚ.



Obr. 39 Zadní sedačka – úplné uvolnění

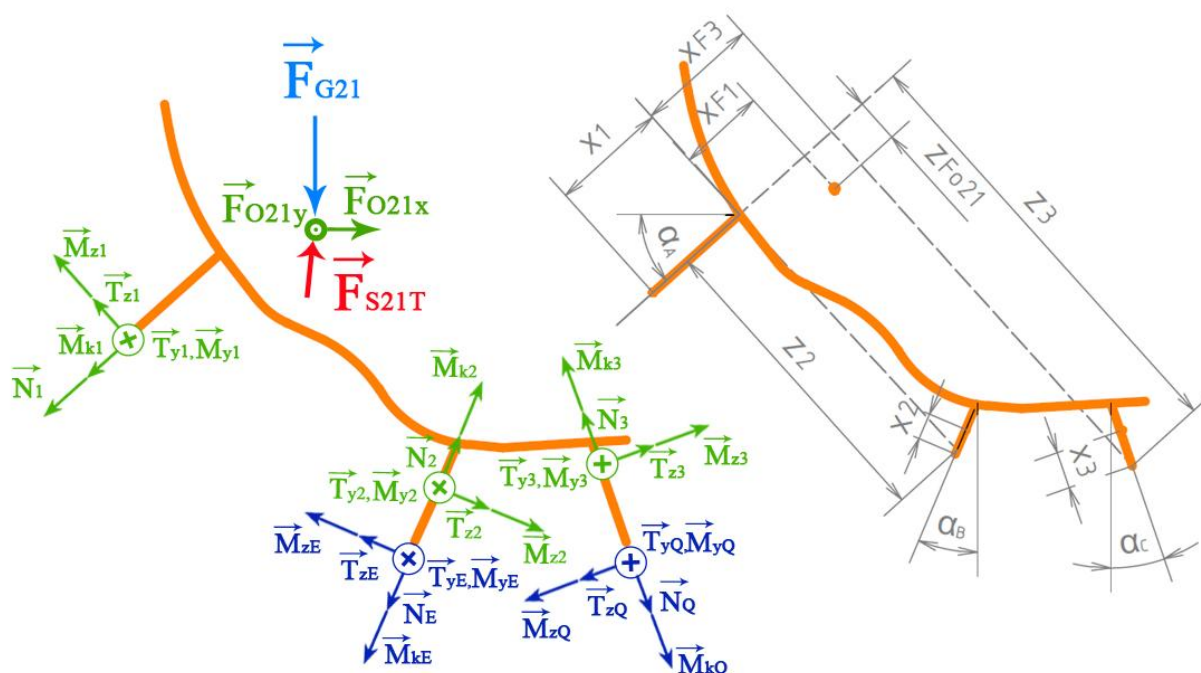
Klid a brzdění:

Neznámé parametry:	$NP = \{N_1, T_{z1}, M_{y1}, N_2, T_{z2}, M_{y2}, N_3, T_{z3}, M_{y3}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu_i = 9$
Počet použitelných podmínek:	$\nu_i = 3$ ($\nu_F = 2, \nu_M = 1$)
Statická určitost úlohy:	$s_i = \mu_i - \nu_i = 6 \rightarrow$ Úloha je 6 x staticky neurčitá

Zatáčka:

Neznámé parametry:	$\{N_1, T_{y1}, T_{z1}, M_{k1}, M_{y1}, M_{z1}, N_2, T_{y2}, T_{z2}, M_{k2}, M_{y2}, M_{z2}, N_3, T_{y3}, T_{z3}, M_{k3}, M_{y3}, M_{z3}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu_i = 18$
Počet použitelných podmínek:	$\nu_i = 6$ ($\nu_F = 3, \nu_M = 3$)
Statická určitost úlohy:	$s_i = \mu_i - \nu_i = 12 \rightarrow$ Úloha je 12 x staticky neurčitá

Následuje částečné uvolnění, kdy k uvolněným vazbám přistupujeme jako k vnějšímu zatížení a píšeme rovnice VVÚ. Řez podpěrou 2 a 3 jsme provedli těsně před vetknutím k páteřovému rámu. Tato vetknutí jsou označena body E a Q .



Obr. 40 Zadní sedačka - částečné uvolnění

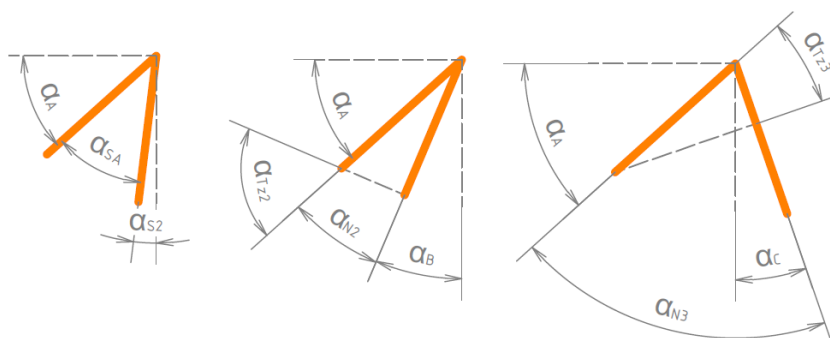
Podmínky spojitosti pro klid a brzdění:

$$\frac{\partial W}{\partial N_E} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial N_Q} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zQ}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yQ}} = 0 \quad (8.9)$$

Podmínky spojitosti pro průjezd zatáčkou:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial N_E} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{kE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{zE}} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial N_Q} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{yQ}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zQ}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{kQ}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yQ}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{zQ}} = 0 \end{aligned} \quad (8.10)$$

Obrázek níže zobrazuje úhly mezi setrvačnou silou a první podpěrou (vlevo), dále úhly mezi první a druhou podpěrou (uprostřed) a konečně mezi první a třetí podpěrou (vpravo).



Obr. 41 Úhly mezi silami a podpěrami – zadní sedačka

1. interval $\rightarrow x_1 \in \langle 0; a \rangle$

$$N_1 = -F_{G21} \cdot \sin(\alpha_A) + F_{O21x} \cdot \cos(\alpha_A) - N_E \cdot \cos(\alpha_{N2}) - T_{zE} \cdot \cos(\alpha_{Tz2}) - N_Q \cdot \cos(\alpha_{N3}) - T_{zQ} \cdot \cos(\alpha_{Tz3}) + F_{S21T} \cdot \cos(\alpha_{SA}) \quad (8.11)$$

$$T_{y1} = F_{O21y} - T_{yE} - T_{yQ} \quad (8.12)$$

$$T_{z1} = F_{O21x} \cdot \sin(\alpha_A) + F_{G21} \cdot \cos(\alpha_A) + N_E \cdot \sin(\alpha_{N2}) - T_{zE} \cdot \sin(\alpha_{Tz2}) + N_Q \cdot \sin(\alpha_{N3}) - T_{zQ} \cdot \sin(\alpha_{Tz3}) - F_{S21T} \cdot \sin(\alpha_{SA}) \quad (8.13)$$

$$M_{k1} = -F_{O21y} \cdot z_{FO21} - M_{kE} \cdot \cos(\alpha_{N2}) + T_{yE} \cdot z_2 - M_{zE} \cdot \cos(\alpha_{Tz2}) - M_{kQ} \cdot \cos(\alpha_{N3}) - M_{zQ} \cdot \cos(\alpha_{Tz3}) + T_{yQ} \cdot z_3 \quad (8.14)$$

$$M_{y1} = -F_{G21} \cdot \sin(\alpha_A) \cdot z_{FO21} - F_{G21} \cdot \cos(\alpha_A) \cdot (x_1 + x_{F1}) + F_{O21x} \cdot \cos(\alpha_A) \cdot z_{FO21} - F_{O21x} \cdot \sin(\alpha_A) \cdot (x_1 + x_{F1}) - M_{yE} - N_E \cdot \cos(\alpha_{N2}) \cdot z_2 - N_E \cdot \sin(\alpha_{N2}) \cdot x_1 - T_{zE} \cdot \cos(\alpha_{Tz2}) \cdot z_2 + T_{zE} \cdot \sin(\alpha_{Tz2}) \cdot x_1 - M_{yQ} - N_Q \cdot \cos(\alpha_{N3}) \cdot z_3 - N_Q \cdot \sin(\alpha_{N3}) \cdot (x_1 + x_{F3}) - T_{zQ} \cdot \cos(\alpha_{Tz3}) \cdot z_3 + T_{zQ} \cdot \sin(\alpha_{Tz3}) \cdot (x_1 + x_{F3}) + F_{S21T} \cdot \cos(\alpha_{SA}) \cdot z_{FO21} + F_{S21T} \cdot \sin(\alpha_{SA}) \cdot (x_1 + x_{F1}) \quad (8.15)$$

$$M_{z1} = F_{O21y} \cdot (x_{F1} + x_1) + M_{kE} \cdot \sin(\alpha_{N2}) - M_{zE} \cdot \sin(\alpha_{Tz2}) - T_{yE} \cdot x_1 + M_{kQ} \cdot \sin(\alpha_{N3}) - M_{zQ} \cdot \sin(\alpha_{Tz3}) - T_{yQ} \cdot (x_1 + x_{F3}) \quad (8.16)$$

2. interval $\rightarrow x_2 \in \langle 0; b \rangle$

$$N_2 = N_E \quad (8.17)$$

$$T_{y2} = -T_{yE} \quad (8.18)$$

$$T_{z2} = T_{zE} \quad (8.19)$$

$$M_{k2} = M_{kE} \quad (8.20)$$

$$M_{y2} = -M_{yE} - T_{zE} \cdot x_2 \quad (8.21)$$

$$M_{z2} = M_{zE} - T_{yE} \cdot x_2 \quad (8.22)$$

3. interval $\rightarrow x_3 \in \langle 0; c \rangle$

$$N_3 = N_Q \quad (8.23)$$

$$T_{y3} = -T_{yQ} \quad (8.24)$$

$$T_{z3} = T_{zQ} \quad (8.25)$$

$$M_{k3} = M_{kQ} \quad (8.26)$$

$$M_{y3} = -M_{yQ} - T_{zQ} \cdot x_3 \quad (8.27)$$

$$M_{z3} = M_{zQ} - T_{yQ} \cdot x_3 \quad (8.28)$$

Výpočet sil pro klid a brzdění:

$$\frac{\partial W}{\partial N_E} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial N_E} + \frac{\partial W_{My}}{\partial N_E} + \frac{\partial W_T}{\partial N_E} = 0 \quad (8.29)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{zE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{zE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{zE}} + \frac{\partial W_T}{\partial T_{zE}} = 0 \quad (8.30)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{yE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{yE}} + \frac{\partial W_T}{\partial M_{yE}} = 0 \quad (8.31)$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_Q} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial N_Q} + \frac{\partial W_{My}}{\partial N_Q} + \frac{\partial W_T}{\partial N_Q} = 0 \quad (8.32)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{zQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{zQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{zQ}} + \frac{\partial W_T}{\partial T_{zQ}} = 0 \quad (8.33)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{yQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{yQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{yQ}} + \frac{\partial W_T}{\partial M_{yQ}} = 0 \quad (8.34)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial N_E} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial N_E} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial N_E} \cdot dx_i = 0 \quad (8.35)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial T_{zE}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial T_{zE}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial T_{zE}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.36)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{yE}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{yE}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial M_{yE}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.37)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial N_Q} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial N_Q} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial N_Q} \cdot dx_i = 0 \quad (8.38)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial T_{zQ}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial T_{zQ}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial T_{zQ}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.39)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{yQ}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{yQ}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial M_{yQ}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.40)$$

Pro průjezd zatáčkou vypadají rovnice následovně:

Ve výpočtu energie napjatosti jsme zanedbali vliv od posouvajících sil.

$$\frac{\partial W}{\partial N_E} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial N_E} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial N_E} + \frac{\partial W_{My}}{\partial N_E} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial N_E} = 0 \quad (8.41)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{yE}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial T_{yE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{yE}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial T_{yE}} = 0 \quad (8.42)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{zE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{zE}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial T_{zE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{zE}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial T_{zE}} = 0 \quad (8.43)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{kE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{kE}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{kE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{kE}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{kE}} = 0 \quad (8.44)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{yE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{yE}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{yE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{yE}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{yE}} = 0 \quad (8.45)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{zE}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{zE}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{zE}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{zE}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{zE}} = 0 \quad (8.46)$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_Q} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial N_Q} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial N_Q} + \frac{\partial W_{My}}{\partial N_Q} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial N_Q} = 0 \quad (8.47)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{yQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{yQ}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial T_{yQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{yQ}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial T_{yQ}} = 0 \quad (8.48)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_{zQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial T_{zQ}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial T_{zQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial T_{zQ}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial T_{zQ}} = 0 \quad (8.49)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{kQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{kQ}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{kQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{kQ}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{kQ}} = 0 \quad (8.50)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{yQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{yQ}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{yQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{yQ}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{yQ}} = 0 \quad (8.51)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{zQ}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{zQ}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{zQ}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{zQ}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{zQ}} = 0 \quad (8.52)$$

Z důvodu přehlednosti zde nejsou uvedeny integrály v úplné podobě.

