UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Diagnostikování matematických znalostí žáků 9. třídy ZŠ

Bc. Blažena Březinová

Olomouc 2024 Mgr. Eva Bártková, Ph.D.

Anotace

Jméno a příjmení:	Bc. Blažena Březinová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Eva Bártková, Ph.D.
Rok obhajoby:	2024

Název práce:	Diagnostikování matematických znalostí žáků 9. třídy ZŠ
Název v angličtině:	Diagnostic Assessment of Mathematical Knowledge in Ninth Grade at Lower Secondary Schools
Zvolený typ práce:	Výzkumná práce – zpracování primárních dat
Anotace práce:	Tato diplomová práce se zabývá diagnostikováním matematických znalostí žáků 9. tříd ZŠ. Práce je rozdělena na dvě části – teoretickou a empirickou. V teoretické části se zabývám pojmy jako matematika ve vzdělávání, postavením České republiky v mezinárodních šetřeních s důrazem na matematickou gramotnost. Dále definuji pojem diagnostikování a uvádím metody a etapy. Cílem praktické části je zjistit za pomoci didaktického testu, jakých matematických znalostí dosahují žáci v 9. třídách na vybraných základních školách.
Klíčová slova:	diagnostikování, matematické znalosti, žáci 9. ročníku, základní škola
Anotace v angličtině:	This diploma thesis is concerned with the diagnosis of mathematical knowledge of ninth grade learners from lower secondary schools. In the theoretical part, I deal with the terms such as mathematics in education, position of the Czech republic in international student assessment (PISA, TIMMS) with emphasis on mathematical literacy. Subsequently, I define the term diagnostics and its methods and phases. The aim of the empirical part is through a didactic test to find out, what mathematical knowledge achieve the ninth graders of selected lower secondary schools.
Klíčová slova v angličtině:	Diagnostic assessment, mathematical knowledge, 9th grade learners, lower secondary school
Rozsah práce:	107 stran
Jazyk práce:	čeština

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením Mgr. Evy Bártkové, Ph.D. a veškerou literaturu s dalšími zdroji, z nichž jsem při zpracování čerpala, v práci řádně cituji a jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Olomouci dne ....

Bc. Blažena Březinová

Na tomto místě bych ráda poděkovala paní Mgr. Evě Bártkové, Ph.D. za její ochotu a odborné vedení mé diplomové práce. Dále bych poděkovala svým kolegům v práci, kamarádům za podporu a v neposlední řadě mému příteli a své rodině za trpělivost při mém studiu a psaní této práce.

OBSAH

ÚVOD

Diagnostikování znalostí žáků 9. tříd na základních školách je klíčovým nástrojem pro pochopení a zlepšení vzdělávacího procesu v České republice. Tato diplomová práce se zaměřuje na zmapování a diagnostikování znalostí a dovedností, kterých by žáci měli podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) dosahovat na konci své povinné školní docházky. Tento cíl zahrnuje nejen znalosti nabyté v 9. ročníku, ale celkově během celé základní školní docházky.

Teoretická část se nejprve zaměřuje na matematiku na 2. stupni základních škol, kde je popsáno RVP ZV, zejména pak oblast Matematika a její aplikace. Nahlédne se zde na principy a požadavky, které RVP ZV klade na žáky v oblasti matematického vzdělávání a jakým způsobem jsou tyto principy integrovány do Školních vzdělávacích programů (ŠVP). Dále se práce zabývá mezinárodním šetřením PISA a TIMSS, které hodnotí matematické znalosti a matematickou gramotnost žáků. V práci jsou popsány výsledky těchto šetření se zaměřením na postavení českých žáků v mezinárodním kontextu. Tato analýza poskytne kontext pro porozumění současným úrovním znalostí a dovedností v matematice u českých žáků. Dále následuje část teoretické práce, která je zaměřená na samotné diagnostikování znalostí. Ta je zaměřena především definici diagnostikování, dále na metody, které se v diagnostikování používají a v neposlední řadě na etapy diagnostikování.

Praktická část této práce si klade za cíl konkrétně zjistit, jakých znalostí a dovedností dosahují žáci vybraných 9. tříd ZŠ z matematiky. K naplnění cílů bylo nutné zaměřit se na všechny tematické okruhy vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, tak jak jsou definovány RVP ZV a dále jednotlivá ŠVP. Pro získání dat o úrovni matematických znalostí byl použit, jakožto diagnostická metoda, didaktický test.

Výsledky této práce by měly přispět k lepšímu pochopení úrovně matematického vzdělávání na vybraných českých školách a nabídnout doporučení pro další zlepšení tohoto procesu. Diagnostikování znalostí je nezbytným krokem pro zajištění toho, aby všichni žáci měli potřebné znalosti a dovednosti pro svůj další profesní i akademický život.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 Matematika na 2. stupni základní školy

Matematika je na základní škole chápána jako jeden ze základních předmětů. Toto tvrzení dokazuje i velká časová dotace v každém ročníku základní školy (ZŠ). Na matematiku je kladen velký důraz. Existují školy či třídy, které jsou více zaměřeny na výuku matematiky. Matematika není pouze o tom naučit se počítat, naučit se vzorečky a násobilku, mocniny a odmocniny nazpaměť. Díky matematice se silně rozvíjí logické myšlení, rozvíjí se i čtenářská gramotnost (slovní úlohy) a další věci, které se využívají v ostatních předmětech a v životní praxi. Ne nadarmo je matematika označována za „královnu věd“, jelikož ji využívají ostatní vědy např. fyzika, geografie, chemie atd.

V současnosti je české školství nastaveno na víceúrovňový systém vzdělávacích programů, a to na státní úroveň, kam spadají rámcové vzdělávací programy (RVP), a z nich vycházející školní úroveň, tedy školní vzdělávací programy (ŠVP).

1.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV) je dokument, který je závazný. Z něj musí vycházet všechny základní školy při tvorbě svého ŠVP. Jedinou povinnou etapou vzdělávání pro celou populaci je v České republice právě základní vzdělávání. Základní vzdělávání je rozděleno na 2 stupně, které na sebe navazují.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání je členěn do devíti vzdělávacích oblastí, a to: *Jazyk a jazyková komunikace, Matematika a její aplikace, Informatika, Člověk a jeho svět, Člověk a společnost, Člověk a příroda, Umění a kultura, Člověk a zdraví, Člověk a svět práce.* Každá z těchto devíti vzdělávacích oblastí je vymezena cíli základního vzdělávání, klíčovými kompetencemi a očekávanými výstupy, kterých je třeba dosáhnout v průběhu školní docházky základního vzdělávání.

Pro potřeby diplomové práce se další časti kapitoly budou zabývat pouze vzdělávací oblastí *Matematika a její aplikace*, a to konkrétně pro 2. stupeň.

Klíčové kompetence

Často zmiňovaným pojmem v dnešní době jsou právě klíčové kompetence. V RVP ZV jsou definovány takto:

„Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. Jejich výběr a pojetí vychází z hodnot obecně přijímaných ve společnosti a z obecně sdílených představ o tom, které kompetence jedince přispívají k jeho vzdělávání, spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti." (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2023, s. 10)

Klíčové kompetence v základním vzdělávání tvoří jakýsi základ pro růst žáků v budoucnu. Hlavním záměrem kompetencí je umění zvládání problémů, se kterými se žák může setkat. Tyto kompetence mu pomáhají efektivně řešit problémy při dosahování svých individuálních cílů a také splňovat společenské očekávání, kdy postupem času získává na samostatnosti. (Vlčková, 2007; Veteška & Tureckiová, 2008).

V průběhu základního vzdělávání je klíčových těchto sedm kompetencí: *kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské, kompetence pracovní, kompetence digitální.*
K rozvoji těchto kompetencí musí docházet v každém předmětu, tedy i v matematice.

1.1.1 Vzdělávací oblast: Matematika a její aplikace

Následující podkapitola vychází především z RVP ZV (2023), jelikož je to závazný dokument pro všechny základní školy v České republice.
Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je rozčleněna na čtyři tematické okruhy, které jsou vymezeny zvlášť pro první a druhý stupeň základní školy. Tematickými okruhy v této vzdělávací oblasti jsou: *Čísla a proměnná, Závislosti a vztahy práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy.* Pro každý tematický okruh jsou určeny očekávané výstupy, které jsou závazné a na konci daného období ověřitelné. Očekávaný výstup je zamýšlený a očekávaný výsledek, dovednost nebo znalost zaměřený na běžný život a praktické využití, které by měl jedinec dosáhnout na konci daného období (v našem případě na konci 9. ročníku). Učivo, rozuměno jako nástroj k získání očekávaných výstupů, uvedené v RVP ZV je pouze doporučené pro tvorbu ŠVP. (RVP ZV, 2023)

Tematický okruh: Čísla a proměnná

Očekávané výstupy: Žák *„provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel, užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu; Zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor; Modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel; užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek-část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem); Řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem, pracuje s měřítky map a plánů; Řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek); Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných, určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkání; Formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav; Analyzuje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav; Analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých čísel“* (RVP, 2023).

Učivo: dělitelnost přirozených čísel, celá čísla, desetinná čísla, zlomky, poměr, procenta, mocniny a odmocniny, výrazy, rovnice

Tematický okruh: Závislosti, vztahy a práce s daty

Očekávané výstupy: Žák *„vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data; Porovnává soubory dat; Určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti; Vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem; Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů“* (RVP ZV, 2023).

Učivo: závislosti a data, funkce

Tematický okruh: Geometrie v rovině a prostoru

Očekávané výstupy: Žák *„zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů, využívá potřebnou matematickou symboliku; Charakterizuje a třídí základní rovinné útvary; Určuje velikost úhlů měřením a výpočtem; Odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů; Využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh; Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru; Užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků; Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar; Určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti; Odhaduje a vypočítá objem a povrch těles; Načrtne a sestrojí sítě základních těles;*

Načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině; Analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu" (RVP ZV, 2023).
Učivo: rovinné útvary, metrické vlastnosti v rovině, prostorové útvary, konstrukční úlohy

Tematický okruh: Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávané výstupy: Žák *„užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předpokládaných nebo zkoumaných situací; Řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí"* (RVP ZV, 2023)

1.2 Matematické znalosti, dovednosti, schopnosti a matematická gramotnost

V literatuře a ve veřejném prostoru se často setkáváme s různými termíny týkajícími se matematiky, jako jsou matematické znalosti, matematické schopnosti, matematické dovednosti a matematická gramotnost. Tyto pojmy bývají často zaměňovány, což není překvapivé, protože ani odborná literatura není v této oblasti jednotná, jelikož jsou tyto pojmy spolu úzce spjaty. V následujících odstavcích jsou definovány jednotlivé pojmy na základě vybraných literárních pramenů.

Matematické znalosti

Při použití termínu znalosti se také můžeme setkat s termínem matematické vědomosti, což jsou synonyma.

K těmto klíčovým znalostem patří:

- *„pochopení pojmů kvantita, číselné obory a jejich algebraické vlastnosti;*
- *uvědomění si síly abstraktního uvažování a používání symbolů;*
- *rozpoznávání matematických struktur a jejich pravidelností;*
- *zjišťování funkčních vztahů mezi veličinami;*
- *používání matematického modelování jako lupy, kterou lze pozorovat reálný svět (např. v rámci fyzikálních, biologických, společenských a behaviorálních věd);*
- *porozumění variací jako základnímu kameni statistiky."* (ČŠI, 2022, str. 16)

Matematické dovednosti

Dovednost (anglicky „skills“) jako takovou Říčan (1964, str. 362) definuje jako: *„vlastnost, která umožňuje provádění nacvičené činnosti. ... Za základní prvek dovednosti považujeme automatizovaný úkon.“*. Matematické dovednosti se popisují jako konkrétní úroveň rozvoje matematických znalostí, které jsou silně spojeny s učením. Tyto dovednosti mohou úzce souviset s obsahem školního kurikula a získanými znalostmi, ale také pouze s motivací (Cígler, 2018, str. 16).

Matematické schopnosti

Schopnost (anglicky „ability“) jako takovou definuje Hartl a Hartlová (2000, str. 536) jako: *„soubor předpokladů nutných k úspěšnému vykonávání určité činnosti, dovednosti, vyvíjí se na základě vloh a učení.“*. Matematické schopnosti tak staví jak na matematických znalostech, tak na matematických dovednostech. Matematická schopnost není jeden homogenní celek, je to soubor a sehranost dílčích schopností. (Zelinková, 2009, str. 65)

Matematická gramotnost

„Matematická gramotnost je schopnost jedince matematicky uvažovat a formulovat, používat a interpretovat matematiku při řešení problémů v různých kontextech každodenního života. Zahrnuje používání matematických pojmů, postupů, faktů a nástrojů k popisu, vysvětlování a předpovídání jevů. Pomáhá jedinci uvědomit si úlohu matematiky ve světě a díky tomu odpovědně usuzovat a rozhodovat se jako tvořivý, angažovaný a přemýšlivý občan 21. století.“ (PISA 22 in ČŠI, 2022, str. 10).

1.3 Mezinárodní testování

V rámci různých částí světa či globálně po celém světě probíhají mnohá šetření čili testování žáků. Tyto testy bývají standardizované (viz kapitola 2.3.4 Didaktické testy), právě kvůli tomu, aby se výsledky mohli porovnávat a zjišťovat z nich důležitá data a informace. Jedno takové šetření, které se mimo jiné zajímá i o matematiku či matematickou gramotnost se nazývá Trends in International Mathematics and Science Study, známé pod zkratkou TIMSS (dále pouze TIMSS). Další mezinárodní šetření se nazývá Program pro mezinárodní hodnocení žáků známe pod zkratkou PISA (anglicky *Programme for International Student Assessment*).

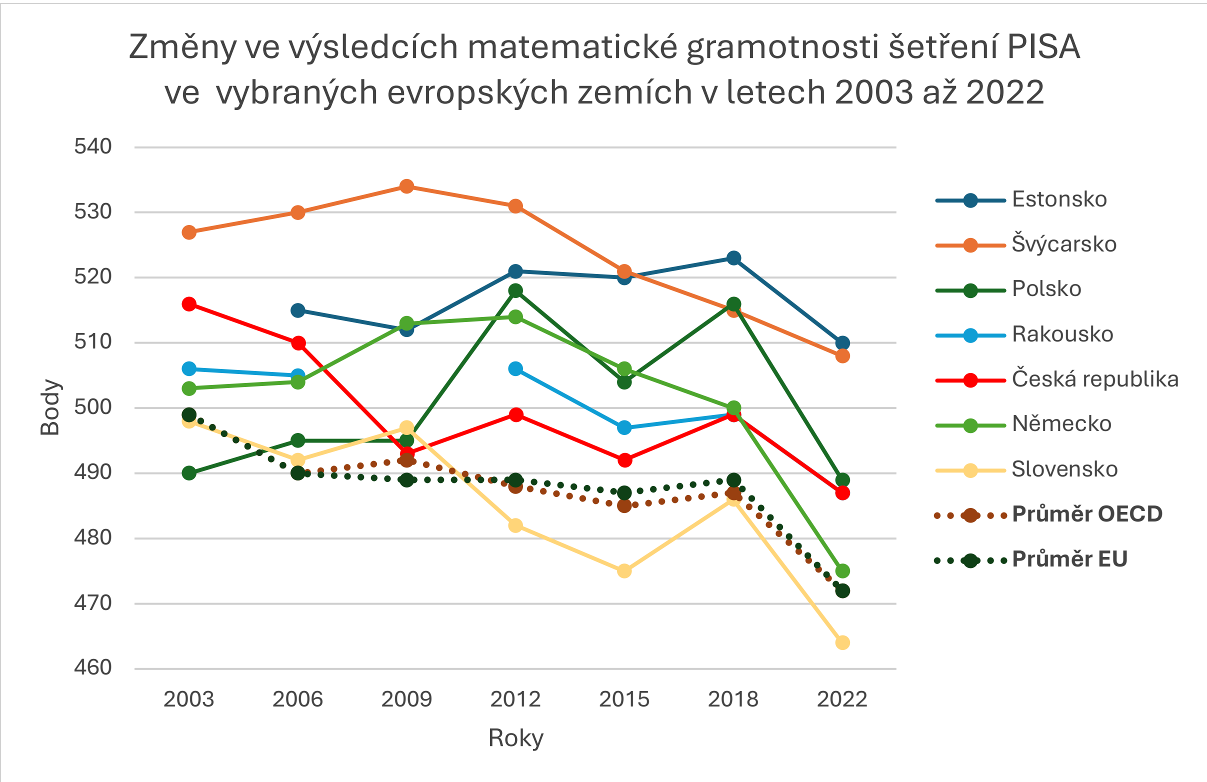
1.3.1 Šetření PISA

Program pro mezinárodní hodnocení žáků (PISA) je šetření, které je projektem Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (zkratka OECD). Toto šetření zjišťuje a srovnává úroveň patnáctiletých žáků, kteří jsou na konci své povinné školní docházky. Úroveň se zjišťuje v oblasti čtenářské, matematické a přírodovědecké gramotnosti. Šetření se zaměřuje i na kompetence, a to především na schopnost žáků využít naučené znalosti získané ve škole a prakticky je využít v běžném životě a při modelaci skutečných situacích. Šetření se uskutečňují v pravidelném cyklu tří let. PISA byla založena v roce 1997 a první šetření proběhlo v roce 2000, kdy se ho zúčastnila i Česká republika a od té doby se zúčastňuje pravidelně, přičemž se aktivně zapojuje do tvorby testů a analýzy výsledků. (ČŠI, 2023; OECD, 2023)

Poslední testování proběhlo v roce 2022. Mělo proběhnout v roce 2021 (tříletý cyklus), ale z důvodu pandemické situace se šetření o rok posunulo. Hlavní zkoumanou oblastí byla matematická gramotnost, na kterou se testování zaměřovalo i v letech 2012 a 2003. Matematické oblasti, které byly testovány jsou: změna a vztahy, prostor a tvar, kvantita a neurčitost a data. K tomu, aby byl žák v matematice gramotný je základem mít matematické znalosti. V řešené situaci či daném problému dokáže žák na základě těchto znalostí situaci převést a formulovat matematicky. Poté použije matematické pojmy, fakta, postupy k vyřešení problému. V neposlední řadě interpretuje, aplikuje a hodnotí matematické výsledky. Toto vše je jisté matematické uvažování, které je v šetření testováno. (ČŠI, 2023, str. 12)

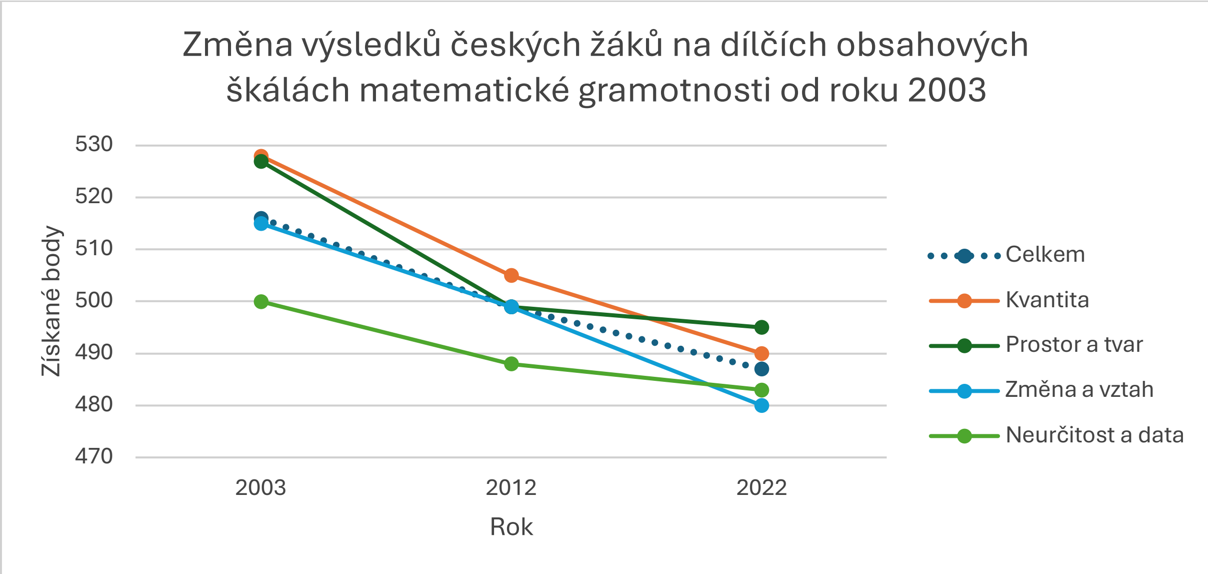
Česká republika byla ve všech šetřeních, které byli zaměřeny na matematickou gramotnost nad průměrem OECD i průměrem EU v této matematické oblasti – gramotnosti. Tato informace je vcelku pozitivní, jak lze ale z grafu (Obrázek 1) vyčíst, výsledky českých žáků nejsou zcela vyrovnané. Křivka výsledků České republiky byla nejvýše v roce 2003, kdy testování probíhalo poprvé a kdy dosáhla 516 bodů. Největší propad nastává mezi lety 2006 až 2009, kdy se žáci z 510 propadli na 493, tedy o 17 bodů. Nejnižší počet bodů žáci ČR získali při šetření v roce 2022, a to pouhých 487 bodů, kdy došlo k poklesu o 12 bodů. Z grafu 1 lze vyčíst, že mezi lety 2018 a 2022 došlo ke zhoršení výsledků ve všech vybraných zemích z Evropy. Tyto výsledky šetření PISA 2022 mohly být částečně ovlivněny i pandemií covidu-19. Co se týče zprůměrovaných výsledků všech testovaných zemí OECD, tak i zprůměrovaných výsledků zemí EU, je zcela zdánlivé, že kontinuálně dochází k poklesu bodů. Průměr výsledků zúčastněných zemí OECD byl v roce 2003 499 a v roce 2022 klesl na 472. S malými odchylkami je průměr výsledků zúčastněných zemí EU stejný. Trend poklesu je tedy možný sledovat napříč celým světem i zeměmi Evropské unie.

