

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY

---

**Mgr. Zuzana Plšková**

**Rozvoj prostorové představivosti žáků ZŠ**

DISERTAČNÍ PRÁCE

**Školitel:** PaedDr. Anna Stopenová, Ph. D.

Olomouc 2010

Autor: Mgr. Zuzana Plšková

Název: **Rozvoj prostorové představivosti žáků ZŠ**

Studijní obor: Pedagogika

Školitel: PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.

Oponenti práce: prof. PhDr. Miroslav Chráska, CSc.

doc. PhDr. Oliver Žídek, CSc.

Místo obhajoby a vystavení práce: Pedagogická fakulta UP Olomouc

Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracovala samostatně a použila jen uvedené prameny a literatury.

V Olomouci dne 30. 8. 2010

.....

Děkuji svému školiteli PaedDr. Anně Stopenové, Ph. D. za odborné vedení a poskytování cenných rad i materiálových podkladů pro práci. Ráda bych také poděkovala všem ředitelům základních škol a gymnázií za umožnění šetření na jejich školách.

# Obsah

<b>ÚVOD</b> .....	8
<i>TEORETICKÁ ČÁST</i> .....	11
<b>1 PŘEDSTAVIVOST A PROMĚNY POJETÍ TOHOTO POJMU</b> .....	12
1.1    Poznávací procesy.....	15
1.1.1    Vývoj zrakového vnímání a vývoj představivosti .....	16
1.2    Psychologická a anatomická podstata vnímání prostoru .....	19
1.2.1    Anatomická a funkční organizace zrakového systému.....	19
1.2.2    Percepční schopnosti.....	20
1.2.3    Principy prostorové představivosti .....	24
1.2.4    Prostorová představivost a rozdíly podmíněné pohlavím člověka .....	25
<b>2 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST V HODINÁCH MATEMATIKY</b> .....	27
2.1    Anaglyfy ve vzdělávacím procesu na ZŠ .....	28
2.2    Anaglyf ve výuce geometrie .....	30
2.3    Historie stereoskopie a anaglyfů.....	32
2.4    Další využití anaglyfů .....	34
<b>3 VZDĚLÁVÁNÍM K ROZVOJI PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI</b> .....	38
3.1    Konstruktivismus ve vyučování matematice .....	39
3.2    Vizualizační prostředky ve výuce.....	43
3.3    Základní pravidla při vizuální prezentaci .....	44
3.4    Vliv hudby na prostorovou představivost.....	47
<i>EMPIRICKÁ ČÁST</i> .....	50
<b>4 VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ</b> .....	51
4.1    Charakteristika výzkumného souboru .....	52
4.2    Vymezení výzkumného problému a formulace hypotéz .....	53
4.3    Metody sběru dat, charakteristika výzkumného nástroje.....	54

4.3.1	Nestandardizovaný didaktický test .....	54
4.3.2	Nestrukturované interview .....	55
4.4	Realizace výzkumného šetření – sběr dat .....	55
4.5	Metody zpracování získaných dat .....	56
4.5.1	Studentův t-test .....	56
4.5.2	U-test Manna a Whitneyho .....	57
4.5.3	Fisherův-Snedecorův F-test .....	58
<b>5</b>	<b>TESTOVÁNÍ HYPOTÉZ A INTERPRETACE VÝSLEDKŮ VÝZKUMNÉHO ŠETŘENÍ</b> .....	<b>60</b>
<b>6</b>	<b>POPISNÉ STATISTIKY ZÍSKANÝCH DAT</b> .....	<b>70</b>
6.1	Výsledky didaktického testu .....	70
6.2	Porovnání obtížnosti úloh .....	89
6.3	Výsledky rozhovoru .....	94
<b>7</b>	<b>PRŮZKUM STEREOSKOPICKÉHO VNÍMÁNÍ A PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI DĚTÍ PŘEDŠKOLNÍHO VĚKU</b> .....	<b>95</b>
<b>8</b>	<b>NÁMĚTY ČINNOSTÍ A ÚLOH VEDOUCÍ K ROZVOJI PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI</b> .....	<b>104</b>
8.1	Matematické představy dětí v předškolním věku .....	104
8.1.1	Hry pro rozvoj prostorové představitosti v předškolním věku .....	108
8.2	Rozvoj prostorové představitosti ve výuce na 1. stupni ZŠ .....	110
8.2.1	Činnosti podporující rozvoj prostorové představitosti žáků 1. stupně .....	113
8.3	Rozvoj prostorové představitosti na 2. stupni ZŠ .....	119
8.3.1	Tangram, didaktická pomůcka pro rozvoj prostorové představitosti všech věkových kategorií .....	119
8.4	Zábavné úlohy vedoucí k rozvoji prostorové představitosti .....	124
8.5	Rozvoj prostorové představitosti v hodinách matematiky .....	126
8.5.1	Zobrazování těles .....	126
8.5.2	Sítě těles .....	132

8.5.3	Mentální manipulace.....	135
8.6	Rozvoj prostorové představivosti v hodinách technické výchovy.....	138
<b>ZÁVĚR</b>	.....	144
	Seznam použité literatury .....	148
	Seznam zařazených grafů, tabulek a obrázků .....	155
	Přílohy.....	161
	Anotace disertační práce	

# Úvod

Problematika prostorové představivosti je zkoumána odborníky zejména v oboru psychologie a medicíny. Velmi málo je komplex problémů týkající se rozvíjení prostorové představivosti zkoumán z hlediska pedagogiky a matematiky (metodologie). Cílem této práce je podat ucelený pohled na tuto problematiku a podrobněji se věnovat prostorové představivosti a jejímu rozvoji ve výchovně vzdělávacím procesu. Zejména chceme přispět k vysvětlení jistých aspektů prostorové, resp. geometrické představivosti a doporučit takové metody, formy vzdělávání a úlohy, pomocí nichž lze tuto představivost rozvíjet. Je nutné si uvědomit, že každý žák má své specifické vzdělávací potřeby, a proto je třeba přizpůsobit výuku jeho aktuálním vědomostem, schopnostem a individuálním potřebám.

Prostorová představivost nás doprovází po celý život a na každém kroku, i když si to většina z nás ani neuvědomuje. Prostorová orientace se začíná vyvíjet již v kojeneckém věku, kdy se dítě učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů a orientovat se v nejbližším okolí. Vývoj začíná ve směru vertikálním, kdy si dítě díky zemské přitažlivosti osvojuje pojmy nahore – dole. Následuje pohyb předozadní a horizontální. O představivosti nemůžeme říct, že se jedná výhradně o schopnost matematickou či psychologickou. Jsou však obory lidské činnosti, ve kterých bychom se bez rozvinuté prostorové představivosti vůbec neobešli – mám na mysli např. sochařství nebo matematiku (geometrii).

Předložená disertační práce se skládá ze dvou částí. V první části, teoretické, se zabýváme vymezením základních pojmů dané problematiky, různými podstatami prostorové představivosti, rozvojem prostorové představivosti v hodinách matematiky i v průběhu celého vzdělávacího procesu. Při teoretickém studiu této oblasti, která je předmětem disertace, bylo použito metody komparace zkušeností a poznatků publikovaných v dostupné pedagogické, psychologické i odborně matematické literatuře. Prostorová představivost nám může sloužit k různým účelům. Může nám být užitečným nástrojem, pomocným způsobem myšlení, cestou k získání informací, způsobem



formulace úkolů nebo přímo prostředkem, kterým lze určitý problém vyřešit. Díky všestrannému využití a použití prostorové představivosti existuje velké množství různých definic tohoto slovního spojení. Je samozřejmé, že jinak bude pojem definovat psycholog, jinak neurolog a jiný bude pohled pedagoga. Proměnami pojetí tohoto pojmu se zabýváme v první kapitole. V dalších kapitolách chceme přispět k přiblížení dosavadních poznatků o prostorové představivosti v matematice (geometrii), ukázat možnost využití anaglyfu ve výuce a maximálně využít vzdělávací proces k rozvoji této představivosti.

Ve druhé části disertační práce, experimentální, je popsáno průzkumné šetření realizované na druhém stupni základních škol a víceletém gymnáziu. Dále pak uvádíme úlohy, náměty her a činností, které prostorovou představivost rozvíjejí a mohou být doporučeny učitelům. Pro zjištění, zda existují předpoklady pro zařazení činností a zaměstnání u dětí předškolního věku, které mají jistou souvislost s rozvíjením prostorové představivosti, byl uskutečněn i průzkum v mateřské škole.

Dílčí cíle disertační práce:

- Vymezit základní pojmy – prostorová představivost, geometrická představivost, prostorová inteligence,
- srovnat názory našich i zahraničních autorů, kteří z pedagogického, psychologického, přírodovědného i matematického hlediska popisují (hodnotí, analyzují) prostorovou představivost,
- pomocí vhodně volených her zjistit úroveň prostorové představivosti dětí předškolního věku,
- pomocí didaktického testu zjistit závislost výsledků testu na pohlaví žáka, na známce z matematiky a fyziky, na lateralitě žáka a jeho věku,
- zjistit, zda existuje možnost uplatnění činností související s rozvojem prostorové představivosti u dětí předškolního věku,

- vypracovat soubor úloh a činností, které umožní rozvoj prostorové představivosti ve vzdělávacím procesu.

.Zvyšování úrovně prostorové představivosti je možné nejen v hodinách geometrie, ale i v jiných vyučovacích předmětech. K podstatným změnám kvality prostorové představivosti dochází při činnostech s prostorovým materiálem různého charakteru a s jeho znázorňováním do roviny.

Musíme mít však na paměti, že vzhledem k nerovnoměrnému vývoji psychických funkcí žáků ZŠ je i jejich prostorová představivost na různé úrovni a závisí na vrozených předpokladech a získaných zkušenostech. Ale i žáci se slabšími dispozicemi mohou své schopnosti prostorového vnímání zlepšovat a rozvíjet pomocí vhodně volených úloh a činností.

Výsledky a závěry disertační práce pak uvádíme společně s přínosem a doporučením pro pedagogickou praxi v závěrečné části práce.

# **TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 Představivost a proměny pojetí tohoto pojmu

Prostorová představivost je dosud chápána dosti vágně a je spojována se spoustou dalších příbuzných pojmů: imaginace, obraznost, obrazotvornost, představa, fantazie, snění, intuice, inspirace, tvořivost, invence. V další části textu, tento pojem upřesníme a utřídíme jeho historické pojetí.

Jak uvádí Čačka “pojmy představa a fantazie jsou již obvykle definovány poměrně jednoznačně. Představa je specifikována jako „reprodukce vnímaného“, tedy „názorná forma paměti“, kdežto fantazie (phantasma – zjev, obraz; fantazesthai – jeviti se) se obecně chápe jako duševní činnost obohacující realitu o nejrůznější výtvořky, které jsou neskutečné – ať dočasně (touha, plán postupu, vynález atp.) či trvale (čert, vodník). Oproti bezprostřednímu vnímání vnější reality jsou tedy představy a fantazie vnitřními psychickými aktivitami subjektu, které se vzájemně liší jak charakterem svých postupů, tak produktů“(Čačka, 1999).

Širším pojmem prostorová inteligence se zabývá také Howard Gardner, který uvádí:

“Jádrem prostorové inteligence jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné vnější podněty nepůsobí“ (Gardner, 1999, str. 196). Tyto schopnosti nám umožňují konstruovat různé tvary a manipulovat s nimi.

Kabanová – Mellerová nazývá prostorovou představivostí představy, které odrážejí prostorové vlastnosti a vztahy předmětů. Tyto představy rozděluje na podoby paměti a představivost. Toto rozlišení je dáno podle procesu tvorby těchto vjemů. První jsou tvořeny činností prostorové paměti, druhé se vytvářejí procesem představivosti a ve svém celku se dělí na procesy reprodukcující a tvůrčí představivost (In Četveruchin, 1964).

Prostorová představivost bývá často zahrnována mezi psychické schopnosti. V psychologii přetrvávají dva různé názory na podstatu psychických schopností:

- 1) Schopnosti jsou psychické reality.
- 2) Schopnosti jsou matematické konstrukce, tedy, to co je měřitelné psychologickými testy (Stopenová, 1999)

Schopnosti mají nesporně psychologickou i fyziologickou podstatu. Vývoj schopností z vrozených vloh je samozřejmě výsledkem činnosti. Významným prostředím ovlivňujícím rozvoj schopností je hned po rodině škola. Kvalitní vzdělávací program nerozvíjí jenom znalosti a dovednosti žáků, ale pomáhá rozvíjet i jejich rozumové schopnosti, využívat potenciál vrozených dispozic. Následné zlepšení inteligence se projeví změnou postoje k dalšímu učení.

Prostorovou představivost můžeme zařadit mezi schopnost matematickou. I když je pravda, že tuto schopnost využíváme každodenně a lze ji rozvíjet v každé výuce.

Dušek upozorňuje, že rozvoj prostorové představivosti byl vždy pokládán za jeden z důležitých úkolů vyučování matematice (zejména geometrie). V prostorové představivosti se žáci cvičí v denním životě, ale také v různých předmětech ve škole – v tělesné výchově, v pracovní výchově, výtvarné výchově, zeměpise atd. Neznamená to ale, že představivost vypěstovaná v jednom oboru bude zárukou žádoucí úrovně představivosti v jiném oboru (Dušek, 1964).

Šarounová chápe prostorovou představivost ve shodě s Duškem jako geometrickou představivost a zabývá se podrobněji těmito složkami geometrické představivosti:

- 1) Schopnosti rozeznávat rovinné útvary
- 2) Představami o vztazích mezi útvary v rovině
- 3) Schopnosti rozeznávat tělesa v prostoru

- 4) Představami o vzájemných polohách těles a rovin v prostoru (Šarounová, 1982).

Rozvojem prostorové představivosti ve vyučování geometrie se zabývá také Jirotková. Tvrdí, že se prostorová představivost opírá o poznání tvarů předmětů, jejich rozmístění a pohyb v prostoru, a proto její rozvoj velmi úzce souvisí s rozvojem chápání pojmu geometrický útvar. Geometrické útvary jsou abstrakcí skutečných reálných objektů, tak i prostorová představivost rozvíjená v geometrii má abstraktní charakter. Proto se v literatuře často rozlišuje prostorová představivost obecně a geometrická představivost.

Jirotková charakterizuje tři formy úrovně prostorové představivosti:

- 1) Nejnižší formou prostorové představivosti je intuitivní prostorová představivost. Rozumí se jí schopnost vybavovat si (představovat si):
  - a) Dříve viděné (vnímané) objekty v trojrozměrném prostoru a vybavovat si jejich vlastnosti, polohu a prostorové vztahy.
  - b) Dříve nebo v daném momentě viděné (vnímané) objekty v jiné poloze než jaké byly nebo jsou skutečně vnímány.
  - c) Objekty v prostoru na základě jejich rovinného obrazu.
  - d) Neexistující reálný objekt v trojrozměrném prostoru na základě slovního popisu.
  
- 2) Geometrickou představivostí se rozumí schopnost:
  - a) Abstrahovat z reálné skutečnosti konkrétních objektů jejich geometrické vlastnosti a vidět v nich modely geometrických útvarů v jejich čisté podobě.
  - b) Představovat si geometrické útvary, vztahy mezi nimi na základě jejich jednoduchých modelů, představit si geometrické útvary v nejrůznějších vzájemných vztazích, a to i takových, v nichž nemohou být předvedeny pomocí hmotných modelů geometrických útvarů.
  - c) Mít zásobu představ geometrických útvarů a schopnost vybavovat si jejich nejrůznější podoby a polohy.

- 3) Prostorové a geometrické schematické myšlení je činnost (schopnost), která na základě prostorových a geometrických představ dovede:
- a) Vyvodit závěry, popřípadě si vytvořit nové představy, a umí takové nové představy vyjádřit nebo realizovat.
  - b) Myšlenkově konstruovat prostorové obrazy – geometrické útvary a provádět s nimi operace, které umí vyjádřit nebo realizovat.
  - c) Vyjádřit graficky, diagramem, grafem nebo jiným geometrickým schématem vztahy a závislosti existující v realitě, vlastnosti různých matematických pojmů a jevů i vztahy a závislosti mezi nimi, popřípadě umí takto vyjádřit probíhající děj.
  - d) Představit různé vztahy, jevy, závislosti existující v realitě i čistě matematické, jsou-li vyjádřeny geometrickým schématem.
  - e) Využívat grafických metod k řešení praktických úloh i matematických problémů (Jirotková, 1986).

F. Kuřina říká, že v matematice je obvyklé chápat představivost, vybavování neznámého, příliš úzce, a to jako geometrickou představivost. Ta je ovšem složkou prostorové představivosti a tu lze zase považovat za součást představivosti neboli fantazie v obecném slova smyslu. Představivost je ovšem předpokladem a podstatnou složkou tvořivosti ve všech oborech lidské činnosti (Kuřina, 1992).

## **1.1 Poznávací procesy**

V oblasti problematiky vnímání existují letité otázky a tou nejzásadnější zůstává, zda jsou schopnosti vnímat získané či vrozené – známý problém dědičnosti a výchovy. Současní filozofové již nevěří „buď – anebo“. Nikdo v současnosti nepochybuje o tom, že vnímání je ovlivněno jednak geneticky a jednak získanými faktory. Otázkou však je, do jaké míry mají vliv vrozené a do jaké míry získané zkušenosti. Složitý vývoj provází zvláště vnímání tvaru, prostoru, vzdálenosti a času. Studium prostorového vnímání se zabýval Josef

Campos se svými kolegy, který prokázal, že novorozenci jsou schopny prostorového vnímání, ale je zapotřebí rané zkušenosti, aby tato dispozice byla dále rozvíjela.

Některé vrozené schopnosti jako je např. vnímání tvaru se však vyvíjí až poté, co se vyvinou jiné, jednodušší schopnosti např. vnímání detailů. Další vrozené schopnosti mohou vyžadovat jisté působení okolí po určitou dobu, aby mohla konkrétní schopnost dozrát. Z těchto důvodů studie vrozených schopností sledují vývoj vnímání od první minuty života po celé rané dětství (Kassin, 2007). Pro mou další práci je zásadní vývoj zejména zrakového vnímání a představivosti.

### **1.1.1 Vývoj zrakového vnímání a vývoj představivosti**

#### **Novorozené období**

Během prvního měsíce života není novorozenec schopen rozlišovat jemné detaily, jeho zraková soustava je schopna vnímat pouze relativně velké objekty. „Novorozenec nejlépe zrakově vnímá podněty ze vzdálenosti 25 – 30 cm“ (Čížková a kol. 2001). I takové vidění je dostačující k tomu, aby byly vnímány výrazné charakteristiky objektů, včetně některých rysů tváře. Zajímavá je raná citlivost dítěte vůči některým rysům tvaru. Už třídní novorozenec bude zaměřovat své oční pohyby k rohům a hranám trojúhelníku a nepozoruje obrázek náhodně (Salapatek, 1975). Z toho vyplývá, že pro novorozence jsou některé tvary zajímavější než ostatní. Děti upřednostňují tvary připomínající lidský obličej, děti totiž upřednostňují křivky před rovnými liniemi (Atkinson, 2003). Už tříměsíční kojeneček je schopen na fotografii rozpoznat rysy matky od neznámé ženy. Oční kontakt s matkou je velmi důležitý pro přirozenou stimulaci dítěte.

#### **Kojenecké období**

Během kojeneckého období se dítě učí adekvátní zrakové percepci, kterou podmiňuje schopnost fixace předmětu, konvergence a akomodace. Kolem čtyř měsíců se dítě začíná natahovat po bližším ze dvou předmětů. Bližší předmět je



dítětem zjišťován pomocí binokulární disparity. Dítě ve věku šesti až sedmi měsíců, má vyvinuté vnímání hloubky na velmi dobré úrovni (test zrakového útesu – Gibson a Walk, 1960). Velký vývojový pokrok v oblasti poznávacích procesů nastává při prvních pokusech o lokomoci. Pohyb umožňuje dítěti, aby se samo přiblížilo k předmětům svého zájmu a seznamovalo se s nimi.

### **Období batolete**

V tomto věku, jak uvádí Čížková, dítě stále upřednostňuje vnímání dotekem, velký význam zejména kolem druhého roku věku má zrak a sluch. Prohlubuje se schopnost rozlišování základních smyslových kvalit (tvar, barva, velikost, tvrdost,...). „Ve druhém roce života se zdokonaluje v rozlišování tvarů, starší batole rozpozná základní geometrické tvary – koule, kostka, válec ...“ (Čížková a kol., 2001).

Představy jsou důležitým článkem mezi myšlením a praktickou činností batolat. Představivost je nejčastěji rozvíjena a také uplatňována při hře. Obsahem dětských představ je nejčastěji to, co dítě zažilo, tzv. vzpomínkové nebo paměťové představy.

### **Předškolní období**

U dítěte předškolního věku jsou poznávací procesy rozvíjeny velmi intenzivně. Děti tohoto věku vnímají své okolí celistvě (synkreticky), nevyčleňují podstatné části předmětů a není schopno rozeznat základní vztahy mezi nimi. Vnímání je v tomto věku aktivní a je spojeno s manipulativní činností a experimentováním. Toto bychom měli mít na mysli při vzdělávání všech věkových skupin, protože pasivní vnímání (učení), bez zapojení pohybu a řeči (pouhé poslouchání) je v rozporu s vývojovými zvláštnostmi dětí (žáků). Co se týká představivosti v tomto věkovém období, je vybavování představ velmi plynulé, dítě dokáže dovyprávět děj pohádky, popisuje prožité situace. Představivost se uplatňuje při námětových hrách, ale i mimo ně. Můžeme se setkat také s tím, že dítě pomocí fantazijních představ vysvětluje realitu. Představy jsou v tomto věku tak živé, že je samo dítě často neodlišuje od reálných vjemů a považuje je za realitu.

### **Období mladšího školního věku**

Vnímání se u školáků stává cílevědomým aktem, je to proces zaměřený na poznávání podstaty vlastnosti předmětů, rozlišování prostoru a času, nových vztahů a souvislostí. Jak uvádí ve své knize Čížková, „rostoucí schopnost analyzovat a diferencovat umožňuje stále kvalitnější poznávání. V této vývojové etapě dítě postupně přechází od vnímání konkrétních předmětů a jevů k vnímání všeobecnějšímu, kolem 10. – 11. roku je vnímání zhruba stejně přesné jako u dospělého, dítě má však méně zkušeností pro třídění informací a vyvozování souvislostí (zraková ostrost, rozlišení barev, tvarů a velikosti ...; nesnáze se objevují nejdéle v chápání prostorových vztahů a při vnímání času)“ (Čížková a kol., 2001). Náměty na činnosti pro rozvoj vnímání prostorových vztahů a znázorňování prostoru uvádím v další kapitole.

Představivost dosahuje u mladšího školáka vrcholu, ztrácí se typická spontánnost z předškolního období, žák stále více proniká do životní reality, rozlišuje skutečnost a fantazii. Vlivem soustavné školní práce a podnětností prostředí se velmi rozvíjí úmyslná, záměrná představivost. Jde o nejdůležitější moment ve vývoji představ, kdy u žáka dochází od bezděčného vzniku představ ke schopnosti záměrně vyvolávat potřebné představy a operovat s nimi.

### **Období staršího školního věku**

V percepci se na jedné straně zdokonaluje a zpřesňuje diskriminace podnětů, na druhé straně v tomto období dochází ke zhoršování percepční výkonnosti vlivem emoční lability a zvýšené nepozornosti. Často se u žáků v tomto věku setkáváme s tzv. denním sněním, které je způsobeno vzrůstajícím významem fantazie (spojuje reálné prožívání s ideálním světem). „Představy jsou obecnějšího charakteru, nejsou tak živé a prepubescent začíná pomalu proměňovat názorné představy, které jsou vytvořeny na základě konkrétní věci nebo události, na představy, které jsou ovlivněny rozvojem abstrakce“ (Čížková a kol., 2001).

## **1.2 Psychologická a anatomická podstata vnímání prostoru**

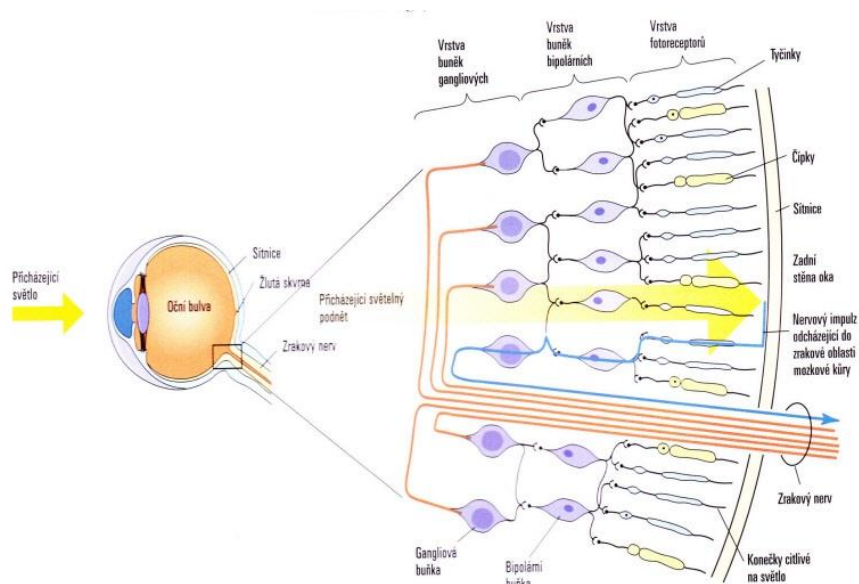
### **1.2.1 Anatomická a funkční organizace zrakového systému**

Informace, jejichž zdrojem je přibližně 120 milionů tyčinek a 6 milionů čípků sítnice každého oka, jsou prostřednictvím horizontálních, anakrinních a bipolárních buněk předány přibližně 1 milionu gangliových buněk. Podle maxima citlivosti na vlnovou délku světla se rozlišují čípky maximálně citlivé na krátké vlnové délky – S čípky, čípky maximálně citlivé na střední vlnovou délku – M čípky a čípky nejvíce citlivé na dlouhou vlnovou délku – L čípky.

Gangliové buňky sítnice se rozdělují také na několik typů – parasol, midget, bistratified – jejichž projekce směřuje do systému kontrolujícího oční pohyby.

Tyčinky vnímají světlo naopak čípky vnímají barvy. Elektromagnetické vlnění způsobuje v oku různé chemické reakce. Tyčinky zajišťují černobílé vidění, obsahují barvivo rodopsin tzv. zrakový purpur, který se při osvětlení štěpí na bezbarvý opsin a retinal, opsin pak podráždí zrakovou buňku. Za tmy dochází ke zpětné reakci, ta ale probíhá pomaleji, proto reakce oka ve tmě je delší. Čípky zajišťují barevné vidění. I na čípcích probíhají chemické reakce (chemické podráždění). Existují 3 typy čípků, které rozeznávají 3 základní barvy – červenou, modrou a zelenou. Při rovnoměrném podráždění všech 3 typů receptorů vzniká bílá barva. Při nerovnoměrném podráždění vznikají různé odstíny barev. Pro dobré vidění je třeba dostatek očních pigmentů umožňující chemickou reakci a jedním ze složek těchto pigmentů je vitamin A (nedostatek vitaminu A se proto projevuje zhoršeným viděním za šera). V místě nejostřejšího vidění jsou koncentrovány pouze čípky a říká se mu žlutá skvrna. Na sítnici existuje také místo, kde nejsou žádné receptory – slepá skvrna, když tedy dopadne paprsek světla na slepou skvrnu, nedojde k podráždění. Ta se nachází v místě vývodu zrakového nervu. Když dojde k podráždění receptorů, nervové vzruchy odchází zrakovým nervem (II. mozkový nerv – nervus

opticus), z každého oka vychází 1 nerv. Oba zrakové nervy se před hypofýzou kříží a spojují, pak vstupují do thalamu, z thalamu pak vedou do korového centra v týlním laloku koncového mozku (telencephalonu). Zrakové centrum v týlním laloku je také párové a zrakový nerv z levého oka jde do zrakového centra v pravé hemisféře, zatímco nerv z pravého oka vede do centra v levé hemisféře. Ve zrakovém centru se skládá výsledný obraz. Na sítnici vzniká obraz obrácený a dvojrozměrný (plochý), výsledkem činnosti mozku je obraz rovný a trojrozměrný (Koukolík, 2002)

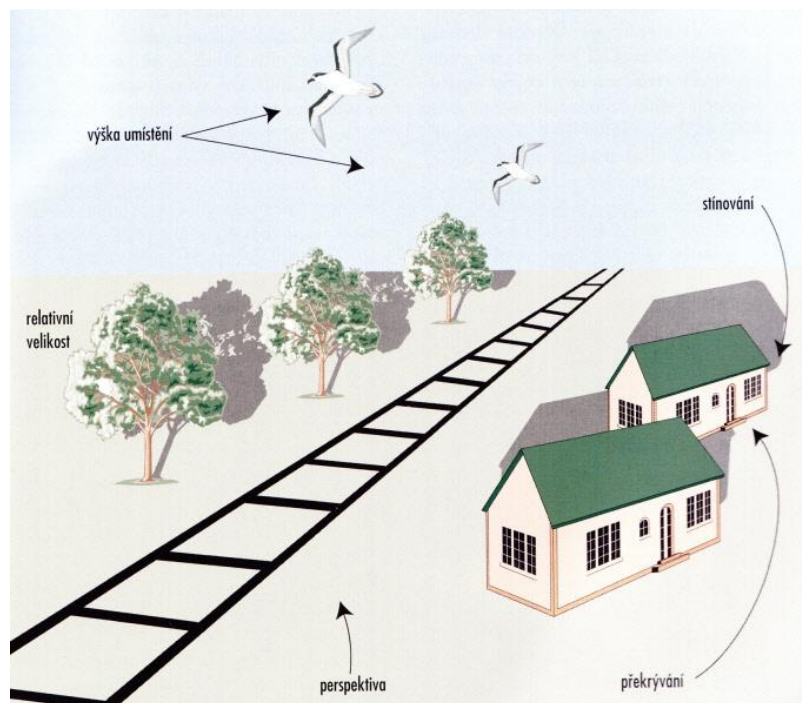


Obr. č. 1 Znárodnění lidského oka (Atkinson, 2003)

## 1.2.2 Percepční schopnosti

K tomu abychom mohli začít mluvit o představivosti, musíme vědět vše o principu zrakového vnímání. Abychom mohli určit, kde se reálný předmět nachází, musí nejprve odlišit objekt a jeho pozadí. Pokud se podnět skládá ze dvou různých odlišených oblastí, většinou vnímáme jeho část jako figuru a zbytek jako pozadí. Figura bývá vnímána zřetelněji než pozadí a zároveň ji vnímáme prostorově před pozadím. Tento způsob je nejzákladnější formou organizace vjemů. Obecně také platí, čím menší plocha nebo tvar, tím spíše je budeme vnímat jako předmět našeho zájmu (figuru).

Abychom věděli, kde se objekt nachází, musíme znát vzdálenost nebo hloubku. Tuto schopnost nám umožňují fyzikální vlastnosti očí. Sítnice, která je podkladem našeho vidění, je dvojrozměrnou strukturou (Atkinson, 2003).

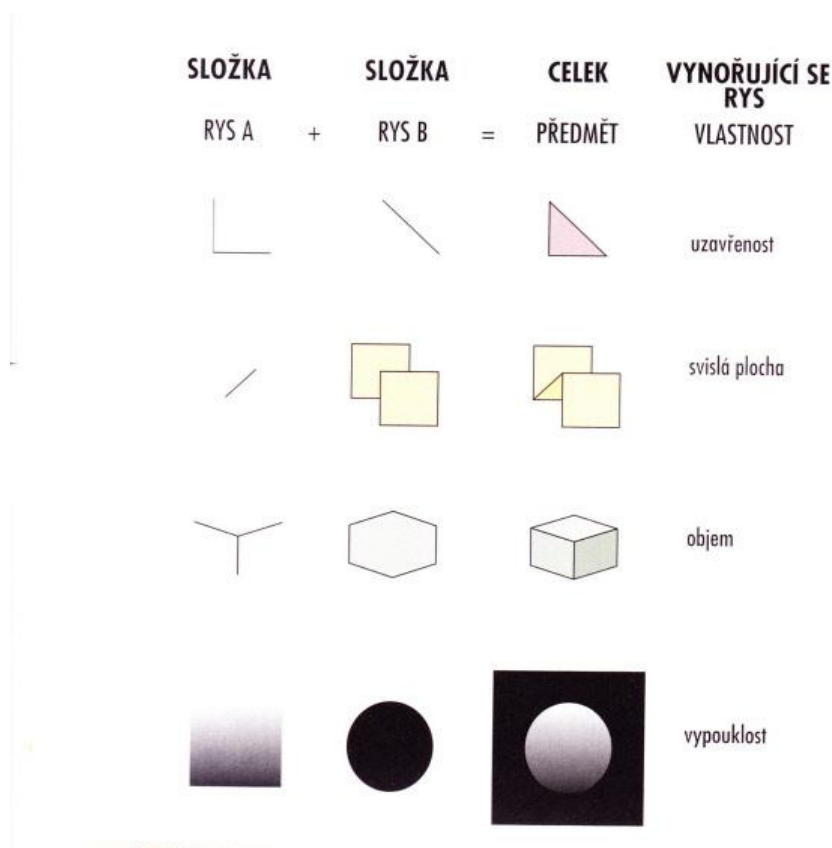


Obr. č. 2 Monokulární vodítka k odhadu vzdálenosti (Atkinson, 2003)

Obraz, který dorazí na sítnici je plochý a nemá žádnou hloubku. K odhadování vzdálenosti či hloubky v prostoru využíváme vodítka pro vnímání vzdálenosti. Informaci o vzdálenosti jsme schopni vnímat i při pozorování jedním okem. Mezi základní vodítka patří – relativní velikost - pokud se na obraze nachází několik podobných objektů různé velikosti (např. stromů), můžeme menší objekty považovat za vzdálenější. Druhým monokulárním vodítkem je překrývání, pokud v obraze jeden objekt překrývá druhý, je překrývaný objekt vnímán jako bližší. Třetí princip, který využívá naše oko k určení vzdálenosti je relativní výška umístění. Ze shodných objektů je vnímán jako vzdálenější ten, který je umístěn blíže horizontu. Čtvrtým vodítkem je lineární perspektiva. Pokud se nám zdá, že se rovnoběžné linie sbíhají, vnímáme je jako by se vzdalovaly (železniční koleje). Posledním základním vodítkem je stínování a stíny, které nám pomáhají určit nejen vzdálenost objektů, ale také jejich tvar a zdroj světla.

Pro zjištění hloubky, je vhodnější sledování oběma očima. Oči jsou od sebe vzdáleny a proto vidí trojrozměrný objekt z odlišného úhlu. Sloučením těchto dvou odlišných pohledů v mozku vzniká vjem hloubky objektů. Rozdíl v pohledu očí se nazývá binokulární disparita, největší je u objektů sledovaných z blízkosti a se zvětšující se vzdáleností objektů se naopak zmenšuje. Při vzdálenosti tři až čtyři metry je rozdíl natolik malý, že binokulární disparita přestává být užitečným vodítkem pro odhad hloubky.

Další důležitou funkcí vnímání, je schopnost rozpoznávání. Při rozpoznávání objektu si všímáme zejména tvaru, velikosti, barvy, struktury povrchu a pozice. Zdá se však, že nejzásadnější vlastností objektu v procesu rozpoznávání je tvar. Dokážeme poznat např. hrníček nezávisle na tom, je – li velký, nebo malý (proměnlivost velikosti), červený, nebo modrý (proměnlivost barev), hladký, nebo hrboletý (proměnlivost struktury povrchu), stojící, nebo nakloněný (proměnlivost pozice), (Atkinson, 2003). Schopnost rozpoznat hrníček je naopak velmi ovlivněn proměnami tvaru, pokud je část hrníčku zakryta, tak ho nemusíme poznat. Jedním z nejjasnějších důkazů o důležitosti tvaru při procesu rozpoznávání je skutečnost, že mnoho objektů poznáme stejně dobře na jednoduchém náčrtu znázorňujícím pouze obrys předmětu jako na podrobné barevné fotografii (Biederman a Ju, 1988). Hlavními stavebními kameny procesu vnímání tvaru jsou schopnosti mozku vnímat rysy – rohy, pruhy a rozhraní. K popisu tvaru totiž nestačí pouze tvar samotný, je třeba specifikovat i vztahy mezi jednotlivými rysy.

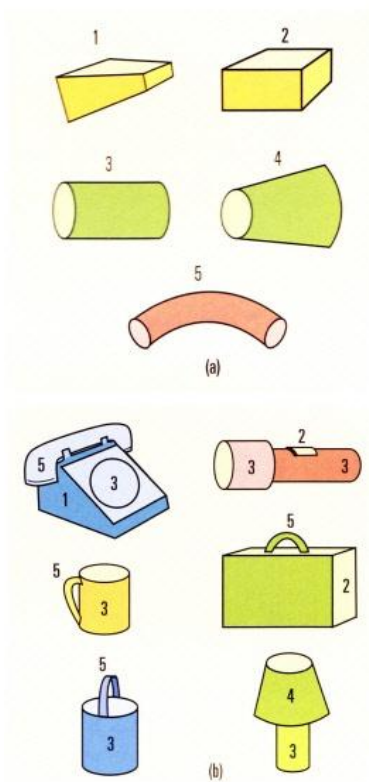


Obr. č. 3 Model vztahů mezi vnímanými rysy (Atkinson 2003)

Například jak uvádí Atkinson ve své knize, znaky pravého úhlu a diagonální úsečky musí být pro účel vytvoření trojúhelníku spojeny určitým způsobem. Při rýsování krychle je rovněž nutno spojit šestiúhelník a obrazec ve tvaru Y podle určitých pravidel. Tohoto vztahu mezi rysy si již dříve všimla tvarová (gestaltická) psychologie, když zdůraznila, že „celek je více než pouze souhrn částí“. Pokud se kombinují jednoduché dvojdimenzionální rysy, jako jsou linie, úhly a tvary, výsledné uspořádání je vysoce závislé na prostorových vztazích mezi jednotlivými rysy. Vynořují se i nové rysy, které jsou při percepčních činnostech dobře rozpoznatelné, i když vznikly na základě komplexních prostorových tvarů.

Rysy tvarů trojdimenzionálních objektů jsou složitější než pouze linie a zakřivení, můžeme říci, že se jedná o jednoduché geometrické útvary. Rysy pro 3D musejí mít takový charakter, aby mohly vytvářet tvar jakéhokoli rozpoznatelného objektu (podobně jako úsečky a oblouky tvoří jakékoli písmeno). Tyto rysy musejí být také takového charakteru, aby mohly být

zrekonstruovány pomocí ještě jednodušších rysů, jako jsou přímky a křivky. Odborníci došli k závěru, že tyto rysy obsahují řadu geometrických těles např. válec, kužel, kvádr a trojhrany. Tyto rysy se nazývají geony (geometrické ionty) a byly popsány Bidermanem (1988). Biderman tvrdí, že sada třiceti šesti geonů podobných těm na obrázku, které jsou kombinovány podle malého počtu prostorových vztahů (dva geony 36x36, tři geony 36x36x36...), je dostačující k popisu tvaru všech objektů, jež je člověk schopen rozpoznat.



Obr. č. 4 Možná sada rysů (geonů) trojrozměrných objektů (Biederman, 1990)

### 1.2.3 Principy prostorové představivosti

Zrakové informace, ostatně jako každý podnět z okolí, tedy musí nejprve vstoupit do mozku, teprve poté ji podle okolností rozlišíme, poznáme, zapamatujeme si ji a rozhodneme se – vědomě či nevědomě – jak se na jejich základě zachováme.



Z anatomicko-fyziologického hlediska se při vnímání charakteristik předmětu účastní zrakový systém (sítnice, svalová soustava, nervová soustava). Rozdílná poloha dvou očí zajišťuje, že zrakové informace, které dopadají na každou sítnici při pozorování téhož předmětu, nejsou zcela totožné. Rozdíly mezi polohami totožných znaků jednoho pozorovaného předmětu na sítnici se označují jako binokulární disparita. Schopnost určovat prostorovou hloubku z těchto disparit je nazvána stereopse (Koukolík, 2001).

Jinými slovy schopnost člověka vnímat své okolí jako prostor mu umožňuje automaticky určovat relativní vzdálenosti mezi předměty. Základem úspěšného stereoskopického vjemu je konvergence očí a akomodace oční čočky. Osy pohledu obou očí se tedy musí sbíhat v pozorovaném bodě. Akomodace čočky představuje zaostření vidění na vzdálenost předmětu pozorování, což se děje změnou křivosti oční čočky zajištěnou činností očních svalů.

#### **1.2.4 Prostorová představivost a rozdíly podmíněné pohlavím člověka**

Rozdíly mezi mužem a ženou nemají pravděpodobně nikde takové oprávnění jako v otázce myšlení a inteligence. Řada autorů se zabývalo otázkou rozdílnosti řešení abstraktních úloh obou pohlaví. Koukolík uvádí, že mozek žen je sice v průměru menší a lehčí než mozek mužů, zato má více propojení mezi nervovými buňkami. Tyto rozdíly jsou podmíněny hormonálními rozdíly již před narozením, a jsou tedy prokazatelné již v nejranějším věku (Koukolík, 2002). Pohlavní hormony mají výrazný vliv na vývoj mozku, a na následné chování jedinců.

Jak již bylo řečeno, u chlapců a dívek dochází k odlišnému rozvoji prostorové představivosti z důvodu různého vývoje mozku, konkrétně pravé hemisféry. Molnár (2006) se zamýšlí nad tím, jak to, že v různých experimentech týkajících se prostorové představivosti dosáhli muži mnohem lepších výsledků než ženy. Hejný a kol. (1990) se vyjadřují k této problematice ve své práci. Podle těchto autorů existují jistá časová období zvláště příznivá pro rozvoj prostorové představivosti. Pokud se však tato období promeškají, ztrácí člověk

možnost plně rozvinout svoje schopnosti na takovou úroveň, kterou mu poskytují genetické dispozice. Jako první takové období označují věk 5-6 roků. Vysvětlují, že v tomto věku si hrají s kostkami více chlapci než děvčata, proto chlapci mají lépe rozvinuté prostorové vidění.

Molnár jde v této myšlence dále: „Nemohlo by to ale být obráceně, tedy že chlapci dávají přednost hře s kostkami právě proto, že jejich mozek je lépe uzpůsoben pro vykonávání prostorově-konstrukčních činností“ (In Krátká, 2006). Nejnovější výzkumy lidského mozku potvrzují jeho slova. Autor podává přehled dalších výzkumů, týkajících se této problematiky. Dochází k zajímavým poznatkům. U obou pohlaví se úspěšnost prostorových testů zvyšuje s věkem a praxí. Náskok mužů před ženami se však opakovaním nezmenšuje. I přesto, že se muži a ženy od sebe liší ve specifických kognitivních schopnostech, v celkové inteligenci tomu tak není (In Krátká, 2006). Potvrzuje se však, že na úroveň prostorové představivosti mají vliv nejen vnitřní faktory (jako je aktuální stav pohlavních hormonů, celkový stav organismu při výkonu), ale také faktory vnější (geografické a sociální prostředí, kultura, zejména však výchova a učení), (Prášková, 2008).

## 2 Prostorová představivost v hodinách matematiky

Prostorová představivost nás doprovází po celý život a na každém kroku, i když si to většina z nás ani neuvědomuje. Prostorová orientace se začíná vyvíjet již v kojeneckém věku, kdy se dítě učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů a orientovat se v nejbližším okolí. Vývoj začíná ve směru vertikálním, kdy si dítě díky zemské přitažlivosti osvojuje pojmy nahoře – dole. Následuje pohyb předozadní a horizontální. Zdokonalování vnímání pak probíhá po celý náš život. O představivosti nemůžeme říct, že se jedná výhradně o schopnost matematickou či psychologickou. Jsou však obory lidské činnosti, ve kterých bychom se bez rozvinuté prostorové představivosti vůbec neobešli – máme na mysli např. sochařství nebo topologii.

Prostorová představivost nám může sloužit k různým účelům. Může nám být užitečným nástrojem, pomocným způsobem myšlení, cestou k získání informací, způsobem formulace úkolů nebo přímo prostředkem, kterým lze určitý problém vyřešit. Díky všestrannému využití a použití prostorové představivosti existuje velké množství různých definic tohoto slovního spojení. Je samozřejmé, že jinak bude pojem definovat psycholog, jinak neurolog a jiný bude pohled pedagoga. Vybírám tedy širokou definici profesora pedagogických věd H. Gardnera, která zní takto: “Jádrem prostorové představivosti jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné vnější podněty nepůsobí“ (Gardner, 1999, str. 196).

Právě většinu zmiňovaných účelů prostorové představivosti využíváme v matematice při řešení různých úloh. Musíme mít však na paměti, že vzhledem k nerovnoměrnému vývoji psychických funkcí žáků ZŠ je i jejich prostorová představivost na různé úrovni a závisí na vrozených předpokladech a získaných zkušenostech. Ale i žáci se slabšími dispozicemi mohou své schopnosti

prostorového vnímání zlepšovat a rozvíjet pomocí vhodně volených úloh a činností.

