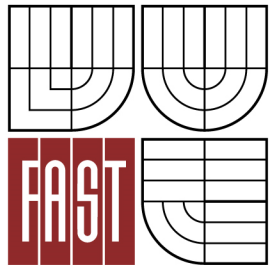


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

## STATICKÁ A MODÁLNÍ ANALÝZA KONSTRUKCE

STATIC AND MODAL ANALYSIS OF CONSTRUCTION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

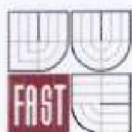
FILIP KRZYWOŇ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

BRNO 2014



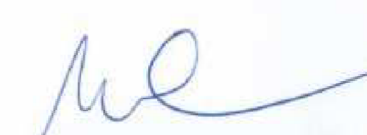
# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

**Studijní program** B3607 Stavební inženýrství  
**Typ studijního programu** Bakalářský studijní program s prezenční formou studia  
**Studijní obor** 3647R013 Konstrukce a dopravní stavby  
**Pracoviště** Ústav stavební mechaniky

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Student** Filip Krzywoň  
**Název** Statická a modální analýza konstrukce  
**Vedoucí bakalářské práce** Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.  
**Datum zadání bakalářské práce** 30. 11. 2013  
**Datum odevzdání bakalářské práce** 30. 5. 2014

V Brně dne 30. 11. 2013

  
.....  
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu



  
.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA  
Děkan Fakulty stavební VUT

## Podklady a literatura

Norma : ČSN EN 1991-1 - Eurokód 1

Bittnar Z., Šejnoha J. - Numerické metody mechaniky 1,2

Kadlčák J., Kytýr J. : Statika stavebních konstrukcí I a II

## Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

Cílem práce je osvojit si zásady modelování konstrukcí vč. zatížení a hmot pro modální analýzy. Bude proveden předběžný statický výpočet výškové budovy vč. modální analýzy. Výpočet bude proveden jak na rovinném tak na prostorovém modelu. Dosažené výsledky budou porovnány.

## Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).



.....  
Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.  
Vedoucí bakalářské práce

### ***Abstrakt***

Tato bakalářská práce porovnává chování výpočtových modelů věžových betonových konstrukcí zatížených seismickým zatížením. Dvě konstrukce byly modelovány různými způsoby v programu Scia Engineer a následně i zjednodušeně pro ruční výpočet. Výsledky modální analýzy byly dále použity v souladu s normou ČSN EN 1998-1, Eurokód 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení. Výsledné deformace na jednotlivých modelech byly mezi sebou srovnány.

### ***Abstract***

The bachelor thesis compares the behavior of different models of concrete tower structures influenced by earthquake load. There were several models made in Scia Engineer software and also one model for each tower for manual analysis. The results of modal analysis were further used along with Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. The deformed models were compared with each other.

### ***Klíčová slova***

vodorovné seismické síly, zemětřesení, vlastní tvar, perioda, návrhové spektrum pružné odezvy, deformace, model, volné kmitání, nucené kmitání

### ***Keywords***

horizontal seismic forces, earthquake, mode of vibration, period, design elastic response spectrum, deformation, model, free vibrations, forced vibrations

### **Bibliografická citace VŠKP**

Filip Krzywoň *Statická a modální analýza konstrukce*. Brno, 2014. 47s., 4s. příloh.  
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební  
mechaniky. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 27.5.2014

.....

podpis autora

Filip Krzywoň

### ***Poděkování***

Na tomto místě bych chtěl poděkovat panu Ing. Zbyňku Vlkovi, Ph.D., za pomoc a cenné rady při zpracování této bakalářské práce.

# OBSAH

ÚVOD.....	10
1 OBECNÉ VZTAHY .....	12
1.1 SOFTWARE.....	15
1.2 POUŽITÁ NORMA .....	16
2 POPIS.....	20
2.1 Konstrukce.....	20
2.2 MODEL Y .....	22
2.2.1 VĚŽ 20m – SEGMENTOVÝ MODEL.....	22
2.2.2 VĚŽ 20m – MODEL S NÁBĚHY .....	22
2.2.3 VĚŽ 20m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL.....	23
2.2.4 VĚŽ 45m – SEGMENTOVÝ MODEL.....	24
2.2.5 VĚŽ 45m – MODEL S NÁBĚHY .....	25
2.2.6 VĚŽ 45m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL.....	26
3 VÝPOČET.....	28
3.1 MODÁLNÍ ANALÝZA .....	28
3.1.1 VĚŽ 20m – RUČNÍ VÝPOČET PRVNÍHO VLASTNÍHO TVARU .....	28
3.1.2 SROVNÁNÍ VLASTNÍCH TVARŮ – VĚŽ 20m.....	29
3.1.3 VĚŽ 45m – RUČNÍ PRVNÍHO VÝPOČET VLASTNÍHO TVARU .....	30
3.1.4 SROVNÁNÍ VLASTNÍCH TVARŮ – VĚŽ 45m.....	30
3.2 VÝPOČET seismických sil .....	32
3.2.1 VĚŽ 20m – SEGMENTOVÝ MODEL.....	32
3.2.2 VĚŽ 20m – MODEL S NÁBĚHY .....	33
3.2.3 VĚŽ 20m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL.....	34
3.2.4 VĚŽ 20m – RUČNÍ VÝPOČET.....	35
3.2.5 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ – VĚŽ 20m .....	36
3.2.6 VĚŽ 45m – SEGMENTOVÝ MODEL.....	36



3.2.7	VĚŽ 45m – MODEL S NÁBĚHY .....	38
3.2.8	VĚŽ 45m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL.....	39
3.2.9	VĚŽ 45m – RUČNÍ VÝPOČET.....	40
3.2.10	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ – VĚŽ 45m .....	40
4	ZÁVĚR .....	42
5	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	44
6	PŘÍLOHY .....	47

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1:	Mapa seizmických oblastí České republiky [2] .....	11
Obrázek 2:	Příklad skořepinového konečného prvku [1] .....	16
Obrázek 3:	Doporučené spektrum pružné odezvy typu 1 pro půdy typu A až E (5% tlumení) [2].....	18
Obrázek 4:	Geometrie věží .....	21
Obrázek 5:	Věž 20m – renderovaný segmentový model, model MKP .....	22
Obrázek 6:	Věž 20m - renderovaný model s náběhy, model MKP .....	23
Obrázek 7:	Věž 20m – renderovaný 2D skořepinový model, model MKP.....	24
Obrázek 8:	Věž 45m - renderovaný segmentový model, model MKP .....	25
Obrázek 9:	Věž 45m - renderovaný model s náběhy, model MKP.....	26
Obrázek 10:	Věž 45m - renderovaný 2D skořepinový model, model MKP .....	27
Obrázek 11:	Soustava sil a hmot pro ruční výpočet, věž 20m.....	29
Obrázek 12:	Soustava sil a hmot pro ruční výpočet, věž 45m.....	31

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1:	: Hodnoty parametrů popisující spektrum pružné odezvy typu 1 [2].....	18
Tabulka 2:	Srovnání výsledků modální analýzy, věž 20m .....	30
Tabulka 3:	Srovnání výsledků modální analýzy, věž 20m .....	30
Tabulka 4:	Srovnání vodorovných seismických sil, věž 20m .....	36
Tabulka 5:	Srovnání deformací ve vrcholu, věž 20m.....	36

Tabulka 6: Srovnání vodorovných seismických sil, věž 45m .....	41
Tabulka 7: Srovnání deformací ve vrcholu, věž 45m.....	41
Tabulka 8: Porovnání výsledných pootočení od zatížení s požadavky operátora .....	43

## ÚVOD

Tato bakalářská práce se především zabývá možnostmi nahradit dynamické účinky, od působení seismického zatížení, příčným statickým zatížením náhradními silami.

Přestože není zcela běžné v České republice posuzovat stavby na dynamické působení přírodní seismicity, byla mobilním operátorem tato analýza požadována. Hlavním důvodem byla citlivost vysílačů, umístěných na vrcholu každé konstrukce, na deformace nosné konstrukce, zvláště pak na pootočení antén, které by následně mohlo mít vliv na šíření vysílaného signálu jiným, než požadovaným směrem. Limity dané operátorem byly pro pootočení při běžném provozu  $0,5^\circ$  (8,7 mrad), v extrémních případech  $1,0^\circ$  (17,4 mrad).

Zemětřesení je náhlý pohyb zemské kůry vyvolaný uvolněním napětí akumulovaného v zemských deskách. Zemské desky svým pohybem do sebe narážejí ve zlomech. Intenzivnější zemětřesení se tedy vyskytují nejčastěji v oblastech podél těchto zlomů. Místo vzniku zemětřesení nazýváme ohniskem neboli hypocentrem, jeho kolmý průmět na zemský povrch nazýváme epicentrum.

K popisu intenzity zemětřesení se používá veličina magnitudo, která je funkcí dekadického logaritmu amplitudy vlny. Zřejmě nejznámější stupnicí intenzity zemětřesení je Richterova stupnice, která nabývá hodnot od 1 pro mikro otřesy, jenž jsou nepocítitelné, až do 10 pro tzv. super zemětřesení, kde existuje předpoklad i planetárních škod. Toto zemětřesení však dosud nebylo zaznamenáno. Současně nejsilnějším zaznamenaným zemětřesením bylo 22. května 1960 v Chile, které mělo sílu 9,5 RichtEROVY škály.

Norma, která řeší zatížení přírodní seismicitou na stavební konstrukce je v

ČR platná ČSN EN 1998-1 Eurokód 8: *Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení*. V národní příloze této normy je uvedena mapa seismických oblastí, kterým je přiřazeno referenční špičkové zrychlení podloží  $a_{gR}$ , které je pro danou ohraničenou oblast konstantní.



**Obrázek 1: Mapa seizmických oblastí České republiky [2]**

Obě konstrukce se nachází v okolí města Ostrava, tedy v oblasti se špičkovým zrychlením  $a_{gR} = 0,12g$ . Lokální seizmické účinky jsou způsobeny zejména probíhající důlní činností.

# 1 OBECNÉ VZTAHY

Mechanické kmity jsou speciálním případem obecného pohybu hmotného bodu, při kterém se tento bod pohybuje v omezené oblasti kolem rovnovážné polohy. Rovnovážná poloha je místo stabilní rovnováhy, ve kterém na hmotný bod nepůsobí žádná výsledná síla.

Opakují-li se kmity pravidelně, jedná se o periodické nebo také harmonické kmity. Hmotný bod, který mechanické kmity vyvolává, se nazývá oscilátor.