Díky těmto šetření může docházet i k posunu v přístupu ke vzdělávání, kdy např. v Německu po zjištěních výsledků z prvních testování uzákonili významné reformy ve vzdělávání. To Česká republika udělala změny minimální, i když výsledkově na tom byli s Německem velice podobně. (Greger, 2012)



Obrázek 1: Graf změny ve výsledcích matematické gramotnosti šetření PISA ve vybraných evropských zemích a průměru OECD a EU v letech 2003 až 2022

Zdroj: převzato (ČŠI, 2023, str. 21)



Obrázek 2: Graf změny výsledků českých žáků na dílčích obsahových škálách matematické gramotnosti v letech 2003, 2012 a 2022

Zdroj: převzato (Palečková & Tomášek, 2005, str. 22; ČŠI, 2023)

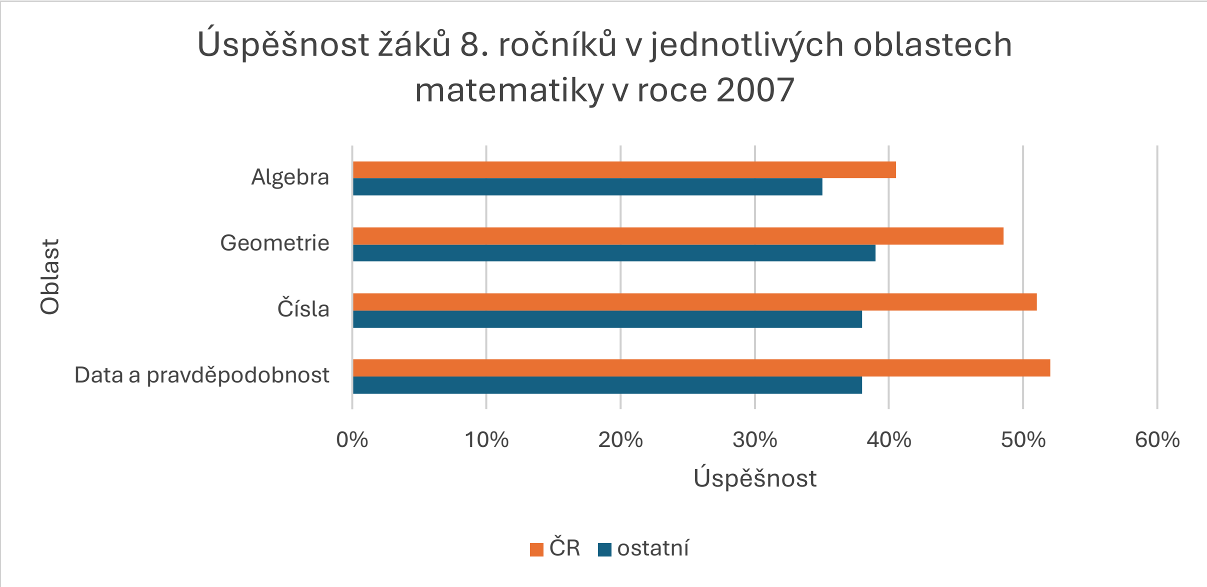
Na grafu (Obrázek 2) lze pozorovat změnu výsledků českých žáků na dílčích obsahových škálách matematické gramotnosti v letech 2003, 2012 a 2022. Výsledky žáků v jednotlivých škálách se postupně snižují. V roce 2003 dosahovali nejvyšších bodových hodnot ve všech kategoriích, a to nejvíce ve kvantitě, kdy dosáhli výsledku 528 bodů. Jen o bod méně získali ve škále Prostor a tvar. Nejméně v roce 2003 dosáhli s 500 body ve škále neurčitost a data. Do roku 2012 došlo k poklesu bodových hodnot ve všech kategoriích, kdy k největšímu poklesu došlo ve škále Prostor a tvar, a to o 28 bodů. Co se týče trendu poklesu bodových hodnot, tak ten pokračoval i v roce 2022, kdy se výsledky taktéž snížily. Zde se na nejnižší získané hodnoty dostala škála Neurčitost a data. Napříč tomu, že Prostor a tvar dále klesal, se nyní stal nejlépe hodnocenou škálou, a to s hodnotou 495. Celkový trend tedy ukazuje, že výsledky českých žáků v matematické gramotnosti klesají ve všech sledovaných kategoriích, tedy škálách od roku 2003 až po rok 2022.

1.3.2 Šetření TIMSS

Mezinárodního šetření TIMSS (anglicky *Trends in International Mathematics and Science Study*) se Česká republika zúčastňuje od roku 1995, kdy se šetření začalo provádět. Toto šetření se provádí v cyklu po 4 letech, kdy se zjišťuje a porovnává úroveň vědomostí a dovedností žáků v oblasti matematiky a přírodních věd. Testování probíhá u žáků čtvrtých a osmých ročníků základních škol nebo odpovídajícímu ročníku nižších gymnázií, což odpovídá devítiletým a třináctiletým žákům. Šetření TIMSS se v oblasti matematiky zajímá o čísla, měření a geometrii a data. Hodnotí se zde tři kognitivní sféry, a to prokazování znalostí, používání znalostí a lidské uvažování. Zásluhou posunu a vývoje v technologickém odvětví a vybavenosti škol se poslední testování, které proběhlo v květnu 2023 se poprvé uskutečnilo v elektronické podobě. Díky tomu se mohli využít inovativní a badatelské testové otázky (např. animace). V České republice mezinárodní šetření zajišťuje Česká školní inspekce (dále pouze ČŠI), která zajišťuje jak přípravu, provedení, tak i zhodnocení celého šetření. ČŠI také provádí sekundární analýzu výsledků šetření TIMSS, díky které vydává doporučení k navýšení kvality ve vzdělávání v oblastech matematiky a přírodních věd. (ČŠI, 2024)

Jelikož je diplomová práce zaměřená na žáky devátých ročníků, tedy žáky, které dochází na druhý stupeň ZŠ, tak se následující odstavec bude zaměřovat na výsledky šetření žáků osmých ročníků, jelikož jim jsou věkově a znalostně nejblíže. Osmé ročníky ve vybraných českých školách se naposledy testovali v květnu 2023. Jejich výsledky však zatím nejsou známy, budou zveřejněny až v prosinci roku 2024. Proto jsou poslední dostupné výsledky žáků osmých tříd v České republice z roku 2007, kdy se šetření účastnili. V tomto roce byli oblasti testování v matematice tyto: čísla, algebra, geometrie, data a pravděpodobnost. (Hejný, Jirotková, & kol., 2010, str. 7). Další testování žáků 8. ročníku proběhlo ještě v letech 1999 a 1995 (Martin, Mullis, Foy, & kol., 2008, str. 20).

Následující graf (Obrázek 3) zobrazuje výsledky jednotlivých oblastí matematiky žáků osmých tříd z ČR a ostatních zemí, které se šetření zúčastnily. Ve všech oblastech žáci dosahují lepších výsledků, než je průměr mezi testovanými zeměmi. Jak zmiňuje Hejný, Jirotková & kol. (2010, str. 9) z detailní analýzy vyplívá, že žáci získávali body spíše na jednodušších úlohách. U těžších úloh z pohledu obtížnosti žáci častěji chybovali nebo úlohu přeskočili.



Obrázek 3: Graf úspěšnosti žáků 8. ročníku v jednotlivých oblastech matematiky v roce 2007
Zdroj: převzato: (Hejný, Jirotková, & kol., 2010, str. 9)

V porovnání se zeměmi, které mají lepší výsledky v šetření TIMSS, jako je Polsko či Estonsko je v České republice méně celkových hodin matematiky, nedostatek definovaných učebních cílů pro žáky. Také se klade menší důraz na domácí úkoly a neprobíhají žádné standardizované testy. Proto může být ČR v některých oblastech matematiky slabší. (Moravcová, Surynková & Hromádková, 2019)

2 Pedagogická diagnostika

S pojmem diagnostika se můžeme setkat v různých kontextech a oblastech života, jako je například lékařství, psychologie, psychiatrie, technické obory, průmysl, IT a v neposlední řadě ve vzdělávání, kde se setkáváme s pojmem pedagogická diagnostika i diagnostika pedagogicko-psychologická. Ve všech případech jde o proces rozpoznávání nějakého jevu.

2.1 Diagnostika

U pojmů diagnostika a diagnostikování často dochází k záměnám a nepřesnostem, proto si nejprve stanovíme definice. Podle Chrásky (1988, str. 5) je **pedagogická diagnostika** *„speciální pedagogickou disciplínou, která se zabývá objektivním zjišťováním, posuzováním a hodnocením vnějších i vnitřních podmínek i průběhu a výsledků výchovně vzdělávacího procesu. Na základě těchto zjištění jsou potom vyslovovány prognostické úvahy a navrhována pedagogická opatření.“*. Mertin, Krejčová & spol. (2012, str. 20) říkají, že *„pedagogická diagnostika se vztahuje zejména ke shromažďování přesných a spolehlivých informací o vědomostech, znalostech, dovednostech jedince.“*.
Průcha (2006, str. 132) a Spáčilová (2003, str. 7) se shodují, že pedagogickou diagnostiku lze brát v potaz i jako samostatnou vědní disciplínu, jež se zabývá teorií a metodologií v procesu výchovy. Pedagogickou činností se ve škole zabývají učitelé jednotlivých předmětů, třídní učitelé, výchovní poradci a vedení školy (Janderková, 2009, stránky 7-8).

Mezi pedagogikou a psychologií, které jsou úzce propojené velkým množstvím vzájemně provázaných vztahů a témat. Pro pojem **pedagogicko-psychologická diagnostika** se spíše přiklání psychologové. Hrabal (1989, s. 9) uvádí: *„Pedagogicko-psychologickou diagnostiku žáků chápeme jako poznávání a hodnocení individuálních zvláštností a specifiky osobnosti vychovávaného jedince (a výchovných skupin) s orientací na prognózu a vyústění v návrhy na optimalizaci jejich rozvoje.“*. V každém případě jsou si tyto pojmy velice podobné a blízké, jelikož i učitelé mají znalosti jak pedagogické, tak psychologické, které jsou pro jejich profesi zásadní (Dvořáková, 1995, str. 18).

2.2 Diagnóza

Jak už bylo definováno výše, pedagogickou diagnostiku můžeme chápat jako proces. Diagnóza je pak výsledkem tohoto procesu, tedy výsledek šetření pedagogické diagnostiky. Podle Mojžíška (1986, str. 29) *„diagnostika tedy vyjadřuje úroveň vědomostí, dovedností a návyků, formativně utvářených poznávacích procesů, světového názoru, postojů, zájmů, dále morálních a volních, estetických, pracovních a tělovýchovných zvláštností osobnosti nebo skupiny, které jsou nebo byly cílevědomě formovány, utvářeny výchovnými činiteli, tj. rodinou, školou či jinými faktory"*. Jelikož se žák či skupina vyvíjí, může v budoucnu docházet ke změnám, proto není pedagogická diagnóza uzavřená a konečná (Spáčilová, 2003, str. 8).

Podle času diagnostiky můžeme diagnózu učitele rozdělit na tři druhy, které spolu navzájem souvisí a navazují na sebe. Mojžíšek (1986, str. 30-31) druhy diagnózy dělí na:

- *Mikrodiagnóza* – trvá několik sekund. Je součástí každodenní činnosti učitele ve vyučování, kdy bezprostředně reaguje na aktivitu a projevy žáka či skupiny žáků. Dle aktuální potřeby přizpůsobuje svoji činnost (např. výklad, organizaci, náročnost).
- *Základní, denní diagnóza* – je vázaná na dané činnosti, zejména na pozorování a zkoušení žáka.
- *Zobecňující diagnóza* – je dlouhodobá. Diagnózu sestavuje několik pedagogů, proto je nejvíce objektivní.

V dnešní době je diagnóza důležitou součástí pedagogické praxe. V některých případech je nezbytná i kvůli finanční podpoře dle závažnosti či přidělením asistenta pedagoga k určitému žákovi. Dále může u žáků na základě diagnózy nastat individuální úprava metod, organizace či dokonce obsahu učiva. To může v některých případech vyvolat úlevu (např. porucha učení), či fungovat právě jako výmluva pro nicnedělání. (Zelinková, 2001, stránky 13-14)

2.3 Metody diagnostikování

K diagnóze je možné dojít několika způsoby. Tyto postupy se nazývají metody diagnostiky a je jich hned několik, které učitel či pedagog může při své činnosti využít. Pro vyučující je teorie ohledně diagnostických metod velmi užitečná, jelikož díky metodám dojdou k výsledkům, které mohou následně analyzovat, udělat reflexi a zaměřit se na budoucí postupy. Mnohá literatura s touto problematikou se zaměřuje na nejčastěji používané metody. Dvořáková (1995, str. 38-42) mimo jiné uvádí tyto metody: *pozorování, rozhovor, dotazníky, zkoušení a hodnocení, metody analýza výkonu a výtvorů, sociometrické metody, analýza pedagogické dokumentace a anamnestické a retrospektivní metody.* Mojžíšek (1986, str. 159-200) uvádí plno dělení, ovšem poté se zaměřuje na metody *ústní zkoušky, písemné a grafické zkoušky, analýzu výkonů, chybných a vynikajících výkonů, analýzu výsledků práce žáka, didaktické testy, metodu dlouhodobého systematického pozorování, metodu pozorování v mezních (uzlových, krizových) situací, metodu explorační, dotazník, anamnézu a retrospektivní metodu a studium dokladů školské dokumentace.* Zelinková (2001, str. 28-46) uvádí metody *pozorování, rozhovor (interview), anamnéza, dotazníky, testy, metody ověřování vědomostí a dovedností, analýza výsledků činnosti a analýza úkolů, pedagogická dokumentace a možné diagnostické chyby.* Jak již může být zřetelné, metody se opakují nebo si jsou velmi blízké. V této práci bude převzato dělení podle Dittricha (1993, str. 13-14), který uvádí klasické metody diagnostiky:

- Pozorování
- Rozhovor
- Dotazníky
- Didaktické testy
- Metody analýzy výkonů, výtvorů a výsledků činnosti
- Sociometrické metody
- Analýza pedagogické dokumentace
- Anamnestické a retrospektivní metody

Dvořáková (1995, str. 38-42), která tyto diagnostické metody vesměs totožně uvádí také, je označila jako běžné a často používané.

2.3.1 Pozorování

Pozorování v pedagogické praxi patří mezi velmi časté a jedny z nejběžnějších metod pedagogické diagnostiky. Jde o pozorování s předem daným cílem. Jde tedy o pozorování cílevědomé, tudíž se učitel zaměřuje na daný jev či změny. Zelinková (2001, str. 28) pozorování rozděluje: *„podle doby trvání rozlišujeme pozorování krátkodobé a dlouhodobé. Krátkodobé pozorování (konflikt o přestávce) může dát podnět k pozorování dlouhodobému (Pere se často? S kým? Jaké jsou příčiny? ...).“* . Také lze rozlišit pozorování příležitostné (náhodné), na němž nelze dělat závěry a pozorování systematické, kdy se vytvoří např. záznamový arch (Janderková, 2009, str. 15).

Díky tomu, že je učitel součástí školy, má možnost žáka pozorovat při výuce i o přestávkách. Díky tomu však může být pozorování ovlivněno subjektivními názory, a to kvůli předsudkům, haló efektu, psychickému rozpoložení pozorovatele atd. (Dittrich, 1995, str. 14; Spáčilová, 2003, str. 33).

V matematice může učitel pozorovat i praktické dovednosti, jako je např. práce s rýsovacími pomůckami, samotné rýsování apod. na jehož základě může být žák klasifikován (Sedláčková, 1993, str. 55).

2.3.2 Rozhovor

Jako jednou z dalších nejpoužívanějších metod je rozhovor. Rozhovor (anglicky Interview) je dle Spáčilové (2003, str. 41): *„takovou technikou shromažďování materiálu, která je založena na individuálním přístupu a bezprostřední komunikaci s dítětem*.“. Bezprostřední komunikací se chápe, že učitel pokládá otázky a žák či skupina žáků mu ústně odpovídá. Tato bezprostřednost je velkou výhodou, jelikož to dovoluje flexibilnější a komplexnější diagnostikování. Bezprostřednost může být ovšem i jistou nevýhodou při této metodě, jelikož může docházet k jistému ovlivňování subjektivními faktory učitele, jako jsou např. osobní sympatie a antipatie, mimika apod. (Sedláčková, 1993, str. 56).

Pokud rozhovor probíhá za účelem diagnostikování, potom jde o rozhovor diagnostický, který se od běžného rozhovoru odlišuje. Diagnostický rozhovor *„musí mít přesně stanovený cíl a plán postupu, důležitá je přesná, jasná a srozumitelná formulace otázek, přiměřená věku žáka a dané situaci.*“ (Spáčilová, 2003, str. 41). Z diagnostického rozhovoru je také důležité mít záznam. Záznam můžeme pořídit několika způsoby. Nejvhodnější a nejpřesnější je např. skrytý magnetofon (diktafon), díky kterému zpětně slyšíme nejen celý obsah mluvy, ale také i pauzy, tón hlasu a styl řeči. Další možností pořizování záznamu je, že si v průběhu rozhovoru učitel dělá písemné poznámky. To ovšem může rozhovor narušit, jelikož to může zpomalit průběh rozhovoru a oslabit kontakt např. znervózněním žáka. (Spáčilová, 2003, str. 41) Také se dá záznam psát zpětně po dokončení rozhovoru, to ale může být jistá zátěž na paměť a může docházet k určitému zkreslení.

Rozhovor lze členit podle určitých kritérii. První členění je dle přípravy, a to na standardizovaný (strukturovaný, řízený), částečně standardizovaný a nestandardizovaný. Standardizovaný rozhovor není moc vhodný na rozhovor s žákem, jelikož rozhovor probíhá zcela podle předem připravených otázek a učitel pouze zaznamenává odpovědi. Při částečně strukturovaném rozhovoru musí padnout všechny předem připravené otázky, ovšem nezáleží na pořadí. Nestandardizovaný rozhovor je také předem připraven, ale je volnější. Učitel se může doptávat a vracet k myšlenkám žáka, proto se tento typ rozhovoru na základní škole využívá nejvíce. (Spáčilová, 2003, str. 41). Další členění je na individuální a skupinový rozhovor (Sedláčková, 1993, str. 57).

V matematice se za diagnostický rozhovor dá považovat i individuální ústní zkoušení, kdy je důležité mít předem připravené otázky (matematické příklady) a zaznamenávat průběh zkoušení. Ač se ústní zkoušení zdá jako jednoduchá metoda, učitel na ni musí být pečlivě připraven. Jelikož jde o zkoušení jednoho žáka a jeho matematických znalostí a vědomostí, je dobré mít pro ostatní žáky připravenou samostatnou či skupinovou práci. Ústní zkoušení je také časově náročnější. I proto se diagnostický rozhovor v matematice obvykle kombinuje s dalšími metodami – např. s didaktickým testem a jeho následnou analýzou (ústně, formou rozhovoru). (Sedláčková, 1993, stránky 58-59)

2.3.3 Dotazníky

Dotazník můžeme přirovnat k rozhovoru s tím rozdílem, že je v písemné podobě. Jde o kladení otázek a získávání odpovědí a vše je zaznamenáváno v písemné podobě. Díky tomu, že dotazník může vyplňovat velké množství žáků – respondentů naráz, lze získat mnoho odpovědí za poměrně krátkou dobu, tedy získávání údajů není tak časově náročné, jako je např. rozhovor (viz podkapitola 2.2.3). (Zelinková, 2001, str. 35; Spáčilová, 2003, str. 44; Janderková, 2009, str. 19). To ovšem neznamená, že jeho příprava není časově náročná, jelikož dotazník musí být pečlivě připravený a promyšlený. Na začátku si tvůrce dotazníku – učitel, musí vymezit jasný cíl, co chce dotazníkem získat. Důležité je mít přesně, stručně a výstižně formulované otázky, jinak může docházet k nejasnostem a velkému zkreslení výsledků.

(Zelinková, 2001, str. 35; Mertin, Krejčová, & kol., 2012, str. 92-93). Spáčilová (2003, str. 44-45) uvádí jako výhody dotazníku nenáročnou administraci, efektivnější co se týče času, velké množství lze zpracovat kvantitativně. Jako nevýhody uvádí to, že respondent může odpovídat podle toho, jak se sám chce vidět, tím může různě usměrňovat svoje odpovědi. Tím mohou být odpovědi zkresleny.

Pro nejjednodušší a nejrychlejší vyhodnocení dotazníků se využívají uzavřené otázky, kde má respondent na výběr z několika připravených odpovědí. U uzavřených otázek se lze setkat s dvěmi odpověďmi na výběr (např. *ano – ne*), ty se nazývají dichotomické. Pokud je odpovědí více, mezi nimiž si respondent volí jednu odpověď, nazývají se polynomické (např. *a-e*). Další variantou odpovědí jsou odpovědi polouzavřené položky, kdy má respondent na výběr z několika možností, má tu však prostor dopsat i svoji odpověď. Většinou je možno se setkat s variantami *další..., jiná možnost...,* apod. Posledním typem otázek u dotazníku jsou otevřené položky, kdy respondentovi nejsou nabízeny žádné odpovědi a tudíž má volnost a prostor napsat svoji vlastní odpověď. Ta může být stručná a nebo obsáhlejší, což je výhoda pro učitele, jelikož je odpověď komplexnější a může z ní zjistit více informací. Tím se ale stává časově náročnou na analýzu a vyhodnocení dotazníků. (Zelinková, 2001, str. 35; Spáčilová, 2003, str. 45; Mertin, Krejčová, & kol., 2012, str. 92-93).

Aby byl dotazník na dobré úrovni, musí dle Mojžíška (1986, str. 198) splňovat několik vlastností:

- *„jasný cíl, co chce poznat*
- *přesné určení, komu zasílá,*
- *správný styl otázek (otázky srozumitelné, jasné, jednoznačné),*
- *předvídat očekávané odpovědi,*
- *nepřekrývat otázky (jen tam, kde je to nezbytné),*
- *otázky klást přímo, ale i nepřímo,*
- *lze předložit i soubor možných odpovědí, z nichž si respondent vybírá,*
- *nesmí mít mnoho otázek, důsledkem přemíry je únava,*
- *obsahovat data, jméno, pořadové číslo, možný je i anonymní dotazník,*
- *sdělit předem instrukce a zajistit technickou stránku.*“ (Mojžíšek, 1986, str. 198)

Vzhledem k náročnosti se dotazníková metoda doporučuje až pro žáky na druhém stupni ZŠ nebo pro děti přibližně od 10 let, kteří už mají určitou schopnost reflexe, sebepoznání a sebehodnocení (Zelinková, 2001, str. 35; Janderková, 2009, str. 19). Při zjednodušení dotazníku ho lze využít i na prvním stupni.

V matematice se dá dotazník využít při sebehodnocení na konci probírání nějakého učiva nebo za delší časové období, jako je čtvrtletí či pololetí, kdy si žák zpětně uvědomuje, co se dokázal naučit a osvojit si.

2.3.4 Didaktické testy

Didaktický test (anglicky Achievement test) je v běžné učitelské praxi hojně využíván. Učitelé také používají především zkrácený pojem test. Jako ekvivalentem k pojmu test je možné se setkat i s pojmem „zkouška".

Didaktické testy jsou podle Smekala, Švece & Zajac (1973, str. 9): *„měrné nástroje, pomocí nichž zjišťujeme úroveň výkonů dosahovaných ve vymezené oblasti učiva daného předmětu, vědomostí a dovedností.*". Lze tedy říct, že didaktické testy ověřují a zjišťují nabyté vědomosti nebo dovednosti z určené části učiva. Díky těmto informacím pak může učitel vyhodnotit individuální vývoj a posun žáka nebo porovnávat žáky ve skupině např. třídě či ročníku (Zelinková, 2001, str. 39). Didaktické testy nenesou informaci jen pro učitele, ale také pro žáky samotné.

V literatuře se setkáváme s různým dělením didaktických testů. V tabulce 1 je uvedeno dělení druhů didaktických testů dle klasifikačního hlediska podle Byčkovského (1982).

Tabulka 1: Druhy didaktických testů podle Byčkovského (1982)

KLASIFIKAČNÍ HLEDISKO	DRUHY TESTŮ		
Měřená charakteristika výkonu	rychlosti	úrovně	
Dokonalost přípravy testu a jeho příslušenství	standardizované	kvazi-standardizované	nestandar-dizované
Povaha činnosti testovaného	kognitivní	psychomotorické	
Míra specifičnosti učení zjišťovaného testem	výsledků výuky	studijních předpokladů	
Interpretace výkonu	rozlišující (relativního výkonu)	ověřující (absolutního výkonu)	
Časové zařazení do výuky	vstupní	průběžné (formativní)	výstupní (sumativní)
Tematický rozsah	monotematické	polytematické (souhrnné)	
Míra objektivity skórování	objektivně skórovatelné	kvaziobj. Skórovatelné	subjektivně skórovatelné

Zdroj: převzato (Chráska, 199, str. 13; Byčkovský, 1982)

Velice často je však možnost se setkat s dělením právě podle dokonalosti přípravy testu a jeho příslušenství, a to na standardizované a nestandardizované.

Standardizované didaktické testy – jsou připraveny profesionálně, pečlivě prověřen. Slouží pro širší testování žáka v rámci větší skupiny dané populace. Vše má svá jasně daná pravidla. Součástí příslušenství je návod (manuál) jak pro učitele či zadávajícího, tak pro žáka. (Dvořáková, 1995, str. 81; Chráska, 1999, str. 14).

Nestandardizované didaktické testy – označovány jako učitelské či neformální. Jde o testy, které si většinou učitel vytváří sám s přeskočením některých kroků, které probíhají u testu standardizovaného. Neobsahují testové manuály a neprobíhá ověřování na tak velkém množství žáků, proto nelze přesněji určit jejich vlastnosti. (Dvořáková, 1995, str. 81; Chráska, 1999, str. 14). Nestandardizované didaktické testy jsou velmi častou diagnostickou metodou využívanou učiteli v praxi.

