

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Rozhodovací model pro sestavení optimálního
herního týmu ve hře League of Legends



Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Iveta Bebčáková, Ph.D.
Vypracoval(a): **Bc. Jan Musil**
Studijní program: N1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor Aplikace matematiky v ekonomii
Forma studia: prezenční
Rok odevzdání: 2017

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Bc. Jan Musil

Název práce: Rozhodovací model pro sestavení optimálního herního týmu ve hře League of Legends

Typ práce: Diplomová práce

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: Mgr. Iveta Bebčáková, Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2017

Abstrakt: Předmětem práce je vytvoření matematického modelu a na jeho základě dát doporučení při výběru vhodného šampiona v počítačové hře League of Legends. Část práce popisuje obtížné získávání dat z různých zdrojů a jejich následné zpracování. Model byl vytvořen v Excelu a MATLABu. V práci bylo využito statistického zpracování dat, testu proporcí, Bonferroniho korekce, metody AGREPREF a vývojových diagramů.

Klíčová slova: League of Legends, MATLAB, Excel, Matematický model, Podpora rozhodování, Propoprce, Test proporcí, Bonferroni, Bonferroniho korekce, AGREPREF

Počet stran: 117

Počet příloh: 4

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Bc. Jan Musil

Title: Decision making model of optimal game team compile in the game League of Legends

Type of thesis: Master's

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: Mgr. Iveta Bebčáková, Ph.D.

The year of presentation: 2017

Abstract: The object of this work is creation of a mathematical model for recommendation of suitable choice of a champion in the PC game League of Legends. Part of this work describes the difficulty of obtaining data from various sources and their subsequent processing. The model was created with Excel and MATLAB software. In the work was used statistical data processing, proportion test, bonferroni correction, AGREPREF and flow charts.

Key words: League of Legends, MATLAB, Excel, Math model, Decision making support, Proportion, Proportion test, Bonferroni, Bonferroni correction, AGREPREF

Number of pages: 117

Number of appendices: 4

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně pod vedením paní Mgr. Ivety Bebčákové, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci dne
.....
podpis

Obsah

Úvod	8
1 League of Legends	10
1.1 Pole spravedlnosti: Vyvolávačův žleb	11
1.2 Formulace problému	13
1.3 Důležité prvky hry	14
1.4 Podmínky na role šampionů	15
1.5 Výběr šampiona	17
2 Pozorování systému a sběr dat	19
2.1 Statistiky šampionů	19
2.2 Statistiky hráčů	20
2.3 Herní zkušenosti	21
3 Dostupná data	22
3.1 Šampioni	22
3.2 Hráči	30
3.3 Přehled dat využitých v modelu	31
4 Zpracování dostupných dat	32
4.1 Dvojice šampionů na jednotlivých pozicích	32
4.2 Vzájemné vztahy pro lajnu Bottom	40
4.3 Role šampionů	41
4.4 Relativní četnosti výskytu šampionů na pozicích	42
4.5 Data hráčů	44
5 Kontrola důvěryhodnosti získaných a zpracovaných dat	46
5.1 Dvouproporční Z-test	47
5.2 Bonferronho korekce	52
5.3 Metoda AGREPREF	58

6 Matematické modely	67
6.1 Matematický model I	68
6.1.1 Schéma výběru šampiona	68
6.2 Matematický model II	74
6.2.1 Schéma výběru šampiona	76
6.3 Matematický model III	86
6.3.1 Úspěšnost hráče	86
6.3.2 Divize hráče	94
7 Aplikace v MATLABu	100
7.1 Popis matematického modelu I	100
7.2 Popis matematického modelu II	105
7.3 Popis matematického modelu III	110
Literatura	115

Poděkování

Chtěl bych poděkovat své rodině za podporu, i když tuto práci nebudou nikdy číst, protože nerozumí matematice, ani počítačovým hrám. Dále bych chtěl poděkovat Monice Polčákové za skvělou podporu a výpomoc při kontrole gramatiky i zpracování dat. Následně bych chtěl poděkovat Jakubovi Helisovi a.k.a. Tuzarovi za zpracování grafických prvků a v neposlední řadě kolegovi Bc. Pavlu Rozkošnému za součítění, motivaci a odhodlání ve zdánlivě bezradných situacích. Mé největší díky však patří vedoucí mé diplomové práce paní Mgr. Ivetě Bebčákové, Ph.D., a její kolegyni paní Mgr. Pavle Kouřilové, Ph.D. za aktivní nasazení, neuvěřitelnou trpělivost a neskutečnou ochotu při zpracování této diplomové práce.

Úvod

V běžném životě si spousta lidí krátí dlouhé chvíle hraním různých počítačových her. Na přední přícce oblíbenosti her se drží hry s žánrem MOBA (Multiplayer Online Battle Arena), které položily základy moderního Progamingu (elektronického sportu, e-Sportu). Nejznámější hry tohoto žánru jsou League of Legends (LoL), Defense of the Ancients (DotA) a Heroes of the Storm (HotS). Všechny hry žánru MOBA fungují na stejném principu. Hraje se na omezené mapě, na které jsou dva týmy po pěti herních postavách (šampionech). Každý šampion je ovládaný právě jedním hráčem. Každý hráč si před začátkem hry zvolí právě jednoho z již existujících unikátních šampionů, kterého v následujícím zápase bude hrát. Zápas trvá, dokud jeden z týmu nezničí nepřátelskou základnu.

Ač se autoři her snaží, aby jednotliví šampioni byli vyrovnaní, ne vždy tomu tak je. Některí šampioni mají výraznou výhodu oproti určité skupině šampionů, avšak proti jiné skupině mohou mít výraznou nevýhodu, obdobně jako při hře „kámen, nůžky, papír“. Vybrat si správnou herní postavu tedy může být problém. Cílem této diplomové práce je pomoci hráči vybrat si vhodnou herní postavu ve hře League of Legends. K naplnění zvoleného cíle budeme používat software MATLAB a Excel.

Seznam použitého značení

WP_i	Podíl vyhraných her s šampionem i proti všem šampionům.
$WR_{i,j}$	Podíl vyhraných her s šampionem i proti šampionovi j .
$BSWR_{i,k}$	Podíl vyhraných her s Adc i proti Supportovi k .
$BWR_{i,l}$	Podíl vyhraných her s Adc i se Supportem l .
n_i	Počet her s šampionem i proti všem šampionům.
$n_{i,j}$	Počet her s šampionem i proti šampionovi j .
$BSn_{i,k}$	Počet her s Adc i proti Supportovi k .
$BMn_{i,l}$	Počet her s Adc i se Supportem l .
$D(r)$	Preference šampiona r vůči všem šampionům.
$D(r)_j$	Preference šampionem r proti šampionovi j .
$BSD(r)_k$	Preference Adc r proti Supportovi k .
$BMD(r)_l$	Preference Adc r se Supportem l .
$BSD(r)_{j,k}$	Preference Adc r proti Adc j a Supportovi k .
$BMD(r)_{j,l}$	Preference Adc r proti Adc j se Supportem l .
$BSMD(r)_{k,l}$	Preference Adc r proti Supportovi k se Supportem l .
$BSMD(r)_{j,k,l}$	Preference Adc r proti Adc j , Supportovi k se Supportem l .
$WPP_{i,h}$	Podíl vyhraných her s šampionem i hraným hráčem h .
$m_{i,h}$	Počet her s šampionem i hraným hráčem h .
ID	Číselné označení šampiona.
$TopID$	Číselné označení šampiona hrajícího na pozici Top.
$JungleID$	Číselné označení šampiona hrajícího na pozici Jungle.
$MidID$	Číselné označení šampiona hrajícího na pozici Mid.
$AdcID$	Číselné označení šampiona hrajícího na pozici Adc.
$SuppID$	Číselné označení šampiona hrajícího na pozici Support.
PID	Číselné označení pozice.
r	Číselné pořadí abecedně uspořádaných šampionů na dané pozici.
$f(r)$	Číselné označení r -tého šampiona.
α_{FWE}	Kumulativní chyba prvního druhu.
L	Matice preferenční relace.
K	Uspořádaná matice preferenční relace.
d	Vektor dílcích charakteristik D .
W	Váhová matice pro rozhodovací situace (1-8).
S	Rozhodovací situace.
$W(S)$	Váhový vektor pro situaci S (S -tý sloupec matice W).
W^*	Upravená váhová matice pro rozhodovací situace (1-8).
\hat{w}	Vliv divize na spolupráci.
w	Míra spolupráce.

Kapitola 1

League of Legends

League of Legends (zkráceně: LoL) je online hra pro více hráčů spadající do žánru MOBA (Multiplayer Online Battle Arena), ve které se míší prvky RTS (Real Time Strategy - strategie) a RPG (Role Play Game - hra na hrdiny). Jedná se o hru typu „free to play“ (zdarma) s podporou tzv. mikro plateb ke koupi herní měny zvané RP (Riot Points), která však nijak neovlivní herní výkon (nejde o hru typu „pay to win“). Pro platformu Windows a OSX byla vyvinuta studiem Riot Games. Hra byla představena dne 7. října 2008 a spuštěna 27. října 2009. Nelze ji hrát přímo v prohlížeči, je potřeba stáhnout si herního klienta. Toho lze získat na oficiálních stránkách, kde je nutná registrace.

League of Legends je dnes nejhranější počítačovou hrou v historii. Každý měsíc ji hraje 100 milionů hráčů (statistiky z 3. dubna 2017). Jelikož se jedná o hru se zaměřením na PvP (hráč proti hráči), poměrně brzy se vybudovala široká kompetitivní scéna. Od roku 2011 každý rok vychází nová sezóna, která s sebou vždy nese mnoho zásadních změn, ale také přináší turnaj o světový pohár. Díky podpoře od Riot Games, kteří pro sezónu 2 uvolnili 5 miliónů dolarů na ceny, a aktivnímu zapojení všech velkých organizátorů lig a turnajů, je dnes League of Legends nejhranějším elektronickým sportem v historii.

V současnosti Riot Games provozuje 13 serverů po celém světě. Pro Českou republiku se doporučuje hraní na serveru EUNE (EU Sever a Východ) nebo EUW (EU západ), které jsou umístěny v Amsterdamu z důvodu nejrychlejšího spojení se serverem a plné podpoře českého jazyka (EUNE).

1.1. Pole spravedlnosti: Vyvolávačův žleb



Obrázek 1.1: Herní mapa - Vyvolávačův žleb (půdorys). V levém dolním a pravém horním rohu se vyskytují základny zvané „Nexus“. Každá základna patří jednomu ze dvou týmů. Mezi základnami vedou tři cesty zvané lajny, konkrétně lajna Top, Middle a Bottom. Prostory mezi lajnama se nazývají Jungle.

Ve hře je několik herních režimů. Můžeme je rozdělit podle herní mapy (Vyvolávačův žleb, Pokroucená alej, Kvílející propast), typu nepřítele (počítač, nebo hráč) a obtížnosti (normální, nebo hodnocená). Zaměřím se na nejhranější herní režim, kterým je hodnocená hra proti hráčům na mapě Vyvolávačův žleb (Sum-

moner's rift). Viz obr. 1.1. Tato mapa je omezená a diagonálně symetrická. Vyskytují se na ní dva týmy, které proti sobě soupeří o zničení nepřátelské základny. Každý z týmů je tvořen pěticí šampionů, kde každého šampiona ovládá jediný hráč. Ve hře jde tedy nejen o individuální zkušenosti a dovednosti každého hráče, ale také o komunikaci a spolupráci mezi hráči.

Mezi základnami vedou tři cesty označované jako lajny, mezi nimiž se nachází Jungle (džungle/les). Každá z těchto tří lajn je chráněna trojicí obranných věží, budovou inhibitoru a poskoky. Poskoci jsou počítacem ovládané jednotky, které se v pravidelných intervalech rodí v základně a následně po skupinách vychází na jednotlivé lajny. Po těchto lajnách jdou, dokud nedosáhnou nepřátelského nexusu, který se snaží zničit, nebo nezemřou. Cestou útočí na veškeré nepřátelské jednotky a budovy, které jím přijdou do cesty. Šampion nemůže zaútočit na poskoky ani obranné věže, které naleží jeho týmu, avšak zabíjením nepřátelských poskoků a ničením nepřátelských obranných věží získává nejen strategickou výhodu, ale také zlaťáky (měnu využitelnou v průběhu hry ke koupi předmětů) a zkušenosti. Zničení nepřátelského inhibitoru na některé lajně dočasně posílí vlastní poskoky na této lajně. Z tohoto důvodu jsou nepřátelé nuceni tuto lajnu aktivně bránit. V opačném případě jsou posílení poskoci schopni nestřežený Nexus zničit.

Čtverečice šampionů se proti sobě střetávají na jednotlivých lajnách. Soupeří jeden proti jednomu na horní (Top) lajně a prostřední (Middle/Mid) lajně a dva proti dvěma na spodní (Bottom/Bot) lajně. Poslední šampion nemá žádnou lajnu. Pohybuje se v džungli, kde přebývá, pokud se zrovna nesnaží pomoci některé z lajn.

V džungli se nacházejí kempy s monstry. Na rozdíl od poskoků, monstra jsou neutrální a nepřisluhují žádnému týmu. Odměnu formou zkušeností a zlaťáků obdrží ten, který je zabije, bez ohledu na to, z jakého je týmu. Jungleři se tedy nemusí držet pouze ve své části mapy, ale mohou navštívit i nepřátelskou část, kde se snaží jednotlivé kempy s monstry získat ve svůj prospěch, či odchytit a zabít nepřátelského Junglera, který je oslabený po souboji s monstry. Kromě toho, úkolem Junglera je pomáhat lajnám, které jsou v nevýhodě, či naopak vytvářet

tlak na již dominujících lajnách.

Top	Horní lajna, šampioni zde bojují jeden proti jednomu.
Middle	Středová lajna, šampioni zde bojují jeden proti jednomu.
Bottom	Spodní lajna, šampioni zde bojují dva proti dvěma.
Jungle	Není to lajna sama o sobě. Jde o prostor mezi lajnami (džungle/les).

Tabulka 1.1: Přehled a základní popis jednotlivých lajn

Číslo pozice	Pozice	Hráč	Lajna
1	Top	Topař	Top
2	Jungle	Jungler	Jungle
3	Mid	Midař	Middle
4	Adc	Adc	Bottom
5	Support	Support	Bottom

Tabulka 1.2: Přehled názvů pozic, hráčů a lajn

1.2. Formulace problému

Než hra započne, musím se nejprve přihlásit do fronty a vybrat si dvě preferované pozice. Když systém najde takové dvě pětice hráčů, jejichž kombinace preferovaných pozic pokryje všechny možné pozice, dostanu se do výběru šampionů. Zde dochází k procesu výběru šampiona, kdy každý hráč vybírá do týmu právě jednoho, za kterého bude hrát, viz kapitola 1.5. Cílem této diplomové práce je pomoci hráči vybrat si vhodného šampiona pro připravovanou hru. Hra nabízí momentálně 129 různých šampionů. Není zde žádné omezení, které by zakazovalo vybrat si libovolného šampiona na libovolnou pozici, avšak dle herních zkušeností je každý šampion vhodný pouze na některé pozice. Když mají všichni hráči vybraného šampiona, je ukončen výběr šampionů a spustí se hra.

Každá hra začíná zrozením všech šampionů na první úrovni ve své základně. Následně se rozmiští na příslušné pozice. Zabíjením poskoků, ničením věží a zabíjením nepřátelských šampionů získávají šampioni zkušenosti a zlatáky. Pomocí zkušeností postupně odemykají nové úrovně, až po nejvyšší úroveň 18.

Každá úroveň je činí silnějšími a odemyká jim nové schopnosti a dovednosti. Pomocí zlatáků si mohou po návratu do základny nakoupit předměty dle vlastní volby. Před samotnou hrou si ještě mohou nastavit runové kameny a body mistrovství, které je mohou posílit v různých směrech.

Průměrně dvakrát za měsíc vycházejí aktualizace, které přímo i nepřímo mění atributy a dovednosti šampionů, předmětů, i hry samotné (obranné věže, monstra, poskoci atd.). Hráči si mohou pro všechny šampiony najít jejich aktuální doporučená nastavení na stránce champion.gg (ale i na mnoha dalších). Mohou zde najít nejen nejhranější, ale také nejúspěšnější kombinace předmětů, runových kamenů a bodů mistrovství. Z této stránky jsem čerpal většinu informací pro tuto diplomovou práci.

1.3. Důležité prvky hry

Cílem každého hráče je zničit všechny nepřátelské budovy alespoň na jedné lajně, včetně nepřátelského Nexusu. V tom se mu však budou snažit zabránit nepřátele. Každý šampion je unikátní a má nějakou mechaniku, kterou je výjimečný a liší se od ostatních. I přesto všichni šampioni jsou, nebo by alespoň měli být, vyrovnaní. Tedy neměl by existovat šampion, který by byl natolik silný, že by měl převahu nad všemi ostatními. Vzhledem k četnosti aktualizací, které přímo či nepřímo upravují šampiony, vždy nastane situace, že nějaký má oproti ostatním výhodu.

Pro vztahy mezi jednotlivými šampiony neplatí tranzitivita, obdobně jako u hry „kámen, nůžky, papír“. Např. šampion A je silnější než B a ten je silnější než C, který je ale silnější než A. Z tohoto důvodu je dobré vědět, kdo je proti mně, abychom mohli vybrat šampiona, který (ač je celkově průměrný, či podprůměrný) proti danému šampionovi má největší úspěšnost a tím i značnou výhodu. Na výběru šampionů tedy záleží.

Další významnou proměnnou je role. Každý šampion může zastávat jednu, případně dvě různé role. Ty specifikují povahu šampiona a rozdělují je do skupin. Není sice jediná optimální sestava rolí do týmu, mohu však vytvořit se-

znam podmínek, jehož splněním budu hovořit o racionální sestavě týmu. Rolím se věnuje kapitola 1.4. Předpokládám tedy, že hráči se budou snažit vytvořit racionální sestavu rolí šampionů do týmu (označíme „racionální tým“).

Poslední významnou proměnnou je hráč. Dva různí hráči mohou se stejným šampionem hrát různě, což může mít za následek různý výsledek zápasu. Tento fakt nemohu opomenout a musím vliv hráče do modelu zakomponovat. Hráči jsou při hraní hodnocených her odměňováni ligovými body. Za vyhranou hru body získávají, za prohranou hru body ztrácejí. Podle počtu bodů jsou rozdělování do divizí. Těch je sedm: „Bronzová“, „Stříbrná“, „Zlatá“, „Platinová“, „Diamantová“, „Mistrovská“ a „Vyzývatelská“. Ve „Vyzývatelské“ a „Mistrovské“ lize jsou nejlepší hráči světa, kterých je méně než 0,01%, proto je v práci zahrnu do „Diamantové“.

Abych zabránil situaci, kdy si vyberu šampiona, který má ve hře značnou nevýhodu, a tím bych mohl i prohrát hru ještě předtím, než začne, vytvořím matematický model, který bude analyzovat výše uvedené proměnné a na jejich základě mi doporučí vhodného šampiona.

1.4. Podmínky na role šampionů

Ač nemůžu říct, jaká je nejlepší sestava, můžu říct, co by v žádné sestavě nemělo chybět. Každý šampion může způsobovat fyzické, resp. magické, poškození. Proti němu se dá bránit brněním, resp. obranou vůči magii.

Přehled rolí šampionů:

Tank je velmi odolný. Jde o šampiona, který pomáhá uzamknout a ochromit nepřátele a iniciovat souboj. Většinou je to ten, který rozhoduje o vhodném čase a situaci k iniciaci agrese. Mnoho tanků může také chránit svoje křehčí spoluhráče omráčením, či vyvíjením nátlaku na nebezpečné nepřátele, čímž omezuje potenciál jejich poškození.

Bojovník/Fighter má kombinaci útočných a obranných dovedností. Zatímco nemá odolnost jako tank, nebo nezpůsobuje poškození jako vrah, poškození způsobované bojovníkem v průběhu času roste a stává se hlavní hrozbou. Každý bojovník má unikátní směs mobility, poškození a odolnosti.

Vrah/Assassin je hbitý šampion specializující se na zabíjení, nebo oslabení vysoce hodnotných cílů. Zaměřuje se na infiltraci, ošálení a mobilitu. Vrahové jsou lovci příležitostí, kteří preferují využití příznivých okamžiků v rámci boje před bezhlavým vtrhnutím do středu boje. Vrahové se specializují na polohování a rafinované zabíjení. Udeří ve správný čas – ne dříve, ne později.

Kouzelník/Mage upřednostňuje silné schopnosti a kouzla před základními útoky. Typický kouzelník je charakterizován kombinací kouzel s dlouhým dosahem, plošným rozsahem, či vysokým užitkem. Zkušený kouzelník může mít obrovský dopad na jakýkoliv tým se svou univerzální sadou dovedností a flexibilním stylem hry.

Střelec/Marksman využívá boje z dálky. Obětuje obranné síly a dovednosti, aby se zaměřil na stálé působení silného poškození jednotlivým cílům. Typicky se zaměřuje na využití základního útoku více než schopností. Střelec je schopen silit v průběhu hry a následně, v její pozdější části, způsobovat ničivé poškození.

Podpora/Support vytváří příležitosti pro své spoluhráče, které se následně snaží zužitkovat. Jejím účelem je pomáhat svým spojencům pomocí štíťů, léčení, zvýhodňování a posilování jejich atributů, či ochromení nepřátelských linií. Zručná podpora dá svému týmu výhodu, kterou tým potřebuje k dosažení vítězství, a může obrátit průběh souboje pomocí jediného dobře načasovaného činu.

Pro každý tým je vhodné, aby byl co nejpestřejší. Pokud bych například měl tým pěti střelců, kteří budou způsobovat všichni fyzické poškození, nepřátelům by stačilo kupovat pouze obranné předměty obsahující brnění, což by můj tým výrazně znevýhodnilo a skoro jistě by to vedlo k mé prohře. Naopak pokud můj tým bude mít šampióny způsobující jak fyzické, tak magické poškození, nepřátelé,

kupující pouze obranné předměty obsahující brnění, budou zranitelní magickým poškození a obráceně. Z tohoto důvodu budu doporučovat, aby každý tým měl alespoň jednou roli „Kouzelník“ a alespoň jednou roli „Střelec“.

Přímo ve hře dochází k týmovým soubojům. Jde o situaci, kdy týmy bojují o strategické body (zničit/bránit věž/inhibitor). Šampiony můžu v rámci týmu rozdělit na Přední frontu, Střední frontu a Zadní frontu. Za Přední frontu můžu označit šampiony s obrannými dovednostmi („Tanci“, „Bojovníci“), jako Zadní frontu považuji šampiony s útočnými dovednostmi („Střelec“, „Kouzelník“) a za Střední frontu považuji ostatní šampiony („Podpora“, „Vrah“).

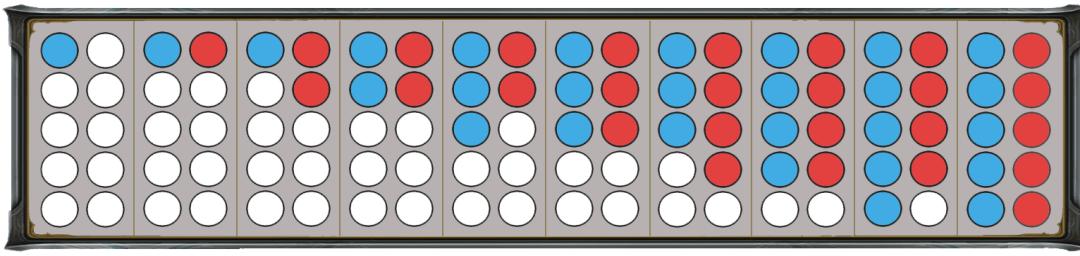
Šampioni v Zadní frontě („Střelec“, „Kouzelník“) jsou v týmu hlavním zdrojem poškození. Mají minimální nebo žádnou obranu. Jsou velmi zranitelní proti „Vrahům“, kteří se specializují na likvidaci křehkých cílů. Proti vrahům je vhodné mít „Podporu“, která bude křehké cíle chránit a taky „Tanka“, který bude tvorit Přední frontu a nepustí žádného nepřítele ke své Zadní frontě. V každém týmu budu chtít alespoň jednu podporu (i když chci právě jednu „Podporu“ v týmu, sekundární role „Podpory“ mi nebude nijak překážet). Budu chtít také do každého týmu alespoň jednoho „Tanka“. Můj požadavek je tedy do týmu mít „Střelce“, „Kouzelníka“, „Podporu“ a „Tanka“.

1.5. Výběr šampiona

Každý hráč si před začátkem hry vybere, jakou pozici chce hrát (primární a sekundární), a přihlásí se do fronty. V momentě, kdy systém najde takové dvě pětice hráčů, které pokryjí všechny pozice, pustí je současně do výběru šampionů. V tomto výběru zjistím, zdali hraje svoji primární, či sekundární pozici. Pořadí jednotlivých pozic při výběru je určeno počítačem. Pozici ani její pořadí po spuštění výběru šampionů nemůžu změnit. Dále zjistím, jestli jsem v modrém, či červeném týmu a dozvím se jména svých spoluhráčů, jejichž herní profily si mohu vyhledat na internetu.

Následně dochází nejprve k zákazu a posléze výběru šampionů. Modrý tým má vždy přednost a tedy zakazuje i vybírá jako první. Zákaz probíhá

střídavě mezi týmy. Každý tým zakáže po jednom celkově 3 šampiony, kteří v dané hře nemohou hrát za žádný z týmů. Když je zakázáno všech šest šampionů, modrý tým začne vybírat. Výběr probíhá opět střídavě, avšak tentokrát vybírají postupně vždy dva hráči z jednoho týmu. Tento postup neplatí pro prvního hráče v modrému týmu a posledního hráče v červeném týmu, viz obr. 1.2. Pro množinu hráčů modrého týmu $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$ a množinu hráčů červeného týmu $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$ probíhá výběr šampionů v tomto pořadí $\{m_{\pi(1)}, c_{\sigma(1)}, c_{\sigma(2)}m_{\pi(2)}, m_{\pi(3)}, c_{\sigma(3)}, c_{\sigma(4)}, m_{\pi(4)}, m_{\pi(5)}, c_{\sigma(5)}\}$, kde $\pi(1), \dots, \pi(5)$ a $\sigma(1), \dots, \sigma(5)$ jsou počítačem provedené permutace množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.



Obrázek 1.2: Schéma postupného výběru šampionů obsahující 10 obdélníků. Každý obdélník představuje krok při postupném výběru šampionů jednotlivými hráči. Modré pole značí výběr šampiona hráčem modrého týmu, červené pole značí výběr šampiona hráčem červeného týmu.

Nejčastěji se zakazují ti šampioni, kteří jsou nejsilnější, nebo nejhranější. Další možností je zakázat toho šampiona, který je nejlepší proti šampionovi, kterého si plánuji vzít. Hráč, který vybírá první, má výhodu, že si může vybrat, koho chce (např. nejsilnějšího šampiona, který nebyl zakázán). Oproti tomu hráč, který vybírá později, má výhodu, protože (částečně nebo úplně) ví, jak bude vypadat jeho i nepřátelský tým a může se podle toho zařídit.

Jediná informace o nepřátelském týmu je ta, že postupně (dle pořadí výběru) vím, jakého šampiona si vybrali. Nevím však, na jakou pozici s ním plánují jít. Tuto informaci však můžu odhadnout na základě dat o tom, s jakou pravděpodobností se jednotliví šampioni vyskytují na jednotlivých pozicích.

Kapitola 2

Pozorování systému a sběr dat

Nabízí se získat a použít databázi všech odehraných her. Denně hraje ve špičce kolem 7,5 milionu hráčů. Velikost souhrnné databáze všech her odehraných všemi hráči si netroufnou odhadnout. Na tuto databázi s 20 proměnnými v každé hře (10 hráčů hrajících 10 šampionů) bych použil učící se algoritmy. Tyto algoritmy bych seznámil s výsledky zápasů při různých vstupech (hráči, šampioni), a následně bych je využil k odhadnutí výsledku nové hry.

Kontaktoval jsem společnost Riot Games s žádostí o poskytnutí takové databáze, která již není aktuální, a tedy nemůže být zneužita. Byl jsem společností odmítnut s tím, že veškeré informace, které jsou určeny pro veřejnost, se dají najít na internetu. Informace, které se na internetu najít nedají, jsou soukromým majetkem společnosti a nejsou určeny pro veřejnost. Chtěl jsem nalézt optimální vztah mezi šampionem, hráčem a herní zkušeností, pomocí něhož bych odhadnul pravděpodobnost výhry. Rozhodnul jsem se tedy podívat se na informace, které jsou dostupné a mohou být využity.

2.1. Statistiky šampionů

Pro jednotlivé šampiony je na internetu k dispozici mnoho informací. Lze najít výčty jejich vlastností, dovedností, slabých i silných stránek. Přesto jakýmsi prvním filtrem, místem, od něhož se při rozhodování odrazíme a pokročíme dál v rozhodovacím procesu, jsou historická data. Pro každého šampiona lze najít

informace o tom, do kolika her byl již vybrán a v kolika z nich se mu podařilo být ve vítězném týmu. Pro každého šampiona budeme brát v potaz počet odehraných her a podíl vyhraných her.

Nevýhodou je, že podíly vyhraných her šampionů na pozici jsou průměrné hodnoty za všechny hráče proti všem šampionům a v tomto průměru se mi hodně informací ztrácí. Pokud je však šampion schopen mít nadprůměrné (resp. podprůměrné) výsledky i pro cca 100.000 odehraných her, dává mi to nejlepší dostupnou informaci, která je podložena daty.

Další nevýhodou je, že dostupná data jsou pouze ve vztahu jeden proti jednomu pro pozice Top, Jungle a Mid. V ideálním případě bych chtěl využít i data o tom, jak si např. šampion na pozici Top vedl v případě, že na pozici Jungle měl konkrétního šampiona, nebo obráceně, jak si šampion na pozici Top vedl, pokud byl v nepřátelském týmu na pozici Jungle konkrétní šampion. Vliv Junglera bych chtěl využít pro všechny lajny (Top, Middle, Bottom). Bohužel tato data nejsou k dispozici. Mám však data pro vzájemné vztahy na lajně Bottom. Zakomponování vztahu Junglera do modelu by bylo obdobné, pokud v budoucnu budou data dostupná.