Nejmenší časový úsek, po jehož uplynutí nabývá výchylka periodického kmitavého pohybu znovu stejné hodnoty, se nazývá doba kmitu  $T$  nebo také perioda. Převrácenou hodnotou periody je frekvence  $f$  periodického kmitavého pohybu udávající počet kmitů, jež proběhnou za jednu sekundu. Fyzikální jednotkou frekvence je hertz, značka  $\text{Hz}$ . Pro frekvenci a periodu platí vzájemný vztah:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.01)$$

pro popis periodických kmitů se zavádí ještě úhlová frekvence, která je  $2\pi$  násobkem frekvence, tedy:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.02)$$

Významnou veličinou pro popis kmitů je fáze  $\varphi$ . Udává informaci v jakém stavu se oscilátor právě nachází a vyjadřuje se rovnicí:

$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0 \quad (1.03)$$

kde  $t$  je čas trvání kmitavého pohybu

$\varphi_0$  je počáteční fáze v čase  $t = 0$

Příčinou kmitavého pohybu je direktivní (elastická) síla. Bez této síly mechanické kmity nevzniknou. Pokud na oscilátor působí jen direktivní síla, vzniknou volné kmity. Amplituda volných kmitů je konstantní, volné kmity probíhají přesně periodicky. Direktivní síla je vždy orientována opačně než výchylka, směřuje tedy vždy do rovnovážné polohy. [3]

$$F_d = -k \cdot x \quad (1.04)$$

kde  $F_d$  je direktivní síla

$k$  tuhost oscilátoru

podle Newtonovy pohybové rovnice  $F = ma$  způsobí síla  $F$  pohyb oscilátoru o hmotnosti  $m$  se zrychlením  $a$  a dosazením do rovnice (1.04) tedy  $-k \cdot x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$  získáme úpravou diferenciální pohybovou rovnicí volného oscilátoru:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \quad (1.05)$$

řešením diferenciální rovnice je:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1.06)$$

kde  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  je úhlová frekvence volného kmitavého pohybu. Pomocí této rovnice je možné zjišťovat frekvenci volných kmitů  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  z tuhosti a hmotnosti oscilátoru.

O vynuceném kmitání hovoříme tehdy, je-li kmitání mechanické soustavy vyvoláno a udržováno vnějším buzením. Buzení je jev, kdy na soustavu působí vnější účinky nebo vnucené pohyby mění se v čase. Při vyšetřování vynuceného kmitání zkoumáme odezvu soustavy na tento vnější signál. Pohybové rovnice vynuceného kmitání soustavy s konečným počtem stupňů volnosti můžeme zapsat v maticově jako: [7]

$$[m]_D \{\ddot{u}(t)\} + [c] \{\dot{u}(t)\} + [k] \{u(t)\} = \{F(t)\} \quad (1.07)$$

kde  $[m]_D$  je diagonální matice hmot

$[c]$  matice tlumení,

$[k]$  matice tuhosti,

$\{u(t)\}$  vektor přemístění,

$\{F(t)\}$  vektor budících sil.

Rovnici (1.07) můžeme řešit metodou rozvoje do vlastních tvarů kmitů. Obecně mají matice  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $[k]$ , nenulové mimodiagonální členy – nejčastěji  $k_{ij} = k_{ji} \neq 0$ .

Základním krokem metody rozkladu podle tvarů kmitů je výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitu. Jedná se o úlohu o vlastních hodnotách (modální analýza, zobecněný problém vlastních hodnot) Řešením získáme dvojice  $(\omega_r^2, \varphi_r)$ , pro  $r = 1, \dots, N$ . Vlastní vektory jsou ortogonální vzhledem k matici tuhosti a zároveň i k matici hmotnosti. Pro vlastní tvary platí vztahy:

$$\{\mathbf{u}_{(j)}^0\}^T [\mathbf{m}]_D \{\mathbf{u}_{(k)}^0\} = \mathbf{0} \text{ pro } j \neq k \quad (1.08)$$

$$\{\mathbf{u}_{(j)}^0\}^T [\mathbf{m}]_D \{\mathbf{u}_{(k)}^0\} \neq \mathbf{0} \text{ pro } j = k \quad (1.09)$$

vlastní tvary jsou uspořádány do modální matice:

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_N] \quad (1.10)$$

protože předpokládáme, že výsledné posuny  $\{\mathbf{u}\}$  jsou lineární kombinací vlastních tvarů, tak platí vztah:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \boldsymbol{\eta}(t) = \sum_{r=1}^N \Phi_r \eta_r(t) \quad (1.11)$$

dosazením vztahu (1.11) do pohybové rovnice a vynásobením transponovanou modální maticí  $\Phi^T$  dostaneme pohybovou rovnici v hlavních souřadnicích:

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{P}(t) \quad \text{pohybové rovnice v hlavních souřadnicích } \eta_r(t) \quad (1.12)$$

$$\text{kde } \mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi \quad \text{modální matice hmotnosti}$$

$$\mathbf{C} = \Phi^T \mathbf{c} \Phi \quad \text{modální matice tlumení}$$

$$\mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi \quad \text{modální matice tuhosti}$$

$$\mathbf{P}(t) = \Phi^T \mathbf{p}(t) \quad \text{modální zatěžovací vektor}$$

Vzhledem k podmínkám ortogonality matice  $\mathbf{M}$  a  $\mathbf{K}$  jsou diagonální. Soustava rovnic je vzájemně závislá pouze pomocí mimodiagonálních členů matice tlumení  $\mathbf{C}$ . Modální matici tlumení lze také vyjádřit jako diagonální matici a potom soustava (1.12) se rozpadne na  $N$  nezávislých rovnic. Ty pak můžeme řešit každou nezávisle, získáme pak řešení pro každý vlastní tvar a zpětným dosazením do vztahu (1.11) převedeme do původních souřadnic

Celková odezva  $\boldsymbol{\eta}_r(t)$  může být získána po zavedení počátečních podmínek  $\mathbf{u}(0) = \Phi \boldsymbol{\eta}(0)$  a  $\dot{\mathbf{u}}(0) = \Phi \dot{\boldsymbol{\eta}}(0)$  po vynásobení těchto rovnic zleva členem  $\Phi^T \mathbf{m}$  získáme  $\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{u}(0) = \mathbf{M} \boldsymbol{\eta}(0)$  a  $\Phi^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{u}}(0) = \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\eta}}(0)$ . Matice  $\mathbf{M}$  je diagonální, potom lze modální počáteční podmínky zapsat takto:

$$\eta_r(0) = \left(\frac{1}{M_r}\right) \Phi_r^T \mathbf{m} \mathbf{u}(0) \text{ a } \dot{\eta}_r(0) = \left(\frac{1}{M_r}\right) \Phi_r^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{u}}(0), \text{ pro } r = 1, 2, \dots, N$$

vyřešíme soustavu pohybových rovnic v hlavních souřadnicích – soustava nezávislých rovnic – jednoduché soustavy v hlavních souřadnicích. Řešíme numerickou integrací s modálními počátečními podmínkami – *Duhamelův integrál*. Po nalezení řešení v hlavních souřadnicích  $\eta_r(t)$  se provede přepočítání do původních souřadnic dle vztahu (1.11). [5]

Při určité budící frekvenci dosahuje amplituda výrazného maxima. Při této frekvenci je konstrukce v rezonanci. Pokud tedy frekvence budící síly je rovna vlastní frekvenci konstrukce, hrozí výrazné rozkmitání konstrukce, které může vést až k částečnému nebo úplnému kolapsu. Úkolem modální analýzy je zkoumat vlastní frekvence, tvary analyzovaných konstrukcí a porovnávat, zda nemůže dojít k rezonanci vlivem působení vnějších sil.

## 1.1 SOFTWARE

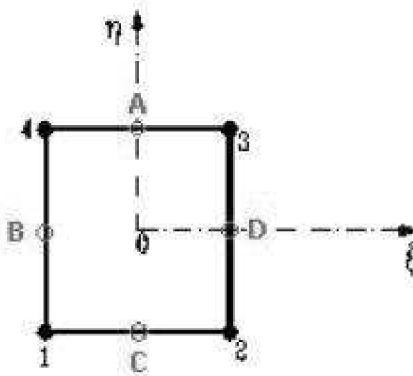
K modální a statické analýze byl použit výpočetní software ESA Scia Engineer 2013.1 od společnosti Nemetscheck. Jedná se o inženýrský software pro výpočet stavebních konstrukcí metodou konečných prvků.

Konstrukce se pro výpočet metodou konečných prvků rozdělí na malé části – konečné prvky. Pro každý prvek jsou sestaveny podmínky rovnováhy. Získáme soustavu lineárních rovnic s velkým počtem neznámých, jejíž řešení je možné díky moderní výpočetní technice. Čím jemnější je síť konečných prvků, tím přesnější budou výsledky. Přitom však enormně stoupají požadavky na výpočetní čas a množství zpracovávaných dat. Každý přidání uzlu sítě znamená další přidání rovnic pro výpočet.[1]

Síť konečných prvků je programem generována automaticky, avšak uživatel může síť upravovat.

Při vytváření modelů počítaných konstrukcí, byly použity tři typy konečných prvků. Pro prutový model byl použit 1D prvek. 1D prutový prvek má celkem 12 stupňů volnosti, 6 na počátku a 6 na konci prvku. Jsou to posunutí ( $u, v, w$ ) a pootočení ( $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ). Pro 2D model základu konstrukce a spojovacích ocelových prvků byly použity 2D čtyřúhelníkové prvky popřípadě, kde to bylo nutné, vytvořil generátor sítě trojúhelníkové prvky. Stupně volnosti čtyřúhelníku resp. trojúhelníku jsou v uzlových bodech stejné jako u 1D prvku, posunutí ( $u, v, w$ ) a pootočení ( $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ). Tím je zaručena kompatibilita mezi 1D a 2D prvky. Třetím typem použitých prvků byly skořepinové 2D prvky, v jejichž případě se vychází z teorie Minidlina/Reissnera. Těmito prvky byl modelován plášť 2D modelu.[1]





Obrázek 2: Příklad skořepinového konečného prvku [1]

Podpěření základové desky bylo plošné, podporou typu SOILIN. Modul SOILIN je součástí řešiče programu Scia Engineer a jehož účelem je modelování interakce mezi podloží a základovou konstrukcí. Aby byl zohledněn odpor zeminy kolem základu, byly rohy základové desky dodatečně podepřeny podporami zabraňujícími posunutí ve směrech X a Y.

## 1.2 POUŽITÁ NORMA

Modálním výpočtem v programu SCIA Engineer byly zjištěny první vlastní tvary konstrukcí a jimi příslušící vlastní frekvence  $f$  a periody kmitání  $T_I$ .

Následné posouzení konstrukcí bylo podle normy ČSN EN 1998-1, Eurokód 8: *Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení*. Konstrukce byly posouzeny metodou příčných sil.

Abychom mohli určit náhradní příčné síly od seismického zatížení, je nutné uvažovat hmotu od vlastní tíhy a ostatních proměnných zatížení v kombinaci pro seismická zatížení.

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{E,j} \cdot Q_{k,j} \quad (1.13)$$

kde  $\psi_{E,j}$  je součinitel kombinace pro  $i$ -té proměnné zatížení

$$\psi_{E,j} = \varphi \cdot \psi_{2,i}$$

Hodnoty  $\psi_{2,i}$  jsou uvedené v EN 1990:2002 a hodnoty  $\varphi$  jsou uvedeny v ČSN EN 1998-1.