Vlastnosti didaktického testu

Aby byl didaktický test co nejvíce kvalitní, musí mít určité vlastnosti, které musí splňovat. Jako nejdůležitější znaky kvality se v literatuře nejčastěji uvádí validita a reliabilita. Dále se uvádí objektivnosti, senzibilita (citlivost), obtížnost, použitelnost či praktičnost a ekonomičnost – jinak také účinnost (Lapitka, 1990; Smekal, Švec & Zajac, 1973; Dittrich, 1993).

Validita – „test skutečně měří, co měřit má“ (Janderková, 2009, str. 20). Tomu se rozumí, že obsah testu vychází z obsahu vyučovacích hodin, které jsou ve shodě vedeny podle příslušných dokumentů – tedy ŠVP. Podle Zelinkové (2001, str. 39) validitu snižuje:

- *„neproporcionální zastoupení otázek;*
- *složitá zadání otázek nebo úkolů;*
- *otázky vyžadující dlouhé odpovědi, které dítě nestačí zapsat;*
- *příliš mnoho otázek stresujících dítě.“*

Reliabilita – tedy spolehlivost. Smekal, Švec & Zajac (1973, str. 10) uvádí: *„Test můžeme považovat za spolehlivý tehdy, dostaneme-li při jeho opětovném použití u týchž žáků v podstatě tytéž výsledky. Míru spolehlivosti udává korelační koeficient.“.*

Dle Lapitky (1990, str. 31-40) není nejlepší metodou měření reliability opakovaný test, jelikož neustále probíhá proces učení, proto nelze zabránit např. jiným, výsledkům u stejného žáka při stejném testu. Je lepší dát žákům test ekvivalentní, což znamená jiný test se stejným obsahem, a to takový, aby se dal porovnat s testem, co už žáci psali, z důvodů výše popsaných.

Objektivnost – výsledky testu by měli být od jakéhokoliv učitele hodnoceny stejně. Proto Smekal Švec & Zajac. (1973, str. 15) říkají, že by žák měl mít možnost odpovídat jednoznačně. Také by mělo být jednoznačné hodnocení dílčích odpovědí a celkový test je pak hodnocen na základě určitých pravidel.

Senzibilita – neboli citlivost, dovoluje rozeznat, zdali je zadání otázky či úkolu lehké nebo těžké, a dokonce i kvůli drobným variacím v rozsahu i kvalitě získaných znalostí a dovedností žáků (Smekal, Švec, & Zajac, 1973, str. 15; Lapitka, 1990).

Další vlastnosti a znaky se zaměřují na čas, možnosti jednoduchého a jednoznačného zadávání, používání a opravování, či ohled na ekonomickou a ekologickou stránku – př. nakopírování testů, do kterých se nepíše, tzn. test se může využívat opakovaně; žáci dostanou např. záznamový arch.

Tvorba didaktického testu

Pokud chce učitel navrhnout kvalitní didaktický test, je důležité si jej nejprve naplánovat. Pokud se učitel pustí rovnou do vytváření testu a přeskočí část plánovací, tak se stává, že vytvoří test pouze na zapamatování učiva. Může se přihodit, že učivo ve vytvořeném testu nebude rovnoměrně obsáhlé. Tento test pak není dostatečně kvalitní (Chráska, 1999, str. 20).

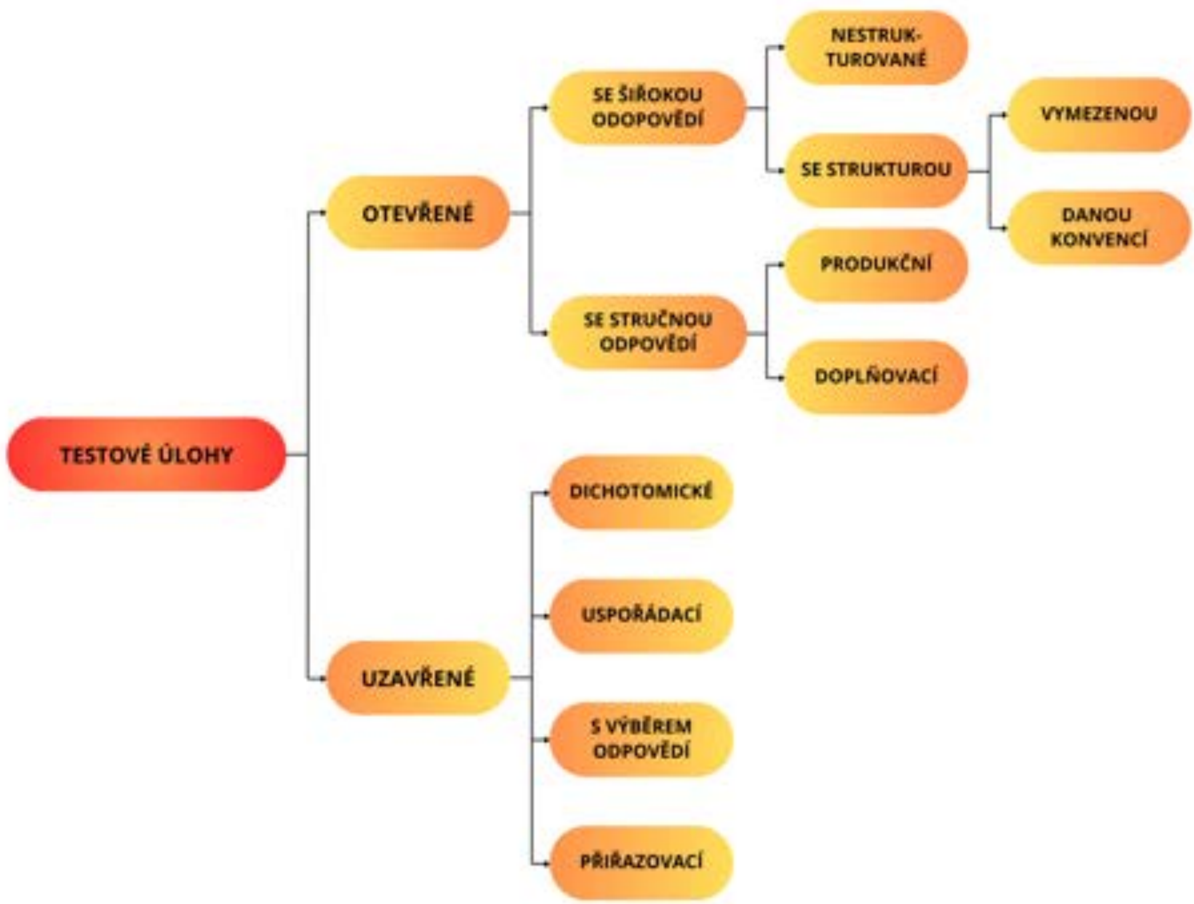
Tvorbu didaktického testu můžeme rozdělit na tři části:

1) Plánování testu
2) Konstrukce testu
3) Ověření a úprava testu (Dvořáková, 1995, str. 83; Chráska, 1999, str. 20)

V <u>plánovací části</u> se učitel zaměřuje na <u>analýzu učiva</u> a <u>stanovení cíle</u> didaktického testu. Tedy vymezuje obsah testovaného učiva, určí počet úloh testu s ohledem na časové možnosti. Vymezuje také druh testových úloh, celkovou formu testu a počet testových variant (Dvořáková, 1995, str. 83; Chráska, 1999, str. 20-21).

Při samotné konstrukci didaktického testu jde zejména o tvorbu testových úloh (položek, otázek, příkladů atd.). K tomu lze využít mnoho typů testových úloh, každý druh má jak své výhody, tak i nevýhody, proto je důležité, aby učitel nebo autor testu dobře promyslel, jaký typ je nejlepší použít vzhledem k cíli. Na tomto rozhodnutí závisí celková kvalita testu.

Rozlišujeme dvě hlavní skupiny druhů testových úloh, a to úlohy otevřené a uzavřené. V následujícím schématu (Obrázek 4) je možné vidět přehled základních druhů testových úloh. Při výběru typu úloh a tvorbě samotného zadání je zapotřebí myslet na vlastnosti didaktického testu (viz kapitola výše) – validita, reliabilita atd. Při tvorbě testu se nesmí zapomenout i na způsob hodnocení, pro možnost objektivního vyhodnocení. (Byčkovský, 1982; Dvořáková, 1995; Chráska, 1999)



Obrázek 4: Schéma – Rozdělení testových úloh

Zdroj: vlastní zpracování, převzato (Chráska, 1999, str. 26)

Poslední částí tvorby didaktického testu je ověření a úprava testu. Ověřování a následná úprava se provádí pro zvýšení kvality testu tím, že se odstraní nevhodné atributy. V první řadě se analyzují vlastnosti všech testových úloh (obtížnost, sensibilita) a poté se potřebné testové úlohy upraví do finální podoby pro potřebu didaktického testu. (Lapitka, 1988; Dvořáková, 1995; Chráska, 1999)

2.3.5 Metody analýzy výkonů, výtvorů a výsledků činnosti

Tato metoda se zabývá analýzou, tedy rozborem již hotových výrobků či výtvorů. Tím lze chápat kresby ve výtvarné výchově, výrobky v pracovních činnostech, laboratorní práce apod. Dále je možno analyzovat písemné práce jako jsou např. slohové práce, diktáty, písemné testy, domácí úlohy, zkrátka všechny výrobky a výsledky činnosti žáka, které vzniknou během vyučování. Jedná se také o analýzu sportovního výkonu v tělesné výchově. Při této analýze a rozboru se učitel zaměřuje na celkové hodnocení, kde se orientuje na chyby, ale hledá také nadprůměrné výkony. (Mojžíšek, 1986, str. 169; Zelinková, 2001, str. 43; Spáčilová, 2003, str. 39)

Chyba a práce s ní

Pro učitele a pedagogy je práce s chybou jednou ze zásadních. Chyba v žákově práci či projevu může ukázat mnohé. První věcí, která může přijít na mysli je, že je žák nedostatečně připraven na výuku nebo mu daná věc dostatečně nejde. Také může učitele upozornit a dovést k diagnostikování některé z poruch, pokud je chyba opakující se, tedy obvyklá pro daného žáka. Naopak je to i zpětná vazba pro vyučujícího. Pokud se stejná chyba objeví u více žáků ve třídě, je možné, že učitel pochybil ve vysvětlování či dostatečnému probrání učiva.

Rozbor chyb se podle Mojžíška (1986, str. 170) realizuje v těchto oblastech:

- „*v jazykových výkonech (ústních, písemných zkouškách, gramatických, stylizačních úlohách),*
- *v matematických výkonech (ústních, písemných),*
- *v grafických výkonech (kresebných, v rýsování),*
- *v pracovně technických výkonech (pohybech, operacích, úkonech, práci s nástroji a s pomůckami aj.),*
- *v tělovýchovných a sportovních výkonech,*
- *ve společenském jednání, v chování, vystupování, mezilidských vztazích, v oblasti hygieny a etikety, také v estetické oblasti.*“ (Mojžíšek, 1986, str. 170)

V matematice je dobré sledovat, kde žák případnou chybu udělal, sledujeme tedy matematické jevy, což jsou dílčí kroky v řešení úlohy, resp. dílčí matematické znalosti (Sedláčková, 1993, str. 42). Je důležité sledovat i proces učení se novým dovednostem a vědomostem, jelikož se v každé fázi může objevit chyba jak v práci žáka, tak v práci učitele. Proto Zelinková (2001, str. 44) uvádí prostup diagnostického procesu:

- *„diagnostika úrovně třídy;*
- *Připravenost ke zvládnutí nového učiva;*
- *Promýšlení postupů s ohledem na třídu jako celek, talentované a problémové žáky;*
- *Pozorování žáků i sebe samého v průběhu osvojování vědomostí a ověření dosažené úrovně (např. diktát, cvičení v matematice);*
- *Kontrola prací žáků, zjištění úrovně osvojení učiva, počtu chyb a správně zvládnutých jevů;*
- *Rozbor příčin neúspěchu; hledání odpovědi na otázku, proč k chybám došlo, ale též úvaha o tom, zda pro talentované žáky nebyl postup příliš nudný, zda by mohli zvládnout více úkolů samostatně atd.*“ (Zelinková, 2001, str. 44)

Konkrétně poslední bod je k zamyšlení, jelikož zpětná vazba je velice důležitá pro žáky i učitele. Díky zpětné vazbě a korekci chyby se mohou posunout a zamyslet se nad chybou a případně se z ní poučit. Pro učitele je to také materiál, zdali žák chybu udělal kvůli neznalosti, či kvůli nepozornosti žáka nebo dalším skutečnostem. (Zelinková, 2001, str. 44)

Práce s chybou je pro vyučovací proces běžná a v podstatě jednou z jeho základních složek. Velký význam má žáky naučit a ukázat to, že chybovat může každý.

2.3.6 Sociometrické metody

Sociometrické metody jsou dle Dvořákové (1995, str. 42) určeny *„ke zkoumání mezilidských vztahů a postojů v malé sociální skupině. ... Její pomocí učitel získává informace o vztazích mezi žáky ve třídě či jiné malé skupině, a to z hlediska přitažlivosti, odpudivosti, indiference[1], sociálního postavení a expanzivity[2]. “*. Vztahy ve třídě jsou pro vyučovací proces také důležité, protože pokud je ve třídě dobrá a zdravá atmosféra, tak se např. žák nebojí vyjádřit či udělat chybu. To pak vede k lepšímu učení i práci se třídou celkově. Díky analýze vztahů

[1] Indiference = lhostejnost (synonymum)
[2] Expanzivita = rozpínavost (synonymum)

žáků ve třídě se učitel může připravit na vyučování např. na skupinovou práci či projekt. Také lze případně určit odpovídající výchovná opatření (Dittrich, 1993, str. 16).

Pro zjištění vztahů mezi žáky je možno využít několik diagnostických metod, včetně pozorování, rozhovoru, projektivní metody, ale také dotazníkové metody, které se u nás často využívají. Tyto metody pak pomáhají lépe mapovat vztahy mezi jednotlivými žáky jak kvantitativně, tak kvalitativně. Kvalitativní vyhodnocení je komplexnější, přesnější a dokáže obsáhnout daleko více informací o třídě. Nevýhodou je, že je toto vyhodnocení časově velice náročné. (Mertin, Krejčová, & kol., 2012, stránky 230-233)

2.3.7 Analýza pedagogické dokumentace

Pedagogická dokumentace je záznamový systém, který slouží k evidenci a dokumentaci vzdělávacího procesu ve školním prostředí. Tato dokumentace zahrnuje širokou škálu informací a materiálů, které reflektují vývoj a pokrok žáků, výsledky vzdělávání a pedagogické metody používané ve třídě. Mezi hlavní součásti pedagogické (školní) dokumentace je možno řadit:

- *doklady o činnosti školy, ŠVP, učební plány, osnovy, přípravy na výuku*
- *záznamy o žácích, pozorování, postřehy jednotlivých učitelů, vychovatelů nebo ostatních zaměstnanců*
- *záznamy z hospitací, konzultací s metodikem, výchovným poradcem apod.*
- *vysvědčení, dokumenty ze školských poradenských zařízení (pedagogicko-psychologické poradny, speciálně pedagogická centra), případné lékařské zprávy*
- *portfolio žáka*

(Mojžíšek, 1986, str. 200; Zelinková, 2001, str. 45).

Jak je výše obsaženo v seznamu pedagogické dokumentace, součástí ní je i portfolio. To popisuje Janderková (2009, str. 21) jako *„uspořádaný soubor prací žáka shromážděný za určitou dobu výuky, který poskytuje informace o pracovních výsledcích žáka. Nejedná se pouze o práce žáka, ale také o názory a komentáře jiných lidí k ukázkám práce nebo k žákovi.“*.

Pedagogická dokumentace je klíčovým nástrojem pro monitorování vzdělávacího procesu a hodnocení úspěšnosti výuky pro zlepšení pedagogické praxe. Je důležité, aby byla pečlivě a systematicky vedena právě proto, aby mohla efektivně podporovat vývoj a růst žáků a být opora při diagnostikování žáků.

2.3.8 Anamnestické a retrospektivní metody

Poslední zmiňovanou metodou v této práci jsou anamnestické a retrospektivní metody. Tyto metody se zabývají zjišťováním údajů z uplynulého života žáka. Díky těmto informacím mohou učitelé lépe poznat a pochopit osobnost žáka a porozumět jeho současnému stavu. Informace se získávají především pomocí řízeného rozhovoru nebo písemným dotazníkem (Dvořáková, 1995, str. 41). Je možno rozlišovat anamnézy podle zaměření, a to na anamnézu osobní, rodinnou a školní.

Osobní anamnéza – zjišťují se poznatky o vývoji dítěte od období prenatálního a předškolního. Tedy průběh těhotenství, porodu a poporodní vývoj. Tyto informace jsou velice osobní, proto je možné, že matka či rodina nebudou příliš otevření a sdílní. Co je pro učitele důležité je průběh vývoje v těchto oblastech: *motorika, řeč, zdravotní stav, vývoj obtíží, zájmy* (Zelinková, 2001, str. 32)

Rodinná anamnéze – poskytuje informace ohledně rodinných poměrů žáka – ohledně způsobu výchovy, působení ostatních členů rodiny na dítě i vliv širší rodiny, jako jsou prarodiče, tety a strýcové. Janderková (2009, str. 18) říká, že *„cílem je získat informace, které mohou vést k odhalení těch příčin obtíží, které souvisí s životem v rodině, Na jejich základě se pak volí vhodný přístup k dítěti.“*. Prostředí, v němž dítě vyrůstá, může mít negativní dopad na jeho školní výkon. Tento dopad může být způsoben různými faktory, jako je např. nedostatek podpory ze strany rodiny, nedostatečná motivace k učení, nevhodné sociální prostředí, nepříznivé životní podmínky nebo stresující situace doma. Tyto faktory mohou vést k nedostatečnému zapojení do školních aktivit, sníženému zájmu o vzdělání nebo psychickým obtížím, které mohou ovlivnit schopnost dítěte soustředit se, učit se a dosahovat dobrého výkonu ve škole. Je proto důležité věnovat pozornost prostředí, ve kterém se dítě nachází a zajistit mu podporu a podmínky, které mu umožní dosahovat svého potenciálu ve školním prostředí (Pokorná, 1997, stránky 84-87). Zelinková (2001, str. 33) také upozorňuje na ukvapené a zkratkovité závěry, které mohou nepříznivě ovlivnit diagnózu. Proto je důležitá komunikace s rodiči a citlivé zjišťování bližších informací, např. při rozhovoru.

Školní anamnéze – někdy se lze setkat s pojmenováním sociální anamnéza či anamnéza sociálního prostředí, které se soustředí spíše na starší jedince. Školní anamnéze žáka je podrobný záznam o jeho studijním vývoji a vývoji v chování během jeho školní docházky. Tento záznam zahrnuje informace o jeho studijním pokroku, úspěších, obtížích, specifických potřebách a chování ve třídě. Může také obsahovat informace o předchozích školách, které žák navštěvoval. Školní anamnéza je důležitým nástrojem pro učitele k porozumění individuálním potřebám žáka a plánování vhodných vzdělávacích strategií pro jeho podporu a rozvoj (Zelinková, 2001, str. 34).

2.4 Etapy diagnostické činnosti

Diagnostický proces hraje klíčovou roli při pochopení individuálních potřeb a schopností žáků a při plánování efektivních vzdělávacích strategií. Tento proces je systematickým, a především logickým postupem, který umožňuje učitelům získat ucelený obraz o vývoji a potřebách jednotlivých žáků a poskytuje základ pro navrhování pedagogických opatření. Lze vymezit několik fází, tedy etap diagnostického postupu, na kterých se shoduje mnoho autorů odborné literatury, jako je např. Dvořáková (1995), Hrabal (2002) a Spáčilová (2003):

1) <u>Vymezení, upřesnění a formulace diagnostického cíle</u>

   V této úvodní fázi jsou identifikovány problémy, které se týkají žáka, jako je např. neobvyklá pedagogická situace z požadavků samotného učitele na popud dalšího učitele, rodiče či žáka samého. Učitel, jakožto diagnostik, si tyto problémy formuluje do otázky, co bude sledovat. Též vysloví předběžnou vstupní hypotézu a určuje strategii, postup a cíle, které se mají dosáhnout.

2) <u>Sbírání a získávání diagnostických údajů</u>

   V této etapě diagnostického procesu učitel aktivně shromažďuje další relevantní informace k odpovědi na diagnostické otázky. Tyto informace mohou být získávány různými metodami, jako je např. rozhovor s žákem či rodiči, pozorováním, dotazníkem, didaktickým testem, analýzou výsledků a činností žáka, studiem pedagogických dokumentů či anamnézou apod. Učitel již v prvním kroku zvolí vhodnou metodu, či lépe – více metod, což zajistí větší objektivitu a komplexnost.

3) Zpracování diagnostických dat

Tato etapa je velmi důležitá. V této fázi jsou získané údaje pečlivě tříděny, zpracovány a analyzovány. Pedagogické jevy a procesy mohou mít vzájemné spojitosti a tím mohou být složité, proto je důležitá především citlivost při analýze údajů. Vzhledem k volbě diagnostických metod pak může mít analýza kvalitativní nebo kvantitativní charakter.

4) Interpretace údajů a jejich hodnocení

Při zpracování diagnostických dat musí učitel disponovat schopností čtení a interpretace. Toto hodnocení by mělo být přesné, jasné a srozumitelné. Také se musí týkat položené diagnostické otázky a hypotézy. Učitel by měl mít schopnost pochopit příčiny a původce zjištěných údajů, tedy jejich vnitřní a vnější podmíněnosti. Hodnocení může nabývat různých forem, jako jsou známky, hodnotící soudy, písemná sdělení a další. Objektivní diagnóza nejenom usnadňuje porozumění současné situace, ale také umožňuje sledovaní pozorovaného jevu v průběhu jeho vývoje.

5) Formulace diagnostických závěrů a návrhy pedagogických opatření

Poslední etapou diagnostického procesu je formulování diagnostického závěru, který shrnuje všechny důležité poznatky. Situace, s nimiž je možnost se setkat, jsou často dynamické a proměnlivé. Z tohoto důvodu je nezbytné pravidelně monitorovat vývoj daného jevu. Důsledné sledování situace umožňuje pružně reagovat na změny a aktualizovat diagnostické postupy a pedagogická opatření. To platí zejména u dětí mladšího školního věku, u nichž dochází k rychlému fyzickému, emocionálnímu a kognitivnímu vývoji. (Dvořáková, 1995; Hrabal, 2002; Spáčilová, 2003)

Každá z těchto etap představuje zásadní krok v diagnostickém procesu, který umožňuje učitelům porozumět individuálním potřebám žáků a navrhnout vhodná opatření pro jejich podporu a rozvoj. Přesný a systematický postup v každé etapě je nezbytný pro efektivní využití diagnostických informací a dosažení pozitivních vzdělávacích výsledků.

2.5 Diagnostikování vědomostí a schopností žáka

Velice důležitým prvkem pedagogického procesu je hodnocení úrovně vědomostí, dovedností a osobních postojů a vlastností žáka. Nejčastěji se získávají data o vědomostech a dovednostech žáků písemnou nebo ústní formou. V současnosti je v pedagogické praxi často dáván důraz na vědomosti žáka a jeho schopnost porozumět, reprodukovat a aplikovat naučené poznatky. Při hodnocení žáka se obvykle neberou v úvahu další aspekty jeho poznávání, jako je hloubka zájmu, poznávací procesy a postoje, což může vést ke zkreslení diagnostiky. Navíc se vědomosti chápou příliš obecně a nedostatečně se zkoumá jejich systém, struktura, obecnost či konkrétnost. Vědomosti se vyznačují různorodostí v obsahu, rozsahu a struktuře a učitel by si měl být vědom toho, do jaké hloubky a šíře by měl vědomosti rozvíjet, což má také vliv na diagnostický proces. Učitelova diagnostická činnost se obvykle zaměřuje převážně na hodnocení osvojených znalostí a dovedností žáka, přičemž osobní postoje a vlastnosti žáka jsou zřídka předmětem klasifikace.