2.2. Statistiky hráčů

Pro každého hráče můžeme najít historická data o tom, s jakými šampiony hrál, kolik her s nimi odehrál a kolik z nich bylo vyhraných resp. prohraných, tedy jakou má hráč s daným šampionem úspěšnost. Pokud hráč odehrál s šampionem právě jednu hru, kterou vyhrál, resp. prohrál bude mít s tímto šampionem 100% resp. 0% úspěšnost. Jelikož však šlo pouze o jedinou hru, není tato informace objektivní. Proto musíme přihlédnout také k počtu her, které hráč s daným šampionem odehrál.

2.3. Herní zkušenosti

Kromě šampiona a hráče je vhodné vzít v potaz i herní zkušenosti hráče, tedy jak hru samotnou hrát. Je důležité být ve správný čas na správném místě. Tyto situace nejdou však nijak kvantifikovat ani popsat a jsou do značné míry ovlivněny náhodou. Zkušený hráč ale může tyto situace předvídat, nebo díky rychlým reflexům, či strategickému uvažování, dokáže nepřívětivou situaci obrátit ve svůj prospěch. Hráči, kteří mají tyto schopnosti a dovednosti, budou lepší než ostatní hráči a mohou vyhrát hru i se šampionem, který bude ve značné nevýhodě. Divize hráče přímo úměrně odpovídá jeho kvalitám. Předpokládám, že všichni hráči v rámci stejné divize mají tyto schopnosti rozvinuty stejně. Všichni chtejí vyhrát a tedy se budou na hru soustředit a všechny důležité okamžiky se pokusí maximálně využít ve svůj prospěch. Hráči ve vyšších divizích (diamantová) se však mnohem více soustředí na týmovou hru a vzájemnou spolupráci, zatímco hráči hráči v nižších divizích (bronzová) se soustředí převážně sami na sebe. Tuto informaci využijí při zahrnutí vlivu hráče.

Kapitola 3

Dostupná data

Hra je dynamický organismus, který se neustále mění. Kromě pravidelných aktualizací je zhruba jednou za dva měsíce do hry přidán nový unikátní šampion. Z tohoto důvodu je potřeba se nejprve zastavit v čase a vytvořit funkční statický model. Já jsem se zastavil v čase 4. února 2016 na aktualizaci 6.2. V této době bylo ve hře 129 šampionů s nejnovějším šampionem „Jhin“, který má z tohoto důvodu málo dat, ač se ve hře vyskytuje relativně často. V této kapitole jsem čerpal z [2],[3],[4] a [5].

3.1. Šampioni

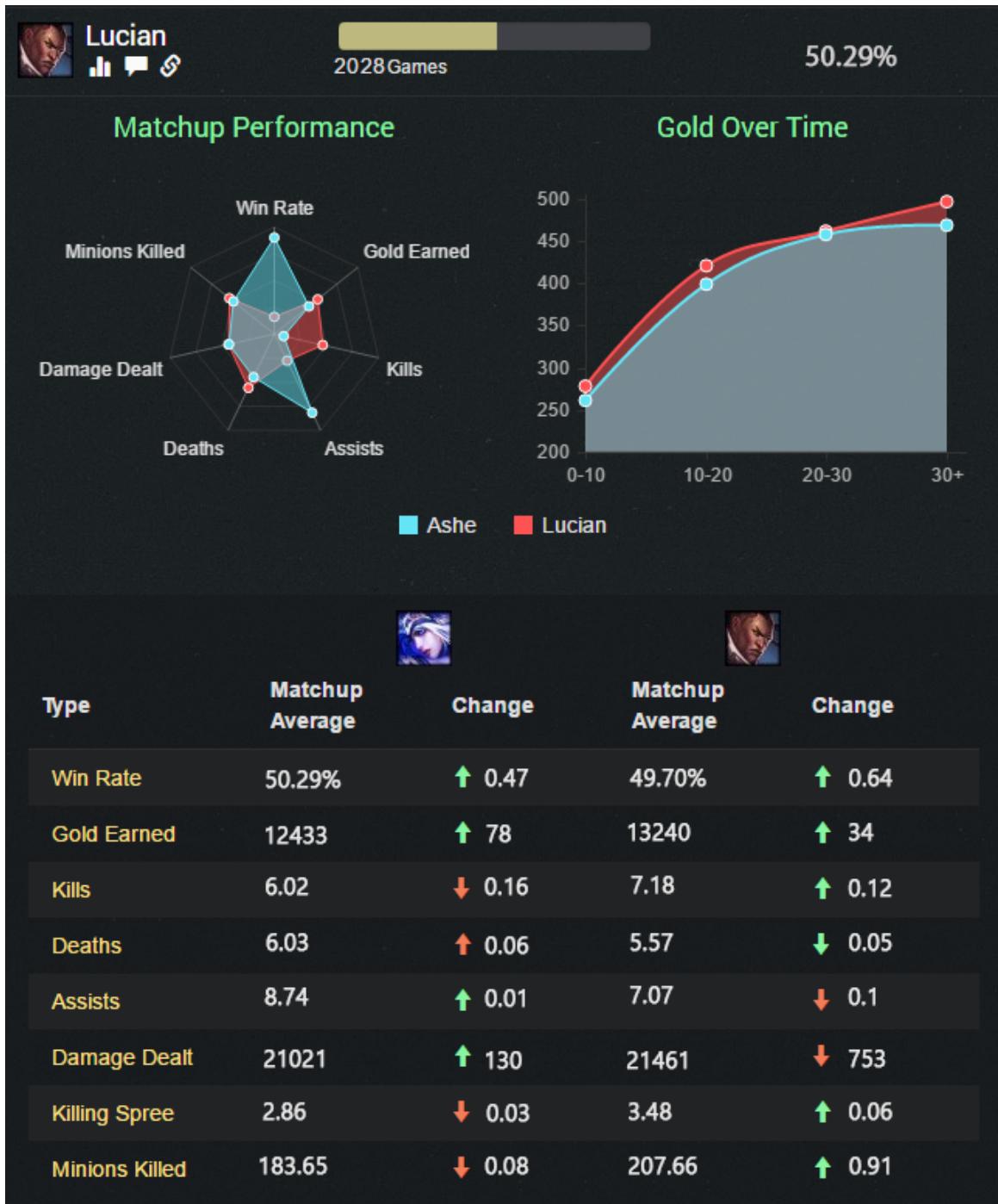
Data šampionů jsem čerpal ze stránky [champion.gg](#). Jsou zde data pro všechny šampiony na těch pozicích, na kterých mají v rámci hodnocených her odehraných alespoň 100 her, viz obr. 3.1. Dále jsou zde data o výkonu šampiona ve dvojici na dané pozici, pokud v dané dvojici odehrál alespoň 100 her, viz obr. 3.2. Pro pozici „Top“, „Mid“ a „Jungle“ máme k dispozici data pro vztah nás šampion na dané pozici proti nepřátelskému šampionovi na dané pozici („Top“ vs „Top“ atd.). Pro pozice „Adc“ a „Support“ máme k dispozici data pro všechny vztahy na dané lajně („Adc“ vs „Adc“, „Support“ vs „Support“, „Adc“ vs „Support“, „Support“ vs „Adc“), ale také vzájemný vztah výkonu ve dvojici ve stejném týmu („Adc“ + „Support“ a „Support“ + „Adc“).

Current Patch Statistics																			
Filter By Name				Sort Role		Show All ▾													
Rank	Champion	Role	Win Percent ▼	Play Percent ▼	Ban Rate	Playerbase Avg.	Kills	Deaths	Assists	Largest Killing Spree	Damage Dealt	Damage Taken	Total Healing	Minions Killed	Enemy Jungle CS	Team Jungle CS	Gold Earned	Role Position	Position Change
1	Udyr	Jungle	57.28%	9.44%	0%	76.67	5.9	4.58	7.62	3.22	13934	30670	7475	61.8	14.79	71.45	12730	1	0-
2	Graves	Top	56.93%	3.66%	0%	24.17	7.22	5.8	6.1	3.55	24252	22758	2215	212	4.07	8.03	13385	3	0-
3	Pantheon	Top	56.08%	3.04%	0%	107.63	8.6	6.34	6.58	3.89	22578	23318	1941	153.4	1.89	3.7	12281	7	0-
4	Graves	ADC	54.68%	3.93%	0%	34.33	7.5	5.46	7.42	3.69	22922	20600	3330	206.4	3.69	9.67	13460	1	0-
5	Quinn	Top	54.33%	2.52%	0%	52.84	7.73	6.67	6.6	3.49	23343	21982	1997	182.6	2.98	4.94	12744	9	0-
6	Graves	Jungle	54.3%	8.44%	0%	23.49	7.82	5.57	7.47	3.78	21561	23904	5640	76.4	11.42	68.79	13206	4	0-
7	Lux	Middle	54.21%	16.73%	0%	41.17	6.89	4.83	9.56	3.73	24018	14342	1585	171.4	1.53	5.95	12575	1	0-
8	Fiddlesticks	Jungle	54.15%	1.93%	0%	183.54	5.94	5.6	9.44	3	17982	29462	17074	44	7.78	68.33	11990	5	0-
9	Janna	Support	54.01%	18.68%	0%	85.12	0.86	4.19	14.56	0.25	4963	15306	5919	14.2	0.11	0.09	9322	1	0-
10	Malphite	Top	53.96%	13.14%	0%	22.72	4.95	4.61	8.99	2.66	18608	22809	2511	166.7	1.21	2.85	11650	22	0-

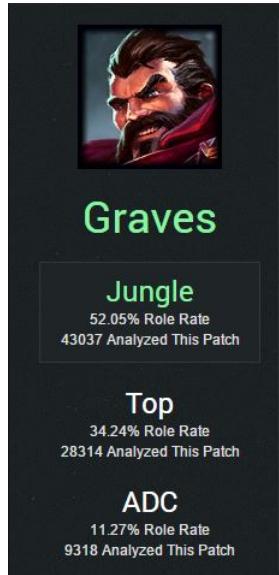
Obrázek 3.1: Údaje o šampionech. Zdroj statistiky stránky champion.gg. Data pro všechny šampiony na těch pozicích, na kterých mají v rámci hodnocených her odhraných alespoň 100 her.

Rank	Pořadí	Pomocná hodnota
Champion	Šampion	Šampion, ke kterému se hodnoty vztahují
Role	Pozice	Pozice šampiona, ke kterému se hodnoty vztahují
Win Percent	Podíl vyhraných her	Odhad pravděpodobnosti výhry šampiona bez ohledu na nepřitele
Play Percent	Podíl výskytu ve hře	Relativní četnost výskytu šampiona ve hře
Ban Rate	Podíl zákazu ve hře	Relativní četnost s jakou je daný šampion zakázán
Playerbase Avg. Games	Prům. hráčská základna	Prům. počet her odehraných jedním hráčem s daným šampionem
Kills	Zabití	Prům. počet zabití nepřátelských šampionů
Deaths	Smrti	Prům. počet úmrtí šampiona
Assists	Asistence	Prům. počet asistencí při zabití nepřátelských šampionů
Largest Killing Spree	Největší rádení	Prům. největší počet zabití v průběhu jednoho souboje
Damage Dealt	Způsobené poškození	Prům. celkové způsobené poškození nepřátelským šampionům
Damage Taken	Obdržené poškození	Prům. celkové poškození, které šampion obdržel
Total Healing	Celkové léčení	Prům. celkové léčení (sebe i ostatních) způsobené šampionem
Minions Killed	Zabitých poskoků	Počet zabitých poskoků
Enemy Jungle CS	Zabitých nepřátelských monster	Počet zabitých monster v nepřátelské jungli
Team Jungle CS	Zabitých našich monster	Počet zabitých monster ve své jungli
Gold Earned	Obdržených zlatáku	Počet obdržených zlatáku
Role Position	Pořadí v rámci pozice	Pořadí v rámci pozice

Tabulka 3.1: Význam proměnných z obr. 3.1 a obr. 3.2



Obrázek 3.2: Ukázka výkonu šampiona ve dvojici na dané pozici, pokud v této dvojici odehrál alespoň 100 her. Konkrétně výkon šampiona Ashe proti šampionovi Lucian na pozici Adc. Šampion Ashe má v této dvojici hodnotu „Win rate“ 50,29%.



Obrázek 3.3: Ukázka pozic šampiona, konkrétně Graves, na kterých hraje, včetně relativních četností výskytu na těchto pozicích. Zdroj [šampion Graves na stránce champion.gg](#). Hodnoty na obrázku nejsou totožné s použitými hodnotami. Datum pořízení dat a datum pořízení obrázku se liší.

Pro každého šampiona zvlášť mám data o pozicích, na kterých hraje, včetně relativní četnosti výskytu na této pozici, viz obr. 3.3. Obrázek je pouze ilustrační, datum jeho pořízení se liší od data pořízení dat. Použité hodnoty jsou 38,41% (Top), 31,45% (Jungle) a 26,68% (Adc) se součtem 96,54%. Součet relativních četností výskytu není roven 100%, protože Graves byl hrán na ostatních pozicích (Mid, Support), nebo proti ostatním šampionům, než pro které má záznam ve dvojici, avšak počet her nedosáhnul hodnoty alespoň 100. Tyto hry tedy nejsou obsaženy v datech. Procenta her bude třeba znormovat tak, aby jejich součet dal 100%.

Poslední dostupná informace pro šampiony je seznam rolí, které může šampion zastat, viz obr. 3.4. Je zde uveden také šampion Aurelion Sol, který však není obsažený v datech. To z toho důvodu, že jsem se zastavil v čase, kdy tento šampion ještě ve hře nebyl. Tento obrázek byl pořízen později.

Jelikož cílem hry je vyhrát, budu se snažit dát hráči takové doporučení, abych jeho šanci na výhru co nejvíce zvýšil. Z tohoto důvodu budu brát v potaz hodnoty

Champion	Primary	Secondary
Aatrox	Fighter	Tank
Ahri	Mage	Assassin
Akali	Assassin	
Alistar	Tank	Support
Amumu	Tank	Mage
Anivia	Mage	Support
Annie	Mage	
Ashe	Marksman	Support
Aurelion Sol	Mage	
Azir	Mage	Marksman
Bard	Support	Mage

Obrázek 3.4: Získaná data rolí šampionů ze stránky [lolwiki](#). V seznamu je šampion Aurelion Sol, který však není v práci obsažen.

„Win percent“, tedy odhady pravděpodobnosti výhry šampiona na jednotlivých pozicích, a také „Win rate“, tedy odhady pravděpodobnosti výhry šampiona proti jinému specifickému šampionovi na jednotlivých pozicích. Tyto hodnoty jsou na internetu uvedeny v procentech, ale já budu ve výpočtech používat hodnoty z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Pojdme si tyto hodnoty více přiblížit.

Uvažuji náhodnou veličinu $X_i \sim Alt(p_i)$, která popisuje výsledek zápasu, ve kterém hrál šampion i na dané pozici. Má alternativní rozdělení s parametrem p_i , což je pravděpodobnost výhry týmu, v němž hraje šampion i na dané pozici. Uvažuji, že šampion i odehrál n_i her. Mám tedy n_i pozorování, která si označíme x_{ig} , kde $g = 1, \dots, n_i$. Chci odhadnout $p_i \forall i = 1, \dots, 129$. Pro $\forall g = 1, \dots, n_i$ platí:

$$x_{ig} = \begin{cases} 1, & \text{výhra týmu } i\text{-tého šampiona v } g\text{-té hře} \\ 0, & \text{prohra týmu } i\text{-tého šampiona v } g\text{-té hře} \end{cases}$$

$$\hat{p}_i = \frac{\sum_{g=1}^{n_i} x_{ig}}{n_i} = WP_i \quad \forall i = 1, \dots, 129 \quad WP_i \in \langle 0, 1 \rangle .$$

Označíme „Win percent“ jako WP_i , který využiji pro práci v MATLABu. Pro převod na procenta je třeba výslednou hodnotu vynásobit stem.

Uvažuji náhodnou veličinu $X_{ij} \sim Alt(p_{ij})$, která popisuje výsledek zápasu, ve kterém hrál šampion i proti šampionovi j na dané pozici. Má alternativní rozdělení s parametrem p_{ij} , což je pravděpodobnost výhry týmu, v němž hraje šampion i proti šampionovi j na dané pozici. Uvažuji, že šampion i odehrál proti šampionovi j celkově n_{ij} her. Mám tedy n_{ij} pozorování, která si označíme x_{ijg} , kde $g = 1, \dots, n_{ij}$. Chci odhadnout $p_{ij} \forall i, j = 1, \dots, 129$, kde $i \neq j$. Pro $\forall g = 1, \dots, n_{ij}$ platí:

$$x_{ijg} = \begin{cases} 1, & \text{výhra týmu } i\text{-tého šampiona proti } j\text{-tému šampionovi v } g\text{-té hře} \\ 0, & \text{prohra týmu } i\text{-tého šampiona proti } j\text{-tému šampionovi v } g\text{-té hře} \end{cases}$$

$$\widehat{p_{ij}} = \frac{\sum_{g=1}^{n_{ij}} x_{ijg}}{n_{ij}} = WR_{ij} \quad \forall i, j = 1, \dots, 129 \quad WR_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle .$$

Označíme „Win rate“ jako WR_{ij} , který využiji pro práci v MATLABu. Pro převod na procenta je třeba výslednou hodnotu vynásobit stem.

Hodnoty WR_{ij} použiji vždy, když budu znát šampiona na stejně pozici a budu chtít dát proti němu doporučení. Pro šampiony na pozicích Adc a Support, kteří se hrají na lajně Bottom (dva proti dvěma), mám k dispozici navíc i další údaje:

1. Údaje o spolupráci mezi partnerskou dvojicí Adc + Support.
2. Údaje o výkonu šampiona na pozici Adc proti šampionovi na pozici Support z protějšího týmu.
3. Údaje o výkonu šampiona na pozici Support proti šampionovi na pozici Adc z protějšího týmu.

Pro lajnu Bottom budu chtít dát doporučení vůči všem šampionům na této lajně. Předpokládám, že vybírám na pozici Adc. Všechny členy si označíme pomocí indexů viz tabulka 3.2

Pozice	Náš tým	Jejich tým
Adc	i	j
Support	l	k

Tabulka 3.2: Tabulka indexů pro Bottom lajnu

Uvažuji náhodnou veličinu $BSX_{ik} \sim Alt(p_{ik})$, která popisuje výsledek zápasu, ve kterém hrál Adc i proti Supportovi k na lajně Bottom. Má alternativní rozdelení s parametrem p_{ik} , což je pravděpodobnost výhry týmu, v němž hraje Adc i proti Supportovi k . Uvažuji, že Adc i odehrál proti Supportovi k celkově BSn_{ik} her. Mám tedy BSn_{ik} pozorování, která si označíme bsx_{ikg} , kde $g = 1, \dots, BSn_{ik}$. Chci odhadnout $p_{ik} \forall i, k = 1, \dots, 129$. Pro $\forall g = 1, \dots, BSn_{ik}$ platí:

$$bsx_{ikg} = \begin{cases} 1, & \text{výhra týmu } i\text{-tého Adc proti } k\text{-tému Supportovi v } g\text{-té hře} \\ 0, & \text{prohra týmu } i\text{-tého Adc proti } k\text{-tému Supportovi v } g\text{-té hře} \end{cases}$$

$$\widehat{p_{ik}} = \frac{\sum_{g=1}^{BSn_{ik}} bsx_{ikg}}{BSn_{ik}} = BSWR_{ik} \quad \forall i, k = 1, \dots, 129 \quad BSWR_{ik} \in \langle 0, 1 \rangle.$$

Uvažuji náhodnou veličinu $BMX_{il} \sim Alt(p_{il})$, která popisuje výsledek zápasu, ve kterém hrál Adc i se spřáteleným Supportem l na lajně Bottom. Má alternativní rozdelení s parametrem p_{il} , což je pravděpodobnost výhry týmu, v němž hraje Adc i se spřáteleným Supportem l . Uvažuji, že Adc i odehrál se spřáteleným Supportem l celkově BAn_{il} her. Mám tedy BAn_{il} pozorování, která si označíme bmx_{ilg} , kde $g = 1, \dots, BAn_{il}$. Chci odhadnout $p_{il} \forall i, l = 1, \dots, 129$. Pro $\forall g = 1, \dots, BAn_{il}$ platí:

$$bmx_{ilg} = \begin{cases} 1, & \text{výhra týmu } i\text{-tého Adc s } l\text{-tým spřáteleným Supportem v } g\text{-té hře} \\ 0, & \text{prohra týmu } i\text{-tého Adc s } l\text{-tým spřáteleným Supportem v } g\text{-té hře} \end{cases}$$

$$\widehat{p_{il}} = \frac{\sum_{g=1}^{BAn_{il}} bmx_{ilg}}{BAn_{il}} = BMWR_{il} \quad \forall i, l = 1, \dots, 129 \quad BMWR_{il} \in \langle 0, 1 \rangle.$$

Společnost Riot Games se snaží, aby všichni šampioni byli vyrovnaní a nikdo nepřevyšoval nad ostatními. Hodnota „Win percent“ se pohybuje pro všechny šampiony kolem hodnoty 0,5. Hodnoty „Win rate“ se však mohou značně lišit. Pokud budu vědět, kdo je proti mně, budu se snažit vybrat co nejlepší variantu proti němu. Nebudu-li to však vědět, budu se snažit dát doporučení na co nejsilnějšího šampiona. K tomu budu využívat statistická data nejen o šampionech samotných, ale přihlédnu i ke schopnostem hráče.

3.2. Hráči

Data hráčů jsem čerpal ze stránky [op.gg](#) pro server EUNE. Jsou zde data pro všechny hráče, konkrétně přehled výkonu hráče se všemi šampiony, s nimiž hrál. Příklad těchto dat uvádí na obr. 3.5, kde je přehled výkonu hráče Imaqtpie s šampiony, s nimiž má odehranou alespoň jednu hru. Pro každého takového šampiona mám informace jako např. jméno šampiona, počet vyhraných her, počet prohraných her, podíl vyhraných her („Win percent player“) atd.

Uvažuji náhodnou veličinu $Y_{ih} \sim Alt(r_{ih})$, která popisuje výsledek zápasu, ve kterém hrál hráč h s šampionem i . Má alternativní rozdělení s parametrem r_{ih} , což je pravděpodobnost výhry týmu, v němž hraje hráč h s šampionem i . Uvažuji, že hráč h odehrál s šampionem i celkově m_{ih} her. Mám tedy m_{ih} pozorování, která si označíme y_{ihg} , kde $g = 1, \dots, m_{ih}$. Chci odhadnout $r_{ih} \forall i = 1, \dots, N_h, \forall h = 1, \dots, M$, kde N_h je počet všech šampionů, s nimiž hráč h hrál a M je počet hráčů, pro které budeme dávat doporučení. Pro naše účely si náhodně vyberu 2 hráče, tedy $M = 2$. Pro $\forall k = 1, \dots, m_{ih}$ platí:

$$y_{ihk} = \begin{cases} 1, & \text{výhra týmu } h\text{-tého hráče hrajícího s } i\text{-tým šampionem v } k\text{-té hře} \\ 0, & \text{prohra týmu } h\text{-tého hráče hrajícího s } i\text{-tým šampionem v } k\text{-té hře} \end{cases}$$

$$\widehat{r}_{ih} = \frac{\sum_{k=1}^{m_{ih}} y_{ihk}}{m_{ih}} = WPP_{ih} \quad \forall i = 1, \dots, N_h, \forall h = 1, \dots, M \quad WPP_{ih} \in \langle 0, 1 \rangle.$$

Označíme „Win percent player“ jako WPP_{ih} , který využiji pro práci v MATLABu. Pro převod na procenta je třeba výslednou hodnotu vynásobit stem.

#	Šampion	Played	KDA	Gold	CS	Turrets Killed	Max Kills	Max Deaths	Average Damage Dealt	Average Damage Taken	Double Kill	Triple Kill	Quadra Kill
1	Lucian	69W 47L 59%	8.5 / 6.0 / 6.8 2.54:1	13,903	207.4	2.05	22	16	165,135	22,216	134	15	4
2	Jhin	57W 49L 54%	8.2 / 5.3 / 8.4 3.12:1	13,380	200.9	1.30	26	11	158,503	17,125	107	15	3
3	Ezreal	52W 43L 55%	7.3 / 6.0 / 7.9 2.53:1	13,307	190.3	1.61	22	15	150,255	19,938	95	14	1
4	Vayne	36W 27L 57%	7.6 / 5.7 / 6.1 2.38:1	13,035	199.0	1.62	20	12	157,700	20,317	71	16	2
5	Xerath	28W 18L 61%	6.8 / 5.0 / 8.6 3.1:1	12,527	196.3	0.46	17	14	156,139	16,587	29	3	

Obrázek 3.5: Ukázka přehled výkonu hráče 'Imaqtpie' s šampiony, s nimiž má odehranou alespoň jednu hru. Zdroj: profil hráče Imaqtpie na stránce op.gg.

3.3. Přehled dat využitých v modelu

Pro každého šampiona i využiji informace o tom:

- Jaký je podíl vyhraných her na dané pozici (WP_i).
- Jaký je podíl vyhraných her na dané pozici proti šampionovi j (WR_{ij}).
- Jaký je podíl vyhraných her na lajně Bottom ve vztahu vůči ostatním šampionům na této lajně (WR_{ij} , $BSWR_{ik}$, $BMSWR_{il}$).
- Kolik her odehrál na dané pozici (n_i).
- Kolik her odehrál na dané pozici proti šampionovi j (n_{ij}).
- Jaké role může zastat (Mage, Marksman, Tank, ...).
- Jaká je relativní četnost výskytu na dané pozici (Top, Jungle, Mid, Adc, Support).

Pro každého hráče h využiji infomace o tom:

- Kolik her vyhrál s šampionem i .
- Kolik her prohrál s šampionem i .

Kapitola 4

Zpracování dostupných dat

Veškerá data zpracovaná do souborů jsou v příloze diplomové práce. Jména souborů vždy uvádím v uvozovkách včetně koncovky souboru. Jednotlivé šampiony budu značit pomocí číselné hodnoty představující pořadí v abecedně seřazeném seznamu šampionů. Tuto hodnotu si označíme „*ID*“. Seznam šampionů včetně *ID* je obsažen ve volně vložené příloze diplomové práce. V této kapitole jsem čerpal z [2], [3], [4], [5], [6] a [9].

4.1. Dvojice šampionů na jednotlivých pozicích

Jelikož nemůžu získat celkovou databázi, musím jednotlivá data pro dvojice šampionů posbírat manuálně. Veškerá data šampionů jsem sbíral ze stránky [champion.gg](#). Jednotlivá data si rozdělím podle pozic. Začnu s pozicí Adc, pro ostatní pozice bude postup stejný. Ke každé pozici si dle tabulky 4.1 zavedu pomocnou hodnotu *PID*, představující identifikační číslo pozice.

Pozice	Top	Jungle	Mid	Adc	Supp
<i>PID</i>	1	2	3	4	5

Tabulka 4.1: Přehled pozic a k nim přiřazené hodnoty identifikačního čísla pozice *PID*.

Získání dat není úplně jednoduchý úkol, jde o jisté dobrodružství. Pokud bych zpracování dat přirovnal ke složení skládačky, proces získání dat by byl procesem

hledání jednodlivých dílků skládačky na různých místech. V této kapitole popíšu jen stručně hlavní kroky. Veškeré mezikroky jsou v přiložených souborech.

Pro pozici Adc mám záznam pro 19 šampionů. Otevřu si stránku každého z nich zvlášt', jako příklad uvedu postup pro šampiona Ashe. Ve spodní části stránky je oddíl „Adc Champions that Counter Ashe“, kde je seznam těch šampionů, proti nimž hrála Ashe na pozici Adc alespoň 100 her (podmínka na data, kterou jsem si na stránce zvolil). Jejich počet je z podstaty věci menší, nebo roven počtu šampionů, pro které mám záznam, tedy 19 pro pozici Adc. Pro Ashe jich je 13. U každého šampiona se mi po kliknutí na ikonu grafu zobrazí jednotlivá data pro dvojice šampionů, viz obr. 3.2. Data si zkopíruji do Excelovského souboru, který si nazvu „4 ADC vs ADC - data.xlsx“, viz tabulka 4.2.

Lucian				
2028 Games				
50,29%				
Matchup Performance				
Gold Over Time				
Ashe Lucian				
Type	Matchup Average	Change	Matchup Average	Change
Win Rate	50,29%	0,47	49,7%	0,64
Gold Earned	12433	78	13240	34
Kills	6,02	0,16	7,18	0,12
Deaths	6,03	0,06	5,57	0,05
Assists	8,74	0,01	7,07	0,1
Damage Dealt	21021	130	21461	753
Killing Spree	2,86	0,03	3,48	0,06
Minions Killed	183,65	0,08	207,66	0,91

Tabulka 4.2: Ukázka dat získaných z obr. 3.2. Konkrétně výkon šampiona Ashe proti šampionovi Lucian. V tomto formátu mám data dostupná pro všechny dvojice šampionů, které v rámci stejné pozice odehráli alespoň 100 her.

V kapitole 2.1 jsem si určil, že mě zajímají především hodnoty podél vyhraných

her WR_{ij} a počet odehraných her n_{ij} . Z dat ukázaných v tabulce 4.2 si vyberu jména šampionů i a j , podíl vyhraných her WR_{ij} šampiona i proti šampionovi j , a počet odehraných her v rámci této dvojice. Data pro všechny dvojice šampionů na pozici Adc zapíšu do tabulky 4.3.

Šampion i	Šampion j	WR_{ij}	n_{ij}
Ashe	Graves	0,4532	203
Ashe	Corki	0,4693	522
Ashe	Twitch	0,4766	107
Ashe	Jinx	0,4812	532
Ashe	Miss Fortune	0,4819	554
Ashe	Sivir	0,4927	138
Ashe	Ezreal	0,4932	1989
Ashe	Lucian	0,5029	2028
Ashe	Vayne	0,5105	1038
Ashe	Caitlyn	0,5181	745
Ashe	Kalista	0,5373	495
Ashe	Tristana	0,562	427
Ashe	Draven	0,5694	216
:	:	:	:

Tabulka 4.3: Přehled šampionů, proti kterým hrál šampion Ashe, včetně příslušného podílu vyhraných her WR_{ij} z celkového počtu odehraných her n_{ij} .

Nyní chci vytvořit dvě matice:

- Matici $WRAdc = (WR_{ij})_{i,j=1}^{129}$ takovou, že WR_{ij} bude představovat „Win rate“ šampiona i proti šampionovi j , kde $i, j = 1, \dots, 129$.
- Matici $nAdc = (n_{ij})_{i,j=1}^{129}$ takovou, že n_{ij} bude představovat počet odehraných her šampiona i proti šampionovi j , kde $i, j = 1, \dots, 129$.