## **2.1 Anaglyfy ve vzdělávacím procesu na ZŠ**

Díky rychlému rozšíření používání PC, internetu a digitální fotografie nejen v široké veřejnosti, ale také ve vědecké, technické i společenské praxi se čím dál častěji máme možnost setkat se zdánlivě zapomenutými anaglyfy, díky kterým můžeme získat překvapivě působivý prostorový efekt. Řada lidí se s anaglyfy setkala při pozorování tzv. 3D obrázků v různé podobě (komiksy, počítačové hry, nyní stále oblíbenější 3D kino, v umění, ...) stereoskopické vidění a promítání, stereoskopický obraz a anaglyf.

V posledních letech dochází k šíření prostorových obrázků, ať už v různých publikacích nebo na PC, které můžeme pozorovat speciálními brýlemi s barevnými filtry (nejčastěji je jedno oko cloněno filtrem červeným a druhé modrým, případně červeným a zeleným filtrem). Díky těmto barevným odlišnostem vnímá každé oko jiný obraz a tím dochází k vytvoření prostorového vjemu. Pro člověka je vnímání objektů prostorově – trojdimenzionálně – přirozené. Žák se v řadě předmětů musí neustále snažit viděné objekty nakreslit, resp. nějakým způsobem zobrazit v rovině nebo na ploše. K tomu abychom ve výuce dosáhli co nejlepší vizualizace a tím žákovi usnadnili vnímání objektů, využíváme různé pomůcky – jednou z nich může být anaglyf.

Principem prostorového vidění je rozdílné vnímání perspektivního obrazu v levém a pravém oku tzv. stereoskopické vidění – schopnost vidět reálné trojrozměrné objekty ve třech rozměrech. Toto lze mozku simulovat pomocí moderní techniky. Díky počítači můžeme vytvořit dva obrazy ve středovém promítání (perspektivě) odpovídající pohledu levého a pravého oka, ty potom předložit očím:

- ve formě dvou obrazů na oddělených monitorech

- středově na monitoru a synchronně přepínat speciální zobrazovací brýle z tekutých krystalů (tzv. LCD brýle)
- ve formě překrývajících se obrázků odlišných barev (anaglyf), které pozorujeme přes brýle s barevnými filtry.

Jak udává Študentová ve své práci, slovo stereo pochází z řeckého slova stereon a znamená těleso. Díky stereoskopickému vidění vnímáme objekt jako trojrozměrné prostorové těleso. Optické principy vidění dokážou na zakřivených sítnicích obou očí vytvořit dva plošné obrázky, ze kterých prostorový obraz (viděného) předmětu rekonstruuje náš mozek. A to tak, že obrazy získané jednotlivými očima se v zadní části mozku spojí do jediného vjemu, malé rozdíly se v konečném obraze vyrovnají a vznikne trojrozměrný obraz. Každé oko má navíc oddělený (samostatný) automatický mechanismus korekce barev. Trojrozměrné vidění pohybujících se i statických předmětů můžeme tedy považovat za malý zázrak (Študentová, 2008).

Lidskému vidění oběma očima, respektive vnímání prostoru nejlépe odpovídá stereoskopické promítání. Jde o dvoustředné promítání (promítání ze dvou středů) na jednu průmětnu. Mozek konstruuje dva obrazy metodami lineární perspektivy. Promítání ze dvou středů, které leží ve stejném poloprostoru vzhledem k průmětně, mají stejnou vzdálenost od průmětny a určitou vzájemnou vzdálenost. Aby výsledné pozorování stereoskopických obrazů bylo kvalitní, působilo prostorově, musí splňovat určité podmínky týkající se vzájemné vzdálenosti obou středů promítání (očí) a vzdálenosti středového promítání od průmětny (obrazovky). Metoda, která umožňuje, aby pozorovatel viděl každým okem jiný dvojrozměrný obraz trojrozměrného objektu (z různých míst, tak jako lidské oči), a tím mu umožňuje prostorové vnímání tohoto objektu se nazývá stereoskopie (Vajsáblová, 2000). Stereoskopické obrazy navozují dojem hloubky a plasticity objektu, nemůžeme však s nimi libovolně pohybovat.

Slovo anaglyf pochází z řeckého slova anghlyphos, což znamená tvarovaný nízký reliéf, a toto pochází ze slova anaglyphein, což znamená vyřezat do reliéfu. Anaglyf je potom obrázek, který působí prostorově, jako by byl

vyřezaný, reliéfní. Anaglyf se tedy skládá ze dvou barevných obrázků, které vznikly stereoskopickým promítáním a jsou umístěny do jediného obrazu. Potom už pomocí přístroje nebo speciálním pozorováním vidíme obraz prostorově. Nejčastěji pozorujeme anaglyfy pomocí tzv. 3D brýlí, přičemž každé oko sleduje obrázek přes fólii brýlí odlišné barvy. Fólie jsou voleny v doplňkových barvách, přičemž i obrázky jsou sestrojeny v těchto doplňkových barvách. Anaglyfy můžeme také pozorovat pomocí přístrojů založených na vlastnostech polarizovaného světla, pomocí speciálních brýlí na bázi tekutých krystalů (LCD) a dále pomocí stereoskopu. Kromě anaglyfů však žádné z 3D obrázků v minulosti nebylo možné vytvořit tak jednoduše a levně (Pál, 1960).

Pokud chceme vnímat stereoskopické obrázky prostorově, musíme využít tzv. zkřížené vidění – na obrazy se dívat zkříženě, a to levým okem na pravý obraz a pravým okem na levý obraz. K ulehčení sledování stereoskopických obrázků vedlo k vynálezu speciálních brýlí, stereoskopu a brzy stereofotoaparátu. Pokud jsou obrázky v doplňkových barvách (zelená a červená), výsledný prostorový černý (monochromatický – bílý a černý) obrázek uvidíme pomocí brýlí s filtry v opačných barvách (červená a zelená). Brýle zajistí automatické zkřížení vidění obrázků díky filtrům v doplňkových barvách. V tomto případě je potřebné, aby daný anaglyf byl sestrojen pro pozorování každého oka zvlášť.

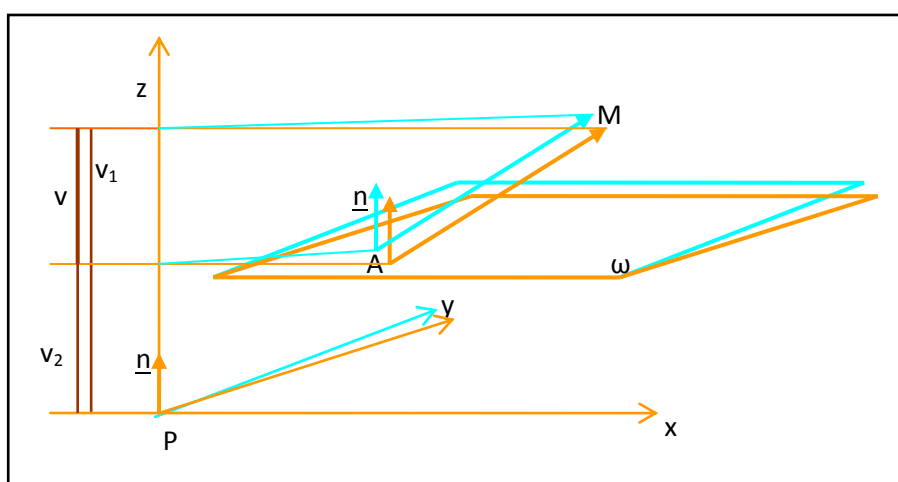
## **2.2 Anaglyf ve výuce geometrie**

Je tedy samozřejmostí, že právě učitelé matematiky by měli být touto schopností vnímání nejen obdařeni, ale také by ji měli hojně aplikovat do úloh a tím ji u svých žáků rozvíjet. Často se však při své výuce setkávám se strachem či neochotou studentů učitelství matematiky vybudovat si nějakou konkrétní prostorovou představu. Je potom pochopitelné, že učitel, který si nerad vytváří představy nebo si je vytvořit ani nedovede, nebude používat úlohy pro rozvoj této schopnosti u svých žáků.

Proto je nezbytné přinutit studenty vytvářet si konkrétní představu a tím u nich tuto schopnost stále rozvíjet. K vizualizaci trojrozměrného prostoru v geometrii je možné využít anaglyfický způsob stereoskopického pozorování.

Pro využití stereoskopického vjemu v geometrii je nutné umělý stereovjem. Toho docílíme pomocí anaglyfu, což je nejjednodušší metoda, jak zajistit dojem prostoru při pozorování rovinného obrázku.

Anaglyf (obr.č.5) se vytváří pomocí seskupení dvou obrázků, které jsou vytvořeny v doplňkových barvách a umístěny na sebe s malým otočením, přibližně o čtyři stupně. Tyto obrázky pozorujeme barevnými brýlemi, které mají filtry ve stejných doplňkových barvách. Optické principy vidění dokáží na zakřivených sítnicích dvou očí zajistit dva různé plošné obrázky, z nichž pak skutečný prostorový obraz viděného rekonstruuje náš mozek.



Obr. č. 5 Anaglyf – vzdálenost bodu M od roviny

Na obrázku vidíme anaglyf, který vede k pochopení vztahu  $|M\omega| = \frac{\left| \sum_{i=1}^n a_i m_i + a \right|}{\sqrt{\left( \sum_{i=1}^n a_i^2 \right)}}$

vyjadřující vzdálenost bodu M od roviny  $\omega$ .

Při prezentaci anaglyfu pomocí dataprojektoru je potřeba dávat pozor na barevné odstíny prezentovaného obrázku, tak aby při jejich pozorování přes červený filtr byla patrná pouze doplňková barva tzn. tyrkysová a naopak při pozorování přes tyrkysový filtr pouze barva červená.

Zapojením anaglyfu do výuky je naplněna podstata dvoustranného pedagogického systému, kdy vyučování a učení probíhá dvěma odlišnými strategiemi:

- verbálně – rozumovou, která poznatky upřesňuje a analyzuje,
- názorně – prožitkovou, která poznatky mnohostranně spojuje.

Díky tomu jsou tak abstraktně vyjadřované vztahy pak upřesněny konkretizací učiva pomocí vizuálního zobrazení.

Anaglyf dále slouží k rozvoji schopností sloužících k prostorové představivosti a je také v neposlední řadě motivačním a aktivizačním prvkem ve výuce.

## **2.3 Historie stereoskopie a anaglyfů**

Stereoskopické obrázky a anaglyfy jsou nejjednodušším způsobem, jak zajistit prostorový dojem při pozorování rovinných obrázků. Historie stereoskopie, i když je to možná neuvěřitelné, sahá do dob Euklida (asi 365 - 300 let př.n. l.). Eukleidés si všiml, že každé oko vnímá pozorovaný objekt odlišně a díky tomu vidíme prostorově.

V umění a vědě se stereoskopické zobrazování stalo předmětem zájmu v období renesance. Giovanni Battista della Porta (1538-1615) a Jacopo Chimenti da Empoli (1554-1640) ve stejné době kreslili dvojice obrazů, které měly jen nepatrné rozdíly. Byly nakreslené, jako kdyby se člověk díval na danou věc levým a pravým okem odděleně.

Toto umění pojmenoval v roce 1613 jezuita Francois d'Aguillion (1567-1617), přívlastkem "stéréoscopique".



V roce 1838 anglický fyzik Sir Charles Wheatstone (1802-1875) jako první podal vědecké vysvětlení stereoskopie. Sestrojil rovněž první zrcadlový stereoskop a k němu jednoduchou stereoskopickou dvojici. Sir David Brewster (1781-1868) později nahradil soustavu zrcátek čočkami a napsal knihu "The Stereoscope, its history, theory and construction". Díky Brewsterovi získali stereoskopické obrázky popularitu.

Další vylepšení provedl Olivier Wendell Holmes tak, že upevnil čočky do rámu stojanu. V roce 1860 tak vytvořil první stereoskopický ruční prohlížeč, stereoskop. Výzkum dalších technologií v tvorbě 3D obrazů z dvojice stereoskopických obrázků vedl k objevu anaglyfu (přesněji anaglyfických 3D obrázků). Anaglyfy objevili v roce 1850 Francouzi Joseph D Almeida a Louis Ducas Du Hauron. Jako první graficky (ručně) ilustroval principy anaglyfu v r. 1853 W. Rollman, prezentoval použití červených a modrých čar na černém podkladě a jejich pozorování červenými - modrými brýlemi pro vnímání prostorového efektu. V r. 1858 J. D' Almeida předvádí navržený diapozitiv magické lucerny s využitím červených a zelených filtrů publiku s ochrannými červenozelenými brýlemi. Louis Du Hauron, který svým výzkumem přispěl významně k vývoji barevné fotografie, jako první v r. 1891 vytiskl na papír anaglyfy použitím tehdejší úrovně barevného tisku a fotografických technik a dal si anaglyfy patentovat jako metodu stereoskopické fotografie. Du Hauron byl v r. 1900 vyznamenán medailí za pokrok Královskou fotografickou společností za svůj přínos v oblasti barevné fotografie.

Ještě v r. 1893 Wiliam Friese-Green vytvořil první anaglyfické (zeleno-červené) pohyblivé obrázky použitím kamery s dvěma čočkami a veřejnosti je ukázal v r. 1893. Tyto anaglyfické filmy dosáhly největší popularity ve 20. letech 20. století.

V současnosti se využívá další způsob zachycení a pozorování prostoru - pomocí holografické technologie. Hologram je opticky proměnlivý prvek, který mění vlastnosti dopadajícího světla tak, že z něj vytváří obraz. Hologram je vytvořen ze systému vrypů vysoké hustoty, díky čemuž je schopen vytvořit holografický obraz. Využití hologramu je široké, od zobrazení například

podrobné mapy země až po systém uchování obrovského množství digitálních záznamů (dostupné na [cit.2010-15-2] [www. 3djournal.com](http://www.3djournal.com)).

## 2.4 Další využití anaglyfů

V období svého vzniku anaglyfy nedosáhly velké rozšíření a téměř upadly do zapomnění. Jednou z příčin byla nejen poměrně náročná výroba (ruční) stereoskopických obrázků, ale i potřebných brýlí. V 80. letech 20. století se začaly při zobrazování a analýze vědeckých a výzkumných výsledků, např. 3D-grafů značně využívat stereoskopické technologie např. holografii a jiné 3D-zobrazovací technologie. Mezi ně řadíme i použití anaglyfů. Jejich postupné používání přerostlo hranice vizualizace vědeckých a výzkumných výsledků díky masovému rozšíření PC a potřebných programů pro tvorbu stereoobrázků. V druhé polovině 19. století bylo možné si stereoskop se sérií stereoobrázků (seřazeno na kruhovém kotouči) běžně koupit jako dovolenkový suvenýr (nejčastěji s motivy města nebo přírody).

Oblasti využití jsou velmi široké: meteorologie, architektura architektonických prostorů a navržených studií (stereofotogrametrie), lékařská radiografie, medicína (tomografie), chemie (molekulová), biologie (buněčná), mikroskopie, archeologie, geologie, topografie, geografie a kartografie, mineralogie, krystalografie a v neposlední řadě využití anaglyfů ve výuce.

Jednou z oblastí zkoumání je i zkoumání povrchu planet. I díky anaglyfu přestaly být obrázky povrchu planet nezajímavé. Nyní už můžeme vnímat povrch Marsu kvalitněji a získat tak představu o zemi, kam se sotva fyzicky v dohledné době dostaneme.

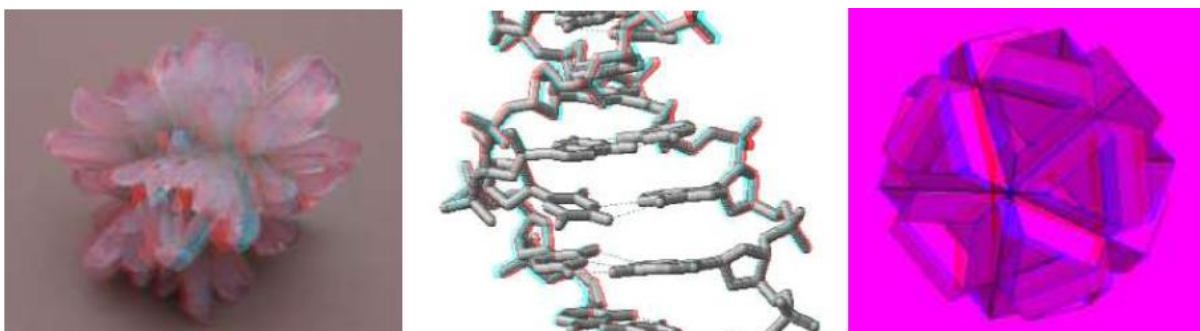
Sonda Mars Pathfinder vytvořila v roce 1997 až 16000 stereografických fotografických snímků povrchu Marsu. Na internetu jsou zpřístupněny mnohé obrázky (anaglyfy) povrchu Marsu a Měsíce.

V oblasti techniky a průmyslu se využívají zejména anaglyfy různých přístrojů, součástek, výrobních nástrojů a zařízení, modelů aut, letadel a pod. Usnadněn je tak náhled na taková zařízení po návrhu a před jejich samotným

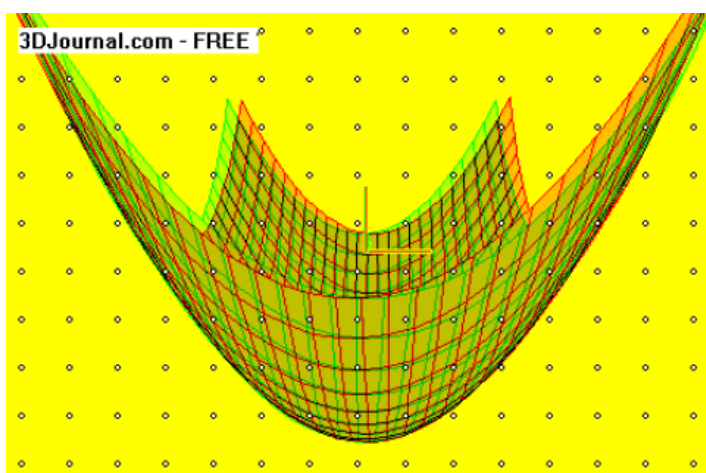
zkonstruováním. Ve vědeckých a odborných publikacích se využívá znázorňování vědeckých a technických výsledků včetně internetové podoby.

V 50. letech 20. století se začaly anaglyfy objevovat v novinách, časopisech a komiksech. V tomto období byl promítнутý úspěšný film "The Creature from the Black Lagoon". Od té doby snad největší zájem o anaglyfy přetrvává v komiksech. Dnes jsou známy mnohé knihy pro děti (o zvířatech, přírodě, atd.), kde dvourozměrné fotografie nebo ilustrace jsou doplněny nebo nahrazeny právě anaglyfy. Součástí jsou samozřejmě 3D-brýle. Složitějšími technickými prostředky jsou 3D-kino nebo 3D-televize, ty jsou však založené na trochu odlišných základech zobrazování než samotné anaglyfy. Prázdninové zážitky, zajímavosti přírody, historické památky a umělecké skvosty zachycené na fotografii se dají předělat rovněž na anaglyfy. Některé firmy používají anaglyfy i v reklamě. Využívají rovněž přístroje, které jsou schopné zobrazit předměty přímo v prostoru mimo skleněné či umělohmotné plochy. Zákazníci mohou pomocí ovládacího panelu otáčet zobrazovaným předmětem. Archivace (nejen) historických budov nebo zařízení se v současnosti tvoří i pomocí anaglyfů, například i ze starých rovinných snímků na základě jejich rekonstrukce. Například virtuální Praha v anaglyfu by ještě více zpopularizovala naše hlavní město – případně s přidáním animace. Do školního vzdělávání jsou anaglyfy a stereoskopické promítání zapojeno často nepřímo, například návštěvou kina s 3D filmy (sledováním přes speciální brýle).

Přímé využití anaglyfu ve vyučování je možné prezentací modelů, ať už s podporou PC nebo ručně.



*Obr. č. 6 Anaglyfy v chemii (molekuly), mineralogii (krystaly), biologii (buňky)*



*Obr. č. 7 Anaglyf v matematice (plocha)*

Nezanedbatelnou roli mají anaglyfy jako dostupný specifický prostředek rozvoje geometrické představivosti při vyučování stereometrie (obr.č.7) s podporou PC nebo dataprojektoru. Stačí digitální fotoaparát, nebo umět nakreslit anaglyfy pomocí hotových programů a vytisknout. Programy jsou volně dostupné na internetu (Anaglyph Maker 3D6, StereoPhoto Maker7, Zoner 3D Photo Maker8 a pod.), ([cit.2010-15-2] [www. 3djournal.com](http://www.3djournal.com)). Taková vizualizace ve výuce vede ke zvýšení zájmu a motivace žáků.

Téma stereoskopické zobrazování a vidění včetně anaglyfů je součástí studijních osnov předmětů korespondujících s klasickou deskriptivní geometrií na technických vysokých školách. Myslíme si, že anaglyfy jako potenciální a v současnosti už snadno dostupný způsob získávání 3D-obrazů by měly být

součástí i jiných studijních plánů, např. na pedagogických fakultách, resp. všech fakultách připravujících učitele matematiky, a to součástí osnov předmětu o základních způsobech zobrazování prostorových objektů do roviny. Budoucí učitelé by měli mít možnost získat nejen znalosti z volného rovnoběžného promítání a šikmého promítání, ale také informativní základy lineární perspektivy a stereoskopické promítání, protože s jejich využitím se setkávají žáci už na základní škole i ve volném čase. Přidáním animace učiva pomocí anaglyfu se může stát vysoce názornou didaktickou pomůckou.

### 3 Vzděláváním k rozvoji prostorové představivosti

Nejprve se zamysleme nad několika fakty, která nám pomohou v dalším uvažování. Mozkové neurony se vyvíjejí zejména před narozením a s přibývajícím věkem se jejich počet významně neliší. Jejich počet je asi 100 miliard. Počet synapsí se však s věkem významně mění. Po narození má v mozku průměrný jedinec asi 50 trilionů mezibuněčných spojení, tj. v průměru 500 na jeden neuron. K největšímu nárustu synapsí dochází v ranném věku dítěte, ve věku pěti let je jejich počet největší a v ideálním případě je počet synapsí cca 100 trilionů. Dále se už tento počet nezvyšuje a jak uvádí Wolf : “naopak jejich počet klesá až na polovinu, tj. 500 trilionů v dospělosti“ (Wolf, 2003). Důležité je, že tento proces je dynamický, tzn. že je možno vznik a zánik spojů v průběhu života do jisté míry ovlivňovat. Kromě těch spojů, které má dítě od narození a které mají určitou souvislost s vrozenými vlastnostmi předávanými geny, ovlivňují proces vzniku nových synapsí z velké míry stimulace přicházející z vnějšího prostředí. Profesor Harry Chagani z Wayne Sate University trefně přirovnává tento proces k budování silniční sítě, kde silnice (synapse), po kterých nikdo nejezdí, zanikají a ty, co jsou používány, se rozšiřují (Chagani, 1998).

Nejvýznamnější osobností zabývající se ve 20. století zkoumáním vývoje schopností dětského mozku poznávat, byl Jean Piaget. Pro nás je nejdůležitější ten Piagetův závěr, že zdravý lidský mozek je po celý život schopen být aktivní, tzn. poznávat nové a učit se od jiných. Nesmíme však zapomínat, že samotné poznávání je vysoce individuální aktivitou (Piaget, 1999). V praxi je pak skutečně velmi obtížné vytvořit v běžném školním kolektivu takové podmínky, které by vývoj těch nejnadanějších dětí nebrzdily a naopak ty nejpomalejší nestresovaly. Chceme – li ve výuce maximálně rozvíjet žákovu inteligenci, musíme se snažit věnovat větší pozornost vzájemným souvislostem mezi různými informacemi (předměty) a musíme se snažit o co neaktivnější

zapojení studentů do práce a to není vždy jednoduché. Vědecký směr, který se snaží tyto skutečnosti respektovat se nazývá konstruktivismus.

### **3.1 Konstruktivismus ve vyučování matematice**

Tomuto tématu se ve své práci věnuje Molnár a Schubertová, kteří popisují: „Klasik pragmatické pedagogiky J. Deset zdůrazňuje např. „proti ukládání (vědomostí) shora kultivaci individuality, proti vnější kázni se staví svobodná činnost, proti učení z textů a od učitelů učení zkušeností, proti osvojování izolovaných dovedností a technik drilem stojí jejich osvojování jako prostředků k dosahování cílů, které vyjadřují bezprostřední životní potřeby, proti statickým cílům a vzdělávacím obsahům se staví snaha seznamovat žáky s měnícím se světem“ ( Molnár, 2008).

Autory *didaktického konstruktivismu* jsou Hejný a Kuřina. Jejich myšlenku vyjadřuje deset zásad, které se zabývají specifikami vyučování matematice, tzv. *Desatero didaktického konstruktivismu*.

#### ***Desatero didaktického konstruktivismu***

1. Aktivita – matematiku chápeme jako specificky lidskou aktivitu, tedy nikoli jen jako její výsledek, který se obvykle formuluje do souboru definic, vět a důkazů.
2. Řešení úloh – podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení a jejich dokazování. Popsaný proces může probíhat v matematice samé nebo v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.
3. Konstrukce poznatků – poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.

4. Zkušenosti – vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění,...) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh, ...)
5. Podnětné prostředí – základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy...) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé.
6. Interakce – ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuse, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů...).
7. Reprezentace a strukturování – pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.
8. Komunikace – pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.
9. Vzdělávací proces – vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je porozumění matematice, druhé je zvládnutí matematického řemesla, třetí jsou aplikace matematiky. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla



vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel, algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu, mohou hrát roli i motivační. Matematiku se učíme jejich provozováním.

10. Formální poznání - vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody, jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapomínání a zřídka k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním (Hejný, Kuřina, 2001).

Pět tezí popisujících podnětnou (konstruktivistickou) výuku

Stehlíková, Cachová (2006) stanovily z pozice učitele a jeho činností ve výuce tyto teze:

1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.
2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje.
3. Učitel jde především o žakovu aktivní činnost.
4. Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žakova chápání matematiky a impulz pro další práci.
5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi.

Podnětné vyučování vede žáka k budování správných představ, k porozumění a k aplikování matematiky. Velmi důležitou roli zde hraje právě motivace. Motivace je základní podstatou podnětného vyučování. Hlavní motivační sílu představuje zájem žáka, radost z práce a úspěchu.

Lokšová a Lokša (1999) rozlišují motivační činitele podněcující výkonnost žáka na:

- vnitřní činitele (poznávací potřeby a zájmy, potřebu výkonu, potřebu vyhnoutí se neúspěchu a dosažení úspěchu, sociální potřeby – potřebu pozitivního vztahu a prestiže) a
- na vnější činitele (známky, odměnu a trest, vztah žáka k jiným lidem, k vlastní budoucnosti a ke společnosti).

Motivy dělí v souladu se sociálním přístupem na tři základní okruhy, a to:

- vnitřní motivy – vlastní touha víc vědět a poznat, radost z poznávání, žák sám chce poznávat;
- vnější nebo sociální motivy – při nich se žák učí pro někoho, na kom mu záleží nebo kdo mu to nařídil, prostě protože musí – v opačném případě ho čeká trest nebo nepříjemnosti;
- interiorizované sociální motivy – chce svou prací prospět společnosti.

Nebudeme se zde zabývat vnější motivací typu známka, pochvala učitele, soutěže atd. Naopak se zaměříme na vnitřní motivaci vyrůstající z vnitřních pohnutek, tzn. jak dosáhnout toho, aby žáci sami chtěli v matematice něco zjistit.

Znakem konstruktivismu je také změna postavení učitele z poskytovatele informací na pomocníka a průvodce při jejich samostatném získávání. I on se může někdy od svých žáků učit. Velký důraz je kladen na mezipředmětové vztahy a na přípravu na týmovou práci. (In Molnár, 2008)

## 3.2 Vizualizační prostředky ve výuce

Jak uvádí Růžičková (2002), je všeobecně známo, že proces zapamatování je daleko výraznější při současné aktivizaci více smyslů a je nejvýraznější při spojení vjemů zrakových a sluchových (50 – 70 %). Z toho důvodu je potřeba žákům předkládat informace a podněty, které umožní více smyslové vnímání. Zvláštní místo zaujímají technické vizualizační prostředky, které jsou vhodným doplněním učitelova slovního výkladu.

Technický vývoj postupuje velmi vysokým tempem a vizualizační technika poskytuje ve školách velké možnosti. Tyto prostředky nám umožňují rychlou vizualizaci a názornost výuky. Nikdy však nesmíme dovolit zahlcení receptorů nadměrným množstvím současně předávaných informací, tím by došlo k výraznému snížení efektivity výuky. Také nepřiměřená názornost potlačuje samostatnost v myšlení a tvořivost žáků.

Vizualizace ve výuce nám umožňuje

1. Zvýšit úroveň pozornosti a soustředění žáků
2. Koncentrovat žáky na daný problém
3. Vytvořit konkrétní představu - pochopení a úsudek o tématu
4. Rozlišit významné a nevýznamné informace
5. Přiblížit téma/problém, které je slovně obtížné vysvětlitelné
6. Usnadňuje hledání postupu k dosažení výsledku

Zajímavě připravená prezentace může žákům příjemnou formou zprostředkovat a přiblížit probíranou tematiku. Bohaté grafické možnosti a tvůrčí nástroje programu PowerPoint umožní vytvořit profesionální prezentaci. Při vytváření prezentace musíme brát v úvahu, věkové specifika žáků, při jaké příležitosti, s jakými prostředky a jaký závěr má z prezentace pro žáky vyplynout.

Velice důležité je, si předem ujasnit, co je hlavním cílem prezentace.

- a) Poskytnout žákovi informaci.
- b) Podpořit rozhodování jednotlivců – snaha představit několik variant řešení problému, upozornit na jejich přednosti a umožnit žákům rozhodnout se individuálně.
- c) Podpořit rozhodování skupiny – skupina žáků se na základě předložené prezentované informace budou rozhodovat o neoptimálnějším řešení (Růžičková, 2002).

### **3.3 Základní pravidla při vizuální prezentaci**

- 1) Pravidlo přiměřenosti – při probírání hlavního tématu musíme dbát na vhodnost obrazového materiálu a vyvarovat se přesycení žáků informacemi. Platí zásada, že promítaná prezentace by měla pouze doplňovat mluvený výklad. Během prezentace je potřeba žáky stále udržovat v napětí a očekávání. Prezentované informace by se měly účelně střídat s dalšími sděleními prezentujícího. Jak uvádí Růžičková, pro udržení pozornosti žáků a také potřebné dynamiky vyučovací hodiny je doporučovaná optimální frekvence promítaných obrazů jeden obraz za jednu až dvě minuty. Výklad je vhodné doplnit též rétorickými otázkami, které slouží k aktivizaci žáků a zdůraznění hlavních priorit probíraného tématu (Růžičková, 2002).
- 2) Pravidlo zapojení alespoň dvou smyslů – je dokázáno, že člověk sluchem registruje pouze 20 % informací a tyto informace se navíc mohou z paměti během několika sekund ztratit. Z toho důvodu je nutné doplňovat informace mluvené rovněž informacemi vizuálního charakteru, protože takto bude informace přijatá co nejvíce smysly, což výrazně zvyšuje pravděpodobnost zapamatování (Růžičková, 2002).
- 3) Pravidlo omezené lidské paměti – kapacita lidského mozku vnímat zrakové a sluchové vjemy v daném časovém úseku je dispozičně

omezená. Fonologické zpracování zrakově, resp. sluchově závisí na součinnosti různých oblastí mozku, především kůry levého spánkového a čelního laloku. Uplatňují se zde i některé kůry pravé hemisféry (Koukolík, 2000). Omezení lidské paměti je způsobeno zejména schopností oka a rychlostí přenosu informací získaných zrakem do mozku. Z toho vyplývá, že učitel musí žákům předkládat pouze takové množství informací, jaké jsou žáci schopni přijmout. Každé vizuální sdělení by proto mělo obsahovat jen jednu stěžejní myšlenku, která musí být jasně a stručně vysvětlena a popsána.

- 4) Pravidlo viditelnosti a rozložení textu – velikost textu prezentace závisí na vzdálenosti plátna od posluchačů. Jak uvádí Růžičková, čím je plátno dále, tím musí být prezentovaný text větší (přibližně 30 – 40 bodů). Pro nadpisy je vhodná velikost kolem 40 bodů a základní text kolem 30 bodů. Text menší než 18 bodů není čitelný ani při projekci, ani při tisku. Jedna obrazovka by měla obsahovat maximálně 7 – 8 řádků textu. Jeden řádek by měl obsahovat maximálně 5 – 6 slov. Preferovanými fonty písma jsou písma tzv. patková (např. Times New Roman, Courier, atd.). Je důležité rovněž dodržovat u všech snímků stejný formát a nepoužívat nadbytek animací, protože sekvence snímků tak působí klidněji a nezpůsobuje narušení koncentrace žáků během prezentace. Růžičková radí, že když je potřeba zdůraznit důležité informace je vhodné změnit barevnou kombinaci snímků.
- 5) Pravidlo vhodné ilustrace – pro rozvoj prostorové představivosti je dobré do prezentace zařadit zajímavou ilustraci, fotografii, případně krátké video (např. rotace tělesa). Ilustrace by měla být zobrazena tak dlouho, aby žáci měli dostatek času na zpracování celého promítaného obrazu. Důležité je, aby přidané obrázky byly čitelné pro všechny žáky ve skupině.
- 6) Pravidlo vhodných barev – jak uvádí Růžičková, v průběhu prezentace mají na žáky velký vliv i barvy. Bylo prokázáno, že při rozumném

použití barev má barva pozadí a popředí vliv na emotivní náladu žáků. (Růžičková, 2002). Růžičková dále uvádí, že při volbě barev bychom se měli řídit následujícími pravidly:

- I. Vybírat čitelné barvy
  - II. Zachovat dostatečný kontrast mezi textem a grafikou
  - III. Zachovat dostatečný barevný kontrast mezi textem a pozadím. Oko s obtížemi čte barevný text na barevném pozadí, např. text a pozadí v barvě červené a zelené nebo modré a černé.
  - IV. Použít pro pozadí tmavších barev, neboť příliš jasné pozadí může působit rušivě. Ideální kontrast poskytuje žlutá na černé.
  - V. Barva pozadí podvědomě ovlivňuje žáky, proto je dobré vědět, že:
    - a) Červená – zvyšuje pulz a dýchání, napomáhá riskování
    - b) Modrá – má uklidňující a konzervativní vliv, ale je-li toto pozadí použito častěji může taky způsobit nudu.
    - c) Zelená – stimuluje interakci
  - VI. Černá – navozuje konečnost a jistotu, měla by být proto využita především pro oddělení jednotlivých témat
  - VII. Barva popředí má hlavní vliv na to, jestli žáci učivu rozumí a budou si jej pamatovat. Proto je vhodné pro zdůraznění důležitých informací použít jednu nebo dvou barev.
  - VIII. Barvoslepí lidé mohou mít problémy rozlišovat červenou a zelenou barvu, proto není vhodné dávat tyto barvy k sobě.
- 7) Pravidlo rozmístění podstatných informací – správné rozmístění informací na obraze slouží ke směřování pozornosti a zdůrazňování podstatných informací. Růžičková doporučuje při sdělování informací provádět klasifikace a ukazovat strukturální vztahy s použitím neobvyklých označení a znaků, které upoutají pozornost (šipky, tečky, barvy a tloušťka textu, ilustrace, pozadí). Velmi důležité je podle ní i správné rozmístění informací, které by mělo být raději vertikální nebo diagonální a raději ve středu než na stranách nebo v rozích obrazu (Růžičková, 2002).

### **3.4 Vliv hudby na prostorovou představivost**

Vztah mezi hudbou a lidskou inteligencí je předmětem zájmu již od dob Pythagorových. Jeden z posledních objevů v této oblasti se nazývá Mozartův efekt (Mozart Effect), pojem, který oživuje zájem rodičů o klasické hudební vzdělání.

Dr. Frances Rauscherová a její kolegové zjistili, že vysokoškoláci po poslechu deseti minut Mozartovy sonáty pro dva klavíry dosahují o 8 až 9 bodů lepších výsledků při testu prostorové inteligence (spatial-temporal intelligence) než v případech, kdy nic neposlouchali. Toto „zvýšení IQ“ netrvalo déle než 10 až 15 minut. Někteří psychologové nebyli schopni tento efekt spolehlivě určit, jiní jej potvrdili. Dr. Rauscherová zdůraznila, že Mozartův efekt se váže pouze na prostorové myšlení a prostorovou představivost a ne na inteligenci obecně. Vysvětlení tohoto jevu je možné najít ve způsobu, kterým mozek zpracovává hudbu i prostorovou představivost. Vyšetření na pozitronové emisní tomografii a nukleární magnetické rezonanci ukazují, že poslech hudby stimuluje velkou část mozku. Výsledky rozličných testů (včetně testů prostorového myšlení) ukazují, že na zpracování hudby se podílí část čelní i spánková.

Ve studiích dětí ve věku 3 až 4 roky bylo odhaleno, že ty, které aspoň půl roku cvičí hru na klavír, stupnice, notové zápisy, prstoklad a hru z paměti, si vedly o 30 procent lépe než děti stejného věku, které půl roku navštěvovaly kurzy práce s počítačem, nebo ty, které nepodstoupily žádnou zvláštní přípravu. Zlepšení bylo opět vidět hlavně na prostorovém myšlení a prostorové představivosti. Mozartův efekt tentokrát vydržel 24 hodin, což je připisováno délce tréninku a pružnosti mladého mozku. Zlepšení prostorového myšlení je obecně pokládáno za významné vzhledem k lepším matematickým schopnostem.

E. Glenn Schulenberg z University of Toronto at Mississauga nabídl šestiletým dětem v torontském regionu zdarma týdenní kurzy zpěvu či hry na klavír na Královské konzervatoři (Royal Conservatory of Music). Třetina dětí zahrnutých do studie navštěvovala kurzy herectví, zatímco další skupina šestiletých nebyla nijak připravována. Před započítáním studie byly děti otestovány za použití stupnice Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC). Po těchto testech nastoupily děti do školy a byly izolovány do svých skupin. Při přechodu z prvního do druhého ročníku byly děti opět testovány. Všechny se zlepšily v průměru minimálně o 4,3 bodu. Schulenberg připisuje toto zlepšení „pouze školní docházce“. Děti, které se učily zpěvu či hře na klavír, se však zlepšily ještě více, a to o 7 bodů, jinými slovy o 2 až 7 bodů více než děti z herectví či děti bez přípravy.

Nárůst IQ v kanadské studii, která ukázala, že Mozartův efekt je (podle Rauscherové) platný pro obecnou a ne jen prostorovou inteligenci, byl sice malý, ale patrný. Dřívější práce Dr. Rauscherové se zaměřovaly pouze na prostorovou inteligenci a nepočítaly s možným efektem na celkové IQ. Rauscherová věří, že porozumění hudbě (zejména dovednost převádět symboly ve zvuky) je přenosné na další schopnosti, jelikož sdílejí podobné nervové cesty. Oba zmínění vědci si myslí, že výuka hudby by měla být součástí studijních plánů.

Dr. Gordon Shaw, kolega Dr. Rauscherové, vnímá hudbu jako bránu k vyšším mozgovým funkcím. Je přesvědčen, že hudba nám může pomoci pochopit způsob práce mozku a že pozitivně ovlivňuje naše myšlení a tvorbu. Ve své knize *Keeping Mozart in Mind* shrnuje Dr. Shaw svůj pětadvacetiletý výzkum a práce ostatních autorů týkající se hudby a mozku ([cit.2009-10-20] *The Mozart Effect*, Thomas Hally; *Mensa International Journal*, červen 2009, číslo 525, přeložil Jiří Chmela, dostupné z [http://casopis.mensa.cz/veda/mozartuv\\_efekt.html](http://casopis.mensa.cz/veda/mozartuv_efekt.html)).

Na začátku zkoumání možnosti rozvoje prostorové představivosti žáků jsme se domnívali, že možnost spojení hudební výchovy a rozvoj prostorové představivosti bude minimální. Ukázalo se však, že zapojení poslechu hudby



při písemné či výtvarné činnosti žáků v běžných hodinách vede k jejich větší soustředěnosti a ukázněnosti. Přímo jsme vliv poslechu Mozarta na výsledky písemných prací nezkoumali, ale mohlo by to být námětem k další práci.

## **EMPIRICKÁ ČÁST**

## 4 Výzkumné šetření

Z předchozího textu vyplývá, že prostorová představivost je důležitá kompetence člověka, nezbytná pro život. Člověk se v průběhu života setkává s řadou problémových situací, které vyžadují mentální manipulaci s předměty a neverbální formy myšlení.

Jsme přesvědčeni, že prostorovou představivost lze rozvíjet v každém věku. Náš primární zájem je však směřován na druhý stupeň základní školy a tamní možnosti rozvoje této schopnosti ve výuce. Rádi bychom ukázali, že práce s prostorovou představivostí nemusí být směřována pouze do hodin matematiky, protože tam, jak uvádí samotní učitelé, na toto nezbývá příliš času. Úlohy vyžadující prostorovou představivost můžeme kromě matematiky zařadit také např. do výtvarné, pracovní, technické výchovy.

Při studiu odborné pedagogické a psychologické literatury za účelem získání dostatečného množství teoretických podkladů pro formulování výzkumného šetření, jsme se však nikde nesešli s postupy či standardizovanými testy pro měření prostorové představivosti. Úlohy vyžadující prostorovou představivost jsou nejčastěji zařazeny do testů IQ. Proto jsme byli nuceni vytvořit si ve spolupráci s Pedagogicko psychologickou poradnou a učiteli matematiky na ZŠ vlastní, nestandardizovaný test prostorové představivosti. Ten nám umožnil hodnotit prostorovou představivost a odhalit rozdíly jednotlivých sledovaných skupin.

V experimentu Jaroslava Perného ve 2. a 4.ročníku (Induktivne a deduktivne pristupy v matematike, Smolenice 20.4. – 22.4.2005) se ukázalo, že chlapci jsou při řešení úloh vyžadující prostorovou představivost úspěšnější než dívky. Také Presley a McCormik se zabývali výzkumem úspěšnosti chlapců a dívek v matematice (In Plháková, 1999). Výsledky jejich výzkumu ukázaly, že dospělí od chlapců očekávají lepší výsledky v matematice než od dívek. Podle názoru dospělých, dívky musejí vynaložit daleko více úsilí v porovnání

s chlapci, aby dosáhly stejných výsledků. S ohledem na tato zjištěná fakta jsme formulovali výzkumné problémy.

## **4.1 Charakteristika výzkumného souboru**

Cílem výzkumu bylo zjistit míru prostorové představivosti žáků druhého stupně základních škol a víceletých gymnázií a její souvislost s pohlavím a lateralitou respondenta. Výzkumem bylo osloveno Gymnázium Zlín, Lesní čtvrť a 10. ZŠ ve Zlíně – třídy běžné základní školy a třídy se zaměřením na matematiku. Respondenty byli žáci šestých až devátých tříd základních škol a žáci primy až kvarty víceletých gymnázií.

Pro shromáždění potřebných údajů jsme použili metodu didaktického testu (Chráska, 1998). Doplnkově byl proveden průzkum mezi učiteli, působící v těchto třídách, formou nestrukturovaného interview.

Didaktický test, prostřednictvím něhož byly měřeny schopnosti prostorové představivosti, vznikl ve dvou fázích. V první fázi byl test sestaven ve spolupráci s pedagogicko psychologickou poradnou PaedDr. Obručovou a poznatků o tvorbě didaktických testů, např. práce Chrásky a Tučka, Josífka a Hnilíčkové. Sestavený test měl dvacet jedna otázek. Takto vytvořený test byl částečně standardizován na vzorku náhodně vybraných žáků. Celkem test absolvovalo 45 žáků a bylo možné získat 38 bodů. Čas na vypracování testu byl stanoven na 40 minut. Pro tento první test byla provedena analýza vlastností testových úloh. Vypočtena byla obtížnost a citlivost úloh a proveden rozbor jednotlivých odpovědí žáků. Na základě provedených analýz byla první verze didaktického testu upravena. Vyřazeny byly otázky příliš snadné nebo ty, které obsahovaly nevhodné distraktory. Konečná verze obsahuje 19 úloh, kdy žák může získat maximálně 31 bodů. Čas na vypracování testu byl stanoven na 40 minut. Popsanými procesy se podařilo navrhnout, vytvořit a empiricky verifikovat nástroj pro zjišťování míry schopnosti prostorové představivosti.

