UNIVERZITA PALACKÉHO v OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Ondřej Sova

Zrcadlový set a jeho využití ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ

Olomouc 2023

Vedoucí práce: doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, za pomoci uvedených pramenů a literatury.

V Olomouci dne 12. 4. 2023 ....

Ondřej Sova

Poděkování

Rád bych poděkoval své vedoucí práce doc. PhDr. Radce Dofkové, Ph.D., za její čas, vstřícný a pozitivní přístup, rady, připomínky a odborné vedení. Dále bych chtěl poděkovat učitelkám a žákům ZŠ a MŠ Ivančice-Řeznovice, kteří se zúčastnili mého šetření, za ochotu při jeho realizování, a také rodině a přátelům za podporu při psaní diplomové práce.

Obsah

Úvod

Ve své práci se zaměřujeme na využití pomůcky zrcadlový set ve vyučování matematiky na 1. stupni základní školy. Tato učební pomůcka je souborem pevně nastavitelných zrcadel, modelů úseček, oblouků a rovinných útvarů, pomocí kterých mohou žáci objevovat prostředí shodných zobrazení v rovině a rozvíjet prostorovou představivost. Ve výuce matematiky, potažmo geometrie považujeme využití kvalitních učebních pomůcek za velký přínos. Uvědomili jsme si to v průběhu své souvislé praxe na školách, v nichž žáci měli k dispozici širokou nabídku učebních pomůcek. Proto pro nás byla možnost tvořit úlohy pro využití zrcadlového setu ve výuce matematiky atraktivní a smysluplná. Cílem praktické části je tedy vytvořit soubor úloh pro práci se zrcadlovým setem a následně ho ověřit na vzorku respondentů.

Diplomová práce se skládá ze dvou hlavních částí: teoretické a praktické. Cílem teoretické části je vymezit prostřednictvím odborné literatury základní pojmy související s výukou shodných zobrazení v rovině na 1. stupni ZŠ a rozvíjení prostorové představivosti u dětí. Dále také charakterizovat učební úlohy a učební pomůcky jako didaktické prostředky a představit pomůcku zrcadlový set. Teoretická část je rozdělena na šest kapitol, které se dále dělí na podkapitoly. V první kapitole vymezujeme osovou souměrnost a prostorovou představivost v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Druhá kapitola se zabývá prostorovou představivostí. Ve třetí kapitole se budeme věnovat shodným zobrazením v rovině. Ve čtvrté kapitole se zaměříme na učební úlohy, jejich dělení a jejich funkci. V páté kapitole se budeme zabývat učebními pomůckami a zejména těmi, které rozvíjí prostorovou představivost. Poslední šestá kapitola pojednává o současné koncepci výuky geometrie a představuje vybrané učební úlohy zaměřené na pojem osová souměrnost.

Praktická část diplomové práce se skládá ze čtyř kapitol, jejichž obsahem je stanovení cílů praktické části, vytvoření a ověření souboru přípravných učebních úloh, vytvoření souboru učebních úloh pro práci se zrcadlovým setem a ověření těchto úloh pomocí šetření. Dále vyhodnocení šetření a navržení úprav souboru úloh na základě vyhodnocení šetření.

Jak jsme již zmínili, hlavním cílem praktické části je vytvořit soubor úloh pro práci se zrcadlovým setem a ověřit ho na vzorku respondentů pomocí šetření. Toto šetření bude provedeno s žáky 3. a 4. ročníku ZŠ a MŠ Ivančice-Řeznovice. Aby bylo možné úlohy vytvořit s ohledem na úroveň vědomostí a schopností v geometrii žáků těchto tříd, budou vytvořeny také přípravné úlohy, které poskytnou vstupní informace. Šetření bude vyhodnoceno a na jeho základě budou navrženy úpravy souboru úloh.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Učivo geometrie v systému vzdělávání v ČR

Tématem práce je zrcadlový set a jeho použití ve výuce matematiky. Jedná se o učební pomůcku, jejíž využití nalezneme ve školské geometrii především v oblasti rozvíjení prostorové představivosti nebo také v učivu shodných zobrazení v rovině. Abychom mohli v práci dále operovat s těmito pojmy a abychom správně porozuměli jejich významu ve výuce matematice potažmo geometrie, je na místě popsat také základní strukturu, ve které se tyto pojmy vyskytují.

Od roku 2004 tvoří obecně závazný rámec pro tvorbu školních vzdělávacích programu kurikulární dokument *Rámcový vzdělávací program.* Rámec pro základní vzdělávání pak určuje Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále RVP ZV). RVP ZV v případě základních škol tento rámec vymezuje na státní úrovni a *Školní vzdělávací programy* (dále ŠVP), které vytváří školy v souladu s RVP, na úrovni školní. Podle konkrétního ŠVP je pak výuka realizována na dané konkrétní škole.

Pro vytvoření kontextu níže uvádíme vybrané základní principy RVP ZV (RVP ZV, 2021, s. 6):

- *vymezuje vše, co je společně a nezbytné v povinném základním vzdělávání žáků,*
- *specifikuje úroveň klíčových kompetencí,*
- *vymezuje vzdělávací obsah – očekávané výstupy a učivo,*
- *zařazuje průřezová témata,*
- *stanovuje standardy pro základní vzdělávání.*

1.1 Vymezení vzdělávacího obsahu

Uplatnění pomůcky zrcadlový set nalezneme ve vzdělávací oblasti *Matematika a její aplikace.* Obsah této oblasti je rozdělen do čtyř tematických okruhů, pro potřeby práce budou podstatné okruhy *Geometrie v rovině a prostoru* a *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*.

První zmíněný okruh vymezuje očekávané výstupy a učivo, které budou směrodatné pro zařazení použití naší pomůcky do procesu výuky matematice.

„V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp.

povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací."

(RVP ZV, 2021, s. 30)

Ve vzdělávacím oboru *Geometrie v rovině a v prostoru* stanovují vzdělávací obsah očekávané výstupy a učivo. Popsána je zde také minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů, kterou pro potřeby práce neuvádíme.

„Očekávané výstupy – 1. období

žák

M-3-3-01 rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci

M-3-3-02 porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky

M-3-3-03 rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Očekávané výstupy –2. období

žák

M-5-3-01 narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce

M-5-3-02 sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran

M-5-3-03 sestrojí rovnoběžky a kolmice

M-5-3-04 určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu

M-5-3-05 rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Učivo

- *základní útvary v rovině–lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník*
- *základní útvary v prostoru–kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec*
- *délka úsečky; jednotky délky a jejich převody*
- *obvod a obsah obrazce*
- *vzájemná poloha dvou přímek v rovině*
- *osově souměrné útvary"*

V očekávaných výstupech pro 1. období nalezneme informaci o útvarech, které jsou v rovině souměrné, důraz je kladen na poznání základních rovinných útvarů. V 2. období se očekává naplňování výstupů v oblasti rovinné geometrie také pomocí rýsování. Nově se zde hovoří o využití čtvercové sítě, a to v souvislosti s obsahem rovinných útvarů a osovou souměrností.

Prostorová představivost je zařazena do učiva ve vzdělávacím oboru *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Tato oblast je formulována pouze pro 2. období 1. stupně ZŠ a dle autorů RVP ZV by měla pronikat do ostatních oblastí. Její očekávaný výstup zní:

„žák
M-5-4-01 řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ (RVP ZV, 2021, s. 37)

Shrnutí kapitoly

V této kapitole jsme do českého systému vzdělávání zařadili oblast geometrie, učivo v oblasti geometrie – zvláště pak osovou souměrnost, která je podstatná pro užití pomůcky zrcadlový set. Prostorovou představivost, která je pro tuto pomůckou druhou významnou složkou v kontextu výuky geometrie, jsme v rámci učiva zařadili do vzdělávací oblasti Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Za důležité považujeme zmínit, že autoři RVP ZV v dokumentu mimo jiné charakterizují vzdělávací oblast Matematika a její aplikace jako založenou *„především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích“ (RVP ZV, 2021, s. 30).*

2 Prostorová představivost

Jak je uvedeno výše, v RVP ZV jsou požadovány výstupy mimo jiné také učiva rovinné souměrnosti a prostorové představivosti, které přímo souvisí s pomůckou, která je tématem této práce. Prostorová představivost nejenže úzce souvisí se školskou geometrií, ale také s každodenní realitou života žáků po celý život. V této kapitole charakterizujeme představivost jako schopnost, ukážeme rozdíl mezi prostorovou a geometrickou představivostí, popíšeme význam prostorové představivosti a také možnosti jejího rozvíjení.

2.1 Představivost

Podle Molnára (2004, s. 86) jde o soubor "*schopností týkajících se reprodukčních i anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru*."

2.1.1 Předmatematické představy – vnímání prostoru

Josef Molnár (2014, s. 22) také popisuje souvislost představivosti a běžného života. Od útlého věku ji podle něj žáci rozvíjí v rovině například při poznávání geometrických tvarů nebo hledání geometrických útvarů v obrázcích. Další složitější představy probíhají v prostoru. Představivost není neznámá ani mladším dětem. Jak je zmíněno výše, provázanost s reálným životem je zřejmá a úkolem jak předškolního, tak základního vzdělávání je tyto představy kultivovat a rozvíjet.

V RVP PV (2021, s. 19-20) je ve spojitosti s tímto tématem popsáno, že učitel má podporovat kultivaci žákovy představivosti a fantazie. Učitel má dítěti dále nabízet manipulaci s předměty tak, aby je mohlo prozkoumat a také hry a úkony zaměřené na orientaci v prostoru a rovině. Dítě by pak na konci předškolního vzdělávání mělo umět vyjádřit své představy a fantazii slovně i činnostně.

Fuchs a kol. (2015, s. 12-13) v souvislosti s rozvíjením předmatematických představ píší, že představy dětí bývají natolik hluboké, že jimi mohou být zaměňovány za realitu. Děti se pomocí svých představ snaží pochopit složité jevy, a proto jsou dětské představy pro poznávání skutečnosti důležité. Fuchs také varuje, že pokud dostatečně nevyužijeme toto období pro rozvíjení prostorové představivosti, nemusí dítě později tyto schopnosti rozvinout na vyšší úrovně.

Dítě se nejdříve učí rozlišovat základní pojmy nahoře, dole, vpředu, vzadu a později také vpravo a vlevo. Dítě také musí naučit vnímat perspektivu – polohu a velikost dalších objektů v prostoru. Děti mají tendenci vnímat vztah mezi vzdáleností a velikostí objektů zkresleně. Čím vzdálenější objekty jsou, tím menší se zdají být a obráceně.

Pokud si však dítě tyto schopnosti na popsané úrovni dostatečně neosvojí, může podle Fuchse (tamtéž, 2015) dále docházet k následujícím obtížím:

- obtížná orientace v textu,
- potíže při psaní,
- záměna pořadí písmen a číslic v textu,
- potíže při uspořádávání číselných řád, potíže v geometrii,
- ztížená orientace v mapách a notových zápisech,
- potíže při sportu, obtíže s koordinací pohybů při manipulaci s předměty.

2.2 Prostorová a geometrická představivost

Molnár a spol. (2006) shrnují, jak další vybraní autoři pracují s termíny prostorová představivost a geometrická představivost. Užití těchto termínů není jednotné. Zatímco někteří tyto termíny používají jako synonymum, další chápou geometrickou představivost jako podmnožinu představivosti prostorové.

Nabízí se takto vnímat geometrickou představivost v oblasti roviny, u většiny autorů citovaných v textu však převládá pohled, ve kterém geometrická představivost souvisí s učivem geometrie a prostorová představivost spíše ve spojení s reálným životem (tamtéž, 2006, s. 6).

Jak ve výčtu potenciálních obtíží naznačuje Fuchs, prostorová orientace bude budoucího žáka ovlivňovat i ve školní geometrii. Tato slova potvrzují Molnár a spol. (2006, s. 8), když zdůrazňují vliv prostorové představivosti na učení a aplikování dovedností ve stereometrii, konkrétně "*vzájemné polohy geometrických útvarů, znázorňování těles, určení tělesa z jeho průmětů a konstrukčních úlohách*". Autoři dále v dokumentu apelují na potřebu žáky adekvátně motivovat a poskytovat jim např. atraktivní pomůcky.

3 Shodná zobrazení v rovině – osová souměrnost

Pomůcka zrcadlový set, jejíž využití je hlavním tématem této práce, se skládá ze velkých zrcadlových ploch, které lze přikládat do půlkruhové podstavy setu. Zrcadla setu nám umožnují vidět některá shodná zobrazení v rovině. Osová souměrnost je jedním ze základních pojmů školní geometrie a o důvodech tohoto tvrzení se také dozvíme níže. Pro pochopení účelu a významu naší pomůcky je třeba vymezit základní pojmy v oblasti shodných zobrazení v rovině, které se vztahují v jejímu používání.

3.1 Shodná zobrazení

„Def: Binární relace, kde prvku z prvního oboru relace patří nejvýše jeden prvek druhého oboru se nazývá zobrazení.“ (Perný, 2009, s. 7)

„Zobrazení v rovině nazýváme shodným neboli shodností, jestliže přiřazujeme každé úsečce AB úsečku A'B' s ní shodnou. Shodné zobrazení můžeme názorně realizovat pohybem – dva geometrické útvary jsou shodné, jestliže se po přemístění na sebe kryjí.“

„Prosté zobrazení Z množiny M na množinu N se nazývá shodné zobrazení množiny M na množinu N, právě když pro každé dva různé body X, Y $\in$ *M a jejich obraz X', Y'* $\in$ *N platí* $X'Y' \cong XY$*.“* (Stopenová, 1999, s. 25)

3.1.1 Geometrická zobrazení

„Jsou-li prvky oborů čísla, nazývá se zobrazení funkce. Jsou-li prvky oborů množiny bodů, nazývá se zobrazení geometrické.“ (Perný, 2009, s. 7)

„Dva geometrické útvary U_1*,* U_2 *se nazývají shodné, právě když existuje alespoň jedno shodné zobrazení útvaru* U_1 *na útvar* U_2*. Shodné zobrazení nedeformuje geometrické útvary. Platí:*

- *obrazem úsečky je úsečka s ní shodná (...),*
- *obrazem polopřímky je polopřímka,*
- *obrazem roviny je rovina,*
- *obrazem rovnoběžných přímek jsou rovnoběžné přímky atd.“*

(Stopenová, 1999, s. 25)

„V rovině zavádíme tato shodná zobrazení: identita, osová souměrnost, středová souměrnost, otáčení, posunutí, posunutá souměrnost.“ (Stopenová, 1999, s. 33) Přičemž

základních shodných zobrazení je pět. Středová souměrnost je zvláštním případem otočení (Divíšek, 1989, s. 176-177).

Protože platí následující: *„Každé shodné zobrazení v rovině vznikne složením nejvýše tří osových souměrností." (Perný, 2009, s. 12),* je porozumění osové souměrnosti stěžejní pro porozumění navazujícím shodným zobrazením.

Zrcadlením v pomůcce zrcadlový set můžeme získat osovou souměrnost v případě použití jednoho zrcadla a otočení při použití dvou zrcadel. Proto se v této kapitole detailněji budeme věnovat pouze těmto dvěma typům geometrických zobrazení.

Osová souměrnost (O)

„Def: Zvolíme přímku o roviny E2 (prostoru E3). Bod O ∈ o zobrazíme do bodu O, ke každému bodu X ≠ o roviny E2 (prostoru E3) sestrojíme X' tak, aby o byla osou úsečky XX'. Vzniklé zobrazení je osová souměrnost s osou souměrnosti o. „

„Def: Útvar U, který je samodružný v osové souměrnosti, tj. O(U)=U, nazýváme útvar osově souměrný." (Perný, 2009, s. 10)

Skládáním dvou osových souměrností vznikne:

a) **posunutí** v případě, že osy jsou rovnoběžné různé
b) **identita** v případě, že osy jsou rovnoběžné splývající
c) **otočení** v případě, že osy jsou různoběžné
d) **středová souměrnost** v případě, že osy jsou různoběžné kolmé

Skládáním třech osových souměrností vznikne **posunuté zrcadlení** v případě, že dvě osy jsou rovnoběžné a jsou kolmé na třetí osu (Perný, 2009, s. 11).

Otočení (rotace) (R)

„Def: Je dán bod S a orientovaný úhel φ roviny E2 (prostoru E3). Bod S zobrazíme do bodu S, ke každému bodu X≠S, prostoru E2 (E3) sestrojíme obraz X' tak, že X' leží na rameni orientovaného úhlu X'SX=φ a velikost X'S=XS. Vzniklé zobrazení je rotace (otočení) kolem bodu S o orientovaný úhel φ." (Perný, 2009, s. 14)

Shrnutí kapitoly

Přikládáním modelů rovinných útvarů k zrcadlům zrcadlového setu dochází k tomu, že žáci v zrcadle vidí jejich shodná zobrazení. Tím, že zrcadla svírají úhel 180 stupňů nebo méně, při práci s touto pomůckou dochází také ke skládání shodných zobrazení – osová souměrnost a rotace.

4 Učební úlohy a gradované úlohy

Učební úlohy jsou nemateriálním didaktickým prostředkem. Jsou nástrojem učitele, kterým žákovi zprostředkuje danou problematiku v různých vyučovacích předmětech. Následně v kapitole popíšeme, jak různí autoři vnímají pojem učební úlohy, jaké jsou funkce těchto úloh, jakým způsobem úlohy dělíme, a také jak a proč úlohy můžeme gradovat.

4.1 Učební úlohy

Podle Obsta (2016, s. 53) jde o *„širokou škálu všech učebních zadání od těch nejjednodušších úkolů vyžadujících pouhou pamětní reprodukci poznatků (vědomostí), až po složité úkoly vyžadující tvořivé myšlení.“* Řešením učebních úloh jsou žáci vedeni k porovnávání, zobecňování a dalším činnostem, které *„mění v subjektivní vědomosti žáků.*“

Učební úlohy jsou v tomto procesu jedním z didaktických prostředků, které tento proces ovlivňují. Zároveň ale musí vycházet z celkové koncepce vyučování a zohledňovat další didaktické prostředky. (tamtéž, 2016, s. 53). Mareš (2013, s. 365) pod pojmem „učební úloha“ chápe připravenou práci, která má zajistit, aby žáci dosáhli výukových cílů. Zaměřuje se na znalosti i dovednosti žáků a upozorňuje, že postup řešení i výsledek úlohy jsou stejně hodnotné.

Oba autoři se shodují (Mareš, 2013, s. 371 a Obst, 2016, 53 a 130-131), že úlohy nemají stát v procesu vyučování izolovaně, ale zejména soubory úloh mají rozvíjet znalosti a dovednosti žáků. Mareš (tamtéž, s. 365) konkrétně uvádí, že jde o *„jakési schodiště, po němž vystoupají až k požadované úrovni znalostí či dovedností.*“

Funkce, parametr učební úlohy

Obst (2016, s. 53) se zamýšlí nad funkcemi učebních úloh, hovoří o: aktivizaci a motivaci žáků, navození učební činnosti, udržení procesu učení a zjišťování výsledků učení. Mareš (2013, s. 366) v této souvislosti uvádí 5 parametrů učební úlohy: obsahový, stimulační/motivační, operační, formativní a regulativní.

Obsahový parametr zohledňuje obsah učiva napříč předměty i v rámci jednotlivých oborů uvnitř každého předmětu. Stimulační parametr cílí na žákovo zaujetí. Tím se však nemyslí náročnost úlohy, ale její formulace nebo znění. Operační parametr postihuje náročnost úloh podle činností, které žák použije. Parametr formativní se zaměřuje nejen formování znalostí a dovedností žáků, ale také na žákovu osobnost. Poslední regulativní parametr ukazuje, jak podoba zadaní nebo jeho formulace ovlivňují žáka při práci.

Naplnění všech funkcí úloh (podle Obsta) nebo parametrů (podle Mareše) tedy nejde zajistit jedinou izolovanou úlohou. K tomu je třeba ucelený soubor úloh, které vhodně zvolíme podle potřeby žáků a podle stanoveného cíle – krátkodobého i dlouhodobého.

4.1.1 Třídění učebních úloh podle D. Tollingerové

Pro komplexní práci s učebními úlohami a rozpoznání operační náročnosti považuje Obst (2016, s. 54) za nutné, aby pedagog poznal taxonomii učebních úloh, kterou zformulovala D. Tollingerová. Autorka této taxonomie při zpracování použila Bloomovu taxonomii kognitivních cílů. Bloom na základě náročnosti myšlenkových operací třídí kognitivní cíle, aktivní slovesa, např. „popiš“. Úlohy jsou vzestupně seřazeny dle kognitivní náročnosti vyžadované operace, stejně tak je tomu i v případě Bloomovy taxonomie. Pro zřetelnost uvádím zjednodušené obě taxonomie:

Taxonomie učebních úloh D. Tollingerové – Kategorie kognitivní náročnosti:

1. Úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků – např. faktů, čísel, pravidel, textů
2. Úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace s poznatky – např. zjišťování faktů
3. Úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky – např. úlohy na odvozování
4. Úlohy vyžadující sdělení poznatků – např. vypracování výtahu, zprávy
5. Úlohy vyžadující tvořivé myšlení – řešení problémových situací

(upraveno podle Obst, 2016, s. 54-55)

Bloomova taxonomie kognitivních cílů – myšlenkové operace a vybraná aktivní slovesa:

Reprodukce – vyjmenuj, popiš, přirovnej, urči, zopakuj
Porozumění – vysvětli, odhadni, porovnej, charakterizuj
Aplikace – vyřeš, použij, sestav, uspořádej
Analýza – prozkoumej, rozeznej, rozděl
Syntéza – vytvoř, slož, navrhni, zkombinuj
Zhodnocení – posuď, doporuč, zdůvodni

(upraveno podle Bloomova taxonomie [online], 2012)

Tyto taxonomie mohou pedagogovi dobře sloužit jak při posuzování již vytvořených úloh, tak při jejich vytváření. Při tvorbě souboru úloh je nutné uvědomovat si individuální nároky na každou jednu úlohu, ale je potřeba vnímat také cíle a nároky celého souboru. Využitím těchto taxonomií se můžeme předejít nevhodným kombinacím úloh, které vyžadují příliš náročné myšlenkové operace (Kalhous, Obst, 2002, s. 330). Dobře vyvážené by měly být učební úlohy i podle dalších parametrů, jak jsme uváděli podle Mareše.

4.1.2 Druhy učebních úloh

Mareš (2013, s. 374-377) rozlišuje také druhy učebních úloh, které řadí do čtyř základních druhů:

1. „**Uzavřené – otevřené**" úlohy popisují typy úloh, které se určenou formu žákovi odpovědi. Úlohy s uzavřenou formu odpovědi mohou vyžadovat: odpověď pouze ANO nebo NE, výběr z několika možných odpovědí, přiřazení správných pojmů nebo skupin pojmů anebo uspořádání např. pojmů nebo obrázků. Otevřenou formu odpovědi najdeme u úloh se stručnou nebo širokou odpovědí.
2. „**Úplně – neúplně vymezené**" úlohy jsou určeny podílem informací potřebných k vyřešení úlohy, které zadaní úlohy obsahuje. Pokud zadání neobsahuje všechny informace, od žáka se očekává, že bude zadání analyzovat. Může se také stát, že zadání bude obsahovat naopak informace nadbytečné. Žák musí v tomto typu úloh třídit informace podstatné a nepodstatné.
3. Úlohy „**prezentované jednorázově a prezentované sekvenčně**" ukazují rozdíl mezi typem úloh, který nebere ohled na průběh žákova řešení úlohy a mezi typem úloh, který naopak průběh aktivně reflektuje. V takovém případě učitel (nebo počítač) předkládá žákovi úlohy adekvátní procesu řešení první úlohy.
4. Podle Mareše mohou být indikátorem pro třídění posledního druhu úloh různé účely zadávání úloh. Zatímco **úlohy, u nichž je pomoc povolena,** by mohly být vhodné pro procvičování, **úlohy, u nichž je pomoc zakázána** jsou typické a vhodné například pro běžné zkoušení.

Učební úlohy, které jsou zadávány sekvenčně, směřují pozornost na proces řešení úlohy a tím braní ohledu na individuální úroveň žáka. V kontextu výukových metod totéž nazýváme diferenciací.

4.1.3 Individualizace a diferenciace

Vališová a Kasíková (2007, s. 155) uvádí dva principy individualizace. Jde o princip zvládnutelného učení, který předpokládá, že „*každý z žáků bude mít šanci dosáhnout výukový cíl nezávislou cestou*." Druhým principem je princip kontinuálního pokroku v učení. Autorky pracují s myšlenkou, že každý žák by měl „*stále postupovat k novým učebním požadavkům*" tak, aby pracoval podle svých možností. Oba principy vyjasňují podobu individualizace ve škole.

Obst (2016, s. 27–28) píše o diferenciaci ve vztahu s nadanými dětmi. Rozlišuje diferenciaci vnější, která odděluje nadané žáky od ostatních. Má na mysli třídy s rozšířenou výukou jazyků, matematiky apod., rozdělení na třídy A, B podle prospěchu nebo víceletá gymnázia.

