UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Eva Krejčíčková

Výukové metody a řešení slovních úloh

Olomouc 2020 vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodaňová, PhD.

Prohlašuji, že jsem diplomovou *práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a pramenů.*

....

*Chtěla bych poděkovat Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D.
za vedení mé diplomové práce, odborný dohled,
trpělivost a cenné rady, které mi pomohly práci zkompletovat.*

Dále bych chtěla poděkovat Mgr. Kamile Fačevicové, PhD.

za pomoc při vyhodnocení dotazníku.

Anotace

Název práce: Výukové metody a řešení slovních úloh

Diplomová práce charakterizuje výukové metody, slovní úlohy a fáze jejich řešení. Výzkumná část je zaměřena na slovní úlohy o pohybu. Cílem práce je porovnat výuku slovních úloh o pohybu v Ostravě a v Olomouci a navrhnout aktivizační metodu k učivu slovní úlohy o pohybu.

Klíčová slova: Bílá kniha, Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, slovní úlohy, slovní úlohy o pohybu, výuková metoda, didaktická hra

Anotation

Name of work: Teaching Methods and solving Word Problems

The thesis characterizes teaching methods, word problems and phases of their solutions. Research part is focused on word problems about movement. The aim of thesis to compare tuition of word problems about movement in Ostrava and Olomouc and activation method for cuririculum of word problems about movement.

Key words: White book, Framework Educational Program for Primary Education, Word Problems, Word Problems about Movement, Teaching Methods, Didactic Game

Obsah

Seznam zkratek 1

Úvod 2

1 Národní program rozvoje vzdělávání v České republice 3

1.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání 5

1.1.1 Cíl základního vzdělání 5

1.1.2 Klíčové kompetence 6

1.1.3 Vzdělávací oblasti 8

1.1.3.1 Vzdělávací oblast matematika a její aplikace 8

1.1.4 Školní vzdělávací program 9

2 Výukové metody 11

2.1 Klasifikace výukových metod 11

2.2 Volba výukové metody 13

2.3 Specifikace výukových metod v matematice 14

2.3.1 Problémové vyučování 14

2.3.2 Hejného metoda matematiky 16

3 Slovní úlohy v matematice 18

3.1 Řešení slovních úloh 18

3.1.1 Fáze řešení slovních úloh 19

3.2 Mezipředmětové vztahy a slovní úlohy 21

3.2.1 Slovní úlohy o pohybu 22

3.2.1.1 Řešení slovních úloh o pohybu za sebou 23

3.2.1.2 Řešení slovních úloh o pohybu proti sobě 24

3.2.1.3 Slovní úlohy o pohybu řešené soustavou rovnic 26

4 Dotazník 28

4.1 Cíl dotazníku 28

4.2 Zadání dotazníku 29

4.3 Stanovení hypotézy dotazníku 30
4.4 Vyhodnocení dotazníku 30
4.4.1 Otázka č. 1 31
4.4.2 Otázka č. 2 32
4.4.3 Otázka č. 3 34
4.4.4 Otázka č. 4 37
4.4.5 Otázka č. 5 40
4.4.6 Otázka č. 6 42
4.4.7 Otázka č. 7 45
4.4.8 Otázka č. 8 48
4.4.9 Otázka č. 9 50
4.5 Závěr dotazníku 53
5 Návrh aktivizační metody pro výuku slovních úloh o pohybu 54
5.1 Didaktická hra 54
5.1.1 Návrh deskové hry Pohybem vpřed 54
5.1.1.1 Pravidla hry 55
5.1.1.2 Zelené karty 56
5.1.1.3 Modré karty 67
5.1.1.4 Žluté karty 78
5.1.1.5 Realizace hry ve výuce 79
Závěr 81
Literatura 82
Internetové zdroje 83

Seznam zkratek

ČR … Česká republika

H_0 … nulová hypotéza

H_A … alternativní hypotéza

MŠMT … Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

RVP ZV … rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP … školní vzdělávací program

ZŠ … základní škola

Úvod

Slovní úlohy jsou nedílnou součástí výuky matematiky. Jsou nejběžnějším a nejideálnějším prostředkem pro spojení matematiky jako vyučovacího předmětu a reálných situací, které může žák sám prožít. Spojení teorie s praxí je jedním z požadavků na současné vzdělávání, protože se tak vytrácí abstrakce z předmětu. Tato skutečnost vede k lepšímu uchopení daného učiva žákem. Z vlastní zkušenosti vím, že ze slovních úloh činí žákům největší problém slovní úlohy o pohybu. Proto jsem se v této práci zaměřila především na tyto slovní úlohy. Chtěla jsem zjistit, zda učitelé v praxi sdílí mou zkušenost s těmito slovními úlohami.

Cílem této práce je především porovnání výuky slovních úloh o pohybu na základních školách v Olomouci a v Ostravě. Pro tento účel jsem sestavila dotazník přes službu Google Formulář, který jsem rozeslala na základní školy v Ostravě a v Olomouci. Tato dvě města jsem vybrala z jednoduchého důvodu. V Olomouci studuji a v Ostravě žiji a chodila jsem zde na základní školu. Jelikož je Ostrava mnohem větší město než Olomouc, nachází se zde také více základních škol. Vybrala jsem proto pouze vzorek škol, nacházející se v okolí mého bydliště Staré Bělé.

Součástí dotazníku je i otázka, zda učitelé vnímají slovní úlohy o pohybu jako učivo žáky oblíbené. Předpokládám, že se potvrdí mé zkušenosti s tímto učivem. Proto jsem stanovila jako další cíl práce vytvoření aktivizační metody, která by mohla vést ke zvýšení atraktivity slovních úloh o pohybu.

Třetím cílem mé diplomové práce je vytvoření sbírky příkladů pro učivo slovní úlohy o pohybu, jak pro pohyb za sebou, tak i pro pohyb proti sobě, která bude řešena lineárními rovnicemi. Tyto příklady budou zpracovány na základě navržené aktivizační metody.

1 Národní program rozvoje vzdělávání v České republice

Vznik České republiky v roce 1993 sebou přinesl několik témat k řešení. Mezi tato témata patřilo školství. Na vzdělávání byly kladeny jiné požadavky než v dobách minulých, především výchova demokratického občana.

Na základě předchozích dokumentů a studií, například Zprávy o národní politice ve vzdělání od OECD z roku 1996[1], rozhodla vláda ČR usnesením ze 7. Dubna 1999 o vzniku Národního programu rozvoje vzdělávání v České republice, tzv. Bílé knize[2]. Jedná se o *„systémový projekt, formulující myšlenková východiska, obecné záměry a rozvojové programy, které mají být směrodatné pro vývoj vzdělávací soustavy ve střednědobém horizontu.“*[3] Bílá kniha klade důraz na komplexní rozvoj osobnosti, tj. nemají být rozvíjeny pouze rozumové dovednosti. Bílá kniha připomíná důležitost jiných dovedností osobnosti potřebné pro život jedince, tj. kulturní, politické, hospodářské, sociální a environmentální povědomí.[4]

Národní program rozvoje vzdělávání v ČR vytyčuje osm hlavních cílů vzdělávání: *„1. rozvoj lidské individuality, 2. zprostředkování historicky vzniklé kultury společnosti, 3. výchova k ochraně životního prostředí ve smyslu zajištění udržitelného rozvoje společnosti, 4. posilování soudržnosti společnosti, 5. podpora demokracie a občanské společnosti, 6. výchova k partnerství, spolupráci a solidaritě v evropské i globalizující se společnosti, 7. zvyšování konkurenceschopnosti ekonomiky a prosperity společnosti a 8. zvyšování zaměstnatelnosti.“*[5]

Bílá kniha se zabývá i druhým stupněm základního vzdělávání, který se realizuje buď na druhém stupni základních škol, nebo na osmiletém gymnáziu v prvním až čtvrtém ročníku. I přesto, že Bílá kniha upozorňuje na fakt, že sociologové vnímají toto rozdělení za

[1] MAŇÁK, Josef, Tomáš JANÍK a Vlastimil ŠVEC. *Kurikulum v současné škole*. Brno: Paido, 2008. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. ISBN 978-80-7315-175-1. s. 33

[2] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol . s. 7

[3] tamtéž

[4] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol . s. 8

[5] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol . s. 13-14

nespravedlivé, z důvodu zvýhodnění dětí z lepšího sociálního a ekonomického prostředí, v praxi je toto rozdělení stále uplatňováno.[6]

V této části je také přesně vymezen cíl druhého stupně základního vzdělávání, tj. *„poskytnout žákům co nejkvalitnější základ všeobecného vzdělávání."* Všeobecným vzděláváním je zde míněno takové vzdělávání, které rozvíjí dovednosti kognitivní, psychomotorické i afektivní. Žák by měl být veden k tomu, aby byl schopen vytvořit si vlastní strategii k učení a motivaci k učení, což je základním kamenem pro další vzdělávání.[7]

Mění se také osobnost učitele a jeho vztah k žákům. Učitel by měl upustit od plně dominantního přístupu a více s žáky spolupracovat. Větší demokratizace vede k větší odpovědnosti žáků za své vzdělání. Důležitým se také stávají individuální potřeby jednotlivých žáků, na které musí brát učitel ohled.[8]

Další změna je vyžadována při hodnocení žáků. Tradiční model, při kterém se učitel dívá na počet chyb, které žák udělal, je označen jako nesprávný. Učitel se má zaměřit na znalosti, které žák ovládá, a nehledat jeho nedokonalosti, což by mělo vést k pozitivní motivaci žáků a zvýšení jejich aktivity.[9]

Na základě nové vzdělávací politiky státu, popsané v Bílé knize, a zákona č. 561/2004 sb. o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, tzv. školském zákonu vychází rámcové vzdělávací programy pro jednotlivé stupně vzdělávání. Jedná se o kutikulární dokumenty na státní úrovni, které definují přesné a závazné rámce vzdělání v jednotlivých fázích vzdělávání.[10]

Rámcových vzdělávacích programů vydalo MŠMT devět:

- *„RVP PV – Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*
- *RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*
- *RVP ZŠS – Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání základní škola speciální*
- *RVP G – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia*

[6] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol . s. 48

[7] tamtéž

[8] *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol . s. 49

[9] tamtéž

[10] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 5. [cit. 2020-03-15].

- *RVP GSP – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia se sportovní přípravou*
- *RVP DG – Rámcový vzdělávací program pro dvojjazyčná gymnázia*
- *RVP SOV Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání*
- *RVP ZUV – Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání*
- *RVP JŠ – Rámcový vzdělávací program pro jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky"*[11]

1.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZV je kutikulární dokument, který definuje společný a povinný rámec, kterého musí žáci při vzdělávání dosáhnout, ať už v oblasti kognitivní, psychomotorické či afektivní. RVP ZV není určen pouze pro základní školy, ale řídí se jim také 1. – 4. ročníky víceletého gymnázia.[12]

RVP ZV je pro české vzdělávání naprosto klíčový dokument, protože základní vzdělávání je povinné pro všechny obyvatele České republiky. Určuje tak minimální rámec vzdělání české populace.

1.1.1 Cíl základního vzdělání

Nově pojatá vzdělávací politika České republiky klade při vzdělávání důraz na rozvoj klíčových kompetencí a všeobecný základ vzdělání. Celé vzdělávání je koncipováno takovým způsobem, který je blízký situacím z praktického života.[13] Tyto faktory mají vést k naplnění těchto cílů vzdělávání:

- *„umožnit žákům osvojit si strategie učení a motivovat je pro celoživotní učení*
- *podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů*
- *vést žáky k všestranné, účinné a otevřené komunikaci*
- *rozvíjet u žáků schopnost spolupracovat a respektovat práci a úspěchy vlastní i druhých*
- *připravovat žáky k tomu, aby se projevovali jako svébytné, svobodné a zodpovědné osobnosti, uplatňovali svá práva a naplňovali své povinnosti*

[11] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 5. [cit. 2020-03-15].
[12] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 6. [cit. 2020-03-15].
[13] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 8. [cit. 2020-03-15].

- *vytvářet u žáků potřebu projevovat pozitivní city v chování, jednání a v prožívání životních situací; rozvíjet vnímavost a citlivé vztahy k lidem, prostředí i k přírodě*
- *učit žáky aktivně rozvíjet a chránit fyzické, duševní a sociální zdraví a být za ně odpovědný*
- *vést žáky k toleranci a ohleduplnosti k jiným lidem, jejich kulturám a duchovním hodnotám, učit je žít společně s ostatními lidmi*
- *pomáhat žákům poznávat a rozvíjet vlastní schopnosti v souladu s reálnými možnostmi a uplatňovat je spolu s osvojenými vědomostmi a dovednostmi při rozhodování o vlastní životní a profesní orientaci"*[14]

1.1.2 Klíčové kompetence

„*Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti.*"[15] Jedná o takové kompetence, které jsou společností vnímány jako základní pro uplatnění jedince v životě. Základní vzdělávání není schopné klíčové kompetence u každého jedince plně rozvinout. Proces rozvoje klíčových kompetencí je zdlouhavý. Člověk se učí celý život a stejně tak se rozvíjí i klíčové kompetence.[16]

Základní vzdělávání rozvíjí šest klíčových kompetencí. Jsou to: „*kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní.*"[17]

Kompetence k učení rozvíjí u žáků schopnost nalézt efektivní strategii učení. Žák je schopen informace třídit a prakticky využívat. Zároveň získává pozitivní motivaci k učení a stanovuje si cíl vlastního vzdělávání.[18]

Kompetence k řešení problémů pomáhá žákovi rozeznat problém a nalézt jeho řešení. Žák využívá různé zdroje informací pro řešení problému a zpětně hodnotí správnost svého řešení. Dochází tak k rozvoji kritického myšlení.[19]

---

[14] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 8 - 9. [cit. 2020-03-15].
[15] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 10. [cit. 2020-03-15].
[16] tamtéž
[17] tamtéž
[18] tamtéž
[19] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 11. [cit. 2020-03-15].

Kompetence komunikativní nerozvíjí pouze samotné komunikační schopností žáka, ale také jeho schopnost využívat informační a komunikační prostředky. Žák je schopen nalézt informace potřebné pro další komunikaci a kriticky zhodnotí, zda je informace pravdivá či nikoliv. Na základě těchto faktorů vytváří fungující společenské vztahy, ať už pracovní, či soukromé.[20]

Společenské vztahy pomáhá rozvíjet také kompetence sociální a personální. Při této kompetenci žák rozvíjí svou schopnost spolupracovat ve skupině i s pedagogem. Společně s pedagogem a ostatními žáky utvářejí klima třídy a nastavují pravidla práce kolektivu. Díky diskusi žák nabývá zkušenosti druhých lidí a učí se respektu k ostatním. Zároveň však poznává sám sebe a buduje vlastní sebedůvěru, která vede k pocitu sebeúcty.[21]

Kompetence občanská opět navazuje na předchozí kompetenci. Žák rozvíjí svou schopnost respektovat názory ostatních lidí, odmítá násilí, ať už fyzické či psychické, a zodpovědně dodržuje zákony a morální princip. Je si vědom tradic naší kultury a historického dědictví, které zachovává a ochraňuje. Totéž platí i o životním prostředí a ochraně svého zdraví i zdraví ostatních.[22]

Poslední klíčovou kompetencí, nikoliv však méně důležitou, popsanou v RVP ZV je kompetence pracovní. I zde nalezneme podobnost s předchozí kompetencí. Kompetence pracovní učí žáky dodržovat bezpečnost práce a to v jakémkoliv oboru. Žák získává potřebné informace pro zvolení budoucí profese, ať už podnikatelské, manuální či kognitivní.[23]

[20] tamtéž

[21] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 12. [cit. 2020-03-15].

[22] tamtéž

[23] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 13. [cit. 2020-03-15].

1.1.3 Vzdělávací oblasti

Aby byla zajištěna přehlednost vzdělávacího obsahu základního vzdělávání, je tento obsah rozčleněn do devíti vzdělávacích oblastí. Každá vzdělávací oblast obsahuje jeden nebo více vyučovacích oborů, které jsou si svým obsahem blízké. Jednotlivé vzdělávací oblasti se nazývají[24]:

- *„Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk, Další cizí jazyk)*
- *Matematika a její aplikace (Matematika a její aplikace)*
- *Informační a komunikační technologie (Informační a komunikační technologie)*
- *Člověk a jeho svět (Člověk a jeho svět)*
- *Člověk a společnost (Dějepis, Výchova k občanství)*
- *Člověk a příroda (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis)*
- *Umění a kultura (Hudební výchova, Výtvarná výchova)*
- *Člověk a zdraví (Výchova ke zdraví, Tělesná výchova)*
- *Člověk a svět práce (Člověk a svět práce)“*[25]

1.1.3.1 Vzdělávací oblast matematika a její aplikace

Povinný a minimální rámec učiva v RVP ZV upravuje vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Vzdělávací oblast klade důraz hlavně na samotnou aktivizaci žáků a praktické příklady z reálného života, které žákům usnadňují osvojení obsahu matematického vzdělávání. Kromě upevnění základních matematických pojmů a postupů se základní matematické vzdělávání soustřeďuje také na práci s výpočetní technikou, jako jsou kalkulátory či výpočetní softwary.[26]

Rámec matematického učiva základního vzdělávání je v RVP ZV popsán pro první a druhý stupeň zvlášť. V každém stupni je obsah vzdělávacího oboru rozpracován do čtyř tematických okruhů. Pro první stupeň to jsou: Číslo a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru a Nestandartní aplikační úlohy a problémy. Názvy tematických okruhů, pro druhý stupeň základního vzdělávání ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, se liší pouze u prvního tematického okruhu. Tematické okruhy

[24] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 14. [cit. 2020-03-15].

[25] tamtéž

[26] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 30. [cit. 2020-03-15].

druhého stupně zní následovně: Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandartní aplikační úlohy a problémy. Každý z tematických okruhů přesně definuje minimální očekávané výstupy formou výchovně – vzdělávacích cílů a výčtem povinného učiva.[27]

1.1.4 Školní vzdělávací program

Školní vzdělávací program je kutikulární dokument na školské úrovni. Je to závazný dokument, který si každá škola sestavuje sama na základě své vzdělávací politiky. Každý ŠVP musí mít pevně danou strukturu, uvedenou v RVP ZV na stranách 155 – 156.[28]

ŠVP je kolektivní dílo všech učitelů, protože jednotlivé učební plány sestavují sami učitelé. Tuto společnou práci koordinuje ředitelem pověřený koordinátor ŠVP, ovšem konečnou odpovědnost nese ředitel sám. ŠVP musí obsahovat přesný popis vzdělávací politiky dané školy, a to ve strukturálních položkách Zaměření školy a Výchovné a vzdělávací strategie. K vydání ŠVP i ke každé změně v ŠVP se musí vyjádřit školská rada dané školy.[29]

Při zpracovávání ŠVP se škola musí řídit přesně stanovenými zásadami uvedených v RVP ZV. *„Školní vzdělávací program:*

- *je zpracováván v souladu s RVP ZV podle stanovené struktury pro celé období základního vzdělávání nebo pro jeho část, tj. pro ročníky, ve kterých daná škola realizuje základní vzdělávání;*
- *zajišťuje rovnoprávný přístup k základnímu vzdělávání pro všechny žáky s povinností školní docházky a přihlíží k jejich vzdělávacím potřebám a možnostem;*
- *umožňuje realizaci diferencovaného a individualizovaného vyučování pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami (viz kapitola 8) i pro žáky nadané a mimořádně nadané (viz kapitola 9), pokud to vzdělávání těchto žáků vyžaduje;*
- *vytváří předpoklady pro realizaci vzdělávacího obsahu s ohledem na věkové zvláštnosti žáků a jejich individuální předpoklady, a tím pro postupné utváření a rozvíjení klíčových kompetencí;*
- *vede k naplňování cílů základního vzdělávání stanovením výchovných a vzdělávacích strategií na úrovni školy a k naplňování cílového zaměření vzdělávacích oblastí stanovením výchovných a vzdělávacích strategií na úrovni vyučovacích předmětů;*

[27] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 30 - 37. [cit. 2020-03-15].

[28] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 153 - 156. [cit. 2020-03-15].

[29] tamtéž

- *je zpracován tak, aby umožňoval učitelům rozvíjet tvořivý styl práce a neomezoval je při uplatnění případných časových i metodických odlišností, které vycházejí z konkrétních potřeb žáků a ze zkušeností učitelů s efektivními způsoby výuky.“*[30]

ŠVP je možné kdykoliv při jeho realizaci upravit. Provedené úpravy lze právně ošetřit několika způsoby. Jednak může být vydán nový ŠVP, obsahující dané úpravy, nebo může být sestaven dodatek k ŠVP s úpravami. Za každou úpravu ŠVP zodpovídá ředitel školy.[31]

[30] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 153. [cit. 2020-03-15].

[31] MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. s. 154. [cit. 2020-03-15].

2 Výukové metody

Definic výukových metod nalezneme v odborné literatuře několik. Josef Maňák a Vlastimil Švec ve své publikaci definují výukové metody jako: *„uspořádaný systém vyučovacích činností učitele a učebních aktivit žáků směřujících k dosažení výchovně – vzdělávacích cílů.“*[32] Otto Obst ve své Obecné didaktice vyslovuje tuto definici: *„Metodu výuky chápeme jako učitelem projektovaný model činnosti, který se realizuje vzájemnou interakci učitel – žák, při níž dochází k optimálnímu osvojení soustavy učiva žákem a k dosažení výukových cílů.“*[33] Další definici výukových metod nalezneme v Didaktice Matematiky 1 Bronislavy Růžičkové, která uvádí následující: *„Pojem vyučovací metoda obvykle chápeme jako způsob a cestu k dosažení cíle vyučování.“*[34] Všechny tři definice vyjadřují jinými slovy klíčovou podstatu výukových metod. Jedná se o prostředek k dosažení výchovně – vzdělávacích cílů, které stanovuje učitel. Činnost žáka zde ovšem nesmí být opomíjena. Bez ní by učitel výchovně – vzdělávacích cílů nedosáhl.

