

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

## DYNAMIKA ROTORU TURBODMYCHADLA S KLUZNÝMI LOŽISKY NA BÁZI MBS

DYNAMICS OF TURBOCHARGER ROTOR USING SLIDE BEARINGS BASED ON MBS

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. ADAM HROMÁDKA

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL NOVOTNÝ, Ph.D.

**BRNO 2015** 

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Adam Hromádka

který/která studuje v magisterském navazujícím studijním programu

#### obor: Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

#### Dynamika rotoru turbodmychadla s kluznými ložisky na bázi MBS

v anglickém jazyce:

#### Dynamics of Turbocharger Rotor using Slide Bearings based on MBS

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Proveďte výpočtovou simulaci dynamiky turbodmychadla dle zadání. Vytvořte výpočtový model rotoru turbodmychadla s vhodným modelem kluzného ložiska. Zhodnoťte vibrace rotoru. Navrhněte další postupy k zlepšení výpočtových modelů.

Cíle diplomové práce:

- 1) Rešerše přístupů k řešení dynamiky rotorů
- 2) Návrh výpočtového modelu kluzného ložiska
- 3) Sestavení výpočtového modelu rotoru
- 4) Zhodnocení výsledků

5) Závěr

Seznam odborné literatury:

[1] RAK, V. Výpočtová analýza dynamických vlastností hydrodynamických kluzných ložisek Brno, 2010. Disertační práce. VUT v Brně.

[2] NOVOTNÝ, P. Virtual Engine – A Tool for Powertrain Development. Brno, 2009. Habilitačn práce. VUT v Brně.

[3] KRÄMER, E. Dynamics of Rotors and Foundations; Springer-Verlag Berlin. 1993.

[4] VANCE, J. M. Rotordynamics of Turbomachinery. Wiley, New York, Toronto, 1990.

[5] ZAPOMĚL, J. Přístupy k dynamické analýze příčného kmitání rotorových soustav kapalinovými ložisky metodou počítačového modelování. Ostrava, 2000. Doktorská disertačn práce (DrSc), VŠB-TU Ostrava.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015. V Brně, dne 20.10.2014

L.S.

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc. Ředitel ústavu prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c. Děkan fakulty

## ABSTRAKT

V první části diplomové práce je popsána konstrukce turbodmychadel. Další část shrnuje přístupy řešení dynamiky rotoru automobilních turbodmychadel. Vytvoření modelu rotoru a nahrazení vazby s ložiskem je doplněno o výhody a nevýhody. Praktická část je zaměřena na výpočet konkrétního rotoru turbodmychadla s využitím MBS. Výstupem jsou vibrace rotoru. V závěru práce jsou navrženy přístupy pro zlepšení daného modelu.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Dynamika rotoru, turbodmychadlo, kluzná ložiska, MBS

## ABSTRACT

The first part of the thesis describes construction of turbochargers. The next chapter summarizes currently used methods to solve dynamics of vehicle turbocharger's rotor. Build-up of the model of a rotor and substitution of a joint with a bearing is appended with advantages and disadvantages. Practical part of the thesis focusses at analyse of a specific rotor of turbocharger with use of MBS. Output of the analyse are rotor's vibrations. Last chapter complains methods to improve the model.

## **K**EYWORDS

Dynamics of rotor, turbocharger, slide bearing, MBS

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

HROMÁDKA, A. *Dynamika rotoru turbodmychadla s kluznými ložisky na bázi MBS*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 55 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2015

.....

Bc. Adam Hromádka

## Poděkování

Děkuji doc. Ing. Pavlovi Novotnému, Ph.D. za odborné rady a cenné připomínky pro vypracování této diplomové práce.

## OBSAH

Ú	vod			10
1	Koi	nstru	kce turbodmychadel	11
	1.1	Rot	or (hřídel, turbínové a kompresorové kolo)	11
	1.2	Lož	iska	12
	1.2	.1	Rotující plovoucí pouzdra	12
	1.2	.2	Nerotující plovoucí dvoupouzdro	15
	1.2	.3	Kuličková ložiska	16
2	Vy	važo	vání turbodmychadel	17
3	Tec	orie c	lynamiky rotorů	18
	3.1	Def	inice tuhého a pružného rotoru	18
	3.2	Teo	retické rotory	18
	3.3	Zák	ladní vztahy dynamiky	19
	3.4	Can	npbellův diagram	20
	3.5	Děj	e v ložiscích u rychloběžných rotorů	21
	3.6	Vla	stní tvary kmitu rotoru	22
4	Pří	stupy	/ řešení dynamiky rotoru	24
	4.1	Mo	del rotoru	24
	4.2	Mo	del hydrodynamických ložisek	26
	4.2	.1	Reynoldsova rovnice	26
	4.2	.2	Možnosti nahrazení vazby mezi hřídelí a kluzným ložiskem	29
5	Vý	počto	ový model rotoru	31
	5.1	Zad	ané parametry	31
	5.2	Mo	del hřídele v MKP	32
	5.2	.1	Vytvoření geometrie hřídele	32
	5.2	.2	Volba použitých prvků, materiálových vlastností a hustoty	33
	5.2	.3	Vytvoření MKP sítě	34
	5.2	.4	Vytvoření souboru pro převod hřídele z MKP do MBS	38
	5.3	Ses	tavení modelu rotoru v MBS	39
6	Vý	počt	ový model ložiska	41
	6.1	Lin	eární model kluzného ložiska	41
	6.1	.1	Tangenciální pohyb	41
	6.1	.2	Radiální pohyb	42
	6.2	Nel	ineární model kluzného ložiska	44
7	An	alýza	a rotoru turbodmychadla	46
	7.1	Mo	dální analýza	46

7.2	Volba výstupních parametrů	48
7.3	Výsledky analýzy	49
Závěr		51
Seznam	použitých zkratek a symbolů	54



Aktuálním trendem ve vývoji a konstrukci dopravních prostředků, který rovnoměrně prolíná a postupně ovlivňuje konstrukci všech jednotlivých podskupin vozidla, je snaha o maximální možné snížení škodlivých emisí výfukových zplodin za účelem dosažení provozu s minimálním vlivem na životní prostředí. K dosažení cíle lze využít dva směry: snižování hmotnosti vozidla a zvyšování efektivity pohonného ústrojí. Snížení hmotnosti se daří dosahovat použitím vysokopevnostních materiálů ve struktuře vozidla. Efektivita agregátu závisí převážně na kvalitě a homogennosti spalované směsi a dále na velikosti provozních pasivních odporů v agregátu.

Postupem času se v přípravě směsi přešlo u zážehových motorů od dříve používaného karburátoru, přes jednobodové a vícebodové vstřikování ke vstřikování přímému vysokotlakému. U motorů vznětových se přešlo od plně mechanických vstřikovacích zařízení, komůrkových a přímých s řadovým, popř. rotačním čerpadlem, přes vysokotlaké elektronicky řízené oddělené vstřikovače k systémům vysokotlakým se sdruženými vstřikovači, společným zásobníkem a čerpadlem. Stále se zpřísňující ekologické limity si však vyžádaly další opatření: systémy recirkulace výfukových plynů, ventilové rozvody s variabilním časováním sání a výfuku, válce s variabilní kompresí, přeplňování a v dnešní době velmi rozšířený trend snižování objemu spalovacího prostoru motoru, tzv. downsizing. Snižováním počtu válců nebo jejich objemu se dosahuje nižších třecích ztrát mezi pístem a válcem a klesá hmotnost pohyblivých hmot motoru. Pro zachování výkonu motoru po zmenšení jeho objemu se využívá přeplňování kompresorem nebo turbodmychadlem. Přeplněním válce vzduchem nebo zápalnou směsí je umožněno spálení většího množství paliva a měrný výkon se zvyšuje. To znamená, že po snížení objemu motoru poskytuje srovnatelný výkon, výbornou pružnost v širokém spektru otáček a hlavně nižší spotřebu a emise. Opak tohoto využití jsou závodní aplikace, kde objem motoru zůstává stejný a přeplňováním se dosahuje co nejvyšší výkon motoru. K přeplnění lze využít kompresor nebo turbodmychadlo. Smysl obou zařízení je totožný, stlačit nasávaný vzduch a pod tlakem ji vehnat do spalovacího prostoru válce motoru. Mechanický kompresor je poháněný přes převod přímo z klikové hřídele motoru a spotřebovává tak určité procento výkonu motoru, kompresor však pracuje nezávisle na provozním režimu motoru. Turbodmychadlo je zařízení využívající k pohonu rychlost a tlak výfukových plynů, které pohání turbínu, která následně roztáčí kompresor dmychadla. K provozu potřebuje však dostatečnou rychlost výfukových plynů a v provozu se projevuje prodleva – čas potřebný k roztočení turbíny výfukovými plyny. Pro zkrácení se u osobních vozidel používají menší turbodmychadla, která mají menší setrvačné hmoty. Problém u těchto turbodmychadel je, že pro potřebné přeplnění motoru dosahují velmi vysokých otáček rotoru (150 000 – 350 000 min<sup>-1</sup>). Dalším parametrem jsou vysoké teploty výfukových plynů na turbínové straně (vznětové motory 820 °C – 850 °C, zážehové motory – 950 °C – 1050 °C). Z konstrukce vyplývá, že rotor je uložen na dvou radiálních ložiscích, která jsou v relativně malé vzdálenosti od sebe a na koncích hřídele jsou velmi hmotná kompresorová a turbínová kola viz Obr. 1, která výrazně ovlivňují chování rotoru. Rotory turbodmychadel proto generují silné vibrace, které mohou být příčinou velkých amplitud kmitání, při kterých může dojít k dotyku rotoru a statoru. Tyto stavy se musí proto při návrhu dynamiky rotoru zahrnout a minimalizovat. Další motivací řešení dynamiky je snížení ztrátového výkonu, zvýšení životnosti a minimalizace výrobních nákladů.