Vysvětluje také pojetí vnitřní diferenciace, kdy jsou v jedné třídě vzděláváni společně žáci, kteří pracují na různě náročných úkolech podle úrovně svých schopností, mohou se podle svých možností podílet na skupinové práci, projektech atd. V tomto duchu se vyjadřují i Vališová a Kasíková (2007, s. 156–157), když v publikaci hovoří o diferenciaci školou, stejnorodými třídami nebo uvnitř jedné třídy, kdy se třída dělí jen na část předmětů. Kladou si otázku ohledně technického zajištění takového dělení/seskupování. Zamýšlejí se také nad sociopolitickými problémy. „*Je nebo není diferenciace diskriminačním opatřením?*“

V kontextu vzdělávání v Evropském prostoru trend individualizace podle Vališové a Kasíkové (tamtéž, 2007, s. 158) sílí. Tento trend mají stát na různých přístupech ke vzdělávání, které respektují potřeby jednotlivců tak, aby byl zajištěn jejich rozvoj. Kratochvílová a spol. (2015, s. 67–68,) připomínají, že učitel „*diferencuje a individualizuje výuku vzhledem k možnostem a potřebám jednotlivých žáků, snaží se o dosažení osobního maxima u každého žáka*“. Při úpravě výuky záleží na potenciálu žáků, předpokladech žáků, jejich úrovně výkonů, učebních stylů a podobně.

K diferencování výuky můžeme brát v úvahu různá hlediska: ideové, obsahové, časové, metodické a organizační. Ideové hledisko se zabývá úpravou cílů, obsahové směřuje k rozsahu a hloubce obsahu, k práci s různými učebními materiály. Časové hledisko uplatňují učitelé v našich podmínkách nejčastěji, když žákům poskytují dostatečný čas v průběhu celého vzdělávacího procesu. Metodické hledisko zahrnuje „*volbu učební úlohy vzhledem k učebnímu stylu, typu inteligence a úrovni svého rozvoje*“ (učitele). Vede učitele k volbě různých strategií výuky i různým způsobům hodnocení výkonů žáka. Organizační hledisko zapojuje do procesu diferenciace asistenty, učitele a odborníky. Může docházet i k „vnější diferenciaci na menší část výuky“ (tamtéž, 2015, s. 69).

Mareš (2013, s. 386-387) v tabulce 5.14 „Učitelova individualizovaná práce se žáky pomocí učebních úloh“ popisuje, jak v rámci individualizace může učitel diferencovat učební úlohy podle několika kritérií. V tomto kontextu však stále mluví o vytvoření skupin v rámci heterogenní třídy.

Janotová a spol. (2020, s. 60) ve stejné souvislosti mluví o tzv. gradovaných úlohách. Na rozdíl od předchozích citovaných autorů zde popisují možnost využití gradace, při které mají všichni žáci zadání se stejnými úlohami a jejich několika úrovněmi. Je ale zcela na žákovi, jakou variantu, a tím úroveň náročnosti, si žák zvolí.

Z výše uvedeného vyplývá, že diferenciace a individualizace jsou nástroje, kterými můžeme ovlivnit žáky a jejich školní výkony. Pokud se zaměříme na způsoby pozitivního vlivu, jedním z možných přístupů a příkladem individualizace a diferenciace mohou být vhodně vytvořené gradované úlohy.

4.2 Gradované úlohy

Jedním z nástrojů, kterým můžeme zavádět diferenciaci a individualizaci do výuky, představují gradované úlohy. Skládají se z několika částí, jejichž náročnost roste. Žák může danou úlohu řešit na úrovni, která je pro něj přiměřená. Jednotlivá zadání jsou na sobě nezávislá. První úroveň by měla být zvládnutelná pro všechny žáky ve třídě. Další úlohy v sérii kladou nárok na žákovu pokročilost v porozumění principu úlohy (Janotová a spol., 2020, s. 60).

Žáci mají k dispozici všechny varianty úlohy a úlohu na své úrovni si vybírají sami. Tím, že dokážeme zajistit, aby si každý z žáků zvolil sobě přiměřenou výzvu, posilujeme jeho vnitřní motivaci. Nastavením adekvátního cíle posilujeme sebevědomí žáka a také zajišťujeme, aby žák zažil úspěch (tamtéž, 2020, s. 60). Gradované úlohy tak plní funkci aktivizační, motivační a navozují proces učení, jak uvádí Obst (2016).

4.2.1 Faktor motivace u gradovaných úloh

O tom, jak důležité pro žáky je zažívat úspěch, je přesvědčen také Petty (2013, s. 55). Označuje sebevědomí nabyté úspěchem jako hlavní motivační faktor pro všechny žáky. Atraktivitu úspěchu, který můžeme zažít nejen při učení, ilustruje Petty ve schématu cyklu:

„Úkol – úspěch – posílení – nový úkol – (apod.).“

Dodává také, že žáci jsou motivovaní ještě více, čím rychleji cyklus probíhá. Zdůrazňuje, že stejný princip působí na žáky např. při hraní počítačových her. V tomto případě se ale úspěch a pocity s ním spojené dostaví téměř okamžitě. Obdobně ale princip funguje i v případě, když žák zažívá neúspěch. Když ho zažívá opakovaně, sebedůvěra se oslabuje. Proto je zapotřebí, aby žák mohl vyřešit aspoň nějakou úlohu a být díky ní úspěšný, tzn. nastavit náročnost adekvátně i s ohledem na žáka, který podává nejslabší výkony.

Gradovanými úlohami se zabývají také Budínová a spol. (2016, s. 20,) které se zaměřují na tvorbu úloh pro nadané žáky. Je možné připravit úlohy s postupně rostoucí náročností a v tomto pořadí je žák bude řešit. Jinou možností je zadat úlohu, kterou žák dosud neřešil, předložíme mu výzvu. Nabízí se i varianta připravit soubor různě náročných zadání jedné úlohy a žák si volí sám, které z nich začne řešit.

Jak lze vytvořit úlohu s rostoucí náročností? Autorky vycházejí z myšlenky, že nadaní žáci s oblibou řeší úlohy základního učiva, v nichž využijí naučené postupy a také úlohy, které nelze řešit algoritmem, a úlohy které vyžadují „*vhled, samostatné myšlení a zobecňování*."

Nabízejí učitelům možnost, jak modifikovat úlohy. Buď změnou číselného oboru v zadání, aby si žák například mohl modelovat počet, nebo změnou formulace zadání tak, aby jednodušší úlohy ze života žáka nevyžadovaly abstraktní uvažování. Takto může učitel vytvořit tři různá zadání k jedné úloze (tamtéž, 2016, s. 24).

4.2.2 Parametr gradace

V této problematice jde ještě dále Janotová a spol. (2020, s. 60.), která pracuje s pojmem parametr gradace. Parametrem gradace (jinde taky gradačním parametrem) myslíme „*konkrétní jev, který mění obtížnost úloh*" (tamtéž, 2020, s. 61). Tímto jevem může být jakýkoliv prvek s potenciálem v dané úloze měnit a gradovat její náročnost.

Z příkladu níže, kterým Janotová (tamtéž, 2020, s. 62) ilustruje princip gradace úloh, vyplývá, že stanovení parametrů gradace je proces, v němž učitel prozkoumá úlohu a uvědomí si všechny jevy, které její náročnost proměňují. Pak s ohledem na cíl, který úloha naplňuje, vybere některé parametry, s nimiž pracuje v zadání úloh.

TABULKA 3.1 | Série gradovaných úloh se součtovými trojúhelníky

Úloha	Cíl	Postup řešení	Parametry gradace
a) ve žlutém poli je číslo 7	Základní úloha. Připomenutí schématu součtových trojúhelníků.	Ze zadání je možné doplnit všechna čísla v prvním řádku s použitím jedné operace odčítání, pak stačí jen sčítat.	• jedno volné pole v prvním řádku • jedna operace odčítání • numerické výpočty: sčítání nejvýš dvojciferných čísel
b) součet čísel ve druhém řádku je 42	Na základě porozumění schématu součtového trojúhelníku odhalit čísla, která lze doplnit ze zadání, následné uplatnění podmínky. Při hledání využít mnohé numerické výpočty.	Doplnit v prvním a druhém řádku čísla, která doplnit jdou. Pak uplatnit podmínku.	• podmínka – součet dvou čísel ve druhém řádku • stačí postupně doplnit čísla v prvním a druhém řádku
c) součet čísel ve třetím řádku je 56	Objevení vztahů mezi čísly v součtovém trojúhelníku v závislosti na umístění. Postup „odzadu" s využitím odčítání.	Doplnit čísla v prvním, druhém a třetím řádku. Součet čísel ve třetím řádku dává výsledek ve čtvrtém řádku. Postupným odčítáním doplnit chybějící čísla. Žáci, kteří ještě vztahy v součtovém trojúhelníku nevidí, postupují metodou pokus – omyl.	• podmínka pro třetí řádek (zároveň poskytuje informaci o čísle v posledním čtvrtém řádku) • doplňování chybějících čísel postupuje od posledního řádku k prvnímu pomocí operace odčítání
d) Součet všech deseti čísel je 133	Proces zobecňování. Odhalení vazeb mezi čtyřmi čísly v po sobě jdoucích řádcích a propojení s podmínkou. (Náročná úloha pro nadané žáky. Úloha může zůstat nedořešená jako výzva pro další zkoumání.)	Nejprve doplnit čísla ze zadání. Součet šesti známých čísel je 77. Tím je dán součet čtyř hledaných čísel. Někteří žáci využijí předchozí zkušenosti, odhalí vazbu mezi čtyřmi čísly a dojdou k výsledku. Metoda pokus – omyl je zdlouhavá, ale může přinést odhalení mnoha souvislostí.	• náročnější podmínka svazuje do součtu 10 čísel, z nichž 7 je neznámých, přičemž 3 z nich lze doplnit ze zadání • úloha nemá řešení v oboru přirozených čísel • ve žlutém poli vyjde záporné číslo

Obrázek 1 Příklad série gradovaných úloh (zdroj: Inspirace pro rozvoj gramotností PISA)

Takto vytvořené úlohy na rozdíl od výše zmíněných autorek považuje za prostředek, vhodný pro všechny žáky, nejen nadané. Potvrzuje, že má smysl zařazovat i úlohy vedoucí „*k zobecňování a odhalování zákonitostí*“ určené právě nadaným žákům.

Gradované úlohy mohou také nahradit výklad v případě, že žák řeší úlohu od nejjednodušší ke složitější, postupně získává zkušenost, všímá si např. pravidelností a na základě svých poznání dokáže zobecnit řešení. Objevuje se tak další výhoda gradovaných úloh pro žáky (tamtéž, 2020, s. 63). Základem pro vytvoření gradovaných úloh je stanovení vzdělávacího cíle a určení parametrů gradace, které obtížnost úloh ovlivňují.

5 Rozvíjení prostorové představivosti pomocí učebních pomůcek

V následující kapitole představíme vybrané učební pomůcky, zejména manipulační, pro rozvoj představivosti v rovině i prostoru. Některé z nich jsou ve školní praxi využívány méně, některé více, některé jsou typické pro konkrétní komplexní výukové metody a některé z nich známe spíše jako dětské hry.

Cílem této kapitoly je představit takové pomůcky na rozvíjení prostorové představivosti, které nemusí být často součástí vybavení škol. Předtím než představíme konkrétní pomůcky, je třeba zařadit tyto učební pomůcky do systému didaktických prostředků.

5.1 Didaktické prostředky

Jak uvádí Průcha (2009, s. 258-259), chápání pojmu didaktický prostředek je široké, i přesto že naši oblast zájmu zúžíme pouze na obor pedagogiky. Tímto termínem totiž obecně pojmenováváme vše, co edukátor používá pro dosažení cílů v edukačním procesu. Myslíme tím širokou škálu od např. hmotných pomůcek až po výukové metody, které edukátor v procesu používá.

Vnímání a používání prostředků se v různých dobách lidské historie lišilo. To bylo ovlivněno jak vývojem pedagogiky samotné, tak i technologickým vývojem. Jak zmiňuje Průcha, za didaktický prostředek můžeme považovat i např. kresbu do písku. Později v čase se také vědomě měnilo jejich kategorizování, zejména kvůli přirozenému vývoji nových prostředků (tamtéž, s. 259).

Kategorizace didaktických prostředků se mohou lišit zejména kvůli různým kritériím třídění. Základním způsobem je však můžeme rozdělit na materiální a nemateriální podle typologie Josefa Maňáka (Průcha, 2009, s. 271-272). Význam Maňákova pohledu zdůrazňuje J. Dostál (2008, s. 8). Popisuje způsob, jakým Maňák popisuje nahlížení na složky edukačního procesu. Dříve se složkami chápaly pouze obsah, učitel a žák, resp. obsah, edukátor a edukant. Maňák ve svém modelu edukačního procesu nově uvádí „didaktické prostředky“. Podporuje např. význam učebních pomůcek jako pevné součásti procesu.

Důležitost jednotlivých složek a zejména jejich vzájemné působení nejlépe graficky, vzhledem k této době, znázornil J. Hendrich ve svém modelu edukačního procesu. Mimo vztahů původního „trojúhelníku“: obsah, edukátor, edukant, popisuje Hendrich v modelu také didaktické prostředky, které zde rozděluje na organizační podmínky, metodické podmínky a materiální podmínky. Středem celého modelu je nově cíl, který je ovlivněn ostatními složkami procesu, ale také tyto složky ovlivňuje (Dostál, 2008, s. 8-9).

5.1.1 Materiální didaktické prostředky

Materiálními prostředky nerozumíme pouze učební pomůcky. Jak ve svém schématu ilustruje Dostál (2008, s. 16), ty jsou pouze jednou ze složek v systému vedle didaktické techniky, školního zařízení a vybavení jak edukátora, tak edukanta. Průcha (2009, s. 258) ale označuje učební pomůcky za „nejdůležitější část“ materiálních didaktických prostředků.

Dostál (2008, s. 17-18) uvádí, že učební pomůcky můžeme třídit dle různých kritérií a přístupů. S ohledem na současnost však doporučuje následující kategorizaci:

„1. původní předměty a reálné skutečnosti – výrobky a výtvory (produkty, přístroje a nástroje, zařízení, umělecká díla), vzorky materiálů, přírodniny (živé rostliny a živočichové, horniny, herbáře, vycpaniny, preparáty), jevy a děje,

2. modely – zobrazující předmět, zobrazující princip, statické modely, dynamické modely, symbolické modely,

3. vizuální pomůcky – fotografie, nástěnný obraz, kresba na tabuli, mapa, fólie pro zpětný projektor, obraz promítaný prostřednictvím dataprojektoru, diapozitiv,

4. auditivní pomůcky – hudební záznamy (ukázky zpěvu, záznamy hudebních nástrojů, koncerty aj.), zvukové záznamy přírodních jevů, mluvené nahrávky (poslechová cvičení, diktáty, vyprávění), záznamy zvukových projevů zvířat, rozhlasové vysílání,

5. audio-vizuální pomůcky – televizní pořady, výukové filmy,

6. literární pomůcky – učebnice, pracovní sešity a listy, odborná literatura, periodika,

7. počítačové programy a internet – multimediální, simulační, testovací a výukové programy, služby Internetu (především WWW a e-mail),

8. speciální pomůcky – soupravy pro experimenty, trenažéry.“

Jak píše Dostál (tamtéž, s. 5) v úvodu své publikace, učební pomůcky mají v edukačním procesu své pevné místo, ale je třeba zohledňovat také vhodnost jejich používání. Učitel by měl stále mít na zřeteli cíl výuky, kterému přizpůsobuje volbu pomůcek (Obst, 2016, s. 134). Proto je třeba zvážit, za jakým účelem chceme danou pomůcku použít, jestli jejím použitím pomáháme naplnit edukační cíl a respektujeme další faktory, např. věk žáka (Průcha, 2009, s. 263).

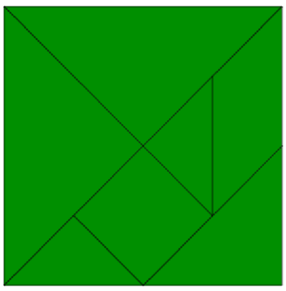
5.2 Učební pomůcky pro rozvíjení prostorové představivosti

Pomůcky, které níže představíme, bychom podle Dostálovy klasifikace mohli zařadit částečně mezi modely, částečně mezi speciální pomůcky a částečně mezi počítačové programy. My však tyto vybrané učební pomůcky rozdělíme na jiné tři kategorie třídění. Budou jimi 1. pomůcky pro manipulaci v rovině, 2. pomůcky pro manipulaci v prostoru a 3. virtuální pomůcky. Inspirací pro výběr pomůcek a zvolených kategorií nám byly dokumenty: *Vizualizace v geometrii užitím didaktických pomůcek* (Pavlíčková, Bidmanová Strnadová) *a Prostorová představivost a prostředky k jejímu rozvoji* (Molnár a spol., 2006).

5.2.1 Učební pomůcky pro manipulaci v rovině

Tangram

Jde o tradiční starou čínskou hru, kterou v Evropě známe zhruba od 19. století. Význam názvu odkazuje na 7 dílků tangramu, jejichž kombinací skládáme obrazce podle zadání. Původní verze tangramu obsahuje tyto díly: 2 velké pravoúhlé trojúhelníky, 1 středně velký pravoúhlý trojúhelník, 2 malé pravoúhlé trojúhelníky, 1 malý čtverec, 1 rovnoběžník. Složením všech těchto dílů může vzniknout velký čtverec, trojúhelník nebo obdélník, ale již kniha z roku 1815 popisuje 374 možných kombinací (The Tangram Channel [online]).



Obrázek 2 Základní obrazec tangramu (zdroj: https://kle.cz/)

Obecnými pravidly platnými pro všechny kombinace jsou využití všech dílů a nepřekrývání jednotlivých dílů, přičemž díly se musí dotýkat alespoň vrcholem. Obrazce, které jsou zároveň jediným zadáním tangramu, bývají často zadány v podobě černého obrysu. Řešení dosáhneme otáčením a převracením těchto dílů. Tangram známe jako rovinné dřevěné nebo jiné pevné útvary, ve školním prostředí často jako rozstříhaný papírový čtverec nebo v dnešní době také v on-line prostředí (Dewar, [online]).

Skládání tangramu rozvíjí naši geometrickou představivost, vyžaduje mentální manipulaci a kombinuje konkrétnost s abstrakcí. Ve školách je oblíbený z důvodů jednoduchých a jasných pravidel, která jsou dobře pochopitelná i pro nejmladší děti, a možnosti hru vyrobit.

Geoboard

Tato pomůcka byla vynalezena matematikem a pedagogem Calebem Gattengnem ve 20. století. Původně šlo o dřevěnou desku s hřebíky. Dnes ji známe v různých provedeních, vyrobenou z různých materiálů, avšak stále platí, že na základní desce máme hřebíky/kolíky pravidelně uspořádány do čtverce (Scandrett [online]). Velikost geoboardu se tak může lišit, nejmenší však je geoboard s 9 kolíky. Nasazováním gumiček na kolíky vytváříme obrazce. Geoboard se využívá např. v jednom z prostředí Hejného metody výuky matematiky. V něm je pomůcka použitá jako médium přechodu k práci ve čtvercové mříži (Geoboard a mříž [online]).

Obrázek 3 Dřevěný Geoboard (zdroj: www.ceske-montessori-pomucky.cz/)

Polymina

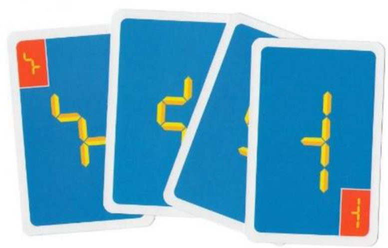
Tímto termínem nazýváme rovinné útvary, které vznikají skládáním jednoho a více stejně velkých čtverců, přičemž se čtverce musejí dotýkat stranami. Známý je pojem „domino“, který si spojujeme s hracími předmětem pro hru. Mezi polyminy pro školní využití rozlišujeme zejména útvary: domina (ze dvou čtverců), trimina (ze třech čtverců), tetramina (ze čtyřech čtverců) a pentamina (z pěti čtverců) (Polyomino [online]).

Skládáním čtverců vznikají různé varianty těchto polymin, pro představu vzpomeňme např. populární videohru tetris. Úkolem hráče je otáčet padajícími variantami tetramin. Čím více čtverců útvar obsahuje, tím více jeho variant existuje. Manipulaci a polymina kombinuje také desková hra Ubongo. Cílem hráčů je určená tetramina skládat podle pravidel na vzorový obrazec, princip pak funguje podobně jako v tangramu.

Obrázek 4 Tetramina ve hře Ubongo
(zdroj: https://pompo.cz//)

Digit

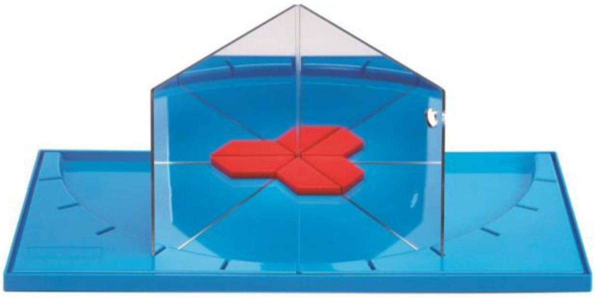
Digit je logická desková hra, která má velice jednoduché zadání. Cílem hráčů je manipulovat s 5 dřívky (modely úseček) tak, aby vznikl obrazec na kartách. Obrazec je možné vytvořit přesunutím nejvýše jednoho dřívka v každém tahu hráče za podmínky, že se obrazec nijak nerozpojí. Strategie hry nutí hráče předpovídat možné modifikace obrazce dopředu a v myšlenkách dřívka zkoušet přesouvat. Digit ve výuce matematiky můžeme využít pro rozvíjení představivosti a také při výuce shodných zobrazení (Digit. [online]).



Obrázek 5 Hra Digit (zdroj:
www.svet-deskovych-her.cz)

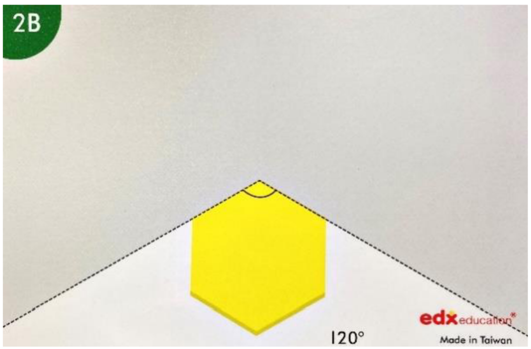
Junior GeoLand – Zrcadlový set

Přestože lze pomůcku využít i pro zobrazování prostorových útvarů, hlavní využití nachází zejména v oblasti shodných zobrazení v rovině. Základem zrcadlového setu je deska s půlkruhovým zrcadlem, který rozdělují zářezy po 15 stupních. Do zářezů na desce je možné vkládat dvě plastová zrcadla a tím měnit úhel, který zrcadla svírají. K dispozici je i jedno větší zrcadlo, které představuje přímý úhel. Součástí setu jsou dvoje barevné plastové díly: modely mnohoúhelníků a dále modely úseček a kruhových oblouků. Úsečky a oblouky lze snadno spojovat a rozpojovat. Spojením dílů mohou vznikat mnohoúhelníky, kružnice a další tvary.

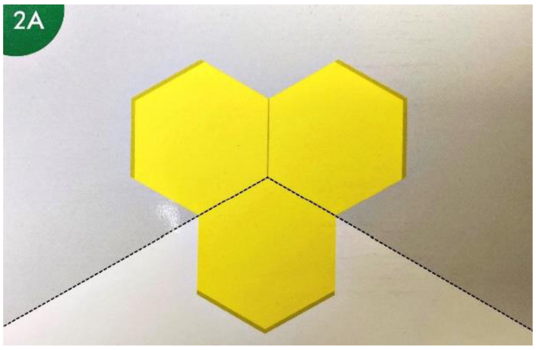


Obrázek 6 Zrcadlový set (zdroj: https://www.kidtown.cz)

Pro každý typ modelů je k setu přiloženo 32 karet. Karty pomocí obrázku dávají dítěti námět, jak set může používat. Na jedné straně je vždy znázorněna výchozí pozice, tzn. úhel, který zrcadla svírají, a vzor složený z dílů. Na druhé straně karty je vidět tento vzor a obraz, který přiložením dílů vznikne.



