



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

# ŘÍZENÍ SPOTŘEBY ELEKTRICKÉ ENERGIE POMOCÍ STOCHASTICKÉ OPTIMALIZACE

STOCHASTIC OPTIMIZATION FOR ELECTRICITY CONSUMPTION CONTROL

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Sekula

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jakub Kúdela, Ph.D.

BRNO 2022

# Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav matematiky  
Student: **Bc. Jakub Sekula**  
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství  
Studijní obor: Matematické inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Jakub Kúdela, Ph.D.**  
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Řízení spotřeby elektrické energie pomocí stochastické optimalizace

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Řízení spotřeby elektrické energie je nesmírně důležitou součástí úspěšného využití možností, které poskytuje použití IoT technologií (ať už v rámci Průmyslu 4.0, nebo v rámci inteligentních domácností). Především integrace obnovitelných zdrojů (např. solárních panelů) a možností uchování elektrické energie, ať už ve formě baterií nebo elektromobilů, pak umožňuje určit efektivní rozvržení spotřeby elektrické energie.

### Cíle diplomové práce:

Provést rešerši v oblasti optimálního řízení spotřeby elektrické energie s užším zaměřením na metody používající stochastickou optimalizaci.

Vybrat vhodné metody pro software implementaci a numerické srovnání.

### Seznam doporučené literatury:

BERTSEKAS, D. Dynamic Programming and Optimal Control. Athena Scientific, 2005.

LOUVEAUX, F., BIRGE, J. R. Introduction to Stochastic Programming. Springer, 1997.

WU, X. et al. Stochastic Control of Smart Home Energy Management with Plug-In Electric Vehicle Battery Energy Storage and Photovoltaic Array. Journal of Power Sources, 2016, vol. 333, pp. 203-212.

WU, X. et al. Optimal Integration of a Hybrid Solar-Battery Power Source into Smart Home Nanogrid with Plug-In Electric Vehicle. Journal of Power Sources, 2017, vol. 363, pp. 277-283.

MERDANOGLU, H. et al. Finding Optimal Schedules in a Home Energy Management System. Electric Power Systems Research, 2020, vol. 182, no. 106229.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Mgr. Petr Vašík, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Cieľom práce je optimalizácia nabíjania batérií v aute poháňanom elektrickým motorom pomocou riadenia výkonu nabíjačky za účelom zníženia celkových nákladov. V práci budeme uvažovať aj scenár využívania elektrickej energie v bateriách vozidla na chod domácnosti, a to z dôvodu rozdielnych cien energií v priebehu dňa a v noci, kedy sa batérie zvyčajne nabíjajú. Vzhľadom k nejasnosti javov ako trasy, ktorú vozidlo prekoná, výkonu vyžadovaného v domácnosti, či počasia, budeme využívať stochastickú optimalizáciu. Vieme totiž štatisticky predpokladať s akou pravdepodobnosťou k jednotlivým javom dôjde.

## **Summary**

The aim of this work is to optimize charging of batteries used in an electric vehicle using electric charger control in order to decrease total costs. We will also count in scenario of using electric energy from vehicle's batteries to run home demands because of different costs of energies during the day and night, when the batteries are usually charging. Given the uncertainty of events like the route, which will the vehicle cover, power demand of home or weather, we will use stochastic optimization, because we are able to tell with which probability would these events occur.

## **Klíčové slová**

Riadenie spotreby elektrickej energie, elektrické vozidlo, stochastická optimalizácia, minimalizácia nákladov

## **Keywords**

Electricity consumption control, electric vehicle, stochastic optimization, cost minimization

SEKULA, J. *Řízení spotřeby elektrické energie pomocí stochastické optimalizace*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2022. 52 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jakub Kúdela, PhD.

Prehlasujem, že som diplomovú prácu s názvom *”Řízení spotřeby elektrické energie pomocí stochastické optimalizace”* spracoval samostatne a uviedol všetky použité zdroje.

Bc. Jakub Sekula



Rád by som poďakoval pánovi Ing. Jakubovi Kúdelovi, PhD. za rady, podnety a vedenie tejto diplomovej práce. Ďalej ďakujem mojej snúbenici za to, že vždy stála pri mne a pomáhala mi a nakoniec celej rodine za pomoc a podporu počas celého štúdia.

Bc. Jakub Sekula

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Matematický model</b>	<b>5</b>
2.1	Elektrické vozidlo . . . . .	5
2.1.1	Pohonná jednotka a batérie . . . . .	6
2.1.2	Nabíjacia stanica . . . . .	6
2.2	Domácnosť . . . . .	8
2.2.1	Energetické straty . . . . .	8
2.2.2	Vykurovanie . . . . .	9
2.2.3	Energetické zisky zo zariadení . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Kontrolný systém</b>	<b>19</b>
3.1	Celkové náklady . . . . .	20
3.2	Možné stochastické parametry . . . . .	20
3.2.1	Kapacita batérie . . . . .	20
3.2.2	Čas odchodu a príchodu . . . . .	21
3.2.3	Počasia a domácnosť . . . . .	22
3.3	Účelová funkcia . . . . .	22
3.4	Rešerš používaných metód . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Optimalizačný algoritmus</b>	<b>25</b>
4.1	Dynamické programovanie . . . . .	25
4.2	Problém s diskretnými a konečnými stavmi . . . . .	27
4.3	Základný problém . . . . .	28
4.4	Algoritmus dynamického programovania . . . . .	29
4.4.1	Algoritmus DP pre základný problém . . . . .	30
4.5	Pravidlá s limitovanou výhliadkou dopredu . . . . .	31
4.6	Rollout algoritmus . . . . .	32
4.7	Aproximácia pomocou rolujúceho horizontu . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Implementácia do programu Matlab</b>	<b>34</b>
5.1	Energetické zisky . . . . .	34
5.2	Energetické straty . . . . .	36
5.2.1	Vykurovanie . . . . .	36
5.2.2	Spotrebiče . . . . .	36
5.2.3	Celkové straty . . . . .	36
5.3	Elektrické vozidlo . . . . .	37
5.4	Optimalizácia . . . . .	38
5.4.1	Algoritmus . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Výsledky</b>	<b>42</b>
6.1	Voľba veľkosti rolujúceho horizontu . . . . .	42
6.2	Vplyv diskretizácie . . . . .	43
6.3	Vplyv zdrojov energie . . . . .	44
6.4	Vplyv prejdenej vzdialenosti . . . . .	46



OBSAH

6.5 Porovnanie s neoptimálnym modelom . . . . .	46
<b>7 Záver</b>	<b>48</b>
<b>8 Zoznam príloh</b>	<b>52</b>

# 1. Úvod

V posledných desaťročiach sa téma ekológie začala riešiť podstatne viac než v minulosti. Veľkým problémom sú dodnes výfukové plyny obsahujúce veľké množstvo oxidu uhličitého, rôzne oxidy dusíka a mnoho ďalších plynov. Riešením tohto problému by teoreticky mohli byť elektrické vozidlá. Tie sú narozdiel od benzínových a naftových poháňané elektrickým motorom, ktorý neprodukuje žiadne emisie.

Samozrejme ale ani elektrické vozidlá nemôžu byť úplne ekologicky bezúhonné. Motory totiž potrebujú veľké množstvo elektrickej energie, ktorá je uchovaná v batériách vozidla. Tie v sebe obsahujú ťažké kovy ako lithium a ich recyklácia je tým pádom náročná na životné prostredie. Ďalším problémom je počet cyklov nabíjania, ktoré sú batérie schopné vydržať. Zvyčajne sa jedná o 1000 až 1500 cyklov aj keď už existujú aj batérie, ktoré by mali byť schopné vydržať až 7000 cyklov nabíjania. Aj z tohto dôvodu sa budeme zaoberať šetrnejším nabíjaním [12].

Cena samotných batérií je tiež vysoká. Približne 30 % celkovej ceny auta tvorí cena batérií. Väčšinou sa stretávame s údajom cena na jednotku energie. Pri elektrických vozidlách to v roku 2010 bolo 1100 USD/kWh, čo je extrémne veľa. V roku 2019 ale tento údaj klesol na 156 USD/kWh a približne v roku 2024 by prvýkrát mohol klesnúť pod úroveň 100 USD/kWh [12].

Ako sa dalo predpokladať sa teda postupom času elektromobily zdokonaľujú vo všetkých smeroch vrátane dojazdu, či efektivity. Batérie v týchto vozidlách ale majú obrovskú kapacitu. Aj keď zvyčajne sa elektrické auto využíva na kratšie vzdialenosti, musí byť schopné prejsť aj dlhšie. Ak by sme ale brali v úvahu, že bežný človek prejde dlhšiu trasu autom možno raz za týždeň, tak je kapacita batérií zbytočne vysoká. Z tohto dôvodu by bolo možné sa zaoberať využívaním energie uskladnenej v aute na chod spotrebičov v domácnosti. Pre väčšinu domácností je totiž cena elektrickej energie v priebehu noci nižšia ako cez deň.

Preto bolo potrebné sa zamerať na nabíjanie vozidla. Väčšinou sa auto nabije večer. V priebehu dňa využije malú časť kapacity a smeruje opäť k nabíjačke. Ale v prípade, že by sa nabíjanie batérií riadilo pomocou určitého kontrolóra, mohlo by to mať za následok zníženie nákladov ako aj potenciálne šetrenie batérie.

K nájdeniu optimálneho režimu nabíjania budeme používať stochastickú optimalizáciu a to z dôvodu nejasnosti javov ako napríklad:

- Prejdená vzdialenosť v priebehu dňa
- Čas odpojenia a pripojenia k nabíjačke
- Vonkajšia teplota
- Vyťaženie domácnosti

Pomocou algoritmu dynamického programovania s rolujúcim horizontom budeme optimalizovať možnosť inteligentného riadenia nabíjania elektrického vozidla za účelom zníženia nákladov na chod celej domácnosti.

Po optimalizovaní procesu si ukážeme rozdiely v nabíjaní neriadeného systému a systému riadeného kontrolórom. Tieto rozdiely budú výraznejšie, či menej výrazné aj podľa voľby viacerých parametrov ako:

- aktuálne ročné obdobie a s ním spojené náklady na chod domácnosti
- vzdialenosti prejdené v priebehu dňa
- energetická náročnosť domácnosti
- veľkosť rolujúceho horizontu

## 2. Matematický model

K tomu, aby sme boli schopní aplikovať optimalizáciu, musíme najprv zostrojiť matematický model. Tento model sa bude približovať reálnemu svetu, avšak samozrejme ho nemôže nahradiť. Budeme sa snažiť napodobniť bežnú domácnosť, s tou výnimkou, že budeme počítať s už zakúpeným elektrickým vozidlom a tým, že celá domácnosť beží výhradne na elektrickú energiu, bez využitia plynu, či iných fosílnych palív.

### 2.1. Elektrické vozidlo

Všetky informácie ohľadom elektrického vozidla boli prevzaté z databázy elektrických vozidiel [9].

Ako prvé budeme musieť zdefinovať samotné vozidlo. V súčasnosti je už spektrum áut poháňaných elektromotormi podstatne väčšie než tomu bolo v minulosti. Existujú modely viac zamerané na chod v meste. Majú nižšiu kapacitu baterky, s tým spojený nižší výkon nabíjačky a samozrejme dojazd. Naopak sú ale na trhu už aj elektromobily vhodné na dlhé trasy, či dokonca off-road modely. Kapacita batérií týchto modelov je podstatne vyššia a preto umožňujú lepší prístup k riadeniu nabíjania.

V samotnom modeli budeme môcť hodnoty kapacity batérie, výkonu nabíjačky, či efektivity vozidla meniť. Ako vzorové vozidlo ale použijeme *Audi Q4 e-tron 45 quattro*. Tento model totiž umožňuje využívanie energie z batérií vozidla. Cena v základnej výbave s jedným motorom sa pohybuje na úrovni 51 000 \$. V tejto práci sa ale nebudeme zaoberať návratnosťou elektrického vozidla, ale počítame s tým, že auto už bolo kúpené.

Čo sa týka parametrov relevantných k tejto práci si musíme zdefinovať kapacitu batérie, efektívnosť pohonnej jednotky a s tým spojený dojazd. Veľkú rolu ale zohráva aj nabíjacia stanica, ktorá musí byť kompatibilná s autom.



Obr. 2.1: Audi Q4 e-tron 45 quattro [9]

## 2.1. ELEKTRICKÉ VOZIDLO

### 2.1.1. Pohonná jednotka a batérie

Batérie v tomto modeli používajú lítium-ionové bunky. Ich kapacita sa pohybuje na úrovni 82 kWh, avšak použiteľná kapacita o niečo nižšie, a to 76.6 kWh. V minulosti sa batérie nemohli vybiť pod 20% bez ich poškodenia, v súčasnosti je ale toto percento podstatne nižšie.

Čo sa týka pohonu využíva štandardný model jediný elektrický motor, ktorý poháňa obe nápravy. Výkon motora je 192 kW a krútiaci moment je na úrovni 425 Nm. Hodnoty efektivity, a tým pádom aj dojazdu sa pochopiteľne líšia v závislosti od počasia a tak isto závisia od toho, či jazdíme v meste alebo mimo neho. Tieto hodnoty môžeme vidieť v Tabuľke 2.1 a Tabuľke 2.2.

Tabuľka 2.1: Dojazd Audi Q4 e-tron 45 quattro

Dojazd	Mesto	Dialnica	Kombinácia
Nízka teplota	385 km	275 km	330 km
Priemerná teplota	560 km	350 km	440 km

Tabuľka 2.2: Efektivita Audi Q4 e-tron 45 quattro

Efektivita	Mesto	Dialnica	Kombinácia
Nízka teplota	199 Wh/km	279 Wh/km	232 Wh/km
Priemerná teplota	137 Wh/km	219 Wh/km	174 Wh/km

### 2.1.2. Nabíjacia stanica

V tejto práci budeme počítať s tým, že elektromobil sa bude nabíjať výhradne na domácej nabíjačke a teda kapacita batérie, s ktorou opustí domácnosť musí byť vyššia než kapacita batérie, s ktorou sa vráti. Takisto budeme počítať s tým, že sa elektromobil do domácnosti vráti len jedenkrát za deň a z toho dôvodu sa bude nabíjať len raz.

V Tabuľke 2.3 môžeme vidieť rôzne typy nabíjacích staníc typu *Mennekes - IEC 62196*-Obr. 2.2.

Na trhu ale existujú aj supervýkonné nabíjacie stanice *Combined Charging System (CCS Combo 2)*-Obr. 2.3. Väčšinou sa ale využívajú v mestách, na parkoviskách, či čerpacích stanicach. Sú totiž schopné za krátku dobu nabiť veľké množstvo kapacity batérií za veľmi krátku dobu, ako môžeme vidieť v Tabuľke 2.4



Obr. 2.2: Mennekes-IEC 62196

Tabuľka 2.3: Typy nabíjacích staníc

Nabíjacia stanica	Max. výkon	Výkon	Čas do 100%	Dojazd
Zásuvka(2.3kW)	230V/1x10A	2.3kW	39h15m	10km/h
1 fáza 16A(3.7kW)	230V/1x16A	3.7kW	24h30m	16km/h
1 fáza 32A(7.4kW)	230V/1x32A	7.4kW	12h15m	31km/h
3 fázy 16A(11kW)	400V/3x16A	11kW	8h15m	47km/h
3 fázy 32A(22kW)	400V/3x16A	11kW†	8h15m	47km/h

Tabuľka 2.4: Typy super výkonných nabíjacích staníc

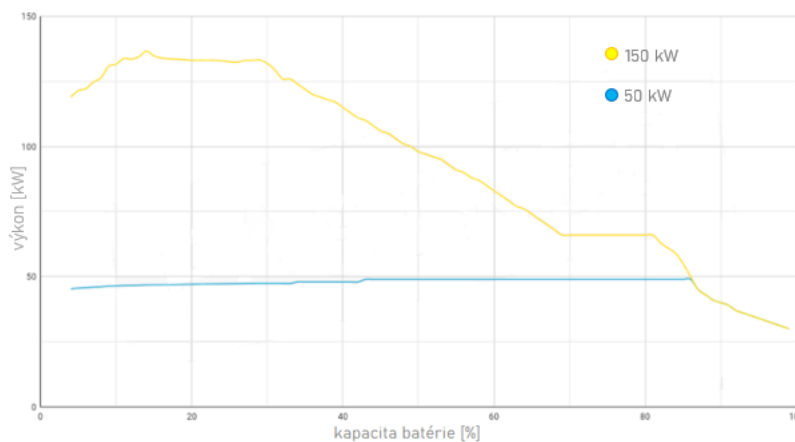
Nabíjacia stanica	Max. výkon	Priemerný výkon	Čas do 100%	Dojazd
CCS(50 kW DC)	49kW†	48kW†	71m	220km/h
CCS(175 kW DC)	135kW†	103kW†	33m	490km/h
CCS(350 kW DC)	135kW†	103kW†	33m	490km/h



Obr. 2.3: Combined Charging System [9]

Znakom † sú v tabuľkách Tabuľka 2.3 a Tabuľka 2.4 označené výkony, ktoré presahujú maximálnu hodnotu výkonu, ktorú dokáže elektrické vozidlo prijať. Toto je prvý z dôvodov, prečo sme sa v modeli rozhodli používať nabíjaciu stanicu 3 fázy 16A(11kW).

Druhý z dôvodov je, že supervýkonné nabíjacie stanice sú schopné využívať maximálny výkon len pri určitých hodnotách kapacity batérií. Po prekročení 80% maximálnej použiteľnej kapacity sa už dá výkon porovnať s klasickou nabíjacou stanicou, ako môžeme vidieť na obrázku Obr. 2.4. Pri vysokom výkone sa taktiež znižuje dlhotrvácnosť batérií.