2.1 Klasifikace výukových metod

Ani při klasifikaci výukových metod nejsou autoři odborné literatury jednotni. V současnosti je nejvíce přijímána klasifikace výukových metod autorů Josefa Maňáka a Vlastimila Švece, kteří výukové metody rozdělují do tří skupin. Jedná se o Klasické výukové metody, Aktivizující metody a Komplexní výukové metody.[35]

Klasické výukové metody jsou dále členěny na Metody slovní, Metody názorně – demonstrační a Metody dovednostně – praktické. Mezi metody slovní řadí J. Maňák a V. Švec Vyprávění, Vysvětlování, Přednáška, Práce s textem a Rozhovor. Pro využití těchto vyučovacích metod je potřeba značná komunikační schopnost učitele. Zároveň ovšem dochází k rozvoji komunikačních schopností žáka. [36]

Jako metody názorně – demonstrační označují J. Maňák a V. Švec Předvádění a pozorování, Práci s obrazem a Instruktáž.[37] Názornost je v matematice velice důležitá, protože umožňuje žákům transformovat abstraktní pojmy do reálného života, což vede k většímu pochopení učiva.

[32] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 23
[33] OBST, Otto. *Obecná didaktika*. 2. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2017. ISBN 978-80-244-5141-1. s. 66
[34] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 81
[35] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 49
[36] tamtéž
[37] tamtéž

Metody dovednostně – praktické jsou již více zaměřeny na samotnou činnost žáka. Jedná se o Napodobování; Manipulování, laborování a experimentování; Vytváření dovedností a Produkční metody.[38]

Z výše zmíněného lze vypozorovat, že Klasické výukové metody J. Maňáka a V. Švece odrážejí ve své hierarchii klasický styl učení. Žákům je nejprve učivo vysvětleno učitelem, názorně – demonstračními metodami je učivo přiřazeno k reálné situaci a následně získávají žáci s učivem vlastní zkušenost.

Aktivizující metody J. Maňáka a V. Švece obsahují: Metody diskuzní, Metody heuristické, Řešení problémů, Metody situační, Metody inscenační a Didaktické hry.[39] Tyto metody předpokládají vlastní iniciativu žáků a jejich chuť k učení. Opouští od tradičního způsobu vyučování a kladou důraz na aktivitu žáka, který na základě vlastního úsilí daný problém vyřeší.[40] Tyto metody jsou ovšem časově náročné a proto stále nedochází k jejich hojnému využití při výuce.

Velmi obsáhlou kategorií jsou komplexní výukové metody, které zahrnují čtrnáct výukových metod. Jedná se o Frontální výuku; Skupinovou a kooperativní výuku; Partnerskou výuku, individuální a individualizovanou výuku, samostatnou práci žáků; Kritické myšlení, Brainstorming, Projektovou výuku, Výuku dramatem, Otevřené učení, Učení v životních situacích, Televizní výuku, Výuku podporovanou počítačem, Sugestopedii a superlearning, Hypnopedii.[41] Tato kategorie není pouze obsáhlá, ale taky složitá, protože bortí pevně daný pedagogický systém. Dochází zde k propojení či dokonce k sjednocení forem výuky, metod výuky a dalších dílčích částí pedagogického systému. Při realizaci se jedná o celek výukových metod, forem výuky, didaktických prostředků a dalších útvarů, které vedou ke zvolenému výchovně – vzdělávacímu cíli.[42]

[38] tamtéž
[39] tamtéž
[40] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 105
[41] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 49
[42] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 131

2.2 Volba výukové metody

Učitel má při výkonu svého povoláno na výběr z pestré škály výukových metod. V rámci jedné vyučovací jednotky může využít libovolný počet výukových metod a zpestřit tak výuku sobě i žákům ve třídě. Střídání výukových metod je pro učitele velice potřebné. Pokud tak nebude činit, dojde u něj k rutinnímu výkonu své profese. Tato skutečnost může vést ke dvěma důsledkům. Za prvé může dojít ke ztrátě autority u žáků, za druhé může se dostavit syndrom vyhoření, který je u učitelů poměrně častý.[43]

Volba výukových metod pro výuku je plně věcí učitele. Ovšem musí dbát na to, aby zvolil metody správné, které budou zaručenou cestou ke splnění výchovně – vzdělávacího cíle. Jedním z nejzákladnějších pravidel pro volbu výukových metod je prostý selský rozum. Učitel by měl mít cit pro to, kterou metodu zvolí. Aby nedocházelo k nejistotě učitele, nalezneme v odborné literatuře přesná kritéria pro volbu výukových metod:[44]

1. *„Zákonitosti výukového procesu, a to obecné i speciální (logické, psychologické, didaktické).*
2. *Cíle a úkoly výuky, vztahující se zejména k práci, interakci, jazyku.*
3. *Obsah a metody daného oboru zprostředkovaného konkrétním vyučovacím předmětem.*
4. *Úroveň fyzického a psychického rozvoje žáků, jejich připravenost zvládat požadavky učení.*
5. *Zvláštnost třídy, skupiny žáků, např. hoši – dívky, různá etnika, formální a neformální vztahy v kolektivu.*
6. *Vnější podmínky výchovně – vzdělávací práce, např. geografické prostředí, společenské prostředí, hlučnost okolí, technická vybavenost školy atd.*
7. *Osobnost učitele, jeho odborná a metodická vybavenost, zkušenosti, pedagogické mistrovství atd.“*[45]

Uvedená kritéria pro volbu výukových metod jsou plně v souladu s výchovně – vzdělávacími cíli základního vzdělávání uvedených v RVP ZV. Důležitým kritériem pro volbu výukových metod je také čas. Učitel má pro výuku daného učiva omezenou časovou dotaci, tudíž musí uvážlivě volit takové výukové metody, které nerozhodí jeho plány. Dále musí pamatovat na fakt, že dvě paralelní třídy nejsou stejné. V každé třídě je jiný kolektiv,

[43] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 50
[44] tamtéž
[45] tamtéž

jiné osobnosti a fakt, že zvolené metody fungují v jedné třídě, nemusí nutně znamenat, že budou fungovat i ve vedlejší třídě.[46]

Volba výukových metod je složitý proces. Naprosto nutným požadavkem na osobnost učitele je trpělivost a nadšení pro výuku. Ne vždy volba výukových metod pro danou vyučovací jednotku funguje. Učitel nesmí propadat depresi a zkoušet stále jiné a nové metody, které by fungovaly lépe. Pokud ztratí elán, dostaví se velmi brzy syndrom vyhoření.[47]

2.3 Specifikace výukových metod v matematice

Klasický model výukových metod z obecné didaktiky lze plně využít ve všech předmětech, včetně matematiky. Matematika je ovšem specifický předmět, který od žáků vyžaduje značnou míru aktivity a logického myšlení. Ovšem v současnosti je výuka matematiky rozdvojena na výuku klasickou, pro kterou je základní metodou problémové vyučování, a výuku Hejného metodou.

2.3.1 Problémové vyučování

V klasické výuce matematiky je řešení problémů neboli problémové vyučování nejzákladnější metodou.[48] Jedná se o metodu, kterou J. Maňák a V. Švec ve své klasifikaci výukových metod zařadili mezi výukové metody aktivizující.[49]

V rámci vyučovacího předmětu Matematika definuje Bronislava Růžičková ve své Didaktice matematiky 1 problémové vyučování jako: *„takový systém vyučování, kdy žák samostatným zkoumáním dané problémové situace, formulací a řešením úloh pochopí a tvoří matematické pojmy, postupy a řeší problémy.“*[50] Důležitá je zde aktivita žáka, která je učitelem usměrňována tak, aby vedla k vyřešení problémů či pochopení pojmů a postupů.[51]

Problémové vyučování v matematice obsahuje tři složky: problémový přístup, problémová situace a matematizace reálných situací. Problémovým přístupem jsou žáci vedeni k tomu, aby ke smyslu definic, vět a pojmů dospěli sami. Učitel stanoví daný problém, ovšem k jeho řešení musí žáci dospět vlastní činností.[52]

---

[46] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 50 - 51

[47] tamtéž

[48] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 84

[49] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 49

[50] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 84

[51] tamtéž

[52] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 85

Problémovou situací rozumíme matematickou situaci, která je v daném okamžiku aktuální. Na základě této situace žáci s pomocí sestavují učební úlohy, které následně řeší.[53]

K propojení teorie s praxí slouží matematizace reálných situací. Úlohy jsou koncipovány tak, aby žák po jejím vyřešení přišel na využití matematiky v reálném životě. Žáci si tak uvědomí důležitost matematiky pro život a zjistí, že je bude matematika provázet celý život.[54]

Problémové vyučování zahrnuje tři výukové metody. Jedná se o badatelskou metodu, heuristickou metodu a metodu problémového výkladu. Badatelskou metodou žáci přichází na řešení matematických problémů. Při této činnosti jsou korigováni učitelem, který sleduje správnost postupu. Žáci sice objevují postupy již objevené vědci, ovšem dochází tak ke snadnějšímu ukotvení učiva.[55] *„Základními etapami badatelské metody jsou vyčlenění neznámých faktů (tzv. jádro problému), upřesnění a formulace problému, vyslovení hypotéz, sestavení plánu bádání, realizace badatelského plánu, formulace výsledků a ocenění významu nově získaných poznatků a možnosti jejich použití.“*[56]

Při realizaci heuristické metody stoupá role učitele ve výuce. Stále je vyžadována aktivita žáků, která vede k řešení problémů, ovšem učitel proces řešení člení na několik dílčích úkolů. Učitel žáky navádí různými otázkami k řešení problému. Výuka touto metodou zabírá mnohem méně času, než metoda badatelská a je také ve výuce matematiky běžnější.[57]

Problémový výklad je nejběžnější metodou ve výuce matematiky. Učitel výkladem poukazuje na jednotlivé metody vedoucí k nalezení řešení dané problematiky. Žáci tak na poznatky přicházejí sami, ale proces bádání je podstatně kratší a více usměrňován učitelem, než u předchozích dvou metod.[58]

---

[53] tamtéž

[54] tamtéž

[55] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 85 – 86

[56] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 85

[57] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 86

[58] tamtéž

2.3.2 Hejného metoda matematiky

Při výuce matematiky Hejného metodou žáci sami a s radostí objevují matematiku. Metoda definuje dvanáct principů, které musejí být při výuce matematiky dodržovány. Jsou to: budování prostředí, práce v prostředí, prolínání témat, rozvoj osobnosti, skutečná motivace, reálné zkušenosti, radost z matematiky, vlastní poznatek, role učitele, práce s chybou, přiměřené výzvy a podpora spolupráce.[59]

Budování schémat nese podtitul: dítě ví i to, co jsme ho neučili. Každý člověk má vžitá určitá schémata, která nevědomky dodržuje. Může se jednat o cokoliv, například o schéma navštěvovaných obchodů. A přesně toho využívá Hejného metoda. Z jednotlivých matematických pojmů a jevů si žáci vytváří schéma, které dokáží využít jednak při výuce, jednak při praxi.[60]

Práce v prostředí, s podtitulem učíme se opakovanou návštěvou, přenáší učivo do několika prostředí, které jsou pro žáky atraktivní a navozují pocit hry. Žáci se při výuce opakovaně vracejí k matematickým jevům různých obtížností, což rozšiřuje možnost uchopení učiva. Atraktivitu jednotlivých prostředí zaručuje fakt, že některá prostředí jsou z reálného života a žáci je denně prožívají.[61]

Smysl prolínání témat přesně vysvětluje podtitul principu, který zní: matematické zákonitosti neizolujeme. Učivo je žákům předkládáno ve známém schématu, což vede k propojení jednotlivých pojmů a jevů v matematice.[62]

Čtvrtým principem Hejného metody je rozvoj osobnosti. Metoda je koncipována tak, aby žáci sami poznali základní principy společenského chování a respektu k názorům ostatních lidí. Žák poznává sám sebe a dochází u něj k rozvoji schopnosti diskuze.[63]

Skutečnou motivací je míněna motivace vnitřní. Ta je zaručena klimatem ve třídě, radostí z úspěchu a samotnými učebními úlohami, které jsou koncipovány zábavnou formou. Motivace tak není daná známkou, ale vlastní zkušeností žáka.[64]

Veškeré učební úlohy jsou sestaveny na principu reálné zkušenosti. Opírají se o již získané a prožité zkušenosti žáků, což vede k lepší představě dané problematiky. Řešení úloh

---

[59] 12 klíčových principů. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy

[60] Budování schémat: dítě ví i to, co jsme ho neučili. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy /budovani-schemat

[61] Práce v prostředích: učíme se opakovanou návštěvou. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prostredi

[62] Prolínání témat: matematické zákonitosti neizolujeme. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prolinani-temat

[63] Rozvoj osobnosti: Podporujeme samostatné uvažování dětí. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/rozvoj-osobnosti

[64] Skutečná motivace: když „nevím“, a „chci vědět“. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/motivace

je klíčovým prostředkem v matematice, protože tak žáci sami získávají matematické zkušenosti, které se nedají předat, ale dají se pouze získat.[65]

Dalším principem Hejného metody je radost z matematiky. Ta je daná samotnou podstatou této metody. Pocit radosti z matematiky vytváří hlavně vnitřní motivaci, která je také principem Hejného metody.[66]

Pro samotné objevování matematiky je důležitý vlastní poznatek. Na základě tohoto principu jsou koncipovány i učební úlohy, díky kterým žáci vlastní poznatek získají. Vlastní poznatek pomáhá žákům k lepšímu uchopení učiva.[67]

Zcela odlišná je v Hejného metodě role učitele. Výklad učitele zde není žádoucí. Učitel hodinu organizuje, to znamená, že zadává práci a řídí diskuze mezi žáky. Učivo žáci buď pochopí sami na základě úloh, nebo jim je vysvětleno spolužáky. Velmi žádoucí je diskuze, ve které se celý kolektiv třídy shodne na konkrétním matematickém poznatku.[68]

Důležitým principem v Hejného metodě je práce s chybou. Chyba je vnímána jako žádoucí prostředek, díky kterému dochází k učení. Chybu neodhaluje učitel, ale buď sám žák, nebo třída. Hledáním chyby žák sám více proniká do problematiky.[69]

Princip přiměřené výzvy zajišťuje různé úrovně obtížnosti učební úlohy tak, aby se jednotliví žáci mohli rozvíjet podle svých možností. Každého žáka s různým stupněm nadání pro matematiku motivuje vlastní úspěch a uznání okolí. Musí mít proto šanci k úspěchu a uznání dospět.[70]

Schopnost spolupráce je dovednost potřebná pro celý život. I přes to, že Hejného metoda podporuje její rozvíjení, poukazuje na skutečnost, že každý žák je jedinečný a nemusí mu práce ve skupině vyhovovat. Žák by proto měl mít možnost volby, která by mu zaručovala komfortní podmínky pro práci.[71]

---

[65] Reálné zkušenosti: stavíme na vlastních zážitcích dítěte. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/realne-zkusenosti

[66] Radost z matematiky: výrazně pomáhá při další výuce. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/radost

[67] Vlastní poznatek: má větší váhu než ten převzatý. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/vlastni-poznatek

[68] Role učitele: průvodce a moderátor diskusí. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/role-ucitele

[69] Práce s chybou: předcházíme u dětí zbytečnému strachu. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prace-s-chybou

[70] Přiměřené výzvy: pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/primerenost

[71] Podpora spolupráce: poznatky se rodí díky diskusi. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/spoluprace

3 Slovní úlohy v matematice

Slovní úlohy jsou definovány jako text popisující určitý problém, který má být vyřešen pomocí matematických operací.[72] Slovní úlohy v matematice doprovázejí žáky po celou dobu vzdělávání. Jedná se o úlohy, jejichž zadání je vyjádřeno slovně. Slovní zadání matematické úlohy se dá zformulovat pro jakékoliv učivo napříč ročníky.[73]

Slovní úlohy vyžadují velkou pozornost žáků. Při prvním čtení zadání žák nemusí pojmout veškeré informace ze zadání a musí si jej přečíst znovu. Postupem času se bude jeho pozornost díky nabytým zkušenostem zvětšovat. Totéž platí i o představivosti žáka. Slovní zadání bývá pro žáky často abstraktní. Pomocí myšlenkových map a schémat dochází k odstranění abstraktního rázu úlohy a rozvoji představivosti a myšlení žáka. Díky těmto faktům dochází také k prohloubení znalostí žáka a automatizaci základních matematických pojmů a dovedností. Slovní úlohy bývají většinou úlohy z reálného života. Dochází tak k propojení matematiky jako vyučovacího předmětu a praxe. Některé slovní úlohy mohou mít také výchovný charakter, ať už z hlediska morálního, environmentálního či jiného hlediska.[74]

3.1 Řešení slovních úloh

V učebnicích pro základní školy nalezneme dva typy slovních úloh, a to slovní úlohy jednoduché a slovní úlohy složené. Tyto typy slovních úloh se liší počtem potřebných početních operací k získání řešení dané úlohy. Pro výpočet jednoduché slovní úlohy žák nepotřebuje více než jednu potřebnou operaci. Pro vyřešení slovní úlohy složené žák musí využít více než jednu početní operaci. Jednotlivými výpočty řeší dílčí problémy, které ho dovedou ke konečnému řešení slovní úlohy. Složené slovní úlohy lze řešit dvěma metodami, metodou analytickou a metodou syntetickou. V praxi se ovšem využívá kombinace těchto metod.[75]

Metodou analytickou žák odpovídá na otázky, které mu pomáhají k vyřešení dané úlohy. Příklady takových otázek jsou otázky: Co vlastně má žák vypočítat?, Zná všechny údaje potřebné k výpočtu?, Kolik výpočtů bude muset provést?. Postupným zodpovězením

[72] *Improving Word Problem Performance in Elementary School Students by Enriching Word Problems Used in Mathematics Teaching.* [online]. University of Turku, 2016 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/291119012_Improving_Word_Problem_Performance_in_Elementary_School_Students_by_Enriching_Word_Problems_Used_in_Mathematics_Teaching. Research. University of Turku.

[73] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 3

[74] tamtéž

[75] tamtéž

daných otázek by měl dospět k vyřešení úlohy. Pokud se tak nestane, je nutné, aby žák své otázky přeformuloval, případně doplnil o další dílčí otázky.[76]

Při využití metody syntetické si žák neklade analytické otázky, ale rovnou vytváří dílčí jednoduché úlohy, které postupně řeší. Vyřešení dílčí úlohy ho následně přivedou k celkovému řešení úlohy.[77]

Studie Univerzity v Turku, která se nachází v Helsinkách, uvádí ještě jeden typ slovních úloh a to *„non-routine word problems requiring the use of realistic considerations."*[78] Tyto slovní úlohy vyžadují znalost reálných situací. Žáci musí svůj výpočet upravit tak, aby byl proveditelný i v praktickém životě. Například pokud mají žáci vypočítat kolik aut je potřeba k převozu 15 lidí za předpokladu, že v jednom autě pojedou 4 osoby, výsledný počet aut bude 3,75. Žáci si zde musí uvědomit, že takový počet aut je v praktickém životě nereálný. Na cestu se nemůže vydat pouze 0,75 auta, ale vždy auto celé. Proto bude výsledná odpověď znít takto: K převozu 15 lidí potřebujeme 4 auta.[79]

3.1.1 Fáze řešení slovních úloh

Pro větší přehlednost postupu výpočtu slovních úloh je dobré rozdělit žákům proces výpočtu do několika fází. Kolektiv autorů v čele s Růženou Blažkovou rozčleňuje řešení slovních úloh do sedmi fází. Jsou to *„porozumění textu, rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy, matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy, provedení odhadu výsledku, řešení matematické úlohy, zkouška správnosti a odpověď na otázku slovní úlohy."*[80]

Porozumění textu je základem pro výpočet slovní úlohy. K porozumění textu slovní úlohy přispívá několik faktorů. Tím prvním je délka textu slovní úlohy. Pokud je příliš dlouhý, je přirozené, že žák se v zadání ztrácí a musí jej číst několikrát za sebou. Dalším faktorem ovlivňující porozumění zadání slovní úlohy je zápis číselných údajů. Pro žáky je

---

[76] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 3 – 4

[77] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 4

[78] *Improving Word Problem Performance in Elementary School Students by Enriching Word Problems Used in Mathematics Teaching.* [online]. University of Turku, 2016 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/291119012_Improving_Word_Problem_Performance_in_Elementary_School_Students_by_Enriching_Word_Problems_Used_in_Mathematics_Teaching. Research. University of Turku.