Ke stanovení seismických účinků na konstrukci, musíme znát parametry spektra pružné odezvy. Parametry spektra pružné odezvy se přiřadí pro daný typ základového podloží a pro konkrétní spektrum pružné odezvy používané v dané zemi.

K určení seismického zatížení na konstrukci je nutné určit hodnotu referenčního špičkového zrychlení  $a_{gR}$ , jehož hodnoty najdeme v národní příloze pro každý stát. Území každého státu je rozděleno na oblasti s daným referenčním zrychlením a pro tuto oblast jej považujeme za konstantní. Referenční špičkové zrychlení podloží odpovídá referenční době návratu  $T_{NCR}$  seismického zatížení příslušného požadavku vyloučení zřícení nebo rovnocenně odpovídá referenční pravděpodobnosti překročení za dobu 50 let určené národními úřady. Této referenční době návratu je přiřazen součinitel významu 1,0. Pro jiné než referenční doby návratu, je návrhové zrychlení  $a_g$  pro základové půdy typu A rovno  $a_{gR}$  násobenému součinitelem významu  $\gamma_I$ . [2]

Návrhové spektrum pružné odezvy pro vodorovné složky seismického zatížení  $S_d(T)$  je definováno těmito výrazy: [2]

$$0 \leq T \leq T_B: \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (1.14)$$

$$T_B \leq T \leq T_C: \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (1.15)$$

$$T_C \leq T \leq T_D: \quad S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{array} \right\} \quad (1.16)$$

$$T_D \leq T: \quad S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C \cdot T_D}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{array} \right\} \quad (1.17)$$

kde  $S_d(T)$  je návrhové spektrum pružné odezvy

$T$  je perioda vlastních kmitů

$a_g$  návrhové zrychlení podloží typu A

$T_B$  nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

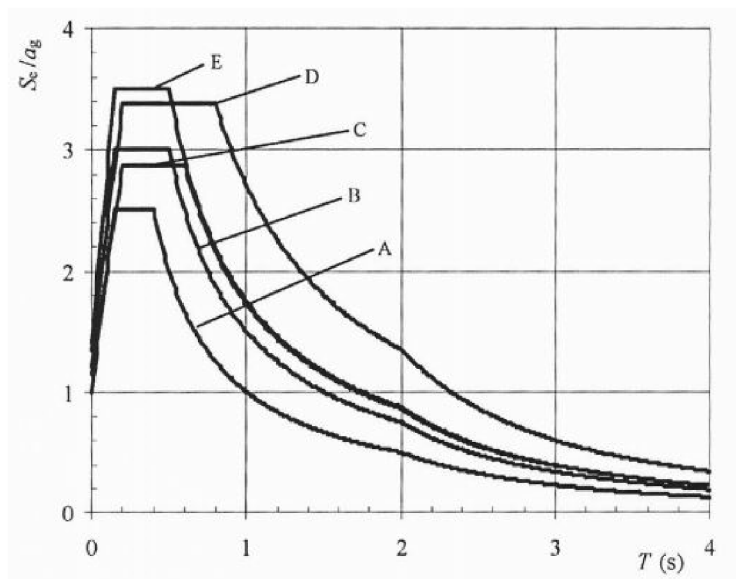
$T_C$  největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

$T_D$  doba kmitu, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu

$S$  součinitel podloží

$q$  součinitel duktility

$\beta$  spodní mez součinitele pro vodorovné návrhové spektrum, dle národní přílohy je hodnota pro ČR 0,2



Obrázek 3: Doporučené spektrum pružné odezvy typu 1 pro půdy typu A až E (5% tlumení) [2]

Tabulka 1: : Hodnoty parametrů popisující spektrum pružné odezvy typu 1 [2]

Typ základové půdy	S	$T_B$ [s]	$T_C$ [s]	$T_D$ [s]
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

Abychom mohli konstrukci posuzovat metodou příčných sil, musí splňovat dvě následující podmínky: [2]

- a) musí mít základní periody vlastních kmitů  $T_1$  ve dvou hlavních směrech menší než:

$$T_1 \leq \begin{cases} 4 \cdot T_c \\ 2,0s \end{cases} \quad (1.18)$$

- b) splňuje kritérium pravidelnosti po výšce

**Stanovení smykové síly v základu:**

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \quad (1.19)$$

kde  $S_d(T_1)$  je pořadnice návrhového spektra při době kmitu  $T_1$

$m$  celková hmotnost stavby nad základovou spárou

$\lambda$  opravný součinitel, jehož hodnota je v našem případě 1,0

Součinitel  $\lambda$  vyjadřuje skutečnost, že u staveb s nejméně 3 podlažími a se stupni volnosti, odpovídajícími posunutí v obou vodorovných směrech, je efektivní modální hmota prvního (základního) tvaru kmitání průměrně menší o 15%, než je celková hmota stavby. [2]

### Rozdělení vodorovných seismických sil:

Základní tvary kmitání ve směrech vodorovných mohou být počítány metodami stavební dynamiky nebo mohou být přibližně uvažovány jako lineárně rostoucí po výšce stavby.

$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum_j s_j \cdot m_j} \quad (1.20)$$

kde  $F_i$  je vodorovná síla působící v i-tém podlaží

$F_b$  seismická smyková síla v základu podle (3.15)

$s_i, s_j$  jsou posuny hmot  $m_i, m_j$  v základním tvaru kmitání

$m_i, m_j$  hmotnost podlaží

Jestliže základní tvar kmitání je přibližně vyjádřen jako lineárně rostoucí po výšce stavby, vodorovné síly  $F_i$  mají být stanoveny podle výrazu:

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum_j z_j \cdot m_j} \quad (1.21)$$

kde  $z_i, z_j$  jsou výšky hmot  $m_i, m_j$  nad úrovní, kde se vnáší seismické zatížení (základová spára nebo vrchní líc tuhého základu)

Vodorovné síly  $F_i$  takto stanovené, musí být rozděleny po nosném systému, odolávajícímu příčnému zatížení za předpokladu, že podlaží jsou tuhá ve své rovině

## 2 POPIS

### 2.1 KONSTRUKCE

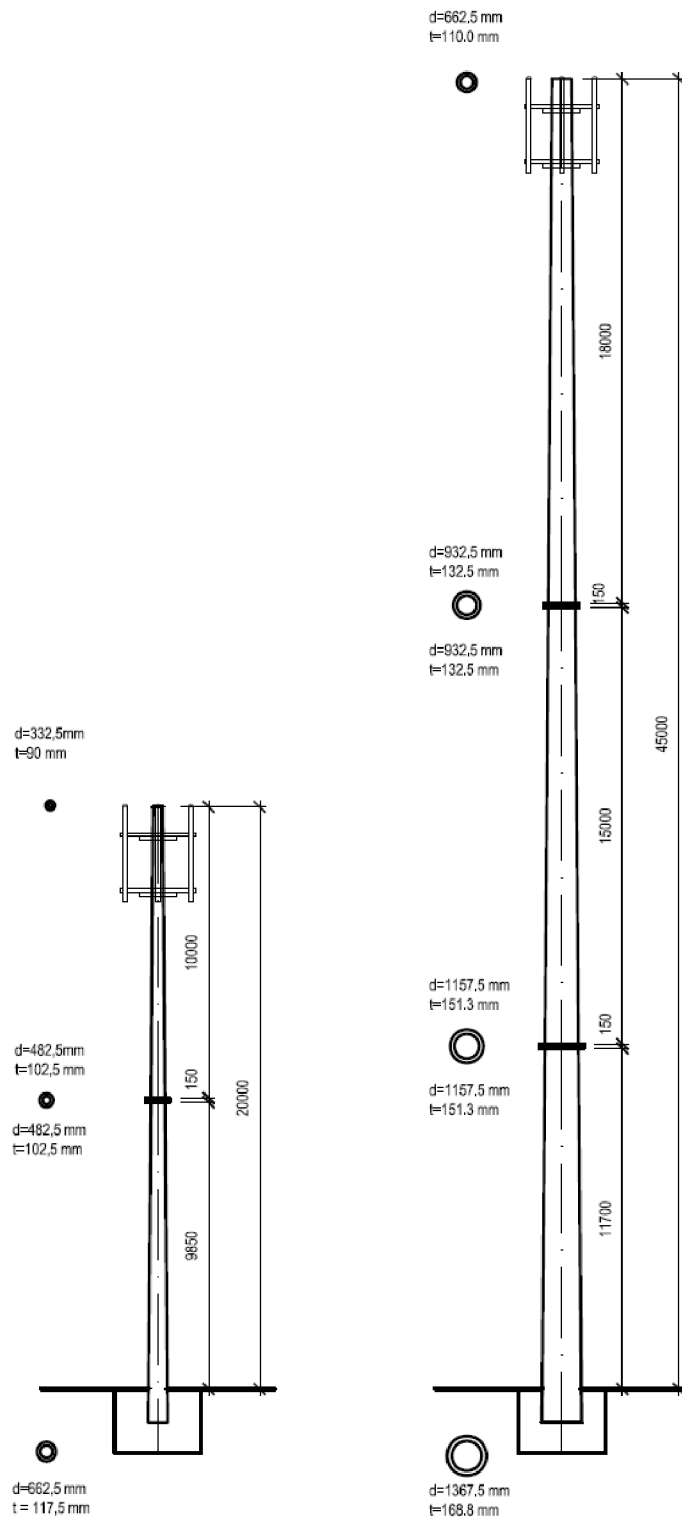
Objektem analýzy jsou dvě železobetonové věže.

První, 20m vysoká věž sestavená ze dvou dutých segmentů tvaru komolého kužele. Spodní o délce 9,85m a horní o délce 10,0m. Oba segmenty jsou spolu spojeny pomocí ocelových kruhových prstenců, každý o tloušťce 75mm, které byly osazeny již při betonáži. Spoj je proveden vysokopevnostními třecími spoji. Konstrukce je vetknutá do železobetonového základu o půdorysných rozměrech 3,0x3,0m a výška základu 2,2m. V patě má konstrukce vnější průměr 662,5mm, který se lineárně zmenšuje směrem nahoru do vnějšího průměru 332,5mm.

Druhá věž, vysoká 45m, se skládá ze tří dutých segmentů tvaru komolého kužele a to o délkách 11,7m spodní, 15,0m prostřední a 18,0m horní segment. Segmenty jsou mezi sebou spojeny taktéž ocelovými kruhovými prstenci a vlastní spoj je šroubový s vysokopevnostními třecími spoji. Průměr konstrukce v patě je 1367,5mm, který se směrem nahoru lineárně zmenšuje do průměru 662,5mm.

Obě antény byly vyrobeny z předem předpjatého betonu třídy C60/75 a jako hotové prvky byly na stavbu dovezeny a smontovány. Železobetonové základy byly prováděny přímo na stavbě.

Na vrcholu každé věže jsou umístěny vysílače mobilního operátora, o celkové hmotnosti 800kg.