Podle Průchy (2003, str. 270) je **vědomost** *„soustava faktů a pojmů, teorií a komplexních poznatkových struktur, které si jednotlivec osvojil prostřednictvím škol. vzdělávání, vlastního učení a z jiných zdrojů. Je výsledkem žákova vnímání, poznávání, myšlení, zapamatování, praktického experimentování i životních zkušeností. Odráží tedy jak společensko-historickou zkušenost generací, tak individuální zkušenost jedince. Pojem vědomost bývá u nás používán synonymický s pojmem znalost, k čemuž přispívá i to, že v angličtině jsou oba pojmy vyjadřovány termínem „knowledge“.“*.

Mezi **vědomost** je podle Spáčilové (2003, str. 16) možné zařadit představy, pojmy, pamětně osvojená fakta a jejich vzájemné vztahy a souvislosti. V potaz je možno brát jednotlivá data, symboly, jména, informace, definice, zákony apod. Mojžíšek (1986, str. 69-71) dělí vědomosti na tyto kategorie:

a) Představy o jevech – patří mezi názorné vědomosti a slouží jako odraz konkrétních vlastností a znaků určitého jevu. Tyto představy zahrnují zrakové, sluchové, hmatové a další vlastnosti, které jsou pamětně upevněny. Čím více vlastností je obsaženo v představě, tím přesnější je. Úroveň představy je obvykle projevována žákem formou popisu nebo kresby.
b) Pojmy – patří mezi vědomosti, které reflektují obecné a základní vlastnosti určitého jevu. Oproti představám jsou pojmy abstraktnější, obecnější a eliminují nepodstatné znaky. Čím je pojem obecnější, tím je jeho obsah širší a obsahuje

méně znaků, přičemž převažují zásadní charakteristiky. Znalost pojmů vzniká v průběhu vyučování a učení.

c) Vztahy – zahrnují souvislosti mezi jevy, zákonitosti, pravidla, příčiny a důsledky. Jsou zdůvodněny logicky a jsou diagnostikovány nejen zkouškou, ale také praktickými aktivitami, ve kterých jsou tyto zákonitosti aplikovány.
d) Pamětně mechanicky zafixované informace – představují vědomosti, které jsou výhradně nebo převážně asociační povahy, jako jsou data, jména, značky, symboly aj., které nesou různé informace.
e) Poznatkové vědomostní soustavy a systémy – jsou systémem logicky objasněných vědomostí. Tyto vědomosti mezi sebou mají jisté vazby a vztahy, proto jsou nejvyšších úrovní vědomostí, která se ve škole testuje a zaměřuje se na jádro učiva.
f) Znalost instrukcí k praktické činnosti – jsou to postupy a návody k práci, různé instrukce k laborování, postupu řešení úloh z matematiky apod.
g) Aplikační učivo – jsou znalosti, které lze použít v běžném životě, tedy v praxi (Mojžíšek, 1986, str. 69-71).

II. PRAKTICKÁ ČÁST

3 Metodologie výzkumu

3.1 Cíl výzkumného šetření

Cílem tohoto výzkumného šetření bylo zjistit a analyzovat, jakých znalostí dosahují žáci 9. ročníků ZŠ z matematiky. Záměrem je diagnostikovat a zmapovat znalosti a dovednosti, kterých by měli žáci podle RVP ZV dosahovat na konci svojí povinné školní docházky. Tudíž se nejedná o znalosti a dovednosti žáků získané pouze v 9. ročníku, ale právě na konci své povinné školní docházky. Abych tento cíl naplnila, bylo nutné zaměřit se na všechny tematické okruhy vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.

K naplnění tohoto cíle jsem vytvořila nestandardní didaktický test, který jsem nechala vyplnit žáky 9. ročníků v pěti třídách na různých základních školách nacházejících se v Jihomoravském kraji. Následně jsem řešení žáků analyzovala a vyhodnocovala.

3.2 Výzkumný vzorek

Jelikož se práce zabývá žáky 9. ročníku, tak bylo šetření prováděno na základních školách – konkrétně na třech základních školách. Všechny školy se nacházejí v Jihomoravském kraji.

První škola se nachází jako jediná ve městě – dále v práci ji budu označovat jako *městskou školu.* Město má přibližně 400 000 obyvatel. Poskytuje vzdělání od 1. do 9. ročníku. Škola se svým počtem žáků řadí mezi velké školy. Její kapacita je 450 žáků. Na škole působí přibližně 30 pedagogů, 6 vychovatelek ve školní družině, 13 asistentů pedagoga a 9 nepedagogických pracovníků. V této škole byly testovány 2 třídy, a to 9. A, která bude dále v práci označována jako *třída A* a 9. B, která bude označována jako *třída B*. Testování ve *třídě A* se zúčastnilo 18 žáků. Ve *třídě B* to bylo žáků 16.

Druhá základní škola, kde bylo šetření provedeno se nachází v obci s přibližně 600 obyvateli. Tato obec se také nachází v Jihomoravském kraji. Jelikož je tato základní škola na vesnici, bude dále označována jako *vesnická škola A*. Součástí základní školy je i škola mateřská. Na tuto školu dochází přibližně 200 žáků, kteří jsou rozděleni do devíti tříd. Škola je spádová pro sousední vesnice. Pracuje zde do 15 pedagogů, 3 vychovatelky ve školní družině, 2 asistenti pedagoga a 4 nepedagogičtí pracovníci. Testováni byli žáci 9. třídy, která bude dále v práci označována jako *třída C*. Z této třídy se šetření zúčastnilo 13 žáků.

Třetí základní škola se nachází v obci s přibližně 1 000 obyvateli. Tato ZŠ bude dále v práci označována jako *vesnická škola B*. Součástí školy je i mateřská škola. Školu navštěvuje přibližně 300 žáků, převážně dojíždějících z okolních vesnic. Na této základní škole pracuje přibližně 23 pedagogů, 8 asistentů pedagoga, 3 vychovatelky ve školní družině a 14 nepedagogických pracovníků. Škola vyučuje od 1. do 9. ročníku a je rozdělena do 14 tříd, kdy jsou v době šetření v 9. ročníku dvě třídy. Třídu 9. A, v práci dále označovanou jako *třída D*, v den testování navštívilo 11 žáků. Třídu 9. B, která nese označení *třída E,* pak 12 žáků.

Celkový počet žáků, kteří tento nestandardizovaný didaktický test vyplnilo je 70. Přehled pojmenování a počtu testovaných žáků je v tabulce (Tabulka 2). Návratnost didaktických testů byla stoprocentní, jelikož jsem didaktické testy zadávala, rozdávala a vybírala osobně. Toto šetření se uskutečnilo v průběhu května 2024. Žádná třída neměla jakékoliv zaměření (např. sportovní, jazyková, matematická apod.).

Tabulka 2: Testované třídy, označení tříd a počet testovaných žáků

Třídy	**Označení tříd**	**Počet testovaných žáků**
Městská škola – 9. A	*Třída A*	18
Městská škola – 9. B	*Třída B*	16
Vesnická škola A	*Třída C*	13
Vesnická škola B – 9. A	*Třída D*	11
Vesnická škola B – 9. B	*Třída E*	12
Celkem		**70**

Zdroj: vlastní tabulka

3.3 Metoda sběru dat

Test byl zadán ve třídách daných žáků, tedy v jejich známém prostředí. Před zadáním testu, který jsem osobně rozdávala, byl žákům vysvětlen účel výzkumu a požádala jsem je, aby při řešení úloh zaznamenávali své postupy, tedy kroky vedoucí k výsledku. Dopředu jsem žáky upozornila, že test je zcela anonymní a nebude hodnocen známkou, aby žáci neměli obavy řešit úlohy, kterými si nejsou jisti, z důvodu udělání chyby, a aby neměli důvod opisovat od spolužáků, či nějakou formou podvádět (použití kalkulátoru, chytrých hodinek či mobilu). Jelikož se testování provádělo po přijímacích zkouškách na střední školy, tak žáci již neměli takovou motivaci k úplné snaze vyplnění testu. Proto mohou být výsledky mírně horší, než by tomu mohlo být. Přesto žáci byli motivováni sladkou odměnou v podobě bonbónů a dalších dobrot k jídlu.

Nestandardní didaktický test byl rozdán v hodinách matematiky. Žáci měli na vypracování testu přibližně 35 minut, přičemž žáci se speciálními vzdělávacími potřebami měli k dispozici až 45 minut. Test byl tedy pro všechny žáky stejný. Test nebyl předem oznámen, takže se na něj žáci nepřipravovali a využívali svých dosavadně získaných znalostí a dovedností. Každý žák dostal dva papíry A4 s oboustranně vytištěným zadáním. Všechny postupy řešení, pomocné výpočty a výsledky zapisovali testovaní žáci přímo do papírů se zadáním. Žák měl během testu k dispozici pouze psací potřeby (pero, propisovací tužku nebo obyčejnou tužku). Kalkulačky, matematicko-fyzikální tabulky a jiné pomůcky nebyli dovoleny.

3.4 Výběr úloh

Při výběru úloh do nestandardizovaného didaktického testu z matematiky pro žáky 9. tříd ZŠ bylo postupováno systematicky a s ohledem na různé klíčové aspekty. Test, který se skládá z 12 otázek, je navržen tak, aby reflektoval jak RVP ZV, tak ŠVP jednotlivých škol, na které testování probíhalo. Jejich aktuální ŠVP byli dohledatelné na webových stránkách daných škol.

Nejprve jsem pečlivě prozkoumala RVP ZV, který stanovuje základní požadavky a cíle pro výuku matematiky na základních školách. Cílem bylo zajistit, aby všechny klíčové oblasti matematiky, které jsou v RVP ZV uvedeny, byly v testu adekvátně zastoupeny.

Dále jsem se zaměřila na ŠVP jednotlivých škol. Každá škola má možnost přizpůsobit svůj výukový program specifickým potřebám a podmínkám školy, což jsem při sestavování testu také zohlednila. Spolupracovala a komunikovala jsem s učiteli matematiky na těchto školách, abych získala přehled o podmínkách a konkrétním zvládání ŠVP. Tím jsem zajistila, že test bude relevantní a spravedlivý pro všechny žáky, bez ohledu na jejich konkrétní školní program.

Při sestavování testových úloh jsem dbala na to, aby byly různorodé jak v obsahu, tak ve formátu. Test obsahuje otevřené úlohy vyžadující krátkou odpověď a úlohy vyžadující podrobnější postup řešení někdy i s potřebou více mezivýpočtů. Zde žáci uvádí jednotlivé kroky a úpravy. Tento přístup umožňuje hodnotit nejen znalosti a dovednosti žáků, ale i jejich schopnost aplikovat matematické koncepty v různých situacích.

Každá úloha byla pečlivě navržena a upravována tak, aby byla jasná, jednoznačná a měla pouze jednu možnou odpověď. Cest, jak se ke správné odpovědi dostat je ovšem více.

Test byl také pilotně ověřen na vzorku žáků, tzn. „předvýzkum“, což umožnilo identifikovat a odstranit nedostatky a nejasnosti v zadání úloh. Po této fázi jsem úlohy finálně připravila a sestavila do jednoho testu.

Výsledný didaktický test tedy nejeden odpovídá RVP ZV a ŠVP jednotlivých škol, ale také poskytuje komplexní a vyvážené hodnocení matematických dovedností a znalostí žáků 9. tříd. Cílem také bylo, aby test nejen prověřil schopnosti žáků, ale je motivoval je k dalšímu studiu matematiky a podpořil jejich sebevědomí při řešení matematických úloh.

Do nestandardního didaktického testu jsem zařadila úlohy, které ověřují, zda žák dokáže:

- Úloha 1: práce se zlomky, a to: převod desetinného čísla na zlomek, sčítání a odčítání zlomků s jiným jmenovatelem, práce se složeným zlomkem, dělení a násobení zlomků, rozšiřování a krácení zlomků v základní tvar
- Úloha 2: lineární rovnice, násobení mnohočlenu
- Úloha 3: matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů, určuje vztah přímé úměrnosti
- Úloha 4: geometrie – výpočet obsahu kruhu a čtverce; procentová část
- Úloha 5: určování velikosti úhlu výpočtem
- Úloha 6: uspořádání čísel desetinných, procent a zlomku
- Úloha 7: logickou úvahou řeší číselnou řadu
- Úloha 8: soustava lineárních rovnic o dvou neznámých
- Úloha 9: geometrie – řešení Pythagorovi věty, druhá mocnina a odmocnina
- Úloha 10: logickou úvahou řeší logickou řadu
- Úloha 11: prostorová představivost, prostorová tělesa – krychle
- Úloha 12: práce s daty, graf aritmetický průměr, tabulka

3.4.1 Bodování úloh

Maximální množství bodů, které v testu bylo možné získat, bylo 24 bodů. Každá úloha dostala přidělené určité množství bodů na základě jednotlivých kroků nutných pro vyřešení úlohy a obtížnosti úlohy. Bodování je popsáno u řešení jednotlivých úloh v kapitole 4 Interpretace dat. V tabulce (Tabulka 3) je uveden přehled zaměření úlohy spolu s maximálním počtem bodů dané úlohy, který je v testu možný získat.

Tabulka 3: Zaměření úlohy a maximální počet bodů dané úlohy

Úloha	Zaměření úlohy	Maximální počet bodů
1.	Složený zlomek	2
2.	Lineární rovnice	2
3.	Přímá úměrnost – slovní úloha	2
4.	Obsah rovinných útvarů a procenta – slovní úloha	3
5.	Velikost úhlů	1
6.	Uspořádání čísel (desetinných, procent a zlomku)	1
7.	Číselná řada	2
8.	Soustava lineárních rovnic o dvou neznámých	2
9.	Pythagorova věta – slovní úloha	2
10.	Nestandardní úloha – logická řada	2
11.	Prostorová představivost	2
12.	Práce s daty – graf, tabulka, aritmetický průměr	3
Celkem bodů		**24**

Zdroj: vlastní tabulka

3.5 Etika výzkumu

V této diplomové práci jsou všechny informace anonymizovány, protože podle Průchy a Švaříčka (2009, str. 99) by *„neměli být zveřejněny žádné informace, které by umožnily čtenáři identifikovat účastníky výzkumu.“*. Proto bylo dotazníkové šetření anonymní a respondenti nebyli dotazování na jméno či školu, kde působí.

Pro sběr dat didaktického testu, byla využita třída ve škole, která je popsána výše. Čísla popisující školu jsou přibližná, aby byla zachována anonymita, přičemž jejich účelem je pouze poskytnout představu o velikosti školy. Právě kvůli anonymitě zde není uveden ani název města či obce, ani název školy, kde byl výzkum prováděn. V práci je uveden pouze kraj, který nedává dostatečné informace pro identifikaci konkrétní školy. Samotný výzkum byl předem dohodnutý a schválený ředitelem školy. Didaktický test byl též anonymní. Žáky jsem požádala, aby se na testy nepodepisovali. Žáci test vyplňovali dobrovolně a bez jakéhokoliv nátlaku.

3.6 Výzkumné otázky

Na základě tématu a vymezení cíle této diplomové práce bylo stanoveno pět výzkumných otázek.

1. **výzkumná otázka:**
   Jaká je celková četnost získaných bodů z didaktického testu?

2. **výzkumná otázka:**
   Jaký je průměr procentuální úspěšnosti získaných výsledků v jednotlivých třídách?

3. **výzkumná otázka:**
   Jaká je průměrná úspěšnost všech 70 testovaných žáků?

4. **výzkumná otázka:**
   Jaká je procentuální úspěšnost řešení 12 úloh didaktického testu jednotlivými *třídami A, B, C, D* a *E*?

5. **výzkumná otázka:**
   Jaké jsou odlišnosti v počtu získaných bodů při řešení didaktického testu mezi městskými třídami a vesnickými třídami?

3.7 Hypotézy výzkumu

Pro tento výzkum byla stanovena hypotéza k 5. výzkumné otázce:

<u>*Hypotéza:*</u>

Žáci z městských tříd dosáhnou vyššího průměrného skóre v didaktickém testu z matematiky než žáci z vesnických tříd.

K této hypotéze by byla <u>hypotéza nulová</u> (H_0) taková, že:

Mezi průměrnými bodovými výsledky didaktických testů žáků z městských tříd a žáků vesnických tříd není rozdíl.

Tato hypotéza je založena na několika pohledech, které mohou být směrem k životu ve městě a vesnici generalizované. První z nich je z pohledu *dostupnosti vzdělávacích zdrojů*. Předpoklad je takový, že městské školy mají často lepší přístup k moderním technologiím a k moderním učebním pomůckám. Dále žáci mají lepší přístup a širší nabídku mimoškolních aktivit. Ve městech je také vyšší pravděpodobnost přítomnosti speciálních vzdělávacích projektů, které mohou přispívat k lepším výsledkům v matematice.

Druhý pohled – *socioekonomické faktory*. V městských oblastech je často vyšší průměrný socioekonomický status rodin, což může pozitivně ovlivňovat vzdělávací výsledky žáků. Rodiny s vyšším socioekonomickým statusem mohou více investovat do vzdělávání svých dětí, ať už jde o doučování, vzdělávací materiály nebo mimoškolní aktivity.

Dalším faktor je *kvalifikace učitelů*. Díky lepší dostupnosti a možnosti atraktivnějších pracovních podmínek mohou mít městské školy vyšší pravděpodobnost zaměstnat kvalifikovanějšího pedagoga. Dále je zde větší množství lidí, které by se o danou pozici mohlo zajímat, a tedy větší výběr pro zaměstnavatele.

3.8 Analýza dat

S cílem zjistit úroveň znalostí a dovedností v matematice v 9. ročnících na třech základních školách v Jihomoravském kraji byla vykonána důkladná analýza vyplněných testů. Nejdříve jsem zkontrolovala všech 70 odevzdaných testů, které jsem následně bodově ohodnotila. Poté jsem se zaměřila na podrobné zpracování dat, což zahrnovalo zaznamenávání poznámek k jednotlivým řešením úloh. Dále jsem vytvořila tabulky a grafy na základě shromážděných údajů. Při analýze jsem se zaměřila na zkoumání výsledků jednotlivých tříd. Sledovala jsem, jak si žáci počínali v jednotlivých úlohách. Poté jsem porovnala výsledky všech testovaných tříd mezi sebou. Tento postup mi umožnil identifikovat rozdíly a podobnosti ve znalostech a dovednostech žáků napříč třídami.

V rámci výsledků výzkumného šetření se zaměřuji na několik klíčových aspektů didaktického testu. Nejprve poskytuji obecné shrnutí, které zahrnuje četnost získaných bodů ve všech třídách během celého testu. Tento přehled umožňuje získat představu o rozložení výsledků napříč jednotlivými třídami. Dále se zabývám průměrnou úspěšností řešení celého testu v jednotlivých třídách, což umožňuje porovnat, jak si jednotlivé třídy vedly v jednotlivých úlohách. Nakonec se zaměřuji na celkovou průměrnou úspěšnost všech 70 testovaných žáků, což poskytuje přehled o celkovém výkonu testovaného vzorku žáků.

V následující části je podrobný rozbor všech 12 úloh z didaktického testu. K jednotlivým úlohám uvádím zadání, bodování a možný postup řešení. Součástí je také graf s tabulkou zobrazující počet žáků dosahujících různých bodových hodnocení a popis výsledků a postupů při řešení. V rámci jednotlivých úloh jsou uvedeny i konkrétní ukázky řešení žáků, které zahrnují jak správná, tak chybná řešení doplněná komentářem. V textu je uvedeno, z jaké třídy je řešitel dané ukázky. Každá ukázka je dále okomentována s ohledem na různé přístupy, a především postupy žáků při řešení úlohy, pokud je možné to z řešení vyvodit.

4 Interpretace dat

V následující kapitole jsou popsány výsledky výzkumného šetření. Jednak četnost dosažených bodů v didaktickém testu za jednotlivé třídy, tak i celkový přehled četnosti. Dále procentuální úspěšnost žáků jednotlivých tříd, tak i průměrná úspěšnost všech 70 testovaných žáků. Popsány jsou i výsledky analýzy všech testových úloh jednotlivými třídami i třídami rozdělené na dvě skupiny, a to školy městské a vesnické.

V tabulce (Tabulka 4) se nachází přehled bodů a počet žáků z jednotlivých tříd, který daný počet získali. V pravé části se pak nachází celkový počet testovaných žáků, kteří dosáhli daného počtu bodů při řešení didaktického testu. Z tabulky lze vyčíst mnohé, např. pouze jeden žák, a to navštěvující *třídu A*, získal 0 bodů. Přesně 1 bod z celého testu nezískal ani jeden žák, což je jediný počet bodů, kterého žádný žák nedosáhl, tedy jeho četnost je 0. Z této tabulky také vyčíst, že maximum bodů, tedy 24, dosáhli pouze dva žáci, a to z *třídy C.* Z této třídy dosáhl na 23 bodů také jeden žák, jako jediný s tímto počtem bodů. Pokud se podíváme na maximální počet získaných bodů v jednotlivých třídách, tak ve *třídě B* dosáhl jeden žák na 22 bodů. V téže třídě získal nejméně bodů jeden žák, a to pouhé 2 body. Ve *třídě B* pak nejvíce bodů, tedy 21, jeden žák. Na nejméně bodů, a to tři, dosáhl jeden žák. Dále následuje *třída A*, kde nejlepší žák získal v testu 20 bodů. V této třídě se nachází i jediný žák z celého šetření, který nezískal ani jeden bod. Nejlepší získané skoré ve *třídě E* je 19 bodů, které získal jeden žák. V této třídě je ale nejvyšší získané minimum z testovaných tříd, a to 4 body, které nasbírali 2 žáci. Co také stojí za zmínku jsou právě minima získaných bodů v jednotlivých třídách, kdy jsou výsledky vesměs osamoceny o 2 až 4 body.

Pokud se podíváme na největší celkovou četnost, tak nejvíce žáků dosáhlo na 13 a 15 bodů, a to po osmi testovaných žácích. U 15 dosažených bodů jsou žáci téměř rovnoměrně z každé třídy 1 žák (*třídy D, E*) až 2 žáci (*třídy A, B, C*). U testů se 13 body tomu tak není, zde převažuje *třída A*, kde 13 bodů získalo pět žáků. U *tříd B, C, D* tento počet dosáhli po jednom žákovi a ve *třídě E* ho nezískal nikdo.

Tabulka 4: Počet žáků se získaným počtem bodů jednotlivých tříd a celková četnost bodů

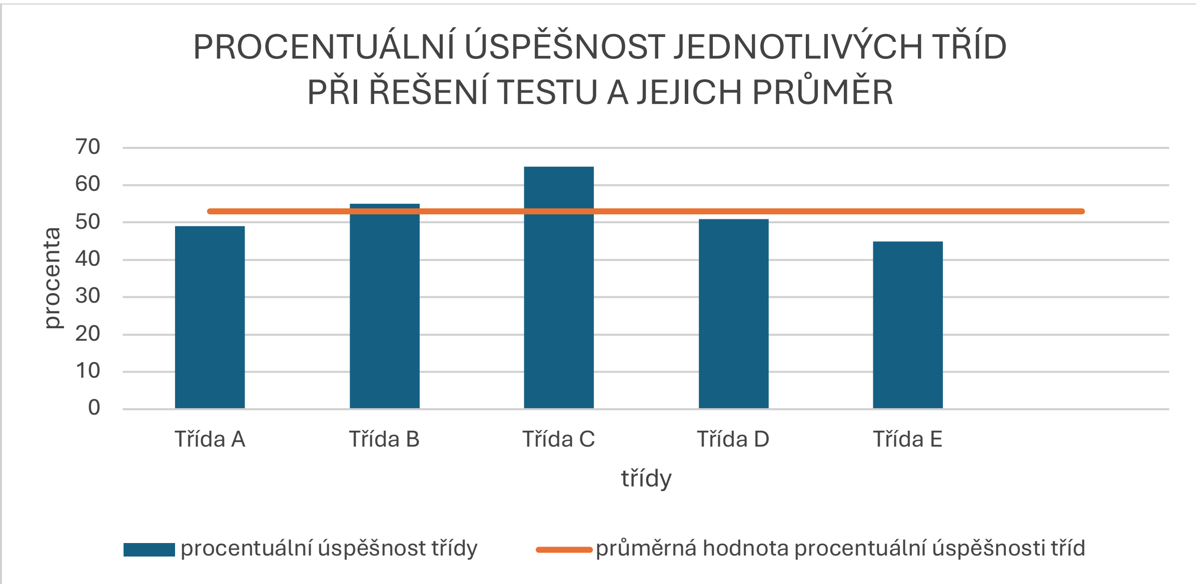
Body	**Počet žáků se získaným počtem bodů**					
	A	***B***	***C***	***D***	***E***	**Celkem**
0	1	0	0	0	0	**1**
1	0	0	0	0	0	**0**
2	0	1	0	0	0	**1**
3	0	0	1	1	0	**2**
4	0	0	0	0	2	**2**
5	1	0	0	0	0	**1**
6	1	0	0	1	0	**2**
7	1	2	0	0	1	**4**
8	1	0	1	1	2	**5**
9	1	0	0	0	2	**3**
10	0	3	0	2	0	**5**
11	0	1	1	0	0	**2**
12	1	0	0	0	1	**2**
13	5	1	1	1	0	**8**
14	1	0	1	1	0	**3**
15	2	2	2	1	1	**8**
16	0	2	0	0	0	**2**
17	0	0	1	1	1	**3**
18	1	1	2	1	1	**6**
19	1	1	0	0	1	**3**
20	1	1	0	0	0	**2**
21	0	0	0	1	0	**1**
22	0	1	0	0	0	**1**
23	0	0	1	0	0	**1**
24	0	0	2	0	0	**2**

Zdroj: vlastní tabulka

Z tabulky 4 lze vyčíst mnohé, ale pro lepší přehlednost celkové četnosti bodů všech testovaných žáků připojuji i graf (Obrázek 5), Na něm lze nepřehlédnutelně vidět největší četnosti, které jsou zmíněné výše. Dále si lze povšimnout, že směrem k bodovým extrémům, teda k minimu bodů či naopak maximu četnost pozvolně klesá. Třetí nejvyšší četnost je pak u 18 získaných bodů, tento počet získalo šest žáků. Díky tabulce (Tabulka 4) je možné zjistit, že tohoto bodování dosáhli žáci z každé třídy po jednom a ze *třídy C* 18 bodů získali dva žáci.