[79] tamtéž

[80] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 5 – 6

velký rozdíl, jestli je daný údaj napsaný slovně, tedy číslovkou, nebo číslicí. Větší přehlednost zaručuje zápis číselných údajů číslicí.[81]

Ve fázi rozboru žák analyzuje zadání slovní úlohy. Zjišťuje, zda se s podobnou problematikou již setkal, jestli má potřebné vědomosti a informace k vyřešení úlohy a jaké jsou vztahy mezi jednotlivými údaji v zadání. Pro tuto fázi výpočtu se běžně využívá grafické znázornění, které žákovi pomáhá uvědomit si, co má vlastně počítat. To ovšem platí za předpokladu, že žák své grafické znázornění provede správně.[82]

Dalším krokem ve výpočtu slovních úloh je matematizace reálné situace. Jedná se o náročnou fázi, při které musejí žáci převést vztahy mezi údaji ze slovního zadání na matematický zápis. Tato dovednost je získaná neustálým zařazováním slovních úloh ve vyučovacích jednotkách a vyžaduje správné čtení a porozumění matematických zápisů.[83]

Odhad výsledku řešení je důležitý nejen pro řešení slovních úloh, ale také pro rozvoj logického myšlení a představivosti. Žák odhaduje nejen správný výsledek, ale také určuje jednotky fyzikálních veličin.[84]

V další fázi již žák přistupuje k samotnému řešení slovní úlohy. K tomu je potřebné, aby žák dokázal rozeznat, který postup má použít. Náročnost slovní úlohy určujeme právě podle algoritmu řešení. Pokud žák neovládá rovnice či soustavy rovnic, které bývají nejčastější metodou řešení slovních úloh, nemá šanci úlohu vyřešit.[85]

Fáze řešení slovních úloh, na kterou se často zapomíná, je provedení zkoušky správnosti. Tím není myšleno pouze kontrola výsledku výpočtu, ale také to, zda získaný výsledek odpovídá tomu, nač se slovní úloha ptá. Zpětná kontrola vede ke snížení chybovosti žáka a také lepší pochopení problematiky žákem. Žák tak získává pozitivní, tedy vnitřní motivaci a sebedůvěru v matematice.[86]

Posledním krokem v řešení slovních úloh je slovní odpověď. Odpověď musí být formulovaná tak, aby přesně odpovídala na otázku slovní úlohy. Pokud se v zadání slovní úlohy nachází více otázek, musí žák slovně odpovědět na každou z nich.[87]

---

[81] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 6

[82] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 6 – 10

[83] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 10

[84] tamtéž

[85] BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4. s 11

[86] tamtéž

[87] tamtéž

3.2 Mezipředmětové vztahy a slovní úlohy

Současné školství klade velký důraz na propojenost předmětů, která zajišťuje ucelený rámec učiva na základní škole. Matematika je přírodovědný předmět, tudíž je logické, že se v praxi daří matematiku propojit především s dalšími mezipředmětovými předměty, jako jsou fyzika, chemie, přírodopis a zeměpis.[88]

Slovní úlohy jsou pro splnění mezipředmětových vazeb ideálním prostředkem. Žák musí prokázat základní dovednosti v oblasti práce s textem. Také musí být schopen přesně zformulovat stručnou slovní odpověď na danou otázku. Z toho vyplývá, že slovní úlohy jsou ideální pro mezipředmětové vztahy matematiky a českého jazyka.[89]

Zadání slovní úlohy může učitel koncipovat tak, aby úloha měla historický charakter. Žáci mohou počítat, kolik kamenů starověcí Egypťané potřebovali na stavbu jedné pyramidy, kolik let mohla taková stavba trvat a mnohé další úlohy s historickou tématikou. Dochází zde k rozšíření možností mezipředmětových vztahů matematiky a dějepisu, protože obvykle se uvádí jako propojení matematiky a dějepisu pouze číselná osa a práce s grafy.[90]

Jako nejideálnější příklad mezipředmětových vztahů mezi matematikou a chemií jsou slovní úlohy o roztocích a směsích. Tyto úlohy žáci na základní škole probírají jednak v matematice a také v chemii. Učivu je tak věnována maximální pozornost a žáci získávají dostatek času k jeho uchopení.

K propojení matematiky se zeměpisem jsou nejideálnějším prostředkem úhly a výpočet jejich velikostí. Slovní úlohy dávají učitelům opět širší pole působnosti. Učitelé mohou do zadání slovní úlohy zakomponovat práci s mapou a měření skutečné vzdálenosti. Mohou také vytvořit slovní úlohy týkající se počtu obyvatel v jednotlivých státech.[91]

Také přírodopis nabízí široké pole možností pro zadání slovní úlohy. Hojně rozšířené jsou příklady na rychlost jednotlivých zvířat či člověka. Časté jsou také slovní úlohy, které se ptají na celkový počet končetin zvířat v přesně dané skupině.

Dalším příkladem mezipředmětových vztahů jsou slovní úlohy o pohybu. Zde dochází k propojení matematiky a fyziky. Toto učivo je probíráno v obou předmětech, což dává žákům větší možnost uchopení učiva. Z vlastní zkušenosti vím, že i přes tento fakt mají žáci s učivem problém. Proto jej rozeberu podrobněji.

[88] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 26

[89] RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2. s. 27

[90] tamtéž

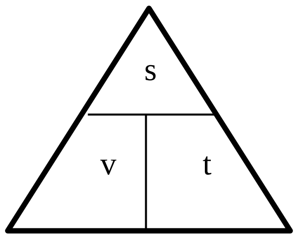
[91] tamtéž

3.2.1 Slovní úlohy o pohybu

Pro výpočet slovních úloh o pohybu se využívá vzorec, který žáci většinou již znají z fyziky. Jedná se o vzorec pro výpočet průměrné rychlosti $v = \frac{s}{t}$, kde v je průměrná rychlost, s je ujetá dráha a t je čas, za který daný subjekt dráhu ujede.

Prvním úskalím pro výpočet slovních úloh o pohybu je znalost jednotek a jejich převodů všech tří fyzikálních veličin. Průměrná rychlost je uváděna v kilometrech za hodinu (km/h) nebo v metrech za sekundu (m/s), dráha v kilometrech (km) či metrech (m) a čas je uváděn v hodinách (h) nebo sekundách (s). Při výpočtu si žák musí dávat pozor, aby jednotky všech tří fyzikálních veličin spolu korespondovaly. To znamená, pokud bude žák počítat průměrnou rychlost, která má vyjít v km/h, musí být při výpočtu dráha uvedena v kilometrech a čas v hodinách. Pokud bude počítat rychlost v m/s, musí být dráha uvedena v metrech a čas v sekundách. Žáci proto musí být upozorněni na fakt, že pokud dané jednotky nejsou v požadovaném tvaru, musejí být převedeny.

Dalším úskalím slovních úloh o pohybu je vyjádření neznámé ze vzorce. Pokud žáci mají vypočítat jinou veličinu než průměrnou rychlost, musí být vzorec upraven, což žákům může činit problém. Zde se nejčastěji používá pyramidový systém. Žák po zakrytí veličiny, kterou má vypočítat uvidí, v jakém tvaru bude hledaný vzorec. Například pokud bude úkolem žáka vypočítat dráhu, jejíž vzorec se využívá nejčastěji, zakryje v pyramidě písmeno s. Tím zjistí, že veličiny v a t jsou vedle sebe ne pod sebou. To znamená, že mezi v a t bude operace násobení.



Obrázek 1 Pyramidový systém pro průměrnou rychlost

Slovní úlohy o pohybu rozlišují dva typy pohybu. Tím prvním je pohyb za sebou neboli úlohy na střetnutí. Úlohy jsou koncipovány tak, že vždy rychlejší objekt dohání pomalejší objekt. Druhým typem pohybu je pohyb proti sobě neboli na střetnutí. V tomto typu úloh vyjedou objekty proti sobě ve stejný nebo jiný čas a žáci řeší, kdy se objekty střetnou nebo se budou míjet. Řešení obou typů úloh vysvětlím na příkladech, které jsou ze sbírky Oldřicha Odvárka a Jiřího Kadlečky.

3.2.1.1 Řešení slovních úloh o pohybu za sebou

Příklad: *„Pavlína šla na výlet po turistické cestě průměrnou rychlostí 4 km/h. Libor za ní vyšel o hodinu později a spěchal rychlostí 7 km/h. Kolik kilometrů Libor ujde, než Pavlínu dohoní?"*[92]

Prvním krokem pro výpočet této slovní úlohy je zapsání všech údajů do tabulky. Žák tak získá přehledný výčet údajů ze zadání a zjistí, jakou veličinu má vlastně vypočítat.

	dráha	rychlost	čas
Pavlína	s_1	4 km/h	t
Libor	s_2	7 km/h	$t-1$

Tabulka 1 výpis údajů ze zadání příkladů

Kromě dráhy je zde neznámý také čas. Úloha je tedy složená a nepůjde vyřešit jednou početní operací. Jako první vypočítám časy, za které Pavlína a Libor dráhu urazí. Pro tento výpočet je nutné si uvědomit, že ve chvíli, kdy Libor Pavlínu dohoní, urazí oba stejnou dráhu. Proto platí $s_1 = s_2$.

Jak jsem již odvodila výše z pyramidového systému, vzorec pro dráhu zní: $s = v \cdot t$. V tomto případě jsou dva objekty výpočtu, proto tyto vzorce budou dva, $s_1 = v_1 \cdot t_1$ pro Pavlínu a $s_2 = v_2 \cdot t_2$ pro Libora. Jelikož se jejich dráhy rovnají, platí: $v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$. Nyní dosadím do tohoto vztahu údaje ze zadání.

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$$
$$4 \cdot t = 7 \cdot (t-1)$$
$$4t = 7t - 7$$
$$4t - 7t = -7$$
$$-3t = -7 \qquad /(-3)$$
$$t = \frac{7}{3}\ h$$

Jelikož zadaná rychlost je v km/h, tak i výsledný čas je v hodinách. Tímto výpočtem jsme zjistili, že Pavlína ujde trasu za $\frac{7}{3}$ hodiny. Zadání slovní úlohy se ale ptá na dráhu Libora. K tomu potřebuji vědět, za jak dlouho tuto dráhu ujde. Ze zadání vyplynulo, že Liborův čas vypočítám jako $t-1$. Jelikož t je čas Pavlíny, který jsem již vypočítala, stačí tento údaj do vtahu dosadit. $\frac{7}{3} - 1 = \frac{4}{3}\ h$. Nyní mám všechny údaje, pro výpočet dráhy Libora.

[92] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Pracovní sešit z matematiky: soubor úloh pro 8. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-437-7. s 84

$$s_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$s_2 = 7 \cdot \frac{4}{3}$$

$$s_2 = \frac{28}{3}$$

$$s_2 = 9,\overline{33}\ km$$

Abych ověřila správnost výpočtu, dosadím oba mé výpočty pro Libora do vzorce pro výpočet průměrné rychlosti. Zjistím tak, zda vypočítaná průměrná rychlost bude souhlasit se zadanou průměrnou rychlostí Libora. Pokud ano, výpočty jsou správné. Pro snadnější výpočet využiji oba výpočty ve tvaru zlomku.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{\frac{28}{3}}{\frac{4}{3}}$$

$$v = \frac{28}{4}$$

$$v = 7\ km/h$$

Vypočítaná rychlost odpovídá rychlosti zadané, tudíž je výsledek správný. Nyní již zbývá jen zformulovat odpověď. Libor ujede $9,\overline{33}$ kilometrů, než Pavlínu dohoní.

3.2.1.2 Řešení slovních úloh o pohybu proti sobě

Příklad: *„Holubovi z Plzně se telefonicky dohodli s Vrázovými z Tábora, že v neděli společně navštíví hrad Orlík, zámek v Březnici a muzeum Jakuba Jana Ryby v Rožmitále pod Třemšínem. Vrázovi vyjeli z Tábora v 9 hodin a jedou průměrnou rychlostí 60 km/h. Holubovi vyjeli z Plzně také v 9 hodin a jedou průměrnou rychlostí 80 km/h. Vypočítej, v kolik hodin se rodiny potkají.“*[93] Vzdálenost mezi Plzní a Táborem je 112 km.[94] Kolik kilometrů každá rodina ujede?

Prvním krokem je i zde zapsání údajů do tabulky.

	dráha	rychlost	čas
Holubovi	s_1	60 km/h	t
Vrázovi	s_2	80 km/h	t

[93] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Pracovní sešit z matematiky: soubor úloh pro 8. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-437-7. s 84 – 85

[94] tamtéž

Tabulka 2 výpis údajů ze zadání příkladů

Rozdíl oproti předchozí úloze je hlavně v tom, že dráha uvedených objektů není stejná. Víme ovšem vzdálenost od obou výchozích bodů. Ve chvíli, kdy se obě rodiny setkají, součet jejich drah bude roven celkové dráze, tedy $s = s_1 + s_2$. Dále víme, že obě rodiny vyjely ve stejný čas, což znamená, že i čas, za kterou každá rodina ujede svou dráhu, bude stejný. Nyní dosadím do vzorce všechny informace ze zadání.

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2$$

$$112 = 60t + 80t$$

$$112 = 140t$$

$$t = 0{,}8\ h$$

Výsledek ověřím následujícím způsobem. Vypočítaný čas dosadím do rovnice $112 = 60t + 80t$. Pokud dojde k rovnosti, výsledek je správný. Pokud k rovnosti nedojde, výsledek je chybný.

$$112 = 60 \cdot 0{,}8 + 80 \cdot 0{,}8$$

$$112 = 48 + 64$$

$$112 = 112$$

Zkouška potvrdila, že výsledek je správný. Otázka slovní úlohy ale zní, v kolik hodin se setkají, což vypočítám následovně. Jako první převedu 0,8 hodin na minuty. $0{,}8 \cdot 60 = 48$ minut. Nyní k 9 hodinám přičtu 48 minut. Odpověď na otázku tedy zní: Rodiny se setkají v 9 hodin a 48 minut.

Nyní vypočítám, kolik kilometrů ujedou jednotlivé rodiny.

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$

$$s_1 = 60 \cdot 08$$

$$s_1 = 48\ km$$

Holubovi ujedou 48 kilometrů.

$$s_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$s_2 = 80 \cdot 08$$

$$s_2 = 64\ km$$

Vrázovi ujedou 64 kilometrů.

3.2.1.3 Slovní úlohy o pohybu řešené soustavou rovnic

Slovní úlohy o pohybu jsou řešitelné také soustavami rovnic. Toto řešení ukáži na předchozím příkladu.

Ze zadání plyne, že pro obě rodiny máme dva neznámé údaje, dráhu a čas. Dráhu rodiny Holubových označím jako x a dráhu rodiny Vrázových označím jako y. Abych mohla využít soustavu dvou rovnic, musím mít pouze dvě proměnné. Pro zapsání času u obou rodin využiji vzorec pro výpočet času $t = \frac{s}{v}$. Dosazením do tohoto vzorce zjistím, že čas rodiny Holubových je $x: 60$ a čas rodiny Vrázových je $y: 80$.

	dráha	rychlost	čas
Holubovi	x	60 km/h	$x: 60$
Vrázovi	y	80 km/h	$y: 80$

Tabulka 3 výpis údajů ze zadání příkladů

Nyní musím sestavit dvě rovnice. Tou první je $112 = x + y$. Ve chvíli, kdy se rodiny setkají, budou na cestě stejně dlouho. Tudíž platí $x: 60 = y: 80$. Tím jsem získala dvě rovnice o dvou neznámých a mohu použít soustavu rovnic.

$$112 = x + y$$
$$x: 60 = y: 80 \quad /\cdot 240$$

$$112 = x + y \rightarrow x = 112 - y$$
$$4 \cdot x = 3 \cdot y$$

$$4 \cdot (112 - y) = 3 \cdot y$$
$$448 - 4y = 3y$$
$$448 = 7y$$
$$y = 64\ km$$

$$x = 112 - y$$
$$x = 112 - 64$$
$$x = 48\ km$$

Čas obou rodin získáme dosazením do vztahů uvedených v tabulce. Čas rodiny Holubových vypočítám jako $x: 60 = 48: 60 = 0{,}8\ h$. Čas rodiny Vrázových vypočítám jako $y: 80 = 64: 80 = 0{,}8\ h$.

Výsledky drah a času obou rodin odpovídají výsledkům získaných pomocí lineárních rovnic. Oba tyto způsoby tedy lze využít pro slovní úlohy o pohybu.

4 Dotazník

V rámci výzkumu jsem vytvořila krátký dotazník pro učitele matematiky druhého stupně základních škol. Pro jeho výrobu jsem použila online službu Formuláře Google[95], ve které jsem sestavila dotazník obsahující devět otázek. Kromě první otázky, která se ptá na název školy, byly všechny ostatní otázky povinné.

Dotazník jsem rozeslala e-mailem do 25 základních škol v Olomouci a do 25 základních škol v Ostravě. Neposílala jsem jej přímo učitelům, ale ředitelům škol s prosbou o účast ve výzkumu k diplomové práci a o odeslání dotazníku učiteli, který dané téma vyučuje. Počet škol jsem určila na základě vyhledávání v Rejstříku škol a školských zařízení Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy. V tomto rejstříku je zapsáno 29 základních škol v Olomouci a 79 základních škol v Ostravě. Po vyloučení škol s alternativním školstvím a škol pouze s prvním stupněm, jsem došla k celkovému počtu 25 základních škol v Olomouci vhodných pro provedení výzkumu. Abych dosáhla stejného počtu škol v Ostravě i Olomouci, musela jsem z ostravských škol vybrat pouze odpovídající vzorek. Zaměřila jsem se proto na 25 školy v okolí mého bydliště, tj. Staré Bělé.

Sběr výsledků dotazníků trval dva měsíce. Po uplynutí této doby bylo sice stále možné, aby respondenti dotazník vyplnili, ovšem nikdo už tak neučinil. Počet respondentů, kteří vyplnili dotazník, se tak ustálil na počtu 10 v Olomouci a 15 v Ostravě. Všem školám v Olomouci i v Ostravě, které se zúčastnily výzkumu a jejich respondentům, kteří dotazník vyplnili, touto cestou děkuji za ochotu a čas, který věnovali vyplnění dotazníku.

4.1 Cíl dotazníku

Cílem mého dotazníku je porovnat, jakým způsobem se liší výuka slovních úloh o pohybu v Ostravě a v Olomouci. Zaměřila jsem se především na časovou dotaci, kterou mají učitelé k dispozici a metody závěrečného hodnocení slovních úloh o pohybu. Zajímalo mě také, jak učitelé vnímají postoje žáků k tomuto učivu. Proto jsem do dotazníku zařadila otázku na oblíbenost učiva žáky. Samozřejmostí je také otázka na dosažené výsledky žáků při závěrečném hodnocení učiva, přičemž předpokládám na základě vlastní zkušenosti, že dosažené výsledky budou v obou městech průměrné.

Dále budu porovnávat, kolik pomůcek a jaké využívají učitelé v Ostravě a v Olomouci při výuce slovních úloh o pohybu. Pro skupinovou práci jsem vyhranila samostatnou otázku, protože je velmi důležitá pro rozvoj komunikace a mezilidských vztahů mezi žáky.

---

[95] Dotazník Ostrava https://forms.gle/EDrJ3JQTeRiUDHSa6
Dotazník Olomouc https://forms.gle/VfV1kVpiycVp9nDK7

4.2 Zadání dotazníku

1) Vyplňte prosím název školy, ve které učíte. (otázka není povinná)

   ………………

2) Ve kterém ročníku slovní úlohy o pohybu probíráte?
   - šestý ročník
   - sedmý ročník
   - osmý ročník
   - devátý ročník
3) Jakou časovou dotaci máte určenou pro slovní úlohy o pohybu?
   - méně než 3 vyučovací jednotky
   - 3 – 5 vyučovacích jednotek
   - více než 5 vyučovacích jednotek
4) Jaké pomůcky používáte při výuce slovních úloh o pohybu? (možnost vybrat více odpovědí)
   - tabule
   - učebnice
   - powerpointová či jiná prezentace
   - interaktivní tabule
   - pracovní listy
   - sbírka úloh
   - jiná ……………………
5) Zadáváte při výuce slovních úloh o pohybu skupinovou práci?
   - ano
   - ne
6) Mohou žáci při výpočtech slovních úloh používat kalkulačku?
   - ano
   - ne
7) Jaká je oblíbenost slovních úloh o pohybu u žáků?
   - velmi oblíbené 1 2 3 4 5 velmi neoblíbené

8) Jaké metody používáte při hodnocení slovních úloh o pohybu? (možnost vybrat více odpovědí)
    - zkoušení u tabule
    - práce v hodině
    - písemný test
    - seminární práce
    - jiná ……………………
9) Jakých výsledků dosahují žáci při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu?
    - nadprůměrné výsledky 1 2 3 4 5 podprůměrné výsledky

4.3 Stanovení hypotézy dotazníku

H_0…Výuka slovních úloh o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A… Výuka slovních úloh o pohybu se liší v Ostravě a v Olomouci.

4.4 Vyhodnocení dotazníku

Při vyhodnocení dotazníku budu používat kontingenční tabulku a pro její vyhodnocení test homogenity. Tento test použiji u otázek 2, 3, 5, 6, 7 a 9. U otázek 4 a 8 měli respondenti na výběr z více možností, proto zde tento test nemůžu použít. Tyto dvě otázky budu vyhodnocovat popisem.

Jako první uspořádám získané četnosti do kontingenční tabulky, která má následující podobu:

X/Y	*1*	*2*	*3*	...	*s*	$\sum$
1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	...	n_{1s}	$n_{1\cdot}$
2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	...	n_{2s}	$n_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
r	n_{r1}	n_{r2}	n_{r3}	...	n_{rs}	$n_{r\cdot}$
$\sum$	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$	$n_{\cdot 3}$	...	$n_{\cdot s}$	n

Tabulka 4 Kontingenční tabulka

kde *r* jsou hodnoty veličiny X a *s* jsou hodnoty veličiny Y[96]. Speciálním případem kontingenční tabulky je čtyřpolní tabulka, která se v praxi vyskytuje nejčastěji. Jedná se o případ, kdy každý sledovaný znak X, Y nabývá pouze dvou hodnot.[97]

[96] HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7. s. 204

[97] HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7. s. 204-205

X/Y	*1*	*2*	$\sum$
1 *2*	n_{11} n_{21}	n_{12} n_{22}	$n_{1\cdot}$ $n_{2\cdot}$
$\sum$	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$	n

Tabulka 5 Čtyřpolní tabulka

Protože jsou řádkové součty v kontingenční tabulce pevně dané počtem získaných odpovědí v jednotlivých městech, používám test homogenity. Testovací statistika je stejná, jako u testu nezávislosti, tedy

$$Z = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i\cdot} n_{\cdot j}}{n}\right)^2}{\frac{n_{i\cdot} n_{\cdot j}}{n}}.$$ [98]

Pro čtyřpolní tabulku lze využít zjednodušený vzorec testové statistiky

$$Z = n \cdot \frac{(n_{11} \cdot n_{22} - n_{12} \cdot n_{21})^2}{n_{1\cdot} \cdot n_{2\cdot} \cdot n_{\cdot 1} \cdot n_{\cdot 2}}.$$ [99]

Testovací statistika Z má rozdělení χ^2 o stupních volnosti $f = (r-1)(s-1)$.[100] Kritickou hodnotu tohoto rozdělení budu hledat pro $\chi^2_{(r-1)(s-1)}(1-\alpha)$. Hladinu významnosti zvolím pro všechny případy 5%. Pro zjištění kritické hodnoty existují dvě varianty a to vyhledání hodnoty ve statistických tabulkách nebo zadáním příkazu CHISQ.INV.RT$(\alpha; f)$. Pokud bude vypočítaná testovací statistika menší než kritická hodnota, přijímám nulovou hypotézu. Pokud bude výsledná testovací statistika větší než kritická hodnota, zamítám nulovou hypotézu a přijímám hypotézu alternativní.