Obrázek 8 Strana vzoru karty zrcadlového setu (zdroj: Junior Geoland, fotografie autora)



Obrázek 7 Strana výsledného obrazce karty zrcadlového setu (zdroj: Junior Geoland fotografie autora)

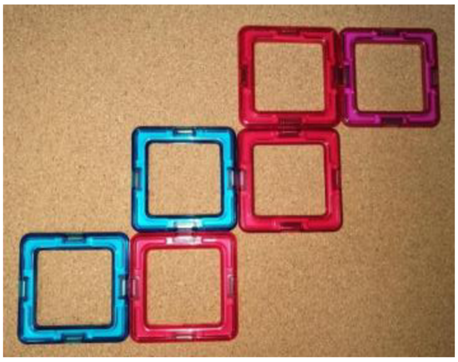
Zrcadlový set nabízí hravé prostředí s velkým prostorem pro objevování žáků. Na kartách je několik jednodušších námětu, které operují se zrcadlením, např. čtverce. Složitější náměty obsahují často obrazce z více dílů a také menší úhel, který zrcátka svírají.

5.2.2 Učební pomůcky pro manipulaci v prostoru

Magformers

Jedná se o magnetickou stavebnici. Základní sady obsahují modely základních rovinných útvarů, které lze navzájem spojovat magnetickými stranami. Magformers může sloužit jako pomůcka v prostorové geometrii např. pro vytváření těles, ale i v geometrii rovinné, kde ji využijeme např. při stavbě sítě tělesa. Výhodou stavebnice je dostatečná velikost dílů a jejich snadné spojování (Magformers jako didaktická pomůcka [online]).

Obrázek 10 Krychle složená ze stavebnice Magformers (Zdroj: https://kap.kr-jihomoravsky.cz/)

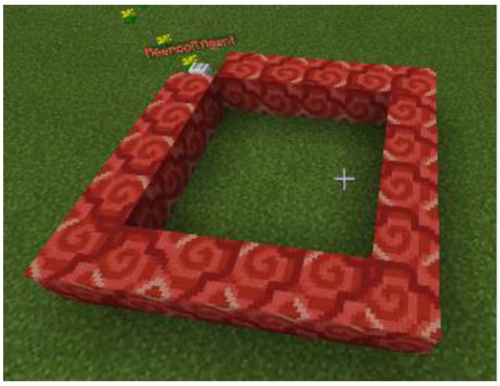


Obrázek 9 Síť krychle složená ze stavebnice Magformers (Zdroj: https://kap.kr-jihomoravsky.cz)

5.2.3 Virtuální pomůcky

Videohra Minecraft

Mimo on-line verze již zmíněných her a pomůcek Tangram, Geoboard a Ubongo můžeme vzpomenout videohru Minecraft. Typické pro tuto hru je prostředí, ve kterém se vše skládá z krychlových bloků různých materiálů. Pokud pomineme další herní prvky Minecraftu, můžeme o něm uvažovat jako o pomůcce, která spojuje prostorovou představivost, stavebnice a digitální média. Původně čistě herní prostředí může být pro žáky atraktivním doplňkem, který rozvíjí kreativitu (Hauser, 2012, [online]).



Obrázek 11 Čtverec složený z krychlí ve videohře Minecraft (zdroj: https://education.minecraft.net)

6 Osová souměrnost ve výuce geometrie

6.1 Výuka geometrie

Geometrie společně s aritmetikou tvoří dvě základní části školské matematiky. Geometrie na rozdíl od aritmetiky nemá jasně dané hranice a pro dítě především *„vytváří prostor pro představivost*“ (Hejný a Jirotková, 2004, s. 125). Autoři popisují, jak dítě svět geometrie objevuje např. prostřednictvím stavění z kostek nebo kutálení míče. Taková manuální činnost buduje poznatky, které dítě zatím ještě neumí formulovat, ale jsou přípravou budoucí propojení pojmů s touto zkušeností dítěte.

Do geometrie vedle objektů a jejich jevů (např. rovinné útvary a jejich strany), patří zejména *„vztahy, které mezi těmito objekty zákonitě platí*“. Geometrie ve škole by měla žáky vést právě tímto směrem – k objevování těchto zákonitostí, jejich argumentování. Druhou složkou tohoto pojetí geometrie je vedle vzájemných vztahů propojení s aritmetikou, tedy jevy míry (tamtéž, 2004, s. 130-131).

6.1.1 Koncepce vyučování geometrie na 1. stupni

Ještě v 80. letech minulého století se směřovalo k propojení výuky geometrie s vědeckým přístupem, hovoříme o „axiomatickém budování školní geometrie“. Základem takové geometrie byly pojmy bod, přímka, rovnoběžnost apod. Žáci nebudovali své poznání na základě vlastní zkušenosti a výsledkem byly převážně formální poznatky žáků. Proměnu v přístupu k výuce geometrie přinesly vědecké poznatky Cobba, Davise, Lawrela a Thagarda, které změnily pohled na to, jak probíhá poznávací proces (tamtéž, 2004, s. 134).

Návrat k názornému vyučování geometrie a konstruktivistický přístup k nám přinesl především Kuřina. Geometrii vnímá jako příležitost pro aktivity žáků, jejichž prostřednictvím se rozvíjí myšlení žáků, nejen geometrické představivosti.

Autoři na základě svých výzkumů hovoří o strachu učitelů i studentů učitelství z geometrie, o jejich představě, že geometrie je pouze rýsování, že je nutné naučit se vzorečky a bez nich se úlohy vyřešit nedají. Takto přesvědčení učitelé přistupují k učení geometrie transmisivně a ve výuce geometrie vidí nácvik pojmů, vzorců a jednoduché geometrické konstrukce (tamtéž, 2004, s. 135).

6.2 Konstruktivistické vyučování

Mezi nemateriální výukové prostředky zařazujeme: organizační formy výuky, výukové metody, výukové styly, didaktické zásady, učební úlohy, hodnocení ad. Řadíme mezi však také např. dílčí cíle, jak uvádí Kalhous a Obst 2002, s. 337). Všechny tyto prostředky pomáhají naplnit edukační cíl, jak vyplývá z definice didaktických prostředků.

6.2.1 Výukové styly

Výukový (edukační) styl vyjadřuje vztah mezi subjekty vyučovacího procesu, tedy učitelem a žákem, a také způsoby, jakými se poznání k žákovi dostává, resp. jakými učitel na žáka působí. Jak Hejný také uvádí, výukových stylů je dle některých klasifikací až 11 (2014, s. 112-113). My se budeme podrobněji věnovat hlavně dvěma výukovým stylům, které jsou dominantní, zároveň představují protiklady a v kontextu výuky matematice je jejich kontrast nejpodstatnější. Jedná se o styl transmisivní a konstruktivistický.

Vališová, Kasíková a kol. (2007, s. 122) označují transmisivní vyučování jako předávání na rozdíl od konstruktivního, které buduje vlastní poznání. Pomyslný konflikt těchto dvou naprosto odlišných „filozofií" výuky vnímáme jako vymezení se na základě celkového přístupu pedagoga k vyučovacímu procesu, který je podmíněn mnoha faktory, nikoliv jako konečné rozdělení organizačních forem a metod výuky na správné a špatné. Spíše tedy můžeme mluvit o formách a metodách jako o vhodně použitých a nevhodně použitých s ohledem na podmínky a výukový cíl (Obst, 2016, s. 68). Obst píše v souvislosti s volbou výukových metod následující: „*Učitel ve výuce nevyužívá pouze jedné metody, ale jejich různé kombinace. (...) Žádná z metod výuky není zcela nevhodná, za určitých okolností může být každá velice účinná. Učitel by však měl vědět, proč je používá*."

6.2.2 Transmisivní vyučování

V tomto stylu vyučování převažuje výklad učitele a učitel je ve vztahu k žákovi autoritou (Vališová, Kasíková a kol. 2007, s. 122). Základem je přenos (transmise) poznatků z učitele na žáka. Hejný (2014, s. 114) také dodává, že se od žáků očekává, aby novou problematiku pochopili na základě předloženého poznatku a jeho zavedeného principu řešení. Tuto strategii řešení si dále mají žáci osvojit zejména nácvikem. Hejný a Kuřina (2001, s. 159) píší: „*Jsme přesvědčeni, že vzdělávání, které je prioritně orientováno na transmisi (...), není optimální, protože není v zásadě orientováno na porozumění, ale na fakta a výsledky.*"

Pokud se v žákovi posiluje orientování na výsledky a žák nenachází naplnění procesem poznávání, nahrazujeme vnější motivaci za vnitřní. Na rozdíl od vnější motivace je vnitřní motivace hodnotnější. Žáky sice slovní pochvala těší, její efekt se při dlouhodobém a častém užívání vytrácí. Ve vnitřní motivaci hrají roli např. „*zvídavost, potřeba činnosti, radost z činnosti a z osvojení dovednosti, zvládnutí překážek a dosažení cíle*“ (Čáp, Mareš, 2001, s. 254).

6.2.3 Konstruktivistické (konstruktivní) vyučování

Základem konstruktivistického vyučování je proces „*konstruování poznatkového systému*“, který si žák tvoří prostřednictvím spolupráce s ostatními dětmi a pod vedením učitele (Horká, 2009, s. 114). Horká přitom předpokládá, že žák přichází do školy s vlastními poznatky o světě a úkolem učitele je pomoci mu tyto poznatky rozvíjet.

Žák je v tomto procesu aktivní. Nejdříve manipuluje s objekty a později procesy probíhají v představě žáka (Kalhous, Obst, 2002, s. 49). Výhodou tohoto pojetí výuky je žákův zájem o vlastní učení, možnost individualizace a diferenciace výuky (Horká, 2009, s. 114-115).

Autoři Vyskočilová a Dvořák (Kalhous, Obst, 2002, s. 56) v tomto kontextu dále dodávají: „*Znalost je konstruována žákem, nikoli předávána učitelem*.“ Přesto tento proces učení výrazně závisí na činnosti učitele, který žákovi nabízí učební úlohy. Také Vališová, Kasíková a kol. (2007, s. 122), uvádějí, že úlohou učitele je připravit takové podmínky pro žáka, aby maximálně naplnil svůj potenciál.

Hejný s Kuřinou (2001, s. 159) v kapitole *Didaktický konstruktivismus* hledají cesty, jak rozvíjet aktivitu žáků. V matematice doporučují „*vhodné otázky, problémy, paradoxy, výsledky*“, které žákům umožňují poznat podstatu daného učiva. Učitel vyzývá žáky, aby přicházeli s vlastními názory a nápady. Janotová a spol. (2020, s. 63) např. doporučují zařazovat do výuky gradované úlohy, které vedou žáky k „*objevu nového pojmu, nových souvislostí*.“

6.3 Osová souměrnost ve vybraných učebnicích matematiky

Jak jsme vysvětlili v předchozích kapitolách, osová souměrnost je nepřímým shodným zobrazením, jejímž skládáním získáme všechna zbývající shodná zobrazení. V kontextu učiva geometrie a shodných zobrazení jde o jeden ze základních pojmů, který žákům může pomáhat rozvíjet chápání vztahů mezi rovinnými útvary, jejich vlastnostmi a zároveň je také jedním z prvků učiva, kterým žák rozvíjí prostorovou představivost.

Učebnice samotné nejsou pro učitele směrodatné, ale v kontextu školní praxe můžeme učebnice chápat jako významný zdroj učebních úloh pro učitele. Přistoupili jsme k prozkoumání tří řad učebnic matematiky pro 1. stupeň, v nichž jsme se soustředili na úlohy rozvíjející u žáků pojem osová souměrnost. Vzhledem k tomu, že nepracujeme se všemi učebnicemi, které trh nabízí, považujeme tento přehled úloh pouze za orientační. Zjištěné údaje využijeme k získání podkladů o úrovni znalostí a dovedností žáků v jednotlivých ročnících, aby bylo možné připravit úlohy pro práci se zrcadlovým setem na úrovni odpovídající těmto ročníkům.

Následující informace vycházejí z prostudování učebnic a pracovních sešitů matematiky nakladatelství Alter, H-mat o.p.s. a Nová škola o.p.s. pro 1.-5. ročník. Využili jsme následující učební materiály:

Nakladatelství Alter: pracovní sešity Moje počítání 1-6 pro 1. a 2. ročník, učebnice matematiky a k nim vytvořené pracovní sešity pro 3.-5. ročník

Nakladatelství H-mat o.p.s: všechny díly pracovních učebnic pro 1. a 2. ročník, učebnice pro 3., 4. a 5. ročník a k nim odpovídající pracovní sešity

Nakladatelství Nová škola, řada Matýskova matematika: 3 díly učebnic pro 1. a 2. ročník, učebnice a vždy dva díly pracovních sešitů pro 3.-5. ročník z geometrie a ve stejných počtech i pro ostatní učivo.

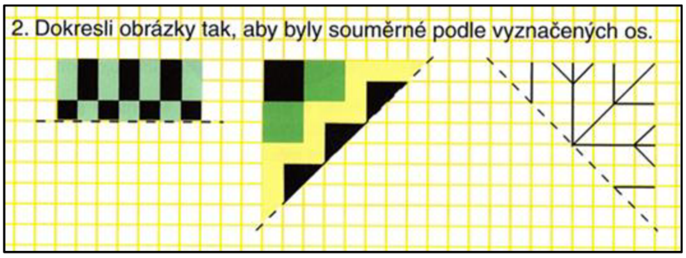
Následně popíšeme, jaké typy úloh zaměřených na osovou souměrnost se v těchto vybraných učebnicích vyskytují a od kterého ročníku jsou součástí těchto učebnic.

Počet úloh v učebnicích a pracovních sešitech: Alter 13, H-mat více než 40, Nová škola více než 70. Pro přehlednost jsme úlohy roztřídili podle činností, pomocí kterých žák s pojmem pracuje.

6.3.1 Doplnění osově souměrných útvarů

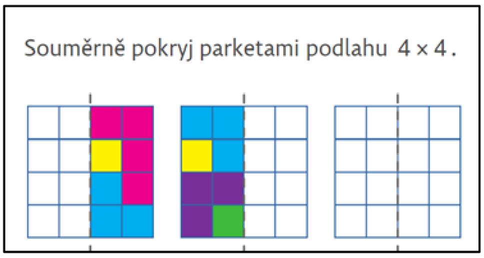
Jde o velice často užitý typ úlohy, ve kterém figuruje obrazec, obrázek nebo geometrický útvar. Žáci dokreslují, vybarvují nebo rýsují tak, aby objekt byl souměrný podle vyznačené osy souměrnosti. Všechny řady učebnic pro tento typ úlohy používají prostředí čtvercové sítě (v učebnicích H-mat čtvercové mříže), Matýskova matematika a H-mat v 5. ročníku i rýsování na bílém papíře. Čtvercová síť je pro žáky při řešení oporou a zkušenost žáka s tímto prostředím očekávají také výstupy RVP ZV.

V řadě nakladatelství Alter je výše uvedený typ úloh použitý v pracovních sešitech a učebnicích 3.-5. ročníku. Autoři využívají různé barvy a tvary obrazců, mění polohu vzoru, a také různé polohy os (vodorovně, diagonálně). Úlohy postupně nabývají složitější povahy např. propojením s vlastnostmi rovinných útvarů.

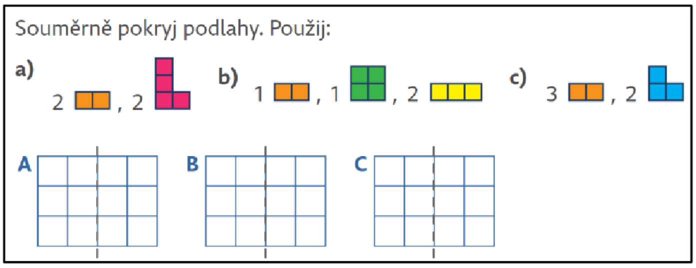


Obrázek 12 Osově souměrné obrázky Alter (zdroj: Matematika pro 3. ročník základních škol)

V učebních materiálech nakladatelství H-mat se obdobné úlohy objevují od 2. ročníku i v dalších ročnících. Alternativou těchto úloh jsou některá zadání v didaktickém prostředí Parkety, kterými autoři nazývají polymina. Žáci manipulují s papírovými parketami a řešení zakreslují do pracovního sešitu. Náročnost úloh postupně stoupá, např. v poslední úloze c) kombinuje souměrnost celé „podlahy“ s podmínkou umístit jednu z parket přímo na osu souměrnosti.

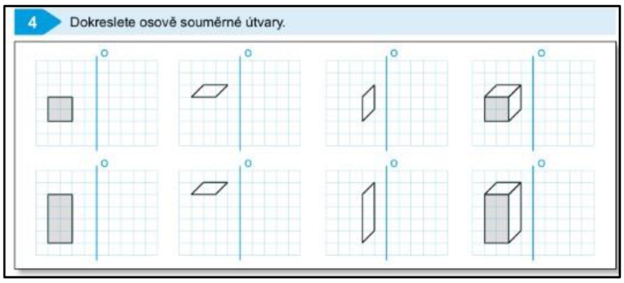


Obrázek 14 Prostředí Parkety H-mat (zdroj: Matematika 2)



Obrázek 13 Prostředí Parkety bez vzoru H-mat (zdroj: Matematika 2)

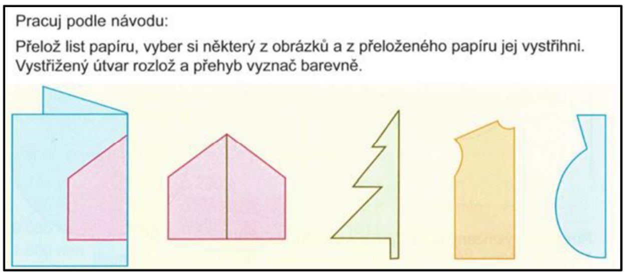
V řadě Matýskova matematika nakladatelství Nová škola se tyto úlohy nachází nejčastěji v materiálech pro 2. ročník, první úlohy se objevují již v 1. ročníku. Ve čtvercové síti vedle rovinných útvarů najdeme i znázornění těles (viz obrázek níže) nebo zajímavou obměnu v podobě zrcadlově zobrazeného digitálního i analogového času.



Obrázek 15 Osově souměrné útvary Nová škola (zdroj: Geometrie: Matýskova matematika)

6.3.2 Určení osy souměrnosti a osově souměrných útvarů

V těchto úlohách jde o určení a případně zakreslení osy, podle které jsou obrazec nebo útvary souměrné. Další verzí úlohy je posouzení vztahu dvou útvarů, zda jsou souměrné podle osy nebo ne.



Obrázek 16 Určení osy pomocí přehýbání papíru Alter (zdroj: Matematika pro 4. ročník základních škol)

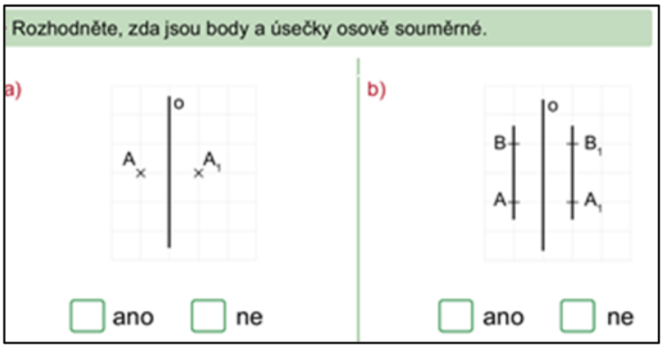
V uvedené úloze nakladatelství Alter žáci vystřihují tvar z přeloženého papíru a hlavním cílem je určit osu souměrnosti. Další úloha vybízí žáky k rozhodnutí, zda jsou jednotlivá písmena velké abecedy osově souměrná, a k vyznačení osy, pokud existuje.

V učebnicích H-mat od 1. ročníku žáci pracují s tzv. dečkami (papírem), který přehýbají podle nakreslených pokynů (podle os souměrnosti) a dále ho stříhají. Nápadité jsou i inverzní úlohy, v nichž žáci analyzují výslednou podobu deček po ustřižení. Práce s dečkami vede žáky k manipulaci, práci s odhadem a objevování.

Obrázek 17 Prostředí Dečky H-mat (zdroj: Matematika 1)

Dalším prostředím, ve kterém žáci určují osu souměrnosti nebo osově souměrné útvary, je například geoboard, na němž žáci modelují útvary pomocí gumiček. V úloze pro 2. ročník mají rozdělit rovinné útvary na „dva stejné obrazce“. Ve 4. a 5. ročníku se s tímto tématem setkávají při rýsování rovinných útvarů.

V Matýskově matematice je většina úloh tohoto typu je nabízena žákům 4. a 5. ročníku, kde je uváděna na souměrnosti bodů, úseček nebo obrazců ve čtvercové síti. Dále také obrazců ve čtvercové síti, ve kterých žáci určují osy souměrnosti.



Obrázek 18 Shodnost bodů a úseček (zdroj: Geometrie: pro 4. ročník)

Shrnutí kapitoly

Pojem osová souměrnost se v učebních úlohách těchto řad učebnic a pracovních sešitů zmíněných tří nakladatelství objevuje v různých zadáních, s dalšími pomůckami i bez nich. Nakladatelství Nová škola a H-mat zavádějí související úlohy již od 1. ročníku, Alter od 3. ročníku. Nejčastějšími úlohami je dokreslení chybějící poloviny souměrného obrázku a určení osy souměrnosti. V učebnicích H-mat nacházíme také úlohy, v nichž není souvislost s pojmem osová souměrnost zřejmá ze zadání, v mnohých úlohách je skrytá a žáci ji objevují pod vedením učitele.

PRAKTICKÁ ČÁST

Charakteristika praktické části a její cíle

Jak uvádíme podrobněji níže, rozhodli jsme se svoji praktickou část rozdělit. Nejdříve jsme vytvořili gradované série přípravných úloh pro žáky 1.-5. ročníku zaměřené na pojem osová souměrnost a práci se zrcátkem a následně je ověřili. V kapitole Přípravné úlohy popisujeme, jak jsme přípravné úlohy vytvářeli, jak probíhalo jejich ověření, a také zde uvádíme rozbor ověření. Po ověření ve třídě se všichni žáci seznámili se zrcadlovým setem – spontánně manipulovali a objevovali možnosti práce s touto pomůckou.

V druhé části jsme na základě poznatků získaných z tohoto rozboru vytvořili sérii úloh pro práci se zrcadlovým setem rovněž pro žáky 1.-5. ročníku. Úlohy jsme ověřili pomocí šetření ve stejných třídách. Jeho součástí byl dotazník, pomocí něhož žáci reflektovali svou práci. Toto šetření vyhodnocujeme na základě pozorování jeho průběhu, výsledků žáků a dotazníků.

Formulace cílů praktické části a předpokladů šetření

Hlavním cílem praktické části je vytvořit úlohy pro 1.-5. ročník pro práci s pomůckou zrcadlový set a ověřit je na vzorku respondentů.

Dílčími cíli praktické části jsou:

- vytvořit přípravné úlohy,
- ověřit přípravné úlohy,
- provést rozbor ověření,
- vytvořit úlohy pro práci se zrcadlovým setem,
- provést šetření na vzorku respondentů,
- provést rozbor šetření,
- navrhnout úpravy úloh.

Předpoklady šetření

Předpoklad č. 1: Chlapci budou v řešení úloh průměrně úspěšnější než dívky.

Předpoklad č. 2: Žáci 3. ročníku budou úlohy se zrcadlovým setem hodnotit jako náročnější než žáci 4. ročníku.

Předpoklad č. 3: Žáky práce s pomůckou hodně zaujme, tedy vybarví průměrně 3 pole a více v dotazníku.

7 Přípravné úlohy

7.1 Důvody pro vytvoření přípravných úloh a jejich cíle

Aby žáci mohli při práci plně využít potenciál zrcadlového setu, bylo potřeba je připravit na práci se dvěma zrcadly – skládání osových souměrností. Přípravné úlohy, ve kterých žáci pracují se jedním zrcátkem (přímým úhlem), proto mají plnit roli průpravy nebo „rozcvičky“ pro další náročnější úlohy se zrcadlovým setem.

Z vlastní zkušenosti jsme také vnímali, že pokud práci s pomůckou nepředchází alespoň základní průprava, není snadné se v jejím používání zorientovat. Zároveň pro žáky bude tato pomůcka nová a hrozí, že nebudou svoji pozornost zaměřovat na řešení úloh. Proto jsme ověření přípravných úloh doplnili o prostor pro vyzkoušení pomůcky. Toto rozhodnutí je v souladu se slovy Divíška (1989, s. 205), který upozorňuje na riziko malé efektivity při prvním použití nové a atraktivní pomůcky.

Abychom získali představu o nabídce již existujících úloh zaměřených na toto téma, zmapovali jsme úlohy týkající se osové souměrnosti ve třech vybraných řadách učebnic. Vlastní nápady jsme porovnali s úlohami v těchto učebnicích, a i na základě této konfrontace jsme dospěli k finální podobě přípravných úloh.

Zde shrnujeme hlavní důvody pro tvorbu přípravných úloh:

1. vytvořit si představu o aktuální úrovni vědomostí, schopností a dovedností žáků v daných oblastech,
2. připomenout žákům základní pojmy (osová souměrnost, být souměrný, osa apod.),
3. připravit žáky na práci se zrcadlovým setem.

