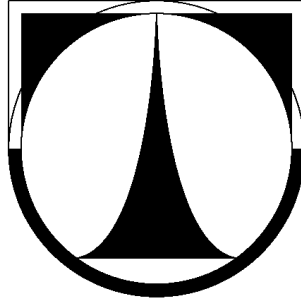


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií



AKTIVNÍ ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍHO VIBROIZOLAČNÍHO SYSTÉMU SEDAČKY

DISERTAČNÍ PRÁCE

Liberec 2015

Ing. Zdeněk Herda



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií ■

AKTIVNÍ ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍHO VIBROIZOLAČNÍHO SYSTÉMU SEDAČKY

Disertační práce

Studijní program: P2612 – Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612V045 – Technická kybernetika

Autor práce: **Ing. Zdeněk Herda**

Vedoucí práce: doc. Ing. Bedřich Janeček, CSc.



TECHNICAL UNIVERSITY OF LIBEREC
Faculty of Mechatronics, Informatics
and Interdisciplinary Studies ■

ACTIVE VIBRATION-ISOLATION CONTROL OF NONLINEAR SEAT SYSTEM

Doctoral thesis

Study programme: P2612 –Electrical Engineering and Informatics

Study branch: 2612V045 – Technical cybernetics

Author: **Ing. Zdeněk Herda**

Supervisor: doc. Ing. Bedřich Janeček, CSc.

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou disertační práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 - školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé disertační práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li disertační práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Disertační práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé disertační práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum: 30. 9. 2015

Podpis:

Declaration

I hereby certify that I have been informed the Act 121/2000, the Copyright Act of the Czech Republic, namely § 60 - Schoolwork, applies to my dissertation thesis in full scope.

I acknowledge that the Technical University of Liberec (TUL) does not infringe my copyrights by using my dissertation thesis for TUL's internal purposes.

I am aware of my obligation to inform TUL on having used or licensed to use my dissertation thesis; in such a case TUL may require compensation of costs spent on creating the work at up to their actual amount.

I have written my dissertation thesis myself using literature listed therein and consulting it with my thesis supervisor and my tutor.

Concurrently I confirm that the printed version of my master thesis is coincident with an electronic version, inserted into the IS STAG.

Date: 30. 9. 2015

Signature:

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval všem, kteří mě podporovali při vypracování této disertační práce ať už svými radami či umožněním přístupu do laboratoří. Především bych ráda poděkovala svému školiteli práce, Doc. Ing. Bedřichu Janečkovi, CSc. za cenné rady a připomínky, které mě nasměrovaly správným směrem. V neposlední řadě bych rád poděkovala své rodině za trpělivost a podporu při studiu.

Abstrakt

Tato práce se zabývá aktivním řízením nelineárního vibroizolačního systému sedačky s pneumatickou pružinou určeného pro nákladní automobily a těžké stroje. K tomuto účelu byla provedena matematicko-fyzikální analýza pro nalezení vhodných struktur modelů systému a identifikace těchto modelů pomocí měření na reálném systému. Dále byla provedena diskuze říditelnosti, z které vyplývá, že systém není z hlediska teorie říditelnosti plně říditelný. Pro účely regulace byla navržena struktura zpětnovazebního regulátoru doplněného o dopředný regulátor, který dokáže systém uspokojivě řídit i přes skutečnost, že systém není plně říditelný.

Abstract

This work deals with active vibration-isolation nonlinear control of truck of heavy machinery seat with pneumatic spring. For this purpose was done mathematical physical analysis to find a suitable model structures and its identification using real measured data. As a next step was made discussion of controllability which show us that our system is non-fully controllable. Although this fact was designed a structure of feedback controller with added forward controller which is able to control the system satisfactorily.

Obsah

1	Úvod	9
1.1	Současný stav problematiky, která je předmětem disertace a přehled odborné literatury	9
1.2	Cíle a přínos disertační práce	10
2	Přepřacování mechanismu pasivní sedačky	11
2.1	Zástavba akčních členů – pneumatická pružina a ventil	11
2.2	Senzorika	11
2.3	Snížení pasivních odporů a vůlí v ložiskách nůžkového mechanismu	12
3	Rozšířený matematický model systému	14
3.1	Základní rovnice rozšířeného matematického modelu	14
3.2	Aproximace vývoje objemu vzduchu v pružině	18
3.3	Identifikace modelu	19
3.4	Linearizace rozšířeného modelu systému v okolí zvoleného klidového stavu	25
3.5	Řiditelnost linearizovaného systému	33
4	Nerozšířený matematický model řízeného systému	37
4.1	Odvození nerozšířeného matematického modelu	37
4.2	Linearizace nelineárního modelu přidavnou nelineární zpětnou vazbou	41
5	Linearizace průtoku vzduchu ventilem SMC	45
5.1	Měření průtokové charakteristiky	45
5.2	Regrese průtokové charakteristiky ventilu podle normy ISO 6358	46
5.3	Linearizace průtokových charakteristik vzduchového ventilu	56
6	Návrh regulátoru	61
6.1	Požadavky na činnost regulátoru	61

6.2 Dopředný regulátor	64
6.3 Upravený stavový regulátor	69

1 Úvod

1.1 Současný stav problematiky, která je předmětem disertace a přehled odborné literatury

V současné době se stále zvyšují nároky na komfort řidičů či obsluhy těžkých strojů a nákladních automobilů. K tomuto komfortu velkou částí přispívá sedačka řidiče a tedy i nastavení jejího odpružení. To spočívá ve vhodném seřízení tuhosti tlumiče sedačky podle frekvence vibrací, které jsou typické pro daný typ povrchu, po kterém se vozidlo pohybuje. Pro vozidlo pohybující se pouze po asfaltové silnici je možné tlumič naladit optimálně k daným frekvencím. Pro terénní vozidlo je to již obtížnější, protože se často pohybuje v terénu i na asfaltové vozovce a vibrace mají velký rozsah frekvencí. Optimální naladění tlumiče potom není možné, protože se vždy jedná o jakýsi kompromis mezi útlumem nízkých a vysokých frekvencí.

Pasivní systém tlumení má tedy omezené možnosti, které do budoucna neumožňují splnit náročné požadavky na komfort obsluhy. Z toho důvodu se výzkumná centra společností zabývajících se výrobou sedaček pro nákladní vozidla a těžké stroje začínají soustředit na vývoj semiaktivního nebo i aktivního tlumení vibrací. Semiaktivní řízení spočívá v zachování pasivní pružiny doplněné např. magnetorheologickým tlumičem, který je schopen měnit svou tuhost a tedy i schopnost útlumu vibrací různých frekvencí. Oproti tomu aktivní řízení, kterým se tato práce zabývá, spočívá v přímém řízení tlumicího členu, což je v případě této práce pneumatická pružina.

V době zahájení této disertační práce (1. 9. 2009) neexistovala na trhu žádná komerčně dostupná aktivně řízená sedačka. Během práce se na trhu vyskytl jediný konkurent. Společnost BOSE vyvinula aktivně řízenou sedačku s lineárním elektromagnetickým aktuátorem. Ten je beze sporu vhodnější pro aktivní řízení než pneumatická pružina, ale také celý systém značně prodražuje (cena sedačky BOSE ke dni 30. 5. 2013 činil \$5,995). Pro zajímavost v popisu sedačky uvádějí, že vývoj řídicího algoritmu trval 24 let.

Publikace s podobným tématem:

[1] Control system design of active seat suspensions, I. Maciejewski, Koszalin University of Technology, Institute of Mechatronics, Nanotechnology and Vacuum Technique, Division of Mechatronics and Applied Mechanics, Sniadeckich 2, Koszalin 75-453, Poland

[2] Research on modeling and simulation of active seat suspension system based on LQG control, Gong-yu Pan ; Sch. of Automobile & Traffic Eng., Jiangsu Univ., Zhenjiang, China ; Xue-ling Hao

1.2 Cíle a přínos disertační práce

Disertační práce byla zahájena v rámci „**Výzkumného záměru MSM 4674788501** Optimalizace vlastností strojů v interakci s pracovními procesy a člověkem“, který byl řešen v letech **2005 až 2011** na FS TUL. Po prezentaci prvních výsledků aktivního řízení sedačky v „Hydrodynamické laboratoři“ byla navázána spolupráce se společností C.I.E.B. Kahovec, která se zabývá výrobou sedaček pro nákladní automobily.

Cílem této disertační práce je prověření možností realizace aktivního tlumení vibrací pro sedačku s pneumatickou pružinou používanou v nákladních automobilech a těžkých strojích za použití zpětnovazebního regulátoru. Aktuálně používané pasivní sedačky dokáží tlumit vibrace vždy jen v omezeném frekvenčním pásmu, na které jsou nastavené použitím vhodné kombinace pružiny a tlumiče. Aktivně řízená sedačka by měla poskytnout optimální tlumení vibrací v širokém frekvenčním pásmu.

Hlavním požadavkem bylo aplikování aktivního tlumení vibrací na již existující sedačku s co nejmenšími zásahy do její konstrukce kvůli optimalizaci nákladů na vývoj. Ze stejného důvodu bylo zachováno použití pneumatické pružiny místo použití lineárního motoru, který je pro aktivní řízení mnohem vhodnější.

Bohužel během práce se změnilo vedení společnosti C.I.E.B. a nové vedení společnosti nemělo zájem dále spolupracovat na vývoji aktivně řízené sedačky. Tím skončila podpora tohoto projektu ze strany průmyslu a bylo nutné práci dokončit se stávajícím vybavením.

2 Přepřacování mechanismu pasivní sedačky

2.1 Zástavba akčních členů – pneumatická pružina a ventil

V původním mechanismu sedačky dodané firmou C.I.E.B. byla pneumatická pružina umístěna v převodu. K jejímu nahrazení bylo přistoupeno z jednoduchého důvodu. Po odstranění viskózního tlumiče sedačka neměla jasně definovaný ustálený zdvih. Sedačka se chovala následovně. Po zastavení sedáku v určité poloze vůči základně byl zavřen přívod vzduchu do pružiny. Tím byl zaručen dále konstantní objem vzduchu v pružině. Následně byla sedačka vybuzena změnou polohy základny. Nový ustálený stav zdvihu, který nastal díky zvláštnímu chování původní pružiny, byl oproti původnímu stavu posunutý řádově o desítky centimetrů.

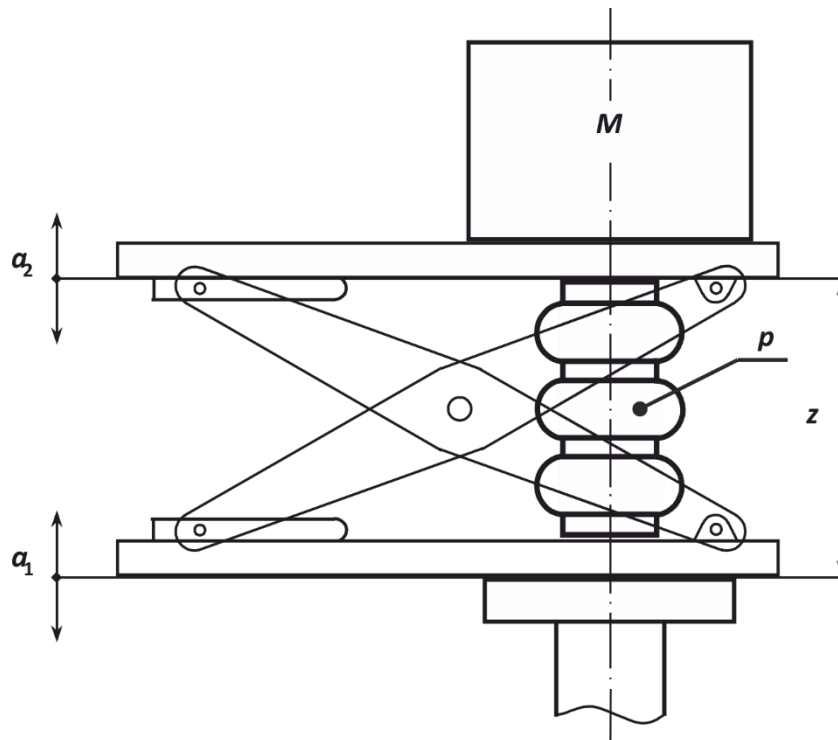
Jako náhrada původní pružiny byla vybrána hadicová pružina (sleeve type), protože má oproti ostatním typům pneumatických pružin zanedbatelnou tuhost. Tato pružina je umístěna přímo mezi sedák a základnu sedačky – bez mechanického převodu. Protože se hadicové pružiny vyrábějí jen do určitého zdvihu, který není pro sedačku dostatečný, byla navrhuta pružina se zvětšeným zdvihem. Jelikož se hadicová pružina pro požadovaný zdvih bortí, musela být pružina opatřena vnějším obalem, který borcení pružiny zabraňuje.

Jako akční člen byl vybrán průtokový pneumatický ventil SMC VEF 312 1-1. Jeho umístění bylo nutné realizovat co nejbližší k plnicímu otvoru pneumatické pružiny, aby nedocházelo k dopravnímu zpoždění, které by při řízení působilo problémy. Z tohoto důvodu je ventil zavěšen pod sedákem ve vzdálenosti pouhých 8 cm k plnicímu otvoru pneumatické pružiny.

2.2 Senzorika

Pro úspěšnou realizaci aktivního řízení sedačky bylo nutné mechanismus sedačky osadit senzory pro měření stavových veličin (viz obr. 1). Konkrétně se jedná o:

- p tlak vzduchu v pneumatické pružině
- a_1 zrychlení základny
- a_2 zrychlení sedáku
- z zdvih sedáku vůči základně



Obr. [1] Osazení mechanismu sedačky senzory

Použité snímače:

- Zrychlení: ADXL203, rozsah $\pm 1.7g$, MEMS technologie
- Tlak: DMP 331 s keramickou membránou, BHV senzory
- Zdvih: Rotační absolutní snímač AM8192B, RLS Renishaw

2.3 Snížení pasivních odporů a vůlí v ložiskách nůžkového mechanismu

Dodaný nůžkový mechanismus měl po konstrukční stránce hodně daleko k ideálu pro aktivně řízenou sedačku. V jeho ložiskách byly vůle v řádu milimetrů a velké pasivní odpory. Z toho důvodu byla původní ložiska nahrazena kvalitnějšími ložisky s nižším valivým odporem a pouzdry pro vymezení vůlí.

I přes tuto úpravu hrají pasivní odpory mechanismu stále velkou roli, a proto bylo během práce přistoupeno k jejich modelování, jehož výsledkem je publikace [Simple friction model of the guiding device of a mechanical system: mass, spring and damper,

Journal of Vibroengineering, December 2011]. Pro zjednodušení úlohy aktivního řízení bylo rozhodnuto, že pasivní odpory dále nebudeme uvažovat, protože jejich zapracování by vydalo na samostatnou práci.

3 Rozšířený matematický model systému

Fyzikální řídicí veličinou systému je proud, který mění polohu šoupátka vzduchového ventilu. Tlakový vzduch je napouštěn do pružiny, nebo je vzduch z pružiny vypouštěn do atmosféry. Řídicí proud protéká elektromagnetem, který posouvá šoupátko. Tímto způsobem je měněna velikost kladného průtoku vzduchu ventilem v případě napouštění pružiny a velikost záporného průtoku vzduchu v případě vypouštění pružiny. Průtok vzduchu ventilem je nelineární funkcí řídicího proudu a tlaku vzduchu uvnitř vzduchové pružiny. Řídicí veličinou navrhovaného řídicího systému je požadovaný průtok vzduchu ventilem.

V modelech systému popsaných v následujícím textu je uvažováno, že průtokové charakteristiky vzduchového ventilu jsou linearizovány, tzn., že skutečný průtok vzduchu ventilem je roven požadovanému průtoku.

3.1 Základní rovnice rozšířeného matematického modelu

V následujícím textu absolutní, resp. relativní tlak uvnitř vzduchové pružiny označíme p , resp. p_{rel} a absolutní atmosférický tlak označíme zkráceně p_a , $p = p_{rel} + p_a$.

V poslední konstrukci řízené sedačky byla hadicová pružina částečně umístěna do vnějšího obalu vzhledem k jejímu borcení při velkém zdvihy. Touto konstrukcí a použitým materiálem pružiny (hadice vyrobená spol. ContiTech) bylo dosaženo toho, že efektivní plocha pružiny je „téměř“ konstantní, nemění se s proměnným zdvihem a tlakem vzduchu uvnitř pružiny. Efektivní plocha pružiny je podíl síly a relativního tlaku uvnitř pružiny. V modelu řízeného systému jsme pro výpočet síly pružiny použili lineární závislost

$$F_p = k_F (p - p_a), \quad (3.1)$$

F_p je síla pružiny,

k_F je efektivní plochou pružiny.

Hadicová pružina byla umístěna přímo mezi základnu a sedák, tzn. zdvih z mezi základnou a sedákem sedačky byl roven zdvihu použité hadicové pružiny. V diskutované sedačce není použit hydraulický tlumič.

Výpočet časově proměnného absolutního tlaku p uvnitř vzduchové pružiny sedačky vychází z Poissonova zákona (popis adiabatického děje v ideálním plynu při změnách tlaku, objemu a nebo hmoty vzduchu uvnitř uzavřeného objemu).

$$p \left(\frac{V}{m} \right)^\kappa = k_p \quad (3.2)$$

V je vnitřní objem pružiny,
 m je hmoty vzduchu uvnitř pružiny,
 κ je exponent změny stavu vzduchu, v modelových výpočtech bylo použito $\kappa = 1,4$,
 k_p je koeficient, který je konstantní při adiabatických změnách, tzn. je konstantní i v počátečním klidovém stavu systému. V klidovém stavu při dané zátěžové hmotě M a středním zdvihu z_0 jsou určeny i počáteční hodnoty p_0 , V_0 a m_0 .

Uvedme, jak hodnoty p_0 a V_0 změříme a jak následně vypočítáme m_0 .

V klidovém stavu při zatížení sedačky hmotou M a středním zdvihu z_0 změříme tlak p_0 . Objem V_0 změříme vodou po demontáži pružiny z mechanismu sedačky. Pružinu upneme do měřicího zařízení a napustíme ji vodou. Po nastavení zdvihu z_0 pružiny a nastavení tlaku vody p_0 přívod vody do pružiny uzavřeme. Následně pružinu i s uzavíracím ventilem z měřicího zařízení vyjmeme a vodu vylijeme do odměrného válce. V klidovém stavu je vztah mezi veličinami p , V a M popsán stavovou rovnicí ideálního plynu ve tvaru

$$p_0 \frac{V_0}{m_0} = R T_0, \quad (3.3a)$$

R je univerzální plynová konstanta.

Počáteční množství vzduchu v pružině vypočteme

$$m_0 = p_0 \frac{V_0}{R T_0} . \quad (3.3b)$$

Jak již bylo uvedeno v popisu rovnice (3.2), k_p vypočteme dosazením změřených hodnot

$$p_0, V_0 \text{ a vypočtené hodnoty } m_0 \text{ do (3.2), } k_p = p_0 \left(\frac{V_0}{m_0} \right)^\kappa .$$

Snaha popsat v diferenciálních rovnicích modelu sedačky i tlak uvnitř vzduchové pružiny vedla skupinu řešitelů k derivaci rovnice (3.2) podle času. Tímto postupem byla do soustavy diferenciálních rovnic prvního řádu popisujících řízenou soustavu přidána jedna diferenciální rovnice. Tato, z hlediska řádu řízeného systému, nadbytečná diferenciální rovnice prvního řádu, popisuje vývoj tlaku vzduchu uvnitř pružiny. Diskuze řádu rozšířeného modelu sedačky je též provedena v následujícím textu při popisu soustavy rovnic (3.9).

Při proměnném p , V a m je derivace (3.2) podle času

$$\left(\frac{V}{m} \right)^\kappa \frac{dp}{dt} + p \kappa \left(\frac{V}{m} \right)^{\kappa-1} \frac{1}{m} \frac{dV}{dt} - p \kappa \left(\frac{V}{m} \right)^{\kappa-1} \frac{V}{m^2} \frac{dm}{dt} = 0 . \quad (3.3)$$

Po vydělení (3.3) $\left(\frac{V}{m} \right)^\kappa$ a úpravě

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= p \kappa \left(\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \right) \\ p' &= p \kappa \left(\frac{m'}{m} - \frac{V'}{V} \right) . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Jestliže v řídicím systému je provedena linearizace průtokových charakteristik ventilu (viz kapitola 5.3), potom časová derivace hmoty vzduchu uvnitř pružiny je rovna

$$\frac{dm}{dt} = m' = u , \quad (3.5)$$

kde u je řídicí veličina navrhovaného řídicího systému. Rovnost (3.5) platí při linearizaci průtokových charakteristik ventilu, která je prováděna v řídicím systému.

Předpokládejme pro následující text *prozatím* obecnou funkční závislost V na z a p

$$V = V(z, p). \quad (3.6)$$

Derivace V podle času je potom rovna

$$V' = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial V}{\partial p} \frac{dp}{dt} = V_z z' + V_p p' = V_z (z_2' - z_1') + V_p p' = V_z (v_2 - v_1) + V_p p' \quad (3.7)$$

z_2 je poloha sedáku (vzhledem k zemi),

z_1 je poloha základny sedačky (vzhledem k zemi),

v_2 je rychlost pohybu sedáku, $v_2 = \frac{d z_2}{dt}$,

v_1 je rychlost pohybu základny sedačky, $v_1 = \frac{d z_1}{dt}$.

Při použití (3.7) a (3.5) přepíšme (3.4)

$$\begin{aligned} p' &= p \kappa \left(\frac{u}{m} - \frac{V_z (v_2 - v_1) + V_p p'}{V} \right) \\ p' \left(1 + p \kappa \frac{V_p}{V} \right) &= p \kappa \left(\frac{u}{m} - \frac{V_z (v_2 - v_1)}{V} \right) . \quad (3.8) \\ p' &= \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{V_p}{V}} \left(\frac{u}{m} - \frac{V_z (v_2 - v_1)}{V} \right) \end{aligned}$$

Vstupní poruchou do systému je rychlost v_1 . Měřenými veličinami dynamického systému sedačky jsou veličiny a_1 , p , z a a_2 . Zrychlení základny sedačky $a_1 = \frac{d v_1}{dt}$.

Uvedme soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu, které jsou popisem dynamiky sedačky při zanedbatelném (neuvažovaném) tření

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= u \\
\dot{p} &= \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{V_p}{V}} \left(\frac{u}{m} - \frac{V_z (v_2 - v_1)}{V} \right) \\
\dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\
\dot{z} &= v_2 - v_1 \\
\dot{z}_1 &= v_1
\end{aligned} \tag{3.9}$$

u je akční veličina systému,
 M je hmota, kterou je sedačka zatížena,
 k_d je koeficient viskózního tlumení – vyjadřuje především dynamické účinky pláště vzduchové pružiny,
 v_1 je poruchovou veličinou.

Třetí rovnice v soustavě rovnic (3.9) popisuje dynamickou silovou rovnováhu v systému.

Proměnné veličiny soustavy pěti diferenciálních rovnic prvního řádu (3.9) jsou: m, p, v_2, z a z_1 . Dosadíme do (3.2) rovnici (3.6).

$$p \left(\frac{V(z, p)}{m} \right)^\kappa = k_p. \tag{3.10}$$

Rovnice (3.10) vyjadřuje závislost mezi uvedenými proměnnými veličinami m, p a z .

Rozšířený matematický model (3.9), vzhledem k (3.10), je pouze čtvrtého řádu.

Veličiny z_2 a z jsou veličinami, jejichž průběh bude vyhodnocován – penalizován při návrzích vibroizolačních řídicích systémů, $z_2 = z_1 + z$, veličinu z_2 – polohu sedačky vzhledem k zemi není možno na sedačce řidiče měřit.

3.2 Aproximace vývoje objemu vzduchu v pružině

Funkci (3.6) aproximující závislost vnitřního objemu pružiny v okolí ustáleného stavu jsme volili lineární

$$V = V(z, p) = V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0), \tag{3.10}$$

$$V_z = k_1, V_p = k_2. \quad (3.11)$$

Ustálený stav sedačky je uvažován při zvolené hmotě M . Dosadíme (3.10) a (3.11) do druhé diferenciální rovnice ze soustavy rovnic (3.9)

$$\dot{p} = \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{k_2}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)}} \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1(v_2 - v_1)}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)} \right) \quad (3.12)$$

a dosadíme (4.12) do soustavy rovnic (4.9)

$$\begin{aligned} \dot{m} &= u \\ \dot{p} &= \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{k_2}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)}} \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1(v_2 - v_1)}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)} \right) \\ \dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\ \dot{z} &= v_2 - v_1 \\ \dot{z}_1 &= v_1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Soustava diferenciálních rovnic (3.13) je rozšířeným popisem – modelem řízeného systému. Uvedený model (3.13) byl úspěšně využíván pro identifikaci sedačky při jedné zátěžové hmotě.