V této diplomové práci budou popsány přístupy k řešení dynamiky rotoru a dále bude vytvořen výpočtový model rotoru s kluznými ložisky pomocí softwaru MBS (multi body system).

## **1** KONSTRUKCE TURBODMYCHADEL

Na Obr. 1 můžeme vidět turbodmychadlo, které se skládá ze třech základních částí – kompresorová (kompresorové kolo a skříň), turbínová (turbínové kolo a skříň) a ložisková část (ložiska a hřídel). Rotor turbodmychadla je složen z turbínového a kompresorového kola, hřídele a ložisek, proto bude další obsah práce zaměřen na tyto části.



Obr. 1 Turbodmychadlo a jeho hlavní konstrukční části [11]

## 1.1 ROTOR (HŘÍDEL, TURBÍNOVÉ A KOMPRESOROVÉ KOLO)

Kompresorová kola jsou často vyrobena z hliníkových slitin. Na druhé straně turbínové kolo musí odolávat vysokým teplotám, proto bývá vyráběno z žáropevných a žáruvzdorných niklových slitin. Hřídel je nejčastěji vyroben z vysoce uhlíkové oceli. Spojení turbínového kola k hřídeli je nejčastěji provedeno svařováním natupo třením a elektrickým odporem. Kompresorové kolo je s nulovým nebo minimálním přesahem na druhé straně hřídele zajištěno maticí, která vyvozuje tření mezi hřídelí a kompresorovým kolem dostačující pro přenos krouticího momentu.

## 1.2 LOŽISKA

Nejčastěji používaná ložiska pro turbodmychadla jsou ložiska s plovoucím pouzdrem a to nerotující Obr. 2a a rotující Obr. 2b. Méně časté je použití kuličkových ložisek Obr. 2c.



Obr. 2) nerotující plovoucí pouzdro, b) rotující plovoucí pouzdro, c) kuličkové ložisko[15]

### 1.2.1 ROTUJÍCÍ PLOVOUCÍ POUZDRA

Hlavní použití této konstrukce je pro větší turbodmychadla, která se používají u nákladních automobilů, stacionárních motorů a lodí. Plovoucí pouzdro je vloženo mezi hřídel a ložiskovou skříň a je odděleno vnitřní a vnější olejovou vrstvou. Vznikají tak dvě tlumící vrstvy v sérii, které vykazují dobré dynamické vlastnosti. Ložiska s plovoucím pouzdrem nejsou schopna zachytit axiální síly, proto je třeba konstrukci doplnit o axiální ložisko. Hlavní výhoda je nízká výrobní cena.



*Obr. 3 Ložiskový systém s rotujícím plovoucím pouzdrem[15]* 

Pro zajištění stability rotoru však většinou není postačující kruhová geometrie vnitřního filmu, ale je nutno vytvořit zde víceploché ložisko s určitým předpětím. Nejčastěji používané je citronové Obr. 4a) a přesazené ložisko Obr. 4b). Jejich základní pojmy, potřebné pro návrh běžných radiálních ložisek jsou uvedeny dále.



Obr. 4a) citronové ložisko, b) přesazené ložisko[2]

#### Základní pojmy, potřebné pro návrh běžných radiálních ložisek:

Průměr ložiska (průměr vepsané kružnice)	$D_L = 2R_L$
Šířka ložiska	l
Poměr šířky k průměru	$l/D_L$
Průměr čepu	$D_C = 2R_C$
Poloměr křivosti kluzné plochy	$R_S$
Radiální vůle	$c_L = R_L - R_C$
Diametrální vůle	$2c_L = D_L - D_C$
Relativní vůle	$\psi = c_L / R_L = 2c_L / D_L$
Výrobní vůle	$c_S = R_S - R_C$
Posunutí středu kluzné plochy vůči středu ložiska	S
Předpětí ložiska (preload)	$\delta = 1 - c_L / c_S$
Statické zatížení ložiska	$F_{s}(\mathbf{N})$
Měrné zatížení ložiska	$p = F_s / (l.D)$
Sommerfeldovo číslo (pro vstupní teplotu oleje $T_0$ )	$So = p.\psi^2 / (\eta_0, \omega)$
Dynamická viskozita oleje (pro vstupní teplotu)	$\eta_0$ (Pa.s)
Úhlová rychlost cepu	$\omega$ (rad.s <sup>-1</sup> )
Kinematická viskozita (obvykle udávaná v katalogu)	$v (m2.s^{-1})$
Hustota	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )



Obr. 5 Ložiskové charakteristiky[2]

### Statické ložiskové charakteristiky:

Únosnost ložiska	$W(\mathbf{N})$
Excentricita čepu	<i>e</i> (m, µm)
Relativní excentricita	$\varepsilon = e / c_L$
Třecí ztráty/ ztrátový výkon	$P_t$ (W, kW)
Minimální tloušťka olejového filmu	$H_{min}$ (m, $\mu$ m)
Průtok oleje	Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> , l/min)
Maximální teplota olejového filmu	$T_{max}$ (°C)
Výstupní teplota oleje	$T_v$ (°C)
Efektivní (průměrná) teplota olejového filmu	$T_{ef}$ (°C)
Oteplení oleje – rozdíl mezi výstupní a vstupní teplotou	$\Delta t (K)$
$\Delta t = T_v - T_0 = P_t / (c\rho.Q),$	
<i>kde c</i> součin měrného tepla a hustoty oleje $(N.m^{-2}.K^{-1})$	
pro běžné druhy minerálních olejů $c\rho = (1,7 \text{ až } 1,8).10^6$	

#### Dynamické ložiskové charakteristiky:

Koeficienty tuhosti K a útlumu B olejového filmu v daném souřadném systému. První index součinitele označuje směr síly, druhý směr výchylky např. Kxy označuje tuhost ve směru x při vychýlení čepu ve směru y. Prvky tuhosti se stejnými indexy rotor stabilizují a nazývají se hlavní tuhosti. Prvky tuhosti s různými indexy mají naopak destabilizující účinek a nazývají se vedlejšími členy. Osa x má směr statické zátěžné síly a osa y je pootočena o 90° ve směru otáčení čepu.



Tento typ ložiska se používá pro menší rozměry turbodmychadel pracující s vysokými otáčkami převážně u osobních vozidel. U tohoto typu vznikají obdobné dvě tlumící vrstvy oleje, ale pro odstranění vzniku nestability ve vnějším olejovém filmu je pouzdro zajištěno proti pohybu kolíkem. Tím že pouzdro nerotuje, nemůže ve vnějším filmu nestabilita nastat. Pro větší tlumící plochu vnější olejové vrstvy jsou dvě radiální ložiska spojena v jedno dvoupouzdro jak je na Obr. 6. Zajišťující kolík slouží jako axiální ložisko. Nevýhodou je nákladnější výroba oproti předchozí konstrukci.



Obr. 6 Ložiskový systém s nerotujícím plovoucím pouzdrem[15]

Citronová ložiska používaná v předchozím případě jsou zde nevhodná z důvodu rozdílných tuhostí a útlumů ve dvou na sebe kolmých rovinách. Obdobně přesazená ložiska jsou nevhodná, protože se používají pouze u dělených ložisek. U nerotujících ložisek se proto používá tříploché ložisko a to obousměrné Obr. 7a) a jednosměrné Obr. 7b).



Obr. 7a) obousměrné, b) jednosměrné ložisko[2]



Jejich hlavní výhodou je nízký valivý odpor, který zvyšuje účinnost turbodmychadla. Díky valivým ložiskům se rychleji roztáčejí kola turbíny i dmychadla a vozidlo má lepši reakci na sešlápnutí plynového pedálu oproti kluzným, která při startu nemají dostatečnou vrstvu oleje. Hlavní nevýhodou je jejich snížená schopnost tlumení, proto jsou doplněny o hydrodynamický tlumič, ale stále je zde pouze jedna tlumící vrstva. Díky jejich vysoké ceně, vyšší hlučnosti a menší životnosti mají využití především v závodních aplikacích.



Obr. 8 Ložiskový systém s kuličkovým ložiskem[15]

## 2 VYVAŽOVÁNÍ TURBODMYCHADEL

Různé druhy nevyváženosti ovlivňují polohu vyvažovacích rovin a volbu vyvažovacích tolerancí. Z hlediska vyvažování dělíme metody na statické a dynamické.

Cílem statického vyvažování je, aby těžiště leželo na ose rotace při nenulových otáčkách. V tomto případě se eliminuje silový účinek. Postačuje jedna vyvažovací rovina, která může být na kterémkoli místě po délce rotoru.