7.2 Tvorba přípravných úloh

Nejdříve jsme zkoušeli s jedním a pak dvěma zrcátky zobrazovat lomenou čáru, políčka ve čtvercové síti a různé geometrické útvary. Zajímala nás poloha obrazce vzhledem k zrcátkům, vzájemná poloha dvou zrcátek – úhel, který svírají, a s ním související počet obrazů v zrcátkách. Kladli jsme si například otázky: Lze vytvořit čtverec pomocí jedné úsečky? Lze vytvořit obraz čtverce pomocí lomené čáry složené ze dvou, tří modelů úseček? Kolik zrcátek musím použít? Má úloha jedno nebo více řešení?

Poté jsme obdobně objevovali možnosti, které nabízí zrcadlový set. Přemýšleli jsme, jak nejlépe připravit úlohy pro žáky i s ohledem na jejich současnou úroveň. Zvolili jsme 6 různých úloh, které jsme pracovně nazvali: Barevná dřívka, Barevná políčka, Lomená čára, Písmena, Souměrné útvary a Vytvoř čtyřúhelník. Z uvedených úloh jsme sestavili pracovní list pro každý ročník (viz přílohy).

7.3 Parametry gradace

Jak je uvedeno v příručce učitele Hejného metody pro 2. ročník (Hejný a kol., 2019), je důležité předložit žákovi úlohu, která pro něj bude na míru. U lehké úlohy by se nudil a s příliš náročnou by si nevěděl rady. Autoři příručky doporučují učitelům pracovat s gradovanou sérií úloh, ve které budou úlohy různě náročné.

Nejprve jsme hledali, co jednotlivé úlohy dělá těžší a lehčí. Našli jsme co nejvíc parametrů gradace pro každou úlohu a zkusili jsme vytvořit různě náročné úlohy pro jednotlivé ročníky. V každém ročníku jsme měnili maximálně 3 parametry v rámci jedné úlohy. Pro každou úlohu jsme vytvořili 3 různě obtížná zadání, která jsme označili následovně: úloha označená * je nejlehčí a úloha označená *** nejtěžší.

7.4 Parametry gradace u jednotlivých úloh

Úloha **Barevná dřívka**

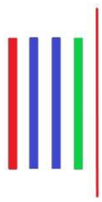
Parametry gradace:

1. počet dřívek
2. počet barev – barevné kombinace
3. poloha dřívek vzhledem k ose souměrnosti (rovnoběžně, kolmo, mimoběžně)
4. vzdálenost dřívek od osy souměrnosti
5. vzdálenost mezi dřívky (všechna dřívka stejně vzdálená)
6. poloha osy na papíru (vodorovně, svisle, diagonálně)
7. poloha vzoru vzhledem k ose souměrnosti (nalevo/napravo nebo nahoře/dole)

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:

a) která obsahuje nejmenší možný počet dřívek
b) která obsahuje nejmenší možný počet barev
c) ve které jsou dřívka rovnoběžná s osou souměrnosti
d) ve které jsou dřívka blíže ose a od sebe vzdálená v pravidelných vzdálenostech
e) ve které je osa svislá
f) ve které je vzor umístěn vlevo, nahoře nebo v levém horním rohu (v případě diagonálně orientované osy souměrnosti)

Tabulka 1 Gradace úlohy Barevná dřívka

	*	**	***
1. ročník			
2. ročník			
3. ročník			

Úloha **Barevná políčka**

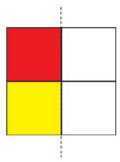
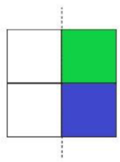
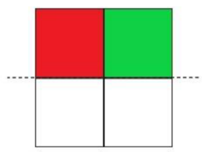
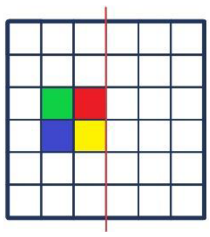
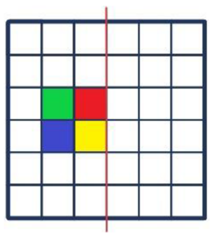
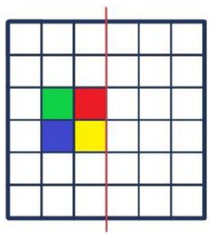
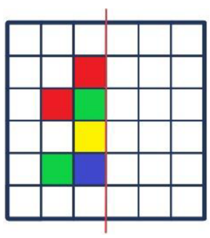
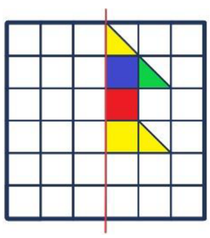
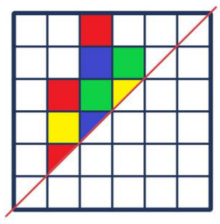
Parametry gradace:

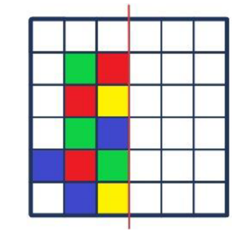
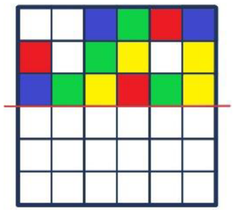
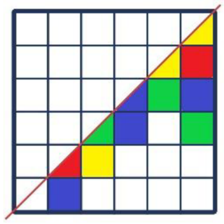
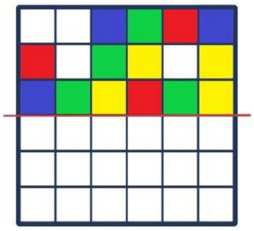
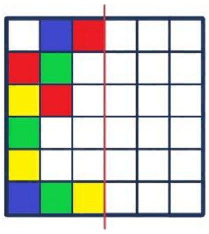
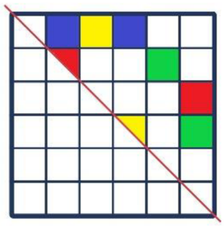
1. počet barev (2 až 4)
2. velikost čtvercové sítě (1x2 až 6x6)
3. počet vybarvených a nevybarvených políček v celé čtvercové síti
4. poloha osy souměrnosti (vodorovně, svisle, diagonálně)
5. souměrnost obrazce
6. poloha vzoru vzhledem k ose (barevná políčka se dotýkají osy)
7. poloha vzoru (nalevo od osy, napravo od osy atd.)

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:

a) ve které bude nejmenší možný počet barev
b) ve které je nejmenší možná čtvercová síť
c) ve které je co nejméně vybarvených políček
d) ve které je osa svislá
e) ve které je obrazec souměrný a uvnitř něj nejsou nevybarvená pole
f) ve které se vybarvená políčka dotýkají osy
g) ve které je vzor umístěn vlevo, nahoře nebo v levém horním rohu (v případě diagonálně orientované osy souměrnosti)

Tabulka 2 Gradace úlohy Barevná políčka

	*	**	***
1. ročník			
2. ročník			
3. ročník			

4. ročník			
5. ročník			

Úloha **Lomená čára**

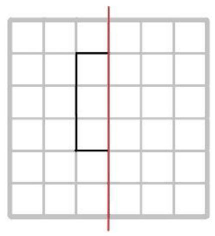
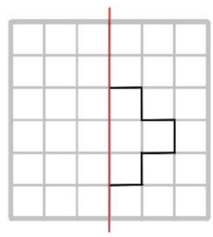
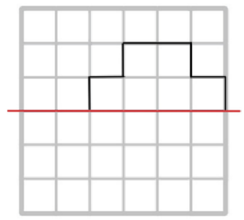
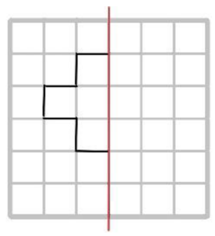
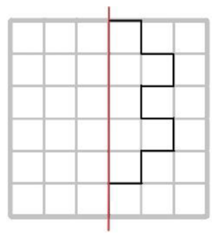
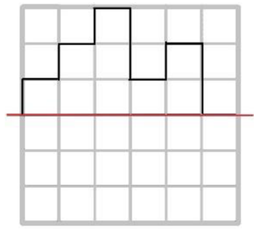
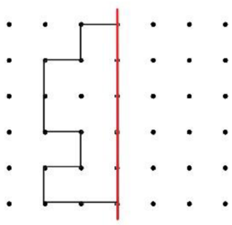
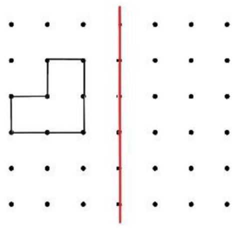
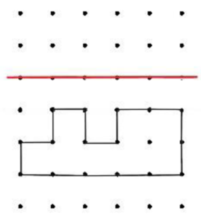
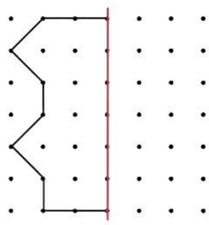
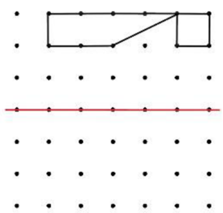
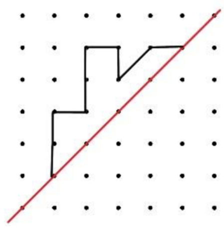
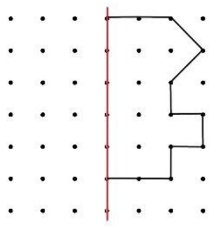
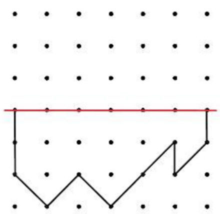
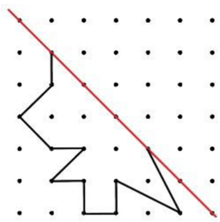
Parametry gradace:

1. poloha osy (svisle, vodorovně, diagonálně)
2. typ sítě (čtvercová nebo tečkovaná)
3. souměrnost obrazce
4. poloha obrazce vzhledem k ose (jestli se obrazec dotýká osy)
5. poloha vzoru (nalevo od osy, napravo od osy atd.)
6. poloha čar v síti
7. počet čar v obrazci

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:

a) ve které je osa svislá
b) ve které je síť čtvercová
c) ve které je obrazec souměrný
d) ve které se obrazec dotýká osy souměrnosti
e) ve které je vzor umístěn vlevo, nahoře nebo v levém horním rohu (v případě diagonálně orientované osy souměrnosti)
f) ve které čáry v obrazci leží na linkách
g) ve které je nejmenší možný počet čar

Tabulka 3 Gradace úlohy Lomená čára

	*	**	***
1. ročník			
2. ročník			
3. ročník			
4. ročník			
5. ročník			

Úloha **Písmena**

Parametry gradace:

1. počet os souměrnosti
2. poloha osy, podle které jsou písmena souměrná (svisle, vodorovně)

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:

a) ve které je písmeno souměrné podle jedné osy
b) ve které je písmeno souměrné podle svislé osy

Tabulka 4 Gradace úlohy Písmena

	*	**	***
3. ročník	T	B	H
4. ročník	A	D	Z
5. ročník	E	C	S

Úloha **Jsou útvary souměrné podle vyznačené osy?**

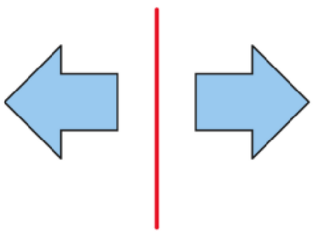
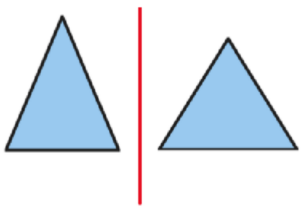
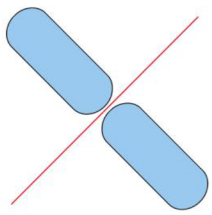
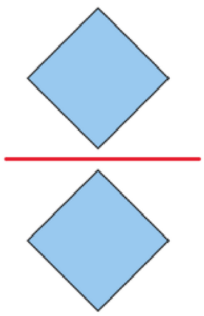
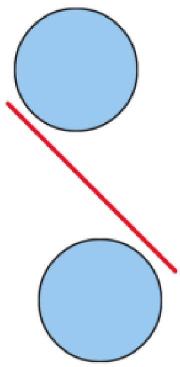
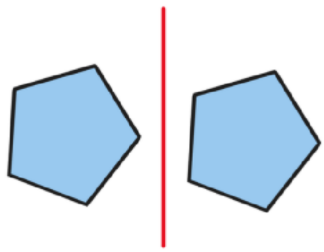
Parametry gradace:

1. poloha osy, podle které jsou útvary souměrné (svisle, vodorovně, diagonálně)
2. typ rovinného útvaru (čtverec, kruh, kosočtverec atd.)
3. rovnoběžnost strany útvaru s osou souměrnosti
4. čtvercová síť

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:

a) ve které je osa svislá
b) ve které je čtverec
c) ve které má útvar stranu rovnoběžnou s osou souměrnosti
d) ve které je pomocná čtvercová síť

Tabulka 5 Gradace úlohy Jsou útvary souměrné?

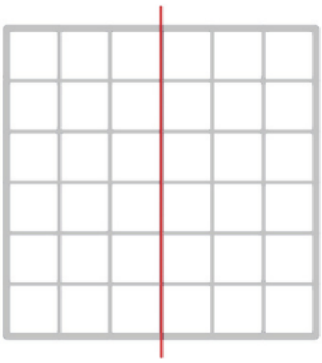
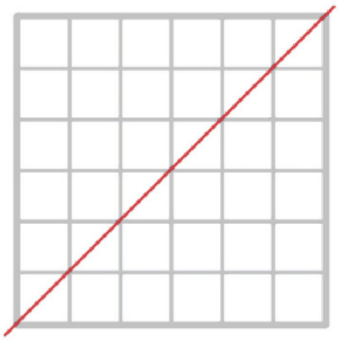
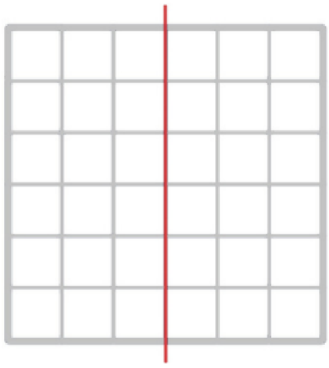
	*	**	***
4. ročník			
5. ročník			

Úloha **Zakresli osově souměrný čtyřúhelník**

Parametry gradace:
1. poloha osy
2. typ čtyřúhelníku (konvexní/nekonvexní)

Předpokládáme, že nejjednodušší je taková verze úlohy:
a) ve které je osa souměrnosti svislá
b) ve které má být čtyřúhelník konvexní

Tabulka 6 Gradace úlohy Zakresli osově souměrný čtyřúhelník

	*	**	***
5. ročník			NEKONVEXNÍ 

7.5 Ověření přípravných úloh ve škole

Ověření proběhlo 20. 3. 2023 na ZŠ a MŠ Ivančice-Řeznovice, jeho respondenty byli žáci 3. a 4. ročníku. Ze 3. ročníku se ověření zúčastnilo 11 chlapců a 8 dívek a ze 4. ročníku 7 chlapců a 5 dívek. Žáci měli k dispozici psací potřeby, pracovní list s přípravnými úlohami a zrcátko. Předpokládali jsme, že práce žákům potrvá 10-20 minut.

Před zahájením samotné práce jsme vysvětlili způsob práce s gradovaným zadáním a společně s vyučujícími jsme žákům připomněli základní pojmy týkající se osové souměrnosti. V obou ročnících žáci pracovali samostatně. Na práci nebyl stanovený časový limit. Žáci byli vyzváni, aby se v případě potřeby zeptali, pokud jim něco nebude jasné. Po dokončení práce žáci manipulovali se zrcadlovým setem.

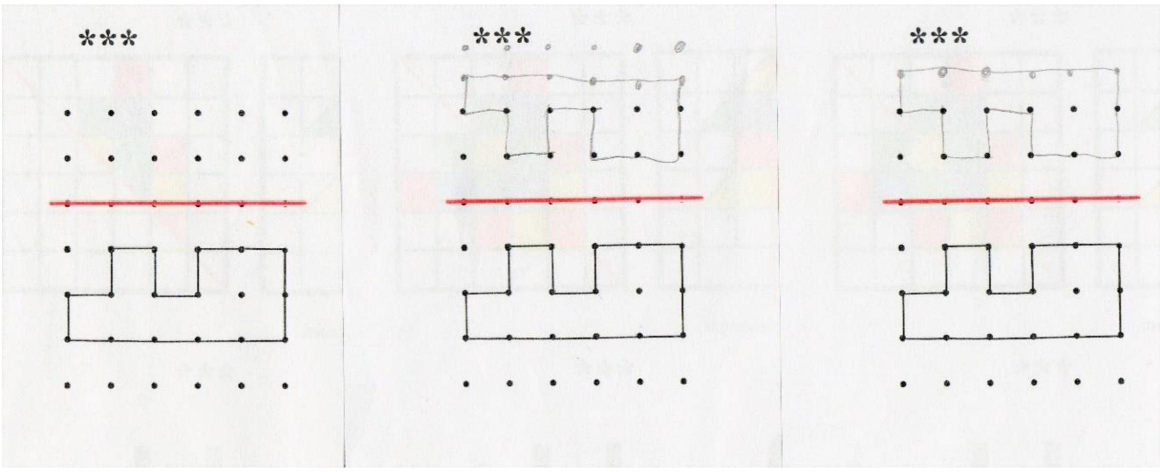
7.5.1 Rozbor ověření přípravných úloh

Žáci na úlohách pracovali od 5 do 30 minut, ale většina žáků potřebovala více než 20 minut. Možnosti zeptat se využila většina žáků a někteří hned po zahájení práce. Třídní učitelky potvrdily, že takto v převážné většině reagovali žáci s SVP. Pomoc potřebovali především s orientací v listu. Pomoc se čtením zadání potřeboval také ukrajinský žák.

Stalo se také, že některým žákům nadále nebyly jasné pojmy jako např. „být souměrný podle osy“. V těchto případech bylo potřeba jim daný pojem individuálně znovu vysvětlit. Následně už žáci pracovali samostatně bez dalších dotazů.

Žáci během práce potvrzovali, že řešení úloh je baví, a mnozí měli tendenci vypracovat všechny stupně gradace úloh, což práci prodlužovalo. Zjistili jsme, že s takto pojatým pracovním listem, v němž si sami vybírají úroveň úlohy, žáci ještě nepracovali. To mohlo být dalším důvodem, proč pracovali na všech úlohách.

Ve 3. ročníku jsme se při finální úpravě zadání dopustili chyby, když jsme do zadání 4. úlohy umístili málo teček. Úlohu tak nebylo možné vyřešit bez toho, aby si žáci zadání upravili. Zajímavé byly různé přístupy žáků. Tři žáci začali tuto úlohu řešit, ale pak své řešení vygumovali. Někteří žáci se vůbec neptali a problém s chybějícími tečkami vyřešili samostatně. Někdo to udělal až po ověření, že v zadání je opravdu chyba, a někdo tak učinil sám. Chybné zadání a dvě různá řešení této situace sem dokládám.



Obrázek 19 Chybné zadání úlohy a dvě žákovská řešení (Zdroj: Fotografie autora)

Z výše popsaných skutečností vyplývá, že některá zadání úloh nebyla naformulována dostatečně srozumitelně, což vedlo k několika nesprávným výsledkům a opakujícím se dotazům. Žáci také potřebovali na práci průměrně více času, než jsme původně předpokládali. To bylo zřejmě způsobeno volbou gradovaných úloh.

Celkově lze tvrdit, že žákům úlohy zaměřené na osovou souměrnost nepůsobily větší potíže a byly pro ně lehké. Úlohy žáci plnili správně a v drtivé většině případů si vybírali složitější zadání. 12 ze 13 žáků ve 4. ročníku a 13 z 19 žáků ve 3. ročníku si vybralo u všech úloh nejsložitější verzi úlohy a ostatní žáci tuto verzi zvolili alespoň u jedné úlohy.

7.5.2 Reflexe prvního seznámení žáků se zrcadlovým setem

Během činnosti skupinky diskutovaly a žáci se střídali v návrzích, jak umístit zrcátka. Pomůcka je velmi zaujala. Díky tomu, že žáci neměli k dispozici žádné zadání ani vzory pro skládání, jejich nápady byly o to pestřejší a při práci byli kreativní. Jedna skupina například dala dvě zrcátka rovnoběžně proti sobě se slovy: „Vytvořili jsme nekonečno.“

Obrázek 20 Spontánní práce se zrcadlovým setem
(Zdroj: fotografie autora)

Shrnutí ověření přípravných úloh

Z rozboru vyplývá následující:

1. Zadání bylo pro žáky složité.
2. Obtížná byla zpočátku orientace v listu – gradované úlohy.
3. Úlohy byly pro žáky přiměřené, spíš jednodušší.
4. Někteří žáci neznali základní pojmy jako osová souměrnost, osa souměrnosti.
5. Práce se zrcadlovým setem splnila motivační funkci.

8 Úlohy pro práci se zrcadlovým setem

8.1 Příprava úloh

Na základě zkušeností získáních v první části šetření jsme připravili pracovní úlohy, které jsou zaměřeny na využití pomůcky zrcadlový set. Naším záměrem bylo využít zrcadlový set pro činnost cílevědomou a vytvořit sérií takových úloh, aby mohla být pomůcka využita ve výuce v souladu s očekávanými výstupy popsanými v příslušné kapitole RVP ZV.

Na základě rozboru ověření přípravných jsme se rozhodli připravit úlohy pro práci se zrcadlovým setem náročnější, a to hned v několika obecnějších parametrech (počet úloh na pracovním listu, rozsah jednotlivých úloh, typ úloh, obtížnost úlohy). Z níže uvedených úloh jsme sestavili pracovní listy (viz přílohy).

Dalším cílem pro nás také bylo vytvořit dobře formulované a srozumitelné zadání, které bude potřebovat minimum dalšího vysvětlování, aby žáci mohli pracovat co nejvíce samostatně po celou dobu. Proto jsme se v zadání snažili vyhnout potenciálně neznámým pojmům nebo je v zadání jednoznačně vysvětlit, nebo např. zadané geometrické útvary doplnit obrázkem.

Výhodou přípravných úloh byla hlavně jednoduchost používané pomůcky – zrcátka a její snadné použití, zatímco zrcadlový set se skládá z mnoha částí. Bylo potřeba najít jasné formulace a srozumitelný jazyk, díky kterým žáci bez problému porozumí zadání.

Jak jsme již uvedli, po vypracování přípravných úloh se žáci seznámili se zrcadlovým setem. Nejsilnějším dopadem seznámení s pomůckou byla motivační stránka. Žáky zaujalo skládání zobrazení a během chvíle začali kombinovat polohy zrcadel originálními způsoby. I tato zkušenost pro nás byla motivací vytvořit tvořivé úlohy, do jejichž řešení se žáci „ponoří“.

8.1.1 Úlohy pro 1. a 2. ročník

Vzhledem ke skutečnosti, že v 1. a 2. ročníku neproběhlo ověření přípravných úloh, abychom si ujasnili rozdíl mezi úrovní znalostí obou ročníků, rozhodli jsme se zadání úloh pro oba ročníky sjednotit. Zohlednili jsme i fakt, že učebnice, které jsme měli k dispozici, obsahovaly pro zmíněné ročníky obdobné typy úloh. Jak je uvedeno v popisu pomůcky, součástí zrcadlového setu jsou také dvě sady karet, které velmi jasně navádějí žáka, jaké tvary zvolit a do jaké pozice má nastavit zrcadla. Úlohy jsme seřadili podle vzrůstající náročnosti kognitivních procesů. V první úloze se žáci s používáním pomůcky teprve seznamují, proto je jejich počátečním úkolem vytvořit obrazec na základě vizuální předlohy.

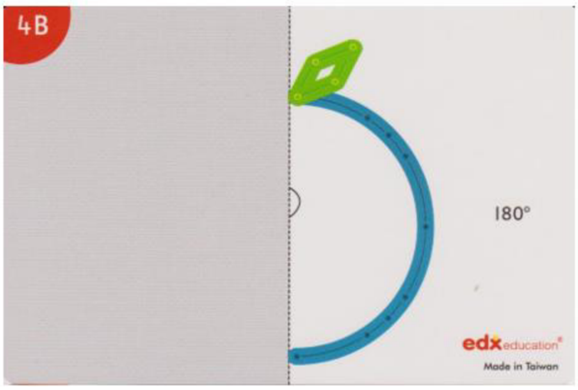
Do **první úlohy** jsme záměrně vybrali čtyři karty, na kterých se pracuje s většími tvary a s malým počtem těchto tvarů, aby byla manipulace s nimi pro nejmladší žáky snadná. Na druhé straně karty žáci naleznou obrazec v takové podobě, jak ho uvidí po správném přiložení tvarů a zrcadel (řešení úlohy). Žáci také operují s kartami, na nichž zrcadla svírají úhly, které jsou snadno nastavitelné (180, 120, 90 a 60 stupňů).

1. Vyber si karty. Polož zrcátka a skládej obrazce. Označ, co máš hotové.

Obrázek 21 Úlohy se ZS: 1. a 2. ročník 1. úloha (Zdroj: pracovní list autora)

V **druhé úloze** mají žáci opět vytvořit obrazec podle zadání. Avšak nově mají ještě zakreslit obraz, který uvidí v zrcadlovém setu. Úloha tak kombinuje práci s osovou souměrností v zrcadle a na papíře.