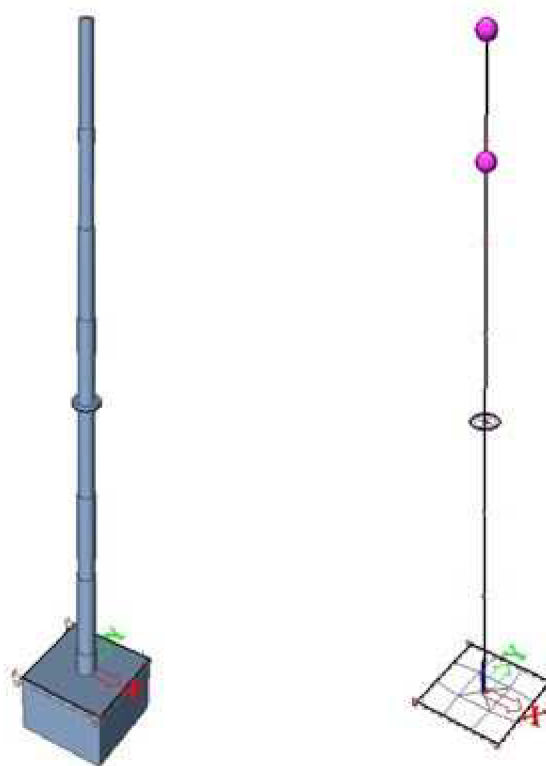
Obrázek 4: Geometrie věží

## 2.2 MODELY

Každá věž byla v programu Scia Engineer modelována vícero způsoby a výsledky byly mezi sebou porovnávány.

### 2.2.1 VĚŽ 20m – SEGMENTOVÝ MODEL

Tento model se skládá celkem z 8mi prutových prvků konstantního průřezu délky 3,0m, 2,5m a v místě základu 0,85m. Proměnný vnější průměr skutečné konstrukce je v tomto modelu vyjádřen pomocí zmenšujících se vnějších rozměrů jednotlivých segmentů od základu směrem nahoru. Ocelová spojovací deska je v tomto modelu tvořena kruhovou vodorovnou plochou průměru 0,8m konstantní tloušťky 0,15m. Celá konstrukce je vetknuta do základu 3,0m x 3,0m, tloušťky 2,2m. Ve vrcholu konstrukce a 3,0m pod ním byly přidány uzlové hmoty každá o hmotnosti 400kg. Celá konstrukce byla plošně podepřena podporou typu SOILIN s dodatečnými podporami v rozích základové desky.

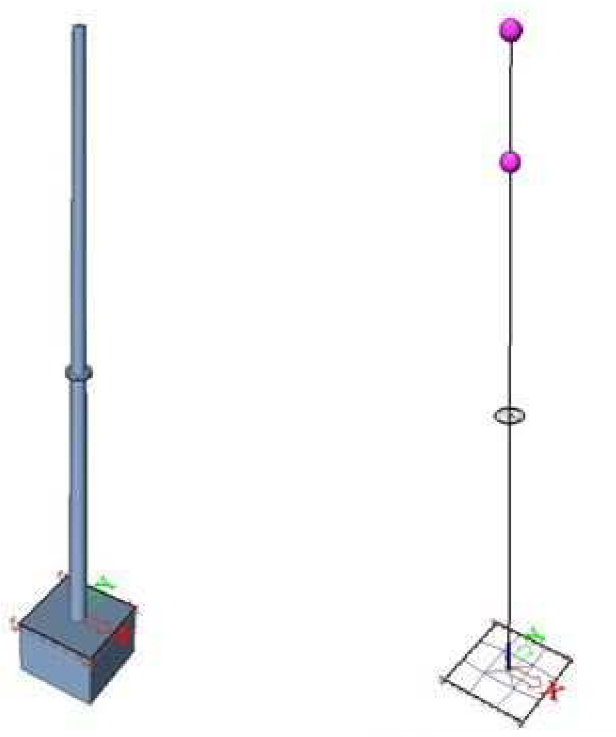


Obrázek 5: Věž 20m – renderovaný segmentový model, model MKP

### 2.2.2 VĚŽ 20m – MODEL S NÁBĚHY

Další model byl tvořen dvěma tyčovými prvky. Spodní o délce 9,85m a horní o délce 10,0m. Každému prutu byl přiřazen lineární náběh od základu směrem nahoru. Ocelová spojovací deska byla opět kruhová, ocelová, vodorovná deska s tloušťkou 0,15m. Ve vrcholu

konstrukce a 3,0m pod ním byly umístěny 2 uzlové hmoty antén, každá o hmotnosti 400kg. Celá konstrukce byla vetknuta do desky 3,0m x 3,0m tloušťky 2,2m. Deska byla plošně podepřena podporou typu SOILIN s dodatečnými podporami v rozích základové desky.

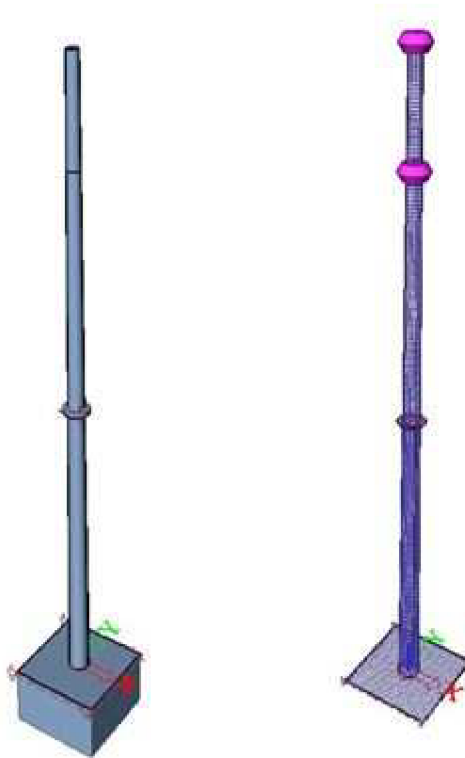


Obrázek 6: Věž 20m - renderovaný model s náběhy, model MKP

### 2.2.3 VĚŽ 20m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL

Posledním způsobem jak byly konstrukce modelovány je pomocí 2D skořepinových prvků. Celá konstrukce se skládá ze dvou segmentů o délce 9,85m spodní a 10,0m horní segment. Ocelová spojovací příložka byla zde tvořena kruhovou ocelovou deskou s kruhovým otvorem uprostřed. Ve vrcholu věže a 3,0m pod ním byly umístěny dvě hmoty po obvodu pláště, každá o hmotnosti 400kg. Konstrukce byla opět celá vetknutá do základové desky o rozměrech 3,0m x 3,0m a tloušťky 2,2m. Deska byla podepřena plošně, podporou typu SOILIN a v rozích dodatečně podepřena podporami nepoddajnými ve směru X a Y.

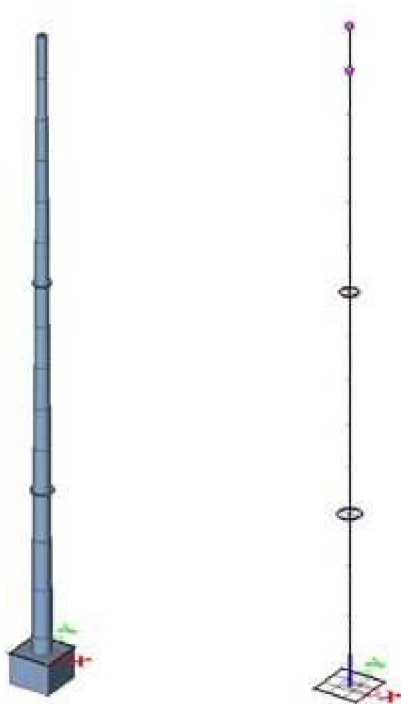




Obrázek 7: Věž 20m – renderovaný 2D skořepinový model, model MKP

#### 2.2.4 VĚŽ 45m – SEGMENTOVÝ MODEL

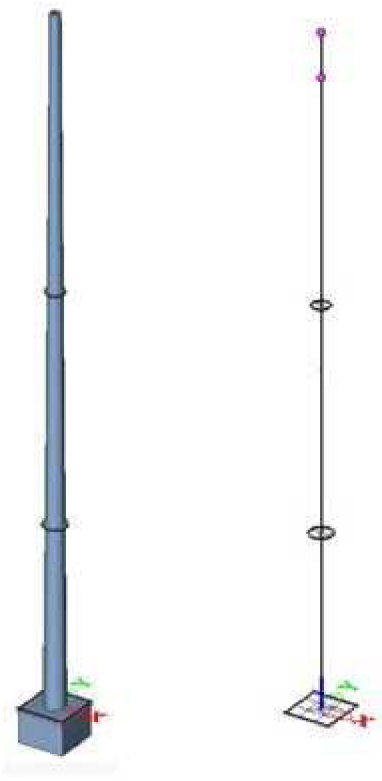
Segmentový model 45m vysoké věže byl tvořen 3,0m dlouhými prutovými prvky konstantního průřezu, který se od základu směrem nahoru postupně zmenšoval. U této konstrukce byly spojovací ocelové desky dvě. Jedna ve výšce 11,7m a druhá ve výšce 26,85m. Průměr první desky byl 1,5m a druhé 1,2m. Oba prvky byly modelovány jako vodorovné desky o tloušťce 0,15m. Ve vrcholu a 3,0m pod ním byly umístěny dvě hmoty, každá o hmotnosti 400kg zastupující hmotnost antén. Celá konstrukce byla vetknuta do základové desky rozměrů 3,0m x 3,0m tloušťky 2,2m. Základová deska byla plošně podepřena podporou typu SOILIN a v rozích dodatečně podepřeny podporami zabraňujícími posunu desky ve směru osy X a Y.



Obrázek 8: Věž 45m - renderovaný segmentový model, model MKP

### 2.2.5 VĚŽ 45m – MODEL S NÁBĚHY

Model s náběhy byl sestaven ze tří prutových prvků. Délky jednotlivých prvků jsou, spodní 11,7m, prostření 15,15m a horní 18,15m. Každému prutu je přiřazen průřez, který se lineárně zmenšuje směrem od základu nahoru. Spojovací ocelové desky byly modelovány stejně jako u segmentového modelu, a to jako ocelové vodorovné deskové prvky o průměru 1,5m a 1,2m. Ve vrcholu a 3,0m pod ním byly vloženy dvě hmoty, každá o hmotnosti 400kg. Konstrukce byla opět vetknuta do základové desky o rozměrech 3,0m x 3,0m a tloušťky 2,2m. Deska byla plošně podepřena podporou typu SOILIN a v rozích bylo zabráněno posunu ve vodorovném směru tuhými podporami.