Cílem dynamického vyvažování je, aby osa rotace byla hlavní osou setrvačnosti. Eliminuje se momentový účinek, proto jsou nutné minimálně dvě vyvažovací roviny. Dynamické vyvažování se musí provádět za rotace. Jestliže se předpokládá, že rotor je staticky vyvážen, dynamická nevyváženost se může projevit pouze za rotace.

U turbodmychadel jsou všechny části rotoru před montáží velmi přesně dynamicky vyváženy. Při montáži však může dojít vlivem výrobních tolerancí a jejich sčítáním k určitému prohnutí konce rotoru s oběžným kolem kompresoru. Vychýlení těžiště kola již v řádu několika mikrometrů je příčinou značné nevyváženosti, která vede k vybuzení 1. ohybového tvaru kmitání rotoru nacházející se v provozní oblasti (více o tvarech kmitání v kap. 3.6). Tato neváženost by způsobovala značné vibrace, proto je nezbytné zkompletované turbodmychadlo po montáži dodatečně vyvážit. Jediné místo, které zůstane po montáži přístupné pro ubírání materiálu, je oběžné kolo kompresoru. Protože nevyváženost vzniká vychýlením těžiště oběžného kola z rotační osy, bylo by postačující dovyvážení v jedné rovině. Místo pro odběr materiálu je však přípustné pouze na matici kompresorového kola. Vzniká tak dynamická nevyváženost, která vzniká v důsledku velké vzdálenosti vyvažovací roviny od těžiště kola, tedy od místa kde nevyváženost vzniká. Od určité velikosti nevyváženosti není možné odběrem materiálu z matice nevyváženost korigovat na potřebnou úroveň. [2]

## **3 TEORIE DYNAMIKY ROTORŮ**

### 3.1 DEFINICE TUHÉHO A PRUŽNÉHO ROTORU

Jestliže je celková potenciální energie akumulovaná v ložiskách větší než 80% celkové potenciální energie, rotor je klasifikován jako tuhý. Celková potenciální energie se skládá z energie napjatosti a klasické potenciální energie. [3]

### 3.2 **TEORETICKÉ ROTORY**

Pro zkoumání dynamiky rotorů pomocí výpočetních simulací existují základní teoretické rotory, jako je Lavalův (Jeffcottův) a Stodolův rotor. Tyto modely rotorů se využívají ve výpočtech v matematických softwarech.

#### LAVALŮV (JEFFCOTTŮV) ROTOR

Teoretický rotor, který splňuje předpoklady:

tvořen hřídelem a jedním kotoučem,

celá soustava je symetrická vzhledem k rovině kolmé na osu hřídele,

hřídel je nehmotný a poddajný,

je uložen ve dvou ložiskách,

kotouč je hmotný, absolutně tuhý,

jeho střednicová rovina je kolmá k ose hřídele,

kotouč může být zatížen silově a momentově v místě kotouče.



Obr. 9 Lavalův (Jeffcottův) rotor [6]

#### **S**TODOLŮV ROTOR

Teoretický rotor, který splňuje předpoklady:

- tvořen hřídelem a jedním kotoučem,
- kotouč je nasazen na hřídel na jednom jeho konci,
- hřídel je nehmotný, poddajný,
- kotouč je hmotný, absolutně tuhý,
- kotouč může být zatížen silově a momentově v místě kotouče,
- hřídel je uložen v jednom ložisku a to na opačném konci, než je nasazen kotouč.



Obr. 10 Stodolův rotor [6]

### 3.3 ZÁKLADNÍ VZTAHY DYNAMIKY

Coriolisovo zrychlení se vypočte dle vztahu:

$$\vec{a}_{coriolis} = 2 \cdot \vec{\omega}_{21} \times \vec{v}_{32}, \quad [m \cdot s^{-2}] \tag{1}$$

kde  $\omega_{21}$  je unášivá úhlová rychlost a  $\upsilon_{32}$  je relativní rychlost. Schematické znázornění je na Obr. 11.

Coriolisova síla se vypočte dle vztahu:

$$\vec{F}_{coriolis} = -m \cdot \vec{a}_{coriolis}, \quad [N]$$
<sup>(2)</sup>

kde m je hmotnost. U tohoto jevu dochází k tzv. stress stiffening (vyztužení struktury). Zvyšuje se vlastní frekvence změnou tuhosti v závislosti na předepínací síle (analogie napínání struny).



Obr. 11 Coriolisovo zrychlení a síla [3]

Resalovo zrychlení se vypočte dle vztahu:

$$\vec{\alpha}_{resal} = \vec{\omega}_{21} \times \vec{\omega}_{32}, \quad [rad \cdot s^{-2}] \tag{3}$$

Kde  $\omega_{21}$  je unášivá úhlová rychlost a  $\omega_{32}$  je relativní úhlová rychlost. Schematické znázornění je na Obr. 12.

Gyroskopický moment se vypočte dle vztahu

$$M_{gyroscopic} = -I \cdot \vec{\alpha}_{resal}, \quad [N \cdot m]$$
(4)

kde I je moment setrvačnosti. Zde mluvíme naopak o spin softening (změkčení struktury při otáčení)



Obr. 12 Resalovo zrychlení a gyroskopický moment [3]

Základní pohybová rovnice pro rotační části turbod<br/>mychadla v ustáleném režimu s konstantní úhlovou rychlostí<br/>  $\varpi$  je

 $M\ddot{q}(t) + (B + \omega G)\dot{q}(t) + (K_s + K_b)q = Q(\dot{q}, q, \omega, t)$ (5)

kde q je zobecněná souřadnice, M je matice hmotnosti soustavy, G reprezentuje značnou část rotační kinetické energie způsobené gyroskopickými momenty (podrobněji rozvedeno níže). Symbol  $K_s$  znamená strukturální matici tuhosti určenou z deformační energie. B je matice linearizovaného dynamického tlumení kluzných ložisek,  $K_b$  je linearizovaná matice tuhosti ložiska. Písmeno Q označuje externí buzení jako například synchronní excitaci vlivem nevyváženosti rotoru, zkosení disku, prohnutí hřídele, statického zatížení, a v neposlední řadě vliv gravitační síly.

### 3.4 CAMPBELLŮV DIAGRAM

Vlastní čísla  $\lambda$  lineárního systému jsou komplexně sdružená (mají část reálnou  $\lambda_{Re}$  a imaginární  $\lambda_{Im}$ ). Imaginární část vlastního čísla  $\lambda_{Im}$  je vlastní frekvence. Naopak reálná část nám říká o stabilitě a nestabilitě systému. Pokud reálná část je větší než nula, systém lze považovat za nestabilní. Naopak pokud je menší než nula, systém je stabilní.

$$\lambda = \lambda_{Re} + i\lambda_{Im} \tag{6}$$

Campbellův diagram je závislost vlastních frekvencí ( $\lambda_{Im}$ ) na úhlové rychlosti rotace hřídele. V Obr. 13 můžeme vidět tři případy. První případ označený modrou barvou je uvažován bez gyroskopických účinků a se symetrickým uložením hřídele (K<sub>x</sub>=K<sub>y</sub>). Z obrázku je vidět, že vlastní frekvence je konstantní. V druhém případě označeném červenou barvou jsou uvažovány gyroskopické účinky, ale stále zůstává symetrické uložení. Tento případ způsobí rozdvojení vlastní frekvence a to na dopřednou a zpětnou precesi, tím dostáváme dvoje kritické otáčky. V posledním případě označeném černou barvou se vlastní frekvence rozdvojí zahrnutím gyroskopických účinků a v nulových otáčkách jsou od sebe vlastní frekvence posunuty (nevycházejí ze stejného bodu) z důvodu nesymetrického uložení. U turbodmychadel se gyroskopické účinky musejí zahrnovat, protože mají ložiska blízko sebe a na koncích hmotná oběžná kola a gyroskopické účinky jsou velice výrazné.



Obr. 13 Campbellův diagram [3]

### 3.5 DĚJE V LOŽISCÍCH U RYCHLOBĚŽNÝCH ROTORŮ

#### VÍŘENÍ OLEJE (OIL WHIRL)

Víření oleje způsobují příčné souběžné precesní subharmonické vibrace rotoru okolo středu ložiska a tento jev se objevuje především u málo zatížených hřídelů s vysokými rychlostmi otáčení. V tomto rozsahu otáček se rotor chová jako tuhé těleso. Amplitudy od tohoto děje jsou větší než od synchronních vibrací. Když se zvyšující otáčková frekvence přiblíží frekvenci první ohybové rezonance, tj. první vlastní frekvenci rotoru, víření oleje se stane náhle nestabilní a zmizí, protože je potlačeno a nahrazeno zvyšujícími se synchronními vibracemi (od nevývahy rotoru). Po přejezdu rezonance vynucené synchronní vibrace opět zanikají a opět se objevuje víření oleje. [4]

#### TLUČENÍ OLEJE (OIL WHIP)

Když se otáčková frekvence přiblíží dvojnásobku hodnoty první vlastní frekvence rotoru, frekvence víření oleje (která je poloviční) se blíží hodnotě první vlastní frekvence rotoru a charakter kmitání s vířením oleje je nahrazen tlučením oleje – což jsou příčné souběžné precesní subharmonické vibrace rotoru. Tlučení oleje má konstantní frekvenci nezávislou na

zvyšující se rychlosti hřídele a během tohoto jevu je energie dodávána přímo z oleje. Jsou vybuzeny samobuzené kmity a olej se chová nestabilně. Vibrace hřídele mohou být velmi velké, protože hřídel kmitá svou vlastní frekvencí, tj. v podmínkách rezonance. Toto je limitní stav, při kterém se kluzné ložisko v žádném případě nesmí používat. [4] Tyto děje jsou zobrazeny v Campbellově diagramu v Obr. 14.