2. Poskládej a podívej se. Co uvidíš v zrcátku? Dokresli.



Obrázek 22 Úlohy se ZS: 1. a 2. ročník 2. úloha (zdroj: pracovní list autora)

Třetím a posledním úkolem žáků 1. a 2. ročníku je reprodukovat vzor podle zadání a určit počet čtverců oranžové barvy. Žáci stejně jako i v prvním úkolu vidí zobrazení složené z osových souměrností. Žáci se v této úloze vědomě zaměřují na počet čtverců, tedy počet zobrazení v dané poloze zrcátek.

3. Poskládej a podívej se. Kolik oranžových čtverců uvidíš?

Obrázek 23 Úlohy se ZS: 1. a 2. ročník 3. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

8.1.2 Úlohy pro 3. ročník

Při sestavování úloh pro 3. ročník jsme uplatnili poznatky získané při ověřování přípravných úloh. Zaměřili jsme se na náročnost úloh, aby pro žáky byly dosažitelnou výzvou.

První úloha je obdobná jako ta u 1. a 2. ročníku. Liší se v počtu zadaných karet, složitostí obrazců a rozdílnými úhly, které zrcadla svírají. Tato nejjednodušší úloha je vodítkem pro řešení všech následujících úloh. Úkolem je poskládat obrazec podle zadání na kartě. Na pěti různých kartách bylo zadáno pět různých úhlů, které zrcadla setu svírala. Žáci získávají první příležitost uvědomit si zákonitosti, která ze skládání těchto vzorů vyplývají.

1) Vyber si z karet a skládej podle obrázku. K dispozici máš 5 karet.

Obrázek 24 Úlohy se ZS: 3. ročník 1. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

Druhá úloha přímo navazuje na úlohu první a vede žáky k pochopení následujícího principu: „Čím menší úhel zrcadla svírají, tím víckrát se zobrazení osové souměrnosti skládá.“ Také zjednodušeně: „Když jsou zrcadla sobě blíže, vícekrát uvidím obrazec.“ Pokud žáci toto pravidlo nepostřehli v prvním úkolu, budou ho muset znovu pomocí setu ověřit.

2) Menší úhel = zrcadla jsou blíž u sebe, větší úhel = zrcadla jsou dál od sebe
Co jsi zjistil/a? Označ správnou možnost.

Víckrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.

Obrázek 25 Úlohy se ZS: 3. ročník 2. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

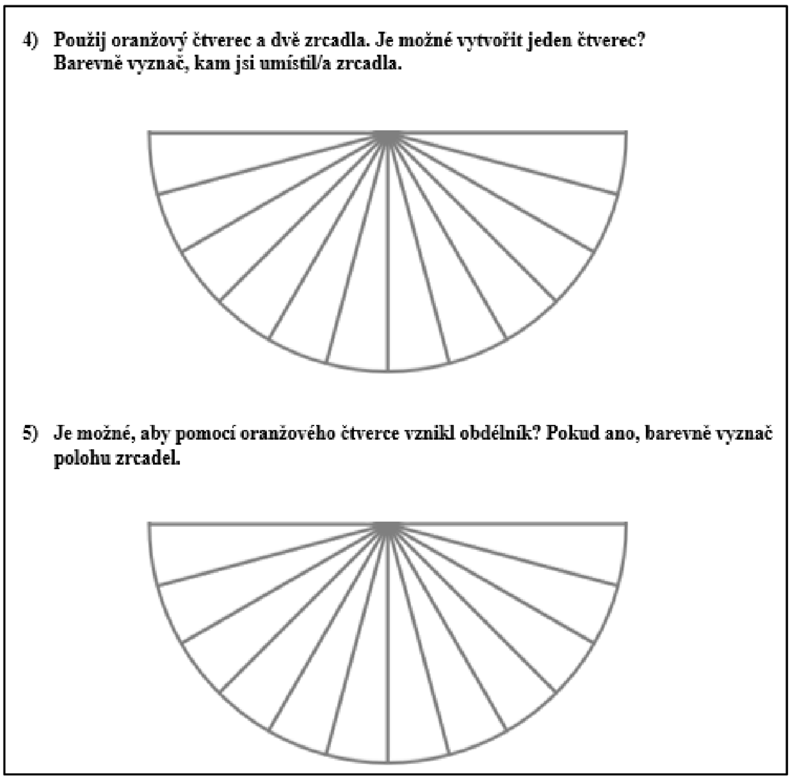
Ve **třetí úloze** dostávají žáci prostor pro tvoření a hledání vlastních řešení. V zadání je určený úhel, který zrcadla svírají, a model úsečky. Jejich cílem je ověřit, zda je možné přesouváním modelu úsečky do různých pozic vytvořit zadaný obrazec. Žáci nejprve pracují se svým předpokladem, který zapíší do tabulky a ověří. Pracují tak s představou a myšlenkovou manipulací.

3) Dvě zrcadla svírají 3 dílky na stupnici. (Je to úhel 45°). K dispozici máš 1 úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary? Nejprve napiš odhad (Myslím si), pak ověř.

útvar	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)
čtverec		
obdélník		
kosočtverec		
hvězda		
pravidelný šestiúhelník		

Obrázek 26 Úlohy se ZS: 3. ročník 3. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

Ve **čtvrté a páté úloze** žáci ověřují, zda existuje způsob, kterým lze při zadaných podmínkách vytvořit čtverec a obdélník z modelu čtverce. Princip těchto úloh byl podobný třetí úloze, avšak nyní žáci volně manipulují i se zrcadly a tím mohou měnit úhel, který zrcadla svírají. Polohu zrcadel, která splňuje zadání, žáci vyznačí do nákresu zrcadlového setu.



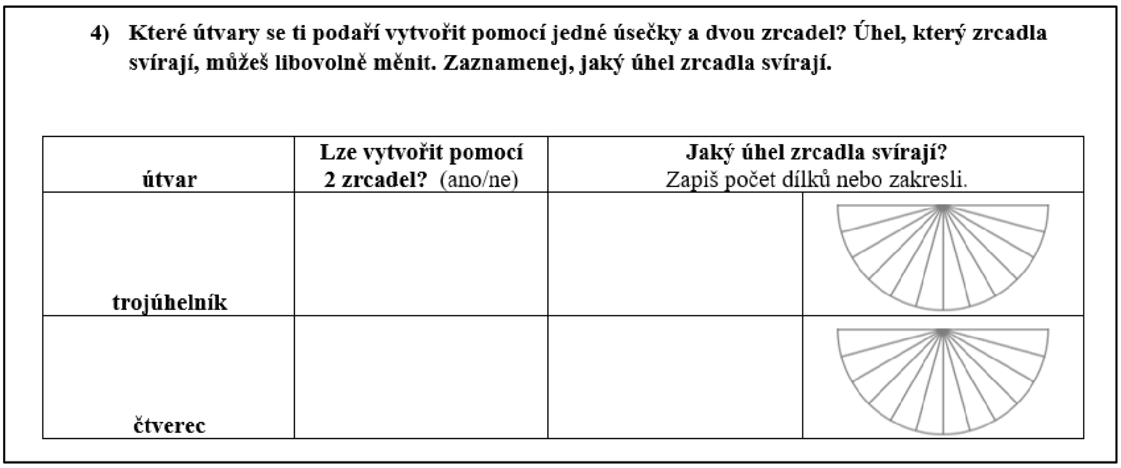
4) Použij oranžový čtverec a dvě zrcadla. Je možné vytvořit jeden čtverec? Barevně vyznač, kam jsi umístil/a zrcadla.

5) Je možné, aby pomocí oranžového čtverce vznikl obdélník? Pokud ano, barevně vyznač polohu zrcadel.

Obrázek 27 Úlohy se ZS: 3. ročník 4. a 5. úloha (zdroj: Pracovní list autora)

8.1.3 Úlohy pro 4. ročník

První tři úlohy byly totožné se zadáním pro 3. ročník. Ve **čtvrté úloze** žáci opět ověřují, zda lze vytvořit tytéž mnohoúhelníky jako v úloze třetí. Rozdílem však je, že mohou manipulovat jak s modelem úsečky, tak se zrcadly. Úkolem je zapsat úhel, který zrcadla svírají (počet dílků), nebo jej zakreslit do nákresu.



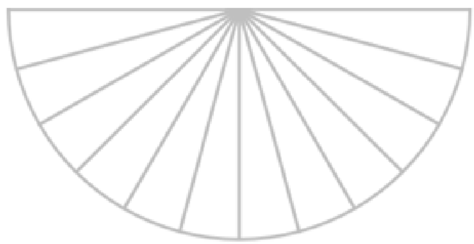
4) Které útvary se ti podaří vytvořit pomocí jedné úsečky a dvou zrcadel? Úhel, který zrcadla svírají, můžeš libovolně měnit. Zaznamenej, jaký úhel zrcadla svírají.

útvar	**Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel?** (ano/ne)	**Jaký úhel zrcadla svírají?** Zapiš počet dílků nebo zakresli.	
trojúhelník			
čtverec			

Obrázek 28 Úlohy se ZS: 4. ročník 4. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

Obdobou posledních dvou úloh z nižšího ročníku je **pátá úloha**. Úkolem žáků je najít způsob, kterým lze pomocí zrcadel a modelů rovnostranného trojúhelníku vytvořit pravidelný šestiúhelník. Polohu zrcadel žáci zaznamenají do nákresu zrcadlového setu.

5) Pomocí zrcadel a rovnostranných trojúhelníků (zelených) lze vytvořit pravidelný šestiúhelník.
Najdi alespoň jedno řešení. Zapiš počet trojúhelníků a zakresli polohu zrcadel.
Pokus se najít více řešení.



Obrázek 29 Úlohy se ZS: 4. ročník 5. úloha (Zdroj: Pracovní list autora)

8.1.4 Úlohy pro 5. ročník

Zadání pro 5. ročník je obdobné se zadáním 4. ročníku. Na rozdíl od 4. ročníku mají žáci ve třetí a čtvrté úloze seznam mnohoúhelníků doplněn o pravidelný osmiúhelník a pravidelný dvanáctiúhelník.

8.2 Dotazník

Šetření jsme doplnili o krátký dotazník zjišťující základní údaje a reflexi práce žáků. Důležité pro nás je porovnání třech posledních bodů dotazníku, ve kterých se zajímáme o to, jak práce se zrcadlovým setem žáky bavila, jak náročná pro ně práce byla a co nového se naučili. Tento dotazník je stejný pro žáky všech ročníků.

Práce se zrcadlovým setem

1. Chodím do _______ ročníku
2. Jsem: kluk / holka
3. Už jsem s touto pomůckou pracoval/a: ANO/NE
4. Práce s pomůckou mě zaujala (víc vybarvených polí, větší zájem): | | | | |
5. Úlohy se zrcadlovým setem pro mě byly náročné: | | | | |
6. Díky úlohám se zrcadlovým setem jsem se dozvěděl/a:

____

____

Obrázek 30 Dotazník

9 Výsledky výzkumného šetření

9.1 Šetření ve 3. ročníku

Toto šetření proběhlo 3. 4. 2023 na ZŠ a MŠ Ivančice-Řeznovice. Šetření se zúčastnilo 17 žáků, z toho 7 dívek a 10 chlapců.

Žáci měli k dispozici čtyři zrcadlové sety, a proto se u pomůcek průběžně střídali. Průběh celého šetření ovlivnily zejména časové možnosti třídy, počet zrcadlových setů, a jak se ukázalo, také složité zadání úloh. Původně zamýšlená samostatná práce byla změněna na kooperativní práci ve dvojicích (u 15 ze 17 žáků). Žáci měli k dispozici pracovní list, psací potřeby, zrcadlový set, všechny modely rovinných útvarů a čar (úseček a oblouků), a také pět karet, které byly součástí prvního úkolu.

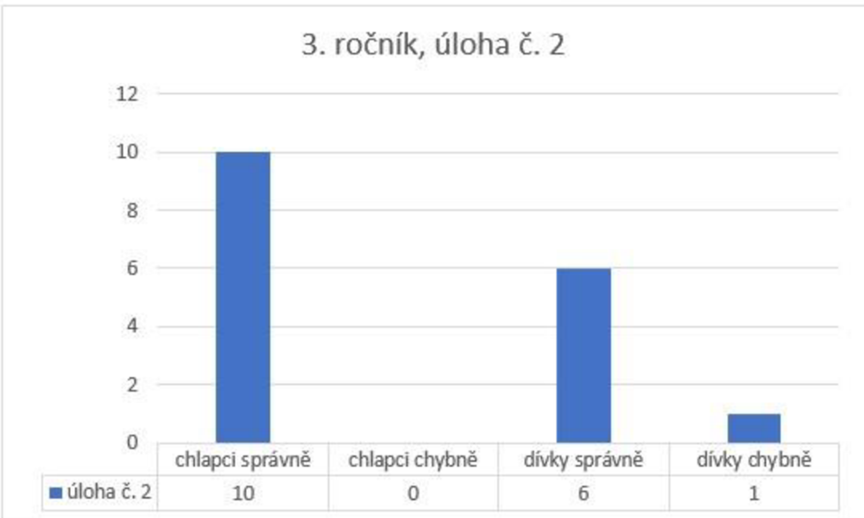
První úloha

Tuto úlohu, která spočívala ve vytvoření nejméně tří obrazců podle karet, splnili všichni žáci. Ověření splnění úlohy probíhalo ústně. Práce žákům většinou nedělala větší problémy, několika žákům však nebylo jasné, kde zkontrolují správnost svého řešení. Podíl žáku, kteří tuto úlohu úspěšně vyřešili, byl tedy 100 %.

Druhá úloha

Plnění druhého úkolu přineslo spoustu otázek ze strany žáků. Nejčastěji jim nebylo jasné, na co mají v úloze odpovědět. Zmátla je pomocná formulace na začátku zadání. Vysvětlení z naší strany potřebovala drtivá většina žáků. Když žáci nově položenou otázku pochopili,

Graf 1 Úspěšnost žáků 3. ročníku 2. úloha



úloha jim dále nečinila problém. Závislost svíraného úhlu a počtu zobrazení zpravidla ověřovali vzápětí.

Jak lze vidět v grafu, v úloze správně odpověděli téměř všichni žáci. Jediná dívka, která nevybrala správnou možnost, byla jednou ze dvou žáků, kteří pracovali samostatně. Správně odpovědělo 94 % žáků, pokud nepřipouštíme vliv spolupráce dvojic.

Třetí úloha

Další otázky přineslo také zadání třetího úkolu. Žáci odpovídali na otázku, zda lze daný útvar sestrojit pomocí jedné úsečky a zrcadel svírajících úhel 45 stupňů. Podle podmínek zadání lze sestrojit pouze čtverec a hvězdu, ostatní útvary ne.

Žáky mátl vztah úhlu a počtu „dílků“ (čímž bylo myšleno dílků na zrcadlovém setu). Odpovědi jednotlivých žáků jsou zaznamenány v tabulce 7 podle toho, jak odpovídali chlapci (Ch) a dívky (D).

Tabulka 7 Odpovědi žáků – 3. úloha 3. ročník

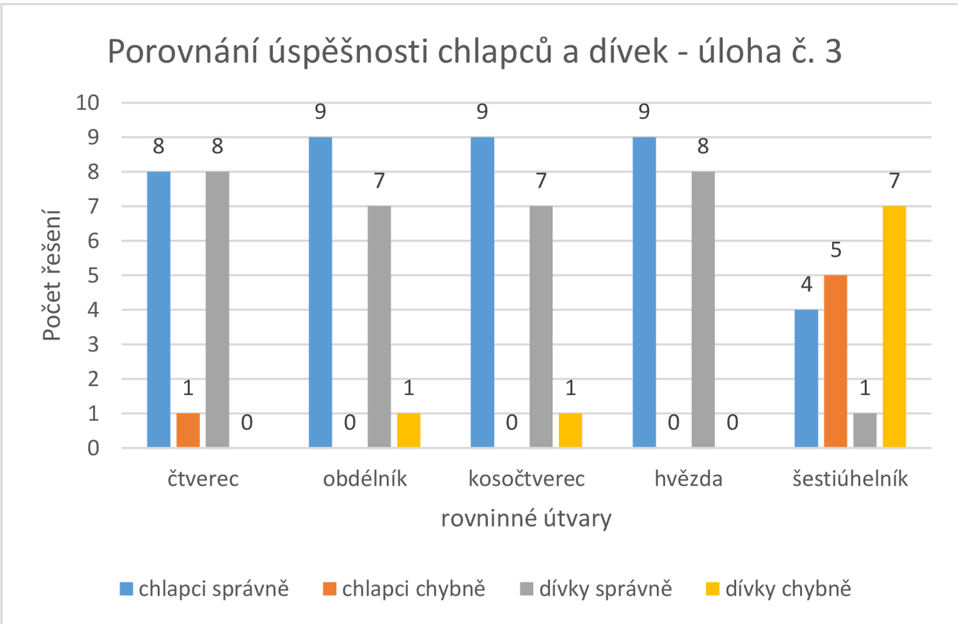
Útvar / odpověď	Ch 1	Ch 2	Ch 3	Ch 4	Ch 5	Ch 6	Ch 7	Ch 8	Ch 9	počet správně	počet špatně
čtverec	A	A	A	N	A	A	A	A	A	8	1
obdélník	N	N	N	N	N	N	N	N	N	9	0
kosočtverec	N	N	N	N	N	N	N	N	N	9	0
hvězda	A	A	A	A	A	A	A	A	A	9	0
šestiúhelník	N	N	N	A	N	A	A	A	A	4	5
vše správně	✓	✓	✓	x	✓	x	x	x	x		
Útvar / odpověď	D 1	D 2	D 3	D 4	D 5	D 6	D 7	D 8		počet správně	počet špatně
čtverec	A	A	A	A	A	A	A	A		8	0
obdélník	N	N	A	N	N	N	N	N		7	1
kosočtverec	N	N	A	N	N	N	N	N		7	1
hvězda	A	A	A	A	A	A	A	A		8	0
šestiúhelník	A	A	N	A	A	A	A	A		1	7
vše správně	x	x	x	x	x	x	x	x			

Většina žáků až na dva předpokládala, že lze sestrojit čtverec, jeden z nich svou mylnou domněnku po ověření opravil. Pět žáků se domnívalo, že je možné sestrojit kosočtverec, všichni se opravili. Dívka D3, která jediná uvedla nesprávnou odpověď pro kosočtverec, s odhadem nepracovala. Chybovala i v případě sestrojení obdélníku, když odpověděla, že ho sestrojit lze.

Všechny ostatní chyby nastaly u vytvoření šestiúhelníku. Správnou odpověď uvedli čtyři chlapci a jediná dívka. Za hlavní důvod nízké úspěšnosti v této úloze považujeme malou zkušenost žáků s šestiúhelníkem. Tento náš předpoklad se nám potvrdil v následné diskuzi s vyučující. Žákům nepomohla ani skutečnost, že v zadaní úlohy byl k dispozici pomocný obrázek a měli k dispozici fyzické modely jednotlivých tvarů.

Pro potřeby vyhodnocení jsme za správně vyřešenou úlohu uvažovali řešení se všemi správnými odpověďmi (3krát ne a 2krát ano). Žádná dívka neměla všechny odpovědi správné. Čtyři chlapci odpověděli na všechny části otázky správně a šest nikoliv. Relativně vyjádřeno 24 % žáků odpovědělo správně. Pokud bychom do hodnocení nezahrnuli úlohu s šestiúhelníkem, úspěšných by byla většina žáků, konkrétně 88 %.

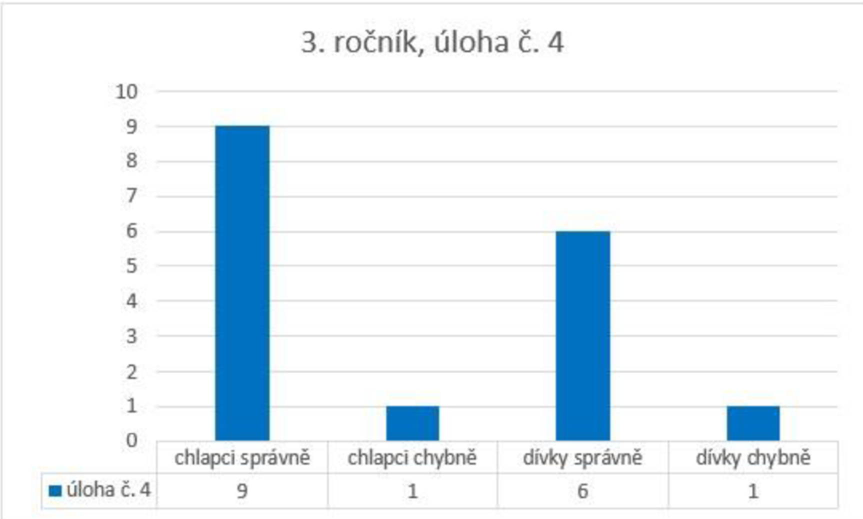
Graf 2 Porovnání úspěšnosti chlapců a dívek 3. ročník 3. úloha



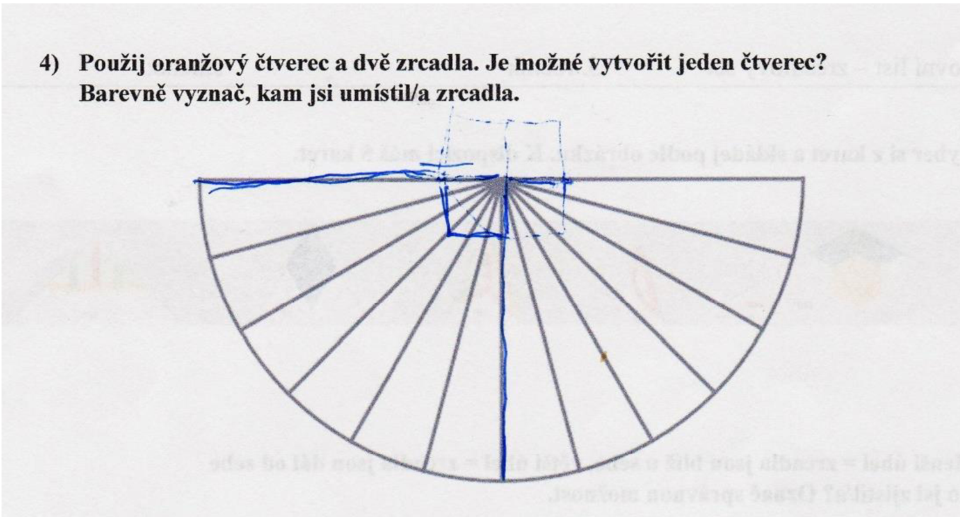
Čtvrtá úloha

Ve čtvrté úloze byla správná jediná možnost, a sice zakreslení polohy zrcadel, která svírají úhel 90 stupňů. Pozice takto nastavených zrcadel na pomůcce nehrála roli. 6 dívek ze 7 a 9 chlapců z 10 vyřešilo úlohu správně, tzn. 88 % žáků.

Graf 3 Úspěšnost žáků 3. ročníku 4. úloha



Zajímavé bylo znázornění jedné dvojice, která polohu zrcadel doplnila také o zobrazení, které v zrcadlech viděla. Toto znázornění níže uvádíme.



Obrázek 31 Originální znázornění zobrazení

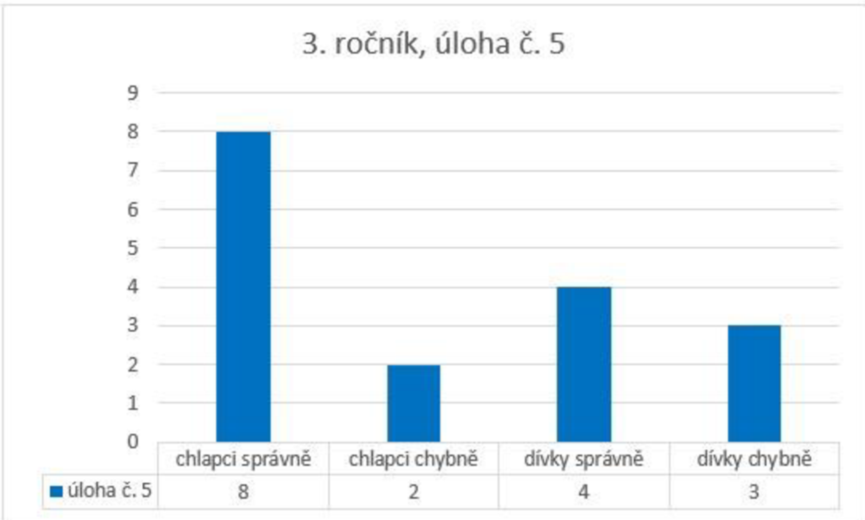
Pátá úloha

V této úloze jsme předpokládali jediné správné řešení, a to zakreslit polohu zrcadel v přímém úhlu. Někteří žáci vyřešili tuto úlohu ještě dalším způsobem, který považujeme za správný. Tito žáci zakreslili polohu zrcadel (a často také čtverce) způsobem, kdy viděli odraz pouze v jednom ze zrcadel, tedy zobrazení pouze jedné osové souměrnosti.