Řešením těchto šesti rovnic (klid a brzdění) respektive dvanácti rovnic (zatáčka) jsou neznámé síly a momenty v místech řezu druhé a třetí podpěry sedačky. Pro získání hodnot

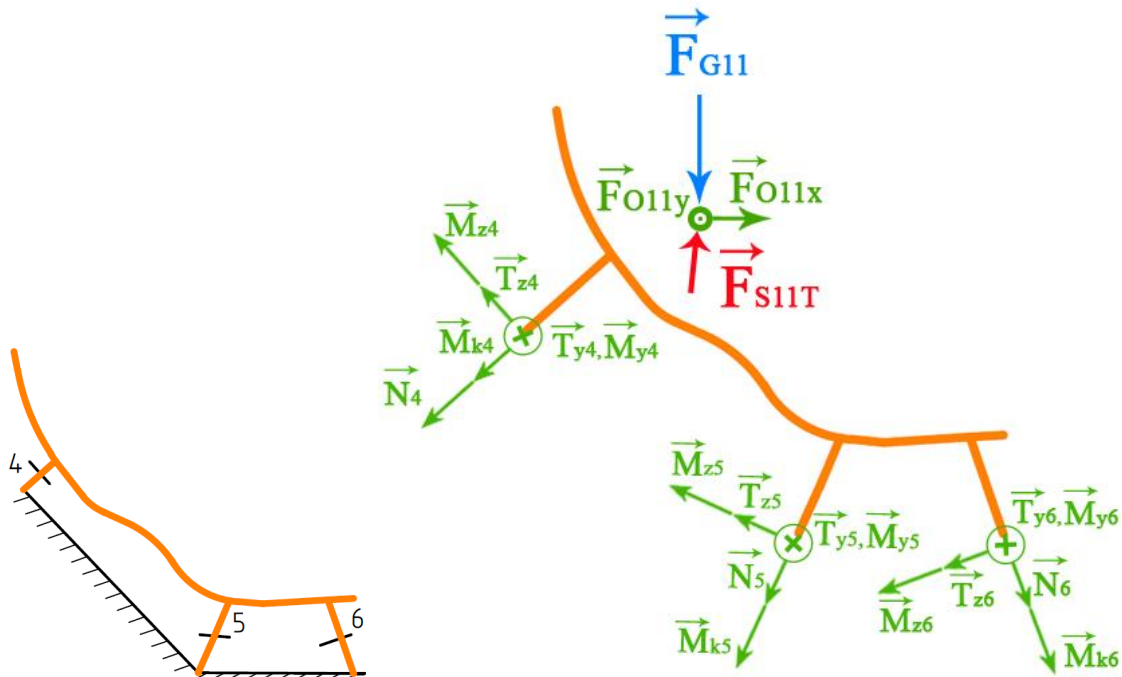
zatížení na konci první podpěry dosadíme do rovnic pro první podpěru konečné hodnoty intervalů.

Síly [N] Momenty [Nmm]	Klid	Brzdění	Zatáčka
N_D	-476	-452	-414
M_{kD}	-	-	7 894
T_{yD}	-	-	203
M_{yD}	-911	-872	-726
T_{zD}	6	5,8	5
M_{zD}	-	-	76 807
N_E	-366	-345	-427
M_{kE}	-	-	20 749
T_{yE}	-	-	436
M_{yE}	-9 723	-9 306	-11 790
T_{zE}	304	291	361
M_{zE}	-	-	81 755
N_Q	-224	-217	-183
M_{kQ}	-	-	-14 075
T_{yQ}	-	-	-63
M_{yQ}	-6 026	-5 767	-5 895
T_{zQ}	148	141	143
M_{zQ}	-	-	49 940

Tab. 8 Výsledné zatížení – zadní sedačka

Těleso č. 2 - přední sedačka

Stejně jako u zadní sedačky postupujeme i v případě sedačky přední.



Obr. 42 Úplné uvolnění – přední sedačka

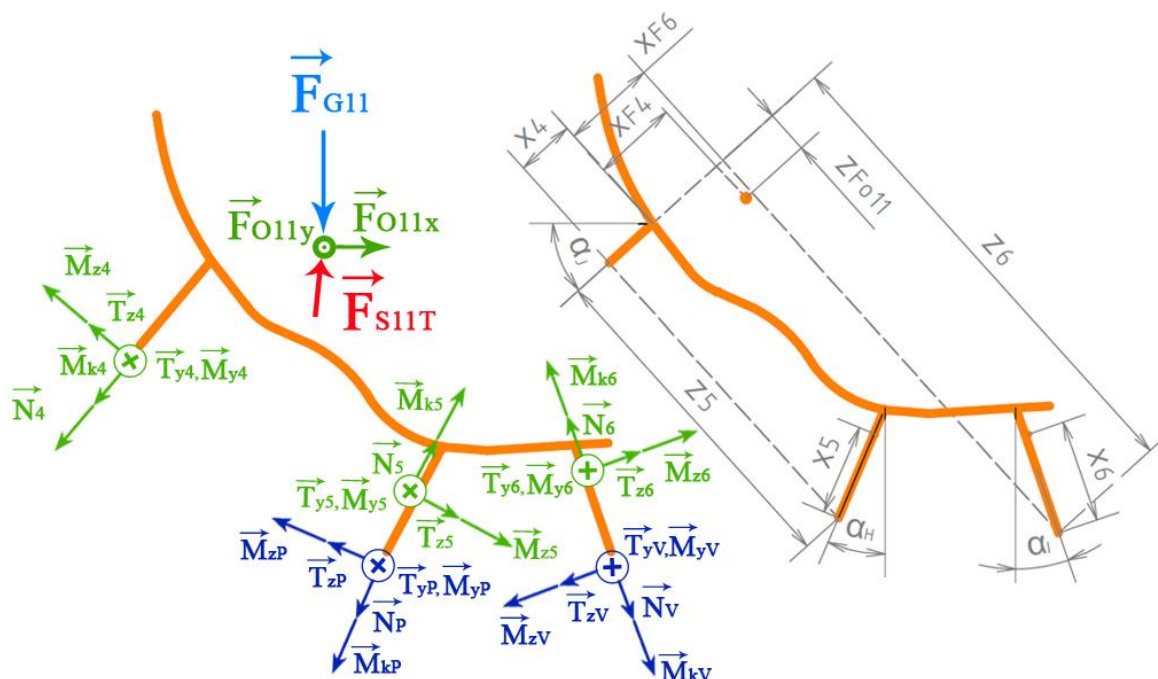
Klid a brzdění:

Neznámé parametry:	$NP = \{N_4, T_{z4}, M_{y4}, N_5, T_{z5}, M_{y5}, N_6, T_{z6}, M_{y6}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu_i = 9$
Počet použitelných podmínek:	$\nu_i = 3$ ($\nu_F = 2, \nu_M = 1$)
Statická určitost úlohy:	$s_i = \mu_i - \nu_i = 6 \rightarrow$ Úloha je 6 x staticky neurčitá

Zatáčka:

Neznámé parametry:	$\{N_4, T_{y4}, T_{z4}, M_{k4}, M_{y4}, M_{z4}, N_5, T_{y5}, T_{z5}, M_{k5}, M_{y5}, M_{z5}, N_6, T_{y6}, T_{z6}, M_{k6}, M_{y6}, M_{z6}\}$
Počet neznámých parametrů:	$\mu_i = 18$
Počet použitelných podmínek:	$\nu_i = 6$ ($\nu_F = 3, \nu_M = 3$)
Statická určitost úlohy:	$s_i = \mu_i - \nu_i = 12 \rightarrow$ Úloha je 12 x staticky neurčitá

Řez 5 a 6 jsme provedli opět u vetknutí, která jsou označená body P a V.



Obr. 43 Přední sedačka – částečné uvolnění

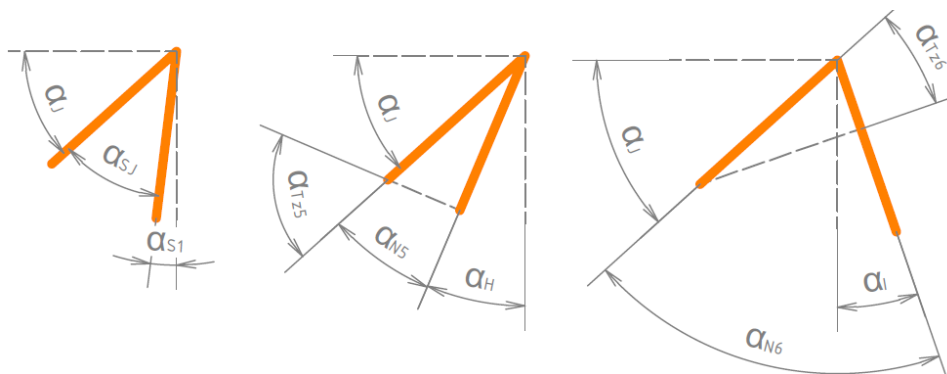
Podmínky spojitosti pro klid a brzdění:

$$\frac{\partial W}{\partial N_P} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial N_V} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zV}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yV}} = 0 \quad (8.53)$$

Podmínky spojitosti pro průjezd zatáčkou:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial N_P} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{yP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{kP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yP}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{zP}} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial N_V} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{yV}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_{zV}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{kV}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{yV}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{zV}} = 0 \end{aligned} \quad (8.54)$$

Obrázek níže opět zobrazuje úhly mezi setrvačnou silou (vlevo) a druhou a třetí podpěrou.



Obr. 44 Úhly mezi silami a podpěrami – přední sedačka

1. interval $\rightarrow x_1 \in \langle 0; j \rangle$

$$N_4 = -F_{G11} \cdot \sin(\alpha_j) + F_{O11x} \cdot \cos(\alpha_j) - N_P \cdot \cos(\alpha_{N5}) - T_{zP} \cdot \cos(\alpha_{Tz5}) - N_V \cdot \cos(\alpha_{N6}) - T_{zV} \cdot \cos(\alpha_{Tz6}) + F_{S11T} \cdot \cos(\alpha_{SJ}) \quad (8.55)$$

$$T_{y4} = F_{O11y} - T_{yP} - T_{yV} \quad (8.56)$$

$$T_{z4} = F_{G11} \cdot \cos(\alpha_j) + F_{O11x} \cdot \sin(\alpha_j) + N_P \cdot \sin(\alpha_{N5}) - T_{zP} \cdot \sin(\alpha_{Tz5}) + N_V \cdot \sin(\alpha_{N6}) - T_{zV} \cdot \sin(\alpha_{Tz6}) - F_{S11T} \cdot \sin(\alpha_{SJ}) \quad (8.57)$$

$$M_{k4} = -F_{O11y} \cdot z_{F011} - M_{kP} \cdot \cos(\alpha_{N5}) - M_{kV} \cdot \cos(\alpha_{N6}) + T_{yP} \cdot z_5 - M_{zP} \cdot \cos(\alpha_{Tz5}) - M_{zV} \cdot \cos(\alpha_{Tz6}) + T_{yV} \cdot z_6 \quad (8.58)$$

$$M_{y4} = -F_{O11x} \cdot \sin(\alpha_j) \cdot (x_4 + x_{F4}) + F_{O11x} \cdot \cos(\alpha_j) \cdot z_{F011} - F_{G11} \cdot \cos(\alpha_j) \cdot (x_4 + x_{F4}) - F_{G11} \cdot \sin(\alpha_j) \cdot z_{F011} - M_{yP} - N_P \cdot \cos(\alpha_{N5}) \cdot z_5 + N_P \cdot \sin(\alpha_{N5}) \cdot (j - x_4) - T_{zP} \cdot \cos(\alpha_{Tz5}) \cdot z_5 - T_{zP} \cdot \sin(\alpha_{Tz5}) \cdot (j - x_4) - M_{yV} - N_V \cdot \cos(\alpha_{N6}) \cdot z_6 - N_V \cdot \sin(\alpha_{N6}) \cdot (x_4 + x_{F6}) - T_{zV} \cdot \cos(\alpha_{Tz6}) \cdot z_6 + T_{zV} \cdot \sin(\alpha_{Tz6}) \cdot (x_4 + x_{F6}) + F_{S11T} \cdot \cos(\alpha_{SJ}) \cdot z_{F011} + F_{S11T} \cdot \sin(\alpha_{SJ}) \cdot (x_4 + x_{F4}) \quad (8.59)$$

$$M_{z4} = F_{O11y} \cdot (x_4 + x_{F4}) + M_{kP} \cdot \sin(\alpha_{N5}) - M_{zP} \cdot \sin(\alpha_{Tz5}) + T_{yP} \cdot (j - x_4) + M_{kV} \cdot \sin(\alpha_{N6}) - M_{zV} \cdot \sin(\alpha_{Tz6}) - T_{yV} \cdot (x_4 + x_{F6}) \quad (8.60)$$

2. interval $\rightarrow x_2 \in \langle 0; h \rangle$

$$N_5 = N_P \quad (8.61)$$

$$T_{y5} = -T_{yP} \quad (8.62)$$

$$T_{z5} = T_{zP} \quad (8.63)$$

$$M_{k5} = M_{kP} \quad (8.64)$$

$$M_{y5} = -M_{yP} - T_{zP} \cdot x_5 \quad (8.65)$$

$$M_{z5} = M_{zP} - T_{yP} \cdot x_5 \quad (8.66)$$

3. interval $\rightarrow x_3 \in \langle 0; i \rangle$

$$N_6 = N_V \quad (8.67)$$

$$T_{y6} = -T_{yV} \quad (8.68)$$

$$T_{z6} = T_{zV} \quad (8.69)$$

$$M_{k6} = M_{kV} \quad (8.70)$$

$$M_{y6} = -M_{yV} - T_{zV} \cdot x_5 \quad (8.71)$$

$$M_{z6} = M_{zV} - T_{yV} \cdot x_5 \quad (8.72)$$

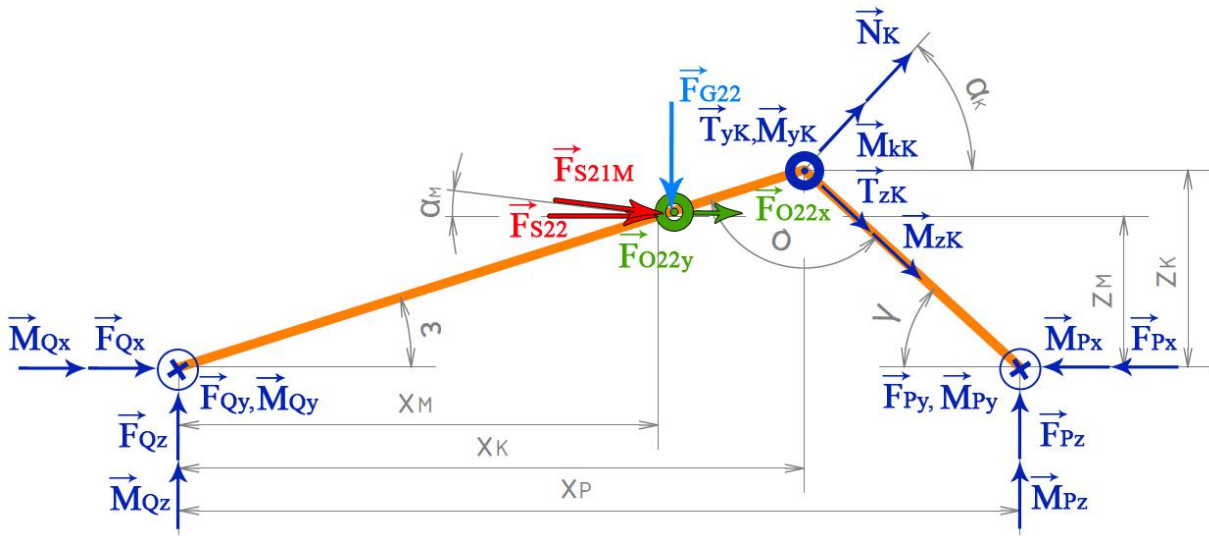
Rovnice pro výpočet neznámých sil u přední sedačky by vypadaly stejně jako u sedačky zadní, proto jsou zde uvedeny přímo výsledky.