Obr. 14 Campbellův diagram dynamického chování kluzných ložisek [3]

### 3.6 VLASTNÍ TVARY KMITU ROTORU

Módy kmitání hřídele při úhlové rychlosti rovné nule jsou zobrazeny na Obr. 15. První mód je takzvaný konický mód Obr. 15 a, b), kde kompresorové kolo se pohybuje vířivou rychlostí opačnou k turbínovému kolu. Pokud se při nulových otáčkách vyskytuje pouze jeden kónický mód, ložiska mají symetrické uložení. Vyskytují-li se dva módy, je to z důvodu zahrnutí nesymetrického ložiska. Druhý mód je translační mód Obr. 15 c, d). Třetím módem je torzní mód Obr. 15 e). Čtvrtým módem je ohybový mód Obr. 15 f, g). Při zvyšování otáček se vlastní frekvence rozdvojí, jak bylo vysvětleno v kap. 3.4.



Obr. 15 Tvary kmitu rotoru turbodmychadla[9]

## 4 PŘÍSTUPY ŘEŠENÍ DYNAMIKY ROTORU

### 4.1 MODEL ROTORU

Pro sestavení výpočtového modelu dynamiky rotoru lze využít jeden ze zmiňovaných teoretických rotorů v kap. 3.2 s využitím matematických softwarů. Další velice užívanou metodou je vymodelování MKP (metoda konečných prvků) modelu jako prutového prvku. V tomto modelu turbodmychadla je rotor nahrazen jednotlivými prutovými prvky, které mají určitou ohybovou a torzní tuhost. Tato metoda se využívá z důvodu nižší náročnosti na sestavení modelu.



Obr. 16 MKP model rotoru z prutových prvků [15]

Avšak pokud chceme zpřesnit model lze využít nástrojů MBS (multi body system). Prvním způsobem je využití pružného hřídele, který je dominantní a k němu tuhá oběžná kola. Postup vytvoření pružného hřídele zahrnuje rozdělení tělesa na konečný počet prvků (MKP), mezi kterými je vzájemná vazba realizována v uzlech. Pro tyto uzly jsou vytvořeny matice tuhostí. Velikost matic je dána počtem uzlů a množstvím uzlových proměnných. Zahrnují se vnější vlivy jako např. síly, momenty, zrychlení a okrajové podmínky, kterých je tolik, kolik má těleso stupňů volnosti jako celek. Následně systém řeší soustavu lineárních diferenciálních rovnic. K vytvoření sítě u dynamických úloh není potřeba zjemnění v kritických místech jako u pevnostních analýz. Přesto u pružného tělesa vzniká velké množství stupňů volnosti. Vysoký počet stupňů volnosti a z toho plynoucí složitost řešené soustavy rovnic je při použití metody MBS i s dnešní úrovní hardware velice časově náročná a proto je potřebná jejich redukce. Nejvyužívanější metoda je Craig-Bamptonova. Po redukci následuje sestavení výpočtového modelu v MBS s tuhými oběžnými koly. U těchto kol je potřeba znát tenzor setrvačnosti, polohu těžiště a materiálové vlastnosti. Tyto informace získáme z CAD systému. Výhodou je, že pokud se provede změna v konstrukci (např. lopatek kompresoru či turbíny) pouze se v MBS změní hodnoty tuhých oběžných kol. Postup sestavení modelu je na Obr. 17.



Obr. 17 Postup vytvoření modelu rotoru s pružným hřídelem bázi MBS[9]

Pro další stupeň zpřesnění modelu rotoru je využití stejného postupu jako v předchozím případě na hřídel turbodmychadla s tím rozdílem, že se tento postup použije na celý rotor (pružný hřídel včetně oběžných kol). Tento postup poskytuje maximálně přesné výsledky, ale případné konstrukční změny na oběžných kolech vyžadují vytvoření nové konečnoprvkové sítě, redukci a vložení celého rotoru do MBS. Z toho plyne veliká náročnost jak na vytvoření modelu, tak na případné konstrukční úpravy. Další nevýhodou je daleko vyšší hardwarová náročnost při analýze takovéhoto rotoru.



Obr. 18 Pružná hřídel s pružnými koly[4]

Výběr přístupu k řešení dynamiky rotoru je závislý na tom jaké výstupy od analýzy očekáváme. Pro každé malé zpřesnění výsledků se velice zvýší náročnost vytváření modelu rotoru a jeho výpočetní čas jak ukazuje Obr. 19.



Obr. 19 Porovnání přesnosti výsledků s náročnosti vytvoření modelu [4]

### 4.2 MODEL HYDRODYNAMICKÝCH LOŽISEK

Začátkem bych zmínil důležité požadavky pro navržení radiálních ložisek turbodmychadla.

- Nejdůležitější funkcí radiálních ložisek je udržení stability rotoru v provozních otáčkách turbodmychadla
- Rotor musí být velice dobře vyvážen pomocí vysokorychlostního vyvažování a radiální ložiska, musí mít dostatečný tlumicí účinek, aby rotor byl stabilní. Toto lze upravit vhodnou geometrií a vůlí ložiska.
- Tření by mělo být redukováno na minimum pro maximální účinnost a potlačení prodlevy turbodmychadla.
- Radiální ložiska by měla mít dlouhou životnost s žádným nebo minimálním opotřebením.
- Snaha o co nejnižší výrobní cenu při zachování kvality a funkčnosti pro dlouhou životnost.

Pro splnění těchto požadavků je potřeba vytvoření co nejrealističtějšího modelu. Pro hodnověrné modelování kontaktu mezi hřídelí a ložiskovou skříní je nutné brát v úvahu stále více fyzikálních efektů a zahrnout je v pokročilejších simulačních modelech.

#### 4.2.1 REYNOLDSOVA ROVNICE

V současné době se pro výpočtovou analýzu hydrodynamických kluzných ložisek běžně využívá přístup založený na aplikaci Reynoldsovy rovnice, kdy je analýza řešena jako vázaná úloha interakce tuhého tělesa a tekutiny.



Obr. 20 Silové účinky na objemový element v mazací vrstvě [7]

Reynoldsova rovnice pro tenký olejový film [7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t}$$
(7)

kde

- p je tlak působící na element kapaliny v mazací vrstvě,
- x rozměr elementu v ose x,
- y rozměr elementu v ose y,
- h tloušťka olejové vrstvy,
- η dynamická viskozita,
- U rychlost ploch v ose x,
- $\frac{\partial h}{\partial t}$  je rychlost změny výšky elementárního objemu

Výsledkem řešení rovnice je rozložení tlaků pod čepem. Dva členy na pravé straně rovnice (7) popisují dvě složky obecného pohybu čepu v ložisku. Jak je znázorněn na Obr. 21 tangenciálním i radiálním pohybem vzniká hydrodynamický tlak a superpozicí obou složek vzniká tlak výsledný. Jeho výpočet však není bezprostředně možný, neboť řešení Reynoldsovy diferenciální rovnice v uzavřeném tvaru neexistuje. Pro výpočet obou zvláštních případů pro čistě tangenciální a čistě radiální pohyb musí být aplikováno vždy s příslušným členem na pravé straně rovnice numerické řešení.



Obr. 21 Rozložení tlaku v hydrodynamickém ložisku[5]

Ložisková vůle se vypočte dle vztahu [7]: s = D - d

Ložisková vůle se udává v bezrozměrných jednotkách, jde o tzv. relativní ložiskovou vůli [7].

$$\psi = \frac{s}{d} = \frac{D-d}{d} \tag{9}$$

Výchylka středu čepu vzhledem ke středu ložiska se zpravidla vyjadřuje relativní excentricitou. Při centrické poloze je  $\varepsilon = 0$  a při dotyku čepu s pánví je  $\varepsilon = 1$  [7].

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot e}{D - d} \tag{10}$$

#### VZNIK TLAKU TANGENCIÁLNÍM POHYBEM

Pro vznik hydrodynamického tlaku musí být splněny tyto 3 podmínky. Existence zužující se mazací mezery ve směru pohybu. Olej musí proudit určitou rychlostí v nejužším místě ložiskové mezery h<sub>min</sub>. Olej musí lpět na povrchu obou členů kluzného uložení.

(8)

Hydrodynamický tlak vzniká při vtahování ulpívajícího maziva na povrchu obou členů do klínovité zužující se mezery. Vzniklý stav proudění má za následek vznik smykového napětí a tlaků. Tyto tlaky působí na kluzné plochy, čímž vzniká vztlaková síla. Smyková napětí vedou ke vzniku třecích sil.