Obr. 2.4: Pomer výkonu a kapacity batérií [9]

## 2.2. Domácnosť

V tejto časti matematického modelu si potrebujeme zdefinovať domácnosť, kde dané elektrické vozidlo bude nabíjané a elektrická energia z neho využívaná spätne na chod domácnosti.

Zaujímať nás budú predovšetkým energetické straty a zisky, ktoré zaobstaráme zo solárnych panelov a veternej turbíny. Opäť počítame s tým, že dané zariadenia už boli zakúpené a nebudeme brať v úvahu ich návratnosť.

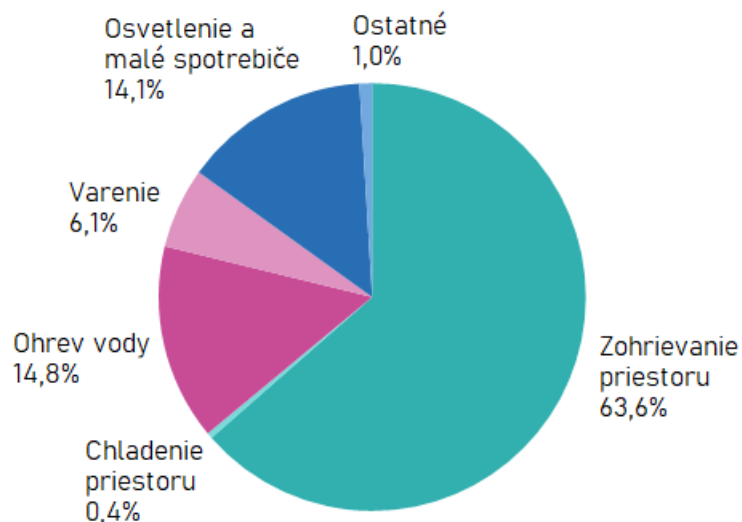
K tomu, aby sme boli schopní spočítať hodnoty tepla, ktoré je potrebné budove dodať, či množstvo vyprodukovanej energie, potrebujeme poznať údaje o počasi. Tie máme z meteorologickej stanice v Brne a jedná sa o hodnoty vonkajšej teploty, slnečného žiarenia, či rýchlosti vetra [18].

### 2.2.1. Energetické straty

Energetické straty domácnosti vieme vhodnou voľbou inteligentných spotrebičov, úsporných žiaroviek a optimálneho vykurovania výrazne znížiť.

#### Spotreba energie v domácnosti

V každej domácnosti je potrebné za účelmi z kvalitného života využívať veľké množstvo elektrickej energie. Tak ako môžeme vidieť na obrázku Obr 2.5 je najviac energie spotrebovanej na vykurovanie priestoru. Z tohto dôvodu mu budeme venovať viac pozornosti v podkapitole 2.2.2.



Obr. 2.5: Spotreba energie v domácnosti v EÚ [11]

Čo sa týka ostatných zariadení, ich spotrebu energie môžeme vidieť v Tabuľke 2.5. Jedná sa ale o výkon za hodinu. V prípade takého boileru to tým pádom znamená, že výkon je nižší, pretože nepracuje nepretržite celú hodinu.

Tabuľka 2.5: Spotreba energie zariadení v domácnosti

Spotrebič	Minimálny výkon	Maximálny výkon
Žiarovka LED	7W	10W
TV LED	135W	103W
Počítač	100W	450W
Pračka	500W	500W
Umývačka	1200W	1500W
Indukčná doska	1400W	1800W
Chladnička	100W	220W
Boiler	4000W	14000W

Používanie jednotlivých spotrebičov je samozrejme v každej domácnosti iné, preto je potrebné si zadefinovať, ktoré zariadenie je v aktuálnu hodinu spustené, či nie. Jediným zariadením, ktoré využíva elektrickú energiu nepretržite, je chladnička. Čo sa týka televízie a počítača, tie zvyknú byť spustené buď ráno pred odchodom z domácnosti alebo po príchode. Žiarovky samozrejme priamo súvisia so západom slnka a ich používanie sa výrazne mení v závislosti od ročného obdobia. Pračku, umývačku riadu a indukčnú dosku na varenie využíva každá domácnosť inak. Pračku sme sa rozhodli náhodne využiť raz prípadne dvakrát do týždňa. Umývačku každý druhý deň a indukčnú dosku len cez víkendy.

### 2.2.2. Vykurovanie

Pri výpočte energetickej náročnosti domácnosti je dôležité si zadefinovať samotnú budovu. Jedná sa o jej rozmery, zloženie steny, či počet a vlastnosti okien. Cez steny budovy totiž dochádza ku kombinovanej strate tepla vedením a prúdením, ktoré je potrebné vykryť tepelnými zdrojmi. V domácnosti je ale potrebné udržiavať kvalitu vzduchu. S tým je spojená ďalšia výrazná strata tepla a to strata tepla vetraním.

#### Vedenie tepla rovinnou stenou

Pre danú stenu s hrúbkou  $\delta$  ako môžeme vidieť na obrázku Obr. 2.6, ktorá je podstatne menšia ako jej dĺžka, či ostatné rozmery, so súčiniteľom tepelnej vodivosti látky  $\lambda = konst$  a bez vnútorných zdrojov platí [29]:

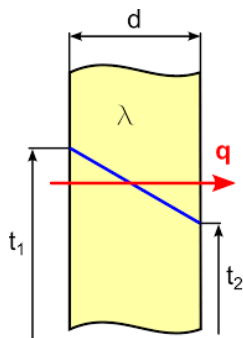
$$\dot{q} = \frac{\lambda}{d}(t_i - t_e) = \frac{(t_i - t_e)}{R}, \quad (2.1)$$

kde  $\dot{q}$  je merný tepelný tok,  $t_i$  je teplota interiéru a  $t_e$  teplota exteriéru.  $R$  je tepelný odpor, ktorý charakterizuje, aký je teplotný rozdiel medzi vrstvami steny, cez ktorú vedie tepelný výkon 1 Watt. Tepelný odpor je priamo úmerný rozmeru danej konštrukcie  $d$  a nepriamo od súčiniteľa tepelnej vodivosti  $\lambda$ :

$$R = \frac{d}{\lambda}. \quad (2.2)$$



## 2.2. DOMÁCNOSŤ



Obr. 2.6: Vedenie tepla rovinnou stenou [17]

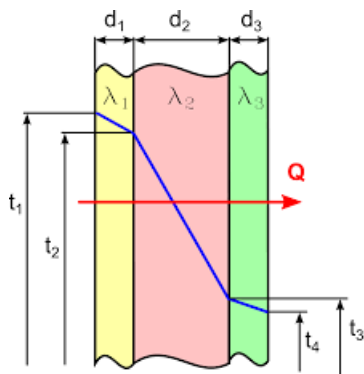
### Vedenie tepla zloženou rovinnou stenou

V prípade, že stena budovy sa neskladá len z jedného materiálu ale z viacerých hrúbky  $\delta_i$  a tepelnej vodivosti  $\lambda_i$ , kde  $i = 1, \dots, n$  ako vidieť na obrázku Obr. 2.7, rovnicu upravíme nasledovne:

$$\dot{q} = \frac{t_i - t_e}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n}} = \frac{t_i - t_e}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}}. \quad (2.3)$$

Tepelný odpor sa nasledovne bude rovnať súčtu tepelných odporov jednotlivých zložiek:

$$R = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}. \quad (2.4)$$



Obr. 2.7: Vedenie tepla zloženou rovinnou stenou [17]

### Konvekcia tepla

Pri prenose tepla medzi pevným či kvapalným telesom a obtekajúcou tekutinou dochádza k prechodu tepla prúdením, či konvekciou. Ku konvencii je potrebné, aby sa makročastice tekutiny pohybovali a tekutina mala rozdielnu teplotu než druhé teleso.

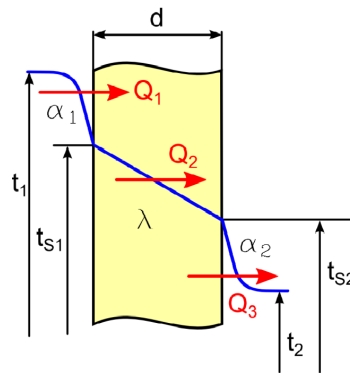
Aj pri konvekcii ale dochádza k dotyku jedného telesa s druhým. Z tohto dôvodu nebude dochádzať len k jednému typu prenosu tepla. V prípade, že je obtekajúcou tekutinou kvapalina, bude pochopiteľne dochádzať ku kondukcii a v prípade, že sa jedná

o plyn, ktorý je schopný sálať a pohlcovať žiarivú energiu, sa bude jednať aj o prenos žiarením. Vzťahy pre výpočet tepelného toku pri konvekcii sú v praxi stavané na *Newtonovom zákone ochladzovania* [1, 29].

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (t_i - t_e), \quad (2.5)$$

kde  $S$  je veľkosť povrchu obtekaného telesa a  $\alpha$  súčiniteľ prestupu tepla.

Pri obtekaní tekutiny okolo pevného telesa musíme počítať s tromi rôznymi tepelnými odporami. Konkrétne pri prechode z tekutiny do telesa, v našom prípade steny, následne v samotnej stene a nakoniec odpor pri prechode zo steny do tekutiny, ako je to znázornené na obrázku Obr. 2.8. Celkový tepelný odpor sa ako v prípade kondukcie rovná ich súčtu [29].

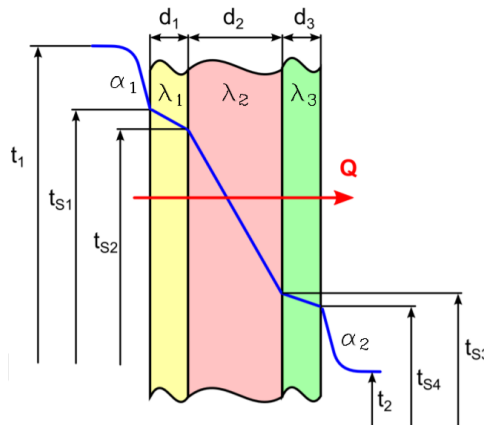


Obr. 2.8: Vedenie a prúdenie tepla rovinnou stenou [17]

### Kombinovaný prenos tepla

Prípady, že by sa jednalo len o jeden typ prenosu tepla sú ale zriedkavé a dochádza k nim napríklad vo vesmíre z dôvodu prítomnosti vákua. Z tohto dôvodu potrebujeme zadefinovať kombinovaný prenos tepla pozostávajúci z viacerých druhov možných prenosov.

Vo väčšine dochádza ku všetkým trom prenosom súčasne, no niektorý z nich je zanedbateľný. Čo sa týka steny dochádza predovšetkým ku kombinácii konvekcie a kondukcie a tento proces sa nazýva *prechod tepla*, viď obrázok Obr. 2.9.



Obr. 2.9: Prechod tepla zloženou rovinnou stenou [17]

## 2.2. DOMÁCNOSŤ

K výpočtu merného tepelného toku potrebujeme sčítať toky v jednotlivých zložkách [29]. Vzhľadom k tomu, že sú radené sériovo platí:

$$\dot{q} = k \cdot (t_i - t_e), \quad (2.6)$$

kde  $k$  je *súčiniteľ prechodu tepla cez rovinnú stenu*

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.7)$$

Budeme počítať so vzorovou budovou s rozmermi  $a \cdot b \cdot c = 15 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 3 \text{ m}$ . Čo sa týka samotných stien budeme počítať s tým, že sú "ľahké", a tým pádom nemajú tepelnú kapacitu, len odpor. Zvolili sme trojvrstvovú stenu pozostávajúcu z klasického muriva, minerálnej vaty a Ytongovej omietky. Aby sme mohli zistiť veľkosť tepelného odporu jednotlivých zložiek, potrebujeme poznať ich hrúbku  $d$  a súčiniteľ tepelnej vodivosti  $\lambda$ , ktorých hodnoty môžeme vidieť v Tabuľke 2.6.

Tabuľka 2.6: Zloženie steny

Vrstva	Hrúbka [cm]	Súčiniteľ tepelnej vodivosti [W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]
Murivo	30	0,6
Min.vata	10	0,056
Ytong. omietka	1,5	0,8

### Tepelná strata vetraním

Za účelom zlepšenia kvality vzduchu vzniká strata tepla do vonkajšieho prostredia vetraním a infiltráciou cez obálku, prípadne sa jedná o tok tepla medzi dvoma vykurovanými priestormi, či vykurovaným a nevykurovaným [4].

Strata tepla spôsobená vetraním podľa ČSN EN 12831-1 [4]:

$$\dot{Q}_V = V \cdot \eta \cdot \rho_a \cdot c_{p,a} \cdot (t_i - t_e), \quad (2.8)$$

kde je:

- $\eta$  intenzita vetrania budovy
- $\rho_a$  hustota vzduchu
- $c_{p,a}$  merná tepelná kapacita vzduchu

### Tepelné zisky zo slnečného žiarenia

Cez okná na budove dochádza k ziskom tepla od slnečného žiarenia. Podľa platnej normy ČSN 730542: *Způsob stanovení energetické bilance zasklených ploch obvodového pláště budov z roku 1995* určíme tepelné zisky zo slnečného žiarenia ako [5]:

$$\dot{Q}_Z = \dot{q}_g \cdot S_{po} \cdot P \cdot c_m \cdot c_n, \quad (2.9)$$

kde je:

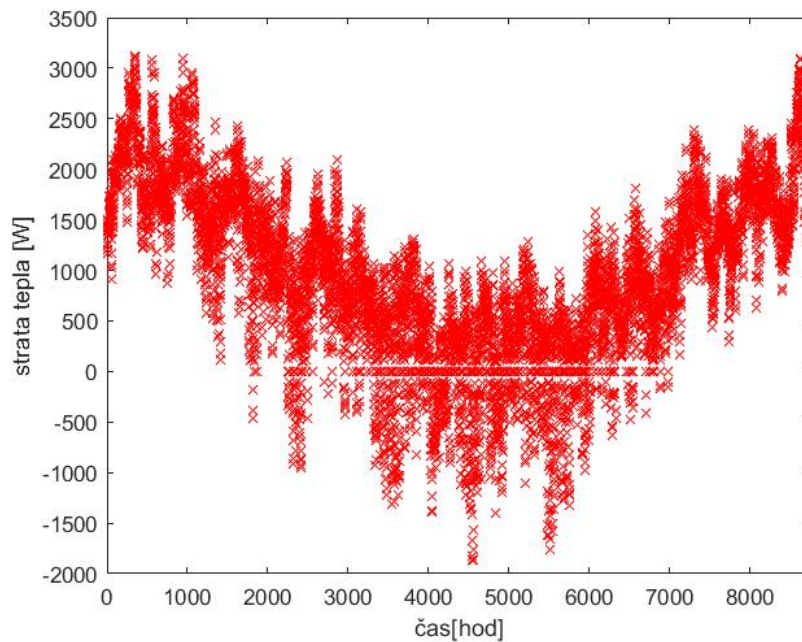
- $\dot{q}_g$  globálne slnečné žiarenie [18]
- $S_{po}$  plocha priesvitnej časti okna
- $P$  priepustnosť okna
- $c_m$  činiteľ využitia slnečného žiarenia
- $c_n$  parameter korigujúci uhol dopadu paprskov na okno

### Celková strata tepla

Po výpočte tepelných strát a ziskov sa celkové teplo, ktoré potrebujeme budove dodať bude rovnať:

$$\dot{Q}_C = \dot{Q}_s + \dot{Q}_V - \dot{Q}_Z. \quad (2.10)$$

Po dosadení meteorologických dát [18], parametrov budovy a za predpokladu, že nepotrebujeme vykurovať pokiaľ je požadovaná teplota takmer identická aktuálnej, bude strata tepla v priebehu roka vyzeráť nasledovne (Obr. 2.10):



Obr. 2.10: Tepelná strata domácnosti

### Heuristická optimalizácia zdrojov tepla

Výpočty v tejto podkapitole sú prevzaté z bakalárskej práce *Optimální řízení vytápění a chlazení bytové jednotky s několika zdroji pomocí heuristické optimalizace* [23].

Pre minimalizáciu nákladov potrebujeme zabezpečiť čo najlacnejšiu formu vykurovania a to pomocou heuristickej optimalizácie účelovej funkcie:

$$\min(\text{Cost}) = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n (X_{j,i} \cdot \eta_j^{-1} \cdot c_j) + \text{sgn} \left( \sum_{i=1}^n (X_{j,i}) \right) \cdot C_j \right), \quad (2.11)$$

## 2.2. DOMÁCNOSTĚ

kde:

- $X_{j,i}$  je výkon jednotlivých zdrojov tepla v časovom kroku  $i$
- $\eta_j$  je účinnosť jednotlivých zdrojov tepla
- $c_j$  je cena energie, ktorú využíva zdroj tepla
- $C_j$  je cena inštalácie a kúpna cena daného zdroja tepla

Jednotlivé zdroje ale musia splniť nasledujúce podmienky:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n X_{j,i} \geq \dot{Q}_P \quad (2.12)$$

$$X_{j,min} \leq X_{j,i} \leq X_{j,max}, \quad (2.13)$$

kde:

- $\dot{Q}_P$  je požadované teplo, ktoré je domácnosti potrebné dodať
- $X_{j,min}$  je minimálny výkon, ktorý dokáže zdroj tepla vyprodukovať
- $X_{j,max}$  je maximálny výkon, ktorý dokáže zdroj tepla vyprodukovať

Po minimalizácii účelovej funkcie sme zistili, že čo sa týka zdrojov tepla poháňaných elektrickou energiou je na tom najlepšie podlahová kúrenie s účinnosťou  $\eta_{PK} = 70\%$ .