4.4.1 Otázka č. 1

Uvedení názvu školy jsem zvolila jako nepovinný údaj proto, abych zachovala anonymitu dotazníku. Přestože tuto otázku většina učitelů vyplnila, slouží pouze jako informace o tom, které školy jsou ochotny spolupracovat se studenty pedagogických fakult.

Z počtu respondentů, kteří na dotazník v jednotlivých městech odpověděli, vyplývá, že školy v Ostravě jsou ke studentům pedagogických fakult vstřícnější. V Olomouci dotazník vyplnilo 10 respondentů z 25, tj. 40%. V Ostravě dotazník vyplnilo 15 respondentů z 25, tj. 60%. V Ostravě tedy odpovědělo o 20% více respondentů než v Olomouci.

[98] HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7. s. 204

[99] HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7. s. 205

[100] HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7. s. 206

Ještě jednou děkuji všem školám v Olomouci i v Ostravě, které se zúčastnily výzkumu a jejich respondentům, kteří dotazník vyplnili, za ochotu a čas, který věnovali vyplnění dotazníku.

4.4.2 Otázka č. 2

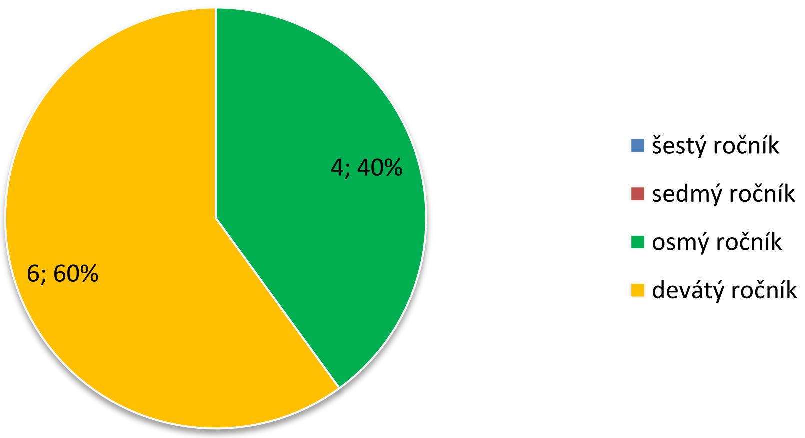
Pro výpočet slovních úloh o pohybu se využívá jednoduchý vzorec $s = v \cdot t$. Početní manipulace s tímto vzorcem není složitá a nevyžaduje od žáků složité výpočty. Přesto je dobré, když mají žáci základní povědomí o rovnicích, které se většinou vyučují v osmém ročníku. Proto bych toto učivo zařadila do osmého ročníku po učivu rovnice. Zda toto mé zařazení odpovídá realitě, ukáže hned druhá otázka dotazníku.

1. Stanovení hypotézy

- H_0…Rozdělení ročníků, ve kterých se slovní úlohy o pohybu vyučují, se neliší v Ostravě a v Olomouci.
- H_A… Rozdělení ročníků, ve kterých se slovní úlohy o pohybu vyučují, se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. Odpovědi Olomouc

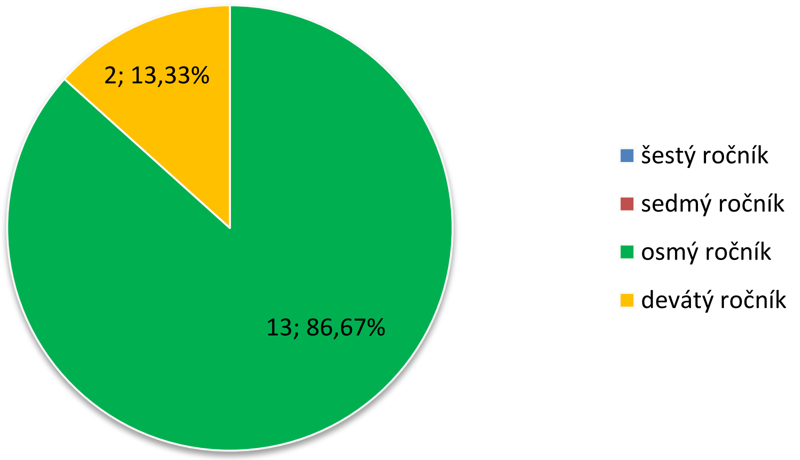
Z deseti respondentů v Olomouci vyučují čtyři respondenti slovní úlohy o pohybu v osmém ročníku a šest respondentů v devátém ročníku. Žádný z respondentů nevyučuje dané učivo v šestém či sedmém ročníku. V Olomouci tedy převažuje výuka slovních úloh o pohybu v devátém ročníku s četností 60%. Devátý ročník převažuje tak osmý ročník o 20%.



Graf 1 Otázka č. 2 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

Z patnácti respondentů v Ostravě vyučuje třináct respondentů slovní úlohy o pohybu v osmém ročníku a dva respondenti v devátém ročníku. Žádný z respondentů nevyučuje dané učivo v šestém či sedmém ročníku. Zde tedy převažuje výuka slovních úloh o pohybu v osmém ročníku s četností 87%. Převaha osmého ročníku nad devátým činí 73,33%, což je opravdu markantní rozdíl.



Graf 2 Otázka č. 2 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

Z grafického vyobrazení odpovědí učitelů z Olomouce a z Ostravy je patrné, že výuka slovních úloh o pohybu není realizovaná ve stejném ročníku. Zatímco v Olomouci převažuje výuka v devátém ročníku, v Ostravě převažuje výuka učiva v osmém ročníku. V Ostravě je navíc rozdíl velmi podstatný, tudíž podstatně ovlivní výsledek statistického testu. Tento výsledek ověřím statistickým testem.

Jak jsem uvedla výše, pro celkové vyhodnocení otázky použiji test homogenity. Jako první sestrojím kontingenční tabulku se zjištěnými hodnotami. Jelikož se v odpovědích respondentů vyskytly pouze dva typy odpovědí a to osmý a devátý ročník, použiji čtyřpolní tabulku. Odpovědi šestý a sedmý ročník nezvolil ani jeden respondent v Ostravě ani v Olomouci, neovlivní tedy výsledek testovací statistiky.

	8	9	
Olomouc	4	6	10
Ostrava	13	2	15
	17	8	25

Tabulka 6 Čtyřpolní tabulka pro otázku č. 2

Testovací statistiku Z použiji zjednodušenou pro čtyřpolní tabulku:

$$z = n \cdot \frac{(n_{11} \cdot n_{22} - n_{12} \cdot n_{21})^2}{n_{1\cdot} \cdot n_{2\cdot} \cdot n_{\cdot 1} \cdot n_{\cdot 2}}$$

$$z = 25 \cdot \frac{(4 \cdot 2 - 6 \cdot 13)^2}{10 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 8} = 25 \cdot \frac{(8 - 78)^2}{20400} = 25 \cdot \frac{(-70)^2}{20400} = 25 \cdot \frac{4900}{20400} = \frac{122500}{20400} = 6{,}0049$$

V dalším kroku vypočítám stupně volnosti, ve kterých se χ^2rozdělení pohybuje.

$$f = (r - 1) \cdot (s - 1)$$

$$f = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1 \cdot 1 = 1$$

Nyní již můžu zjistit kritickou hodnotu rozdělení. Pro toto zjištění jsem použila příkaz v Microsoft Excel CHISQ.INV.RT(0,05;1). Kritická hodnota ${\chi^2}_1(0{,}95) = 3{,}8415$. Jelikož je výsledná hodnota $z > {\chi^2}_1(0{,}95)$, zamítám nulovou hypotézu a přijímám hypotézu alternativní. Rozdělení ročníků, ve kterých se slovní úlohy o pohybu vyučují, se liší v Ostravě a v Olomouci. Tím se potvrzuje i můj závěr z popisů grafů výsledků jednotlivých měst.

4.4.3 Otázka č. 3

Dostatečná časová dotace je podstatná pro každé učivo nejen v matematice, ale ve všech předmětech vyučovaných v jednotlivých školách. Jelikož si každá škola sestavuje svůj vlastní školní vzdělávací program s rozpisem učiva do jednotlivých ročníků, a dále tematické plány s uvedením časové dotace na základě ŠVP, může se situace podstatně lišit.

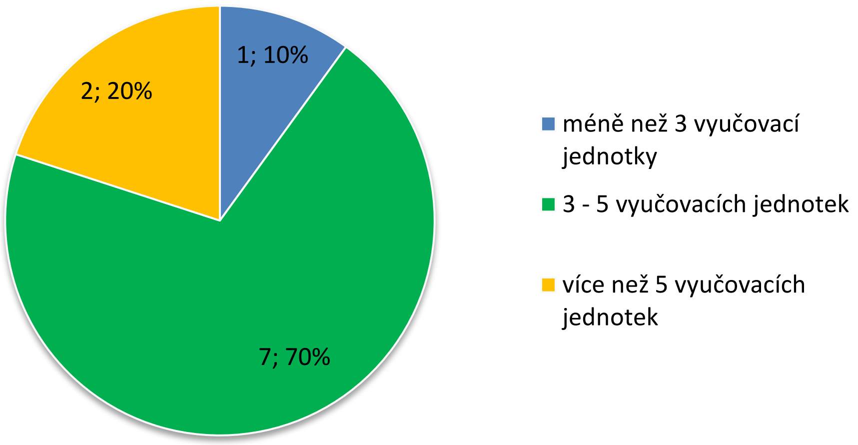
1. **Stanovení hypotézy**

H_0 … Rozdělení časové dotace, kterou mají učitelé pro slovní úlohy o pohybu, se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A … Rozdělení časové dotace, kterou mají učitelé pro slovní úlohy o pohybu, se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. Odpovědi Olomouc

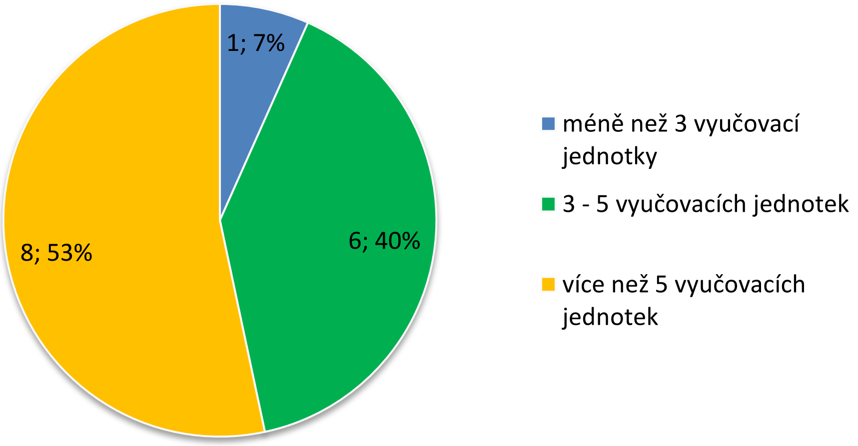
V Olomouci má největší zastoupení časová dotace 3 - 5 vyučovacích jednotek, s četností 70%. Ve dvou školách se slovní úlohy o pohybu vyučují více než 5 vyučovacích jednotek a pouze v jedné je časová dotace pro dané učivo menší než 3 vyučovací jednotky.



Graf 3 Otázka č. 3 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě z patnácti respondentů vyučuje osm respondentů slovní úlohy o pohybu více než 5 vyučovacích hodin. I zde je nejméně častou odpovědí časová dotace méně než 3 vyučovací jednotky. Tato časová dotace je realizována pouze na jedné základní škole z patnácti zúčastněných. Časovou dotaci 3 – 5 vyučovacích jednotek zvolilo šest respondentů. V Ostravě je tedy nejrozšířenější časovou dotací více než 5 vyučovacích hodin a to s četností 53,33%.



Graf 4 Otázka č. 3 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

Nejnižší četnost u obou měst má odpověď méně než 3 vyučovací jednotky. V obou městech tuto odpověď zvolil pouze jeden respondent. U dalších dvou odpovědí se již procentuální zastoupení četností liší. Zatímco v Olomouci převažuje s četností 70% časová dotace 3 – 5 vyučovacích jednotek, v Ostravě má největší zastoupení s četností 53,3% časová dotace více než 5 vyučovacích hodin. Učivu slovní úlohy o pohybu je tedy věnována dostatečná časová dotace. Z grafu lze vyčíst, že rozdělení časové dotace v Ostravě a v Olomouci se liší. Tento závěr si opět ověřím statistickým testem homogenity.

Jako první opět sestavím kontingenční tabulku. Jelikož respondenti využili všech tří odpovědí, nemůžu v tomto případě využít čtyřpolní tabulku, ale využívám kontingenční tabulku obecnou.

	méně než 3 vyučovací jednotky	3 – 5 vyučovacích jednotek	více než 5 vyučovacích jednotek	
Olomouc	1	7	2	10
Ostrava	1	6	8	15
	2	13	10	25

Tabulka 7 Kontingenční tabulka pro otázku č. 3

Testovou statistiku Z budu používat také v obecném tvaru nikoliv v upraveném pro čtyřpolní tabulku. Vzorec testové statistiky Z zní:

$$z = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}\right)^2}{\frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}}$$

Po dosazení do vzorce dostanu následující testovou statistiku:

$$z = \frac{\left(1 - \frac{10 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 2}{25}} + \frac{\left(7 - \frac{10 \cdot 13}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 13}{25}} + \frac{\left(2 - \frac{10 \cdot 10}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 10}{25}} + \frac{\left(1 - \frac{15 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 2}{25}} + \frac{\left(6 - \frac{15 \cdot 13}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 13}{25}}$$

$$+ \frac{\left(8 - \frac{15 \cdot 10}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 10}{25}} = \frac{1}{20} + \frac{81}{130} + 1 + \frac{1}{30} + \frac{27}{65} + \frac{2}{3} = \frac{145}{52} = 2{,}7885$$

Stupně volnosti opět vypočítám vzorcem:

$$f = (r - 1) \cdot (s - 1)$$

$$f = (2 - 1) \cdot (3 - 1) = 1 \cdot 2 = 2$$

Kritickou hodnotu budu opět zjišťovat v Microsoftu Excelu použitím vzorce CHISQ.INV.RT(0,05;2). Použitím tohoto příkazu dostanu kritickou hodnotu ${\chi^2}_2(0{,}95) = 5{,}9915$. Jelikož hodnota testové statistiky $z < {\chi^2}_1(0{,}95)$, přijímám nulovou hypotézu. Rozdělení časové dotace, kterou mají učitelé pro slovní úlohy o pohybu, se neliší v Ostravě a v Olomouci. Můj odhad byl tímto prokázán jako chybný.

4.4.4 Otázka č. 4

V dnešní digitální době mají učitelé přístup ke spoustě učebních pomůcek. Množství používaných učebních pomůcek závisí jednak na kreativitě učitele, ale hlavně na finančních prostředcích jednotlivých základních škol, protože některé učební pomůcky jsou finančně náročné.

V rámci výzkumu jsem do pevně zadaných odpovědí zvolila učební pomůcky, o kterých jsem přesvědčená, že je využívá většina učitelů napříč republikou. Protože existuje nezměrné množství učebních pomůcek a učitelé při výuce nevyužívají pouze jednu pomůcku, dala jsem učitelům možnost zadat více odpovědí, včetně odpovědi vlastní.

1. **Stanovení hypotézy**

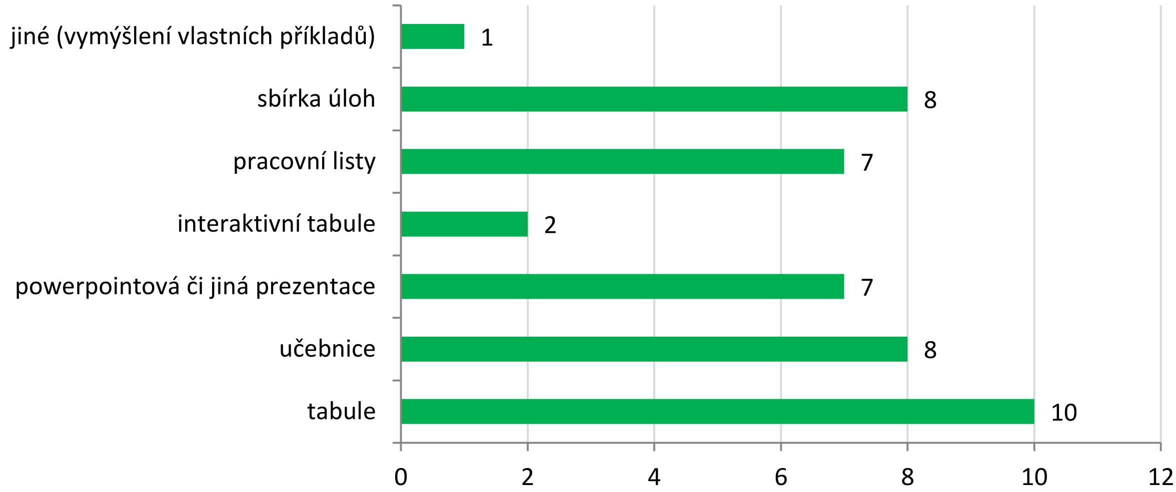
H_0…V Olomouci i v Ostravě učitelé používají průměrně stejné množství pomůcek při výuce slovních úloh o pohybu.

H_A… V Olomouci i v Ostravě učitelé nepoužívají průměrně stejné množství pomůcek při výuce slovních úloh o pohybu.

2. **Odpovědi Olomouc**

Jak vidíme v grafu, tabule je pro Olomouc základ. Tuto pomůcku využívá 100% učitelů při výuce. Druhými nejčastějšími pomůckami jsou s četnostmi 80% učebnice a sbírka úloh. Třetí příčku obsadily s četností 70% pracovní listy a powerpointová či jiná prezentace. Velká škoda je, že pouze 20% učitelů používá při výuce slovních úloh o pohybu interaktivní tabuli. Otázka samozřejmě je, zda ji mají při výuce k dispozici.

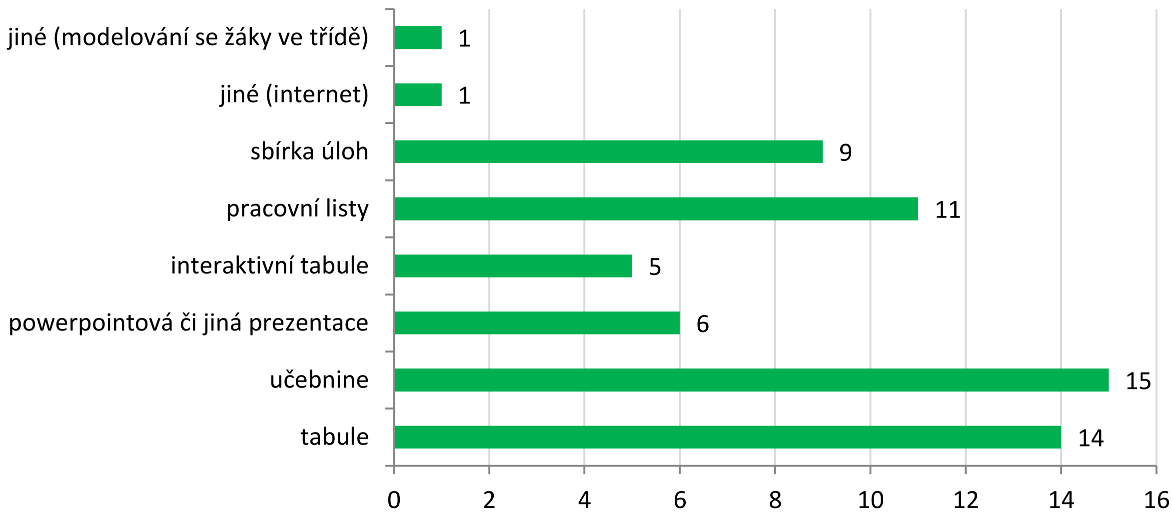
Těší mě, že jeden z učitelů využil možnosti zadat svou vlastní pomůcku zvolením odpovědi jiné. Touto odpovědí je vymýšlení vlastních příkladů. Při vymýšlení vlastních příkladu dosahují žáci nejvyššího stupně Bloomovy taxonomie kognitivních cílů a to stupně syntézy.



Graf 5 Otázka č. 4 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě je nejpoužívanější pomůckou učebnice s četností 100%. Druhou nejpoužívanější pomůckou v Ostravě je tabule s četností 93,33%. I zde obsadily třetí příčku pracovní listy a to s četností 73,33%. Následuje sbírka úloh s četností 60%, powerpointová či jiná prezentace s četností 40% a interaktivní tabule s četností 33,33%. Svou vlastní odpověď zde zvolili dva učitelé. Jedná se o internet a modelování se žáky ve třídě, obě s četností 6,67%. Oceňuji především modelování se žáky ve třídě, které pomáhá s názorností daného učiva a s pochopením učiva žáky. Navíc se modelováním se žáky ve třídě splňuje i afektivní složka výukového cíle jednak rozvojem komunikace mezi žáky a také rozvojem představivosti žáků.



Graf 6 Otázka č. 4 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

V grafech odpovědí v jednotlivých městech je hned několik rozdílů. Hned prvním rozdílem mezi Olomoucí a Ostravou je nejpoužívanější pomůcka respondentů při výuce slovních úloh o pohybu. Zatímco v Olomouci je touto pomůckou tabule, v Ostravě využívají všichni respondenti učebnici. Tabule v Ostravě zaujala druhé místo. Používá ji o 6,7% méně respondentů než v Olomouci. V Olomouci zaujímá druhé místo učebnice, kterou využívá o 20% respondentů méně než v Ostravě. Druhé místo v Olomouci zaujímá také sbírka úloh, kterou v Ostravě využívá o 20% respondentů méně. Stejně využívanou pomůckou v obou městech jsou pracovní listy. V obou městech využívá pracovní listy zhruba 70% respondentů. Procentuální rozdíl je dále viditelný u odpovědi powerpointová či jiná prezentace. Tuto pomůcku využívá v Olomouci o 30% respondentů více než v Ostravě. V pevně zadaných odpovědích je nejméně používanou pomůckou v obou městech interaktivní tabule. Tady je ovšem otázka, jestli mají respondenti možnost využít interaktivní tabuli každou hodinu nebo jen příležitostně.