Síly [N] Momenty [Nmm]	Klid	Brzdění	Zatáčka
N_K	-543	-524	-393
M_{kK}	-	-	585
T_{yK}	-	-	547
M_{yK}	-3 849	-3 736	-5 814
T_{zK}	125	121	185
M_{zK}	-	-	19 695
N_P	-136	-130	-153
M_{kP}	-	-	80
T_{yP}	-	-	-351
M_{yP}	-3 950	-38 361	-5 970
T_{zP}	130	126	193
M_{zP}	-	-	-8 690
N_V	-316	-307	-365
M_{kV}	-	-	-1 076
T_{yV}	-	-	332
M_{yV}	-2 807	-2 729	-3 851
T_{zV}	89	87	120
M_{zV}	-	-	12 687

Tab. 9 Výsledné zatížení – přední sedačka

Těleso č. 3

Úplné uvolnění



Obr. 45 Těleso č. 3 – úplné uvolnění

$$\alpha_K = \alpha_J$$

$$\alpha_M = \alpha_{S2}$$

Klid a brzdění:

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{Px}, F_{Pz}, M_{Py}, F_{Qx}, F_{Qz}, M_{Qy}\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 6$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 3 \quad (\nu_F = 2, \nu_M = 1)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 3 \rightarrow \text{Úloha je 3x staticky neurčitá}$$

Zatáčka:

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{Px}, F_{Py}, F_{Pz}, M_{Px}, M_{Py}, M_{Pz}, F_{Qx}, F_{Qy}, F_{Qz}, M_{Qx}, M_{Qy}, M_{Qz}\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 12$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 6 \quad (\nu_F = 3, \nu_M = 3)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 6 \rightarrow \text{Úloha je 6x staticky neurčitá}$$

Rovnice statické rovnováhy pro úplné uvolnění:

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Qx} - F_{Px} + F_{O22x} + N_K \cdot \cos(\alpha_K) + T_{zK} \cdot \cos(\gamma) + F_{S22} + F_{S21M} \cdot \cos(\alpha_M) = 0 \quad (8.73)$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Qy} - F_{O22y} - T_{yK} + F_{Py} = 0 \quad (8.74)$$

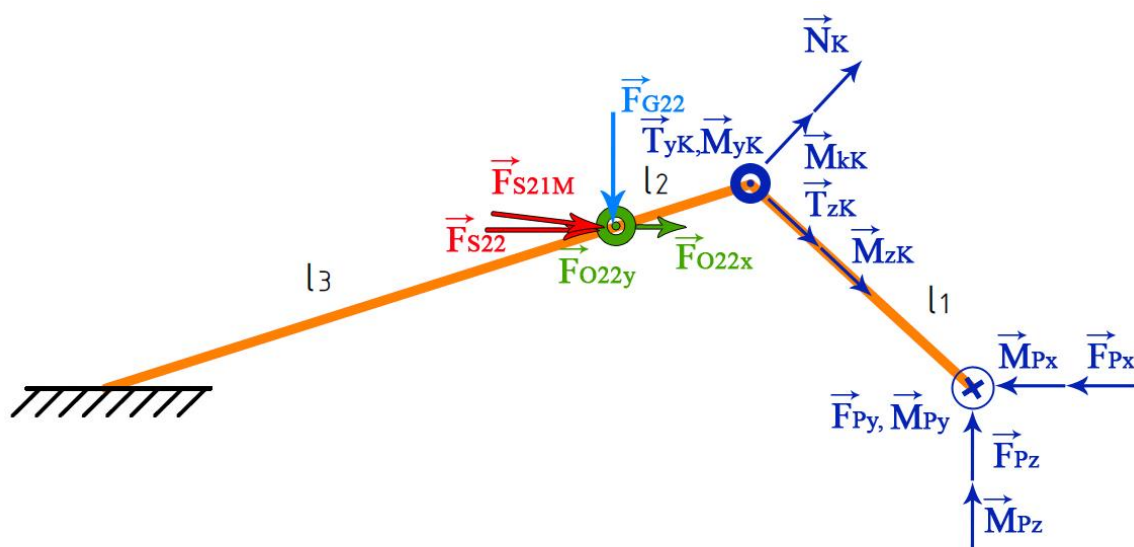
$$\sum F_z = 0 \quad F_{Qz} - F_{G22} + N_K \cdot \sin(\alpha_K) - T_{zK} \cdot \sin(\gamma) + F_{Pz} - F_{S21M} \cdot \sin(\alpha_M) = 0 \quad (8.75)$$

$$\sum M_{xQ} = 0 \quad M_{Qx} + F_{O22y} \cdot z_M + M_{kK} \cdot \cos(\alpha_K) + M_{zK} \cdot \cos(\gamma) + T_{yK} \cdot z_k - M_{Px} = 0 \quad (8.76)$$

$$\sum M_{yQ} = 0 \quad M_{Qy} + F_{O22x} \cdot z_M + F_{G22} \cdot x_M - M_{yK} + N_K \cdot \cos(\alpha_K) \cdot z_k - N_K \cdot \sin(\alpha_K) \cdot x_k + T_{zK} \cdot \cos(\gamma) \cdot z_k + T_{zK} \cdot \sin(\gamma) \cdot x_K + M_{Py} - F_{Pz} \cdot x_P + F_{S22} \cdot z_M + F_{S21M} \cdot \cos(\alpha_M) \cdot z_M + F_{S21M} \cdot \sin(\alpha_M) \cdot x_M = 0 \quad (8.77)$$

$$\sum M_{zQ} = 0 \quad M_{Qz} - F_{O22y} \cdot x_M - T_{yK} \cdot x_K + M_{kK} \cdot \sin(\alpha_K) - M_{zK} \cdot \sin(\gamma) + M_{Pz} + F_{Py} \cdot x_P = 0 \quad (8.78)$$

Částečné uvolnění:



Obr. 46 Těleso č. 3 – částečné uvolnění

Klid a brzdění:

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{Px}, F_{Pz}, M_{Py}\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 3$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 3 \quad (\nu_F = 2, \nu_M = 1)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow \text{Úloha je staticky určitá}$$

Deformační podmínky pro uvolněnou vazbu:

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial F_{Pz}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{Py}} = 0 \quad (8.79)$$

Zatáčka:

Neznámé parametry: $NP = \{F_{Px}, F_{Py}, F_{Pz}, M_{Px}, M_{Py}, M_{Pz}\}$

Počet neznámých parametrů: $\mu = 6$

Počet použitelných podmínek: $\nu = 6$ ($\nu_F = 3, \nu_M = 3$)

Statická určitost úlohy: $s = \mu - \nu = 0 \rightarrow$ Úloha je staticky určitá

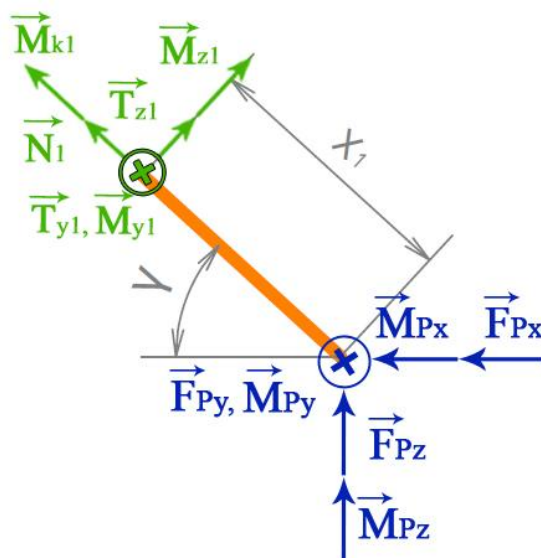
Deformační podmínky pro uvolněnou vazbu:

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial F_{Py}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial F_{Pz}} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{Py}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_{Pz}} = 0 \quad (8.80)$$

Určení VVÚ:

1. interval $\rightarrow x_1 \in \langle 0; l_1 \rangle$



Obr. 47 VVÚ tělesa č. 3 - 1. Interval

$$N_1 = -F_{Pz} \cdot \sin(\gamma) - F_{Px} \cdot \cos(\gamma) \quad (8.81)$$

$$T_{y1} = -F_{Py} \quad (8.82)$$

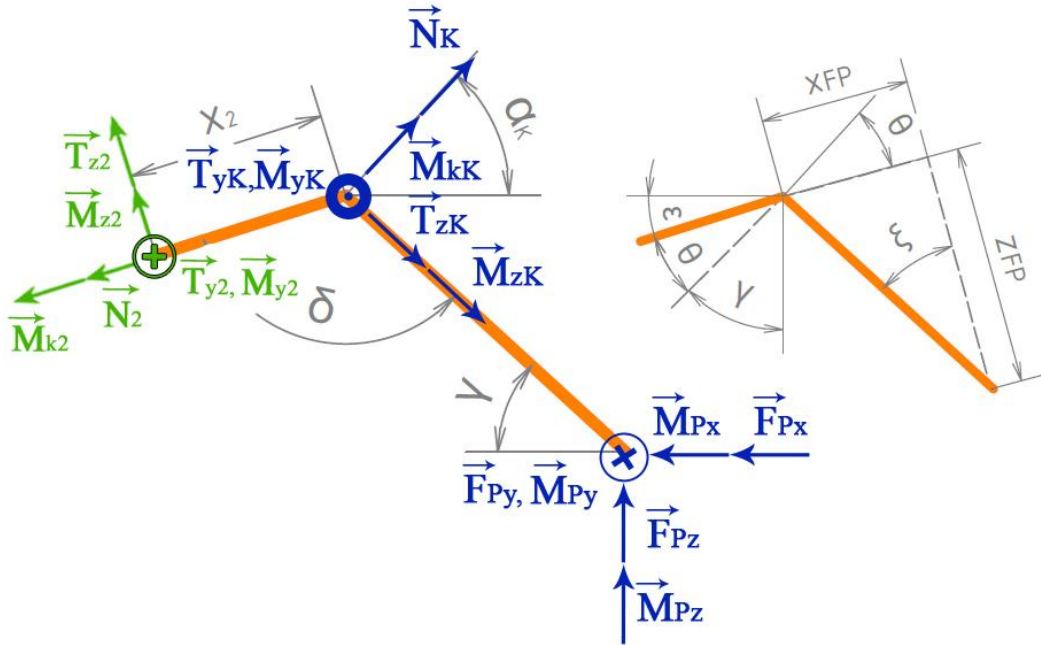
$$T_{z1} = -F_{Pz} \cdot \cos(\gamma) + F_{Px} \cdot \sin(\gamma) \quad (8.83)$$

$$M_{k1} = -M_{Pz} \cdot \sin(\gamma) - M_{Px} \cdot \cos(\gamma) \quad (8.84)$$

$$M_{y1} = -M_{Py} + F_{Pz} \cdot \cos(\gamma) \cdot x_1 - F_{Px} \cdot \sin(\gamma) \cdot x_1 \quad (8.85)$$

$$M_{z1} = -M_{Pz} \cdot \cos(\gamma) + M_{Px} \cdot \sin(\gamma) - F_{Py} \cdot x_1 \quad (8.86)$$