Vztlaková síla  $F_D$  vyplývající z tlaku v důsledku tangenciálního pohybu se vyjadřuje pomocí bezrozměrného podobnostního čísla [7].

$$So_D = \frac{F_D \cdot \psi^2}{B \cdot D \cdot \eta \cdot |\omega_{ef}|} = f(\varepsilon, B/D)$$
(11)

kde

Sod	[-]	bezrozměrné podobnostní číslo
η	[MPa*s]	dynamická viskozita maziva
ω <sub>ef</sub>	$[rad*s^{-1}]$	efektivní úhlová rychlost
ψ	[-]	bezrozměrná relativní ložisková vůle

Z numerického řešení Reynoldsovy diferenciální rovnice pro čistě otáčivý pohyb vyplývají přibližné vztahy [7]:

$$So_D = \left(\frac{B}{D}\right)^2 \cdot \frac{\varepsilon}{2 \cdot (1 - \varepsilon^2)^2} \cdot \sqrt{\pi^2 \cdot (1 - \varepsilon^2) + 16 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\alpha_1 \cdot (\varepsilon - 1)}{\alpha_2 + \epsilon}$$
(12)

kde

$$\alpha_1 = 1,1642 - 1,9456 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) + 7,1161 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^2 - 10,1073 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^3 + 5,0141 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^4$$

$$\alpha_2 = -1,000026 - 0,023634 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 0,4215 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^2 - 0,038817 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^3 - 0,090551 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^4$$

В	[mm]	šířka ložiska
D	[mm]	průměr ložiska
3	[-]	relativní excentricita

#### VZNIK TLAKU RADIÁLNÍM POHYBEM

V dynamicky zatíženém radiálním ložisku dochází také k radiálním pohybům čepu. Při zúžení mazací mezery dojde k odporům proudění ve vytlačovaném mazivu z mezery ke vzniku tlaku. Tento tlak se zvětšuje s rostoucí radiální rychlostí a relativní excentricitou. Průběh tlaku je symetrický vzhledem ke směru přemístění čepu (nejmenší výšce mazací mezer  $h_{min}$ ). Výsledná vztlaková síla  $F_V$  od tlaku vzniklého vytlačováním maziva působí proti přemístění čepu a lze vyjádřit ze Sommerfeldova čísla pro vytlačování [7].

$$So_{V} = \frac{F_{V} \cdot \psi^{2}}{B \cdot D \cdot \eta \cdot \dot{\varepsilon}} = f(\varepsilon, B/D)$$

$$So_{V} \quad [-] \qquad - \text{ bezrozměrné podobnostní číslo}$$

$$(13)$$

 $\dot{\varepsilon}$  [s<sup>-1</sup>] - radiální relativní rychlost

Z numerického řešení Reynoldsovy diferenciální rovnice pro čistě radiální pohyb vyplývají přibližné vztahy [7]:

$$So_V = 4 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^2 \cdot (1 - \varepsilon^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \left[ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot \arccos \varepsilon \right) \cdot (1 + 2\varepsilon^2) + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right] \cdot \frac{\alpha_1 \cdot (1 - \varepsilon)}{-\alpha_2 - \epsilon}$$
(14)

kde

$$\alpha_{1} = 0,70038 + 3,2415 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 12,2486 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} + 18,895 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} - 9,3561 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4}$$
$$\alpha_{2} = -0,999936 + 0,0157434 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 0,74224 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} + 0,42278 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} - 0,368928 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4}$$

#### 4.2.2 MOŽNOSTI NAHRAZENÍ VAZBY MEZI HŘÍDELÍ A KLUZNÝM LOŽISKEM

Pro přibližnou simulaci vazby rotoru turbodmychadla a kluzného ložiska se využívá lineární pružina, tlumič. Na Obr. 22 lze vidět lineární model kluzného ložiska s Kelvin – Voigtovy elementy, které jsou rozmístěny po celém obvodu ložiska. A naklopení ložiska je zamezeno. Nebo je využit lineární model klopných momentů. Tento typ náhrady je v některých případech dostačující.



Obr. 22 Lineární model kluzného ložiska [1]

Dalším stupněm je využití před počítaných databází reakčních sil a klopných momentů. Tyto síly jsou spočítány pro celý rozsah provozních otáček a excentricitu hřídele. Především závislost na excentricitě je velice nelineární. Možností je i výpočet v reálném čase (online) přímo v řešiči MBS.

Zpřesněním výpočtu dosáhneme uvažováním modelu správného typu ložiska, které je reálně používané v konstrukci turbodmychadel - ložiska s plovoucím pouzdrem. Tím, že do výpočtu zahrneme i druhou tlumící olejovou vrstvu.



Obr. 23 Model ložiska s plovoucím pouzdrem [4]

Další zpřesnění výpočtu je zahrnutím proměnné viskozity, která je funkcí teploty a tlaku. Pro zjištění teploty oleje je potřeba zadat model průtoku a ohřátí oleje. Pro další a další zpřesnění výpočtu je zapotřebí vstupních modelů jednotlivých problémů, které model ložiska přibližují reálnému chování.



Obr. 24 Další vstupní modely pro vytvoření náhrady ložiska [4]

## 5 VÝPOČTOVÝ MODEL ROTORU

## 5.1 ZADANÉ PARAMETRY

Pro diplomovou práci bylo zadáno turbodmychadlo používané v osobních automobilech s otáčkami do 300 000 min<sup>-1</sup>. Zadané parametry rotoru a ložisek jsou shrnuty v Tab. 1, které byly použity při vytváření modelu v programu Ansys. Následuje Tab. 2 s hmotnostmi a momenty setrvačnosti oběžných kol, která jsou v modelu zjednodušena nahrazena tuhým tělesem, není tedy nutné znát jejich přesnou geometrii. Momenty setrvačnosti jsou uvedeny k těžišti jednotlivých těles, proto jsou v Tab. 2 zadány polohy těžiště kompresoru a turbíny. Celková nevyváženost rotoru je  $0.5g^*mm$ .

průměr hřídele pod ložiskem	6 mm
průměr hřídele mimo ložisko	4 mm
vzdálenost mezi středy ložisek	23 mm
celková délka hřídele	53 mm
šířka ložiska	3,6 mm
průměr ložiska	6 mm
ložisková vůle	0,021 mm

Tab. 2Parametry oběžných kol

	Kompresor	Turbína
m [kg]	<i>4,126*10<sup>-2</sup></i>	8,239*10 <sup>-2</sup>
I <sub>xx</sub> [kg*mm <sup>2</sup> ]	5,5938	9,2979
I <sub>yy</sub> [kg*mm <sup>2</sup> ]	5,5938	9,2979
I <sub>zz</sub> [kg*mm <sup>2</sup> ]	5,554	7,2048
X [mm]	0	0
Y [mm]	0	0
Z [mm]	29,67	-28,89





Rozměry turbodmychadla byly pro ilustraci zakresleny do názorného modelu.

Obr. 25 Parametry rotoru

## 5.2 MODEL HŘÍDELE V MKP

#### 5.2.1 VYTVOŘENÍ GEOMETRIE HŘÍDELE

Geometrie hřídele je dána parametry výše a proto byl model vytvořen přímo v programu Ansys. Pro zjednodušení byl vytvořen čtvrtinový model a rozdělen na prostor pod ložisky a mimo ložiska. Toto rozdělení bylo provedeno pro jednodušší vytvoření pravidelné sítě a jednoduššího výběru uzlů na ploše pod ložisky.



Obr. 26 Rozdělení hřídele



Bylo uvažováno mezi dvěma typy prvků objemové sítě. První je SOLID 185, který je definován jako šestistěn s osmi uzly, z nichž každý leží v jednom vrcholu a každý uzel má 3 stupně volnosti. Výhoda tohoto prvku je nižší výpočtová náročnost.



Obr. 27 Prvek typu SOLID 185 [12]

Druhý typ prvku je SOLID 186, který je definován jako šestistěn s dvaceti uzly ležící ve vrcholech a uprostřed každé hrany. Obdobně jako v předchozím případě má každý uzel 3 stupně volnosti. Tento typ prvku má vyšší přesnost. A proto byl i přes jednoduchost zadaného tvaru hřídele, tento element zvolen pro vytvoření objemové sítě.



Obr. 28 Prvek typu SOLID 186 [12]

Dalším prvkem, který musel být nadefinován, je prutová náhrada pro spojení objemové sítě a vazebných uzlů. Pro tento případ byl zvolen prvek MPC 184 a v nastavení zvoleno Rigid Beam.



Obr. 29 Prvek MPC 184 [12]

Materiálové vlastnosti hřídele byly nadefinovány dle vlastností konstrukční oceli [13]:

Youngův modul pružnosti: $E = 2,07.10^5$  MPaHustota: $\rho = 7,85.10^{-9}$  t/mm³Poissonova konstanta: $\mu = 0,3$ 

Vzhledem k zavedeným jednotkám (MPa, mm) musí být hustota zadána v t/mm<sup>3</sup>. Uvedená hodnota modulu pružnosti je při 0°C. Teplota hřídele turbodmychadla však při provozu dosahuje teploty kolem 200°C. Pro přepočet modulu pružnosti při teplotě 200°C byl využit vztah [14].

$$E(T) = e_0 + e_1 \cdot T + e_2 \cdot T^2 + e_3 \cdot T^3$$
(15)

kde  $e_0 = 207.0$  GPa

$$e_1 = -0.04326 \text{ GPa/}^{\circ}\text{C}$$
  
 $e_2 = -3.502 \times 10^{-5} \text{ GPa/}(^{\circ}\text{C})^2$   
 $e_3 = -6.592 \times 10^{-8} \text{ GPa/}(^{\circ}\text{C})^3$ 

Youngův modul pružnosti (při 200°C):  $E = 1,96.10^5$  MPa

### 5.2.3 VYTVOŘENÍ MKP SÍTĚ

Při vytváření objemové sítě byly nadefinovány počty prvků následně. Na průměru 4mm byly nadefinovány 4 prvky na poloměr. Na průměru 6mm bylo nadefinováno 6 prvků na poloměr. Podél osazení byla síť rozpočítaná, aby velikost prvku byla přibližně o straně 0,5mm. Pro řešení napjatosti a únavové životnosti by přechod mezi průměry hřídele byl kritickým místem a musel obsahovat rádius, jehož síť by musela být vymodelována daleko jemněji než zbytek hřídele. Při řešení problematiky vibrací je tento postup dostačující.