Nejprve popíšu postup pro matici $WRAdc$. Postup pro tvorbu matice $nAdc$ je analogický. Každému šampionovi ve dvojici přiřadím jeho příslušnou hodnotu ID . Ty mi budou sloužit jako souřadnice pro určení pozice hodnoty WR_{ij} v matici, kde i představuje řádek a j představuje sloupec. Dále si vytvořím tabulku 4.4, do které si zapíšu do sloupců postupně jméno šampiona i , pozici, ID šampiona i , identifikační číslo pozice PID , jeho hodnoty „Win percent“ WP_i (získané ze

stránky statistiky stránky champion.gg a ukázané na obrázku 3.1) a následně matici $WRAdc$, kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích 6, 7, ... jsou ID šampiona j .

Všimnul jsem si dvou významných faktorů. Za prvé, moje matice je řídká, tedy obsahuje spousty nulových hodnot, a za druhé, většina hodnot v pátém sloupci (WP_i), nabývá hodnot „NaN“. To z toho důvodu, že matice je pro vztah všech šampionů proti všem šampionům a popisuje procenta vyhraných her na pozici Adc, přičemž ne všichni šampioni se hrají na této pozici. U některých šampionů se dokonce může stát, že mají hodnotu „Win percent“ (hraje se na pozici Adc), avšak celý příslušný řádek (resp. sloupec) je nulový. To z toho důvodu, že mám pouze data splňující nastavenou podmíinku na alespoň 100 odehraných her. Pokud se například daný šampion vyskytnul na pozici Adc proti pěti různým šampionům a proti každému z nich odehrál 25 her, má celkově 125 odehraných her na pozici Adc a tedy má hodnotu „Win percent“, avšak nemá dostatek odehraných her pro jednotlivé dvojice a tedy postrádá hodnoty „Win rate“.

Šampion	Pozice	ID	PID	WP _i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
Aatrox	Adc	1	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Ahri	Adc	2	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Akali	Adc	3	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Alistar	Adc	4	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Amumu	Adc	5	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Anivia	Adc	6	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Annie	Adc	7	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Ashe	Adc	8	4	0,5076	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5181	...
Azir	Adc	9	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Bard	Adc	10	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Blitzcrank	Adc	11	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Brand	Adc	12	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Braum	Adc	13	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Caitlyn	Adc	14	4	0,4811	0	0	0	0	0	0	0	0,4818	0	0	0	0	0	0	...
Cassiopeia	Adc	15	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Corki	Adc	16	4	0,5331	0	0	0	0	0	0	0	0,5306	0	0	0	0	0	0,5413	...
Darius	Adc	17	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Diana	Adc	18	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Dr, Mundo	Adc	19	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Draven	Adc	20	4	0,5009	0	0	0	0	0	0	0	0,4305	0	0	0	0	0	0,506	...
Ekko	Adc	21	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Elise	Adc	22	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Evelynn	Adc	23	4	Nan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
Ezreal	Adc	24	4	0,5117	0	0	0	0	0	0	0	0,5067	0	0	0	0	0	0,531	...
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	..	

Tabulka 4.4: Tabulka zpracovaných dat pro pozici Adc. Ve sloupcích postupně jméno šampiona i , pozice, ID šampiona i , identifikační číslo pozice PID, „Win percent“ šampiona i a následně matici $WRAdc$, kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích 6, 7, ..., jsou ID šampiona j .

Označíme si jako „Nadbytečné řádky/sloupce“ ty řádky/sloupce, které mají všechny hodnoty „Win rate“ nulové, i když mají záznam pro hodnotu „Win percent“, nebo nemají žádný záznam ($WP_i = \text{„NaN“}$). Odstraněním „Nadbytečných řádků/sloupců“ získám novou matici $Adc = \{WR_{ij}\}_{i,j=1}^{19}$, kde WR_{ij} představuje odhad pravděpodobnosti výhry i -tého střelce proti j -tému střelci, kde $i, j = \{1, \dots, 19\}$, pro celkový počet 19 šampionů hrajících na pozici Adc. Do tabulky 4.5 si zapíšu jméno šampiona, pozici, ID šampiona i , identifikační číslo pozice PID , jeho hodnoty „Win percent“ WP_i a následně matici Adc , kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích 6, 7, … jsou ID šampiona j . Druhý až poslední řádek a třetí až poslední sloupec tabulky 4.5 si uložím do MATLABu do proměnné „adc“.

Stejným způsobem si vytvořím matice $WRTop$, $WRMid$, $WRJungle$ a $WRSupp$. Z nich analogicky vytvořím matice Top , Mid , $Jungle$ a $Supp$. Výsledné tabulky si uložím do Excelu do souboru „Celkový přehled Win rate na listech.xlsx“ na jednotlivé listy. Analogicky vytvořím proměnné „top“, „jungle“, „mid“ a „supp“ a společně s „adc“ je uložím do souboru „countery.mat“.

Analogicky vytvořím matice $nTop$, $nMid$, $nJungle$, $nAdc$ a $nSupp$. Z nich vytvořené matice $Topn$, $Midn$, $Junglen$, $Adcn$ (viz tabulka 4.6) a $Suppn$ očistěné o „Nadbytečné řádky/sloupce“. Výsledné tabulky si uložím do Excelu do souboru „Celkové počty her na listech.xlsx“ na jednotlivé listy.

Můžeme si všimnout, že šampion Urgot má pouze 271 odehraných her a tedy záznam pouze proti dvěma šampionům. Jak zjistím v dalších kapitolách, tak nemá dostatek odehraných her proti nepřátelským supportům ($BSWR_{ik}$, BSn_{ik}) ani se sprátelenými supporty (BMW_{il} , BMn_{il}). Z tohoto důvodu ho odstraním ze seznamu šampionů na pozici Adc (včetně již vytvořených souborů, matic a tabulek) a nadále ho nebudu brát v potaz jako šampiona na pozici Adc.

Šampión	Pozice	ID	PID	WP_i	8	14	16	20	24	33	43	44	45	...
Ashe	Adc	8	4	0,5076	0	0,5181	0,4693	0,5694	0,4932	0,4532	0	0,4812	0,5373	...
Caitlyn	Adc	14	4	0,4811	0,4818	0	0,4586	0,4939	0,4689	0,431	0,5161	0,4665	0,4615	...
Corki	Adc	16	4	0,5331	0,5306	0,5413	0	0,515	0,5186	0,5158	0,5954	0,5304	0,509	...
Draven	Adc	20	4	0,5009	0,4305	0,506	0,4849	0	0,4818	0,4973	0	0,5005	0,5007	...
Ezreal	Adc	24	4	0,517	0,5067	0,531	0,4813	0,5181	0	0,4813	0,6381	0,5086	0,506	...
Graves	Adc	33	4	0,5455	0,5467	0,5689	0,4841	0,5026	0,5186	0	0	0,553	0,5577	...
Jhin	Adc	43	4	0,4097	0	0,4838	0,4045	0	0,3618	0	0	0	0	...
Jinx	Adc	44	4	0,5093	0,5187	0,5334	0,4695	0,4994	0,4913	0,4469	0	0	0,5096	...
Kalista	Adc	45	4	0,5095	0,4626	0,5384	0,4909	0,4992	0,4939	0,4422	0	0,4903	0	...
Kog'Maw	Adc	54	4	0,5035	0	0,4166	0,4632	0	0,5103	0	0	0,5244	0,5188	...
Lucian	Adc	59	4	0,5034	0,497	0,5153	0,4752	0,5003	0,4883	0,4666	0,5706	0,4851	0,4958	...
Miss Fortune	Adc	66	4	0,5186	0,518	0,5402	0,4666	0,5479	0,4913	0,4879	0,616	0,5215	0,5251	...
Quinn	Adc	79	4	0,5209	0	0,5186	0,4152	0	0,5264	0	0	0,4634	0,4797	...
Sivir	Adc	93	4	0,4986	0,5072	0,5148	0,4502	0,5478	0,4978	0,486	0	0,4795	0,4852	...
Tristana	Adc	104	4	0,4728	0,4379	0,5096	0,4537	0,4449	0,4556	0,4005	0	0,4628	0,4518	...
Twitch	Adc	108	4	0,5169	0,5233	0,5322	0,4679	0,5109	0,4856	0,4545	0	0,5129	0,5409	...
Urgot	Adc	110	4	0,4486	0	0	0	0	0,4255	0	0	0	0	...
Varus	Adc	111	4	0,4862	0	0,4976	0,4185	0,4747	0,4644	0,4552	0	0,5248	0,4719	...
Vayne	Adc	112	4	0,4907	0,4894	0,5033	0,4662	0,49	0,4862	0,4299	0,5619	0,5003	0,4803	...

Tabulka 4.5: Tabulka 4.4 očištěná o „Nadbytečné řádky/sloupce“. Ve sloupcích postupně jméno šampiona i , pozice ID šampiona i , identifikační číslo pozice PID , „Win percent“ šampiona i a následně matice Adc , kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích 6, 7, ... jsou ID šampiona j .

Sampion	Pozice	ID	PID	n_i	8	14	16	20	24	33	43	44	45	...
Ashe	Adc	8	4	8994	0	745	522	216	1989	203	0	532	495	...
Caitlyn	Adc	14	4	52859	745	0	3316	1492	12409	1132	155	3185	2455	...
Corki	Adc	16	4	42597	522	3316	0	994	10298	791	131	1904	1933	...
Draven	Adc	20	4	16473	216	1492	994	0	3659	384	0	861	691	...
Ezreal	Adc	24	4	105751	1989	12409	10298	3659	0	2946	467	7262	7108	...
Graves	Adc	33	4	14174	203	1132	791	384	2946	0	0	810	597	...
Jhin	Adc	43	4	1687	0	155	131	0	467	0	0	0	0	...
Jinx	Adc	44	4	34032	532	3185	1904	861	7262	810	0	0	1397	...
Kalista	Adc	45	4	31117	495	2455	1933	691	7108	597	0	1397	0	...
Kog'Maw	Adc	54	4	2164	0	180	136	0	529	0	0	143	106	...
Lucian	Adc	59	4	118682	2028	13584	12358	3851	20000	3375	580	8223	8535	...
Miss Fortune	Adc	66	4	39928	554	3382	2231	1022	9005	992	112	2339	1590	...
Quinn	Adc	79	4	3001	0	241	171	0	625	0	0	205	148	...
Sivir	Adc	93	4	8293	138	874	422	188	1832	179	0	440	338	...
Tristana	Adc	104	4	36740	427	2959	2290	827	7958	754	0	1966	1662	...
Twitch	Adc	108	4	7846	107	573	483	182	1779	165	0	464	366	...
Urgot	Adc	110	4	271	0	0	0	0	141	0	0	0	0	...
Varus	Adc	111	4	4930	0	434	270	198	1070	134	0	282	178	...
Vayne	Adc	112	4	70489	1038	5743	4347	1908	16674	1712	242	4019	3518	...

Tabulka 4.6: Analogie k tabulce 4.5 s počty oddehraných her. Ve sloupcích postupně jméno šampiona i , pozice, ID šampiona i , identifikační číslo pozice PID , počet oddehraných her šampiona i a následně matici Adm , kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích $6, 7, \dots$ jsou ID šampiona j .

4.2. Vzájemné vztahy pro lajnu Bottom

Při zpracování vzájemných vztahů postupuji obdobně jako v předchozí kapitole. Rozdíl je v tom, že výsledné matice nejsou čtvercové, protože se zde vyskytují vzájemné vztahy pro dvojice Adc vs Support, Support vs Adc, ale také vztahy v rámci našeho týmu Adc syn Support a Support syn Adc („vs“ budu používat jako značení pro nepřátelský vztah dvojice v rámci dvou různých týmů a „syn“ budu používat jako značení pro přátelský vztah dvojice v rámci jednoho týmu). Ačkoliv nejde o pozice, ale o vztahy v rámci dvou pozic na jedné lajně popsané v kapitole 3.1, použiji stejnou proměnnou PID , které přiřadím hodnoty pro jednotlivé vztahy dle tabulky 4.7.

Pozice	Adc vs Supp	Supp vs Adc	Adc syn Supp	Supp syn Adc
PID	6	7	8	9

Tabulka 4.7: Přehled vztahů pro pozice Adc a Supp na lajně Bottom a k nim přiřazené hodnoty identifikačního čísla pozice PID .

Příklad uvedu pro dvojici Adc vs Support. Vytvořím matici $BSWRAvS = (BSWR_{ik})$ takovou, že $BSWR_{ik}$ bude představovat „Win rate“ šampiona i na pozici Adc proti šampionovi k na pozici Support, kde $i = 1, \dots, 18, k = 1, \dots, 25$.

Výsledné matice uložím do souboru „bottom na listech.xlsx“, kam na jednotlivé listy „Adc vs Supp“, „Supp vs Adc“, „Adc syn Supp“ a „Supp syn Adc“ zapíšu odpovídající výsledky zpracování dat. V MATLABu vytvořím 4 proměnné „adcvssupp“, „suppvsadc“, „adcsynsupp“, „suppsynadc“, které uložím do souboru „bottom.mat“.

Šampion	Pozice	<i>ID</i>	<i>PID</i>	4	7	10	11	...
Ashe	AvS	8	6	0,4872	0	0,5081	0,4803	...
Caitlyn	AvS	14	6	0,4653	0,5503	0,4914	0,4314	...
Corki	AvS	16	6	0,5334	0,5434	0,5499	0,5005	...
Draven	AvS	20	6	0,5035	0,5302	0,5042	0,4606	...
Ezreal	AvS	24	6	0,5097	0,5751	0,5311	0,4911	...
Graves	AvS	33	6	0,5476	0,6	0,5719	0,5281	...
Jhin	AvS	43	6	0,3966	0	0	0,3863	...
Jinx	AvS	44	6	0,5138	0,5851	0,4766	0,4704	...
Kalista	AvS	45	6	0,5064	0,525	0,5162	0,5022	...
Kog'Maw	AvS	54	6	0,534	0	0	0,5187	...
Lucian	AvS	59	6	0,4943	0,536	0,5213	0,4709	...
Miss Fortune	AvS	66	6	0,5265	0,5468	0,5484	0,4827	...
Quinn	AvS	79	6	0,4813	0	0,5652	0,4895	...
Sivir	AvS	93	6	0,507	0	0,5243	0,4867	...
Tristana	AvS	104	6	0,4664	0,5426	0,5	0,4341	...
Twitch	AvS	108	6	0,5435	0	0,5371	0,4991	...
Varus	AvS	111	6	0,4627	0	0,5336	0,4427	...
Vayne	AvS	112	6	0,497	0,4823	0,5032	0,4719	...

Tabulka 4.8: Tabulka pro vztah Adc vs Supp očištěná o „Nadbytečné řádky/sloupce“. Ve sloupcích postupně jméno šampiona i na pozici Adc, pozice (vztah v rámci dvou pozic, „AvS“ je zkratkou pro vztah Adc vs Supp), ID šampiona i na pozici Adc, identifikační číslo pozice PID , „Win percent“ šampiona i na pozici Adc a následně matice $BSWRAvS$, kde jednotlivé hodnoty v prvním řádku ve sloupcích 6, 7, ... jsou ID šampiona j na pozici Support.

4.3. Role šampionů

Data pro role šampionů použiji ze stránky [lolwiki](#). Jednotlivé záznamy však nejsou zcela aktuální a proto je třeba je upravit. Šampionům způsobujícím převážně magické poškození jsem doplnil roli „Mage“. Šampionům, kteří mohou zastávat roli „Support“ jsem ji doplnil a těm, kteří to již nedokáží, jsem ji naopak odstranil. Šampionům, kteří mají pouze primární roli, jsem do pole sekundární role doplnil záznam „N/A“ („Not available“).

Šampion	<i>ID</i>	Primární role	Sekundární role
Aatrox	1	Fighter	Tank
Ahri	2	Mage	Assassin
Akali	3	Assassin	Mage
Alistar	4	Tank	Support
Amumu	5	Tank	Mage
Anivia	6	Mage	N/A
Annie	7	Mage	Support
Ashe	8	Marksman	N/A
Azir	9	Mage	N/A
Bard	10	Support	Mage
:	:	:	:

Tabulka 4.9: Zpracovaná data z obr. 3.4. Ve sloupcích jméno šampiona, *ID*, primární role a sekundární role.

Druhý až poslední řádek tabulky 4.9 si v MATLABu uložím do proměnné „sampioni“, kterou si následně uložím do souboru „sampioni.mat“.

4.4. Relativní četnosti výskytu šampionů na pozicích

Každý z šampionů se může hrát na několika různých pozicích. Např. Graves z obr. 3.3 se hraje nejčastěji na pozicích Top, Jungle a Adc. Jak již bylo zmíněno výše, obrázek je pouze ilustrační. Ze všech sledovaných odehraných her jich 38,41% odehrál na pozici Top, 31,45% na pozici Jungle a 26,68% na pozici Adc. Celkový součet je 96,54% a to z toho důvodu, že odehrál nějaké hry i na jiných pozicích (Mid, Support). Počet těchto her, však nebyl dostatečný k tomu, aby byl vytvořen záZNAM pro tuto pozici. Pro naše účely si tyto hodnoty nejprve znormuji, aby celkový součet relativních četností šampiona byl roven 100%.

$$\frac{38,41}{96,54} \cdot 100 = 39,79\%$$

$$\frac{31,45}{96,54} \cdot 100 = 32,58\%$$

$$\frac{26,68}{96,54} \cdot 100 = 27,63\%.$$

Takto si znormuji všechny relativní četnosti pro všechny šampiony a následně je zapíšu do tabulky 4.10.

Aatrox	Akali	Annie	Brand	Cassiopeia	Cho'Gath	Corki	...
Top	Top	Middle	Middle	Middle	Top	ADC	...
63,73	68,49	78,85	56,1	85,29	65,41	55,64	...
Jungle	Middle	Support	Support	Top	Middle	Middle	...
36,27	31,51	21,15	43,9	14,71	34,59	44,36	...
0	0	0	0	0	0	0	...
0	0	0	0	0	0	0	...
0	0	0	0	0	0	0	...
0	0	0	0	0	0	0	...

Tabulka 4.10: Ukázka znormalizovaných dat relativních četností výskytu na pozicích. Každý šampion se může vyskytovat až na pěti různých pozicích. V dostupných datech se každý šampion vyskytuje na jedné, až čtyřech různých pozicích současně. V druhém až pátém řádku jsou pro každého šampiona uvedené jiné pozice, podle toho, kde se hraje. Nuly značí, že se šampion na jiných pozicích nevyskytuje.

Z dat ukázaných v tabulce 4.10 si vytvořím tabulku 4.11, kde je ve sloupcích jména šampiona, jeho *ID* a následně relativní četnosti výskytu na jednotlivých pozicích Top, Jungle, Mid, Adc a Supp. Tabulku 4.11 si uložím do MATLABu do proměnné „cetnosti“, kterou si uložím do souboru „cetnosti.mat“.

Šampion	<i>ID</i>	Top	Jungle	Middle	ADC	Support
Aatrox	1	63,7	36,3	0	0	0
Ahri	2	0	0	100	0	0
Akali	3	68,5	0	31,5	0	0
Alistar	4	0	0	0	0	100
Amumu	5	0	100	0	0	0
Anivia	6	0	0	100	0	0
Annie	7	0	0	78,8	0	21,2
Ashe	8	0	0	0	100	0
Azir	9	0	0	100	0	0
Bard	10	0	0	0	0	100
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabulka 4.11: Ve sloupcích jméno šampiona, jeho příslušné *ID*, a následně ukázka zpracovaných dat Relativních četností výskytu šampiona na jednotlivých pozicích

4.5. Data hráčů

Jelikož nemůžu získat celkovou databázi, musím jednotlivá data posbírat manuálně. Veškerá data hráčů jsem sbíral ze stránky [op.gg](#). Na rozdíl od databáze šampionů, která obsahuje data pro 129 šampionů, databáze hráčů obsahuje data pro cca 32 milionů hráčů. Nebudu tedy zpracovávat data pro všechny hráče, ale vyberu si pouze omezený počet hráčů, které uvedu jako příklad. Konkrétně jsem si vybral 2 hráče s přezdívkami 'Imaqtpie' a 'Tyltor'.

Otevřu si profil každého hráče zvlášť, jako příklad uvedu postup pro hráče [Imaqtpie](#). Získaná data si zkopíruju do Excel souboru, který si nazvu „hráči.xlsx“, viz tabulka 4.12.

1	Lucian	Lucian							
69W47L 59%									
8.5 / 6.0 / 6.8									
2.54:1	13,903	207,4	2,05	22	16	165,135	22,216	134	15

Tabulka 4.12: Ukázka dat získaných z obr. 3.5. Konkrétně výkon hráče 'Imaqtpie' s šampionem Lucian.

Z dat pro všechny šampiony hrané hráčem 'Imaqtpie', které mám k dispozici, si vyberu: jméno šampiona, počet vyhraných her a počet prohraných her. Z nich spočítám počet odehraných her $n_{i,h}$ a podíl vyhraných her $WPP_{i,h}$ hráče 'Imaqtpie' ($h = 1$) s šampionem i . Tato data si zpracuji do tabulky 4.13.

Nyní si v MATLABu vytvořím 2 proměnné 'hrac1' a 'hrac2', do kterých si uložím přehled výkonů jednotlivých šampionů v pořadí uvedeném výše. Tyto proměnné následně uložím do souboru „hraci.mat“.

Šampion	<i>ID</i>	Výhry	Prohry	$n_{i,1}$	$WPP_{i,1}$
Lucian	59	69	47	116	0,59
Jhin	43	57	49	106	0,54
Ezreal	24	52	43	95	0,55
Vayne	112	36	27	63	0,57
Xerath	121	28	18	46	0,61
Sivir	93	31	14	45	0,69
Caitlyn	14	23	15	38	0,61
Graves	33	28	8	36	0,78
Ashe	8	17	16	33	0,52
Twitch	108	20	13	33	0,61
:	:	:	:	:	:

Tabulka 4.13: Ukázka přehledu výkonu hráče Imaqtpie s jednotlivými šampiony. Ve sloupcích jméno šampiona, jeho *ID*, počet vyhraných her, počet prohraných her, počet odehraných her $n_{i,h}$ a podíl vyhraných her $WPP_{i,h}$ s šampionem i hraným hráčem h , konkrétně hráče 'Imaqtpie' ($h = 1$).

Kapitola 5

Kontrola důvěryhodnosti získaných a zpracovaných dat

Budu pracovat pouze s hodnotami WP_i respektive WR_{ij} , což jsou vlastně odhady pravděpodobností p_i náhodné veličiny $X_i \sim Alt(p_i)$, respektive p_{ij} náhodné veličiny $X_{ij} \sim Alt(p_{ij})$, které jsem si nadefinoval v kapitole 3.1. Tyto hodnoty si jsou však velmi podobné (všechny se realizují kolem hodnoty 0,5) a proto je potřeba nejprve zjistit, jak moc jim můžu skutečně věřit. Každá hodnota WP_i , resp. WR_{ij} může být jinak důvěryhodná vzhledem k tomu, že jednotliví šampioni jsou jinak hraní (oblíbení) a každý má jiný počet odehraných her. Nabízí se tedy zjistit, jestli opravdu podíl výher a proher je u všech šampionů stejný. Jako příklad budu nyní dále pracovat pouze s šampiony, kteří se hrají na pozici Adc, tj. jejich $ID \in AdcID$. Takovýchto šampionů je celkem $M_A = card\{AdcID\} = 18$. Přehled těchto šampionů je zobrazen v tabulce 5.1. V této kapitole jsem čerpal z [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [16] a [17].

Šampion	ID	Šampion	ID	Šampion	ID
'Ashe'	8	'Jhin'	43	'Quinn'	79
'Caitlyn'	14	'Jinx'	44	'Sivir'	93
'Corki'	16	'Kalista'	45	'Tristana'	104
'Draven'	20	'Kog" maw'	54	'Twitch'	108
'Ezreal'	24	'Lucian'	59	'Varus'	111
'Graves'	33	'Miss Fortune'	66	'Vayne'	112

Tabulka 5.1: Přehled šampionů na pozici ADC

Budeme nyní uvažovat pouze ty hry, ve kterých hráli tito šampioni na pozici Adc proti šampionovi Lucian. Zajímají nás tedy hodnoty $WR_{i,59}$ a k nim i příslušné počty odehraných her $n_{i,59}$ šampionem i proti šampionovi Lucian. Takovýchto šampionů bude celkově $M_A - 1 = 17$. K abecedně seřazeným šampionům zavedu pořadí $r = (1, 2, \dots, 17)$ a funkci $f : f(r) = ID(r)$. Tato funkce přiřazuje šampionovi na r -tém místě (abecední pořadí) jeho $ID \in AdcID$ viz tabulka 5.2.

r	1	2	3	\dots	17
$f(r)$	8	14	16	\dots	112

Tabulka 5.2: Funkce $f(r)$ přiřazující abecednímu pořadí r odpovídající hodnotu $ID \in AdcID$.

Veškerá potřebná dostupná data, tedy pořadí r , abecedně seřazený seznam šampionů, hodnoty $f(r)$, hodnoty „Win rate“ $WR_{f(r),59}$, počty odehraných her $n_{f(r),59}$, z toho počet výher a proher těchto sedmnácti šampionů proti šampionovi Lucian jsou zobrazeny v tabulce 5.3.

Otázkou nyní je, jestli můžu věřit tomu, že když má Ashe 0,503 „Win rate“, tak je horší než Caitlyn s 0,4846 „Win rate“. A stejně tak, jestli je Ashe lepší než Corki, ..., a Varus lepší než Vayne. Celkově takto mám $17 \cdot 16 = 272$ dvojic, které potřebuji prověřit. Počet odehraných her mi v tomto případě bude hrát důležitou roli. Nabízí se použít Dvouproporční Z-test, který testuje rozdíl mezi proporcemi.

5.1. Dvouproporční Z-test

Uvažujme náhodnou veličinu $X \sim Alt(p_1)$, která popisuje výsledek náhodného pokusu, který může skončit pouze dvěma způsoby a to úspěchem, nebo neúspěchem. Má alternativní rozdělení s parametrem p_1 , což je pravděpodobnost, že nastane úspěch. Uvažuji, že mám n pozorování, která si označíme x_i , kde $i = 1, \dots, n$. Pro $\forall i = 1, \dots, n$ platí:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{úspěch v } i\text{-tém pozorování} \\ 0, & \text{neúspěch v } i\text{-tém pozorování.} \end{cases}$$

r	Šampion	$f(r)$	$WR_{f(r),59}$	$n_{f(r),59}$	Výhry	Prohry
1	'Ashe'	8	0,5030	2028	1020	1008
2	'Caitlyn'	14	0,4846	13583	6583	7000
3	'Corki'	16	0,5248	12357	6484	5873
4	'Draven'	20	0,4996	3851	1924	1927
5	'Ezreal'	24	0,5117	20000	10234	9766
6	'Graves'	33	0,5334	3375	1800	1575
7	'Jhin'	43	0,4293	580	249	331
8	'Jinx'	44	0,5149	8222	4233	3989
9	'Kalista'	45	0,5042	8534	4302	4232
10	'Kog" maw'	54	0,5323	558	297	261
11	'Miss Fortune'	66	0,5133	10048	5157	4891
12	'Quinn'	79	0,5270	761	401	360
13	'Sivir'	93	0,4756	1968	936	1032
14	'Tristana'	104	0,4641	9848	4571	5277
15	'Twitch'	108	0,5136	1949	1001	948
16	'Varus'	111	0,4890	1192	583	609
17	'Vayne'	112	0,4869	19690	9588	10102

Tabulka 5.3: Přehled dat šampionů na pozici Adc hrajících proti šampionovi Lucian. V jednotlivých sloupcích zleva: pořadí, jméno šampiona, příslušné $f(r)$, hodnota „Win rate“, počet odehraných her, počet vyhraných her a počet prohraných her.

Dále označme

$x = \sum_{i=1}^n x_i$ je počet úspěchů v rámci n pozorování.

$p(x) = \frac{x}{n}$ je podíl úspěchů na n pozorování. Jde o odhad p_1 .

Uvažujme náhodnou veličinu $Y \sim Alt(p_2)$, která popisuje výsledek náhodného pokusu, který může skončit pouze dvěma způsoby a to úspěchem, nebo neúspěchem. Má alternativní rozdělení s parametrem p_2 , což je pravděpodobnost, že nastane úspěch. Uvažuji, že mám m pozorování, která si označíme y_j , kde $j = 1, \dots, m$. Pro $\forall j = 1, \dots, m$ platí:

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{úspěch v } j\text{-tém pozorování} \\ 0, & \text{neúspěch v } j\text{-tém pozorování.} \end{cases}$$

Dále označme

$y = \sum_{j=1}^m y_j$ je počet úspěchů v rámci m pozorování.

$p(y) = \frac{y}{m}$ je podíl úspěchů na m pozorováních. Jde o odhad p_2 .

Mým úkolem je zjistit, jestli je pravděpodobnost úspěchu u X stejná jako u Y . Hodnoty jsou popsány v tabulce 5.4.

Náhodná veličina	Úspěch	Neúspěch	Pozorování	Podíl
X	x	$n - x$	n	$p(x)$
Y	y	$m - y$	m	$p(y)$

Tabulka 5.4: Přehled hodnot náhodných veličin X a Y . Konkrétně počet úspěchů, počet neúspěchů, počet pozorování a podíl úspěchů.

Dvoupropořní Z-test slouží k určení toho, zdali je rozdíl mezi dvěma proporcemi významný. Proporce v mém případě představují úspěch, resp. neúspěch. Tento test může být použit, má-li každá proporce alespoň deset záznamů. V mém případě tedy alespoň deset úspěchů a alespoň deset neúspěchů. Cílem této metody je porovnat, jestli je statistický rozdíl mezi pravděpodobností úspěchu výběru X a Y . Nulovou hypotézu H_0 a alternativní hypotézu H_1 stanovím jako

$$H_0 : p_1 \leq p_2$$

$$H_1 : p_1 > p_2$$

což si můžu převést jako

$$H_0 : p_2 - p_1 \geq 0$$

$$H_1 : p_2 - p_1 < 0$$

Nyní použiji Dvoupropořní Z-test s hladinou významnosti α . K výpočtu využiji testovou statistiku Z , která má normované normální rozdělení. Ta je ve tvaru

$$Z = \frac{p(y) - p(x)}{\sqrt{q \cdot (1-q) \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}} \sim N(0, 1), \quad \text{kde}$$

$$q = \frac{x+y}{n+m}.$$

Následně porovnám, jestli výsledné hodnoty testové statistiky jsou menší než příslušný kvantil u_α , tedy jestli $Z < u_\alpha$. Pokud ano, zamítám nulovou hypotézu ve prospěch alternativy, tedy p_1 je statisticky větší než p_2 . V případě, že $Z \geq u_\alpha$, nemohu zamítat nulovou hypotézu.