Čtvrtá otázka je zároveň první otázkou, která nelze vyhodnotit testem homogenity. Vypočítám proto ze zjištěných údajů, kolik pomůcek při výuce slovních úloh o pohybu využívá průměrně jeden učitel v každém městě.

Jako první vypočítám průměr v Olomouci. Začnu tím, že sečtu všechny hlasy, které získaly jednotlivé pomůcky, tj. $10 + 8 + 7 + 2 + 7 + 8 + 1 = 43$. Tento součet vydělím počtem respondentů: $43 \div 10 = 4{,}3$. Jeden respondent v Olomouci využívá průměrně 4,3 pomůcky.

Pro výpočet průměru v Ostravě budu postupovat stejně jako u výpočtu pro Olomouc. Sečtu všechny hlasy, které pomůcky získaly a tento součet vydělím počtem respondentů. $14 + 15 + 6 + 5 + 11 + 9 + 1 + 1 = 62.\ 62 \div 15 = 4{,}133$

Získané průměry se podstatně neliší, tudíž přijímám nulovou hypotézu. V Olomouci i v Ostravě učitelé používají průměrně stejné množství pomůcek při výuce slovních úloh o pohybu.

4.4.5 Otázka č. 5

Skupinová práce je velmi důležitou komplexní metodou, která žákům pomáhá v rozvoji komunikace, mezilidských vztahů a také v rozvoji organizačních schopností žáků. V současné době je učiteli při výuce často využívána, proto předpokládám, že i při výuce slovních úloh o pohybu tomu nebude jinak.

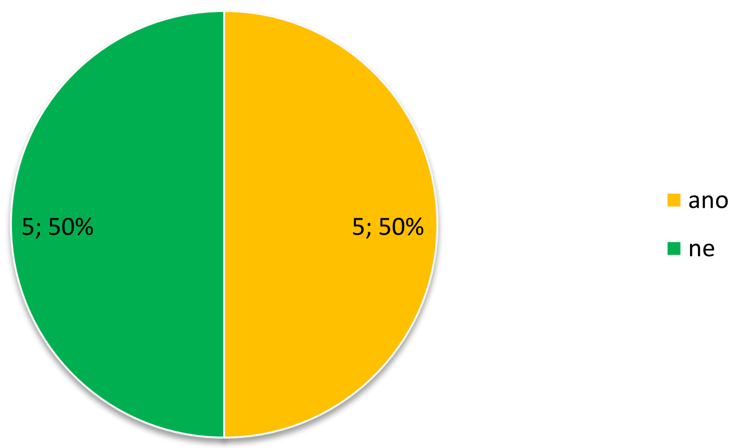
1. **Stanovení hypotézy**

H_0…Rozdělení zapojení skupinové práce ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A… Rozdělení zapojení skupinové práce ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. **Odpovědi Olomouc**

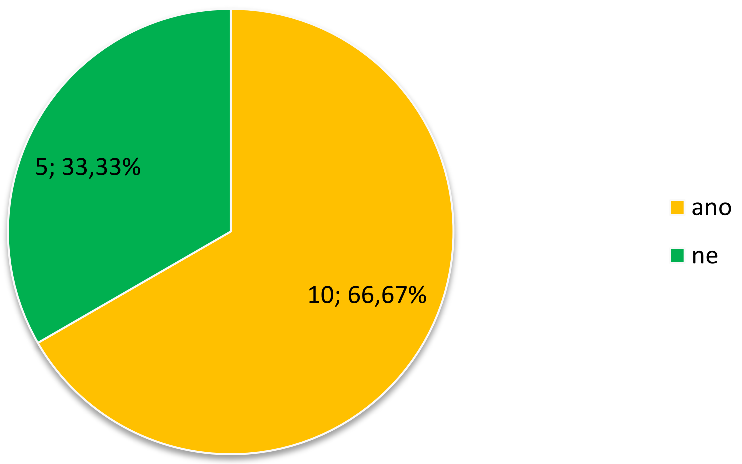
V Olomouci využívá skupinovou práci při výuce slovních úloh o pohybu přesně polovina respondentů. Skupinová práce zde tedy není jednou z nejvyužívanějších metod při výuce daného učiva, což může způsobovat i časová dotace 3 – 5 vyučovacích jednotek, která je při výuce slovních úloh o pohybu v Olomouci nejrozšířenější.



Graf 7 Otázka č. 5 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě jsou skupinové práci učitelé nakloněnější. Odpověď ano zde zvolilo 10 respondentů, tj. 66,67%. Jak již víme z otázky č. 3, 53% respondentů má při výuce slovních úloh o pohybu časovou dotaci více než 5 vyučovacích hodin. Skupinová práce je časově náročná, proto větší časová dotace zde může hrát svou roli.



Graf 8 Otázka č. 5 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

Zatímco v Olomouci jsou odpovědi vyrovnané, v Ostravě možnost ano zvolilo 66,67% respondentů tedy dvě třetiny. Rozdíl by ovšem podle mého názoru neměl být tak razantní, abych mohla nulovou hypotézu zamítnout. Tuto teorii si ověřím opět testem homogenity.

V této otázce měli respondenti na výběr ze dvou odpovědí, a to odpověď ano a odpověď ne. Můžu proto použít čtyřpolní tabulku a tím pádem i zjednodušený vzorec pro čtyřpolní tabulku.

	ano	ne	
Olomouc	5	5	10
Ostrava	10	5	15
	15	10	25

Tabulka 8 Čtyřpolní tabulka pro otázku č. 5

$$z = n \cdot \frac{(n_{11} \cdot n_{22} - n_{12} \cdot n_{21})^2}{n_{1.} \cdot n_{2.} \cdot n_{.1} \cdot n_{.2}}$$

$$z = 25 \cdot \frac{(5 \cdot 5 - 5 \cdot 10)^2}{10 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 10} = 25 \cdot \frac{(25 - 50)^2}{22500} = 25 \cdot \frac{(-25)^2}{22500} = 25 \cdot \frac{625}{22500} = \frac{15625}{22500} = 0{,}6944$$

Stupně volnosti vypočítám stejným vzorcem jako v předchozích případech.

$$f = (r - 1) \cdot (s - 1)$$

$$f = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1 \cdot 1 = 1$$

I zde pro výpočet kritické hodnoty použiji funkci CHISQ.INV.RT(0,05;1). Hledaná kritická hodnota ${\chi^2}_1(0{,}95) = 3{,}8415$. Jelikož $z < {\chi^2}_1(0{,}95)$ přijímám nulovou hypotézu. Rozdělení zapojení skupinové práce ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

4.4.6 Otázka č. 6

Kalkulačka je v matematice naprosto běžným pomocníkem. Na základní škole se využívá na druhém stupni, ovšem nikde není stanoveno, od kterého ročníku mohou žáci kalkulačky používat. Závisí čistě na učiteli, ve které chvíli kalkulačky v matematice povolí.

Učivo slovní úlohy o pohybu není náročné na výpočty. Jediným zádrhelem v tomto učivu jsou převody jednotek času, který kalkulačky odstraňují.

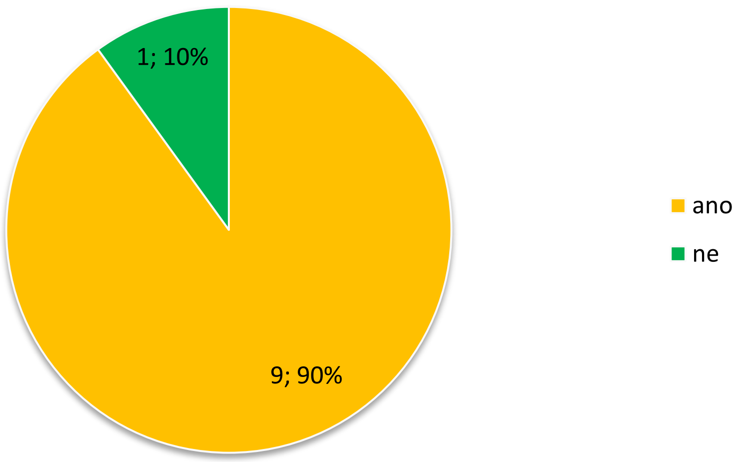
1. **Stanovení hypotézy**

H_0…Rozdělení zapojení kalkulaček ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A…Rozdělení zapojení kalkulaček ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. Odpovědi Olomouc

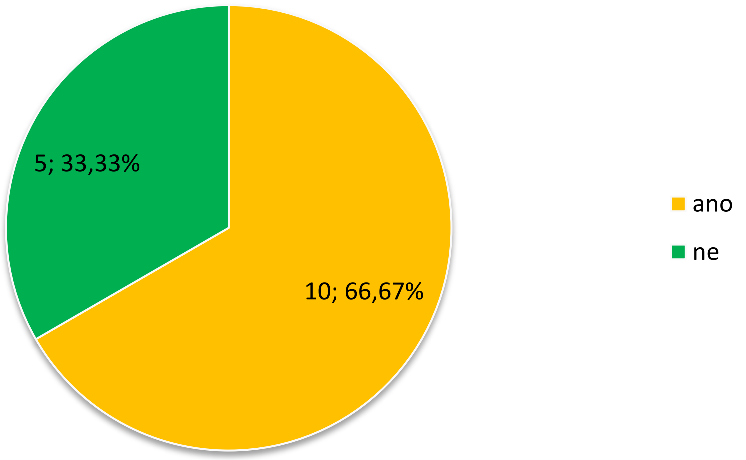
Kalkulačku při výuce slovních úloh o pohybu povoluje 90% respondentů. V 90% většině tak mají žáci ulehčené výpočty a učitelé se více zaměřují na pochopení postupů, než na početní chyby žáků.



Graf 9 Otázka č. 6 Odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě není situace tak jednoznačná. I zde převažuje odpověď ano, ale zde četnost této odpovědi klesá na 66,67%. Třetina respondentů trvá na ručních výpočtech. Pravdou je, že v osmé třídě, ve které se v Ostravě učivo převážně vyučuje, nejsou výpočty, které by žáci neměli zvládnout. Výhodou ručních výpočtů je neustálé procvičování numeriky.



Graf 10 Otázka č. 6 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

U této otázky převažuje v Ostravě i v Olomouci odpověď ano. V obou městech respondenti ulehčují žákům učivo a zaměřují se více na pochopení postupu slovních úloh o pohybu, než na ruční výpočty.

I přesto, že v Olomouci má odpověď ano 90% zastoupení a v Ostravě je toto zastoupení 66,67%, nebude mít tento rozdíl tak velký vliv, abych mohla zamítnout nulovou hypotézu. Tvrzení opět ověřím testem homogenity.

Pro test homogenity platí stejné vstupní předpoklady, jako tomu bylo v předchozí otázce. I zde se jedná o čtyřpolní tabulku a zjednodušený vzorec pro výpočet testovací statistiky.

	ano	ne	
Olomouc	9	1	10
Ostrava	10	5	15
	19	6	25

Tabulka 9 Čtyřpolní tabulka pro otázku č. 6

$$z = n \cdot \frac{(n_{11} \cdot n_{22} - n_{12} \cdot n_{21})^2}{n_{1.} \cdot n_{2.} \cdot n_{.1} \cdot n_{.2}}$$

$$z = 25 \cdot \frac{(9 \cdot 5 - 1 \cdot 10)^2}{10 \cdot 15 \cdot 19 \cdot 6} = 25 \cdot \frac{(45 - 10)^2}{17100} = 25 \cdot \frac{(35)^2}{17100} = 25 \cdot \frac{1225}{17100} = \frac{30625}{17100} = 1{,}7909$$

Stupně volnosti zde budou stejné jako v předchozí otázce, tedy $f = (2-1) \cdot (2-1) = 1 \cdot 1 = 1$. To samé platí i pro kritickou hodnotu $\chi^2{}_1(0{,}95) = 3{,}8415$. Jelikož $z < \chi^2{}_1(0{,}95)$, potvrdilo se mé tvrzení, že procentuální rozdíl nebude vliv pro zamítnutí nulové hypotézy. Rozdělení zapojení kalkulaček ve výuce učiva slovní úlohy o pohybu se tím pádem neliší v Ostravě a v Olomouci.

4.4.7 Otázka č. 7

Na základě vlastní zkušenosti odhaduji, že učivo slovní úlohy o pohybu se řadí mezi žáky neoblíbené učivo. Proto jsem otázku na oblíbenost učiva žáky zařadila do dotazníku pro učitele. Chci zjistit, zda učitelé v praxi v obou městech také vnímají učivo jako neoblíbené, či nikoliv a jak se oblíbenost liší v Ostravě a v Olomouci.

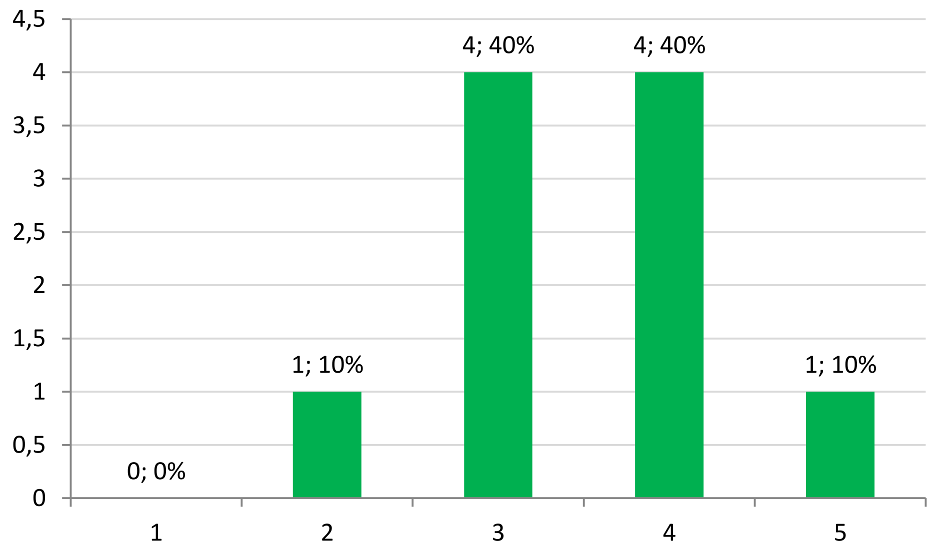
1. **Stanovení hypotézy**

H_0…Rozdělení oblíbenosti učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A…Rozdělení oblíbenosti učiva slovní úlohy o pohybu se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. **Odpovědi Olomouc**

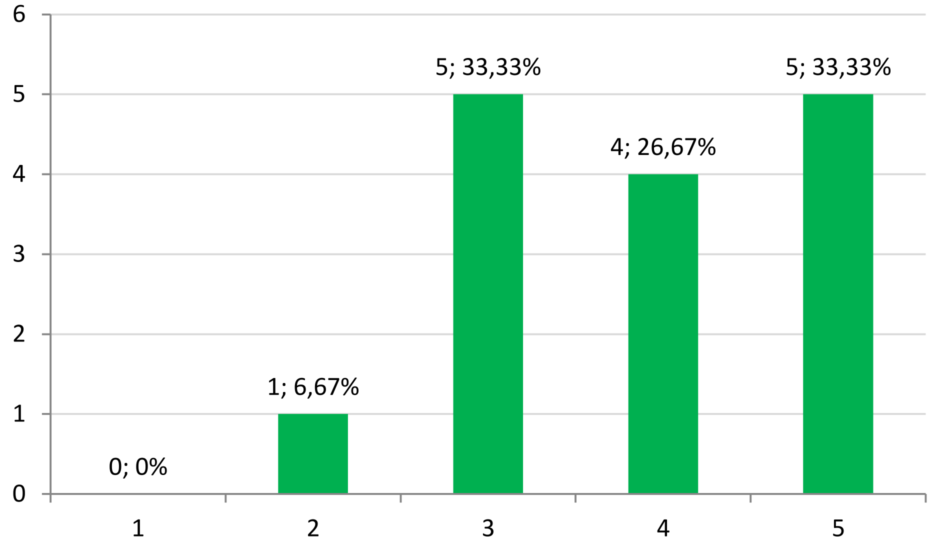
V Olomouci se učivo Slovní úlohy o pohybu řadí podle respondentů k neutrálnímu až spíše neoblíbenému učivu. Možnost 1, tedy velmi oblíbené, nezvolil ani jeden respondent. Pouze 1 respondent zvolil na škále číslo 2, tedy spíše oblíbené. Stejný počet respondentů zadalo na škále čísla 3 a 4. Na první místo se tak řadí možnost neutrální a spíše neoblíbené s četností 40%. Možnost velmi neoblíbené zvolil pouze jeden respondent.



Graf 11 Otázka č. 7 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě je situace poměrně horší. Jako velmi oblíbené nevnímá slovní úlohy o pohybu ani jeden respondent. Opět pouze jeden zvolil možnost spíše oblíbené s četností 6,67%. Možnost 3, tedy neutrální zvolilo 5 respondentů. Tato možnost tak dosáhla četnosti pouze 33,33%. Jako spíše neoblíbené vnímají učivo 4 respondenti s četností 26,67%. Oproti Olomouci je zde značný nárůst u možnosti velmi neoblíbené. Tuto možnost zvolilo 5 respondentů, tety 33,33%.



Graf 12 Otázka č. 7 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

Z grafů vyplývá, že slovní úlohy o pohybu nepatří ani v jednom městě mezi žáky oblíbené učivo. Zatímco v Olomouci vnímají respondenti učivo jako neutrální až spíše neoblíbené, v Ostravě se toto vnímání posunuje ještě o stupeň níže, tedy neutrální až velmi neoblíbené. Ovšem podle mého názoru nebude mít rozdíl u odpovědi velmi neoblíbené vliv na zamítnutí hypotézy, což si ověřím testem homogenity.

Kontingenční tabulka bude mít pro tuto otázku čtyři sloupce. Odpověď velmi oblíbené do kontingenční tabulky nezapisuji, protože jak v Ostravě, tak v Olomouci nezvolil tuto možnost ani jeden respondent, proto výpočet nijak neovlivní. Kontingenční tabulka má tak podobu:

	spíše oblíbené	neutrální	spíše neoblíbené	velmi neoblíbené	
Olomouc	1	4	4	1	10
Ostrava	1	5	4	5	15
	2	9	8	6	25

Tabulka 10 Kontingenční tabulka pro otázku č. 7

Pro výpočet testovací statistiky Z použiji obecný vzorec.

$$Z = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}\right)^2}{\frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}}$$

$$z = \frac{\left(1 - \frac{10 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 2}{25}} + \frac{\left(4 - \frac{10 \cdot 9}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 9}{25}} + \frac{\left(4 - \frac{10 \cdot 8}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 8}{25}} + \frac{\left(1 - \frac{10 \cdot 6}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 6}{25}} + \frac{\left(1 - \frac{15 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 2}{25}}$$

$$+ \frac{\left(5 - \frac{15 \cdot 9}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 9}{25}} + \frac{\left(4 - \frac{15 \cdot 8}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 8}{25}} + \frac{\left(5 - \frac{15 \cdot 6}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 6}{25}}$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{2}{45} + \frac{1}{5} + \frac{49}{60} + \frac{1}{30} + \frac{4}{135} + \frac{2}{15} + \frac{49}{90} = \frac{50}{27} = 1{,}8519$$

Vzorec pro stupně volnosti je stále stejný. $f = (r-1) \cdot (s-1)$ Stupně volnosti $f = (2-1) \cdot (4-1) = 1 \cdot 3 = 3$. Zadáním příkazu CHISQ.INV.RT(0,05;3) v Microsoft Excel dostanu kritickou hodnotu ${\chi^2}_3(0{,}95) = 7{,}8147$. Opět přijímám nulovou hypotézu, protože $z < {\chi^2}_1(0{,}95)$. Rozdělení oblíbenosti učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

4.4.8 Otázka č. 8

Mezi nejčastější metody hodnocení žáků patří písemný test, zkoušení u tabule, práce v hodině a seminární práce. Proto jsem tyto metody zadala v dotazníku jako pevně dané možnosti, ze kterých mohli respondenti vybírat více než jednu odpověď. Jelikož je metod hodnocení daleko více, i zde měli respondenti možnost zadat vlastní odpověď.

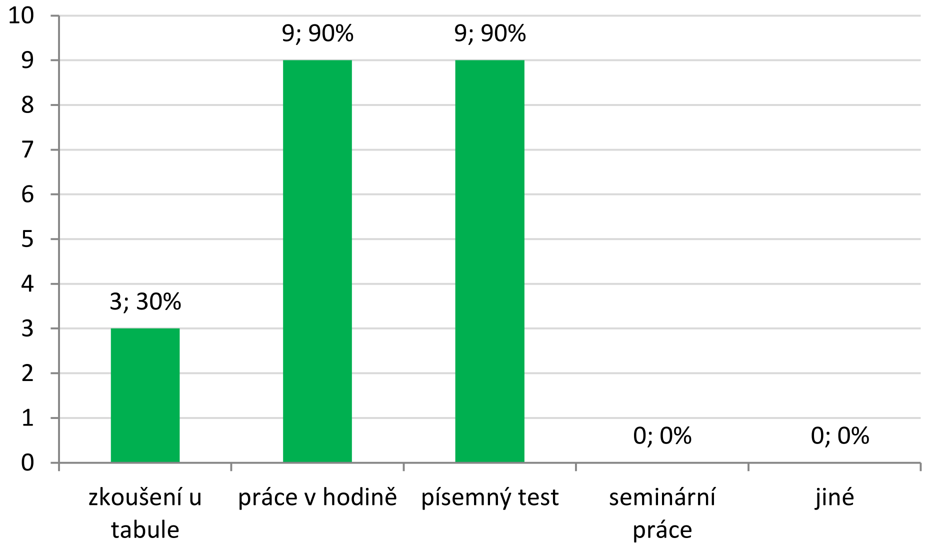
1. **Stanovení hypotézy**

H_0…V Olomouci i v Ostravě učitelé používají průměrně stejné množství metod při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu.