Ze 7 dívek vyřešily úlohu správně 4. Jedna ze zbývajících dívek uvedla, že úloha nemá řešení, jedna zakreslila nesprávnou pozici zrcadel a poslední úlohu neřešila vůbec.

Chlapců bylo úspěšných 8 z 10. Jeden z chlapců, který úlohu správně nevyřešil, neuvedl žádné řešení a druhý zakreslil pozici zrcadel, která nebyla uznána jako správná. Celkově pátou úlohu vyřešilo správně 71 % žáků.

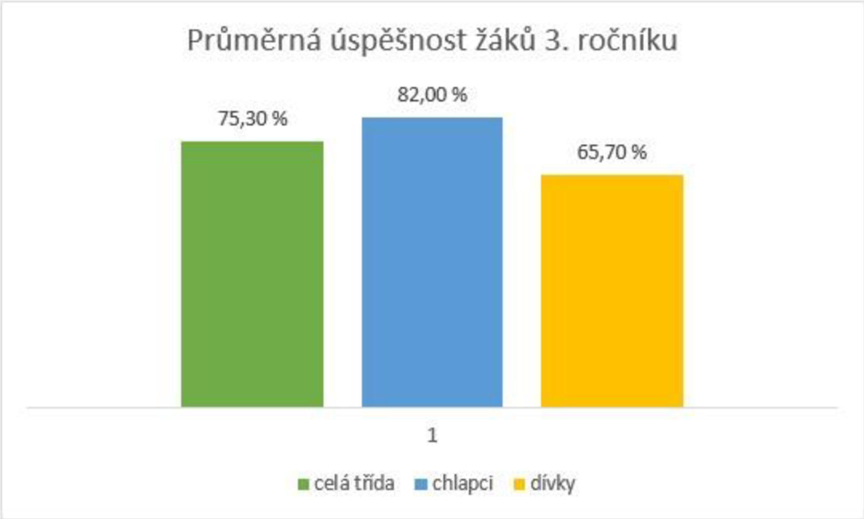
Graf 4 Úspěšnost žáků 3. ročníku 5. úloha



Úspěšnost žáků 3. ročníku v celém souboru úloh

Průměrná úspěšnost žáků 3. ročníku byla 75,3 %. Chlapci byli celkově úspěšnější než dívky. Průměrná úspěšnost chlapců činila 82 % a průměrná úspěšnost dívek 65,7 %.

Graf 5 Průměrná úspěšnost žáků 3. ročníku



9.2 Vyhodnocení dotazníku

Předchozí zkušenost s pomůckou

Z výsledků dotazníku vyplývá, že téměř všichni žáci, kteří pracovali na úlohách se zrcadlovým setem, byli přítomni i ověřování přípravných úloh. Až na dvě dívky ze 3. ročníku měli všichni žáci alespoň nějakou zkušenost s touto pomůckou.

Zaujetí žáků

Na čtvrtou otázkou bylo potřeba odpověď vyjádřit vybarvenými políčky. Čím více vybarvených polí (maximálně čtyři pole) žáci vybarví, tím více žáky práce s pomůckou zaujala. 29 % žáků vybarvilo tři políčka a 71 % čtyři políčka. Z těchto odpovědí usuzujeme, že práce se zrcadlovým setem žáky zaujala a byla pro ně atraktivní.

Náročnost práce se zrcadlovým setem

Stejným způsobem měli žáci vyznačit, jak pro ně byly úlohy náročné. Žádný žák nepovažoval úlohy za hodně náročné. 29 % žáků vybarvilo tři políčka a úlohy tak hodnotili jako náročnější. Dvě políčka vybarvilo 18 % žáků a 24 % žáků jedno políčko. 29 % žáků dokonce vyznačilo méně než jedno políčko. Celkově hodnotilo 71 % žáků úlohy jako spíše nenáročné, na základě vybarvení dvou a méně polí.

Co se žáci dozvěděli

Poslední část dotazníku byla otevřená. Žáci dostali prostor vyjádřit slovy, co se díky úlohám se zrcadlovým setem něco dozvěděli. Šest žáků svůj názor buď nevyjádřilo nebo se jejich slovy nic nedozvěděli. Pro zbylé žáky byla tato práce přínosná. Níže uvádíme zpětnou vazbu, kterou žáci poskytli, v identickém znění.

„Co je zrcadlový set."
„Že z 1 tvaru můžu udělat i 10 tvarů."
„Ano, když dám jeden tvar, tak mi to udělá nějaký obrázek."
„Dozvěděl jsem se, že když dáš zrcátka blíž k sobě, tak je tvarů víc."
„Když se zrcadla dají víc k sobě, dělají jiný tvar, než když se zrcadla dají od sebe."
„Dá se vytvořit se dvěma zrcadly a jedním čtvercem obdélník."
„Čím menším, tím víc."
„Že čím víc to dám k sobě, tím víckrát tam bude daný prvek."
„Co je linie."

9.3 Šetření ve 4. ročníku

Toto šetření proběhlo 3. 4. 2023 na ZŠ a MŠ Ivančice-Řeznovice. Šetření se zúčastnilo 11 žáků z toho 4 dívky a 7 chlapců.

Na práci se zrcadlovým setem byly vyhrazeny dvě vyučovací hodiny. Na rozdíl od 3. ročníku žáci 4. ročníku pracovali pouze samostatně. K dispozici žáci měli pracovní list, psací potřeby, zrcadlový set, všechny modely rovinných útvarů a čar (úseček a oblouků), a také pět karet, které byly součástí prvního úkolu.

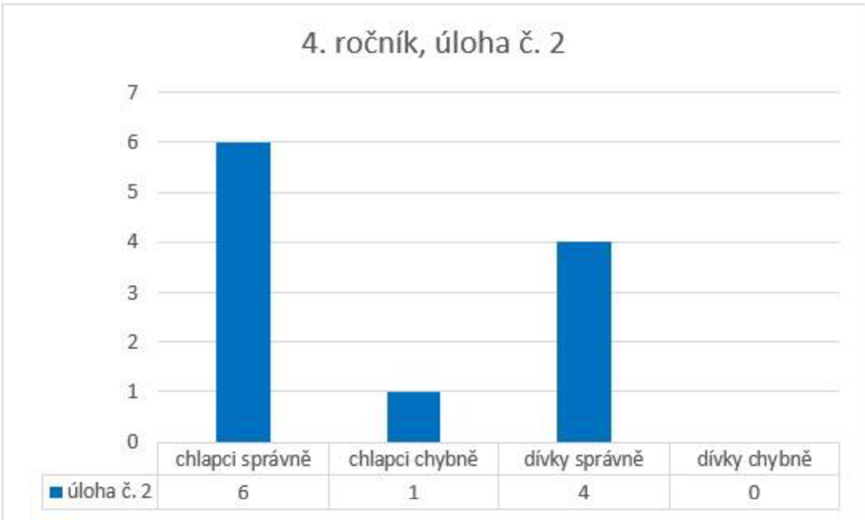
První úloha

První úlohu splnili všichni žáci. Ani žákům 4. ročníku nebylo vždy jasné, kdy úkol považovaný za splněný. Žáci, kteří splnili alespoň tři karty, se mohli přesunout k druhému úkolu.

Druhá úloha

Jak jsme již zmínili, první tři úlohy pro 3. a 4. ročník byly totožné. A stejné problémy žákům činilo i zadání úlohy. Žáci často nevěděli, jakým způsobem úlohu splnit, anebo byli zmatení významem výroku „Víckrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.“ S větší či menší pomocí úlohu správně vyřešili všichni žáci kromě jednoho. Ten si svou původní správnou odpověď rozmyslel. Úlohu správně řešilo 91 % žáků.

Graf 6 Úspěšnost žáků 4. ročníku 2. úloha



Třetí úloha

Žáci odpovídali na otázku, zda lze daný útvar sestrojit pomocí jedné úsečky a zrcadel svírajících úhel 45 stupňů. Podle pokynů v zadání lze sestrojit pouze čtverec a hvězdu, ostatní útvary ne.

Třetí úlohu celou správně vyřešili tři chlapci a čtyři dívky, relativně vyjádřeno 64 % žáků celého ročníku. Při řešení této úlohy se stávalo, že žáci nerozuměli následujícím pojmům: úsečka, šestiúhelník a kosočtverec. Stejně jako ve 3. ročníku bylo problematickou částí zadání polohy zrcadel pomocí „dílků“.

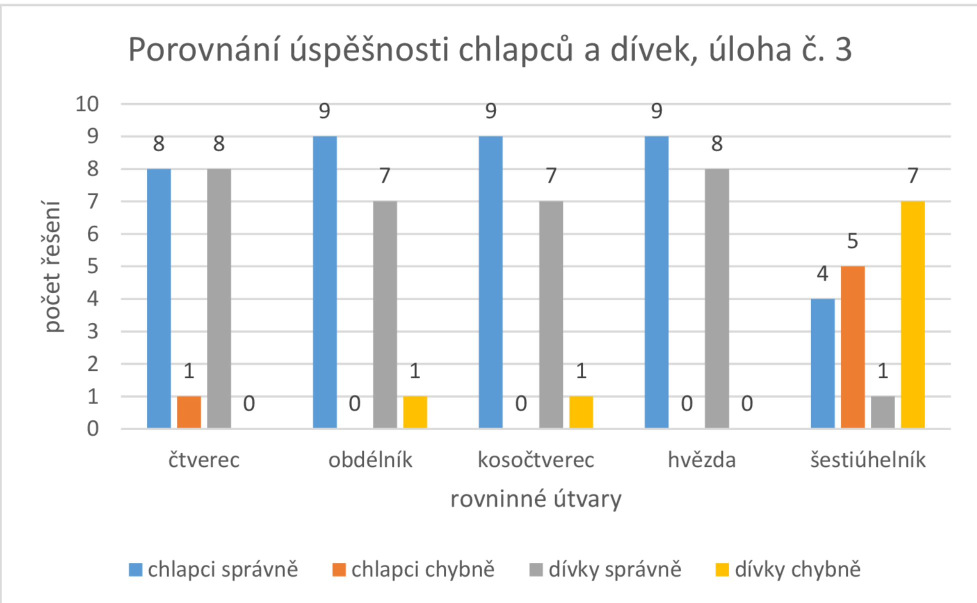
Tabulka 8 Odpovědi žáků – 3. úloha 4. ročník

Útvar	Ch 1	Ch 2	Ch 3	Ch 4	Ch 5	Ch 6	Ch 7	D 1	D 2	D 3	D 4	počet správně	počet špatně
čtverec	A	A	A	A	A	N	A	A	A	A	A	10	1
obdélník	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	11	0
kosočtverec	N	N	A	A	N	N	N	N	N	N	N	9	2
hvězda	A	A	N	A	A	A	A	A	A	A	A	10	1
šestiúhelník	N	N	N	A	N	N	N	N	N	N	N	10	1
vše správně	✓	✓	x	x	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓		

Tabulka uvádí, jak jednotliví chlapci (Ch) a dívky (D) odpovídali. Pole s chybnými odpověďmi jsou zvýrazněna šedou barvou.

Většina žáků až na jednoho chlapce (Ch 6) správně uvedla, že je možné sestrojit čtverec. Šest žáků předpokládalo, že kosočtverec je možné sestrojit. Při následné manipulaci pět z nich svou domněnku nepotvrdilo a odpovědělo správně. Jeden žák (Ch 3) měl předpoklad správný, manipulací došel k výsledku, že kosočtverec sestrojit lze. Stejná situace u tohoto žáka nastala i u hvězdy, správný předpoklad, chybná odpověď. Žák (Ch 4), který při ověřování odpověděl správně třikrát (čtverec, obdélník, hvězda) a chybně dvakrát, je žákem se speciálně vzdělávacími potřebami. Jeho obtíže promítají právě do geometrie, jak uvedla třídní učitelka.

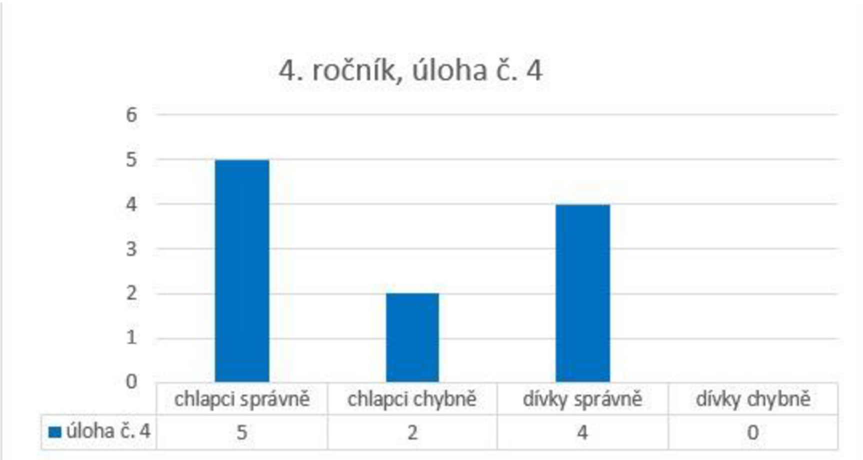
Graf 7 Porovnání úspěšnosti chlapců a dívek 4. ročník 3. úloha



Čtvrtá úloha

Ke správnému vyřešení čtvrté úlohy bylo potřeba ověřit, zda lze vytvořit dané útvary pomocí úsečky a dvou zrcadel, a také následně zaznamenat polohu zrcadel. Pět žáků zaznamenalo úhel svíraný zrcadly pomocí počtu dílků a také zakreslili polohu zrcadel do nákresu. Šest žáků zakreslilo pouze polohu zrcadel. Všechny čtyři dívky a tři chlapci vyřešili všechny části úlohy. Jako úspěšně vyřešenou úlohu uvažujeme i řešení s jednou chybou. Dva chlapci měli více než jednu chybu. Čtvrtou úlohu úspěšně vyřešilo 82 % žáků.

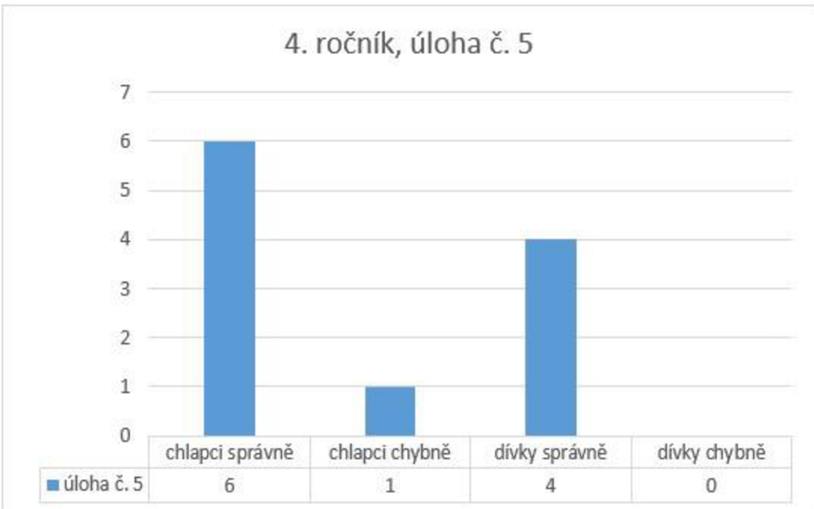
Graf 8 Úspěšnost žáků 4. ročníku 4. úloha



Pátá úloha

Úkolem žáků bylo vytvořit pravidelný šestiúhelník pomocí pravidelných trojúhelníků. Alespoň jedno řešení našlo deset z deseti žáků, kteří úlohu plnili. Jeden žák tuto úlohu neplnil, plnění úloh předčasně ukončil. Dvě řešení uvedli tři žáci a tři řešení našlo celkem pět žáků. 80 % žáků našlo dvě a více řešení.

Graf 9 Úspěšnost žáků 4. ročníku 5. úloha



Úspěšnost žáků 4. ročníku v celém souboru úloh

Průměrná úspěšnost žáků 4. ročníku byla u jednotlivých úloh 82 %. Dívky dosáhly průměrně vyšší úspěšnosti než chlapci, všechny úlohy splnilo 100 % dívek a 77 % chlapců.

Graf 10 Průměrná úspěšnost žáků 4. ročníku

9.4 Vyhodnocení dotazníku

Předchozí zkušenost s pomůckou

Z výsledků dotazníku vyplývá, že s pomůckou nebyl dříve seznámen pouze jeden žák.

Zaujetí žáků

Všechny žáky 4. ročníku práce se zrcadlovým setem zaujala, což vyvozujeme z faktu, že žádný z žáků nevybarvil méně než tři políčka. 27 % žáků vybarvilo tři políčka a 73 % žáků čtyři pole. Zjištěné hodnoty vypovídají o velkém zaujetí žáků při práci se zrcadlovým setem.

Náročnost práce se zrcadlovým setem

Na základě výsledků šetření lze říct, že žádný žák nepovažoval práci s pomůckou za vyloženě náročnou. Pouze 27 % žáků vybarvilo dvě pole ze čtyř, všech 8 ostatních (73 %) žáků vybarvilo jedno políčko nebo ještě méně.

Co se žáci dozvěděli

Téměř všichni žáci 4. ročníku se díky úlohám se zrcadlovým setem něco dozvěděli. Jedna dívka doplnila pouze „Ano“ a jeden chlapec nevyjádřil vůbec. Níže uvádím zpětnou vazbu, kterou ostatní žáci poskytli v identickém znění. „Díky úlohám se zrcadlovým setem jsem se dozvěděl/a:“

„Menší úhel, uvidím víc dílků.“

„Jak se svírají úhly a jak se se setem pracuje.“

„Dozvěděla jsem se, že mě baví pracovat s úsečkou.“

„Že čím blíž se dává zrcadlo, tím víckrát se ten tvar objeví.“

„Dozvěděla jsem se, že když je menší prostor, tak tam je víc obrázků.“

„45 stupňů“

„Jak udělat šestiúhelník“

„Co všechno zrcadlo umí, jak se zrcadlo dá používat jako pomůcka a jaká je s tím zábava.“

10 Shrnutí

V praktické části diplomové práce jsme vytvořili dvě série úloh. Díky přípravným úlohám jsme získali přehled o úrovni vybraných znalostí, schopností a dovedností žáků. Výsledky ověření přípravných úloh nás vedly k vytvoření úloh pro práci se zrcadlovým setem.

Hledali jsme způsoby, jak žákům nabídnout tvořivé úlohy, rozvíjející prostorovou představivost, při jejichž řešení budou žáci aktivní v práci s touto pomůckou. K tomu jsme využili jednak karty, které jsou součástí zrcadlového setu, tak i vlastní úlohy. Provedli jsme šetření k praktickému ověření, jestli jsme sestavili pracovní list s úlohami, které jsou pro žáky daných ročníků adekvátní. Jejich přiměřenost jsme sledovali zejména na srozumitelnosti zadání a na snadném porozumění zadané činnosti.

Jak shodně vyplývá z průběhu šetření obou ročníků, žáci nebyli schopni pouze na základě přečtení zadání úlohy zcela pochopit. Toto neporozumění zadaným úlohám bylo vyřešeno po doptání se žáky. Po ústním vyjasnění zadání už na úlohách dokázali všichni žáci souvisle a bez dalšího vysvětlování pracovat. Jako hlavním problémem porozumění zadání se ukázala nejasná formulace zadání 2. a 3. úlohy a neznalost jednotlivých pojmů žáky. Toto naše zjištění nám při sdílení zpětné vazby později potvrdila i třídní učitelka 3. ročníku. Jak ukazují výsledky obou ročníků, žáci v řešení úloh byli úspěšní. Z těchto informací vyplývá, že poté co žáci plně porozuměli zadání i všem pojmům, které zadání obsahovalo, dokázali úlohy z velké časti úspěšně řešit. První předpoklad šetření, že žáci budou úspěšnější než dívky, se těsně potvrdil, když chlapci byli průměrně v řešení úloh úspěšní z téměř 80 % a dívky z 78 %.

Předpokládali jsme také, že žáci 3. ročníku budou úlohy se zrcadlovým setem hodnotit jako náročnější než žáci 4. ročníku (předpoklad č. 2). Překvapivé zjištění pro nás bylo, že ačkoliv se z našeho pohledu zdály úlohy pro žáky příliš náročné (zejména kvůli nutnému dodatečnému vysvětlování zadání s novými pojmy), žáci práci v dotazníku z velké části hodnotili jako nenáročnou. 29 % žáků 3. ročníku vybarvilo 3 a více polí, zatímco žádný z žáků 4. ročníku nevybarvil 3 nebo více polí. Druhý předpoklad se tedy také potvrdil.

V šetření ve 3. ročníku došlo ke změně formy práce, kdy jsme z časových důvodů původně zamýšlenou samostatnou práci přeměnili na práci spolupracujících dvojic. Výsledky jsou touto změnou sice zkreslené, avšak vidíme i pozitiva, která tato změna přinesla. Mezi žáky 3. ročníku docházelo během práce k zajímavým debatám. Žáci museli argumentovat a svoje řešení si obhájit. Byli jsme svědkem situace, ve které by chlapec už zřejmě zapsal (nesprávné) řešení. Druhý z dvojice se však zamyslel, vyjádřil opačný názor a začal pro svoje tvrzení hledat důkaz. Spolupráci dvojic při využití zrcadlového setu hodnotíme kladně, přestože jsme si při přípravě úloh nedokázali představit, že by taková práce s jednou pomůckou mohla ve dvojici fungovat. Záměrné určení práce dvojic pro podobný typ práce by mohlo být v praxi přínosem.

Jak jsme zmínili výše, zájem žáků s pomůckou pracovat dokazovaly výsledky dotazníku i pozorování naše a třídních učitelek. Někteří žáci při řešení úloh projevovali velký zápal a při svých řešeních opakovaně ověřovali, zda opravdu neexistuje nějaká možnost, jak vytvořit ten či onen obrazec. Jiné žáky sama pomůcka zaujala natolik, že se chvílemi nesoustředili na řešení úloh a pomocí zrcadel začali tvořit složité obrazce, které však nebyly součástí zadání. Jejich pozornost jsme museli obracet zpět k práci na úlohách. Třetí předpoklad se také potvrdil, protože žádný z žáků nehodnotil zaujetí úlohami méně než třemi vybarvenými políčky.

Šetření na této škole a zejména ve 4. ročníku pro nás bylo zajímavé ještě v jednom rozměru. Žáky jsme blíže znali ze souvislé praxe, kterou jsme v této třídě plnili. Jejich výsledky, způsob práce, nebo některé zajímavé nápady jsme tak mohli propojit i s dosavadní zkušeností s těmito žáky. S třídní učitelkou jsme také mohli diskutovat o vlivu osobnostních rysů nebo speciálních vzdělávacích potřeb na řešení úloh. Nesoustředěnost některých žáků mohla být způsobena rozsahem pracovního listu a také faktem, že list mohl působit nedostatečně přehledně. Tyto vlastnosti pracovního listu mohly u některých žáků působit únavu a snížení koncentrace. Jedním z možných řešení může být rozdělení práce do více dnů nebo jiných částí výuky.

Jedním cílem pro tvorbu úloh bylo výstižně naformulovat zadání, aby nebylo potřeba se doptávat. Zadání úloh jsme se snažili naformulovat natolik konkrétně, aby tuto funkci opravdu plnila. Jak jsme ale následně zjistili, znalost jednotlivých pojmů žáky nedosahovala předpokládané úrovně. Jedním řešením by před zpracováváním pracovního listu mohla být komunikace se spolupracujícím pedagogem a ověření znalosti žáků ohledně používaných pojmů. Aby bylo dosaženo stanoveného cíle co nejsrozumitelnější formulace zadání, navrhujeme možné úpravy i s ohledem na usnadnění orientace v listu. Nejčastěji nejasnou úlohou byla 2. úloha. Upravili jsme její zadání a také podobu výroku. Upravili jsme také zadání 3. úlohy a její grafickou podobu, která znesnadňovala orientaci v listu.

2) Menší úhel = zrcadla jsou blíž u sebe, větší úhel = zrcadla jsou dál od sebe Co jsi v první úloze zjistil/a? Označ správnou možnost.

Víckrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.

Obrázek 33 Původní podoba 2. úlohy

2) Co jsi v první úloze zjistil/a? Označ správnou možnost.

Víckrát daný obrazec uvidím, když jsou zrcadla BLÍŽE SOBĚ / DÁL OD SEBE.

Obrázek 32 Nová podoba 2. úlohy

3) Dvě zrcadla svírají 3 dílky na stupnici. (Je to úhel 45°). K dispozici máš 1 úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary? Nejprve napiš odhad (Myslím si), pak ověř.

útvar	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**útvar**	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)
čtverec			**hvězda**		
obdélník			**šestiúhelník**		
kosočtverec					

Obrázek 34 Původní podoba 3. úlohy

3) DVĚ zrcadla svírají 3 díly na stupnici zrcadlového setu. K dispozici máš JEDNU úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary?