2. interval $\rightarrow x_2 \in (0; l_2)$



Obr. 48 VVÚ tělesa č. 3 - 2. Interval

$$\theta = \delta - 90^\circ$$

$$\xi = 90 - \gamma - \varepsilon$$

$$z_{FP} = l_1 \cdot \cos(\xi)$$

$$x_{FP} = l_1 \cdot \sin(\xi)$$

$$N_2 = -F_{Px} \cdot \cos(\varepsilon) + F_{Pz} \cdot \cos(\theta + \gamma) + N_K \cdot \cos(\theta) + T_{zK} \cdot \cos(\varepsilon + \gamma) \quad (8.87)$$

$$T_{y2} = -F_{Py} + T_{yK} \quad (8.88)$$

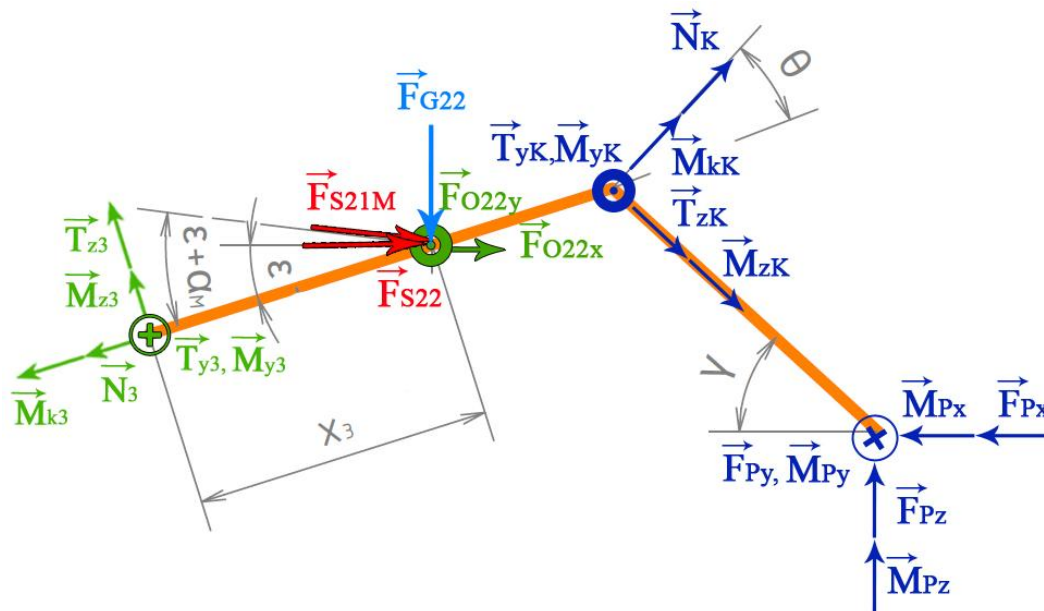
$$T_{z2} = -F_{Pz} \cdot \sin(\theta + \gamma) - F_{Px} \cdot \sin(\varepsilon) - N_K \cdot \sin(\theta) + T_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) \quad (8.89)$$

$$M_{k2} = -M_{Px} \cdot \cos(\varepsilon) + M_{Pz} \cdot \cos(\theta + \gamma) + F_{Py} \cdot z_{FP} + M_{zK} \cdot \cos(\gamma + \varepsilon) + M_{kK} \cdot \cos(\theta) \quad (8.90)$$

$$M_{y2} = -M_{Py} - F_{Px} \cdot (l_1 \cdot \sin(\gamma) - x_2 \cdot \sin(\varepsilon)) + F_{Pz} \cdot (l_1 \cdot \cos(\gamma) + x_2 \cdot \cos(\varepsilon)) + M_{yK} + N_K \cdot \sin(\theta) \cdot x_2 - T_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) \cdot x_2 \quad (8.91)$$

$$M_{z2} = -M_{Pz} \cdot \sin(\theta + \gamma) - M_{Px} \cdot \sin(\varepsilon) - F_{Py} \cdot (x_2 + x_{FP}) + T_{yK} \cdot x_2 + M_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) - M_{kK} \cdot \sin(\theta) \quad (8.92)$$

3. interval $\rightarrow x_3 \in \langle 0; l_3 \rangle$



Obr. 49 VVÚ tělesa č. 3 - 3. Interval

$$N_3 = -F_{Px} \cdot \cos(\varepsilon) + F_{Pz} \cdot \cos(\theta + \gamma) + N_K \cdot \cos(\theta) + T_{zK} \cdot \cos(\varepsilon + \gamma) - F_{G22} \cdot \sin(\varepsilon) + F_{O22x} \cdot \cos(\varepsilon) + F_{S22} \cdot \cos(\varepsilon) + F_{S21M} \cdot \cos(\alpha_M + \varepsilon) \quad (8.93)$$

$$T_{y3} = -F_{Py} + T_{yK} + F_{O22y} \quad (8.94)$$

$$T_{z3} = -F_{Pz} \cdot \sin(\theta + \gamma) - F_{Px} \cdot \sin(\varepsilon) - N_K \cdot \sin(\theta) + T_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) + F_{G22} \cdot \cos(\varepsilon) + F_{O22x} \cdot \sin(\varepsilon) + F_{S22} \cdot \sin(\varepsilon) + F_{S21M} \cdot \sin(\alpha_M + \varepsilon) \quad (8.95)$$

$$M_{k3} = -M_{Px} \cdot \cos(\varepsilon) + M_{Pz} \cdot \cos(\theta + \gamma) + F_{Py} \cdot z_{FP} + M_{zK} \cdot \cos(\varepsilon + \gamma) + M_{kK} \cdot \cos(\theta) \quad (8.96)$$

$$M_{y3} = -M_{Py} - F_{Px} \cdot (l_1 \cdot \sin(\gamma) - l_2 \cdot \sin(\varepsilon) - x_3 \cdot \sin(\varepsilon)) + F_{Pz} \cdot (l_1 \cdot \cos(\gamma) + l_2 \cdot \cos(\varepsilon) + x_3 \cdot \cos(\varepsilon)) + M_{yK} + N_K \cdot \sin(\theta) \cdot (l_2 + x_3) - T_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) \cdot (l_2 + x_3) - F_{O22x} \cdot \sin(\varepsilon) \cdot x_3 - F_{G22} \cdot \cos(\varepsilon) \cdot x_3 - F_{S22} \cdot \sin(\varepsilon) \cdot x_3 - F_{S21M} \cdot \sin(\alpha_M + \varepsilon) \cdot x_3 \quad (8.97)$$

$$M_{z3} = -M_{Pz} \cdot \sin(\theta + \gamma) - M_{Px} \cdot \sin(\varepsilon) - F_{Py} \cdot (x_{FP} + l_2 + x_3) + T_{yK} \cdot (l_2 + x_3) - M_{kK} \cdot \sin(\theta) + M_{zK} \cdot \sin(\varepsilon + \gamma) + F_{O22y} \cdot x_3 \quad (8.98)$$

Výpočet sil pro klid a brzdění:

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial F_{Px}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial F_{Px}} + \frac{\partial W_T}{\partial F_{Px}} = 0 \quad (8.99)$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Pz}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial F_{Pz}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial F_{Pz}} + \frac{\partial W_T}{\partial F_{Pz}} = 0 \quad (8.100)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{Py}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{Py}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{Py}} + \frac{\partial W_T}{\partial M_{Py}} = 0 \quad (8.101)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.102)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.103)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{\beta T_{zi}}{G \cdot S} \cdot \frac{\partial T_{zi}}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i = 0 \quad (8.104)$$

Výpočet sil pro zatáčku:

Ve výpočtu energie napjatosti zanedbáváme vliv od posouvajících sil.

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial F_{Px}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial F_{Px}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial F_{Px}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial F_{Px}} = 0 \quad (8.105)$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Py}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial F_{Py}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial F_{Py}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial F_{Py}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial F_{Py}} = 0 \quad (8.106)$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_{Pz}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial F_{Pz}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial F_{Pz}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial F_{Pz}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial F_{Pz}} = 0 \quad (8.107)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{Px}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{Px}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{Px}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{Px}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{Px}} = 0 \quad (8.108)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{Py}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{Py}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{Py}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{Py}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{Py}} = 0 \quad (8.109)$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{Pz}} = 0; \quad \frac{\partial W_N}{\partial M_{Pz}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial M_{Pz}} + \frac{\partial W_{My}}{\partial M_{Pz}} + \frac{\partial W_{Mz}}{\partial M_{Pz}} = 0 \quad (8.110)$$

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial F_{Px}} \cdot dx_i = 0$$
(8.111)

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial F_{Py}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial F_{Py}} \cdot dx_i = 0$$
(8.112)

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial F_{Pz}} \cdot dx_i = 0$$
(8.113)

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial M_{Px}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{Px}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial M_{Px}} \cdot dx_i = 0$$
(8.114)

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial M_{Py}} \cdot dx_i = 0$$
(8.115)

$$\int_{\Gamma} \frac{N_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial M_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_P} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial M_{Pz}} \cdot dx_i$$

$$+ \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial M_{Pz}} \cdot dx_i + \int_{\Gamma} \frac{M_{zi}}{E \cdot J_z} \cdot \frac{\partial M_{zi}}{\partial M_{Pz}} \cdot dx_i = 0$$
(8.116)

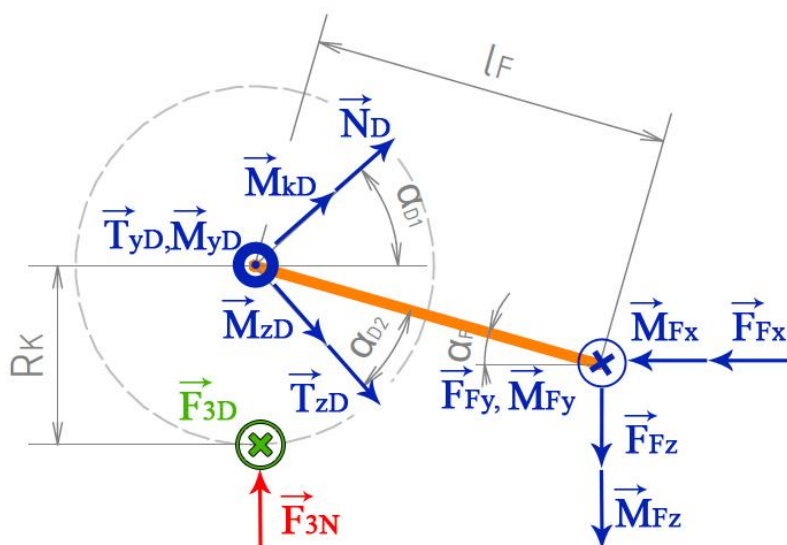
Výsledkem těchto tří, respektive šesti rovnic jsou neznámé hodnoty sil a momentů v pravém vetknutí rámu.

Pro získání hodnot zatížení v levém vetknutí je třeba dosadit získané hodnoty do rovnic statické rovnováhy pro úplné uvolnění.

Síly [N] Momenty [Nmm]	Klid	Brzdění	Zatáčka
F_{Px}	537	708	531
F_{Py}	-	-	543
F_{Pz}	441	512	423
M_{Px}	-	-	129 250
M_{Py}	5 293	1 976	2 805
M_{Pz}	-	-	-101 650
F_{Qx}	791	510	594
F_{Qy}	-	-	141
F_{Qz}	290	245	232
M_{Qx}	-	-	-59 403
M_{Qy}	281 070	255 020	235 620
M_{Qz}	-	-	-251 000

Tab. 10 Výsledné zatížení – rám

Těleso č. 4 – zadní podpěra



Obr. 50 Těleso č. 4

Klid a brzdění:

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{Fx}, F_{Fz}, M_{Fy}\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 3$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 3 (\nu_F = 2, \nu_M = 1)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow \text{Úloha je staticky určitá}$$

Zatáčka:

Neznámé parametry:

$$NP = \{F_{Fx}, F_{Fy}, F_{Fz}, M_{Fx}, M_{Fy}, M_{Fz}\}$$

Počet neznámých parametrů:

$$\mu = 6$$

Počet použitelných podmínek:

$$\nu = 6 (\nu_F = 3, \nu_M = 3)$$

Statická určitost úlohy:

$$s = \mu - \nu = 0 \rightarrow \text{Úloha je staticky určitá}$$

Rovnice statické rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 \quad N_D \cdot \cos(\alpha_{D1}) + T_{zD} \cdot \cos(\alpha_{D2} + \alpha_F) - F_{Fx} = 0 \quad (8.117)$$

$$\sum F_y = 0 \quad -T_{yD} + F_{3D} + F_{Fy} = 0 \quad (8.118)$$

$$\sum F_z = 0 \quad F_{3N} + N_D \cdot \sin(\alpha_{D1}) - T_{zD} \cdot \sin(\alpha_{D2} + \alpha_F) - F_{Fz} = 0 \quad (8.119)$$

$$\sum M_{xD} = 0 \quad M_{kD} \cdot \cos(\alpha_{D1}) + M_{zD} \cdot \cos(\alpha_{D2} + \alpha_F) + F_{3D} \cdot R_K - M_{Fx} + F_{Fy} \cdot l_F \cdot \sin(\alpha_F) = 0 \quad (8.120)$$

$$\sum M_{yD} = 0 \quad -M_{yD} + M_{Fy} + F_{Fz} \cdot l_F \cdot \cos(\alpha_F) + F_{Fx} \cdot l_F \cdot \sin(\alpha_F) = 0 \quad (8.121)$$

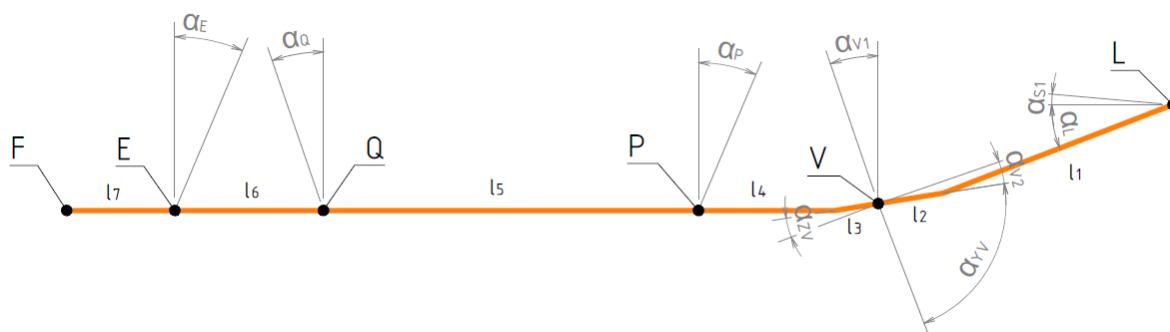
$$\sum M_{zD} = 0 \quad -M_{zD} \cdot \sin(\alpha_{D2} + \alpha_F) + M_{kD} \cdot \sin(\alpha_{D1}) + F_{Fy} \cdot l_F \cdot \cos(\alpha_F) - M_{Fz} = 0 \quad (8.122)$$