V tabulce 5.5 si můžeme všimnout analogie s naším problémem. Chceme-li např. srovnat úspěšnost r -tého a s -tého šampiona proti šampionovi Lucian, jedná se o srovnání dvou proporcí (podílů výher). Toto srovnání můžeme provést pomocí výše popsané testové statistiky Z .

Šampion	Výhry	Prohry	Hry	Podíl
r	$WR_{f(r),59} \cdot n_{f(r),59}$	$n_{f(r),59} - WR_{f(r),59} \cdot n_{f(r),59}$	$n_{f(r),59}$	$WR_{f(r),59}$
s	$WR_{f(s),59} \cdot n_{f(s),59}$	$n_{f(s),59} - WR_{f(s),59} \cdot n_{f(s),59}$	$n_{f(s),59}$	$WR_{f(s),59}$

Tabulka 5.5: Přehled hodnot šampionů r a s . Konkrétně počet vyhraných her, počet prohraných her, počet odehraných her a podíl úspěchů.

Jako příklad si uved'me Ashe ($WR_{8,59} = 0,5030$) a Caitlyn ($WR_{14,59} = 0,4846$). Nulovou hypotézu H_0 a alternativní hypotézu H_1 stanovím jako

$$H_0 : p_{8,59} \leq p_{14,59}$$

$$H_1 : p_{8,59} > p_{14,59}$$

což si můžu převést jako

$$H_0 : p_{14,59} - p_{8,59} \geq 0$$

$$H_1 : p_{14,59} - p_{8,59} < 0$$

Nulová hypotéza mi říká, že šampion Ashe je statisticky horší, nebo stejný jako Caitlyn, proti alternativě, že Ashe je statisticky lepší než Caitlyn.

Nyní si spočítám hodnotu testové statistiky Z . Ta se za použití nového značení dá vyjádřit ve tvaru

$$Z = \frac{WR_{f(s),59} - WR_{f(r),59}}{\sqrt{q \cdot (1-q) \cdot \left(\frac{1}{n_{f(r),59}} + \frac{1}{n_{f(s),59}} \right)}} \sim N(0, 1), \text{kde}$$

$$q = \frac{WR_{f(s),59} \cdot n_{f(s),59} + WR_{f(r),59} \cdot n_{f(r),59}}{n_{f(s),59} + n_{f(r),59}}.$$

Jako první si spočítám hodnotu q

$$q = \frac{WR_{14,59} \cdot n_{14,59} + WR_{8,59} \cdot n_{8,59}}{n_{8,59} + n_{14,59}}.$$

$$q = \frac{0,5030 \cdot 2028 + 0,4846 \cdot 13583}{2028 + 13583}$$

$$q = \frac{1020 + 6583}{2028 + 13583} = 0,487025874.$$

Tuto hodnotu dosadím a spočítám si jmenovatel SE

$$SE = \sqrt{q \cdot (1 - q) \cdot \left(\frac{1}{n_{8,59}} + \frac{1}{n_{14,59}} \right)},$$

$$SE = \sqrt{0,487025874 \cdot (1 - 0,487025874) \cdot \left(\frac{1}{2028} + \frac{1}{13583} \right)} = 0,011899451$$

a následně dosadím do testové statistiky Z

$$Z = \frac{WR_{14,59} - WR_{8,59}}{SE},$$

$$Z = \frac{0,4846 - 0,5030}{0,011899451} = -1,538039888.$$

Nyní srovnám, jestli je hodnota testovací statistiky Z menší než $u_{0,05} = -1,645$, což v našem případě není. Nemohu tedy zamítнуть nulovou hypotézu. Z toho vyplývá, že nemohu říct, že by Ashe měla větší šanci na výhru než Caitlyn. Tímto způsobem otestuji všechny dvojice šampionů, hrající proti šampionovi Lucian. Vytvořím si tedy hypotézy

$$H_0 : p_{8,59} \leq p_{14,59}$$

\wedge

$$H_0 : p_{8,59} \leq p_{16,59}$$

\wedge

\vdots

\wedge

$$H_0 : p_{111,59} \leq p_{112,59}.$$

Celkově takto vytvořím pro 17 šampionů $17 \cdot 16 = 272$ hypotéz.

Při testování statistických hypotéz může s jistou pravděpodobností nastat situace, kdy pomocí napozorovaných dat zamítnu pravdivou nulovou hypotézu. Tato situace se nazývá chyba prvního druhu a míra této chyby se značí α . Při testování jedné hypotézy na hladině $\alpha = 0,05$ mám pravděpodobnost 0,05, že se dopustím chyby prvního druhu, tedy pravděpodobnost 0,95, že se této chyby nedopustím. Pokud bych však testoval dvě nezávislé hypotézy, pak pravděpodobnost, že ani v jednom případě neudělám chybu prvního druhu, bude $(1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha) = (1 - 0,05) \cdot (1 - 0,05) = 0,95 \cdot 0,95 = 0,9025$. Máme tedy pravděpodobnost 0,9025, že se této chyby nedopustím oproti pravděpodobnosti 0,0975, že ano. Kumulativní chyba prvního druhu (označme α_{FWE} - Familywise Error) reprezentuje pravděpodobnost nastání alespoň jedné chyby prvního druhu. Čím více testů provádí, tím je větší pravděpodobnost nastání této chyby. Abych tomu předešel, mohu použít některou z korekčních metod. Já využiji Bonferroniho korekce.

5.2. Bonferroniho korekce

Mám dány m nulových hypotéz H_{01}, \dots, H_{0m} . Chci znát pravděpodobnost α_{FWE} zamítnutí alespoň jedné pravdivé nulové hypotézy, tedy nastání alespoň jedné chyby prvního druhu. Za předpokladu nezávislých testů, pravděpodobnost, že se nedopustím chyby prvního druhu je $(1 - \alpha)^m$, tedy $(1 - 0,05)^{272} = 0,00000087261 = 8,7261 \cdot 10^{-7}$ a pravděpodobnost získání jednoho nebo více falešně pozitivních výsledků (chyba prvního druhu) je $1 - (1 - \alpha)^m$, tedy $1 - (1 - 0,05)^{272} = 1 - 0,00000087261 = 0,99999912739$.

Aby bylo možné zaručit, že pravděpodobnost nastání alespoň jedné chyby prvního druhu nebude větší, než předem stanovaná α_{FWE} , pro kterou platí

$$\alpha_{FWE} = 1 - (1 - \alpha)^m,$$

prahová hodnota α pro jednotlivé testy musí být upravena do tvaru

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_{FWE})^{1/m}.$$

Bonferroniho korekce tedy při mnohonásobném porovnání kompenzuje narůst chyby prvního druhu testováním každé individuální hypotézy na hladině významnosti $\alpha = 1 - (1 - \alpha_{FWE})^{1/m}$, kde α_{FWE} je celková pravděpodobnost nastání alespoň jedné chyby prvního druhu a m je počet hypotéz. V mém případě chci testovat $m = 272$ hypotéz s požadovanou úrovní $\alpha_{FWE} = 0,05$. Pomocí Bonferroniho korekce pak budu testovat každou individuální hypotézu na úrovni $\alpha = 1 - (1 - 0,05)^{1/272} = 0,00018856$.

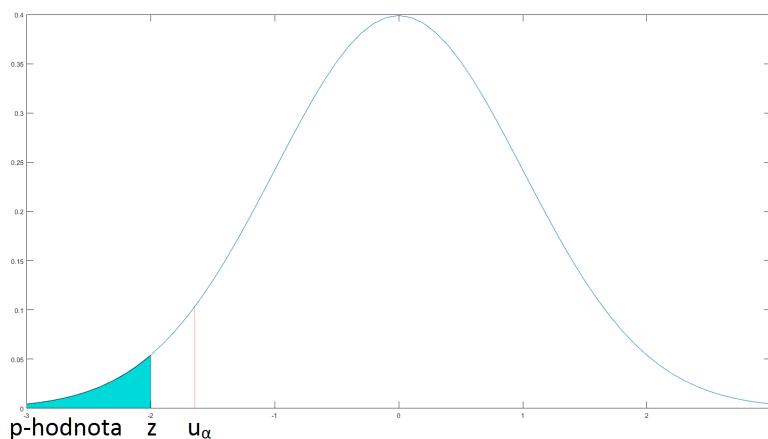
Nyní se vrátím k výsledkům Dvouproporčního Z-testu. Porovnával jsem výsledky testovací statistiky Z s kvantilem $u_{0,05} = -1,645$. Abych zabránil neúměrnému navýšení pravděpodobnosti chyby prvního druhu, použiji hladinu významnosti $\alpha = 0,00018856$ spočítanou pomocí Bonferroniho korekce. Budu tedy porovnávat hodnoty testové statistiky s kvantilem $u_{0,00018856} = -3,5556$. Jelikož jde o jednostranný test, zamítám všechny hypotézy, jejichž hodnota testové statistiky je menší než $-3,5556$. Výsledky jsou znázorněny v tabulce 5.6, kde mohu v prvním řádku a druhém sloupci vidět číselné označení šampionů $ID \in AdcID$ a dále výsledky testové statistiky šampiona v řádku proti šampionovi ve sloupci. Tuto matici označíme jako matici $A_{59} = \{a_{r,s}\}_{r,s=1}^{M_A-1}$. Červeně zvýrazněné prvky jsou dvojice, pro které byla zamítnuta nulová hypotéza $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$. Například prvek $a_{3,2} = -6,452002423$ nám říká, že je statisticky dokázáno, že proti šampionovi Lucian je šampion Corki lepší, než šampion Caitlyn, tedy že $p_{16,59} > p_{14,59}$.

Šampion	$f(r)$	8	14	16	20	24	33	43	44	45	54	66	79	93	104	108	111	112
'Ashe'	8	0	-1,5	1,8	-0,2	0,8	2,2	-3,1	1	0,1	1,2	0,8	1,1	-1,7	-3,2	0,7	-0,8	-1,4
'Caitlyn'	14	1,5	0	6,4	1,6	4,9	5,1	-2,6	4,3	2,8	2,2	4,3	2,3	-0,8	-3,1	2,4	0,3	0,4
'Corki'	16	-1,8	-6,5	0	-2,7	-2,3	0,9	-4,5	-1,4	-2,9	0,3	-1,7	0,1	-4,0	-9,0	-0,9	-2,4	-6,6
'Draven'	20	0,2	-1,6	2,7	0	1,4	2,9	-3,2	1,6	0,5	1,4	1,4	1,4	-1,7	-3,7	-1	-0,6	-1,4
'Ezreal'	24	-0,8	-4,9	2,3	-1,4	0	2,3	-3,9	0,5	-1,2	1	0,3	0,8	-3,1	-7,7	0,2	-1,5	-4,9
'Graves'	33	-2,2	-5,1	-0,9	-2,9	-2,3	0	-4,6	-1,8	-2,9	0	-2	-0,3	-4,1	-6,9	-1,4	-2,6	-5,0
'Jhin'	43	3,1	2,6	4,5	3,2	3,9	4,6	0	4	3,5	3,5	3,9	3,5	2	1,6	3,6	2,4	2,7
'Jinx'	44	-1	-4,3	1,4	-1,6	-0,5	1,8	-4,0	0	-1,4	0,8	-0,2	0,6	-3,1	-6,8	-0,1	-1,7	-4,2
'Kalista'	45	-0,1	-2,8	2,9	-0,5	1,2	2,9	-3,5	1,4	0	1,3	1,2	1,2	-2,3	-5,4	0,8	-1	-2,6
'Kog' maw'	54	-1,2	-2,2	-0,3	-1,4	-1	0	-3,5	-0,8	-1,3	0	-0,9	-0,2	-2,4	-3,1	-0,8	-1,7	-2,1
'Miss Fortune'	66	-0,8	-4,3	1,7	-1,4	-0,3	2	-3,9	0,2	-1,2	0,9	0	0,7	-3,1	-6,9	0	-1,6	-4,3
'Quinn'	79	-1,1	-2,3	-0,1	-1,4	-0,8	0,3	-3,5	-0,6	-1,2	0,2	-0,7	0	-2,4	-3,3	-0,6	-1,6	-2,2
'Sivir'	93	1,7	0,8	4	1,7	3,1	4,1	-2	3,1	2,3	2,4	3,1	2,4	0	-0,9	2,4	0,7	1
'Tristana'	104	3,2	3,1	9	3,7	7,7	6,9	-1,6	6,8	5,4	3,1	6,9	3,3	0,9	0	4	1,6	3,7
'Twitch'	108	-0,7	-2,4	0,9	-1	-0,2	1,4	-3,6	0,1	-0,8	0,8	0	0,6	-2,4	-4,0	0	-1,3	-2,2
'Varus'	111	0,8	-0,3	2,4	0,6	1,5	2,6	-2,4	1,7	1	1,7	1,6	1,6	-0,7	-1,6	1,3	0	-0,1
'Vayne'	112	1,4	-0,4	6,6	1,4	4,9	5	-2,7	4,2	2,6	2,1	4,3	2,2	-1	-3,7	2,2	0,1	0

Tabulka 5.6: Tabulka výsledků Dvouproporčního Z-testu. V prvním rádku a druhém sloupci jsou hodnoty $f(r)$. Červené zvýrazněné buňky jsou ty dvojice, u kterých zamítáme nulovou hypotézu $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$, tedy hodnota testové statistiky $Z < -3,5556$ a tedy šance na výhru s šampionem v rádku je při hře proti Lucianovi vyšší než s šampionem ve sloupce.

Porovnání výsledků testové statistiky Z s příslušným kvantilem u_α je jedním ze způsobů testování hypotéz. Další možností, která se v dnešní době stále více využívá je porovnání tzv. p-hodnoty s hodnotou α . P-hodnota (také známá jako vypočtená pravděpodobnost) je způsob testování hypotéz, který se používá k určení významnosti výsledků experimentu. Je to pravděpodobnost, že výsledky experimentu jsou výsledky náhody a ne experimentální podmínky. P-hodnota náleží do intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. P-hodnotu menší nebo rovnu α považujeme za statisticky významnou. To znamená, že pro $\alpha = 0,05$ mají výsledky méně než 5 procentní pravděpodobnost být výsledkem náhody a ne experimentálních podmínek. Pro názornost je p-hodnota ilustrována na obrázku 5.1.

Pravděpodobnost, s níž bychom získali stejnou, nebo extrémnější (více svědčící proti testované hypotéze H_0) hodnotu testové statistiky za platnosti H_0 , se nazývá p-hodnota testu. V případě testování naší jednostranné hypotézy můžeme p-hodnotu popsat také následovně. Označíme-li symbolem z hodnotu testovací statistiky Z , pak p-hodnota tohoto testu je hodnotou distribuční funkce testovací statistiky Z v bodě z , tj. p-hodnota je rovna hodnotě $P(Z \leq z)$. V našem případě má testovací statistika Z normované normální rozdělení, tudíž lze p-hodnotu vyjádřit jako $\Phi(z)$.



Obrázek 5.1: Zobrazení p-hodnoty. Graf funkce hustoty normovaného normálního rozdělení. Na vodorovné ose je zaznačen kvantil $u_{0,05} = -1,645$ a hodnota testové statistiky $z = -2$. Světle modrou barvou je vybarvena plocha, jejíž obsah odpovídá p-hodnotě, tedy $P(Z \leq z)$

Pro výpočet p-hodnot všech 272 provedených testů použijeme v MATLABu funkci „normcdf“ na matici A_{59} zobrazenou v tabulce 5.6. Tím získáme matici p-hodnot \hat{A}_{59} zobrazenou v tabulce 5.7. Jednotlivé p-hodnoty srovnáme s hodnotou $\alpha = 1 - (1 - 0,05)^{1/272} = 0,00018856$. (Pozn.: Z důvodu náročnosti zobrazení všech desetinných míst jsou hodnoty převedené do formátu násobku mocnin deseti. Hodnota 0,00018856 je zaokrouhlena a zapsána jako $1,8 \cdot 10^{-4}$ a v tabulce z důvodu úspory místa zobrazena jako $1,8^{04}$. Výpočty jsou však prováděny se všemi desetinnými místy). Velmi nízké hodnoty (menší než α) nám říkají, že daný výsledek svědčí silně v neprospěch nulové hypotézy $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$ a tedy ji zamítáme. Když porovnáme tabulky 5.6 a 5.7, zjistíme že zamítáme stejné hypotézy. To je logické, protože jsme si převedli výsledky testové statistiky Z pomocí stejného vztahu, jakým jsme převedli kvantil $u_{0,00018856} = -3,5556$ na $\alpha = 0,00018856$.

Pomocí Dvouproporčního Z-testu jsme tedy schopni párově porovnat všechny uvažované šampiony a zjistit, jestli je některý z této dvojice lepší, než ten druhý. Máme-li výsledky těchto párových porovnání, můžeme usilovat o víc. Konkrétně o to, abychom všechny testované šampiony usporádali od nejlepšího k nejhoršímu. K tomu se nabízí využít některou z metod založených na párovém srovnávání variant rozhodování. Konkrétně se podíláme na metodu AGREPREF, ke které jsem čerpal informace z [14].

$f(r)$	8	14	16	20	24	33	43	44	45	54	66	79	93	104	108	111	112
8	5,0 ⁰¹	6,1 ⁰²	9,7 ⁰¹	4,0 ⁰¹	7,7 ⁰¹	9,8 ⁰¹	8,7 ⁰⁴	8,3 ⁰¹	5,4 ⁰¹	8,9 ⁰¹	8,0 ⁰¹	8,7 ⁰¹	4,2 ⁰²	7,0 ⁰⁴	7,5 ⁰¹	2,2 ⁰¹	8,4 ⁰²
14	9,4 ⁰¹	5,0 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,5 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	4,5 ⁰³	1,0 ⁰⁰	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹	2,3 ⁰¹	9,6 ⁰⁴	9,9 ⁰¹	6,1 ⁰¹	6,6 ⁰¹	
16	3,4 ⁰²	5,0 ¹¹	5,0 ⁰¹	3,1 ⁰³	1,1 ⁰²	8,1 ⁰¹	3,4 ⁰⁶	8,2 ⁰²	1,7 ⁰³	6,4 ⁰¹	4,3 ⁰²	5,5 ⁰¹	2,5 ⁰⁵	1,3 ¹⁹	1,8 ⁰¹	9,1 ⁰³	2,0 ¹¹
20	6,0 ⁰¹	5,0 ⁰²	1,0 ⁰⁰	5,0 ⁰¹	9,2 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	8,0 ⁰⁴	9,4 ⁰¹	6,8 ⁰¹	9,3 ⁰¹	9,3 ⁰¹	9,2 ⁰¹	4,2 ⁰²	9,2 ⁰⁵	8,4 ⁰¹	2,6 ⁰¹	7,5 ⁰²
24	2,3 ⁰¹	5,4 ⁰⁷	9,9 ⁰¹	8,4 ⁰²	5,0 ⁰¹	9,9 ⁰¹	4,6 ⁰⁵	6,9 ⁰¹	1,2 ⁰¹	8,3 ⁰¹	6,0 ⁰¹	8,0 ⁰¹	1,1 ⁰³	5,2 ¹⁵	5,6 ⁰¹	6,4 ⁰²	3,9 ⁰⁷
33	1,5 ⁰²	1,9 ⁰⁷	1,9 ⁰¹	2,1 ⁰³	9,8 ⁰³	5,0 ⁰¹	1,8 ⁰⁶	3,5 ⁰²	2,0 ⁰³	4,8 ⁰¹	2,2 ⁰²	3,7 ⁰¹	2,3 ⁰⁵	1,8 ¹²	8,2 ⁰²	4,2 ⁰³	3,0 ⁰⁷
43	1,0 ⁰⁰	5,0 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,8 ⁰¹	9,5 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹										
44	1,7 ⁰¹	7,2 ⁰⁶	9,2 ⁰¹	5,9 ⁰²	3,1 ⁰¹	9,6 ⁰¹	3,4 ⁰⁵	5,0 ⁰¹	8,3 ⁰²	7,9 ⁰¹	4,1 ⁰¹	7,4 ⁰¹	8,7 ⁰⁴	5,1 ¹²	4,6 ⁰¹	4,7 ⁰²	1,0 ⁰⁵
45	4,6 ⁰¹	2,3 ⁰³	1,0 ⁰⁰	3,2 ⁰¹	8,8 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	2,4 ⁰⁴	9,2 ⁰¹	5,0 ⁰¹	9,0 ⁰¹	8,9 ⁰¹	8,9 ⁰¹	1,1 ⁰²	2,9 ⁰⁸	7,7 ⁰¹	1,6 ⁰¹	3,8 ⁰³
54	1,1 ⁰¹	1,4 ⁰²	3,6 ⁰¹	7,4 ⁰²	1,7 ⁰¹	5,2 ⁰¹	2,5 ⁰⁴	2,1 ⁰¹	9,9 ⁰²	5,0 ⁰¹	1,9 ⁰¹	4,2 ⁰¹	9,0 ⁰³	8,4 ⁰⁴	2,2 ⁰¹	4,6 ⁰²	1,7 ⁰²
66	2,0 ⁰¹	6,4 ⁰⁶	9,6 ⁰¹	7,4 ⁰²	4,0 ⁰¹	9,8 ⁰¹	4,2 ⁰⁵	5,9 ⁰¹	1,1 ⁰¹	8,1 ⁰¹	5,0 ⁰¹	7,7 ⁰¹	1,1 ⁰³	1,9 ¹²	5,1 ⁰¹	5,6 ⁰²	8,3 ⁰⁶
79	1,3 ⁰¹	1,1 ⁰²	4,5 ⁰¹	8,4 ⁰²	2,0 ⁰¹	6,3 ⁰¹	2,0 ⁰⁴	2,6 ⁰¹	1,1 ⁰¹	5,8 ⁰¹	2,3 ⁰¹	5,0 ⁰¹	8,0 ⁰³	4,0 ⁰⁴	2,7 ⁰¹	5,1 ⁰²	1,5 ⁰²
93	9,6 ⁰¹	7,7 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,6 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	1,0 ⁰⁰	2,5 ⁰²	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹	5,0 ⁰¹	1,8 ⁰¹	9,9 ⁰¹	7,7 ⁰¹	8,3 ⁰¹	
104	1,0 ⁰⁰	5,1 ⁰²	1,0 ⁰⁰	8,2 ⁰¹	5,0 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,5 ⁰¹	1,0 ⁰⁰									
108	2,5 ⁰¹	8,3 ⁰³	8,2 ⁰¹	1,6 ⁰¹	4,4 ⁰¹	9,2 ⁰¹	1,8 ⁰⁴	5,4 ⁰¹	2,3 ⁰¹	7,8 ⁰¹	4,9 ⁰¹	7,3 ⁰¹	8,7 ⁰³	3,2 ⁰⁵	5,0 ⁰¹	9,0 ⁰²	1,2 ⁰²
111	7,8 ⁰¹	3,9 ⁰¹	9,9 ⁰¹	7,4 ⁰¹	9,4 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,1 ⁰³	9,5 ⁰¹	8,4 ⁰¹	9,5 ⁰¹	9,4 ⁰¹	5,2 ⁰²	9,1 ⁰¹	5,0 ⁰¹	4,4 ⁰¹		
112	9,2 ⁰¹	3,4 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,3 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	3,1 ⁰³	1,0 ⁰⁰	1,0 ⁰⁰	9,8 ⁰¹	1,0 ⁰⁰	9,9 ⁰¹	1,7 ⁰¹	1,1 ⁰⁴	9,9 ⁰¹	5,6 ⁰¹	5,0 ⁰¹	

Tabulka 5.7: P-hodnoty odpovídající příslušným hodnotám výsledků Z-testu z tabulky 5.6. Hodnoty jsou pro názornost zobrazeny pouze na dvě desetinná místa. V prvním řádku a druhém sloupci jsou hodnoty $f(r)$. Červené zvýrazněné buňky jsou ty dvojice, u kterých zamítáme nulovou hypotézu $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$, tedy (p-hodnota < 0,00018856) a tedy šance na výhru s šampionem v řádku je vyšší než s šampionem ve sloupci.

5.3. Metoda AGREPREF

Metoda AGREPREF je metoda vícekriteriálního rozhodování, která na základě párového srovnávání hodnocených variant dokáže varianty uspořádat od nejlepší po nejhorší. Výsledkem této metody není obvykle lineární usporádání, ale rozklad množiny variant na několik indiferenčních tříd. V rámci jedné třídy jsou varianty indiferentní (stejně hodnocené), mezi indiferenčními třídami však existují vztahy preference (můžeme je uspořádat, tomu se říká kva-ziuspořádání/semiuspořádání).

Na začátku celého procesu je čtvercová matice, jejíž dimenze odpovídá počtu variant a jejíž prvky náleží do intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Prvek v r -tém řádku a s -té sloupce vyjadřuje intenzitu preference r -té varianty před s -tou variantou. Tj. je-li tímto prvkem jednička, pak to znamená, že r -tou variantu preferujeme před s -tou variantou, pokud je to nula, pak mezi r -tou a s -tou variantou tento vztah preference není. Pokud je na pozici (r, s) jakékoliv jiné číslo z intervalu $(0, 1)$, pak r -tou variantu preferujeme před s -tou variantou v míře rovné tomuto číslu. Taková matice se označuje jako matice fuzzy relace preference.

V dalším kroku se tato matice fuzzy relace preference nahradí maticí ostré (klasické) relace preference (stejná dimenze, ale obsahuje pouze nuly a jedničky). Využívá se při tom tzv. práh citlivosti. Jde o hodnotu z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, která nám pomůže určit, kdy je stupeň preference mezi r -tou a s -tou variantou natolik silný, že prvek na příslušné pozici můžeme nahradit jedničkou (v opačném případě nahrazujeme nulou).

Na základě takto vytvořené matice nul a jedniček se již snadno varianty uspořádají od té nejlepší po tu nejhorší. K uspořádání se přitom používají klesající hodnoty charakteristiky D . Tato hodnota se počítá pro každou variantu v souboru. Představuje rozdíl mezi počtem variant, před kterými je daná varianta preferovaná, a počtem variant, které jsou preferovány před danou variantou, tj. počítáme-li hodnotu charakteristiky D pro r -tou variantu, počítáme rozdíl mezi součtem prvků v r -tém řádku a v r -té sloupce. Použijeme značení $D(r)$.

Vrátíme-li se zpátky ke srovnávání šampionů a k výsledkům předchozí kapitoly,

toly, můžeme zde spatřit určitou analogii. Podobně, jako to dělá výše popsaná metoda AGREPREF, jsme v matici \widehat{A}_{59} identifikovali prvky, které překračují určitou mez α . Tyto prvky signalizují zamítnutí nulové hypotézy $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$ ve prospěch alternativy $H_1 : p_{r,59} > p_{s,59}$, tj. fakt, že r -tý šampion je proti Lucianovi úspěšnější než s -tý šampion.

Můžeme tedy vytvořit matici L_{59} . Tato matice bude obsahovat pouze nuly a jedničky. Zvolíme si práh citlivosti $\alpha = 0,00018856$. Pro stanovení charakteristiky D nejdříve na základě matici $\widehat{A}_{59} = \{\widehat{a}_{r,s}\}_{r,s=1}^{17}$ zkonstruuji matici $L_{59} = \{l_{r,s}\}_{r,s=1}^{17}$ pomocí vztahů

$$l_{r,s} = \begin{cases} 1, & \text{jestliže } r \text{ preferuji před } s \text{ (zamítám } H_0 : p_{r,59} - p_{s,59} \leq 0) \\ & \text{ve prospěch alternativy, tj. když } \widehat{a}_{r,s} < \alpha) \\ 0, & \text{jinak (nelze zamítnout } H_0 : p_{r,59} - p_{s,59} \leq 0, \text{ tj. když } \widehat{a}_{r,s} \geq \alpha) \end{cases}$$

Matice L_{59} je čtvercová s nulami na hlavní diagonále a řádem matice rovným počtu šampionů, tj. 17 (viz tabulka 5.8). Zeleně označené prvky (jedničky) značí, že šampiona v řádku preferujeme před šampionem ve sloupci. Můžeme si všimnout, že jde o stejně prvky, jako v tabulkách 5.6 a 5.7. Díky analogii s p-hodnotou jsme přešli k rozhodovacímu problému a přitom zachovali stejný význam jednotlivých výsledků. Matice L_{59} však vypovídá pouze o párovém porovnání jednotlivých šampionů (po dvojicích). My ale usilujeme o to, abychom je dokázali uspořádat od toho nejúspěšnějšího šampiona až po toho nejméně úspěšného šampiona. A právě v tomto okamžiku nám metoda AGREPREF nabízí řešení. Poskytuje totiž návod, jak tuto klasickou relaci preferencí approximovat relací ostrého semiusporádání (asymetrickou, tranzitivní a ireflexivní relací).

Poznámka pod čarou: Binární relace na množině A je:

- Ireflexivní, jestliže $\forall a \in A : \neg(a > a)$
- Asymetrická, jestliže $\forall a, b \in A : (a > b) \Rightarrow \neg(b > a)$
- Tranzitivní, jestliže $\forall a, b, c \in A : a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$.