H_A…V Olomouci i v Ostravě učitelé nepoužívají průměrně stejné množství metod při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu.

2. **Odpovědi Olomouc**

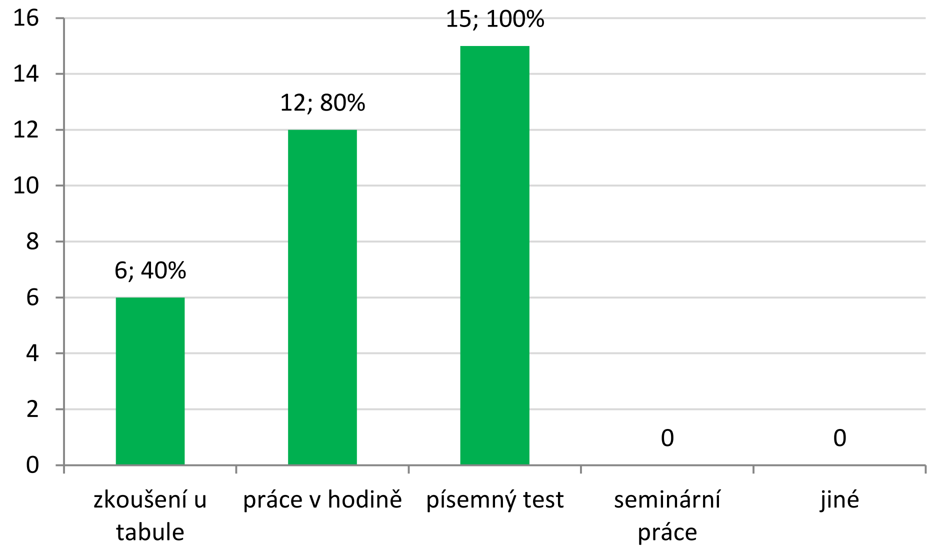
Při hodnocení učiva slovní úlohy o pohybu klade 90% respondentů v Olomouci stejný důraz jak na písemný test, tak na práci v hodině. Zkoušení u tabule využívá 30% respondentů. Ani jeden z respondentů nevyužívá při hodnocení slovních úloh o pohybu seminární práci.



Graf 13 Otázka č. 8 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

V Ostravě využívají všichni respondenti při hodnocení slovních úloh o pohybu písemný test. Druhou nejpoužívanější hodnotící metodou pro slovní úlohy o pohybu je s četností 80% práce v hodině. I zde je využíváno jako hodnotící metoda zkoušení u tabule s četností 40%. Ani v Ostravě není při učivu slovní úlohy o pohybu využívána seminární práce.



Graf 14 Otázka č. 8 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

Otázka číslo 8 je druhou a poslední otázkou, kterou nelze vyhodnotit statistickým testem. Důvodem je skutečnost, že respondenti měli možnost zvolit více odpovědí.

Jak ukazují grafy, počet hlasů pro jednotlivé odpovědi se v Ostravě a v Olomouci příliš neliší. V obou městech využívá nejméně respondentů pro závěrečné hodnocení zkoušení u tabule. Na základě této skutečnosti lze konstatovat, že zkoušení u tabule je v matematice nejméně používanou metodou hodnocení žáků. Nejvyužívanější metodou je písemný test. Bez této metody se v Ostravě neobejde ani jeden respondent. V Olomouci je situace obdobná, ovšem jeden z deseti respondentů tuto metodu nepoužívá.

Oceňuji fakt, že respondenti při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu nezapomínají na práci žáků v hodině. Mezi hlavní faktory úspěšnosti žáků je pozitivní motivace a vědomí toho, že jsou žáci za svou snahu oceněni dobrou známkou.

Oproti tomu je zarážející, že ani jeden respondent v obou městech nevyužívá při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu seminární práci. Seminární práce rozvíjí samostatnost, tvořivé myšlení a zodpovědnost. Obecně se dá říci, že seminární práce je v matematice spíše opomíjenou metodou hodnocení, jak potvrzuje výsledek dotazníku.

Jako nulovou hypotézu jsem zvolila tvrzení, že respondenti v Ostravě a v Olomouci používají průměrně stejné množství metod při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu. Podle grafického znázornění odpovědí v jednotlivých městech, by toto tvrzení platit mělo, což ověřím jednoduchým výpočtem.

Jako první vypočítám průměrný počet metod na jednoho respondenta pro Olomouc a to tak, že sečtu počet hlasů, které jednotlivé metody získaly, a vydělím počtem zúčastněných respondentů. $3 + 9 + 9 = 21; 21 \div 10 = 2{,}1.$ V Olomouci využívá každý respondent průměrně 2,1 pomůcek.

Pro výpočet průměru v Ostravě budu postupovat stejně, jako pro výpočet v Olomouci. $6 + 12 + 15 = 33; 33 \div 15 = 2{,}2.$ V Ostravě využívá každý respondent průměrně 2,2 pomůcek.

Rozdíl mezi průměrem v Ostravě a v Olomouci je 0,1 pomůcky, což je zanedbatelný rozdíl. Proto přijímám nulovou hypotézu. V Olomouci i v Ostravě učitelé používají průměrně stejné množství metod při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu.

4.4.9 Otázka č. 9

Jak vyplynulo z výsledků otázky číslo sedm, učivo slovní úlohy o pohybu nepatří mezi žáky oblíbené učivo. Předpokládám, že tento fakt úzce souvisí s žáky dosaženými výsledky závěrečného hodnocení učiva. Na základě tohoto předpokladu očekávám, že dosažené výsledky žáků budou většinou průměrné. Jelikož rozdělení oblíbenosti učiva žáky se v Ostravě a Olomouci neliší, předpokládám, že se nebude lišit ani rozdělení výsledků žáků při závěrečném hodnocení učiva slovní úlohy o pohybu.

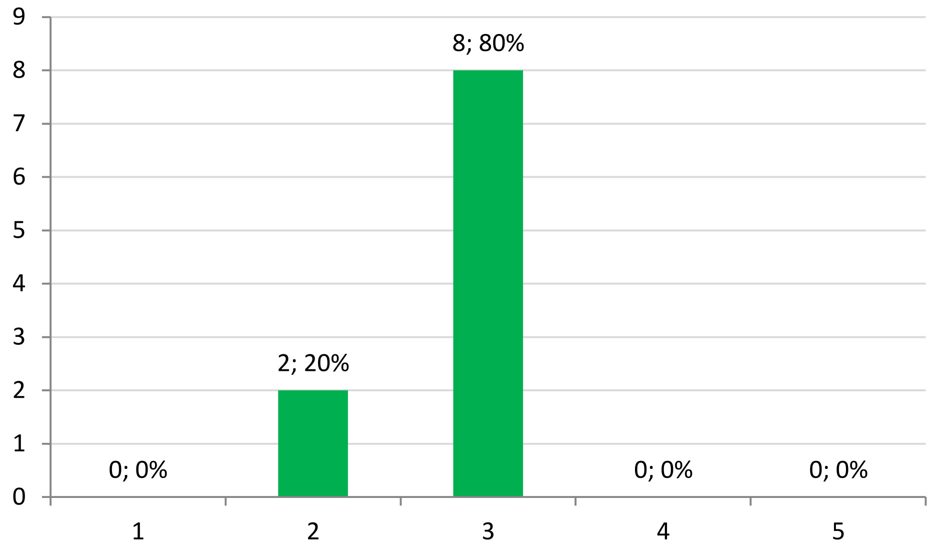
1. Stanovení hypotézy

H_0…Rozdělení výsledků žáků při závěrečném hodnocení učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

H_A…Rozdělení výsledků žáků při závěrečném hodnocení učiva slovní úlohy o pohybu se liší v Ostravě a v Olomouci.

2. Odpovědi Olomouc

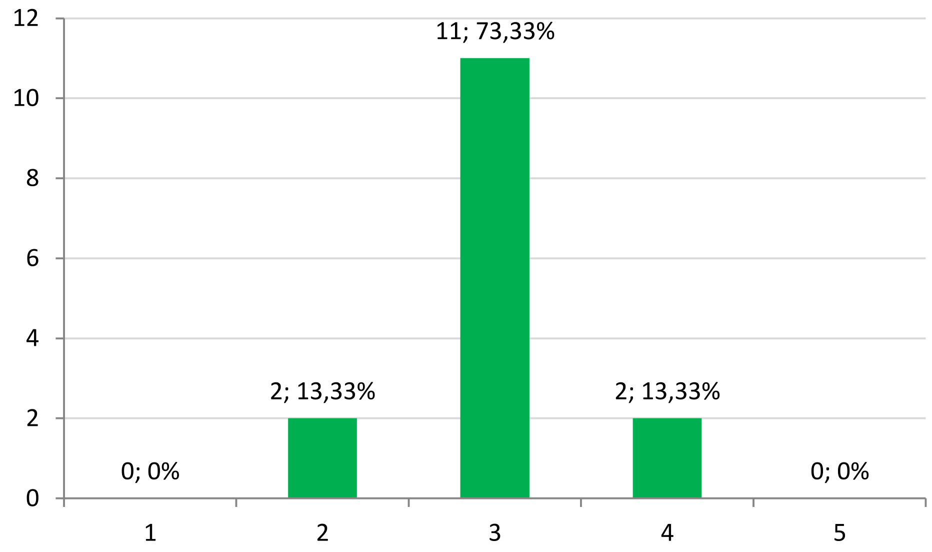
Nejčastější dosaženým výsledkem v Olomouci je podle respondentů průměr, tedy 3, a to s četností 80%. Pouze u dvou respondentů dosahují žáci při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu známky 2 s četností 20%. Jiných výsledků žáci podle respondentů při závěrečném hodnocení nedosahují.



Graf 15 Otázka č. 9 odpovědi Olomouc

3. Odpovědi Ostrava

I v Ostravě je nejčastější žáky dosaženou známkou 3 a to s četností 73,33%. Známku 2 také zvolili dva učitelé s četností 13,33%. Oproti Olomouci se zde objevuje dosažená známka 4 a to také s četností 13,33%. Známku 1 nebo 5 podle respondentů nedosáhl ani jeden žák.



Graf 16 Otázka č. 9 odpovědi Ostrava

4. Vyhodnocení otázky

V grafickém znázornění výsledků dotazníků v jednotlivých městech je jeden rozdíl. Zatímco v Olomouci dosahují žáci pouze výsledků 2 a 3, v Ostravě přibývá známka 4. Tato skutečnost ovlivňuje celkový průměrný výsledek v Ostravě a v Olomouci. V Olomouci je tento průměr 2,8 a v Ostravě 3. Tento rozdíl je ovšem minimální a neovlivní testovací statistiku natolik, abych mohla zamítnout nulovou hypotézu. Pro ověření tvrzení opět využiji test homogenity.

Do kontingenční tabulky zapisuji pouze odpovědi 2, 3 a 4. Odpovědi 1 a 5 do kontingenční tabulky neuvádím, protože tuto odpověď nezvolil ani jeden respondent v Ostravě i v Olomouci. Kontingenční tabulka má tak následující tvar:

	2	3	4	
Olomouc	2	8	0	10
Ostrava	2	11	2	15
	4	19	2	25

Tabulka 11 Kontingenční tabulka pro otázku č. 9

Jelikož kontingenční tabulka obsahuje tři sloupce, pro výpočet testovací statistiky použiji obecný vzorec.

$$z = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}\right)^2}{\frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}}$$

$$z = \frac{\left(2 - \frac{10 \cdot 4}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 4}{25}} + \frac{\left(8 - \frac{10 \cdot 19}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 19}{25}} + \frac{\left(0 - \frac{10 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{10 \cdot 2}{25}} + \frac{\left(2 - \frac{15 \cdot 4}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 4}{25}} + \frac{\left(11 - \frac{15 \cdot 19}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 19}{25}}$$

$$+ \frac{\left(2 - \frac{15 \cdot 2}{25}\right)^2}{\frac{15 \cdot 2}{25}} = \frac{1}{10} + \frac{2}{95} + \frac{4}{5} + \frac{1}{15} + \frac{4}{285} + \frac{8}{15} = \frac{175}{114} = 1{,}5351$$

Dále postupuji stejně, jako v předchozích případech. Vypočítám stupně volnosti $f = (2-1) \cdot (3-1) = 1 \cdot 2 = 2$ a následně příkazem CHISQ.INV. RT.(0,05;2) vypočítám kritickou hodnotu ${\chi^2}_2(0{,}95) = 5{,}9915$. Jelikož $z < {\chi^2}_1(0{,}95)$ přijímám nulovou hypotézu. Rozdělení výsledků žáků při závěrečném hodnocení učiva slovní úlohy o pohybu se neliší v Ostravě a v Olomouci.

4.5 Závěr dotazníku

Cílem dotazníku bylo zjistit, zda se výuka učiva slovní úlohy o pohybu liší v Ostravě a v Olomouci. Z přijatých hypotéz jednotlivých otázek vyplývá, že se výuka slovních úloh o pohybu liší pouze v ročníku, ve kterém se dané učivo vyučuje. Ovšem tento ročník, ve kterém se učivo vyučuje, je velmi podstatný údaj. Pokud učitelé slovní úlohy o pohybu probírají v osmém ročníku, mají možnost učivo v devátém ročníku zopakovat. Na základě tohoto výsledku lze vyvodit tento závěr. RVP ZV dává školám ve stanovení ŠVP značnou volnost, výuka slovních úloh o pohybu se proto v Ostravě a v Olomouci liší.

Osobně bych se ovšem přiklonila k výuce slovních úloh o pohybu v osmém ročníku. Jednak proto, že jsou v osmém ročníku probírány lineární rovnice, a žáci tak získají představu o uplatnění lineárních rovnic v praxi. Dále také učitel získává větší možnost opakování učiva v následujícím ročníku. Tato skutečnost dává žákům větší šanci k upevnění učiva a k lepší přípravě na příjímací zkoušky.

5 Návrh aktivizační metody pro výuku slovních úloh o pohybu

Jak vyplynulo z dotazníkového šetření, slovní úlohy o pohybu nepatří mezi žáky nejoblíbenější učivo. Také výsledky závěrečného hodnocení nepatří k nejlepším. Na základě tohoto zjištění jsem sestavila aktivizační metodu, která zpestří výuku, což by mělo vést k větší oblibě žáků daného učiva a zároveň i k jejich lepším výsledkům.

5.1 Didaktická hra

Didaktická hra je jednou z metod, kterou Josef Maňák a Vlastimil Švec zařadili ve své klasifikaci výukových metod do metod aktivizujících[101]. Jedná se o metodu, kterou definujeme jako „*takovou seberealizační aktivitu jedinců nebo skupin, která svobodnou volbu, uplatnění zájmů, spontánnost a uvolnění přizpůsobuje pedagogickým cílům.*“[102] Množství didaktických her je nezměrné a záleží čistě na osobnosti a preferenci učitele, jestli jich využije, či nikoliv.

Tak jako každá výuková metoda i didaktická hra vyžaduje metodickou přípravu, kterou ve své publikaci popisují již zmínění J. Maňák a V. Švec. Základem je stanovit výchovně - vzdělávací cíl didaktické hry, který bude obsahovat kognitivní, afektivní i psychomotorickou složku. Dále musí učitel znát prekoncept neboli připravenost žáků na danou činnost, tj. zda jsou žáci dostatečně vybaveni vědomostmi a dovednostmi pro náročnost konkrétní hry. Jelikož se jedná o hru, pevně daná a jasná pravidla jsou zde naprosto očekávaná. Mezi neodmyslitelnou část metodické přípravy patří také určení vedoucího hry, zvolení metody hodnocení, zajištění místa pro samotnou realizaci hry, příprava pomůcek materiálu a určení časového limitu. Při plánování didaktické hry by si měl předem učitel promyslet různé varianty hry, které můžou nastat díky vlastní iniciativě žáků.[103]

5.1.1 Návrh deskové hry Pohybem vpřed

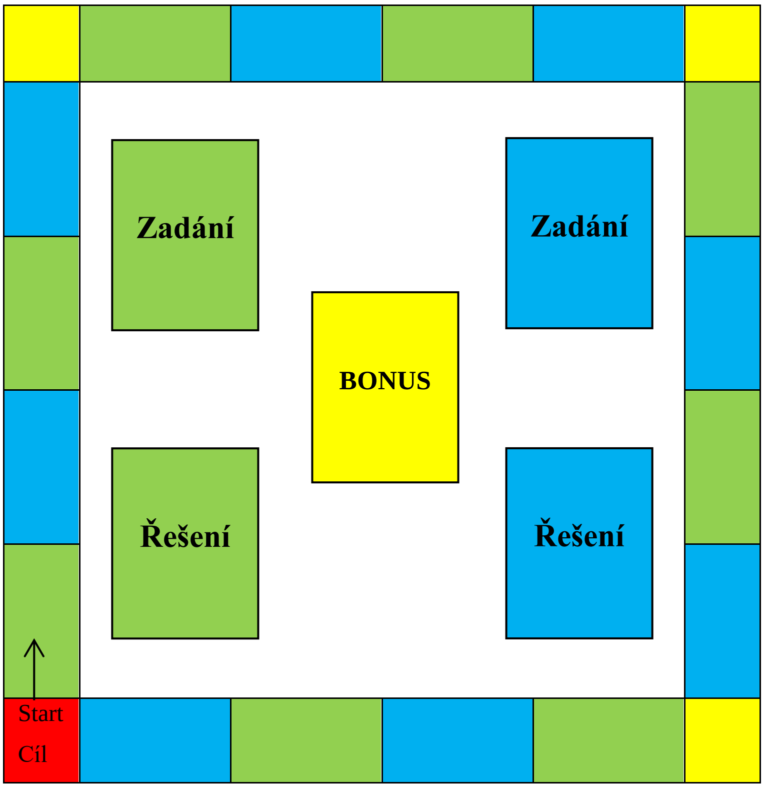
Pohybem vpřed je stolní hra, primárně zaměřena na opakování slovních úloh o pohybu. Jeden herní plán je určen pro čtyři skupiny o dvou až třech žácích, podle počtu žáků ve třídě. Pro celou třídu je potřeba 2 – 4 herních plánů, podle počtu žáků ve třídě a podle zvolené velikosti jedné skupiny. Žáci jsou do skupin rozděleni losem. Každá skupina obdrží od učitele hrací figurku a síť krychle, ze které si poskládá hrací kostku.

Na hracím plánu se nachází čtyři druhy hracích políček. Červené pole označuje místo startu a cíle hry. Ke žlutým, zeleným a modrým políčkům jsou přiloženy balíčky karet. Zelený

---

[101] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 49
[102] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 127
[103] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5. s. 129

balíček obsahuje 16 karet se zadáním příkladů na pohyb za sebou a k nim i 16 karet s řešením. V modrém balíčku se nachází 16 karet příkladů na pohyb proti sobě a opět i 16 karet s řešením. Žlutých karet je 12 a obsahují výhody pro danou skupinu.



Obrázek 2 Herní plán hry Pohybem vpřed

5.1.1.1 Pravidla hry

Hra pobíhá po směru hodinových ručiček. Začíná skupina, která hrací kostkou hodí největší číslo. Skupina, která je na tahu hodí kostkou a posune se o počet polí (pole po obvodu herního plánu), který padnul při hodu kostkou, po směru hodinových ručiček. Poté sejme kartu Zadání odpovídající barvy a řeší příklad, který je na kartě. Správnost řešení kontroluje skupina po levé straně, která sejme kartu Řešení odpovídající barvy. Karty míchá a třídí učitel, tudíž je zaručeno, že zadání příkladu bude souhlasit s řešením příkladu. Pokud skupina, která je na tahu, vypočítá příklad správně, pokračuje v dalším kole ve hře. Pokud bude výsledek nesprávný, skupina jedno kolo nehraje. Po kontrole pokračuje kolo podle směru hodinových ručiček. Pokud se dostanou dvě či více figurek na stejné hrací pole, nevyhazuje se. Jestliže se hráči dostanou po hodu kostkou na žluté herní pole, sejmou z hromádky žlutých bonusových karet, které umožňují získat náskok ve hře. Skupina, která jako první projede cílem, vyhrává. Vítězná skupina se následně rozdělí tak, že každý hráč ze skupiny se připojí k jedné skupině počínaje tou poslední. Hra pokračuje do té doby, dokud všechny skupiny neprojedou cílem nebo dokud hru neukončí učitel.

5.1.1.2 Zelené karty

Karta č. 1

Zadání: Karel a Jakub uzavřeli sázku. Jakub vyrazí jako první a trasu poběží průměrnou rychlostí 13 km/h. Karel nechá Jakubovi 30 minut náskok a vyrazí za ním stejnou trasu na kole průměrnou rychlostí 20 km/h. Kluci uzavřeli mezi sebou následující sázku. Karel tvrdí, že Jakuba dohoní do 45 minut. Kdo z kluků sázku vyhraje a za jak dlouho se kluci potkají?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Jakub	s_1	13 km/h	t
Karel	s_2	20 km/h	$t-0{,}5$

Tabulka 12 Zadání zelená karta č. 1

Ve chvíli, kdy se kluci setkají, urazí oba stejnou dráhu, tudíž $s_1 = s_2$. Proto platí:

$$13 \cdot t = 20 \cdot (t - 0{,}5)$$

$$13t = 20t - 10$$

$$13t - 20t = -10$$

$$-7t = -10 \qquad /\div(-7)$$

$$t \doteq 1{,}43\ h$$

$$0{,}43 \cdot 60 = 25{,}8\ min$$

$$0{,}8 \cdot 60 = 48\ s$$

Karel dohoní Jakuba za 1 hodinu 25 minut a 48 sekund.

Karta č. 2

Zadání: Jakou dráhu urazí Karel, který běží trasu rychlostí 13 km/h, a Jakub, který trasu jede na kole rychlostí 20 km/h, jestliže se potkají za 1 hodinu 25 minut a 48 sekund?