Obr. 30 Čtvrtinový model hřídele

Síť čtvrtinového modelu byla dvojnásobně ozrcadlena na kompletní hřídel viz Obr. 31, aby se docílilo symetrického rozložení sítě.



Obr. 31 Síť celého hřídele

V prostředí programu Adams lze aplikovat okrajové podmínky pouze na uzel rozhraní, proto byl vytvořen a spojen s uzly na vnější ploše sítě. K tomuto účelu jsou použity prvky MPC 184. Prvek byl vytvořen k uchycení turbínového a kompresorového kola Obr. 32. Každý z uzlů rozhraní byl propojen s celou plochou osazení, na kterou je nasazeno oběžné kolo. Poté byla provedena 1. modální analýza.



Obr. 32 Prvek MPC 184 pod oběžným kolem

Dalším postupem bylo vytvoření vazebných uzlů pod ložisky, aby bylo možné nadefinovat náhradu ložiska v programu Adams.





Dále byla provedena kontrolní modální analýza. Tato kontrola byla provedena porovnáním vlastních frekvencí. Výsledky jednotlivých modálních analýz jsou patrné v Tab. 3. Módy 1 až 6 jsou nulové, proto nejsou v Tab. 3 zapsány. Frekvence budící síly v analýze hřídele je síla od nevyváženosti hřídele s maximálními otáčkami 300 000 min<sup>-1</sup>. Budící síla by tedy neměla přesáhnout 50 000Hz, což odpovídá pěti vlastním modům. Zahrnutý počet módů je zvolen trojnásobný tedy 15 modů. Vlastní frekvence hřídele jsou ovlivněny jen velmi nepatrně (odchylka menší než 1 %) a proto lze dále s modelem pracovat, aniž by byly výsledky následných výpočtů zatíženy velkou chybou.

	Vlastní frekvence	Vlastní frekvence	Rozdíl
	bez vaz. uzlu pod	s vaz. uzlem pod	
Číslo	ložiskem	ložiskem	
modu	[Hz]	[Hz]	[%]
7	12462	12504	0,34
8	12462	12504	0,34
9	31057	31111	0,17
10	31058	31112	0,17
11	50215	49760	0,91
12	60890	60749	0,23
13	60893	60751	0,23
14	67275	67068	0,31
15	99327	98830	0,50
16	101200	100880	0,32
17	101200	100880	0,32
18	134110	135400	0,96
19	146700	146650	0,03
20	148440	148120	0,22
21	148440	148120	0,22

Tab. 3Porovnání před a po přidání vazebných uzlů pod ložisky



Obr. 34 Vlastní tvary po přidání vazebných uzlů pod ložiska

#### 5.2.4 VYTVOŘENÍ SOUBORU PRO PŘEVOD HŘÍDELE Z MKP DO MBS

Když máme kompletně připravený MKP model v systému Ansys je potřeba vytvořit soubor, s kterým se dá pracovat v programu Adams/View a provede redukci stupňů volnosti metodou Craig-Bampton. Výsledný soubor bude mít příponu MNF (modal neutral file). Pro vytvoření tohoto souboru je nutné vybrat vazebné uzly (attachment nodes) viz Obr. 35.



Obr. 35 Vybrání vazebných uzlů

Výstupní jednotky je potřeba nadefinovat, protože žádná z nabídek není v jednotkách milimetr, kilogram, sekunda a je potřeba zadat požadovaný počet módů, které chceme zahrnout do výsledného souboru.

USER defined	🖉 Dafaa Haa Hab
	A deline oper dint
Eigenmodes	User defined System of Unit
Number of Modes to extract 21	Length Factor 1000
Element Results	Mass Factor 0.001
Include no Stress and Strain 💌	
Shell Element Result Output Control	Force Factor 1
Shell Top Surface	Time Factor
Filename	
xport_adams.mnf Browse	OK Cancel Help
Export to ADAMS	
Solve and create export file to ADAMS	

Obr. 36 Vytvoření MNF souboru

## 5.3 SESTAVENÍ MODELU ROTORU V MBS

Dalším krokem pro vytvoření matematického modelu rotoru je import pružného hřídele do programu Adams/View a kontrola nadefinovaného materiálu.



Obr. 37 Import hřídele do ADAMS/View

Na pružnou hřídel bylo přes vazebný uzel připojeno kompresorové kolo. Grafické vyobrazení turbodmychadla a kompresoru zde má pouze ilustrační charakter, proto je poloha těžiště, moment setrvačnosti a hmotnost oběžných kol nadefinována dle zadání.

A Modify Body			Marker Modify	x
Body	Kompresorove_kolo		Name	chadlo.Kompresorove_kolo.komp_teziste
Category	Mass Properties	•	Location	0.0, 0.0, -29.67
Define Mass By	User Input	·	Location Relative To	.turbodmychadlo
Mass 4.126E-0	02			
lxx 5.554		Off-Diagonal Terms	Curve	
	lyy 5.5938		Curve Reference Marker	
-		Izz 5.5938	Tangent Velocity 💌	X Y Z
Center of Mass N	Marker komp_teziste		Orientation -	0.0, 0.0, 0.0
Inertia Reference	Marker		Orientation Relative To	.turbodmychadlo
			Solver ID	10
100				
<u> </u>	<u>     Q</u> K	Apply Cancel		<u>OK</u> <u>Apply</u> <u>Close</u>

Obr. 38 Import kompresorového kola

Obdobné připojení bylo provedeno pro turbínové kolo, kde v levé tabulce je zadána hmotnost a momenty setrvačnosti a v pravé tabulce je nadefinováno těžiště turbínového kola.



#### Obr. 39 Import turbínového kola

Zahrnutí nevyváženosti rotoru bylo pomocí přidání další hmoty na konce kol, tak aby nevyváženost byla 0,5g\*mm. Jako poslední k vytvoření funkčního modelu rotoru je nadefinován pohon. Analýza bude probíhat z nulových do maximálních otáček (0 - 300 000 min<sup>-1</sup>). Pohon je namodelován jako samostatné těleso uchycené rotační vazbou a torzní pružinou, která tento člen spojuje s rotorem turbodmychadla. Její tuhost je volena tak, aby nedošlo k výraznému ovlivnění dynamických vlastností modelu.



Pro náhradu kluzného ložiska pro vytvořený model rotoru turbodmychadla byla nejprve uvažována náhrada typu lineární pružina, tlumič. Druhá varianta byla vytvořena s modelem radiálních sil nelineárně závislých na excentricitě, která lépe popisuje reálný stav.

### 6.1 LINEÁRNÍ MODEL KLUZNÉHO LOŽISKA

Výpočet tuhosti a tlumení olejové vrstvy bylo provedeno na základě Sommerfeldových bezrozměrných podobnostních čísel, která obsahují výsledky řešení Reynoldsovy rovnice, (která je rozdělena na rovnici popisující čistě tangenciální pohyb a rovnici popisující čistě radiální pohyb hřídele) pro konkrétní hodnoty relativní excentricity hřídele a poměru šířce k průměru ložiska.

Pro výpočet sil schází nadefinování viskozity oleje. Typ motorového oleje nebyl zadán, proto byl zvolen SAE 5W40, jeho dynamická viskozita byla uvažována při 95°C [16]

 $\eta = 0,013 \text{ [Pa*s]}$ 

### 6.1.1 TANGENCIÁLNÍ POHYB

Výpočet Sommerfeldova čísla v důsledku tangenciálního pohybu [7]:

$$So_D = \left(\frac{B}{D}\right)^2 \cdot \frac{\varepsilon}{2 \cdot (1 - \varepsilon^2)^2} \cdot \sqrt{\pi^2 \cdot (1 - \varepsilon^2) + 16 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\alpha_1 \cdot (\varepsilon - 1)}{\alpha_2 + \epsilon} = 6,1949$$

kde

$$\alpha_{1} = 1,1642 - 1,9456 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) + 7,1161 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} - 10,1073 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} + 5,0141 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4} = 1,0253$$
  

$$\alpha_{2} = -1,000026 - 0,023634 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 0,4215 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} - 0,038817 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} - 0,090551 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4} = -1,1861$$
  
B [mm] - šířka ložiska

D	[mm]	- průměr ložiska

ε [-] - relativní excentricita

Výpočet síl od tangenciálního pohybu hřídele se vypočte dle vztahu [7]:

$$F_D = \frac{So_D \cdot B \cdot D \cdot \eta \cdot |\omega_{ef}|}{\psi^2} = 411,80N$$