Nejprve si pro každého šampiona r vypočítáme řádkové ($\sum_s l_{r,s}$) resp. sloupcové ($\sum_s l_{s,r}$) součty matice L_{59} . Ty pro každého šampiona r představují počet šampionů s , před kterými je preferován resp. počet šampionů s , které preferujeme před ním. V dalším kroce si pro každého šampiona r spočítáme hodnotu $D(r)_{59}$ charakteristiky D jako rozdíl řádkových a sloupcových součtů matice L_{59} :

$$D(r)_{59} = \sum_s l_{r,s} - \sum_s l_{s,r}.$$

Následně řádky i sloupce matice L_{59} souhlasně přerovnáme sestupně podle hodnot $D(r)_{59}$. Tako přeusporečanou matici označíme $K_{59} = \{k_{r,s}\}$ zapsanou v tabulce 5.9, přičemž indexy r, s již neodpovídají označení šampionů čísky, ale jsou to řádkové a sloupcové indexy prvků matice K_{59} . Matice K_{59} je maticí klasické relace preference, tuto klasickou relaci však approximujeme ostrým semiuspořádáním. Toto semiuspořádání má určité vlastnosti (Ireflexivnost, Asymetrii a Tranzitivitu) a tudíž při approximaci musíme dbát na to, abychom získali relaci, která tyto vlastnosti bude mít. Nulové prvky na hlavní diagonále nám zaručují Ireflexivnost, stejně jako nulové prvky pod hlavní diagonálou zaručují Asymetrii. Pro ověření tranzitivity musíme zkontořovat, jestli pro každou trojici (r, s, t) , kde $r < s < t$ platí vztah

$$k_{r,s} = 1 \quad \wedge \quad k_{s,t} = 1 \quad \Rightarrow \quad k_{r,t} = 1.$$

V našem případě je tranzitivita zajištěna. Co nám však vadí, jsou tzv. zóny neurčitosti, což jsou ty části matice, kde se vyskytují jedničky ve směru vlevo dole od libovolné nuly, respektive nuly ve směru vpravo nahore od libovolné jedničky. Musíme matici K upravit tak, aby vznikla ostrá hranice mezi částí obsahující výhradně jedničky a částí obsahující výhradně nuly. Pro každý nulový (jedničkový) prvek v zóně neurčitosti spočítám

$$s_{r,s}^0 = \sum_{a \geq r} \sum_{b \leq s} k_{ab}, \text{ jestliže } k_{r,s} = 0,$$

$$s_{r,s}^1 = \sum_{a \leq r} \sum_{b \geq s} (1 - k_{ab}), \text{ jestliže } k_{r,s} = 1,$$

udávající počet jedniček (nul) ve směru vlevo dole (vpravo nahoře) od zkoumané nuly (jedničky). Následně vyberu maximální prvky

$$s_{r_0,s_0}^0 = \max_{r,s} s_{r,s}^0,$$

$$s_{r_1,s_1}^1 = \max_{r,s} s_{r,s}^1.$$

Jestliže platí $s_{r_0,s_0}^0 > s_{r_1,s_1}^1$, nahradím nulový prvek k_{r_0,s_0} jedničkou. Jestliže platí $s_{r_0,s_0}^0 \leq s_{r_1,r_1}^1$, nahradím jednotkový prvek k_{r_1,s_1} nulou. Takto opakuji, dokud neodstraním zónu neurčitosti. Po odstranění zóny neurčitosti opět spočítám hodnoty $D(r)$ ⁵⁹ a případně přeuspořádám řádky a sloupce matice, což však v našem případě nemusím. Výsledná matice je v tabulce 5.10. Nakonec na základě klesajících hodnot charakteristiky D odpovídajících výsledné matici K stanovím preferenční uspořádání šampionů od nejlepšího po nejhoršího.

Šampion	$f(r)$	8	14	16	20	24	33	43	44	45	54	66	79	93	104	108	111	112	$\sum_s l_{r,s}$	$\sum_s l_{s,r}$	$D(r)_{59}$
'Ashe'	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Caitlyn'	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	-5
'Corki'	16	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	5	0	0	5
'Draven'	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
'Ezreal'	24	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4	0	0	4
'Graves'	33	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	5	0	5
'Jhin'	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6
'Jinx'	44	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4	0	0	4
'Kalista'	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
'Kog'maw'	54	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Miss Fortune'	66	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	4	0	4
'Quinn'	79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Sivir'	93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2
'Tristana'	104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9
'Twitch'	108	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	2	2
'Varus'	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Vayne'	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	5	1	5	-4

Tabulka 5.8: Matice L_{59} preferenční relace. Jednička znamená, že hodnotu v řádku preferuji před hodnotou ve sloupci. $\sum_s l_{r,s}$ je řádkový součet, $\sum_s l_{s,r}$ je sloupcový součet a charakteristika $D(r)_{59}$ je rozdíl mezi řádkovým a sloupcovým součtem představující preferenční uspořadání od nejlepšího po nejhoršího.

Šampion	$f(r)$	16	33	24	44	66	108	20	45	8	54	79	111	93	112	14	43	104	$\sum_s k_{r,s}$	$\sum_s k_{s,r}$	$D(r)_{59}$
'Corki'	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5	0	5
'Graves'	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5	0	5	
'Ezreal'	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	0	4
'Jinx'	44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	4
'Miss Fortune'	66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	0	4
'Twitch'	108	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	2
'Draven'	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
'Kalista'	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
'Ashe'	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Kog' maw'	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Quinn'	79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Varus'	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Sivir'	93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Vayne'	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	5	5	-4	-4
'Caitlyn'	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	-5
'Jhin'	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6
'Tristana'	104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	-9

Tabulka 5.9: Uspořádaná matice K_{59} preferenční relace. Jednička znamená, že hodnotu v řádku preferují před hodnotou ve sloupci. $\sum_s k_{r,s}$ je řádkový součet, $\sum_s k_{s,r}$ je sloupcový součet a charakteristika $D(r)_{59}$ je rozdíl mezi řádkovým a sloupcovým součtem představující preferenční uspořadání od nejlepšího po nejhoršího. Věškeré preferenční vztahy jsou souhlasně přeusporeádány do pravého horního rohu (pořadí řádků je totožné s pořadím sloupců). Pod dvojicí [45, 104] můžeme vidět zónu neurčitosti, které je třeba se zbavit.

Šampion	$f(r)$	16	33	24	44	66	108	20	45	8	54	79	111	93	112	14	43	104	$\sum_s k_{r,s}$	$\sum_s k_{s,r}$	$D(r)_{59}$
'Corki'	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5	0	5
'Graves'	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5	0	5	
'Ezreal'	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	0	4
'Jinx'	44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	0	4
'Miss Fortune'	66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	4	0	0	4
'Twitch'	108	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	0	2
'Draven'	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
'Kalista'	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
'Ashe'	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Kog' maw'	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Quinn'	79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Varus'	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Sivir'	93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Vayne'	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Caitlyn'	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Jhin'	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
'Tristana'	104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabulka 5.10: Uspořádaná matice K_{59} preferenční relace. Jednička znamená, že hodnotu v řádku preferují před hodnotou ve sloupci. $\sum_s k_{r,s}$ je řádkový součet, $\sum_s k_{s,r}$ je sloupcový součet a charakteristika $D(r)_{59}$ je rozdíl mezi řádkovým a sloupcovým součtem představující preferenční uspořadání od nejlepšího po nejhoršího. Věškeré preferenční vztahy jsou souhlasně přeusporeádány do pravého horního rohu (pořadí řádků je totičně s pořadím sloupců). Matice je již zbavena zóny neurčitosti.

Analogicky provedeme stejný postup pro každého šampiona na všech pozicích, na kterých se hraje. Nyní se zaměříme na lajnu Bottom. Jak bylo popsáno výše, vyskytují se zde celkově 4 šampioni, konkrétně dvojice Adc a Support v každém z týmů. Neuvažujeme tedy pouze vztah Adc proti Adc, ale také vztahy Adc proti Supportovi a Adc se spřáteleným Supportem. Pro následující postup uvažujeme, že hráč vybírá šampiona na pozici Adc s tím, že proti němu může hrát pouze Adc Lucian ($ID = 59$), Support Thresh ($ID = 103$), nebo s ním Support Janna ($ID = 39$). Jako vstupní hodnoty použiji WP_r (průměr na pozici, bez informace o protihráči), $WR_{r,59}$ (výkon proti Adc Lucian), $BSWR_{r,103}$ (výkon proti Supportovi Thresh) a $BMDR_{r,39}$ (výkon se spřáteleným Supportem Janna). Tyto šampiony jsem si vybral pro názornost, jelikož mají největší počty odehraných her a tedy mohu ukázat nejvíce informací. Přehled charakteristik D odpovídajících příslušným vstupům je popsán v tabulce 5.11.

Vstup	WP_r	$WR_{r,59}$	$BSWR_{r,103}$	$BMDR_{r,39}$
Výstup	$D(r)$	$D(r)_{59}$	$BSD(r)_{103}$	$BMD(r)_{39}$

Tabulka 5.11: Přehled vstupů do Dvouproporčního Z-testu a jejich následných výstupů z metody AGREPREF za použití Bonferronova korekce. Jde o výkon šampionů na pozici Adc postupně: průměrný na pozici, proti Adc Lucian, proti Supportovi Thresh a se Supportem Janna.

Jednotlivé výsledky charakteristik D preferenčního uspořádání šampionů do indiferenčních tříd pro různé vztahy na lajně Bottom zapíšu do tabulky 5.12. Nejlepším možným výsledkem pro šampiony na pozici Adc je hodnota 16 (šampion je statisticky lepší než všech 16 ostatních šampionů na pozici Adc), nejhorším možným výsledkem je hodnota -16 (šampion je statisticky horší než všech 16 ostatních šampionů na pozici Adc). Doporučujeme tedy sestupně dle nejvyšší hodnoty charakteristiky D .

r	Šampion	$f(r)$	$D(r)$	$D(r)_{59}$	$BSD(r)_{103}$	$BMD(r)_{39}$
1	Ashe	8	1	0	3	0
2	Caitlyn	14	-8	-5	-7	-2
3	Corki	16	11	5	4	3
4	Draven	20	-2	1	2	1
5	Ezreal	24	5	4	4	2
6	Graves	33	15	5	4	1
7	Jhin	43	-16	-6	-12	-8
8	Jinx	44	2	4	3	1
9	Kalista	45	2	1	3	0
10	Kog'Maw	54	0	0	1	0
11	Miss Fortune	66	5	4	4	1
12	Quinn	79	3	0	1	1
13	Sivir	93	0	-2	1	0
14	Tristana	104	-11	-8	-9	-1
15	Twitch	108	3	2	2	1
16	Varus	111	-3	0	0	0
17	Vayne	112	-7	-5	-4	0

Tabulka 5.12: Výsledky metody AGREPREF. Pořadí r , jméno šampiona, Hodnoty $f(r)$, hodnoty charakteristik D proti Lucianovi (Adc), proti Threshovi (Supp) a s Jannou (náš Supp).

Kapitola 6

Matematické modely

Cílem práce je vytvoření modelu, který, na základě dostupných dat, doporučí hráči ve fázi výběru vhodného šampiona. Model funguje pouze jako podpora rozhodování, tedy sám neprovádí výběr, avšak pouze jednotlivé varianty preferenčně uspořádá do indiferenčních tříd. Vlivem toho může nastat situace, kdy má více šampionů stejné hodnocení. V takovém případě model pouze upozorní uživatele, které varianty jsou nevhodnější, avšak samotný výběr spočívá na uživateli. Může se rozhodnout objektivně, například podle chybějící role, nebo subjektivně dle osobní preference. Ve všech modelech dáváme uživateli doporučení pouze na ty šampiony, kteří se na dané pozici již hráli.

Modely budu tvořit postupně. Začnu s jednoduchým modelem, který budu následně rozšiřovat. V této kapitole jsem čerpal z [1], [6], [7] a [8].

1. **Matematický model I** - Vytvoření základního funkčního modelu. Vypisuje přehled vybraných šampionů v obou týmech včetně relativních četností výskytu pro nepřátelský výběr. Uvažuje rationalitu pouze u hráče, kterému dáváme doporučení. Neuvažuje rationalitu spoluhráčů. Pro všechny pozice uvažuje pouze vztah jeden proti jednomu.
2. **Matematický model II** - Rozšíření matematického modelu I, zakomponování zákazů, rolí a všech vztahů pro pozici Adc a Support. Uvažuje rationalitu spoluhráčů a dává upozornění na iracionální výběr. Na základě relativních četností výskytu usuzuje, na kterou pozici půjde který šampion.

Model si sám načítá již vybrané šampiony ovlivňující výběr pro mou pozici, pokud je to zřejmé z dat.

3. **Matematický model III** - Rozšíření matematického modelu II, zakomponování vlivu hráče do modelu.

6.1. Matematický model I

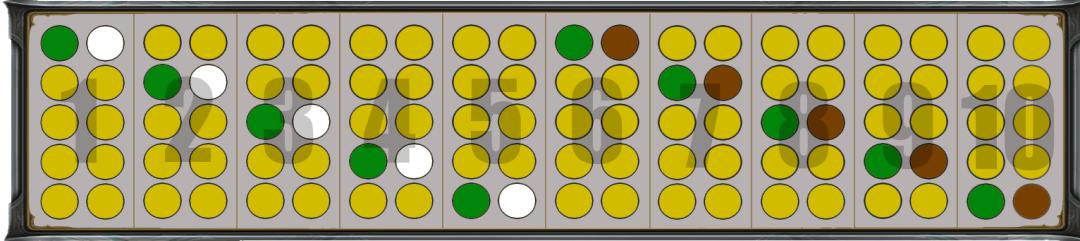
Vytvořím nejprve jednoduchý model, který bude dávat doporučení pro výběr šampiona pouze na základě informací o šampionech na pozici, kterou budu hrát. Model bude interaktivní a bude vyžadovat aktivní účast uživatele, který bude muset v průběhu výběru vkládat data. Ve zjednodušeném modelu nebudu uvažovat zákazy šampionů, vztahy mezi šampiony na lajně Bottom, racionalitu spoluhráčů (výběr šampiona jen na pozici, kde se již hrál), racionalitu týmu (žádné omezení na role šampionů), role celkově, upozornění na iracionální výběr (neprátelský tým si vybere dva šampiony se 100% relativní četností výskytu na stejně pozici), ani vliv hráče.

Vstupem bude abecední seznam šampionů včetně ID , výsledné hodnoty charakteristik $D(r)$ a $D(r)_j$, relativní četnosti výskytu, barva našeho týmu a pořadí výběru šampionů našeho týmu. Výstupem bude přehled vybraných šampionů, konkrétně pro náš tým: seřazené pozice dle pořadí výběru a jména šampionů zastávající tyto pozice. Pro neprátelský tým: ID šampionů, jména šampionů, a přehled jejich relativních četností výskytu na jednotlivých pozicích. Posledním výstupem je jméno doporučeného šampiona, který má nejvyšší hodnotu charakteristiky $D(r)$ případně $D(r)_j$ dle příslušné situace viz kapitola 6.1.1. Průběh matematického modelu I jsem znázornil pomocí vývojového diagramu na obrázku 6.2.

6.1.1. Schéma výběru šampiona

Při výběru šampiona mohou nastat různé situace, které ovlivňují doporučení pro výběr vhodného šampiona. Tyto situace jsem číselně označil (1-10) a graficky

znázornil na obr. 6.1. Možné situace dle tohoto schématu jsou:



Obrázek 6.1: Schéma 1 pro výběr na pozice Top (1,6), Jungle (2,7), Mid (3,8), Adc (4,9) a Support (5,10). Může nastat taková situace, kdy vybírám první z dvojice (1,2,3,4,5) dle $D(r)$, nebo druhý z dvojice (6,7,8,9,10) dle $D(r)_j$.

1. Vybírám na pozici Top. Nevím, kdo je proti mě na pozici, vybírám nejsilnějšího a nejuniverzálnějšího šampiona i . Hledám takového šampiona i , že $D(i) = \max_{r \in TopID} D(r)$, kde $TopID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Top.
2. Vybírám na pozici Jungle. Nevím, kdo je proti mě na pozici, vybírám nejsilnějšího a nejuniverzálnějšího šampiona i . Hledám takového šampiona i , že $D(i) = \max_{r \in JungleID} D(r)$, kde $JungleID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Jungle.
3. Vybírám na pozici Mid. Nevím, kdo je proti mě na pozici, vybírám nejsilnějšího a nejuniverzálnějšího šampiona i . Hledám takového šampiona i , že $D(i) = \max_{r \in MidID} D(r)$, kde $MidID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Mid.
4. Vybírám na pozici Adc. Nevím, kdo je proti mě na pozici, vybírám nejsilnějšího a nejuniverzálnějšího šampiona i . Hledám takového šampiona i , že $D(i) = \max_{r \in AdcID} D(r)$, kde $AdcID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Adc.
5. Vybírám na pozici Support. Nevím, kdo je proti mě na pozici, vybírám nejsilnějšího a nejuniverzálnějšího šampiona i . Hledám takového šampiona i ,

že $D(i) = \max_{r \in SupportID} D(r)$, kde $SupportID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Support.

6. Vybírám na pozici Top. Vím, kdo je proti mě na pozici, vybírám takového šampiona i , který má výhodu proti nepřátelskému šampionovi j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in TopID \setminus \{j\}} D(r)_j$.
7. Vybírám na pozici Jungle. Vím, kdo je proti mě na pozici, vybírám takového šampiona i , který má výhodu proti nepřátelskému šampionovi j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in JungleID \setminus \{j\}} D(r)_j$.
8. Vybírám na pozici Mid. Vím, kdo je proti mě na pozici, vybírám takového šampiona i , který má výhodu proti nepřátelskému šampionovi j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in MidID \setminus \{j\}} D(r)_j$.
9. Vybírám na pozici Adc. Vím, kdo je proti mě na pozici, vybírám takového šampiona i , který má výhodu proti nepřátelskému šampionovi j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in AdcID \setminus \{j\}} D(r)_j$.
10. Vybírám na pozici Support. Vím, kdo je proti mě na pozici, vybírám takového šampiona i , který má výhodu proti nepřátelskému šampionovi j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in SupportID \setminus \{j\}} D(r)_j$.

Množiny $TopID$, $JungleID$, $MidID$, $AdcID$ a $SupportID$ nejsou disjunktní. Ve výběru šampionů je pořadí pozic v obou týmech vygenerováno náhodně. Pro nepřátelský tým dokonce nemám žádnou informaci o tomto pořadí pozic. Pro účely grafického znázornění všech deseti možných situací (viz obrázek 6.1) však nyní předpokládám, že znám pořadí výběru pozic v obou týmech, které je v řádcích postupně shora dolů Top, Jungle, Mid, Adc a Support. Zelené pole značí pozici, na kterou vybírám, hnědé pole značí, že znám šampiona na této pozici, bílé pole značí, že neznám šampiona na této pozici a žluté pole značí irrelevantní

informaci pro můj výběr (např. pokud vybírám šampiona na pozici Top, nezajímá mě, jaký je nepřátelský Support, ani jaký je náš Mid atd.).

Při výběru na libovolnou pozici budu vždy zvažovat vztah jeden proti jednomu. Ať vybírám na kteroukoli pozici, můžu se vždy dostat pouze do jedné ze dvou situací. Situace závisí na tom, zdali mám, či nemám informaci o tom, jaký šampion bude můj protivník. Např. vybírám-li na pozici Adc, může nastat pouze situace (4) nebo (9).

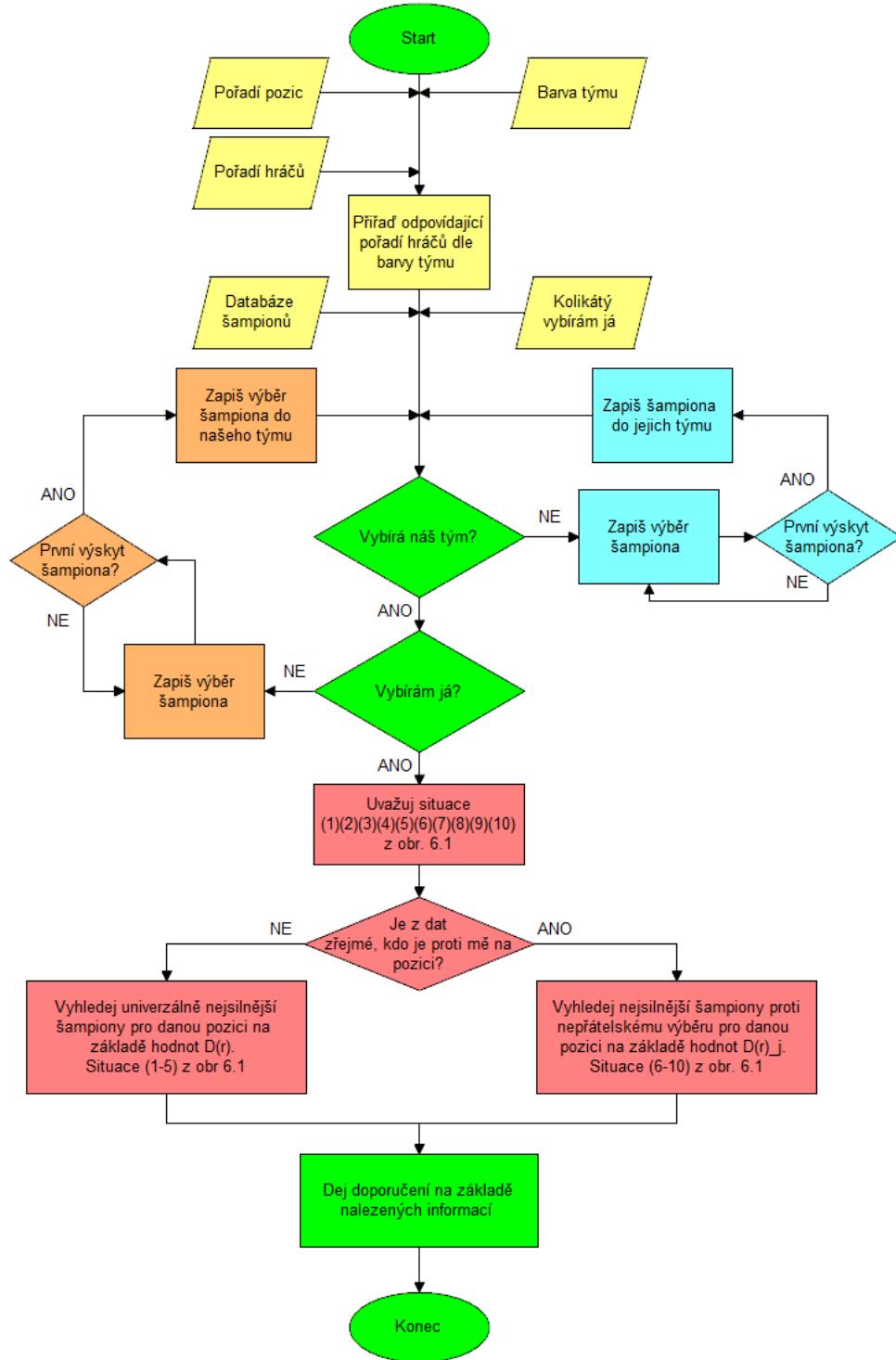
Tento model si ukážeme na příkladě. Když se dostaneme do situace (4), nevíme, proti komu budeme hrát. Chceme si vybírat ze všech šampionů, vhodných pro tuto pozici, toho nejsilnějšího. Budeme doporučovat podle charakteristiky $D(r)$. Když se dostaneme do situace (9) s tím, že víme, že proti nám bude hrát šampion, jehož $ID = 59$, budeme doporučovat podle charakteristiky $D(r)_{59}$. Jako výsledek pak dostaneme trochu jiné uspořádání šampionů.

V tabulce 6.1 jsou sestupně seřazeni šampioni do indiferenčních tříd (skupiny šampionů se stejnou hodnotou charakteristiky D) dle charakteristiky $D(r)$ pro situaci (4) a dle charakteristiky $D(r)_{59}$ pro situaci (9). Pro situaci (4) máme 13 takovýchto tříd a pro situaci (9) jich máme 9. V situacích (4) resp. (9) je nejlepší variantou třída s hodnotou $D(r) = 15$ obsahující pouze šampiona Graves resp. $D(r)_{59} = 5$ obsahující šampiony Corki a Graves. Nejlepším možným výsledkem je hodnota 16 (šampion je statisticky lepší než všech 16 ostatních šampionů), nejhorším možným výsledkem je hodnota -16 (šampion je statisticky horší než všech 16 ostatních šampionů). Nejlepší variantou je šampion Graves resp. jsou šampioni Graves a Corki a je jedno, kterého z nich si vybereme.

Celý rozhodovací proces matematického modelu I v této zjednodušené formě je popsán pomocí vývojového diagramu na obrázku 6.2.

Šampion	$f(r)$	$D(r)$	Šampion	$f(r)$	$D(r)_{59}$
'Graves'	33	15	'Corki'	16	5
'Corki'	16	11	'Graves'	33	5
'Ezreal'	24	5	'Ezreal'	24	4
'Miss Fortune'	66	5	'Jinx'	44	4
'Quinn'	79	3	'Miss Fortune'	66	4
'Twitch'	108	3	'Twitch'	108	2
'Jinx'	44	2	'Draven'	20	1
'Kalista'	45	2	'Kalista'	45	1
'Ashe'	8	1	'Ashe'	8	0
'Kog" maw'	54	0	'Kog" maw'	54	0
'Sivir'	93	0	'Quinn'	79	0
'Draven'	20	-2	'Varus'	111	0
'Varus'	111	-3	'Sivir'	93	-2
'Vayne'	112	-7	'Vayne'	112	-5
'Caitlyn'	14	-8	'Caitlyn'	14	-5
'Tristana'	104	-11	'Jhin'	43	-6
'Jhin'	43	-16	'Tristana'	104	-8

Tabulka 6.1: Seřazené výsledky metody AGREPREF dle charakteristik $D(r)$ a $D(r)_{59}$. Jméno šampiona, Hodnoty $f(r)$, hodnoty charakteristik D . V levé části charakteristika $D(r)$ pro situaci (4) (bez informace o protihráči), v pravé části charakteristika $D(r)_{59}$ pro situaci (9) (proti Adc Lucian).



Obrázek 6.2: Vývojový diagram matematického modelu I

6.2. Matematický model II

Mám vytvořený základní matematický model I Tento model nyní rozšířím na matematický model II V rozšířeném modelu budu uvažovat předpoklady a omezení, které ve výběru šampiona skutečně jsou. Využiji také další dostupná data pro šampiony. Seznam rozšíření na matematický model II:

- Předpokládám pouze racionální spoluhráče. Racionální spoluhráč je takový, který si na příslušnou pozici vybere pouze šampiona, který se na této pozici již dříve hrál (má nenulovou relativní četnost výskytu na této pozici - šampion hraný pouze jako Jungle nemůže být vybrán jako Top). Tento předpoklad platí pouze pro náš tým, jelikož pro nepřátelský tým nemám žádnou informaci o pořadí výběru pozic.
- Předpokládám pouze racionální výběr. Racionální výběr je takový výběr nepřátelského týmu, který nemá pro jednu pozici dva a více šampionů se 100% relativní četností výskytu na této pozici. V případě, kdy výběr není racionální, model na to upozorní uživatele. Ten může, ale nemusí, využít expertní znalosti k odhadnutí, který z šampionů skutečně na tuto pozici půjde.
- Využiji vzájemných vztahů pro lajnu 'Bottom'. Pro pozici Adc rozšířím vztah Adc proti Adc o vztahy Adc proti Supportovi a Adc se Supportem. Budu uvažovat možnost nastání osmi různých situací, viz kapitola [6.2.1](#). Pro pozici Support bude postup stejný.
- Ke každému šampionovi vypíšu jeho primární i sekundární roli.
- Vytvořím seznam podmínek na role šampionů. V případě, chybějících důležitých rolí (Marksman, Mage, Tank, Support), upozorním uživatele, které role ještě nejsou v našem týmu zastoupeny.
- Zobrazím relativní četnosti výskytu na pozicích pro vybraného nepřátelského šampiona. Podle počtu záznamů relativních četností

na jednotlivých pozicích dám uživateli informaci, jestli mohu usuzovat, na kterou pozici daný šampion půjde. Relativní četnosti výskytu na pozici jsou ve výstupním okně uváděny pro jednotlivé pozice postupně 'Top, Jungle, Mid, Adc a Support'.

- Je-li to možné, upravím relativní četnosti výskytu nepřátelských šampionů na jednotlivých pozicích na základě dostupných dat. Např. mám-li informaci o dvou nepřítelem vybraných šampionech, kde první má relativní četnosti výskytu 60% na pozici Mid a 40% na pozici Support, tedy vektor [0, 0, 60, 0, 40], a druhý má relativní četnost výskytu 100% na pozici Mid, tedy vektor [0, 0, 100, 0, 0], chci upravit první vektor na [0, 0, 0, 0, 100], protože se nemůžou vyskytovat dva šampioni na stejně pozici.
 - Pokud má nepřátelský šampion 100% relativní četnost výskytu na mé pozici, neptat se uživatele, jestli ví, kdo je proti němu na pozici, ale tuto informaci si vzít z dat.
- Pro Bottom lajnu za předpokladu, že vybíráme na pozici Adc:
 - Pokud má nepřátelský šampion 100% relativní četnost výskytu na pozici Support, neptat se uživatele, jestli ví, kdo je nepřátelský Support, ale tuto informaci si vzít z dat.
 - Pokud má náš tým již vybraného šampiona na pozici Support, neptat se uživatele, jestli ví, kdo je jeho Support, ale tuto informaci si vzít z dat.
 - Pro Bottom lajnu za předpokladu, že vybíráme na pozici Support:
 - Pokud má nepřátelský šampion 100% relativní četnost výskytu na pozici Adc, neptat se uživatele, jestli ví, kdo je nepřátelské Adc, ale tuto informaci si vzít z dat.
 - Pokud má náš tým již vybraného šampiona na pozici Adc, neptat se uživatele, jestli ví, kdo je jeho Adc, ale tuto informaci si vzít z dat.

Vstupem do modelu bude abecední seznam šampionů včetně ID , výsledné hodnoty charakteristik $D(r)$, $D(r)_{59}$, $BSD(r)_{103}$ a $BMD(r)_{39}$ popsané na obr. 5.11, relativní četnosti výskytu, role šampionů, barva našeho týmu a pořadí výběru šampionů našeho týmu. Výstupy budou rozděleny do dvou částí:

1. **Analýza situace:** Přehled vybraných šampionů, konkrétně: pozice, jméno šampiona, ID šampiona, role pro jednotlivé šampiony v rámci našeho týmu a ID šampiona, jméno šampiona, a přehled jeho relativních četností výskytu na pozicích pro jednotlivé šampiony v rámci nepřátelského týmu. Relativní četnosti budou upraveny na základě 100% relativních četností výskytu šampionů na pozicích. Pro každého šampiona bude k dispozici informace o tom, jestli znám jeho pozici ('vím kam jde'), nebo neznám jeho pozici ('nevím kam jde'), případně model upozorní uživatele na chybějící racionálitu (šampion má relativní četnosti výskytu pouze na pozice, na nichž jsou již vybraní jiní šampioni se 100% relativní četností výskytu na této pozici). Dále vypíše informaci, jestli výběr nepřátelského týmu je, nebo není racionální (dva šampioni se 100% relativní četností výskytu na stejnou pozici). Pokud by nebyl, model se zeptá, jestli uživatel ví, kdo je proti němu na pozici. Následně model vypíše seznam podmínek na role a u každé z nich zobrazí, zdali je, či není splněna a vypíše chybějící role.
2. **Doporučení šampionů:** Posledním výstupem jsou jména šampionů, včetně jejich rolí, kteří mají nejvyšší hodnoty dle charakteristiky D dle příslušné situace viz kapitola 6.2.1.