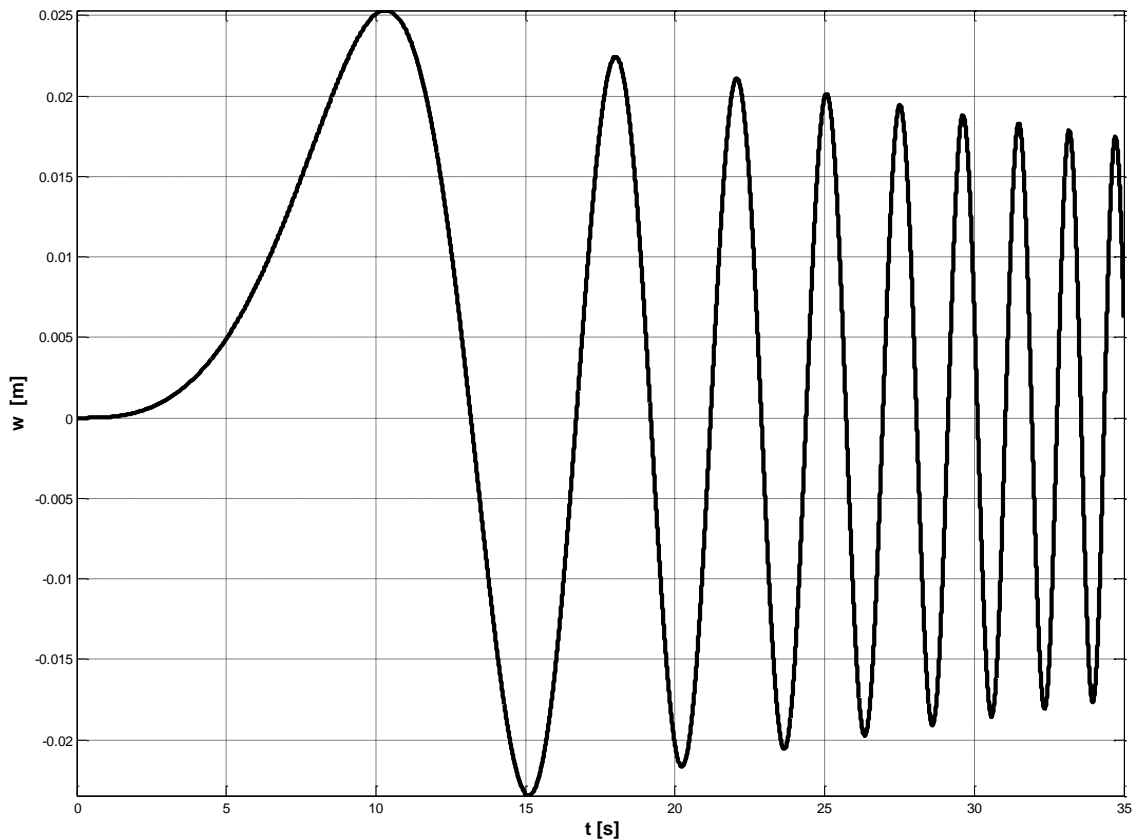
3.3 Identifikace modelu

Identifikace modelu probíhala v hydrodynamické laboratoři TUL. Mechanismus sedačky byl umístěn na hydraulický válec, kterým byl realizován budicí signál. Zdvih válce byl řízen PI regulátorem s frekvencí 2 kHz. Požadovaná hodnota zdvihu $w(t)$ byla definována následovně:

$$w(t) = \frac{5 + 25 e^{-\frac{t}{50}}}{1000} \sin(t \omega(t)) \quad (3.14)$$

pro $t \in \langle 0, t_{\max} \rangle$, $\omega(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{100}}\right) k t$, $k = \frac{\pi f_{\max}}{t_{\max}}$, $f_{\max} = 7 \text{ Hz}$ a $t_{\max} = 150 \text{ s}$.

Funkce (3.14) je harmonickou funkcí s nelineárně se zmenšující amplitudou a s nelineárně rostoucí frekvencí v čase.



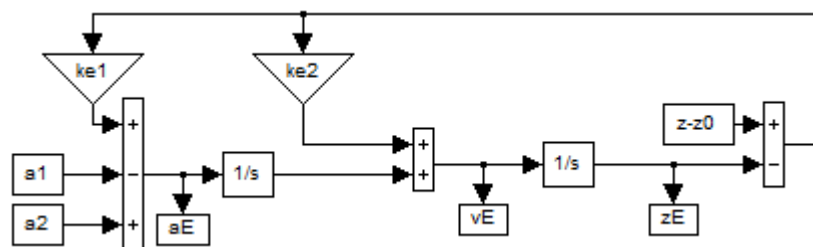
Obr. [2] Funkce (3.14) pouze pro $t \in \langle 0, 35 \text{ s} \rangle$

Vlastní identifikaci jsme rozdělili do dvou kroků. Jako první byly identifikovány koeficienty funkce aproximující vývoj objemu vzduchu v pružině (3.10) a jako druhý krok koeficienty popisující efektivní plochu pružiny k_F a viskózní tlumení k_d viz třetí rovnice v (3.9).

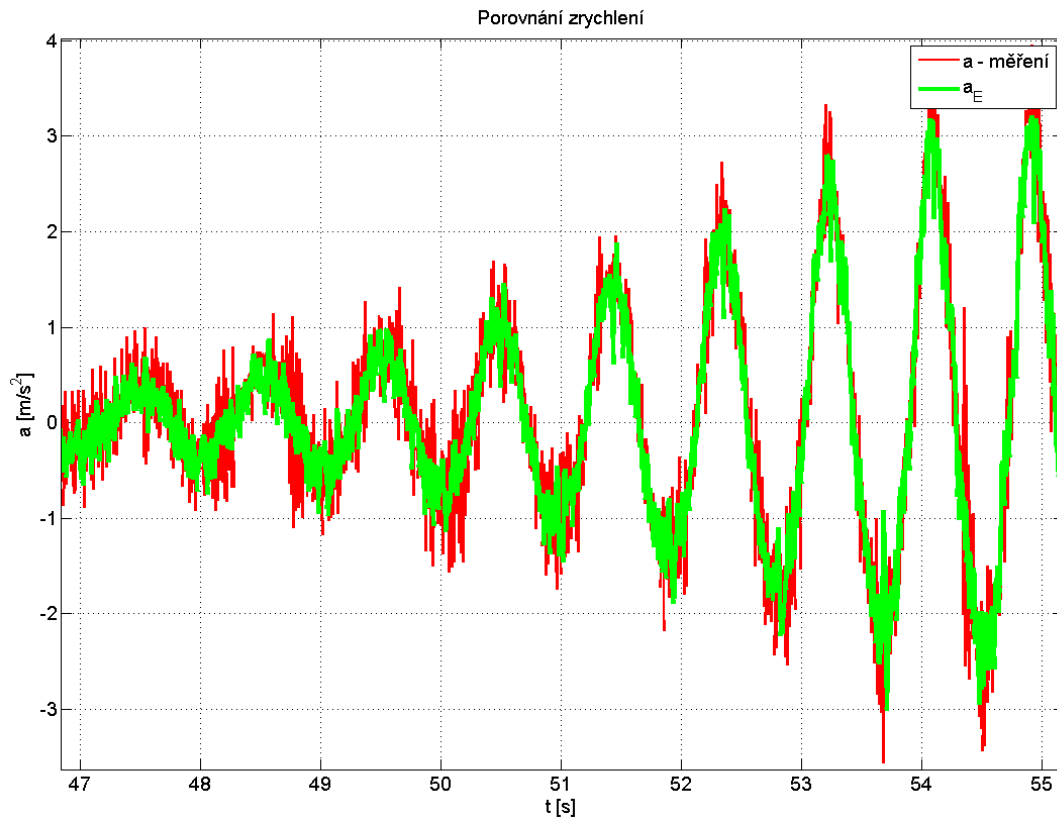
Identifikace vývoje objemu vzduchu v pružině probíhala následovně. Protože tlak v pružině p a tedy i síla F_p , kterou pružina působí na sedák, přímo závisí na objemu

vzduchu v pružině V , vytvořili jsme podmínky měření, kde bude objem vzduchu konstantní a změna tlaku bude záviset pouze na pohybu mechanismu sedačky tj. změně zdvihu z a rychlosti v . Těchto podmínek jsme dosáhli zatížením sedáku konstantní hmotou 80 kg, natlakováním pružiny tak, aby byl zdvih sedačky z ve střední poloze a uzavřením přívodu i výfuku vzduchu. V tomto stavu byl hydraulický válec buzen výše uvedenou funkcí (3.14) a měřena data potřebná k identifikaci.

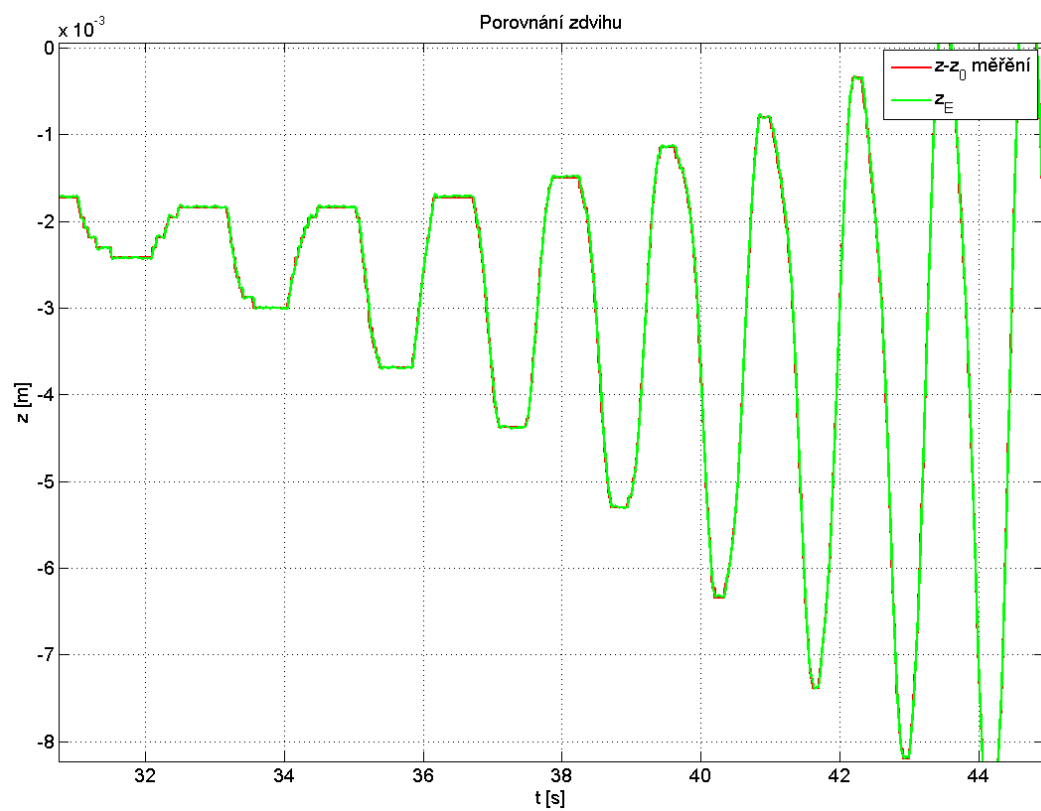
Jak již bylo řečeno, tlak vzduchu v pružině p závisí i na pohybu mechanismu sedačky. Konkrétně na zdvihu z a rychlosti v . Zdvih z měříme přímo, ale rychlost v je třeba dopočítat. K tomuto účelu byla vytvořena zpětnovazební struktura (viz obr. 3), do které vstupuje zrychlení základny a_1 , zrychlení sedáku a_2 a zdvih sedáku z . Rychlost v (ve schématu v_E) je vypočítávána integrací z rozdílu zrychlení a pomocí koeficientů ke_1 a ke_2 zpětnovazebně korigována z rozdílu měřeného a vypočteného zdvihu z . Koeficienty ke_1 a ke_2 byly hledány optimalizační metodou na základě minimalizace odchylky mezi měřeným zdvihem z a vypočteným zdvihem z_E . Toto řešení je v případě zpracování reálných signálů zatížených šumem vhodnější než výpočet rychlosti pouhou integrací zrychlení, případně derivací zdvihu. Obr. 4. a 5. zobrazuje porovnání průběhu měřených a zpětnovazební strukturou korigovaných veličin a a z . Z průběhu zdvihu je patrný vliv tření na pohyb mechanismu, nicméně na identifikaci vývoje objemu vzduchu nemá tření žádný vliv.



Obr. [3] Zpětnovazební struktura pro výpočet rychlosti v



Obr. [4] Porovnání měřeného a korigovaného zrychlení

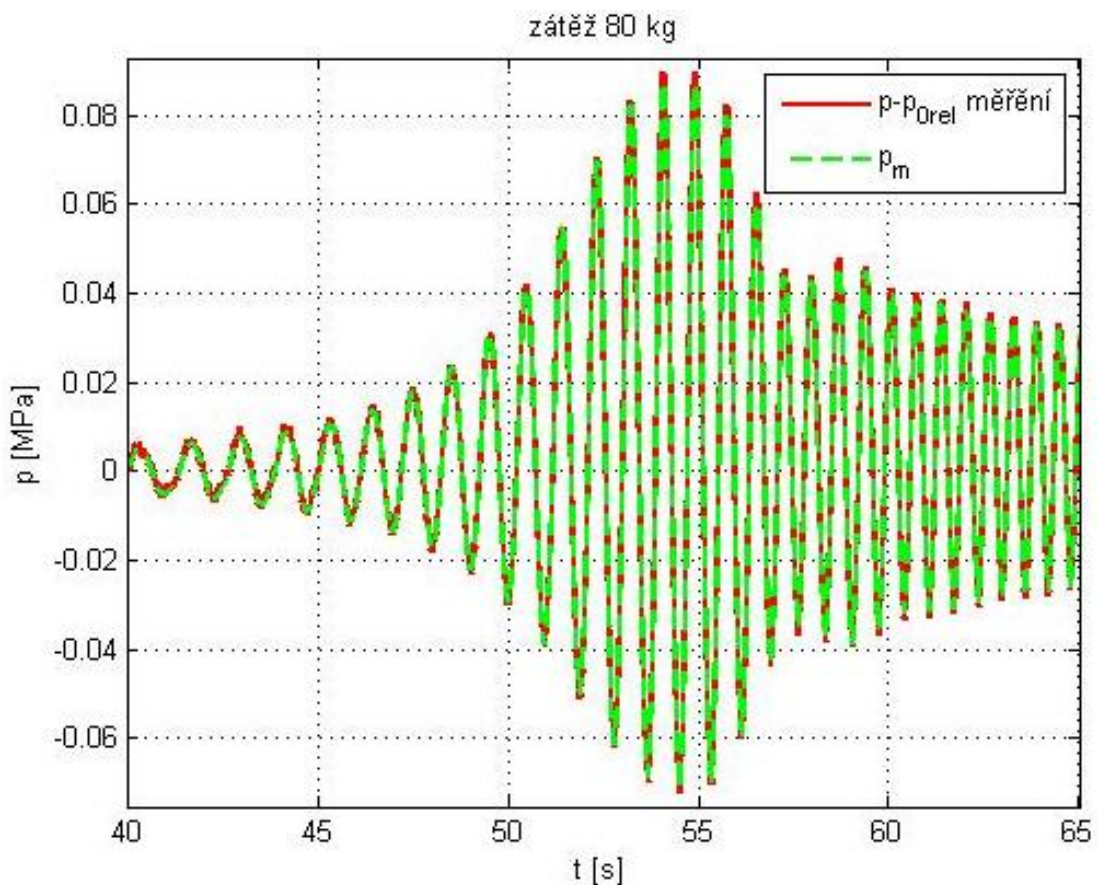


Obr. [5] Porovnání měřeného a korigovaného zdvihu s patrným vlivem tření v mechanismu

Vlastní identifikace vývoje objemu vzduchu v pružině byla provedena off-line na PC, kde byly optimalizovány koeficienty funkce (3.10) za minimalizace odchylky mezi měřeným tlakem p a tlakem z modelu p_m pomocí kvadratického kritéria

$$J = \int_0^{\infty} (p(t) - p_m(t))^2 dt.$$

Porovnání vývoje reálného tlaku v pružině a tlaku vypočteného již identifikovaným modelem vývoje objemu vzduchu v pružině při zatížení hmotou 80 kg je zobrazeno níže (viz obr. 6).

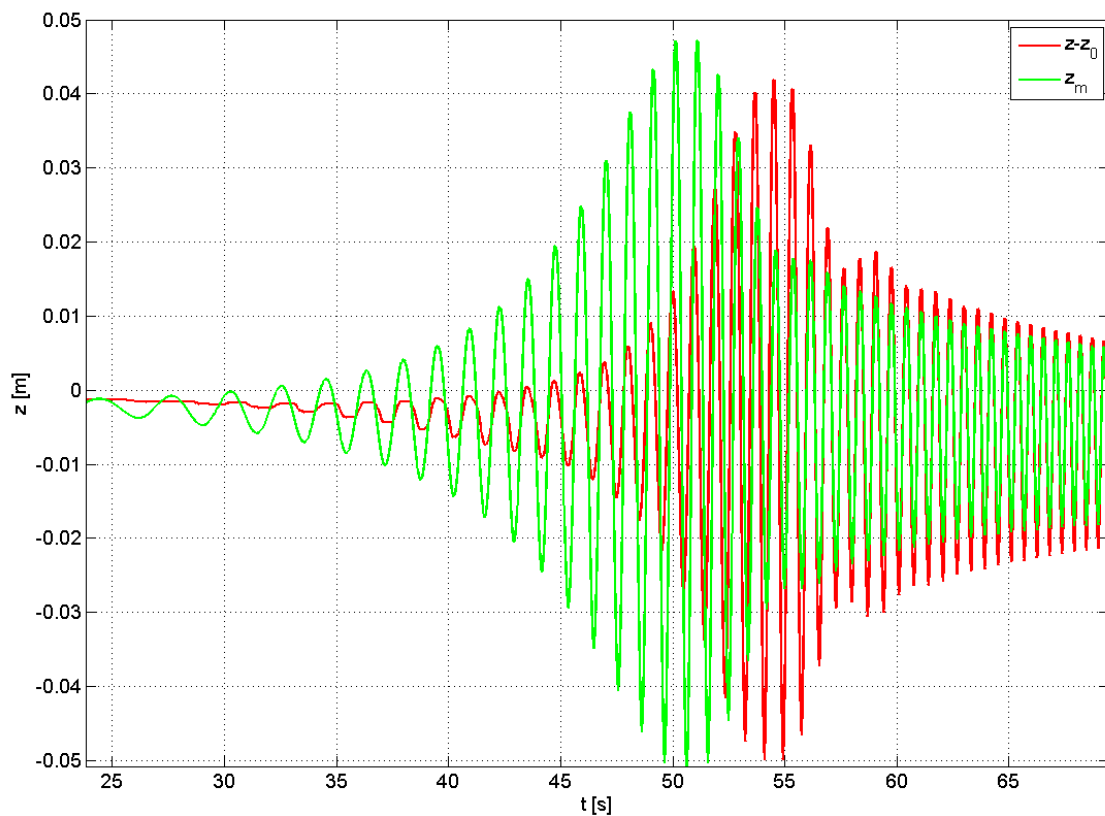


Obr. [6] Porovnání měřeného ($p-p_{0rel}$) a vypočteného (p_m) vývoje tlaku v pružině

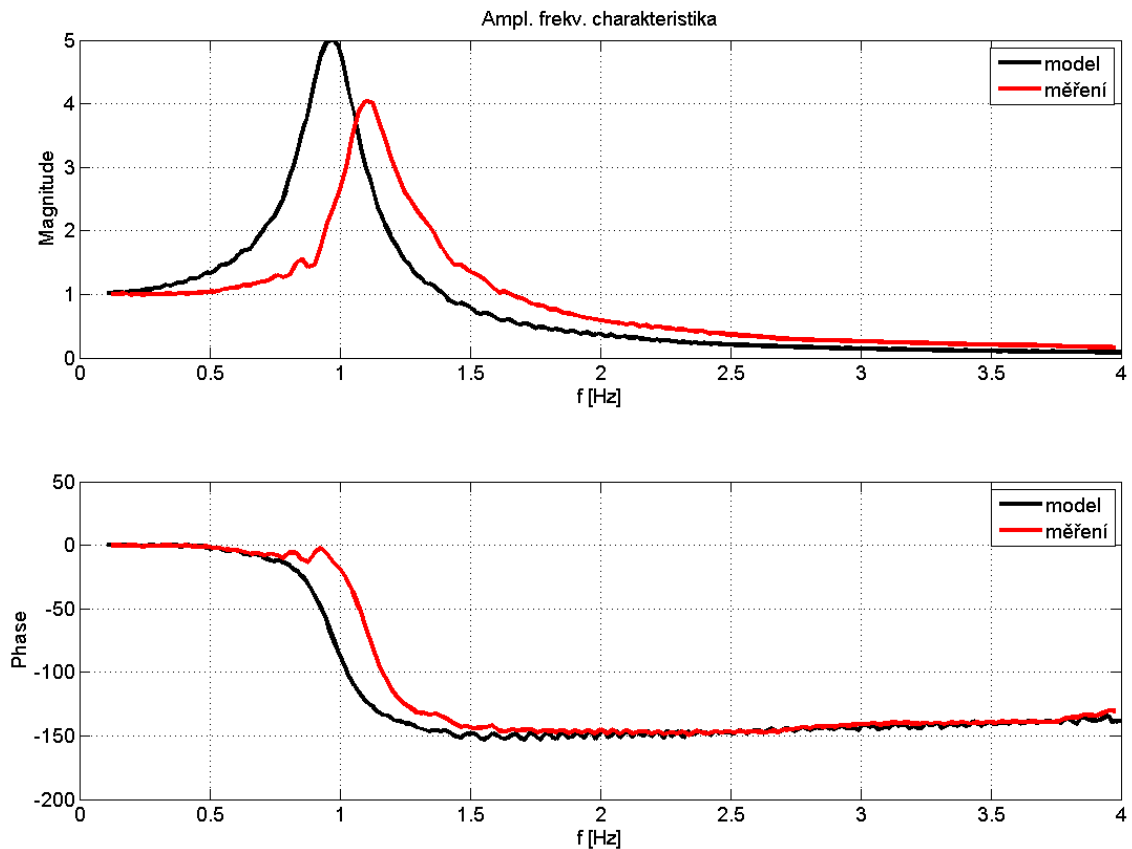
V druhém kroku identifikace byly optimalizovány koeficienty k_F a k_d z třetí rovnice stavového popisu (3.13) za použití stejného měření jako v prvním kroku identifikace. Vstupem do modelu s již identifikovaným vývojem objemu vzduchu je rychlost v vypočtená výše uvedenou zpětnovazební strukturou (obr. 3). Optimalizace koeficientů spočívá v minimalizaci odchylky mezi měřeným zdvihem z a vypočteným

zdvihem z_m na základě kvadratického kritéria $J = \int_0^{\infty} (z(t) - z_m(t))^2 dt$. Výsledky

identifikace znázorňuje obr. 7 a 8. Z uvedených průběhů je jasně patrný posun rezonanční frekvence reálného systému oproti modelu a stejně tak velikosti amplitudy. Tento rozdíl je způsoben zanedbáním tření v mechanismu sedačky a lepšího výsledku identifikace nelze bez modelování tření dosáhnout. Pouze připomeneme, že možný způsob modelování tření je diskutován v publikaci [Simple friction model of the guiding device of a mechanical system: mass, spring and damper, Journal of Vibroengineering, December 2011 a dále tření v mechanismu nebudeme uvažovat. Pro úplnost uvedme, že veličiny a , v , z a p jsou v této kapitole brány jako odchylky od hodnoty v ustáleném stavu.



Obr. [7] Porovnání měřeného ($z-z_0$) a vypočteného (z_m) vývoje relativního zdvihu



Obr. [8] Amplitudová a frekvenční charakteristika reálného systému v porovnání s modelem

3.4 Linearizace rozšířeného modelu systému v okolí zvoleného klidového stavu

Soustava diferenciálních rovnic (3.13) popisuje model sedačky za předpokladů:

- 1) provedené linearizace vzduchových průtokových charakteristik elektro-pneumatického ventilu,
- 2) při použití lineární charakteristiky závislosti objemu pružiny na jejím zdvihu a tlaku vzduchu uvnitř pružiny, viz (3.10) a (3.11),
- 3) při zanedbání tření ve vodicím mechanismu sedačky.

Pro přehlednost zapíšeme soustavu diferenciálních rovnic (3.13) ještě jednou

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= & u \\
\dot{p} &= \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{k_2}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)}} \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1(v_2 - v_1)}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)} \right) \\
\dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M}(p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g & + \frac{k_d}{M} v_1 \\
\dot{z} &= & v_2 & - v_1 \\
\dot{z}_1 &= & & v_1
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

Na sedačce měříme zrychlení a_1 , z tohoto důvodu rozšíříme soustavu rovnic (3.13) o jednu diferenciální rovnici prvního řádu

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= & u \\
\dot{p} &= \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{k_2}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)}} \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1(v_2 - v_1)}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)} \right) \\
\dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M}(p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g & + \frac{k_d}{M} v_1 \\
\dot{z} &= & v_2 & - v_1 \\
\dot{z}_1 &= & & v_1 \\
\dot{v}_1 &= & & a_1
\end{aligned}
\tag{3.13b}$$

V následujícím textu budeme linearizovat ve zvoleném ustáleném stavu soustavu rovnic (3.13b).