### 2.2.3. Energetické zisky zo zariadení

V dnešnej dobe sa čoraz častejšie stretávame s inteligentnými domácnosťami, ktorých súčasťou sú aj fotovoltaické panely, či malé veterné turbíny. Vhodnou voľbou veľkosti, umiestnenia a orientácie týchto zariadení je možné vyprodukovať veľké množstvo energie využiteľnej buď v domácnosti alebo poslanej do vonkajšej siete, s čím je spojené šetrenie nákladov za elektrickú energiu.

#### Solárne panely

Definície a výpočetné vzorce v tejto podkapitole sú čerpané z knihy *Obnoviteľné zdroje energií* [26].

Na trhu existuje niekoľko typov solárnych panelov. Pre všetky ale platí, že teoretický výkon fotovoltaického zariadenia :

$$P_{MPP} = A \cdot \eta, \quad (2.14)$$

kde:

- $A$  je plocha solárnych panelov v  $m^2$ .
- $\eta$  je účinnosť jedného panelu v  $\frac{kW}{m^2}$

Dôležitým parametrom pri zapojení fotovoltaického systému je aj takzvané *Performance ratio*, ktoré hovorí o správnej orientácii, výške inštalácie, vetraní, či zatienení. Budeme počítať s hodnotou  $PR = 0.8$ , čo je veľmi dobrá výkonnosť zariadenia.

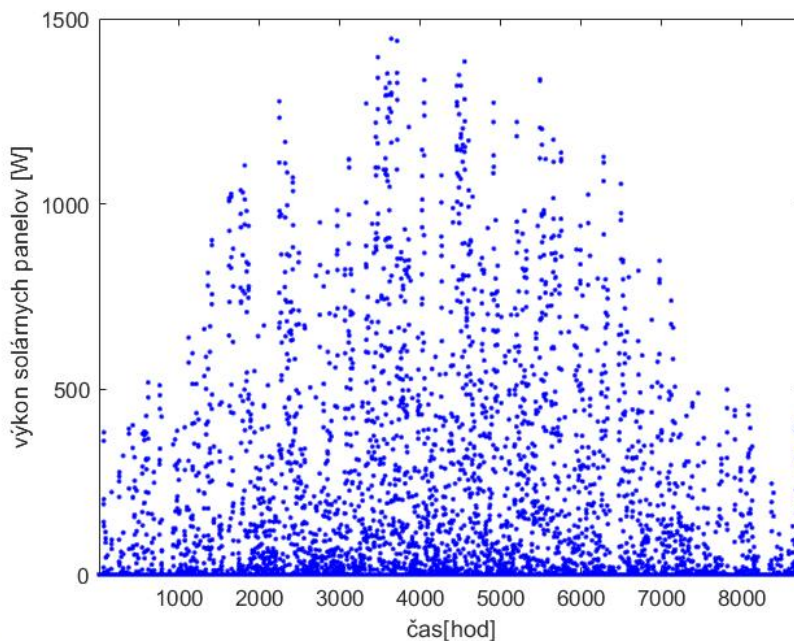
Pre celkový výkon fotovoltaického systému platí:

$$P_{PV} = \frac{H_{SOLAR} \cdot f \cdot P_{MPP} \cdot PR}{1 \frac{kW}{m^2}}, \quad (2.15)$$

kde :

- $H_{SOLAR}$  je celková slnečná radiácia dopadajúca na  $1 m^2$ . Hodnoty slnečnej radiácie sme získali z meteorologickej stanice v Brne [18]
- $f$  je sklon paprskov
- $P_{MPP}$  je výkon fotovoltaického zariadenia
- $PR$  je *Performance ratio*

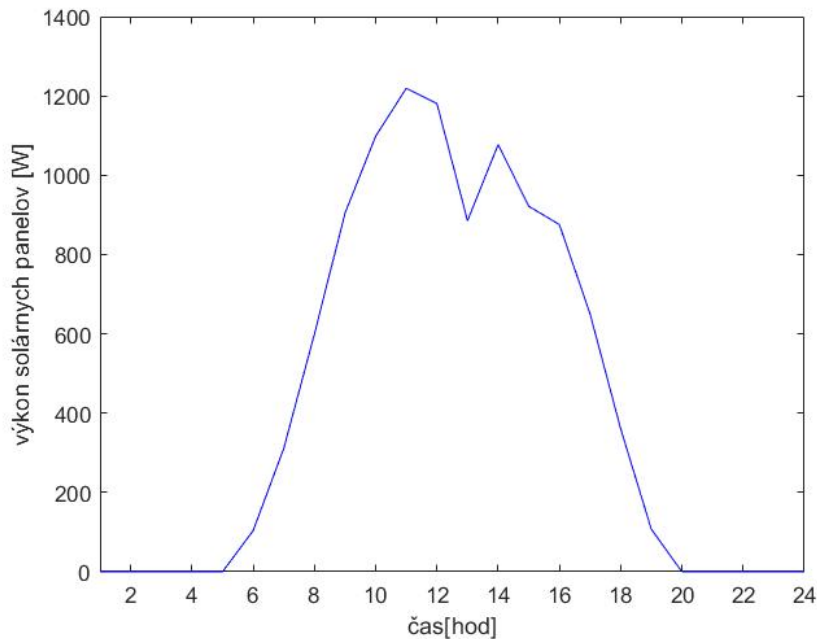
Pri ploche  $A = 25m^2$  by už solárne panely mali byť schopné vyprodukovať dostatok energie na chod celej domácnosti. V našom modeli však budeme počítať s  $A = 16m^2$ .



Obr. 2.11: Výkon solárnych panelov počas roka

Na obrázku Obr. 2.11 môžeme vidieť výkon solárnych panelov v každej hodine v roku. Tento výkon priamo závisí na veľkosti slnečnej radiácie a preto graf pripomína Gaussove rozdelenie pravdepodobnosti. Uprostred roka je podľa predpokladu výkon najvyšší, pretože v lete máme najviac slnečnej radiácie. Podobný graf ale môžeme vidieť na obrázku Obr. 2.12, kde krivka opäť pripomína normálne rozdelenie. Jedná sa však o výkon solárnych panelov v priebehu jedného dňa v roku. Aj keď v tomto konkrétnom prípade môžeme pozorovať mierny výkyv spôsobený pravdepodobne oblačnosťou, je zrejmé, že slnečná radiácia bude v priemere stúpať, čím bližšie k obedu budeme.

## 2.2. DOMÁCNOSŤ



Obr. 2.12: Výkon solárnych panelov počas dňa

### Veterná turbína

Výpočtové vzorce a teoretické znalosti v tejto podkapitole sú čerpané z bakalárskej práce *Principy větrných elektráren*, ktorej autorom je Jakub Polcsák [21].

Čo sa týka veterných turbín, získavajú elektrickú energiu premenou kinetickej energie vetra na kinetickú energiu rotora turbíny. Táto kinetická energia narastá s tretou mocninou rýchlosti prúdenia:

$$P_t = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v^3, \quad (2.16)$$

kde:

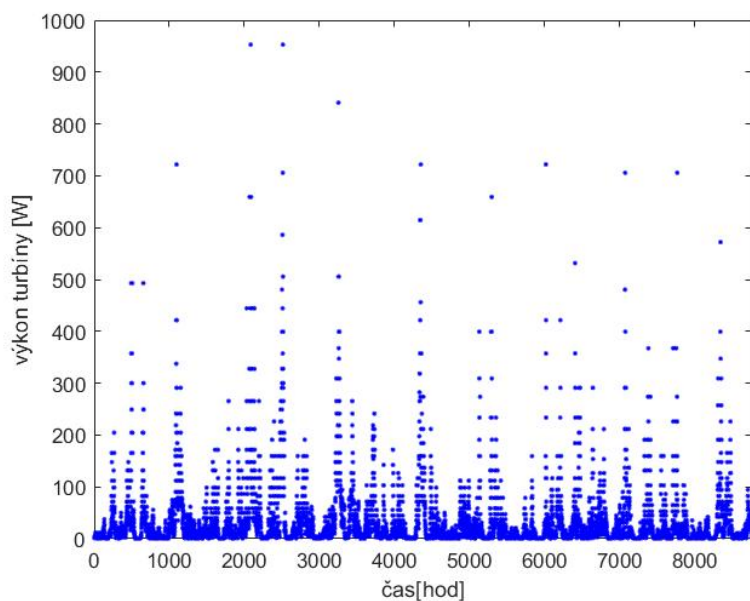
- $P_t$  je teoretický výkon prúdenia za predpokladu, že v okolí turbíny dosiahne vietor nulovú rýchlosť
- $\rho$  je hustota vzduchu, ktorá v praktickom využití zvyčajne nadobúda hodnotu  $\rho = 1.25 \frac{kg}{m^3}$ , a teda hodnotu pri morskej hladine
- $A$  je plocha vytvorená lopatkami veternej elektrárne, ktorej normála je rovnobežná so smerom prúdenia vetra. Táto plocha môže byť buď kruhová, prípadne prstencová v závislosti od typu turbíny
- $v$  je rýchlosť prúdenia vetru pred jeho spomalením veternou turbínou a teda v dostatočnej vzdialenosti od lopatiek.

Dokonalá premena kinetickej energie ale nie je možná. Vietor má aj po prechode cez veternú elektrárň určitú rýchlosť a s tým spojenú kinetickú energiu. Pre reálny výkon veternej elektrárne platí:

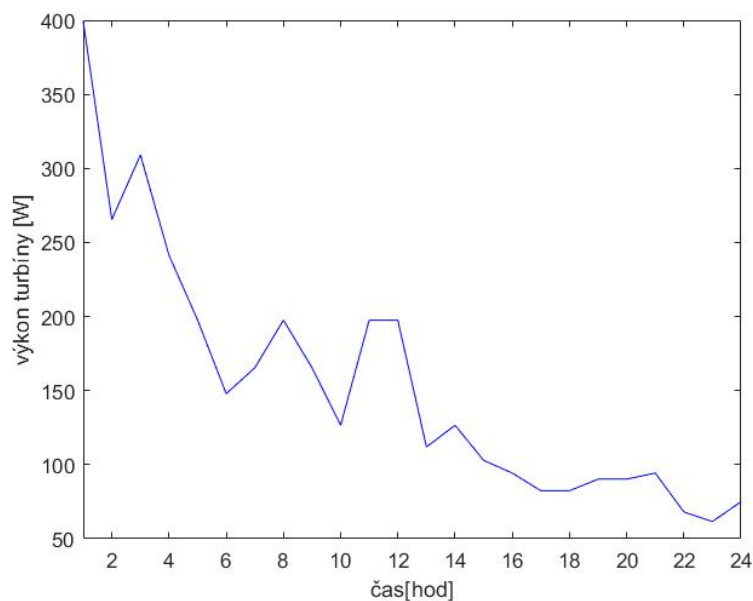
$$P_t = \frac{\rho}{2} \cdot c_p \cdot A \cdot v^3, \quad (2.17)$$

kde  $c_p$  je súčiniteľ výkonu. Hodnoty tohto parametru sa reálne pohybujú do  $c_p = 0.5$ , aj keď teoreticky dosiahnuteľná hodnota podľa Betzovho limitu je  $c_p = 0.593$ .

K výpočtu výkonu veternej turbíny dosiahnutého v domácnosti sme využili dáta z meteorologickej stanice v Brne, v ktorých vystupuje rýchlosť vetra [18]. Počítali sme so súčiniteľom výkonu  $c_p = 0.5$  a plochou turbíny  $A = 1m^2$ .



Obr. 2.13: Výkon veternej turbíny počas roka



Obr. 2.14: Výkon veternej turbíny počas dňa



## 2.2. DOMÁCNOSTĚ

Väčšinou sa hodnoty výkonu veternej turbíny uvádzajú v priebehu roka ako môžeme vidieť na obrázku Obr. 2.13. K nášmu modelu ale budeme potrebovať hodnoty čisto v priebehu dňa. Na obrázku Obr. 2.14 môžeme vidieť hodnoty výkonu veternej turbíny, ktorá sa v priebehu dňa môžu výrazne meniť. Pri využití turbíny v spolupráci so správnym riadením spotreby energie by sa mohli náklady výrazne znížiť.

Celkovú energiu vygenerovanú zdrojmi energie si ukážeme v kapitole 5.

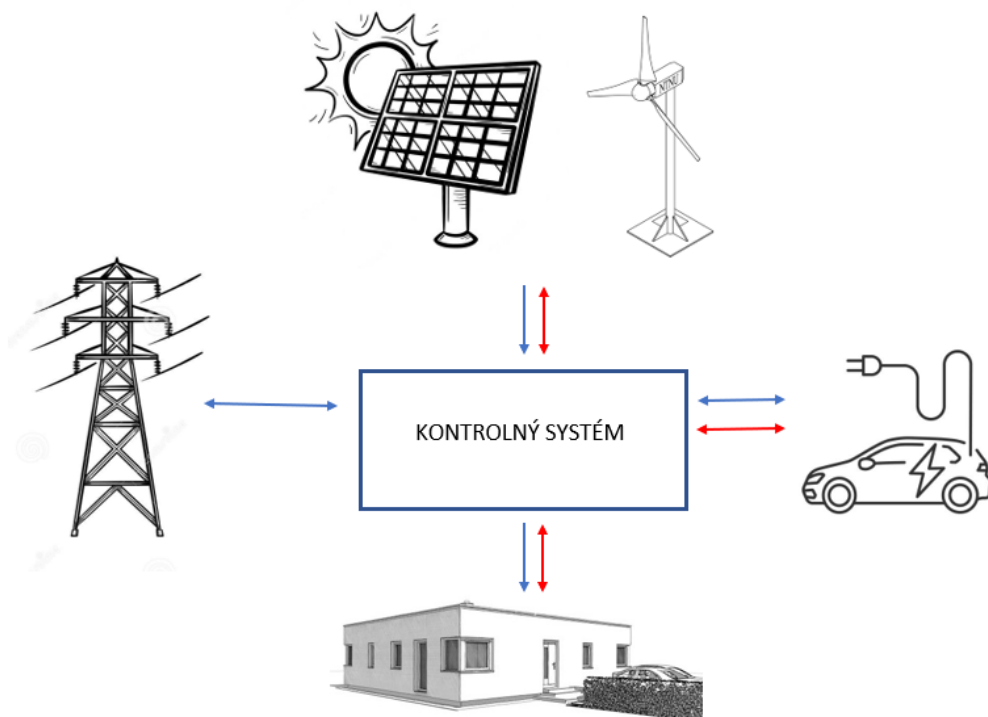
V súčasnosti väčšina domácností využíva z týchto dvoch zdrojov hlavne solárne panely. Pri priaznivom vetre však dokáže veterná turbína vyprodukovať veľké množstvo energie, ktorá môže ovplyvniť optimalizáciu v našom systéme.

### 3. Kontrolný systém

Predpokladáme, že máme domácnosť o daných rozmeroch, s daným zložením steny, počtom okien a ďalších vlastností obytnej jednotky. Táto domácnosť vlastní elektrické vozidlo s AC/DC konvertorom a tým pádom je vozidlo schopné dodávať elektrickú energiu späť do domácnosti. Taktiež domácnosť disponuje solárnymi panelmi na zbieranie slnečnej energie a veternou turbínou. Táto budova je samozrejme obývaná a preto si vyžaduje prítomnosť elektrických spotrebičov, osvetlenia, či vykurovania.

Na obrázku Obr. 3.1 môžeme vidieť jednotlivé komponenty vstupujúce do kontrolného systému. Modrou farbou je zvýraznený tok elektrickej energie, prípadne výkon. Je zrejmé, že zdroje elektrickej energie, konkrétne fotovoltaika a veterná turbína len dodávajú túto energiu do systému. Naopak spotrebiče v domácnosti energiu len prijímajú a nedokážu ju generovať. V prípade elektrického vozidla vidíme podľa predpokladu možnosť obojsmerného toku elektrickej energie. Tak je tomu aj pri vonkajšej sieti. Samozrejme, že sme schopní čerpať energiu. Ale v prípade, že by bol odber domácnosti menší, než energia vyprodukovaná zdrojmi, je možné túto prebytočnú energiu posielat späť do vonkajšej siete.

Červenými šípkami na obrázku Obr. 3.1 je znázornený kontrolný signál vstupujúci, či vystupujúci z jednotlivých komponentov. Je zrejmé, že systém pozná hodnoty ako kapacita batérie po napojení na nabíjačku, množstvo slnečného žiarenia dopadajúceho na panely, rýchlosť vetru, či vyťaženosť spotrebičov. Z vonkajšej siete ale žiadny signál do systému nevstupuje.



Obr. 3.1: Kontrolný systém [8,13,22,14,7]

### 3.1. CELKOVÉ NÁKLADY

## 3.1. Celkové náklady

Za predpokladu, že celá domácnosť využíva ako formu energie len tú elektrickú, vieme celkovú energiu potrebnú zo siete vyjadriť ako:

$$P_{G_k} = S_k \cdot P_{EVC_k} + P_{H_k} - P_{W_k}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (3.1)$$

$$S_k = \begin{cases} 0, & t_{po} \leq k \leq t_{pi} \\ 1, & \text{inak,} \end{cases}$$

kde:

- $P_{G_k}$  je energia potrebná zo siete, prípadne energia odoslaná späť do siete v prípade záporných hodnôt
- $S_k$  je hodnota popisujúca, či sa vozidlo nachádza v domácnosti ( $S_k = 1$ ), alebo nie ( $S_k = 0$ )
- $P_{EVC_k}$  je výkon nabíjacej stanice elektrického vozidla
- $P_{H_k}$  je celkový výkon domácnosti, ktorý v sebe zahrňuje vykurovanie aj spotrebiče
- $P_{W_k}$  je výkon zdrojov elektrickej energie
- $t_{po}$  a  $t_{pi}$  sú konkrétne hodnoty, ktorých auto opustí domácnosť (plug-out), či dorazí a pripojí sa na nabíjaciu stanicu (plug-in).
- $k$  je časový index.