útvar	**Myslím si:** (ano/ne)	**Po ověření:** (ano/ne)
čtverec		
obdélník		
kosočtverec		
hvězda		
šestiúhelník		

Obrázek 35 Nová podoba 3. úlohy

Závěr

Ve své práci jsem se zaměřili na využití pomůcky zrcadlový set ve vyučování matematiky na 1. stupni základní školy. Diplomová práce se skládá ze dvou hlavních částí: teoretické a praktické. V teoretické části jsme vymezili základní pojmy související s výukou shodných zobrazení v rovině na 1. stupni ZŠ a rozvíjení prostorové představivostí u dětí prostřednictvím odborné literatury. Dále jsme také charakterizovali učební úlohy a učební pomůcky jako didaktické prostředky a představili pomůcku zrcadlový set.

Praktická část diplomové práce se skládá ze tří kapitol, jejichž obsahem je stanovení cílů praktické části, vytvoření a ověření souboru přípravných učebních úloh, vytvoření souboru učebních úloh pro práci se se zrcadlovým setem a ověření těchto úloh pomocí šetření. Dále vyhodnocení šetření a navržení úprav souboru úloh na základě hodnocení šetření.

Hlavním cílem praktické části bylo vytvořit úlohy pro 1.-5. ročník pro práci s pomůckou zrcadlový set a ověřit je na vzorku respondentů. Podle našeho názoru byl hlavní cíl práce naplněn. Průběh tvorby těchto úloh a jednotlivé úlohy samotné jsme detailně popsali. Tyto úlohy jsme sestavili do pracovního listu, který jsme následně použili v šetření. Součástí šetření byl také dotazník. Následně jsme v práci představili, jak šetření ve 3. a 4. ročníku probíhalo. Provedli jsem rozbor vypracovaných pracovních listů, dotazníku i našich pozorování žáků při činnosti. V shrnutí jsme reflektovali poznatky z tvorby, průběhu a výsledků šetření. Navrhli jsme možné řešení nedostatků pracovního listu.

Na základě získaných zkušeností se domníváme, že pomůcka zrcadlový set má své místo ve výuce geometrie na 1. stupni. Svojí atraktivitou splňuje především motivační funkci. Použitím pomůcky ve výuce jsme ověřili, že zrcadlový set může podporovat u žáků aktivní získávání znalostí a dovedností a rozvíjí především prostorovou představivost, ale také kreativitu žáků.

Seznam použité literatury a zdrojů
Literatura

BUDÍNOVÁ, Irena, Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ a Helena DURNOVÁ, 2016. *Úlohy z matematiky pro bystré a nadané děti prvního stupně ZŠ, jejich učitele a rodiče: škály pro identifikaci nadání, zkušenosti s nadanými žáky*. Brno: Edika. ISBN 978-80-266-1012-0.

ČÁP, Jan a Jiří MAREŠ, 2001. Psychologie pro učitele. Praha: Portál. ISBN 80-7178_463-X.

DIVÍŠEK, Jiří, 1989. Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy. Praha: SPN. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-04-20433-3.

DOSTÁL, Jiří, 2008. *Učební pomůcky a zásada názornosti* [online]. Olomouc: Votobia [cit. 2023-03-17]. ISBN 978-80-7409-003-5. Dostupné z: http://mict.upol.cz/ucebni_pomucky_a_zasada_nazornosti.pdf

FUCHS, Eduard, Hana LIŠKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ, ed., 2015. Rozvoj předmatematických představ dětí předškolního věku: metodický průvodce [online]. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků [cit. 2023-04-12]. ISBN 978-80-7015-566-0. Dostupné z: https://www.vospspgs.cz/files/user/u1894/download/rozvoj_predmatematickych_prestav_deti_preskolniho_veku-mp.pdf.pdf

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA, 2001. Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. Praha: Portál. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

HEJNÝ, Milan, 2014. Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed., 2004. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky [online]. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta [cit. 2023-04-11] ISBN 80-7290-189-3 Dostupné z: http://mdisk.pedf.cuni.cz/SUMA/MaterialyKeStazeni/PublikaceKnihy/25KapitolZDM.pdf?fbclid=IwAR2856lgx1ZZziKazN9TzsJZTclxvFASzY3chjOV6p3CMcasfi_x8EoY0OM

HORKÁ, Hana, 2009. Studie ze školní pedagogiky. Brno: Masarykova univerzita. ISBN 978-80-210-4859-1.

JANOTOVÁ, Zuzana, Jana HANUŠOVÁ, Tomáš CHROBÁK, Monika OLŠÁKOVÁ, Václav FIALA, Dana PRAŽÁKOVÁ, Veronika FIEDLEROVÁ a Petra HLAWATSCHKE, [2020]. *Inspirace pro rozvoj gramotností PISA: úlohy ze čtenářské, přírodovědné a* *matematické gramotnosti* [online]. Praha: Česká školní inspekce [cit. 2023-03-17]. ISBN 978-80-88087-44-1. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/2021_p%C5%99%C3%ADlohy/Mezin%C3%A1rodn%C3%AD%20%C5%A1et%C5%99en%C3%AD/PISA_2020_04_01_e-verze_final.pdf

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST, 2002. *Školní didaktika*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-571-4.

KRATOCHVÍLOVÁ, Jana, Hana HORKÁ a Lucie ŠKARKOVÁ, 2015. *Rozvoj osobnostních a profesních kompetencí učitele 1. stupně základní školy*. Brno: Masarykova univerzita. ISBN 978-80-210-7894-9.

MAREŠ, Jiří, 2013. *Pedagogická psychologie*. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0174-8.

MOLNÁR, Josef, 2004. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Olomouc: Univerzita Palackého. ISBN 80-244-0927-5.

MOLNÁR, Josef, 2014. *Geometrická představivost*. V Olomouci: Univerzita Palackého, Přírodovědecká fakulta. ISBN 978-80-244-4057-6.

MOLNÁR, Josef, Jaroslav PERNÝ a Anna STOPENOVÁ, 2006. Prostorová představivost a prostředky k jejímu rozvoji [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://docplayer.cz/38709563-Prostorova-predstavivost-a-prostredky-k-jejimu-rozvoji.html

OBST, Otto. *Obecná didaktika.* 1. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2016, 176 s. ISBN 978-80-244-4916-6.

PERNÝ, Jaroslav, 2009. *Kapitoly z elementární geometrie II*. Vyd. 2., upr. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 978-80-7372-540-2.

PETTY, Geoffrey, 2013. *Moderní vyučování*. 6., rozš. a přeprac. vyd. Přeložil Jiří FOLTÝN. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0367-4.

PRŮCHA, Jan, ed., 2009. *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-546-2.

STOPENOVÁ, Anna, 1999. *Matematika II: geometrie s didaktikou*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN isbn80-7067-978-6.

VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ, 2007. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1734-0.

Internetové zdroje

Bloomova taxonomie, 2012. In: *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní pedagogický institut [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/B/Bloomova_taxonomie

Digit. In: *Svět deskových her* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.svet-deskovych-her.cz/produkty/124/digit

Gwen Dewar. Tangrams for kids: Educational tips and a printable template. In: *Parenting Science* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://parentingscience.com/tangrams-for-kids/

HAUSER, Jiří. Minecraft – hra která dává smysl. *Spomocník: Digitální technologie ve vzdělávání* [online]. Národní pedagogický institut, 8.10. 2012 [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://spomocnik.rvp.cz/clanek/16485/MINECRAFT-%E2%80%93-HRA-KTERA-DAVA-SMYSL.html

History of the tangram puzzle. In: *The Tangram Channel* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.tangram-channel.com/history-of-the-tangram/

Magformers jako didaktická pomůcka. In: *Toypex* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://www.toypex.cz/magformers/

PAVLÍČKOVÁ, Lenka a Petra BIDMANOVÁ STRNADOVÁ. VIZUALIZACE V GEOMETRII UŽITÍM DIDAKTICKÝCH POMŮCEK. In: *Krajský akční plán rozvoje vzdělávání JMK* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://kap.kr-jihomoravsky.cz/uploads/attachment/attachment/attachment_file/75180/Vizualizace_v_geometrii_01_Prezentace.pdf?fbclid=IwAR0D7Is1cnlJNrqx_ILNE1iwsHsuUjPO0vc8V-gRYFMSCq-2trGIsgwP1fM

Polyomino. In: *Wolfram Math World* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://mathworld.wolfram.com/Polyomino.html

Prostředí: GEOBOARD A MŘÍŽ. In: *Hejného metoda* [online]. H-mat [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/geoboard-mriz

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. In: Jednotný metodický portál MŠMT [online]. Praha: MŠMT, 2021 [cit. 2023-03-21]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/

SCANDRETT, Hilary. Using Geoboards in Primary Mathematics: Going...Going...Gone?. In: *ERIC* [online]. 2008 [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://eric.ed.gov/?id=EJ802704

Zdroje obrázků

Obr. 1 Příklad série gradovaných úloh

JANOTOVÁ, Zuzana, Jana HANUŠOVÁ, Tomáš CHROBÁK, Monika OLŠÁKOVÁ, Václav FIALA, Dana PRAŽÁKOVÁ, Veronika FIEDLEROVÁ a Petra HLAWATSCHKE, [2020]. Inspirace pro rozvoj gramotností PISA: úlohy ze čtenářské, přírodovědné a matematické gramotnosti [online]. Praha: Česká školní inspekce [cit. 2023-03-17]. ISBN 978-80-88087-44-1. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/2021_p%C5%99%C3%ADlohy/Mezin%C3%A1rodn%C3%AD%20%C5%A1et%C5%99en%C3%AD/PISA_2020_04_01_e-verze_final.pdf

Obr.2 Základní obrazec tangramu

KLETEČKA, Petr. Tangram čtverec – řešení. In: *Kle.cz* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://kle.cz/tangram/ctverec-reseni.html

Obr. 3 Dřevěný Geoboard

Geoboard 5x5. In: *České Montessori pomůcky* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://www.ceske-montessori-pomucky.cz/Geoboard-5x5-d121.htm

Obr. 4 Tetramina ve hře Ubongo

Albi Ubongo. In: *Pompo* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://pompo.cz/albi-ubongo-druha-edice_z44712/

Obr. 5 Hra Digit

Digit. In: *Svět deskových her* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.svet-deskovych-her.cz/produkty/124/digit

Obr. 6 Zrcadlový set

Zrcadlový set Geoland. In: *Kid Town* [online]. [cit. 2023-04-12]. Dostupné z: https://www.kidtown.cz/hry/zrcadlovy-set-geoland/?gclid=CjwKCAjwrdmhBhBBEiwA4Hx5g4-ALAU6gqOX5bFTCK45KZm3XG408ttEmBbC8ZDgVQFlZQjDQmZa6hoCCI8QAvD_BwE

Obr. 7 Strana vzoru karty zrcadlového setu

Fotografie autora

Obr. 8 Strana výsledného obrazce karty zrcadlového setu

Fotografie autora

Obr. 9 Krychle složená ze stavebnice Magformers

PAVLÍČKOVÁ, Lenka a Petra BIDMANOVÁ STRNADOVÁ. VIZUALIZACE V GEOMETRII UŽITÍM DIDAKTICKÝCH POMŮCEK. In: *Krajský akční plán rozvoje vzdělávání JMK* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://kap.kr-jihomoravsky.cz/uploads/attachment/attachment/attachment_file/75180/Vizualizace_v_geome

trii_01_Prezentace.pdf?fbclid=IwAR0D7Is1cnlJNrqx_ILNE1iwsHsuUjPO0vc8V-gRYFMSCq-2trGIsgwP1fM

Obr. 10 Síť krychle složená ze stavebnice Magformers

PAVLÍČKOVÁ, Lenka a Petra BIDMANOVÁ STRNADOVÁ. VIZUALIZACE V GEOMETRII UŽITÍM DIDAKTICKÝCH POMŮCEK. In: *Krajský akční plán rozvoje vzdělávání JMK* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://kap.kr-jihomoravsky.cz/uploads/attachment/attachment/attachment_file/75180/Vizualizace_v_geometrii_01_Prezentace.pdf?fbclid=IwAR0D7Is1cnlJNrqx_ILNE1iwsHsuUjPO0vc8V-gRYFMSCq-2trGIsgwP1fM

Obr. 11 Čtverec složený z krychlí ve videohře Minecraft

How to build a square. In: *Minecraft Education* [online]. [cit. 2023-04-11]. Dostupné z: https://education.minecraft.net/en-us/lessons/how-to-build-a-square

Obr. 12 Osově souměrné obrázky Alter

BLAŽKOVÁ, Růžena, 2014. Matematika pro 3. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace. Vyd. 3. Všeň: Alter. ISBN 978-80-7245-305-4.

Obr. 13 Prostředí Parkety H-mat

HEJNÝ, Milan, 2019. *Matematika 2*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat. ISBN 9788088247180.

Obr. 14 Prostředí Parkety bez vzoru H-mat

HEJNÝ, Milan, 2019. *Matematika 2*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat. ISBN 9788088247180.

Obr. 15 Osově souměrné útvary Nová škola

NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK, 2019-. *Geometrie: Matýskova matematika: pro 3. ročník základní školy*. Třetí vydání. Ilustroval Andrea SCHINDLEROVÁ. Brno: Nová škola. Duhová řada. ISBN 9788076000735.

Obr. 16 Určení osy pomocí přehýbání papíru Alter

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ, 2015. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vydání druhé. Všeň: Alter. ISBN 9788072453047.

Obr. 17 Prostředí Dečky H-mat

HEJNÝ, Milan, 2018. *Matematika 1*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat. ISBN 9788088247012.

Obr. 18 Shodnost bodů a úseček Nová škola

NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK, [2016]-. *Geometrie: pro 4. ročník : Matýskova matematika*. Druhé vydání. Ilustroval Martin BAŠAR. Brno: Nová škola. Duhová řada. ISBN 9788072899593.

Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam učebnic

Nakladatelství Alter

Matematika pro 3. ročník základních škol

Pracovní sešit k učebnici Matematika 3, II. díl

Matematika pro 4. ročník základních škol

Pracovní sešit k učebnici Matematika 4, II. díl

Matematika pro 5. ročník základních škol

Pracovní sešit k učebnici Matematika 5, I. díl

Nakladatelství H-mat, o.p.s.

Matematika – pracovní učebnice pro 1. ročník, I., II. a III. díl

Matematika – pracovní učebnice pro 2. ročník, I. a III. díl

Matematika – učebnice pro 3. ročník,

Pracovní sešit pro 3. ročník, I. a II. díl

Matematika – učebnice pro 4. ročník,

Pracovní sešit pro 4. ročník, I. a II. díl

Matematika – učebnice pro 5. ročník

Pracovní sešit pro 5. ročník, I. a II. Díl

Nakladatelství Nová škola, s.r.o.

Matýskova matematika 3. díl – Počítání do 20

Matýskova matematika 4. díl – Počítání do dvaceti s přechodem přes desítku

Matýskova matematika 5. díl – Počítání do sta

Geometrie pro 3. ročník – učebnice

Geometrie – pracovní sešit pro 3. ročník

Geometrie pro 4. ročník – učebnice

Pracovní sešit geometrie pro 4. ročník

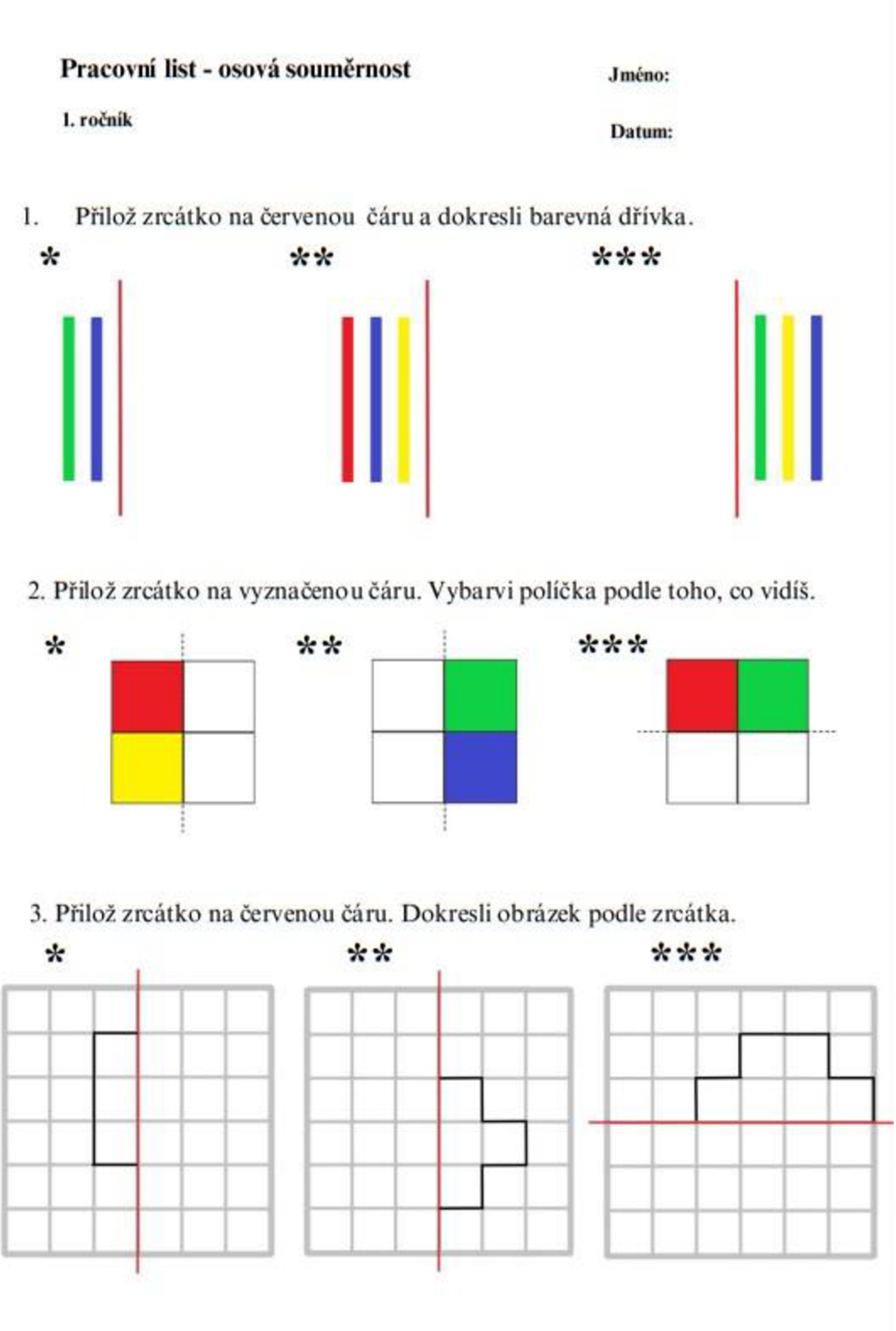
Geometrie pro 5. ročník – učebnice

Pracovní sešit geometrie pro 5. ročník

Seznam příloh

Přílohy

Příloha 1 Přípravné úlohy – Pracovní listy pro 1.-5. ročník



Pracovní list - osová souměrnost

Jméno:

1. ročník

Datum:

1. Přilož zrcátko na červenou čáru a dokresli barevná dřívka.

* ** ***

2. Přilož zrcátko na vyznačenou čáru. Vybarvi políčka podle toho, co vidíš.

* ** ***

3. Přilož zrcátko na červenou čáru. Dokresli obrázek podle zrcátka.

* ** ***

Pracovní list - osová souměrnost

Jméno:

2. ročník

Datum:

1. Přilož zrcátko na červenou čáru a dokresli barevná dřívka.

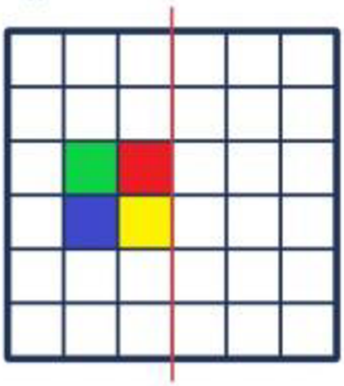
*

**

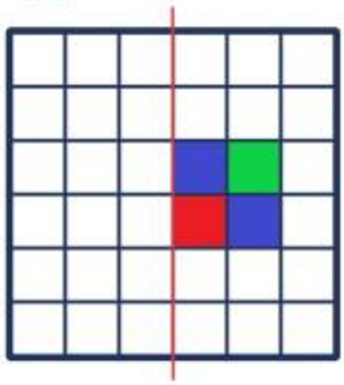
***

2. Přilož zrcátko na vyznačenou čáru. Vybarvi políčka podle toho, co vidíš.

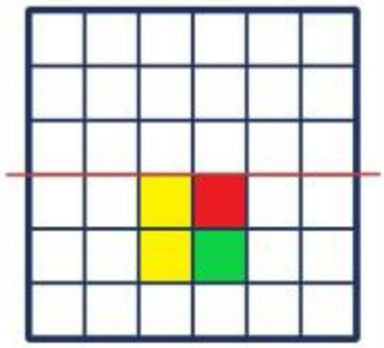
*



**

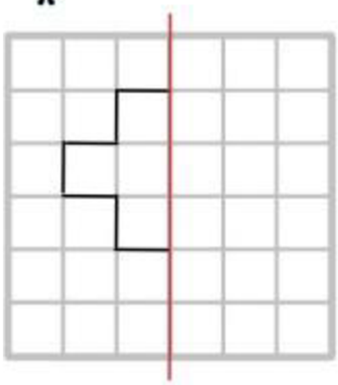


***

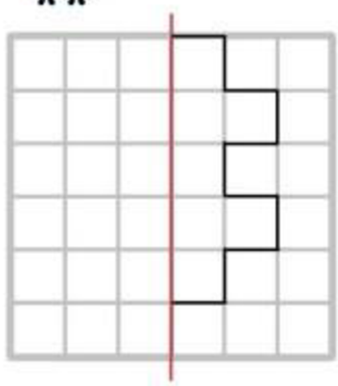


3. Přilož zrcátko na červenou čáru. Dokresli obrázek podle zrcátka.

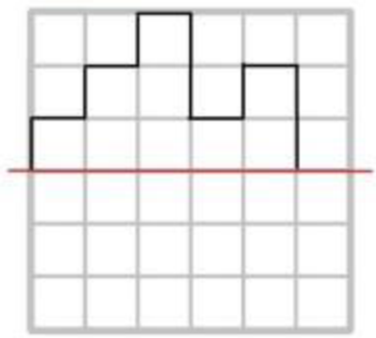
*



**



***



Pracovní list - osová souměrnost **Jméno:**

3. ročník

Datum:

V každé úloze vyřeš alespoň jedno zadání. Jsou seřazená od nejjednoduššího * po nejsložitější *.**

1. Dokresli dřívka podle osy souměrnosti. Můžeš použít zrcátko.

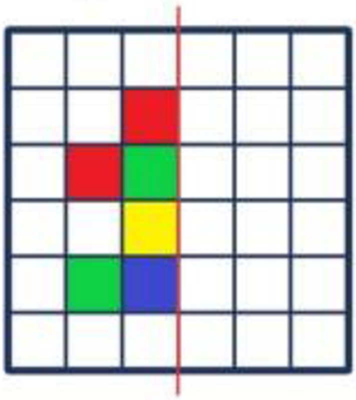
*

**

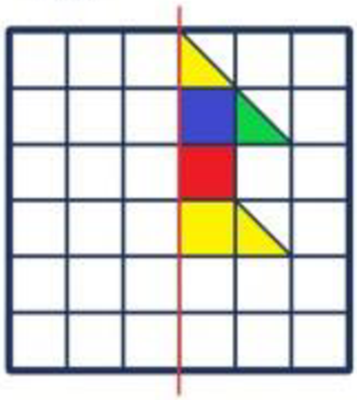
***

2. Použij zrcátko. Dokresli obrázky, aby byly souměrné podle osy.

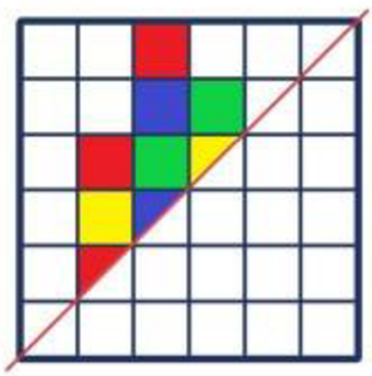
*



**



***

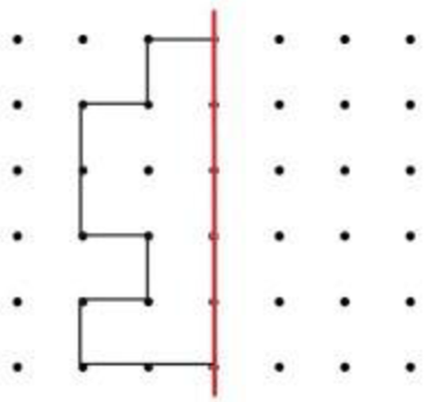


3. Vyznač k jednotlivému písmenu jeho osu souměrnosti.

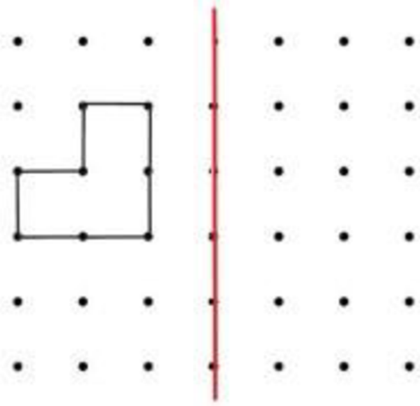
*	**	***
T	B	H

4. Použij zrcátko. Dokresli obrázky, aby byly souměrné podle osy.

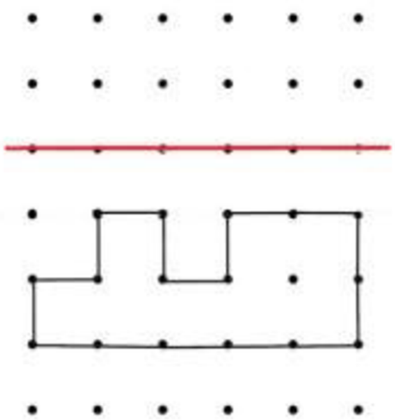
*



**



***



Pracovní list - osová souměrnost

Jméno:

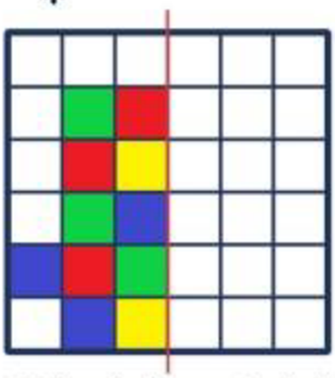
4. ročník

Datum:

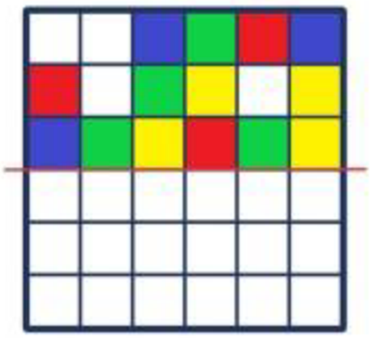
V každé úloze vyřeš alespoň jedno zadání. Jsou seřazená od nejjednoduššího * po nejsložitější *. Můžeš použít zrcátko.**

1. Vybarvi políčka ve čtvercové síti, aby vznikl osově souměrný obrazec.

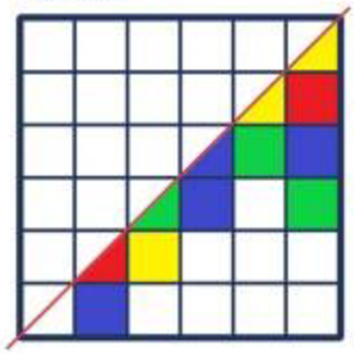
*



**

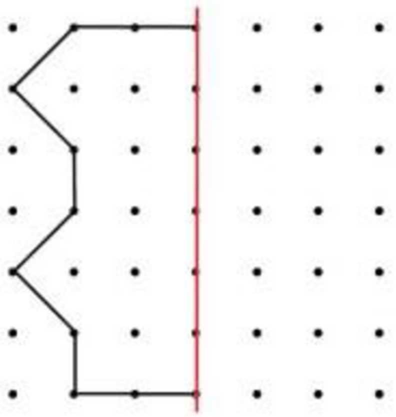


***

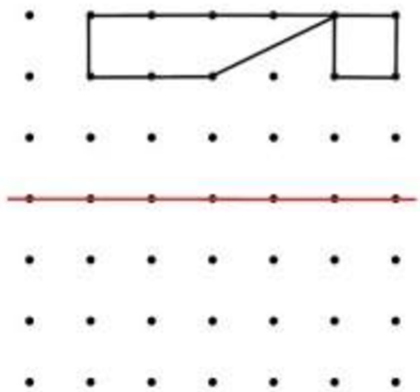


2. Dokresli obrazce tak, aby byly osově souměrné.

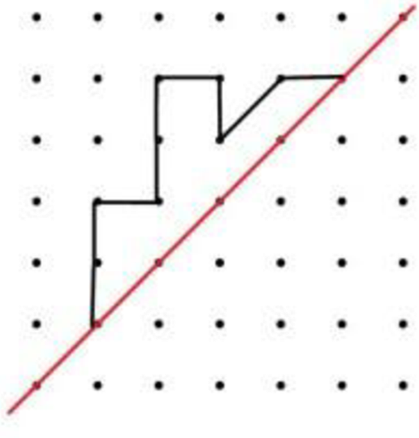
*



**



***



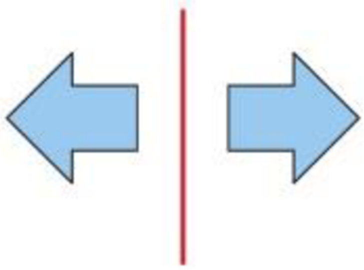
3. Rozhodni, zda je písmeno osově souměrné. Napiš ANO/NE. Pokud osu souměrnosti má, narýsuj ji.

*　　　**　　　***

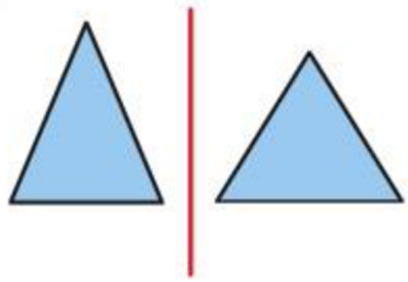
A　　　D　　　Z

4. Rozhodni, jestli jsou tyto útvary souměrné podle osy. Napiš ANO/NE.

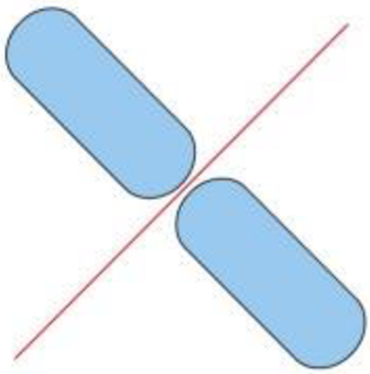
*



**



***



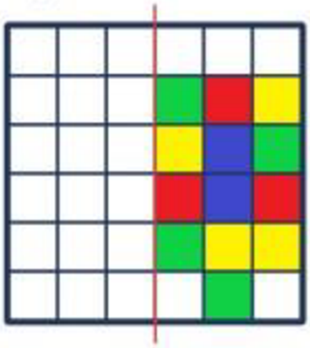
Pracovní list - osová souměrnost **Jméno:**

5. ročník **Datum:**

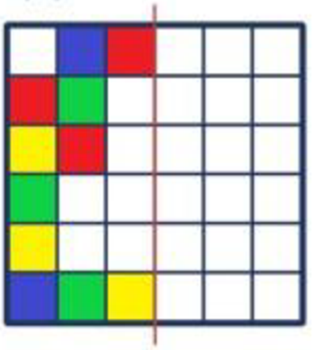
V každé úloze vyřeš alespoň jedno zadání. Jsou seřazená od nejjednoduššího * po nejsložitější *.**
Můžeš použít zrcátko.

1. Vybarvi políčka ve čtvercové síti, aby vznikl osově souměrný obrazec.

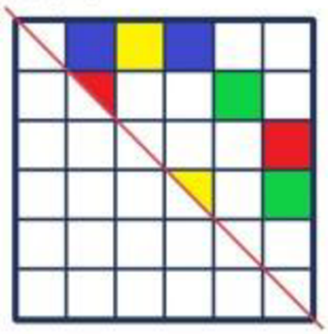
*



**

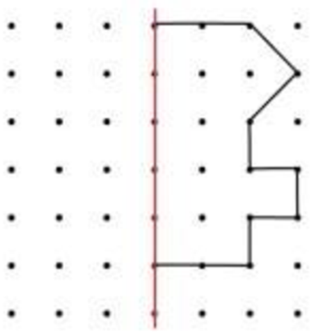


***

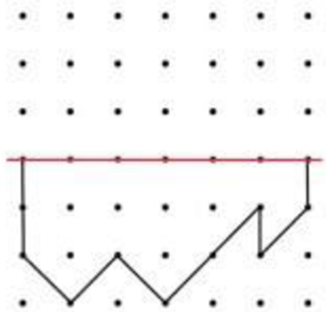


2. Dokresli obrazce tak, aby byly osově souměrné.

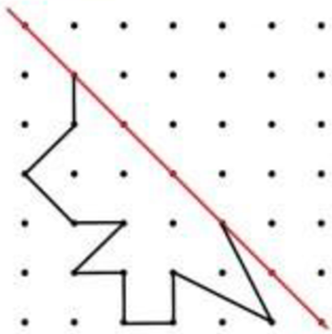
*



**



***



3. Rozhodni, zda je písmeno osově souměrné. Napiš ANO/NE. Pokud osu souměrnosti má, narýsuj ji.

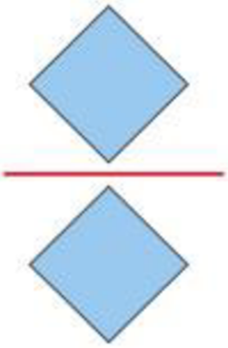
* **E**

** **C**

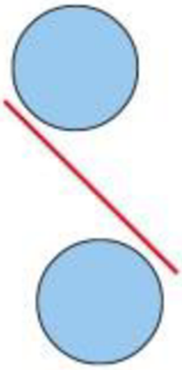
*** **S**

4. Rozhodni, jestli jsou tyto útvary souměrné podle osy. Napiš ANO/NE.

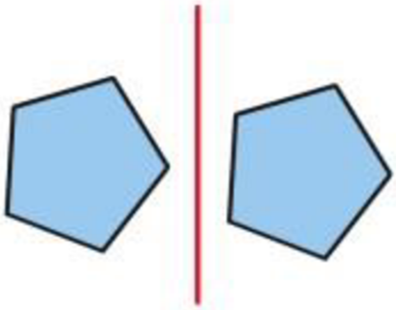
*



**

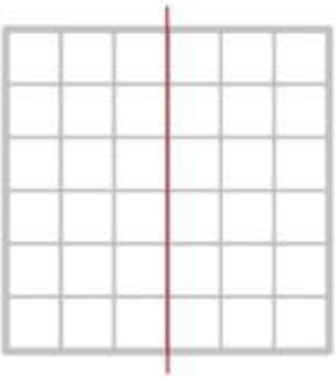


***

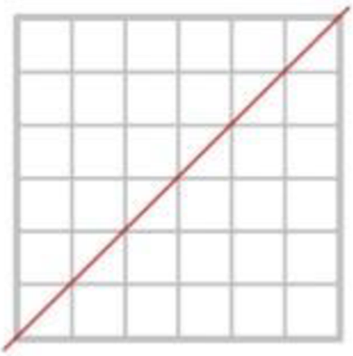


5. Narýsuj čtyřúhelník souměrný podle osy.

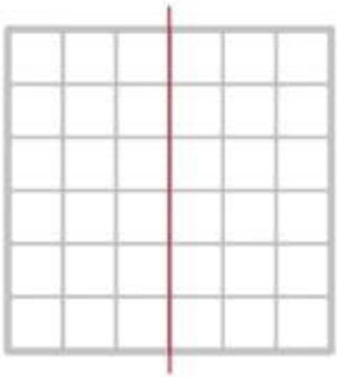
*



**



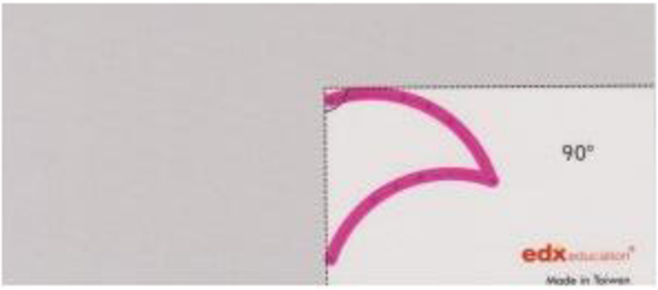
*** NEKONVEXNÍ

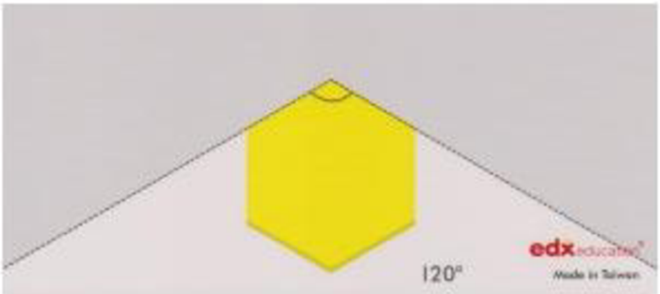


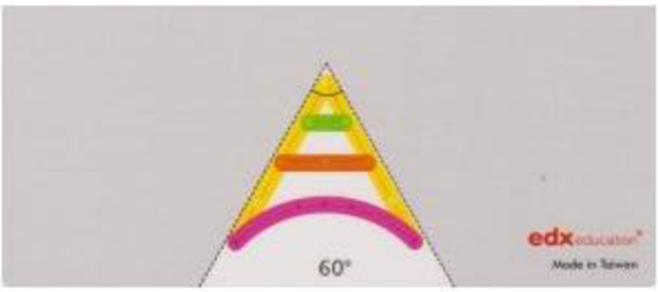
Příloha 2 Úlohy se zrcadlovým setem – Pracovní listy pro 1.-5. ročník

Zrcadlový set 1. a 2. ročník Jméno:

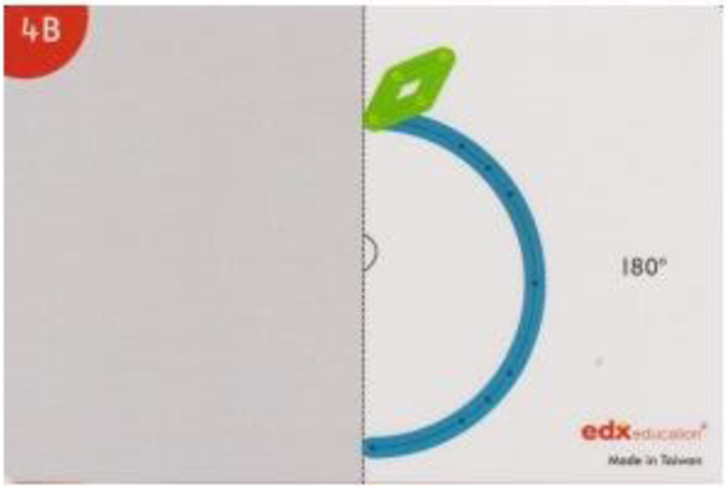
1. Vyber si karty. Polož zrcátka a skládej obrazce. Označ, co máš hotové.







2. Poskládej a podívej se. Co uvidíš v zrcátku? Dokresli.



3. Poskládej a podívej se. Kolik oranžových čtverců uvidíš?

Pracovní list – zrcadlový set 3. ročník Jméno:

1) Vyber si z karet a skládej podle obrázku. K dispozici máš 5 karet.

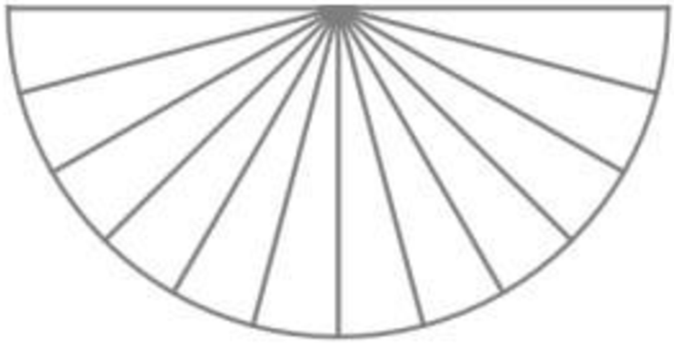
2) Menší úhel = zrcadla jsou blíž u sebe, větší úhel = zrcadla jsou dál od sebe
Co jsi zjistil/a? Označ správnou možnost.

Vickrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.

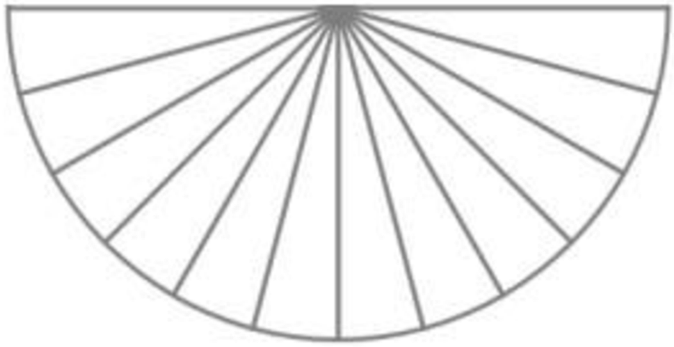
3) Dvě zrcadla svírají 3 dílky na stupnici. (Je to úhel 45°). K dispozici máš 1 úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary? Nejprve napiš odhad (Myslím si), pak ověř.

útvar	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)
čtverec		
obdélník		
 **kosočtverec**		
hvězda		
 **pravidelný šestiúhelník**		

4) **Použij oranžový čtverec a dvě zrcadla. Je možné vytvořit jeden čtverec? Barevně vyznač, kam jsi umístil/a zrcadla.**



5) **Je možné, aby pomocí oranžového čtverce vznikl obdélník? Pokud ano, barevně vyznač polohu zrcadel.**



Pracovní list – zrcadlový set 4. ročník Jméno:

1) Vyber si z karet a skládej podle obrázku. K dispozici máš 5 karet.

2) Menší úhel = zrcadla jsou blíž u sebe, větší úhel = zrcadla jsou dál od sebe
Co jsi v první úloze zjistil/a? Označ správnou možnost.

Víckrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.

3) Dvě zrcadla svírají 3 dílky na stupnici. (Je to úhel 45°). K dispozici máš 1 úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary? Nejprve napiš odhad (Myslím si), pak ověř.

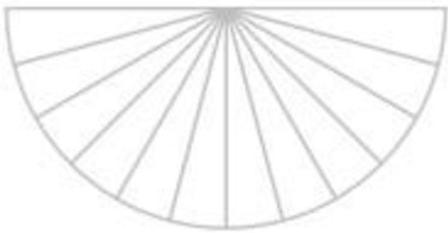
útvar	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**útvar**	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)
čtverec			**hvězda**		
obdélník			**šestiúhelník**		
kosočtverec					

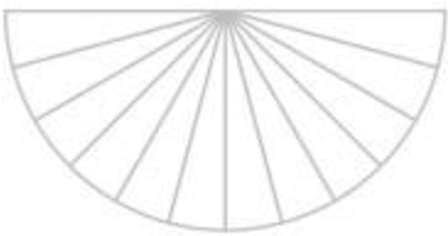
4) Které útvary se ti podaří vytvořit pomocí jedné úsečky a dvou zrcadel? Úhel, který zrcadla svírají, můžeš libovolně měnit. Zaznamenej, jaký úhel zrcadla svírají.

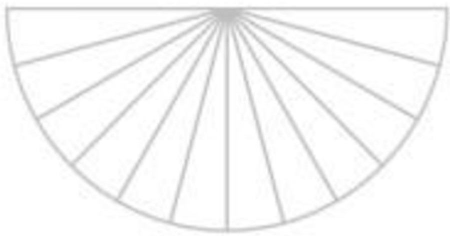
útvar	**Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel?** (ano/ne)	**Jaký úhel zrcadla svírají?** Zapiš počet dílků nebo zakresli.	
trojúhelník			
čtverec			

obdélník			
kosočtverec			
hvězda			
pravidelný šestiúhelník			

5) **Pomocí zrcadel a rovnostranných trojúhelníků (zelených) lze vytvořit pravidelný šestiúhelník.**
Najdi alespoň jedno řešení. Zapiš počet trojúhelníků a zakresli polohu zrcadel.
Pokus se najít více řešení.







Pracovní list – zrcadlový set 5. ročník Jméno:

1) Vyber si z karet a skládej podle obrázku. K dispozici máš 5 karet.

2) Menší úhel = zrcadla jsou blíž u sebe, větší úhel = zrcadla jsou dál od sebe
Co jsi v první úloze zjistil/a? Označ správnou možnost.

Vickrát daný obrazec uvidím, když zrcadla svírají MENŠÍ / VĚTŠÍ úhel.

3) Dvě zrcadla svírají 3 dílky na stupnici. (Je to úhel 45°). K dispozici máš 1 úsečku. Můžeš vytvořit dané útvary? Nejprve napiš odhad (Myslím si), pak ověř.

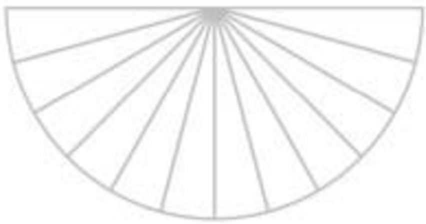
útvar	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**útvar**	**Myslím si:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)	**Po ověření:** Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel? (ano/ne)
čtverec			**šestiúhelník**		
obdélník			**pravidelný osmiúhelník**		
kosočtverec			**pravidelný dvanáctiúhelník**		
hvězda					

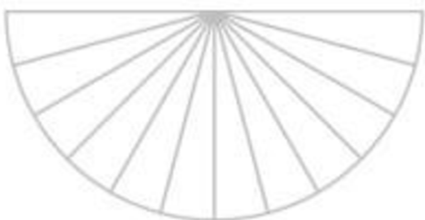
4) Které útvary se ti podaří vytvořit pomocí jedné úsečky a dvou zrcadel? Úhel, který zrcadla svírají, můžeš libovolně měnit. Zaznamenej, jaký úhel zrcadla svírají.

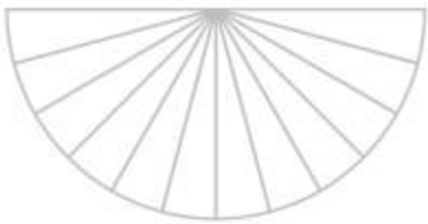
útvar	**Lze vytvořit pomocí 2 zrcadel?** (ano/ne)	**Jaký úhel zrcadla svírají?** Zapiš počet dílků nebo zakresli.	
trojúhelník			
čtverec			

obdélník			
kosočtverec			
hvězda			
pravidelný šestiúhelník			
pravidelný osmiúhelník			
pravidelný dvanáctiúhelník			

5) Pomocí zrcadel a rovnostranných trojúhelníků (zelených) lze vytvořit pravidelný šestiúhelník.
Najdi alespoň jedno řešení. Zapiš počet trojúhelníků a zakresli polohu zrcadel.
Pokus se najít více řešení.







Anotace

Jméno a příjmení:	Ondřej Sova
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Rok obhajoby:	2023

Název práce:	Zrcadlový set a jeho použití ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ
Název práce v angličtině:	Mirror set and its usage in mathematics teaching at primary school
Anotace práce:	Diplomová práce je zaměřena využití pomůcky zrcadlový set ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část vymezuje zařazení osové souměrnosti a prostorové představivosti v RVP ZV, pojem prostorová představivost a osová souměrnost. Dále popisuje učební úlohy jako didaktický prostředek a vybrané učební pomůcky pro rozvoj prostorové představivost. Teoretická část také charakterizuje současnou koncepci výuky geometrie v ČR a popisuje úlohy rozvíjející pojem osová souměrnost ve vybraných učebnicích matematiky. Hlavním cílem praktické části je vytvořit soubor úloh pro práci se zrcadlovým setem a ověřit je na vzorku respondentů. V rámci šetření proběhlo ověření těchto úloh a bylo vyhodnoceno.
Klíčová slova:	Zrcadlový set, osová souměrnost, manipulační pomůcky, prostorová představivost, učební úlohy
Anotace v angličtině:	The thesis is focused on the usage of the mirror set in the teaching of mathematics at the 1st grade of elementary school. It is divided into a theoretical and a practical part. The theoretical part defines the inclusion of axial symmetry and depth perception in the national primary school curriculum, the concept depth perception and axial symmetry. It also describes didactic tasks as a didactic resources and selected didactic tools for the development of depth perception. The theoretical part also characterizes the current concept of teaching geometry in the Czech Republic and describes didactic

	tasks developing the concept of axial symmetry in selected mathematics textbooks. The main goal of the practical part is to create a set of tasks for working with the mirror set and prove its usage on a sample of respondents. As part of the research investigation, these tasks were proved and evaluated.
Klíčová slova v angličtině:	Mirror set, axial symmetry, tools for manipulation, depth perception, didactic tasks
Přílohy vázané v práci:	**Příloha 1** Přípravné úlohy – Pracovní listy pro 1.-5. ročník **Příloha 2** Úlohy se zrcadlovým setem – Pracovní listy pro 1.-5. ročník
Rozsah práce:	84 s. + 18 s. příloh
Jazyk práce:	čeština