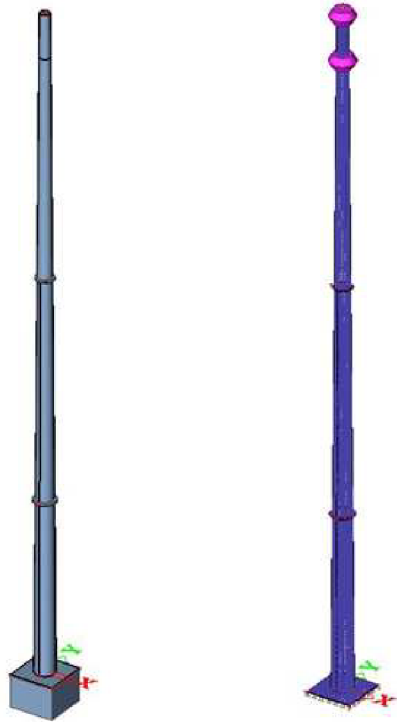
Obrázek 9: Věž 45m - renderovaný model s náběhy, model MKP

## 2.2.6 VĚŽ 45m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL

Jako třetí varianta modelu byl použit skořepinový 2D model skládající se z 3 segmentů. Spodní segment o výšce 11,7m, prostřední 15,15m a horní 18,15m. Spojovací desky byly v tomto případě modelovány jako vodorovné kruhové desky s otvory. Tloušťka desek 0,15m a vnější průměry 1,5m a 1,2m. Konstrukce byla vetknutá do základové desky o rozměrech 3,0m x 3,0m a tloušťky 2,2m. Deska byla plošně podepřena podporou typu SOILIN a v rozích tuhými podporami bylo zabráněno posunu ve směru osy X a Y.

U prutových modelů bylo zvoleno dělení prvků sítě po 1,0m. Skořepinové modely byly děleny po 0,1m.

Pro ruční výpočet byly výpočtové modely zjednodušeny na dvě svislé konzoly konstantního průřezu o výšce 20m a 45m, které byly v patě vetknuty. Ve vrcholu a pod ním byly umístěny dvě hmoty o hmotnosti 400kg a jedna hmota uprostřed délky každé konzoly, vyjadřující vlastní tíhu konstrukce.



**Obrázek 10: Věž 45m - renderovaný 2D skořepinový model, model MKP**

## 3 VÝPOČET

### 3.1 MODÁLNÍ ANALÝZA

První vlastní tvary jednotlivých modelů byly vypočteny pomocí software Scia engineer a pro ověření výsledků vypočtených programem jsem volil ruční výpočet pomocí Rayleighovy energetické metody na zjednodušeném výpočtovém modelu. Výsledky získané z jednotlivých modelů byly mezi sebou porovnány.

#### 3.1.1 VĚŽ 20m – RUČNÍ VÝPOČET PRVNÍHO VLASTNÍHO TVARU

Jako výpočtový model jsem zvolil 20m vysokou konzolu vetknutou v patě. Konzola byla zatížena soustavou lineárně se zvětšujících sil ve třech úrovních. První byla vrchol konstrukce s hmotou antény číslo 1, druhá síla působila o 3,0m níže v místě druhé antény, třetí síla působila uprostřed délky konzoly v místě idealizované hmoty konstrukce. Průřez konzoly jsem volil konstantní, jako průměrnou hodnotu z průřezů v patě a ve vrcholu konstrukce. V programu SCIA Engineer byla na tomto výpočtovém modelu zjištěna celková deformace konzoly od dané soustavy sil. Výslednou vlastní frekvenci konstrukce lze spočítat z následujícího vztahu [4]:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sum F_i \cdot u_i}{\sum m_i \cdot u_i^2}} \quad (1.22)$$

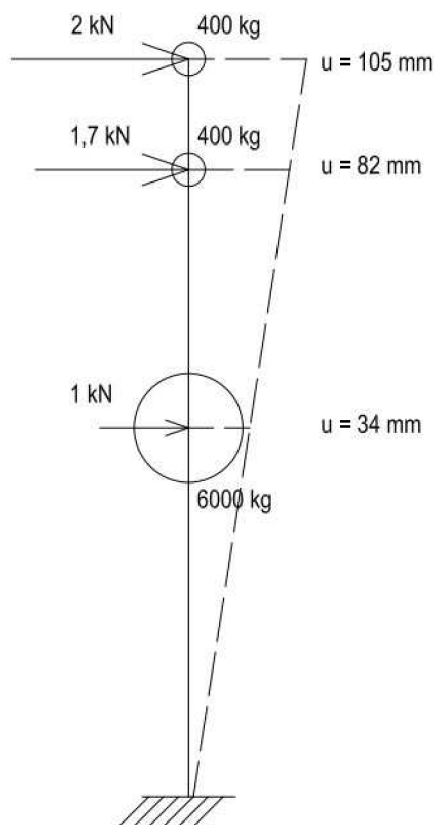
kde:  $F_i$  vodorovná síla působící v na úrovni i-té hmoty

$u_i$  vodorovná deformace na úrovni i-té hmoty

$m_i$  idealizovaná hmota

periodu  $T$  dostaneme ze vztahu:

$$T = \frac{1}{f} \quad (1.23)$$



Obrázek 11: Soustava sil a hmot pro ruční výpočet, věž 20m

po dosazení:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2000 \cdot 0,105 + 1700 \cdot 0,082 + 1000 \cdot 0,034}{400 \cdot 0,105^2 + 400 \cdot 0,082^2 + 6000 \cdot 0,034^2}}$$

$$f = 0,83 \text{ Hz}$$

$$T = 1,20 \text{ s}$$

### 3.1.2 SROVNÁNÍ VLASTNÍCH TVARŮ – VĚŽ 20m

V následující tabulce jsou srovnány výsledky modální analýzy programu SCIA engineer a ruční výpočet.

**Tabulka 2: Srovnání výsledků modální analýzy, věž 20m**

<b>MODEL</b>	<b>FREKVENCE <math>f</math> [Hz]</b>	<b>PERIODA <math>T</math> [s]</b>
SEGMENTOVÝ	0,92	1,09
S NÁBĚHY	0,81	1,24
SKOŘEPINOVÝ	0,95	1,05
RUČNÍ	0,83	1,20

### 3.1.3 VĚŽ 45m – RUČNÍ PRVNÍHO VÝPOČET VLASTNÍHO TVARU

Výpočtový model byl idealizován jako 45m vysoká konzola vetknutá v patě. Ve vrcholu a 3,0m pod ním byly umístěny hmoty antén obě o hmotnosti 400kg. Vlastní tíha celé konstrukce byla idealizována do jedné hmoty uprostřed rozpětí konzoly. Průřez jsem zvolil jako průměr z koncového a počátečního průřezu.

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2000 \cdot 0,071 + 1870 \cdot 0,064 + 1000 \cdot 0,023}{400 \cdot 0,071^2 + 400 \cdot 0,064^2 + 46795 \cdot 0,023^2}}$$

$$f = 0,50\text{Hz}$$

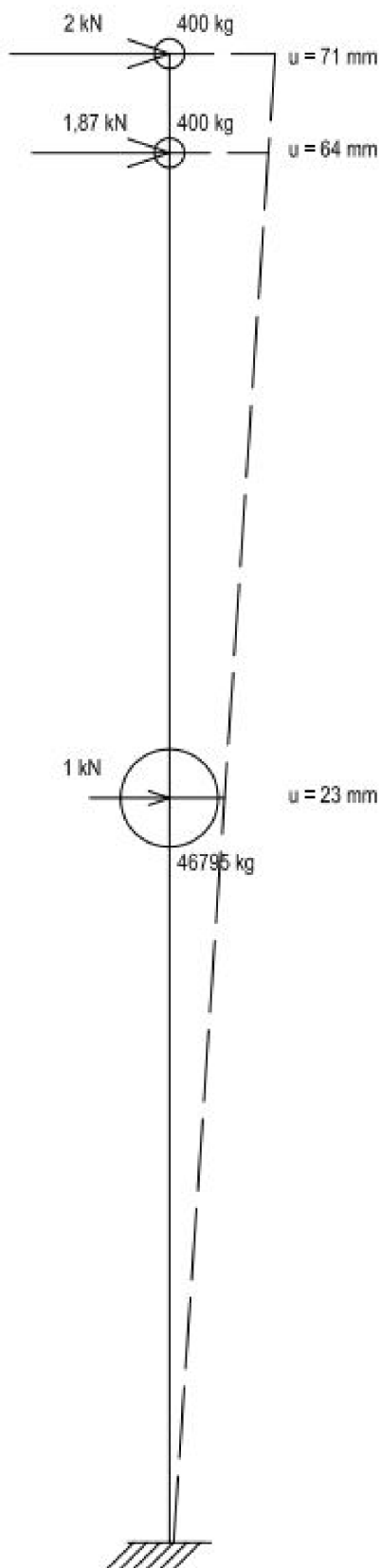
$$T = 2,00\text{s}$$

### 3.1.4 SROVNÁNÍ VLASTNÍCH TVARŮ – VĚŽ 45m

V následující tabulce jsou srovnány výsledky modální analýzy programu SCIA Engineer a ručního výpočtu.

**Tabulka 3: Srovnání výsledků modální analýzy, věž 20m**

<b>MODEL</b>	<b>FREKVENCE <math>f</math> [Hz]</b>	<b>PERIODA <math>T</math> [s]</b>
SEGMENTOVÝ	0,51	1,96
S NÁBĚHY	0,51	1,96
SKOŘEPINOVÝ	0,49	2,06
RUČNÍ	0,50	2,00



Obrázek 12: Soustava sil a hmot pro ruční výpočet, věž 45m



## 3.2 VÝPOČET SEISMICKÝCH SIL

Mnou modelované konstrukce se nachází v Moravskoslezském kraji, konkrétně v Ostravě Vítkovicích. Z toho vyplývá, podle národní přílohy Eurokódu 8, že referenční špičkové zrychlení pro základovou půdu typu **A**,  $a_{gR} = 0,12g$ . Na základě inženýrskogeologického průzkumu byla základová půda vyhodnocena jako typ **D** (dle tabulky 3.1 – **Typy základových půd**, uvedené v Eurokódu 8). Podle národní přílohy, bylo přiřazeno k naší lokalitě spektrum pružné odezvy typu 1. Dle **Tabulky 4.3 – třídy významu pozemních staveb** uvedené v Eurokódu 8, byla naše konstrukce zařazena do třídy II. Z definice vyplývá, že třídě významu II náleží součinitel  $\gamma_I = 1,0$ . Součinitel duktility  $q$  byl ve všech případech uvažován **1,5**. Hodnota gravitačního zrychlení  $g = 10ms^{-2}$ .

### 3.2.1 VĚŽ 20m – SEGMENTOVÝ MODEL

Programem vypočtená hodnota vlastní periody  $T$  prvního vlastního tvaru pro tento model činí **1,09s**. Po dosazení do podmínky pro výpočet metodou příčných sil (1.18) nám vyplývá, že tento model tuto podmínku splňuje a můžeme jej tedy touto metodou posuzovat.

Platí, že  $T_C \leq T \leq T_D$ ,  $0,8s \leq 1,09s \leq 2,0s$  z toho vyplývá, že hodnotu  $S_d(T)$  získáme z výrazu (1.11).