So <sub>D</sub>	[-]	<ul> <li>bezrozměrné podobnostní číslo</li> </ul>
η	[MPa*s]	- dynamická viskozita maziva
$\omega_{ef}$	$[rad*s^{-1}]$	- efektivní úhlová rychlost
ψ	[-]	<ul> <li>bezrozměrná relativní ložisková vůle</li> </ul>

Výslednou náhradní tuhost olejové vrstvy je možné vypočítat dle poměru výsledné síly od tangenciálního pohybu se zadávanou excentricitou:

$$k = \frac{F_D}{e} = 43,577 \cdot 10^3 \, N \cdot mm^{-1}$$

#### 6.1.2 RADIÁLNÍ POHYB

Výpočet Sommerfeldova čísla v důsledku tangenciálního pohybu [7]:

$$So_V = 4 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^2 \cdot (1 - \varepsilon^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \left[\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot \arccos \varepsilon\right) \cdot (1 + 2\varepsilon^2) + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2}\right] \cdot \frac{\alpha_1 \cdot (1 - \varepsilon)}{-\alpha_2 - \varepsilon}$$
$$= 116,23$$

kde

$$\alpha_{1} = 0,70038 + 3,2415 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 12,2486 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} + 18,895 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} - 9,3561 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4} = 1,1046$$
  
$$\alpha_{2} = -0,999936 + 0,0157434 \cdot \left(\frac{B}{D}\right) - 0,74224 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{2} + 0,42278 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{3} - 0,368928 \cdot \left(\frac{B}{D}\right)^{4} = -1,2577$$

Výpočet sil od radiálního pohybu hřídele se vypočte dle vztahu [7]:

$$F_V = \frac{So_V \cdot B \cdot D \cdot \eta \cdot \dot{\varepsilon}}{\psi^2} = 2342,2N$$
  
Sov [-] - bezrozměrné podobnostní číslo  
 $\dot{\varepsilon}$  [s<sup>-1</sup>] - radiální relativní rychlost

Tlumení olejové vrstvy se vypočte poměrem výsledné síly od radiálního pohybu s radiální rychlostí hřídele:

$$b = \frac{F_V}{\dot{e}} = 234,2 \ N \cdot mm^{-1} \cdot s$$

Pro zahrnutí konstantní tuhosti a tlumení do programu Adams/View byl využit prvek Bushing viz Obr. 40, který při zvyšující excentricitě lineárně zvyšuje sílu (dle zadané tuhosti), která drží hřídel v centrické poloze.



Obr. 40 Prvek Bushing

Tuhost olejové vrstvy je velice nelineární v závislosti na excentricitě jak ukazuje graf níže, který byl vytvořen v programu Mathcad dle totožných vzorců jako v předchozím případě. Tuhost však nebyla počítána pro jednu zvolenou excentricitu, ale byl zahrnut celý rozsah od 0 do 1. Graf byl počítán pro otáčky 300 000 min<sup>-1</sup>. Z porovnání grafu s výpočtem lineární pružiny výše je patrné, že konstantní tuhost (přímka) je velice chybná náhrada.



Obr. 41 Tuhost olejového filmu v závislosti na relativní excentricitě

Z Reynoldsovy rovnice taktéž vyplývá, že tuhost je funkcí otáček hřídele. Proto byla vytvořena databáze tuhostí pro celý rozsah excentricity a otáček hřídele. Z této databáze vznikla výsledná mapa tuhostí pro každý stav, který může nastat Obr. 42.





Obr. 42 Tuhost olejového filmu v závislosti na excentricitě a otáčkách turbodmychadla

Z toho je patrné, že pro správný výpočet je nutné zahrnout tuto nelinearitu do výpočtu. Obdobně by se vytvořila nelineární závislost tlumení. Tyto před počítané databáze jsou, jak již bylo zmíněno, dalším zpřesňujícím krokem pro reálnější popis chování rotoru.

Proto je dále rozebrán a následně analyzován pouze přístup s nelineární závislostí. Nahrazení lineární pružinou a tlumičem bylo provedeno především pro seznámení s programem Adams/View.

### 6.2 NELINEÁRNÍ MODEL KLUZNÉHO LOŽISKA

Výpočet u této (nelineární) náhrady ložiska je založen jako v předchozím případě na Sommerfeldových podobnostních číslech s tím rozdílem že výpočet neprobíhá v programu Mathcad, ale rovnice jsou zadány přímo do programu Adams/View, kde v každém kroku program dle dané polohy hřídele řeší výpočet reakční sily na základě zadaných rovnic. K tomuto účelu slouží prvek General force viz Obr. 43. Do tohoto prvku lze definovat výše zmíněné rovnice pro radiální síly Obr. 44.



Obr. 43 Prvek General force



Obr. 44 Nadefinování radiálních sil ložiska

## 7 ANALÝZA ROTORU TURBODMYCHADLA

### 7.1 MODÁLNÍ ANALÝZA

Jako první byla provedena modální analýza zkoumaného rotoru turbodmychadla při nulových otáčkách. Níže jsou zobrazeny tvary základních módů, které se vyskytují u turbodmychadel. Žlutě je znázorněn rotor v nedeformovaném stavu.



Obr. 45 Konický mód 1130 Hz



Obr. 46 Translační mód – 105 Hz



Obr. 47 Torzní mód - 1240 Hz



Obr. 48 Ohybový mód - 2180 Hz

Modální analýza byla provedena i za rotace viz Obr. 49. Měření probíhalo po 50 000 min<sup>-1</sup>. Je zde patrné jak se křivky rozdvojují vlivem gyroskopických účinků. Červeně jsou zaznačeny vlastní frekvence. Předpokládané dominantní rezonance budou od nevyváženosti rotoru, kdy se synchronní frekvence protnou s ohybovým módem.



#### Modální analýza

Obr. 49 Modální analýza

### 7.2 VOLBA VÝSTUPNÍCH PARAMETRŮ

Pro vykreslení sledovaných parametrů je důležité je nejprve nadefinovat.

- První nadefinovaný parametr jsou otáčky hřídele, které slouží jako závislost sledovaných veličin, tak jako kontrola zda se turbodmychadlo roztáčí správně a nedochází k výchylkám od plynulého rozběhu.
- Excentricita je důležitým sledovaným parametrem, z kterého by bylo patrné, kdyby docházelo ke kontaktu hřídele s ložiskem
- Výchylka, rychlost, zrychlení na kompresorovém kole je dalším důležitým parametrem, abychom zjistili, pokud by docházelo k tak vysokým výchylkám, že by hrozil kontakt kompresorového kola s kompresorovou skříní.
- Třecí moment resp. ztrátový výkon ložisek je parametr, u kterého se výrobci snaží dostat na minimum. Především z důvodu rychlejšího roztočení turbodmychadla. Tento parametr byl definován vztahem [7].

$$P_{Rm} = \frac{B \cdot D^2 \cdot \eta \cdot \omega_W^2}{2 \cdot \psi} \cdot \frac{1}{\alpha_A} \int_0^{\alpha_A} S^*(\alpha) d\alpha$$
(16)

kde

$$S^* = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} + So_D \cdot \frac{\epsilon \cdot \sin \beta}{2} = f(\epsilon, B/D)$$
  

$$\omega_w \qquad [rad^*s^{-1}] \qquad \text{úhlová rychlost hřídele}$$
  
So<sub>D</sub> [-] Sommerfeldovo číslo v důsledku tangenciálního pohybu

Třecí moment se vypočte dle vztahu:

$$M_T = \frac{P_{Rm}}{\omega_{w \ Rm}} \tag{17}$$

Pro zjednodušení pří vykreslování dat, jsou vytvořeny tzv. "requests" pouze ztrátový výkon a třecí moment zde nešel nadefinovat, proto byl využit "measures". Díky tomuto kroku je po odsimulování možné v Adams/Postprocesor pouze vybrat požadovaná data z nabídky.

#### 7.3 VÝSLEDKY ANALÝZY

Po provedení samotné analýzy je možné přímo v prostředí Adams/Postprocesor vykreslit požadovanou závislost, v tomto případě závislost excentricity na otáčkách hřídele



Obr. 50 Excentricita v závislosti na otáčkách rotoru

Na Obr. 50. je vidět, že turbodmychadlo nezačíná z  $\varepsilon = 1$  (kdy hřídel leží na ložisku) jak by to bylo ve skutečnosti, ale z  $\varepsilon = 0$ . To je dáno vstupní definicí, že rotor před začátkem simulace je centrický vzhledem k ložisku, ale hřídel začíná okamžitě klesat z důvodu gravitace. Při narůstajících otáčkách je však hřídel nadnášena vtahováním ulpívajícího maziva na povrchu obou členů do klínovité zužující se mezery. Vzniklý stav proudění má za následek vznik smykového napětí a tlaků. Tyto tlaky působí na kluzné plochy, čímž vzniká vztlaková síla. Také je zde vidět, že dojde k několika rezonancím během rozběhu turbodmychadla na 300 000 min<sup>-1</sup>.



Obr. 51 Výchylka na kompresorové, turbínové straně



Na Obr. 51 je zobrazena výchylka na kompresorové a turbínové straně zde jsou promítnuté rezonance při stejných otáčkách jako v předchozím případě.

Obr. 52 Zrychlení na kompresorové, turbínové straně

Na Obr. 52 je zobrazeno zrychlení na kompresorové a turbínové straně zde jsou promítnuté rezonance jako v předchozím případě. S narůstajícími otáčkami je patrný i nárůst zrychlení.