Průběh matematického modelu II jsem znázornil pomocí vývojového diagramu na obrázku 6.4

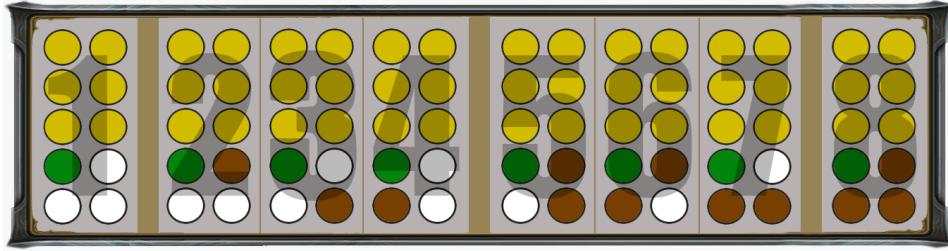
6.2.1. Schéma výběru šampiona

Při výběru šampiona mohou nastat různé situace, které ovlivňují doporučení pro výběr vhodného šampiona. Tyto situace budou pro jednotlivé pozice různé. Při výběru na pozice Top, Jungle a Mid jsou situace totožné jako situace 1, 2, 3,

6, 7 a 8 na obr. 6.1, dle příslušné pozice. Při výběru na pozici Adc nebo Support bude doporučení pro výběr vhodného šampiona složitější, jelikož na lajně jsou celkově čtyři šampioni.

Předpokládám nyní, že vybírám pro pozici Adc (pro výběr na pozici Support jsou situace analogické). Při výběru na pozici Adc se můžu dostat vždy do jedné z osmi různých situací, které jsem číselně označil 1-8 a graficky znázornil na obr.

6.3. Možné situace při výběru na pozici Adc jsou:



Obrázek 6.3: Schéma 2 pro výběr na pozice Adc a Support. Mohou nastat takové situace, kdy vybírám první ze čtverice (1) dle $D(r)$, druhý ze čtverice (2,3,4) dle $D(r)_j$, $BSD(r)_k$, nebo $BMD(r)_l$, třetí ze čtverice (5,6,7) dle $BSD(r)_{jk}$, $BMD(r)_{jl}$, nebo $BSMD(r)_{kl}$, či čtvrtý ze čtverice (8) dle $BSMD(r)_{jkl}$.

1. Neznám nikoho na příslušných pozicích, vybírám nejsilnější a nejuni-varzálnější Adc. Hledám takového šampiona i , že $D(i) = \max_{r \in AdcID} D(r)$, kde $AdcID$ je množina ID těch šampionů, kteří se hrají na pozici Adc.
2. Znám nepřátelské Adc. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Adc j . Hledám takového šampiona i , že $D(i)_j = \max_{r \in AdcID \setminus \{j\}} D(r)_j$.
3. Znám nepřátelský Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Supportovi k . Hledám takového šampiona i , že $BSD(i)_k = \max_{r \in AdcID} BSD(r)_k$.
4. Znám spřátelený Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu se spřáteleným Supportem l . Hledám takového šampiona i , že $BMD(i)_l =$

$$\max_{r \in AdcID} BMD(r)_l.$$

5. Znám nepřátelské Adc a nepřátelský Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Adc j a Supportovi k . Hledám takového šampiona i , že $BSD(i)_{jk} = \max_{r \in AdcID \setminus \{j\}} BSD(r)_{jk}$.
6. Znám nepřátelské Adc a spřátelený Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Adc j a se spřáteleným Supportem l . Hledám takového šampiona i , že $BMD(i)_{jl} = \max_{r \in AdcID \setminus \{j\}} BMD(i)_{jl}$.
7. Znám nepřátelský a spřátelený Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Supportovi k a se spřáteleným Supportem l . Hledám takového šampiona i , že $BSMD(i)_{kl} = \max_{r \in AdcID} BSMD(r)_{kl}$.
8. Znám nepřátelské Adc, nepřátelský Support a spřátelený Support. Vybírám takové Adc i , které má výhodu proti nepřátelskému Adc j , nepřátelskému Supportovi k a se spřáteleným Supportem l . Hledám takového šampiona i , že $BSMD(i)_{jkl} = \max_{r \in AdcID \setminus \{j\}} BSMD(r)_{jkl}$.

Pro účely grafického znázornění všech osmi možných situací (viz obrázek 6.3) předpokládám, že znám pořadí výběru pozic v obou týmech, které je v řádcích postupně shora dolů Top, Jungle, Mid, Adc a Support. Zelené pole značí pozici, na kterou vybírám, hnědé pole značí, že znám šampiona na této pozici, bílé pole značí, že neznám šampiona na této pozici a žluté pole značí irrelevantní informaci pro můj výběr (např. pokud vybírám šampiona na pozici Top, nezajímá mě, jaký je nepřátelský Support, ani jaký je náš Mid atd.).

Situace (1) a (2) jsou totožné se situacemi (4) a (9) na obrázku 6.1. Situace (3) a (4) jsou analogie k situaci (2) s využitím jiných charakteristik D , konkrétně $BSD(r)_k$ a $BMD(r)_l$. Situace (5-8) používají charakteristiky, které doposud nemáme nadefinované. Jde o průměry již známých charakteristik $D(r)_j$, $BSD(r)_k$ a $BMD(r)_l$ popsaných na obr. 5.11. V tabulce 6.2 je přehled nově

vzniklých agregací charakteristik D včetně původních charakteristik, z nichž jsou spočítané.

D	Situace	(2)	(3)	(4)
$BSD(r)_{jk}$	(5)	$D(r)_j$	$BSD(r)_k$	
$BMD(r)_{jl}$	(6)	$D(r)_j$		$BMD(r)_l$
$BSMD(r)_{kl}$	(7)		$BSD(r)_k$	$BMD(r)_l$
$BSMD(r)_{jkl}$	(8)	$D(r)_j$	$BSD(r)_k$	$BMD(r)_l$

Tabulka 6.2: V řádcích přehled nových charakteristik D pro situace (5-8) vytvorených kombinací příslušných charakteristik dle situací (2-4), které jsou zapsané ve sloupcích.

Máme-li k dispozici např. informace o nepřátelích na pozicích Adc a Support, chceme doporučit šampiona, který bude dobrý proti oběma z nich stejně. Proto zprůměruji charakteristiky $D(r)_j$ a $BSD(r)_k$. Tím získáme charakteristiku $BSD(r)_{jk}$.

Uvažujme nyní pro r -tého šampiona vektor d charakteristik D :

$$d = (D(r) \ D(r)_j \ BSD(r)_k \ BMD(r)_l).$$

Vektor d obsahuje také charakteristiku $D(r)$ představující průměrný výkon šampiona na pozici Adc bez jakékoliv informace o ostatních šampionech na lajně Bottom. To proto, abyhom mohli pokrýt všech osm možných situací (1-8) popsaných na obr. 6.3 pomocí jednoho výpočetního vztahu. Jednotlivá dílčí doporučení dle charakteristik zapsaných ve vektoru d potřebujeme nějakým způsobem agregovat do nových charakteristik popsaných v tabulce 6.2. K tomu si vytvoříme váhovou matici W , kde jednotlivé sloupce představují rozhodovací situace (1-8):

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Označme nyní situace jako S . $W(S)$ nám značí S -tý sloupec matice W . Vynásobením $d \cdot W(S)$ získáme pro r -tého šampiona vektor obsahující hodnoty charakteristik D pro situaci S . Charakteristiku $BSMD(r)_{jkl}$ pro situaci $S = 8$ tedy vypočítáme jako

$$BSMD(r)_{jkl} = d \cdot W(8) = (D(r) \ D(r)_j \ BSD(r)_k \ BMD(r)_l) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

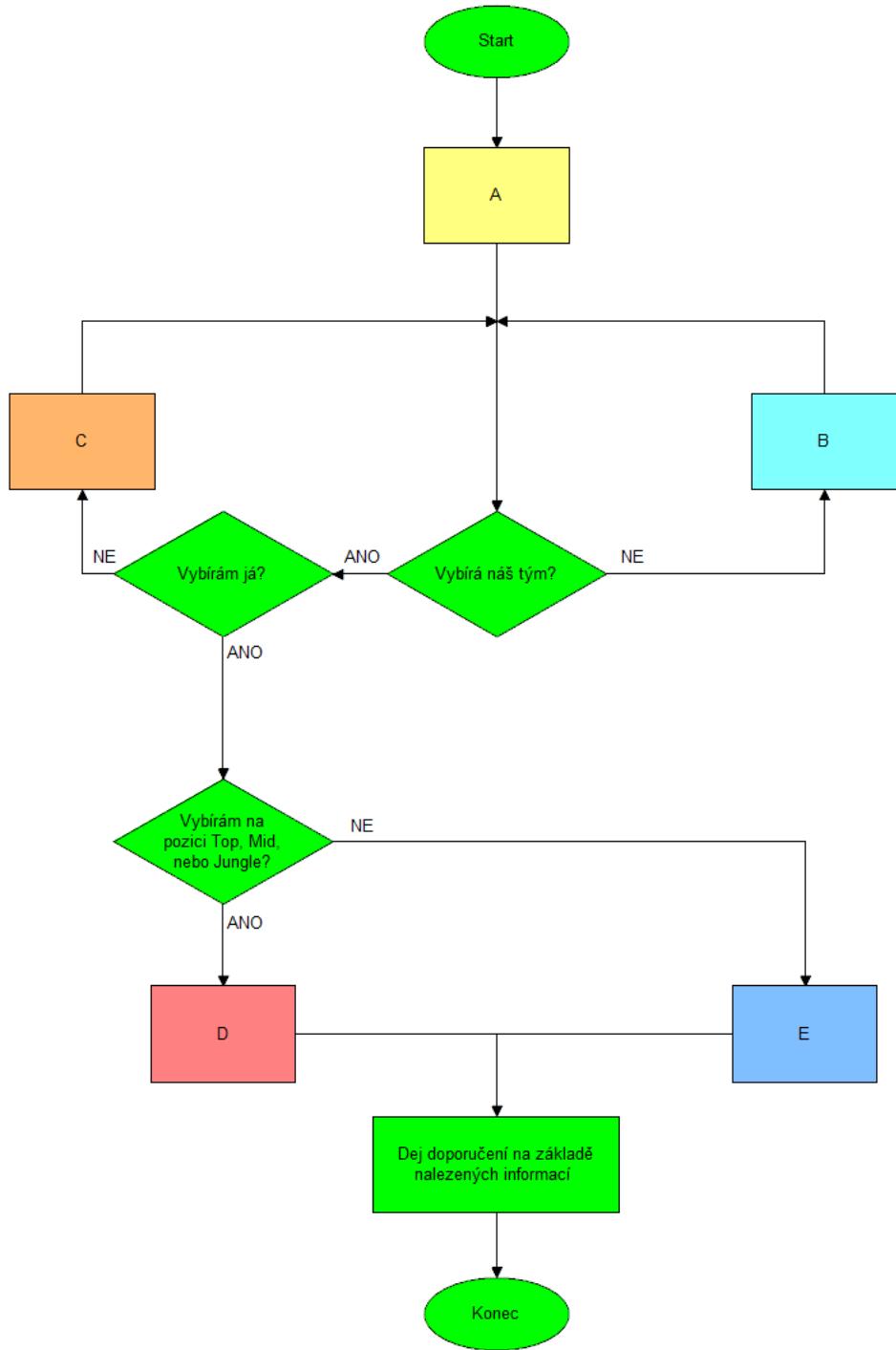
Tento postup si nyní ukážeme na příkladu. Dle předchozí úmluvy použijeme šampiony Lucian (59), Thresh (103) a Janna (39). Jejich výsledné charakteristiky $D(r)$, $D(r)_{59}$, $BSD(r)_{103}$ a $BMD(r)_{39}$ jsou zobrazené v tabulce 5.12. Jednotlivé řádky této tabulky představují vektor d pro r -tého šampiona. Vynásobením váhovou maticí W , tedy pomocí vztahu $d \cdot W$ pro všechny šampiony r , získáme matici charakteristik D pro situace $S = 1, \dots, 8$ zobrazenou v tabulce 6.3.

Nejlepším možným výsledkem pro pozici Adc je hodnota 16 (šampion je statisticky lepší než všech 16 ostatních šampionů na pozici Adc), nejhorším možným výsledkem je hodnota -16 (šampion je statisticky horší než všech 16 ostatních šampionů na pozici Adc). Doporučujeme tedy sestupně dle nejvyšší hodnoty příslušné charakteristiky D odpovídající dané situaci (1-8).

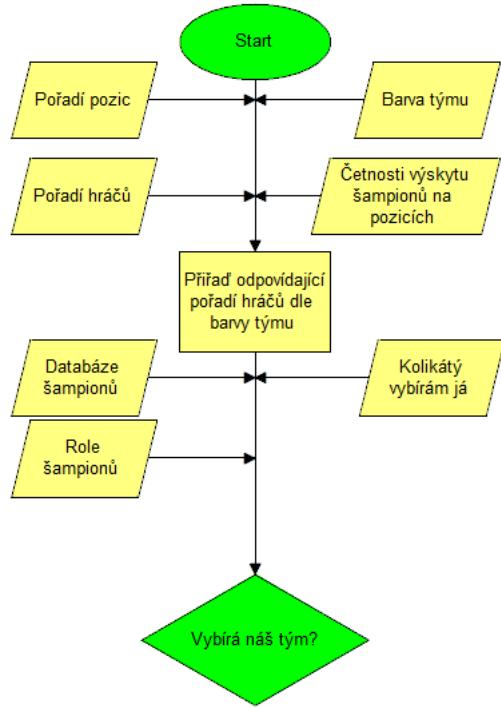
Celý rozhodovací proces matematického modelu II je popsán pomocí vývojového diagramu na obrázcích 6.4-6.9. Celý vývojový diagram je fyzicky připojen k diplomové práci.

r	Situace	$f(r)$	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	Šampion	$D(r)$	$D(r)_{59}$	$BSD(r)_{103}$	$BMD(r)_{39}$	$BSD(r)_{59,103}$	$BMD(r)_{59,39}$	$BSD(r)_{103,39}$	$BMD(r)_{59,103,39}$	
1	Ashe	8	1	0	3	0	1,5	0	1,5	1
2	Caitlyn	14	-8	-5	-7	-2	-6	-3,5	-4,5	-4,7
3	Corki	16	11	5	4	3	4,5	4	3,5	4
4	Draven	20	-2	1	2	1	1,5	1	1,5	1,3
5	Ezreal	24	5	4	4	2	4	3	3	3,3
6	Graves	33	15	5	4	1	4,5	3	2,5	3,3
7	Jhin	43	-16	-6	-12	-8	-9	-7	-10	-8,7
8	Jinx	44	2	4	3	1	3,5	2,5	2	2,7
9	Kalista	45	2	1	3	0	2	0,5	1,5	1,3
10	Kog'Maw	54	0	0	1	0	0,5	0	0,5	0,3
11	Miss F.	66	5	4	4	1	4	2,5	2,5	3
12	Quinn	79	3	0	1	1	0,5	0,5	1	0,7
13	Sivir	93	0	-2	1	0	-0,5	-1	0,5	-0,3
14	Tristana	104	-11	-8	-9	-1	-8,5	-4,5	-5	-6,0
15	Twitch	108	3	2	2	1	2	1,5	1,5	1,7
16	Varus	111	-3	0	0	0	0	0	0	0
17	Vayne	112	-7	-5	-4	0	-4,5	-2,5	-2	-3

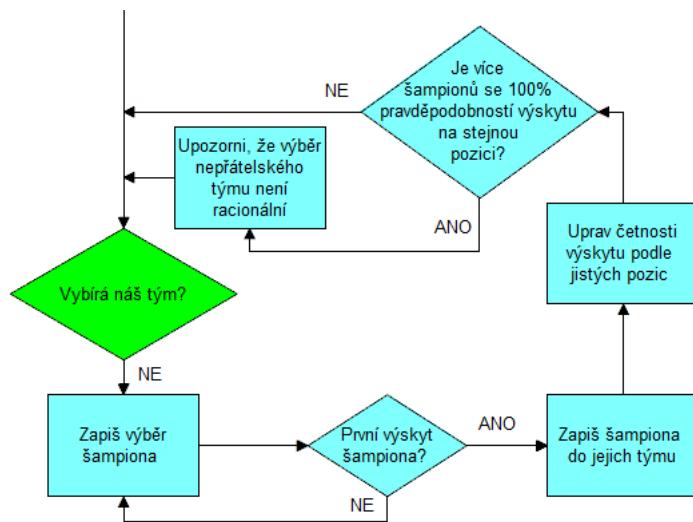
Tabulka 6.3: Přehled výsledek charakteristik D . Pořadí r , jméno šampiona, Hodnoty $f(r)$, a hodnoty charakteristik D dle situací (1-8). Uvažujeme nepáťelské Adc Lucian, nepáťelský Support Thresh a spřátelený Support Janna.



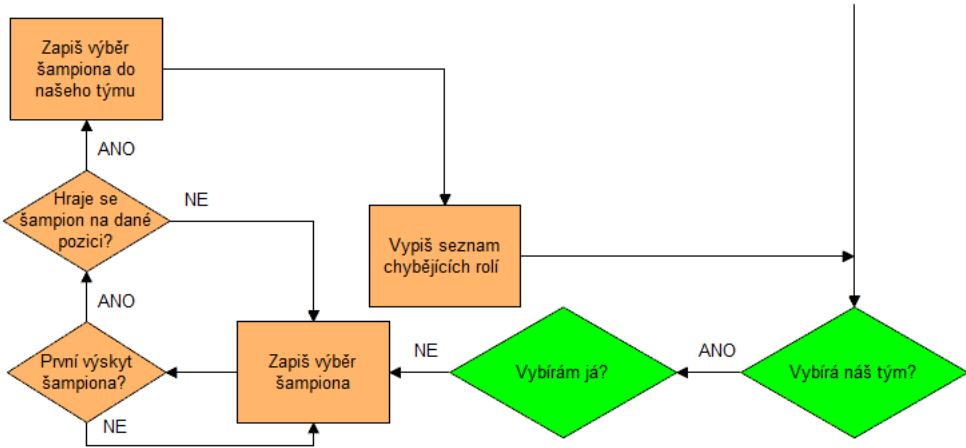
Obrázek 6.4: Stručný vývojový diagram matematického modelu II. Pro větší přehlednost jsou jednotlivé části diagramu A-E zobrazeny zvlášť na obr. 6.5 - 6.9. Celkový diagram modelu II je fyzicky přiloženém k diplomové práci.



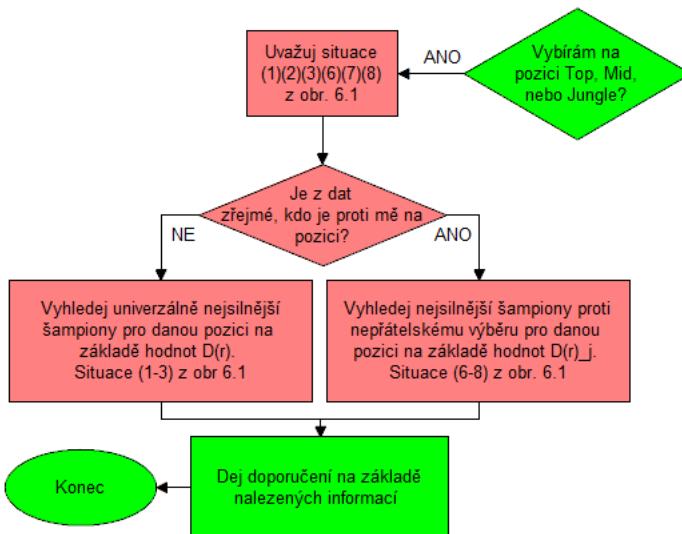
Obrázek 6.5: Vývojový diagram matematického modelu II - část A.



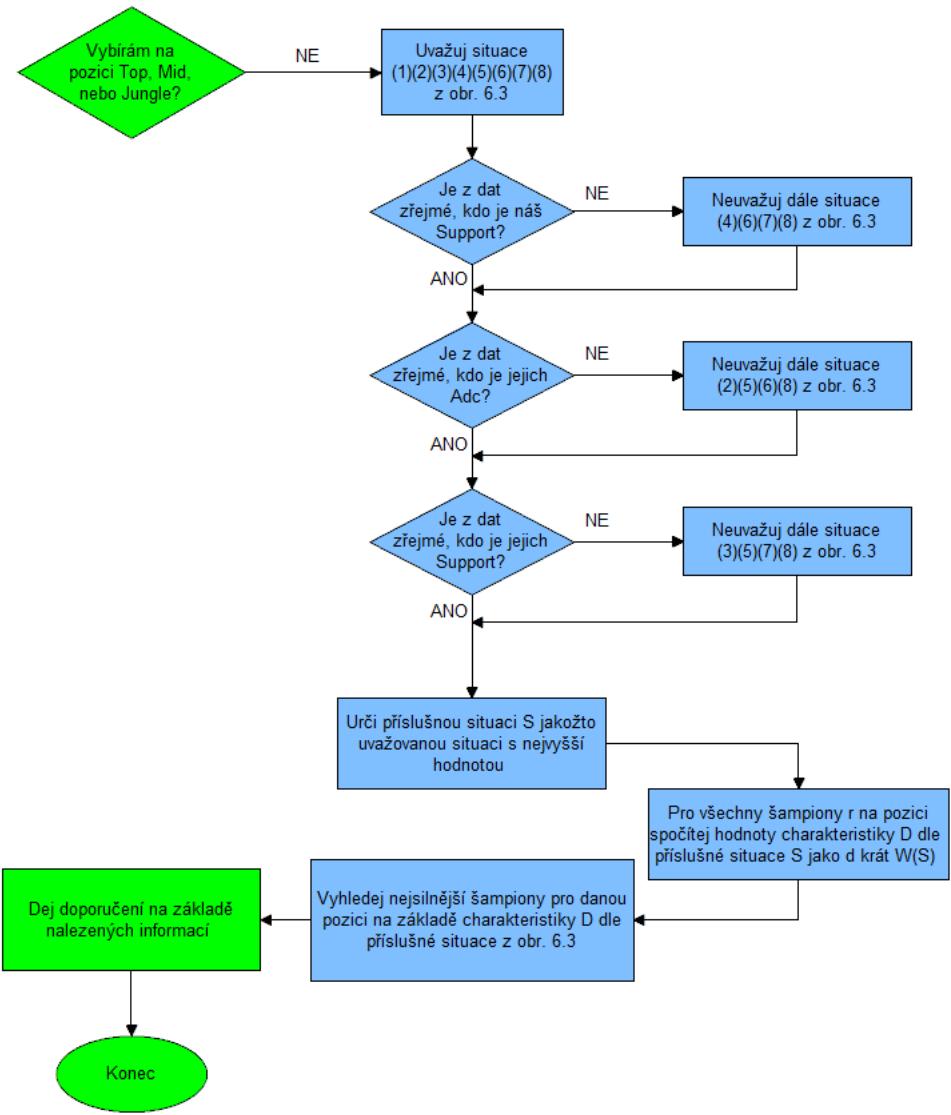
Obrázek 6.6: Vývojový diagram matematického modelu II - část B.



Obrázek 6.7: Vývojový diagram matematického modelu II - část C.



Obrázek 6.8: Vývojový diagram matematického modelu II - část D.



Obrázek 6.9: Vývojový diagram matematického modelu II - část E.

6.3. Matematický model III

Nyní si rozšíříme matematický model II o vliv hráče. Schéma výběru bude tedy stejné jako u předchozího modelu, dojde pouze ke změně vstupních dat. Tento model si rozdělíme na dvě části. V první části zjistíme úspěšnost hráče, tedy jestli má s jednotlivými šampiony nadprůměrné resp. podprůměrné výsledky. V druhé části použijeme informaci o příslušné divizi hráče, pomocí níž upravíme váhovou matici W tak, aby korespondovala s chováním hráčů v jednotlivých divizích.

Průběh matematického modelu III jsem znázornil pomocí vývojového diagramu na obrázku 6.11.

6.3.1. Úspěšnost hráče

Chci v modelu zohlednit situace, kdy má hráč s daným šampionem nadprůměrné resp. podprůměrné výsledky. Hráči mají tendenci inklinovat k určité preferované pozici a na ní hrát omezený počet oblíbených šampionů. S těmito šampiony se snaží zdokonalovat a co nejlépe ovládnout jejich herní mechaniky. Některí hráči si však své oblíbené šampiony mohou zvolit špatně. Vyberou si např. na základě vzhledu, či doporučení, aniž by s daným šampionem vůbec uměli hrát. Budeme chtít ze seznamu všech šampionů pro danou pozici vyselektovat ty šampiony, které hráč umí resp. neumí ovládat a tedy je s nimi nadprůměrný resp. podprůměrný.

Pokud se nám podaří najít nadprůměrné šampiony, budeme dále při procesu výběru vhodného šampiona již uvažovat pouze tyto nadprůměrné šampiony a všechny ostatní zanedbáme. Pokud bychom však žádného nadprůměrného šampiona nenašli, pokusíme se zjistit, jestli má daný hráč nějaké podprůměrné šampiony. Najdeme-li nějaké podprůměrné šampiony, zanedbáme je a tedy je nebudeme dále uvažovat při procesu výběru vhodného šampiona.

Pokud se hráči h hrajícímu s šampionem i daří vyhrávat resp. prohrávat, roste resp. klesá jeho hodnota $WPP_{i,h}$. Po jedné vyhrané resp. prohrané hře tato hodnota nabývá jedničky resp. nuly. Tato informace však není zcela objektivní.

Je potřeba zohlednit také počet odehraných her. Hodnotu $WPP_{i,h}$ použijeme ke zjištění, jak dobře hráč h ovládá šampiona i . Zajímá nás, zda si hráč h vede s šampionem i lépe, než průměrný hráč hrající s šampionem i . Vzhledem k tomu, že o průměrném výkonu šampiona i hovorí hodnota WP_i , kterou máme k dispozici, můžeme opět využít statistické testování hypotéz a prověřit naši hypotézu pomocí Dvouproporčního Z-testu, tj. testujeme

$$H_0 : r_{i,h} - p_i \leq 0$$

$$H_1 : r_{i,h} - p_i > 0.$$

Pokud zjistíme, že hráč h je s šampionem i lepší než průměr, označíme šampiona i jako nadprůměrného šampiona pro hráče h . Hráč h s nadprůměrnými šampiony prokazatelně hraje dobře. Nechceme, aby nyní experimentoval a zkoušel nové šampiony, případně aby hrál šampiony, s kterými není prokazatelně dobrý. Chceme, aby hrál pouze s nadprůměrnými šampiony. Pro další postup odstraníme ze seznamu šampionů hrajících na pozici Adc veškeré šampiony, s kterými nadprůměrný není.

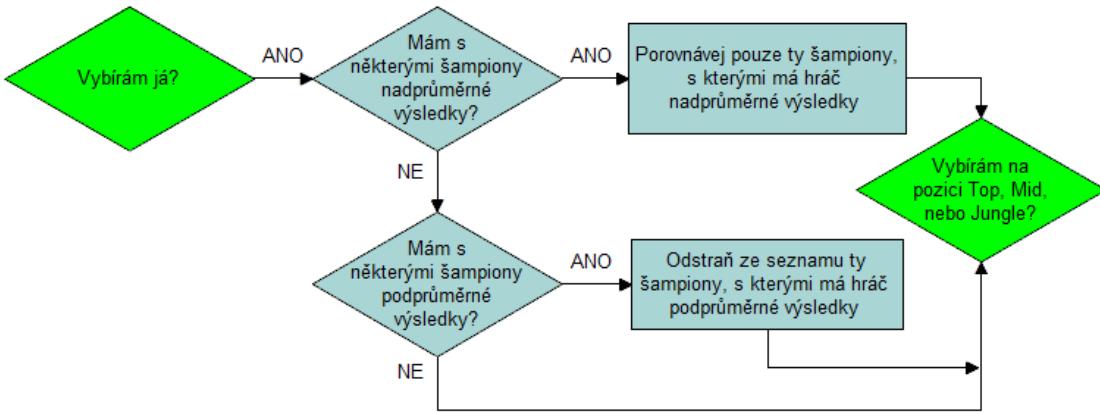
Nemá-li však hráč h žádného nadprůměrného šampiona, zajímá nás jestli není s nějakým šampionem podprůměrný. Budeme tedy testovat

$$H_0 : p_i - r_{i,h} \leq 0$$

$$H_1 : p_i - r_{i,h} > 0.$$

Pokud zjistíme, že hráč h je s šampionem i horší než průměr, označíme šampiona i jako podprůměrného šampiona pro hráče h . Hráč h s podprůměrnými šampiony prokazatelně hraje špatně. Nepovažujeme za žádoucí, aby hrál s těmito šampiony. Pro další postup proto odstraníme ze seznamu šampionů hrajících na pozici Adc veškeré šampiony, s kterými podprůměrný je. Celý tento proces je pro názornost zobrazen ve vývojovém diagramu na obr. 6.10.

Příklad nyní ukážu na hráči 'Imaqtpie'. Ten stojí před rozhodovacím problémem. Chce si zahrát střelce na pozici Adc a neví, jakého šampiona si má vybrat. Abychom mu mohli poradit a doporučit vhodného šampiona, zkusíme



Obrázek 6.10: Vývojový diagram popisující proces úpravy dat vlivem úspěšnosti hráče.

použít cestu, kterou jsme popsali výše. Nejdříve se podíváme, jak je hráč 'Imaqtpie' úspěšný s šampiony, s kterými běžně hraje a je na ně zvyklý. Z ukázky přehledu jeho výkonu zobrazené v tabulce 4.13 si nejprve vyberu pouze ty sřelce, jejichž $ID \in AdcID$. Tyto si zapíšu do tabulky 6.4. Podíl výher hráče 'Imaqtpie' s jednotlivými šampiony chceme srovnat s podílem výher těchto šampionů obecně. Ale pozor. Abychom mohli provést Dvouproporční Z-test, musí naše data splňovat podmínu na alespoň 10 úspěchů a alespoň 10 neuspěchů. Vyberu si tedy pouze ty šampiony, s kterými má alespoň 10 výher a alespoň 10 proher. Takových šampionů je celkem 9 a vypíšu si je do tabulky 6.5.