Obrázek 5: Graf zobrazující celkovou četnost získaných bodů v testu

Zdroj: vlastní obrázek

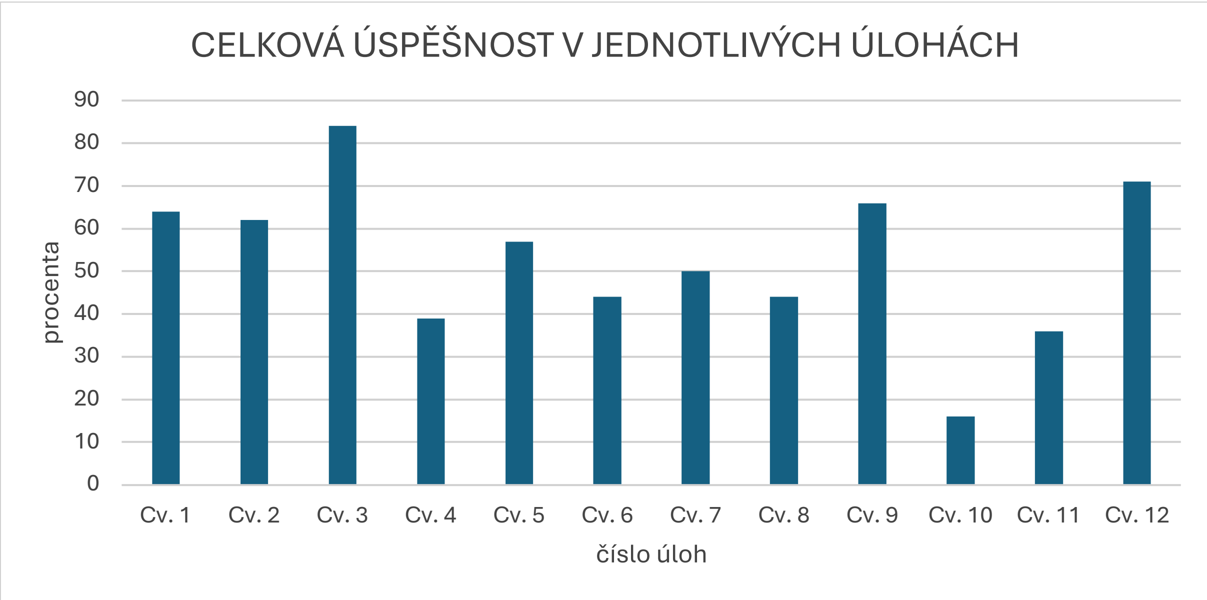


Obrázek 6: Graf zobrazující procentuální úspěšnost jednotlivých tříd při řešení testu a jejich celkový průměr

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 6) je možné zjistit procentuální úspěšnost jednotlivých tříd při řešení didaktického testu. Na grafu je také zobrazen procentuální průměr těchto tříd. Jak je vidět, nejlépe si vedli žáci ze *třídy C*. Ti měli úspěšnost 65 % na zisk bodů. Průměrným počtem získaných bodů v této třídě je 15,6 bodů na test. Druhou třídou, která se nachází nad průměrem je *třída B*, která má 55% úspěšnost získání bodů. Průměrně tak žáci této třídy dosáhli na přibližně 13,2 bodů za vyplněný test. Třetí třídou je *třída D*, která je mírně pod průměrem testovaných tříd, a to s 51 %. Průměrným počtem bodů získaných na jeden test je v této třídě přibližně 12,3 bodů, což je jen o něco více než polovina možných bodů z celkového testu. V blízké těsnosti se se svou úspěšností drží *třída A*, která dostáhla 49% úspěšnosti získaných bodů, a průměrem získaných bodů je přibližně 11,8 bodů na test. Poslední třídou, která svými výsledky obsadila nejhorší pozici v tomto šetření je *třída E*, která má jen 45% úspěšnost. Žáci této třídy tak dosáhli na průměrnou hodnotu 10,8 bodů.

Průměrná procentuální úspěšnost všech tříd je pak 53 %, což odpovídá 12,7 bodů. Mediánem, tedy hodnotou půlící šetřený soubor na dvě stejné části je pak 13 bodů.



Obrázek 7: Graf zobrazující procentuální úspěšnost v řešení jednotlivých úloh
Zdroj: vlastní obrázek

Procentuální úspěšnost řešení všech 70 testovaných žáků v jednotlivých úlohách zobrazuje graf (Obrázek 7). Zde je vidět, že nejlépe žáci řešili úlohu 3, kde je úspěšnost 84 %. Tato úloha byla slovní a vedla na přímou úměrnost. Druhou nejlépe hodnocenou úlohou je poslední úloha, tedy úloha 12, kde žáci bodově uspěli v 71 %. Úloha 12 se zaměřovala na práci s daty, konkrétně se sloupcových grafem, tabulkou a aritmetickým průměrem. Jako třetí nejlépe plněnou úlohou se stala úloha 9, kde se objevila slovní úloha vedoucí na Pythagorovu větu. Žáci tedy v 66 % ukázali, že umí zadání převést na matematický jazyk a správně počítat i s druhou mocninou a odmocninou.

4.1 Řešení jednotlivých úloh

4.1.1 Úloha 1 – Složený zlomek

Zadání: Vypočti a výsledek zapiš v základním tvaru. Napiš celý postup řešení.

$$\frac{\frac{7}{5}-1{,}6}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}}=$$

Bodování:

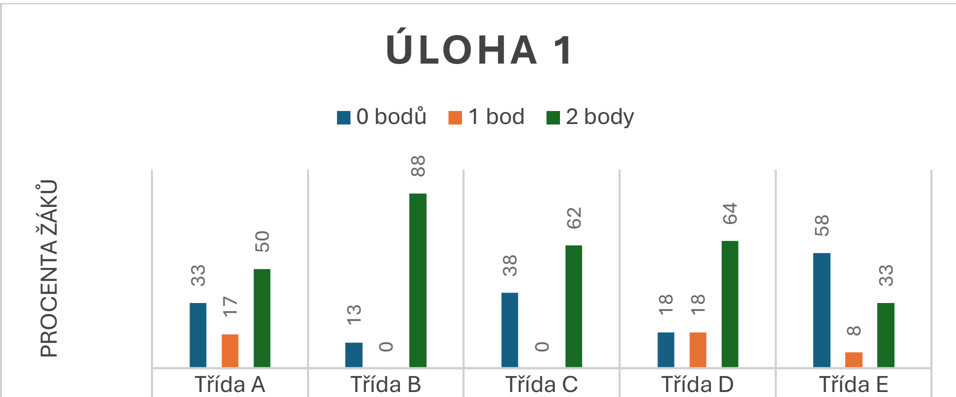
Za tuto úlohu mohli žáci získat maximálně 2 body. Pokud se správně dopočítali ke zlomku, ale nebyl v základním tvaru, tak získali 1 bod. Pokud byl výsledek v základním tvaru, získali 2 body.

Možný postup řešení:

$$\frac{\frac{7}{5}-1{,}6}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}}=\frac{\frac{7}{5}-\frac{16}{10}}{\frac{3}{14}+\frac{4}{14}}=\frac{\frac{14-16}{10}}{\frac{7}{14}}=\left(-\frac{2}{10}\right):\frac{7}{14}=\left(-\frac{2}{10}\right)\cdot\frac{14}{7}=-\frac{28}{70}=-\mathbf{\frac{2}{5}}$$

Výsledky:

Se zlomky se žáci setkávají již na 1. stupni ZŠ. S racionálními čísly se pak žáci velmi často potkávají již v 7. ročníku. Dle ŠVP škol, kde byl výzkum proveden, tomu tak bylo. Se zlomky a racionálními čísly obecně se žáci střetávají téměř v každém následujícím učivu. Proto byla Úloha 1 právě o složeném zlomku.

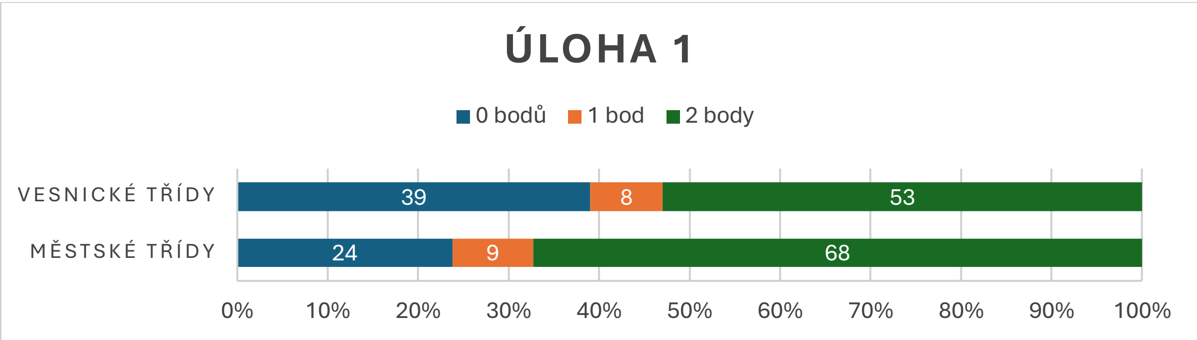


	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	33	13	38	18	58
1 bod	17	0	0	18	8
2 body	50	88	62	64	33

Obrázek 8: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 1

Zdroj: vlastní obrázek

Z obrázku 8 lze vyčíst, že procentuálně nejúspěšnější třídou při řešení úlohy 1 byla *třída B*, která má 88 % úspěšnost při získání 2 bodů, tedy správném výpočtu a výsledku v základním tvaru. Tzn. že 14 žáků mělo výsledek správně a pouze 2 žáci ho počítali chybně. Druhou třídou, kde žáci dokázali dojít k základnímu tvaru, je *třída D*, kde 2 body získalo 64 % žáků, tedy 7 žáků. Po dvou žácích získali bod či 0 bodů. Bodově nejhůře dopadla *třída E*, kde pouze 4 žáci, což je 33 %, získali plný počet bodů. Jeden žák se dopočítal k dobrému výsledku, avšak ho nepřevedl na základní tvar. Ostatních 7 žáků, což je 58 %, nedosáhli na žádný bod. Pouze jediný žák z těchto sedmi úlohu ani neřešil, ostatní úlohu řešili špatně tak, že udělali početní chybu nebo skončili u složeného zlomku.



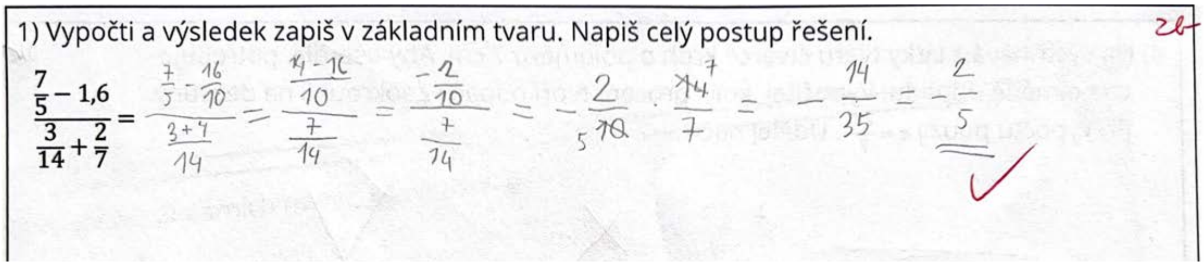
Obrázek 9: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 1

Zdroj: vlastní obrázek

Pokud se zaměříme na rozdělení městských tříd (*třída A, B*) a vesnických (*třída C, D* a *E*), tak třídy nacházející se ve městě tuto úlohu zvládly lépe než třídy nacházející se ve vesnicích. 68 % žáků, což je 24 žáků z městských tříd, dokázalo uvést správný výsledek v základním tvaru. Pouze 9 % základní tvar neuvedlo a 24 % mělo výsledek chybně. Všichni se ale o výpočet pokusili. Z vesnických tříd získalo 2 body 53 % žáků (19 žáků), 8 % dosáhlo na 1 bod a 39 % žáků, což je rovno 14 žákům z vesnických tříd, mělo úlohu 1 chybně, z nichž pouze jeden člověk úlohu neřešil.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

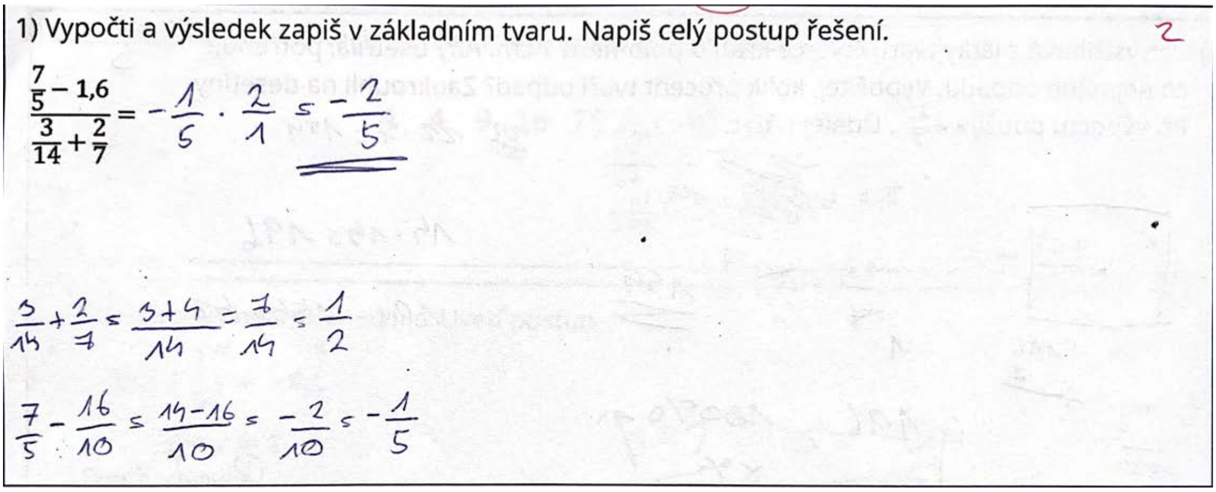
Téměř všichni žáci, kteří za tento úkol získali nějaké body, počítali velice podobným postupem. Jen minimálně se lišili v zápisu, co se týče sčítání a odčítání ve složeném zlomku. Našli se dva jedinci, kteří si však sčítání a odčítání vypočítali zvlášť mimo příklad a do příkladu už dosadili jejich výsledky (viz Obrázek 11). Přestože postup není úplně správný, obodovala jsem správný výsledek dvěma body. Na obrázku 12 je ukázka řešení úlohy žákem *třídy A*, který získal 1 bod za správný výsledek, který ale nebyl v základním tvaru.


1) Vypočti a výsledek zapiš v základním tvaru. Napiš celý postup řešení. 2b

$$\frac{\frac{7}{5}-1,6}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}} = \frac{\frac{7}{5}-\frac{16}{10}}{\frac{3+4}{14}} = \frac{\frac{14-16}{10}}{\frac{7}{14}} = \frac{-\frac{2}{10}}{\frac{7}{14}} = -\frac{2}{10}\cdot\frac{14}{7} = -\frac{14}{35} = -\frac{2}{5}$$

Obrázek 10: Řešení úlohy 1 žákem třídy C s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek


1) Vypočti a výsledek zapiš v základním tvaru. Napiš celý postup řešení. 2

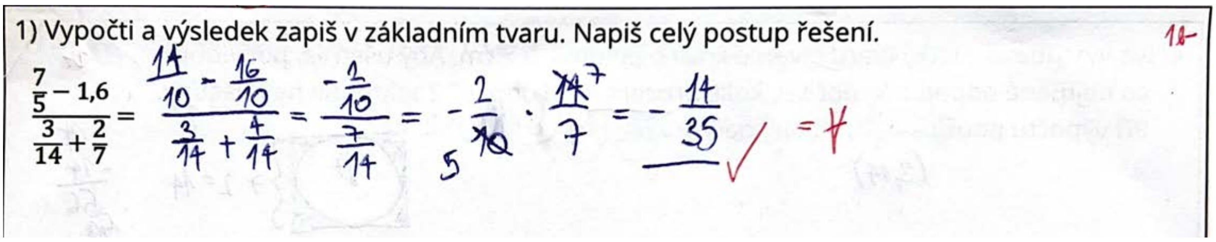
$$\frac{\frac{7}{5}-1,6}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}} = -\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{1} = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{14}+\frac{2}{7} = \frac{3+4}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{5}-\frac{16}{10} = \frac{14-16}{10} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$$

Obrázek 11: Řešení úlohy 1 žákem *třídy E* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek


1) Vypočti a výsledek zapiš v základním tvaru. Napiš celý postup řešení. 1b

$$\frac{\frac{7}{5}-1,6}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}} = \frac{\frac{14}{10}-\frac{16}{10}}{\frac{3}{14}+\frac{4}{14}} = \frac{-\frac{2}{10}}{\frac{7}{14}} = -\frac{2}{10}\cdot\frac{14}{7} = -\frac{14}{35}$$

Obrázek 12: Řešení úlohy 1 žákem *třídy A* se ziskem 1 bodu ze dvou

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.2 Úloha 2 – Lineární rovnice

Zadání: Vypočti. Uveď postup a zkoušku.

$$3(2x-3)-4(x+2)+5(2x-1)=x+2(x-1)+7$$

Bodování: Pokud žáci vypočítali hodnotu neznámé x, získali 1 bod. Pokud správně vypočítali zkoušku s dosazením do zadání, získali druhý bod.

Možný postup řešení:

$$3(2x-3)-4(x+2)+5(2x-1)=x+2(x-1)+7$$
$$6x-9-4x-8+10x-5=x+2x-2+7$$
$$6x-4x+10x-x-2x=-2+7+9+8+5$$
$$9x=27$$
$$\boldsymbol{x=3}$$

Zkouška:

$\boldsymbol{L}$: $3(3\cdot 2-3)-4(3+2)+5(2\cdot 3-1)=3\cdot 3-4\cdot 5+5\cdot 5=9-20+25=\mathbf{14}$

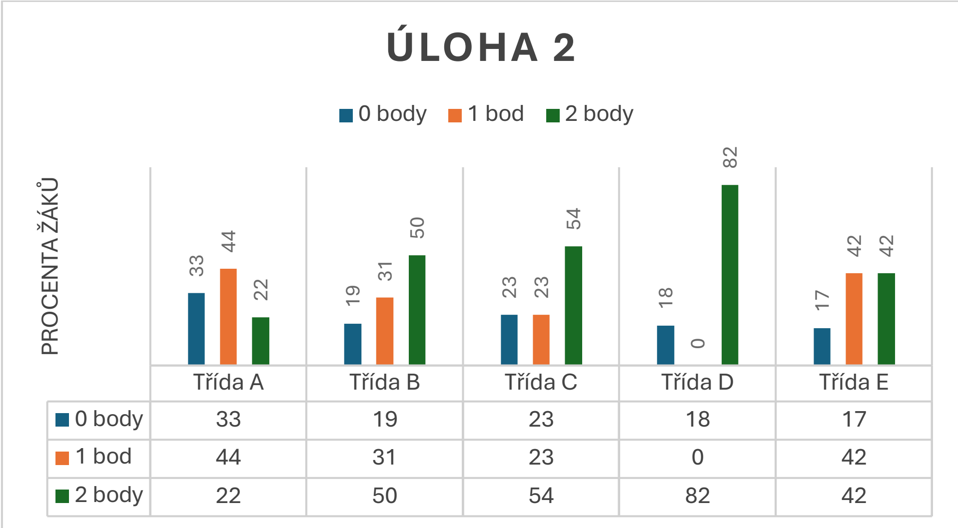
$\boldsymbol{P}$: $3+2(3-1)+7=3+2\cdot 2+7=3+4+7=\mathbf{14}$

$$\boldsymbol{L=P}$$

Zkouška se dá provádět i jiným způsobem a to takovým, že se dosadí přímo do zadání a postupuje se s výpočty na levé i pravé straně. Jiné řešení zkoušky nebylo bodově bráno v potaz, i když zkouška vyšla správně, např. pokud žáci dosadili hodnotu neznámé jinam než do zadání. Důvodem je, že žáci mohli udělat chybu ve výpočtu a tím pádem jim zkouška mohla vyjít i přes to, že by udělali chybu.

Výsledky:

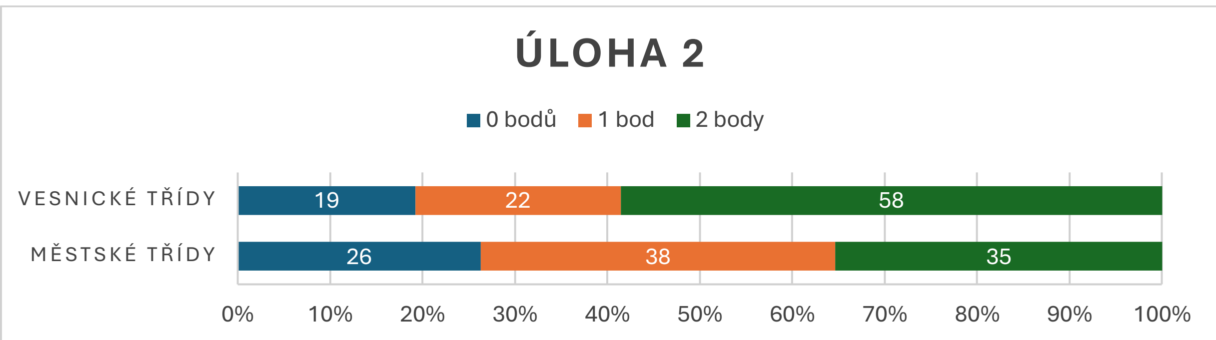
Úloha 2 je zaměřena na práci s lineární rovnicí. S tímto učivem se testovaní žáci dle jednotlivých ŠVP setkali již v 8. ročníku. Zadáním byl pouze příklad bez slovní úlohy, což mohlo být pro žáky jednodušší. Mnoho žáků se dopočítalo ke správné hodnotě neznámé, a to celkově 77 % všech testovaných žáků, což je 54 žáků. Pouze 33 z nich provedlo zkoušku správně, a to tak, že hodnotu neznámé x doplnili do zadání. Většina žáků se o výpočet lineární rovnice pokusila, pouze 4 žáci k úloze nic nenapsali.