Uvažujme, že sedačku zatížíme v čase neproměnnou hmotou M . Pneumatickou pružinu natlakujeme tak, aby se v klidu sedačka nacházela přibližně ve střední poloze. V okolí tohoto klidového stavu v následujícím textu vytvoříme lineární odchylkový model sedačky. Veličiny popisující klidový stav sedačky označíme indexem nula. Diskutovaný stav je určen hodnotami stavových veličin $m_0 \neq 0$, $p_0 \neq 0$, $v_{20} = 0$, $z_0 \neq 0$, $z_{10} = 0$, $v_{10} = 0$, hodnotou akční veličiny $u_0 = 0$ a hodnotou poruchy $v_{10} = 0$. Vnitřní objem pružiny v diskutovaném klidovém stavu označíme V_0 , $V_0 \neq 0$.

Všechny veličiny v (3.13b) jsou součtem uvedených klidových stavů a odchylek od těchto stavů. Tyto odchylky (odchylkové veličiny) budeme v následujícím textu označovat vlnovkou nad písmeny,

$$m = \tilde{m} + m_0, \quad p = \tilde{p} + p_0, \quad z = \tilde{z} + z_0, \quad V = \tilde{V} + V_0 \quad (3.15)$$

$$v_2 = \tilde{v}_2, \quad z_1 = \tilde{z}_1, \quad v_1 = \tilde{v}_1, \quad u = \tilde{u} \text{ a } a_1 = \tilde{a}_1 \quad (3.16)$$

Derivujme první tři rovnosti z (3.15) podle času

$$\dot{m} = \tilde{m}', \quad \dot{p} = \tilde{p}', \quad \dot{z} = \tilde{z}' \quad (3.17)$$

Vyjádřeme třetí rovnici ze soustavy rovnic (3.13), tj. rovnici

$$\dot{v}_2 = \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \quad (3.18)$$

pro diskutovaný klidový stav

$$0 = \frac{k_F}{M} (p_0 - p_a) - g \quad (3.19)$$

Upravme (3.18) při použití $p = \tilde{p} + p_0$

$$\dot{v}_2 = \frac{k_F}{M} (\tilde{p} + p_0 - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \quad (3.20)$$

Po dosazení (3.19) do (3.20)

$$\dot{v}_2 = \frac{k_F}{M} \tilde{p} - \frac{k_d}{M} v_2 + \frac{k_d}{M} v_1 \quad (3.21)$$

(3.21) je diferenciální rovnice, ve které jsou pouze odchylkové veličiny a v této rovnici není absolutní člen (oproti 3.18).

Pravá strana druhé rovnice ze soustavy rovnic (3.13) je funkcí stavových veličin m, p, v_2, z, v_1 a akční veličiny u .

$$f(m, p, v_2, z, v_1, u) = \frac{p \kappa}{1 + p \kappa \frac{k_2}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)}} \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1(v_2 - v_1)}{V_0 + k_1(z - z_0) + k_2(p - p_0)} \right). \quad (3.22)$$

Proveďme rozvoj (3.22) do Taylorovy řady v okolí ustáleného stavu soustavy. Z této řady použijeme pouze absolutní člen a lineární členy

$$\begin{aligned} f(m, p, v_2, z, v_1, u) \approx & f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0) \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial m} (m - m_0) \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial p} (p - p_0) \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial v_2} (v_2 - v_{20}) \cdot \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial z} (z - z_0) \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial v_1} (v_1 - v_{10}) \\ & + \frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial u} (u - u_0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

V ustáleném stavu je absolutní člen $f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0) = 0$, neboť v tomto stavu je časová derivace tlaku p nulová.

V (3.23) např. zápis derivace $\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}, u_0)}{\partial m}$ je pro řešitele předpisem: „Proveď nejprve parciální derivaci (3.22) podle m a do této derivace dosad' hodnoty ustáleného stavu soustavy $m_0, p_0, v_{20}, z_0, v_{10}$ a u_0 “.

Zopakujme, že rozvoj (3.23) provádíme pro ustálený stav soustavy, kdy $v_{20} = 0$, $v_{10} = 0$ a $u_0 = 0$, takže:

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial m} = 0, \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial p} = 0, \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial v_2} = - \frac{p_0 \kappa}{1 + p_0 \kappa \frac{k_2}{V_0}} \frac{k_1}{V_0}, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial z} = 0, \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial v_1} = \frac{p_0 \kappa}{1 + p_0 \kappa \frac{k_2}{V_0}} \frac{k_1}{V_0}, \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial f(m_0, p_0, v_{20}, z_0, u_0, v_{10})}{\partial u} = \frac{p_0 \kappa}{1 + p_0 \kappa \frac{k_2}{V_0}} \frac{1}{m_0}. \quad (3.29)$$

Uvedeným postupem jsme získali lineární odchylkový stavový popis, při linearizaci soustavy (3.13) v okolí zvoleného ustáleného stavu. Zapišme tuto soustavu diferenciálních rovnic v maticovém tvaru a maticovou rovnici výpočtu výstupních veličin \tilde{p} , \tilde{z} , a_2 a \tilde{z}_2 . Zopakujme, že *výstupní veličiny* jsou p , z a a_2 jsou *měřené* a *veličina* z_2 je *neměřená*, $\tilde{z}_2 = \tilde{z} + z_1$.

$$\begin{bmatrix} \tilde{m}' \\ \tilde{p}' \\ v_2' \\ \tilde{z}' \\ z_1' \\ v_1' \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} u \\ a_1 \end{bmatrix}$$

(3.30) kde

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{z} \\ a_2 \\ \tilde{z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & 0 & -a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & -a_{33} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & -a_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{23} = - \frac{p_0 \kappa}{1 + p_0 \kappa \frac{k_2}{V_0}} \frac{k_1}{V_0} \quad b_{21} = \frac{p_0 \kappa}{1 + p_0 \kappa \frac{k_2}{V_0}} \frac{1}{m_0} \quad \text{viz (3.26) a (3.29)}$$

$$a_{32} = \frac{k_F}{M} \quad a_{33} = - \frac{k_d}{M} \quad \text{viz (3.21).}$$

Linearizací systému (3.13) v okolí zvoleného ustáleného stavu jsme získali lineární dynamický systém, který je popsán maticovými rovnicemi (3.30). Diskutujme strukturu těchto rovnic. Řídící veličina u přímo ovlivňuje \tilde{m}' a \tilde{p}' , viz první sloupec matice \mathbf{B} v (3.30). Všechny prvky prvních sloupců matic \mathbf{A} a \mathbf{C} jsou nulové. Veličina \tilde{m} v linearizovaném systému (3.30) neovlivňuje žádné další stavové nebo výstupní veličiny, takže ji můžeme ze stavového popisu vyloučit. Z matice \mathbf{A} odstraníme první sloupec a první řádek, z \mathbf{B} první řádek a z \mathbf{C} první sloupec. Vytvoříme redukovaný stavový popis linearizovaného systému:

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_r \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix} + \mathbf{B}_r \begin{bmatrix} u \\ a_1 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ a_2 \\ \tilde{z} \\ \tilde{z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C}_r \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix}$$

kde

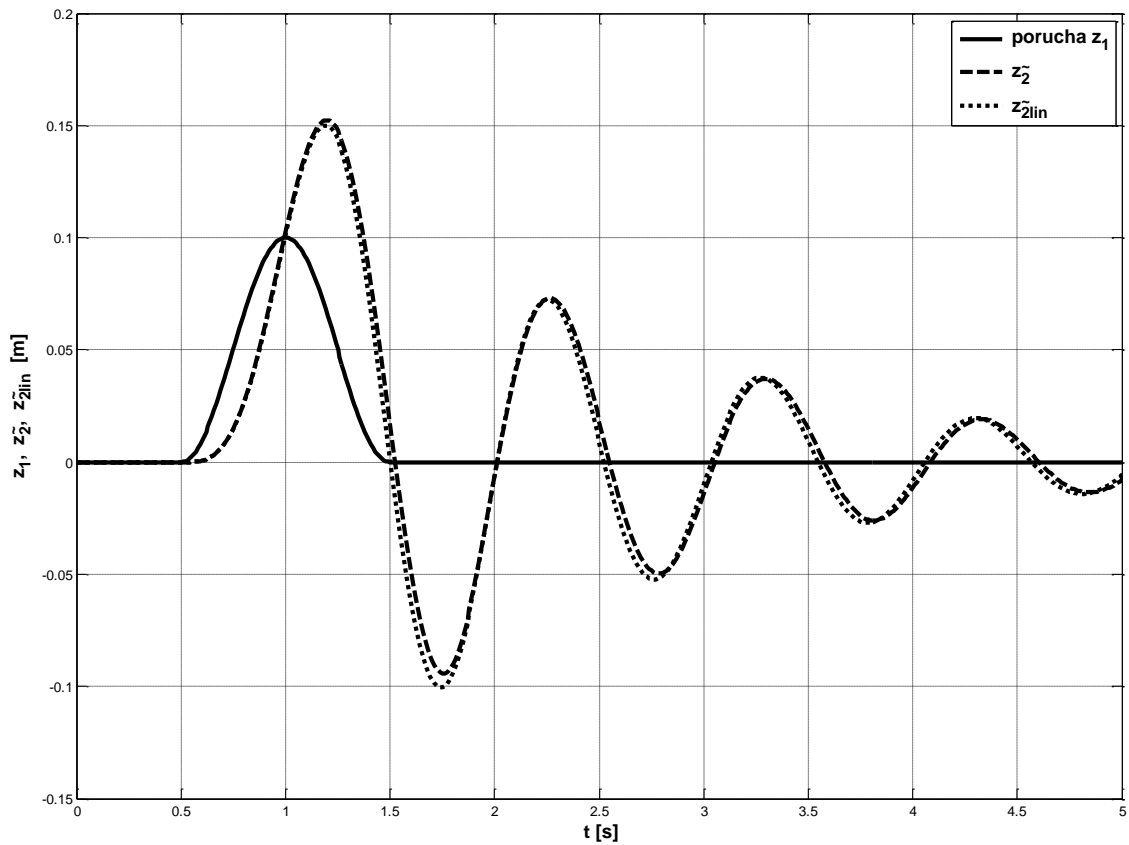
$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & a_{23} & 0 & 0 & -a_{23} \\ a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & -a_{33} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{r12} & 0 & 0 & -a_{r12} \\ a_{r21} & a_{r22} & 0 & 0 & -a_{r22} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} b_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{r11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{r21} & a_{r22} & 0 & 0 & -a_{r22} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Řád redukovaného linearizovaného systému je pátý, řád původního nelineárního systému je šestý. Jelikož v dalším textu budeme diskutovat pouze redukovaný linearizovaný systém, slovo redukovaný dále nebudeme používat a budeme pouze hovořit o linearizovaném systému, který (bez indexů r) popíšeme:

$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} u \\ a_1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

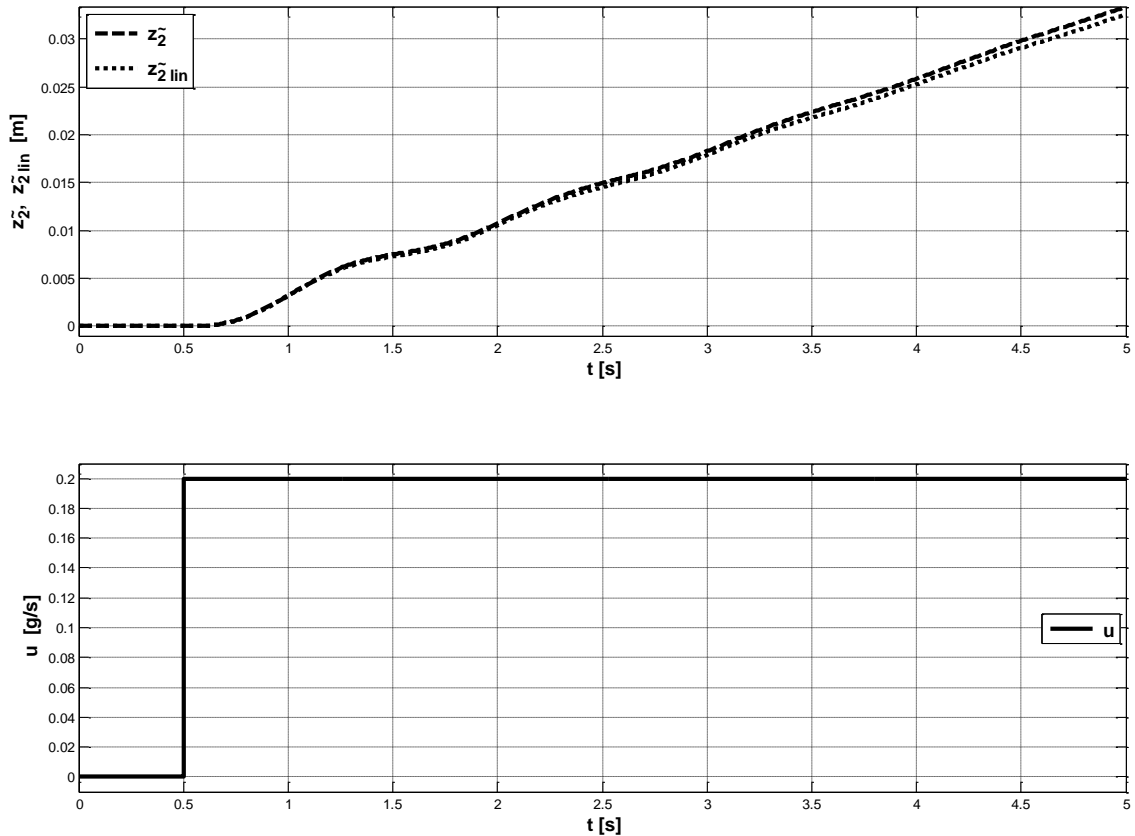
$$\begin{bmatrix} \tilde{p} \\ a_2 \\ \tilde{z} \\ \tilde{z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ v_2 \\ \tilde{z} \\ z_1 \\ v_1 \end{bmatrix}$$



Obr. [9] Odezva nelineárního a lineárního modelu při vstupu poruchy „hrbol“

Na obr. 9 jsou uvedeny časové průběhy výchylek neřízené sedačky po příchodu poruchy „hrbol“. Veličina \tilde{z}_2 je výsledkem řešení nelineární soustavy diferenciálních rovnic (3.13) a veličina \tilde{z}_{2lin} je výsledkem řešení linearizovaného popisu systému (3.32).

Aby byl „výrazný“ rozdíl mezi uvedenými veličinami, byla výška „hrbolu“ volena $h_{hrbol} = 0.1 \text{ m}$.



Obr. [10] Odezva nelineárního a lineárního modelu při skoku u

Na obr. 10 jsou uvedeny časové průběhy veličin \tilde{z}_2 a \tilde{z}_{2lin} neřízené sedačky při skoku akční veličiny u . Veličina \tilde{z}_2 je výsledkem řešení nelineární soustavy diferenciálních rovnic (3.13) a veličina \tilde{z}_{2lin} je výsledkem řešení linearizovaného popisu systému (3.32).

3.5 Řiditelnost linearizovaného systému

Při stavovém kvadratickém řízení linearizovaného systému (3.32) by bylo vhodné minimalizovat kritérium

$$J = \int_0^{\infty} (k_1 z_1^2(t) + k_2 z_2^2(t) + k_3 u^2(t)) dt, \quad (3.51)$$

při zvolených koeficientech k_1 , k_2 a k_3 . Minimalizace kritéria (3.51) by byla možná za předpokladu, že diskutovaný linearizovaný systém je říditelný.

V případě neříditelnosti linearizovaného systému nebude možné řídit vzhledem minimalizaci (3.51) ani odpovídající nelineární systém.

Ověřme říditelnost linearizovaného systému 3.32. Podmínkou říditelnosti systému je, aby matice říditelnosti systému měla plnou hodnotu. To znamená nenulový determinant matice říditelnosti systému. Z provedené identifikace sedačky řidiče zatížené závažím 80 kg byly získány matice

$$\mathbf{A} \approx \begin{bmatrix} 0 & -1.7085 & 0 & 0 & 1.7085 \\ 22.3409 & -1.5798 & 0 & 0 & 1.579 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{B} \approx \begin{bmatrix} 0.0624 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Ověření provedeme zvlášť pro vstup u a a_1 . Pro vstup u je matice

$$\mathbf{B} \approx \begin{bmatrix} 0.0624 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.34a)$$

a pro vstup a_1 je

$$\mathbf{B} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.34b)$$

Matici řiditelnosti C vypočteme podle

$$C(A, B) = [B \ AB \ A^{n-2}B \ A^{n-1}B]. \quad (3.35)$$

Dosazením matice A (3.33) a B (3.34a) do (3.35) získáme matici řiditelnosti

$$C = \begin{bmatrix} 0.0624 & 0 & -2.3831 & 3.0467 & 87.0665 \\ 0 & 1.3949 & -1.7833 & -50.9616 & 133.2152 \\ 0 & 0 & 1.3949 & -1.7833 & -50.9616 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Matice řiditelnosti (3.36) pro vstup u nemá plnou hodnotu (její determinant je roven nule) a není tedy možné pomocí vstupu u ovlivnit všechny stavy systému.

Ověřme stejným způsobem řiditelnost pro vstup a_1 . Dosazením matice A (3.33) a B (3.34b) do (3.35) získáme matici řiditelnosti

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1.7085 & -2.1841 & -62.4181 & 163.1631 \\ 0 & 1.2784 & 36.5344 & -95.5023 & -0.0013 \\ 0 & -1 & 1.2784 & 36.5344 & -95.5023 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

V tomto případě matice řiditelnosti má plnou hodnotu (nenulový determinant) a je tedy možné vstupem a_1 ovlivnit všechny stavy systému. V našem případě je vstup a_1 roven vstupní poruše zrychlení základny, kterou nemůžeme nijak ovlivnit. Z těchto poznatků lze vyvodit jasný závěr, že systém 3.32 není plně řiditelný. Při jednoduché úvaze, zda můžeme vstupem u ovlivnit zdvih základny sedačky z_1 , který je jedním ze stavů systému, dojdeme ke stejnému závěru.

I přes tuto skutečnost ověříme možnost řízení tohoto lineárního modelu zpětnovazebním regulátorem. V případě měření poruchy a_1 je možné řídit linearizovaný systém (3.32) pouze dopřednou vazbou s požadavkem, aby při příchodu poruchy a_1 nebyla ovlivněna veličina z_2 . Otázkou ale zůstává, jakou zpětnou vazbou toto dopředné

řízení doplnit, aby byla zajištěna „dobrá kvalita“ řízení i při „nepřesném modelu“ nelineárního systému (3.13).

4 Nerozšířený matematický model řízeného systému

4.1 Odvození nerozšířeného matematického modelu

Během další práce na možnostech regulace systému byl ověřován i matematický model systému popsany v kapitole 3. Během ověřování bylo zjištěno, že ve skutečnosti se jedná o systém čtvrtého řádu oproti původně uvažovanému systému pátého řádu (3.13). V této kapitole je uveden trochu jiný postup odvození modelu, z kterého vychází výsledný řád systému.

Pro výpočet počátečního množství vzduchu m_0 ve vzduchové pružině a při klidovém stavu sedačky byla použita stavová rovnice ideálního plynu ve tvaru

$$p \frac{V}{m} = R T \quad (4.1)$$

V je vnitřní objem pružiny,
 p je absolutní tlak vzduchu uvnitř pružiny,
 m je hmota vzduchu uvnitř pružiny,
 κ je exponent změny stavu vzduchu, v modelových výpočtech bylo použito $\kappa = 1,4$,
 R je univerzální plynová konstanta.

Počáteční množství vzduchu

$$m_0 = p_0 \frac{V_0}{R T_0} \quad (4.2)$$

Pro výpočet dynamických změn veličin p , V , m při pohybu sedačky jsme použili rovnici adiabatického děje v ideálním plynu ve tvaru

$$p_0 \left(\frac{V_0}{m_0} \right)^\kappa = k_p \quad (4.3a)$$

Na základě identifikace modelu sedačky předpokládáme, že síla hadicové vzduchové pružiny závisí pouze na tlaku uvnitř pružiny.

$$F = k_F (p - p_a) \quad (4.4)$$

Při linearizaci průtokových charakteristik vzduchového ventilu je hmotnostní průtok vzduchu do a ze vzduchové pružiny roven akční veličině, její kladné a záporné hodnotě

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = u. \quad (4.5)$$

Soustava diferenciálních rovnic prvního řádu popisující dynamiku sedačky při linearizovaných průtokových charakteristikách vzduchového ventilu (4.5) a při platnosti (4.4) je

$$\begin{aligned} \dot{m} &= u \\ \dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\ \dot{z} &= v_2 - v_1 \\ \dot{z}_1 &= v_1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Na základě identifikace dynamického modelu sedačky je možné uvažovat, že objem hadicové pružiny sedačky závisí lineárně na zdvihu z a nezávisí výrazně na tlaku vzduchu p uvnitř pružiny.

$$V = V_0 + k_1 z \quad (4.7)$$

Zapišme první část rovnice (4.3a)

$$p \left(\frac{V}{m} \right)^\kappa = k_p. \quad (4.3b)$$

Při použití (4.7) a (4.3b) upravíme (4.6)

$$\begin{aligned} \dot{m} &= u \\ \dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} \left(k_p \left(\frac{m}{V_0 + k_1 z} \right)^\kappa - p_a \right) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\ \dot{z} &= v_2 - v_1 \\ \dot{z}_1 &= v_1 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Soustava diferenciálních rovnic (4.8) je **stavovým popisem nelineárního dynamického systému čtvrtého řádu.**

Pro sledování dynamického vývoje diskutovaného dynamického systému byla též použita **soustava pěti diferenciálních rovnic** (4.13), která byla získána následujícími úpravami. Při proměnném p , V a m je derivace (4.3b) podle času

$$\left(\frac{V}{m}\right)^\kappa \frac{dp}{dt} + p \kappa \left(\frac{V}{m}\right)^{\kappa-1} \frac{1}{m} \frac{dV}{dt} - p \kappa \left(\frac{V}{m}\right)^{\kappa-1} \frac{V}{m^2} \frac{dm}{dt} = 0. \quad (4.9)$$

Po vydělení (4.9) $\left(\frac{V}{m}\right)^\kappa$ a úpravě

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= p \kappa \left(\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \right), \\ p' &= p \kappa \left(\frac{m'}{m} - \frac{V'}{V} \right), \end{aligned} \quad (4.10)$$

při platnosti (4.5)

$$p' = p \kappa \left(\frac{u}{m} - \frac{V'}{V} \right), \quad (4.11)$$

derivujme (4.7) podle času

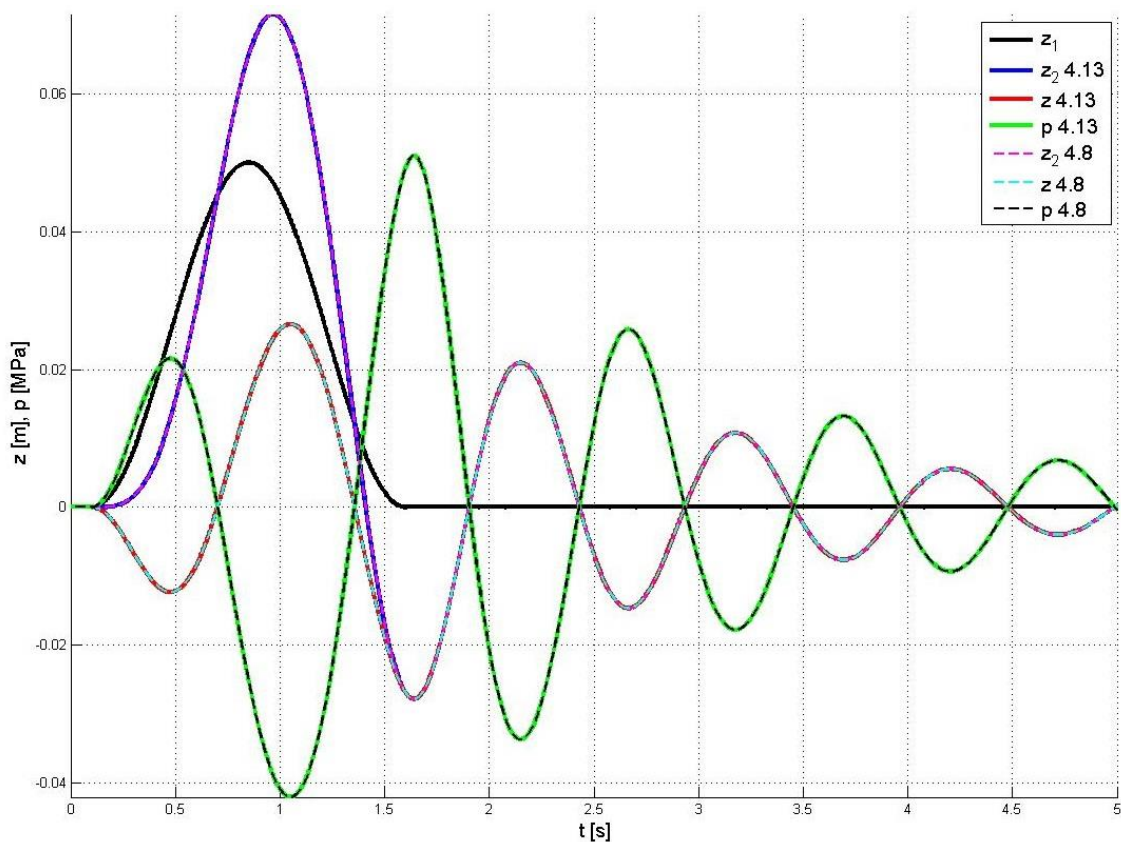
$$V' = k_1 z' = k_1 (v_2 - v_1). \quad (4.12)$$