Tým pádom vieme celkové náklady domácnosti s elektrickým vozidlom vyjadriť ako:

$$g_k = c_k \cdot P_{G_k}, \quad (3.2)$$

kde  $c_k$  je cena elektrickej energie v danom časovom kroku.

## 3.2. Možné stochastické parametry

### 3.2.1. Kapacita batérie

Údaje o kapacite máme len akonáhle je vozidlo pripojené k nabíjačke a teda je v domácnosti. V prípade, že odíde, sú tieto hodnoty neznáme až kým nedorazí späť k nabíjacej stanici.

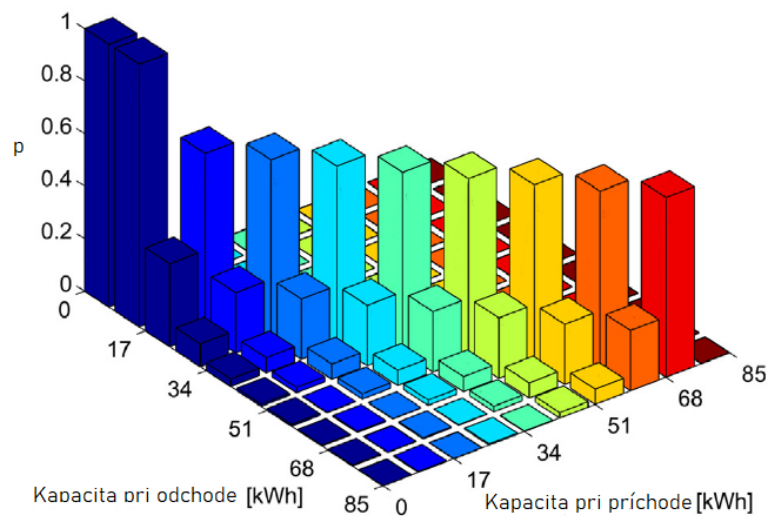
Tieto hodnoty závisia predovšetkým od kapacity pri odchode, prejdenej vzdialenosti a efektivity. Kapacitu po príchode tým pádom vieme vyjadriť nasledovne:

$$E_{pi} = \begin{cases} E^{min}, & \text{ak } E_{po} - \frac{d}{\eta} \leq E^{min} \\ E_{po} - \frac{d}{\eta}, & \text{inak,} \end{cases}$$

kde:

- $E_{pi}$  je kapacita batérie po príchode
- $E^{min}$  je minimálna kapacita batérie, zahrňujúca rezervu pre prípad neplánovanej cesty
- $E_{po}$  je kapacita batérie pri odchode
- $d$  je prejdená vzdialenosť medzi časom odchodu a príchodu
- $\eta$  je efektivita elektrického vozidla

Závislosť kapacity batérie pri odchode a pri príchode je možné vyjadriť aj pomocou rozdelenia pravdepodobnosti, ako vidíme na obrázku Obr. 3.2. Tento prístup bol zvolený pri algoritme v práci *Stochastic control of smart home energy management with plug-in electric vehicle battery energy storage and photovoltaic array* [30]. My ale budeme uvažovať pevnú hodnotu kapacity batérie po príchode vozidla.

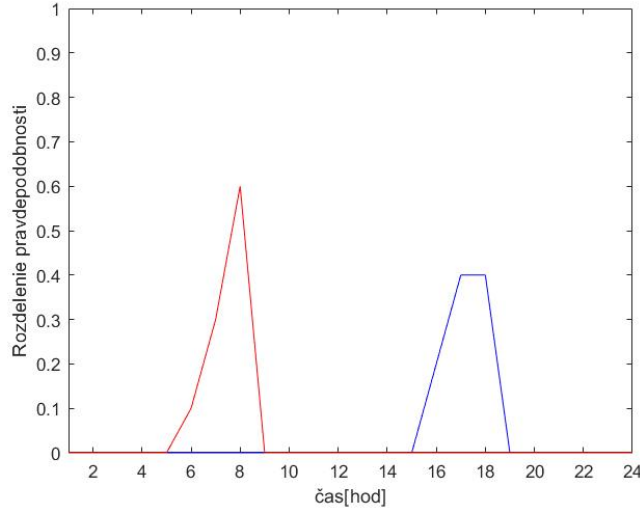


Obr. 3.2: Závislosť  $E_{pi}$  na  $E_{po}$  [30]

### 3.2.2. Čas odchodu a príchodu

V bežnej domácnosti sa odchádza z domu okolo siedmej hodiny ráno a prichádza okolo sedemnástej. Nikdy to ale nie je presné a z toho dôvodu je odpovedajúce rozdelenie pravdepodobnosti zobrazené na obrázku Obr. 3.3, kde červenou je znázornená pravdepodobnosť odchodu a modrou pravdepodobnosť príchodu.

### 3.3. ÚČELOVÁ FUNKCIA



Obr. 3.3: Čas odchodu a príchodu vozidla

#### 3.2.3. Počasie a domácnosť

Čo sa týka vplyvu počasia na generovanie elektrickej energie je efekt zrejмый z podkapitoly 2.2.3. Predpoveď počasia už je dnes dostatočne presná na niekoľko dní dopredu, čo vzhľadom k veľkosti horizontu optimalizácie, ktorý bude potrebné opísať v nasledujúcej kapitole, je dostačujúce k takmer presným predpokladom meteorologických údajov.

Čo sa týka vykurovania a spotrebičov v domácnosti, si ich generovanie ukážeme v kapitole 5.

### 3.3. Účelová funkcia

Našou úlohou je samozrejme minimalizácia celkových nákladov a teda množstva energie čerpaného z vonkajšej siete.

$$\min_{P_{EVC_k}} \sum_{k=0}^{N-1} \left( c_k \cdot (S_k \cdot P_{EVC_k} + \hat{P}_{H_k} - \hat{P}_{W_k}) \right) \quad (3.3)$$

$$E_{k+1} = \begin{cases} E_k, & S_k = 0 \rightarrow S_{k+1} = 0 \\ E_{pi}, & S_k = 0 \rightarrow S_{k+1} = 1 \\ E_k + (P_{EVC_k} - \eta_{CH}|P_{EVC_k}|), & S_k = 1 \rightarrow S_{k+1} = 0 \\ E_k + (P_{EVC_k} - \eta_{CH}|P_{EVC_k}|), & S_k = 1 \rightarrow S_{k+1} = 1, \end{cases}$$

kde:

- $c_k$  je aktuálna cena elektrickej energie
- $\hat{P}_{H_k}$  je predpoklad vyťaženia domácnosti
- $\hat{P}_{W_k}$  je predpoklad energických ziskov
- $E_k$  je aktuálna kapacita batérie

- $E_{pi}$  je hodnota kapacity pri príchode.

Podmienky teda opisujú všetky scenáre, ktoré môžu nastať pri zmene parametru  $S_k$ . V prípade, že je auto mimo domácnosti, ho samozrejme nie je možné nabíjať, a tým pádom o kapacite batérie nemáme údaje. Pre časový krok, v ktorom vozidlo dorazí do domácnosti máme pevne zvolenú hodnotu kapacity a v prípade, kedy je auto v domácnosti, závisí ďalšia hodnota na výkone nabíjačky.

Podmienok je podstatne viac, ako obmedzenia nabíjacej stanice, či kapacity batérie. Tie si však upresníme v kapitole 5.

### 3.4. Rešerš používaných metód

Čo sa týka optimalizačných problémov podobných nášmu, je možné ich riešiť viacerými spôsobmi, či metódami:

1. Pomocou **Celočíselného lineárneho programovania** tak ako sa riešili problémy:
  - *Smart Household Operation Considering Bi-Directional EV and ESS Utilization by Real-Time Pricing-Based DR*, ktorý narozdiel od nášho modelu pozostával ešte aj z veľkokapacitného úložiska elektrickej energie v domácnosti [10].
  - *Coordinated Operation of a Neighborhood of Smart Households Comprising Electric Vehicles, Energy Storage and Distributed Generation*, ktorý uvažoval predchádzajúci systém s tou výnimkou, že jednotlivé komponenty ako zdroje energie, elektrické vozidlo, či veľkokapacitné úložisko elektrickej energie v domácnosti nemusela mať každá domácnosť, ale niekoľko susedných domácností, ktoré boli schopné vzájomného prenosu elektrickej energie [20].
2. Pomocou **Teórie hier**, ako sa riešil problém *Study on the promotion impact of demand response on distributed PV penetration by using non-cooperative game theoretical analysis* zaoberajúci sa využívaním fotovoltaického systému a veternej turbíny v inteligentných domácnostiach [27].
3. Pomocou **Prediktívneho riadenia modelu**, tak ako v prácach:
  - *Nonlinear predictive energy management of residential buildings with photovoltaics batteries*, kde sa autori zaoberali uskladňovaním elektrickej energie získanej fotovoltaickým systémom do batérií v domácnosti [25].
  - *Electric vehicle charging method for smart homes/buildings with a photovoltaic system*, ktorý je výrazne podobný nášmu problému [28].
4. Pomocou **Algoritmu rolujúceho horizontu**, ako boli riešené problémy:
  - *A Microgrid Energy Management System Based on the Rolling Horizon Strategy*, ktorej cieľom bolo zostrojenie samostatnej miniatúrnej elektrárne pozostávajúcej z fotovoltaického systému, dvoch veterných turbín, naftového generátoru a veľkokapacitného úložiska elektrickej energie [19].

### 3.4. REŠERŠ POUŽÍVANÝCH METÓD

- *A rolling horizon optimization framework for the simultaneous energy supply and demand planning in microgrids*, ktorý používal algoritmus rolujúceho horizontu a z časti aj celočíselné lineárne programovanie [24].

Posledné dva typy optimalizačných postupov spolu úzko súvisia, až dokonca môžu reprezentovať ten istý postup. Algoritmus rolujúceho horizontu *rolling horizon* sa niekedy nazýva aj algoritmom ustupujúceho horizontu *receding horizon*.

K riešeniu nášho systému sme sa spomedzi vyššie vypísaných metód rozhodli použiť práve algoritmus rolujúceho horizontu s využitím dynamického programovania, ktoré si bližšie zdefinujeme v nasledujúcej kapitole.

Tento prístup je narozdiel od prístupov založených na celočíselnom programovaní, alebo teórii hier, výrazne jednoduchší na implementáciu. Predovšetkým, keď sa chceme vyhnúť riešičom optimalizačných problémov [16].

## 4. Optimalizačný algoritmus

Poznatky v tejto kapitole pochádzajú z knihy *Dynamic programming and optimal control*, ktorej autorom je Dimitri Bertsekas [2]. Text tohto diela je písaný v anglickom jazyku a preto sme sa rozhodli pri podstatných výrazoch použiť aj odpovedajúci anglický preklad.

### 4.1. Dynamické programovanie

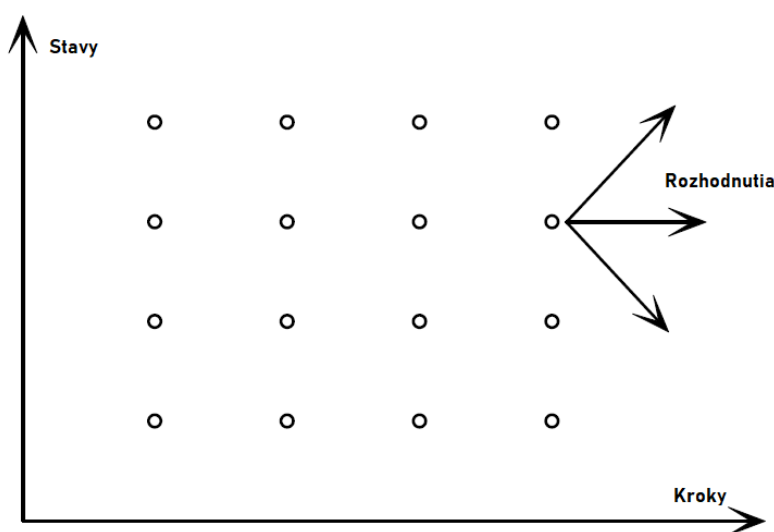
Uvažujme systém pozostávajúci z konečne veľa krokov (*stages*). Pomenovanie *dynamický* vyplýva z toho, že často sú týmito krokmi jednoducho body v čase. V týchto krokoch sme schopní vykonať určité rozhodnutia. Výsledok jednotlivých rozhodnutí nemusí byť absolútne jasný, ale je možné ho predpokladať pred vykonaním nasledujúceho rozhodnutia [15,2].

V takýchto situáciách nie je možné rozhodnutie vnímať ako jeden element. Je potrebné skúmať, či nízka súčasná cena nemôže súvisieť s nežiadúco vysokou cenou v budúcnosti. Pointou dynamického programovania je zachytiť ten správny pomer. Za predpokladu, že vykonávame optimálne rozhodnutia medzi krokmi ohodnotí v každom jednom kroku rozhodnutie na základe súčtu súčasných cien a očakávaných cien v budúcnosti.

Základný model dynamického programovania pozostáva z dvoch hlavných častí:

- základový *dynamický systém s diskrétnym časom*
- *cenová funkcia*, ktorá je *aditívna* s postupujúcim časom

*Dynamický systém* opisuje, ako prebieha evolúcia niektorých premenných pomocou vykonaných rozhodnutí v každom kroku, ktoré predstavujú *stav* systému, ako je to znázornené na obrázku Obr. 4.1.



Obr. 4.1: Dynamický systém



#### 4.1. DYNAMICKÉ PROGRAMOVANIE

Takýto systém je možné zapísať v tvare:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k), \quad k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (4.1)$$

kde:

- $k$  je index časového kroku
- $x_k$  je *stav* (*state*) systému, ktorý sumarizuje informácie z predchádzajúcich časových krokov, ktoré by mohli byť relevantné pre optimalizáciu v krokoch budúcich
- $u_k$  je kontrolná, či rozhodujúca premenná (*control or decision variable*), ktorú vyberáme v čase  $k$
- $w_k$  je náhodný parameter, často nazývaný rozruchom, či šumom (*disturbance/noise*) v závislosti od kontextu
- $N$  je horizont, inak povedané počet aplikovaní kontrolnej premennej
- $f_k$  je funkcia, ktorá opisuje systém, a to predovšetkým mechanizmus, podľa ktorého prebieha evolúcia *stavu*

*Cenová funkcia* je *aditívna* v zmysle, že cena vystupujúca v kroku  $k$  popísaná funkciou  $g_k(x_k, u_k, w_k)$  narastá v priebehu času. Celková cena je tým pádom:

$$g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, u_k, w_k), \quad (4.2)$$

kde  $g_N(x_N)$  je terminálna cena vystupujúca na konci celého procesu. Cena v jednotlivých krokoch je ale v podstate náhodná premenná, a to z dôvodu prítomnosti náhodného parametru  $w_k$ . Z tohto dôvodu ju nedokážeme zmysluplne optimalizovať.

Sme ale schopní formulovať optimalizáciu *očakávanej ceny*:

$$E \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, u_k, w_k) \right\}, \quad (4.3)$$

kde *očakávaná cena* berie ohľad na spoločné rozdelenie náhodných premenných vstupujúcich do systému. Optimalizácia prebieha nad kontrolnými premennými  $u_0, u_1, \dots, u_{N-1}$ . Každá z nich je ale vyberaná v závislosti od poznatku aktuálneho *stavu*  $x_k$ . Či už sa jedná o číselnú hodnotu alebo inú súvisiacu vlastnosť.

## 4.2. Problém s diskretnými a konečnými stavmi

V reálnom svete vystupujú niektoré premenné diskrétno bez možnosti spojitého vnímania. V takomto prípade potrebujeme určiť pravdepodobnosť, že sa systém dokáže posunúť z jedného stavu do druhého.

Bude sa tým pádom jednať o pravdepodobnosť  $p_{ij}(u, k)$ , že sa *stav* systému zo *stavu*  $i$  v časovom kroku  $k$  pri kontrolnej premennej  $u$  zmení na *stav*  $j$  v časovom kroku  $k + 1$  a teda:

$$p_{ij}(u, k) = P\{x_{k+1} = j | x_k = i, u_k = u\} \quad (4.4)$$

Prechod medzi *stavmi* sme ale schopní zapísať aj v tvare pre systém s *diskretným časom*:

$$x_{k+1} = w_k, \quad (4.5)$$

kde rozdelenie pravdepodobnosti náhodného parametru  $w_k$  je:

$$P\{w_k = j | x_k = i, u_k = u\} = p_{ij}(u, k). \quad (4.6)$$

Pri systéme s *diskretnými stavmi* vo forme:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k), \quad (4.7)$$

spolu s rozdelením pravdepodobnosti:

$$P_k(w_k | x_k, v_k) \quad (4.8)$$

náhodnej veličiny  $w_k$ , sme schopní uviesť ekvivalentný opis pravdepodobnosti prechodu. Odpovedajúce pravdepodobnosti sú dané ako:

$$p_{ij}(u, k) = P\{W_k(i, u, j) | x_k = i, u_k = u\}, \quad (4.9)$$

kde  $W(i, u, j)$  je množina:

$$W_k(i, u, j) = \{w | j = f_k(i, u, w)\}. \quad (4.10)$$

Tým pádom je možné systém s *diskretnými stavmi* opísať pomocou diferenčných rovníc aj pravdepodobností prechodu. Ktorý princíp zvoliť, záleží od samotného problému.

### 4.3. Základný problém

V tejto podkapitole sformulujeme základný problém rozhodovania pod stochastickou neistotou nad konečným počtom krokov.

Pri tomto obecnom probléme nebudeme vyžadovať, aby stavy, kontrolné premenné, či náhodné parametre mali konečný počet hodnôt, či patrili do priestoru  $n$ -dimenzionálnych vektorov. Pri dynamickom programovaní je totiž jeho aplikovateľnosť veľmi málo závislá na povahe priestorov stavov, kontrolných premenných, či náhodných parametrov.