Měření probíhalo v listopadu a prosinci roku 2009, k tomu aby byly výsledky co nejvíce reliabilní, probíhala veškerá měření za osobního dohledu nebo

dohledu pověřených osob. Pomocí didaktických testů bylo získáno velké množství číselných údajů, proto byly výsledky po uspořádání dat zpracovány do tabulek četností vždy zvlášť pro každou skupinu. První skupina – DÍVKY – obsahovala 74 žáků, které v didaktickém testu získaly celkem 1 510,5 bodů. Druhá skupina – CHLAPCI – obsahovala 66 žáků, kteří v didaktickém testu získali 1 329,5 bodů. Třetí skupinou byli – PRAVÁCI – skupina obsahovala 109 žáků, kteří získali 2 218,5 bodů a poslední skupinou byli – LEVÁCI - skupina obsahovala 31 žáků, kteří získali 621,5 bodů.

## **4.2 Vymezení výzkumného problému a formulace hypotéz**

Na základě výše uvedených teoretických východisek práce byly formulovány následující výzkumné problémy:

P1 Existuje rozdíl mezi výsledky chlapců a dívek dosažených v testu prostorové představivosti?

P2 Existuje souvislost mezi výsledky testu prostorové představivosti a známkou z matematiky?

P3 Existuje rozdíl mezi výsledky praváků a leváků v testu prostorové představivosti?

P4 Existuje souvislost mezi výsledky testu prostorové představivosti a věkem žáků?

Na základě teoretických poznatků a stanovených výzkumných problémů byly formulovány následující věcné hypotézy výzkumu.

H1 Mezi výsledky v testu prostorové představivosti dosažených dívkami a chlapci jsou rozdíly.

H2 Mezi výsledky v testu prostorové představivosti dosažených žáky s výborným prospěchem v matematice a fyzice a žáky s výborným prospěchem v českém a cizím jazyce jsou rozdíly.

H3 Mezi výsledky dosažených pravorukými a levorukými žáky v testu prostorové představivosti jsou rozdíly.

H4 Žák 9. ročníku (kvarty) je oproti žákovi 6.ročníku (primy) v testu prostorové představivosti úspěšnější.

### **4.3 Metody sběru dat, charakteristika výzkumného nástroje**

Hlavní metodou sběru dat disertační práce tvoří nestandardizovaný test prostorové představivosti vytvořený autorkou disertační práce a interview s učiteli matematiky, kteří vyučují ve třídách škol, jejichž žáci se zúčastnili výzkumného šetření.

#### **4.3.1 Nestandardizovaný didaktický test**

Nestandardizovaný didaktický test je test, u něhož nebyly realizovány všechny kroky obvyklé při přípravě a ověřování testů standardizovaných. Neproběhla u nich fáze ověřování na větším vzorku žáků a proto neznáme všechny jeho vlastnosti (Chráška, 2007).

Námi sestavený test prostorové představivosti je složen celkem z devatenácti úloh, úlohy jsou tvořeny tak, aby k jejich úspěšnému vyřešení nebyla potřeba znalost zobrazovacích metod, žák pouze musí využít aktivní prostorovou orientaci a mentální manipulaci s objekty. Jde o úlohy, které lze bez větší návaznosti na učivo zařazovat do jakékoliv vyučovací hodiny jako rozvíčku nebo relaxační činnost. V testu jsou zařazeny úlohy s výběrem správné odpovědi, dichotomické úlohy (7 úloh), ale také úloha doplňovací. Devatenáctá úloha je produkční a má stimulovat fantazii žáka.

Navíc byly k testu přidány dvě otázky zjišťující subjektivní názor žáka na obtížnost úloh.

Výsledky dosažené v testu nám umožnily přijmout či zamítnout stanovené hypotézy. Didaktický test prostorové představivosti sestavený autorkou práce uvádíme v příloze 1. V příloze 2 jsou v tabulce všechna data získaná pomocí tohoto testu.

### **4.3.2 Nestrukturované interview**

Pro získání informací o žácích jsme oslovili učitele matematiky vyučující ve třídách, jejichž žáky jsme zahrnuli do výzkumného šetření. Jako nejvhodnější metodu jsme zvolili nestrukturované interview.

Jak uvádí Chráska „Interview je metoda shromažďování dat o pedagogické realitě, která spočívá v bezprostřední verbální komunikaci výzkumného pracovníka a respondenta“ (Chráska, 2007, str. 182).

Cílem interview bylo získat informace:

- O prospěchu žáků v matematice, fyzice, českém jazyce a cizím jazyce na konci školního roku 2008/2009
- Jakou metodu či formu výuky považují učitelé za vhodnou pro rozvoj prostorové představivosti
- Jak učitelé hodnotí současné učebnice matematiky vzhledem k rozvoji prostorové představivosti

## **4.4 Realizace výzkumného šetření – sběr dat**

Vlastní výzkum byl prováděn na 10. základní škole a Gymnáziu Lesní čtvrť ve Zlíně. Celkem byl test zadán ve 13 třídách. Testování žáků proběhlo po dohodě s řediteli jednotlivých škol a následně s přidělenými učiteli. Zajímavostí je, že většina testů byla zadána v jiném předmětu než v matematice. Na zpracování didaktického testu měli žáci 40min, během testu žáci byli ve třídě rozmístěni tak, aby seděl každý sám v lavici a nedocházelo ke zkreslení výsledků. Výzkumem jsme zjišťovali vztah mezi nezávisle proměnou (tj. věk, pohlaví,

lateralita, úroveň prostorové představivosti) a závisle proměnou (výkon žáka při řešení úloh).

Interview s učiteli matematiky v jednotlivých třídách bylo provedeno vždy po vzájemné dohodě s pedagogem a odpovědi na otázky byly zaznamenávány v průběhu rozhovoru.

## 4.5 Metody zpracování získaných dat

Při zpracování výsledků výzkumu byly voleny statistické metody podle charakteru získaných dat. Jednotlivé grafy zařazené do disertační práce byly vytvořeny v tabulkovém procesoru MS Excel. Při analýze metrických dat jsme použili Studentův t-test a jeho neparametrickou alternativu U-test Manna a Whitneyho. K rozhodnutí o homogenitě rozptylu mezi dvěma soubory dat byl využit Fisherův – Snecdecorův F – test.

### 4.5.1 Studentův t-test

Studentův t-test, je statistický test významnosti, patřící mezi parametrické testy a umožňuje nám rozhodnout, zda data získaná měření ve dvou různých skupinách, mají shodný aritmetický průměr.

Nulovou hypotézu testujeme pomocí Studentova testového kritéria t, které vypočítáme ze vzorce

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

kde  $\bar{x}_1$  je průměr jedné skupiny,  $\bar{x}_2$  průměr druhé skupiny,  $s$  směrodatná odchylka a  $n_1, n_2$  jsou četnosti obou skupin.

Směrodatnou odchylku určíme z tzv. nestranného odhadu rozptylu  $s^2$ , který lze vypočítat pomocí vzorce



$$s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n_2} (x_{2j} - \bar{x}_2)^2 \right]$$

$$s = \sqrt{s^2}.$$

Vypočítanou hodnotu  $t$  srovnáme s kritickou hodnotou tohoto testového kritéria Studentova t-testu pro zvolenou hladinu významnosti a počet stupňů volnosti  $f$ , které určíme ze vztahu

$$f = n_1 + n_2 - 2.$$

Pokud je vypočítaná hodnota  $t$  menší než hodnota kritická, přijímáme nulovou hypotézu. V případě, že vypočítaná hodnota  $t$  je větší než je kritická hodnota Studentova t-testu, odmítáme nulovou hypotézu a přijímáme hypotézu alternativní.

Použití Studentova t-testu je možné při splnění následujících podmínek:

- základní soubor musí splňovat podmínku normálního rozdělení
- obě měření byla nezávislá
- data jsou metrická
- je splněn požadavek na homogenitu rozptylu v obou skupinách (Chráska, 2007).

#### 4.5.2 U-test Manna a Whitneyho

U-test je neparametricku obdobou Studentova t-testu, který využíváme v případě, že máme rozhodnout, zda dva výběry mohou pocházet ze stejného základního souboru – mají stejné rozdělení četností.

Pro potřebu tohoto testu významnosti je potřeba získané naměřené hodnoty seřadit do jedné řady dle velikosti (pořadí 1 přidělíme hodnotě 1).

Hodnoty poté dosadíme do vzorce a vypočítáme testové kritérium  $U$  (resp.  $U'$ )

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U' = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - R_2$$

Kde  $n_1$  je četnost hodnot v prvním výběru,  $n_2$  četnost hodnot v druhém výběru,  $R_1$  je součet pořadí v první skupině a  $R_2$  je součet pořadí ve druhé skupině.

Testovým kritériem pro U-test je menší z výsledných hodnot. Vypočítaná hodnota je srovnána s kritickou hodnotou  $U_{\alpha}(n_1, n_2)$ .

Pokud je testovaná skupina větší (nad 20), má testové kritérium přibližně normální rozdělení. Nulovou hypotézu pak testujeme pomocí normované normální veličiny  $u$ , kterou vypočítáme podle vzorce

$$|u| = \frac{U - \frac{n_1 \cdot n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

Kde  $n_1$  je četnost hodnot v prvním výběru,  $n_2$  četnost hodnot v druhém výběru a  $U$  hodnota testového kritéria (Komenda, Klementa, 1981; Chráska, 2007).

### 4.5.3 Fisherův-Snedecorův F-test

Díky tomuto testu můžeme rozhodnout zda ve dvou souborech dat je rozptyl přibližně stejně velký nebo výrazně rozdílný. Rozptyly posuzujeme pomocí testového kritéria F, které vypočítáme podle vzorce

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{\sum (x_{2j} - \bar{x}_2)^2} \cdot \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1}$$

Kde  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ , jsou rozptyly v první a druhé skupině,  $n_1, n_2$  jsou četnosti v obou skupinách,  $\bar{x}_1$  je průměr jedné skupiny,  $\bar{x}_2$  je průměr ve druhé skupině. Do

čitatele zlomku při výpočtu dosazujeme vždy větší hodnotu rozptylu (hodnota testového kritéria vyjde vždy větší než 1).

Vypočítanou hodnotu F srovnáváme s hodnotou kritickou testového kritéria pro zvolenou hladinu významnosti a počet stupňů volnosti. Stupně volnosti určíme jednoduchým výpočtem pro každou skupinu

$$f_1 = n_1 - 1$$

$$f_2 = n_2 - 1$$

Je – li vypočítaná hodnota F menší než je kritická hodnota, přijímáme nulovou hypotézu. Je – li hodnota F větší než je hodnota kritická, přijímáme hypotézu alternativní (Chráška, 2007).

## 5 Testování hypotéz a interpretace výsledků výzkumného šetření

Před zahájením testování jednotlivých hypotéz byly vždy ve statistických termínech formulovány hypotéza nulová a alternativní.

**H1 Mezi výsledky v testu prostorové představivosti, kterých dosáhli dívky a chlapci jsou rozdíly.**

H<sub>10</sub> Mezi průměrným počtem bodů dosažených v testu prostorové představivosti obou skupin nejsou rozdíly.

H<sub>1A</sub> Mezi průměrným počtem bodů dosažených v testu prostorové představivosti dívek a chlapců jsou rozdíly.

Na získaná data jsme aplikovali Studentův t-test. Hypotéza byla testována na hladině významnosti

$$\alpha = 0,05.$$

	<i>body dívky</i>	<i>body chlapci</i>
Stř. hodnota	20,21969697	20,4527027
Rozptyl	28,86252914	23,34362273
Pozorování	66	74
Společný rozptyl	25,94310763	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t stat	0,270196313	
P(T<=t) (1)	0,393706442	
t krit (1)	1,655970383	
P(T<=t) (2)	0,787412884	
t krit (2)	1,977303512	

Tabulka č.1 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (dívky, chlapci)

Kritická hodnota Studentova t-testu pro 138 stupňů volnosti a zvolenou hladinu významnosti je  $t_{0,05}(138) = 1,977$ . Protože vypočítaná hodnota  $t = 0,2702$  je menší než hodnota kritická, přijímáme nulovou hypotézu. *Mezi průměrným počtem bodů dosažených dívkami a chlapci v testu prostorové představivosti nejsou statistické rozdíly.*

Při užití Studentova t-testu musí být splněna podmínka homogenity rozptylu v obou srovnávaných skupinách. Tuto skutečnost jsme ověřovali pomocí Fischerova – Snedecorova F – testu. Pomocí tohoto kritéria testujeme nulovou hypotézu o rovnosti rozptylu v obou skupinách.

$H_0$  Rozptyl výsledků testu prostorové představivosti ve skupině dívek a skupině chlapců je stejně velký.

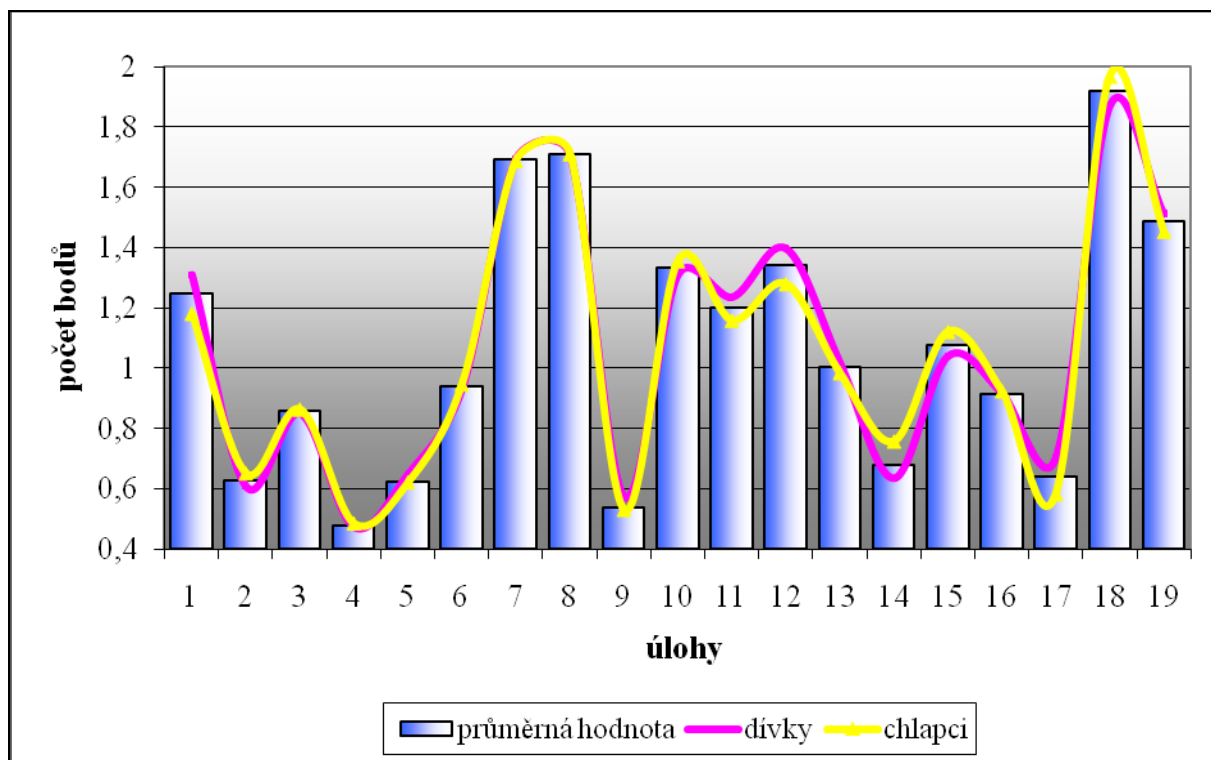
$H_A$  Rozptyly výsledků testu prostorové představivosti v obou skupinách jsou rozdílné.

Data testujeme na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$

skupina	$\bar{x}$	$\sum(x_1 - \bar{x})^2$	četnost	$s^2$	F
Chlapci	20,45	1876	66	136875	1,2364
Dívky	20,22	1704	74	110760	

*Tabulka č.2 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl*

Vzhledem k tomu, že námi vypočtená kritická hodnota kritéria  $F_{0,05}(65,73)=1,534$  (nejbližší tabelovaná hodnota) je větší než vypočtená hodnota  $F = 1,2364$ , nezamítáme tedy nulovou hypotézu. Rozptyly výsledků v obou skupinách jsou si rovny. Použití Studentova t – testu bylo oprávněné.



Graf č.1 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách dívek a chlapců ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.

Grafické znázornění výsledků testu nejlepšího a nejhoršího chlapce a dívky uvádíme příloze 4.

Dále nás zajímalo, zda žáci, kteří dosahují výborných výsledků v matematice a fyzice (lépe jim pracuje levá hemisféra) dosahují lepších výsledků také v testech prostorové představivosti.

**H2 Mezi výsledky v testu prostorové představivosti dosažených žáky s výborným prospěchem v matematice a fyzice a žáky s výborným prospěchem v českém a cizím jazyce jsou rozdíly.**

H<sub>20</sub> Mezi průměrným počtem bodů dosažených v testu prostorové představivosti obou skupin nejsou rozdíly.

H<sub>2A</sub> Mezi průměrným počtem bodů skupiny výborné v matematice a fyzice a skupiny výborné v českém a cizím jazyce v testu prostorové představivosti jsou rozdíly.

Na získaná data jsme aplikovali Studentův t-test. Hypotéza byla testována na hladině významnosti

$\alpha = 0,05$ .

	<i>Ma + Fy</i>	<i>Čj + Cj</i>
Stř. hodnota	19,63043478	24,18421053
Rozptyl	24,71594203	20,33918129
Pozorování	46	19
Společný rozptyl	23,46543896	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	63	
t stat	3,447119475	
P(T<=t) (1)	0,000507283	
t krit (1)	1,669402222	
P(T<=t) (2)	0,001014566	
t krit (2)	1,998340522	

Tabulka č.3 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (*ma+fy,čj+cj*)

Kritická hodnota Studentova t-testu pro 63 stupňů volnosti a zvolenou hladinu významnosti je  $t_{0,05}(63) = 1,998$ . Protože vypočítaná hodnota  $t = 3,4471$  je větší než hodnota kritická, odmítáme nulovou hypotézu. *Mezi průměrným počtem bodů, které získali žáci výborní v matematice a fyzice a žáci výborní v českém a cizím jazyce v testu prostorové představivosti jsou statistické rozdíly.*

Při užití Studentova t-testu musí být splněna podmínka homogenity rozptylu v obou srovnávaných skupinách. Tuto skutečnost jsme ověřovali pomocí Fischerova – Snedecorova F – testu. Pomocí tohoto kritéria testujeme nulovou hypotézu o rovnosti rozptylu v obou skupinách.

$H_0$  Rozptyl výsledků testu prostorové představivosti ve skupině žáků výborných v matematice a fyzice a žáků výborných v českém a cizím jazyce je stejně velký.

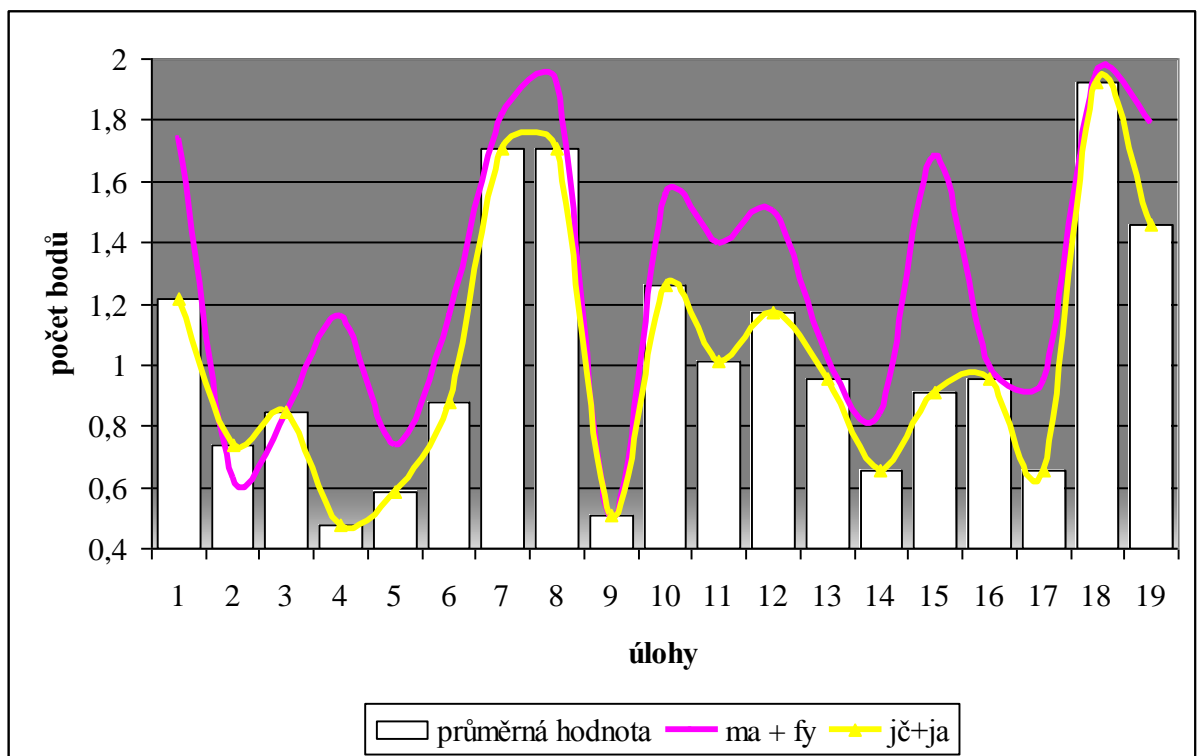
$H_A$  Rozptyly výsledků testu prostorové představivosti v obou skupinách jsou rozdílné.

Data testujeme na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$

skupina	$\bar{x}$	$\sum(x_1 - x)^2$	četnost	$s^2$	F
Ma+Fy	24,184	366,105	46	16474,74	1, 215189
Čj+Cj	19,630	1112,217	19	20019,91	

Tabulka č.4. Dvouvýběrový F-test pro rozptyl

Vzhledem k tomu, že námi vypočtená kritická hodnota kritéria  $F_{0,05}(46,19) = 1,839$  (nejbližší tabelovaná hodnota) je větší než vypočtená hodnota  $F = 1,2152$ , nezamítáme tedy nulovou hypotézu. Rozptyly výsledků v obou skupinách jsou si rovny. Použití Studentova t – testu bylo oprávněné.



Graf č.2 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách žáků výborných v ma+fy a žáků výborných v jč + aj ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.

**H3** Mezi výsledky dosažených pravorukými a levorukými žáky v testu prostorové představivosti jsou rozdíly.



$H_{3_0}$  Mezi dosaženými průměry výsledků obou skupin nejsou rozdíly.

$H_{3_A}$  Průměrné výsledky praváků a leváků v testu prostorové představivosti jsou rozdílné.

Na získaná data jsme aplikovali Studentův t-test. Hypotéza byla testována na hladině významnosti

$$\alpha = 0,05.$$

	<i>Leváci</i>	<i>Praváci</i>
Stř. hodnota	20,0483871	20,35321101
Rozptyl	32,37258065	24,07084608
Pozorování	31	109
Společný rozptyl	25,87557098	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t stat	0,294397515	
P(T<=t) (1)	0,384448269	
t krit (1)	1,655970383	
P(T<=t) (2)	0,768896539	
t krit (2)	1,977303512	

Tabulka č.5 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (leváci, praváci)

Kritická hodnota Studentova t-testu pro 138 stupňů volnosti a zvolenou hladinu významnosti je  $t_{0,05}(138) = 1,977$ . Protože vypočítaná hodnota  $t = 0,294$  je menší než hodnota kritická, přijímáme nulovou hypotézu. *Mezi dosaženými průměry výsledků praváků a leváků v testu prostorové představivosti nejsou statistické rozdíly.*

Při užití Studentova t-testu musí být splněna podmínka homogenity rozptylu v obou srovnávaných skupinách. Tuto skutečnost jsme ověřovali pomocí Fischerova – Snedecorova F – testu. Pomocí tohoto kritéria testujeme nulovou hypotézu o rovnosti rozptylu v obou skupinách.

$H_0$  Rozptyl výsledků testu prostorové představivosti ve skupině praváků a skupině leváků je stejně velký.

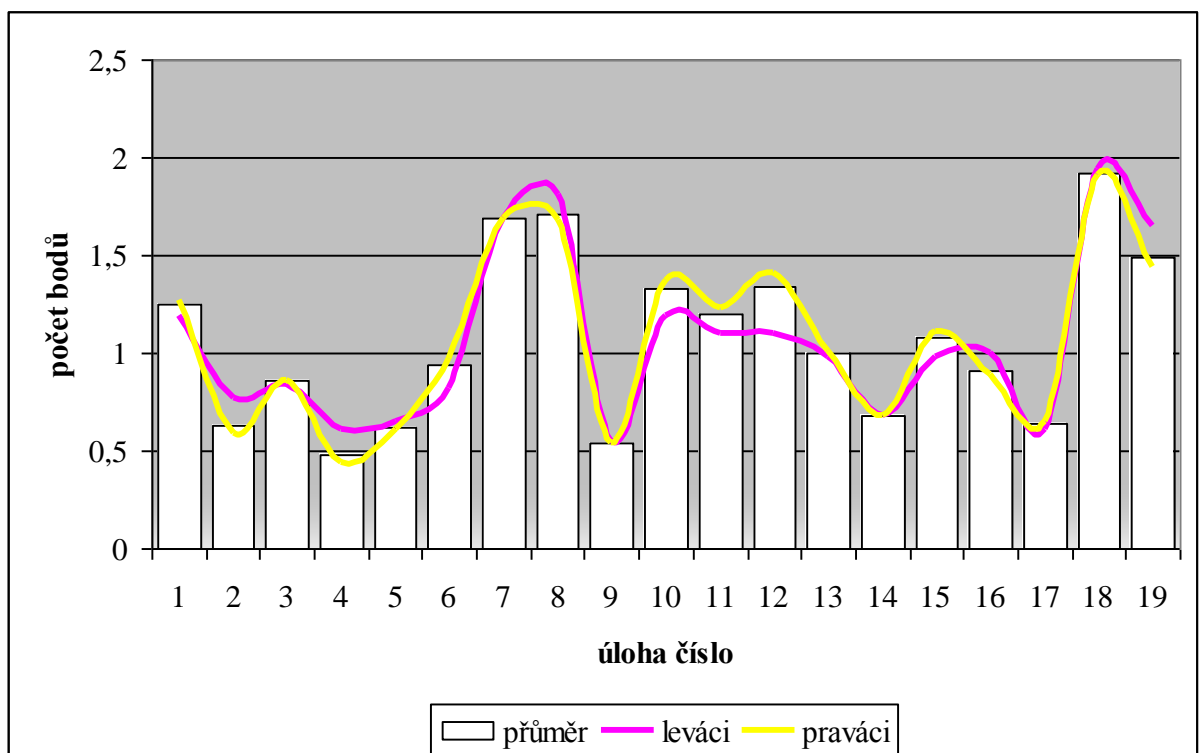
$H_A$  Rozptyly výsledků testu prostorové představivosti v obou skupinách jsou rozdílné.

Data testujeme na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$

skupina	$\bar{x}$	$\sum(x_1 - \bar{x})^2$	četnost	$s^2$	F
Leváci	20,05	971,18	31	104887,2	1,344889
Praváci	20,35	2599,65	109	77989,54	

Tabulka č. 6 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl

Vzhledem k tomu, že vypočtená kritická hodnota kritéria  $F_{0,05}(31,109)=1,56487$  je větší než námi vypočtená hodnota  $F = 1,345$  nezamítáme tedy nulovou hypotézu. Rozptyly výsledků v obou skupinách jsou si rovny. Použití Studentova t – testu bylo oprávněné.



Graf č.3 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách leváků a praváků ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.

**H4 Žáci 9. ročníku (kvarty) jsou oproti žákům 6. ročníku (primy) v testu prostorové představivosti úspěšnější.**

H<sub>40</sub> Mezi dosaženými průměry výsledků obou skupin nejsou rozdíly.

H<sub>4A</sub> Průměry výsledků starších a mladších žáků v testu prostorové představivosti jsou rozdílné.

Na získaná data jsme aplikovali Studentův t-test. Hypotéza byla testována na hladině významnosti

$\alpha = 0,05$ .

	<i>Mladší</i>	<i>Starší</i>
Stř. hodnota	18,05405405	23,3255814
Rozptyl	20,39977477	22,14147287
Pozorování	37	43
Společný rozptyl	21,33761221	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	78	
<b>t stat</b>	<b>5,089248423</b>	
P(T<=t) (1)	1,21246E-06	
t krit (1)	1,664624645	
P(T<=t) (2)	2,42492E-06	
<b>t krit (2)</b>	<b>1,990847036</b>	

*Tabulka č.7 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (starší,mladší)*

Kritická hodnota Studentova t-testu pro 78 stupňů volnosti a zvolenou hladinu významnosti je  $t_{0,05}(78) = 1,991$ . Protože vypočítaná hodnota  $t = 5,089$  je větší než hodnota kritická, odmítáme nulovou hypotézu. *Mezi dosaženými průměry výsledků žáků 9. třídy ZŠ (kvarty) a žáků 6. třídy ZŠ (primy) v testu prostorové představivosti jsou statisticky významné rozdíly.*

Při užití Studentova t-testu musí být splněna podmínka homogenity rozptylu v obou srovnávaných skupinách. Tuto skutečnost jsme ověřovali pomocí Fischerova – Snedecorova F – testu. Pomocí tohoto kritéria testujeme nulovou hypotézu o rovnosti rozptylu v obou skupinách.

$H_0$  Rozptyl výsledků testu prostorové představivosti ve skupině starších žáků a skupině mladších žáků je stejně velký.

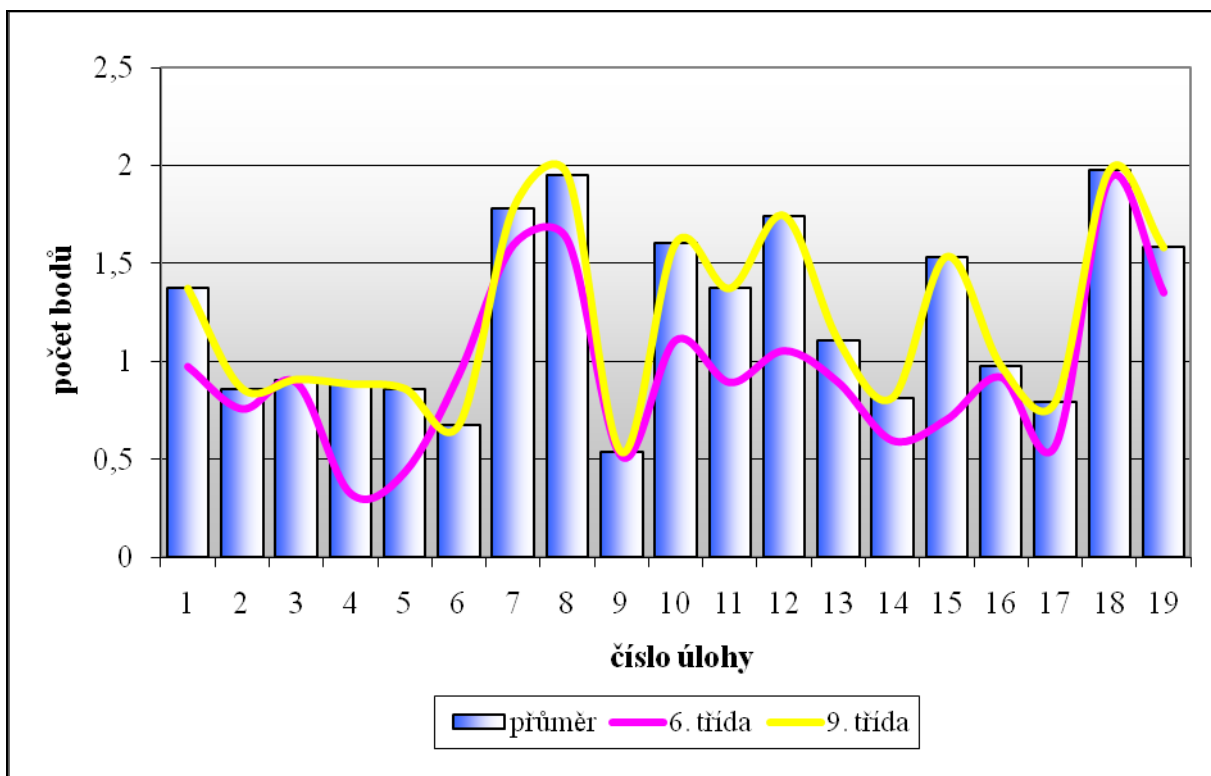
$H_A$  Rozptyly výsledků testu prostorové představivosti v obou skupinách jsou rozdílné.

Data testujeme na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$

skupina	$\bar{x}$	$\sum(x_1 - x)^2$	četnost	$s^2$	F
Starší	23,326	929,9419	43	33477,91	1,0853
Mladší	18,054	734,3919	37	30844,46	

*Tabulka č.8 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl*

Vzhledem k tomu, že vypočtená kritická hodnota kritéria  $F_{0,05}(78)=1,7181$  je větší než námi vypočtená hodnota  $F = 1,0853$  nezamítáme tedy nulovou hypotézu. Rozptyly výsledků v obou skupinách jsou si rovny. Použití Studentova t – testu bylo oprávněné.

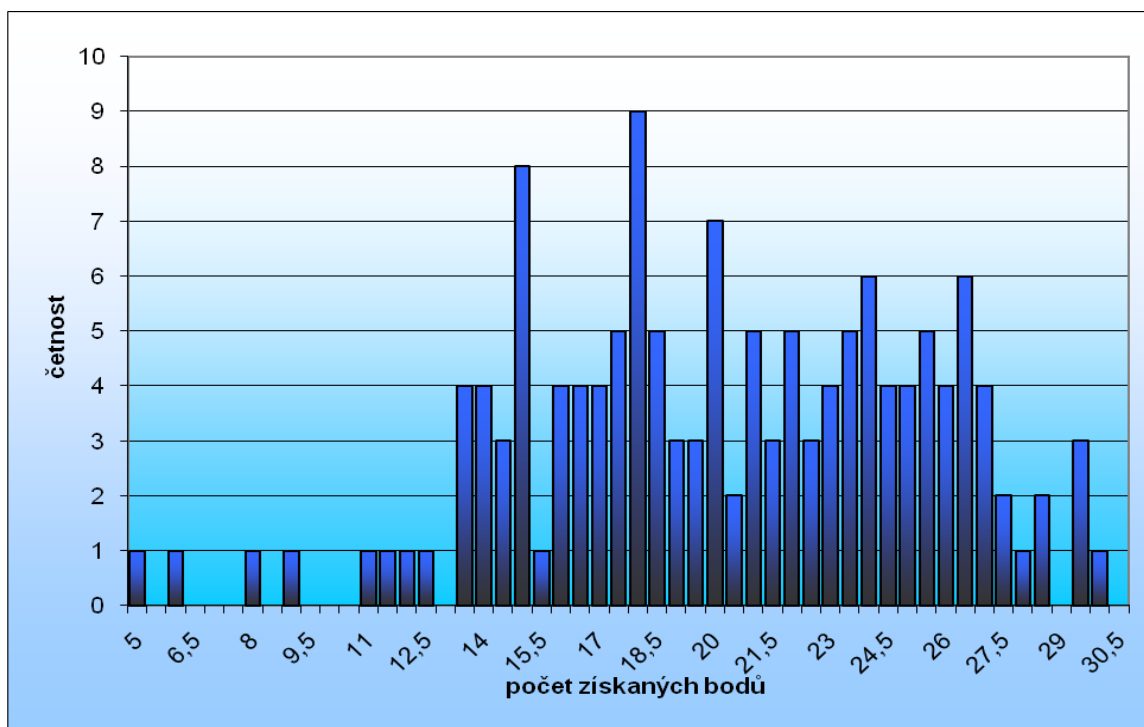


Graf č. 4 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách mladších a starších žáků ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.

## 6 Popisné statistiky získaných dat

### 6.1 Výsledky didaktického testu

Didaktický test byl složen z 19 úloh. Celkem mohl žák získat maximálně 31 bodů.



*Graf č. 5 Počet celkem získaných bodů v testu prostorové představivosti u celého výzkumného vzorku (celkový počet bodů z testu a jeho četnosti)*

Průměrně žáci v didaktickém testu dosáhli (po zaokrouhlení) 20 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 18 bodů.

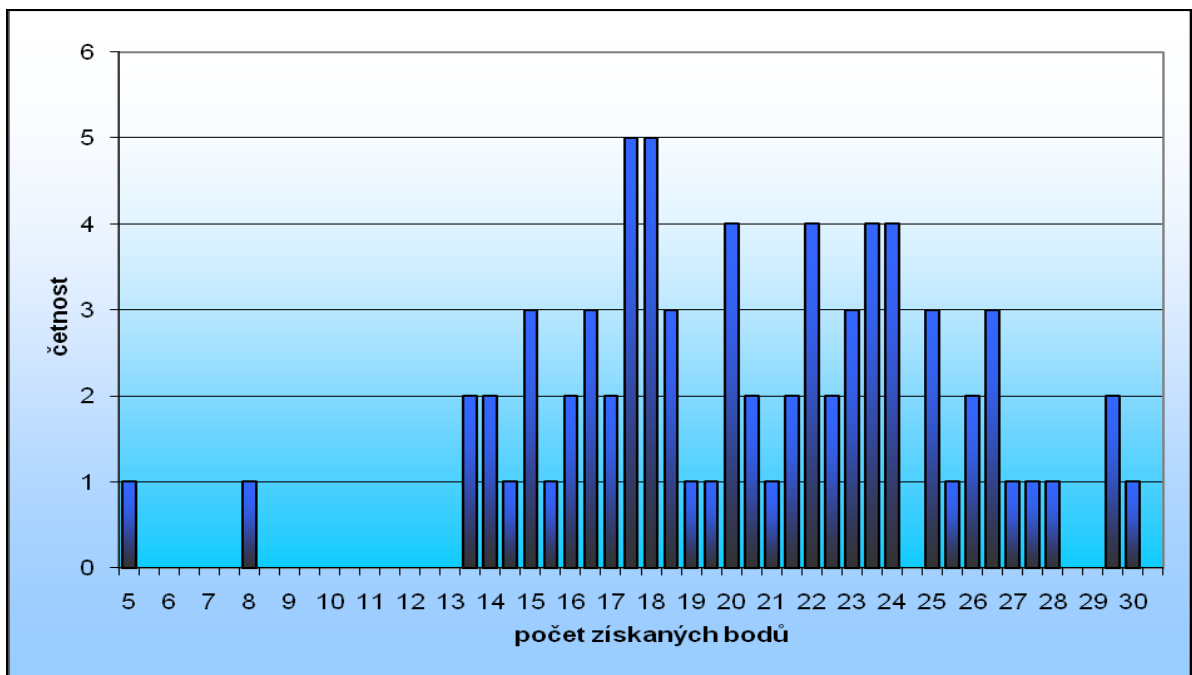
Test celkem	
Stř. hodnota	20,32142857
Chyba stř. hodnoty	0,428975914
Medián	20
Modus	18
Směr. odchylka	5,075711464
Rozptyl výběru	25,76284687
Špičatost	-0,15280922
Šikmost	0,329165512
Rozdíl max-min	25
Minimum	5
Maximum	30
Součet	2840
Počet	140
Největší (1)	30
Nejmenší (1)	5
Hladina spolehlivosti (95,0%)	0,848161609

*Tabulka č. 9 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u celého výzkumného vzorku.*

Průměrně žáci v didaktickém testu dosáhli (po zaokrouhlení) 20 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 18 bodů. Nejúspěšnější žák získal v testu 30 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení v testu bylo pouhých 5 bodů.

Následující grafy a tabulky popisují úspěšnost v testu žáků po rozdělení na dívky a chlapce.

## DÍVKY



Graf č. 6 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u dívek

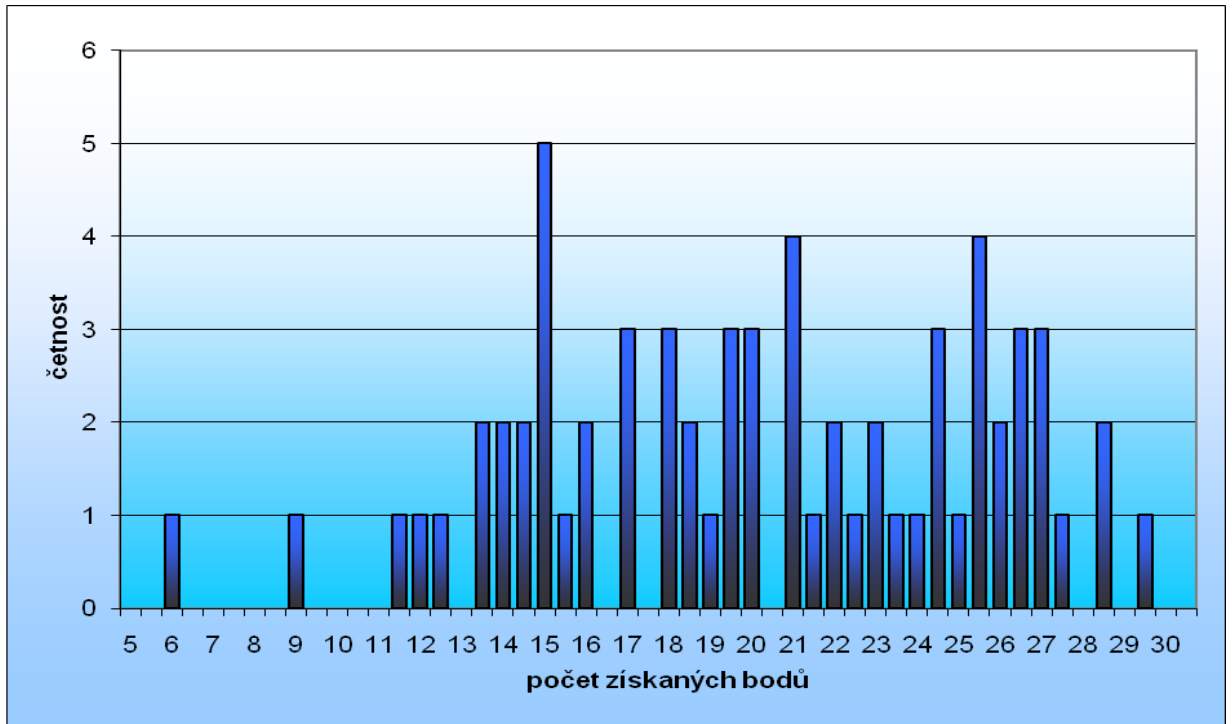
<b>Dívky</b>	
Stř. hodnota	20,41216216
Chyba stř. hodnoty	0,563067814
Medián	20,25
Modus	17,5
Směr. odchylka	4,843692487
Rozptyl výběru	23,4613569
Špičatost	0,490514057
Šikmost	0,360653779
Rozdíl max-min	25
Minimum	5
Maximum	30
Součet	1510,5
Počet	74
Největší (1)	30
Nejmenší (1)	5
Hladina spolehlivosti (95,0%)	1,12219252

Tabulka č. 10 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u dívek.



Dívky v testu získaly průměrně 20,25 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 17,5 bodů. Nejúspěšnější dívka získala v testu 30 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi dívkami bylo pouhých 5 bodů.

## CHLAPCI



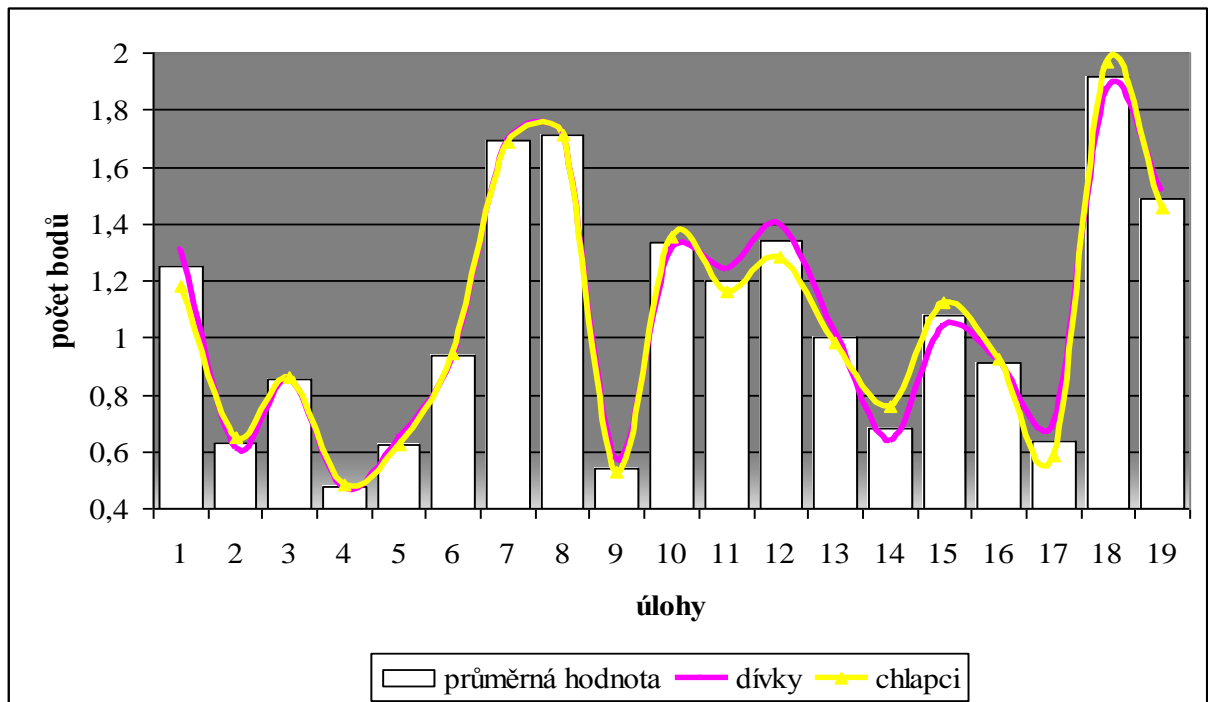
Graf č.7 Počet získaných bodů v testu prostorové představivosti u chlapců

<b>chlapci</b>	
Stř. hodnota	20,14393939
Chyba stř. hodnoty	0,658082716
Medián	20
Modus	15
Směr. odchylka	5,346289261
Rozptyl výběru	28,58280886
Špičatost	-0,61920795
Šikmost	0,274153697
Rozdíl max-min	23,5
Minimum	6
Maximum	29,5
Součet	1329,5
Počet	66
Největší (1)	29,5
Nejmenší (1)	6
Hladina spolehlivosti (95,0%)	1,314281925

*Tabulka č. 11 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u chlapců.*

Chlapci v testu získali průměrně 20 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 15 bodů. Nejúspěšnější chlapec získal v testu 29,5 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi chlapci bylo 6 bodů.