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8}{1,09} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,98 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,98ms^{-2}$$

**Smyková síla v základu:** (dle 1.19)

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda$$

$$m = 2 \cdot 400kg \text{ (antény)} + 6580kg \text{ (hmotnost konstrukce)} = 7380kg$$

$$F_b = 1,98 \cdot 7380 \cdot 1,0 = 14612N$$

**Rozdělení vodorovných seismických sil na konstrukci:**

Jelikož je základní tvar kmitání vyjádřen jako lineárně rostoucí po výšce, Eurokód 8 v takovémto případě stanovuje použit vztah (1.21).

Za úroveň vnášení seismického zatížení uvažujeme styk nosné konstrukce s horní hranou základové desky. Hmotnost vlastní tíhy konstrukce byla rozdělena po jednotlivých segmentech, dle jejich rozměrů. Hmotnost ocelových spojovacích dílců byla zanedbána.

**Vodorovné seismické síly v anténách:**

$$F_{A1} = 14612 \cdot \frac{20 \cdot 400}{69611} = 1679N$$

$$F_{A2} = 14612 \cdot \frac{17 \cdot 400}{69611} = 1427N$$

**Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):**

$$F_1 = 14612 \cdot \frac{18,75 \cdot 420}{69611} = 1653N$$

$$F_2 = 14612 \cdot \frac{16,25 \cdot 553}{69611} = 1886N$$

$$F_3 = 14612 \cdot \frac{13,75 \cdot 651}{69611} = 1879N$$

$$F_4 = 14612 \cdot \frac{11,25 \cdot 796}{69611} = 1880N$$

$$F_5 = 14612 \cdot \frac{8,35 \cdot 1269}{69611} = 2224N$$

$$F_6 = 14612 \cdot \frac{5,35 \cdot 1154}{69611} = 1296N$$

$$F_7 = 14612 \cdot \frac{2,35 \cdot 1317}{69611} = 650N$$

$$F_8 = 14612 \cdot \frac{0,425 \cdot 420}{69611} = 37N$$

### 3.2.2 VĚŽ 20m – MODEL S NÁBĚHY

$$T = 1,24s$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8s \leq 1,24s \leq 2,0s$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8}{1,24} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,74 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,74ms^{-2}$$

**Smyková síla v základu:** (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400\text{kg (antény)} + 7091\text{kg (hmotnost konstrukce)} = 7891\text{kg}$$

Vlastní tíha konstrukce je na rozdíl od segmentového modelu vyšší. Tato skutečnost vyplývá z toho, že u modelu s náběhy nebyla zohledněna proměnná tloušťka stěny jednotlivých segmentů. Program Scia neumožňuje měnit tloušťku stěny společně s náběhem. Kdežto u modelu se segmenty je zohledněný jak proměnný vnější rozměr konstrukce, tak i proměnná tloušťka stěny.

$$F_b = 1,74 \cdot 7891 \cdot 1,0 = 13730\text{N}$$

V tomto modelu byla hmota konstrukce rozdělena pouze do dvou segmentů.

**Vodorovné seismické síly v anténách:**

$$F_{A1} = 13730 \cdot \frac{20 \cdot 400}{77604,9} = 1415\text{N}$$

$$F_{A2} = 13730 \cdot \frac{17 \cdot 400}{77604,9} = 1203\text{N}$$

**Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):**

$$F_1 = 13730 \cdot \frac{15 \cdot 2390}{77604,9} = 6343\text{N}$$

$$F_2 = 13730 \cdot \frac{4,9 \cdot 5501}{77604,9} = 4769\text{N}$$

### 3.2.3 VĚŽ 20m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL

$$T = 1,05\text{s}$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8\text{s} \leq 1,09\text{s} \leq 2,0\text{s}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8}{1,05} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 2,06 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 2,06\text{ms}^{-2}$$

**Smyková síla v základu:** (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400\text{kg (antény)} + 6501\text{kg (hmotnost konstrukce)} = 7301\text{kg}$$

$$F_b = 2,06 \cdot 7301 \cdot 1,0 = 15040\text{N}$$

U skořepinového modelu byla hmota konstrukce rozdělena pouze do dvou segmentů, podobně jako u modelu s náběhy.

**Vodorovné seismické síly v anténách:**

$$F_{A1} = 15040 \cdot \frac{20 \cdot 400}{74208,9} = 1621N$$

$$F_{A2} = 15040 \cdot \frac{17 \cdot 400}{74208,9} = 1378N$$

**Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):**

$$F_1 = 15040 \cdot \frac{15 \cdot 2340}{74208,9} = 7114N$$

$$F_2 = 15040 \cdot \frac{4,9 \cdot 4961}{74208,9} = 4927N$$

### 3.2.4 VĚŽ 20m – RUČNÍ VÝPOČET

$$T = 1,20s$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8s \leq 1,2s \leq 2,0s$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5 [0,8]}{1,5 [1,2]} \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,80 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,80ms^{-2}$$

Smyková síla v základu: (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400kg \text{ (antény)} + 6000kg \text{ (hmotnost konstrukce)} = 6800kg$$

$$F_b = 1,8 \cdot 6800 \cdot 1,0 = 12240N$$

**Vodorovné seismické síly v anténách:**

$$F_{A1} = 12240 \cdot \frac{20 \cdot 400}{74800} = 1309N$$

$$F_{A2} = 12240 \cdot \frac{17 \cdot 400}{74800} = 1113N$$

**Vodorovná seismická síla na konstrukci:**

$$F_1 = 12240 \cdot \frac{10 \cdot 6800}{74800} = 11127N$$

### 3.2.5 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ – VĚŽ 20m

Výpočtem byly určeny následující síly: (V tabulce jsou uvedeny pouze síly, jejichž umístění na konstrukci je u každého modelu stejné.)

Tabulka 4: Srovnání vodorovných seismických sil, věž 20m

MODEL	T [s]	$S_d(T)$ [ $ms^{-2}$ ]	$F_b$ [N]	$F_{A1}$ [N]	$F_{A2}$ [N]
SEGMENTOVÝ	1,09	1,98	14612	1679	1427
S NÁBĚHY	1,24	1,74	13730	1415	1203
SKOŘEPINOVÝ	1,05	2,06	15040	1621	1378
RUČNÍ	1,20	1,80	12204	1309	1113

Po určení vodorovných seismických sil pro každý výpočtový model, byly modely těmito silami zatíženy a sledoval jsem maximální posunutí a pootočení ve vrcholu každého modelu.

Tabulka 5: Srovnání deformací ve vrcholu, věž 20m

MODEL	VODOROVNÉ POSUNUTÍ VE VRCHOLU [mm]	POOTOČENÍ VE VRCHOLU [mrad]
SEGMENTOVÝ	138,8	11,4
S NÁBĚHY	103,9	8,4
SKOŘEPINOVÝ	99,1	8,0
RUČNÍ	162,8	10,6

### 3.2.6 VĚŽ 45m – SEGMENTOVÝ MODEL

U 45m vysokých modelů již byly zohledněny, vzhledem jejich velikosti, i spojovací ocelové příložky.

$$T = 1,96s$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8s \leq 1,96s \leq 2,0s$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8}{1,96} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,10 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,10 \text{ms}^{-2}$$

Smyková síla v základu: (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400 \text{kg} (\text{antény}) + 46\,643 \text{kg} (\text{hmotnost konstrukce}) = 47\,443 \text{kg}$$

$$F_b = 1,10 \cdot 47443 \cdot 1,0 = 52\,187 \text{N}$$

Vodorovné seismické síly v anténách:

$$F_{A1} = 52187 \cdot \frac{45 \cdot 400}{900381} = 1043 \text{N}$$

$$F_{A2} = 52187 \cdot \frac{42 \cdot 400}{900381} = 974 \text{N}$$

Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):

Síly byly na konstrukci umístěny v jednotlivých segmentech, které byly nahrazeny v místě těžiště hmotou vlastní tíhy.

$$F_1 = 52187 \cdot \frac{43,5 \cdot 1629}{900381} = 4107 \text{N}$$

$$F_2 = 52187 \cdot \frac{40,5 \cdot 1795}{900381} = 4214 \text{N}$$

$$F_3 = 52187 \cdot \frac{37,5 \cdot 1961}{900381} = 4262 \text{N}$$

$$F_4 = 52187 \cdot \frac{34,5 \cdot 2127}{900381} = 4253 \text{N}$$

$$F_5 = 52187 \cdot \frac{31,5 \cdot 2291}{900381} = 4183 \text{N}$$

$$F_6 = 52187 \cdot \frac{28,5 \cdot 2582}{900381} = 4265 \text{N}$$

$$F_7 = 52187 \cdot \frac{26,925 \cdot 1323}{900381} = 2065 \text{N}$$

$$F_8 = 52187 \cdot \frac{25,35 \cdot 2237}{900381} = 3287 \text{N}$$

$$F_9 = 52187 \cdot \frac{22,35 \cdot 2925}{900381} = 3789 \text{N}$$

$$F_{10} = 52187 \cdot \frac{19,25 \cdot 3119}{900381} = 3480 \text{N}$$

$$F_{11} = 52187 \cdot \frac{16,25 \cdot 3315}{900381} = 3122 \text{N}$$

$$F_{12} = 52187 \cdot \frac{13,25 \cdot 3690}{900381} = 2834 \text{N}$$

$$F_{13} = 52187 \cdot \frac{11,775 \cdot 2068}{900381} = 1411 \text{N}$$

$$F_{14} = 52187 \cdot \frac{9,95 \cdot 3738}{900381} = 2156N$$

$$F_{15} = 52187 \cdot \frac{6,45 \cdot 4825}{900381} = 1804N$$

$$F_{16} = 52187 \cdot \frac{2,95 \cdot 5144}{900381} = 880N$$

$$F_{17} = 52187 \cdot \frac{0,6 \cdot 1674}{900381} = 58N$$

### 3.2.7 VĚŽ 45m – MODEL S NÁBĚHY

$$T = 1,96s$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8s \leq 1,96s \leq 2,0s$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8}{1,96} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,10 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,10ms^{-2}$$

Smyková síla v základu: (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400kg \text{ (antény)} + 47\,893kg \text{ (hmotnost konstrukce)} = 48\,693kg$$

Zde je opět patrná jiná hmotnost celé konstrukce oproti segmentovému modelu.

$$F_b = 1,10 \cdot 48693 \cdot 1,0 = 53\,562N$$

Vodorovné seismické síly v anténách:

$$F_{A1} = 53562 \cdot \frac{45 \cdot 400}{939935} = 1026N$$

$$F_{A2} = 53562 \cdot \frac{42 \cdot 400}{939935} = 957N$$

Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):

$$F_1 = 53562 \cdot \frac{36 \cdot 12366}{939935} = 25368N$$

$$F_2 = 53562 \cdot \frac{26,925 \cdot 1323}{939935} = 2030N$$

$$F_3 = 53562 \cdot \frac{19,35 \cdot 15703}{939935} = 17315N$$

$$F_4 = 53562 \cdot \frac{11,775 \cdot 2068}{939935} = 1388N$$

$$F_s = 53562 \cdot \frac{5,85 \cdot 16433}{939935} = 5478N$$

### 3.2.8 VĚŽ 45m – SKOŘEPINOVÝ 2D MODEL

$$T = 2,06s$$

zde je potřeba upozornit na skutečnost, že perioda vlastního tvaru skořepinového modelu je větší než normou stanovené maximum **2,0s** pro posudek pomocí metody příčných sil. Měl bych tedy zvolit jinou metodu uvedenou v EC8 (např. spektrální analýza...). Abych však měl možnost srovnání s jinými modely, jsem i přes tuto skutečnost pokračoval ve výpočtu vodorovných seismických sil.