Síly [N] Momenty [Nmm]	Klid	Brzdění	Zatáčka
F_{Fx}	-350	-332	-305
F_{Fy}	-	-	-317
F_{Fz}	727	553	674
M_{Fx}	-	-	159 650
M_{Fy}	-175 030	-128 190	-163 750
M_{Fz}	-	-	-139 640

Tab. 11 Výsledné zatížení – těleso č.4

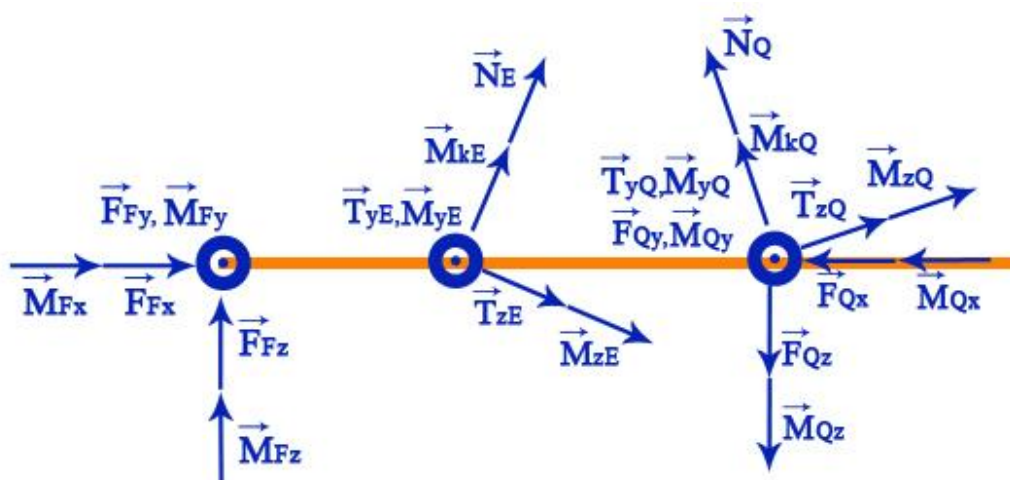
8.3. Síly působící na páteřový rám

Níže jsou zobrazeny všechny body, ve kterých působí síly na páteřový rám.



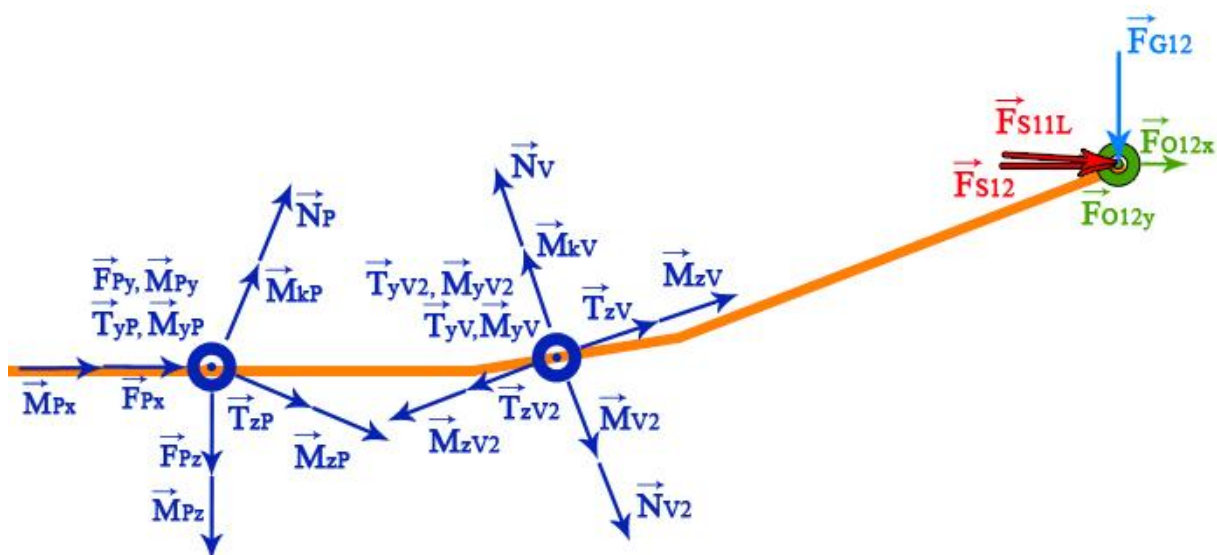
Obr. 51 Působíště a úhly sil působících na páteřový rám

Obrázek níže zobrazuje veškeré zatížení páteřového rámu v bodech F , E a Q .



Obr. 52 Síly v bodech F , E a Q

V bodě Q se sčítá zatížení od rámu a od podpěry sedačky.



Obr. 53 Zatížení v bodech P , V a L

V bodě P je opět třeba sečíst zatížení od podpěry sedačky a rámu.

V místě vetknutí přední nápravy (bod V) bude působit zatížení od sedačky i od nápravy. Zatížení od jedné strany nápravy je ale nutné odečíst od zatížení na straně druhé. Pro stav klidu a brzdění bude platit:

$$\begin{aligned} T_{zV2} &= 2 \cdot T_{zf3} \\ N_{V2} &= 2 \cdot T_{yf3} \\ M_{yV2} &= 2 \cdot M_{kf3} \end{aligned} \quad (8.123)$$

Při těchto dvou zátěžných stavech se obě posouvající síly spolu s kroučícím momentem sečtou a výsledné zatížení bude dvojnásobkem jejich velikosti, jelikož na obou

stranách nápravy působí stejné zatížení. Moment, který na nápravě způsobuje krut, působí na páteřový rám ohybem. Ostatní složky zatížení se vyruší.

V případě, kdy s tříkolkou projíždíme zatáčkou a nastane mezní stav klopení, budou síly působit jen na jedné straně nápravy a hodnoty ve vetknutí se budou přímo rovnat hodnotám složek VVÚ na konci třetího intervalu nápravy uvedených v Tab. 5 a bude platit:

$$\begin{aligned}
 N_{V2} &= T_{yf3} \\
 M_{V2} &= M_{yf3} \\
 T_{yV2} &= N_{f3} \\
 M_{yV2} &= M_{kf3} \\
 T_{zV2} &= T_{zf3} \\
 M_{zV2} &= M_{zf3}
 \end{aligned}
 \tag{8.124}$$

V Tab. 12 jsou pro shrnutí vypsány hodnoty všech sil a momentů působící na páteřový rám při všech zátěžných stavech.

Síly [N]	Klid	Brzdění	Zatáčka	Síly [N]	Klid	Brzdění	Zatáčka
Momenty [Nmm]				Momenty [Nmm]			
F_{Fx}	-350	-332	-305	M_{yP}	-3 950	-38 361	-5 970
F_{Fy}	-	-	-317	T_{zP}	130	126	193
F_{Fz}	727	553	674	M_{zP}	-	-	-8 690
M_{Fx}	-	-	159 650	F_{Px}	537	708	531
M_{Fy}	-175 030	-128 190	-163 750	F_{Py}	-	-	543
M_{Fz}	-	-	-139 640	F_{Pz}	441	512	423
N_E	-366	-345	-427	M_{Px}	-	-	129 250
M_{kE}	-	-	20 749	M_{Py}	5 293	1 976	2 805
T_{yE}	-	-	436	M_{Pz}	-	-	-101 650
M_{yE}	-9 723	-9 306	-11 790	N_V	-316	-307	-365
T_{zE}	304	291	361	M_{kV}	-	-	-1 076
M_{zE}	-	-	81 755	T_{yV}	-	-	332
N_Q	-224	-217	-183	M_{yV}	-2 807	-2 729	-3 851

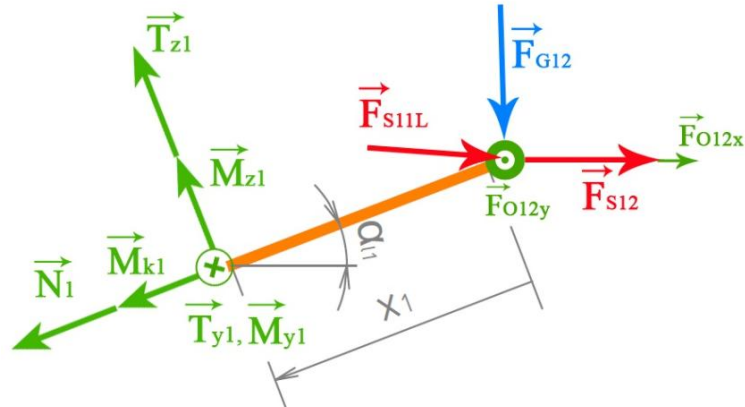
M_{kQ}	-	-	-14 075	T_{zV}	89	87	120
T_{yQ}	-	-	-63	M_{zV}	-	-	12 687
M_{yQ}	-6 026	-5 767	-5 895	N_{V2}	-1 218	-1 716	-1 468
T_{zQ}	148	141	143	M_{V2}	0	0	-66 048
M_{zQ}	-	-	49 940	T_{yV2}	0	0	-856
F_{Qx}	791	510	594	M_{yV2}	175 670	-33 876	70 514
F_{Qy}	-	-	141	T_{zV2}	-468	302	-82
F_{Qz}	290	245	232	M_{zV2}	0	0	448 500
M_{Qx}	-	-	-59 403	F_{G12}	235,4	235,4	235,4
M_{Qy}	281 070	255 020	235 620	F_{S11L}	-	357	-
M_{Qz}	-	-	-251 000	F_{S12}	-	90	-
N_P	-136	-130	-153	F_{O12x}	-	-	88
M_{kP}	-	-	80	F_{O12y}	-	-	115
T_{yP}	-	-	-351				

Tab. 12 Síly a momenty působící na páteřový rám

8.4. Výpočet VVÚ

Páteřový rám je rozdělen na sedm intervalů. Byla zvolena metoda uvolňování zprava. Od druhého intervalu dále se pro lepší přehlednost počítalo s konečnými hodnotami z předchozích intervalů. Všechny tyto hodnoty jsou značeny malým indexem „f“ (například hodnota normálové síly na konci čtvrtého intervalu se značí N_{f4}).

1. interval $\rightarrow x_1 \in \langle 0; l_1 \rangle$



Obr. 54 VVÚ – 1. interval

$$N_1 = -F_{G12} \cdot \sin(\alpha_{l1}) + F_{S12} \cdot \cos(\alpha_{l1}) + F_{S11L} \cdot \cos(\alpha_{S1} + \alpha_{l1}) + F_{O12x} \cdot \cos(\alpha_{l1}) \quad (8.125)$$

$$T_{y1} = F_{O12y} \quad (8.126)$$

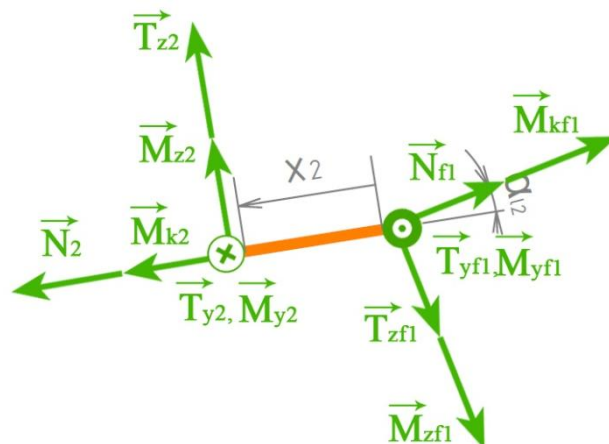
$$T_{z1} = F_{G12} \cdot \cos(\alpha_{l1}) + F_{S11L} \cdot \sin(\alpha_{S1} + \alpha_{l1}) + F_{S12} \cdot \sin(\alpha_{l1}) + F_{O12x} \cdot \sin(\alpha_{l1}) \quad (8.127)$$

$$M_{k1} = 0 \quad (8.128)$$

$$M_{y1} = -F_{S12} \cdot \sin(\alpha_{l1}) \cdot x_1 - F_{S11L} \cdot \sin(\alpha_{S1} + \alpha_{l1}) \cdot x_1 - F_{G12} \cdot \cos(\alpha_{l1}) \cdot x_1 - F_{O12x} \cdot \sin(\alpha_{l1}) \cdot x_1 \quad (8.129)$$

$$M_{z1} = F_{O12y} \cdot x_1 \quad (8.130)$$

2. interval $\rightarrow x_2 \in \langle 0; l_2 \rangle$



Obr. 55 VVÚ – 2. interval

$$N_2 = N_{f1} \cdot \cos(\alpha_{l2}) + T_{zf1} \cdot \sin(\alpha_{l2}) \quad (8.131)$$

$$T_{y2} = T_{yf1} \quad (8.132)$$

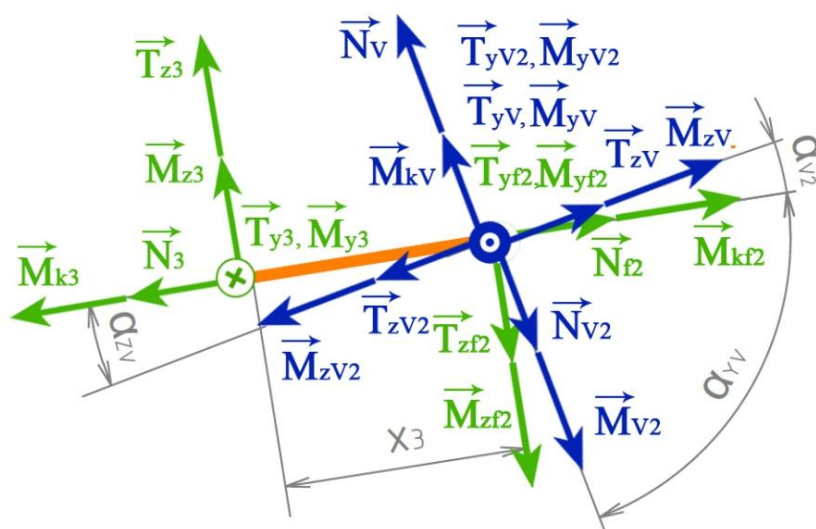
$$T_{z2} = T_{zf1} \cdot \cos(\alpha_{l2}) - N_{f1} \cdot \sin(\alpha_{l2}) \quad (8.133)$$

$$M_{k2} = M_{kf1} \cdot \cos(\alpha_{l2}) + M_{zf1} \cdot \sin(\alpha_{l2}) \quad (8.134)$$

$$M_{y2} = M_{yf1} + N_{f1} \cdot \sin(\alpha_{l2}) \cdot x_2 - T_{zf1} \cdot \cos(\alpha_{l2}) \cdot x_2 \quad (8.135)$$

$$M_{z2} = M_{zf1} \cdot \cos(\alpha_{l2}) - M_{kf1} \cdot \sin(\alpha_{l2}) + T_{yf1} \cdot x_2 \quad (8.136)$$