Pri základnom probléme máme daný systém s diskretným časom:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k), \quad k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (4.11)$$

kde:

- stav  $x_k$  je prvkom priestoru  $X_k$
- kontrolná premenná  $u_k$  je prvkom priestoru  $C_k$
- náhodný šum  $w_k$  je prvkom priestoru  $D_k$

Kontrolná premenná nadobúda hodnoty v danej neprázdnej podmnožine  $U(x_k) \subset C_k$ , ktorá závisí na aktuálnom stave  $x_k$ . Takže  $u_k \in U_k(x_k)$  pre všetky  $x_k \in X_k$  a  $k$ .

Náhodný šum  $w_k$  je charakterizovaný rozdelením pravdepodobnosti  $P_k(\cdot | x_k, u_k)$ , ktoré môže závisieť priamo na  $x_k$  a  $u_k$ , ale nie na hodnotách predchádzajúceho šumu  $w_{k-1}, \dots, w_0$ .

Uvažujme triedu pravidiel (*policies*), ktoré pozostávajú zo série funkcií:

$$\pi = \{\mu_0, \dots, \mu_{N-1}\}' \quad (4.12)$$

kde  $\mu_k$  priraduje stavy  $x_k$  do kontrolných premenných  $u_k = \mu_k(x_k)$  a to tak, že  $\mu_k(x_k) \in U_k(x_k)$  pre všetky  $x_k \in X_k$ . Tieto pravidlá budeme nazývať *prípustné*.

Pri danom počiatočnom stave a *prípustnom* pravidle  $\pi = \{\mu_0, \dots, \mu_{N-1}\}$ , sú stavy  $x_k$  a šumy  $w_k$  náhodnými premennými s rozdelením definovaným cez rovnicu systému:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k), \quad k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (4.13)$$

Potom sme schopní s danými funkciami  $g_k, k = 0, 1, \dots, N - 1$ , definovať predpokladanú cenu  $\pi$  začínajúcom v  $x_0$ :

$$J_\pi(x_0) = E \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k)) \right\}, \quad (4.14)$$

kde očakávanie počíta s náhodnou veličinou  $w_k$  a stavom  $x_k$ . Optimálne pravidlo  $\pi^*$  je práve to, ktoré minimalizuje túto cenu:

$$J_{\pi^*}(x_0) = \min_{\pi \in \Pi} J_\pi(x_0), \quad (4.15)$$

kde  $\Pi$  je množina všetkých *prípustných* pravidiel.

Máme optimálne pravidlo spojené s pevne zvoleným počiatočným stavom  $x_0$ . Pri základnom probléme dynamického programovania ale môže nastať, že sme schopní nájsť pravidlo  $\pi^*$ , ktoré je optimálne súčasne pre všetky počiatočné stavy.

Optimálna cena závislá na stave  $x_0$  označená pomocou  $J^*(x_0)$  je teda:

$$J^*(x_0) = \inf_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(x_0). \quad (4.16)$$

Funkciu  $J^*$  tým pádom priraduje optimálnu cenu  $J^*(x_0)$  každému počiatočnému stavu  $x_0$  a budeme ju nazývať *funkcia optimálnej ceny* prípadne *funkcia optimálnej hodnoty*.

## 4.4. Algoritmus dynamického programovania

Celý podstup dynamického programovania si zakladá na *Bellmanovom princípe optimality*.

### Bellmanov princíp optimality

Nech  $\pi^* = \{\mu_0^*, \mu_1^*, \dots, \mu_{N-1}^*\}$  je optimálne pravidlo pre základný problém a predpokladajme, že pri použití  $\pi^*$  nastane daný stav  $x_i$  v čase  $i$  s kladnou pravdepodobnosťou. Uvažujme podproblém, kde sme v stave  $x_i$  v čase  $i$  a našou úlohou je minimalizovať potrebné náklady z času  $i$  o času  $N$ :

$$E \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k)) \right\}. \quad (4.17)$$

Potom skrátene pravidlo  $\{\mu_0^*, \mu_1^*, \dots, \mu_{N-1}^*\}$  je optimálne pre tento podproblém.

*Bellmanov princíp optimality* tým naznačuje, že optimálne pravidlo je možné zostrojiť po častiach. V prvom kroku zostrojiť optimálne pravidlo pre podproblém na konci procesu odohrávajúci sa v poslednom kroku. Potom ho rozšíriť na podproblém pozostávajúci z posledných dvoch krokov a postupne navyšovať počet krokov, až kým nezostrojíme optimálne pravidlo pre celý problém. *Algoritmus dynamického programovania* si zakladá na tomto princípe. Postupuje sekvenčne, a to tak, že vyrieši všetky podproblémy na konci systému pri danom časovom horizonte využívaním riešení podproblémov s kratším časovým horizontom.

## 4.4. ALGORITMUS DYNAMICKÉHO PROGRAMOVANIA

### 4.4.1. Algoritmus DP pre základný problém

Predpokladáme, že pre každý počiatočný stav sa optimálna cena  $J^*(x_0)$  základného problému rovná  $J_0(x_0)$ , danou posledným krokom algoritmu, ktorý postupuje rekurzívne v čase z kroku  $N - 1$  do kroku 0:

$$J_N(x_N) = g_N(x_N), \quad (4.18)$$

$$J_k(x_k) = \min_{u_k \in U_k(x_k)} E_{w_k} \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} g_k((x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k))) \right\}, \quad (4.19)$$

$$k = 0, 1, \dots, N - 1,$$

kde očakávaná cena a stav berie ohľad na rozdelenie pravdepodobnosti  $w_k$ , ktoré závisí na  $x_k$  a  $u_k$ . Ďalej, ak  $u_k^* = \mu_k^*(x_k)$  minimalizuje pravú stranu rovnice (4.19) pre každé  $x_k$  a  $k$ , tak pravidlo  $\pi^* = \{\mu_0^*, \mu_1^*, \dots, \mu_{N-1}^*\}$  je optimálne.

#### Dôkaz

Predpokladáme, že funkcie  $J_k$  sú dobre definované a konečné. Pre každé prípustné pravidlo  $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$  a každé  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , označme  $\pi^k = \{\mu_k, \mu_{k+1}, \dots, \mu_{N-1}\}$ . Nech pre  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , je  $J_k^*$  optimálna cena pre  $N - k$ -tý krok problému, ktorý začína v stave  $x_k$  a čase  $k$  a končí v čase  $N$ ,

$$J_k^*(x_k) = \min_{x_k} E_{w_k, \dots, w_{N-1}} \left\{ g_N(x_N) + \sum_{i=k}^{N-1} g_i(x_i, \mu_i(x_i), w_i) \right\}.$$

Pre  $k = N$ , definujeme  $J_N^* = g_N(x_N)$ . Pomocou matematickej indukcie ukážeme, že funkcie  $J_k^*$  sa rovnajú funkciám  $J_k$  vytvorenými algoritmom dynamického programovania tak, že pre  $k = 0$  dostávame požadovaný výsledok.

V skutočnosti máme podľa definície  $J_N^* = J_N = g_N$ . Predpokladajme, že pre nejaké  $k$  a všetky  $x_{k+1}$  máme  $J_{k+1}^*(x_{k+1}) = J_{k+1}(x_{k+1})$ . Potom, za predpokladu  $\pi^k = (\mu_k, \pi^{k+1})$  pre všetky  $x_k$ :

$$\begin{aligned} J_k^*(x_k) &= \min_{(\mu_k, \pi^{k+1})} E_{w_k, \dots, w_{N-1}} \left\{ g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k) + \right. \\ &\quad \left. + g_N(x_N) + \sum_{i=k+1}^{N-1} g_i(x_i, \mu_i(x_i), w_i) \right\} = \\ &= \min_{\mu_k} E_{w_k} \left\{ g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k) + \right. \\ &\quad \left. + \min_{\pi^{k+1}} \left[ E_{w_k, \dots, w_{N-1}} \left\{ g_N(x_N) + \sum_{i=k+1}^{N-1} g_i(x_i, \mu_i(x_i), w_i) \right\} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \min_{\mu_k} E_{w_k} \{g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k) + J_{k+1}^*(f_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k)))\} \\
&= \min_{\mu_k} E_{w_k} \{g_k((x_k, \mu_k(x_k), w_k) + J_{k+1}(f_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k)))\} \\
&= \min_{u_k \in U_k(x_k)} E_{w_k} \{g_k((x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k)))\} \\
&= J_k(x_k),
\end{aligned}$$

čím sme ukončili indukciu. V druhej rovnici sme posunuli minimum nad  $\pi^{k+1}$  dovnútra výrazu použitím *princípu optimality*. V tretej rovnici sme použili definíciu  $J_{k+1}^*$  a vo štvrtej sme použili indukčnú hypotézu. V piatej sme konvertovali minimalizáciu cez  $\mu_k$  na minimalizáciu cez  $u_k$  použitím faktu, že pre akúkoľvek funkciu  $F(x, u)$ , máme:

$$\min_{\mu \in M} F(x, \mu(x)) = \min_{u \in U(x)} F(x, u),$$

kde  $M$  je množina všetkých funkcií  $\mu(x)$ , takých, že  $\mu(x) \in U(x)$  pre všetky  $x$ .  $\square$

## 4.5. Pravidlá s limitovanou výhliadkou dopredu

Pre náročné úlohy s dlhým horizontom je kvôli časovej náročnosti výpočtu nutné pre viesť určité aproximácie. Jednou z nich je použitie **pravidla s limitovanou výhliadkou dopredu**, ktorý funguje na princípe rozdelenia časového horizontu na menšie časti a následne v každom kroku výberu rozhodnutia založeného na určitej výhliadke do pár krokov dopredu.

Najjednoduchším možným spôsobom je použitie výhliadky o jeden časový krok, kde v čase  $k$  a stave  $x_k$  použijeme kontrolnú premennú  $\bar{\mu}_k(x_k)$ , ktorá nadobúda minimum:

$$\min_{u_k \in U_k(x_k)} E\{g_k((x_k, u_k, w_k) + \tilde{J}_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k)))\}, \quad (4.20)$$

kde  $\tilde{J}_{k+1}$  je aproximácia pravej cenovej funkcie  $J_{k+1}$ , s  $\tilde{J}_N = g_N$ .

Podobne je na tom systém s dvojkrokovou výhliadkou. V čase  $k$  a stave  $x_k$  nadobúda kontrolná premenná  $\bar{\mu}_k(x_k)$  minimum v rovnici (4.20), s tým, že  $\tilde{J}_{k+1}$  sa získava na základe aproximácie výhliadky s jedným krokom. Takže pre všetky stavy  $x_{k+1}$ , ktoré môžu nastať začínajúc v  $x_k$ :

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k),$$

## 4.6. ROLLOUT ALGORITHMUS

máme:

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{k+1}(x_{k+1}) = & \min_{u_{k+1} \in U_{k+1}(x_{k+1})} E\{g_{k+1}((x_{k+1}, u_{k+1}, w_{k+1})+ \\ & + \tilde{J}_{k+2}(f_{k+1}(x_{k+1}, u_{k+1}, w_{k+1})))\},\end{aligned}$$

kde  $\tilde{J}_{k+2}$  je aproximácia cenovej funkcie  $J_{k+2}$ . Týmto postupom je možné zdefinovať pravidlá pre výhliadku s viacerými krokmi.

Avšak aj s dostupnými aproximáciami cenových funkcií  $\tilde{J}_k$  môže minimalizácia cez  $u_k \in U_k(x_k)$  pri počítaní s jednokrokovou výhliadkou zahrňovať náročné výpočty.

Pre zníženie výpočtov je možné použiť minimalizáciu cez podmnožinu sľubných kontrolných premenných identifikovaných pomocou aproximačnej optimalizácie, či heuristiky:

$$\bar{U}_k(x_k) \subset U_k(x_k).$$

Kontrolná premenná  $\bar{\mu}_k(x_k)$  použitá v tomto variante dosahuje minimum:

$$\min_{u_k \in \bar{U}_k(x_k)} E\{g_k((x_k, u_k, w_k) + \tilde{J}_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k)))\}. \quad (4.21)$$

## 4.6. Rollout algoritmus

Jedným z algoritmov pre aproximáciu cenovej funkcie bez ohľadu na limitovanú výhliadku je **Rollout algoritmus**.

Narozdiel od jednokrokovej výhliadky kde aproximujeme cenovú funkciu  $J_{k+1}$ , pri *rollout algoritme* aproximujeme známe prípadne heuristické, či podoptimálne pravidlo  $\pi = (\mu_0, \dots, \mu_{N-1})$ , zvané *bázové pravidlo*. Dosiahnuté pravidlo sa nazýva *rollout pravidlo* založené na  $\pi$ .

*Rollout pravidlo* je tým pádom pravidlo pri jednokrokovej výhliadke s cenovou funkciou aproximovanej z cenovej funkcie *bázového pravidla*. Tento proces môžeme nazvať *zlepšenie pravidla*.

Takéto pravidlá ale vieme definovať aj pri použití viacstupňovej ( $l$ -stupňovej) výhliadky. Každému stavu  $x$ , ktorý vieme dosiahnuť pri  $l$  krokoch priradíme cenovú funkciu *bázového pravidla*, spočítanú pomocou simulácie Monte Carlo, ktorá začína v  $x$ . Je zrejmé, že postup s jednokrokovou výhliadkou bude na výpočet menej náročný, no viacstupňová môže viesť k lepším výsledkom.

**Rollout algoritmus s jednokrokovou výhliadkou**

Výpočet očakávanej hodnoty pomocou metódy Monte Carlo:

$$E\{g_k((x_k, u_k, w_k) + \tilde{J}_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k)))\},$$

je možné zrýchliť pomocou aproximácie  $\hat{J}_{k+1}$  z  $\tilde{J}_{k+1}$ , ktorá slúži ako rozoznanie slubnejších kontrolných premenných užitím minimalizácie:

$$\min_{u_k \in U_k(x_k)} E\{g_k((x_k, u_k, w_k) + \hat{J}_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k)))\}.$$

Tento proces ale nesie riziko zníženia presnosti výsledku.

**4.7. Aproximácia pomocou rolujúceho horizontu**

Uvažujme pravidlo s  $l$ -stupňovou výhliadkou s nulovou cenovou aproximáciou:

$$\tilde{J}_{l+1}(x_k) = 0, \text{ pre } \forall x_k \in X_k.$$

S týmto pravidlom v každom kroku aplikujeme kontrolnú premennú, ktorá by bola optimálna, ak by veľkosť zvyšného horizontu bola  $l$  a neexistovala žiadna finálna cena.

Takže v zvolenom kroku  $k$  ignorujeme ceny vystupujúce v krokoch  $k+l+1$  a nasledujúce. Efekt veľkosti celého horizontu tým pádom úplne zanedbáme. Tento prístup potom nazveme *rolujúci horizont*.

*Algoritmus rolujúceho horizontu* je možné použiť aj pre úlohy s nekonečným horizontom. V takomto prípade zostáva dĺžka riešenej časti problému v každom kroku rovnaká pre všetky kroky. Dôsledkom toho pre časovo-invariantné systémy táto metóda produkuje stacionárne pravidlo. Z toho vyplýva, že pre jeden stav je v rôznych krokoch aplikovaná rovnaká kontrolná premenná.

Je prirodzené, že pravidlá získané pomocou *algoritmu rolujúceho horizontu* nie sú optimálne. Mohlo by sa zdať, že voľbou viacstupňovej výhliadky by sa mala zvýšiť presnosť, či výkon tohto algoritmu. V kapitole 6 si ale ukážeme, že tomu tak nemusí byť.



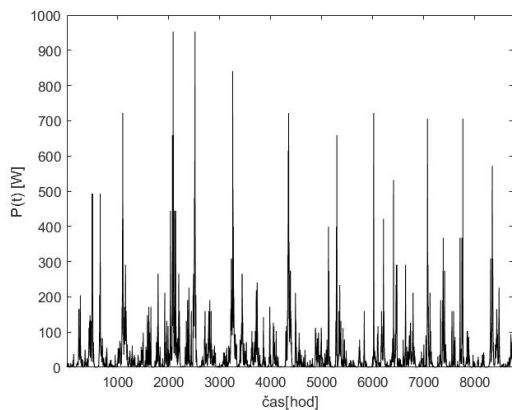
# 5. Implementácia do programu Matlab

## 5.1. Energeticke zisky

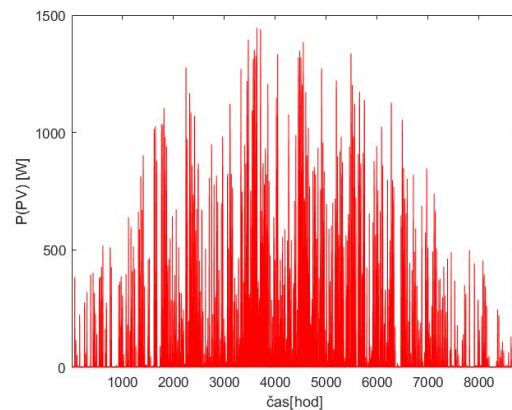
Po extrahovaní meteorologických dát [18] a dosadení všetkých premenných vstupujúcich do rovnice (2.15) a (2.17) dostávame celkové zisky zo zariadení ako:

$$P_W = P_{PV} + P_t \quad (5.1)$$

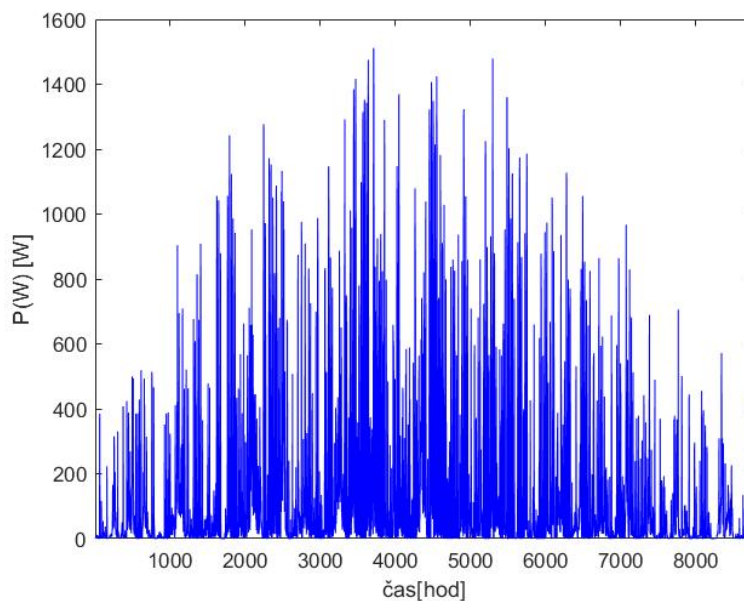
Výsledné energetické zisky vygenerované v priebehu roka veternou turbínou sú zobrazené na obrázku Obr. 5.1, solárnymi panelmi na obrázku Obr. 5.2 a celkové na obrázku Obr. 5.3.