Řešení: Ve chvíli, kdy se Karel s Jakubem potkají, urazí i stejnou dráhu. Proto pro výpočet postačí rovnice jen jednoho z chlapců. Nejprve si převedeme čas, za který se potkali, na hodiny a poté tento čas dosadíme do rovnice.

$$25 \div 60 \doteq 0{,}42$$

$$8 \div 3600 \doteq 0{,}01$$

$$1 + 0{,}42 + 0{,}01 = 1{,}43$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 13 \cdot 1{,}43$$

$$s = 18{,}59\ km$$

Jakub a Karel urazí dráhu dlouhou 18,59 kilometrů

Karta č. 3

Zadání: Kamila vyrazila v 7:00 do školy vzdálené 15 km na kole průměrnou rychlostí 25 km/h. Janu, sousedku Kamily, veze do školy táta autem, průměrnou rychlostí 50 km/h. V kolik hodin musí Jana s tátou vyjet, aby do školy dorazili ve stejný čas?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Kamila	$15\ km$	25 km/h	t
Jana	$15\ km$	50 km/h	$t - x$

Tabulka 13 Zadání zelená karta č. 3

Nejprve spočítáme, v kolik hodin dorazí Kamila do školy.

$$s_1 = v \cdot t$$

$$15 = 25 \cdot t$$

$$15 \div 25 = t$$

$$t = 0{,}6\ h$$

$$0{,}6 \cdot 60 = 36\ min$$

Kamila dorazí do školy v 7 hodin a 36 minut. Nyní můžeme vypočítat x, které nám říká, o kolik minut později Jana s tátou vyrazí z domu.

$$15 = 50 \cdot (0{,}6 - x)$$
$$15 = 30 - 50x$$
$$-15 = -50x$$
$$x = 0{,}3\ h$$

Výsledek převedeme na minuty a odečteme od času Kamily.

$$0{,}3 \cdot 60 = 18\ min$$
$$36 - 18 = 18\ min$$

Jana s tátou musí vyrazit do školy v 7 hodin a 18 minut.

Karta č. 4

Zadání: Eliška s Honzou jedou na víkend k babičce, která bydlí ve městě vzdáleném 112 km. Oba dva pojedou k babičce vlakem, ovšem Eliška ráda jezdí osobním vlakem a Honza rychlíkem. Eliška pojede vlakem v 15:45 a u babičky bude v 16:52. Honza vyjede rychlíkem v 16:04 a u babičky bude ve stejný čas, jako Eliška. Jakou rychlostí jedou oba dva vlaky?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Eliška	$112\ km$	$v_1\ km/h$	$1\ hod\ 7\ min$
Honza	$112\ km$	$v_2\ km/h$	$48\ min$

Tabulka 14 Zadání zelená karta č. 4

Jako první převedeme oba časy na hodiny. Eliška: $t_1 = 1 + \frac{7}{60} \doteq 1{,}12$ hodiny. Honza: $t_2 = \frac{48}{60} = 0{,}8$. Nyní vypočítáme jednotlivé rychlosti vlaku.

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$
$$112 = v_1 \cdot 1{,}12$$
$$\frac{km}{h} 100 = v_1$$

Osobní vlak, kterým jede Eliška, jede průměrnou rychlostí 100 km/h

$$s_2 = v_2 \cdot t_2$$
$$112 = v_2 \cdot 0{,}8$$
$$\frac{km}{h} 140 = v_2$$

Rychlík, kterým jede Honza, jede průměrnou rychlostí 140 km/h

Karta č. 5

Zadání: Skauti uspořádali celodenní bojovku. V rámci této bojovky se rozdělili na dvě družstva podle věku skautů, na Vlčáky (7 – 13 let) a Medvědy (14 – 17 let). V rámci bojovky musela družstva projít trasu dlouhou 10 km. Vlčáci šli trasu průměrnou rychlostí 4 km/h. Medvědi šli průměrnou rychlostí 6 km/h a dali Vlčákům 45 minut náskok. Dohonili Medvědi Vlčáky před cílem?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Vlčáci	$10\ km$	$4\ km/h$	t
Honza	$10\ km$	$6\ km/h$	$t - 0{,}75$

Tabulka 15 Zadání zelená karta č. 5

Jako první vypočítáme, v kolik hodin dorazili do cíle Vlčáci.

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$

$$10 = 4 \cdot t_1$$

$$h\ 2{,}5 = t_1$$

$$0{,}5 \cdot 60 = 30\ min$$

Vlčáci dorazili do cíle při průměrné rychlosti 4 km/h za 2 hodiny a 30 minut. Nyní vypočítáme, za jak dlouho se družstva potkala.

$$s_1 = s_2$$

$$4t = 6 \cdot (t - 0{,}75)$$

$$4t = 6t - 4{,}5$$

$$-2t = -4{,}5$$

$$t = 2{,}25\ h$$

Vlčáci a Medvědi se potkali za 2 hodiny a 15 minut, tedy ještě před cílem.

Karta č. 6

Zadání: Skautské oddíly Vlčáci a Medvědi se při bojovce, při které šla obě družstva stejnou trasu, a Vlčáci měli náskok 45 minut, setkaly za 2 hodiny a 15 minut. Za kolik kilometrů se družstva setkala, když Vlčáci šli průměrnou rychlostí 4 km/h a Medvědi 6 km/h?

Řešení: Nejprve převedeme čas na hodiny. $t = 2 + \frac{15}{60} = 2{,}25\ hodiny.$

	dráha	rychlost	čas
Vlčáci	s	$4\ km/h$	$2{,}25\ h$
Honza	s	$6\ km/h$	$2{,}25 - 0{,}75 = 1{,}5\ h$

Tabulka 16 Zadání zelená karta č. 6

Jelikož je dráha v obou případech stejná, můžeme ji vypočítat pouze z jedné z rovnic.

$$s = 4 \cdot 2{,}25$$

$$s = 9\ km$$

Vlčáci a Medvědi se setkali za 9 kilometrů.

Karta č. 7

Zadání: Sourozenci Pepa s Jaruškou si vyjeli na kole na výlet na hrad Hukvaldy, který je od jejich domu vzdálen 60 km. Vyjeli v 8 hodin ráno. Po chvíli Pepa Jarušce ujel a na hrad dorazil v 10 hodin 24 minut. Na Jarušku v cíli čekal 36 minut. Jakou rychlostí jel Pepa a jakou Jaruška?

Řešení: Nejprve si spočítáme oba dva časy v hodině. Pepa jel trasu 2 hodiny a 24 minut, tedy $t_1 = 2 + \frac{24}{60} = 2{,}4$ hodiny. Jaruška trasu ujela za 3 hodiny.

	dráha	rychlost	čas
Pepa	$60\ km$	$v_1\ km/h$	2,4
Jaruška	$60\ km$	$v_2\ km/h$	3

Tabulka 17 Zadání zelená karta č. 7

Pepa: $s_1 = v_1 \cdot t_1$

$$60 = v_1 \cdot 2{,}4$$

$$60 \div 2{,}4 = v_1$$

$$\frac{km}{h} 25 = v_1$$

Jaruška: $s_2 = v_2 \cdot t_2$

$$60 = v_2 \cdot 3$$

$$60 \div 3 = v_2$$

$$\frac{km}{h} 30 = v_2$$

Pepa jel průměrnou rychlostí 25 km/h a Jaruška průměrnou rychlostí 30 km/h.

Karta č. 8

Zadání: Rodiny Kokešovi a Zezulkovi z Ostravy se chystají společně na dovolenou do Chorvatska na Korčulu. Obě dvě rodiny se rozhodly, že pojedou autem. Kokešovi vyrazí v 10:00 dopoledne průměrnou rychlostí 110 km/h. Zezulkovi na cestu vyrazí v 11:30 průměrnou rychlostí 130 km/h po stejné dráze jako Kokešovi. Za jak dlouho se rodiny potkají?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Kokešovi	s_1	$110\ km/h$	t
Zezulkovi	s_2	$130\ km/h$	$t - 1,5$

Tabulka 18 Zadání zelená karta č. 8

$$s_1 = s_2$$

$$110 \cdot t = 130 \cdot (t - 1,5)$$

$$110t = 130t - 195$$

$$-20t = -195$$

$$t = 9,75\ h$$

$$0,75 \cdot 60 = 45\ min$$

Rodiny se setkají za 9 hodin a 45 minut.

Karta č. 9

Zadání: Jarda a Jana mají schůzku u rybníku. Jana vyjede v 13:25 na kolečkových bruslích průměrnou rychlostí 12 km/h. Jarda vyjede 13:37 na kole průměrnou rychlostí 20 km/h stejnou cestou. Za jak dlouho se pár potká a jakou část cesty bude mít dvojice za sebou?

Řešení: Jarda vyjel o 12 minut později než Jana. Tento údaj převedeme na hodiny. $\frac{12}{60} = 0{,}2\ h$

	dráha	rychlost	čas
Jana	s_1	$12\ km/h$	t
Jarda	s_2	$20\ km/h$	$t - 0{,}2$

Tabulka 19 Zadání zelená karta č. 9

$$s_1 = s_2$$
$$12t = 20(t - 0{,}2)$$
$$12t = 20t - 4$$
$$-8t = -4$$
$$t = 0{,}5\ h$$

Jarda s Janou se setkají za 30 minut.

Karta č. 10

Zadání: Řidiči kamionu David a Jáchym nakládají náklad ve společném depu firmy. David má naloženo v 6:00 a vydává se na cestu do Polska rychlostí 70 km/h. Jáchymovi trvá naložení o 48 minut déle. Vyráží v 6:48 po stejné trase rychlostí 85 km/h. Za jak dlouho se řidiči setkají?

Řešení: Jako první převedeme 48 minut na hodiny. $\frac{48}{60} = 0{,}8$ hodiny.

	dráha	rychlost	čas
David	s_1	$70\ km/h$	t
Jáchym	s_2	$95\ km/h$	$t - 0{,}8$

Tabulka 20 Zadání zelená karta č. 10

$$s_1 = s_2$$
$$70t = 95(t - 0{,}8)$$
$$70t = 95t - 76$$
$$-25t = -76$$
$$t = 3{,}04\ h$$
$$0{,}04 \cdot 60 = 2{,}4\ min \quad 0{,}4 \cdot 60 = 24\ s$$

Řidiči se setkají za 3 hodiny 2 minuty a 24 sekund.

Karta č. 11

Zadání: Jitka si vyjela na bruslích a jela trasu dlouhou 20 km. Anežka jela stejnou cestou na kole dvojnásobnou rychlostí než Jitka. Jitka trasu ujela za 1 hodinu a 30 minut. Jakou průměrnou rychlostí jely obě dívky a za jak dlouho trasu ujela Anežka?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Jitka	$20\ km$	$v\ km/h$	$1{,}5$
Anežka	$20\ km$	$2 \cdot v\ km/h$	t

Tabulka 21 Zadání zelená karta č. 11

Nejprve vypočítáme průměrnou rychlost Jitky.

$$s = v \cdot t$$
$$20 = v \cdot 1{,}5$$
$$v \doteq 13{,}33\ km/h$$

Jitka jela průměrnou rychlostí 13,33 km/h.

Anežka jela dvojnásobnou rychlostí, tudíž $2 \cdot v = 13{,}33 \cdot 2 = 26{,}66$ km/h. Nyní vypočítáme čas, za který Anežka trasu ujela.

$$s = v \cdot t$$
$$20 = 26{,}66 \cdot t$$
$$t \doteq 0{,}75\ h$$

Anežka trasu ujela za 45 minut.

Karta č. 12

Zadání: Olda s Tobiášem plánují výlet na chatu. Olda pojede osobním vlakem v 6:55, který jede průměrnou rychlostí 100 km/h. Tobiáš pojede autem v 7:25 průměrnou rychlostí 130 km/h. Trasy, které ujedou Olda a Tobiáš, jsou stejné. Kluci mají spočítané, že když dodrží časy odjezdu a průměrnou rychlost, dorazí na chatu ve stejný čas. V kolik hodin dojedou Olda a Tobiáš na chatu?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Olda	s	$100\ km/h$	t
Tobiáš	s	$130\ km/h$	$t - 0{,}5$

Tabulka 22 Zadání zelená karta č. 12

$$100t = 130(t - 0{,}5)$$
$$100t = 130t - 65$$
$$-30t = -65$$
$$t \doteq 2{,}17\ h$$
$$0{,}17 \cdot 60 = 10{,}2\ min \quad 0{,}2 \cdot 60 = 12\ s$$

Olda s Tobiášem dorazí na chatu v 9 hodin 5 minut a 12 sekund.

Karta č. 13

Zadání: Dva kamiony převážejí zboží z Rakouska do Česka po stejné trase. První kamion trasu ujede za 3 hodiny a 45 minut. Druhý kamion jede rychlosti o 35 km/h větší, než první, a trasu urazí za 2 hodiny a 42 minut. Jakou rychlostí jedou oba kamiony?

Řešení: Jako první převede jednotlivé časy na hodiny.

$$t_1 = 3 + \frac{45}{60} = 3{,}75\ h$$
$$t_2 = 2 + \frac{42}{60} = 2{,}7\ h$$

	dráha	rychlost	čas
Kamion 1	s_1	$v_1\ km/h$	3,75
Kamion 2	s_2	$v_1 + 35\ km/h$	2,7

Tabulka 23 Zadání zelená karta č. 13

$$s_1 = s_2$$
$$3{,}75 \cdot v_1 = 2{,}7 \cdot (v_1 + 28)$$
$$3{,}75v_1 = 2{,}7v_1 + 75{,}6$$
$$1{,}05v_1 = 75{,}6$$
$$v_1 = 72 \text{ km/h}$$
$$v_2 = 72 + 28 = 100 \text{ km/h}$$

První kamion jede rychlostí 72 km/h a druhý kamion jede rychlostí 100km/h.

Karta č. 14

Zadání: Irma s Kateřinou se nezávisle na sobě jely projet po cyklostezce dlouhé 30 km. Irma ujela cyklostezku za 3 hodiny. Kateřina jela 1,5 krát rychleji než Irma. Jakou rychlostí jely obě dvě dívky?

Řešení: Nejprve vypočítáme rychlost Irmy.

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$
$$30 = v_1 \cdot 3$$
$$v_1 = 10 \text{ km/h}$$

Irma jela rychlostí 10 km/h. Pro výpočet rychlosti Kateřiny stačí vynásobit rychlost Irmy 1,5 krát. $v_2 = 10 \cdot 1{,}5 = 15$. Kateřina jela rychlostí 15 km/h.

Karta č. 15

Zadání: Dva studenti cestují z Ostravy do Brna po dálnici. Jeden jede na motorce průměrnou rychlostí 100 km/h. O čtvrt hodiny později vyjede druhý student autem průměrnou rychlostí 130 km/h. Za kolik kilometrů se studenti budou na dálnici míjet?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
student 1	s_1	$100\ km/h$	t
student 2	s_2	$130\ km/h$	$t - 0{,}25$

Tabulka 24 Zadání zelená karta č. 15

$$s_1 = s_2$$
$$100 \cdot t = 130 \cdot (t - 0{,}25)$$
$$100t = 130t - 32{,}5$$
$$-30t = -32{,}5$$
$$t = 1{,}08\ h$$

Po zjištění času setkání můžeme vypočítat, za kolik kilometrů se studenti setkají. Jelikož v tomto momentě jsou dráhy obou studentů stejné, k výpočtu stačí zvolit jednu z rovnic.

$$s_1 = 100 \cdot 1{,}08 = 108\ km$$

Studenti se na dálnici budou míjet za 108 kilometrů.

Karta č. 16

Zadání: Jirka s Pavlem vyrazili na túry. Jirka ovšem zaspal, proto Pavel vyrazil o 30 minut dříve průměrnou rychlostí 4 km/h. Jirka chtěl Pavla co nejdříve dohnat, proto přidal do kroku a šel průměrnou rychlostí 6 km/h. Za jak dlouho Jirka Pavla dohnal?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
student 1	s_1	$4\ km/h$	t
student 2	s_2	$6\ km/h$	$t - 0{,}5$

Tabulka 25 Zadání zelená karta č. 16

$$s_1 = s_2$$
$$4 \cdot t = 6 \cdot (t - 0{,}5)$$
$$4t = 6t - 3$$
$$-2t = -3$$
$$t = 1{,}5\ h$$

Jirka Pavla dohnal za 1 hodinu a 30 minut.

5.1.1.3 Modré karty

Karta č. 1

Zadání: Andrea a Lucka bydlí ve vesnicích Staré Bělé a Jistebníku, mezi kterými vede cyklostezka dlouhá 20 km. Andrea vyjede na kole ze Staré Bělé rychlostí 18 km/h. Ve stejnou dobu vyjede Lucka, také na kole, rychlostí 20 km/h. Za jak dlouho se dívky setkají a kolik kilometrů bude mít každá za sebou?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Andrea	s_1	$18\ km/h$	t
Lucka	s_2	$20\ km/h$	t

Tabulka 26 Zadání modrá karta č. 1

Vycházíme ze dvou faktů. Ve chvíli, kdy se dívky setkají, ujedou na kole stejný čas. Celková dráha se rovná součtu drah obou dívek.

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$20 = 18t + 20t$$

$$20 = 38t$$

$$t \doteq 0{,}53\ h$$

$$0{,}53 \cdot 60 = 31{,}8\ min \quad 0{,}8 \cdot 60 = 48\ s$$

Dívky se setkají za 38 minut a 48 sekund.

$$s_1 = 18 \cdot 0{,}53 = 9{,}54\ km$$

$$s_2 = 20 \cdot 0{,}53 = 10{,}6\ km$$

Andrea ujede 9,54 km a Lucka 10,6 km.

Karta č. 2

Zadání: Adam bydlí v Hradci Králové a Vašek v Brně. Kluci se spolu chtějí setkat a domluvili se, že vyjedou každý ze svého města v 8:00 a pojedou si naproti po cestě dlouhé 147 km. Adam pojede rychlostí 120 km/h a Vašek pojede rychlostí 115 km/h. Za jak dlouho se setkají a kolik kilometrů oba dva jedou?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Adam	s_1	$120\ km/h$	t
Vašek	s_2	$115\ km/h$	t

Tabulka 27 Zadání modrá karta č. 2

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$147 = 120t + 115t$$

$$148 = 235t$$

$$t \doteq 0{,}63\ h$$

$$0{,}63 \cdot 60 = 37{,}8\ min \quad 0{,}8 \cdot 60 = 48\ s$$

Adam s Vaškem se setkají za 37 minut a 48 sekund

$$s_1 = 120 \cdot 0{,}63 = 75{,}6\ km$$

$$s_2 = 115 \cdot 0{,}63 = 72{,}45\ km$$

Adam ujel 75,6 km a Vašek 72,45 km.

Karta č. 3

Zadání: Z Karlových Varů vyjel v 5:00 kamion s elektronikou rychlostí 90 km/h. V 5:30 vyjede proti němu kamion z Ostravy rychlostí 80 km/h, který má od něj náklad převzít. Vzdálenost mezi Karlovými Vary a Ostravou je 500 km Za jak dlouho kamion z Ostravy náklad převezme? A kolik kilometrů budou mít oba najeto?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Kamion 1	s_1	$90\ km/h$	t
Kamion 2	s_2	$80\ km/h$	$t - 0{,}5$

Tabulka 28 Zadání modrá karta č. 3

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$500 = 90t + 80 \cdot (t - 0{,}5)$$

$$500 = 90t + 80t - 40$$

$$540 = 170t$$

$$t = 3{,}17\ h$$

$$0{,}17 \cdot 60 = 10{,}2 \min \quad 0{,}2 * 60 = 12\ s$$

Kamion z Ostravy převezme náklad za 3 hodiny 10 minut a 12 sekund.

$$s_1 = 90 \cdot 3{,}17 = 285{,}3\ km$$

$$s_2 = 80 \cdot (3{,}17 - 0{,}5) = 80 \cdot 2{,}67 = 213{,}6\ km$$

Kamion z Karlových Varů ujede 285,3 km. Kamion z Ostravy ujede 213,6 km.

Karta č. 4

Zadání: Lanovka je dlouhá 3,5 km. Kabiny vyjedou proti sobě ve stejný čas stejnou rychlostí 3 m/s. Za jak dlouho se kabiny potkají? Jakou dráhu kabiny urazí?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Kabina 1	s_1	$3\ m/s$	t
Kabina 2	s_2	$3\ m/s$	t

Tabulka 29 Zadání modrá karta č. 4

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$3500 = 3t + 3t$$

$$3500 = 6t$$

$$t \doteq 583{,}33s$$

$$583{,}33 \div 60 = 9{,}72 \ \ 0{,}72 \cdot 60 \doteq 43$$

Kabiny se potkají za 9 minut a 43 sekund.

Jelikož obě kabiny jedou stejnou rychlostí a vyjely ve stejný čas, jejich ujeté dráhy budou stejně dlouhé.

$$s = 3 \cdot 583{,}33 = 1749{,}99 \doteq 1750\ m$$

Kabiny ujedou 1750 m.

Karta č. 5

Zadání: Pepa vyrazí na kánoi v 9:00 trasu dlouhou 15 km rychlostí 2 km/h. Jarda vyjíždí proti němu na raftu o 45 minut později rychlostí 2,5 km/h. Za jak dlouho se Pepa s Jardou potkají a kolik každý z nich ujede kilometrů?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Pepa	s_1	$2\ km/s$	t
Jarda	s_2	$2{,}5\ km/s$	$t - 0{,}75$

Tabulka 30 Zadání modrá karta č. 5

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$15 = 2t + 2{,}5 \cdot (t - 0{,}75)$$
$$15 = 2t + 2{,}5t - 1{,}875$$
$$16{,}875 = 4{,}5t$$
$$t \doteq 3{,}75\ h$$
$$0{,}75 \cdot 60 = 45\ \mathrm{min}$$

Pepa s Jardou se setkají za 3 hodiny 45 minut.

$$s_1 = 2 \cdot 3{,}75 = 7{,}5\ km$$
$$s_2 = 2{,}5 \cdot (3{,}75 - 0{,}75) = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5\ km$$

Pepa s Jardou ujedou stejnou dráhu 7,5 km.