3. interval $\rightarrow x_3 \in \langle 0; l_3 \rangle$



Obr. 56 VVÚ – 3. interval

$$N_3 = N_{f2} + T_{zV} \cdot \cos(\alpha_{V2}) - N_V \cdot \sin(\alpha_{V2}) - T_{zV2} \cdot \cos(\alpha_{zV}) + N_{V2} \cdot \cos(\alpha_{yV}) \quad (8.137)$$

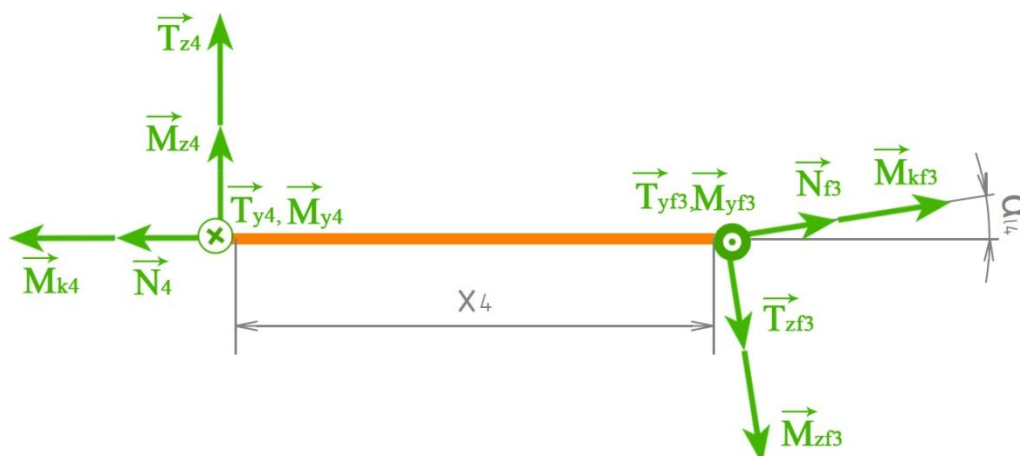
$$T_{y3} = T_{yf2} + T_{yV2} + T_{yV} \quad (8.138)$$

$$T_{z3} = T_{zf2} + N_{V2} \cdot \sin(\alpha_{yV}) - T_{zV} \cdot \sin(\alpha_{V2}) - N_V \cdot \cos(\alpha_{V2}) + T_{zV2} \cdot \sin(\alpha_{zV}) \quad (8.139)$$

$$M_{k3} = M_{kf2} + M_{zV} \cdot \cos(\alpha_{V2}) - M_{kV} \cdot \sin(\alpha_{V2}) - M_{zV2} \cdot \cos(\alpha_{zV}) + M_{V2} \cdot \cos(\alpha_{yV}) \quad (8.140)$$

$$M_{y3} = M_{yf2} + M_{yV2} + M_{yV} + T_{zV} \cdot \sin(\alpha_{V2}) \cdot x_3 + N_V \cdot \cos(\alpha_{V2}) \cdot x_3 - T_{zV2} \cdot \sin(\alpha_{zV}) \cdot x_3 - N_{V2} \cdot \sin(\alpha_{yV}) \cdot x_3 - T_{zf2} \cdot x_3 \quad (8.141)$$

$$M_{z3} = -M_{kV} \cdot \cos(\alpha_{V2}) + M_{zV2} \cdot \sin(\alpha_{zV}) + M_{V2} \cdot \sin(\alpha_{yV}) - M_{zV} \cdot \sin(\alpha_{V2}) + T_{yV2} \cdot x_3 + T_{yV} \cdot x_3 + T_{yf2} \cdot x_3 + M_{zf2} \quad (8.142)$$

4. interval $\rightarrow x_4 \in \langle 0; l_4 \rangle$


Obr. 57 VVÚ – 4. interval

$$N_4 = N_{f3} \cdot \cos(\alpha_{l4}) + T_{zf3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) \quad (8.143)$$

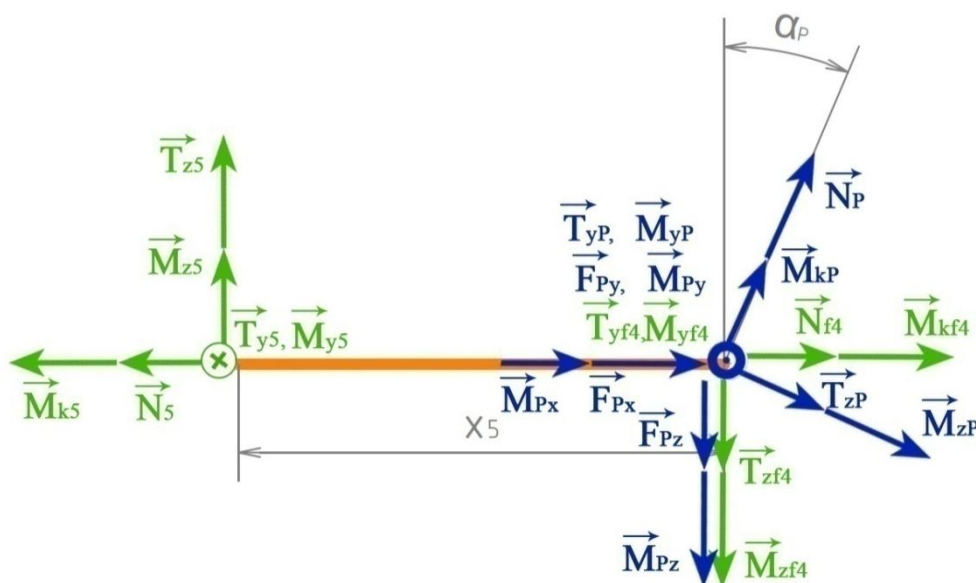
$$T_{y4} = T_{yf3} \quad (8.144)$$

$$T_{z4} = T_{zf3} \cdot \cos(\alpha_{l4}) - N_{f3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) \quad (8.145)$$

$$M_{k4} = M_{kf3} \cdot \cos(\alpha_{l4}) + M_{zf3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) \quad (8.146)$$

$$M_{y4} = M_{yf3} - T_{zf3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) \cdot x_4 + N_{f3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) \cdot x_4 \quad (8.147)$$

$$M_{z4} = M_{zf3} \cdot \cos(\alpha_{l4}) - M_{kf3} \cdot \sin(\alpha_{l4}) + T_{yf3} \cdot x_4 \quad (8.148)$$

 5. interval $\rightarrow x_5 \in \langle 0; l_5 \rangle$


Obr. 58 VVÚ – 5. interval

$$N_5 = N_{f4} + N_p \cdot \sin(\alpha_p) + T_{zP} \cdot \cos(\alpha_p) + F_{Px} \quad (8.149)$$

$$T_{y5} = T_{yf4} + T_{yP} + F_{Py} \quad (8.150)$$

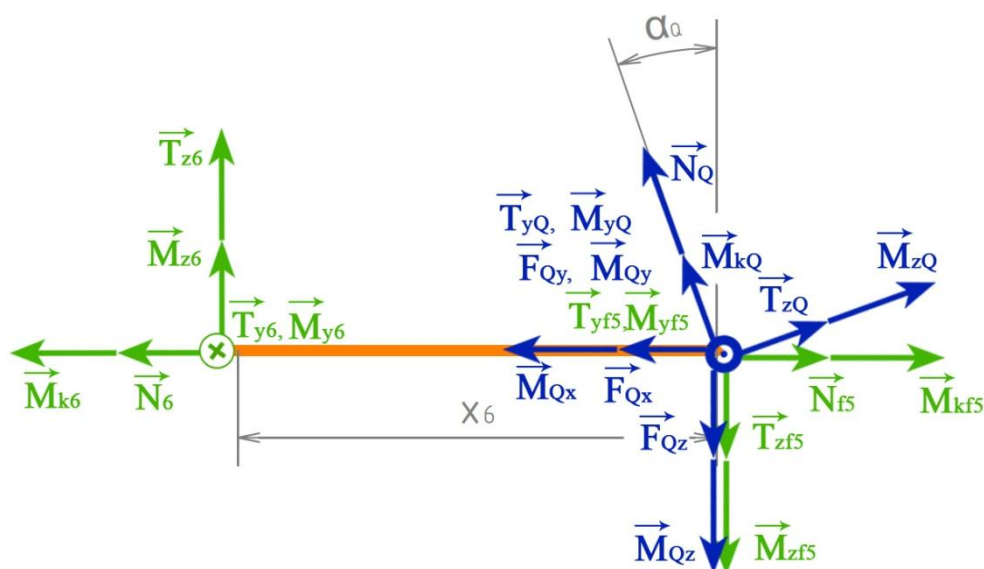
$$T_{z5} = F_{Pz} - N_p \cdot \cos(\alpha_p) + T_{zP} \cdot \sin(\alpha_p) + T_{zf4} \quad (8.151)$$

$$M_{k5} = M_{kf4} + M_{Px} + M_{zP} \cdot \cos(\alpha_p) + M_{kP} \cdot \sin(\alpha_p) \quad (8.152)$$

$$M_{y5} = M_{yf4} + M_{Py} + M_{yP} - T_{zf4} \cdot x_5 - F_{Pz} \cdot x_5 - T_{zP} \cdot \sin(\alpha_p) \cdot x_5 + N_p \cdot \cos(\alpha_p) \cdot x_5 \quad (8.153)$$

$$M_{z5} = M_{zf4} + T_{yf4} \cdot x_5 + M_{Pz} + M_{zP} \cdot \sin(\alpha_p) - M_{kP} \cdot \cos(\alpha_p) + F_{Py} \cdot x_5 + T_{yP} \cdot x_5 \quad (8.154)$$

6. interval $\rightarrow x_6 \in \langle 0; l_6 \rangle$



Obr. 59 VVÚ – 6. interval

$$N_6 = N_{f5} - F_{Qx} + T_{zQ} \cdot \cos(\alpha_Q) - N_Q \cdot \sin(\alpha_Q) \quad (8.155)$$

$$T_{y6} = T_{yf5} + F_{Qy} + T_{yQ} \quad (8.156)$$

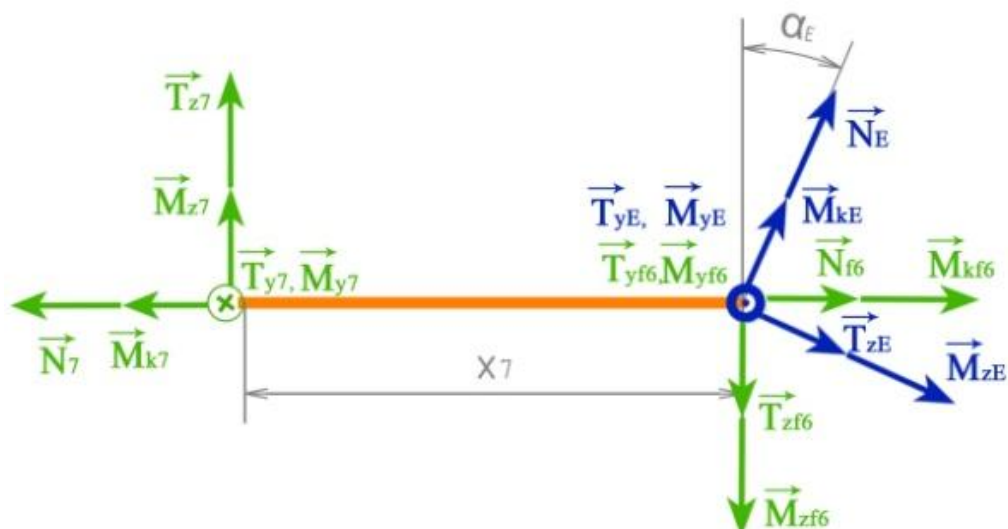
$$T_{z6} = T_{zf5} + F_{Qz} - N_Q \cdot \cos(\alpha_Q) - T_{zQ} \cdot \sin(\alpha_Q) \quad (8.157)$$

$$M_{k6} = M_{kf5} - M_{Qx} + M_{zQ} \cdot \cos(\alpha_Q) - M_{kQ} \cdot \sin(\alpha_Q) \quad (8.158)$$

$$M_{y6} = M_{yf5} + M_{yQ} + M_{Qy} - T_{zf5} \cdot x_6 - F_{Qz} \cdot x_6 + N_Q \cdot \cos(\alpha_Q) \cdot x_6 + T_{zQ} \cdot \sin(\alpha_Q) \cdot x_6 \quad (8.159)$$

$$M_{z6} = M_{zf5} + M_{Qz} - M_{kQ} \cdot \cos(\alpha_Q) - M_{zQ} \cdot \sin(\alpha_Q) + T_{yf5} \cdot x_6 + T_{yQ} \cdot x_6 + F_{Qy} \cdot x_6 \quad (8.160)$$

7. interval $\rightarrow x_7 \in \langle 0; l_7 \rangle$



Obr. 60 VVÚ – 7. interval

$$N_7 = N_{f6} + T_{zE} \cdot \cos(\alpha_E) + N_E \cdot \sin(\alpha_E) \quad (8.161)$$

$$T_{y7} = T_{yf6} + T_{yE} \quad (8.162)$$

$$T_{z7} = T_{zf6} + T_{zE} \cdot \sin(\alpha_E) - N_E \cdot \cos(\alpha_E) \quad (8.163)$$

$$M_{k7} = M_{kf6} + M_{zE} \cdot \cos(\alpha_E) + M_{kE} \cdot \sin(\alpha_E) \quad (8.164)$$

$$M_{y7} = M_{yf6} + M_{yE} - T_{zf6} \cdot x_7 - T_{zE} \cdot \sin(\alpha_E) \cdot x_7 + N_E \cdot \cos(\alpha_E) \cdot x_7 \quad (8.165)$$

$$M_{z7} = M_{zf6} + M_{zE} \cdot \sin(\alpha_E) - M_{kE} \cdot \cos(\alpha_E) + T_{yf6} \cdot x_7 + T_{yE} \cdot x_7 \quad (8.166)$$

8.5. Výsledky VVÚ páteřového rámu

Zde jsou uvedeny hodnoty složek VVÚ pro konce všech intervalů.