$$T_D \leq T, 2,0s \leq 2,06s: S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_c \cdot T_D}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5}{1,5} \left[ \frac{0,8 \cdot 2,0}{2,06} \right] \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 2,10 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 2,10ms^{-2}$$

**Smyková síla v základu:** (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400kg \text{ (antény)} + 46\,563kg \text{ (hmotnost konstrukce)} = 47\,363kg$$

$$F_b = 2,10 \cdot 47363 \cdot 1,0 = 99\,462N$$

**Vodorovné seismické síly v anténách:**

$$F_{A1} = 99462 \cdot \frac{45 \cdot 400}{900301} = 1989N$$

$$F_{A2} = 99462 \cdot \frac{42 \cdot 400}{900301} = 1856N$$

**Vodorovné seismické síly na konstrukci (číslování od vrcholu konstrukce):**

$$F_1 = 99462 \cdot \frac{36 \cdot 12326}{900301} = 49022N$$

$$F_2 = 99462 \cdot \frac{26,925 \cdot 1323}{900301} = 3934N$$

$$F_3 = 99462 \cdot \frac{19,35 \cdot 15663}{900301} = 33483N$$

$$F_4 = 99462 \cdot \frac{11,775 \cdot 2068}{900301} = 2690N$$



$$F_s = 99462 \cdot \frac{5,85 \cdot 16433}{900301} = 10620N$$

### 3.2.9 VĚŽ 45m – RUČNÍ VÝPOČET

$$T = 2,00s$$

$$T_C \leq T \leq T_D, 0,8s \leq 2,00s \leq 2,0s$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot 1,35 \cdot \frac{2,5 [0,8]}{1,5 [2,00]} \\ \geq 0,2 \cdot 1,2 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = \left\{ \begin{array}{l} 1,08 \\ \geq 0,24 \end{array} \right\}$$

$$S_d(T) = 1,08ms^{-2}$$

Smyková síla v základu: (dle 1.19)

$$m = 2 \cdot 400kg \text{ (antény)} + 46\,795kg \text{ (hmotnost konstrukce)} = 47\,595kg$$

$$F_b = 1,08 \cdot 47595 \cdot 1,0 = 51\,403N$$

Vodorovné seismické síly v anténách:

$$F_{A1} = 51403 \cdot \frac{45 \cdot 400}{1087688} = 851N$$

$$F_{A2} = 51403 \cdot \frac{42 \cdot 400}{1087688} = 794N$$

Vodorovná seismická síla na konstrukci:

$$F_I = 51403 \cdot \frac{22,5 \cdot 46795}{1087688} = 49758N$$

### 3.2.10 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ – VĚŽ 45m

Výpočtem byly určeny následující síly: (V tabulce jsou uvedené pouze síly, jejichž umístění na konstrukci je u každého modelu stejné.)

**Tabulka 6: Srovnání vodorovných seismických sil, věž 45m**

<b>MODEL</b>	<b>T [s]</b>	<b>S<sub>d</sub>(T) [ms<sup>-2</sup>]</b>	<b>F<sub>b</sub> [N]</b>	<b>F<sub>A1</sub> [N]</b>	<b>F<sub>A2</sub> [N]</b>
SEGMENTOVÝ	1,96	1,10	52 187	1043	974
S NÁBĚHY	1,96	1,10	53 562	1026	957
SKOŘEPINOVÝ	2,06	2,10	99 462	1989	1856
RUČNÍ	2,00	1,08	51 403	851	794

**Tabulka 7: Srovnání deformací ve vrcholu, věž 45m**

<b>MODEL</b>	<b>VODOROVNÉ POSUNUTÍ VE VRCHOLU [mm]</b>	<b>POOTOČENÍ VE VRCHOLU [mrad]</b>
SEGMENTOVÝ	301,4	10,6
S NÁBĚHY	288,8	9,8
SKOŘEPINOVÝ	529,3	17,9
RUČNÍ	305,3	8,3

## 4 ZÁVĚR

Hlavním účelem této práce bylo porovnat na jednotlivých modelech stejné konstrukce zatížené seismickým zatížením výsledné deformace, které toto zatížení vyvolá. Jak je vidět ze srovnání v tabulkách č 4 a 6, mohou se výsledné deformace lišit v závislosti na použitém modelu, na kterém byla prováděna analýza.

Z výsledků vyplývá, že 20m vysoká věž je citlivější na volbu modelu než věž vysoká 45m. U 20m vysoké věže bylo zjištěno maximální vodorovné posunutí ve vrcholu 162,8mm a to u idealizovaného modelu použitého pro ruční výpočet. Nejmenší deformace byla zaznamenána u 2D skořepinového modelu a to **99,1mm**. Rozdíl deformací obou modelů tedy činí **64%**. Výsledná deformace byla ovlivněna spoustou faktorů. Hlavně geometrie a z toho plynoucí i hmota celé konstrukce, která se podílí na kmitání při dynamickém zatížení. Z tohoto pohledu se zdají být nejpřesnější skořepinové modely, které jsou schopny zohlednit jak proměnný vnější rozměr, tak proměnnou tloušťku jednotlivých segmentů. U modelu ze segmentů je změna tloušťky a vnějšího rozměru konstrukce vyřešena skokově. Model s náběhy se zdá být také jako dostatečně přesný. Jsme však zde limitováni použitým softwarem, který neumožňuje měnit tloušťku stěny průřezu společně s náběhem. Následkem toho je hmotnost celého modelu vyšší což se projevuje při výpočtu vlastní periody kmitání a tím i jiných náhradních seismických sil. U modelu použitého pro ruční ověření nebyl zohledněn ani náběh a ani změna tloušťky stěny průřezu. Pracoval jsem pouze s průměrnými hodnotami a konstrukce byla modelována s konstantním průřezem. Můžeme si však všimnout, že perioda  $T$  vypočtena ručně (**1,20s**) se velice blíží vlastní periodě vypočtené programem na modelu s náběhy (**1,24s**).

Když srovnáme deformace 45m vysoké konstrukce zjistíme, že ta již není tak citlivá na druh použitého výpočtového modelu. Rozdíl mezi minimální (**288,8mm**) a maximální (**305,3mm**) deformací se od sebe liší pouze **6%**. Bylo to zřejmě způsobeno tím, že pro tak vysokou konstrukci je segment o velikosti 3,0m dostatečně malý, aby se výsledná geometrie přiblížila skutečnosti. Vlivem velikosti konstrukce, byly rozdíly mezi hmotnostmi jednotlivých modelů v poměru k hmotnosti celé konstrukce tak malé, že se tyto odlišnosti projeví ve výpočtu vlastní periody jen minimálně.

Zvláštní pozornost je ale potřeba věnovat 2D skořepinovému modelu, který svou první vlastní periodou (**2,06s**) překračuje limit, který EC8 stanovuje pro výpočet metodou příčných sil (**2,00s**). Mnou vypočtené výsledné deformace jsou oproti ostatním modelům téměř dvojnásobné (**529,3mm**). Bylo to dáno tím, že pro výpočet návrhového zrychlení byl použit

vztah 1.17, který vyplývá z podmínky  $T_D \leq T$ . U všech ostatních modelů byl použit vztah 1.16. Proto bych tuto konstrukci doporučoval posuzovat pokročilejšími metodami uvedené v EC8, například metodou lineárních spekter odezvy nebo nelineární výpočet metodou statického přítěžování.

**Tabulka 8: Porovnání výsledných pootočení od zatížení s požadavky operátora**

MODEL	VÝSLEDNÉ POOTOČENÍ – VĚŽ 20m [mrad]	VÝSLEDNÉ POOTOČENÍ – VĚŽ 45m [mrad]	POŽADAVEK – NORMÁLNÍ STAV [mrad]	POŽADAVEK – EXTRÉMNÍ PŘÍPADY [mrad]
SEGMENTOVÝ	11,4	10,6	<b>8,7</b>	<b>17,4</b>
S NÁBĚHY	8,4	9,8		
SKOŘEPINOVÝ	8,0	<b>17,9</b>		
RUČNÍ	10,6	8,3		

Ve srovnání v tabulce 8 se můžeme přesvědčit, že deformace jednotlivých modelů, až na jeden, nejsou větší, než je dovoleno operátorem. Problém však nastává věže vysoké 45m, kde u skořepinového 2D modelu, kde jak je vysvětleno výše nelze použít metodu náhradních sil pro posouzení.

Na posledním případě 2D modelu je vidět, že přestože vlastní perioda kmitu modelu překračuje podmínku danou EC8 pouze o, na první pohled, zanedbatelných **0,06s**, může tento fakt vést k podstatně rozdílným výsledkům. V případech, kde se výsledky analýzy blíží k hraničním hodnotám, zvláště jsme-li limitováni předpisy, v našem případě EC8, měli bychom zvážit, zda nepoužít více modelů téže konstrukce a také bude zřejmě nutné konstrukci posuzovat pokročilejší metodou, jako je například spektrální analýza, než mnou použitá zjednodušená metoda.