Po dosazení (4.7) a (4.12) do (4.11) je soustava pěti diferenciálních rovnic prvního řádu popisujících nelineární systém sedačky

$$\begin{aligned} m' &= u \\ p' &= p \kappa \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1 (v_2 - v_1)}{V_0 + k_1 z} \right) \\ v_2' &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\ z' &= v_2 - v_1 \\ z_1' &= v_1 \end{aligned} \quad (4.13)$$

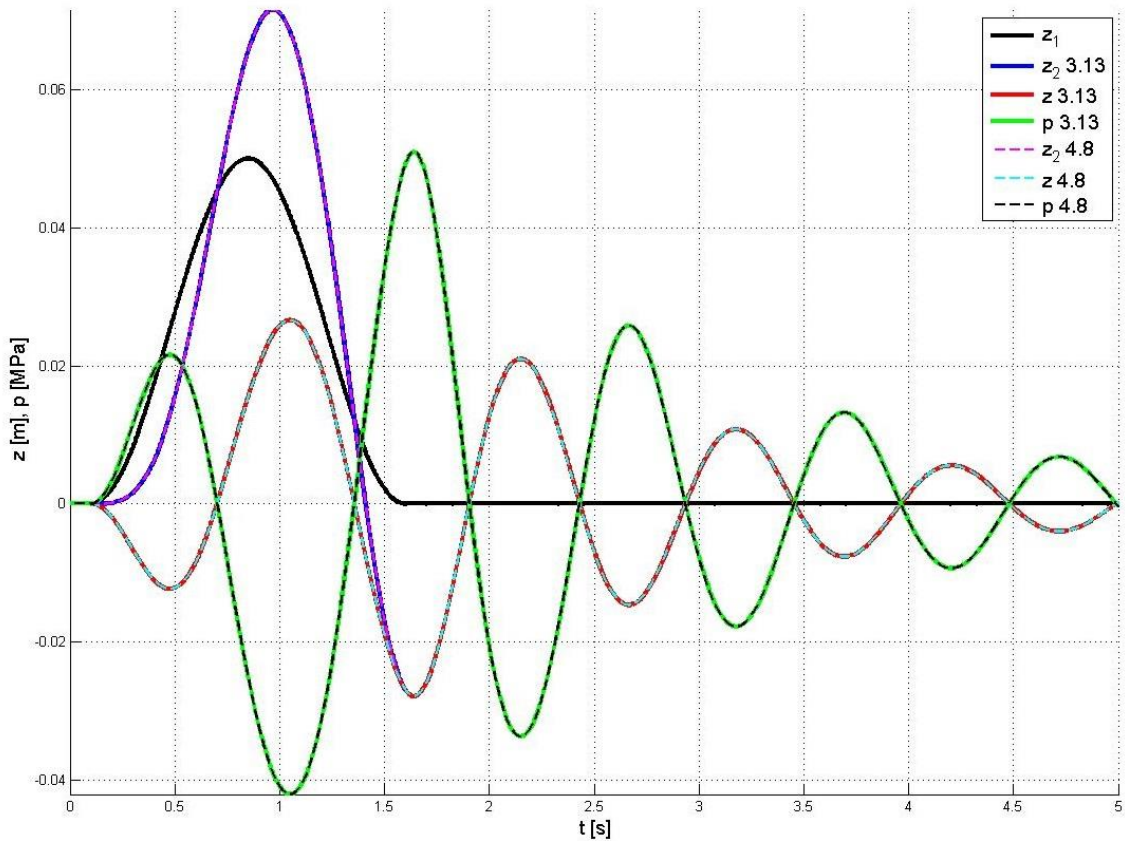
Na rozdíl od (4.8) je nyní dynamický systém (4.13) sedačky popsán pěti diferenciálními rovnicemi prvního řádu. Zopakujme, že druhá diferenciální rovnice ze soustavy rovnic (4.13) byla získána derivací (4.3b) podle času. Vzhledem k platnosti (4.3b) **je dynamický systém (4.13) pouze čtvrtého řádu.**

Toto tvrzení ověříme i porovnáním chování modelu 4.8 s modelem 4.13 popsaného výše. Oba modely vybudíme poruchou typu hrbol a porovnáme průběh stavových veličin. Z výsledných průběhů (obr. 11) je zřejmé, že chování modelu 4.8 a 4.13 je identické.



Obr. [11] Porovnání chování modelu 4.13 (plná čára) a modelu 4.8 (čárkovaně)

Pro úplnost provedme porovnání modelu 3.13 odvozeného v kapitole 3.2, který je použit k návrhu řízení v dalších kapitolách, s modelem 4.8 za opětovného použití poruchy typu hrbol (obr. 12). Tímto porovnáním jsme prokázali, že všechny uvedené modely jsou si ekvivalentní a principy regulace navržené v kapitole 6 je možné aplikovat i na ostatní modely.



Obr. [12] Porovnání chování modelu 3.13 (plná čára) a modelu 4.8 (čárkovaně)

4.2 Linearizace nelineárního modelu přidavnou nelineární zpětnou vazbou

Nelineární systém (4.13) je možné linearizovat přidavnou nelineární zpětnou vazbou, kterou odvodíme následujícími úpravami. Označme v druhé rovnici ze soustavy rovnic (4.13)

$$u_{lin} = p \kappa \left(\frac{u}{m} - \frac{k_1 (v_2 - v_1)}{V_0 + k_1 z} \right). \quad (4.14)$$

Vypočtěme z (4.14) akční veličinu u , která v řídicím systému bude vstupovat do linearizačního algoritmu průtokových charakteristik vzduchového ventilu.

$$p \kappa \frac{u}{m} = u_{in} + p \kappa \frac{k_1 (v_2 - v_1)}{V_0 + k_1 z} \quad (4.15)$$

$$u = \left(\frac{u_{in}}{p \kappa} + \frac{k_1 (v_2 - v_1)}{V_0 + k_1 z} \right) m$$

Jelikož na sedačce nemůžeme měřit hmotu vzduchu m v pružině, vypočteme ji z rovnice (4.3b).

$$p \left(\frac{V}{m} \right)^\kappa = k_p \quad (4.3b)$$

$$\ln(p) + \kappa (\ln(V) - \ln(m)) = \ln(k_p)$$

$$\kappa \ln(m) = \ln(p) + \kappa \ln(V) - \ln(k_p)$$

$$\ln(m) = \ln(V) + \frac{\ln(p) - \ln(k_p)}{\kappa}$$

$$m = \exp \left(\ln(V) + \frac{\ln(p) - \ln(k_p)}{\kappa} \right) \quad (4.16)$$

Dosazením (4.16) do (4.15) získáme rovnici přidavné nelineární zpětné vazby

$$u = \left(\frac{u_{in}}{p \kappa} + \frac{k_1 (v_2 - v_1)}{V_0 + k_1 z} \right) \exp \left(\ln(V) + \frac{\ln(p) - \ln(k_p)}{\kappa} \right), \quad (4.17)$$

kteřá v soustavě diferenciálních rovnic (13) upraví druhou nelineární rovnici na lineární diferenciální rovnici

$$p' = u_{in} \cdot \quad (4.18)$$

V soustavě diferenciálních rovnic (4.13) nahradíme druhou rovnici rovnicí (4.18)

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= u \\
\dot{p} &= u_{lin} \\
\dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\
\dot{z} &= v_2 - v_1 \\
\dot{z}_1 &= v_1
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Hmotu vzduchu m není v druhé, třetí, čtvrté a ani v páté rovnici soustavy rovnic (4.19), takže linearizovaný systém přídatnou nelineární zpětnou vazbou je popsán čtyřmi lineárními diferenciálními rovnicemi prvního řádu

$$\begin{aligned}
\dot{p} &= u_{lin} \\
\dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} (p - p_a) - \frac{k_d}{M} v_2 - g + \frac{k_d}{M} v_1 \\
\dot{z} &= v_2 - v_1 \\
\dot{z}_1 &= v_1
\end{aligned} \tag{4.20}$$

V linearizovaném dynamickém systému (4.20) je u_{lin} řídicí veličinou a rychlost v_1 je poruchou. V popisech systému (4.6), (4.13) a (4.20) a v základních rovnicích (4.1), (3.3a) a (4.3b) je p absolutním tlakem. Soustavu rovnic (4.20) přepíšeme do lineárního stavového odchytkového modelu. V tomto modelu použijeme odchytkový relativní tlak od ustáleného tlaku, který při dané konstantě pružiny k_F je určen hmotou sedačky M . V druhé rovnici ze soustavy rovnic (20) je

$$p_{rel} = p - p_a \tag{4.21}$$

Počáteční absolutní tlak vzduchu v pružině v klidovém stavu, při zatížení sedačky hmotou M , je p_0 viz též (4.2). V popisu systému (4.20) je

$$\frac{k_F}{M} (p_0 - p_a) - g = 0. \tag{4.22}$$

Rovnice (4.22) je rovnováhou váhy sedačky a silou pružiny v klidovém stavu při dané hmotě M .

$$p_{0rel} = p_0 - p_a$$

Označíme

$$P_{odch} = P_{rel} - P_{0rel}$$

Stavový popis (4.20) linearizovaného systému nelineární zpětnou vazbou při použití odchylkového relativního tlaku přepíšeme

$$\begin{aligned} \dot{P}_{odch} &= & u_{lin} \\ \dot{v}_2 &= \frac{k_F}{M} P_{odch} - \frac{k_d}{M} v_2 & + \frac{k_d}{M} v_1 \\ \dot{z} &= & v_2 & - v_1 \\ \dot{z}_1 &= & & v_1 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Výstupními veličinami lineárního odchylkového modelu (4.23) jsou z a $z_2 = z + z_1$. Poslední rovnice soustavy (4.23) je $\dot{z}_1 = v_1$, kde v_1 je porucha vstupující do modelu systému. Z této rovnice a i z fyzikální úvahy vyplývá, že stavová veličina z_1 není ovlivnitelná akční veličinou u_{lin} . *Lineární stavový model (4.23) z hlediska použití stavového regulátoru není říditelný.* Pokud budeme říditelnost ověřovat analyticky, jako v případě linearizovaného systému (3.32) viz kapitola 3.5, dojdeme ke stejnému závěru a to, že systém není plně říditelný.

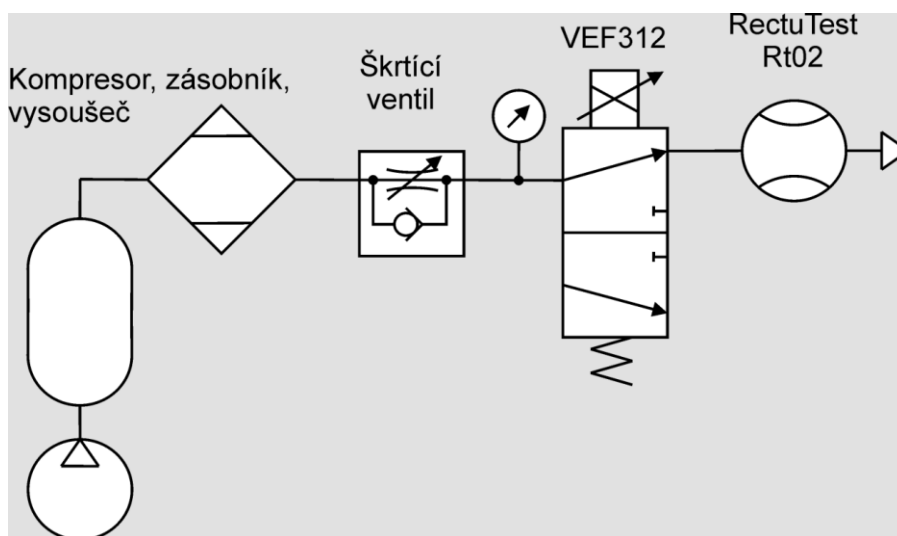
Možnosti řízení linearizovaného systému (3.32), který má co se týče říditelnosti stejné vlastnosti jako (4.32), jsou uvedeny v kapitole 6.2. Díky podobným vlastnostem obou linearizovaných systémů lze očekávat, že pro řízení (4.32) je možné využít stejné principy regulace jako pro (3.32).

5 Linearizace průtoku vzduchu ventilem SMC

5.1 Měření průtokové charakteristiky

K napouštění a vypouštění vzduchu z hadicové pružiny je používán Ventil SMC VEF 312 1-1 s maximální efektivní plochou 12 mm². Jelikož je v modelu předpokládán lineární charakter akčního členu, je nutné znát jeho reálnou průtokovou charakteristiku a s její pomocí průtok vzduchu linearizovat.

Protože průtokové charakteristiky ventilu udávané výrobcem nebyly pro potřeby řízení dostačující, bylo v říjnu a listopadu 2010 přístrojem RectuTest Rt02 provedeno měření k získání těchto charakteristik. Při měření průtoků byl směr toku vzduchu stejný jako na smontované sedačce. To znamená otvor ventilu A zapojený na plnicí otvor pružiny, P na zásobník tlakového vzduch a R pro vypouštění vzduchu z pružiny do atmosféry (obr. 13).

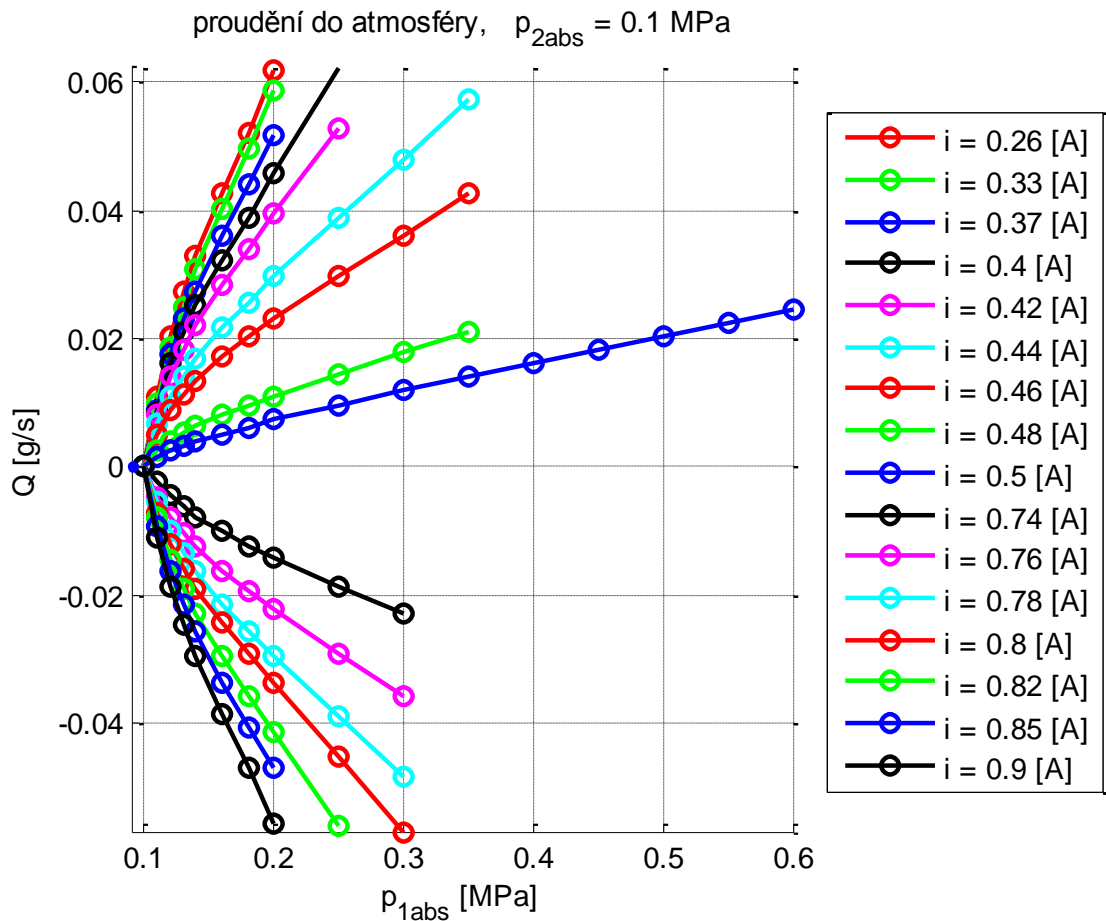


Obr. [13] Pneumatický obvod měření průtokových charakteristik ventilu – vypouštění (A – R)

Tlak p_1 před ventilem byl při měření udržován konstantní a po stupních byl měněn – zvyšován. Pro řízení tlaku p_1 byl použit elektronicky řízený redukční ventil. Měřicí přístroj *RectuTest* byl ve směru proudícího vzduchu připojen za měřený elektromagnetický ventil. Výstupní vzduch z měřicího přístroje byl veden do atmosféry.

Ventil je řízen elektrickým proudem. Maximální otevření pro napouštění nastane při proudu 0 - 0,26 [A], pro vypouštění při 0,9 – 1 [A] a uzavření při proudu 0,54 – 0,66[A].

Změřené hmotnostní průtoky vzduchu při vypouštění byly označeny jako záporné a pro napouštění kladné (obr. 14).



Obr. [14] Hmotnostní průtoky vzduchu ventilem v závislosti na řídicím proudu a tlaku před ventilem

5.2 Regrese průtokové charakteristiky ventilu podle normy ISO 6358

Naměřenými daty byly podle normy ISO 6358, viz (5.1a) a (5.2a), regresně proloženy průtokové charakteristiky pro podkritické proudění (subsonic flow)

$$Q = p_{1abs} C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{2abs} - b}{p_{1abs} - b} \right)^2} \quad \text{pro} \quad \frac{p_{2abs}}{p_{1abs}} > b \quad (5.1a)$$

a pro nadkritické proudění (choked flow)

$$Q = p_{1abs} C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \quad \text{pro} \quad \frac{p_{2abs}}{p_{1abs}} \leq b \quad (5.2a)$$

- Q je hmotnostní průtok vzduchu v g/s ,
 p_{1abs} je tlak před ventilem v MPa, absolutní tlak atmosféry je cca 0.1 MPa,
 p_{2abs} je tlak za ventilem v MPa,
 ρ_0 je hustota vzduchu při referenčních podmínkách v g/m^3 ,
 C je propustnost zařízení při nadkritickém proudění (sonic conductance) v g/s , MPa
 b je hraniční poměr tlaků mezi podkritickým a nadkritickým prouděním,
 T_0 je referenční teplota v K,
 T_1 je teplota vytékajícího proudu vzduchu (upstream) v K.

Veličiny Q , p_{1abs} a p_{2abs} mohou být proměnné v čase t , tzn. jejich správný zápis by byl $Q(t)$, $p_{1abs}(t)$ a $p_{2abs}(t)$. Z důvodu zjednodušení zápisu všech veličin proměnných v čase nebude parametr t uváděn.

Při nelineárním regresním prokládání funkcí (5.1a) a (5.2a) změřenými daty bylo minimalizováno kvadratické kritérium. Jelikož při provedených měřeních nebyly měřeny teploty T_0 a T_1 , bylo uvažováno $T_0 = T_1$. Při konstantním řídicím proudu byly určeny dva parametry. Součin $C\rho_0$ a parametr b . Součin $C\rho_0$ je monotónní funkcí otevření ventilu – řídicího proudu. Při znalosti $C\rho_0$ a b byly průtokové charakteristiky ventilu přepočteny pro napouštění a vypouštění vzduchové pružiny, viz obr. 15. V grafech na obr. 14, je konstantní tlak za ventilem a zvyšuje se tlak před ventilem.

V grafech na obr. 15

pro $Q > 0$ je konstantní tlak před ventilem a vzhledem k tomuto tlaku se snižuje tlak za ventilem,

pro $Q < 0$ jsou grafy z obr. 14 a obr. 15 shodné, za ventilem je atmosférický tlak, před ventilem se tlak mění. Rozsah tlaku p_2 na obr. 14 je menší, než na obr. 15.

Na obr. 14 jsou zobrazena data z měření, na obr. 15. jsou uvedeny regresí vypočtené charakteristiky přepočtené pro průchod vzduchu ventilem napouštěcí a vypouštěcí cestou.

V technické praxi je používán absolutní i relativní tlak – přetlak,

$$p_{abs} = p_{rel} + p_{absAtm} \quad (5.3)$$

p_{absAtm} je absolutní tlak atmosféry, jeho hodnota je ca 0.1 MPa.

Pro popis tlaků v diskutovaném vzduchovém systému sedačky bylo použito označení:

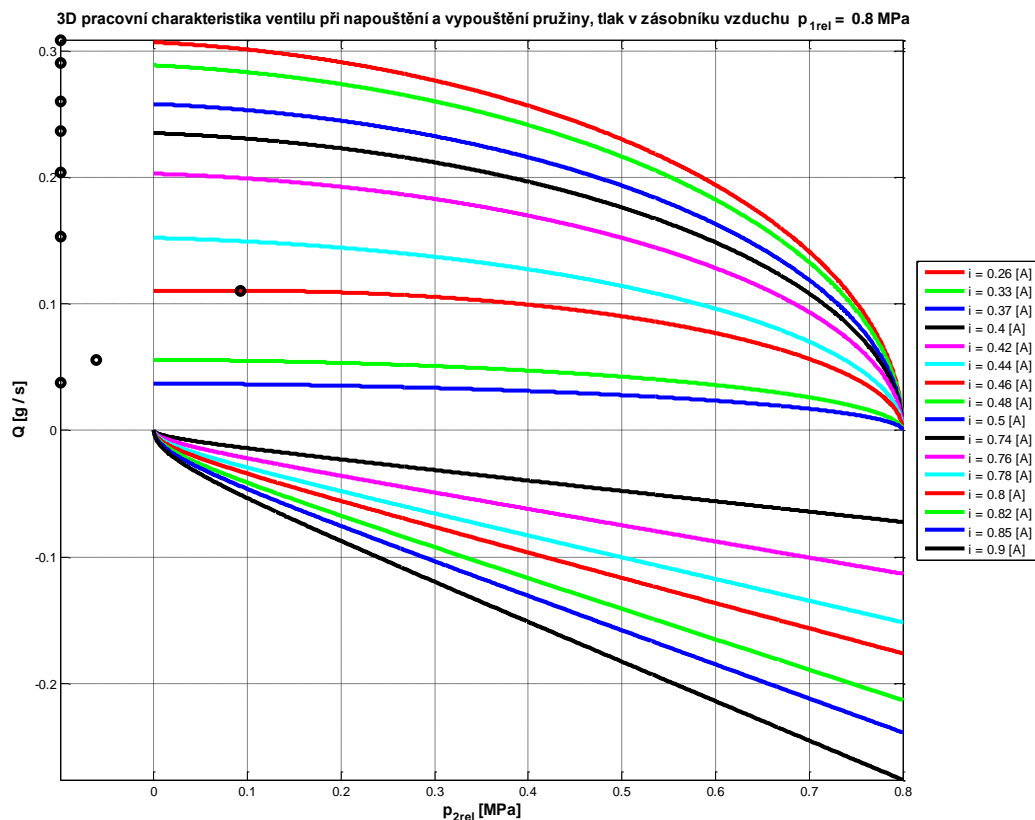
p_1 tlak v zásobníku tlakového vzduchu, $p_{1rel} \approx 0,8$ MPa,
 p_2 tlak ve vzduchové pružině.

Označení tlaků v (5.1a) a (5.2a) odpovídá napouštění vzduchové pružiny. Pro vypouštění vzduchové pružiny musíme rovnice (5.1a) a (5.2a) upravit, neboť v tomto případě ve směru toku vzduchu před ventilem je tlak p_2 a za ventilem je atmosférický tlak p_{Atm} . Upravené rovnice (5.1a) a (5.2a), které po provedené regresi byly použity pro výpočet průtoku vzduchu ve vypouštěcím směru (viz obr. 15), jsou (5.1b) a (5.2b).

$$Q = p_{2abs} C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{absAtm} - b}{p_{2abs} - b} \right)^2} \quad \text{pro} \quad \frac{p_{absAtm}}{p_{2abs}} > b \quad (5.1b)$$

$$Q = p_{2abs} C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \quad \text{pro} \quad \frac{p_{absAtm}}{p_{2abs}} \leq b \quad (5.2b)$$

Parametrem průtokových charakteristik na obr. 14 a obr. 15 je řídicí proud ventilu. Barevné označení křivek, při konstantních řídicích proudech ventilu, je stejné na obou obrázcích. Proud 0,26 A odpovídá na obr. 14 a obr. 15 červeným křivkám s největšími hodnotami Q. Při proudu 0,26 A je ventil v kladném směru nejvíce otevřen.