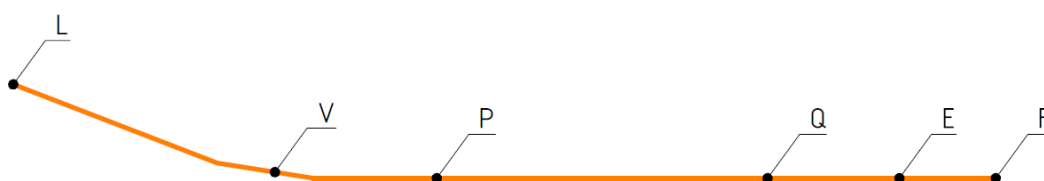
	Klid			Brzdění		
	N_f	T_{zf}	M_{yf}	N_f	T_{zf}	M_{yf}
1.interval	-84	220	-123 950	320	409	-230 400
2.interval	-37	233	-157 430	398	333	-278 350
3.interval	310	-760	91 463	-115	-995	-215 430
4.interval	188	-800	123 450	-269	-965	-189 130
5.interval	792	-182	324 860	504	-283	116 500
6.interval	213	271	539 210	198	122	338 500
7.interval	350	727	346 380	331	554	189 650

Tab. 13 Výsledky VVÚ páteřového rámu pro první dva zátěžné stavy

	Zatáčka					
	N_f	T_{yf}	T_{zf}	M_{kf}	M_{yf}	M_{zf}
1.interval	-2	115	251	0	-141 730	64 860
2.interval	50	115	246	13 485	-177 200	80 003
3.interval	6	-409	-868	-426 260	-23 728	66 570
4.interval	-130	-409	-858	-410 600	2 392	54 251
5.interval	519	-217	-219	-289 450	240 480	-290 280
6.interval	120	-140	139	-178 250	438 970	-575 550
7.interval	286	296	673	-94 885	257 400	-488 020

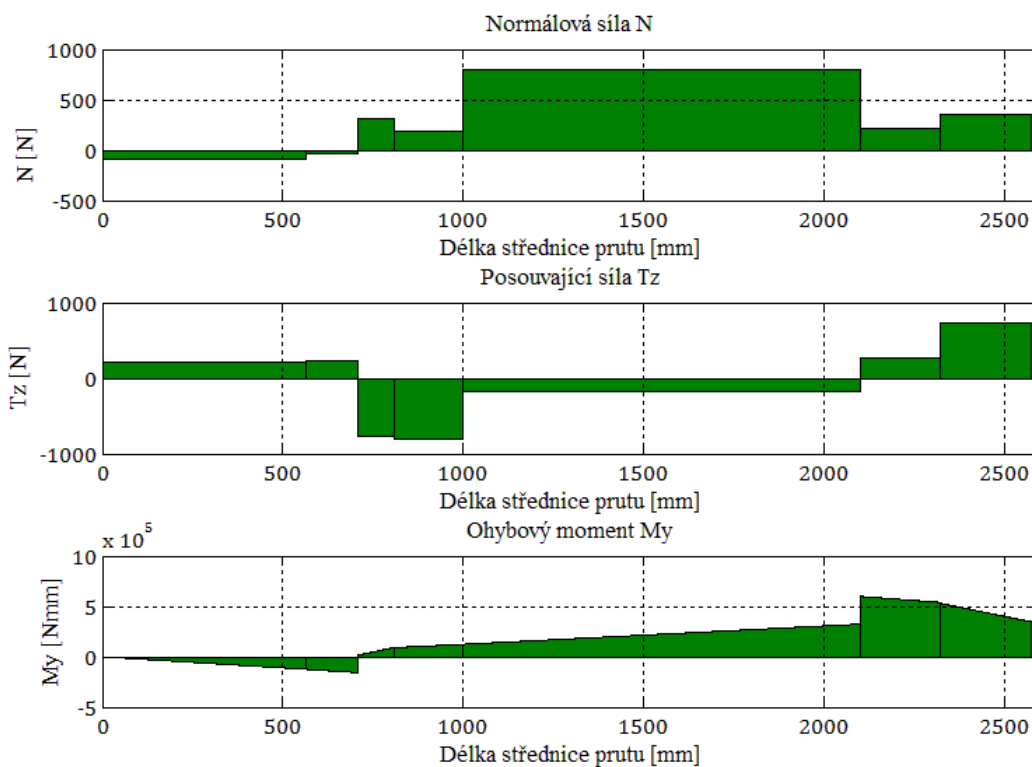
Tab. 14 Výsledky VVÚ páteřového rámu pro průjezd zatáčkou

8.6. Grafické znázornění VVÚ páteřového rámu



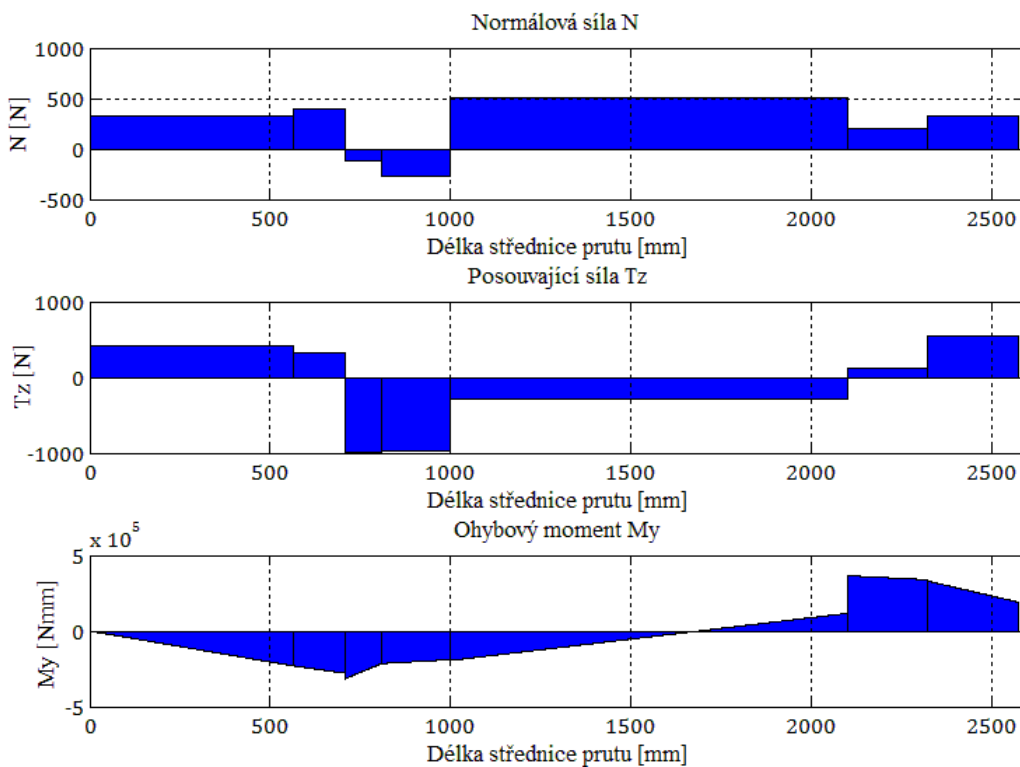
Obr. 61 Výpočtový model páteřového rámu

8.6.1. Klid



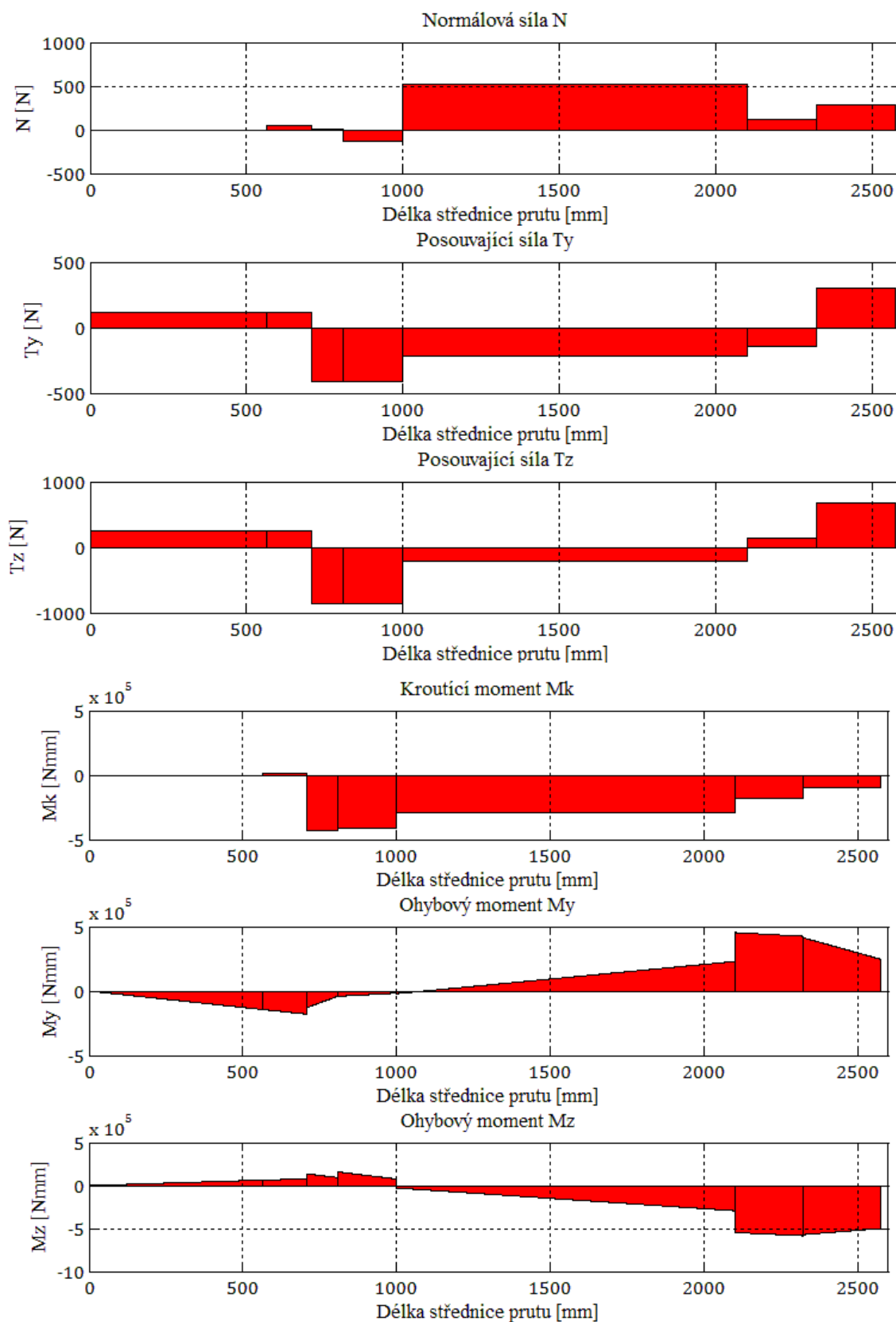
Obr. 62 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu v klidu

8.6.2. Brzdění



Obr. 63 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu při brzdění

8.6.3. Zatáčka



Obr. 64 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu při průjezdu zatáčkou

8.7. Výpočet posunutí

Součástí této bakalářské práce je rovněž výpočet posunutí v předem určeném místě. Jako bod, ve kterém se posunutí bude počítat, bylo zvoleno těžiště horní části těla zadního jezdce. Tento posuv bude počítán pro klidový stav, kdy jezdci na tříkolku nasednou. Hodnota posunutí bude vyjadřovat, o kolik jezdec při nasednutí poklesne. Tedy míru o jakou se pod posádkou prohne celý rám. Velikost posunutí bude určena z energie napjatosti celého rámu. Do té se bude započítávat pouze vliv od ohybového momentu. Výjimkou je náprava, kde bude mít značný vliv i krouticí moment. Abychom vůbec posuv mohli počítat, je nutné vyjádřit si veškeré zatížení jako funkci zatížení vnějšího.

$$u = \frac{\partial W}{\partial F_{G21}} = \frac{\partial W_{Mo}}{\partial F_{G21}} + \frac{\partial W_{Mk}}{\partial F_{G21}} \quad (8.167)$$

$$\frac{\partial W_{Mo}}{\partial F_{G21}} = \int_{\Gamma} \frac{M_{yi}}{E \cdot J_{yi}} \cdot \frac{\partial M_{yi}}{\partial F_{G21}} \cdot dx_i \quad (8.168)$$

$$\frac{\partial W_{Mk}}{\partial F_{G21}} = \int_{\Gamma} \frac{M_{ki}}{G \cdot J_{Pi}} \cdot \frac{\partial M_{ki}}{\partial F_{G21}} \cdot dx_i \quad (8.169)$$

Pro přehlednost a z důvodu náročnosti na prostor zde nejsou uvedeny rovnice v úplném tvaru.