Obrázek 13: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 2

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 13) lze vyčíst, že nejúspěšnější třídou v řešení úlohy 2 byla *třída D*, která žáci splnili zadání, a to výpočet neznámé i provedení zkoušky. Z této třídy bylo 82 % úspěšných řešení, což je 9 žáků. Pouze 2 žáci příklad přeskočili. Nejméně úspěšnou třídou byla *třída A*, kde pouze 22 % žáků, tedy 4 žáci získali 2 body. 8 žáků, což je 44 % získali 1 bod a 6 žáků ani jeden. *Třída B* měla také vysokou úspěšnost, a to 50 % žáků se dvěma body a 31 žáků s 1 bodem, což je 8 žáků a 5 testovaných žáků. Jenom 3 žáci *třídy B* počítali špatně. *Třída C* má také vysokou úspěšnost, a to 54% zisk 2 bodů, což je 7 žáků, 23 % zisk 1 bodu, což jsou 3 žáci. Dva žáci úlohu řešili špatně a jeden úlohu přeskočil, což je dohromady 23 % neúspěšných řešitelů.



Obrázek 14: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 2

Zdroj: vlastní obrázek

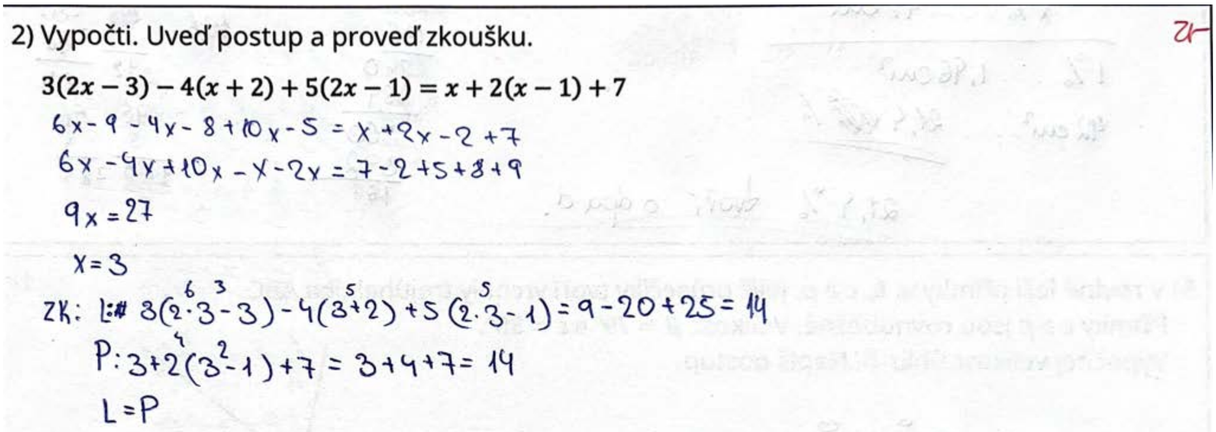
Z grafu (Obrázek 14) lze vyčíst, že *vesnické třídy* byly v řešení lineární rovnice úspěšnější – zjištění hodnoty neznámé se zkouškou zdárně provedlo 58 % žáků (21 žáků), hodnotu neznámé bez zkoušky pak zjistilo 22 % žáků (8 žáků). Pouze 7 žáků počítalo chybně (2x) či úlohu přeskočilo (5x).

Městské třídy tak úspěšné nebyli. Pouze 12 žáků, což představuje 35 %, zvládli vypočítat hodnotu neznámé i zkoušku. 13 žáků (38 %) zjistilo hodnotu neznámé a 26 %, tedy 9 žáků, počítalo chybně – z toho 1 žák úlohu nepočítal.

Při pohledu na graf lze vidět, že úspěšnější byli žáci škol nacházejících se na vesnici. Přibližně 80,5 % (29 žáků z 36) získalo aspoň 1 bod. Na *městské škole* 1 bod získalo přibližně 73,5 % žáků (25 žáků z 34), ovšem jiné je rozpoložení žáků v získání druhého bodu za správně provedenou zkoušku.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Při řešení této úlohy byl postup téměř shodný u všech žáků, kteří vyřešili hodnotu neznámé (viz Obrázek 15). V postupu se lišili pouze v pořadí jednotlivých členů. Největších rozdílů si bylo možné všimnout u řešení zkoušky, kdy si někteří žáci dělali mezivýpočty nad příklad. V případě, kdy žák dosáhl jednoho bodu udělal ve zkoušce chybu, jak je možné vidět na obrázku 14 nebo zkoušku nedosazoval do zadání. Nejčastějším důvodem, proč žáci získali pouze jeden bod je to, že zkoušku nedělali vůbec.


2) Vypočti. Uveď postup a proveď zkoušku.

$3(2x-3)-4(x+2)+5(2x-1)=x+2(x-1)+7$

$6x-9-4x-8+10x-5=x+2x-2+7$

$6x-4x+10x-x-2x=7-2+5+8+9$

$9x=27$

$x=3$

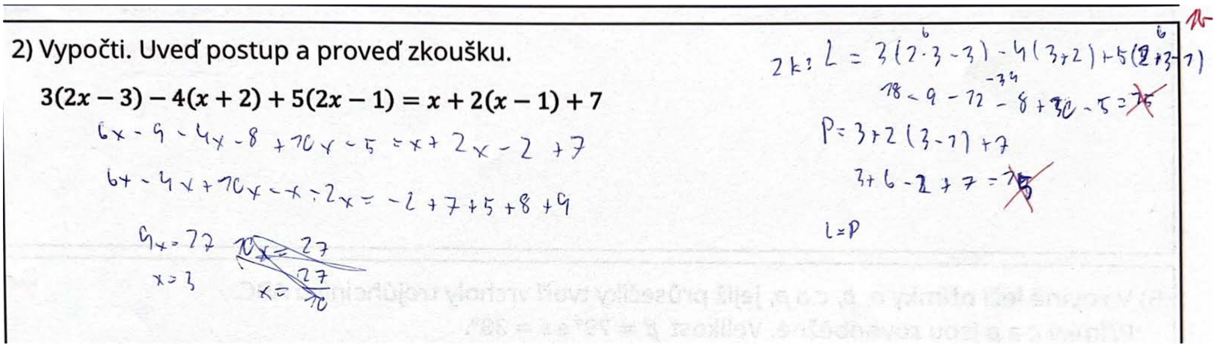
ZK: L: $3(2\cdot3-3)-4(3+2)+5(2\cdot3-1)=9-20+25=14$

P: $3+2(3-1)+7=3+4+7=14$

L=P

Obrázek 15: Řešení úlohy 2 žákem *třídy B* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek



2) Vypočti. Uveď postup a proveď zkoušku.

$3(2x-3)-4(x+2)+5(2x-1)=x+2(x-1)+7$

Obrázek 16: Řešení úlohy 2 žákem *třídy B* se ziskem 1 bodu ze dvou

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.3 Úloha 3 – Přímá úměrnost – slovní úloha

Zadání: Iva šije oblečení. Prodala 7 stejných triček celkem za 5 250 Kč. Tričko se zalíbilo nadřízené jedné firmy a rozhodla se je objednat pro 52 zaměstnanců.
Kolik zaplatí za celou objednávku?

Bodování: V této úloze mohli žáci získat 2 body. Jelikož je více možností, jak se dá úloha počítat, bylo přizpůsobeno i bodování. Pokud žáci dopočítali, kolik stojí 52 triček, získali 2 body. Pokud zvládli vypočítat alespoň cenu jednoho trička, mohli získat 1 bod. Pokud počítali přes trojčlenku, mohli 1 bod získat za správný zápis a dosazení do rovnice. Body byly uděleny i za výpočet bez Kč a odpovědi.

Možný postup řešení: Tato úloha se dá řešit více způsoby. Níže budou uvedeny dva.

Výpočet přes 1 tričko:

$5250 : 7 = 750\ Kč$

$1\ tričko\ \dots 750\ Kč$

$52\ triček\ \dots 52 \cdot 750 = 39\,000\ Kč$ *Celá zásilka 52 triček stojí 39 000 Kč.*

Výpočet přes trojčlenku:

$\uparrow 7\ triček\ \dots 5\,250\ Kč \uparrow$

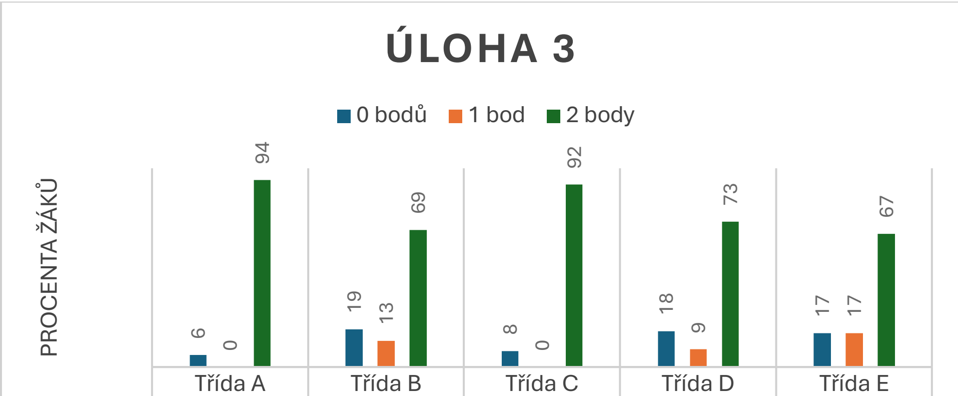
$\underline{52\ triček\ \dots x\ Kč}$

$$x = \frac{5250 \cdot 52}{7}$$

$x = 39\,000\ Kč$ *Celá zásilka 52 triček stojí 39 000 Kč.*

Výsledky:

Slovní úloha vedla na přímou úměrnost. Je to úloha z běžného života. S přímou úměrností se žáci dle ŠVP jednotlivých škol setkávají v 7. ročníku. Ovšem tato úloha šla vypočítat i přes cenu 1 trička, což by zvládli i mladší žáci bez znalosti přímé úměrnosti a trojčlenky. Proto úloha 3 byla nejlépe splněná úloha ze všech. Úspěšnost všech žáků je 83,5 %.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	6	19	8	18	17
1 bod	0	13	0	9	17
2 body	94	69	92	73	67

Obrázek 17: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 3

Zdroj: vlastní obrázek

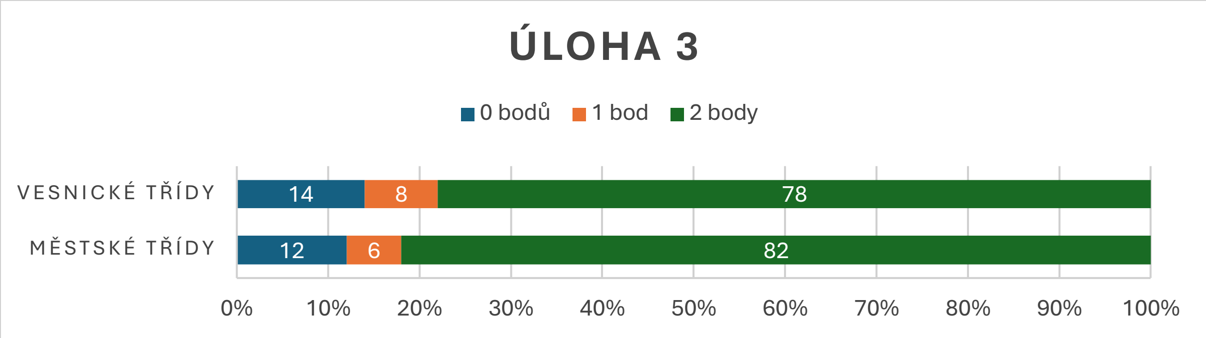
Nejlépe dopadla *třída A*, kde 94 % žáků, tedy 17 žáků dané třídy dokázalo vypočítat cenu za objednávku triček. Pouze 1 žák příklad neřešil.

Druhou velmi úspěšnou třídou je *třída C*. 92 %, tedy 12 žáků zvládlo získat maximální počet bodů na této úloze. Pouze 1 žák úlohu neřešil.

Další úspěšnou třídou je *třída D*, kde 73 % žáků zvládlo získat maximální 2 body, což je 8 žáků. Jeden žák (9 %) získal jeden bod, a to za správné určení ceny jednoho trika. Dva žáci pak úlohu řešili špatně.

Ve *třídě B* správně odpovědělo 69 % žáků, což je 11 žáků. Dva žáci (13 %) získali po bodu za správně zapsaný zápis a dosazení do trojčlenky. 19 % žáků, tedy 3 žáci této třídy řešili příklad špatně (1x) nebo jej vynechali (2x).

Ve *třídě E* počítalo správně přibližně 67 % žáků, tedy 8 žáků. Dva žáci (17 %), získali jeden bod, a to za výpočet ceny jednoho trička. Dva žáci (17 %) počítali chybně (1x) nebo úlohu přeskočili.

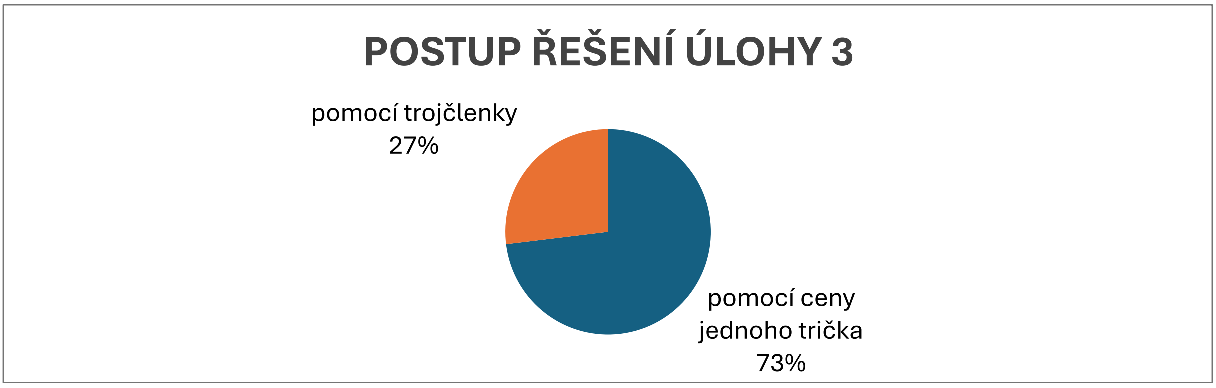


Obrázek 18: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 3

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 18) jde vidět, že obě skupiny tříd byly velmi úspěšné. Přece jen úspěšnější skupinou tříd se stala skupina tříd městských, které zvládly úlohu vypočítat v 82 % (28 žáků z 34) případů. Pouze 6 % žáků z městských tříd získalo 1 bod. 12 %, což jsou 4 žáci nezískali ani jeden bod. Vesnické třídy na tom byly jen nepatrně hůře. 78 % žáků (28 žáků z 36) zvládlo úlohu vypočítat celou. Tři žáci (8 %) získalo bod za částečné řešení a pět žáků (14 %) úlohu řešili chybně či ji nepočítali vůbec.

Zajímavé je i to, jakým způsobem úspěšní žáci příklad počítali. Počítali dvěma způsoby. Buď přes výpočet ceny jednoho trička, kterou pak vynásobili počtem objednaných triček. Druhý způsob byl přes použití trojčlenky. 38 žáků, kteří úlohu řešili správně, využilo výpočet přes cenu jednoho trička, což je 73 % z úspěšných řešitelů. Zbytek, tedy 27 %, což je 14 žáků řešilo úlohu za pomocí trojčlenky, viz Obrázek 19.

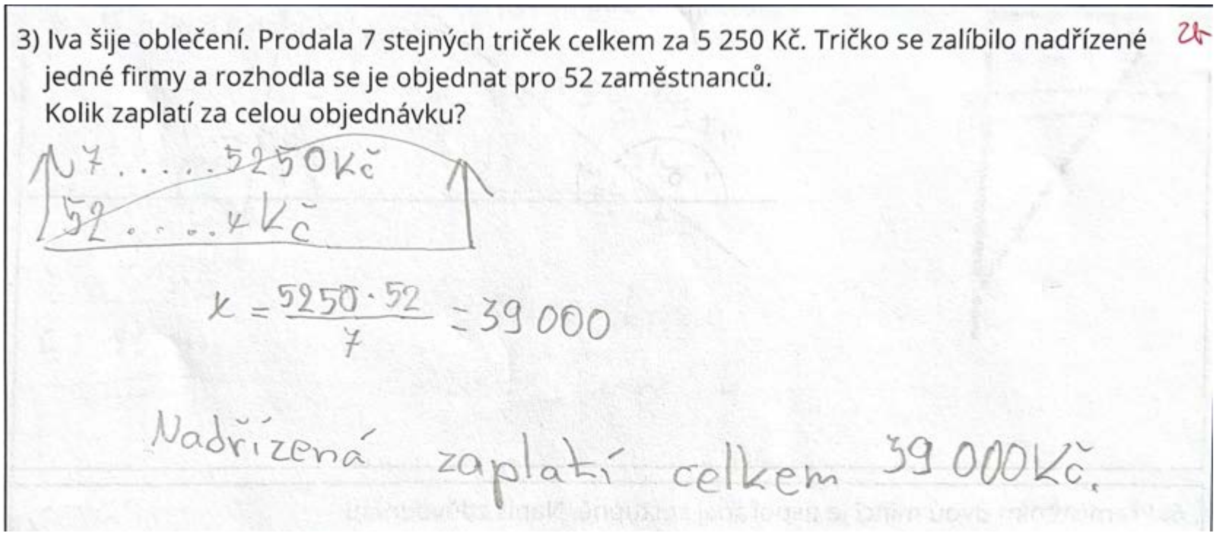


Obrázek 19: Graf zobrazující procentuální rozložení využití postupu při řešení slovní úlohy z úlohy 3

Zdroj: vlastní obrázek

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Na obrázku 20 je ukázka řešení žáka *třídy D*, který získal plný počet bodů. Při postupu jako jeden ze 14 žáků (viz výše) počítal pomocí trojčlenky. Tento žák napsal i odpověď, což je zcela správně. Pro tento didaktický test jsem ale odpovědi nevyžadovala a bodovala jsem pouze správný výsledek. Na obrázku 21 je příklad řešení, kdy došlo k chybě. Žák však zjistil cenu jednoho trička, proto získal 1 bod.


3) Iva šije oblečení. Prodala 7 stejných triček celkem za 5 250 Kč. Tričko se zalíbilo nadřízené jedné firmy a rozhodla se je objednat pro 52 zaměstnanců.
Kolik zaplatí za celou objednávku?

2b

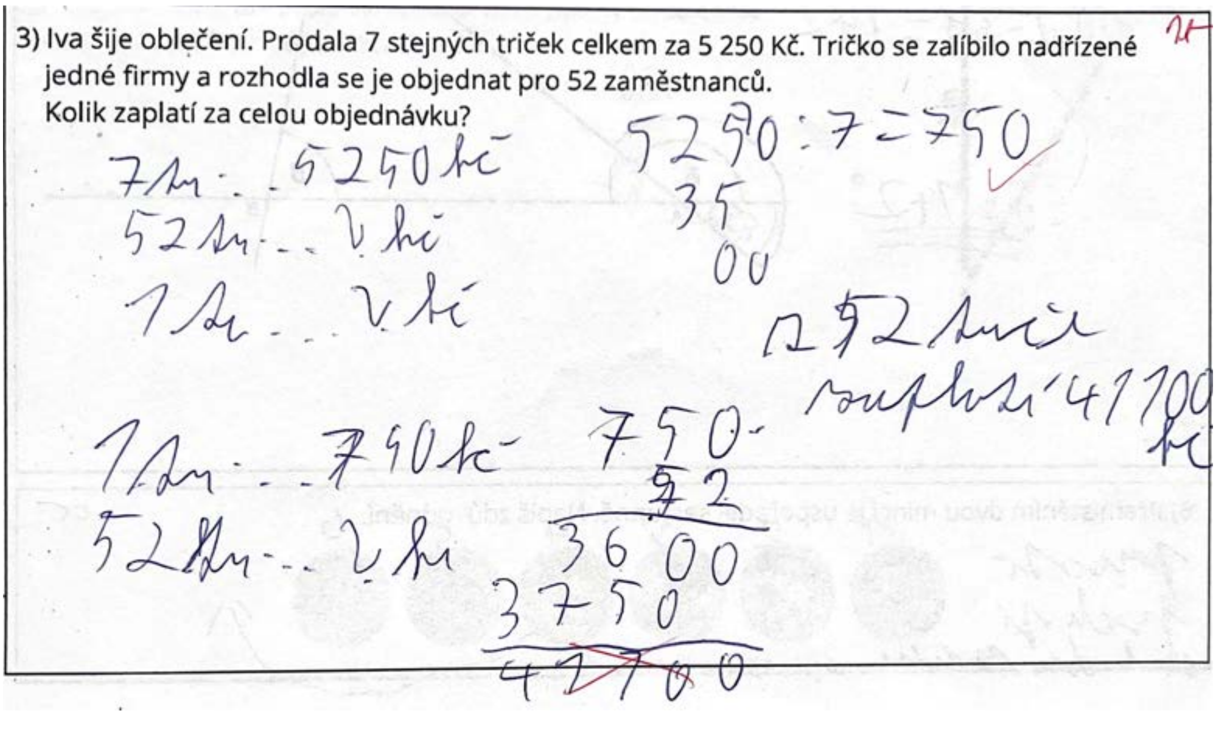
7 ..... 5250 Kč
52 ..... x Kč

$x = \frac{5250 \cdot 52}{7} = 39\,000$

Nadřízená zaplatí celkem 39 000 Kč.

Obrázek 20: Řešení úlohy 3 žákem *třídy D* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek


3) Iva šije oblečení. Prodala 7 stejných triček celkem za 5 250 Kč. Tričko se zalíbilo nadřízené jedné firmy a rozhodla se je objednat pro 52 zaměstnanců.
Kolik zaplatí za celou objednávku?

1b

7 tr ... 5250 kč
52 tr ... ? kč
1 tr ... ? kč

5250 : 7 = 750
35
00

1 tr ... 750 kč
52 tr ... ? kč

750 · 52
3600
3750
41700

Za 52 triček zaplatí 41 700 kč

Obrázek 21: Řešení úlohy 3 žákem *třídy E* se ziskem 1 bodu ze dvou

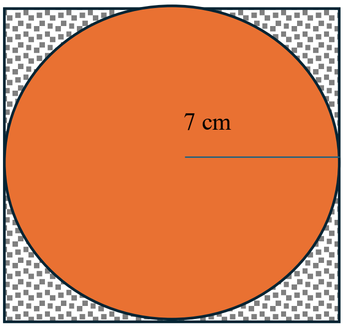
Zdroj: vlastní obrázek

4.1.4 Úloha 4 – Geometrie – obsah kruhu a čtverce + procenta – slovní úloha

Zadání: Iva vystříhává z látky tvaru čtverce kruh o poloměru 7 cm. Aby ušetřila, potřebuje co nejméně odpadu. Vypočítej, kolik procent tvoří odpad? Zaokrouhli na desetiny. Při výpočtu použij $\pi \approx \frac{22}{7}$. Udělej náčrt.

Bodování: Tento úkol byl nabodován třemi možnými body. 1 bod mohli žáci získat za výpočet obsahu kruhu a obsahu čtverce. Druhý bod byl získán za zjištění cm^2 odpadu. A poslední – třetí bod byl za určení procent odpadu.