Obr. [15] Průtokové charakteristiky ventilu přepočtené pro napouštění a vypouštění vzduchové pružiny

Obr. 15 je průmětem řezů 3D plochy do nárysny. Nezobrazená osa, kolmá k průmětně je řídicí proud i ventilu. Jednotlivé křivky na obr. 15 jsou řezy funkce $Q = f(p_{2rel}, i)$, pro $i = konst.$

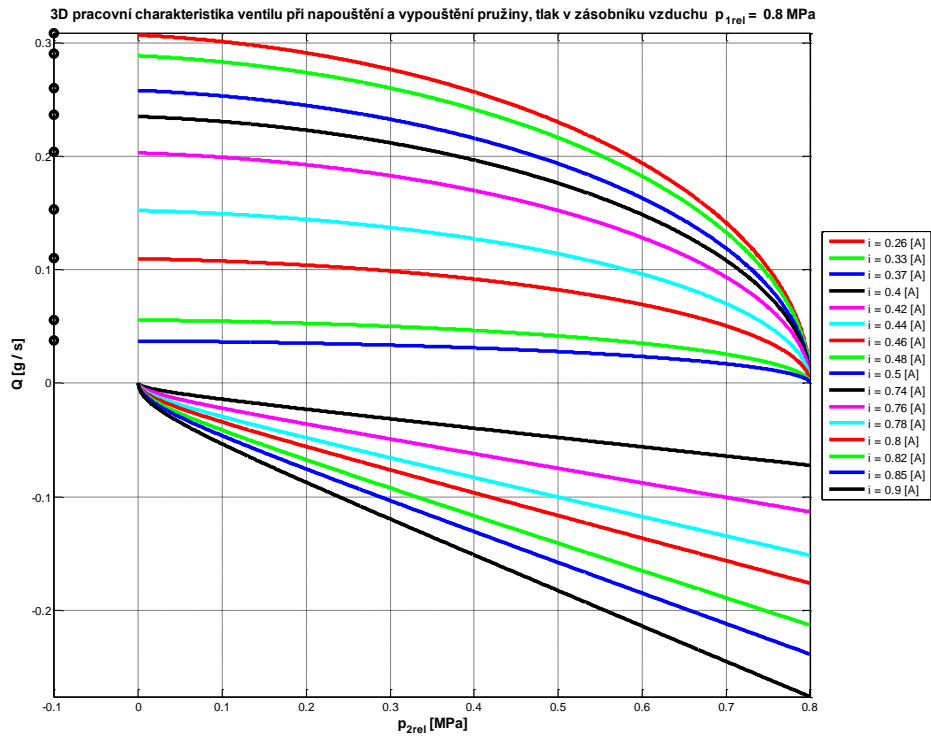
Na obr. 15, pro $Q > 0$, jsou kroužky označeny tlaky p_{2rel} , které jsou určeny hraničními poměry b mezi podkritickými a nadkritickými prouděními vzduchu při jednotlivých řídicích proudech ventilu. V tab. 1 jsou uvedeny hodnoty b , které byly určeny regresním proložením funkcí (3.1a) a (3.1b) naměřenými daty.

Napouštění		Vypouštění	
i[mA]	<i>b</i>	i[mA]	<i>b</i>
0.26	5.0337e-16	0.74	5.0151e-16
0.33	3.7306e-16	0.76	2.5150e-15
0.37	4.1189e-16	0.78	2.7427e-16
0.40	2.0545e-16	0.80	2.6404e-16
0.42	5.9502e-16	0.82	4.8183e-16
0.44	2.9347e-15	0.85	4.1101e-16
0.46	2.1345e-01	0.90	1.5847e-15
0.48	4.2592e-02		
0.50	1.5998e-15		

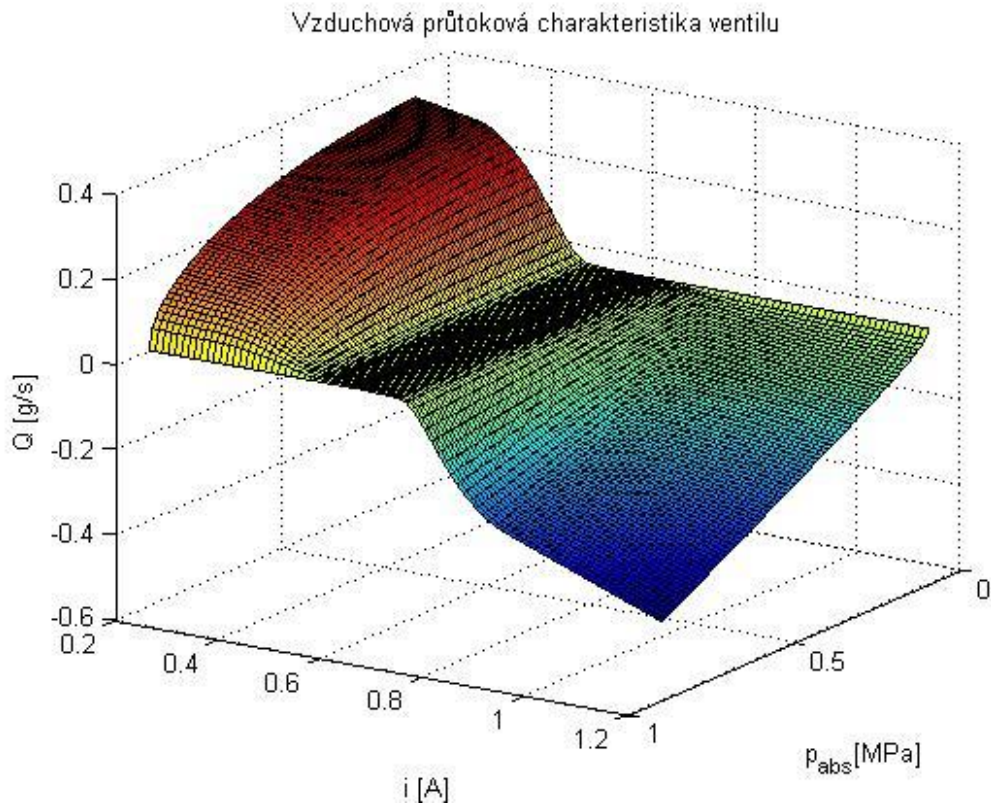
Tab. 1 Vypočtené – zaokrouhlené poměry tlaků *b* na hranicích mezi podkritickými a nadkritickými prouděními při nastavených řídicích proudech ventilu

Hodnoty *b*, vypočtené z měření při budicích proudech $i = 0,46$ a $0,48$ mA, jsme vzhledem k ostatním hodnotám označili za chybné – způsobené nepřesností provedených měření. Pro popis proudění vzduchu ventilem jsme použili $b = 0$.

Závěr: Na měřeném vzduchovém ventilu při napouštění pružiny z tlaku $p_{1rel} = 0,8$ MPa a při vypouštění pružiny do atmosféry nedochází k nadkritickému proudění (choked flow). Charakteristiky z obr. 15 tedy mohly být přepočteny pro hodnotu $b = 0$. Výsledné charakteristiky jsou zobrazeny na obr. 16 a obr. 17.



Obr. [16] Průtokové charakteristiky ventilu přepočtené pro napouštění a vypouštění vzduchové pružiny při hodnotách $b = 0$



Obr. [17] Průtoková charakteristika ve 3D

Úpravou (5.1a) a (5.1b) při $b = 0$ a při $T_0 = T_1$ byly získány rovnice pro průtok vzduchu ventilem při napouštění pružiny

$$Q = C\rho_0\sqrt{p_{1abs}^2 - p_{2abs}^2} = C\rho_0\sqrt{0.9^2 - p_{2abs}^2} \quad (5.4)$$

a při vypouštění pružiny do atmosféry

$$Q = -C\rho_0\sqrt{p_{2abs}^2 - p_{absAtm}^2} = -C\rho_0\sqrt{p_{2abs}^2 - 0.1^2} \quad (5.5)$$

Součin parametrů $C\rho_0$ závisí na budícím proudu ventilu. Závislost $C\rho_0$ na budícím proudu ventilu je monotónní funkcí. Vypočtíme tlak p_{2abs} , při kterém v rovnicích (5.4) a (5.5) je

$$\begin{aligned} \sqrt{p_{1abs}^2 - p_{2abs}^2} &= \sqrt{p_{2abs}^2 - p_{absAtm}^2} \\ p_{1abs}^2 - p_{2abs}^2 &= p_{2abs}^2 - p_{absAtm}^2 \\ 0.9^2 - p_{2abs}^2 &= p_{2abs}^2 - 0.1^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} p_{2abs} &= \sqrt{\frac{0.9^2 + 0.1^2}{2}} \approx 0.64031 \text{ MPa} \\ p_{2rel} &\approx 0.54031 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Pro konstantní tlak $p_{2rel} \approx 0.54031 \text{ MPa}$ rovnice (5.4) a (5.5) upravíme

$$Q = C\rho_0\sqrt{p_{1abs}^2 - p_{2abs}^2} = C\rho_0\sqrt{0.9^2 - \frac{0.9^2 + 0.1^2}{2}} = C\rho_0\sqrt{\frac{0.9^2 - 0.1^2}{2}} \approx C\rho_0 \cdot 0.63245 \quad (5.7)$$

$$Q = -C\rho_0\sqrt{p_{2abs}^2 - p_{absAtm}^2} \approx -C\rho_0 \cdot 0.63245 \quad (5.8)$$

Zavedme funkci

$$\text{sign}(v_{vzd}) = 1 \quad \text{pro napouštění pružiny,}$$

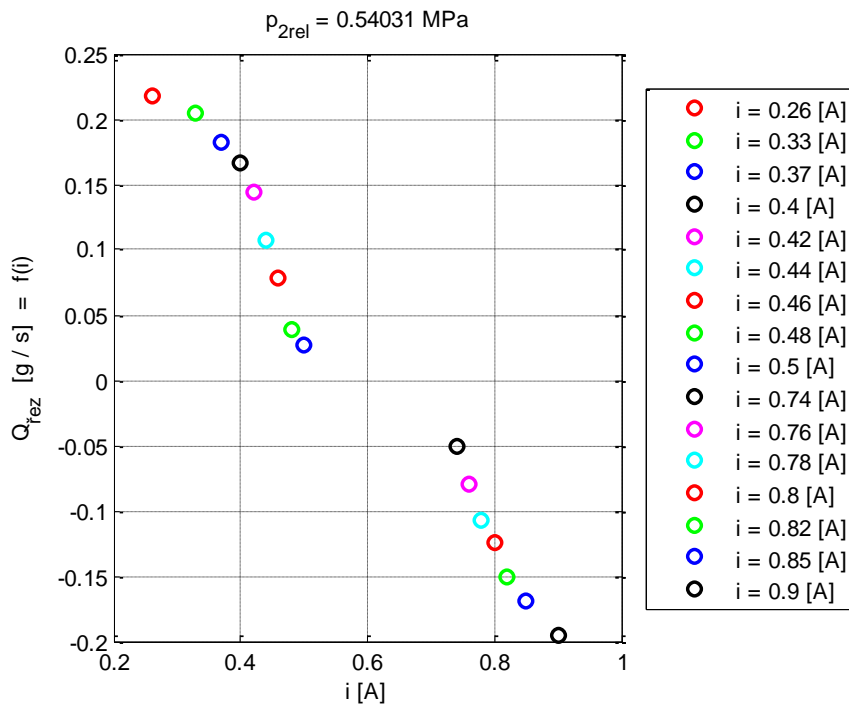
$$\text{sign}(v_{\text{vzd}}) = -1 \quad \text{pro vypouštění pružiny,}$$

v_{vzd} je rychlost pohybu vzduchu v potrubí ústícím do pružiny.

Rovnice (3.7) a (3.8) můžeme zapsat jednou rovnicí

$$Q \approx \text{sign}(v_{\text{vzd}}) C \rho_0 0.63245 \quad (5.9)$$

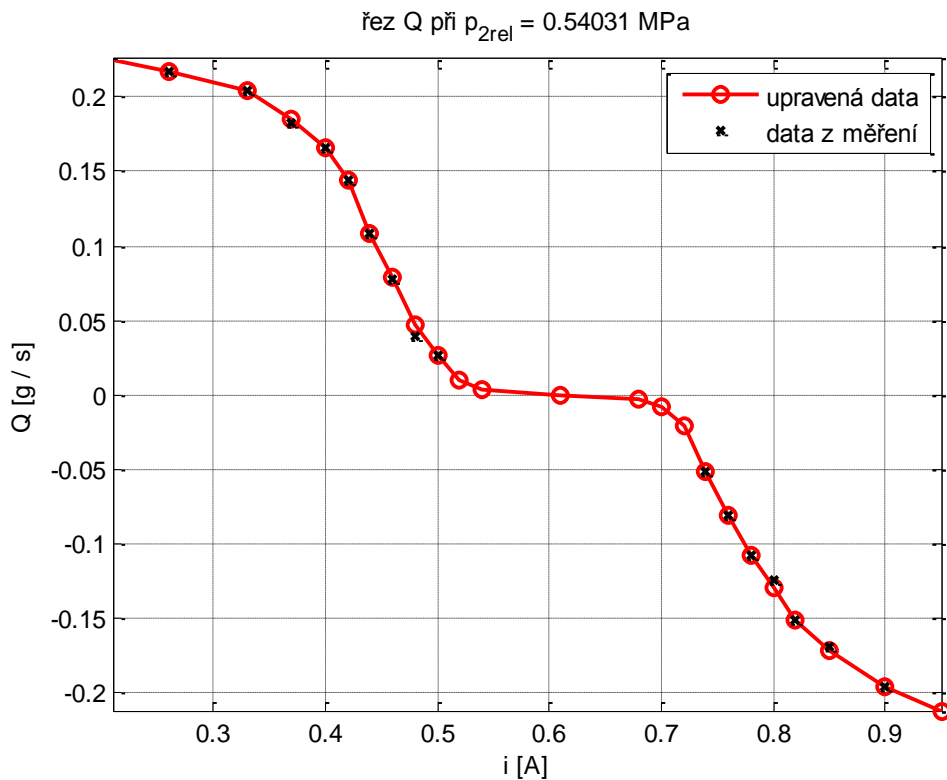
Pro konstrukci vzduchové pružiny **napájené z tlaku $p_{1\text{rel}} = 0.8 \text{ MPa}$** z důvodu **lineárního charakteru (5.9) vyplývá závěr: parametry vzduchové pružiny mají být voleny tak, aby při hmotově středním zatížení sedačky a ustáleném stavu byl tlak uvnitř pneumatické pružiny $p_{2\text{rel}} = 0.54031 \text{ MPa}$** a ne $p_{2\text{rel}} = 0.4 \text{ MPa}$, jak bychom mohli bez znalosti (5.4) a (5.5) předpokládat. Provedme řez 3D grafem z obr. 17 pro $p_{2\text{rel}} = 0.54031 \text{ MPa}$. Tento řez je uveden na obr. 18.



Obr. [18] Řez 3D grafem průtokových charakteristik ventilu při

$$p_{2\text{rel}} = 0.54031 \text{ MPa}$$

Hmotové průtoky vzduchu při prouděch mezi 0,5 a 0,74 A nebylo možné měřit.

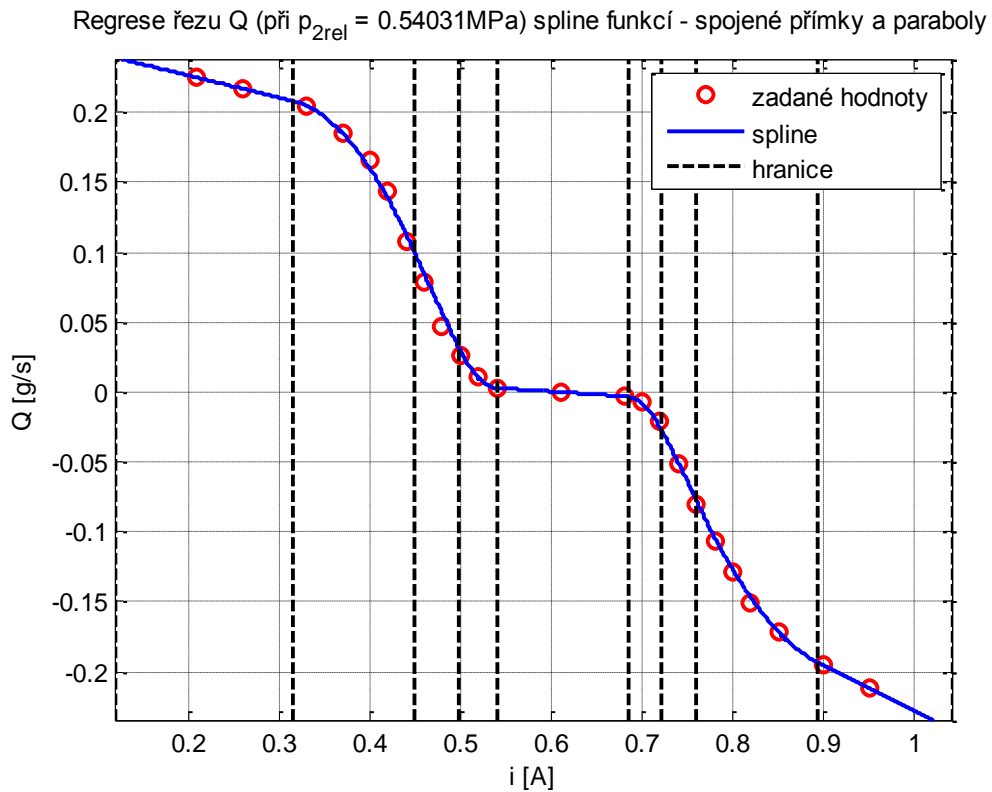


Obr. [19] Přidaná a upravená data před regresí spline funkcí

Data z obr. 18 byla s ohledem na následující regresi upravena a byla též „odhadem“ doplněna sedmi hodnotami průtoků vzduchu a odpovídajících proudů, viz obr. 19. Daty z obr. 19 byla regresně proložena spline funkce skládající se z přímek a parabol (viz obr. 19) ve tvaru $Q = k_1 i^2 + k_2 i - k_3$, kde i je řídicí proud ventilu. Na určených hranicích, kde se „napojují“ jednotlivé funkce, jsou spojitě nulté a první derivace. Důvod, proč použita spline funkce byla složena z polynomů maximálně druhého stupně je, že při linearizaci průtoku vzduchu ventilem musíme použít inverzní analytické vyjádření těchto polynomů – musíme analyticky vyjádřit inverzní funkce k polynomům vyjadřujícím závislost průtočného množství vzduchu na proudě protékajícím ventilem. Jestliže funkci na obr. 20 označíme $Q = f(i)$, inverzní funkci označíme $i = \varphi(Q)$.

Nejprve byly navrženy stupně regresních polynomů a hranice, mezi kterými budou funkční hodnoty z jednotlivých regresních polynomů počítány. Regresní výpočet diskutované spline funkce byl proveden ve dvou krocích. V prvním kroku byly při optimalizaci měněny a vypočteny pouze koeficienty polynomů, v druhém kroku byly

optimalizovány jak koeficienty polynomů, tak i hranice jejich platnosti. V regresních minimalizacích bylo použito vážené kvadratické kritérium, váhy byly nastavovány zkusmo při opakovaných výpočtech.



Obr. [20] Proložení řezu průtokových charakteristik ventilu spline funkcí při

$$p_{2rel} = 0.54031\text{MPa}$$

Zaokrouhlené koeficienty vypočtených polynomů jsou uvedeny v řádcích následující matice (viz tab. 2).

K_1	K_2	K_3
0	-0.1582	0.2584
-4.8799	2.9223	-0.2278
1.3329	-2.6576	1.0251
14.9812	-16.2460	4.4073
0	-0.0427	0.0260
-16.2374	22.1767	-7.5753
-2.4760	2.3534	-0.4364
3.9884	-7.4586	3.2869
0	-0.3267	0.0986

Tab. 2 Koeficienty vypočtených polynomů

Rovnice např. druhého polynomu je tedy

$$Q = -4.8799 i^2 + 2.9223 i - 0.2278 \quad (5.10)$$

Vypočtené a zaokrouhlené hodnoty hranic i_h platnosti polynomů, ze kterých je složena spline funkce, jsou uvedeny v tab. 3.

0.1190	0.3156	0.4491	0.4978	0.5408	0.6842	0.7203	0.7589	0.8941	1.0410
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Tab. 3 Vypočtené – zaokrouhlené hodnoty hranic i_h platnosti jednotlivých polynomů proložené spline funkce

Např. druhý polynom je počítán pro $i \in \langle 0.3156, 0.4491 \rangle$.

5.3 Linearizace průtokových charakteristik vzduchového ventilu

Jelikož ventil je na vstupní části řízeného systému, je možno v řídicím systému nelineární průtokové charakteristiky ventilu linearizovat. Popíšme postup, jakým tuto linearizaci provedeme. Uvažujme, že v pružině je tlak

$$p_{2abs} \in (0.1, 0.9) \text{ [MPa]} \quad (5.11)$$

Pro změřenou hodnotu p_{2abs} zadejme *žádané průtočné množství vzduchu* \tilde{Q} vstupující do linearizačního algoritmu. V algoritmu bude vypočten řídicí proud i ventilu tak, aby *průtočné množství vzduchu* Q *proudícího do pružiny* bylo stejné jako *žádané průtočné množství*.

$$Q = \tilde{Q} \quad (5.12)$$

Kladné, nebo nulové, žádané množství vzduchu dosadíme do (5.4)

$$\tilde{Q} = C\rho_0 \sqrt{0.9^2 - p_{2abs}^2} \quad (5.4)$$

záporné do (5.5)

$$\tilde{Q} = -C\rho_0 \sqrt{p_{2abs}^2 - 0.1^2} \quad (5.5)$$

Z (5.4), nebo (5.5) vypočteme $C\rho_0$.

Nyní přejdeme do funkce z obr. 20, která je řezem 3D grafu z obr. 17 při $p_{2rel} = 0.54031 MPa$. Spline funkci z obr. 20 nyní označíme

$$Q^* = f(i) \quad (5.13)$$

inverzní funkci označíme

$$i = \varphi(Q^*) \quad (5.14)$$

Při znalosti hodnoty $C\rho_0$ vypočteme z rovnice (5.9)

$$Q^* \approx \text{sign}(v_{vzd}) C\rho_0 \cdot 0.63245 \quad (5.15)$$

Z (5.15) vypočteme hodnotu Q^* a dosadíme ji do inverzní funkce (5.14). Z (5.14) vypočteme hodnotu proudu i , který přivedeme na ventil. Jestliže charakteristiky ventilu jsou popsány 3D funkcí, viz obr. 17, potom průtočné množství vzduchu Q protékající ventilem napouštěcí, nebo vypouštěcí cestou, splňuje rovnost (5.12).

V předcházejícím textu je již popsána linearizace průtoku vzduchu řídicím ventilem. Popišme přehledně jednotlivé kroky linearizačního algoritmu:

1) Vstupní veličinami algoritmu jsou:

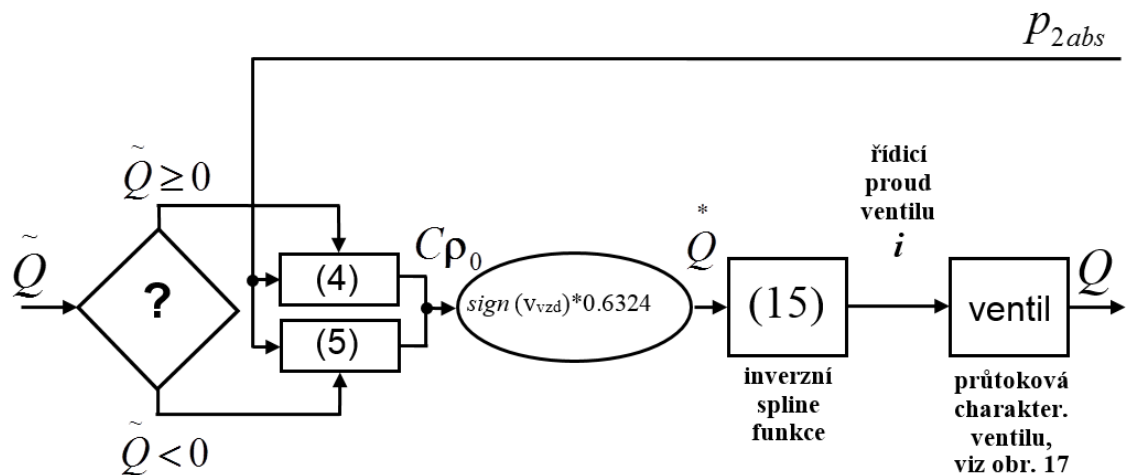
- a)** žádané průtočné množství vzduchu \tilde{Q} ,
- b)** změřený tlak vzduchu p_{2abs} uvnitř pružiny.

2) Podle znaménka \tilde{Q} a při znalosti p_{2abs} z rovnic (5.4) nebo (5.5) vypočteme hodnotu $C\rho_0$.

3) Tuto hodnotu vynásobíme koeficientem 0.63245 a $\text{sign}(v_{vzd})$, viz (5.15), a získáme Q^* .

4) Dosazením hodnoty \tilde{Q}^* do (5.14) vypočteme řídicí proud ventilu.

Na obr. 21 je uvedeno blokové schéma linearizačního algoritmu průtoku vzduchu řídicím ventilem. Uvedený algoritmus linearizace průtoku vzduchu řídicím ventilem byl programem v MATLABu numericky ověřen.