Obr. 5.1: Výkon turbíny



Obr. 5.2: výkon panelov

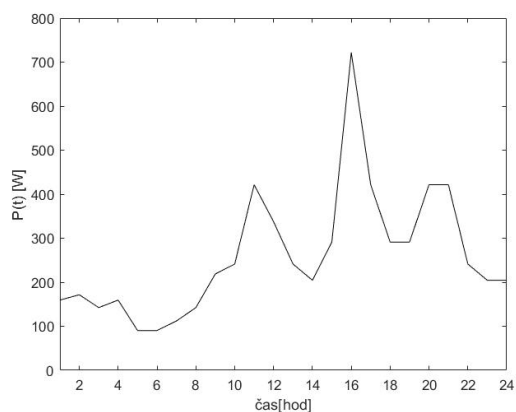


Obr. 5.3: Energetické zisky počas roka

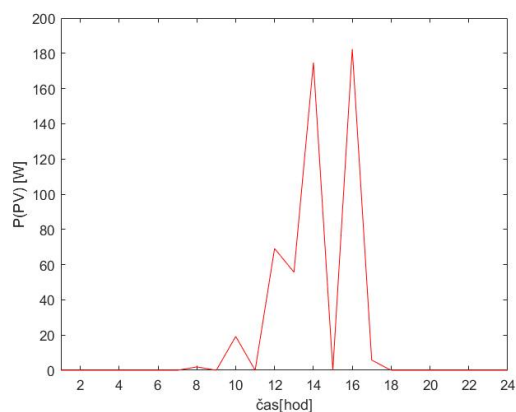
## 5. IMPLEMENTÁCIA DO PROGRAMU MATLAB

Je zrejmé, že fotovoltaický systém bude mať väčší vplyv než veterná turbína a že väčšinu dní budú celkové energetické zisky približne kopírovať zisky zo solárnych panelov.

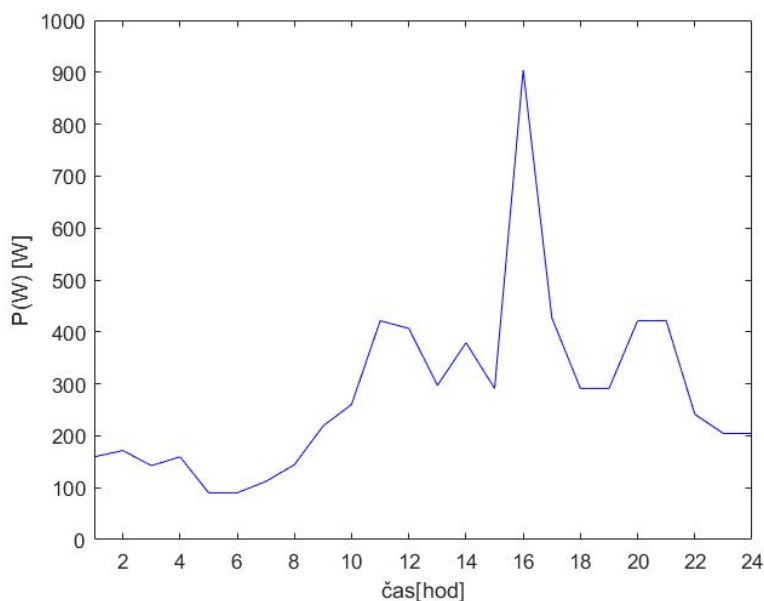
V niektorých dňoch tak tomu nemusí byť. Je pravdepodobné, že v prípade extrémnych hodnôt výkonu veternej turbíny, ako na obrázku Obr. 5.4, bude výkon solárnych panelov nižší ako na obrázku Obr. 5.5. Tento fakt ale dokáže ovplyvniť riadenie nabíjania elektrického vozidla, keďže bez veternej turbíny by domácnosť negenerovala takmer žiadnu energiu a systém by sa nemusel rozhodovať. Takto je ale turbína schopná čiastočne pokryť zisky zo solárnych panelov, ako môžeme vidieť na obrázku Obr. 5.6.



Obr. 5.4: Výkon turbíny



Obr. 5.5: výkon panelov



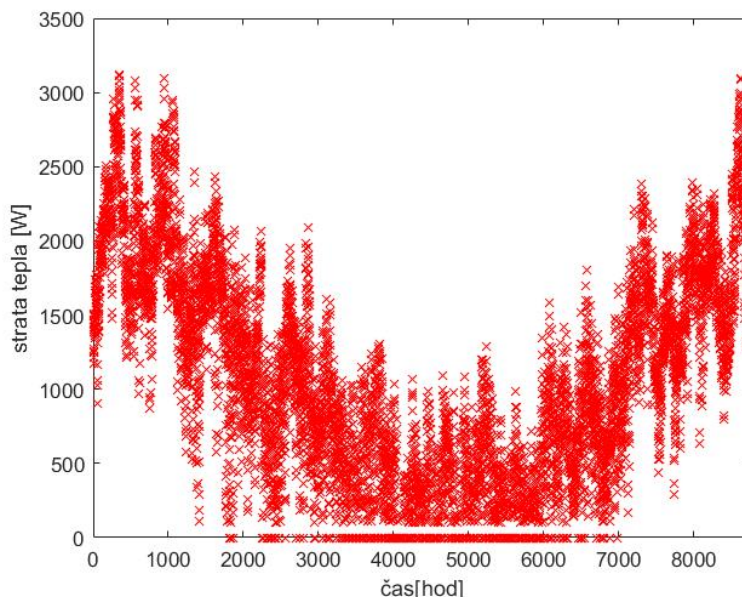
Obr. 5.6: Energetické zisky počas dňa

V priemerný deň ale celkové energetické zisky opisujú krivku normálneho rozdelenia pravdepodobnosti a tým pádom kopírujú zisky z fotovoltaického systému.

## 5.2. Energetické straty

### 5.2.1. Vykurovanie

Energetické straty spojené s vykurovaním môžeme vidieť na obrázku Obr 2.10. V prípade, že by sme sa rozhodli nevyužiť klimatizáciu, ktorá aj v dnešnej dobe nie je úplnou samozrejmosťou, bude strata tepla vyzeráť nasledovne:



Obr. 5.7: Tepelné straty počas roka

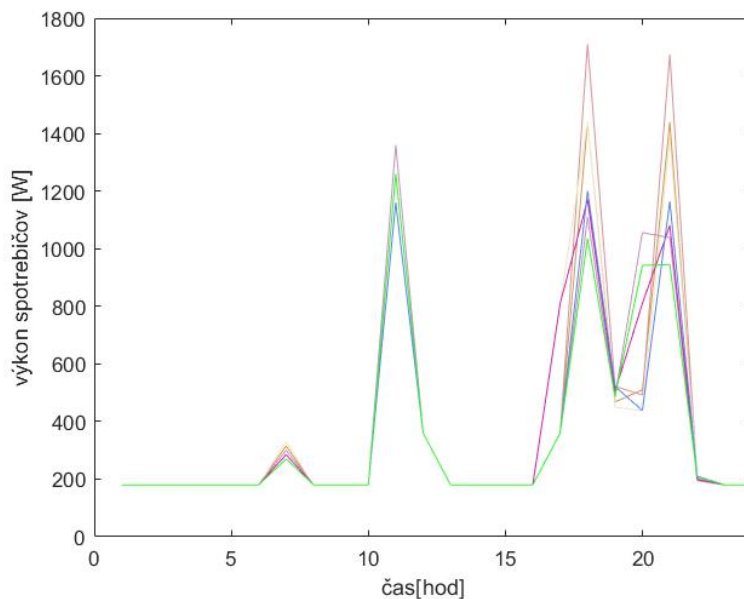
### 5.2.2. Spotrebiče

Tak ako sme si zadefinovali v podkapitole 2.2.1 potrebujeme vygenerovať využívanie spotrebičov v závislosti od ich najpravdepodobnejšej doby používania.

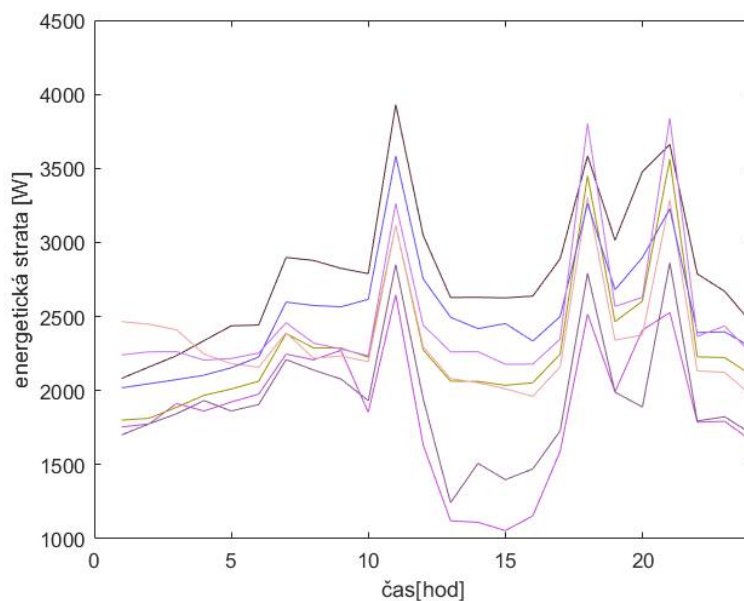
Na obrázku Obr 5.8 môžeme vidieť vygenerovaných niekoľko dní používania spotrebičov, kde každá krivka reprezentuje jeden deň v týždni. Na obed sme spustili indukčnú dosku a večer sa využíva väčšina spotrebičov vrátane boileru na zohrievanie vody, ktorý má najväčšiu spotrebu energie spomedzi vybraných spotrebičov.

### 5.2.3. Celkové straty

Na celkové energetické straty má veľký vplyv ročné obdobie, v lete sa totiž celkové straty približne rovnajú výkonu spotrebičov. V zime ale energetické straty domácnosti pre niekoľko dní vyzerajú ako na obrázku Obr 5.9, kde opäť každá krivka reprezentuje jeden deň v týždni.



Obr. 5.8: Výkon spotrebičov



Obr. 5.9: Energetická strata

### 5.3. Elektrické vozidlo

Vzhľadom k tomu, že uvažujeme úlohu s časovým krokom si potrebujeme zadefinovať, koľko dokáže daná nabíjačka nabiť za hodinu. Predpokladáme, že výkon nabíjacej stanice je  $11\text{kW}$  a použiteľná kapacita batérie je  $76,6\text{kWh}$ . Táto nabíjacia stanica je schopná pridať  $47\text{km}$  dojazdu za hodinu. Z priemernej efektivity  $174\text{Wh/km}$  nám tým pádom vychádza, že za hodinu je nabíjačka schopná nabiť  $8,178\text{kWh}$ , čo je približne desatina kapacity batérie. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli počítat s tým, že pri možnosti regulovania nabíjania dokáže nabíjacia stanica nabiť 1% kapacity batérie pri 10% výkone.

## 5.4. Optimalizácia

Optimalizačný algoritmus sme sa rozhodli zapísať v tvare pseudokódu.

V prvom rade si potrebujeme zdefinovať viaceré parametry, premenné a priestory.

Ako prvé musíme vytvoriť množinu stavov. V našom systéme sa jedná o dvojicu parametrov a to:

- Diskretizáciu kapacity batérie  $E_k$
- Parameter  $S_k$  udávajúci, či vozidlo je pripojené k nabíjacej stanici, či nie.

Tak ako sme ukázali v predchádzajúcej podkapitole budeme schopní v jednom časovom kroku nabiť 10% kapacity batérie. Takisto sme ale z podstaty problému schopní batériu aj vybíjať. Tým pádom je výkon nabíjacej stanice diskretizovaný obecné ako:

$$P_{EVCk} = \left\{ \frac{n}{10} \cdot P_{EVC_{MAX}} \mid n = D \cdot k, k \in \left\langle \frac{-10}{D}, \frac{10}{D} \right\rangle, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (5.2)$$

Hodnoty, ktorých  $n$  môže z intervalu nadobúdať, teda závisia na diskretizácii kapacity batérie, kde  $D$  je veľkosť jedného dieliku diskretizácie. Pokiaľ diskretizujeme kapacitu po percentách, tak nadobúda hodnotu  $D = 1$ , pokiaľ po pol percentách tak  $D = 0,5$  a tak ďalej.

Vzhľadom k tomu, že k optimalizácii budeme využívať algoritmus rolujúceho horizontu si potrebujeme zdefinovať jeho veľkosť a zároveň veľkosť celého horizontu, pre ktorý počítame optimalizáciu. Ich voľbou môžeme z algoritmu dostávať iné výsledky.

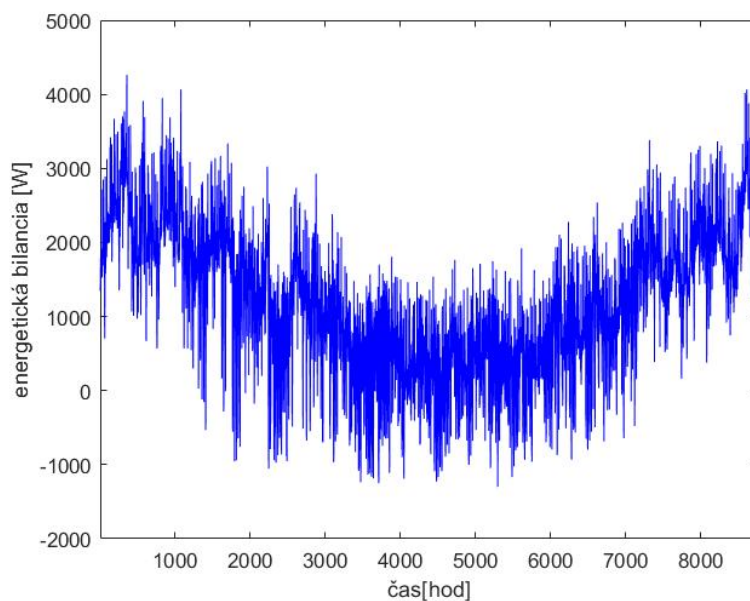
Čo sa týka prejdenej vzdialenosti budeme počítat s tým, že vozidlo minie každý deň rovnaké množstvo energie. Potrebujeme si ale určiť maximálnu hodnotu nabíjania. V našom systéme nebudeme nabíjať vozidlo až do úrovne plnej kapacity a to z viacerých dôvodov:

- plná kapacita je nutná len v prípade plánovaného výletu, či dlhšej trasy
- výkon nabíjacej stanice s vyššou úrovňou kapacity klesá, ako sme mohli vidieť na obrázku Obr. 2.4
- nabíjanie a vybíjanie batérií na jej limity znižuje jej trvanlivosť.

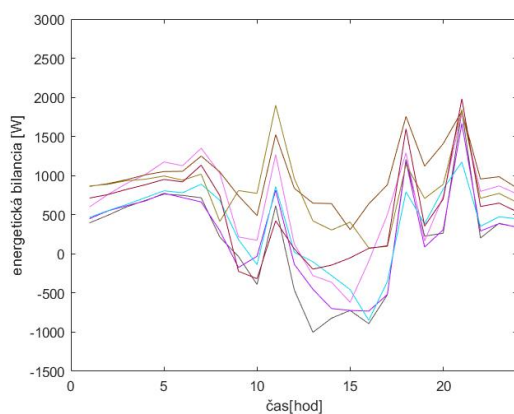
Ako posledné si musíme určiť celkové náklady na domácnosť bez samotného nabíjania, ktoré budú pozostávať z celkových strát a ziskov zo zariadení.

$$P_{H^*_k} = P_{H_k} - P_{W_k} \quad (5.3)$$

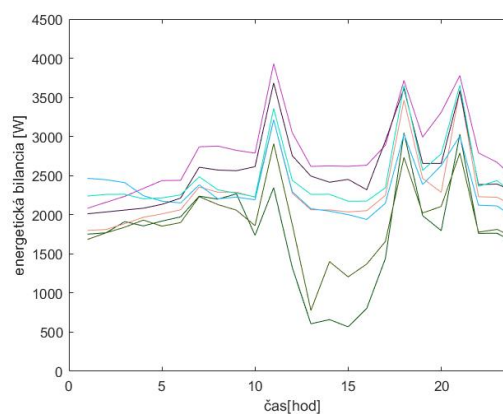
Na obrázku Obr. 5.10 môžeme vidieť energetickú bilanciu domácnosti v priebehu roka. Môžeme vidieť, že solárne panely a turbína je schopná vygenerovať dostatok energie nato, aby bola odoslaná späť do vonkajšej siete. Je zrejmé, že v lete, kedy je pochopiteľne vyššia frekvencia slnečného svitu, je bilancia v záporných hodnotách častejšie ako môžeme vidieť na nasledujúcich obrázkoch Obr. 5.11 a Obr. 5.12.