## DÍVKY a CHLAPCI

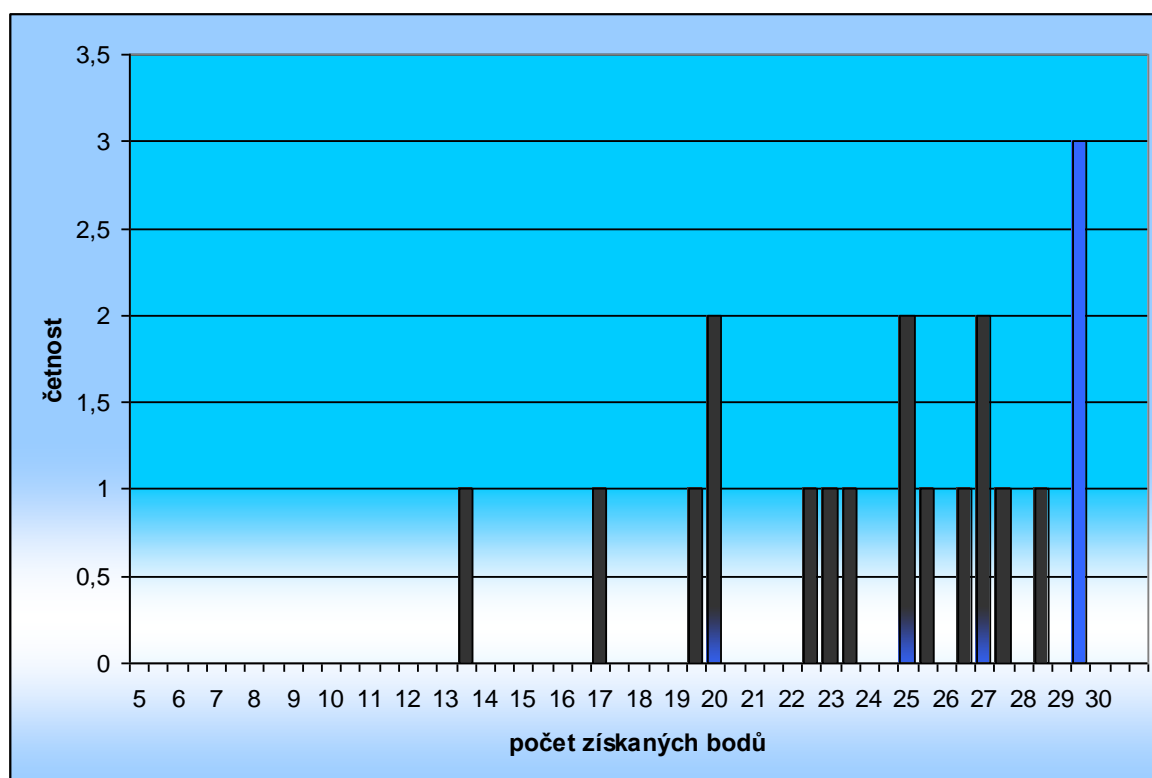


Graf č. 8 Průměrný počet získaných bodů chlapců a dívek v jednotlivých úlohách

Dívky byly výrazně úspěšnější než chlapci v úlohách 1, 11, 12 a 17. Chlapcům se více dařilo v úlohách 10, 14, 15 a 18.

Následující grafy a tabulky ukazují, jak v testu dopadli žáci po rozdělení podle prospěchu v matematice, fyzice a českém jazyce, cizím jazyce.

## ŽÁCI výborní v matematice i fyzice



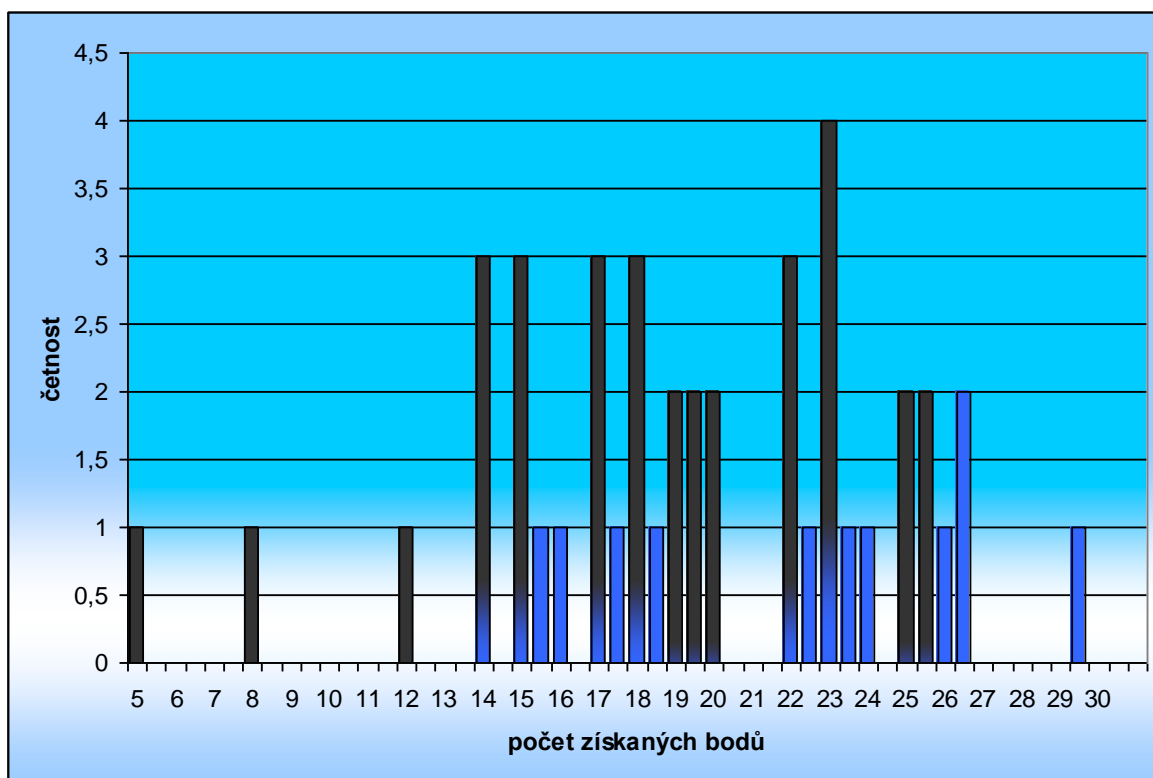
*Graf č. 9 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti žáků s výborným prospěchem v matematice i fyzice*

<b>matematika + fyzika</b>	
Stř. hodnota	24,18421
Chyba stř. hodnoty	1,034642
Medián	25
Modus	29,5
Směr. odchylka	4,509898
Rozptyl výběru	20,33918
Špičatost	0,145256
Šikmost	-0,82486
Rozdíl max-min	16
Minimum	13,5
Maximum	29,5
Součet	459,5
Počet	19
Největší (1)	29,5
Nejmenší (1)	13,5

*Tabulka č. 12 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u žáků s výborným prospěchem v matematice a fyzice.*

Žáci s výborným prospěchem v matematice a fyzice v testu získali průměrně 25 bodů. Nejúspěšnější respondent získal v testu 29,5 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi těmito žáky bylo 13,5 bodů.

## ŽÁCI výborní v českém i cizím jazyce



*Graf č. 10 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti žáků s výborným prospěchem v českém i cizím jazyce.*

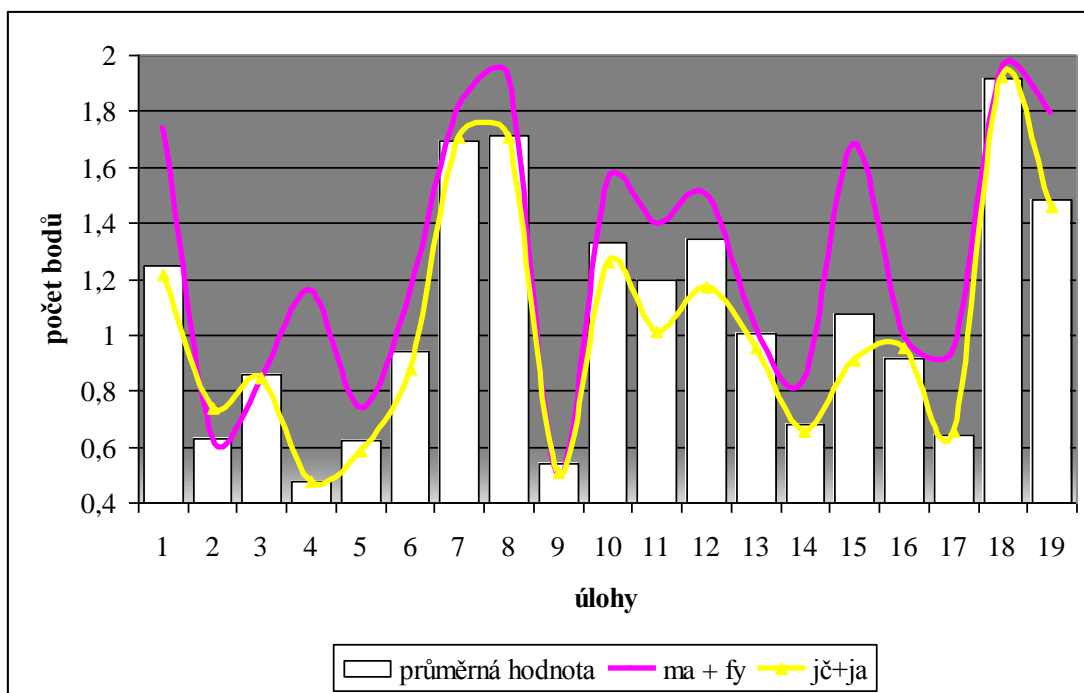
<b>český jazyk + cizí jazyk</b>	
Stř. hodnota	19,63043
Chyba stř. hodnoty	0,73301
Medián	19,75
Modus	23
Směr. odchylka	4,971513
Rozptyl výběru	24,71594
Špičatost	0,682745
Šikmost	-0,60145
Rozdíl max-min	24,5
Minimum	5
Maximum	29,5
Součet	903
Počet	46
Největší (1)	29,5
Nejmenší (1)	5

*Tabulka č. 13 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u žáků s výborným prospěchem v českém i cizím jazyce.*

Žáci s výborným prospěchem v českém i cizím jazyce v testu získali průměrně 19,75 bodů. Nejúspěšnější respondent získal v testu 29,5 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi těmito žáky bylo 5 bodů.

V příloze 5 uvádíme přehledný graf průměrných výsledků všech žáků, žáků výborných v čj + cj a žáků výborných v ma + fy.

## ŽÁCI s výborným prospěchem



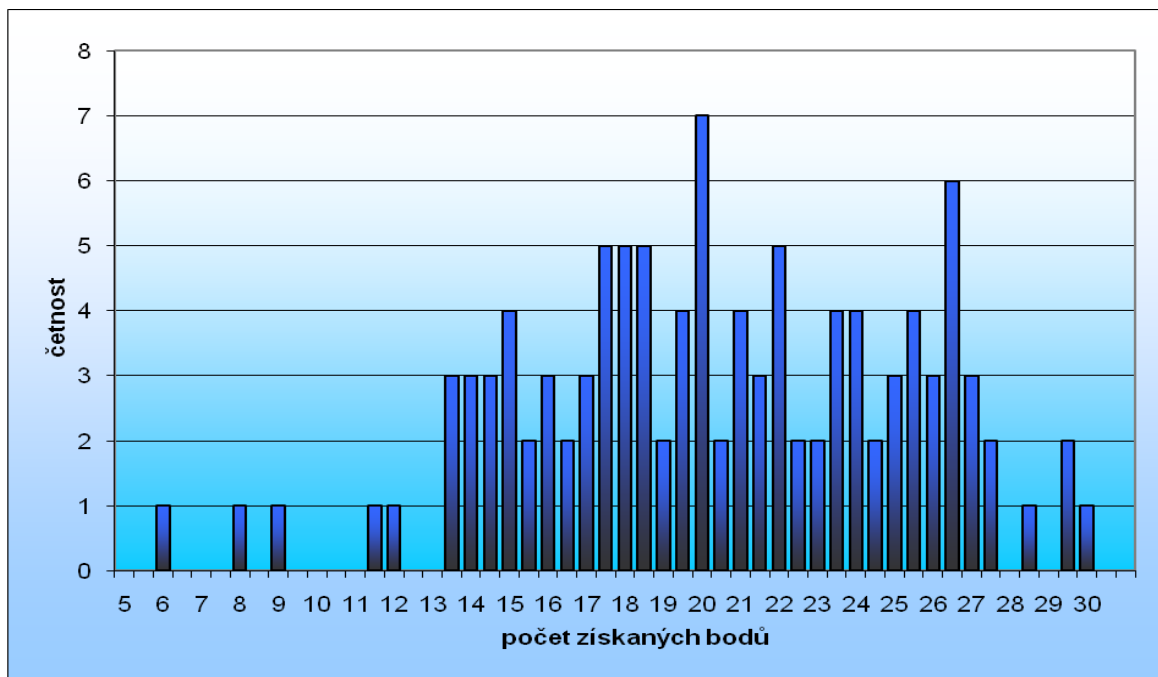
Graf č. 11 Žáci s výborným prospěchem v ma + fy a výborných v jč + cj.

Z grafu je zřejmé, že výsledky žáků výborných v ma+fy a výborných v jč+cj v jednotlivých úlohách jsou nejvíce odlišné v úlohách 1,4, 11, 15 i 19.

Následující grafy a tabulky ukazují, jak v testu dopadli žáci po rozdělení na praváky a leváky.



## PRAVÁCI



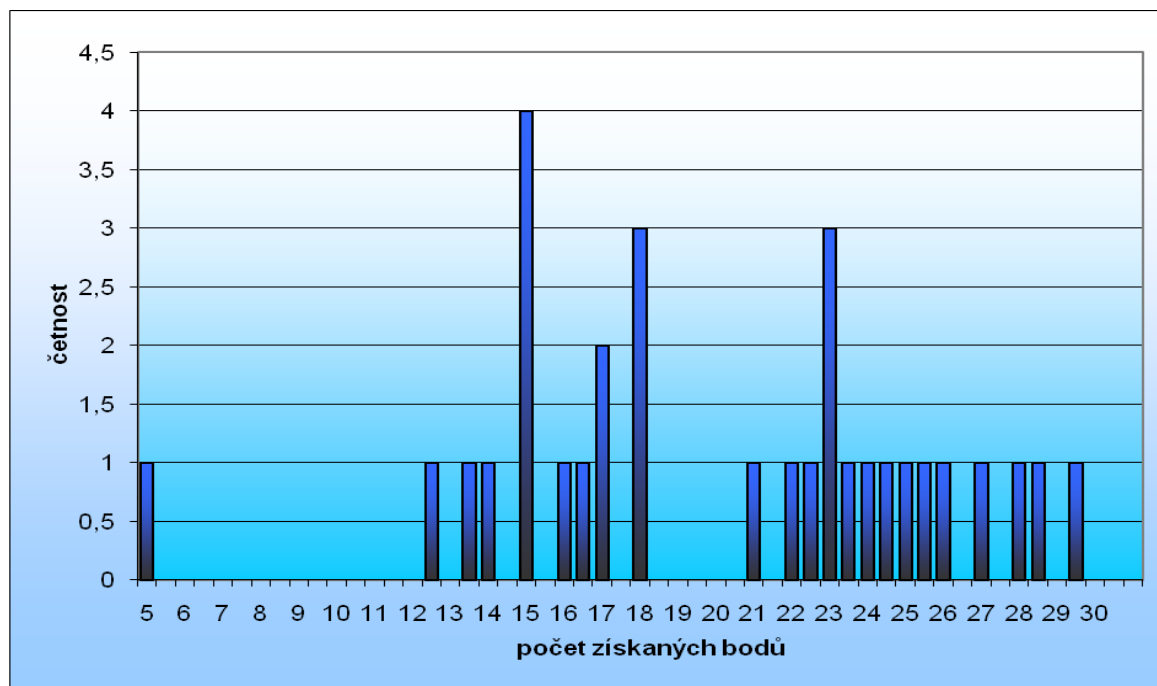
Graf č. 12 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u praváků

<b><i>praváci</i></b>	
Stř. hodnota	20,35321101
Chyba stř. hodnoty	0,469929197
Medián	20
Modus	20
Směr. odchylka	4,906204855
Rozptyl výběru	24,07084608
Špičatost	-0,195354379
Šikmost	-0,283605615
Rozdíl max-min	24
Minimum	6
Maximum	30
Součet	2218,5
Počet	109
Největší (1)	30
Nejmenší (1)	6
Hladina spolehlivosti (95,0%)	0,931481166

Tabulka č. 14 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u praváků.

Praváci v testu získali průměrně 20 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo také 20 bodů. Nejúspěšnější pravák získal v testu 30 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi praváky bylo 6 bodů.

## LEVÁCI



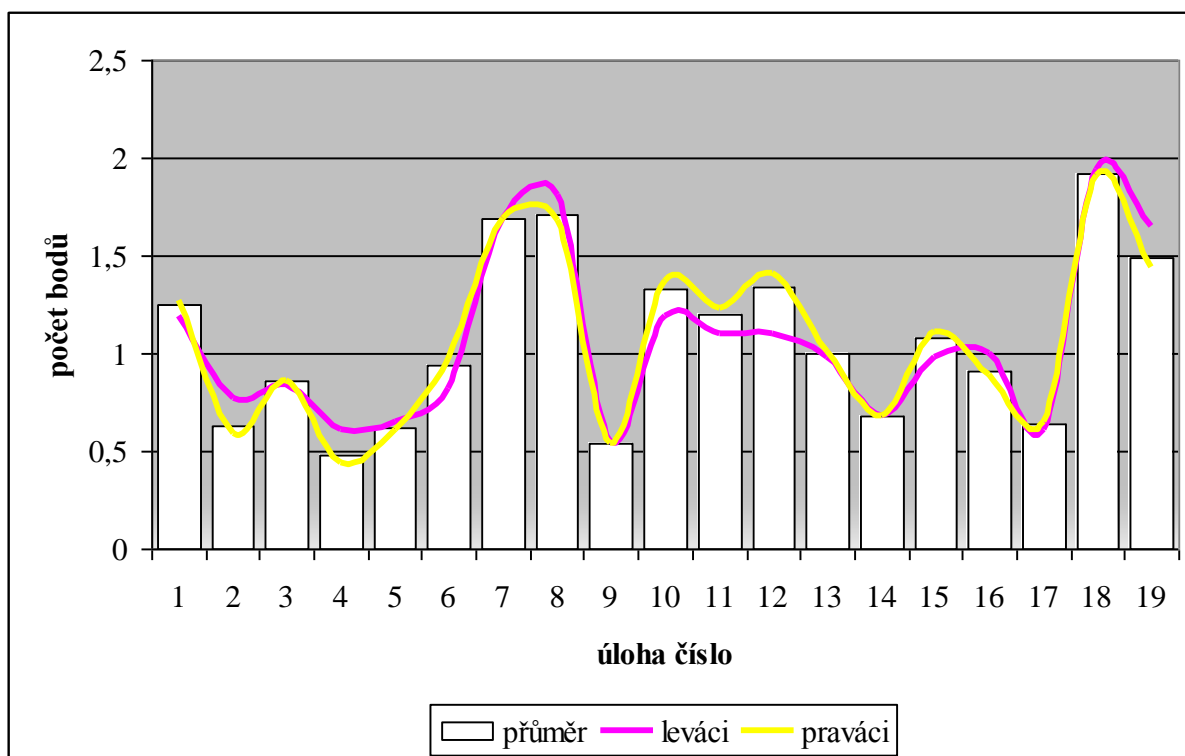
Graf č. 13 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u leváků

<i>leváci</i>	
Stř. hodnota	20,0483871
Chyba stř. hodnoty	1,021898623
Medián	21
Modus	15
Směr. odchylka	5,689690734
Rozptyl výběru	32,37258065
Špičatost	-0,054514939
Šikmost	-0,382236119
Rozdíl max-min	24,5
Minimum	5
Maximum	29,5
Součet	621,5
Počet	31
Největší (1)	29,5
Nejmenší (1)	5
Hladina spolehlivosti (95,0%)	2,086995403

*Tabulka č. 15 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představitosti u leváků.*

Leváci v testu získali průměrně 21 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo také 15 bodů. Nejúspěšnější levák získal v testu 29,5 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi leváky bylo 5 bodů.

## PRAVÁCI a LEVÁCI

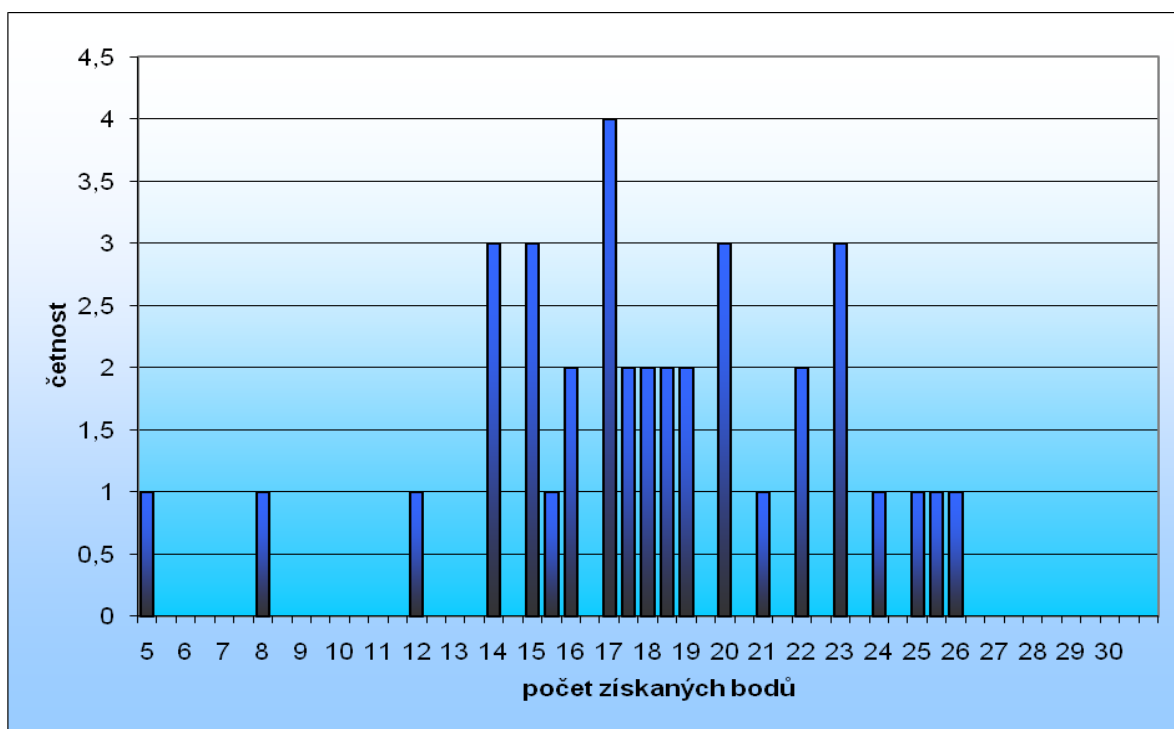


Graf č. 14 Průměrný počet bodů praváků a leváků v jednotlivých úlohách.

Z grafu je zřejmé, že výsledky praváků a leváků v jednotlivých úlohách jsou nejvíce odlišné v úlohách 2, 3, 8, 10, 11, 12 i 19.

Následující grafy a tabulky ukazují, jak v testu dopadli žáci po rozdělení podle věku.

## MLADŠÍ ŽÁCI



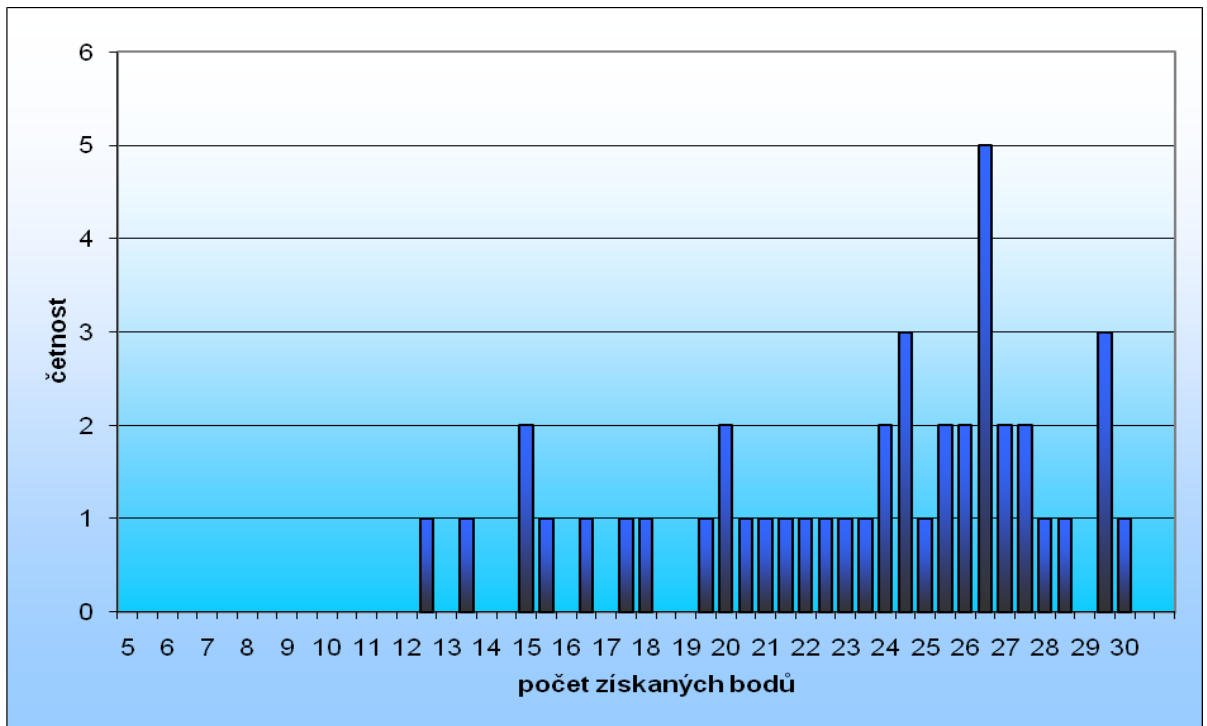
Graf č. 15 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u žáků 6. tříd a primy

<b>mladší žáci</b>	
Stř. hodnota	18,05405405
Chyba stř. hodnoty	0,742526272
Medián	18
Modus	17
Směr. odchylka	4,516610983
Rozptyl výběru	20,39977477
Špičatost	1,054025257
Šikmost	0,571075993
Rozdíl max-min	21
Minimum	5
Maximum	26
Součet	668
Počet	37
Největší (1)	26
Nejmenší (1)	5
Hladina spolehlivosti (95,0%)	1,505913067

*Tabulka č. 16 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u mladších žáků.*

Mladší žáci v testu získali průměrně 18 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 17 bodů. Nejúspěšnější byl mladší žák, který získal v testu 26 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi mladšími žáky bylo 5 bodů.

## STARŠÍ ŽÁCI



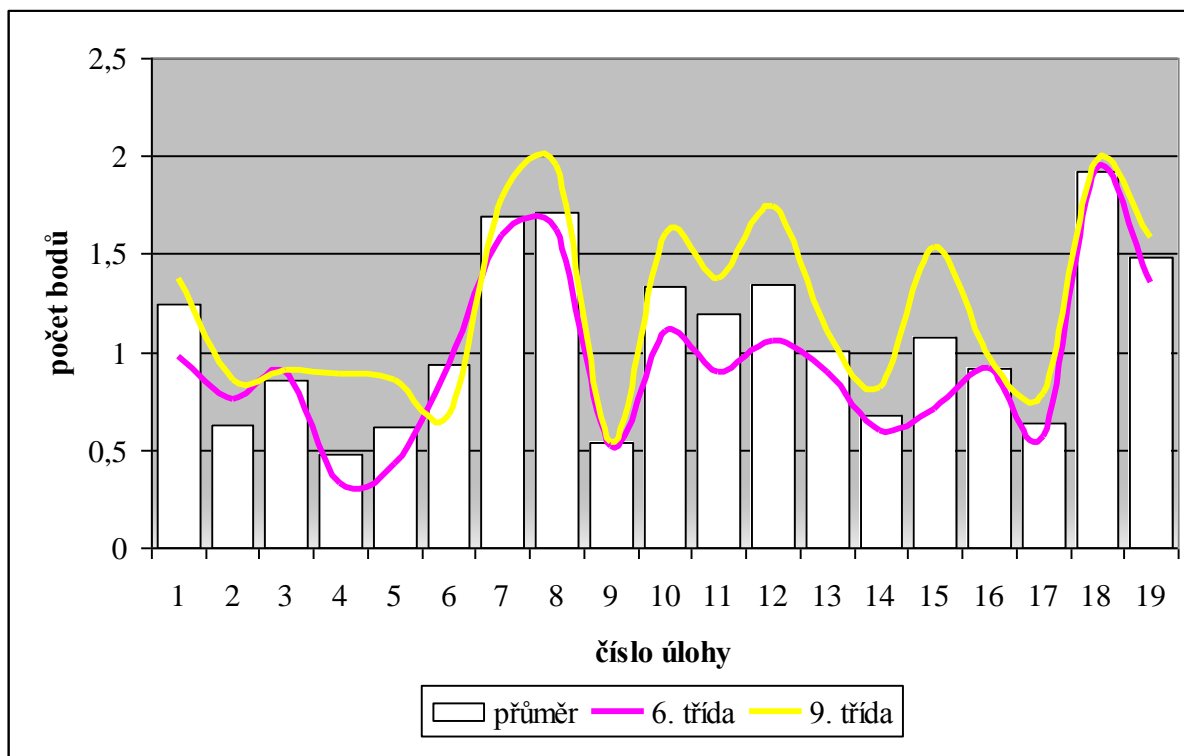
Graf č. 16 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u žáků 9. tříd a kvarty

<b>starší žáci</b>	
Stř. hodnota	23,3255814
Chyba stř. hodnoty	0,717577852
Medián	24,5
Modus	26,5
Směr. odchylka	4,705472651
Rozptyl výběru	22,14147287
Špičatost	-0,40929174
Šikmost	0,712630136
Rozdíl max-min	17,5
Minimum	12,5
Maximum	30
Součet	1003
Počet	43
Největší (1)	30
Nejmenší (1)	12,5
Hladina spolehlivosti (95,0%)	1,448130716

*Tabulka č. 17 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u starších žáků.*

Starší žáci v testu získali průměrně 24,5 bodů, nejčastěji vyskytovaným bodovým ohodnocením bylo 26,5 bodů. Nejúspěšnější byl starší žák, který získal v testu 30 bodů z 31 možných. Nejnižší bodové ohodnocení mezi staršími žáky bylo 12,5 bodů.





Graf č. 17 Průměrný počet bodů mladších a starších žáků v jednotlivých úlohách.

V úlohách 3, 9, 16 a 18 jsou věkové rozdíly žáků v řešení úloh nejméně patrné. V žádné z úloh mladší žáci nedosáhli většího průměrného počtu bodů než žáci starší.

## 6.2 Porovnání obtížnosti úloh

Při analýze úloh jsme se soustředili zejména na obtížnost zadaných úloh.

Pro stanovení obtížnosti jsme použili tzv. index pravděpodobnosti správné odpovědi  $p$  z odhadu  $p \approx \frac{n_1}{n}$  ( $n_1$  – počet správných odpovědí,  $n$  – počet respondentů) vztahem  $v = 1 - p$ ,  $v \in \langle 0,1 \rangle$ . Největší obtížnost ( $v=1$ ) má tedy úloha, na kterou neodpověděl nikdo, a nejmenší obtížnost ( $v=0$ ), na kterou odpověděli správně všichni respondenti (Stopenová, 1999).

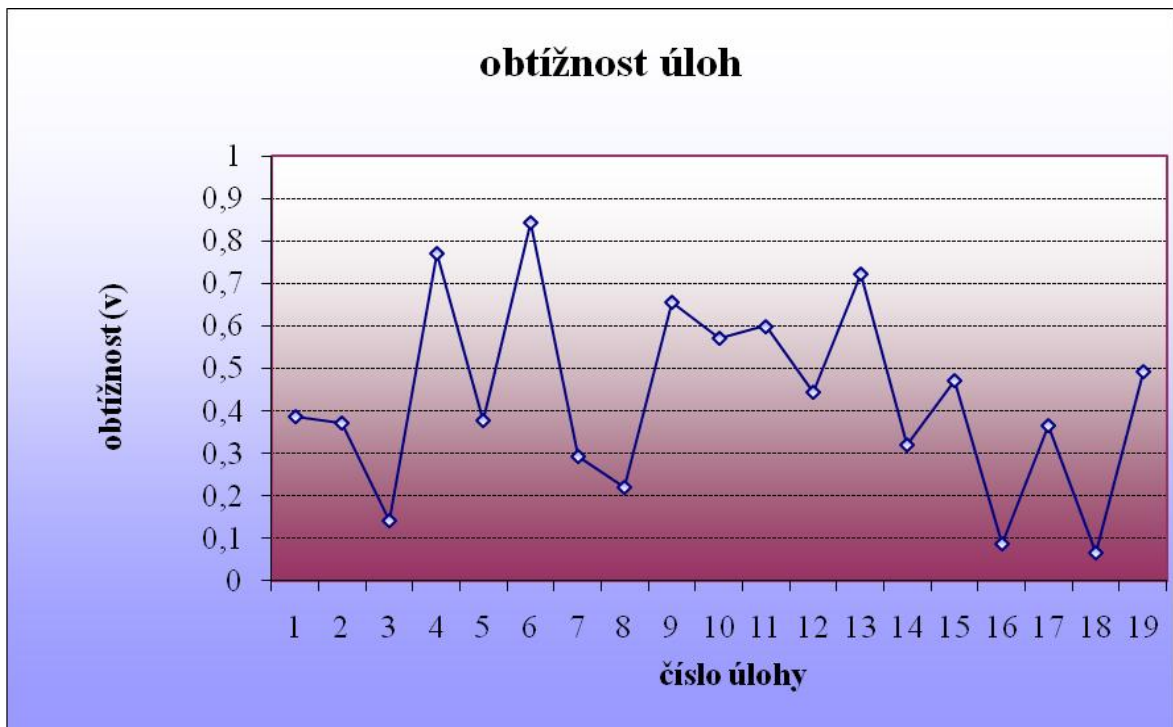
1. úloha: Za správnou odpověď žák získá 2 body.  
 $p_1 = 0,61$                        $v_1 = 0,39$
2. úloha: Za správnou odpověď žák získá 1 bod.  
 $p_2 = 0,63$                        $v_2 = 0,37$
3. úloha: Za správnou odpověď žák získá 1 bod.  
 $p_3 = 0,86$                        $v_3 = 0,14$
4. úloha: Za správnou odpověď žák získá 2 body.  
 $p_4 = 0,23$                        $v_4 = 0,77$
5. úloha: Za správnou odpověď žák získá 1 bod.  
 $p_5 = 0,62$                        $v_5 = 0,38$
6. úloha: Za každou správnou odpověď a) až l) žák získá 0-1 chyba 2 body,  
2 – 3 chyby 1,5 bodu, 4-6 chyb 1 bod a víc jak 7 chyb 0 bodů.  
Celkem může žák získat 2 body.  
 $p_6 = 0,16$                        $v_6 = 0,84$
7. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může  
žák získat 2 body.  
 $p_7 = 0,71$                        $v_7 = 0,29$
8. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může  
žák získat 2 body.  
 $p_8 = 0,78$                        $v_8 = 0,22$
9. úloha: Za správnou odpověď žák získá 1 bod.  
 $p_9 = 0,34$                        $v_9 = 0,66$

10. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může žák získat 2 body.
- $p_{10} = 0,43$                        $v_{10} = 0,57$
11. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může žák získat 2 body.
- $p_{11} = 0,4$                        $v_{11} = 0,6$
12. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může žák získat 2 body.
- $p_{12} = 0,56$                        $v_{12} = 0,44$
13. úloha: Za každou správnou odpověď žák získá 0,5 bodu. Celkem může žák získat 2 body.
- $p_{13} = 0,28$                        $v_{13} = 0,72$
14. úloha: Za zapsání správného počtu krychlí žák může získat 1 bod.
- $p_{14} = 0,68$                        $v_{14} = 0,32$
15. úloha: Za správné doplnění počtu ok na hrací kostku může žák získat 2 body.
- $p_{15} = 0,53$                        $v_{15} = 0,47$
16. úloha: Za správné označení dvou těles může žák získat 1 bod.
- $p_{16} = 0,91$                        $v_{16} = 0,09$
17. úloha: Za správnou odpověď žák získá 1 bod.
- $p_{17} = 0,64$                        $v_{17} = 0,36$
18. úloha: Za každý půdorys může žák získat 0,5 bodu. Celkem může získat 2 body.

p18= 0,94          v18= 0,06

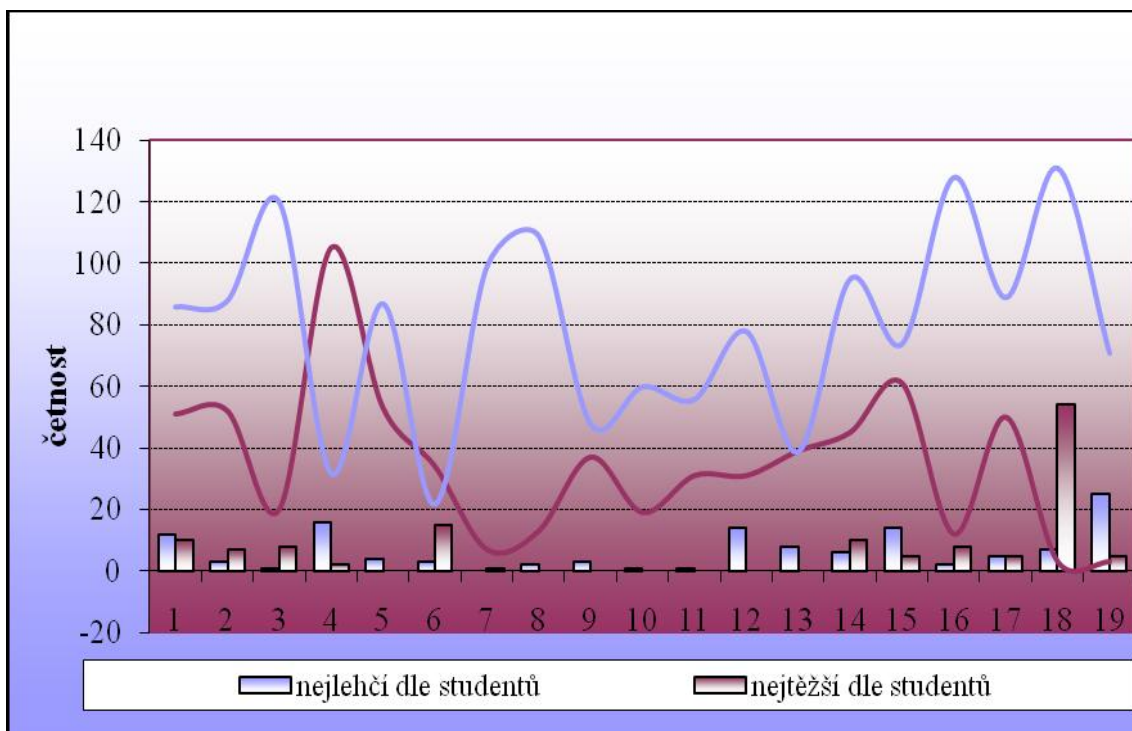
19. úloha:    Za 2 - 4 námětů 1 bod, za 5 a více námětů žák získá 2 body.

p19= 0,51          v19= 0,49



Graf č. 18 Obtížnost jednotlivých úloh (v)

Test byl doplněn o dvě subjektivní otázky na náročnost úloh. Žáci měli označit nejlehčí a nejtěžší úlohu.



Graf č. 19 Subjektivní a objektivní hodnocení obtížnosti úloh

Sloupcový graf udává, hodnocení náročnosti jednotlivých úloh dle subjektivního pocitu studentů. Studenti jako nejtěžší označily úlohu číslo 18, jako nejlehčí úlohu číslo 19.

Spojnicový graf udává četnost správných a špatných odpovědí studentů v jednotlivých úlohách. Studenti dosáhli v testu nejčastěji správné odpovědi v úlohách 16 a 18.

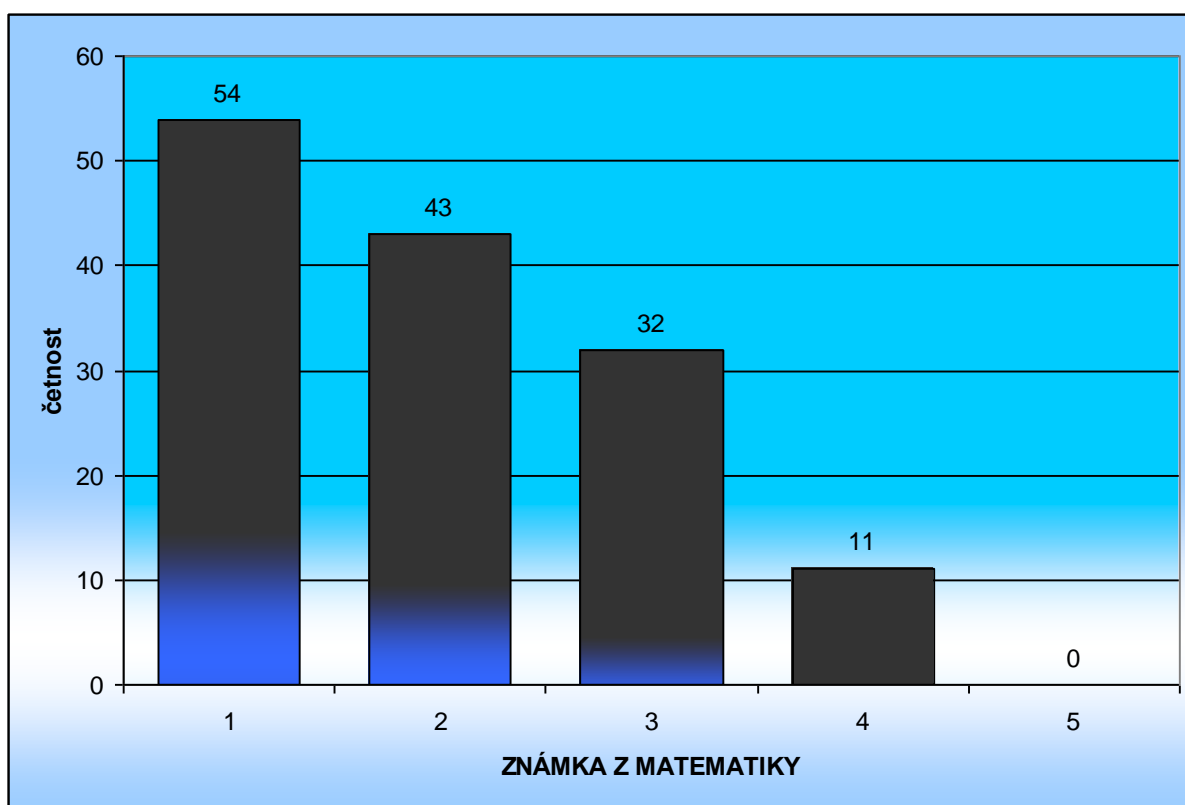
U otázky 18, kterou studenti hodnotili jako nejtěžší, byla správnost odpovědi jedna z největších 131.