Obr. [21] Schéma linearizačního algoritmu

V následujícím textu je popsán výpočet inverzní spline funkce (5.14) k spline funkci (5.13). Obory platnosti nezávisle proměnné i pro jednotlivé polynomy, ze kterých je složena spline funkce (5.13), jsou určeny vektorem hranic i_h (viz tab. 3). Jeden z polynomů spline funkce (5.13) označíme

$$Q^* = a_1 i^2 + a_2 i + a_3 \quad (5.16)$$

Uvedme postup výpočtu inverzní funkce k (5.16). Rovnici (5.16) nejprve převedeme na úplný čtverec

$$\begin{aligned} Q^* &= a_1 i^2 + a_2 i + a_3 = a_1 \left(i^2 + \frac{a_2}{a_1} i + \frac{a_3}{a_1} \right) = a_1 \left(\left(i + \frac{a_2}{2a_1} \right)^2 + \frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2^2}{4a_1^2} \right) = \\ &= a_1 \left(i + \frac{a_2}{2a_1} \right)^2 + a_3 - \frac{a_2^2}{4a_1} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Úpravou (5.17) získáme analytické vyjádření hledané inverzní funkce (5.14).

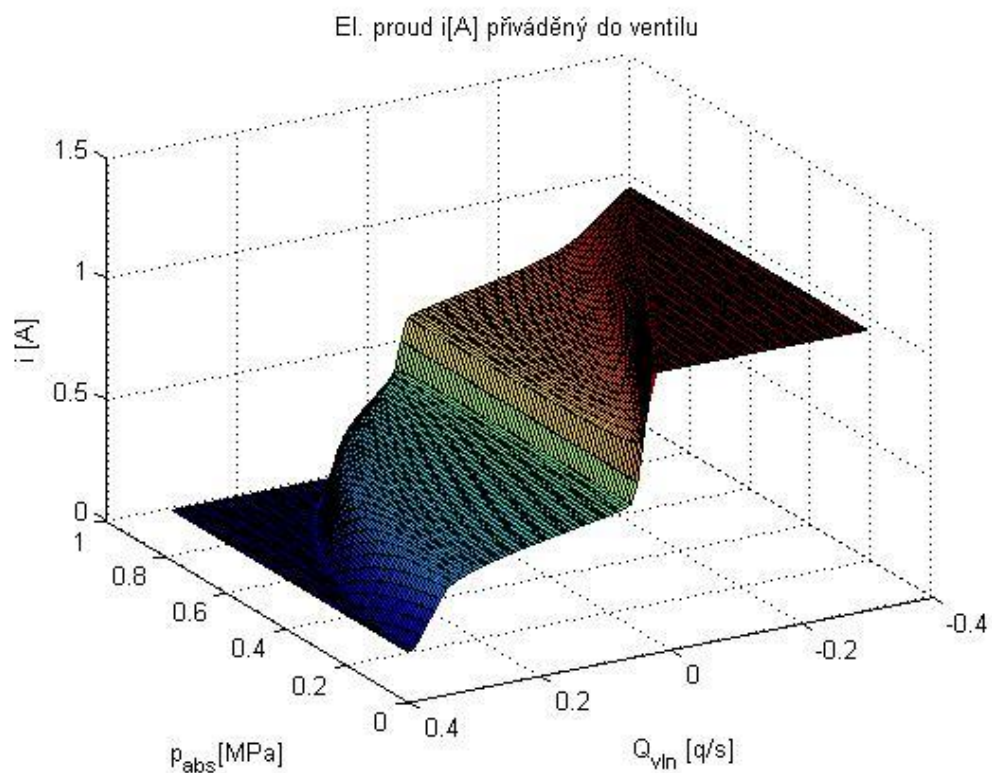
$$\left(i + \frac{a_2}{2a_1}\right)^2 = \frac{Q^* - a_3 + \frac{a_2^2}{4a_1}}{a_1}$$

$$i = \pm \sqrt{\frac{Q^* - a_3 + \frac{a_2^2}{4a_1}}{a_1}} - \frac{a_2}{2a_1} \quad (5.18)$$

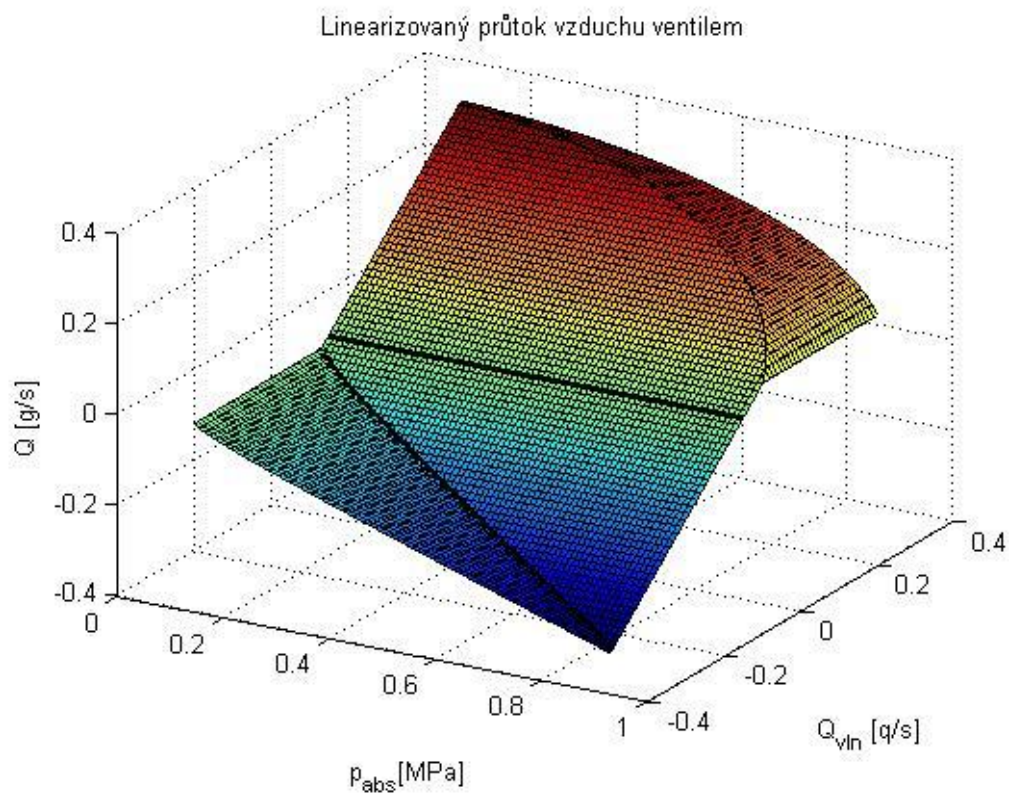
V rovnici (5.18) použijeme před odmocninou pouze kladné znaménko, neboť vypočtený proud i může být pouze kladný, $i > 0$,

$$i = \sqrt{\frac{Q^* - a_3 + \frac{a_2^2}{4a_1}}{a_1}} - \frac{a_2}{2a_1} \quad (5.19)$$

Inverzní spline funkce (5.14) je po částech složená z odmocninových funkcí (5.19), jejichž obory platnosti jsou určeny hranicemi Q_h^* které vypočteme z hranic i_h dosazením do (5.13). Průběh řídicího proudu vypočteného pomocí linearizačního algoritmu zobrazuje obr. 22 a linearizovanou hmotnostní průtokovou charakteristiku obr. 23.



Obr. [22] Průběh řídicího proudu ventilu pro dosažení lineárního průtoku vzduchu



Obr. [23] Průtoková charakteristika po linearizaci

6 Návrh regulátoru

6.1 Požadavky na činnost regulátoru

Vibroizolační regulátor sedačky řidiče musí splňovat následující požadavky:

- 1) Být nastaven tak, aby byl dosažen ***kompromis mezi základními protichůdnými požadavky na řízení*** při náhodných poruchách s konstantní střední hodnotou a s proměnnou střední hodnotou v čase.

Dále musí regulátor uspokojivě řídit:

- 2) Při různých hmotnostech řidičů.
- 3) Při různých středních nastaveních výšky sedačky (střední nastavení výšky sedačky určuje řidič).

Regulátor musí:

- 4) Změnit řízení při přiblížení k mechanickým dorazům, které vymezují pohyb sedačky.
- 5) Řidič musí mít k dispozici několik verzí nastavení regulátoru, které může podle svého uvážení beznárazově přepínat.

Diskutujme bod 1), ***protichůdné požadavky na řízení*** při náhodných poruchách s konstantními a nekonstantními středními hodnotami v čase. Porucha excitující sedačku řidiče je časový průběh základny sedačky.

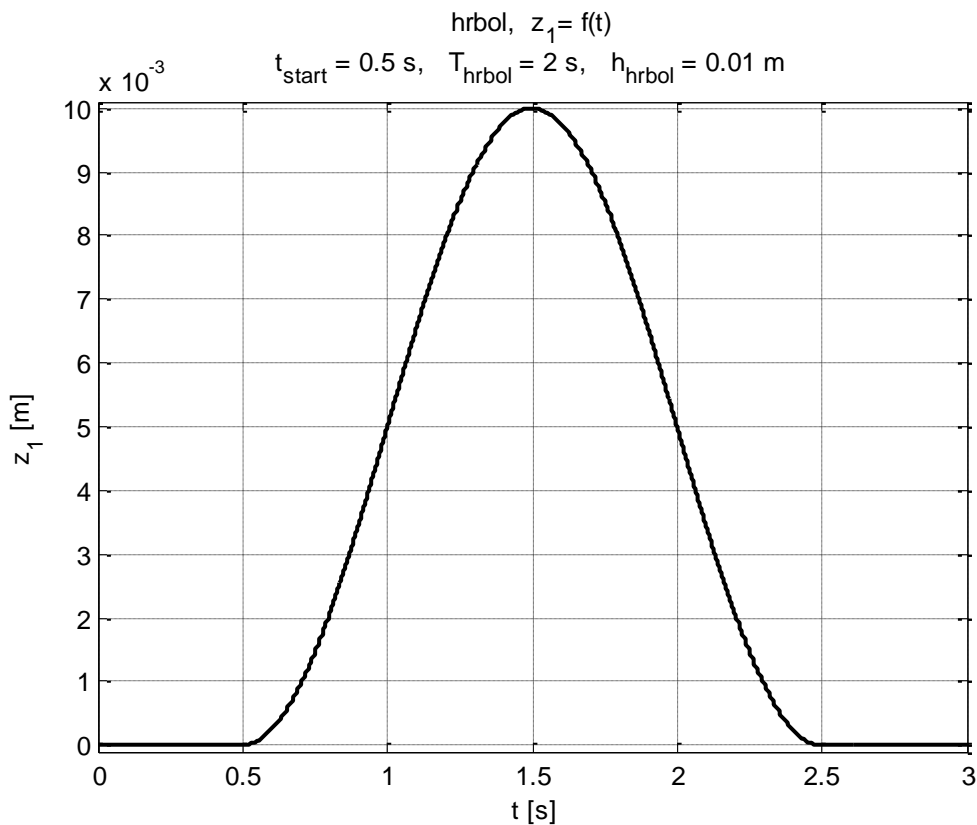
Požadavky na činnost regulátoru je možno vysvětlit jednoduše na deterministických excitujících poruchách: „hrbolu“ a „rampě“. Pro návrh regulátoru použité poruchy – funkce času jsou uvedeny na obr. 24 a obr. 25.

Funkce „hrbol“ je popsána následujícími rovnicemi

$$\begin{aligned}
z_1(t) &= 0 & \text{pro } t \in \langle 0, t_{start} \rangle \\
z_1(t) &= \frac{h_{hrbol}}{2} \left(1 + \sin(\omega t + \frac{3}{2}\pi - \varphi) \right) & \text{pro } t \in (t_{start}, t_{start} + T_{hrbol}) \\
z_1(t) &= 0 & \text{pro } t \geq t_{start} + T_{hrbol}
\end{aligned}$$

(6.1a)

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{hrbol}}, \quad \varphi = \frac{t_{start}}{T_{hrbol}} 2\pi$$



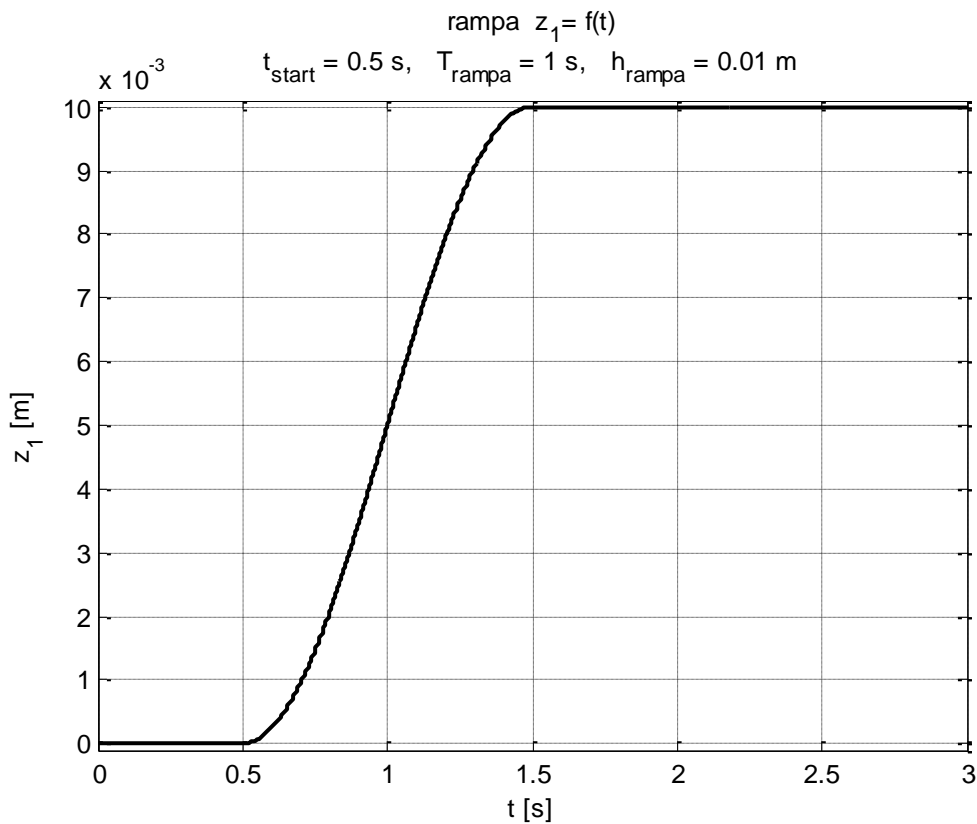
Obr. [24] Hrbol, zvolený časový průběh poruchy

Diskutujme funkci „rampa“. Funkce „rampa“ je popsána následujícími rovnicemi

$$\begin{aligned}
z_1(t) &= 0 & \text{pro } t \in \langle 0, t_{start} \rangle \\
z_1(t) &= \frac{h_{rampa}}{2} \left(1 + \sin(\omega t + \frac{3}{2}\pi - \varphi) \right) & \text{pro } t \in (t_{start}, t_{start} + T_{rampa}) \\
z_1(t) &= h_{rampa} & \text{pro } t \geq t_{start} + T_{hrbol}
\end{aligned}$$

(6.1b)

$$\omega = \frac{\pi}{T_{rampa}}, \quad \varphi = \frac{t_{start}}{T_{rampa}} \pi.$$



Obr. [25] Rampa, zvolený časový průběh poruchy

V následujícím textu budeme též diskutovat veličiny $v_1(t) = \frac{d z_1(t)}{d t}$ a $a_1(t) = \frac{d^2 z_1(t)}{d t^2}$.

$$v_1(t) = \frac{\omega h_{rampa}}{2} \cos(\omega t + \frac{3}{2} \pi - \varphi) \quad pro \quad t \in (t_{start}, t_{start} + T_{rampa}), \quad (6.2b)$$

$$a_1(t) = - \frac{\omega^2 h_{rampa}}{2} \sin(\omega t + \frac{3}{2} \pi - \varphi) \quad pro \quad t \in (t_{start}, t_{start} + T_{rampa}). \quad (6.2c)$$

V čase náhodně vznikající poruchy „hrbol“ s náhodnými parametry jsou možnou realizací náhodné veličiny s konstantní střední hodnotou.

Jestliže do diskutované posloupnosti náhodných poruch „hrbol“ vstoupí např. jen jedna porucha „rampa“, střední hodnota této realizace náhodné veličiny se změní.

Pro návrh a ověření regulátoru byly testovány regulační pochody při postupné excitaci uzavřeného regulačního obvodu např. poruchami s délkami $T_{hrbol} = 0.5, 1$ a $2 [s]$ a $T_{rampa} = 0.25, 0.5$ a $1 [s]$. Současně byl udržován monotónní pokles amplitudové frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu pro $\omega \in \langle \omega_{min}, \infty \rangle$, úhlová frekvence ω_{min} bude diskutována v následujícím textu.

Vraťme se k diskuzi o dvou **protichůdných požadavcích na činnost vibroizolačního regulátoru**. Při příchodu poruchy „hrbol“ by vibroizolační regulátor měl zajistit, že sedák sedačky se ve svislém směru bude pohybovat „velmi málo“ a po „odeznění“ hrbolu se sedák sedačky musí vrátit do své původní polohy. Poloha sedáku sedačky ve svislém směru v gravitačním poli je určena veličinou z_2 . Po příchodu poruchy „rampa“ je třeba „pomalu“ přestavit polohu sedáku tak, aby po určitém čase se nastavil řidičem zadaný střední zdvih sedačky. Zdvih sedačky je určen veličinou z . **Rozdílná kritéria pro seřizování regulátoru při uvedených poruchách „hrbol“ a „rampa“** budou diskutována v následujícím textu.

6.2 Dopředný regulátor

Samotný dopředný regulátor pro řízení není vhodný z hlediska robustnosti – zhoršeného řízení v případě zatížení měřené poruchové veličiny chybami a není vhodný i v případě nepřesného modelu – popisu systému. Nicméně tento princip bude využit pro zlepšení vlastností zpětnovazebního regulátoru.

Diskutujme návrh dopředného regulátoru pro linearizovaný systém (3.32). Pro přehlednost znovu uvedeme matice linearizovaného systému:

$$\mathbf{A} \approx \begin{bmatrix} 0 & -1.7085 & 0 & 0 & 1.7085 \\ 22.3409 & -1.5798 & 0 & 0 & 1.579 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{B} \approx \begin{bmatrix} 0.0624 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Na sedačce řidiče, viz (3.13), je u akční veličinou, a_1 je měřenou poruchovou veličinou a poloha sedáku $\tilde{z}_2 = \tilde{z} + z_1$ je neměřenou výstupní veličinou soustavy. Pro výpočet \tilde{z}_2 ze stavových veličin použitých v (3.32) použijeme pouze poslední řádek matice \mathbf{C} , takže pro naši následující diskuzi bude:

$$\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0] \quad (6.4)$$

Ze stavového popisu (3.32) při použití (6.3) a (6.4) vypočteme vektor přenosů:

$$\begin{bmatrix} \tilde{z}_2(s) \\ u(s) \\ \tilde{z}_2(s) \\ a_1(s) \end{bmatrix} = \mathbf{C} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (6.5)$$

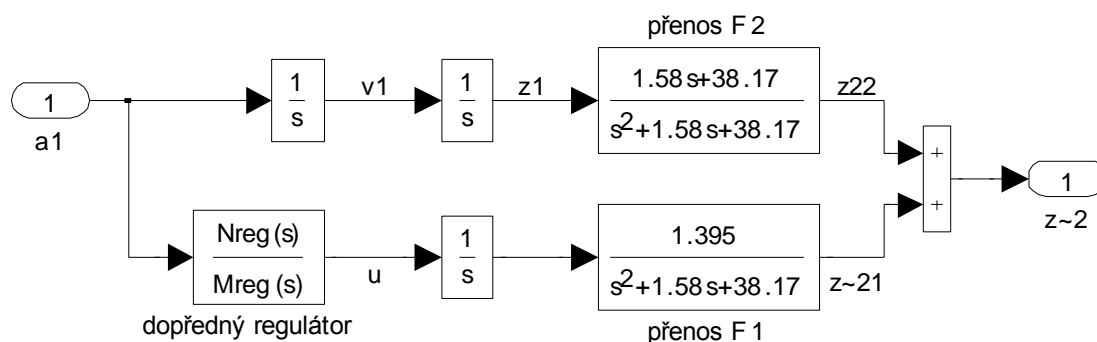
\mathbf{E} je jednotková matice.

Vypočtené uvedené přenosy :

$$\frac{\tilde{z}_2(s)}{u(s)} \approx \frac{1}{s} \frac{1.395}{s^2 + 1.58s + 38.17} \quad (6.6)$$

$$\frac{\tilde{z}_2(s)}{a_1(s)} \approx \frac{1}{s^2} \frac{1.58s + 38.17}{s^2 + 1.58s + 38.17} \quad (6.7)$$

Polynomy $s^2 + 1.58s + 38.17$ v (6.6) a (6.7) jsou uvedeny se zaokrouhlenými koeficienty. Z rozboru výpočtu přenosů systému (6.5) vyplývá, že polynomy $s^2 + 1.58s + 38.17$ v (6.6) a (6.7) jsou stejné.



Obr. [26] Schéma připojení dopředného regulátoru k soustavě

Dopředný regulátor „nepropustí poruchu a_1 “ na výstupní veličinu \tilde{z}_2 při platnosti rovnice

$$\frac{N_{reg}(s)}{M_{reg}(s)} \frac{1}{s} = \frac{1.395}{s^2 + 1.58s + 38.17} = -\frac{1}{s^2} \frac{1.58s + 38.17}{s^2 + 1.58s + 38.17} \quad (6.8)$$

Z (8.26) vypočteme přenos dopředného regulátoru

$$\frac{N_{reg}(s)}{M_{reg}(s)} = \frac{u(s)}{a_1(s)} = -\frac{1.58s + 38.17}{1.395s} = -\frac{1.58}{1.395} - \frac{38.17}{1.395s} = -P_{dop} - \frac{I_{dop}}{s} \quad (6.9)$$

Dopředný PI regulátor (6.9) vyreguluje poruchu a_1 excitující systém tak, že výstupní veličina \tilde{z}_2 se nezmění. Toto tvrzení je pravdivé pouze v případě, že přenosy identifikovaného modelu systému (6.6) a (6.7) jsou rovny přenosům reálného systému.

V dopředném PI regulátoru musíme na integrační složce použít spojení integrátoru s filtrem – hornofrekvenční propustí. Toto spojení zajistí, aby integrací chyb (systematických nebo náhodných) veličiny a_1 nevznikla nestabilita řízení. Nejjednodušší

spojení integrátoru s hornofrekvenční propustí je přenos $\frac{G_f}{G_f s + 1}$, kde G_f je zvolená

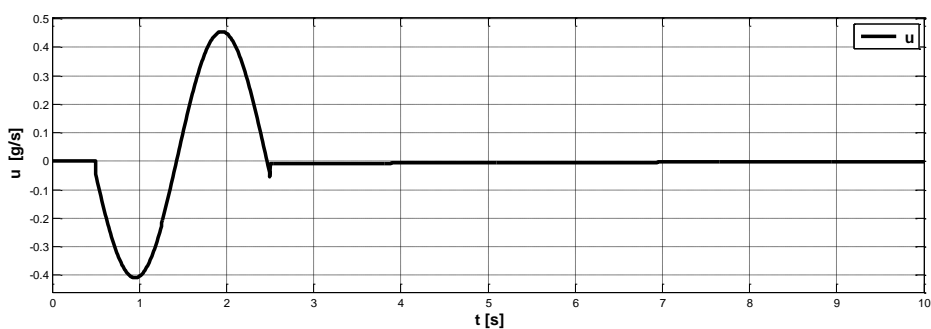
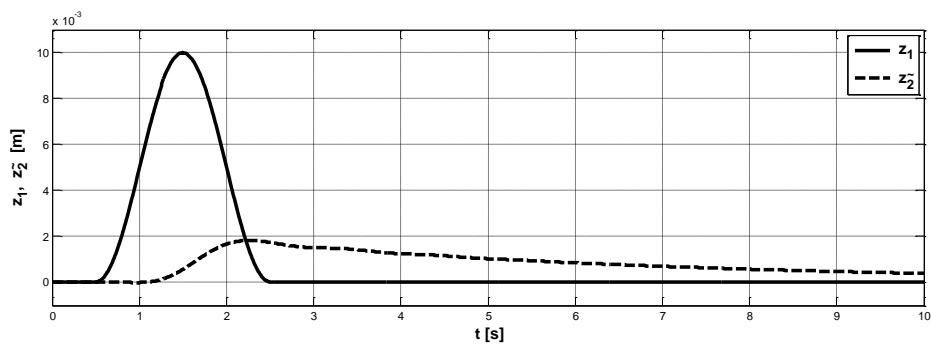
konstanta. Je zřejmé, že $\lim_{G_f \rightarrow \infty} \frac{G_f}{G_f s + 1} = \frac{1}{s}$. Přenos $\frac{G_f}{G_f s + 1}$ nazveme **přibližným**

integrátorem. Přibližný integrátor při konečné hodnotě G_f je stabilní dynamickou soustavou 1. řádu se zesílením G_f .