Využijeme Dvouproporční Z-test a pro každého z devíti uvažovaných šampionů porovnáme, jestli je hráč s daným šampionem lepší, než průměr. Příklad ukážeme na šampionovi Sivir ($i = 93$). Testujeme tedy

$$H_0 : r_{93,1} - p_{93} \leq 0$$

$$H_1 : r_{93,1} - p_{93} > 0.$$

$$q = \frac{WP_{93} \cdot n_{93} + WPP_{93,1} \cdot m_{93,1}}{m_{93,1} + n_{93}}.$$

Šampion	<i>ID</i>	Výhry	Prohry	$n_{i,1}$	$WPP_{i,1}$
Ashe	8	17	16	33	0,5152
Caitlyn	14	23	15	38	0,6053
Corki	16	17	8	25	0,6800
Draven	20	8	7	15	0,5333
Ezreal	24	52	43	95	0,5474
Graves	33	28	8	36	0,7778
Jhin	43	57	49	106	0,5377
Jinx	44	3	5	8	0,3750
Kalista	45	12	11	23	0,5217
Kog'Maw	54	2	4	6	0,3333
Lucian	59	69	47	116	0,5948
Miss Fortune	66	11	13	24	0,4583
Sivir	93	31	14	45	0,6889
Tristana	104	8	5	13	0,6154
Twitch	108	20	13	33	0,6061
Vayne	112	36	27	63	0,5714

Tabulka 6.4: Ukázka přehledu výkonu hráče 'Imaqtpie' s jednotlivými šampiony na pozici Adc. Ve sloupcích jméno šampiona, jeho *ID*, počet vyhraných her, počet prohraných her, počet odehraných her $n_{i,h}$ a podíl vyhraných her $WPP_{i,h}$ s šampionem i hraným hráčem h , konkrétně hráče 'Imaqtpie' ($h = 1$).

Šampion	<i>ID</i>	Výhry	Prohry	$n_{i,1}$	$WPP_{i,1}$
Ashe	8	17	16	33	0,5152
Caitlyn	14	23	15	38	0,6053
Ezreal	24	52	43	95	0,5474
Jhin	43	57	49	106	0,5377
Kalista	45	12	11	23	0,5217
Miss Fortune	66	11	13	24	0,4583
Sivir	93	31	14	45	0,6889
Twitch	108	20	13	33	0,6061
Vayne	112	36	27	63	0,5714

Tabulka 6.5: Ukázka přehledu výkonu hráče 'Imaqtpie' s jednotlivými šampiony na pozici Adc s kterými má alespoň 10 vyhraných a alespoň 10 prohraných her. Ve sloupcích jméno šampiona, jeho *ID*, počet vyhraných her, počet prohraných her, počet odehraných her $n_{i,h}$ a podíl vyhraných her $WPP_{i,h}$ s šampionem i hraným hráčem h , konkrétně hráče 'Imaqtpie' ($h = 1$).

$$q = \frac{0,4986 \cdot 8293 + 0,6889 \cdot 45}{45 + 8293}$$

$$q = \frac{4135 + 31}{45 + 8293} = 0,499626985.$$

Tuto hodnotu dosadíme a spočítáme si jmenovatel SE

$$SE = \sqrt{q \cdot (1 - q) \cdot \left(\frac{1}{n_{93}} + \frac{1}{m_{93,1}} \right)},$$

$$SE = \sqrt{0,499626985 \cdot (1 - 0,499626985) \cdot \left(\frac{1}{8293} + \frac{1}{45} \right)} = 0,07473753$$

a následně dosadíme do testové statistiky Z

$$Z = \frac{WPP_{93,1} - WP_{93}}{SE},$$

$$Z = \frac{0,4986 - 0,6889}{0,07473753} = -2,54609551.$$

Nyní použijeme Bonferonniho korekce. Máme celkově 9 hypotéz, protože testujeme výkon každého šampiona hráče pouze s jeho průměrným protějškem, tedy $\alpha = 1 - (1 - 0,05)^{1/9} = 0,0057$. Srovnáme, jestli je hodnota testovací statistiky Z menší než $u_{0,0057} = -2,5312$, což v našem případě je. Zamítáme tedy nulovou hypotézu ve prospěch alternativy. Z toho vyplývá, že můžeme říci, že hráč 'Imaqtpie' je s šampionem Sivir lepší, než průměrný hráč. To znamená, že hráč 'Imaqtpie' umí hrát dobře s šampionem Sivir. Takto otestuje všechny šampiony uvedené v tabulce 6.5. Výsledky testové statistiky Z zapíšu do tabulky 6.6.

V případě, že najdeme alespoň jednoho šampiona, s kterým je hráč nadprůměrný, vybereme tyto šampiony a pouze pro ně provedeme Dvouproporční Z-test, abychom porovnali, jestli je některý z šampionů lepší oproti ostatním. Na výsledky tohoto testu následně použijeme metodu AGREPREF.

[Poznámka: Pokud najdeme právě jednoho nadprůměrného šampiona, budeme ho srovnávat pouze se sebou samým. Výsledek bude $z = 0$ pro Dvouproporční Z-test resp. $P(Z \leq z) = 0,5$ při testování pomocí p-hodnoty. Celkový výsledek

$f(r)$	Šampion	Z
8	Ashe	-0,0866
14	Caitlyn	-1,5313
24	Ezreal	-0,5921
43	Jhin	-2,5930
45	Kalista	-0,1174
66	Miss Fortune	0,5907
93	Sivir	-2,5461
108	Twitch	-1,0228
112	Vayne	-1,2812

Tabulka 6.6: Tabulka výsledků Dvouproporčního Z-testu výkonu hráče proti průměrnému výkonu. Ve sloupcích hodnoty $f(r)$ a hodnoty testové statistiky Z pro hráče 'Imaqtpie' ($h=1$). Červeně zvýrazněné buňky jsou ty dvojice, u kterých zamítáme nulovou hypotézu $H_0 : r_{93,1} - p_{93} \leq 0$, tedy hodnota testové statistiky $Z < -2,5312$ a tedy šance na výhru šampiona Sivir hraného hráčem 'Imaqtpie' je vyšší, než u průměrného hráče hrajícího s šampionem Sivir.

metody AGREPREF (hodnota charakteristiky D) bude 0, jelikož nemůžeme šampiona preferovat před sebou samým. Tento výpočet se může zdát zbytečný, protože stačí vzít tohoto jediného nadprůměrného šampiona a doporučit ho jako vhodného šampiona pro příslušnou situaci. Výpočet provádíme proto, že chceme mít jednotné výsledky. Obdobně pro případ právě dvou nadprůměrných šampionů by stačilo porovnat tyto šampiony mezi sebou pomocí Dvouproporčního Z-testu. Na základě výsledků tohoto testu jsme schopni říci, je-li jeden z šampionů lepší, než druhý. Pro situace (5-8) z obr. 6.3 musíme jednotlivé dílčí charakteristiky agregovat podle postupu popsaného výše. Metodu AGREPREF použijeme na výsledky Dvoupropočního Z-testu proto, jelikož nemůžeme agregovat výsledky testové statistiky.]

Pro hráče 'Imaqtpie' jsme našli právě dva šampiony, s kterými je nadprůměrný. Aplikujeme stejný postup výpočtu jako v kapitole 5, avšak uvažujeme pouze dva šampiony, tedy $M_A = \text{card}\{\text{AdcID}\} = 2$. Nejprve provedeme Dvouproporční Z-test. V našem případě testujeme dvě hypotézy, konkrétně jestli je Jhin lepší než Sivir a jestli je Sivir lepší než Jhin.

$$H_0 : p_{43,59} \leq p_{93,59}$$

\wedge

$$H_0 : p_{93,59} \leq p_{43,59}$$

Výsledky Dvouproporčního Z-testu testované pomocí p-hodnoty srovnávány s hodnotou $\alpha = 1 - (1 - 0,05)^{1/2} = 0,0253$ jsou zapsány v tabulce 6.7.

Šampion	$f(r)$	43	93
'Jhin'	43	0	0,9753
'Sivir'	93	0,0247	0

Tabulka 6.7: P-hodnoty odpovídající příslušným hodnotám výsledků Dvouproporčního Z-testu. V prvním řádku a druhém sloupci jsou hodnoty $f(r)$. Červeně zvýrazněné buňky jsou ty dvojice, u kterých zamítáme nulovou hypotézu $H_0 : p_{r,59} \leq p_{s,59}$, tedy p-hodnota $< 0,0253$ a tedy šance na výhru s šampionem v řádku je vyšší než s šampionem ve sloupci.

Použitím metody AGREPREF získáme nejprve matici L_{59} zobrazenou v tabulce 6.8, jejímž uspořádáním získáme matici K_{59} zobrazenou v tabulce 6.9. Nejprve jsme zjistili, že hráč 'Imaqtpie' je s šampionem Sivir a Jhin lepší, než průměrní hráči s těmito šampioni. Dále jsme zjistili, že proti Lucianovi je Sivir lepší, než Jhin. Hráči 'Imaqtpie' tedy ve výběru proti šampionovi Lucian doporučíme nejprve šampiona Sivir a následně šampiona Jhin. Rozhodnutí však musí udělat hráč 'Imaqtpie' sám.

Šampion	$f(r)$	43	93	$\sum_s l_{r,s}$	$\sum_s l_{s,r}$	$D(r)_{59}$
'Jhin'	43	0	0	0	1	-1
'Sivir'	93	1	0	1	0	1

Tabulka 6.8: Matice L_{59} preferenční relace. Jednička znamená, že hodnotu v řádku preferuji před hodnotou ve sloupci. $\sum_s l_{r,s}$ je řádkový součet, $\sum_s l_{s,r}$ je sloupcový součet a charakteristika $D(r)_{59}$ je rozdíl mezi řádkovým a sloupcovým součtem představující preferenční uspořadání od nejlepšího po nejhoršího.

Pokud bychom však nenašli žádného šampiona, s kterým je hráč nadprůměrný, zkusíme se podívat, jestli je s nějakými naopak podprůměrný. Takovéto šampiony bychom vyřadili ze seznamu šampionů hrajících na pozici Adc.

Šampion	$f(r)$	93	43	$\sum_s k_{r,s}$	$\sum_s k_{s,r}$	$D(r)_{59}$
'Sivir'	93	0	1	1	0	1
'Jhin'	43	0	0	0	1	-1

Tabulka 6.9: Matice K_{59} preferenční relace. Jednička znamená, že hodnotu v řádku preferuji před hodnotou ve sloupci. $\sum_s k_{r,s}$ je řádkový součet, $\sum_s k_{s,r}$ je sloupcový součet a charakteristika $D(r)_{59}$ je rozdíl mezi řádkovým a sloupcovým součtem představující preferenční uspořadání od nejlepšího po nejhoršího.

Postup výpočtu je analogický, avšak s nulovou hypotézou $H_0 : p_i - r_{i,h} \leq 0$ proti alternativě $H_1 : p_i - r_{i,h} > 0$, pro hráče 'Imaqtpie' ($h = 1$).

6.3.2. Divize hráče

Pro každého hráče máme informaci o tom, v jaké je divizi. Víme, že hráči v různých divizích se chovají různě. Divizí je sedm, od bronzové až po vyzyvatelskou. Nejvyšší dvě však obsahují pouze 0,01% hráčů, proto je zahrneme do diamantové (nejlepší možná). Naopak hráče, kteří ještě nemají žádnou divizi (je potřeba odehrát alespoň deset her pro přidělení divize) zahrneme do bronzové divize (nejhorší možná). Uvažujeme tedy dále pouze pět divizí (bronzová až diamantová). Hráče v bronzové divizi označme jako nezkušené hráče, hráče v diamantové divizi označme jako zkušené hráče. Za každou vyhranou resp. prohranou hru hráč získává resp. ztrácí ligové body a tím se posouvá nahoru resp. dolů mezi divizemi.

Nyní se zaměříme pouze na výběr šampiona na Bottom lajnu, protože ta je výjimečná. Spolupracují na ní hned dva hráči se šampioni na pozicích Adc a Support. Uvažujme nyní situace, ve kterých vybírá hráč na pozici Adc. Předpokládejme, že nezkušení hráči se musí soustředit především na svoji vlastní hru. Mají hodně práce s tím, aby si uhlídali svého vlastního šampiona (zabíjení poškodků kvůli zlatákům, ovládání mechanik svého šampiona, vyhýbání se útokům nepřátelských šampionů atd.). Proto již nemají volné kapacity k tomu, aby si mohli hlídat i spřáteleného Supporta a spolupracovali s ním. Naproti tomu zkušení hráči přesně vědí, co očekávat od nepřátelských šampionů i jak ovládat mechaniky svého šampiona. Mohou se tedy soustředit také na svého spřátelného Supporta, s kterým plně spolupracují. Dále předpokládejme, že nárast kvality hráče mezi jednotlivými divizemi je lineární.

Vliv divize na spolupráci v jednotlivých divizích si označme \widehat{w} . Nezkušení hráči nebudou schopni spolupracovat se svými spoluhráči, proto nebudeme tyto spoluhráče při doporučení pro výběr vhodného šampiona brát v potaz. Vliv divize na spolupráci bude $\widehat{w} = 0$. Nebudeme tedy vůbec brát ohled na výběr našeho Supporta. Zkušení hráči naopak budou schopni spolupracovat se svými spoluhráči, proto při doporučení pro výběr vhodného šampiona budeme přihlížet i k výběru šampiona na pozici spřáteleného Supporta. Vliv divize na spolupráci bude $\widehat{w} = 1$.

Budeme tedy brát plný ohled na našeho Supporta. Uvažujeme lineární nárůst kvality hráče mezi divizemi. Vliv divize \hat{w} na spolupráci pro jednotlivé divize je vypsán v tabulce 6.10. Pro následující postup si připomeňme vektor d a matici W z předchozí kapitoly:

$$d = (D(r) \ D(r)_j \ BSD(r)_k \ BMD(r)_l), W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Divize	\hat{w}
Bronzová	0
Stříbrná	$\frac{1}{4}$
Zlatá	$\frac{2}{4}$
Platinová	$\frac{3}{4}$
Diamantová	$\frac{4}{4}$

Tabulka 6.10: Přehled divizí a příslušné váhy divize na spolupráci \hat{w} se spřáteleným Supportem.

Nyní se nacházíme u závěrečného kroku našeho rozhodovacího procesu, kdy agregujeme dílčí hodnocení šampionů na pozici Adc dle čtyř uvažovaných hledisek:

1. Jak je dané Adc úspěšné obecně
2. Jak je dané Adc úspěšné proti konkrétnímu Adc
3. Jak je dané Adc úspěšné proti konkrétnímu Supportovi
4. Jak je dané Adc úspěšné ve spolupráci s konkrétním Supportem.

Tuto aggregaci provádíme váženým průměrem dílčích hodnocení, přičemž váhový vektor se mění podle příslušné situace (viz obr. 6.3), v níž se nacházíme.

Všechny tyto váhové vektory tvoří sloupce nám již známé matice W . Vzhledem k výše uvedenému však nemá smysl do oné agregace zahrnovat hodnocení úspěšnosti šampiona ve spolupráci se svým Supportem, když hráč není natolik zkušený, aby byl oné spolupráce vůbec schopen. Proto váhu, kterou je vážena právě tato spolupráce (poslední řádek matice W) musíme upravit. Upravíme ji pomocí vlivu divize na spolupráci \hat{w} , který nám zajistí, že při závěrečné agregaci dílčích hodnocení nebudeme dávat příliš velkou váhu na spolupráci, když se od hráče stejně nedá očekávat. Vzhledem k tomu, že váhový vektor musí být normovaný a my upravíme jeho poslední složku (přenásobením složky vlivem divize), musíme tomu přiměřeně upravit i další složky, tj. prvky v ostatních řádcích matice W . Získáváme tak matici W^* .

$$W^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 - \hat{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 - \frac{\hat{w}}{2} & 0 & \frac{1}{2} - \frac{\hat{w}}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 - \frac{\hat{w}}{2} & \frac{1}{2} - \frac{\hat{w}}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \hat{w} & 0 & \frac{\hat{w}}{2} & \frac{\hat{w}}{2} & \frac{\hat{w}}{3} \end{pmatrix}.$$

Příklad si uvedeme na situaci (8) z obr. 6.3. Zkušený hráč bude plně spolupracovat se svým Supportem, tedy $\hat{w} = 1$, stejně tak jako bude chtít být dobrý proti nepřátelskému Adc i Supportovi, a tedy jeho váhový vektor bude $(0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})'$. Nezkušený hráč však spolupracovat nebude vůbec a bude se soustředit pouze proti nepřátelskému Adc i Supportovi a tedy váha pro spolupráci se spřáteleným Supportem bude $\hat{w} = 0$. Váhový vektor nezkušeného hráče bude $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)'$. Zústaneme-li pouze u situace (8), pak čtvrtou složku váhového vektoru označující míru spolupráce w vždy upravíme tak, že původní hodnotu $\frac{1}{3}$ přenásobíme vlivem divize \hat{w} . V tabulce 6.11 se můžeme podívat, jakou váhu bude v situaci (8) mít míra spolupráce w v případě hráčů z různých divizí.

Nyní si ukážeme přehled výsledků pro jednotlivé hráče. Celý postup, který jsme si ukázali na hráci 'Imaqtpie' ($h = 1$) provedeme také pro hráče 'Tyltor' ($h = 2$). V obou případech popisujeme situaci (8) z obr. 6.3.

Hráč 'Imaqtpie' ($h=1$) má nadprůměrné výsledky s šampiony Sivir a Jhin, proto použijeme Dvouproporční Z-test a následně metodu AGREPREF pouze pro

Divize	\hat{w}	w
Bronzová	0	0
Stříbrná	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
Zlatá	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{6}$
Platinová	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
Diamantová	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$

Tabulka 6.11: Přehled divizí, váhy divize na spolupráci \hat{w} se spřáteleným Supportem a míry spolupráce w se spráteleným supportem pro jednotlivé divize.

tyto dva šampiony. Postup těchto výpočtů proti šampionovi Lucian je popsán v předchozí kapitole a výsledky zaznačeny v tabulkách 6.7, 6.8 a 6.9. Postup proti Supportovi Thresh a se Supportem Janna je analogický. Hráč 'Imaqtpie' je v diamantové divizi, tedy jeho váhový vektor pro spolupráci v situaci (8) bude $(0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})'$.

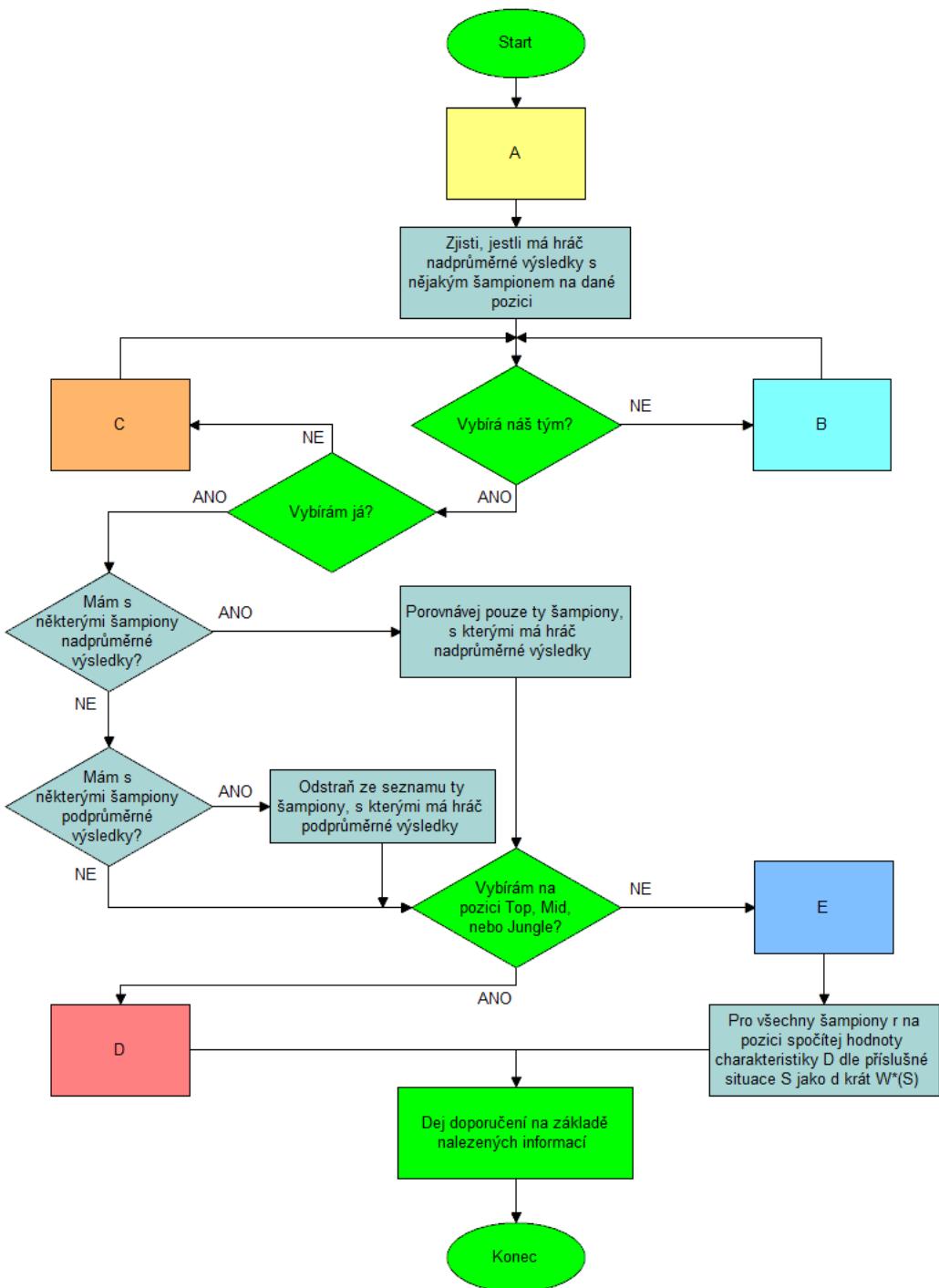
Hráč 'Tyltor' ($h=2$) nemá dostatek odehraných her a tedy ani prokazatelně nadprůměrné výsledky s žádným šampionem. Dvouproporční Z-test a následně metodu AGREPREF použijeme pro všechny šampiony hrající na pozici Adc. Postup výpočtu je popsán v kapitole 5 v tabulkách 5.1 - 5.12. Hráč 'Tyltor' je v platinové divizi, tedy jeho váhový vektor pro spolupráci bude $(0, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4})'$.

V tabulce 6.12 jsou zapsány výsledky pro jednotlivé dvojice $D(r, h)_{59}$, $BSD(r, h)_{103}$, $BMD(r, h)_{39}$. Ty jsou následně zgregované do charakteristiky pro situaci (8) $BSMD(r, h)_{59,103,39}$ pomocí vektoru d a upravené váhové matice $W_{h,S}^*$ podle divize hráče h v situaci $S = 8$. Agregujeme tedy pomocí vztahu $d \cdot W_{h,8}^*$. Pro oba hráče dáme doporučení na vhodného šampiona pomocí klesajících hodnot charakteristiky $BSMD(r, h)_{59,103,39}$.

Rozhodovací proces matematického modelu III (přehled rozšíření proti matematickému modelu II) je popsán pomocí vývojového diagramu na obrázku 6.11. Celý vývojový diagram je fyzicky přiložen k diplomové práci.

h	r	Šampion	$f(r)$	$D(r, 1)_{59}$	$BSD(r, 1)_{103}$	$BMD(r, 1)_{39}$	$BSMD(r, 1)_{59,103,39}$
1	13	Sivir	93	1	1	1	1
1	7	Jhin	43	-1	-1	-1	-1
h	r	Šampion	$f(r)$	$D(r, 2)_{59}$	$BSD(r, 2)_{103}$	$BMD(r, 2)_{39}$	$BSMD(r, 2)_{59,103,39}$
2	1	Ashe	8	0	3	0	1,125
2	2	Caitlyn	14	-5	-7	-2	-5
2	3	Corki	16	5	4	3	4,125
2	4	Draven	20	1	2	1	1,375
2	5	Ezreal	24	4	4	2	3,5
2	6	Graves	33	5	4	1	3,625
2	7	Jhin	43	-6	-12	-8	-8,75
2	8	Jinx	44	4	3	1	2,875
2	9	Kalista	45	1	3	0	1,5
2	10	Kog'Maw	54	0	1	0	0,375
2	11	Miss Fortune	66	4	4	1	3,25
2	12	Quinn	79	0	1	1	0,625
2	13	Sivir	93	-2	1	0	-0,375
2	14	Tristana	104	-8	-9	-1	-6,625
2	15	Twitch	108	2	2	1	1,75
2	16	Varus	111	0	0	0	0
2	17	Vayne	112	-5	-4	0	-3,375

Tabulka 6.12: Přehled výsledků hráčů charakteristik D 'Imactpie' ($h=1$) a 'Tyltor' ($h=2$). Pořadí r , jméno šampiona, hodnoty $f(r)$ a hodnoty charakteristik $D(r, h)_{59}$, $BSD(r, h)_{103}$, $BMD(r, h)_{39}$ a $BSMD(r, h)_{59,103,39}$ dle situace (8). Uvažujeme nepřátelské Adc Lucian, nepřátelský Support Thresh a spřátelený Support Janna.



Obrázek 6.11: Stručný vývojový diagram matematického modelu III. Jednotlivé procesy A-E jsou blíže rozepsané v Diagramu modelu III fyzicky přiloženém k diplomové práci.

Kapitola 7

Aplikace v MATLABu

Výše uvedené výpočty, postupy a metody pro jednotlivé modely jsme aplikovali v MATLABu. V této kapitole si ukážeme jakýsi manuál, jak s těmito modely pracovat. Všechny tři modely jsou interaktivní. Pro jejich správné fungování je třeba zadávat vstupy ve správném formátu a tvaru. Při nevhodném zadávání vstupů (čísla místo řetězce, řetězce v nevhodném tvaru atd.) není funkčnost systému zaručena. Jednotlivé kroky modelu nejdou vzít zpět. Pokud např. dojde k překlepu vybráním jiného šampiona, než bylo v úmyslu, je potřeba proces ukončit a začít znova. Všechny řetězcové vstupy se zadávají malými písmeny bez diakritiky. Pro zadávání šampionů do modelu se používají hodnoty *ID*, viz volně vložená příloha diplomové práce „Seznam šampionů“.

Všechny výstupy jsem pro lepší přehlednost převedl do formátu 'cell'.

7.1. Popis matematického modelu I

Tento model je uložený jako 'VyberSampiona1.m'. Nejprve si načtu vstupní proměnné:

- Relativní četnosti výskytu na pozicích 'cetnosti.mat'.
- Pořadí hráčů pro modrý i červený tým.
- Pořadí výběru šampionů.

Po spuštění modelu je potřeba doplnit dotazované informace. Postup práce s modelem je popsán zvlášť ke každému z obrázků. Jednotlivé textové vstupy do modelu uvádím vždy v 'uvozovkách', avšak do modelu se nepíší.

Obrázek 7.1: Uživatel musí zadat:

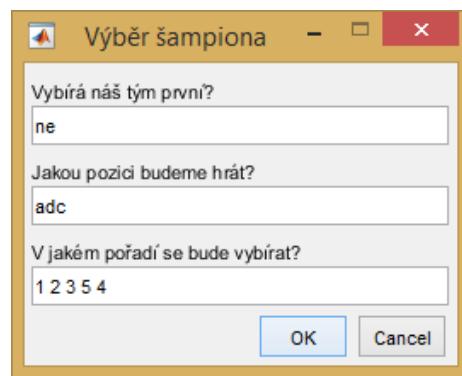
1. informaci o tom, kdo vybírá první. V případě, že hraje jako modrý tým, napíše 'ano', pokud jako červený tým napíše 'ne'
2. jakou hraje pozici. Vyplní 'top', 'jungle', 'mid', 'adc' nebo 'support'
3. pořadí pozic pomocí čísel. Čísla 1-5 představují jednotlivé pozice. Výchozí nastavená odpověď '1 2 3 5 4' představuje pořadí 'top jungle mid support adc'.

Obrázek 7.2: Nápověda formátu a tvaru pro vyplnění námi hrané pozice a také číselné substituce pro vyplnění pořadí výběru pozic do tabulky na obrázku 7.1. Po vyplnění této tabulky se model zeptá 'Koho si vybral jejich tým?'. Nyní budeme doplňovat postupně *ID* šampionů, které si vyberou naši spoluhráči, případně protihráči. Pro ukázku použijeme postupně '3 1 5 7 18 6 39 59 103'. Po každém *ID* je třeba stisknout klávesu 'Enter'.

Obrázek 7.3: Přehled vybraných šampionů vybraných do jednotlivých týmů včetně relativních četností výskytu vybraných šampionů pro nepřátelský tým.

Obrázek 7.4: Po zadání všech výběrů, které předchází tomu našemu, se nás model zeptá, jestli víme, jaký šampion je proti nám na pozici. Můžeme se podívat na zobrazené relativní četnosti. Pokud je na naší pozici v nepřátelském týmu u nějakého šampiona právě jedna hodnota 100, nebo jsme schopni odhadnout, kdo půjde proti nám, můžeme dát 'ano' a napsat *ID* příslušného šampiona. V opačném případě zadáme 'ne'. V našem případě zadáme 'ano' a vložíme hodnotu *ID* '59', tedy Lucian.