U otázky 19, kterou studenti hodnotili jako jednu z nejjednodušších, byla správnost odpovědi 71 ze 140.

### 6.3 Výsledky rozhovoru

Cílem strukturovaného interview, bylo získat od učitelů důležité informace o prospěchu žáků v matematice na konci školního roku, dále jaké metody a formy výuky preferují pro rozvoj prostorové představivosti a jaký je jejich názor na současné učebnice matematiky a prostorovou představivost. Rovněž pro nás bylo důležité získat informace o tom, co by učitelům pomohlo pro lepší rozvoj prostorové představivosti žáků.

Výzkumného šetření se zúčastnilo celkem 13 tříd, ve kterých vyučovalo celkem 12 učitelů, z toho 10 žen a 2 muži.



Graf č. 20 *Prospěch z matematiky celého výzkumného vzorku*

Se zpracováním geometrického učiva v učebnicích je spokojeno 10 učitelů. Některým chybí v pracovním sešitě teoretická návaznost, učivo geometrie bývá s prostorovou představivostí propojeno v učebnicích pouze okrajově. Učivo musí učitelé velmi často doplňovat o další vizualizace. Podle nich by se geometrii mělo věnovat více pozornosti i v prvních ročnících ZŠ.

## **7 Průzkum stereoskopického vnímání a prostorové představivosti dětí předškolního věku**

Prostorovou představivost uplatňujeme v mnoha různých oblastech našeho života. Je velmi důležitá pro naši orientaci na různých místech ať už v pokoji nebo v přírodě. Uplatňujeme ji při rozpoznávání předmětů i prostředí v takové podobě, v jaké jsme se s nimi už setkali, i v situaci, kdy se něco z původního stavu změnilo. Prostorové schopnosti využíváme i při práci s jakýmkoli grafickým znázorněním – tedy dvojrozměrnou či trojrozměrnou verzí části reálného světa – či jiným symbolickým zobrazením skutečnosti, jako jsou mapy, diagramy nebo geometrické tvary (Gardner, 1999, s.198).

Existuje poměrně málo ověřených údajů o vývoji prostorové představivosti dětí předškolního věku. Proto bylo našim cílem zjistit stádium vývoje této schopnosti a případná její specifika u dětí ve věku tří až téměř sedmi let. Průzkum probíhal v MŠ, tedy v prostředí dětem velmi dobře známém a zúčastnilo se ho 75 dětí ( 3 – 4,5 leté dvacet jedna dětí, 4,5 – 5,5 dvacet šest dětí a 5,5 – 6,5 dvacet osm dětí)

Všechny děti postupně plnily úkoly z těchto oblastí.

### **1. Pojmotvorná**

- pojmenuj těleso
- postav se před, za, nad, pod, mezi
- popiš cestu na zahradu

### **2. Grafická**

- nakresli těleso
- nakresli mapku překážkové dráhy

### **3. Motorická**

- přiřaď obrázek k tělesu
- poskládej kuličky podle předlohy

- seřad' míče podle velikosti
- rozhodni které auto projede tunelem
- postav překážkovou dráhu podle návodu

Specifikace úkolů a jeho plnění v jednotlivých věkových skupinách

### 1. **Pojmenuj jednotlivé části dřevěné stavebnice.**

Dětem byla předložena tato tělesa – krychle, kvádr, koule, polokoule, válec, kužel, komolý kužel, trojboký hranol.

3 – 4 leté děti

V 92 % byla odpověď obecná, tedy že se jedná o kostku. V 8 % a to až po upozornění, byl správně pojmenován válec a koule.

4,5 – 5,5 leté děti

V 80 % zazněla obecná odpověď kostka, specifikace tělesa zazněla od 20 % dětí opět se jednalo o válec, kouli a u polokoule zazněla dvakrát odpověď polovina kuličky.

5,5 -6,5 leté děti

70 % dětí odpovědělo obecně, ostatní správně pojmenovaly kouli, polokouli, válec. Krychli nazvaly kostkou a o kvádru prohlásily, že jsou to dvě kostky u sebe, jeden chlapec pojmenoval kužel jako kuželku, což jsem uznala jako správnou odpověď.

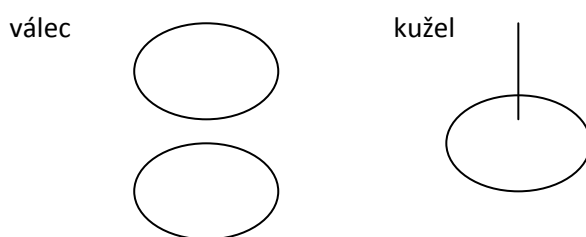
### 2. **Nakresli jednotlivá tělesa.**

3 – 4 leté děti

Tělesa zakreslilo dvojdímenzionálně 100 % dětí. Tři z nich rozlišily krychli a kvádr jako čtverec a obdélník. Zajímavý byl náčrt válce jako dvou kružnic nad sebou a kužele jako kružnice s přímkou (obr. č. 8). Je



zajímavé, že děti nejmladšího věku neměly zábrany ve splnění úkolu a pokusily se podle svých možností o nákres.



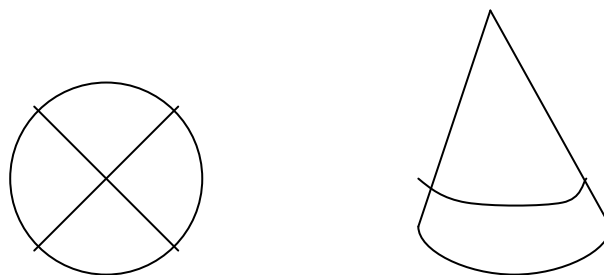
*Obr. č. 8 Nákres válce dítěte 3-4 roky*

4,5 – 5,5 leté děti

I u této věkové kategorie nikdo nezakreslil těleso prostorově, několikrát se vyskytl zakreslený válec jako obdélník se zaoblenými rohy a tři děti napadlo těleso položit na papír a obkreslit. Výsledkem tedy byl obdélník, čtverec, trojúhelník jakožto kužel, kružnice. Jedenkrát se vyskytl prostorově zakreslený kužel.

5,5 – 6,5 leté děti

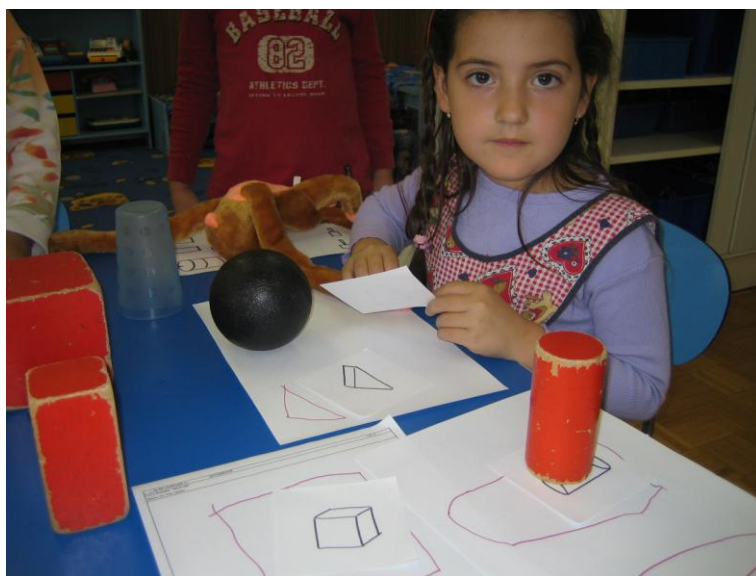
Častěji se vyskytla odpověď, že dané těleso zakreslit neumí. Potvrdil se tak předpoklad, že dítě je s přibývajícím věkem ke svým výkonům sebekritičtější. Opět byla tělesa zakreslena dvojdimenzionálně v různých modifikacích. Pět dětí napadlo předložené těleso obkreslit. Zajímavý byl nákres kužele jako kružnice s křížem a náznak prostorového zakreslení kužele (obr. č. 9).



*Obr. č. 9 Znáznorní kužele dítětem ve věku 6 let*

### 3. Přiřad' prostorové nákresy k jednotlivým tělesům

Všechny děti naprosto bezchybně přiřadily obrázek ke správnému tělesu i opačně, chvíli rozhodování jsem zaznamenala při rozlišení komolého kužele a kváдру. To nás utvrdilo v úsudku, že děti mají dokonalé stereoskopické vnímání. Pouze nejsou schopny grafomotorického znázornění třetí dimenze prostoru.



Obr. č. 10 Přiřazení prostorového nákresu k jednotlivým tělesům.

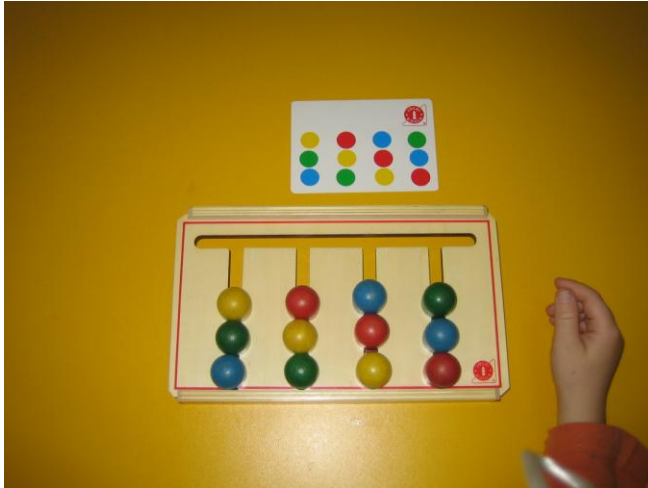
### 4. Poskládej barevné kuličky podle nákresu.

3-4,5 leté děti

Skládaly kuličky pouze podle shodné barvy, nebyly *schopny* skládání podle nákresu, daná barva musela být umístěna v požadovaném sloupci.

4,5 -5,5 leté děti

Byly schopny skládání podle vzoru, ale v 60 % nebylo dodrženo pořadí sloupců, ale pouze pořadí barev v nich. Po upozornění velmi rychle chybu opravily.



*Obr. č. 11 Manipulativní činnost vyžadující prostorová představivost*

5,5 – 6,5 leté děti

Zvládaly i náročné kombinační úkoly, v 50 % se vyskytlo zrcadlově obrácené pořadí sloupců. V tomto věku je tento jev zřejmý také při dokreslování řad obrázků, kdy děti začínají velmi často zprava doleva. Postupně tato odchylka mizí, ještě se nedá usuzovat na dyslexii

## **5. Seřad' auta podle velikosti a rozhodni, které auto projede tunelem.**

3 – 4,5 leté děti

Děti měly k manipulaci pět různě velikých míčů (po zkušenosti se staršími dětmi, kdy tématické zaměření auto a policista více motivovalo chlapce, u děvčat, jsem se rozhodla vyměnit auta za neutrální míče). V 90 % nedělalo seřazení podle velikosti žádný problém. Ostatní děti rozpoznaly pouze největší a nejmenší míč. Při rozhodování o průchodu tunelem, všechny děti volily metodu pokusu a omylu. 20% nerespektovalo podmínku, že tunel nesmí shodit.

4,5 – 5,5 leté děti

V této věkové skupině byly značné rozdíly mezi děvčaty a chlapci. Seřazení sedmi různě velikých aut nedělalo obtíže. Při průjezdu aut byli

chlapci úspěšnější, děvčata si musela prostřední velikosti aut k tunelům přirovnávat.

5,5 – 6 leté děti

Seřazení aut proběhlo rychle a bez chyb. Ve 30 % řešení dokázaly děti odvodit pravidlo, když tunelem projede největší auto, projedou i všechna ostatní.



*Obr. č. 12 Které z aut projede tunelem*

## **6. Postav se před, za, nad, pod, mezi tunely.**

3 – 4,5 leté děti

Všechny děti zvládly povely před a za tunelem, s ostatními pojmy pracovaly lépe, když jsem umístila míč a oni pojmenovaly jeho polohu. V tomto věku se těmito pojmy děti teprve učí a nezvládají pokyny vzhledem ke svému tělu. Umí pojmenovat postavení předmětů, které vidí před sebou.

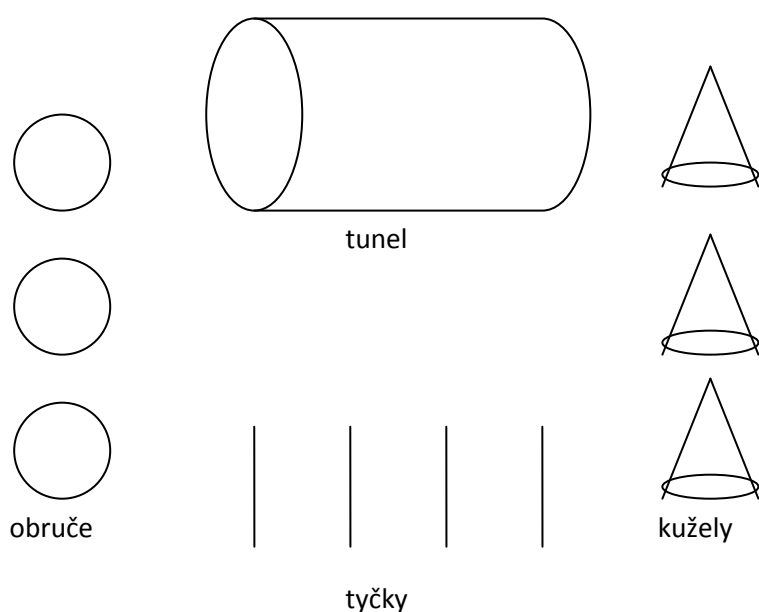
4,5 – 5,5 leté děti

Tento úkol zvládlo 95 % dětí, menší obtíže tvořily pojmy nad a pod, při pojmenování polohy auta nemělo žádné dítě obtíže. Děti dokáží manipulovat s předměty podle diktátu.

5,5 – 6,5 leté děti

Splnily úkol ve 100 % správně. Zařadila jsem i dotaz na polohu vpravo a vlevo, kde byla úspěšnost 50 %.

**7. Podle návodu uspořádej překážkovou dráhu v prostoru tak, abychom s ní mohli cvičit.**



*Obr. č. 13 Nákres překážkové dráhy*

3 – 4,5 leté děti

Správně přiřadily jednotlivé reálné předměty k nákresu. Při rozmísťování, ale žádné dítě nerespektovalo návod a jednotlivé předměty skládalo těsně za sebe, nebylo schopno opravy ani po upozornění.

4,5 – 5,5 leté děti

Ani tato věková skupina nebyla schopna úkol splnit. 50 % dětí měla stejné výsledky jako nejmladší věková skupina. Ostatní děti poskládaly předměty také těsně za sebe ve správném pořadí, ale zatočily řadu do L.

Po upozornění prostorově správně sestavilo překážkovou dráhu 10 % dětí. Nikdy nebyly dodrženy dostatečné odstupy tak, aby děti mohly dráhou probíhat. Potvrdil se tak předpoklad, že děti nemají dostatečný odhad vzdáleností a také si neuvědomují velikost svého těla.

5,5 – 6,5 leté děti

I tyto děti nebyly schopny dodržet prostorové rozložení. Všechny děti dráhu zatočily do písmene L, po upozornění správně poskládalo překážkovou dráhu i s potřebnými rozestupy pro probíhání 30 % starších dětí.

Po probíhání překážkovou dráhou a cvičení.

8. **Průchod překážkovou dráhou bez kontroly zrakem** – Hra na slepou bábu: Řekni mi kolem čeho jsme šli a co bude následovat.

Všechny věkové kategorie odpovídali naprosto bezchybně. I při opačném směru průchodu dráhou. Usuzuji, že tato činnost byla pro děti tak zajímavá, že ji emotivně prožívaly a tím i fixovaly.



*Obr. č. 14 Hra s překážkovou dráhou*

9. **Nakresli překážkovou dráhu** ( po 1/2hodinové jiné činnosti).

3 – 4,5 leté děti

Tyto děti nekreslily, ale pouze jmenovaly předměty v překážkové dráze. Všechny děti určily skladbu dráhy, správné pořadí určilo 80% dětí.

4,5 – 5,5 leté děti

V 80 % kreslily dráhu opět do písmene L. Nákres vždy obsahoval všechny předměty i jejich správný počet.

5,5 – 6,5 leté děti

50 % dětí zakreslilo dráhu prostorově správně. V ostatních případech měla dráha tvar písmene L. Pouze jeden chlapec zakreslil tunel a kužely prostorově.

Stereoskopické vnímání se u dětí předškolního věku vyvíjí velmi rychle. Dětem nedělá problém pohyb v prostoru, dokáží najít cestu, kterou dobře znají. V tom jim nejvíce pomáhají orientační body. Nejsou však schopni si představit, co je potká v místech, které sami nenavštívily, i když o nich mají dostatek informací.

Prostorová představivost je u těchto dětí na vysoké úrovni, avšak převedení této schopnosti do jiné inteligence či jiného symbolického kódu je pro děti velmi nesnadný úkol. Je tedy důležité podněcovat pojmotvorný proces, rozvoj grafomotoriky, uvědomování si vzdálenosti, trénování odhadu a snažit se propojovat tyto schopnosti s využíváním prostorové představivosti.

## **8 Náměty činností a úloh vedoucí k rozvoji prostorové představivosti**

### **8.1 Matematické představy dětí v předškolním věku**

V současné době přibývá dětí, které jsou ve školním věku v matematice neúspěšné, nemají ji rády, nebo se jí dokonce bojí. Příčinou může být oslabení schopností potřebných pro matematiku. Avšak nejčastěji je to právě nedostatek podnětů, případně jejich nesprávná posloupnost před zahájením výuky. Jednou z nejdůležitějších úloh primárního vzdělávání je obohacovat zásobu dětských (žákovských) představ o předmětech a jevech skutečnosti, upřesňovat a doplňovat představy, které si již dítě osvojilo, a na jejich základě rozvíjet správné poznávání jevů, které žáky obklopují. Samozřejmě že v předškolním věku se nejedná o výuku matematiky, dítě je rozvíjeno především hrou, na kterou navazují podněty ze strany dospělých. Je na učiteli, aby sledoval dítě a jeho rozvoj ve všech oblastech vědění, všímal si, zda je rozvoj rovnoměrný, včetně všech schopností a dovedností potřebných pro matematiku. Jak uvádí Stopenová, formování vnímání prostorových vlastností předmětů se projevuje převážně jako integrace zraku a hmatu. V raném dětství se vyvíjí vnímání z představy v postupném vrstvení stále složitějších psychických útvarů a proces vnímání je založen na tzv. hromadění prvotních zkušeností. V tomto období se ještě neuplatňuje abstraktní myšlení (Stopenová, 1999).

Zpřesňováním a koordinací dětského pohybového aparátu a zlepšováním zrakově-pohybového aparátu se rozšiřuje prostorově-časový rámec použití percepčních operací. Pro další formování těchto operací je potřeba vytvářet podmínky. Pomocí didaktického materiálu se děti seznamují s vlastnostmi a jsou vytvářeny podmínky pro formování percepčních operací. Z okolního prostředí děti získávají senzorycké představy, seznamují se s předměty, s jejich vlastnostmi a s jednoduchými vztahy při manipulačních činnostech. Při



spontánních didaktických hrách jsou děti vedeny k rozlišování předmětů nejčastěji podle vlastností (velikost, tvar, barva) vnímaných smysly a k prvotnímu porozumění prostorovým vztahům mezi vnímanými předměty.

Při hře začínají děti uplatňovat složitější vztahy a souvislosti a tím dochází k zapojování představivosti a názorného myšlení. První hrou tohoto typu je „vkládání a vykládání“ menších předmětů z větší nádoby, zastrkování různých předmětů do otvorů různých tvarů (cvičí tím první porozumění polohy, vzdálenosti a prostorovosti). Pomocí hry s kostkami se rozvíjí schopnosti dětí stavět podle jednoduchého záměru. V předškolním věku se dítě učí chápat označení pro vztahy v prostoru (nahore, dole, nad, pod, uprostřed). K upevnění chápání těchto označení využíváme hry a manipulaci s obrázky. V průběhu vývoje se v rámci předmatematických představ vytvářejí myšlenkové postupy, jimiž si dítě osvojuje pravidla, podle kterých předměty, později pojmy, porovnává, třídí, řadí. Jak uvádí Bednářová porovnávání je základní dovedností pro pozdější chápání pojmu číslo. Porovnávání si dítě osvojuje pojmy typu stejně, méně, více. Základního porovnávání je dítě schopno již v batolecím věku. Zpravidla dokáže porovnat velikost (např. vybere si větší lízátko) i množství (např. větší hromádka bonbónů) prvků ve skupině, které jsou mu svým obsahem blízké.

Okolo tří let používá pojmy málo, hodně. Mezi třetím a čtvrtým rokem tyto relativní pojmy doplňuje pojmy přesnějšími – méně, více, stejně, kdy porovnává jeden prvek vůči druhému či jednu skupinu vůči druhé. Rozumí pojům kratší, delší, nižší, vyšší a podobně. Velmi zajímavý a složitý je vývoj pojmu stejně. Tříleté dítě je schopné rozlišit, kterých předmětů má stejně jako kamarád pokud mu na nich záleží (hračky, bonbóny,...). Důležitým parametrem při porovnávání a jeho rozhodování je však společný parametr předmětů, ty musejí mít stejnou velikost, uspořádání, druh... Jak uvádí Bednářová, ještě pětileté dítě má problémy s porovnáváním počtů předmětů, pokud tyto mají různou velikost a jsou odlišně uspořádány. Dítě nejčastěji usuzuje podle toho, jak se mu skupina jeví. Porovnává-li dvě skupiny prvků, kde v jedné skupině jsou oproti druhé menší předměty nebo jsou shodné předměty uspořádány v prostoru s většími rozestupy, nepovažuje tyto skupiny za shodné. Tu skupinu,

kteřá zaujímá více prostoru či se jeví jako mohutnější, dítě považuje za početnější.

Už ve třech letech dítě dokáže rozhodnout, který předmět je větší či menší. Řazení více předmětů podle velikosti a chápání pojmu větší než, menší než, uprostřed si děti osvojují až kolem pátého roku. Další schopností potřebnou k rozvoji matematických představ je třídění. Třídění je závislé na uvědomování si charakteristik předmětů, společných znacích a vlastností. Dítě začíná nejdříve třidit předměty, až později obrázky, nakonec dochází k třídění slov a chápání nadřazených pojmů (se slovy pracuje pouze v představě). Prvním akceptovatelným kritériem pro třídění je nejčastěji barva nebo vlastnost, jež je pro dítě emocionálně zajímavá, později dokáže dítě třidit podle velikosti a tvaru. Přibližně do pěti let dítě třidí předměty pouze podle jedné vlastnosti (emocionální motivace). Posléze si uvědomuje i další možné třidící kritéria a je schopno tvořit skupiny dle více pravidel (Bednářová, 2004).

Stále mějme na paměti, že správné prostorové vnímání dětem usnadňuje dětem orientaci v okolí, ale je také významné pro mnohé školní dovednosti – psaní, čtení, orientace v mapách, v instruktážních návodech či notových záznamech. Samozřejmě předmětem, který má s prostorovou představivostí velmi mnoho společného je matematika a obory s ní související – zejména geometrie.

Jak uvádí Bednářová, nevyzrálé prostorové vnímání v předškolním věku poznamenává mnoho výkonů a činností dítěte. To se může odrážet v obtížích při nabývání pohybových dovedností, může mít vliv na sebeobsahu a samostatnost, což se poté odráží v nejistém uspořádání svého okolí. Dále může ovlivňovat také činnosti související s jemnou motorikou, jako je kreslení – vedení čáry, rukodělné činnosti, manipulace se stavebnicemi a mozaikami. Je časté, že děti, které mají deficit v prostorovém vnímání, tyto činnosti nevyhledávají a tím tyto schopnosti nerozvíjejí. Nerozvíjí se tak ani jejich technické myšlení (Bednářová, 2002).

Jak už jsem zmínila výše, představu o uspořádání prostoru kolem nás získáváme pomocí zrakových, sluchových, pohybových a hmatových vjemů

a jejich kognitivním zpracováváním. Vnímání prostoru můžeme charakterizovat třemi základními veličinami – uvědomování si velikosti, vzdálenosti a směru.

Vytváření představy prostoru a pojmenovávání prostorových vztahů je stejně jako vytváření plynutí času proces dlouhodobý. Své začátky má v kojeneckém věku díky senzomotorickému vnímání, kdy se dítě zaměřuje na podněty ze svého okolí. Otáčí se za zvukem, sleduje pohybující se hračky atd. V závislosti na rozvoji motoriky se snaží k těmto zdrojům přiblížit, dosáhnout na ně. Pohyb tedy hraje velkou roli v rozvoji vnímání prostoru, spolu se zrakem a hmatem umožní lépe odhadnout vzdálenost, získat představu velikosti objektů. Blízké předměty se dítěti zpravidla zdají větší, vzdálenější vnímá jako menší. Teprve se zkušenostmi se učí vnímat perspektivu.

Pro utváření prostorových představ a pojmenovávání prostorových vztahů je základem senzomotorické vnímání. Dítě nejdříve chápe a posléze zařadí do aktivního slovníku pojmy nahoře – dole, později přidává pojmy vpředu – vzadu, okolo pátého roku pak rozlišuje vpravo – vlevo. Pro vnímání prostoru jsou pro dítě důležité i další pojmy, jako je nízko, vysoko, porovnávání níže – výše, daleko – blízko, první – poslední, uprostřed, předposlední. A dále se ve svém vývoji dostávají k chápání a používání předložkových vazeb – na, do, v, před, za, nad, mezi ...

Bednářová říká: „Představy o prostoru zahrnují nejen vnímání prostoru vymezené třemi osami (horno – dolní, předo – zadní, pravo – levo), ale i odhad a zapamatování si vzdálenosti, porovnávání velikosti objektů, vnímání části a celku, vzájemný poměr velikosti jednotlivých částí celku, jejich uspořádání – zde je významná souvislost a časovým vnímáním“ (Bednářová, 2004).

## 8.1.1 Hry pro rozvoj prostorové představivosti v předškolním věku

### 1.hra: Postav si svou krajinu

Hra pro děti k rozvíjení prostorové představivosti. Hru tvoří podložka s mřížkou a soubor kostek různých tvarů.

Dítě skládá krajinku z dřevěných kostek podle nákrešů na vzorových kartách. Nákrešy jsou ve dvou variantách - čelní pohled nebo půdorys. Další variantou této manipulativní činnosti je opačný postup, učitel sestrojí krajinu a žák ji má zakreslit do prázdné mřížky. Touto hrou lze velmi pěkně rozvíjet mezipředmětové vztahy.



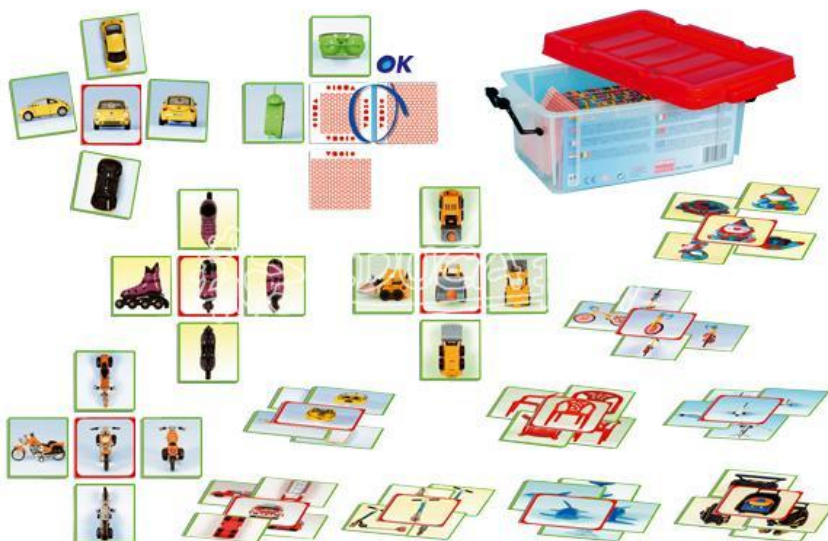
Obr. č. 15 Dřevěné kostky pro modelaci krajiny



Obr. č. 16 Papírové předlohy pro vytvoření krajiny

## 2.hra: Čtyři pohledy

Pohled zepředu, zezadu, z boku, zdola, shora umožňuje vidět věc ze všech stran. 70 fotografií různých předmětů a objektů, které musí dítě roztřídit a do kříže správně uložit. Karty nabízejí na zadní straně samokontrolní opravný systém. Rozměr kartiček: 9 x 9 cm.



Obr. č. 17 Papírové kartičky ke hře Čtyři pohledy

## 3.hra: Barevné stíny

Soubor dřevěných objektů, které ve spojení s kartami seznamují děti se vztahem mezi 3D geometrickými tvary a jejich 2D stínovou projekcí. Hru tvoří 9 dřevěných tvarů, 18 oboustranných karet a 3 dřevěné podložky. Dítě má za úkol podle nákresu (stínu) postavit z dřevěných těles objekt na obrázku, možná je i opačná varianta (k objektu přiřadit jeho kartičku se „stínem“).



Obr. č. 18 Hra Stínování těles



Obr. č. 19 Ukázky těles s jeho „stínem“

## 8.2 Rozvoj prostorové představivosti ve výuce na 1. stupni ZŠ

Výuka geometrie je podstatnou součástí vzdělávání na prvním stupni ZŠ. Žáci se s jejími praktickými prvky setkávají v každodenním životě, geometrie je také důležitým základem při pozdějším vyučování algebry a následně i univerzitní matematiky. Řešením geometrických úkolů se děti zdokonalují v logických postupech a řešení problémových úkolů - potřebných k rozvoji řeči,

komunikaci, psaní i čtení. Znalosti z geometrie lze využít v každém povolání, protože řešení geometrických úloh napomáhá mentálnímu i intelektuálnímu rozvoji. Navíc geometrie je obor, se kterým má většina lidí vlastní zkušenosti, jen o tom neví. Geometrií chceme na prvním stupni u dětí rozvíjet zejména jejich vizuální představivost a tvořivost. Žáci, u nichž se rozvine silný smysl pro prostorové vidění a pochopí jazyk geometrie, poté lépe rozumí číselným vztahům a měřením, uvádí Grande (Grande, 1993). Ve starověkém Řecku zastávala geometrie důležité místo. Je čas si uvědomit, zda by to nemělo být tak i dnes.

Oba autoři dále zmiňují „chování resp. myšlení malých dětí má zvláštní význam, je podstatně prostorové, protože je předlingvistické. Prvotní myšlenky otáčení a posouvání jsou základem pro prostorové objevování dětí a převedení těchto pohybů do geometrického kontextu dítěte by měl být počátečním podnětem pro matematický rozvoj dítěte v prvních ročnících“, (Morrow, Grande, 1993).

Grande i Morrow ve své knize specifikují, které oblasti dětského vnímání by měli být cíleně rozvíjeny:

*Zrakově - motorická koordinace* je schopnost koordinovat zrak s jinými částmi těla (Morrow, 1993). Kdykoliv děti běží, skáčou, kopu do míče, nebo překračují překážku, jejich oči řídí pohyb jejich nohou. Oči a tělo spolupracují kdykoliv se dítě obléká, nese nádobí ke stolu nebo od stolu.

*Vnímání útvaru* na pozadí je zrakový děj rozpoznávání útvaru oproti pozadí, na němž je situován (Grande, 1993). Například malé děvčátko, které odbíjí a chytá míč na hřišti, koncentruje pozornost na míč, který je zde v roli útvaru na pozadí hřiště. Jiné prvky hřiště - pískoviště, skluzavky, jiné děti - nejsou předmětem jejího zájmu. Objekt není vnímán správně, pokud není vnímán ve vztahu k pozadí. Mnoho školních aktivit souvisejících s výkladem obrázků nebo diagramů jsou závislé na této žákově dovednosti.

*Stabilita vnímání* je schopnost rozpoznat útvary nebo objekty v prostoru, bez ohledu na velikost, pozici nebo orientaci objektu (Grande, 1993). Dítěti je

stabilita vnímání vlastní, rozpozná vrch stolu jako obdélník i když z jeho úhlu pohledu je to kosodélník. Zjednodušeně řečeno, osobě, která zná basketbalový míč jej rozpozná i ve vzdálenosti deset metrů jako míč stejné velikosti jako je v jeho rukách.

Grande dále uvádí další složku vhodnou k rozvoji, *vnímání pozice v prostoru* je schopnost vztahovat objekt v prostoru k sobě samému. Děti vnímají svou osobnost jako centrum okolního světa a vnímají veškeré objekty, které jsou nad, pod, před, za nebo vedle nich (vzhledem k jeho osobě). Dítě s obtížemi ve vnímání pozice v prostoru má velmi často problémy se čtením, psaním i s aritmetikou. Aktivita rozvíjející tuto dovednost obsahují obraty, otáčení, změny postoje detailu a symetrie (Grande 1993).

*Vnímání prostorových vztahů* je schopnost vidět dva a více objektů ve vztahu k sobě samému nebo k sobě navzájem. Aktivita zaměřené na rozvoj vnímání těchto vztahů se vztahují na pozici dvou i více objektů, zaznamenání jejich rozdílů a společných vlastností, například nalezení nejkratší cesty k cíli, spojování teček, dokončení posloupnosti, nebo vyhledávání útvarů, které se hodí resp. chybí, jsou součástí obrázku (Grande, Morrow 1993).

*Vizuální rozlišování / diskriminace* je schopnost rozlišit rozdíly a společné rysy mezi útvary.

Aktivita obsahují rozlišování dvojic objektů, které jsou nějakým způsobem stejné, ale i různé od jiných, např. třídění a klasifikace vhodných materiálů, knoflíků, víček na kompotované poháry, listů ze stromů a jiných objektů blízkých "dětskému světu" (Grande, Morrow 1993).

*Vizuální paměť* je schopnost pojmenovat objekty, které již nejsou v dohledu. K rozvoji této schopnosti pomohou aktivity obsahují kreslení tvarů z paměti a dokončení útvaru z paměti. Většina lidí má krátkou vizuální paměť (kolem pěti až sedm objektů). Na zapamatování většího počtu informací musíme ukládat informace do dlouho trvající paměti pomocí abstrakce a symbolického myšlení. Ideální jsou aktivity obsahují dokončení vzoru, zkopírování doplňku



nějakého obrázku a pod., které přispívají k rozvíjení vizuální paměti (Grande, Morrow 1993).

## **8.2.1 Činnosti podporující rozvoj prostorové představivosti žáků**

### **1. stupně**

#### **1.hra: Hra se stavebnicí**

Cíl: rozvíjení vizuální diskriminace důležité pro další rozvoj prostorové představivosti

Už od útlého dětství, děti získávají zkušenosti s trojrozměrnými tělesy (3D útvary). Jejich objevování začíná hmatovým vnímáním světa kolem sebe používáním prstů, chodidel a často i ústy. Později se zapojí zrakové vnímání, které napomáhá přesněji si uvědomit detailnost tělesa. Batolata se natahují za jejich oblíbenými tělesy a rádi objevují nové objekty. Všechny tyto objevy napomáhají dítěti rozlišovat mezi drsným a hladkým, rovným nebo zaobleným povrchem a dalšími vlastnostmi jako např. barva. Mnoho rodičů nevědomky napomáhá rozvoji geometrických dovedností dítěte kupováním hraček pro dítě jako jsou stavebnice, např. „lego“. Učitel na začátku školní docházky nezná geometrické zkušenosti žáků, neví jaké základy jim byly podány v předškolní výchově, případně jakých se jim dostalo v rodinném prostředí. Při manipulativní činnosti s takovýmto druhem stavebnice si učitel může vytvořit obraz o žákově představivosti, geometrické terminologii, kterou žák používá, i to zda má žák smysl pro symetrii (pokud žák skládá symetrické stavby).

Atmosféru při hře navozuje jednoduchými otázkami: "Který útvar by zaplnil tento prostor?", "Potřebujeme dvojčočkový nebo trojčočkový kousek lega na dokončení stěny?"

V druhé části aktivity chce učitel zjistit, zda jeho žáci dokáží vidět v těchto útvarech společné vlastnosti a vnímat rozdíly, podle barvy, tvaru, velikosti, tloušťky a pod. Souhlasím s jinými autory, že současné učebnice matematiky preferující dvojrozměrné útvary, nedoceňuje zkušenosti dětí nabyté před

příchodem do školy a volí si 2D útvary protože jsou "Jednodušší na pochopení" (Litter, Jirotková, 2003).



*Obr. č. 20 Manipulativní činnost žáků se stavebnicí*

## **2.hra: Strašidlová geometrie**

Cíl: plynulý přechod ze 3D do 2D prostoru na základě zkušenosti dětí s 3D tělesy, rozlišení útvaru na pozadí, rozvíjení vizuální diskriminace

Tuto inspirativní činnost ve své práci popsala Folkrová. „Před zahájením této aktivity by děti měly mít zkušenost s 3D útvary, například tříděním bloků ze stavebnice nebo stavěním s nimi. Předtím, než děti přijdou do třídy, učitel připraví "stopy" strašidla - otisky konkrétního geometrického útvaru. Obměnou by byla bedničky s pískem, kde budou děti vtiskávat stopy svých těles. V zimě může stejně dobře posloužit sníh. Shromáždíme děti kolem otisků a představíme jim stopy strašidla např. touto povídkou: Strašidlo udělalo tyto stopy, dokud jsme my ještě spali. Jaké směšné tvary mají tyto stopy, a nejsou ani příliš velké (hluboké). Myslím, že strašidlo si z nás dělá legraci, použilo naši stavebnici namísto svých nohou; A vy zkuste zjistit, které kostky to byly.

Učitel se zeptá dětí, aby zvážily, který z těch bloků resp. těles použilo strašidlo na vytvoření stopy. Děti nejprve hádají a pak také zkoušejí, které by to mohly být, příkládáním těles na otisky. Bedničky s pískem je použitelná pro opětovné vytváření otisků jiných bloků stavebnice. Ostatní děti si zakryjí oči a některé z dětí udělá otisk do písku, ostatní pak hádají, který z bloků použilo. Pokud jsou mezi tělesy jiné bloky se stejným půdorysem, učitel podněcuje děti, aby našli další možnosti.

Po určení "totožnosti" stop strašidla a bloků, které použilo, mohou děti sestavit vlastní strašidlo a dát mu i jméno. Mohou ho namalovat nebo nalepit z geometrických útvarů. Děti mohou strašidlo popisovat, vymýšlet si jakým způsobem se pohybuje a podobně. Srovnávejte stopy různých strašidel: Které strašidla mají stopy hranaté, kulaté? Které z nich má nejširší stopu?“ (Florková, 2005)



*Obr. č. 21 Výsledek činnosti v Staršidlové geometrii*

### **3.hra: Tangram**

Cíl: upevnění terminologie z 2D útvarů, posunutí, otáčení, rotace, podobnost a totožnost, vztahy mezi útvary

Geometrická skládačka "tangram" vznikla v Číně před stovkami let. Zachovalo se několik legend o jejím vzniku. Jeden z takových příběhů říká, že jistý čínský muž měl nádhernou keramickou dlaždici, kterou vyrobil. Ale jednou se mu vysmykla z rukou a spadla a rozbila se na sedm kousků. Trvalo mu velmi dlouho, dokud ji spojil. Podle všeho i Napoleon si oblíbil tuto hračku v době jeho exilu. Originál "tangram" je čtverec, rozdělený na pět trojúhelníků, jeden čtverec a jeden kosodélník (celkem sedm kousků). Každý kousek se nazývá "tan".

Tato aktivita žákům zábavným způsobem vyplní díru v rozvrhu, v každém věku či ročníku (i prváčků). A navíc se u nich rozvíjí zručnost a podporuje problémové myšlení.

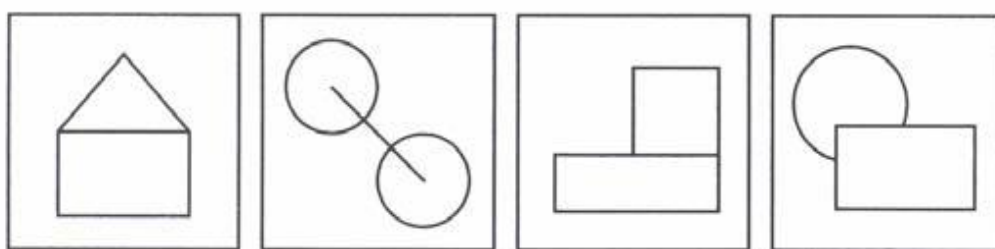


Obr. č. 22 Žák pracující s tangramem

#### 4.hra: Kreslení z paměti

Cíl: rozvíjení vizuální paměti, kopírování tvarů z paměti, rozvoj tvořivosti

Existuje několik způsobů jak můžeme u dětí rozvíjet vizuální paměť. Například žák na papíře před sebou vidí jednoduchý útvar (čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh, šestiúhelník). Učitel žádá, aby ho dotvořily podle něčeho, co už zná, co už někdy viděl. Jiným příkladem by byly připraveny obrázky jednoduchých vzorů.

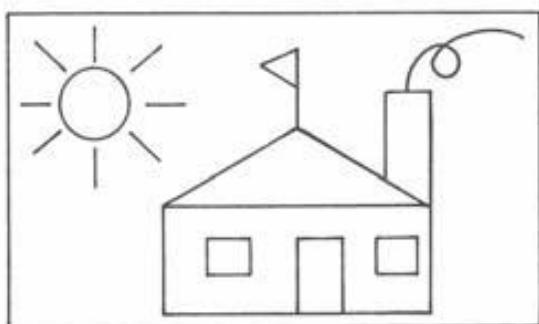


Obr. č. 23 Náměty na jednoduché vzory pro kreslení z paměti

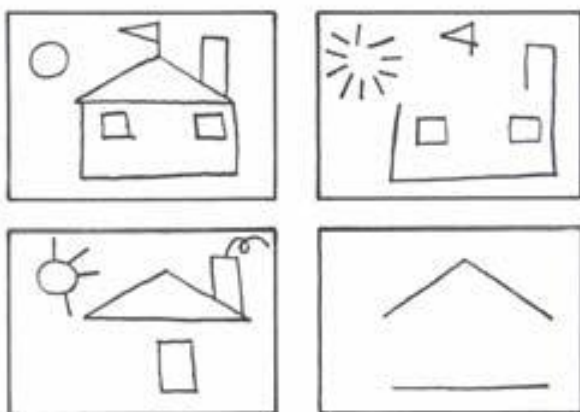
Učitel ukáže žákům jeden z obrázků na pár vteřin a vzápětí od nich žádá, aby nakreslili, co viděli.

Vhodné je použít zpětný projektor. Zvolenými otázkami zjišťuje procesuální stránku myšlení dítěte: Proč si to tak nakreslil? atd. Znovu ukáže jednoduchý

obrázek a dítě ho srovnává s vlastní kresbou. Opakuje aktivitu s dalším vzorem. Velmi působivá a pro děti zajímavá může být úloha s obrázkem "Honzíkova domečku". Učitel předem pro každé dítě připraví kopii kresby čtyř dětí (Jirky, Davida, Alenky a Jany), na tabuli resp. zpětný projektor převede obrázek Honzíkova domku. Nejdříve dítě dostane kopii Jirkovi kresby. Jirka neměl čas tento obrázek dokončit. Úkolem žáků bude pomoci dokončit Jirkův obrázek podle obrázku na tabuli, který učitel ukáže na několik sekund. Když jsou děti se svým obrázkem hotové pokračuje aktivita s Davidovou kresbou, dále s Alenčinou a nakonec s kresbou Jany. Když žáci skončí, mohou porovnat své kresby s originálem. Učitel vede diskusi: Která kresba byla nejnáročnější na dokončení? Která kresba nejvíce vystihuje originál? Které z dětí zachytilo nejvíce detailů? (Grande, Morrow, 1993)



*Obr. č. 24 Honzíkův domeček*



*Obr. č. 25 Obrázky čtyř dětí*

## **5.hra: Návrh tapety do dětského pokoje**

Cíl: použití geometrie v praxi navrhováním tapety do dětského pokoje, učitel může pozorovat, nakolik je u dětí rozvinuté vnímání souměrnosti útvarů

S pomocí rodičů (domácí úkol), děti zhotoví razítka z brambor (nejméně tři tvary, může být srdíčko, hvězdička, domek apod.). Ve škole si zvolí nejvýše tři barvy, které budou používat. Učitel může žákům poradit správnou techniku nanášení barvy a otiskováním, vyzkouší si to na pomocný výkres. Učitel jim nepomáhá při výběru barev či způsobu střídání tvarů. Je to výlučně na vůli a barevném či tvarovém vidění žáka a jeho estetickém cítění.

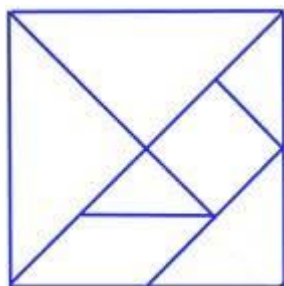
Záleží na učiteli jak a čím vyučovací hodiny geometrie "obohatí", žádná vyučovací hodina nemusí být stejná, ale může být stále lepší, kreativnější, rozvíjející se, více zaměřená na žáka.