Výsledkem rovnice (8.167) je velikost posunu těžiště horní části těla zadního jezdce.

$$u = 2,8 \text{ mm} \quad (8.170)$$

Posuv těžiště vyšel kladný, tudíž ve směru působení tíhové síly, jak se předpokládalo.

8.8. Napětí

Z grafů průběhů výsledných vnitřních účinků vyplývá, že největšího napětí na rámu bude dosaženo v bodě Q . Postup výpočtu napětí je shodný s výpočtem napětí u nápravy. Průběhy napětí v průřezu jsou také stejné. Největší napětí tedy bude opět na okraji profilu páteřového rámu.

Pro ohybový moment působící v bodě Q při průjezdu zatáčkou platí:

$$M_0 = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

Velikosti složek VVÚ v kritickém místě	Zátěžný stav		
	Klid	Brzdění	Zatáčka
N_{max} [N]	792	504	519
M_{Omax} [Nmm]	599 910	365 750	719 220
M_{Kmax} [Nmm]	-	-	-289 450

Tab. 15 Velikosti složek VVÚ v kritickém místě rámu

a) Klid a brzdění

$$\sigma_{red} = \sigma_N + \sigma_0 \quad (8.171)$$

b) Průjezd zatáčkou

$$\sigma_{red} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_0)^2 + 4 \cdot \tau_K^2} \quad (8.172)$$

Napětí	Zátěžný stav		
	Klid	Brzdění	Zatáčka
σ_N [MPa]	1,75	1,1	1,2
σ_0 [MPa]	96	59	115
τ_K [MPa]	-	-	23
σ_{red} [MPa]	98	60	125

Tab. 16 Redukované napětí

8.9. Bezpečnost

a) Klid

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{98} = 1,53 \quad (8.173)$$

b) Brzdění

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{60} = 2,5 \quad (8.174)$$

c) Zatáčka

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{150}{125} = 1,2 \quad (8.175)$$

9. ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce byla výpočtová napjatostní, deformační a bezpečnostní analýza rámu tandémové tříkolky využitím přístupů prosté pružnosti.

Úloha byla řešena pro tři typické zátěžné stavy. Řešení problému bylo provedeno ve dvou krocích. Po vytvoření vhodného výpočtového modelu proběhla nejdříve kompletní analýza přední nápravy a následně na to analýza zbytku rámu.

U přední nápravy bylo pro všechny zátěžné stavy nejkritičtější místo vetknutí nápravy k páteřovému rámu tříkolky. V tomto místě dosahovalo napětí nejvyšších hodnot. Nejlépe náprava snášela klidový stav, respektive rovnoměrný pohyb. Napětí v tomto případě dosahovalo hodnoty $52,4 \text{ MPa}$ a bezpečnost byla $k = 2,86$. O něco většího napětí bylo dosaženo při prudkém brzdění, kdy hodnota bezpečnosti nápravy klesla na hodnotu $k = 2,2$. Největšího napětí ovšem bylo dosaženo při průjezdu zatáčkou. V tomto případě vyskočilo na hodnotu 73 MPa a bezpečnost $k = 2,05$. Vypočtená napětí nejsou vzhledem k mezi kluzu materiálu vysoká a bezpečnost je v případě přední nápravy dostačující.

V případě páteřového rámu se největší redukované napětí objevilo pod zadní sedačkou. V klidovém stavu se rovnalo 98 MPa , pro které vyšla bezpečnost $k = 1,53$. Pro tento stav byl spočten posuv v místě těžiště zadního jezdce, který byl $u = 2,8 \text{ mm}$. Tento posuv vyjadřoval, o kolik poklesl jezdec při nasednutí na tříkolku.

Při prudkém brzdění, kdy na posádku působila setrvačná síla, napětí dle očekávání v místě uchycení zadní sedačky k rámu pokleslo. To mělo za následek nárůst napětí v místě vetknutí rámu. Maximální hodnota redukovaného napětí ovšem stále zůstala pod zadní sedačkou. V tomto případě vyšla 60 MPa a bezpečnost $k = 2,5$. V případě, kdy by k prudkému brzdění došlo na povrchu s vyšším součinitelem smykového tření, lze předpokládat, že by redukované napětí mělo maximum právě v místě vetknutí přední nápravy. Bezpečnost by ale i v takovém okamžiku byla vyhovující.

U výpočtu průjezdu ostrou zatáčkou bylo nejdříve nutné zkontrolovat, který z mezních stavů nastane dříve. Z výsledků vyplynulo, že by se tříkolka dříve dostala do smyku, než by nastal mezní stav klopení. Z důvodu bezpečnosti posádky a většího namáhání rámu byla ovšem analýza provedena právě pro mezní stav klopení. Redukované napětí vyšlo 125 MPa , čemuž odpovídá bezpečnost $k = 1,2$.

Vzhledem k tomu, že při výpočtu nebylo bráno v úvahu rázové navýšení zatížení, ke kterému by mohlo dojít například při nájezdu na nerovnost terénu, dále byl zanedbán vliv od tepelně ovlivněných oblastí v blízkosti svarů, který snižuje hodnotu meze kluzu, dalo by se očekávat, že bezpečnost páteřového rámu při průjezdu zatáčkou by nemusela být vyhovující. V tomto případě by byla nutná změna geometrie, popřípadě změna materiálu rámu.

POUŽITÉ ZDROJE

- [1] HLUCHÝ, Michal. Malý exkurz do historie lehokol. ZEMÁNEK, Aleš. *Alternativní cyklistika* [online]. 16.7.2010 [cit. 2014-02-12]. Dostupné z: <http://www.alternativni-cyklistika.cz/lehokola/maly-exkurz-do-historie-lehokol/>
- [2] MALOVANÁ, Simona. Stručná historie lehokol. BERKA, Jiří. *Cykloplanet* [online]. © 2014 [cit. 2014-02-12]. Dostupné z: <http://www.cykloplanet.cz/blog/strucna-historie-lehokol/>
- [3] ZEMÁNEK, Aleš. Proč lehokola. *Azub/Bike* [online] ©2010 [cit. 2014-02-13]. Dostupné z: <http://www.azub.cz/proc-lehokola/>
- [4] Lehokolo. *Wikipedie* [online] 25.5.2013 [cit. 2014-02-13]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Lehokolo>
- [5] ZEMÁNEK, Aleš. O Nás. *Azub/Bike* [online] ©2010 [cit. 2014-02-13]. Dostupné z: <http://www.azub.cz/o-nas/>
- [6] The Viking Recumbent Tandem Trike. *Youtube* [online]. 11.06.2010 [cit. 2014-02-13]. Dostupné z: https://www.youtube.com/watch?v=URO_HweHwos. Kanál uživatele AtomicZombieExtremeMachines.
- [7] VRBKA, Jan. *Pružnost a pevnost I*. Brno, 2012. Učební text. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.
- [8] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK a Jan VRBKA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. 2.vyd. Brno: VUT, 1992, 287 s. ISBN 80-214-0468-x.
- [9] ALUMECO. Mechanické vlastnosti: Profily – EN AW-6060 / EN AW-6082. *Alumeco.cz* [online] ©2012 [cit. 2014-04-08]. Dostupné z: http://www.alumeco.cz/Technické_info/Mechanické_vlastnosti/Profily.aspx
- [10] ALUSELECT. Physical and Elastic Properties. *Aluminium.matter.org.uk* [online] © 2001-2011 [cit. 2014-04-08]. Dostupné z: http://aluminium.matter.org.uk/aluselect/03_physical_browse.asp

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Francis Faure při prolomení rychlostního rekordu [2].....	19
Obr. 2 Skutečný tvar rámu	21
Obr. 3 Lomený prut vetknutý na obou koncích	21
Obr. 4 Výsledné zjednodušení	22
Obr. 5 Průřez a střednice prutu [7, str. 44].....	22
Obr. 6 Vazbové a zatěžovací předpoklady [7, str. 45].....	23
Obr. 7 Průřez ψ kolmý ke zdeformované střednici γ [7, str. 45]	23
Obr. 8 Normálové a smykové napětí u prutu [7, str. 46]	24
Obr. 9 Poloha globálního souřadného systému.....	26
Obr. 10 Základní rozměry rámu (pohled z boku)	26
Obr. 11 Základní rozměry tříkolky (pohled zepředu)	27
Obr. 12 Síly působící na tříkolku v prvním zátěžném stavu	28
Obr. 13 Silové působení při prudkém brzdění	29
Obr. 14 Silové působení při průjezdu zatáčkou	30
Obr. 15 Směry sil působících při průjezdu zatáčkou	31
Obr. 16 Profil přední nápravy (vlevo) a páteřového rámu (vpravo)	33
Obr. 17 Rozměry nápravy	34
Obr. 18 Souřadný systém nápravy	34
Obr. 19 Rozložení normálové síly	35
Obr. 20 Rozložení třecí síly	36
Obr. 21 Rozklad síly F_{1z}	36
Obr. 22 Rozklad síly F_{1x}	37
Obr. 23 Vzdálenost kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy.....	38
Obr. 24 Pomocné rozměry pro určení vzdálenosti bodu kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy.....	38
Obr. 25 Zobrazení ramen působících sil v prostoru.....	39
Obr. 26 Zobrazení ramen z pohledu z boku a z roviny nápravy.....	39
Obr. 27 VVÚ nápravy - 1. interval	41
Obr. 28 VVÚ náprava – 2. interval.....	41
Obr. 29 VVÚ nápravy – 3. interval.....	42
Obr. 30 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy v klidu	44
Obr. 31 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy při brzdění	45

Obr. 32 Průběhy složek VVÚ po střednici nápravy při průjezdu zatáčkou	46
Obr. 33 Průběhy napětí v průřezu přední nápravy.....	47
Obr. 34 Označení bodů a těles rámu tříkolky	50
Obr. 35 Rozložení tíhy prvního jezdce	50
Obr. 36 Rozložení tíhy druhého jezdce	51
Obr. 37 Rozložení setrvačných a odstředivých sil 1	52
Obr. 38 Rozložení setrvačných a odstředivých sil 2	53
Obr. 39 Zadní sedačka – úplné uvolnění	54
Obr. 40 Zadní sedačka - částečné uvolnění	55
Obr. 41 Úhly mezi silami a podpěrami – zadní sedačka	55
Obr. 42 Úplné uvolnění – přední sedačka	60
Obr. 43 Přední sedačka – částečné uvolnění	61
Obr. 44 Úhly mezi silami a podpěrami – přední sedačka.....	61
Obr. 45 Těleso č. 3 – úplné uvolnění.....	64
Obr. 46 Těleso č. 3 – částečné uvolnění	65
Obr. 47 VVÚ tělesa č. 3 - 1. Interval.....	66
Obr. 48 VVÚ tělesa č. 3 - 2. Interval.....	67
Obr. 49 VVÚ tělesa č. 3 - 3. Interval.....	68
Obr. 50 Těleso č. 4	72
Obr. 51 Působíště a úhly sil působících na páteřový rám.....	73
Obr. 52 Síly v bodech F, E a Q.....	74
Obr. 53 Zatížení v bodech P, V a L.....	74
Obr. 54 VVÚ – 1. interval	77
Obr. 55 VVÚ – 2. interval	77
Obr. 56 VVÚ – 3. interval	78
Obr. 57 VVÚ – 4. interval	79
Obr. 58 VVÚ – 5. interval	79
Obr. 59 VVÚ – 6. interval	80
Obr. 60 VVÚ – 7. interval	81
Obr. 61 Výpočtový model páteřového rámu	82
Obr. 62 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu v klidu.....	83
Obr. 63 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu při brzdění	83
Obr. 64 Průběhy složek VVÚ páteřového rámu při průjezdu zatáčkou	84

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Síly působící na tříkolku v prvním zátěžném stavu	28
Tab. 2 Síly působící na tříkolku v druhém zátěžném stavu	30
Tab. 3 Síly působící na tříkolku ve třetím zátěžném stavu	31
Tab. 4 Síly a momenty působící v počátku nápravy	40
Tab. 5 Výsledky VVÚ nápravy.....	43
Tab. 6 Velikosti složek VVÚ v kritickém místě nápravy	48
Tab. 7 Redukované napětí.....	48
Tab. 8 Výsledné zatížení – zadní sedačka.....	59
Tab. 9 Výsledné zatížení – přední sedačka	63
Tab. 10 Výsledné zatížení – rám.....	71
Tab. 11 Výsledné zatížení – těleso č.4.....	73
Tab. 12 Síly a momenty působící na páteřový rám.....	76
Tab. 13 Výsledky VVÚ páteřového rámu pro první dva zátěžné stavy	82
Tab. 14 Výsledky VVÚ páteřového rámu pro průjezd zatáčkou	82
Tab. 15 Velikosti složek VVÚ v kritickém místě rámu.....	86
Tab. 16 Redukované napětí.....	86

SEZNAM PŘÍLOH

I. CD-ROM

- Výpočty_MATLAB
- Výkres tříkolky