## 5 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] *Popis programu RFEM4*, Praha: Ing. Software Dlubal s.r.o., leden 2010.
- [2] ČSN EN 1998-1, *Eurokód 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení*, Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [3] *Doplňkové texty BB01, Mechanické kmity*, FAST VUT V BRNĚ: doc. RNDr. Pavel Schauer, CSc., 2006.
- [4] *Chopra, A. Dynamics of Structures*, New Jersey: Prentice-Hall, 2001.
- [5] *Přednášky CD05 Dynamika*, Brno, doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc, 2009.
- [6] *Přednáška pro ČKAIT Eurokód 8*, Brno, doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc, 2010.
- [7] *Dynamika stavebních konstrukcí*, Praha: Prof. Ing. Miloslav Baťa, DrSc., doc. Ing. Václav Plachý, CSc., doc. Ing. František Trávniček, CSc., 1987.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$a_g$	návrhové zrychlení
$a_{gR}$	referenční špičkové zrychlení podloží typu A
$a$	zrychlení
$\beta$	spodní mez součinitele pro vodorovné návrhové spektrum
$[c]$	matice tlumení
$C$	modální matice tlumení
$E$	Youngův modul pružnosti
$F$	síla
$F_b$	seismická smyková síla v základu
$F_d$	direktivní síla
$F_i$	vodorovná síla působící v i-tém podlaží
$\{F(t)\}$	vektor budících sil
$f$	vlastní frekvence
$G_{k,j}$	stálé zatížení
$g$	tíhové zrychlení
$\lambda$	opravný součinitel
$[k]$	matice tuhosti
$K$	modální matice tuhosti
$k$	tuhost oscilátoru
$[M]$	matice hmotnosti
$M$	modální matice hmotnosti
$[m]$	matice hmot
$m$	celková hmotnost stavby nad základovou spárou
$m_i, m_j$	hmotnost podlaží
$MKP$	metoda konečných prvků

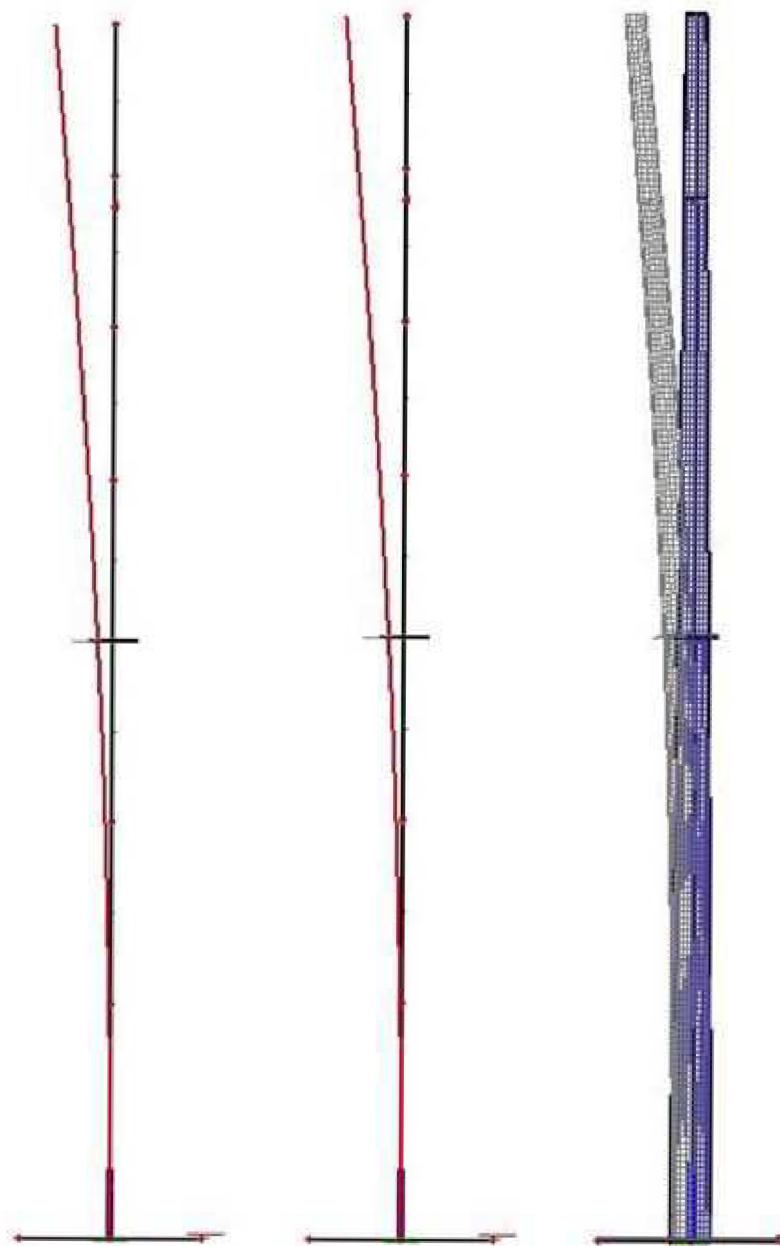
$P(t)$	modální zatěžovací vektor
$\nu$	Poissonovo číslo
$Q_{k,j}$	proměnné zatížení
$q$	součinitel duktility
$\rho$	objemová hmotnost
$s_i, s_j$	posuny hmot
$S$	součinitel podloží
$S_d(T)$	návrhové spektrum
$S_d(T_1)$	pořadnice návrhového spektra při periodě kmitu $T_1$
$T_B$	nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota pružného zrychlení
$T_C$	největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení
$T_D$	doba kmitu, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu
$T_{NCR}$	referenční doba návratu referenčního seismického zatížení při požadavku vyloučení zřícení
$T_1$	základní perioda vlastních kmitů vodorovného pohybu stavby v uvažovaném směru
$u, v, w$	posunutí v daném směru
$\{u(t)\}$	vektor přemístění
$\omega$	kruhová frekvence
$\varphi$	fáze
$\varphi_{x,y,z}$	pootočení v daném směru
$\Phi$	modální matice
$\eta_r(t)$	celková odezva soustavy

## 6 PŘÍLOHY

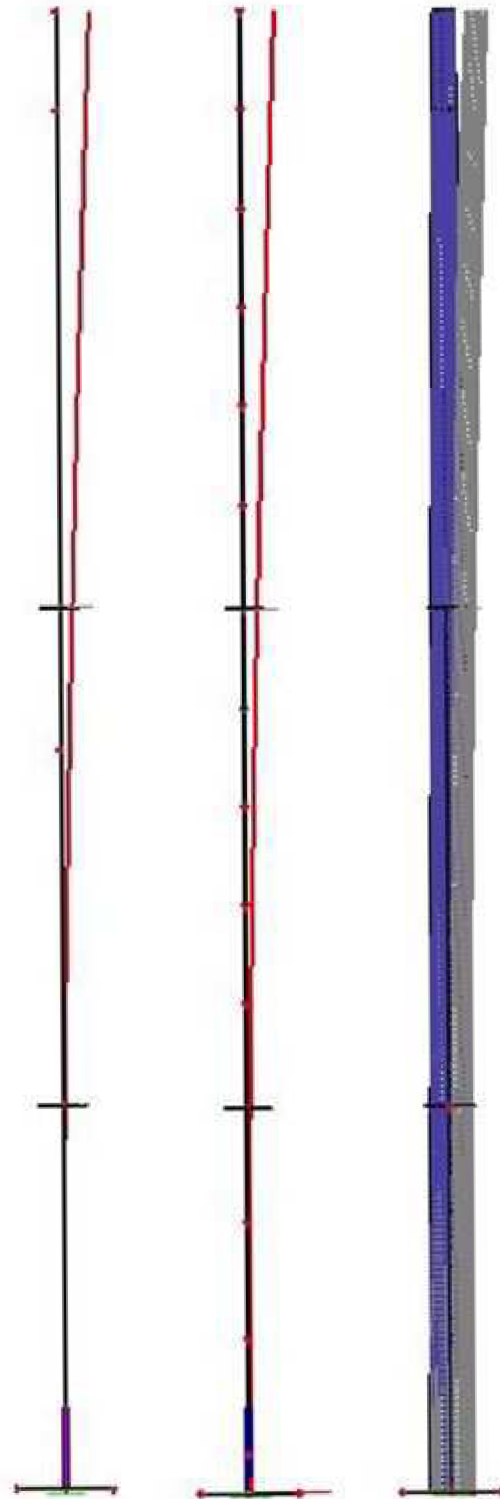
Příloha 1: Srovnání prvních vlastních tvarů jednotlivých modelů, věž 20m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model .....	48
Příloha 2: Srovnání prvních vlastních tvarů jednotlivých modelů, věž 45m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model .....	49
Příloha 3: Srovnání deformace jednotlivých modelů po zatížení vodorovnými seismickými silami, věž 20m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model .....	50
Příloha 4: Srovnání deformace jednotlivých modelů po zatížení vodorovnými seismickými silami, věž 45m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model .....	51



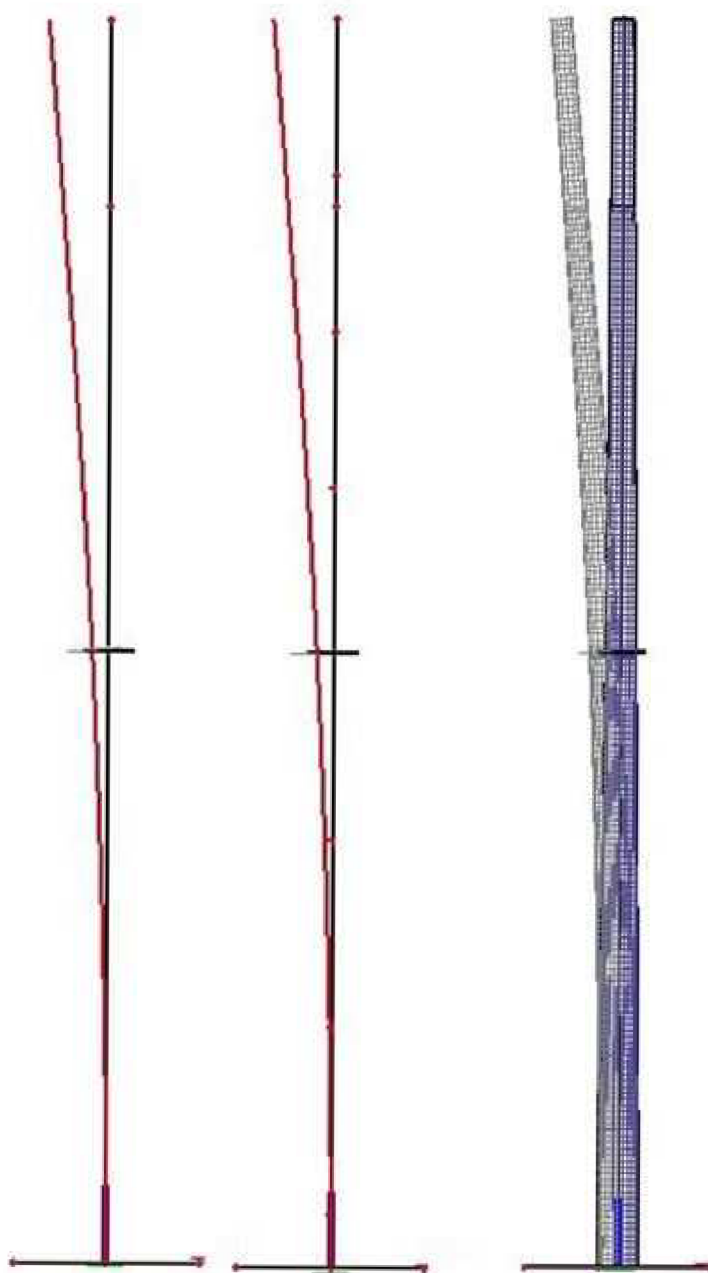
**Příloha 1: Srovnání prvních vlastních tvarů jednotlivých modelů, věž 20m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model**



**Příloha 2: Srovnání prvních vlastních tvarů jednotlivých modelů, věž 45m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model**



**Příloha 3: Srovnání deformace jednotlivých modelů po zatížení vodorovnými seismickými silami, věž 20m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model**



**Příloha 4: Srovnání deformace jednotlivých modelů po zatížení vodorovnými seismickými silami, věž 45m. Zleva: s náběhy, segmentový, skořepinový model**