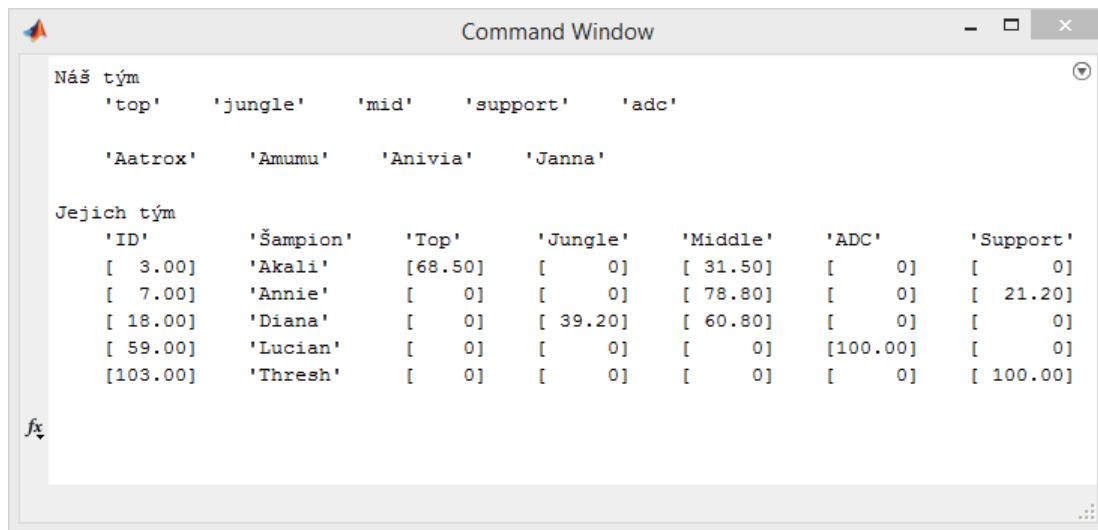
Obrázek 7.5: Výstupy modelu. Přehled vybraných šampionů pro náš tým (Aatrox, Amumu, Anivia, Janna), přehled vybraných šampionů pro nepřátelský tým včetně relativních četností výskytu na pozicích (Akali, Annie, Diana, Lucian, Thresh), vypsaný zadaný nepřítel na naší pozici (Lucian = 59) a doporučení pro vhodného šampiona seřazené podle příslušné charakteristiky D . Samotné rozhodnutí provede uživatel sám. Nejlepší variantou jsou šampioni Corki a Graves a je jedno, kterého z nich si vybere.



Obrázek 7.1: Výběr šampiona

```
Možné pozice jsou:  
'top'    'jungle'    'mid'    'adc'    'support'  
  
V jakém pořadí se bude vybírat?  
1 = top  
2 = jungle  
3 = mid  
4 = adc  
5 = support  
fx Koho si vybral jejich tým?
```

Obrázek 7.2: Nápověda k výběru šampiona a dotaz na výběr



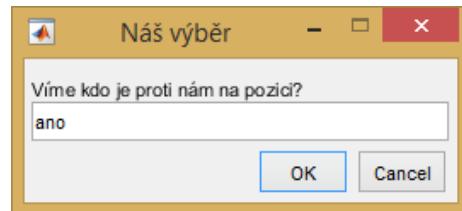
Náš tým

'top'	'jungle'	'mid'	'support'	'adc'
'Aatrox'	'Amumu'	'Anivia'	'Janna'	

Jejich tým

'ID'	'Šampion'	'Top'	'Jungle'	'Middle'	'ADC'	'Support'
[3.00]	'Akali'	[68.50]	[0]	[31.50]	[0]	[0]
[7.00]	'Annie'	[0]	[0]	[78.80]	[0]	[21.20]
[18.00]	'Diana'	[0]	[39.20]	[60.80]	[0]	[0]
[59.00]	'Lucian'	[0]	[0]	[0]	[100.00]	[0]
[103.00]	'Thresh'	[0]	[0]	[0]	[0]	[100.00]

Obrázek 7.3: Přehled vybraných šampionů



Obrázek 7.4: Dotaz na protihráče

```

Command Window

Náš tým
'top'      'jungle'     'mid'      'support'     'adc'
'Aatrox'    'Amumu'       'Anivia'    'Janna'

Jejich tým
>ID'        'Šampion'     'Top'       'Jungle'     'Middle'     'ADC'       'Support'
[ 3.00]    'Akali'        [ 68.50]    [   0]        [ 31.50]    [   0]        [   0]
[ 7.00]    'Annie'        [   0]        [   0]        [ 78.80]    [   0]        [ 21.20]
[ 18.00]   'Diana'        [   0]        [ 39.20]    [ 60.80]    [   0]        [   0]
[ 59.00]   'Lucian'        [   0]        [   0]        [   0]        [100.00]    [   0]
[103.00]   'Thresh'        [   0]        [   0]        [   0]        [   0]        [ 100.00]

Kdo je proti nám na pozici?: 59

nepřítel =
59.00

Nejlepší variantou je šampion:
'Šampion'      'ID'      'D'
'Corki'         [ 16.00]   [ 5.00]
'Graves'        [ 33.00]   [ 5.00]
'Ezreal'        [ 24.00]   [ 4.00]
'Jinx'          [ 44.00]   [ 4.00]
'Miss Fortune' [ 66.00]   [ 4.00]
'Twitch'        [108.00]   [ 2.00]
'Draven'        [ 20.00]   [ 1.00]
'Kalista'       [ 45.00]   [ 1.00]
'Ashe'          [  8.00]   [   0]
'Kog'maw'       [ 54.00]   [   0]
'Quinn'         [ 79.00]   [   0]
'Varus'         [111.00]   [   0]
'Sivir'         [ 93.00]   [-2.00]
'Vayne'         [112.00]   [-5.00]
'Caitlyn'       [ 14.00]   [-5.00]
'Jhin'          [ 43.00]   [-6.00]
'Tristana'      [104.00]   [-8.00]

fx >> |

```

Obrázek 7.5: Výstupy modelu

7.2. Popis matematického modelu II

Tento model je uložený jako 'VyberSampiona2.m'. Zvýší se mi počet vstupních dat, čímž by mohla vzrůst náročnost na aktivní účast uživatele, proto naučím systém jak a odkud si brát informace, které jsou zřejmě z dat. Tím se naopak sníží náročnost na účast uživatele. Model poté bude více uživatelsky přijemný.

Nejprve si načtu vstupní proměnné:

- Databáze šampionů 'country.mat'.
- Databáze šampionů 'bottom.mat'.
- Databáze šampionů 'sampioni.mat'.
- Relativní četnosti výskytu na pozicích 'cetnosti.mat'.
- Pořadí hráčů pro modrý i červený tým.
- Pořadí výběru šampionů.

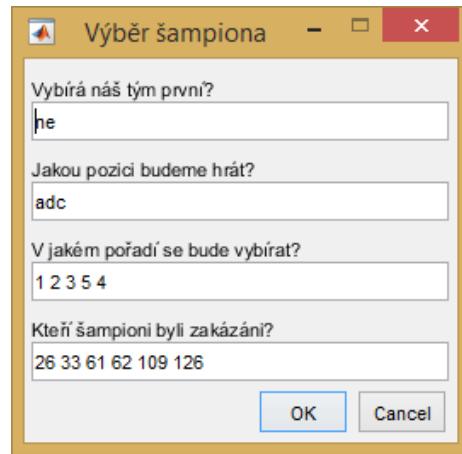
Obrázek 7.6: Do nové poslední kolonky uživatel vypíše *ID* těch šampionů, kterí jsou zakázaní a tedy se nemohou hrát. V našem případě '26 33 61 62 109 126'.

Obrázek 7.7: Opět máme k dispozici návod stejnou jako pro matematický model I, viz obrázek 7.2.

Obrázek 7.8: Ukázka modelu před vyplněním výběru. Model automaticky doplní informace o spolupráci. Pokud hrajeme na pozici Adc a náš Support vybírá dříve než my, vypíše 'Hledáme spolupráci na Bottom lajnu'. Pokud vybíráme dříve než Support, model vypíše 'Nehledáme spolupráci na Bottom lajnu'. Následně se model ptá, jací šampioni byli vybraní v jednotlivých týmech. Budeme doplňovat postupně *ID* šampionů, které si vyberou naši spoluhráči, případně protihráči. Pro ukázku použijeme postupně '3 1 5 7 18 6 39 59 103'.

Obrázek 7.9: Ukázka výstupu modelu v průběhu zadávání jednotlivých šampionů. Přehled vybraných šampionů pro náš tým (Aatrox, Amumu, Anivia, Janna) včetně ID a rolí. Přehled vybraných šampionů pro nepřátelský tým (Akali, Annie, Diana, Lucian) včetně relativních četností výskytu na pozicích. Model také předpovídá jednotlivé pozice pro dané šampiony. Model dále vypisuje, jestli je nepřátelský výběr racionální (nemají dva šampiony, kteří mají relativní četnost 100% na stejně pozici). Další informací, kterou nám model dá, je seznam již vyskytnutých a chybějících rolí v našem týmu a vypíše ty, které chybí.

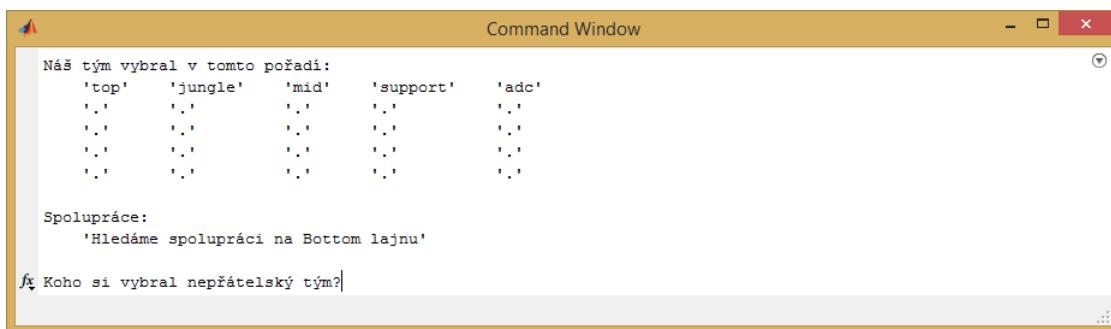
Obrázek 7.10: Po zadání posledního šampiona (Thresh, $ID = 103$) se nám ujasní nepřátelské pozice a model nám dá jasnou předpověď. Jelikož Thresh může být jedině Support, je zřejmé, že Annie nebude Support, ale bude Mid. Tím pádem Akali ani Diana nemohou být Mid, ale musí jít na Top, resp. Jungle. Dá nám také doporučení na vhodného šampiona seřazené podle příslušné charakteristiky D . Model sám pozná, jestli máme informaci o nepřátelském Adc, Supportovi a o spráteleném Supportovi. Pokud tyto informace máme, automaticky je načte a dá doporučení dle příslušné situace. Pokud bychom tuto informaci neměli (nebyl by doposud vybrán šampion na tuto pozici, nebo by jich naopak bylo vybráno více), model se nás zeptá, jestli víme, kdo je nepřátelské Adc, resp. Support. Samotné rozhodnutí provede uživatel sám. Nejlepší variantou je šampion Corki. Výstupy tohoto modelu jsou odlišné od těch, které jsme spočítali v předchozích kapitolách, jelikož uvažujeme zákazy šampionů. Konkrétně jsme zakázali šampiona Graves ($ID = 33$).



Obrázek 7.6: Výběr šampiona



Obrázek 7.7: Nápověda k výběru šampiona



Obrázek 7.8: Dotaz na výběr

Command Window

```

Náš tým vybral v tomto pořadí:
    'top'          'jungle'      'mid'        'support'     'adc'
    'Aatrox'       'Amumu'       'Anivia'      'Janna'       ''
    [ 1.00]       [ 5.00]       [ 6.00]       [ 39.00]      ''
    'Fighter'      'Tank'        'Mage'        'Support'     ''
    'Tank'         'Mage'        'N/A'         'Mage'        ''

Nepřátelský tým vybral v tomto pořadí:
    'ID'          'Šampion'     'Top'        'Jungle'      'Middle'     'ADC'        'Support'
    [ 3.00]       'Akali'       [68.50]      [ 0]         [ 31.50]      [ 0]         [ 0]
    [ 7.00]       'Annie'      [ 0]         [ 0]         [ 78.80]      [ 0]         [ 21.20]
    [18.00]       'Diana'      [ 0]         [ 39.20]      [ 60.80]      [ 0]         [ 0]
    [59.00]       'Lucian'     [ 0]         [ 0]         [ 0]         [100.00]     [ 0]

Předpověď pozic nepřátelského týmu:
    'ID'          'Šampion'     'Top'        'Jungle'      'Middle'     'ADC'        'Support'     'Předpoklad'
    [ 3.00]       'Akali'       [68.50]      [ 0]         [ 31.50]      [ 0]         [ 0]         'Nelze určit pozice'
    [ 7.00]       'Annie'      [ 0]         [ 0]         [ 78.80]      [ 0]         [ 21.20]     'Nelze určit pozice'
    [18.00]       'Diana'      [ 0]         [ 39.20]      [ 60.80]      [ 0]         [ 0]         'Nelze určit pozice'
    [59.00]       'Lucian'     [ 0]         [ 0]         [ 0]         [100.00]     [ 0]         'Víme kam jde'

Racionálnost výběru:
    'Výběr je racionální'

Přehled roli v našem týmu:
    'Potřebné role'    'Tank'        'Mage'        'Marksman'   'Support'
    'Stav'            'Máme'       'Máme'       'Chybí'      'Máme'

Chybí nám role:
    'Marksman'

fk Koho si vybral nepřátelský tým?

```

Obrázek 7.9: Přehled vybraných šampionů

```

Command Window

Náš tým vybral v tomto pořadí:
    'top'          'jungle'     'mid'       'support'   'adc'
    'Aatrox'       'Amumu'      'Anivia'    'Janna'     ' '
    [ 1.00]        [ 5.00]      [ 6.00]     [ 39.00]    ' '
    'Fighter'      'Tank'       'Mage'      'Support'   ' '
    'Tank'         'Mage'       'N/A'       'Mage'      ' '

Nepřátelský tým vybral v tomto pořadí:
    'ID'          'Šampion'    'Top'       'Jungle'    'Middle'    'ADC'      'Support'
    [ 3.00]        'Akali'      [68.50]    [ 0]        [ 31.50]    [ 0]        [ 0]
    [ 7.00]        'Annie'     [ 0]        [ 0]        [ 78.80]    [ 0]        [ 21.20]
    [ 18.00]       'Diana'     [ 0]        [ 39.20]    [ 60.80]    [ 0]        [ 0]
    [ 59.00]       'Lucian'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [100.00]   [ 0]
    [103.00]       'Thresh'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 100.00]

Předpověď pozic nepřátelského tímu:
    'ID'          'Šampion'    'Top'       'Jungle'    'Middle'    'ADC'      'Support'  'Předpoklad'
    [ 3.00]        'Akali'      [100.00]   [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 0]        'Víme kam jde'
    [ 7.00]        'Annie'     [ 0]        [ 0]        [100.00]   [ 0]        [ 0]        'Víme kam jde'
    [ 18.00]       'Diana'     [ 0]        [100.00]   [ 0]        [ 0]        [ 0]        'Víme kam jde'
    [ 59.00]       'Lucian'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [100.00]   [ 0]        'Víme kam jde'
    [103.00]       'Thresh'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 100.00]  'Víme kam jde'

Racionálnost výběru:
    'Výběr' je racionální

Přehled roli v našem tímu:
    'Potřebné role'    'Tank'       'Mage'      'Marksman'  'Support'
    'Stav'            'Máme'      'Máme'     'Chybí'     'Máme'

Chybí nám role:
    'Marksman'

Nejlepší variantou je šampion:
    'Corki'         'Marksman'  'Mage'      [ 4.00]
    'Ezreal'        'Marksman'  'Mage'      [ 3.33]
    'Miss Fortune' 'Marksman'  'N/A'       [ 3.00]
    'Jinx'          'Marksman' 'N/A'       [ 2.67]
    'Draven'        'Marksman' 'N/A'       [ 1.67]
    'Twitch'        'Marksman' 'Assassin' [ 1.67]
    'Kalista'       'Marksman' 'N/A'       [ 1.33]
    'Ashe'          'Marksman' 'N/A'       [ 1.00]
    'Quinn'         'Marksman' 'Fighter'   [ 0.67]
    'Kog'Maw'       'Marksman' 'Mage'      [ 0.33]
    'Sivir'         'Marksman' 'N/A'       [ 0]
    'Varus'         'Marksman' 'Mage'      [ 0]
    'Wayne'         'Marksman' 'Assassin' [-2.00]
    'Caitlyn'       'Marksman' 'N/A'       [-4.33]
    'Tristana'     'Marksman' 'Assassin' [-5.33]
    'Uhn'           'Marksman' 'Assassin' [-8.00]

fx >> |

```

Obrázek 7.10: Výstupy modelu

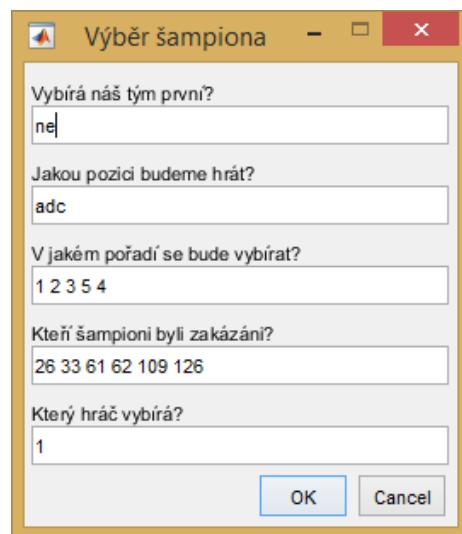
7.3. Popis matematického modelu III

Tento model je uložený jako 'VyberSampiona3.m'. Práce s ním je stejná jako s matematickým modelem II. Jediný rozdíl je ten, že je zakomponován vliv hráče. Model tedy vyžaduje informaci o tom, pro jakého hráče dává doporučení. Na základě této informace se mění výstupní data podle úspěšnosti hráče a jeho divize.

Obrázek 7.11: Do nové poslední kolonky uživateli vypíše hodnotu hráče h . Hráč 'Imaqtpie' má $h = 1$, hráč 'Tyltor' má $h = 2$.

Obrázek 7.12: Výstupy modelu pro hráče 'Imaqtpie'. Model nejdříve zjistil, že je tento hráč nadprůměrný s šampiony Sivir a Jhin. Ty mezi sebou porovnal a výsledky zagregoval dle příslušné divize (diamantová). Nejlepší variantou je šampion Sivir.

Obrázek 7.13: Výstupy modelu pro hráče 'Tyltor'. Model nenašel žádné nadprůměrné, ani podprůměrné šampiony. Odstranil ze seznamu šampionů pro pozici Adc pouze zakázané šampiony (Graves, $ID = 33$). Následně je (všechny šampiona na pozici Adc kromě Gravese) mezi sebou porovnal a výsledky zagregoval dle příslušné divize (platinová). Nejlepší variantou je šampion Corki.



Obrázek 7.11: Výběr šampiona

Command Window

```

Náš tým vybral v tomto pořadí:
'top'      'jungle'    'mid'      'support'   'adc'
'Aatrox'   'Amumu'     'Anivia'   'Janna'     '.'
[ 1.00]   [ 5.00]   [ 6.00]   [ 39.00]   '.'

'Fighter'  'Tank'      'Mage'     'Support'   '.'
'Tank'     'Mage'     'N/A'      'Mage'     '.'

Nepřátelský tým vybral v tomto pořadí:
'ID'       'Šampion'   'Top'      'Jungle'    'Middle'   'ADC'     'Support'
[ 3.00]   'Akali'     [68.50]   [ 0]      [ 31.50]   [ 0]      [ 0]
[ 7.00]   'Annie'    [ 0]      [ 0]      [ 78.80]   [ 0]      [ 21.20]
[ 18.00]  'Diana'    [ 0]      [ 39.20]   [ 60.80]   [ 0]      [ 0]
[ 59.00]  'Lucian'   [ 0]      [ 0]      [ 0]      [100.00]  [ 0]
[103.00]  'Thresh'   [ 0]      [ 0]      [ 0]      [ 0]      [ 100.00]

Předpověď pozic nepřátelského týmu:
'ID'       'Šampion'   'Top'      'Jungle'    'Middle'   'ADC'     'Support'   'Předpoklad'
[ 3.00]   'Akali'     [100.00]  [ 0]      [ 0]      [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
[ 7.00]   'Annie'    [ 0]      [ 0]      [100.00]  [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
[ 18.00]  'Diana'    [ 0]      [100.00]  [ 0]      [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
[ 59.00]  'Lucian'   [ 0]      [ 0]      [ 0]      [100.00]  [ 0]      'Víme kam jde'
[103.00]  'Thresh'   [ 0]      [ 0]      [ 0]      [ 0]      [ 100.00] 'Víme kam jde'

Racionálnost výběru:
'Výběr je racionální'

Přehled roli v našem týmu:
'Potřebné role'  'Tank'      'Mage'     'Marksman'  'Support'
'Stav'           'Máme'     'Máme'    'Chybí'     'Máme'

Chybí nám role:
'Marksman'

Nejlepší variantou je šampion:
'Sivir'    'Marksman'  'N/A'      [ 1.00]
'Jhin'     'Marksman'  'Assassin' [-1.00]

f> >> |

```

Obrázek 7.12: Výsledky modelu pro hráče 'Imaqtpie'

```

Command Window

Náš tým vybral v tomto pořadí:
    'top'          'jungle'     'mid'        'support'    'adc'
    'Aatrox'       'Amumu'      'Anivia'     'Janna'      ' '
    [ 1.00]      [ 5.00]      [ 6.00]      [ 39.00]     ' '
    'Fighter'     'Tank'       'Mage'       'Support'    ' '
    'Tank'        'Mage'       'N/A'        'Mage'       ' '

Nepřátelský tým vybral v tomto pořadí:
    'ID'          'Šampion'   'Top'        'Jungle'     'Middle'    'ADC'      'Support'
    [ 3.00]      'Akali'     [68.50]     [ 0]        [ 31.50]    [ 0]      [ 0]
    [ 7.00]      'Annie'     [ 0]        [ 0]        [ 78.80]    [ 0]      [ 21.20]
    [ 18.00]     'Diana'     [ 0]        [ 39.20]    [ 60.80]    [ 0]      [ 0]
    [ 59.00]     'Lucian'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [100.00]   [ 0]
    [103.00]     'Thresh'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 0]      [ 100.00]

Předpověď pozic nepřátelského tímu:
    'ID'          'Šampion'   'Top'        'Jungle'     'Middle'    'ADC'      'Support'  'Předpoklad'
    [ 3.00]      'Akali'     [100.00]    [ 0]        [ 0]        [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
    [ 7.00]      'Annie'     [ 0]        [ 0]        [100.00]    [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
    [ 18.00]     'Diana'     [ 0]        [100.00]    [ 0]        [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'
    [ 59.00]     'Lucian'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [100.00]   [ 0]      'Víme kam jde'
    [103.00]     'Thresh'    [ 0]        [ 0]        [ 0]        [ 0]      [ 0]      'Víme kam jde'

Racionálnost výběru:
    'Výběr je racionální'

Přehled roli v našem tímu:
    'Potřebné role'    'Tank'      'Mage'      'Marksman'   'Support'
    'Stav'            'Máme'     'Máme'     'Chybí'      'Máme'

Chybí nám role:
    'Marksman'

Nejlepší variantou je šampion:
    'Corki'         'Marksman'  'Mage'      [ 4.13]
    'Ezreal'        'Marksman'  'Mage'      [ 3.50]
    'Miss Fortune' 'Marksman'  'N/A'       [ 3.25]
    'Jinx'          'Marksman'  'N/A'       [ 2.88]
    'Draven'        'Marksman'  'N/A'       [ 1.75]
    'Twitch'        'Marksman'  'Assassin'  [ 1.75]
    'Kalista'       'Marksman'  'N/A'       [ 1.50]
    'Ashe'          'Marksman'  'N/A'       [ 1.13]
    'Quinn'         'Marksman'  'Fighter'   [ 0.63]
    'Kog'Maw'       'Marksman'  'Mage'      [ 0.38]
    'Sivir'         'Marksman'  'N/A'       [ 0]
    'Varus'         'Marksman'  'Mage'      [ 0]
    'Vayne'         'Marksman'  'Assassin' [-2.38]
    'Caitlyn'       'Marksman'  'N/A'       [-4.63]
    'Tristana'      'Marksman'  'Assassin' [-5.88]
    'Jhin'          'Marksman'  'Assassin' [-8.00]

fx >> |

```

Obrázek 7.13: Výsledky modelu pro hráče 'Tyltor'

Závěr

Hra samotná je velmi komplexní, složitá a má spousty proměnných, které se neustále mění a aktualizují. Fakt, že jsme se zastavili v čase, nám velmi pomohl. Nejprve jsme získali data o výkonu jednotlivých šampionů na příslušných pozicích. Získali jsme nejen průměrné výkony, ale také výkony ve dvojici proti jednotlivým šampionům. Pro obě pozice na lajně Bottom (Adc a Support) jsme získali dokonce čtyři vztahy. Průměrný výkon na pozici, výkon proti oběma protihráčům a výkon při spolupráci na této lajně. Proces získávání těchto dat nebyl jednoduchý. Byl značně zdlouhavý a komplikovaný. S využitím znalostí programování by se dal značně usnadnit a zautomatizovat. To však nebylo původním cílem. Tím bylo vytvoření funkčního modelu pro podporu rozhodování.

Získaná data byla všechna velmi podobná. Téměř všechny výkony jednotlivých šampionů se realizovali kolem hodnoty 0,5. Potřebovali jsme zjistit, jestli je mezi těmito hodnotami nějaký statisticky významný rozdíl. K tomu jsme použili Dvouproporční Z-test, který bral v potaz nejen podíly vyhraných her, ale také počty odehraných her. Pomocí tohoto testu jsme našli dvojice šampionů, u kterých byl statisticky významný rozdíl mezi jejich výkony. Vzhledem k vysočímu počtu testovaných hypotéz jsme použili Bonferroniho korekce, abychom předešli neúměrnému nárůstu chyby prvního druhu.

Věděli jsme, kteří šampioni jsou lepší ve dvojicích mezi sebou. Chtěli jsme však vědět, jestli můžeme tyto šampioni nějakým způsobem také uspořádat od nejlepšího po nejhoršího. Díky analogii testování hypotéz pomocí p-hodnot a metody AGREPREF jsme přešli k rozhodovacímu problému a vytvořili jsme si charakteristiku D . Ta jednotlivé šampiony uspořádala do indiferenčních tříd podle

rozdílu počtu šampionů, které daný šampion preferoval, a počtu šampionů, kteří byli preferováni před ním.

Z výsledků charakteristik D jsme vytvořili tři matematické modely. První jednoduchý, který bral v potaz pouze situace, kdy bud' známe, nebo neznáme nepřátelského šampiona na naší pozici. Druhý model byl značně rozsáhlnejší. Kromě původních situací z prvního modelu obsahoval také šest nových. K situaci, kdy známe nepřátelské Adc přibyly případy, kdy známe nepřátelský, nebo sprátený Support (při hře na pozici Adc). Pro kombinace těchto situací jsme si zavedli váhovou matici W , která agregovala jednotlivé dílčí charakteristiky D popsané vektorem d . Celkově jsme dostali 8 různých situací pro lajnu Bottom. Dále jsme zavedli racionalitu spoluhráčů, racionální výběr, role a relativní četnosti výskytu šampionů na pozicích.

Třetí model obsahoval oproti druhému modelu navíc také vliv hráče. Nejprve jsme zjistili, jestli je hráč s některým šampionem nadprůměrný. Pokud byl, uvažovali jsme dále pouze nadprůměrné šampiony. Pokud neměl žádné nadprůměrné šampiony, zajímalo nás, jestli má hráč nějaké podprůměrné šampiony. Případné nalezené podprůměrné šampiony jsme dále neuvažovali. Na uvažované šampiony, jsme následně aplikovali stejný postup (Dvouproporční Z-test, Bonferroniho korekci a metodu AGREPREF) a tím jsme získali hodnoty charakteristiky D . Ty jsme agregovali pomocí upravené váhové matice W^* . Tuto matici jsme upravili podle příslušné divize hráče, protože hráči v různých divizích vykazují jiné chování, především co se týče spolupráce.

Příslušné informace pro jednotlivé modely jsme aplikovali v MATLABu. Vytvořili jsme tři různé interaktivní modely, které odpovídají výše zmíněným matematickým modelům. Ukázali jsme si, jak s těmito modely pracovat a jaké jsou jejich výstupy.

Cílem této diplomové práce bylo pomoci hráči vybrat si vhodnou herní postavu ve hře League of Legends. Tento cíl se nám podařilo splnit. Tato práce obohatila moje znalosti a dovednosti. Téma pro mne bylo velmi přínosné a potvrdil jsem si, že moje volba byla správná.

Literatura

- [1] KOMPRDOVÁ, Klára: Rozhodovací stromy a lesy, Akademické nakladatelství Cerm, Brno, 2012.
- [2] Oficiální stránky hry [online], ze dne 4.2.2016, dostupné z: <http://eune.leagueoflegends.com/>
- [3] Statistiky šampionů [online], ze dne 4.2.2016, dostupné z: <http://champion.gg/>
- [4] Statistiky hráčů [online], ze dne 4.2.2016, dostupné z: <http://eune.op.gg/>
- [5] Informace o šampionech [online], ze dne 4.2.2016, dostupné z: http://leagueoflegends.wikia.com/wiki/League_of_Legends_Wiki
- [6] Nástroj HELP programu MATLAB
- [7] HRON, K., KUNDEROVÁ, P. Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 2013. ISBN 978-80-244-3396-7.
- [8] Nástroj HELP programu Excel
- [9] Dvouproporční Z-test [online], ze dne 2.12.2016, dostupný z: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat500/node/55>
- [10] Dvouproporční Z-test [online], ze dne 2.12.2016, dostupný z: <http://stattrek.com/hypothesis-test/difference-in-proportions.aspx?tutorial=ap>

- [11] Bonferroniho korekce [online], ze dne 2.12.2016, dostupný z: [http://nas.lf3.cuni.cz/materialy/CRHBZB3/05%20bonferonni%20a%20sidak\(4f155edccc11c\).pdf](http://nas.lf3.cuni.cz/materialy/CRHBZB3/05%20bonferonni%20a%20sidak(4f155edccc11c).pdf)
- [12] Bonferonni korekce [online], ze dne 2.12.2016, dostupný z: <http://www.brainvoyager.com/bvqx/doc/UsersGuide/StatisticalAnalysis/TheMultipleComparisonsProblem.html>
- [13] Kalkulátor normálního rozdělení [online], ze dne 2.12.2016, dostupný z: <http://stattrek.com/online-calculator/normal.aspx>
- [14] FOTR, Jiří, PÍŠEK, Milan, Exaktní metody ekonomického rozhodování. Československá Akademie Věd Praha: Studie ČSAV., Academia, 1986.
- [15] Statistiky nejoblíbenějších online her [online], ze dne 13.3.2017, dostupné z: <https://nowloading.co/posts/3916216>
- [16] Talašová, J.: Fuzzy metody vícekriteriálního hodnocení a rozhodování, Univerzita Palackého v Olomouci 2003, 1.vydání.
- [17] P-hodnota [online] ze dne 10.4.2017, dostupný z: In Alleydog.com's online glossary. <http://www.alleydog.com/glossary/definition-cit.php?term=P-Value>