Obr. 5.10: Energetická bilancia v priebehu roka



Obr. 5.11: Bilancia cez letné dni



Obr. 5.12: Bilancia cez zimné dni

V našom systéme budeme počítať s tým, že cena elektrickej energie (uvedené hodnoty sú v €/Wh) bude v noci nižšia a to:

$$c_k = \begin{cases} 1,28 \cdot 10^{-4} & \text{medzi 22 a 6 hodinou} \\ 2,692 \cdot 10^{-4} & \text{inak.} \end{cases}$$

#### 5.4.1. Algoritmus

Optimalizačný algoritmus by v pseudokóde vyzeral nasledovne:

Zadefinujeme si maticu  $J$ , ktorá bude reprezentovať náklady optimálneho rozhodnutia pre daný stav systému. Tá bude závisieť od parametru  $S_k$ .

## 5.4. OPTIMALIZÁCIA

**Pre**  $h$  od 1 po veľkosť celého horizontu optimalizácie

- Algoritmus pracuje rekurzívne:

**Pre**  $k$  od veľkosti rolujúceho horizontu  $N$  až po 1:

–  $P = 1 - P_O + P_I$

– **Pre**  $i$  reprezentujúce každý možný stav

\* **Pokiaľ** kapacita batérie je pod minimálnymi 10 percentami

- $J = 10^{10}$ , a teda táto situácia nemôže nastať. Použitie nekonečna nie je možné z dôvodu ďalšieho postupu.

\* **Koniec podmienky**

\* **Pokiaľ** je vozidlo mimo domácnosti ( $S_k = 0$ )

- **Pokiaľ** Pravdepodobnosť príchodu v ďalšej hodine  $P_I(k+1) > 0$
- $J(i, k) = (1 - P(k+1)) \cdot J(i, k+1) + P(k+1) \cdot J(E_{pi}, k+1) + c(k) \cdot P_{H^*k}$

· **Inak**

- $J(i, k) = J(i, k+1) + c(k) \cdot P_{H^*}(k)$

· **Koniec podmienky**

\* **Koniec podmienky**

\* **Pre** všetky možné výkony  $j$ , ktoré môžeme nastaviť potrebujeme poznať náklady  $J_s$  spojené s ich voľbou.

- **Pokiaľ** by kapacita batérie po aplikovaní daného výkonu klesla pod minimum alebo naopak nad plnú kapacitu

- $J_s(j) = 10^{10}$ , a teda táto situácia nemôže nastať.

- **Ak inak** kapacita batérie po aplikovaní daného výkonu klesne pod požadovanú hodnotu pri odchode a zároveň je pravdepodobnosť odjazdu v ďalšom kroku nenulová.

- $J_s(j) = 10^{10}$ , a teda táto situácia nemôže nastať.

- **Ak inak** je pravdepodobnosť odjazdu v ďalšom kroku nenulová.

· Kapacita batérie sa zmení podľa aplikovaného výkonu

· Zadefinuje sa hodnota kapacity a s ňou spojené dva stavy kedy je auto v domácnosti  $ID_0$ , či nie  $ID_1$ .

- $J_s(j) = (1 - P(k+1)) \cdot J(ID_0, k+1) + P(k+1) \cdot J(ID_1, k+1) + c(k) \cdot (P_{H^*}(k) + P_{EVC}(j))$

· **Inak**

· Kapacita batérie sa zmení podľa aplikovaného výkonu

· Zadefinuje sa hodnota kapacity a s ňou spojené dva stavy, kedy je auto v domácnosti  $ID_0$ , či nie  $ID_1$ .

- $J_s(j) = J(ID_1, k+1) + c(k) \cdot (P_{H^*}(k) + P_{EVC}(j))$

· **Koniec podmienky**

\* **Koniec cyklu**

## 5. IMPLEMENTÁCIA DO PROGRAMU MATLAB

- Nájďeme minimálnu hodnotu z  $J_s$  a výkon, pri ktorom minimálna hodnota nastala
- **Koniec cyklu**

- **Koniec cyklu**

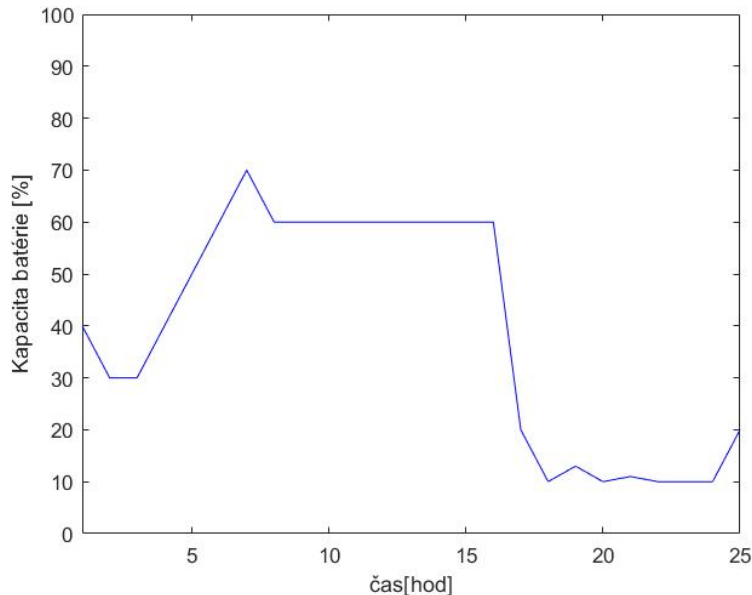
- Minimálnu hodnotu v prvom kroku rolujúceho horizontu uložíme ako cenu v aktuálnom kroku celého procesu a zmeníme stav systému podľa výkonu, ktorý bol pri minimálnych nákladoch použitý.
- Náklady v časovom kroku sa teda rovnajú:  $g(h) = c(k) \cdot (P_{H^*}(k) + P_{EVC}(j_{min}))$

**Koniec cyklu**



## 6. Výsledky

Po prevedení algoritmu rolujúceho algoritmu sa systém rozhodol nabíjať vozidlo týmto spôsobom.



Obr. 6.1: Optimálne nabíjanie vozidla

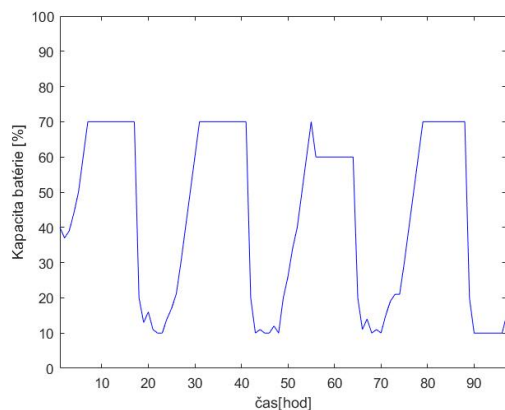
Na obrázku vidíme hodnoty nabíjania v priebehu jedného dňa. Po príchode do domácnosti z 20% kapacity batérie sa rozhodol ešte vybiť a potom nabíjať a vybíjať len malú časť kapacity. Taktiež si môžeme všimnúť, že pred odchodom systém nabil vozidlo nad požadovaných 60%.

### 6.1. Voľba veľkosti rolujúceho horizontu

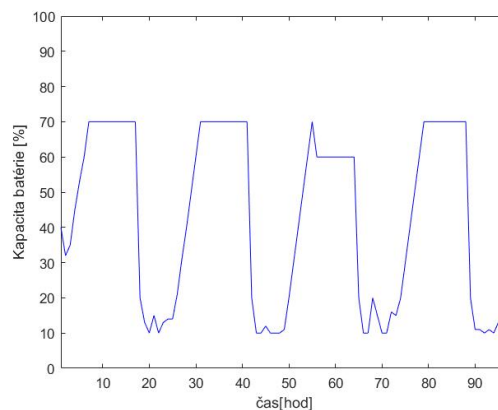
Princíp celého algoritmu spočíva v tom, že zistíme optimálne hodnoty pre celý rolujúci horizont a následne vykonáme prvé rozhodnutie toho horizontu. Posunieme sa o krok dopredu, kde už sme v novom stave kvôli rozhodnutiu. V tomto kroku znovu spočítame hodnoty pre celý rolujúci horizont a pokračujeme, až kým neprejdeme celý časový horizont. Hodnoty musíme ale predpovedať aj pre časové kroky po našom horizonte a to z toho dôvodu, že aj pre rozhodnutie v poslednom časovom kroku prepočítavame celý rolujúci horizont.

V nasledujúcich obrázkoch môžeme vidieť rozdielne správanie systému pri rôznych veľkostiach rolujúceho horizontu. Počítame s kapacitou pri odchode na úrovni minimálne 60% a s tým, že dorazíme s kapacitou 20%. Dané výsledky sú pre 180-ty deň v roku.

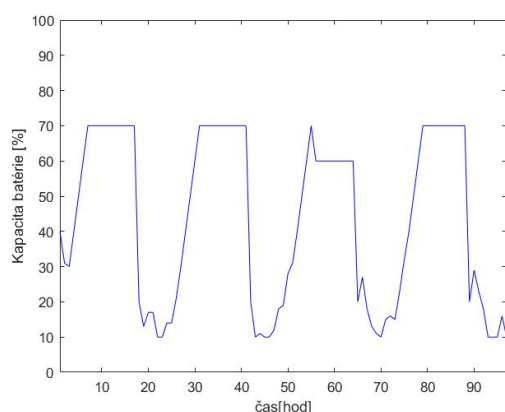
Čo sa týka celkových nákladov sa z počiatku zdalo, že znižovanie veľkosti rolujúceho horizontu ich minimalizuje. Pri zvolení osem hodinového tomu už však bolo inak ako môžeme vidieť v Tabuľke 6.1. Výpočet daného algoritmu je ale časovo podstatne náročnejší pri väčších rolujúcich horizontoch.



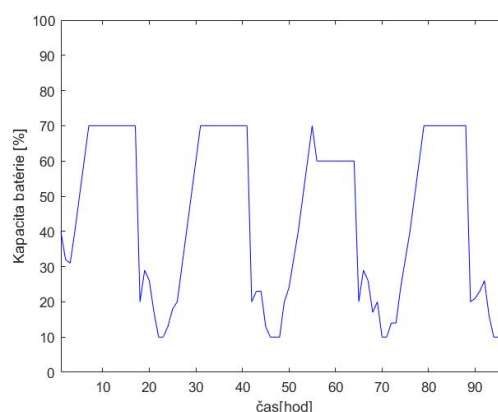
Obr. 6.2: Rolujúci horizont 48 hodín



Obr. 6.3: Rolujúci horizont 24 hodín



Obr. 6.4: Rolujúci horizont 12 hodín



Obr. 6.5: Rolujúci horizont 8 hodín

Tabuľka 6.1: Voľba rolujúceho horizontu

Rolujúci horizont	Náklady	Doba výpočtu
48 h	22,64 €	23,93 s
24 h	22,28 €	13,93 s
12 h	21,75 €	8,92 s
8 h	22,81 €	7,34 s

## 6.2. Vplyv diskretizácie

Hodnoty kapacity batérie sme sa rozhodli diskretizovať po percentách. Vplyv zmeny môžeme vidieť v Tabuľke 6.2. Aj keď použitie diskretizácie po dvoch percentách vykazuje po zaokrúhlení rovnakú cenu nákladov pri nižšej dobe výpočtu, sme sa rozhodli použiť diskretizáciu po jednom percente. Doba výpočtu je dostatočne nízka a výsledky budú presnejšie.

Tabuľka 6.2: Voľba diskretizácie

Najmenší krok	Náklady	Doba výpočtu
0,5%	22,81 €	28,17 s
1 %	21,75 €	8,99 s
2 %	21,75 €	5,13 s
10 %	23,5 €	3,94 s

## 6.3. Vplyv zdrojov energie

V našom systéme počítame s využitím zdrojov energie. Je zrejmé, že za predpokladu, že neberieme v úvahu ich návratnosť, budú celkové náklady po ich implementácii nižšie ako môžeme vidieť v Tabuľke 6.3, kde sa nachádzajú údaje pre dva dni v lete a dva dni v zime. Energiu z vonkajšej siete pre dané možnosti máme zobrazenú na obrázkoch Obr. 6.8 až Obr. 6.15.

Tabuľka 6.3: Náklady so zdrojmi energie

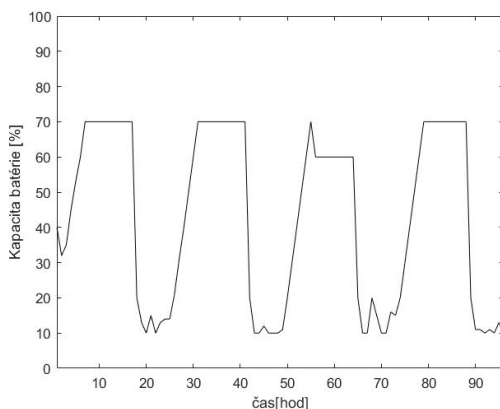
Použité zdroje	Náklady v lete	Náklady v zime
Turbína a panely	11,37 €	33,42 €
Len panely	14,71 €	33,53 €
Len turbína	12,13 €	34,31 €
Bez zdrojov	15,99 €	35,12 €

Skutočný vplyv zdrojov energie na optimalizáciu si ale vieme ukázať jedine v porovnaní s neoptimalizovaným modelom. Tieto hodnoty počítame pre štyri dni v lete, kedy je vplyv zdrojov väčší. Proces riadenia pri týchto možnostiach vidíme na obrázkoch Obr. 6.6 a Obr. 6.7.

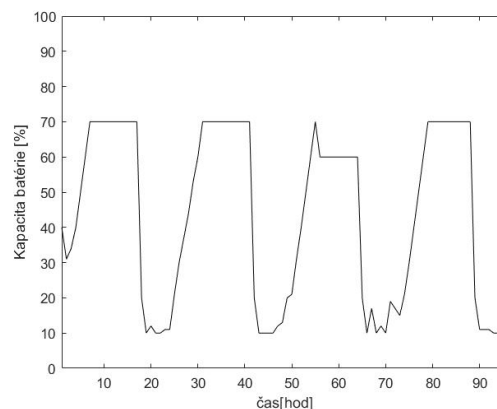
Tabuľka 6.4: Vplyv zdrojov energie

Použité zdroje	Náklady s optimalizáciou	Náklady bez optimalizácie	Pomer
Turbína a panely	22,28 €	33,22 €	0,67
Bez zdrojov	29,87 €	39,94 €	0,75

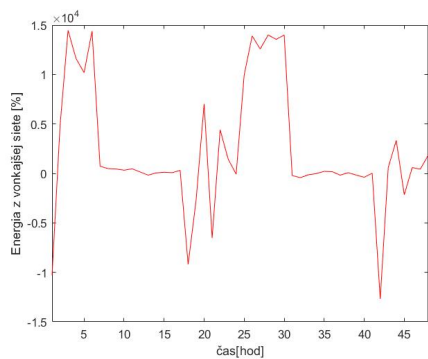
V Tabuľke 6.4 vidíme, že bez použitia zdrojov optimalizácia ušetrila približne štvrtinu nákladov, zatiaľ čo pri použití zdrojov to bola približne tretina. Môžeme tým pádom uznať, že použitie zdrojov energie optimalizácii prospieva.