Obr. 53 Třecí moment, ztrátový výkon

Na Obr. 53 je zobrazen třecí moment a ztrátový výkon. Tato veličina je výrobci hodně sledovaná. Snížením ztrát dosáhneme rychlejší odezvu turbodmychadla na sešlápnutí plynového pedálu.



V úvodu práce je shrnuta funkce a konstrukce turbodmychadla a z ní plynoucí důležitost řešení rotorové dynamiky. Shrnutí základních typů ložisek, která se v dnešních turbodmychadlech v převážné většině využívají a jejich výhody a nevýhody. Zmíněna byla i geometrie netradičních typů kluzných ložisek (ložiska citrónová, přesazená a tříplochá), která byla vyvinuta pro zvýšení stability proudění olejového filmu a s tím spojenou stabilitu rotoru.

V další části byla shrnuta základní teorie dynamiky rotorů se zaměřením na turbodmychadla. Jako důležitý vliv gyroskopických účinků u turbodmychadel, který vychází z konstrukce (ložiska blízko sebe a na koncích hmotná oběžná kola). A tento vliv na Campbellův diagram. Vysoké otáčky rotoru a s tím spojené víření a tlučení oleje. A jako poslední byly zmíněny základní tvary jednotlivých módů, které se vyskytují u turbodmychadel. V teoretické části byly zároveň rozebrány přístupy řešení dynamiky rotoru a jejich výhody a nevýhody.

V praktické části byl vytvořen výpočtový model rotoru turbodmychadla dle zadání s využitím programu Ansys a Adams. Výpočtový model využívá pružnou hřídel, hmotná oběžná kola a náhradu ložisek s nelineární tuhostí a tlumením. Pro výpočet sil působících na hřídel rotoru byl využit přístup založený na aplikaci Reynoldsovy rovnice.

Při analýze rotoru byly jako první vykresleny modální tvary a frekvence. Dle modální analýzy se dají určit kritické otáčky, v kterých by mohla nastat rezonance. Avšak dominantní rezonance nebyla od ohybového módu jak bylo předpokládáno, ale od kónických. Jako další postup by mohla být konstrukční úprava rotoru, tak aby se změnili modální vlastnosti a kritické otáčky se posunuli mimo provozní otáčky.

Z výsledků rozběhu turbodmychadla do maximálních otáček plyne, že v tomto velice širokém spektru otáček se může vyskytovat mnoho kritických otáček a víření nebo tlučení oleje. Proto se analýza rotoru musí provézt před výrobou prototypu, aby se přišlo na potřebné změny v konstrukci rotoru či ložisek. Je snaha o úplnou případně částečnou eliminaci těchto vlivů. Po sestavení a provedení analýzy rotoru turbodmychadla, který má danou montážní maximální přípustnou nevyváženost a všechny sledované veličiny jsou v normě, se může vyrobit prototyp. Na prototypu se provedou experimentální zkoušky modální analýzy a dle výsledků se odladí výpočtový model.

Pro další zpřesnění výpočtového modelu rotoru by se mohl hřídel včetně oběžných kol uvažovat jako pružný. Přínosem by bylo zahrnutí kmitání lopatek. Zpřesněním výpočtu dosáhneme uvažováním modelu správného typu ložiska, které je reálně používané v konstrukci turbodmychadel - ložiska s plovoucím pouzdrem. Tím, do výpočtu zahrneme i druhou tlumící olejovou vrstvu. Další zpřesnění výpočtového modelu bychom docílili zahrnutím před počítaných databází klopných momentů a zahrnutím modelu proměnné viskozity, která je závislá na teplotě a tlaku.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] NGUYEN-SCHÄFER, H. Rotordynamics of automotive turbochargers linear and nonlinear rotordynamics -- bearing design -- rotor balancing. Berlin: Springer, 2012. ISBN 978-3-642-27518-0.
- [2] KOREC, Ladislav a Jiří ŠIMEK. TECHLAB [online]. [cit. 2014-10-24]. Dostupné z: http://www.techlab.cz/
- [3] MALENOVSKÝ, E. Studijní opora z předmětu Dynamika rotorových soustav. dostupné z: http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/dyn\_rot/kapitola\_1.html
- [4] NOVOTNÝ, P. Dynamika rotorů turbodmychadel. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství, 2013. Podklady k předmětu Výpočtové modely.
- [5] NOVOTNÝ, P. Kluzná ložiska. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství, 2013. Podklady k předmětu Výpočtové modely.
- [6] ZAPOMĚL J. Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Dynamika rotorů. Studijní texty. Ostrava 2011/2012
- [7] PÍŠTĚK, V., ŠTĚTINA, J. Výpočetní metody ve stavbě spalovacích motorů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1991. ISBN 80-214-0368-3.
- [8] DUNDÁLEK, R. Elastohydrodynamické modely ložisek jako moduly virtuálního motoru: Elastohydrodynamic bearing models as virtual engine modules : zkrácená verze Ph.D. Thesis [online]. Brno: [VUTIUM], 2006. ISBN 80-214-3199-7.
- [9] SCHWEIZER, B. Dynamics and stability of turbocharger rotors. 2009.
- [10] RAK, Vladimír. Výpočtová analýza dynamických vlastností hydrodynamických kluzných ložisek: Computational analysis of dynamic behaviour of journal bearings : zkrácená verze Ph.D. Thesis [online]. [V Brně: Vysoké učení tchnické v Brně], 2010. ISBN 978-80-214-4067-8.
- [11] Motor-tuning [online]. [cit. 2014-10-13]. Dostupné z: http://www.motortuning.cz/turba/turba.htmViscopedia - A free encyclopedia for viscosity [online]. [cit. 2014-11-27]. Dostupné z: http://www.viscopedia.com/viscosity-tables/substances/engineoil/
- [12] ANSYS Multiphysics Release 12.0.1, HELP system. 2009
- [13] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R MISCHKE a Richard G BUDYNAS. Konstruování strojních součástí. 1. vyd. Editor Miloš Vlk. Překlad Martin Hartl. V Brně: VUTIUM, 2010, xxv, 1159 s. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0.

- [14] LUECKE, William E. a J. David MCCOLSKEY. [2005]. Final report on the collapse of the World Trade Center towers: Mechanical properties of structural steels [online]. Gaithersburg, Md.: For sale by the Supt. of Docs., U.S. G.P.O., xlvi, 248 p. [cit. 2015-02-17].
- [15] Tribology Group: Rotordynamics Laboratory [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: http://rotorlab.tamu.edu
- [16] Viscopedia A free encyclopedia for viscosity [online]. [cit. 2014-11-22]. Dostupné z: http://www.viscopedia.com/viscosity-tables/substances/engine-oil/

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

МКР		metoda konečných prvků
MBS		multi body system
CAD		Computer aided design
DOF		Degree of fredom (stupeň volnosti)
MNF		Modal neutral file
acoriolis	$[m^* s^{-2}]$	Coriolisovo zrychlení
$\omega_{21}$	[rad*s <sup>-1</sup> ]	unášivá úhlová rychlost
$\upsilon_{32}$	$[m^* s^{-1}]$	relativní rychlost
F <sub>coriolis</sub>	[N]	Coriolisova síla
m	[kg]	hmotnost
$\alpha_{resal}$	$[rad*s^{-2}]$	Resalovo zrychlení
ω <sub>32</sub>	$[rad*s^{-1}]$	relativní úhlová rychlost
Mgyroskopic	[N*m]	Gyroskopický moment
Ι	$[kg^*m^2]$	moment setrvačnosti
р	[MPa]	tlak působící na element kapaliny v mazací vrstvě
X	[m]	rozměr elementu v ose x
У	[m]	rozměr elementu v ose y,
h	[m]	tloušťka olejové vrstvy
η	[Pa*s]	dynamická viskozita
U	$[m^* s^{-1}]$	rychlost ploch v ose x
S	[m]	ložisková vůle
D	[m]	průměr ložiska
d	[m]	průměr hřídele
ψ	[-]	relativní ložisková vůle
e	[m]	excentricita
3	[-]	relativní excentricita
So <sub>D</sub>	[-]	Sommerfeldovo bezrozměrné podobnostní číslo
Sov	[-]	Sommerfeldovo bezrozměrné podobnostní číslo
FD	[N]	Vztlaková síla vyplývající z tlaku v důsledku tangenciálního pohybu
FV	[N]	Vztlaková síla vyplývající z tlaku v důsledku radiálního pohybu
$\omega_{ef}$	[rad*s <sup>-1</sup> ]	efektivní úhlová rychlost

Ė	$[rad*s^{-1}]$	radiální relativní rychlost
В	[m]	šířka ložiska
I <sub>xx</sub>	[kg*mm <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti v ose x
I <sub>yy</sub>	[kg*mm <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti v ose y
I <sub>zz</sub>	[kg*mm <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti v ose z
E	[MPa]	Modul pružnosti v tahu
ρ	$[kg^*m^3]$	hustota
μ	[-]	Poissonova konstanta
Т	[°C]	teplota
k	[N*m]	tuhost
b	$[N^*m^{-1}*s]$	tlumení
P <sub>PR</sub>	[W]	ztrátový výkon
$M_{\mathrm{T}}$	[N/m]	třecí moment