## **8.3 Rozvoj prostorové představivosti na 2. stupni ZŠ**

### **8.3.1 Tangram, didaktická pomůcka pro rozvoj prostorové představivosti všech věkových kategorií**

Trendem dnešní společnosti je neustálý přísun množství informací a znalostí orientovaných směrem k žákům. Většina žáků se stává pouze pasivním příjemcem a často zprostředkované informace neumí správně použít a začlenit je do struktury svých znalostí. Úkolem pedagogů v procesu vzdělávání je nejen poskytování těchto informací, ale také správná volba učebních pomůcek nebo vzdělávacích médií, které pomáhají usměrnit způsob předávání nových informací, pomáhají žákům zorientovat se v množství nových informací, přiřadit je k předchozím znalostem a efektivně je poté využívat v praxi (Siposova, 2004). Pedagog působením těchto prostředků ovlivňuje celý průběh vyučovacího procesu, ovlivňuje motivaci a pozornost žáka, množství osvojených znalostí, dovedností, které jsou výsledkem výchovně-vzdělávací činnosti. Používání a začlenění didaktických prostředků do procesu výuky vyžaduje komplexní předem dobře promyšlenou přípravu. Každé pomůcce, která bude funkčně zařazena do vyučovacího procesu, by mělo předcházet důkladné promyšlení její funkce a didaktického významu. Didaktická pomůcka může být využívána v každé fázi vyučovací jednotky (motivační, expoziční, kontrolní i diagnostické). Při rozhodování, která z daných učebních pomůcek bude efektivnější blíže upřesní výchovný cíl, povaha učebního předmětu, zaměření učební látky, vyučovací metoda, věk žáka, úroveň předchozích znalostí apod. Otázkou volby médií se důkladně zabývá Bohony, který přesně definuje prvky ovlivňující optimální volbu médií (Bohony, 2002). Základem při rozhodování jsou aspekty učebního předmětu a to cíl, obsah, úkoly vyplývající z daného předmětu. K dalším prvkům patří didaktické, psychologické faktory (charakteristiky žáka, učitelské faktory), faktory praxe (ekonomické faktory, vzdělávací prostředí) analýza médií, vyučovací metody, organizační formy. Na rozvoj prostorové představivosti pomocí didaktické pomůcky Tangram v matematice se ve své práci zaměřila v roce 2004 Jana Siposová. Tangram je

čínský hlavolam ve tvaru rovinné skládanky a představuje libovolný konvexní útvar, rozdělený na sedm dílů podle určitých zákonitostí, z nichž se dají skládat různé souvislé obrazce. Rozvoj prostorového vidění je umožněn tehdy, když zapojíme činnosti co nejvíce vnímajících smyslů.



*Obr. č. 26 TANGRAM*

Sestavováním různých obrazců podle předlohy si žáci dobře procvičí svoji konstruktivní představivost, smysl a cit pro geometrické obrazce a jejich zákonitosti. Naučí se vidět plochu. Tangram si může vyrobit, každý žák sám z překližky, papírového kartonu apod. v hodinách výtvarné nebo pracovní výchovy.

Tangram je taková pomůcka, která pomáhá rozvíjet poznávací proces (kognitivní oblast) založený zejména na reálném myšlenkovém experimentu, modelování, uplatňování fantazie a tvořivosti za maximálního využití samostatné činnosti žáka řízené učitelem. Při volbě učební pomůcky Sipošová vychází z definování Bohonya a doplnila ho o další specifické požadavky. Při klasifikaci dalších požadavků se přiklonila k Piagetově teorii (Piaget, 1997, s.42), která charakterizuje, že vývoj jedince je podmíněn zráním organismu, učením a získáváním zkušeností při manipulaci s předměty, sociální interakcí a socializací. Na základě tohoto Sipošová uvádí sedm základních hledisek, které didaktická pomůcka musí mít, aby rozvíjela prostorovou představivost a logické myšlení.

1. Hledisko pedagogické - pomůcka musí odrážet požadavky vyučovacího předmětu, obsahu, cíle.



2. Hledisko psychofyziologické - pomůcka musí respektovat individuální zvláštnosti osobnosti žáka, žákovu subjektivní připravenost, psychické, věkové předpoklady, schopnosti, dávat podnět ke zvyšování vnímání, pozornosti, úrovně myšlení a paměti.
3. Hledisko didakticko-technologické - pomůcka má zefektivnit vyučování, optimalizovat osvojování poznatků za účelem rychleji, kvalitněji a s vynaložením menší námahy učitele i žáka získat více poznatků, znalostí a dovedností.
4. Hledisko ergonomické - pomůcka musí respektovat psychofyziologické požadavky žáka a požadavky učitele, hygienické požadavky, požadavky na bezpečnost při manipulaci s pomůckou.
5. Hledisko estetické, umělecké - pomůcka musí podporovat estetické vnímání, podporující fantazii, kreativitu, barevnost, podpořit citové prožívání.
6. Hledisko technické - materiální provedení pomůcky na základě výše stanovených požadavků.
7. Hledisko racionalizační - použití prostředku má podněcovat další rozvoj osobnosti žáka, získávání dalších znalostí, důkladnější, hlubší a efektivnější osvojení učiva (kratší doba, vynaložená námaha učitele i žáka), (Siposová, 2004).

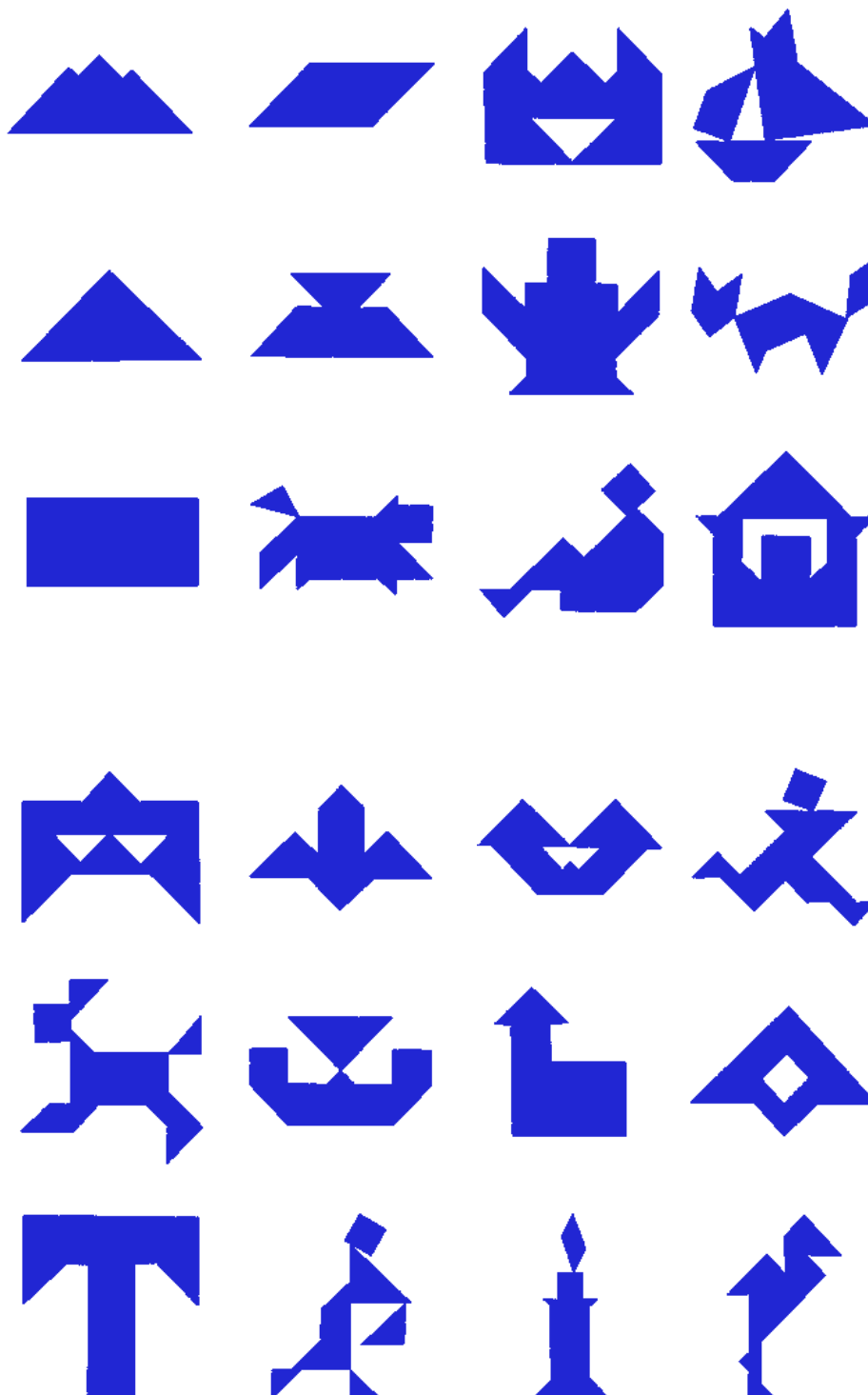
### **Vlastnosti didaktické pomůcky tangram**

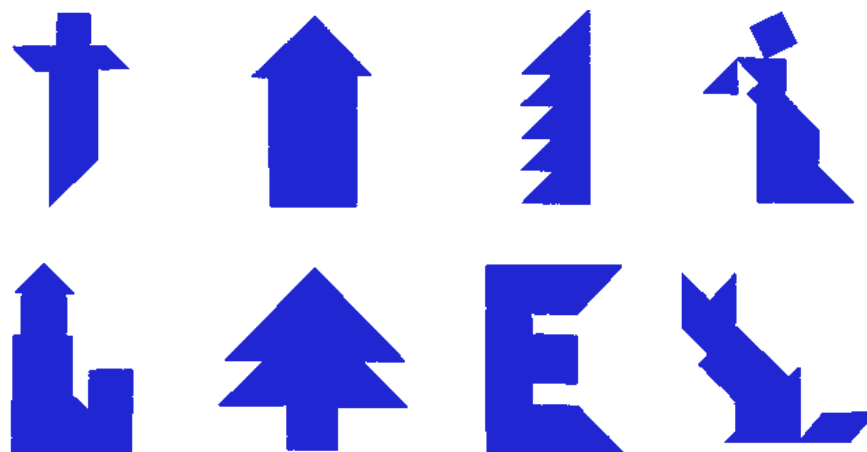
Obsahové využití pomůcky je v souladu s učebními osnovami, cíli učebního předmětu matematika. Prostředek obsahuje metodické pokyny k činnosti s pomůckou, v příloze přikládám obrázkové předlohy k činnosti s tangramem. Manipulace s touto pomůckou využívá předchozí znalosti a dovednosti žáků, podporuje průběžnou motivaci a zájem žáků, respektuje věkové zvláštnosti žáků, podporuje samostatnost, tvořivost, názornost, aktivitu v činnostech žáků, umožňuje teoretické poznatky vyzkoušet a realizovat v konkrétních činnostech. Tangram dále umožňuje realizovat netradiční vlastní postupy podle vlastního tempa žáka, učitel může volit přiměřeně náročné úkoly, které rozvíjí myšlení,

představivost, části prostředku lze kombinovat mnoha způsoby a vytvářet tak i neobvyklé útvary. - Žáci sledují splnění jednotlivých cílů, mají kontrolu a vlastní sebehodnocení, zpětnou vazbu. Tato didaktická pomůcka umožňuje průběžné opakování, změnu zažitého postupu, umožňuje rozvoj poznávacích schopností, motorických dovedností, aplikování pomůcky podporuje a stimuluje zvědavost, podporuje rozvoj citové oblasti a hodnotové orientace (radost z úspěchu, pomoc spolužákům, úspěch skupiny, nový poskládaný útvar). Tangram lze využít jako pomůcku i v jiných vyučovacích předmětech a to už na I. st. ZŠ. Pomůcka je většinou vícebarevná, skládá se z několika částí, má vlastní uzavíratelný obal, je z kvalitního odolného materiálu, práce s ní je jednoduchá, nevyžaduje žádnou speciální přípravu ani jiné zařízení, splňuje hygienické požadavky, je omyvatelná. K tangramu existuje celá řada dalších motivačních úkolů, metodických doporučení na využití mezipředmětových vztahů.

## Obrazce sestavené pomocí Tangramu

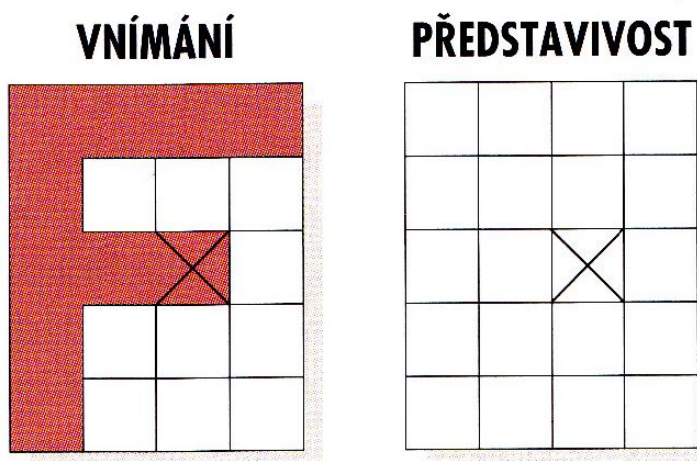
<http://www.e-hracky.cz/udelej/tangram.htm> [cit. 2009-09-21]





## 8.4 Zábavné úlohy vedoucí k rozvoji prostorové představivosti

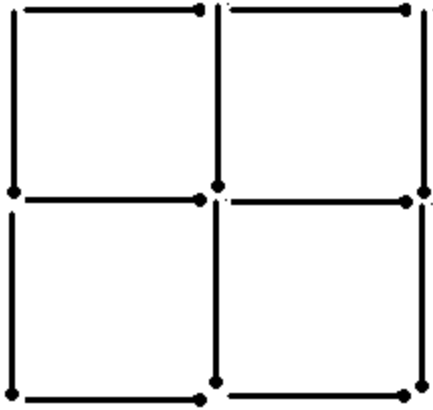
**1.úloha:** Žákům zobrazíme mřížku (obr. č. 27) pod kterou píšeme malé písmeno. Žáci mají za úkol představit si velké tiskací písmeno umístěné na mřížce a rozhodnout zda křížek umístěný v jednom ze čtverců je či není součástí velkého tiskacího písmene.



Obr. č. 27 Představivost a písmena

## 2.úloha: Zápalky.

Dvanáct zápalek (pastelek) je složeno do čtyř stejných čtverců (obr.č. 28).



Obr. č. 28 Obrazec ze zápalek

Úloha 2.1:

Odeberte dvě zápalky, aniž se dotknete ostatních, vytvořte dva různé čtverce.

Úloha 2.2:

Přemístěte tři zápalky tak, aby vznikly tři stejné čtverce.

Úloha 2.3:

Přemístěte čtyři zápalky tak, aby vznikly tři stejné čtverce.

Úloha 2.4:

Přemístěním dvou zápalek vytvořte sedm čtverců. V této úloze můžete zápalky klást křížem přes sebe.

Úloha 2.5:

Přemístěním čtyř zápalek vytvořte deset čtverců. I v této úloze můžete zápalky klást křížem přes sebe.

Úloha 2.6:

Ze šesti zápalek vytvořte čtyři stejné rovnostranné trojúhelníky. Nesmíte zápalky lámat. Rovnostranný trojúhelník má všechny strany stejně dlouhé a vnitřní úhly  $60^{\circ}$  velké.



*Obr. č. 29 Rovnostranný trojúhelník*

Poznámka:

Úlohy 1 - 6 jsou skutečné úlohy, které mají konkrétní matematické, či geometrické řešení. Mnohdy bývají zadávány úlohy, které jsou pouhým chytákem pro pobavení a tudíž nemají s matematikou nic společného. Takové úlohy není vhodné vkládat na začátek bloku, abychom žáky neodradili od hledání dalších řešení. Úlohu, která nemá řešení, je lépe zařazovat, až ke konci hodiny.

Pro pobavení je možné zadat mimo soutěž takovou úlohu. Zápalka je dlouhá 4cm. Jak složíte ze čtrnácti zápalek metr?

## **8.5 Rozvoj prostorové představivosti v hodinách matematiky**

### **8.5.1 Zobrazování těles**

Významným autorem, který se zabývá vytvářením úloh pro rozvoj prostorové představivosti je Jaroslav Perný, který žákům předložil úlohy, ve kterých žák při pohledu na plošný (planimetrický) nebo prostorový (stereometrický) model sestavy těles ve své představě přiřazuje správný pohled na tato tělesa zepředu, zezadu, zprava a zleva.

**1.úloha:** Jarda si vyfotografoval babiččinu chalupu, ze všech čtyřech stran.



*Obr. č. 30 Obrázek babiččiny chalupy*

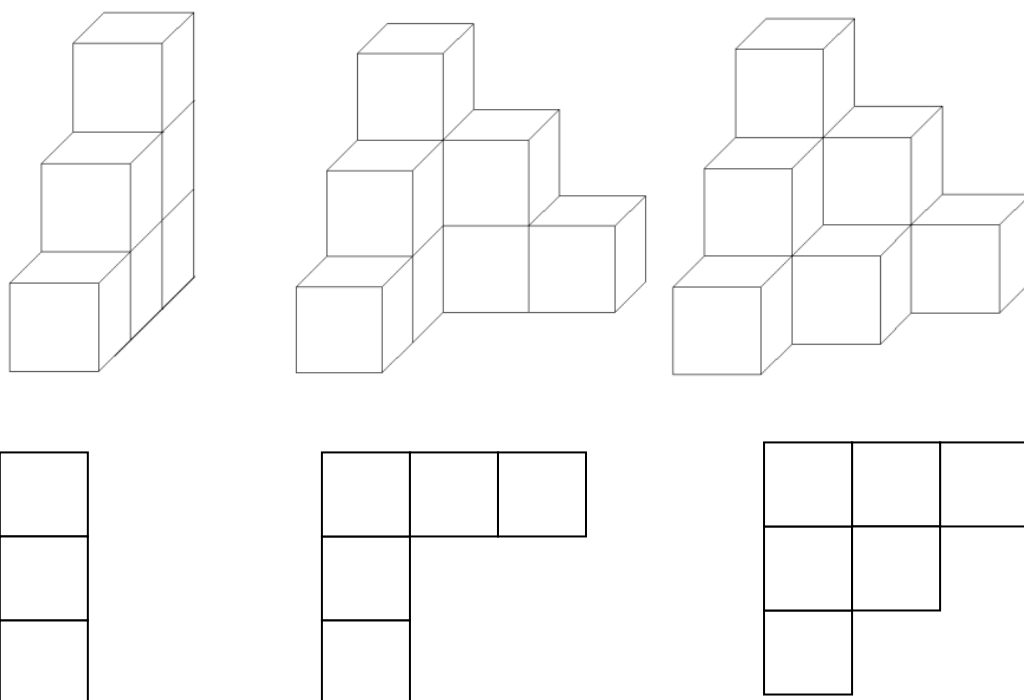
Přiřaď k jednotlivým obrázkům, odkud byla chalupa vyfotografována (zepředu, zezadu, zprava, zleva)



*Obr. č. 31 Různé pohledy na babiččinu chalupu*

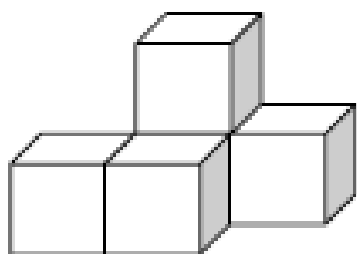
Pozn. Žákům je potřeba specifikovat co je zepředu, zezadu. V Perného experimentu, řada žáků označila zepředu ten obrázek kde se v domečku nachází dveře (realita je pro ně silnější než uvedená modelová situace). Experiment s touto úlohou byl proveden u žáků 2. a 4. tříd ZŠ, (autor uvádí, že šetření byla prováděna s malým počtem žáků) a Perný došel k zajímavým výsledkům, které se nám v práci nepodařilo potvrdit, a sice, že chlapci jsou úspěšnější než dívky. Naopak ke stejným závěrům jsme dospěli, pokud jsme posuzovali věk a úspěšnost v řešení úloh vyžadující prostorovou představivost. Úspěšnost prostorové představivosti starších žáků je vyšší (Perný, Induktivně a deduktivně přístupy v matematice, 2005).

**2.úloha:** Na obrázcích jsou jednoduché stavby z krychlí a pohledy shora na tyto stavby. Doplň do pohledů shora čísla, která udávají počet krychlí nad sebou.



*Obr. č. 32 Ukázka úloh se zvyšující se obtížností*

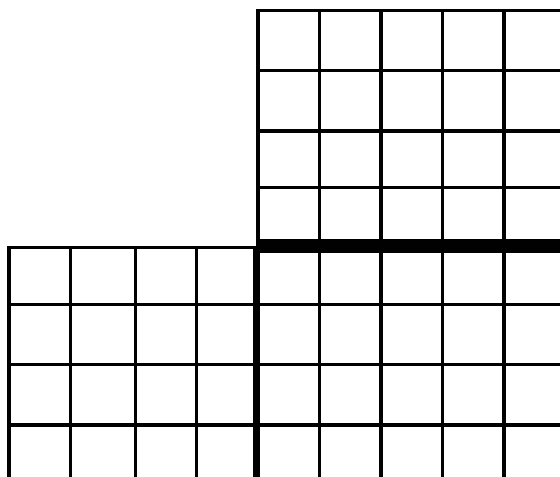
**3.úloha:** Zakreslete pohledy na těleso



*Obr. č. 33 Těleso z pěti krychlí*



zepředu (nárýs)

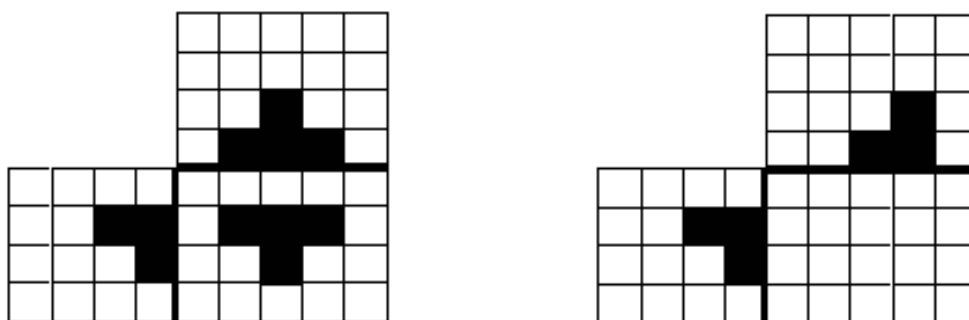


ze strany (bokorys)

shora (půdorys)

*Obr. č. 34 Síť pro zakreslení jednotlivých pohledů*

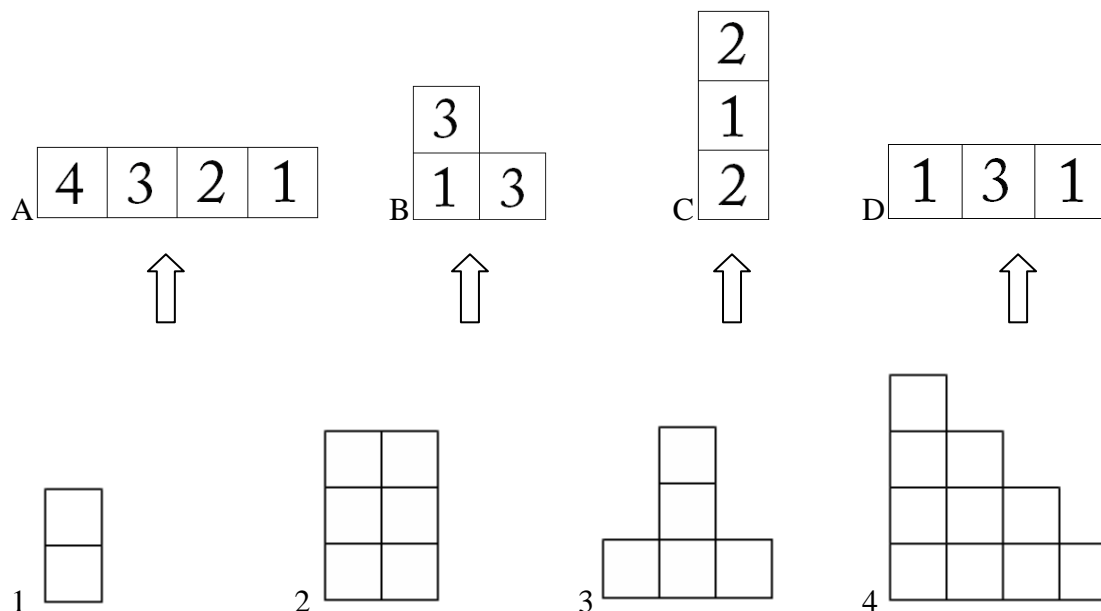
**4.úloha:** Doplně třetí průmět (půdorys) krychlového tělesa.



*Obr. č. 35 Varianta úlohy por práci se sítí*

**5.úloha:** Přiřaď k pohledům shora(A\_D) tělesa postavená z krychlí (1-4), na které se díváš ve směru šipky.

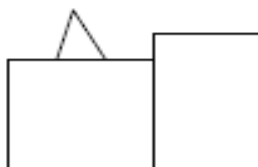
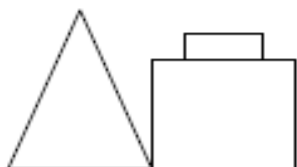
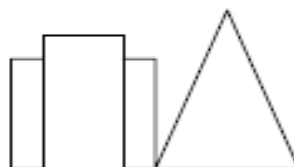
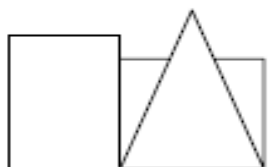
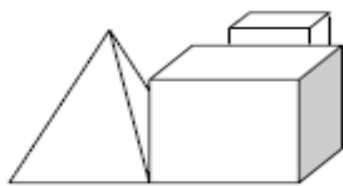
A ..... B ..... C ..... D .....



Obr. č. 36 Zadání úlohy vyžadující prostorovou představivost

**6.úloha:** Ze stavebnice sestavte libovolnou sestavu těles.

Žáci mají za úkol, ke čtyřem obrázkům, na kterých jsou různé pohledy na tuto sestavu přiřadit správná označení zepředu, zezadu, zprava, zleva.

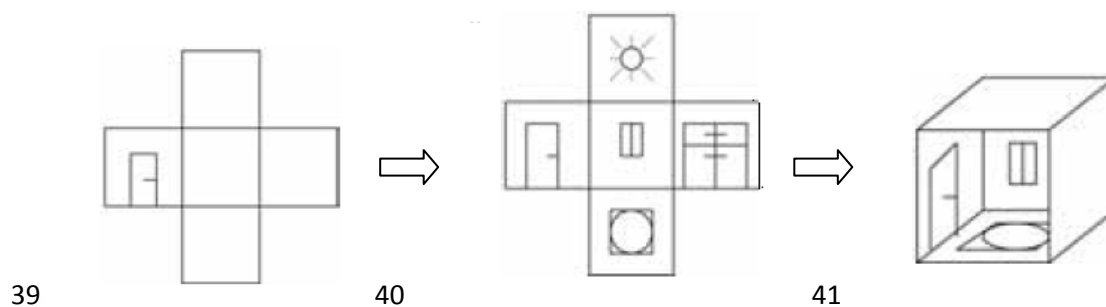


*Obr. č. 37 Sestava těles a grafické znázornění různých pohledů*

## 8.5.2 Sítě těles

Úlohy, ve kterých žáci pracují se sítěmi těles už vyžadují jistou míru prostorové představivosti a zkušenosti. Žáci se s těmito úlohami setkávají většinou až při probírání učiva o objemu a obsahu těles. Proto je vhodné s tímto typem úloh začínat pracovat co nejdříve. Pro větší přiblížení učiva realitě a zvýšení motivovanosti žáků je vhodné pracovat se sítěmi těles a jejich skládáním už v šestém ročníku formou hry s maketou pokoje či domu. Perný doporučuje začít se sítěmi pokoje ve tvaru krychle nebo kvádra. Síť je představena jako pokoj, do kterého se díváme chybějící stěnou. Jako jediný orientační bod je nákres např. okna na jedné ze stran sítě. Žák má na další stěny pokoje doplnit dveře (na boční stěnu), koberec (na podstavu), skříň (na boční stěnu) a stropní světlo (na horní stěnu) (Michnová, 2005).

**1.úloha:** Dopln do sítě pokoje obrázky stropního světla, koberce, okna a skříně tak, aby po složení sítě, byly tyto předměty správně umístěny – na stropě, na podlaze a na bočních stěnách.



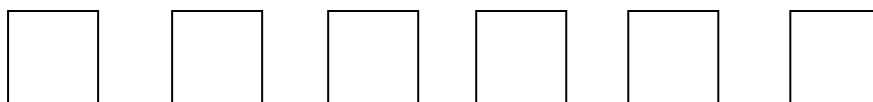
Obr. č. 38 Zadání úlohy

Obr. č. 39 Správný výsledek úlohy

Obr. č. 40 Složená síť pokoje

Po zvládnutí mentálních manipulací s neúplnou sítí tělesa, můžeme pokračovat s úlohami tvořivými, kdy žáci budou hledat všech jedenáct různých sítí krychle.

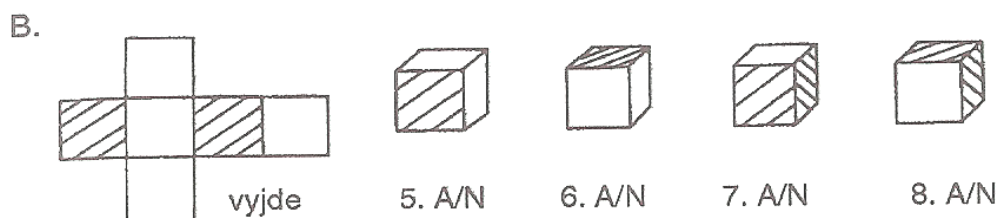
**2.úloha:** Je dáno šest shodných čtverců. Sestavte všechny možné sítě krychle (dvě sítě budeme považovat za sobě rovné, lze-li je ztotožnit přemístěním na sebe).



Úlohu můžeme také modifikovat tak, že žákům předložíme několik obrazců z šesti shodných čtverců a oni budou rozhodovat, který z nich je sítí krychle.

Další modifikací pro práci se sítěmi těles, jsou úlohy, kdy žák pouze v představě vytváří model tělesa z předložené sítě, na které mají vnější stěny odlišné symboly, a přiřazuje této síti jedno ze zobrazených či vymodelovaných těles (Perný, 2004).

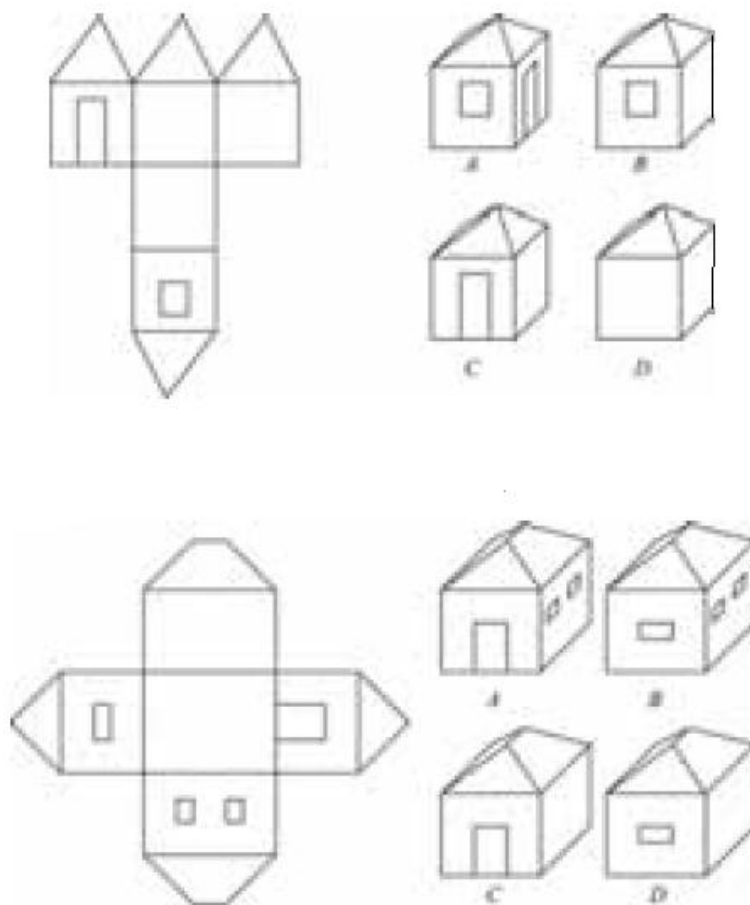
**3.úloha:** Odpověz Ano (A), Ne (N) zda síť B odpovídá následujícím tělesům 5 ,6, 7, 8.



*Obr. č. 41 Uloha vyžadující znalosti o síti krychle*

Pro mladší žáky můžeme geometrická tělesa nahradit sítěmi a modely domečků.

**4.úloha:** Který domeček nevznikne složením skládačky? (Kopecká, 2004)



*Obr. č. 42 Síť těles pro mladší žáky*

Tyto úlohy je možné zařadit do hodin matematiky, i když není probíráno geometrické učivo. Žáci úlohu mohou řešit např. jako rozcvičku na začátku hodiny.

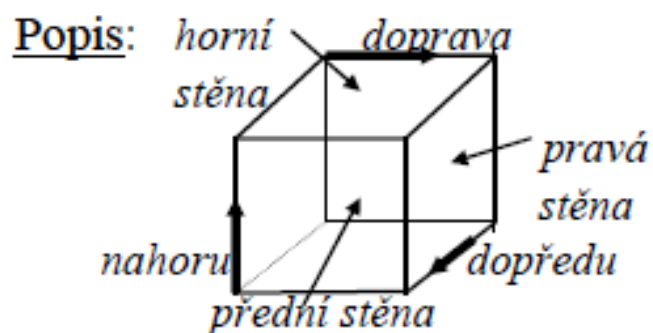
### 8.5.3 Mentální manipulace

S problémovými situacemi a úkoly vyžadující mentální manipulaci, je možné se více seznámit v díle Molnára (2004) a experiment s tímto typem úloh podnikl také J. Perný (Disertační práce, 2001).

#### Procházka po krychli

Úlohy jsou založeny na situaci, kdy žák „chodí“ po hranách, úhlopříčkách povrchu krychle a po jejích vrcholech podle přesně daných pokynů. Tyto pohyby po krychli si však pouze představuje ve své mysli.

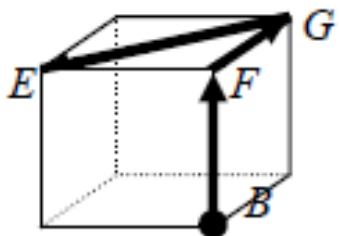
Nejdříve je potřeba přesně popsat krychli, její stěny a směry možných pohybů po krychli. Tyto informace by měly být vysvětleny na trojrozměrném modelu a ilustračních úlohách. Tak, aby došlo k zautomatizování představy o povrchu krychle a pohybu po ní. Žák poté k řešení úloh nemá k dispozici obrázek ani model.



Obr. č. 43 Popis krychle

**Ilustrační úloha:** Začínáme v bodě B, jdeme nahoru, poté dozadu, poté napříč horní stěnou. Kde jsme?

Řešení: v bodě E



Obr. č. 44 Řešení ilustrační úlohy

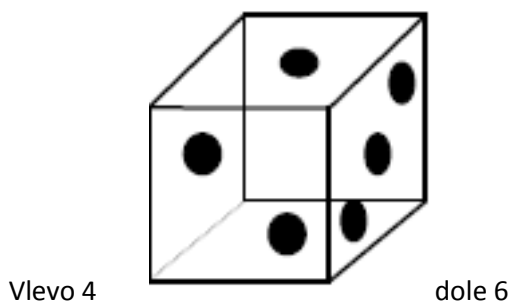
Další varianty úloh:

- Zopakuj ústně celou cestu
- Z těchto tří kroků – dolů – dozadu – doleva – urči výchozí a koncový bod

## Odvalování hrací kostky

Úlohy tohoto typu jsou založeny na problémové situaci, kdy žák pouze ve své mysli „převrací“ hrací kostku přes její hrany podle přesně daných pokynů – hracího plánu. Žák musí neustále sledovat stěnu, na kterou se kostka právě položí. Stejně jako v předchozím typu úloh, je nezbytné jasně stanovit možné pohyby hrací kostky a zautomatizovat označení jednotlivých stěn. Žák pak při řešení úloh s kostkou nemůže manipulovat.

Vzadu 5



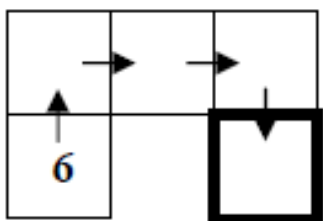
Vlevo 4

dole 6

Obr. č. 45 Popis bodů na krychli



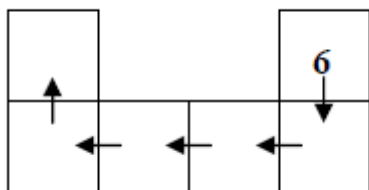
**Ilustrační úloha:** Převrcej kostku podle šipek na hracím plánu a zapisuj do čtverečků hodnoty na spodní stěně hrací kostky.



*Obr. č. 46 Hrací plán I*

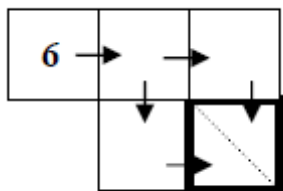
Další varianty úloh (čím více odvalování, tím je náročnost úlohy větší)

- Převrcej kostku podle šipek na hracím plánu a zapisuj do čtverečků hodnoty na spodní stěně hrací kostky.



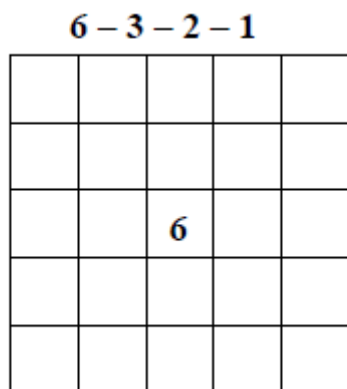
*Obr. č. 47 Hrací plán II*

- Převrcej kostku podle šipek na hracím plánu a zapisuj do čtverečků hodnoty na spodní stěně hrací kostky.



*Obr. č. 48 Hrací plán III*

- Převrcej hrací kostku na dané hodnoty a do plánu zapisuj šipky



*Obr. č. 49 Hrací plán IV*

## **8.6 Rozvoj prostorové představivosti v hodinách technické výchovy**

Jedním z hlavních cílů technické výchovy je efektivní rozvoj kompetencí kreslit a číst technické výkresy, právě tyto kompetence mají velmi úzký vztah se schopností prostorové představivosti. Tematicky orientovaná technická výchova na problematiku technického kreslení má za cíl rozvíjet kompetence pro navrhování, konstruování a vyhotovování technických objektů. Na úrovni základní školy se žáci seznamují se základními principy zobrazování technických objektů. Následně se kompetence dále rozvíjejí pro kreslení a čtení technických výkresů. Efektivní rozvoj těchto kompetencí je podmíněn schopností prostorové představivosti.

Technický výkres, jak uvádí Vrškový, je žákovi prezentován jako velmi důležitá součást komunikace v technice. V této fázi vývoje dotčených

kompetencí je cílem dosáhnout u žáka stav poznání, v rámci kterého pochopí, že:

- Dohodnutými výrazovými prostředky je na ploše soustředěno značné množství informací o tvaru, velikosti a dalších vlastnostech zobrazovaného objektu, resp. soustavy objektů,
- Technický výkres je dorozumívacím prostředkem mezi konstruktérem a výrobou, je nositelem technické myšlenky,
- Informace, které se týkají tvaru daného předmětu (součástky) se vytvářejí pomocí metody zobrazování,
- Zobrazovat a číst informace o objektu, kromě zvládnutí dané metody zobrazování, znamená disponovat schopností prostorové představivosti (Vrškový, 2008).

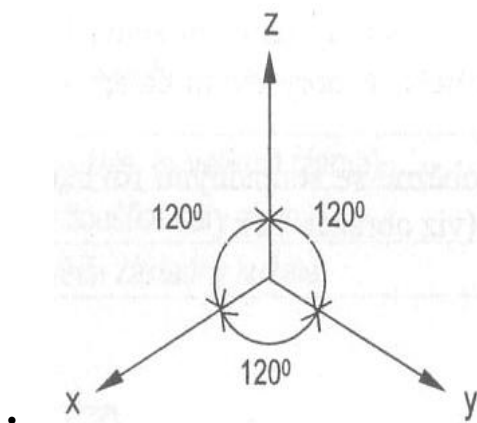
V rámci rozvoje všech kompetencí jsou v centru pozornosti problematicky se rozvíjející schopnosti, které jsou předpokladem pro výkon určité činnosti. Pro oblast rozvoje graficky komunikovat v technice je takovou prostorová představivost, kterou žáci mohou vytrvalým úsilím zdokonalit. Z hlediska psychologie jde o speciální schopnost, která není člověku dána, ale kterou může výcvikem získat. Na základě uvedeného je třeba, aby učitel na rozvoj prostorové představivosti v technické výchově díval jako na proces, v jehož průběhu žák :

- Získává schopnost mít představy, s nimiž dokáže vědomě nakládat.
- Vytváří adekvátní obrazy prostorových útvarů a v představách s nimi operuje, t. j. v mysli nakládá s prostorovými předměty a obrazci, porovnává je, obrací je, rotuje s nimi.

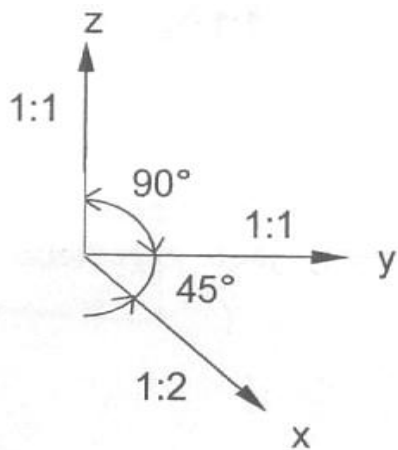
Edukační cíle technické výchovy zaměřená na dotčenou oblast hovoří o dosažení stavu, kdy žák má "ve svém vědomí názorné obrazy vnějších předmětů a jevů i tehdy, pokud právě nepůsobí na jeho receptory, nebo je předtím vůbec nevnímal" (Beisetzer, 2003).

Naznačila jsem, že prostorová představivost, podobně jako logické myšlení, schopnost dedukce, chápání a pod., se dá trénovat a rozvíjet. S rozvojem prostorové představivosti je spojena vizuální paměť a logické myšlení (schopnost objevovat skryté vztahy, zákonitosti a souvislosti). Záměrný rozvoj prostorové představivosti v rámci technické výchovy je možné realizovat:

- a) různými pomůckami trénující tuto schopnost (např. stavebnice, hlavolamy a logické hry)
- b) úkoly, které jsou zaměřeny na vizualizaci a chápání prostorových a formovat vztahů (řešení vyžaduje schopnost transformovat plošné vidění na prostorové, resp. prostorové na plošné ve smyslu dohodnutých pravidel zvolené metody promítání. Tyto úkoly zároveň rozvíjejí schopnosti a dovednosti zobrazovat objekty metodou pravoúhlého zobrazování v prvním kvadrantu a metodou kabinetní axonometrie).



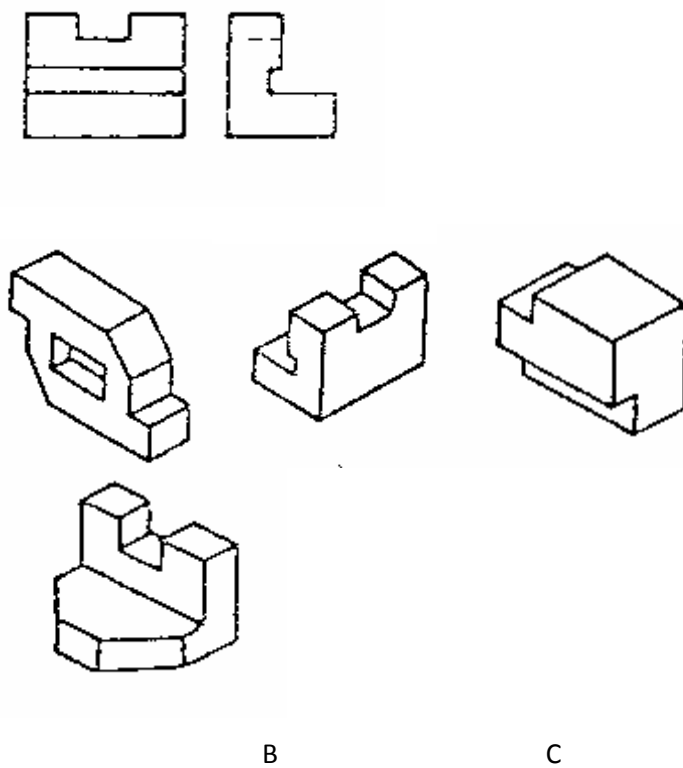
Obr. č. 50 Technická izometrie (izometrická anonometrie)



Obr. č. 51 Kabinetní axonometrie (kosouhlá dimetrie)

Jednotlivé úrovně prostorové představivosti se dosahují úkoly, které se vzájemně liší charakterem zadání a tvarovou složitostí zobrazených objektů.