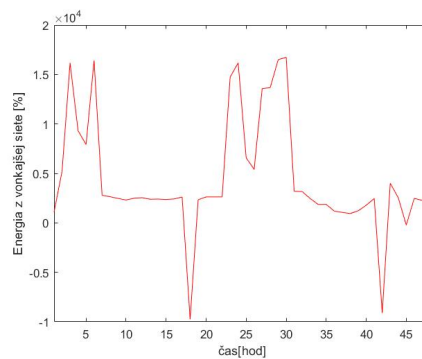
Obr. 6.6: So zdrojmi energie



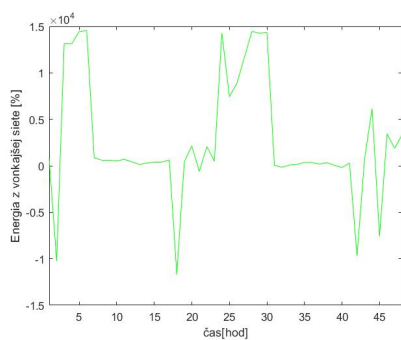
Obr. 6.7: Bez zdrojov energie



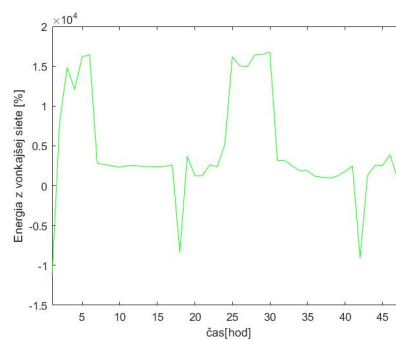
Obr. 6.8: Použitie obidva zdroje v lete



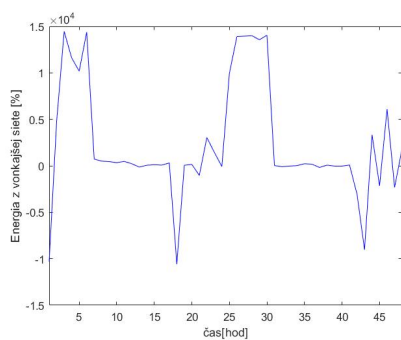
Obr. 6.9: Použitie obidva zdroje v zime



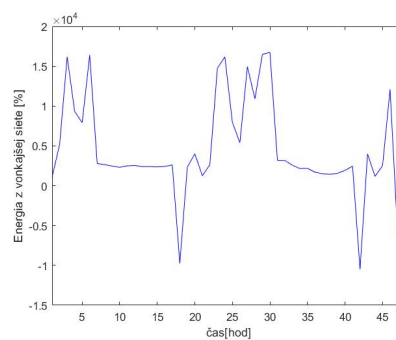
Obr. 6.10: Použitie len panely v lete



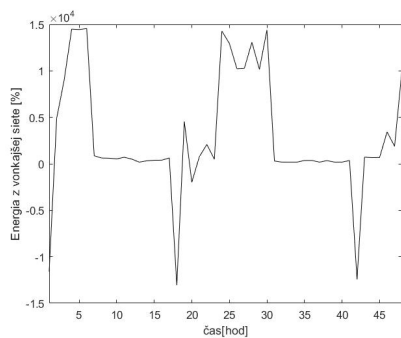
Obr. 6.11: Použitie len panely v zime



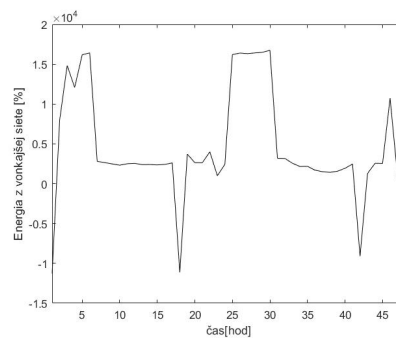
Obr. 6.12: Použitá len turbína v lete



Obr. 6.13: Použitá len turbína v zime



Obr. 6.14: Bez zdrojov energie v lete



Obr. 6.15: Bez zdrojov energie v zime

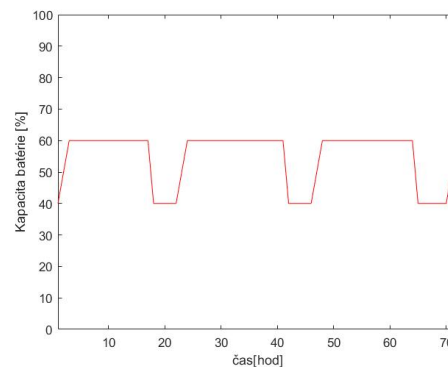
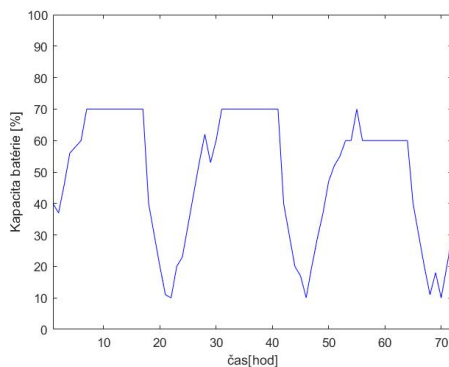
## 6.4. Vplyv prejdenej vzdialenosti

V našom modeli počítame s pevne stanovenou kapacitou batérie po príchode, a tým pádom rovnakou prejdenou vzdialenosťou v priebehu dňa. Vplyv zmeny kapacity po príchode pre tri letné dni môžeme vidieť v Tabuľke 6.5.

Tabuľka 6.5: Náklady spojené s kapacitou po príchode

Kapacita po príchode	Náklady s optimalizáciou	Náklady bez optimalizácie
20 %	19,03 €	28,56 €
30 %	7,05 €	25,04 €
40 %	-0,89 €	19,76 €

Môžeme pozorovať, že náklady bez optimalizácie sa menili len čiastočne a to z dôvodu nižších nákladov na nabíjanie, keďže nutnú kapacitu pri odchode sme ponechali na úrovni 60 % pre všetky prípady. Na druhú stranu môžeme vidieť veľký rozdiel v prípade optimalizovaných modelov, pretože algoritmu dávame viac priestoru na optimalizáciu. V prípade kapacity  $E_{pi} = 40\%$  môžeme vidieť, že zdroje energie dokázali pokryť celkové náklady a sú tým pádom záporné. Rozdiel optimálneho a neoptimálneho riadenia môžeme vidieť na obrázkoch Obr. 6.16 a Obr. 6.17.



Obr. 6.16: Optimálny model s  $E_{pi} = 40\%$  Obr. 6.17: Neoptimálny model s  $E_{pi} = 40\%$

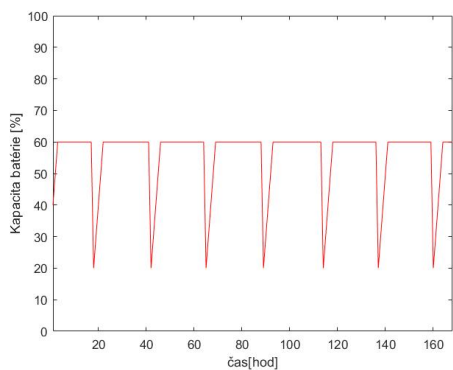
## 6.5. Porovnanie s neoptimálnym modelom

Ak by sme chceli optimalizovaný systém porovnávať s neoptimalizovaným, musíme si zadať ako funguje neoptimálne riadenie. Máme totiž dve možnosti. Buď predpokladáme, že vozidlo sa začne nabíjať hneď po príchode do domácnosti až po požadovanú hodnotu a následne sa nabíjačka vypne, alebo sa začne nabíjať až na lacnejšiu elektrickú energiu a tento systém môžeme považovať za čiastočne riadený.

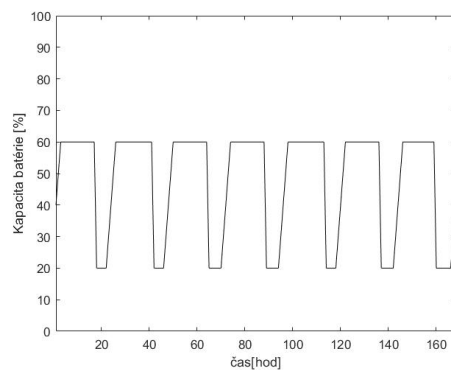
Tabuľka 6.6: Náklady spojené s typom riadenia

Typ systému	Náklady
Optimálny	70,82 €
Čiastočne riadený	90,94 €
Neoptimálny	147,06 €

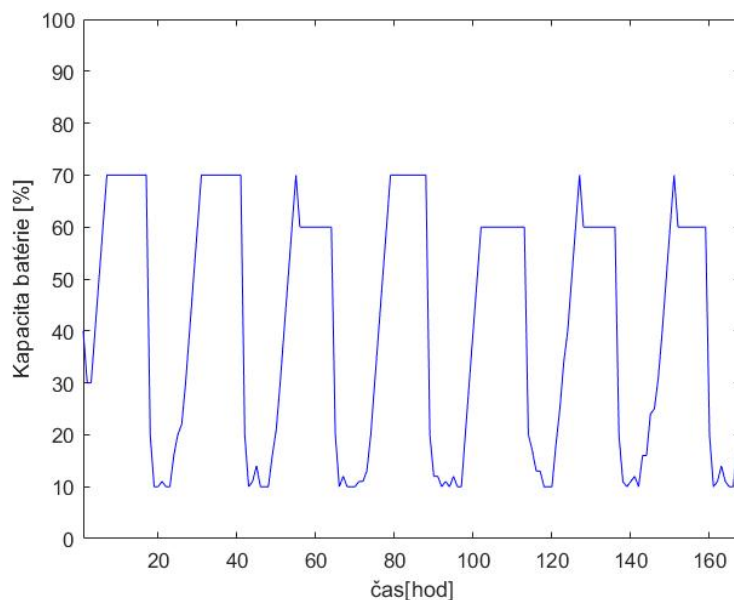
Hodnoty zobrazené v Tabuľke 6.6 ukazujú rozdiely medzi nákladmi pri jednotlivých typoch riadenia, ktoré môžeme vidieť aj na obrázkoch Obr. 6.18 , Obr. 6.19 a Obr. 6.20, s tým, že ako hodnotu kapacity po príchode sme zvolili  $E_{pi} = 40\%$ . Zvolili sme dĺžku rolujúceho horizontu na 24 hodín a náklady sú spočítané pre jeden májový týždeň.



Obr. 6.18: Neoptimálny systém



Obr. 6.19: Čiastočne riadený systém



Obr. 6.20: Optimálny systém

## 7. Záver

Prvým krokom našej práce bolo zostrojenie matematického modelu, ktorý pozostával z troch hlavných komponentov a to konkrétne:

1. Domácnosti, v ktorej sme potrebovali vygenerovať predpokladané vyťaženie spotrebičov založené na dobe ich najčastejšieho používania. Následne sme potrebovali zdefinovať samotnú budovu a to z dôvodu jej vykurovania, ktoré je optimalizované pomocou heuristickej optimalizácie.
2. Elektrického vozidla spolu s jeho nabíjacou stanicou. Toto vozidlo je schopné nie len klasického nabíjania, ale zároveň dokáže poslať elektrickú energiu späť do domácnosti. Potrebovali sme zdefinovať kapacitu jeho batérií ako aj efektívnosť, či dojazd. Čo sa týka nabíjacej stanice sme potrebovali poznať jej výkon a účinnosť.
3. Zdrojov elektrickej energie a to konkrétne fotovoltaického systému a veternej turbíny. Pri meteorologických dátach zo stanice v Brne [18] sme zistili odpovedajúce výkony v jednotlivé dni v roku.

Následne bolo potrebné previesť nami zvolený algoritmus rolujúceho horizontu pri dynamickom programovaní do prostredia Matlab. Po úspešnej implementácii sme obdržali výsledky, ktoré skutočne pre náš model vykazujú minimalizáciu nákladov v domácnosti.

Hlavnými faktormi pri optimalizačnom algoritme bola najmä dĺžka rolujúceho horizontu, diskretizácia kapacity batérie a výkonu nabíjacej stanice, implementácia zdrojov elektrickej energie, a predovšetkým hodnota prejdenej vzdialenosti v priebehu dňa, ktorá v prípade nižších čísel umožňovala výraznejšiu minimalizáciu nákladov.

# Literatúra

- [1] BERGMAN, T. L., Adrienne S. LAVINE, Frank P. INCROPERA a David P. DEWITT.: *Incropera's principles of heat and mass transfer. Global edition.* Hoboken: Wiley, 2018. ISBN 978-1-119-38291-1.
- [2] BERTSEKAS, Dimitri. *Dynamic programming and optimal control: Volume I.* Third edition. Nashua, NH, U.S.A: Athena Scientific, 2005. ISBN 1-886529-26-4.
- [3] CROME, Horst. *Technika využití energie větru: svépomocná stavba větrných zařízení.* Ostrava: HEL, 2002, 144 stran : ilustrace. ISBN 8086167194.
- [4] ČSN EN 12831-1. Energetická náročnost budov-Výpočet tepelného výkonu: Část 1: Tepelný výkon pro vytápění , Modul M3-3. Praha: úřad pro technickou normalizaci metrologii a státní zkušebnictví, 2018.
- [5] ČSN 73 0542 . Způsob stanovení energetické bilance zasklených ploch obvodového pláště budov. Praha: úřad pro technickou normalizaci metrologii a státní zkušebnictví, 1995.
- [6] *Daft logic: Power Consumption of Typical Household Appliances* [online]. [cit. 2022-05-08]. Dostupné z: <https://www.daftlogic.com/information-appliance-power-consumption.htm>
- [7] [online]. [cit. 2020-06-17]. Dostupné z: <http://www.hausbaudirekt.de/sk/haus/elk-bungalov-125-bauhausstil/>
- [8] Dreamstime [online]. [cit. 2022-05-20]. Dostupné z: <https://www.dreamstime.com/electrical-power-line-hand-drawn-outline-doodle-icon-wire-electricity-distribution-technology-concept-vector-sketch-illustration-image117140344>
- [9] *Electric Vehicle Database* [online]. [cit. 2022-04-25]. Dostupné z: <https://ev-database.org/car/1527/Audi-Q4-e-tron-45-quattro>
- [10] ERDINC, Ozan, Nikolaos G. PATERAKIS, Tiago D. P. MENDES, Anastasios G. BAKIRTZIS a Joao P. S. CATALAO. Household Operation Considering Bi-Directional EV and ESS Utilization by Real-Time Pricing-Based DR. *IEEE Transactions on Smart Grid.* 2015, 6(3), 1281-1291. ISSN 1949-3053. Dostupné z: doi:10.1109/TSG.2014.2352650
- [11] *Eurostat: Statistics Explained* [online]. [cit. 2022-05-08]. Dostupné z: [https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Energ\\_consumption\\_in\\_householdsEnergy\\_consumption\\_in\\_households\\_by\\_type\\_of\\_end-use](https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Energ_consumption_in_householdsEnergy_consumption_in_households_by_type_of_end-use)
- [12] *EVEXPERT* [online]. [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: <https://www.evexpert.cz/es-hop/znalostni-centrum/elektromobily-a-jejich-baterie>
- [13] Freepik [online]. [cit. 2022-05-20]. Dostupné z: [https://www.freepik.com/premium-vector/solar-energy-industry-hand-drawn-outline-doodle-icon-sketch-icon-ecology-environment-design-solar-panel-vector-illustration-print-mobile-infographics-isolated-white-background\\_16378582.htm](https://www.freepik.com/premium-vector/solar-energy-industry-hand-drawn-outline-doodle-icon-sketch-icon-ecology-environment-design-solar-panel-vector-illustration-print-mobile-infographics-isolated-white-background_16378582.htm)



## LITERATÚRA

- [14] IStock [online]. [cit. 2022-05-20]. Dostupné z: <https://www.istockphoto.com/search/2/image?mediatype=illustrationphrase=ev+batteries>
- [15] KALL, Peter a Stein W. WALLACE. *Stochastic Programming. Second Edition*. Chichester: Wiley, 1994. ISBN 04-719-5108-0.
- [16] KLAPKA, Jindřich, Jiří DVOŘÁK a Pavel POPELA. *Metody operačního výzkumu. Vyd. 2*. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1839-7.
- [17] KOVAŘÍK, Petr.: *Sdílení tepla* [online]. In: . [cit. 2020-06-17]. Dostupné z: <http://home.zcu.cz/kovarikp/TM/cviceni/sdileni.pdf>
- [18] METEOTEST. *Meteonorm. 7.3*. Bern, 2020.
- [19] PALMA-BEHNKE, Rodrigo, Carlos BENAVIDES, Fernando LANAS, Bernardo SEVERINO, Lorenzo REYES, Jacqueline LLANOS a Doris SAEZ. *A Microgrid Energy Management System Based on the Rolling Horizon Strategy*. IEEE Transactions on Smart Grid. 2013, 4(2), 996-1006. ISSN 1949-3053. Dostupné z: doi:10.1109/TSG.2012.2231440
- [20] PATERAKIS, Nikolaos G., Ozan ERDINC, Iliana N. PAPP, Anastasios G. BAKIRTZIS a Joao P. S. CATALAO. *Coordinated Operation of a Neighborhood of Smart Households Comprising Electric Vehicles, Energy Storage and Distributed Generation*. IEEE Transactions on Smart Grid. 2016, 7(6), 2736-2747. ISSN 1949-3053. Dostupné z: doi:10.1109/TSG.2015.2512501
- [21] POLCSÁK, Jakub. *Principy větrných elektráren* [online]. Brno, 2019 [cit. 2019-03-05]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117029>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce prof. Ing. František Pochylý, CSc.
- [22] ResearchGate [online]. [cit. 2022-05-20]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/figure/Scaled-technical-drawings-of-both-model-wind-turbines-Left-NTNU-turbine-right-ForWind\\_fig1\\_317564721](https://www.researchgate.net/figure/Scaled-technical-drawings-of-both-model-wind-turbines-Left-NTNU-turbine-right-ForWind_fig1_317564721)
- [23] SEKULA, Jakub. *Optimální řízení vytápění a chlazení bytové jednotky s několika zdroji pomocí heuristické optimalizace*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2020. 35 s. Vedúci bakalárskej práce Ing. Tomáš Mauder, PhD.
- [24] SILVENTE, Javier, Georgios M. KOPANOS, Efstratios N. PISTIKOPOULOS a Antonia ESPUNA. *A rolling horizon optimization framework for the simultaneous energy supply and demand planning in microgrids*. Amsterdam: Elsevier, 2015.
- [25] SUN, Chao, Fengchun SUN a Scott J. MOURA. *Nonlinear predictive energy management of residential buildings with photovoltaics batteries*. Amsterdam: Elsevier, 2016.
- [26] QUASCHNING, Volker. *Obnovitelné zdroje energií*. Praha: Grada, 2010. Stavitel. ISBN 978-80-247-3250-3.

- [27] WANG, Ge, Qi ZHANG, Li HAILONG, Benjamin C. MCLELLAN, Siyuan CHEN, Yan LI a Yulu TIAN. *Study on the promotion impact of demand response on distributed PV penetration by using non-cooperative game theoretical analysis*. Amsterdam: Elsevier, 2017. ISSN 0306-2619.
- [28] WI, Young-Min, Jong-Uk LEE a Sung-Kwan JOO. *Electric vehicle charging method for smart homes/buildings with a photovoltaic system*. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. 2013, 59(2), 323-328. ISSN 0098-3063. Dostupné z: doi:10.1109/TCE.2013.6531113
- [29] WITTLINGER, Viktor.: *Minilexikón tepla..* Bratislava: Alfa, 1992. ISBN 80-05-00995-x.
- [30] XIAOHUA, Wu, Hu XIAOSONG, Yin, Moura SCOTT a Pickert VOLKER. *Stochastic control of smart home energy management with plug-in electric vehicle battery energy storage and photovoltaic array*. Amsterdam: Elsevier B.V., 2016.

## 8. Zoznam príloh

Príloha A - „Sekula\_Matlab.zip” - súbor skriptov v Matlabe