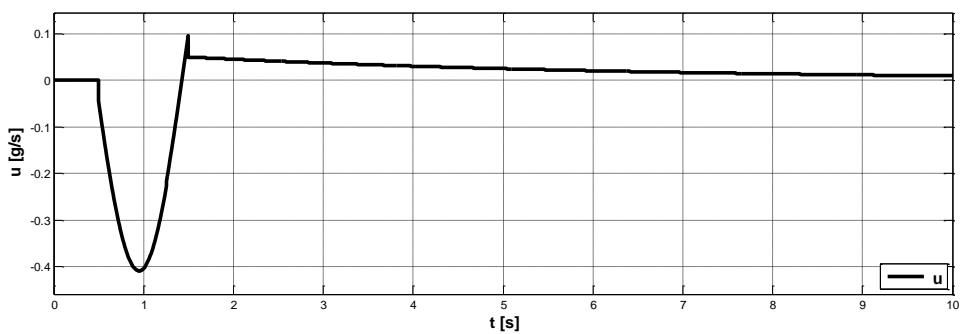
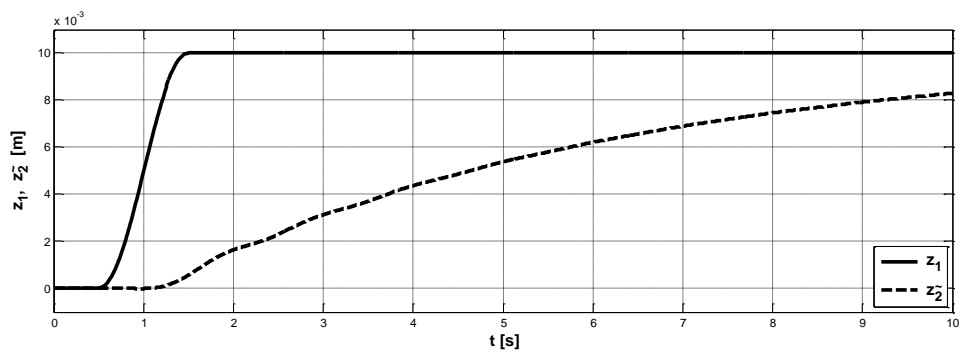
Dopředný regulátor (6.9) upravíme:

$$\frac{N_{reg}(s)}{M_{reg}(s)} = \frac{u(s)}{a_1(s)} = -P_{dop} - I_{dop} \frac{G_f}{G_f s + 1} \quad (6.10)$$

Mějme ve schématu z obr. 26 zapojený regulátor (6.9). Je zřejmé, že v tomto případě poruchy „hrbol“ a ani „rampa“ výstupní veličinu \tilde{z}_2 neovlivní. Zapojme do schématu z obr. 26 regulátor (6.10) a sledujme regulační pochody při excitaci „hrbolem“ a „rampou“. V regulátoru (6.10) byla volena konstanta $G_f = 5$.



Obr. [27] Řízení dopředným regulátorem (6.10) při excitaci poruchou „hrbol“



Obr. [28] Řízení dopředným regulátorem (6.10) při excitaci poruchou „rampa“

Z průběhu řízení na obr. 27 s dopředným regulátorem (6.10) s přibližným integrátorem je zřejmé, že tento regulátor „částečně uspokojivě“ řídí systém při vstupu poruchy „hrbol“. Při vstupu poruchy „rampa“, viz obr. 28 je

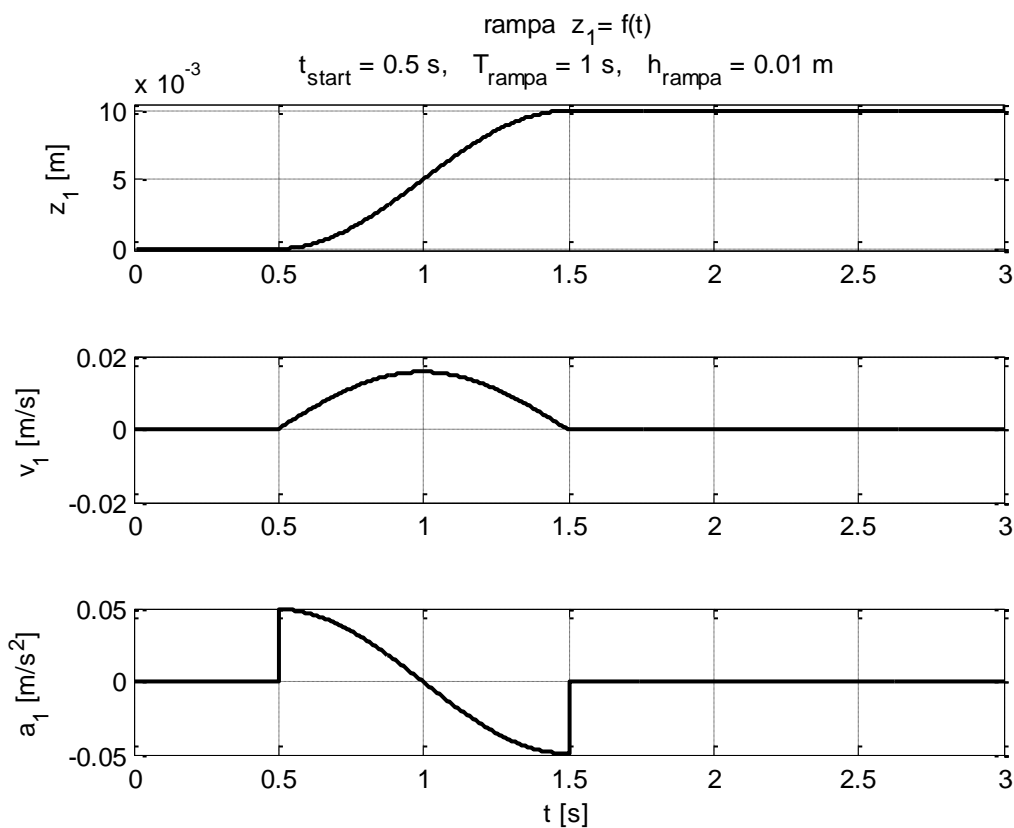
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}_2(t) = h_{rampa} = z_1(\infty) \quad (6.11)$$

Jelikož $\tilde{z}_2(t) = \tilde{z}(t) + z_1(t)$, viz popis (3.30),

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}(t) = 0. \quad (6.12)$$

Použití **dopředného regulátoru s přibližnou integrací** (6.10) **splňuje protichůdný požadavek na řízení** při excitaci systému poruchou „rampa“. Tento požadavek nesplňuje dopředný regulátor s přesnou integrací (6.9).

Vysvětleme důvod proč $\tilde{z}(t)$ splňuje (6.12) při příchodu poruchy „rampa“ do obvodu z obr. 26 v kterém je zapojen dopředný regulátor (6.10) s přibližnou integrací.



Obr. [29] Časové průběhy polohy, rychlosti a zrychlení poruchy „rampa“

Zesílení bloku s přenosem F_2 na obr. 26 je 1, takže při příchodu poruchy „rampa“ je

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_{22}(t) = h_{rampa}.$$

Ve větvi sestávající ze tří sériově zapojených bloků: dopředný regulátor (6.10), integrátor a blok s přenosem F_1 , viz obr. 26, můžeme v naší úvaze tyto bloky prohodit – změnit jejich pořadí v sériovém zapojení. Připojíme-li na veličinu a_1 integrátor, pak na jeho výstupu bude v_1 , viz obr. 26. Veličina v_1 je pak vstupem seriového spojení dopředného regulátoru (6.10) a bloku s přenosem F_1 . Toto spojení dvou bloků je stabilní lineární systém s přenosem:

$$(-P_{dop} - I_{dop}G_f) \frac{1.395}{s^2 + 1.58s + 38.17} \quad \text{pro který platí} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z_{21}(t) = 0.$$

Při zvětšování G_f se bude při vstupu poruchy „hrbol“ „zlepšovat“ řízení, viz obr. 27, bude se zmenšovat kritérium

$$J = \int_0^{\infty} |\tilde{z}_2(t)| dt \quad (6.13)$$

a při vstupu poruchy „rampa“ se bude „zpomalovat“ přibližování veličiny $\tilde{z}_2(t)$ k veličině $z_1(t)$, viz obr. 28, bude se zvětšovat kritérium

$$J = \int_0^{\infty} |\tilde{z}(t)| dt = \int_0^{\infty} |\tilde{z}_2(t) - z_1(t)| dt. \quad (6.14)$$

6.3 Upravený stavový regulátor

Na sedačce měříme veličiny a_1, p, a_2 a z . Veličina a_1 je poruchovou veličinou, veličiny \tilde{p} a \tilde{z} jsou veličiny stavové, viz (3.32). Z veličiny a_2 přibližnou integrací členem s přenosem $\frac{G_f}{G_f s + 1}$, viz diskuze (6.10), by bylo možné počítat stavovou veličinu v_2 .

Z těchto důvodů byl sestaven upravený stavový regulátor. Tím se spojily výhody

dopředného regulátoru s regulátorem stavovým. Modelovými výpočty bylo zjištěno, že pro zpětnovazební řízení je výhodnější použít veličiny a_2 místo stavové veličiny v_2 . Návrh struktury regulátoru a jeho následná optimalizace se provedla s ohledem na minimalizaci vlivu chyb měřených veličin a_1, a_2 a na kvalitu řízení. Vliv chyb měřené veličiny a_1 na kvalitu řízení se snížil vynecháním proporcionálního dopředného regulátoru (6.10). Vliv chyb měřené veličiny a_2 na kvalitu řízení byl snížen penalizací maximálních výchylek U_{a_2} při vstupu deterministických poruch „hrbol“ a „rampa“ při minimalizaci zvolených kritérií.

Do struktury regulátoru se na měřenou veličinu \tilde{p} , viz obr. 30, připojil derivační členek s přenosem $\frac{\text{TauD } s}{\text{TauD } s + 1}$ s ohledem na vhodné řízení při odlehčení sedačky, nebo při zatížení jiným řidičem – jinou hmotou. Na obr. 30 je měřena odchylová veličina \tilde{p} , na sedačce je ale měřen tlak p . Časová konstanta derivačního članku je zvolena vzhledem k dynamice sedačky velká, např. $\text{TauD} = 10$ s.

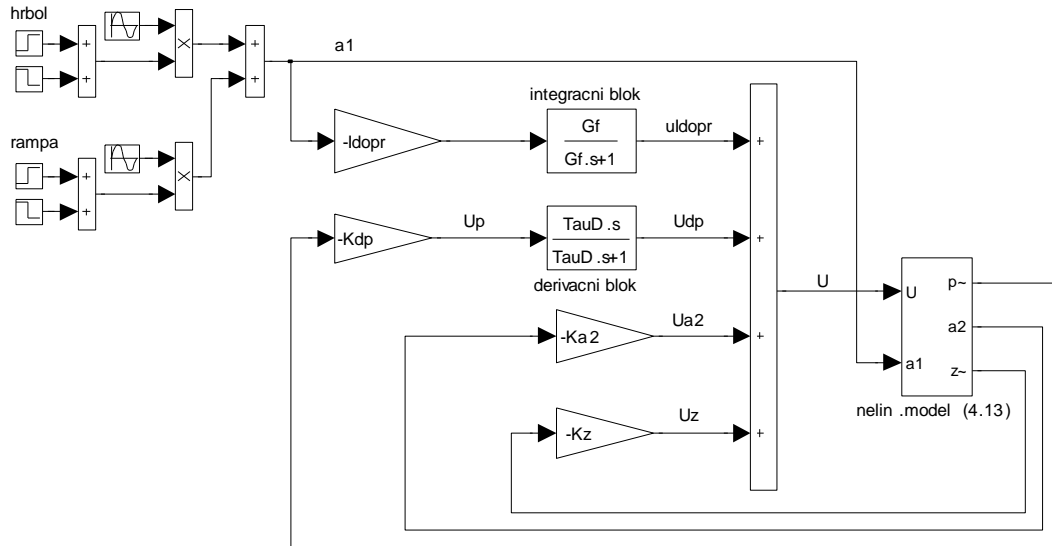
Pro návrh regulátoru např. soustavy s jednou vstupní a jednou výstupní veličinou se používá kvadratické kritérium

$$J = \int_0^{\infty} \{ e^2(t) + \kappa u^2(t) \} dt = \int_0^{\infty} e^2(t) dt + \kappa \int_0^{\infty} u^2(t) dt, \quad (6.16)$$

$e(t)$ je regulační odchylka,
 $u(t)$ je vstupní – řídicí veličina soustavy,
 κ je zvolený váhový koeficient.

Regulátor je vypočítán tak, aby minimalizoval (6.16) při vstupu poruchy, nebo při změně žádané hodnoty regulované veličiny. Při snižování κ se regulační pochod zrychluje a naopak. Je zřejmé, že (6.16) obsahuje dva členy, jejichž vliv můžeme označit za **protichůdný**. Při snižování κ se hodnota $\int_0^{\infty} u^2(t) dt$ zvyšuje a hodnota $\int_0^{\infty} e^2(t) dt$ se snižuje. Při zvyšování κ dochází k opačným změnám.

V odst. 6.1 jsme diskutovali **základní protichůdné požadavky na řízení sedačky** při poruchách „hrbol“ a „rampa“. Kritérium, minimalizované při návrhu *upraveného stavového regulátoru bez estimátoru*, bude diskutováno později.



Obr. [30] Schéma regulačního obvodu s upraveným stavovým regulátorem

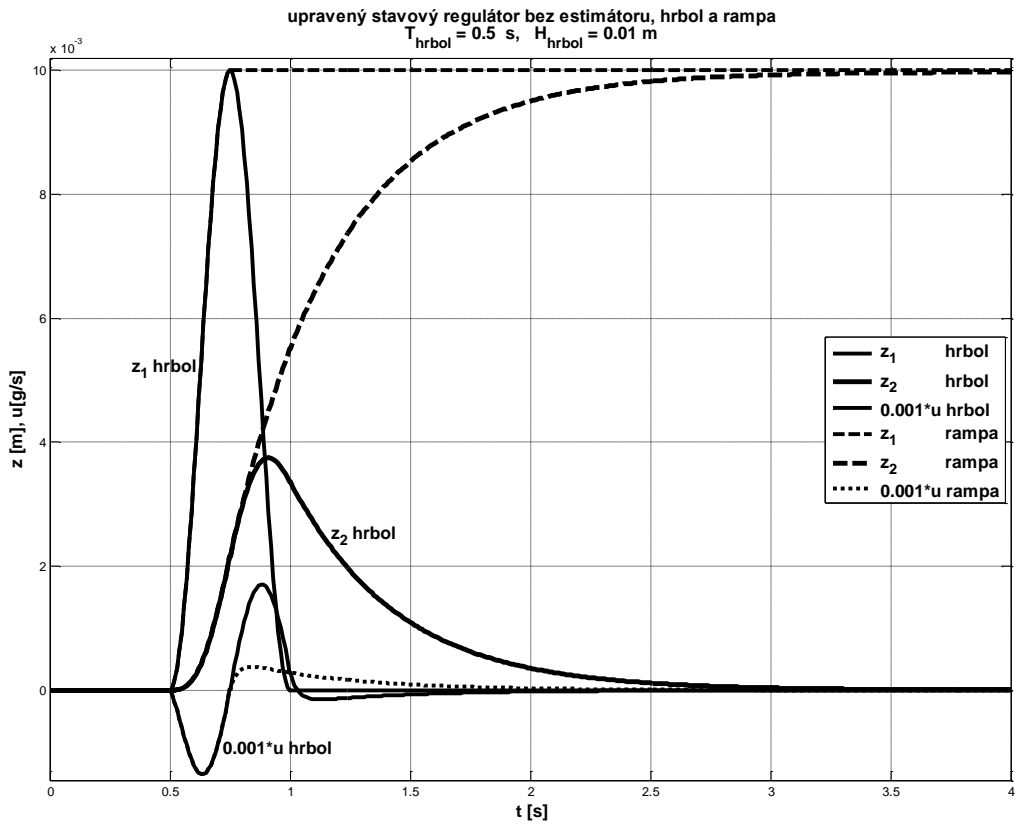
Uvedme nejprve regulační pochody při jednom, podle mínění řešitelů, úspěšném seřízení regulátoru z obr. 30. Použitý nelineární model (3.13) byl identifikován při zatížení sedačky hmotou 80 kg. Na obr. 31 jsou uvedeny průběhy poruchové veličiny z_1 , odchylkové polohy sedačky \tilde{z}_2 a akční veličiny u při poruše „hrbol“ s dobou trvání 0.5 [s] a také při poruše „rampa“. Spojení těchto dvou uvedených regulačních průběhů do jednoho obrázku je provedeno z důvodu vysvětlení struktury kritéria, které bylo minimalizováno při návrhu diskutovaného regulátoru.

Na obr. 34 jsou uvedeny regulační průběhy při poruše „hrbol“ s dobou trvání 2 [s] a při poruše „rampa“. Je zřejmé, že začátky regulačních průběhů na obr. 31 a obr. 34 při obou poruchách jsou stejné. Jestliže pro obě délky poruchy „hrbol“ budeme snižovat kritérium (6.13), současně se bude zvyšovat kritérium (6.14) při poruše „rampa“. Optimalizace návrhu regulátoru byla provedena pro delší poruchu, tzn. pro regulační průběhy z obr. 34. Minimalizované kritérium bylo ve tvaru:

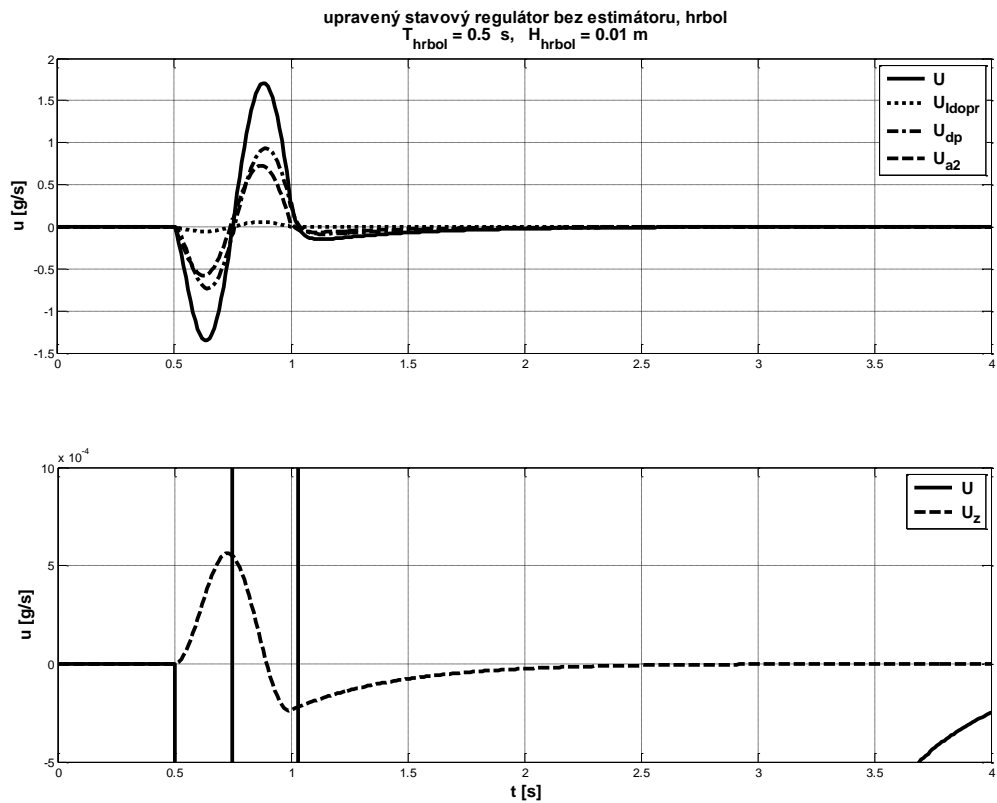
$$J = \left(\int_0^{\infty} |\tilde{z}_{2hrbol}(t)| dt - 2 \int_0^{\infty} |\tilde{z}_{rampa}(t)| dt \right)^2. \quad (6.17)$$

Minimální hodnota (6.17) je nula, takže byl vypočten regulátor, který řídí diskutovanou sedačku při splnění rovnosti:

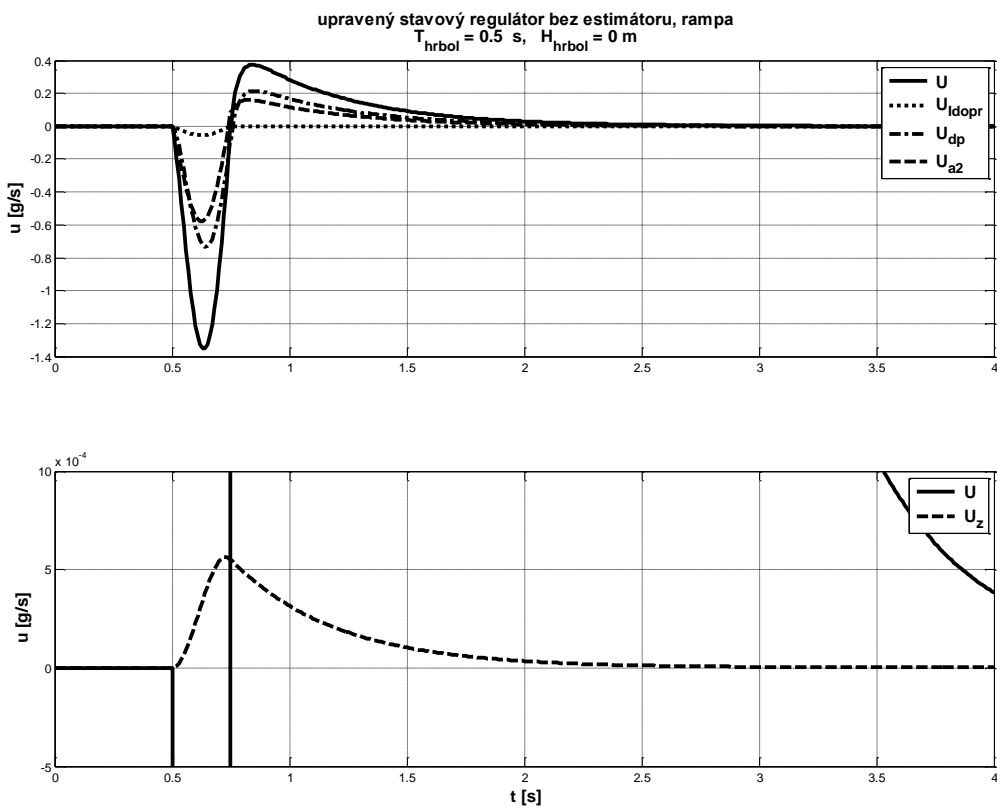
$$\int_0^{\infty} |\tilde{z}_{2hrbol}(t)| dt = 2 \int_0^{\infty} |\tilde{z}_{rampa}(t)| dt. \quad (6.18)$$



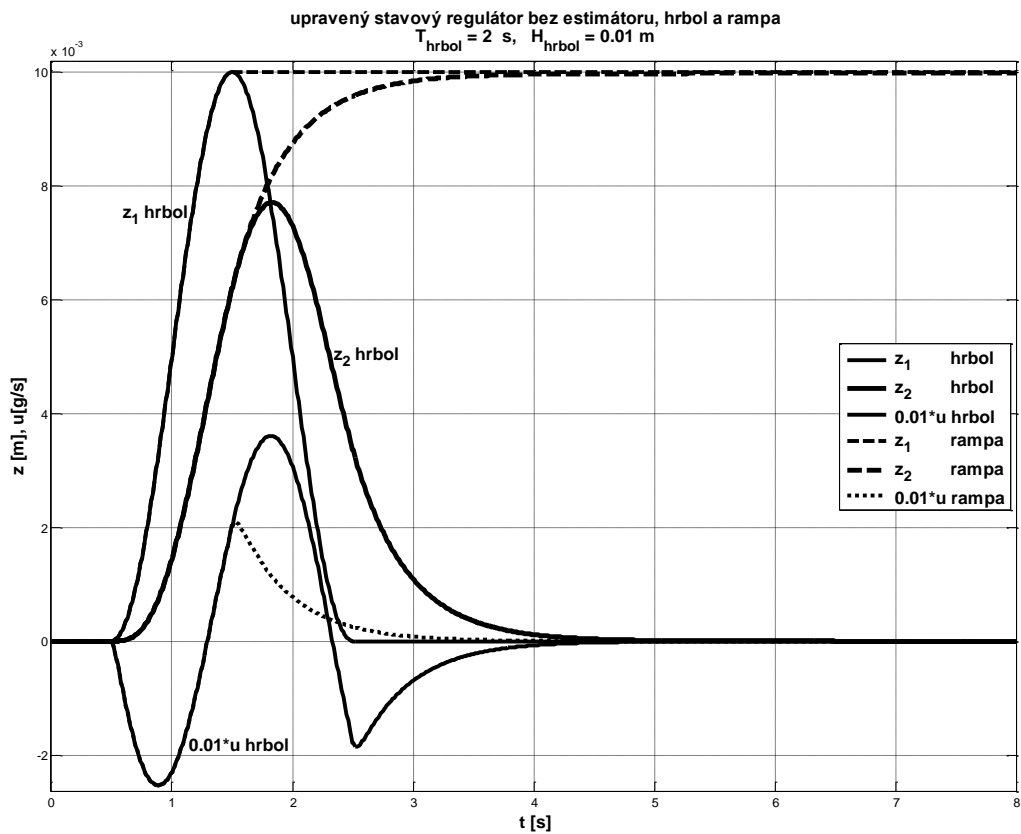
Obr. [31] Porovnání průběhů zdvihů a akční veličiny při poruše hrbol a rampa