- 1. úloha:** Z nabídky těles, zobrazených kabinetní axonometrii, vyber ten, který je identický s objektem provedeným v prvním kvadrantu.



Obr. č. 52 Nabídka těles k první úloze

Tato úloha je vhodná v počáteční fázi rozvoje prostorové představivosti. Žák v jednotlivých nabídkách výběru identifikuje objekt, na základě informací, které má k dispozici z jednotlivých pohledů pravoúhlého zobrazení, přičemž rozhodnutí mu usnadňuje skutečnost, že tělesa jsou tvarově jednoznačně odlišné. Zvyšovat úroveň prostorové představivosti je možné úkoly, které vyžadují od řešitele identifikovat více detailů ve tvaru objektu t.j. různý počet tvarových podobností zobrazeného objektu.

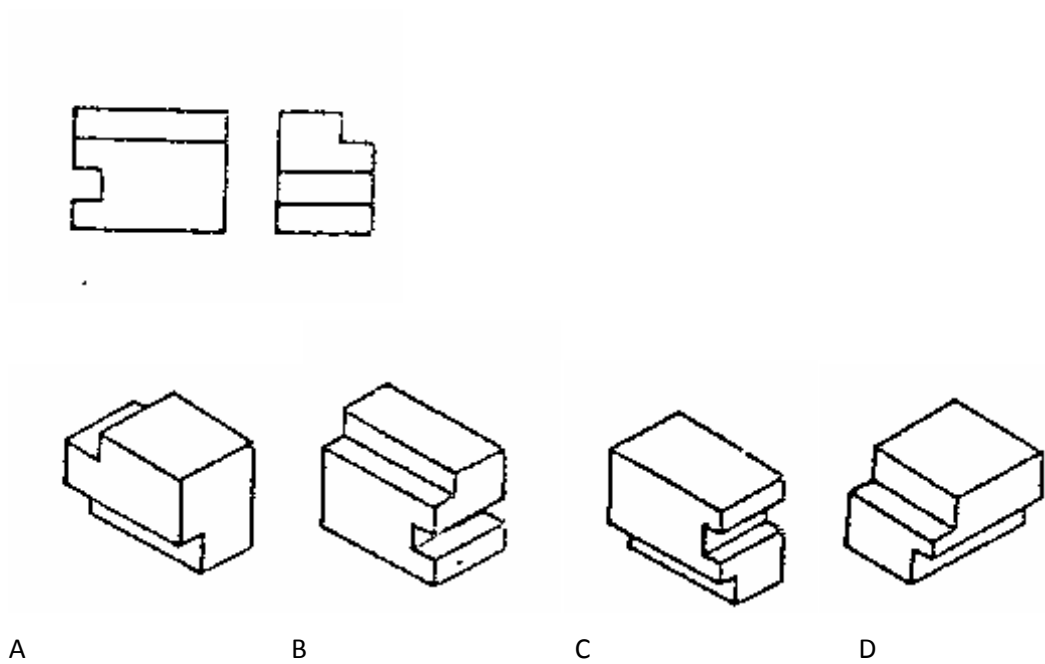
S vyšší úrovní prostorové představivosti a s cílem jejího dalšího rozvoje, je již možné řešit úlohy, které vyžadují od řešitele vlastní konstrukci objektu. Na dalším rozvoji prostorové představivosti se budou podílet úkoly, které kromě vlastní konstrukce objektu vyžadují od řešitele modelovat objekt v alternativních řešeních. Edukační cíl zaměřený na rozvoj prostorové představivosti prostřednictvím řešení úkolů je možné dosáhnout proto, že jejich řešení řešitel nachází na základě schopnosti vytvářet adekvátní obrazy prostorových útvarů a v představách s nimi operovat, t.j. má schopnosti:

- Prostorové orientace (poloha v prostoru),

- Vizualizace (chápání vztahů mezi předměty),

- Kinetostatické představivosti (schopnost představy pohybu v prostoru) (Beisetzer, 2001).

**2. úloha:** Z nabídky těles, zobrazených kabinetní axonometrií, vyber ten, který je identický s objektem provedeným v prvním kvadrantu



*Obr. č. 53 Nabídka těles ke druhé úloze*

## Závěr

Vyučování geometrie prošlo za poslední léta složitým a mnohdy rozporuplným vývojem. Zavedení Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání přineslo, ve svém třetím okruhu, stanovení kompetencí žáků, které žáci mají získat v hodinách matematiky resp. geometrie .

„Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, v tematickém okruhu *Geometrie v rovině a v prostoru* žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.“ (RVP, dostupné na [www.msmt.cz](http://www.msmt.cz))

Tematika naší práce – rozvíjení prostorové představivosti žáků – je opakovaně zmiňovaným cílem geometrického vzdělávání na prvním i druhém stupni základních škol. Dosavadní pojetí vyučování a různé přístupy ke školské geometrii ovšem nevytvořily dostatečné předpoklady k dosažení uvedeného cíle. Na některé z příčin současného stavu se předložená práce pokusila upozornit. Současně přinášíme podněty, jejichž realizací v hodinách matematického vzdělávání můžeme tento stav pozitivně ovlivnit.

Záměrem disertační práce bylo zpracovat systematický pohled na problematiku prostorové představivosti žáků základních škol. Výsledky, ke kterým jsme dospěly porovnáním závěrů našich výzkumů s názory uvedenými v citované literatuře, přinesly poznatky, jejichž závěrečný přehled přinášíme.

Získání těchto poznatků bylo umožněno tím, že byl učiněn pokus o komplexnější přístup k problematice prostorové (geometrické) představivosti a jejího rozvíjení u dětí a žáků, který respektuje aspekt odborně matematický, didaktický i psychologický. Ukazuje se, že problém nespočívá v samém



zjišťování úrovně prostorové představivosti, ale spíše v rozvíjení této důležité ability a také připravenosti budoucích učitelů tuto schopnost u žáků rozvíjet (Stopenová, 1999).

V disertační práci byl proto učiněn pokus o charakteristiku několika možných přístupů k objasnění této složité problematiky.

Očekáváme,

- přispění k efektivnějšímu využití vyučovacích hodin geometrie na základní škole
- zvýšení zájmu učitelů o vyučování matematiky, což může vést ke změně často negativního postoje budoucích, ale i současných učitelů o geometrickou složku matematického vzdělávání
- zvýšení zájmu žáků o matematiku, resp. geometrické učivo

Přínos disertační práce,

- na základě studia odborné pedagogické, psychologické a matematicko – didaktické literatury zmapovala současný stav a význam rozvíjení prostorové představivosti žáků
- na základě teoretických východisek byla realizována výzkumná šetření prostorové představivosti u dětí předškolního věku, žáků 2.stupně základní školy a nižšího stupně gymnázií
- na základě výsledků šetření byly vytvořeny anaglyfy, umožňující modelovat geometrické vztahy v prostoru
- vytvořily jsme soubor námětů k činnostem a úlohám, které podporují rozvíjet prostorovou představivost nejen v hodinách geometrie
- vytvořily jsme ucelený zdroj informací a inspirací pro přímou práci učitelů s žáky nejen v hodinách matematiky

V teoretické části byly vymezeny pojmy prostorová představivost, geometrická představivost, prostorová inteligence, dále jsme se zabývaly psychologickou i anatomickou podstatou vývoje této schopnosti. Podrobněji se věnujeme možnostem využití anaglyfů a dalším prostředkům ve výuce, které přispívají k vizualizaci vzdělávacím procesu.

V experimentální části bylo provedeno výzkumné šetření, zaměřené na charakteristiku žáka s prostorovou představivostí. K získání potřebných dat jsme využily nestandardizovaný didaktický test složený z úloh vyžadující řešení pouze pomocí této schopnosti a nestrukturované interview s učitelem matematiky. Při ověřování jednotlivých hypotéz jsme použili metody kvantitativního výzkumu. Všechny hypotézy byly testovány na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$ .

Na základě zpracování a vyhodnocení získaných dat se potvrdilo, že věk žáků je rozhodujícím faktorem při úspěšnosti řešení úloh vyžadující prostorovou představivost. Dále se ukázalo, že žáci výborní v matematice a fyzice ve srovnání s žáky výbornými v českém a cizím jazyce jsou při řešení didaktického testu úspěšnější. Statistické analýzy získaných dat nepotvrdily hypotézu, že by chlapci měli lepší prostorovou představivost než dívky. Také mezi skupinami pravorukých a levorukých žáků neexistují v testu prostorové představivosti statisticky významné rozdíly.

Na závěr uvádíme některá doporučení k využití našich zjištění v konkrétní školské praxi

- pro vyučování matematice považujeme za vhodné vytvořit systém úloh k cílevědomému soustavnému rozvíjení prostorové představivosti a vhodně jej zakomponovat do učebnic již od prvního ročníku základní školy. K uvedenému účelu může být využito námětů z disertační práce,
- více využívat interdisciplinarity, vyhledávat a uplatňovat vhodné prvky k rozvoji prostorové představivosti v technické, výtvarné, tělesné výchově a dalších vyučovacích předmětech, vzájemně koordinovat formativní působení na žáky i jejich vlastní aktivity,
- uplatňovat konstruktivistické přístupy k vyučování geometrie na všech stupních s typech škol, ve výuce geometrie na vysokých školách připravující budoucí učitele, akcentovat charakter a hledat účinné prostředky na rozvíjení prostorové představivosti jako užitečné schopnosti

- aktivně využívat moderní elektronické prostředky – PC, interaktivní tabule, zobrazovací monitory – pro vizualizaci vzdělávacího procesu

Poznatky, ke kterým jsme dlouhodobým systematickým zkoumáním problematiky v disertační práci dospěly, byly průběžně konfrontovány s novými podněty souvisejícími s transformací matematického vzdělávání u nás i v zahraničí. Některé dílčí závěry byly publikovány a prezentovány na vědeckých a didaktických konferencích a seminářích v české republice i v zahraničí.

V závěru bychom chtěli dodat, že si uvědomujeme, že předložená práce není uceleným dílem, neboť problematika prostorové představivosti je velmi široká. Zejména v posledním roce došlo k obrovskému rozvoji zobrazovací 3D techniky a bude otázkou čas a mnohdy i financí než se tyto vymoženosti moderní doby dostanou k žákům do základních škol. Tímto směrem se může ubírat i další výzkumné šetření

- zkoumání postojů učitelů k problematice 3D vizualizace a konkrétní metody výuky
- zjišťování preference určitých typů úloh či metod výuky ze strany žáků.

## Seznam použité literatury

1. BEDNÁŘOVÁ, J. *Předčíselné představy*. Brno: PPP Brno, 2004.
2. BIDERMAN, I., Ju, G., *Surfaceversus edge – based determinants of visual recognition*. *Cognitive Psychology* 20, 1988, s. 38 – 64.
3. BOHONY, R. *Příspěvek k volbě učebních pomůcek. Technologie vzdělávání roč. 10. 2002, č.. 8, s. 7-13. ISSN 1335-003X.*
4. BRISBY, L. S. *Geometry*. USA: Hands On, inc, 1989.
5. CARLSON, M. P. *A Cross-selection Investigation og the Development of the Function Concept*. Ressearch in Collegiate Matematics Education. III.CBMS Issues in Mathematics Education. Providence, RI: American Mathematical Society, 1998.
6. ČAČKA, O. *Psychologie imaginativní výchovy*, Brno: MU, 1999. ISBN 80-7239-034-1.
7. ČÍŽKOVÁ, J. a kol. *Přehled vývojové psychologie*. Olomouc: UP, 2001. 175s. ISBN 80-7067-953-0.
8. ČÍŽKOVÁ, J. *Poznávání duševního člověka*. Olomouc: UP, 2001. 3. Vyd. 111s. ISBN 80-244-0329-3.
9. DIVÍŠEK, J. a kol. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. 272 s. ISBN 80-04-20433-3
10. EXCLUSSIVE EDUCATIONAL PRODUCTS. *The puzzling world of tangrams and pentominoes*. Canada 1994.
11. FISCHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-966-6.

12. FLORKOVÁ, M. *Rozvoj priestorovej predstavivosti na hodinách geometrie v 1. ročníku ZŠ*. In: Zborník príspevkov konferencie Induktívne a deduktívne prístupy v matematike, Trnava: Trnavská univerzita, 2005. ISBN 1-881431-73-8 7, str. 62 – 67.
13. FUSON, K. C., KALCHMAN, M., BRANSFORD, J. D. *Mathematical understanding*. In: How Students Learn: Mathematics in the Classroom. Editors: Donovan, M.S., Bransford, J.D. Washington, DC, USA: National Academic Press, 2005. ISBN 0-309-07433-9.
14. GIBILISCO, S. *Everyday Math Demystified*. Blacklick, OH, USA: McGraw - Hill Professional Publishing, 2004. ISBN 0-07-7-147106-5.
15. GRANDE, D.J. - MORROW, L. *Geometry and Spatial Senci*. The National Council of Teachers of Mathamatics, inc, USA 1993.
16. GRECMANOVÁ, H. - HOLOUŠOVÁ, D. – URBANOVSKÁ, E. *Obecná pedagogika I*. Olomouc: Hanex, 1999. ISBN 80-85783-20-7.
17. GRECMANOVÁ, H. - HOLOUŠOVÁ, D. – URBANOVSKÁ, E. *Obecná pedagogika II*. Olomouc: Hanex, 2000. ISBN 80-2-857834-X.
18. GRECMANOVÁ, H. - URBANOVSKÁ, E. - NOVOTNÝ, P. *Podporujeme aktivní myšlení a samostatné učení žáků*. Olomouc: Hanex, 2000. ISBN 80-85783-28-2.
19. GRECMANOVÁ, H. - URBANOVSKÁ, E. - NOVOTNÝ, P. *Podporujeme myšlení a samostatné učení žáků*. Olomouc: Hanex, 2000. ISBN 80-85783-28-2.
20. HANCOCK, J. *Skryté síly mozku*, Olomouc: Fontána, 1997. ISBN 80-901989-7-X.
21. HEJNÝ, M. - KUŘINA, F. *Dítě, škola, matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4.

22. HEJNÝ, M. - JIROTKOVÁ, D. *Svět aritmetiky a svět geometrie*. In HEJNÝ, Milan, NOVOTNÁ, Jarmila, STEHLÍKOVÁ, Naďa. (ed.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 1. díl*. 1. vyd. Praha: Karlova univerzita, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3, s. 127-135, [cit. 2010-03-21]. Dostupný na WWW: <<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=4&PolozkaID=-1&ClanekID=66>.
23. HEJNÝ, M. - KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. 1.vyd. Praha: Portál, 2001. 187s. ISBN 80-7178-581-4.
24. HLAVSA, J. *Psychologické metody výchovy a tvořivosti*, Praha: SPN, 1986.
25. CHAGANI, H. *How the brain grows*. 1998. [cit. 2009-08-24]. Dostupný z <http://pet.wayne.edu/hchugani/>.
26. CHRÁSKA, M., *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1369-4.
27. CHRÁSKA, M.. *Didaktické testy*. Brno: Paido, 1999. ISBN 80-85931-68-0.
28. CHRÁSKA, M.. *Základy výzkumu v pedagogice*. Olomouc: UP, 2000. ISBN 80-7067-798-8.
29. JIROTKOVÁ, D. *Rozvoj prostorové představivosti žáků*. Komenský, 1990, ročník 114, č. 5, s. 278-281.
30. KALHOUS, Z. - OBST, O. a kol. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002, ISBN 80-7178-253-X.
31. KÁROVÁ, V. *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1. – 5. ročníku základní a obecné školy, část geometrická*. 3. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004. 54s.
32. KOL. AUTORŮ. *Didaktika matematiky pro 1.stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1989. ISBN 80-244-0691-8.

33. KOLEKTIV AUTORŮ. *Matematický klokan 2004, 2005, 2006*, [cit. 2009-11-09].  
Dostupné na WWW: <  
<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=16&PolozkaID=-1&ClanekID=23>.
34. KOLEKTIV AUTORŮ. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*.  
Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2005. [cit. 2009-09-21]. Dostupný na  
WWW: <<http://www.vuppraha.cz/ramcove-vzdelavaci-programy>.
35. KOMENDA, S. - KLEMENTA, J. *Analýza náhodného v pedagogickém experimentu a praxi*. Praha: SPN, 1981. 320 s.
36. KOPECKÁ, H.: *Rozvíjení prostorové představivosti hrou*. Liberec: DP TUL, 2004.
37. KOUKOLÍK, F. *Lidský mozek*. 2.vyd. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-632-2
38. KREJČOVÁ, E. *Didaktické hry k rozvoji představivosti a tvořivosti žáků*.  
Komenský, 1993, ročník 118, č. 1, s. 24-25.
39. KUŘINA, F. *O vyučování geometrii*. Komenský, 2002, roč. 126, č. 9/10, s. 191-192.
40. KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. 1. vyd. Praha: SPN, 1990. 248 s. ISBN 80-04-23753-3.
41. KUSÁK, P. - DAŘÍLEK, P. *Pedagogická psychologie A, B*. Olomouc: UP, 2000. ISBN 80-7076-789-9.
42. LITTLER, G. - JIROTKOVÁ, D. Investigating and developing pupils 'geometrical understanding. Research 2002, 2003.
43. Mezinárodní akademie vzdělávání UNESCO, *Efektivní učení ve škole*. Přel. D. DVOŘÁK, Praha: Portál 2005. ISBN 80-7178-556-3.

44. MICHNOVÁ, J. *Krychlové hlavolamy*. In Sborník dva dny s didaktikou matematiky. Praha: PedF UK, 2005.
45. MOLNÁR, J. *K prostorové představivosti mužů a žen*. In KRÁTKÁ, Magdalena. (ed.) *Jak učit matematice žáky ve věku 11-15 let. Sborník příspěvků celostátní konference Hradec Králové*. 1. vyd. Plzeň: Vydavatelský servis, 2006. ISBN 80-86843-08-4, s.145-150. [cit. 2009-09-21] Dostupné na WWW: <<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=1&PolozkaID=1&ClanekID=169>>.
46. MOLNÁR, J. *Konstruktivismus ve vyučování matematice*. Olomouc: UP, 2008.79 s. ISBN 978-80-244-1883-4.
47. MOLNÁR, J. *Matematické nadání a prostorová představivost*. In ZHOUF, Jaroslav. (ed.), *Sborník Ani jeden matematický talent nazmar*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2005. ISBN 80-7290-224-5, s. 91-94. [cit. 2009-09-21] Dostupné na WWW:<  
<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=1&PolozkaID=-1&ClanekID=169>>.
48. MOLNÁR, J. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Olomouc: UP, 2004. ISBN ISBN 978-80-244-2254-1.
49. NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2*. Olomouc: UP, 2004. ISBN 80-244-0916-X.
50. PÁL, I. *Deskriptívna geometria viděná prostorově*. Bratislava: SVTL 1960.
51. PERNÝ, J. *Prostorová představivost z různých stran*. In KRÁTKÁ, Magdalena. (ed.) *Jak učit matematice žáky ve věku 11-15 let. Sborník příspěvků celostátní konference Hradec Králové*. 1. vyd. Plzeň: Vydavatelský servis, 2006. ISBN 80-86843-08-4, s.175-179. [cit. 2009-09-21] Dostupné na WWW:<



<http://class.pdf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=20&PolozkaID=-1&ClanekID=64>.

52. PERNÝ, J. *Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti*. Liberec: Technická univerzita, 2004. 77s. ISBN 80-7083-802-7, s. 38.
53. PETTY, G. *Moderní vyučování*. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-070-7.
54. PIAGET, J.- INHELDEROVÁ, B. *Psychologie dítěte*. 2. vyd.. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-146-0.
55. PIAGET, J. *Psychologie inteligence*. Praha: Portál, 1999. 2.vyd. 164 s. ISBN 80-7178-309-9.
56. PRÁŠKOVÁ, M. *Rozvoj prostorové představivosti se zřetelem k diferencované výuce*. Diplomová práce. Brno: Masarykova Univerzita, Pedagogická fakulta, 2008.
57. PRŮCHA, J. - WALTEROVÁ, E. - MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál, 2003. ISBN 80-7178-029-4.
58. PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 2002, ISBN 80-7178-631-4.
59. PRŮCHA, J. *Učitel*. Praha: Portál 2002. ISBN 80-7178-621-7.
60. RŮŽIČKOVÁ, B. *Didaktika Matematiky 1*. Olomouc: UP, 2002. ISBN 80-244-0534-2.
61. SALAPATEK, P. *Pattern perception in early infancy*. New York: Academia Press, 1975.
62. SIPOSOVÁ, J. *Postupy a zásady tvorby učebních pomůcek na 1. st. ZŠ*. Disertační práce 2004.
63. STOPENOVÁ, A. *Disertační práce*, Olomouc: 1999.

64. ŠTUDENTOVÁ, Z. *Renesance stereoskopie*. Bratislava: Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2008. no. 12, pp. 51-59.
65. VAJSÁBLOVÁ, M. *Stereoskopické vidění*. In Proceed. Of Sypmosium on Comput. 2000, vol.'Geometry SCG 9. září 2000, s. 146-151. ISBN 80-227-14587-7.
66. WOLF, L. *Brain Research, Learning, and Technology*. TechKnowLogia. January – March 2003. [cit. 2009-05-23]. Dostupný z WWW:  
<<http://www.techknowlogia.org/>.
67. ŽÍDEK, O. O využití intuície a názornosti při získávání poznatkov z geometrie . In *39. konferenci slovenských matematikov. Slovenská matematická spoločnosť sekci JSMF Žilinská pobočka JSMF*. Jasná pod Chopkom: EDIS – vydavateľstvo Žilinském university, Žilina, 2007. Část 1.1. s. 37-39.

## Seznam zařazených grafů, tabulek a obrázků

### Grafy:

Graf č.1 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách dívek a chlapců ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.....	62
Graf č.2 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách žáků výborných v ma+fy a žáků výborných v jč + aj ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.....	64
Graf č.3 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách leváků a praváků ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů.....	66
Graf č. 4 Průměrné počty získaných bodů v jednotlivých úlohách mladších a starších žáků ve srovnání s průměrnými počty bodů všech respondentů. ....	69
Graf č. 5 Počet celkem získaných bodů v testu prostorové představivosti u celého výzkumného vzorku (celkový počet bodů z testu a jeho četnosti) .....	70
Graf č. 6 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u dívek .....	72
Graf č.7 Počet získaných bodů v testu prostorové představivosti u chlapců .....	73
Graf č.8 Průměrný počet získaných bodů chlapců a dívek v jednotlivých úlohách 735	
Graf č. 9 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti žáků s výborným prospěchem v matematice i fyzice .....	76
Graf č. 10 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti žáků s výborným prospěchem v českém i cizím jazyce. ....	78
Graf č. 11 Žáci s výborným prospěchem v ma + fy a výborných v jč + cj. ....	80
Graf č. 12 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u praváků.....	81
Graf č. 13 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u leváků .....	82
Graf č. 14 <i>Průměrný</i> počet bodů praváků a leváků v jednotlivých úlohách.....	83
Graf č. 15 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u žáků 6. tříd a primy .....	85
Graf č. 16 Četnosti získaných bodů v testu prostorové představivosti u žáků 9. tříd a kvarty .....	87
Graf č. 17 Průměrný počet bodů mladších a starších žáků v jednotlivých úlohách. ....	89

Graf č. 18 Obtížnost jednotlivých úloh (v) .....	92
Graf č. 19 Subjektivní a objektivní hodnocení obtížnosti úloh .....	93
Graf č. 20 Prospěch z matematiky celého výzkumného vzorku.....	94

## **Tabulky:**

Tabulka č.1 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (dívky,chlapci) .....	60
Tabulka č.2 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl.....	61
Tabulka č.3 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (ma+fy,čj+cj) .....	63
Tabulka č.4. Dvouvýběrový F-test pro rozptyl.....	64
Tabulka č.5 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (leváci, praváci).....	65
Tabulka č. 6 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl.....	66
Tabulka č.7 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu (starší,mladší).....	67
Tabulka č.8 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl.....	68
Tabulka č. 9 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u celého výzkumného vzorku. ....	71
Tabulka č. 10 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u dívek. ....	72
Tabulka č. 11 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u chlapců. ....	74
Tabulka č. 12 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u žáků s výborným prospěchem v matematice a fyzice. ....	77
Tabulka č. 13 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u žáků s výborným prospěchem v českém i cizím jazyce. ....	79
Tabulka č. 14 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u praváků.....	81
Tabulka č. 15 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u leváků. ....	83
Tabulka č. 16 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u mladších žáků.....	86
Tabulka č. 17 ukazuje průměrnou, minimální, maximální hodnotu a další popisné statistiky dosažené v testu prostorové představivosti u starších žáků. ....	88

## **Obrázky:**

Obr. č. 1 Znázornění lidského oka (Atkinson, 2003).....	20
Obr. č. 2 Monokulární vodítka k odhadu vzdálenosti (Atkinson, 2003) .....	21
Obr. č. 3 Model vztahů mezi vnímanými rysy (Atkinson 2003) .....	23
Obr. č. 4 Možná sada rysů (geonů) trojrozměrných objektů (Biederman, 1990) .....	24
Obr. č. 5 Anaglyf – vzdálenost bodu od roviny.....	31
Obr. č. 6 Anaglyfy v chemii (molekuly), mineralogii (krystaly), biologie (buňky).....	36
Obr. č. 7 Anaglyf v matematice (plocha).....	36
Obr. č. 8 Nákres válce dítěte 3-4 roky .....	97
Obr. č. 9 Znázorní kužele dítětem ve věku 6 let .....	97
Obr. č. 10 Přiřazení prostorového nákresu k jednotlivým tělesům.....	98
Obr. č. 11 Manipulativní činnost vyžadující prostorová představivost .....	99
Obr. č. 12 Které z aut projede tunelem .....	100
Obr. č. 13 Nákres překážkové dráhy.....	101
Obr. č. 14 Hra s překážkovou dráhou .....	102
Obr. č. 15 Dřevěné kostky pro modelaci krajiny .....	108
Obr. č. 16 Papírové předlohy pro vytvoření krajiny .....	108
Obr. č. 17 Papírové kartičky ke hře Čtyři pohledy .....	109
Obr. č. 18 Hra Stínování těles.....	110
Obr. č. 19 Ukázky těles s jeho „stínem“ .....	110
Obr. č. 20 Manipulativní činnost žáků se stavebníci .....	114
Obr. č. 21 Výsledek činnosti v Staršidlové geometrii .....	115
Obr. č. 22 Žák pracující s tangramem.....	116
Obr. č. 23 Náměty na jednoduché vzory pro kreslení z paměti .....	116
Obr. č. 24 Honzíkův domeček .....	117
Obr. č. 25 Obrázky čtyř dětí .....	117

Obr. č. 26	Tangram .....	120
Obr. č. 27	Vímání a vytváření představ .....	1258
Obr. č. 28	Obrazec ze zápalek .....	125
Obr. č. 29	Rovnostranný trojúhelník .....	126
Obr. č. 30	Obrázek babiččiny chalupy.....	127
Obr. č. 31	Různé pohledy na babiččinu chalupu .....	127
Obr. č. 32	Ukázka úloh se zvyšující se obtížností .....	128
Obr. č. 33	Těleso z pěti krychlí.....	128
Obr. č. 34	Sít' pro zakreslení jednotlivých pohledů .....	129
Obr. č. 35	Varianta úlohy por práci se sítí .....	129
Obr. č. 36	Zadání úlohy vyžadující prostorovou představivost.....	130
Obr. č. 37	Obrazové zadání úlohy vyžadující prostorovou představivost .....	131
Obr. č. 38	Zadání úlohy .....	132
Obr. č. 39	Správný výsledek úlohy .....	132
Obr. č. 40	Složená sít' pokoje.....	132
Obr. č. 41	Úloha vyžadující znalosti o síti krychle.....	133
Obr. č. 42	Sítě těles pro mladší žáky .....	134
Obr. č. 43	Popis krychle.....	135
Obr. č. 44	Řešení ilustrační úlohy.....	136
Obr. č. 45	Popis bodů na krychli .....	136
Obr. č. 46	Hrací plán I .....	137
Obr. č. 47	Hrací plán II.....	137
Obr. č. 48	Hrací plán III.....	137
Obr. č. 49	Hrací plán IV .....	138
Obr. č. 50	Technická izometrie (izometrická anonometrie) .....	140
Obr. č. 51	Kabinetní axonometrie (kosoúhlá dimetrie) .....	141

Obr. č. 52 Nabídka těles k první úloze .....	141
Obr. č. 53 Nabídka těles ke druhé úloze .....	143



## **Přílohy**

Příloha 1 Didaktický test prostorové představivosti

Příloha 2 Tabulka všech zpracovaných dat získaných z didaktického testu

Příloha 3 Grafické vyhodnocení jednotlivých úloh didaktického testu

Příloha 4 Graf výsledku nejlepšího a nejhoršího chlapce, dívky

Příloha 5 Grafy výsledků všech žáků v porovnání s výsledky žáků výborných v  
čj + cj a výborných žáků v ma + fy

## Příloha 1

### Didaktický test prostorové představivosti

Ahoj, jmenuji se Zuzana a jsem studentkou vysoké školy. Obracím se na Tebe s velkou prosbou o vyplnění tohoto testu. Ve svém studiu se specializuji na prostorovou představivost a ráda bych odhalila její zákonitosti a úskalí. Výsledky testu budou sloužit pouze k mému výzkumu, proto Tě prosím o co nejdůslednější odpovědi na jednotlivé úlohy. Děkuji za spolupráci.

Zaškrtněte vždy pravdivou odpověď

1) Jsi  kluk<sup>☆</sup>

holka<sup>☆</sup>

2) Tvůj datum narození: .....

3) Jsi  pravák<sup>☆</sup>

levák<sup>☆</sup>

4) Tvá známka z matematiky a fyziky na konci školního roku: MA..... FY.....

5) Tvá známka z českého jazyka a angličtiny na konci školního roku: ČJ..... AJ.....

6) Navštěvuješ specializovanou třídu? ANO – NE

Případně na co je specializovaná ? .....

7) Tvůj nejoblíbenější předmět: .....

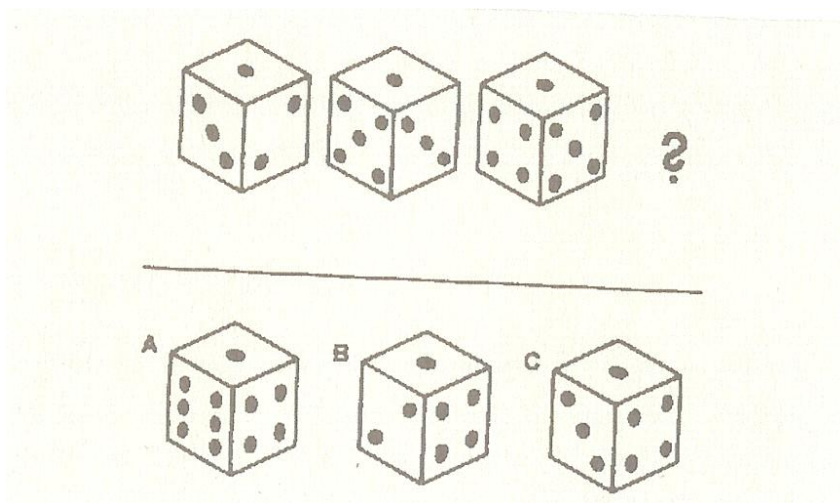
8) Adresa školy: .....

9) Ročník: .....

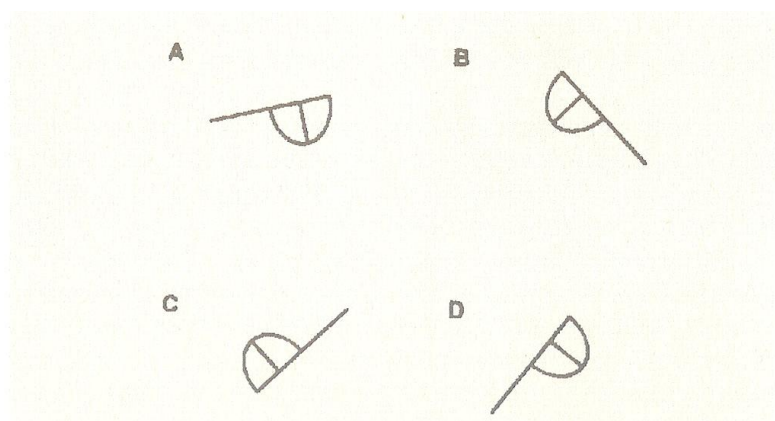
---

<sup>☆</sup> zatrhněte

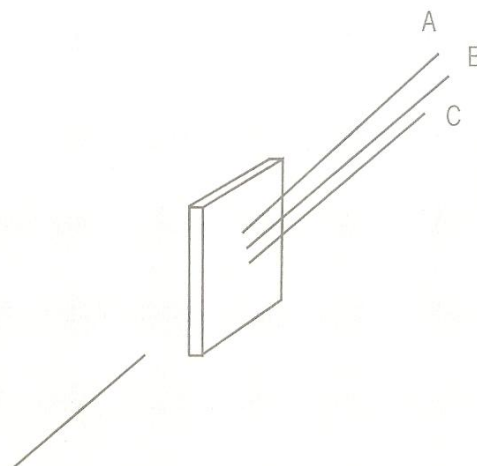
1) Která z krychlí A, B, C odpovídá rotaci (otáčení) základní krychle?



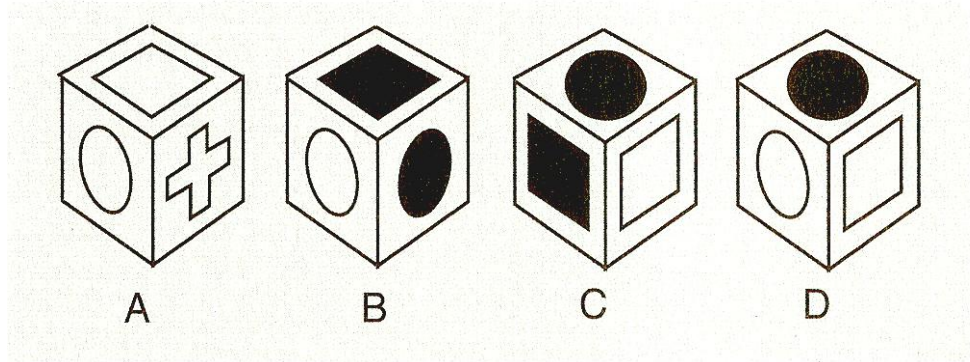
2) Který obrázek A, B, C, D nepatří mezi ostatní? Škrkni ho!



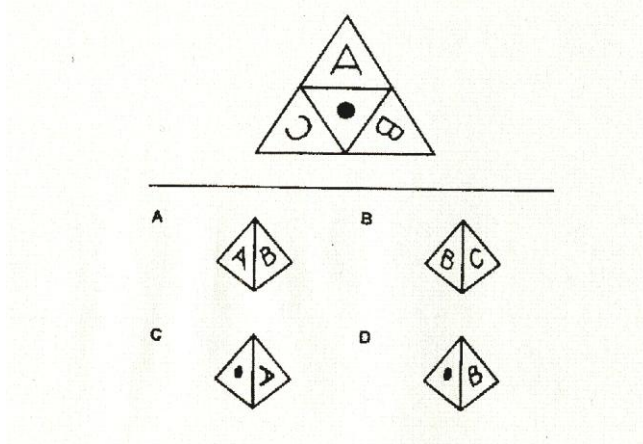
3) Která z čar A, B, C, je prodloužením základní čáry?



4) Která krychle nepatří mezi ostatní? Škrtni ji!

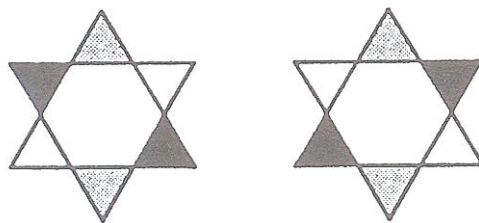


5) Který z trojbokého hranolu A,B,C, D není výsledkem složení sítě tělesa? Škrtni ho!

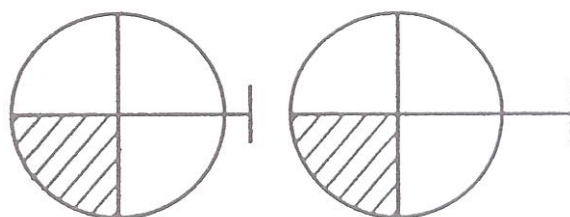


6) Obrazce, které nejsou stejné, škrtni.

a)

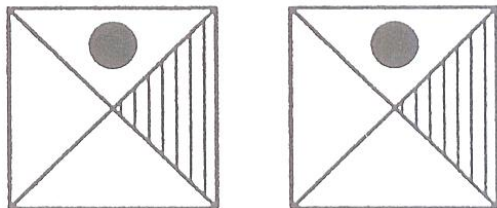


b)

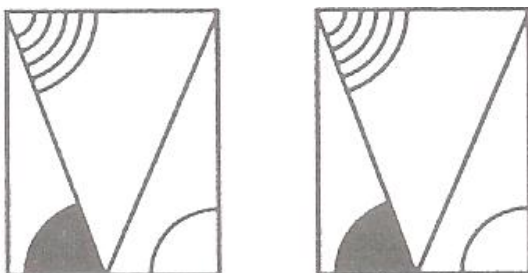


Obrazce, které nejsou stejné, škrtni

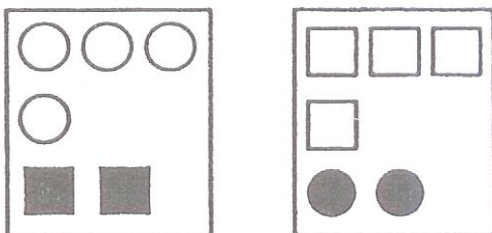
c)



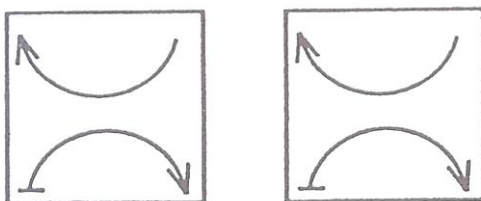
d)



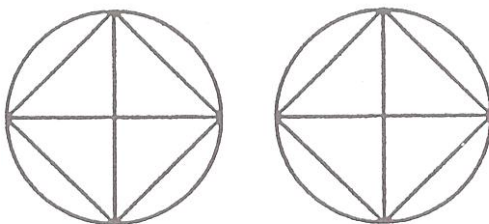
e)



f)

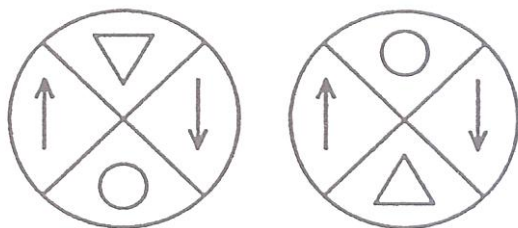


g)

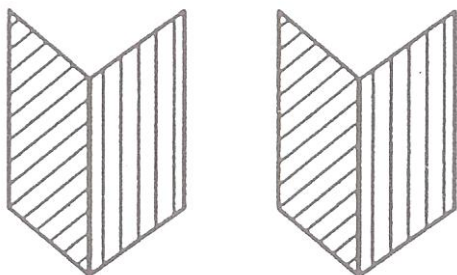


Obrazce, které nejsou stejné, škrtni

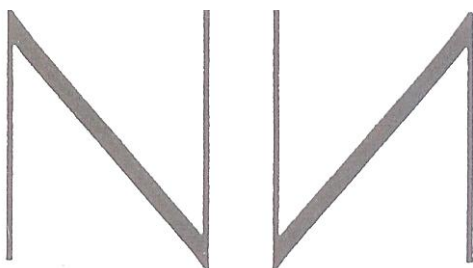
h)



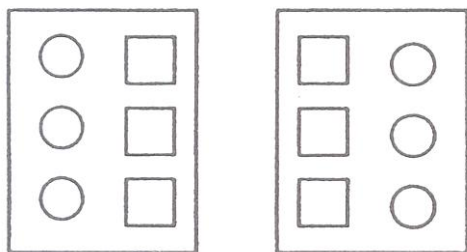
i)



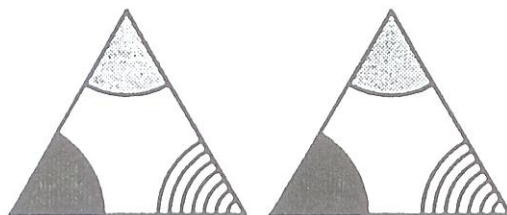
j)



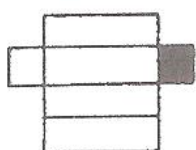
k)



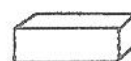
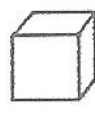
l)



7) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda síť odpovídá následujícím tělesům 1, 2, 3, 4.



vyjde



1. A/N

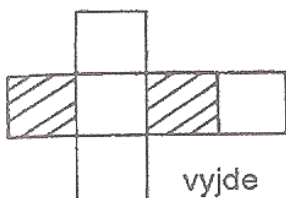
2. A/N

3. A/N

4. A/N

8) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda síť B odpovídá následujícím tělesům 5, 6, 7, 8.

B.



vyjde



5. A/N

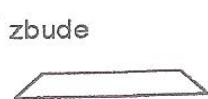
6. A/N

7. A/N

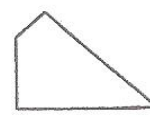
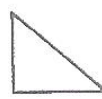
8. A/N

9) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda rozdíl obrázců F odpovídá následujícím obrázkům 21, 22, 23.

F.



zbude

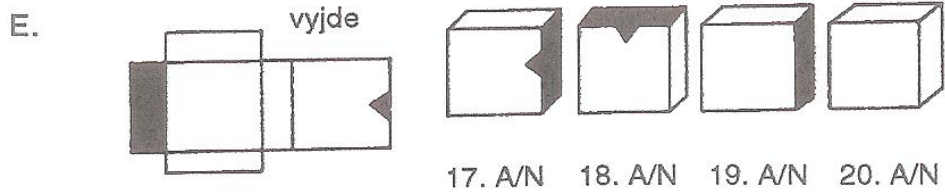


21. A/N

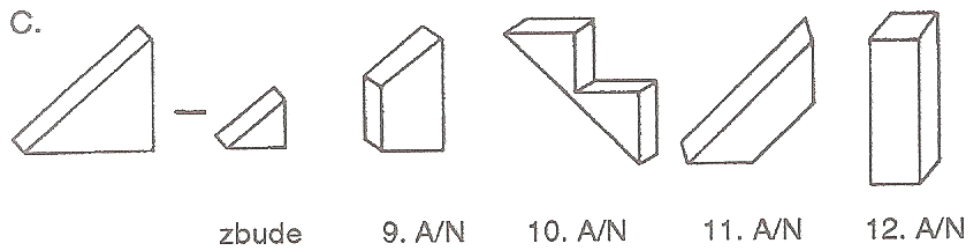
22. A/N

23. A/N

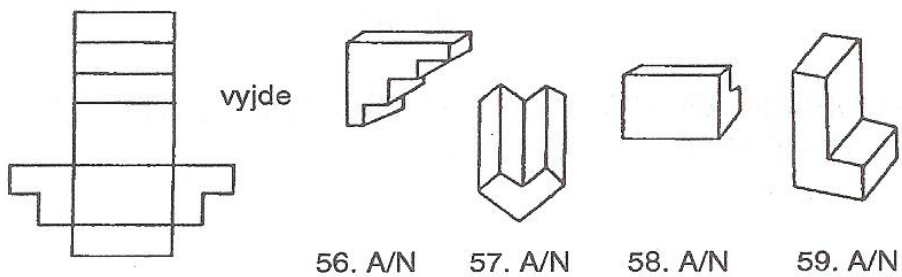
10) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda síť E odpovídá následujícím tělesům 17, 18, 19, 20



11) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda rozdíl těles C odpovídá následujícím tělesům 9, 10, 11, 12.