Karta č. 6

Zadání: Karla vyrazila na brusle. Vybrala si cyklostezku dlouhou 9 kilometrů. Vyrazila v 15:00 a jela průměrnou rychlostí 11 km/h. Stejnou cyklostezku si vybrala Lea, která vyrazila z opačného směru v 15:15 rychlostí 15 km/h. Za jak dlouho se dívky potkají a jakou dráhu obě urazí?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Karla	s_1	$11\ km/s$	t
Lea	s_2	$15\ km/s$	$t - 0{,}25$

Tabulka 31 Zadání modrá karta č. 6

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$9 = 11t + 15 \cdot (t - 0{,}25)$$
$$9 = 11t + 15t - 3{,}75$$
$$12{,}75 = 26t$$
$$t = 0{,}49\ h$$
$$0{,}49 \cdot 60 = 29{,}4\ min \quad 0{,}4 \cdot 60 = 24\ s$$

Karla s Leou se potkají za 29 minut a 24 sekund.

$$s_1 = 11 \cdot 0{,}49 = 5{,}39\ km$$
$$s_2 = 15 \cdot (0{,}49 - 0{,}25) = 15 \cdot 0{,}24 = 3{,}6\ km$$

Karla ujede 5,39 kilometrů a Lea 3,6 kilometrů.

Karta č. 7

Zadání: Dva běžci vyběhnou proti sobě ve stejnou dobu trasu dlouhou 12 kilometrů. První běžec běží průměrnou rychlostí 9 km/h. Druhý běžec běží rychlostí 11 km/h. Za jak dlouho se budou běžci míjet a kolik uběhne každý z nich kilometrů?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Běžec 1	s_1	$9\ km/s$	t
Běžec 2	s_2	$11\ km/s$	t

Tabulka 32 Zadání modra karta č. 7

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$12 = 9t + 11t$$
$$12 = 20t$$
$$t = 0{,}6\ h$$
$$0{,}6 \cdot 60 = 36\ min$$

Běžci se budou míjet za 36 minut.

$$s_1 = 9 \cdot 0{,}6 = 5{,}4\ km$$
$$s_2 = 11 \cdot 0{,}6 = 6{,}6\ km$$

První běžec uběhne 5,4 kilometrů. Druhý běžec uběhne 6,6 kilometrů.

Karta č. 8

Zadání: Dva hokejisti trénují přehoz přes hřiště. Stojí proti sobě ve vzdálenosti 60 m. Ve stejný čas vystřelí puk. První hokejista vystřelí puk rychlostí 126 km/h. Druhý hokejista vystřelí puk rychlostí 108 km/h. Za jak dlouho a za kolik metrů se puky střetnou?

Řešení: Jako první převede km/h na m/s. $126 \div 3{,}6 = 35;\ 108 \div 3{,}6 = 30$

	dráha	rychlost	čas
Běžec 1	s_1	$35\ m/s$	t
Běžec 2	s_2	$30\ m/s$	t

Tabulka 33 Zadání modré karty č. 8

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$60 = 35t + 30t$$
$$60 = 65t$$
$$t = 0{,}923\ s$$

Puky se střetnou za 0,923 sekund.

$$s_1 = 35 \cdot 0{,}923 = 32{,}3\ m$$
$$s_2 = 30 \cdot 0{,}923 \doteq 27{,}7\ m$$

Puk prvního hokejisty urazí dráhu 32,3 metrů. Puk druhého hokejisty urazí dráhu 27,7 metrů.

Karta č. 9

Zadání: V ohradě jsou dva berani, kteří jsou od sebe vzdáleni 100 metrů. První beran se rozběhne proti druhému rychlostí 18 km/h. Druhý beran vyběhne proti prvnímu o 5 sekund později rychlostí 36 km/h. Za jak dlouho se berani srazí? Jakou každý z nich urazí dráhu?

Řešení: Jelikož je dráha v metrech, převedeme i rychlost na metry za sekundu. $18 \div 3{,}6 = 5\ m/s;\ \ 36 \div 3{,}6 = 10\ m/s$

	dráha	rychlost	čas
beran 1	s_1	$5\ m/s$	t
beran 2	s_2	$10\ m/s$	$t - 5$

Tabulka 34 Zadání modrá karta č. 9

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$100 = 5t + 10 \cdot (t - 5)$$
$$100 = 5t + 10t - 50$$
$$150 = 15t$$
$$t = 10\ s$$

Berani se srazí za 10 sekund.

$$s_1 = 5 \cdot 10 = 50\ m$$
$$s_2 = 10 \cdot (10 - 5) = 10 \cdot 5 = 50\ m$$

První i druhý beran uběhnou 50 metrů.

Karta č. 10

Zadání: Agáta si vyjela na koni průměrnou rychlostí 10 km/h po cestě dlouhé 15 kilometrů. Proti ní vyjel o 6 minut později cyklista rychlostí 18 km/h. Za jak dlouho se budou na cestě míjet? A kolik kilometrů každý z nich urazí?

Řešení: Nejprve převedeme šest minut na hodiny. $6 \div 60 = 0{,}1$

	dráha	rychlost	čas
Agáta	s_1	$10\ km/h$	t
cyklista	s_2	$18\ km/h$	$t - 0{,}1$

Tabulka 35 Zadání modrá karta č. 10

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$15 = 10t + 18 \cdot (t - 0{,}1)$$
$$15 = 10t + 18t - 1{,}8$$
$$16{,}8 = 28t$$
$$t = 0{,}6\ h$$
$$0{,}6 \cdot 60 = 36\ min$$

Agáta s cyklistou se budou míjet za 36 minut.

$$s_1 = 10 \cdot 0{,}6 = 6\ km$$
$$s_2 = 18 \cdot (0{,}6 - 0{,}1) = 18 \cdot 0{,}5 = 9\ km$$

Agáta ujede 6 kilometrů a cyklista 9 kilometrů.

Karta č. 11

Zadání: Letadlo z Prahy do Helsinek vylétá v 11:00. Letí vzdušnou cestou dlouhou 1301,6 kilometrů průměrnou rychlostí 800 km/h. O půl hodiny později vyletí proti němu letadlo z Helsinek průměrnou rychlostí 810 km/h. Za jak dlouho se budou letadla míjet? Kolik kilometrů budou mít za sebou?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Letadlo 1	s_1	$800\ km/h$	t
Letadlo 2	s_2	$810\ km/h$	$t-0{,}5$

Tabulka 36 Zadání modrá karta č. 11

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$1301{,}6 = 800t + 810 \cdot (t - 0{,}5)$$

$$1301{,}6 = 800t + 810t - 405$$

$$1706{,}6 = 1610t$$

$$t = 1{,}06\ h$$

$$0{,}06 \cdot 60 = 3{,}6\,\text{min} \quad 0{,}6 \cdot 60 = 36\ s$$

Letadla se budou míjet za 1 hodinu 3 minuty a 36 sekund.

$$s_1 = 800 \cdot 1{,}06 = 848\ km$$

$$s_2 = 810 \cdot (1{,}06 - 0{,}5) = 810 \cdot 0{,}56 = 453{,}6\ km$$

Letadlo ve směru Praha – Helsinky uletí 848 kilometrů. Letadlo ve směru Helsinky – Praha uletí 453,6 kilometrů.

Karta č. 12

Zadání: Sam vyjede na motorce na nákup do města vzdáleného 45 km rychlostí 50 km/h. Ve stejný čas se jeho soused Lukáš z tohoto města vrací rychlostí 60 km/h. Za jak dlouho se budou Sam a Lukáš na cestě míjet? Kolik urazí kilometrů?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
San	s_1	$50\ km/h$	t
Lukáš	s_2	$60\ km/h$	t

Tabulka 37 Zadání modrá karta č. 12

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$45 = 50t + 60t$$

$$45 = 110t$$

$$t \doteq 0{,}41\ h$$

$$0{,}41 \cdot 60 = 24{,}6\ min \quad 0{,}6 \cdot 60 = 36\ s$$

Sam s Lukášem se budou míjet za 24 minut a 36 sekund.

$$s_1 = 50 \cdot 0{,}41 = 20{,}5\ km$$

$$s_2 = 60 \cdot 0{,}41 = 24{,}6\ km$$

Sam ujede 20,5 km. Lukáš ujede 24,6 km.

Karta č. 13

Zadání: Petr a Pavel uzavřeli sázku. Vyjedou proti sobě po trase dlouhé 33,5 km. Petr jede rychlostí 20 km/h. Pavel jede rychlostí 25 km /h a dá Petrovi 6 minut náskok. Pavel tvrdí, že ve chvíli kdy se setkají, bude mít najeto více kilometrů. Vyhraje Pavel sázku?

Řešení: Převedeme 6 minut na hodiny. $6 \div 60 = 0{,}1$

	dráha	rychlost	čas
Petr	s_1	$20\ km/h$	t
Pavel	s_2	$25\ km/h$	$t - 0{,}1$

Tabulka 38 Zadání modrá karta č. 13

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$33{,}5 = 20t + 25 \cdot (t - 0{,}1)$$

$$33{,}5 = 20t + 25t - 2{,}5$$

$$36 = 45t$$

$$t = 0{,}8\ h$$

$$0{,}8 \cdot 60 = 48\ min$$

Petr a Pavel se setkají za 48 minut.

$$s_1 = 20 \cdot 0{,}8 = 16\ km$$

$$s_2 = 25 \cdot (0{,}8 - 0{,}1) = 25 \cdot 0{,}7 = 17{,}5\ km$$

Pavel ujede o 1,5 km více, tudíž sázku vyhraje.

Karta č. 14

Zadání: Katka jde venčit svého psa do parku. Má naplánovaný okruh dlouhý 4,2 km a půjde vycházkovým krokem průměrnou rychlostí 3 km/h. Stejný okruh si k venčení psa vybrala i Míša, která ovšem půjde opačně rychlostí 4 km/h. Za jak dlouho se dívky budou míjet, když vyrazí ve stejnou dobu? Kolik ujde každá z nich kilometrů?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Katka	s_1	$3\ km/h$	t
Míša	s_2	$4\ km/h$	t

Tabulka 39 Zadání modrá karta č. 14

$$s = s_1 + s_2$$
$$s = v_1 t + v_2 t$$
$$4{,}2 = 3t + 4t$$
$$4{,}2 = 7t$$
$$t = 0{,}6\ h$$
$$0{,}6 \cdot 60 = 36\ min$$

Katka s Míšou se budou míjet za 36 minut.

$$s_1 = 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8\ km$$
$$s_2 = 4 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\ km$$

Katka ujde 1,8 kilometrů. Míše ujde 2,4 kilometrů.

Karta č. 15

Zadání: Mirek chodí každé ráno v 5:30 běhat 4 km okruh rychlostí 10 km/h. Robert každé ráno v 5:00 venčí psa. Jde stejný okruh jako Mirek, ale jde opačným směrem rychlostí 5 km/h. Za jak dlouho se budou Mirek s Robertem míjet a kolik kilometrů budou mít za sebou?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Mirek	s_1	$10\ km/h$	$t - 0{,}5$
Robert	s_2	$5\ km/h$	t

Tabulka 40 Zadání modrá karta č. 15

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$4 = 10 \cdot (t - 0{,}5) + 5t$$

$$4 = 10t - 5 + 5t$$

$$9 = 15t$$

$$t = 0{,}6\ h$$

$$0{,}6 \cdot 60 = 36\ min$$

Mirek s Robertem se budou míjet za 36 minut.

$$s_1 = 10 \cdot (0{,}6 - 0{,}5) = 10 \cdot 0{,}1 = 1\ km$$

$$s_2 = 5 \cdot 0{,}6 = 3\ km$$

Mirek uběhne 1 kilometr. Robert ujde 3 kilometry.

Karta č. 16

Zadání: Skupina 10 kamarádů si vyrazila na výlet na rozhlednu vzdálenou 6 km. Jelikož šli celou cestu do kopce, jejich průměrná rychlost byla 2 km/h. Z vyhlídky ve stejný čas vyrazila druhá skupina turistů stejnou cestou. Ti šli celou cestu z kopce, proto jejich průměrná rychlost byla 6 km/h. Za jak dlouho se skupiny budou míjet? A kolik kilometrů každá skupina urazí?

Řešení:

	dráha	rychlost	čas
Skupina1	s_1	$2\ km/h$	t
Skupina 2	s_2	$6\ km/h$	t

Tabulka 41 Zadání modrá karta č. 16

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 t + v_2 t$$

$$6 = 2t + 6t$$

$$6 = 8t$$

$$t = 0{,}75\ h$$

Skupiny se budou míjet za 45 minut.

$$s_1 = 2 \cdot 0{,}75 = 1{,}5\ km$$

$$s_2 = 6 \cdot 0{,}75 = 4{,}5\ km$$

První skupina urazí 1,5 kilometrů. Druhá skupina urazí 4,5 kilometrů.

5.1.1.4 Žluté karty

Karta č. 1

Jděte o dvě pole vpřed.

Karta č. 2

Získáváte imunitu pro jeden příklad. Pokud příklad nebudete chtít počítat nebo se vám jej nebude dařit vypočítat, položte na kartu s příkladem tuto kartu. Příklad se pokládá za vyřešený.

Karta č. 3

Jděte o tři pole vpřed.

Karta č. 4

Blokační karta. Pokud chcete soupeři zabránit v řešení příkladu, položte na kartu s příkladem blokační kartu. Příklad se pokládá za nevyřešený.

Karta č. 5

Jděte o jedno pole vpřed.

Karta č. 6

Ukažte na soupeře, který se musí vrátit o tři pole zpět.

Karta č. 7

Získáváte imunitu pro dva příklady. Pokud příklad nebudete chtít počítat nebo se vám jej nebude dařit vypočítat, položte na kartu s příkladem tuto kartu. Příklad se pokládá za vyřešený. Pak si vezměte kartu zpět a použijte pro druhý příklad za stejných podmínek.

Karta č. 8

Všichni protihráči se vrátí o dvě pole vzad.

Karta č. 9

Jděte na další bonusové pole a vezměte si další žlutou kartu.

Karta č. 10

Dejte libovolnému soupeři jednu kartu z modrého nebo zeleného balíčku. Podmínky pro řešení jsou stejné, jako kdyby byl soupeř na tahu.

Karta č. 11

Vyberte jednoho soupeře, který vynechá jedno kolo hry.

Karta č. 12

Vyměňte si místo s hráčem, který je ve vedení. Pokud vedete vy, postupte o pět polí vpřed.

5.1.1.5 Realizace hry ve výuce

Při návrhu realizace vlastní didaktické hry budu postupovat podle výše zmíněné metodické přípravy J. Maňáka a V. Švece. Jako první stanovím výchovně - vzdělávací cíl didaktické hry, který zní následovně: Žák ve skupině vypočítá slovní úlohy o pohybu vylosované při hře a svědomitě dodržuje zásady fair play. Tato didaktická hra je ideálním prostředkem pro rozvoj afektivní složky výchovně – vzdělávacího cíle. Prostřednictvím práce ve skupině rozvijí u žáků schopnost komunikace a mezilidské vztahy. Každá hra navíc vede žáky k dodržování pravidel, což je dovednost, kterou budou žáci potřebovat celý život.

Pohybem vpřed je hra, která vyžaduje od žáků základní znalost slovních úloh o pohybu. Jedná se o hru opakovací, nikoliv vysvětlovací. Proto je pro hladký průběh hry nutné, aby oba dva typy úloh tj. pohyb za sebou a pohyb proti sobě, měli žáci již probrán. Je jasné, že někteří žáci nebudou zcela učivu rozumět. Právě z tohoto důvodu hra probíhá ve skupinách.

Pravidla hry sdělí žákům učitel před začátkem hry. Pokud by během hry došlo k nejasnostem, obrátí se žáci s dotazem na učitele, případně problém vyřeší diskusí s protihráči. Hlavním rozhodčím hry ovšem zůstává učitel, který dohlíží na fair play jednotlivých skupin. Hodnocení správnosti výpočtů v jednotlivých skupinách probíhá podle pravidel hry. Pokud by některá ze skupin měla dojem, že jim kontrolující skupina křivdí, opět se obrátí na učitele, který situaci rozhodne. Celkové hodnocení hry probíhá diskuzí učitele s žáky. Učitel se předem dohodne s žáky, jakou odměnu získá vítězná skupina u jednotlivých herních plánů.

Jako místo realizace této hry stačí běžná třída, ve které se srazí dvě až tři lavice pro jeden herní plán. Učitel musí zajistit potřebný počet losovacích papírků, figurek, sítí krychle a herních plánů. Žáci budou také potřebovat papíry pro výpočty jednotlivých příkladů. Zde je možné použít sešity, které žáci nosí do hodin, případně žákům rozdat papíry pro výpočty. Doporučený časový limit pro hru jsou 1 – 2 vyučovací jednotky, podle časových možností jednotlivých učitelů. Při promýšlení možných variant hry je důležité brát zřetel na žáky se specifickými vzdělávacími potřebami a zajistit, aby při hře nebyli v nevýhodě například úpravou vylosovaných skupin.

Didaktická hra se dá také využít při jiných matematických učivech a to pouhou výměnou zelených a modrých hracích karet. Například pokud by chtěl učitel herní plán využít pro opakování početních operací se zlomky, realizace hry mohla vypadat následovně. Zelené karty budou obsahovat početní operace pro zlomky se stejnými jmenovateli a modré karty budou obsahovat početní operace pro zlomky s různými jmenovateli.

Závěr

Cílem mé práce bylo porovnat výuku slovních úloh o pohybu v Ostravě a v Olomouci. Jak prokázal dotazník, výuka slovních úloh se v Ostravě a v Olomouci liší pouze ročníkem, ve kterém se tyto úlohy vyučují. Zatímco v Olomouci převažuje výuka slovních úloh o pohybu v devátém ročníku, v Ostravě převažuje výuka těchto úloh v ročníku osmém. Tento údaj je ovšem velmi důležitý pro uchopení učiva žáky. Pokud se slovní úlohy o pohybu vyučují v osmém ročníku, má učitel ještě možnost učivo zopakovat v devátém ročníku, což dává žákům větší možnost k lepšímu uchopení učiva, což vede i k lepší přípravě na přijímací zkoušky na střední školu.

Dotazníkem se také potvrdila má zkušenost se slovními úlohami o pohybu. Učitelé v praxi vnímají tyto úlohy jako žáky spíše neoblíbené. Této skutečnosti také odpovídají výsledky žáků při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu, které jsou spíše průměrné.

Na základě těchto výsledků dotazníku jsem navrhla vlastní didaktickou hru s názvem Pohybem vpřed. Jedná se o stolní hru obsahující příklady na slovní úlohy s pohybem za sebou i proti sobě. Tato didaktická hra slouží k opakování daného učiva. Zábavnou formou tak pomáhá k upevnění učiva žáky. Zároveň podporuje rozvoj komunikace, smyslu pro fair play a dovednost práce ve skupině.

Součástí hry je také sbírka slovních úloh o pohybu, obsahuje mé vlastní příklady. Vytvořila jsem šestnáct slovních úloh o pohybu za sebou a šestnáct slovních úloh o pohybu proti sobě. U všech příkladů je uvedené i řešení lineárními rovnicemi. Příklady jsem koncipovala tak, aby byly pro žáky srozumitelné a snadno představitelné.

Slovní úlohy o pohybu jsou velmi problematickým učivem v Ostravě a v Olomouci. Učitel v praxi má spoustu možností, jak zvýšit popularitu učiva u žáků a tím i vylepšit jejich dosažený prospěch při závěrečném hodnocení slovních úloh o pohybu. Vše ovšem záleží na klimatu třídy, které v hodinách matematiky panuje a vybavení školy.

Literatura

1. BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4
2. HRON, Karel a Pavla KUNDEROVÁ. *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7.
3. MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.
4. MAŇÁK, Josef, Tomáš JANÍK a Vlastimil ŠVEC. *Kurikulum v současné škole*. Brno: Paido, 2008. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. ISBN 978-80-7315-175-1.
5. *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: bílá kniha* [online]. 2001. Praha: Tauris, 2001 [cit. 2020-03-15]. ISBN 80-211-0372-8. Dostupné z: http://www.msmt.cz/dokumenty/bila-kniha-narodni-program-rozvoje-vzdelavani-v-ceske-republice-formuje-vladni-strategii-v-oblasti-vzdelavani-strategie-odrazi-celospolecenske-zajmy-a-dava-konkretni-podnety-k-praci-skol
6. ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Pracovní sešit z matematiky: soubor úloh pro 8. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-437-7.
7. RŮŽIČKOVÁ, Bronislava. *Didaktika matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002. ISBN 80-244-0534-2.

Internetové zdroje

1. 12 klíčových principů. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy
2. Budování schémat: dítě ví i to, co jsme ho neučili. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy /budovani-schemat
3. *Improving Word Problem Performance in Elementary School Students by Enriching Word Problems Used in Mathematics Teaching.* [online]. University of Turku, 2016 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/291119012_Improving_Word_Problem_Performance_in_Elementary_School_Students_by_Enriching_Word_Problems_Used_in_Mathematics_Teaching. Research. University of Turku.
4. MŠMT: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. In: http://www.msmt.cz/file/43792. [cit. 2020-03-15].
5. Podpora spolupráce: poznatky se rodí díky diskusi. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/spoluprace
6. Práce s chybou: předcházíme u dětí zbytečnému strachu. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prace-s-chybou
7. Práce v prostředích: učíme se opakovanou návštěvou. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prostredi
8. Prolínání témat: matematické zákonitosti neizolujeme. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prolinani-temat
9. Přiměřené výzvy: pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/primerenost
10. Radost z matematiky: výrazně pomáhá při další výuce. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/radost

11. Reálné zkušenosti: stavíme na vlastních zážitcích dítěte. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/realne-zkusenosti
12. Role učitele: průvodce a moderátor diskusí. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/role-ucitele
13. Rozvoj osobnosti: Podporujeme samostatné uvažování dětí. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/rozvoj-osobnosti
14. Skutečná motivace: když „nevím", a „chci vědět". *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/motivace
15. Vlastní poznatek: má větší váhu než ten převzatý. *Hejného metoda* [online]. Praha: h-mat, 2020 [cit. 2020-04-01]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/vlastni-poznatek