Možný postup řešení:



Obrázek 22: Možný náčrt z úlohy 4

Zdroj: vlastní obrázek

Obsah čtverce:

$a = 7 + 7$

$a = 14\ cm$

$S = a \cdot a$

$S = 14 \cdot 14$

$S = \mathbf{196\ cm^2}$

Obsah kruhu:

$S = \pi r^2$

$S = \frac{22}{7} \cdot 7^2$

$S = \frac{22}{7} \cdot 49$

$S = \mathbf{154\ cm^2}$

Obsah odpadu:

$196 - 154 = \mathbf{42\ cm^2}$

Obsah odpadu v procentech:

$196\ cm^2 \ldots 100\ \%$

$\underline{42\ cm^2 \ldots x\ \%}$

$$x = \frac{100 \cdot 42}{196}$$

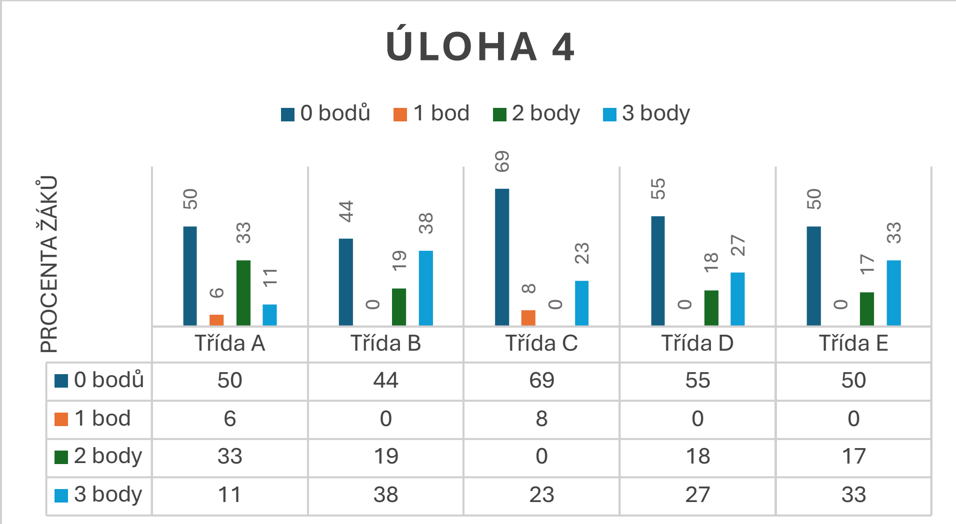
$x = 21{,}42\ \% \doteq \mathbf{21{,}4}\ \%$

Odpad tvoří 21,4 % látky (42 cm^2).

Výsledky:

Tato úloha byla složitá, jelikož to byla slovní úloha, kde bylo nutné ke správné odpovědi provést několik na sobě závisejících výpočtů. I dlouhé zadání mohlo odradit několik žáků k výpočtu, a proto celkem 24 žáků z celkových 70 úlohu neřešilo (přibližně 34 %). Ostatní se o výpočet pokusili a 18 žáků se dopočítalo a odpovědělo správně na otázku, což je 26 %

ze všech testovaných žáků. Přibližně 18 %, což je 13 žáků zvládlo dopočítat obsah odpadu a získat tak 2 body. Pouze 2 žáci (3 %) získali po jednom bodu za správný výpočet obsahu kruhu a obsahu čtverce. Zbývajících 13 žáků se o výpočet pokusilo, ale chybně.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	50	44	69	55	50
1 bod	6	0	8	0	0
2 body	33	19	0	18	17
3 body	11	38	23	27	33

Obrázek 23: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 4
Zdroj: vlastní obrázek

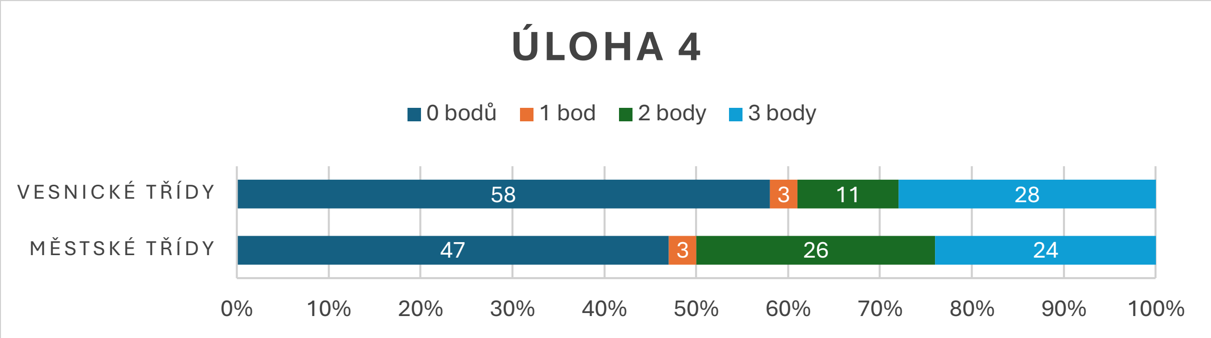
Z hlediska získání maxima bodů je procentuálně nejlepší *třída B*, kde 3 body získalo 38 % žáků, tedy 6 žáků dané třídy. Po dvou bodech v této třídě získali 3 žáci (19 %). Jeden bod nezískal nikdo, ale žádný bod získalo hned 7 žáků, z kterých 3 počítali chybně a 4 úlohu neřešili vůbec.

Další třídou je *třída E*, kde 33 % žáků, což jsou 4 žáci dané třídy získali po třech bodech. Další 3 žáci (přibližně 17 %) získali po dvou bodech. Žádný žák nezískal jeden bod. Šest žáků nezískalo žádný bod, z toho 2 řešili úlohu špatně a 4 úlohu zcela vynechali.

Ve *třídě D* získalo maximum bodů 27 % žáků, což jsou 3 žáci. Další 2 žáci (18 %) dosáhli na dva body. 55 % třídy, což je 6 žáků test nevyplnilo (3x) nebo počítali chybně (3x). Jeden bod nezískal nikdo z této třídy.

Ve *třídě C* dosáhli na 3 body tři žáci (23 %). Nikdo ze třídy nezískal 2 body. Za obsah kruhu a obsah čtverce získal jeden bod pouze jeden žák (8 %). Zbytek, tedy 69 %, což je 9 žáků úlohu počítala chybně (3x) nebo ji vynechali (6x), čímž se stává třídou, kde nejvíce procent žáků nezískali ani bod.

Poslední třídou je *třída A*, kde pouze 2 žáci (11 %) této třídy získali plný počet bodů. Šest žáků, což odpovídá přibližně 33 % třídy získalo 2 body, tedy dopočítali se obsahu odpadu z látky. Pouze jeden žák (6 %) dostal bod za výpočet obsahů kruhu a čtverce a 50 % třídy, což odpovídá 9 žákům příklad řešili špatně (2x) nebo příklad nepočítali vůbec (7x).



Obrázek 24: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 4

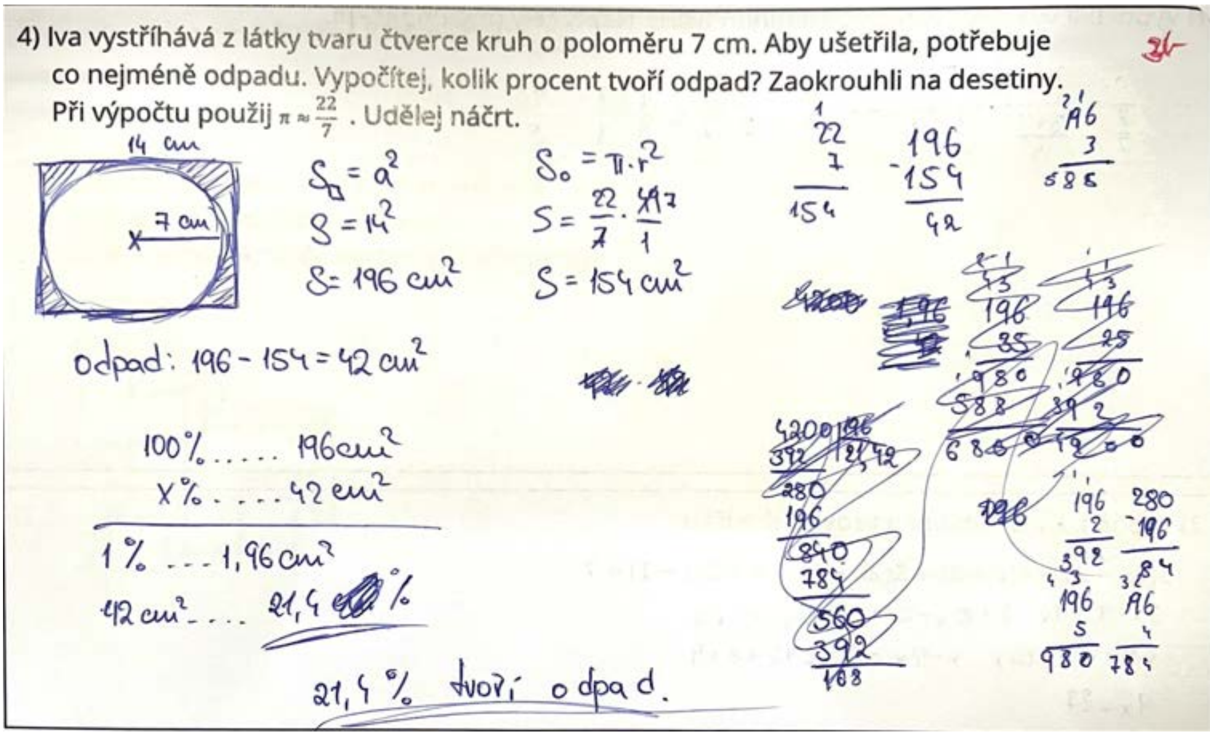
Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 24) vyplívá, že výrazně úspěšnější třídy, které dosáhly na nějaký bod, jsou třídy spadající do městské školy. Zde bylo bodováno 53 % žáků. 24 % žáků z městské školy, což je 8 žáků, dokázalo vypočítat i procenta odpadu a získali tak 3 body. Na dva body dosáhlo 26 % žáků, tedy 9 žáků.

10 žáků z tříd nacházejících se na vesnici, tedy 28 % žáků, dokázalo získat maximum bodů za tuto úlohu, což je o 2 žáky více než ve městských třídách. Méně však dokázali získat ve výpočtu obsahu odpadu, kdy 2 body získali pouze 4 žáci (11 %). 58 % žáků z této skupiny, což je 21 žáků za příklad nedostali žádný bod.

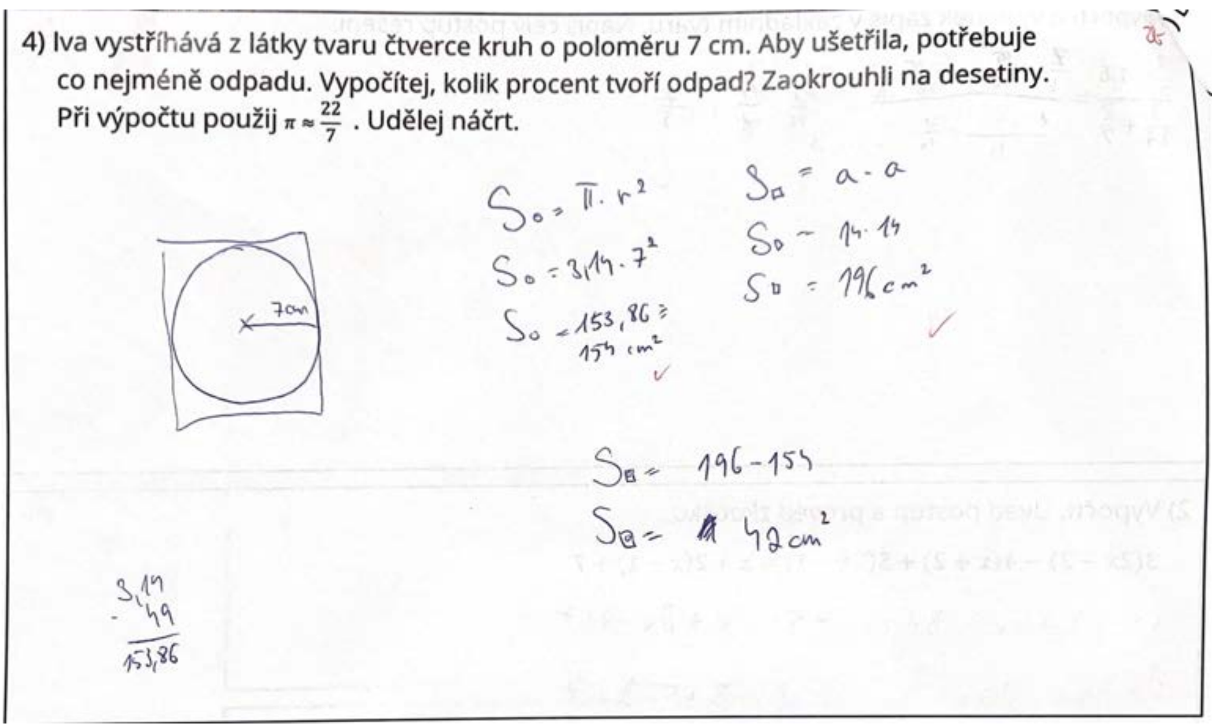
Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Na obrázku 25 je možné vidět správné řešení. Základem úspěchu je výpočet obsahu čtverce a kruhu. Následné zjištění obsahu odpadu, což je rozdíl zmíněných obsahů. Díky tomu je pak možné vypočítat procenta. V tomto řešení žák ze *třídy B* jako jeden z mála použil pro zjištění procent výpočet přes jedno procento. Většina žáků procenta počítala pomocí trojčlenky. Žák, jehož řešení je na obrázku 26 získal pouze dva body, a to za zjištění obsahů kruhu a čtverce a dále dopočítání obsahu odpadu. Pokud by obsah odpadu nedopočítal, získal by alespoň jeden bod.



Obrázek 25: Řešení úlohy 4 žákem *třídy B* s plným počtem tří bodů

Zdroj: vlastní obrázek



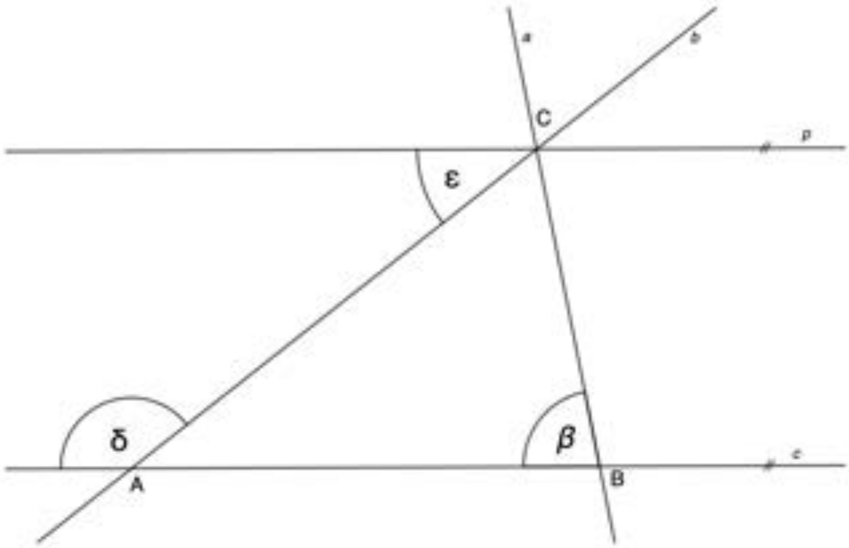
Obrázek 26: Řešení úlohy 4 žákem *třídy B* se ziskem 2 bodu ze tří

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.5 Úloha 5 – Geometrie – dopočet velikosti úhlů

Zadání: V rovině leží přímky a, b, c a p, jejíž průsečíky tvoří vrcholy trojúhelníku ABC. Přímky c a p jsou rovnoběžné. Velikost $\beta = 79°$ a $\varepsilon = 38°$.

Vypočítej velikost úhlu δ. Napiš postup.



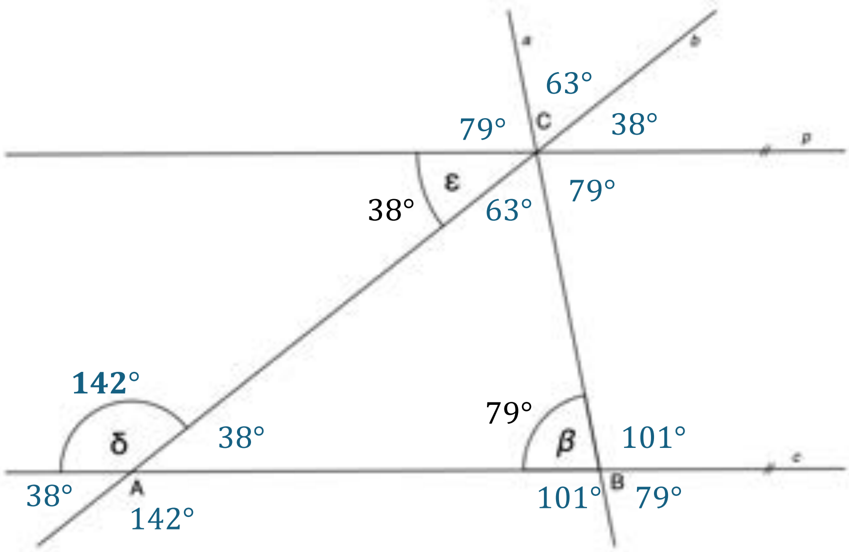
Obrázek 27: Dopočet úhlu – zadání úlohy 5

Zdroj: vlastní (Geogebra)

Bodování: Za tuto úlohu bylo možné získat 1 bod za správnou odpověď. Bod byl udělen i přes to, že žáci nenapsali k výsledku symbol stupňů (°).

Možný postup řešení: Tato úloha šla vyřešit mnoha způsoby. Důležité je znát vedlejší, vrcholové, souhlasné a střídavé úhly. Lze vyřešit i se znalostí součtu velikostí vnitřního úhlu v trojúhelníku.

$\boldsymbol{\delta = 142°}$

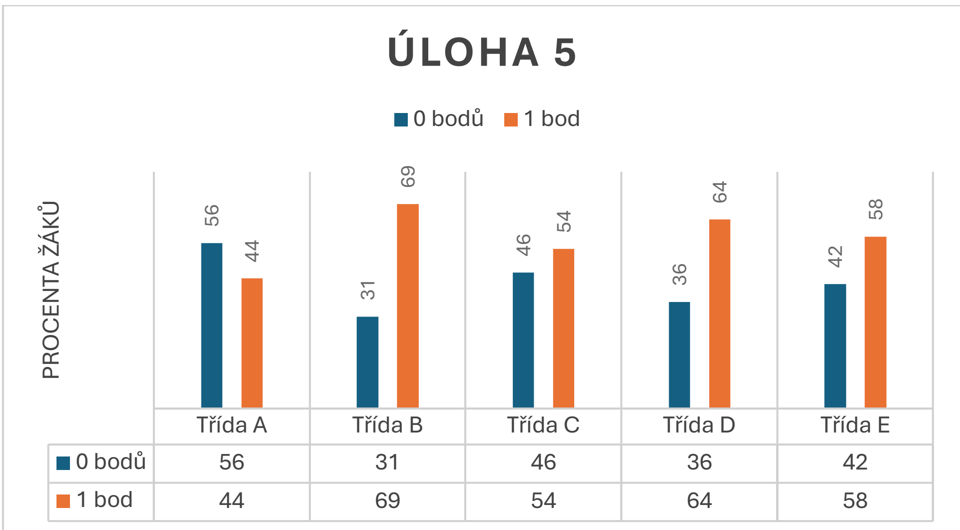


Obrázek 28: Dopočet úhlu – řešení k úloze 5

Zdroj: vlastní (Geogebra)

Výsledky:

V této úloze se využívá učivo o úhlech, se kterým se žáci setkávají podle jednotlivých ŠVP už v 6. ročníku. Žáci při řešení mohli využít různých strategiích a postupů, výsledek byl pouze jediný správný, proto byl za tuto úlohu pouze 1 bod.

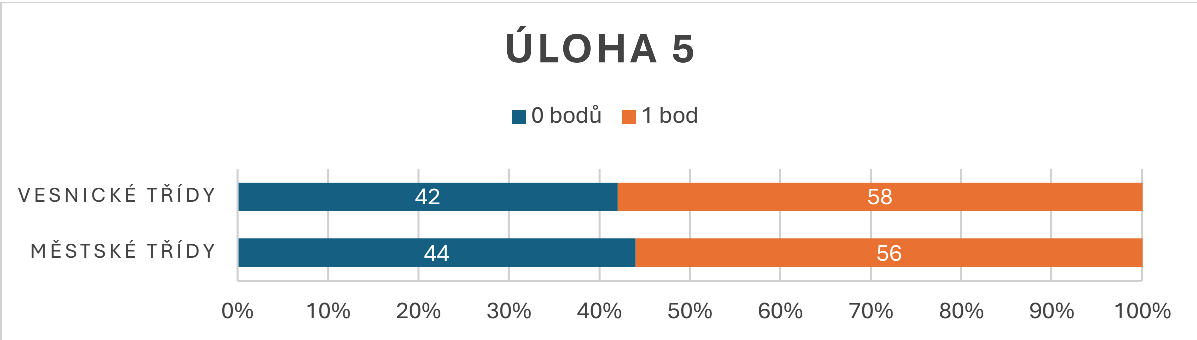


	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	56	31	46	36	42
1 bod	44	69	54	64	58

Obrázek 29: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 5

Zdroj: vlastní obrázek

Co se týče úspěšnosti, nejlépe na tom byla *třída B* se 69 %, což je 11 žáků z 16. Dále s 64% úspěšností řešení byla *třída D*, což je 7 úspěšných řešitelů z 11. S 58% zdařilostí se popasovala *třída E*, což je 7 z 12 testovaných žáků. Poslední třídou, kde bylo více úspěšných, než neúspěšných řešitelů je *třída C*, s 54 % (7 žáků ze 13). Jediná třída, kde bylo méně správných odpovědí než chybných či neřešených je *třída A*. Zde získalo bod pouze 8 žáků z 18 testovaných, což je 44 %.



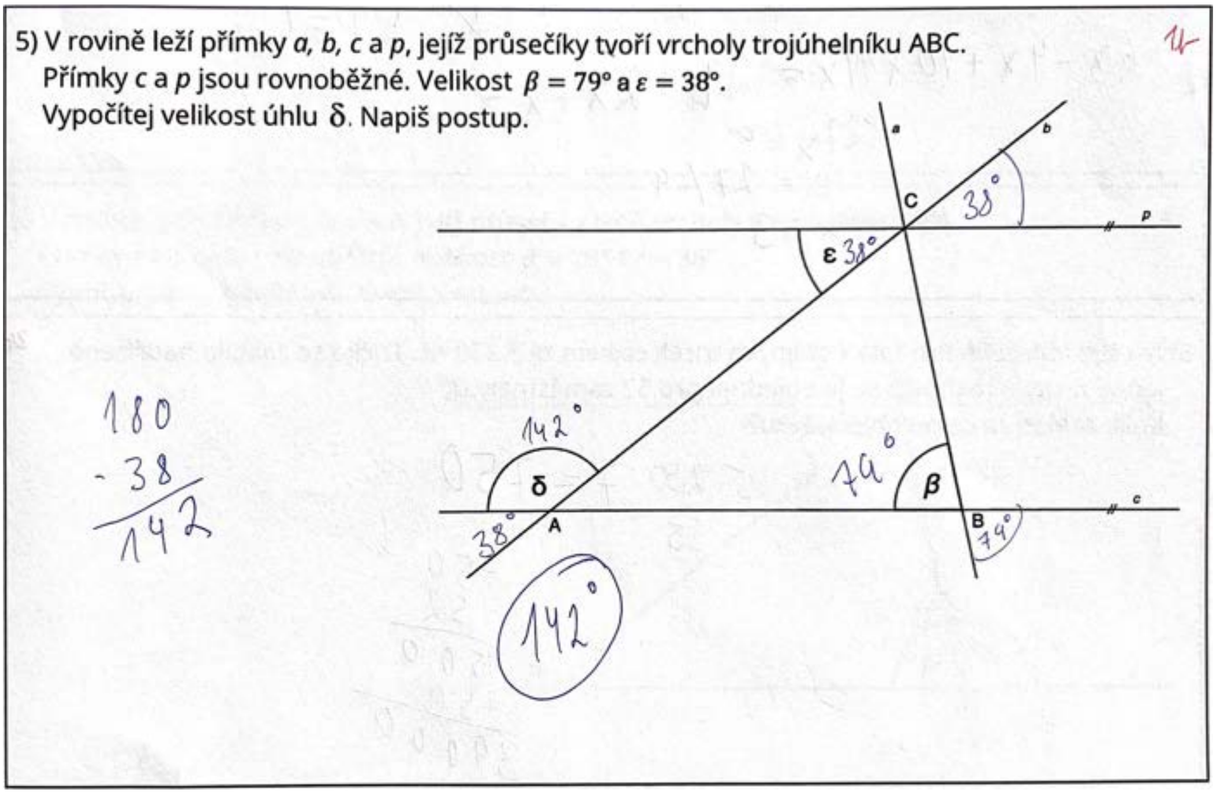
Obrázek 30: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 5

Zdroj: vlastní obrázek

Co se týče porovnání úspěchu městských tříd proti vesnickým, tak lépe z nich vychází právě třídy z vesnických škol, a to s 58 % (21 žáků). Na městských školách úlohu 5 řešilo správně 56 % žáků (19 žáků). V obou případech tak byla úspěšná více než polovina žáků.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

U této úlohy bylo opravdu velké množství postupů. Někteří žáci určili velikosti všech úhlů, jiní se snažili jít tou nejkratší cestou, jak je vidět na obrázku 31. Zde žák z *třídy C* využil znalosti o souhlasných a vedlejších úhlech. V některých případech bylo znát, že žák tyto znalosti má a dokáže je použít, ale bohužel udělal početní chybu a špatně určil, že velikost úhlu $\boldsymbol{\delta}$ je 152°.