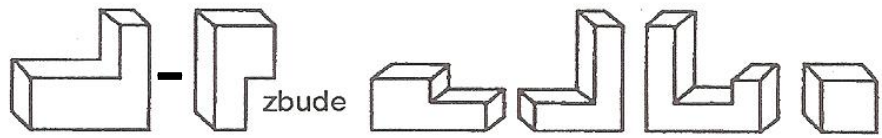


12) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda síť odpovídá následujícím tělesům 56, 57, 58, 59



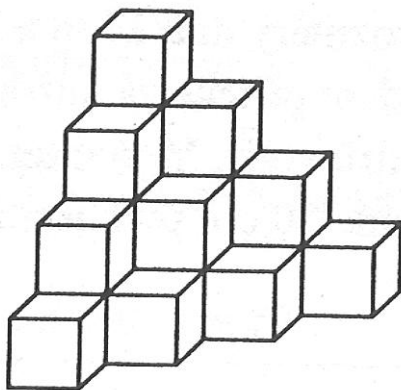


13) Odpověz Ano (A), Ne (N) zda rozdíl těles odpovídá následujícím tělesům 60, 61, 62, 63.

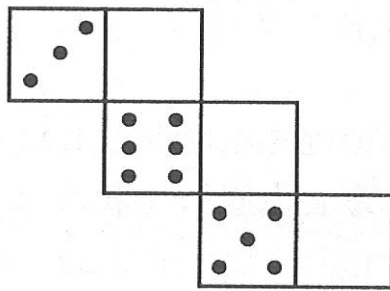


60. A/N 61. A/N 62. A/N 63. A/N

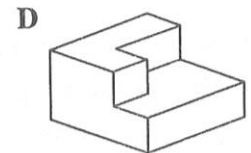
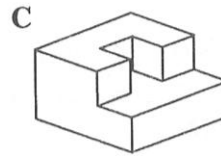
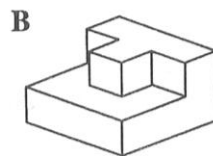
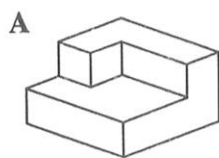
14) Z kolika krychlí je postavena „stavba“ na obrázku? \_\_\_\_\_



- 15) Doplň síť hrací kostky na obrázku. Na každých dvou protějších stěnách kostky je součet 7.



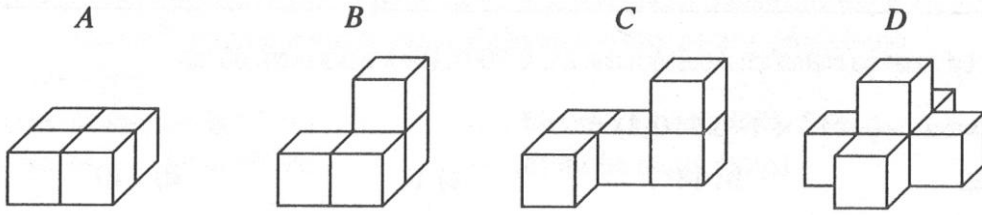
- 16) Která dvě tělesa po spojení vytvoří krychli? \_\_\_\_\_



- 17) Kterou z následujících poloh písmene **K** nelze získat jeho otáčením v rovině?



18) Tělesa na obrázku jsou slepená z krychlí. Nakresli jejich půdorysy (pohled shora).



A

B

C

D

19) Podívejte se na nakreslený obrazec a uveďte co nejvíce nápadů, co by mohl představovat.

---



---



---



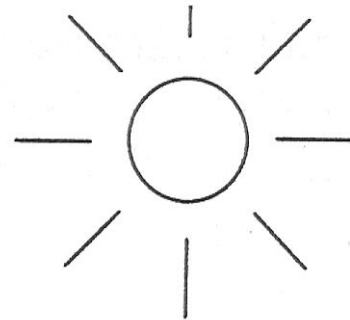
---



---



---



20) Která z úloh se Ti zdála být nejtěžší? \_\_\_\_\_

21) Která z úloh se Ti zdála být nejlehčí? \_\_\_\_\_

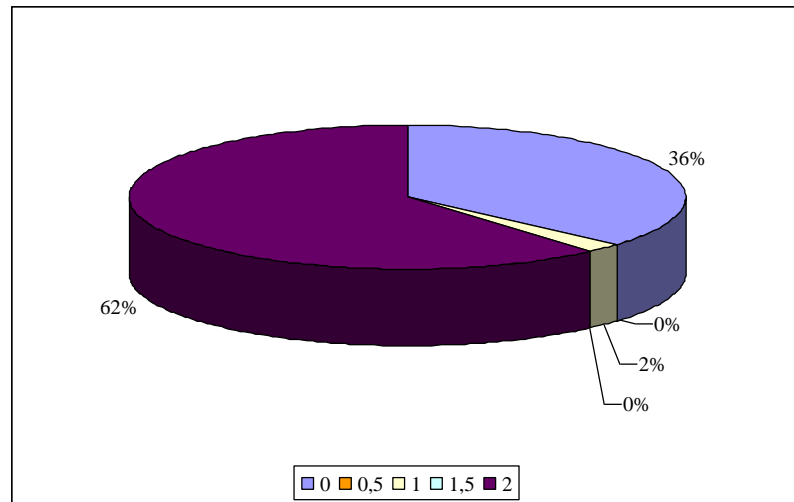




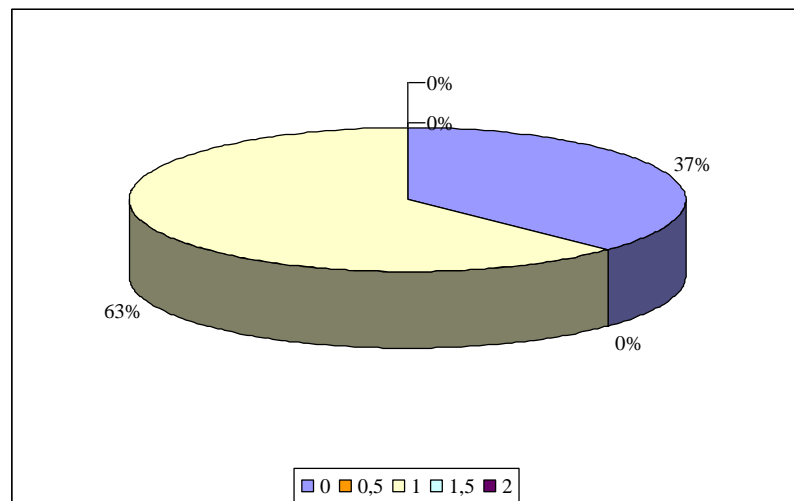
poř. číslo	h	datum narození	p-H	Ma	Fy	Jč	Ja	spec	na co?	nejobl. Předmět	škola	třída	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	výsledek 1. příjmu	
													10	přůměr																					
118	k	9.11.1994	p	2	1	2	2	n			g	9	0	1	1	0	1	0	2	2	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	0	19	20	20	1,05
119	h	13.9.1994	p	1	1	1	1	n		Cj	g	9	2	1	1	2	1	1	2	2	0	1	2	2	0	1	2	1	1	1	2	4	2	25	1,32
120	h	31.3.1994	p	1	2	1	1	n		Aj	g	9	2	1	0	0	1	0	2	2	1	2	1	2	0	1	2	1	1	2	1	4	20	22	1,16
121	h	29.1.1994	l	3	3	2	2	n		Dj	g	9	0	0	1	2	0	0	2	2	0,5	1	1	1	1	0	0	1	1	2	1	2	0	16,5	0,87
122	k	13.9.1994	p	2	3	2	2	n		Tv	g	9	2	1	1	0	1	0	2	2	0,5	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	19	18	24,5	2,93
123	k	31.3.1994	p	2	2	2	2	n		Tv	g	9	2	1	1	0	1	0	2	2	0,5	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	19	18	24,5	2,93
124	k	23.10.1994	l	2	2	2	2	n		Tv	g	9	2	1	1	0	1	0	2	2	0,5	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	19	18	24,5	1,29
125	k	30.11.1994	p	2	2	2	2	n		Tv	g	9	2	1	1	0	1	0	2	2	0,5	2	2	2	1	1	2	1	1	2	2	14	18	25,5	1,34
126	h	18.11.1995	p	1	1	1	1	n		Jč, Tv	g	8	2	0	0	0	1	0	2	2	0,5	1	0	2	0,5	1	2	1	1	2	2	6	1	20	1,05
127	h	18.6.1996	p	3	2	2	2	n		hv	g	8	2	0	1	0	0	0	2	2	0,5	1	1	2	1	1	0	1	0	2	1	5	18	17,5	0,92
128	h	22.4.1996	p	3	3	1	1	n		Aj,Vv, Ch	g	8	2	0	1	0	1	0	2	2	0,5	2	0	2	2	1	0	1	0	2	2	18	17	20,5	1,08
129	h	4.9.1996	p	2	1	1	2	n		Nj	g	8	2	0	1	0	1	1	2	0	0,5	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	12	18	21,5	1,13
130	h	18.6.1995	p	2	1	2	1	n		Hv	g	8	2	0	1	0	1	1	1	2	0,5	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	12	18	22,5	1,18
131	k	22.6.1995	p	2	2	2	3	n		Vv	g	8	2	1	1	0	1	1	2	2	0,5	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	19	18	25,5	1,34
132	h	19.5.1996	p	1	1	1	2	n		Vv	g	8	2	0	1	0	1	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	6	18	25	1,32
133	h	30.1.1995	p	2	1	1	1	n		Aj	g	8	2	0	1	0	1	1	2	2	0,5	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	12	18	23,5	1,24
134	h	2.7.1996	p	3	2	2	2	n		Vv	g	8	2	0	1	0	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2	2	6	18	25	1,32
135	h	29.2.1996	p	3	3	2	3	n		Tv	g	8	2	0	1	0	1	0	2	2	0,5	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	12	18	21,5	1,13
136	h	23.10.1995	p	3	2	2	1	n		Tv	g	8	2	1	1	0	1	0	2	2	0,5	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	12	18	23,5	2,55
137	k	29.9.1995	p	2	1	2	2	n		dj	g	8	0	0	1	0	1	0	2	2	0	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	15	17	22	2,57
138	k	24.8.1996	l	2	2	2	2	n		ln	g	8	2	1	1	0	1	1	2	2	1	1	0	0	2	1	2	1	0	2	1	20	21	21	1,11
139	k	30.12.1995	l	3	2	3	2	n		Tv	g	8	2	1	1	0	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	20	21	27	1,42
140	k	17.6.1996	p	1	2	2	3	n		dj	g	8	0	0	0	0	1	0	2	2	0,5	2	1	2	2	1	0	1	1	2	1	12	18	18,5	0,97

## Příloha 3

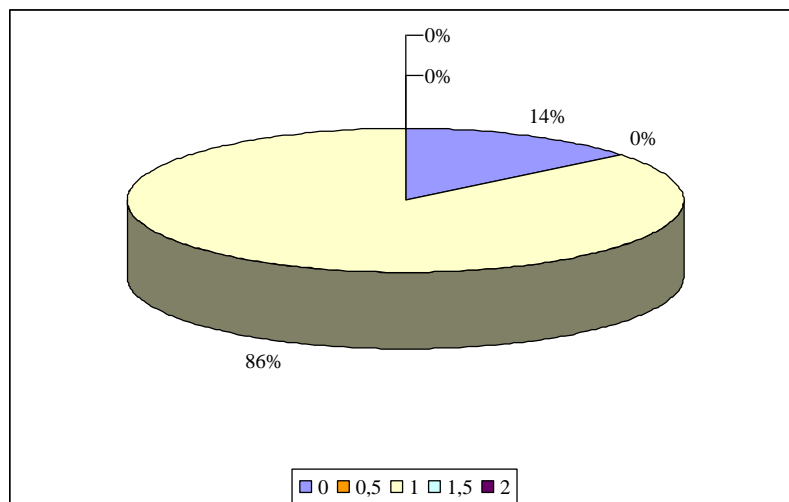
### 1. úloha testu



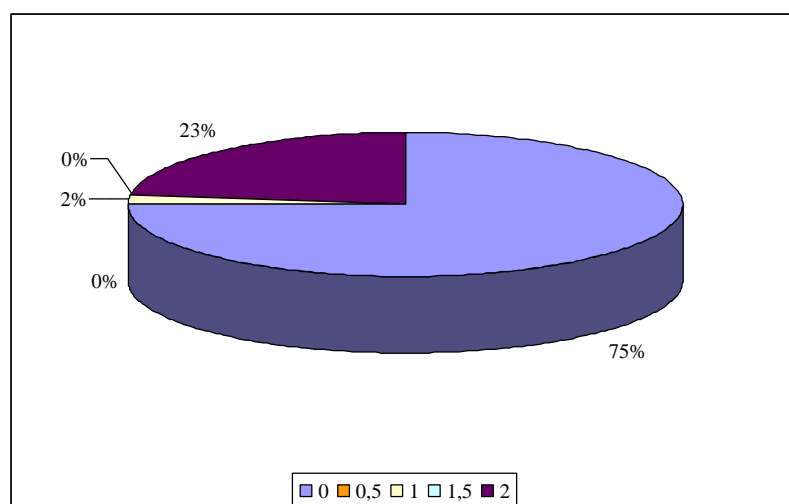
### 2.úloha testu



### 3. úloha testu

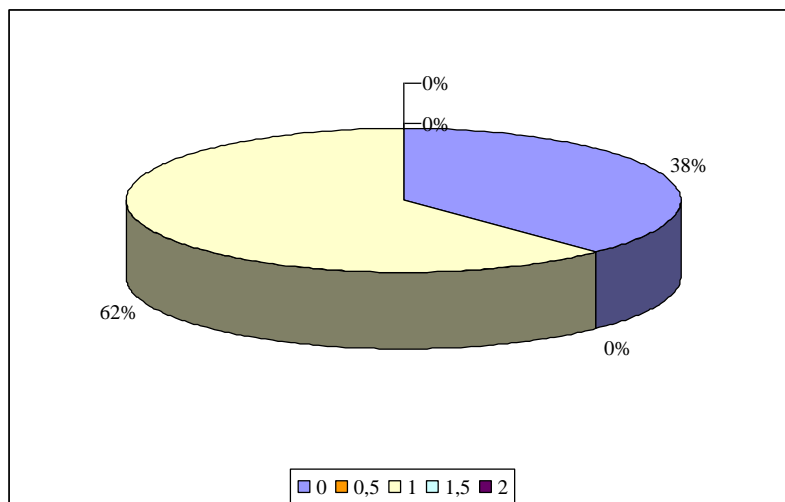


### 4. úloha testu

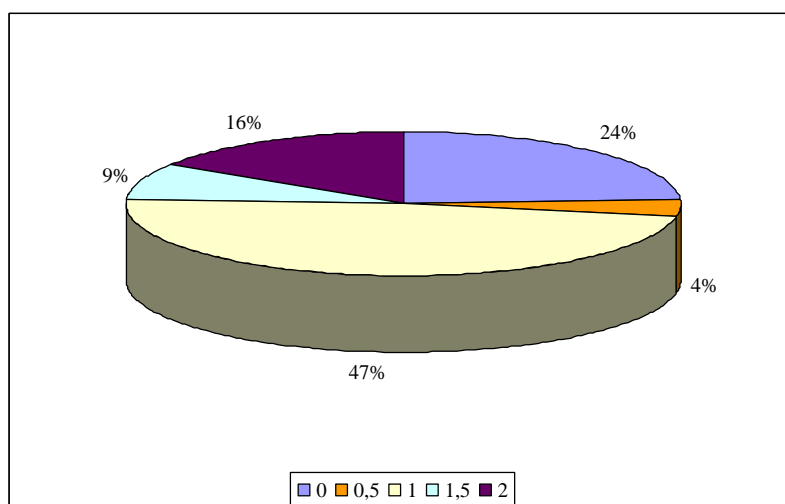




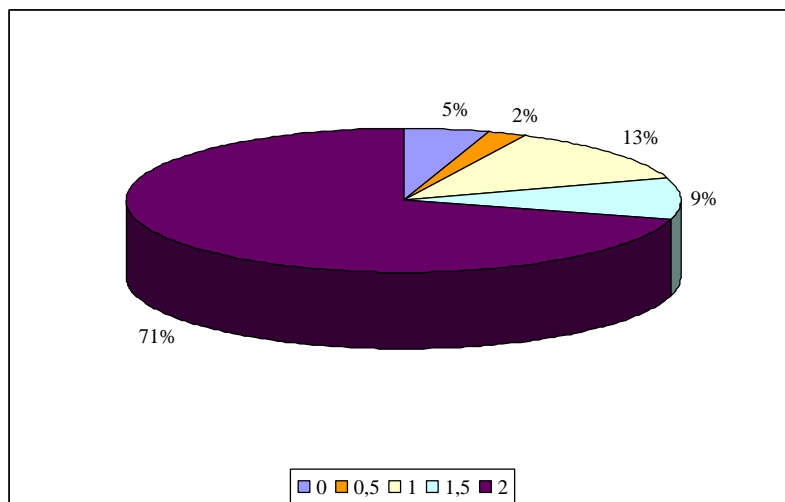
### 5. úloha testu



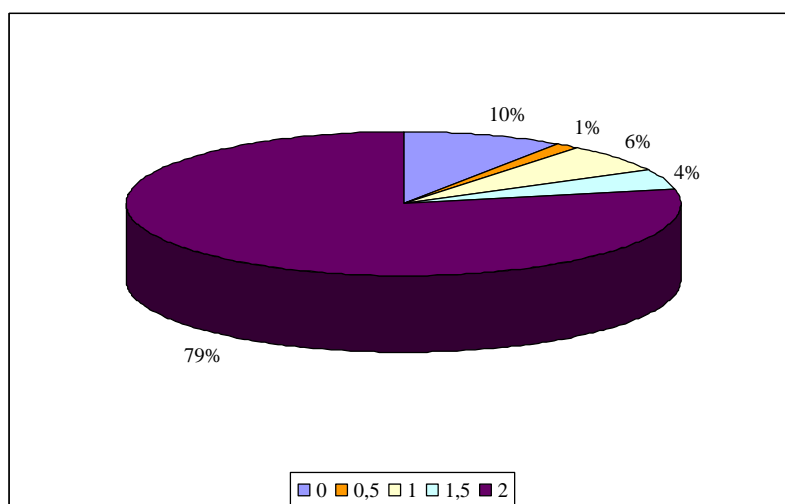
### 6. úloha testu



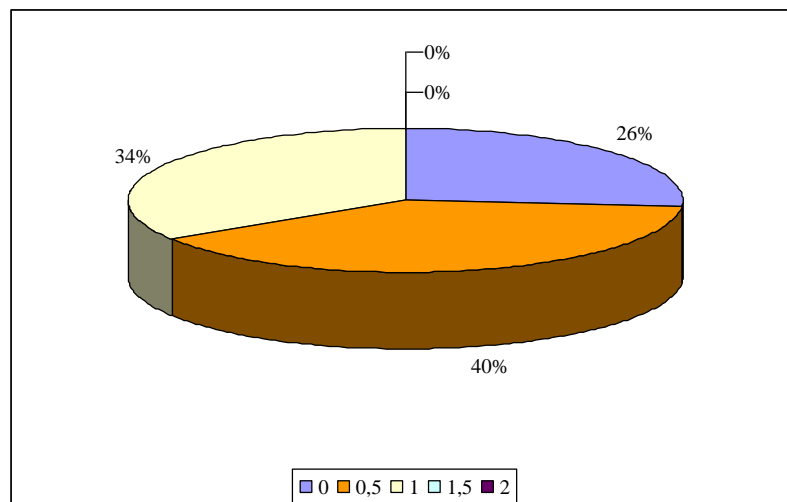
### 7. úloha testu



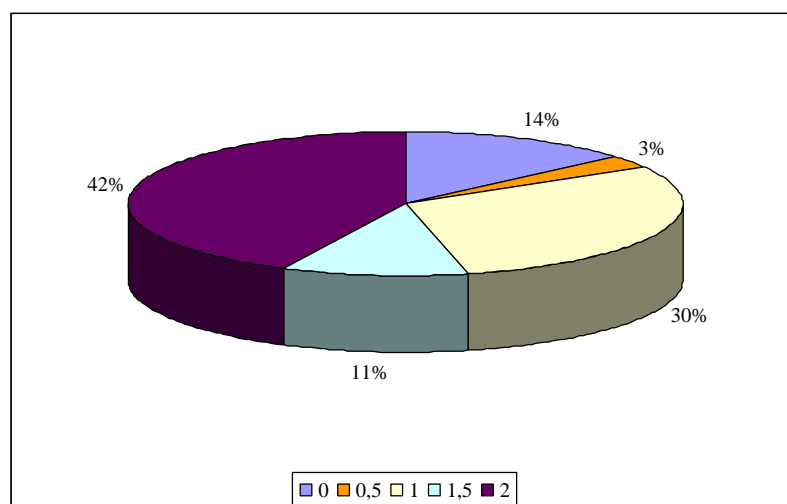
### 8. úloha testu



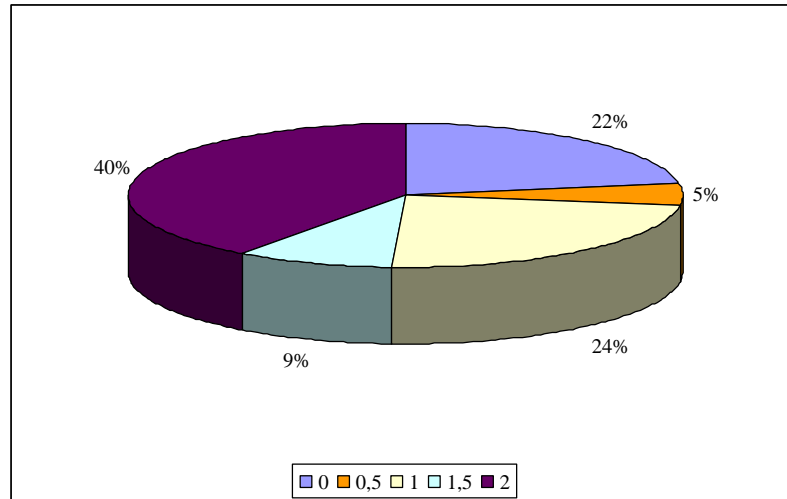
### 9. úloha testu



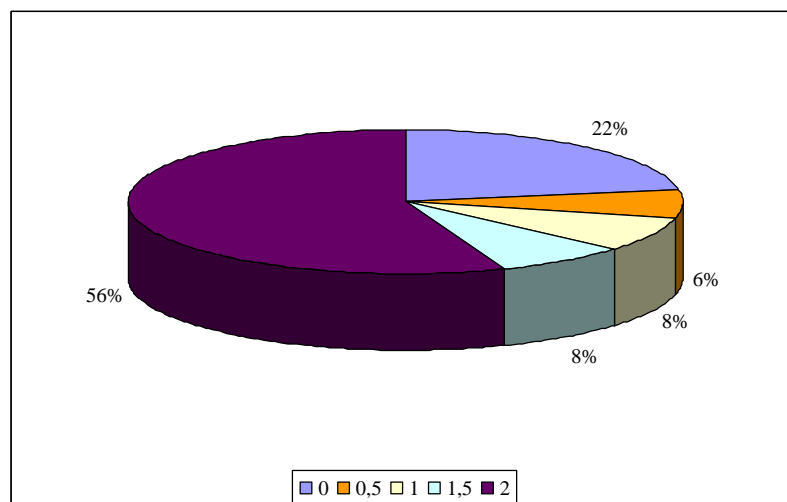
### 10. úloha testu



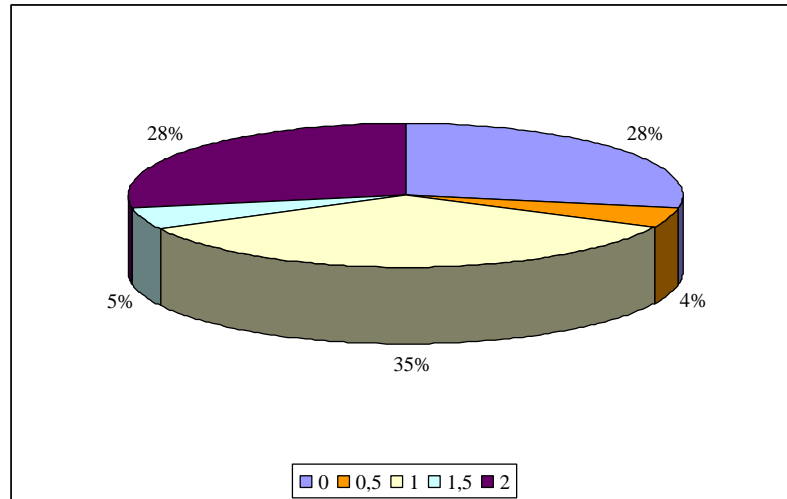
### 11. úloha testu



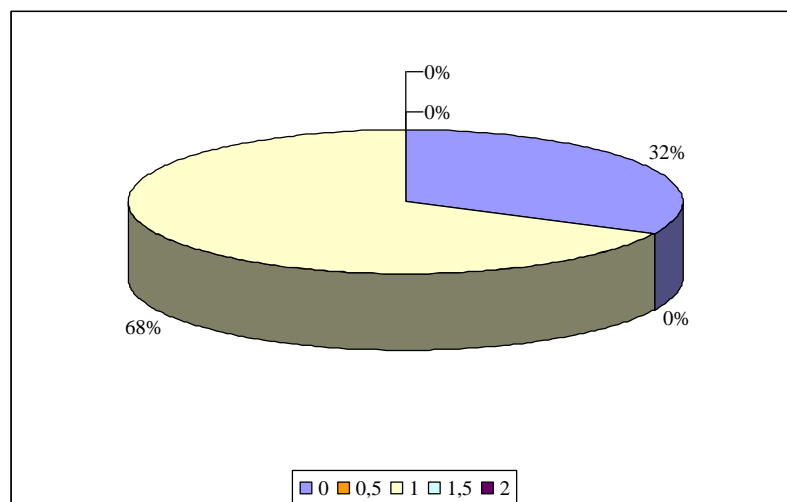
### 12. úloha testu



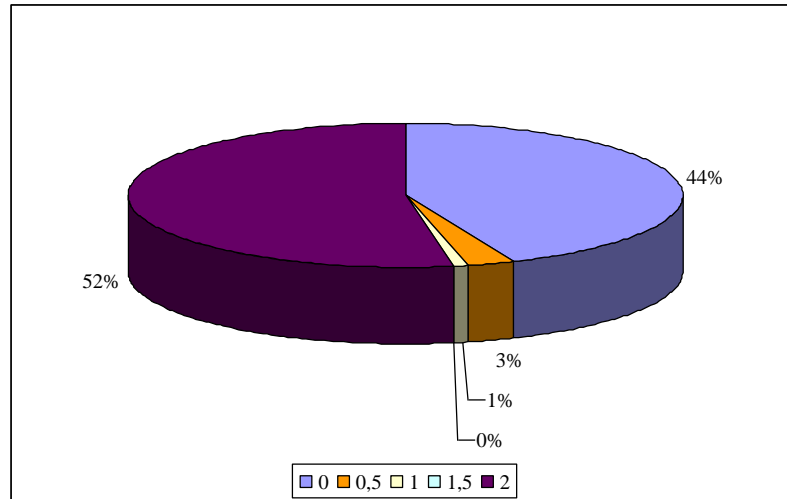
13. úloha testu



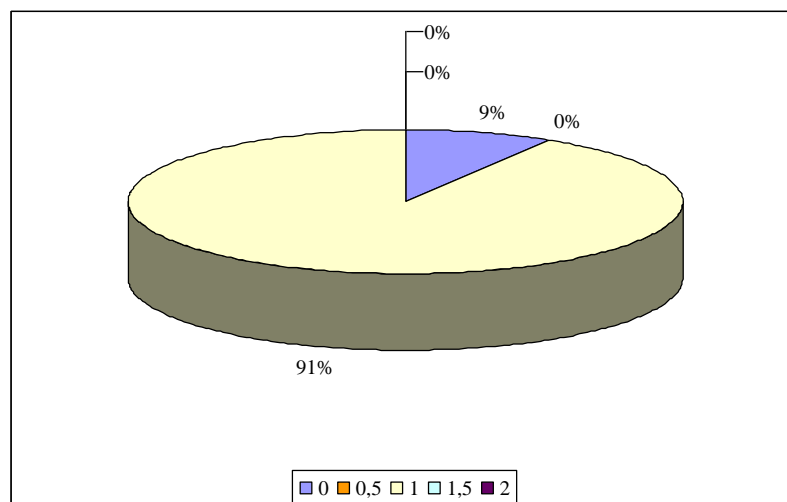
14. úloha testu



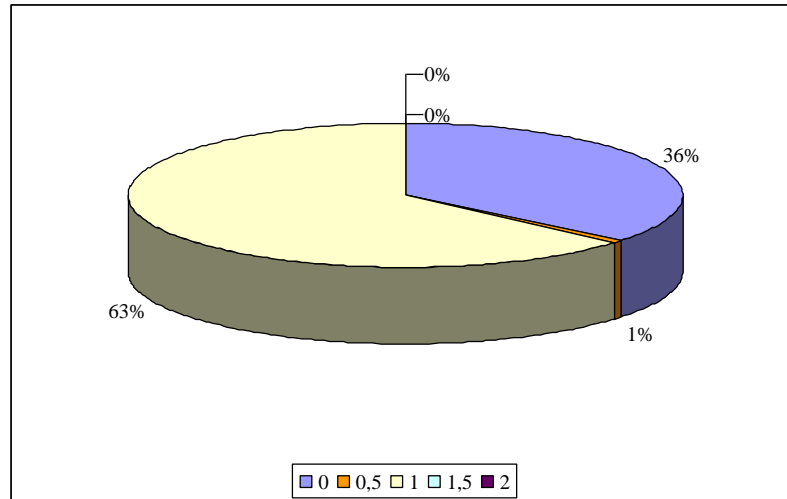
15. úloha testu



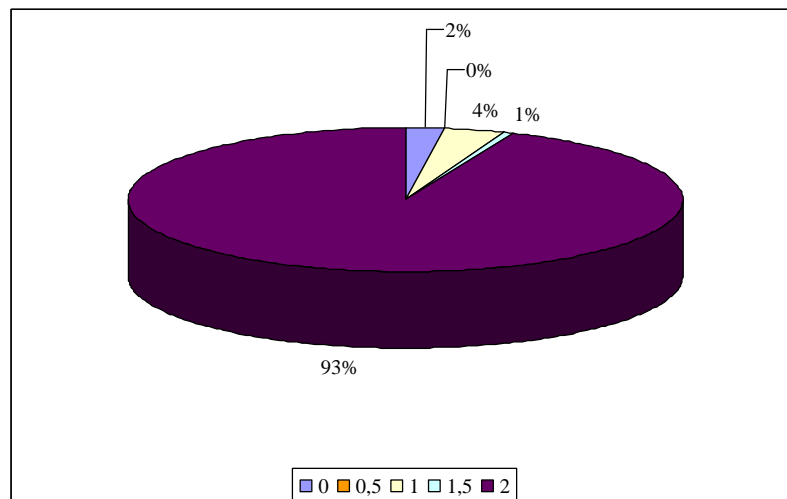
16. úloha testu



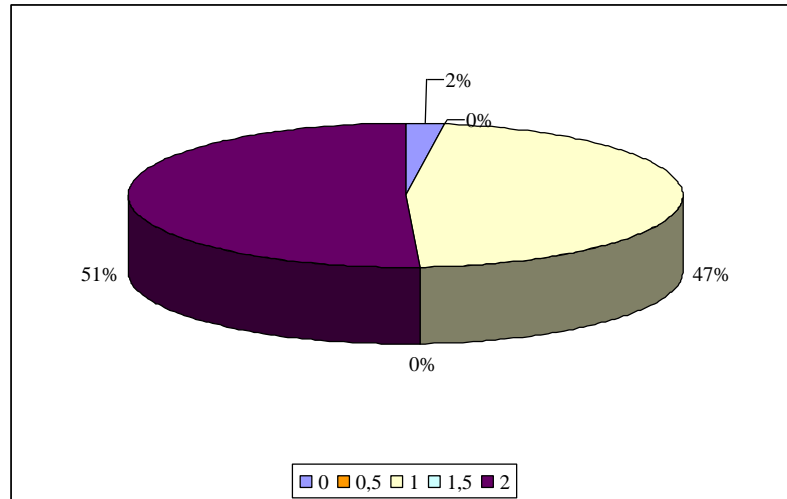
17. úloha testu



18. úloha testu



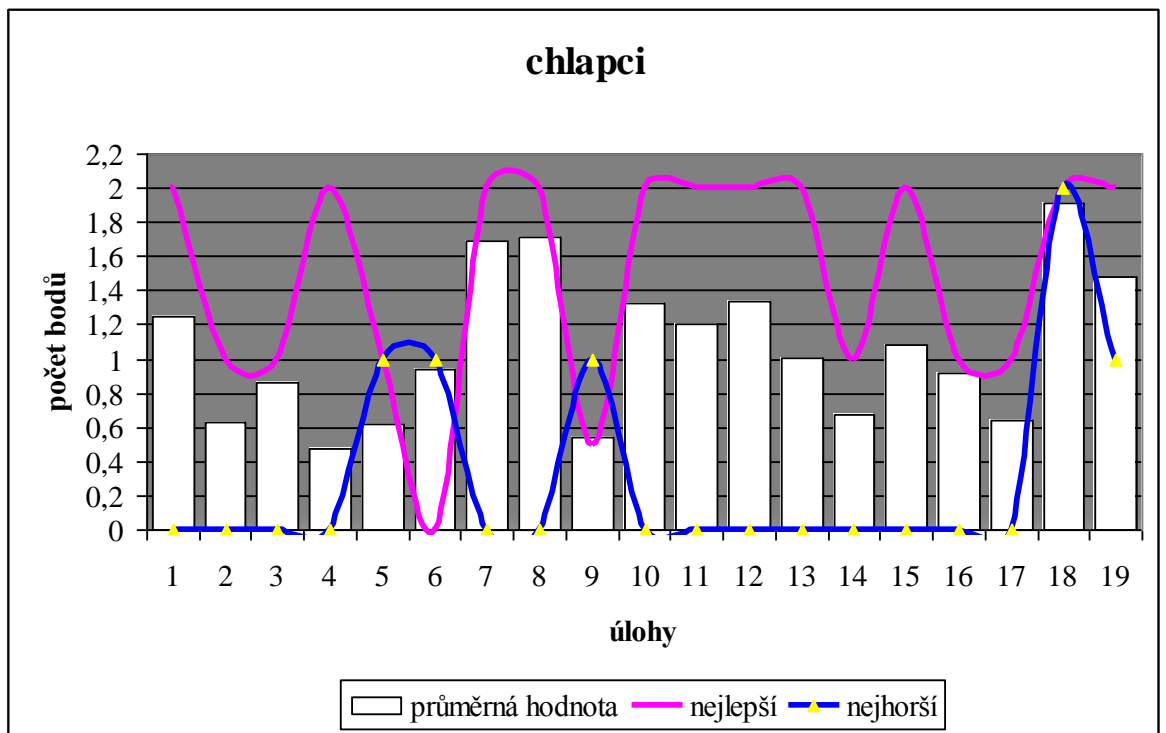
19. úloha testu



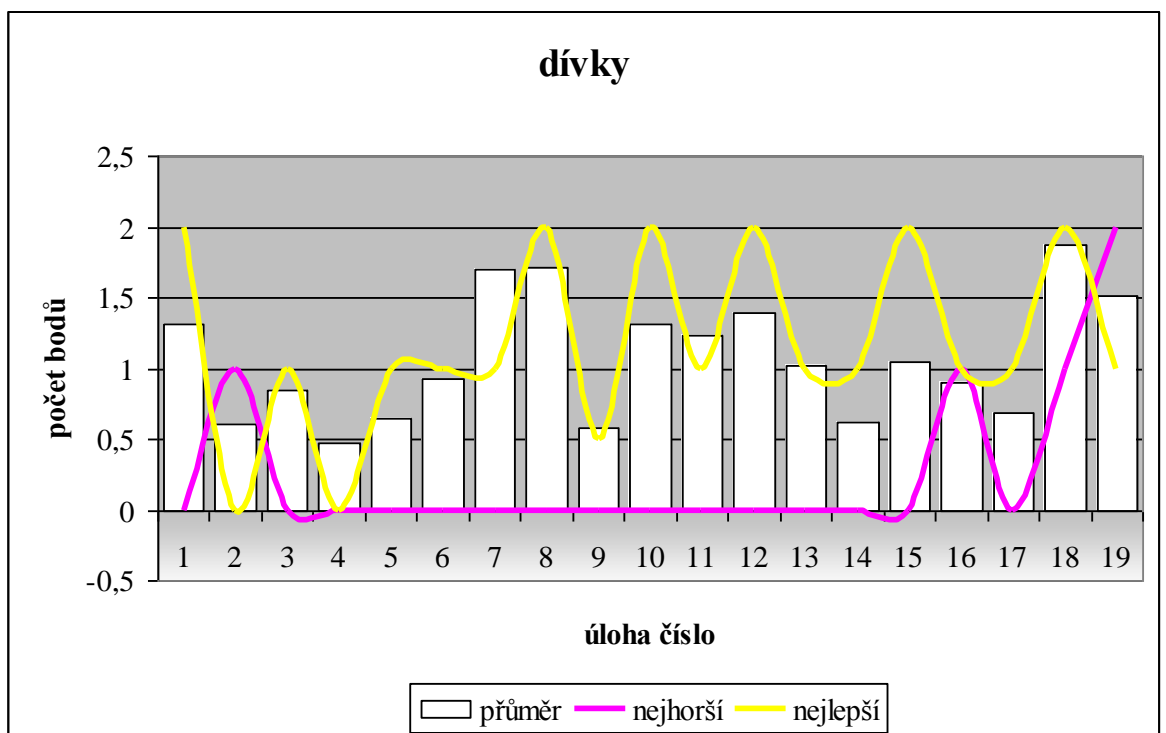


## Příloha 4

Grafické znázornění výsledků testu nejlepšího a nejhoršího chlapce

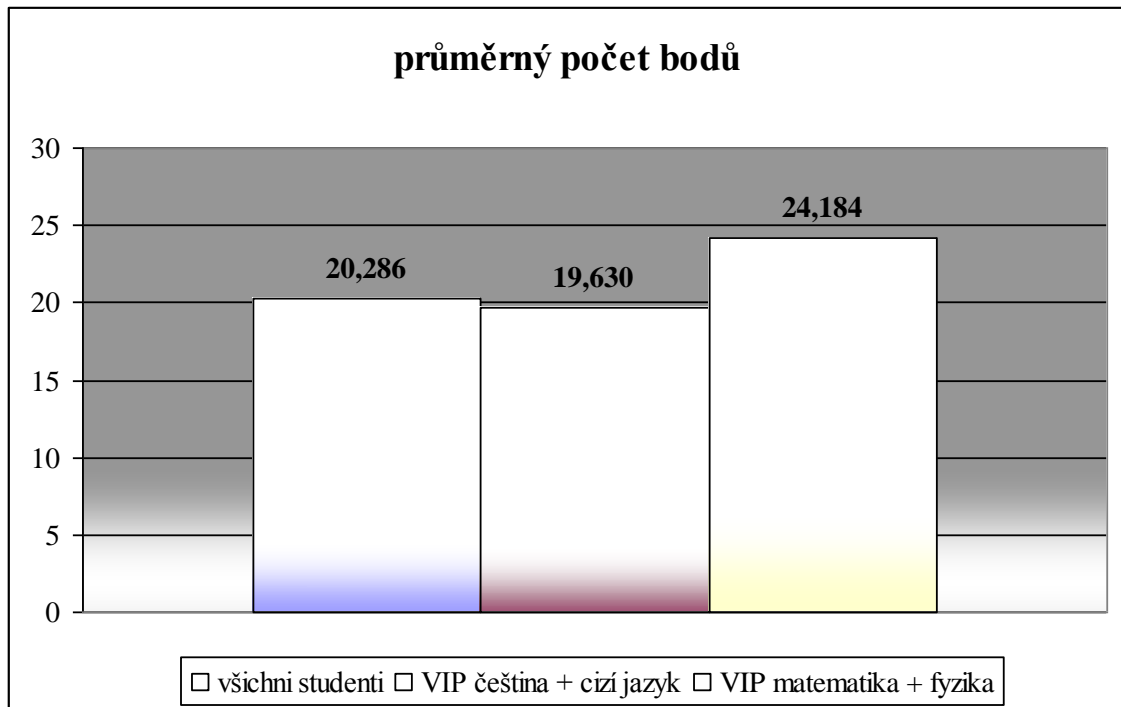


Grafické znázornění výsledků testu nejlepší a nejhorší dívky



## Příloha 5

Graf průměrných výsledků všech žáků, žáků výborných v čj + cj a výborných žáků v ma + fy



## **Anotace disertační práce**

**Název:** Rozvoj prostorové představivosti žáků ZŠ

**Jméno:** Zuzana Plšková

**Obor:** Pedagogika se zaměřením na matematiku

**Vedoucí disertační práce:** PaedDr. Anna Stopenová, Ph. D.

**Počet stran:** 190

**Počet příloh:** 5

**Rok obhajoby:** 2010

**Klíčová slova (česky)**

Zrakové vnímání

Prostorová představivost

Vizualizace ve výuce

Anaglyf

Tangram

**Klíčová slova (anglicky)**

Visual perception

Tree-dimensional visualization

Visualization at school

Anaglyph

Tangram

## ***Resumé***

Předložená práce má za cíl podat ucelený pohled na problematiku prostorové představivosti žáků ve vzdělávacím procesu. V úvodní části se zabýváme psychologickou a anatomickou podstatu této schopnosti. Vývoji poznávacího procesu a podstatou vnímání prostoru. Ve druhé části práce je popsáno výzkumné šetření, které se uskutečnilo mezi žáky druhého stupně základních škol a gymnázií. K výzkumnému šetření byl sestaven didaktický test prostorové představivosti. Na základě zpracování získaných dat jsme dospěly k závěru, že pohlaví žáků nemá vliv na míru prostorové představivosti, stejně jako lateralita respondentů. Naopak statistiky významné rozdíly se nám podařilo prokázat ve skupinách s výborným prospěchem v matematice a fyzice oproti výborným studentům v českém a anglickém jazyce. Věk žáků byl prokázán jako směrodatný pro výsledky testu – žáci 9.ročníků (kvarty) dosáhly významně lepších výsledků v testu prostorové představivosti než žáci 6. ročníků (primy). Další část práce nabízí konkrétní návrhy činností, úloh a postupů, které je možné aplikovat do většiny výukových hodin od začátku školní docházky.

## *Summary*

The hereby submitted BA thesis aims to present a comprehensive overview of the issue of a spatial imagination of students in the learning process. In the introductory part of the thesis we deal with the psychological and anatomical basis of such ability, the evolution of a cognitive process and the essence of perception of a space. In the second part of the BA thesis we describe the research survey conducted among the students of the second cycle of primary schools and of grammar schools (gymnasiums). Before conducting the research survey a didactical test of a spatial imagination was prepared. Upon processing the collected data we drew a preliminary conclusion that gender of students does not affect their level of a spatial imagination, neither does the laterality of respondents. On the contrary, we were able to prove the statistically significant differences between groups of students with excellent overall marks in math and physics contrasted to those with excellent overall marks in Czech or English. Also the age of respondents proved to be a decisive factor for the results of our research survey as students of the 9<sup>th</sup> grade (quarta) performed markedly better in the spatial imagination test than students of the 6<sup>th</sup> grade (prima). The last part of the BA thesis offers concrete proposals for activities, tasks and approaches that can be applied throughout most of the classes from the beginning of primary school attendance.

## ***Resümee***

Die vorgelegte Arbeit hat zum Ziel, eine komplette Sicht auf die Problematik des Raumvorstellungsvermögens von Schülern im Ausbildungsprozess zu geben. In der Einleitung beschäftigen wir uns mit dem psychologischen und dem anatomischen Wesen dieser Fähigkeit. Die Entwicklung des Erkennungsprozesses und dem Wesen der räumlichen Wahrnehmung. Im zweiten Teil der Arbeit ist die Forschungsuntersuchung beschrieben, die mit Schülern der zweiten Stufe der Grundschule und des Gymnasiums durchgeführt wurde. Zur Nachforschung wurde ein didaktischer Test zum Raumvorstellungsvermögen erstellt. Auf Grund der Aufbereitung der erzielten Daten sind wir zu dem Schluss gekommen, dass das Geschlecht der Schüler keinen Einfluss auf das Maß des Raumvorstellungsvermögens hat, genauso wie die Händigkeit der Befragten. Im Gegenteil statistisch ist es uns gelungen, die bedeutendsten Unterschiede in den Gruppen mit ausgezeichnetem Erfolg in Mathematik und Physik im Gegensatz zu ausgezeichneten Studenten in tschechischer und englischer Sprache nachzuweisen. Auch das Alter der Schüler war ausschlaggebend für die Ergebnisse unserer Untersuchung – die Schüler des 9. Jahrgangs (Quarta) erreichten bedeutend bessere Ergebnisse im Test des Raumvorstellungsvermögens als die Schüler des 6. Jahrgangs (Prima). Der weitere Teil der Arbeit bietet konkrete Vorschläge für Tätigkeiten, Aufgaben und Verfahren, die man vom Beginn des Schulbesuches an in den meisten Unterrichtsstunden anwenden kann.