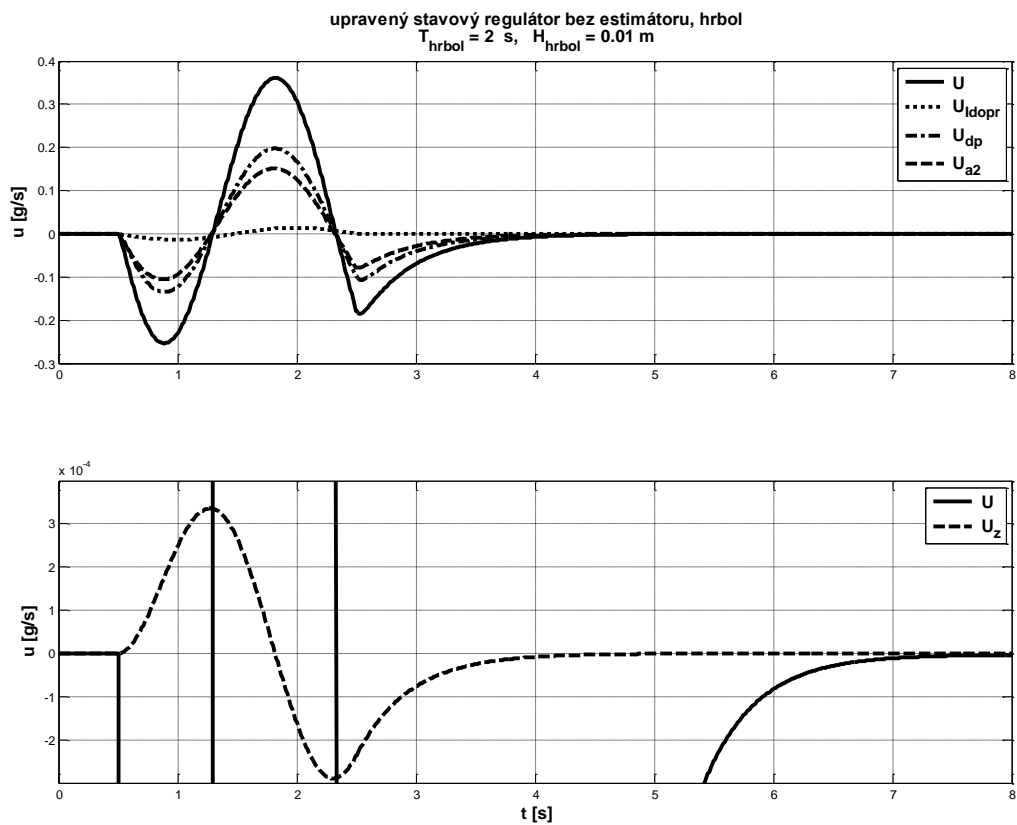
Obr. [32] Průběh jednotlivých složek akční veličiny U při poruše hrbol



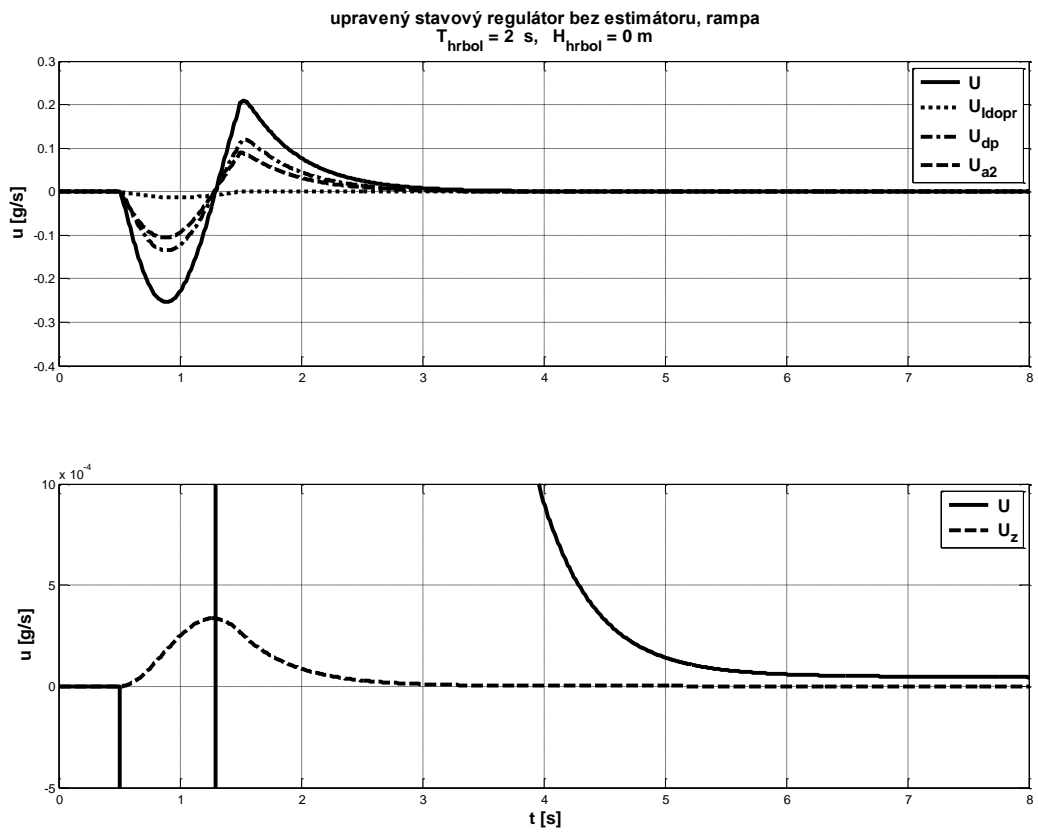
Obr. [33] Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše rampa



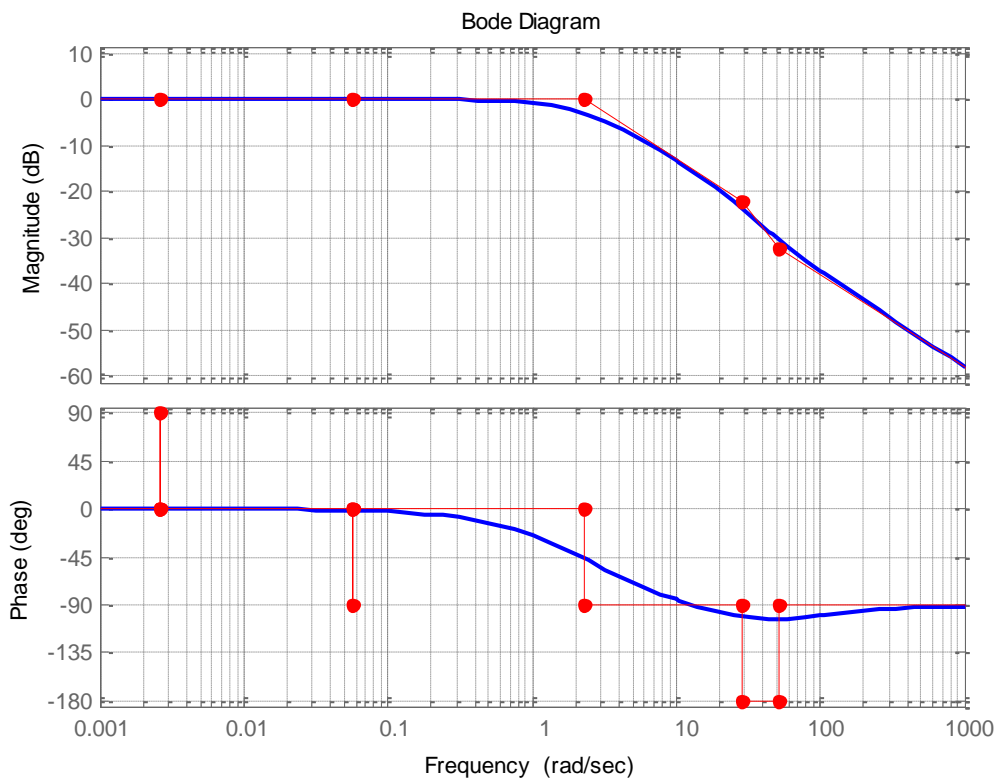
Obr. [34] Porovnání průběhů zdvihů a akční veličiny při poruše hrbol a rampa



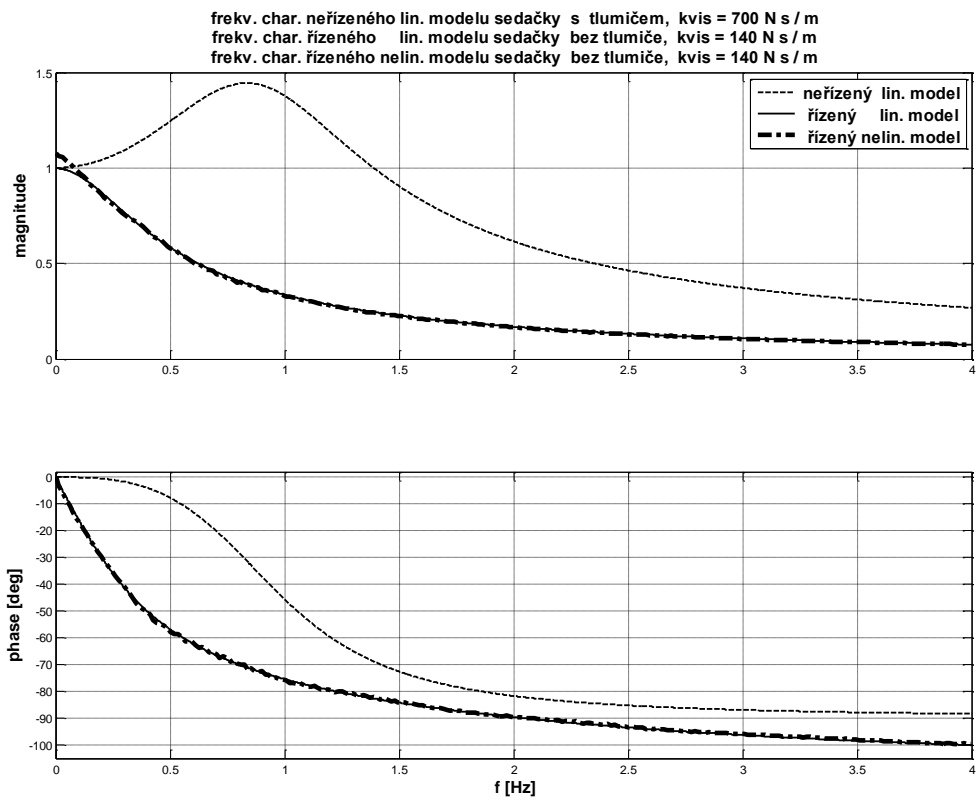
Obr. [35] Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše hrbol



Obr. [36] Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše rampa



Obr. [37] Amplitudová a fázová charakteristika v log. měřítku



Obr. [38] Amplitudová a fázová charakteristika v lin. měřítku

Závěr

Cílem této disertační práce je prověření možností realizace aktivního tlumení vibrací pro sedačku s pneumatickou pružinou používanou v nákladních automobilech a těžkých strojích za použití zpětnovazebního regulátoru. V rámci tohoto úkolu byly provedeny následující úkony:

- a) Přestavba mechanismu sedačky s ohledem na požadavky aktivního řízení
 - nahrazení původních kluzných pouzder kvůli snížení pasivních odporů a vymezení vůlí v nůžkovém mechanismu
 - návrh pneumatické pružiny a její zástavba
 - zástavba pneumatického ventilu co nejbližší plnicímu otvoru pneumatické pružiny
- b) Nalezení modelu systému
 - Matematickofyzikální analýza systému
 - Identifikace modelu
 - Linearizace systému v okolí pracovního bodu
 - Měření a aproximace průtokových charakteristik pneumatického ventilu a jejich linearizace
- c) Návrh struktury regulátoru
 - Definování požadavků na řízení
 - Návrh a ověření struktury regulátoru

ad a)

Původně dodaný mechanismus sedačky se vyznačoval velkými vůlemi a pasivními odpory. Pneumatická pružina uložená v převodu vykazovala nejasný ustálený stav. Úpravou mechanismu bylo dosaženo značné redukce uvedených problémů, nicméně pokud by bylo přistoupeno k nové realizaci mechanismu pro sedačku s aktivní vibroizolací, bylo by vhodnější navrhnout daný mechanismus rovnou s ohledem na uvedené nedostatky.

ad b)

Matematickofyzikální analýza jasně prokázala, že reálný řád systému je čtvrtý. Nicméně model je nutné doplnit o aproximaci vývoje vzduchu v pneumatické pružině, na kterém přímo závisí tlak, který je stavovou veličinou a jeho vývoj potřebujeme znát.

Během diskuze říditelnosti jsme došli k závěru, že systém není z hlediska teorie říditelnosti plně říditelný, protože není možné akční veličinou u ovlivnit všechny stavy systému (viz kapitola 3.5). Konkrétně nelze ovlivnit zdvih základny sedačky z_1 . I přes tuto skutečnost byla ověřena možnost řízení zpětnovazebním regulátorem.

ad c)

Při definování požadavků na řízení jsme v kapitole 6.1 definovali dvě různé testovací poruchy „hrbol“ a „rampa“, které si můžeme jednoduše představit jako přejezd nerovnosti a jízdu do kopce. Při příchodu poruchy „hrbol“ by vibroizolační regulátor měl zajistit, že sedák sedačky se ve svislém směru bude pohybovat „velmi málo“ a po „odeznění“ hrbolu se sedák sedačky musí vrátit do své původní polohy. Po příchodu poruchy „rampa“ je třeba „pomalu“ přestavit polohu sedáku tak, aby se po určitém čase se nastavil řidičem zadaný střední zdvih sedačky. Tyto dva požadavky budou vždy působit protichůdně, protože pokud seřídíme regulátor pouze na poruchu hrbol, při příchodu poruchy rampa sedačka narazí na mechanický doraz a naopak při seřízení pouze na poruchu rampa se zase zhoršuje vibroizolace pro poruchu hrbol (viz kapitola 6.2).

Protože systém není plně říditelný, nelze použít klasický stavový regulátor. Výsledná struktura regulátoru je kombinací zpětnovazebního a dopředného regulátoru. Vzhledem k tomu, že můžeme měřit poruchu a_1 je teoreticky možné řídit linearizovaný systém (3.32) pouze dopřednou vazbou s požadavkem, aby při příchodu poruchy a_1 nebyla ovlivněna veličina z_2 . Nicméně samotný dopředný regulátor není pro řízení vhodný v případě zatížení měřené poruchové veličiny chybami a není vhodný ani v případě nepřesného modelu, což je vzhledem k zanedbání tření v mechanismu přesně tento případ (viz kapitola 3.3 Identifikace modelu). Výsledná kombinace dopředného a zpětnovazebního regulátoru dokáže uspokojivě řídit i v případě výše zmíněných protichůdných požadavků na řízení (viz kapitola 6).

Jako možné pokračování práce by bylo vhodné implementovat navržený regulační algoritmus do řídicího systému sedačky, provést reálné ověření na testovacích signálech chirp, hrbol, rampa a reálné signály z testovacího polygonu TATRA (Buližník, Belgická) a doplnit řídicí systém o algoritmy umožňující nastavení různé střední hodnoty zdvihu, přizpůsobení různé zatěžující hmotnosti a realizovat elektronické dorazy - změnit řízení při přiblížení k mechanickému dorazu.

Seznam publikací

- [1] Janeček B., Kracík V., Šklíba J., **Herda Z., Marek M.**, Buchta J.: ***Simple friction model of the guiding device of a mechanical system: mass, spring and damper***, Journal of Vibroengineering, December **2011**, Vol. 13, Issue 4, p. 891-899, ISSN 1392-8716, Impact Factor (2010) 0.323
- [2] Janeček B., Kracík V., Šklíba J., **Marek M., Herda Z.**, Buchta J.: **Metody aktivního vibrizolačního řízení sedačky řidiče**. Výzkumná zpráva VZ 1453/2011/01-3, výzkumný záměr MSM 4674788501, Optimalizace vlastností strojů v interakci s pracovními procesy a člověkem, TUL FS, Liberec, prosinec **2011**, počet stran 21

Seznam použité literatury

- [1] Preumont, A.: *Vibration Control of Active Structures: An Introduction*. Second Edition.
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.
- [2] Preumont, A.: *Vibration Control of Active Structures*, Kluwer Publishers, Second Edition, 2001.
- [3] Griffin, M. J.: *Handbook of Human Vibration*. Academic press, London, 1990.
- [4] Rakheja, S., Sankar, S.: *Vibration and Shock Isolation Performance of Semi-active "on-off" Dampers*. Transactions of the ASME, Journal of Vibration, Acoustics and Reliability in Design 107, 1985
- [5] Decker, H., Schramm, W.: *An Optimized Approach to Suspension Control*. SAE Technical Papers, no. 900661, 1990
- [6] Hölscher, R., Huang, Z.: *Semiaktive Dämpferregelung für ein komfortorientiertes Fahrwerk*. VDI-Berichte Nr. 916, 1991, VDI-Verlag Düsseldorf
- [7] Wu, X., Griffin, M. J.: *A Semi-active Control Policy to Reduce the Occurrence and Severity of End-stop Impacts in a suspension Seat with an Electrorheological Fluid Damper*. Journal of Sound and Vibration, Volume 203, Issue 5, 26 June 1997, Pages 781-793
- [8] Control system design of active seat suspensions, I. Maciejewski, Koszalin University of Technology, Institute of Mechatronics, Nanotechnology and Vacuum Technique, Division of Mechatronics and Applied Mechanics, Sniadeckich 2, Koszalin 75-453, Poland, 2011
- [9] Research on modeling and simulation of active seat suspension system based on LQG control, Gong-yu Pan ; Sch. of Automobile & Traffic Eng., Jiangsu Univ., Zhenjiang, China ; Xue-ling Hao, 2011

Seznam použitých zkratk

p	absolutní tlak uvnitř vzduchové pružiny [MPa],
p_m	absolutní tlak uvnitř vzduchové pružiny vypočtený modelem [MPa],
p_0	absolutní tlak uvnitř vzduchové pružiny v klidovém stavu [MPa],
p_{rel}	relativní tlak uvnitř vzduchové pružiny [MPa],
p_a	atmosférický tlak [MPa],
F_p	síla pneumatické pružiny [N],
k_F	efektivní plocha pružiny [m ²],
V	vnitřní objem pružiny [m ³],
V_0	vnitřní objem pružiny v klidovém stavu [m ³],
m	hmota vzduchu uvnitř pružiny [g],
m_0	hmota vzduchu uvnitř pružiny v klidovém stavu [g],
κ	exponent změny stavu vzduchu, Poissonova konstanta [-],
M	hmota zatěžující sedačku [kg],
R	univerzální plynová konstanta [J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹],
k_p	konstantní koeficient při adiabatických změnách [-],
T_0	teplota vzduchu v pružině v klidovém stavu [K],
u	řídící veličina [g/s],
z_1	poloha základny sedačky (vzhledem k zemi) [m],
z_2	poloha sedáku (vzhledem k zemi) [m],
z	relativní zdvih sedáku [m],
z_m	relativní zdvih sedáku vypočtený modelem [m],
v_1	rychlost pohybu základny sedačky [m/s],
v_2	rychlost pohybu sedáku [m/s],
a_1	zrychlení základny sedačky [m/s ²],
a_2	zrychlení sedáku [m/s ²],
g	tíhové zrychlení [m/s ²],
k_d	koeficient viskózního tlumení [Ns/m],

k_1, k_2	koeficienty funkce aproximující závislost vnitřního objemu pružiny [-],
$w(t)$	požadovaná hodnota zdvihu hydraulického válce [m],
ke_1, ke_2	koeficienty zpětnovazební struktury pro výpočet rychlosti v [-],
A, B, C, D	matice stavového popisu,
Q	je hmotnostní průtok vzduchu [g/s],
p_{1abs}	tlak před ventilem [MPa],
p_{2abs}	tlak za ventilem [MPa],
ρ_0	hustota vzduchu při referenčních podmínkách [g/m ³],
C	propustnost zařízení při nadkritickém proudění [-],
b	je hraniční poměr tlaků mezi podkritickým a nadkritickým prouděním,
T_1	teplota vypouštěného vzduchu [K],
i	řídící proud ventilem [A],
G_f	je zvolená konstanta hornofrekvenční propusti [-],
P_{dop}	proporční složka dopředného regulátoru [-],
I_{dop}	integrační složka dopředného regulátoru [-],
N_{reg}	polynom čitatele dopředného regulátoru [-],
M_{reg}	polynom jmenovatele dopředného regulátoru [-],
J	hodnota kritérií [-],
e	regulační odchylka [-],
κ	je zvolený váhový koeficient [-].

Seznam obrázků

Obr. 1	Osazení mechanismu sedačky senzory:.....	Chyba! Záložka není definována. 2
Obr. 2	Funkce (3.14) pouze pro $t \in 0, 35s$	20
Obr. 3	Zpětnovazební struktura pro výpočet rychlosti v	Chyba! Záložka není definována.
Obr. 4	Porovnání měřeného a korigovaného zrychlení.....	Chyba! Záložka není definována. 1
Obr. 5	Porovnání měřeného a korigovaného zdvihu s patrným vlivem tření v mechanismu	22
Obr. 6	Porovnání měřeného ($p-p_{0rel}$) a vypočteného (p_m) vývoje tlaku v pružině	23
Obr. 7	Porovnání měřeného ($z-z_0$) a vypočteného (z_m) vývoje relativního zdvihu	24
Obr. 8	Amplitudová a frekvenční charakteristika reálného systému v porovnání s modelem	25
Obr. 9	Odezva nelineárního a lineárního modelu při vstupu poruchy „hrbol“	32
Obr. 10	Odezva nelineárního a lineárního modelu při skoku u.....	33
Obr. 11	Porovnání chování modelu 4.13 (plná čára) a modelu 4.8 (čárkovaně)	40
Obr. 12	Porovnání chování modelu 3.13 (plná čára) a modelu 4.8 (čárkovaně)	41
Obr. 13	Pneumatický obvod měření průtokových charakteristik ventilu – vypouštění ($A - R$)..	45
Obr. 14	Hmotnostní průtoky vzduchu ventilem v závislosti na řídicím proudu a tlaku před ventilem.....	46
Obr. 15	Průtokové charakteristiky ventilu přepočtené pro napouštění a vypouštění vzduchové pružiny	51
Obr. 16	Průtokové charakteristiky ventilu přepočtené pro napouštění a vypouštění vzduchové pružiny při hodnotách $b = 0$	51
Obr. 17	Průtoková charakteristika ve 3D	51
Obr. 18	Proložení řezu průtokových charakteristik ventilu spline funkcí při $p_{2rel} = 0.54031 MPa$	53
Obr. 19	Přidaná a upravená data před regresí spline funkcí	54

Obr. 20 Proložení řezu průtokových charakteristik ventilu spline funkcí při $p_{2rel} = 0.54031 MPa$	55
Obr. 21 Schéma linearizačního algoritmu	58
Obr. 22 Průběh řídicího proudu ventilu pro dosažení lineárního průtoku vzduchu	60
Obr. 23 Průtoková charakteristika po linearizaci	60
Obr. 24 Hrbol, zvolený časový průběh poruchy	62
Obr. 25 Rampa, zvolený časový průběh poruchy	63
Obr. 26 Schéma připojení dopředného regulátoru k soustavě	65
Obr. 27 Řízení dopředným regulátorem (6.10) při excitaci poruchou „hrbol“	67
Obr. 28 Řízení dopředným regulátorem (6.10) při excitaci poruchou „rampa“	67
Obr. 29 Časové průběhy polohy, rychlosti a zrychlení poruchy „rampa“	68
Obr. 30 Schéma regulačního obvodu s upraveným stavovým regulátorem	71
Obr. 31 Porovnání průběhů zdvihů a akční veličiny při poruše hrbol a rampa	72
Obr. 32 Průběh jednotlivých složek akční veličiny U při poruše hrbol	73
Obr. 33 Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše rampa	73
Obr. 34 Porovnání průběhů zdvihů a akční veličiny při poruše hrbol a rampa	74
Obr. 35 Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše hrbol	74
Obr. 36 Průběh jednotlivých složek akční veličiny u při poruše rampa	75
Obr. 37 Amplitudová a fázová charakteristika v log. měřítku	75
Obr. 38 Amplitudová a fázová charakteristika v lin. měřítku	76

Seznam tabulek

Tab. 1 Vypočtené – zaokrouhlené poměry tlaků b na hranicích mezi podkritickými a nadkritickými prouděními při nastavených řídicích proudech ventilu	50
Tab. 2 Koeficienty vypočtených polynomů	55
Tab. 3 Vypočtené – zaokrouhlené hodnoty hranic h i platnosti jednotlivých polynomů proložené spline funkce.....	56