Obrázek 31: Řešení úlohy 5 žákem *třídy C* s plným počtem jednoho bodu

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.6 Úloha 6 – Uspořádání čísel

Zadání: Přemístěním dvou mincí je uspořádej sestupně. Napiš zdůvodnění.

Obrázek 32: Mince s čísli – zadání úlohy 6

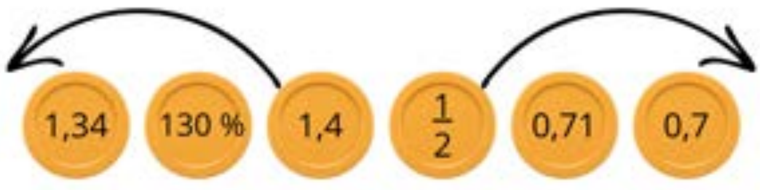
Zdroj: vlastní obrázek

Bodování: Za tuto úlohu mohli žáci získat 1 bod. Museli buď šipkou od mince ukázat nové místo přesunu nebo mince sestupně očíslovat.

Možný postup řešení: Jelikož se ve cvičení objevují jak desetinná čísla, procenta a zlomky, muselo se pro porovnání převést na stejná čísla. Jako jednu z jednodušších variant volím převod na desetinná čísla.

$130\ \% = \mathbf{1{,}30}$

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \mathbf{0{,}5}$



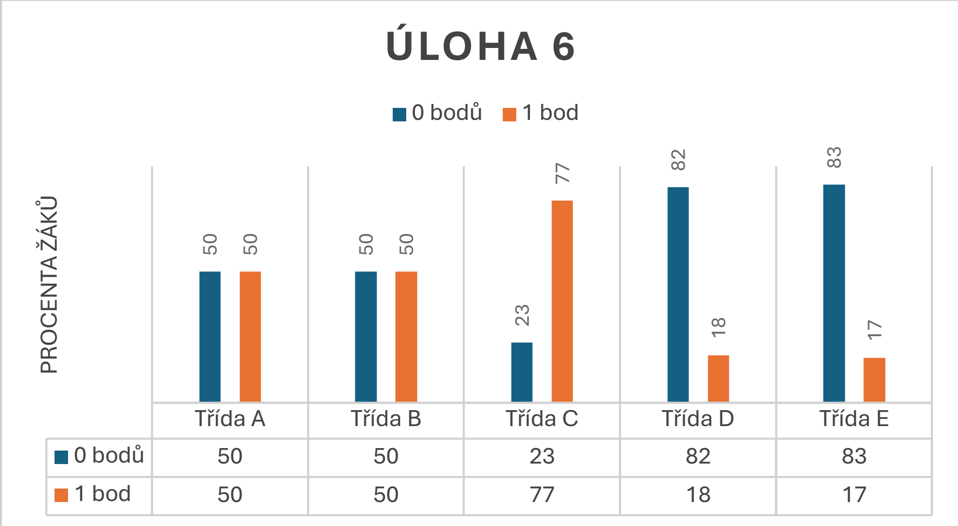
$\mathbf{1{,}4} > \mathbf{1{,}34} > \mathbf{1{,}30} > \mathbf{0{,}71} > \mathbf{0{,}7} > \mathbf{0{,}5}$

Obrázek 33: Mince s čísli – řešení k úloze 6

Zdroj: vlastní obrázek

Výsledky:

K vyřešení této úlohy bylo v první řadě nutné vědět, co je to sestupně. Poté žáci museli umět pracovat s desetinnými čísli, zlomky a procenty, což ve všech testovaných třídách probírali v 6. a 7. ročnících (dle jednotlivých ŠVP).

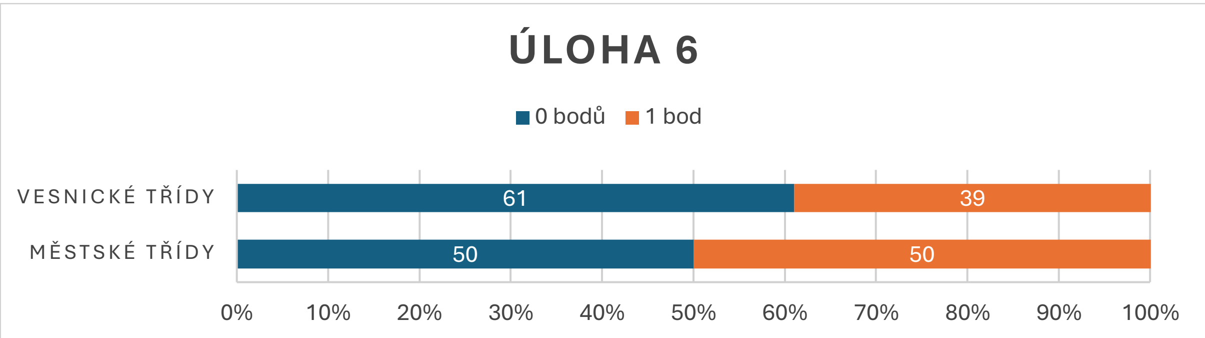


	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	50	50	23	82	83
1 bod	50	50	77	18	17

Obrázek 34: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 6

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 34) lze vyčíst, že u *třídy A* i *B* zvládla úlohu 6 vyřešit přesně polovina žáků (tedy 9 a 8 žáků). Ve *třídě C*, která byla nejúspěšnější, bylo 77 % žáků (10 žáků ze 13) kteří úlohu správně vyřešili. Ve *třídě D*, úlohu vyřešilo pouze 18 % žáků z této třídy, což jsou 2 žáci z 11. Stejný počet žáků zvládlo úlohu vyřešit i ve *třídě E*, což je pouhých 17 % a také je to nejhorší výsledek.



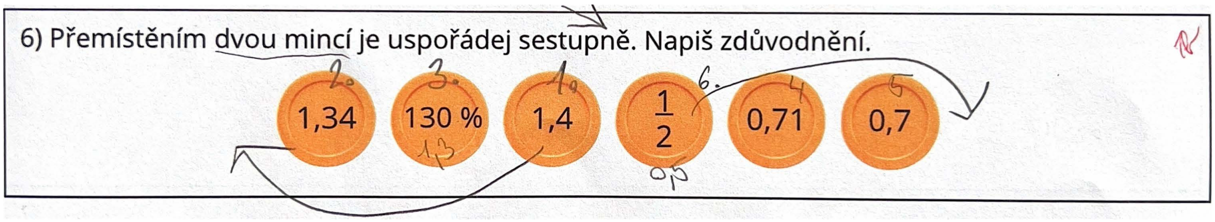
Obrázek 35: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 6

Zdroj: vlastní obrázek

Při pohledu na graf (Obrázek 35) lze říct, že městské třídy dopadli lépe a to s 50% úspěšností řešení úlohy 6, což je 17 žáků z 34. Ve vesnických třídách úlohu úspěšně vyřešilo pouze 39 % žáků, tedy 14 žáků z 36. Zajímavé je, že ve vesnických třídách je i *třída*, která v této úloze dopadla nejlépe.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Na obrázku 36 je vidět jeden ze správných postupů při výpočtu tohoto příkladu. Dle mého názoru žák *třídy A* zvolil tu nejlehčí variantu, a to převod na desetinná čísla. Tato strategie byla při úspěšném řešení nejčastější. Objevili se i jedinci, kteří si čísla převedli na zlomky.



Obrázek 36: Řešení úlohy 6 žákem *třídy A* s plným počtem jednoho bodu

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.7 Úloha 7 – Číselná řada

Zadání: Doplň číselnou řadu. Kolik těchto čísel je menších než 100?

1 4 9 16 25 __ 49 __ ...

Bodování: Žáci mohli získat 2 body. 1 bod byl za doplnění dvou správných čísel do řady na vynechaná místa. 1 bod byl za odpověď, kolik takových čísel je menších než 100.

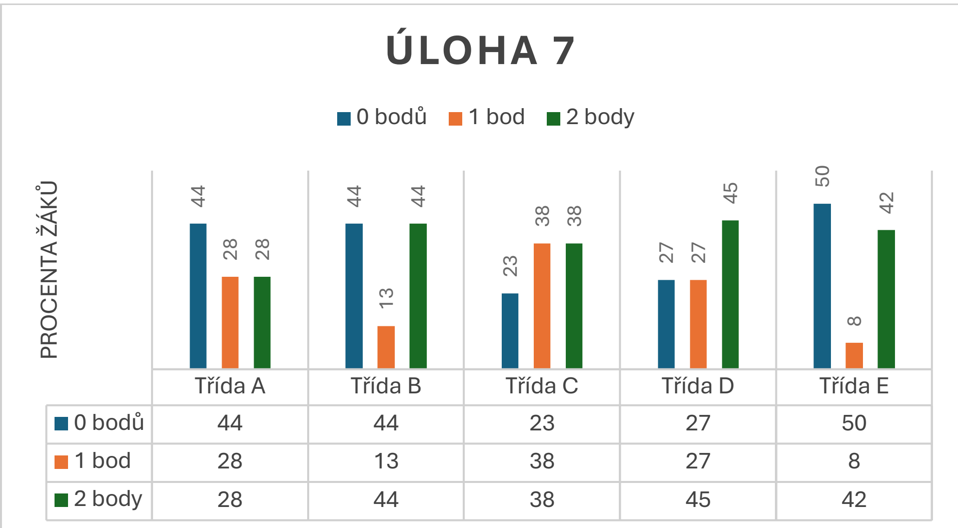
Možný postup řešení: Správné řešení je pouze jedno, a to uvědomění, že se jedná o druhé mocniny po sobě jdoucích čísel.

1 4 9 16 25 **36** 49 **64** 81 100 ...

Čísel menších než 100 je 9 (*1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81*).

Výsledky:

S řešením číselné řady s mocninami se žáci dle ŠVP setkali až v 9. ročníku. Druhé mocniny žáci probírali již v 8. ročníku. Úloha je rozdělena na dvě části, které se na sebe vážou. Aby žák zjistil, kolik je těchto čísel menších než 100, tak musí správně doplnit číselnou řadu. 2 body získalo 39 % všech testovaných žáků, tedy 27 žáků. 1 bod, tedy číselnou řadu správně doplnilo 23 % žáků (16 žáků). Chybně nebo vůbec vyplnilo úlohu 27 všech testovaných žáků, tedy 39 %.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	44	44	23	27	50
1 bod	28	13	38	27	8
2 body	28	44	38	45	42

Obrázek 37: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 7

Zdroj: vlastní obrázek

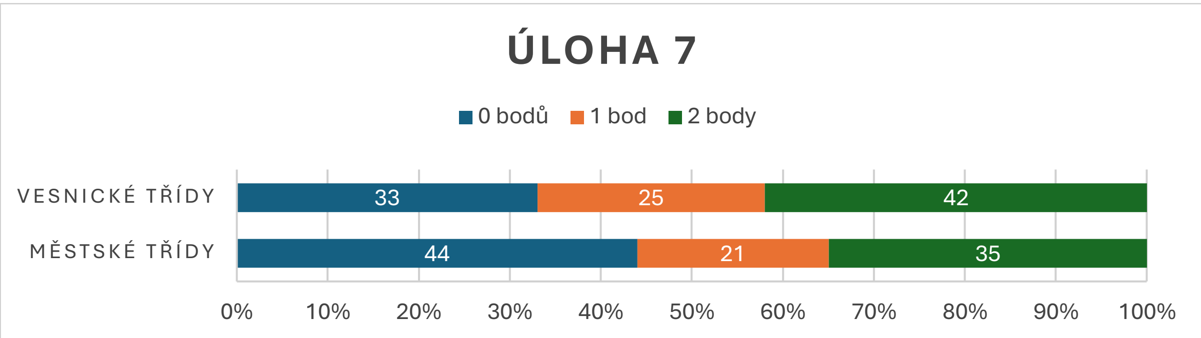
Plný počet bodů dosáhlo největší procento ve *třídě D* (45 %, což je 5 žáků). V této třídě 4 žáci (23 %) správně doplnili číselnou řadu. 3 žáci úlohu nevyplňovali a 2 ji vyplnili chybě, což znamená, že 0 bodů získalo 23 % žáků této třídy.

Ve *třídě B* získalo 2 body 44 % žáků, tedy 7 žáků. Stejný počet úlohu přeskočilo (6x) nebo vyplnilo chybně (1x). 2 žáci, což je 13 %, doplnili správně číselnou řadu, ale špatně uvedli celkový počet.

Ve *třídě E* na plný počet dosáhlo 42 % žáků (5 žáků). Pouze 1 (8 %) správně dosadil čísla do číselné řady a 50 % žáků (6 žáků) úlohu řešilo špatně (2x) anebo ji vynechali (4x). U této třídy jde vesměs říct, že pokud již správně doplnili řadu, tak zvládli určit počet druhých mocnin menších než 100.

Plný počet bodů ve *třídě C* získalo 38 % žáků třídy (5 žáků). Stejný počet dokázal doplnit číselnou řadu, ale již správně nedoplnit počet těchto čísel menší než 100. Pouze 23 % žáků, tedy 3 žáci třídy, úlohu řešili špatně (1x) nebo ji vynechali (2x).

Poslední třídou je *třída A*, kde dva body získalo 28 %, tedy 5 žáků. Stejný počet získalo 1 bod, tedy doplnili číselnou řadu. 8 žáků, což je 44 %, příklad řešili špatně (4x) nebo ho vynechali (4x).



Obrázek 38: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 7

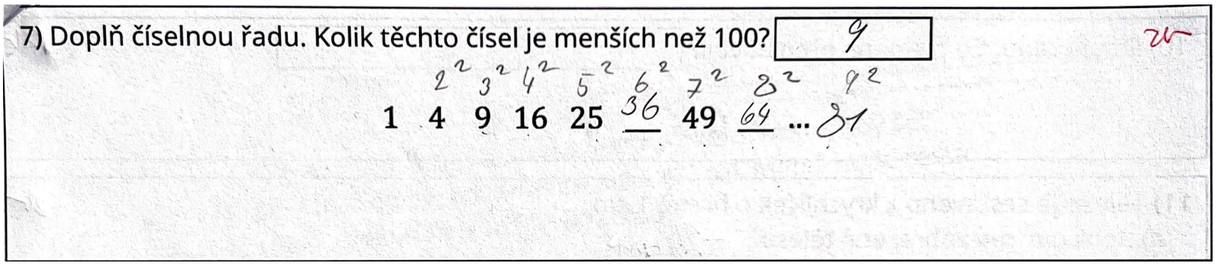
Zdroj: vlastní obrázek

Na číselnou řadu přišlo z vesnických tříd 67 % žáků, což je 24 žáků. Z nichž 15 dokázalo uvést počet druhých mocnin menších než 100. Žáci městské školy byli méně úspěšní. Číselnou řadu dokázalo doplnit pouze 56 %, tedy 19 žáků, z nichž jen 12 určilo počet čísel. 44 % tedy 15 žáků docházející do školy ve městě úlohu vyplnili špatně nebo ji nevyplňovali.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

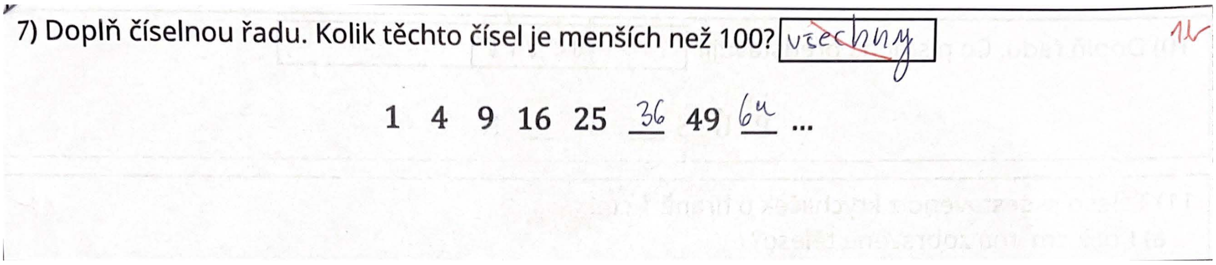
Pokud žák přišel na to, že se jedná o řadu čísel druhých mocnin, tak obě chybějící čísla doplnil správně tak, jak se tomu na obrázku 39. Žák si zde i vypsal, proč tomu tak je. Poté správně odpověděl na otázku, kolik takových čísel je menších než 100, a proto získal 2 body.

Žáci, co získali 1 bod číselnou řadu doplnili, ale špatně odpověděli na otázku. Jako v případě žáka *třídy C* (Obrázek 40). Odpověď „všechny“ se objevila celkem u 4 žáků. Proto by nejspíše měla být lépe formulovaná otázka.



Obrázek 39: Řešení úlohy 7 žákem *třídy B* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek



Obrázek 40: Řešení úlohy 7 žákem *třídy C* se ziskem 1 bodu ze dvou

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.8 Úloha 8 – Soustava lineárních rovnic o dvou neznámých

Zadání: Řeš soustavu lineárních rovnic. Uveď postup.

$0{,}3x + \frac{1}{5}y = -0{,}1$

$x + y = 1$

Bodování: Žáci mohli získat maximálně 2 body. Za každou správnou hodnotu neznámé po jednom bodu.

Možný postup řešení: Žáci na základní škole se učí počítat soustavu rovnic substituční metodou, kdy se jedna z rovnic vyjádří jako jedna proměnná vyjádřena v závislosti na druhé proměnné a následně se tento výraz dosadí do druhé rovnice. Nebo se používá metoda sčítací, kdy se rovnice sčítají nebo odčítají, aby se odstranila jedna proměnná, což umožní řešit soustavu postupně.

Substituční metoda (jeden z možných postupů):

$0{,}3x + \frac{1}{5}y = -0{,}1 \quad \Rightarrow \quad 3x + 2y = -1$

$\underline{x + y = 1} \quad \Rightarrow \quad x = 1 - y \quad \Rightarrow \quad x + 4 = 1$

$3(1 - y) + 2y = 1 \qquad \boldsymbol{x = -3}$

$3 - 3y + 2y = 1$

$-y = -4$

$\boldsymbol{y = 4}$

Sčítací metoda (jeden z možných postupů):

$0{,}3x + \frac{1}{5}y = -0{,}1$

$\underline{x + y = 1}$

$3x + 2y = -1$

$\underline{-3x - 3y = -3}$

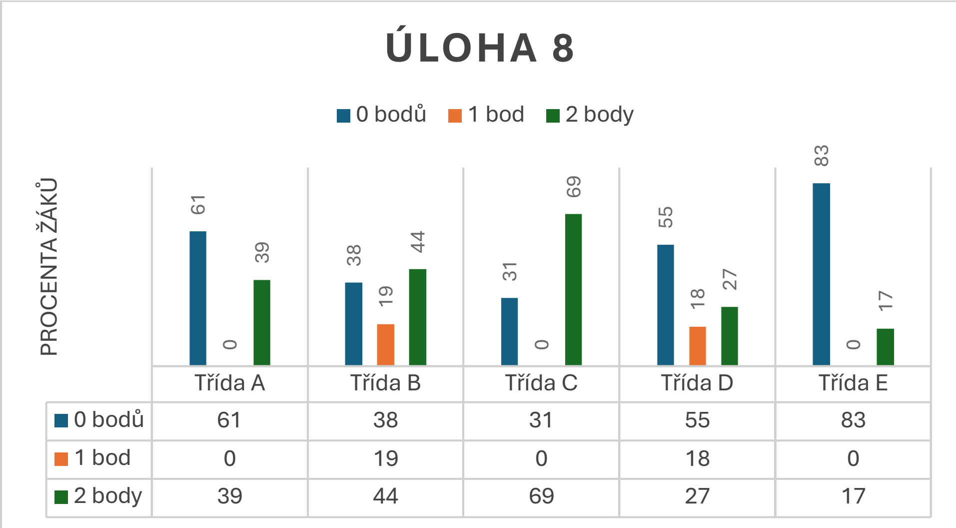
$-y = -4$

$\boldsymbol{y = 4} \quad \Rightarrow \quad x + 4 = 1$

$\boldsymbol{x = -3}$

Výsledky:

Se soustavou lineárních rovnic o dvou neznámých se testovaní žáci setkali až v 9. ročníku. Což může být výhoda v tom, že je to pro žáky poměrně nedávno. Avšak procentuální úspěšnost v získání bodů je pouhých 44 %.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	61	38	31	55	83
1 bod	0	19	0	18	0
2 body	39	44	69	27	17

Obrázek 41: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 8

Zdroj: vlastní obrázek

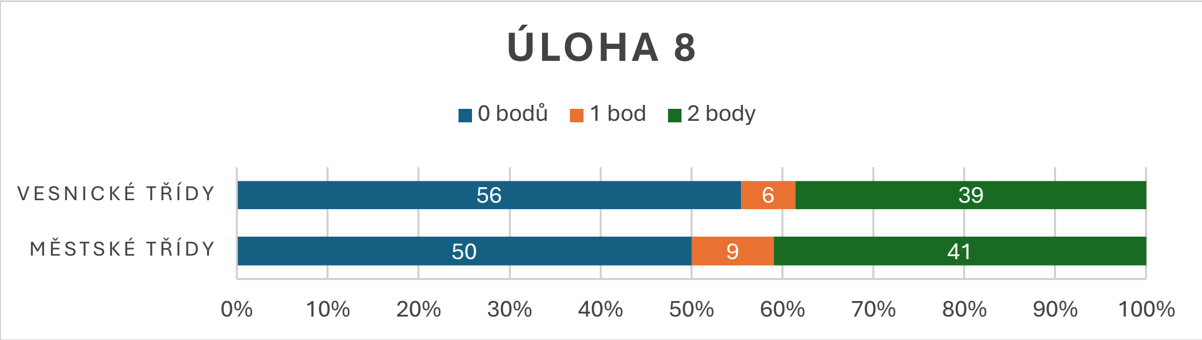
Nejlépe si vedla *třída C*, kde zvládlo soustavu rovnic vypočítat 69 % žáků, tedy 9 žáků. 4 žáci, což je 31 % úlohu vynechali.

Ve *třídě B*, úspěšně úlohu vyřešilo 44 % žáků, což je 7 žáků. 3 žáci (19 %) zvládlo vypočítat hodnotu jedné proměnné a při dopočítání druhé udělali chybu. 38 % žáků (6 žáků) úlohu počítali špatně (2x) či ji vynechali (4x).

Správně soustavu rovnic ve *třídě A* zvládlo 39 % žáků (7 žáků). 61 %, což je 11 žáků úlohu řešili špatně (8x) nebo ji vynechali (3x).

Ve *třídě D* zvládli soustavu vyřešit pouze 3 žáci (27 %), další 2 (18 % žáků) vypočítali správně hodnotu jedné neznámé a 55 %, což je 6 žáků příklad počítalo špatně (3x) či úlohu vynechali (3x).

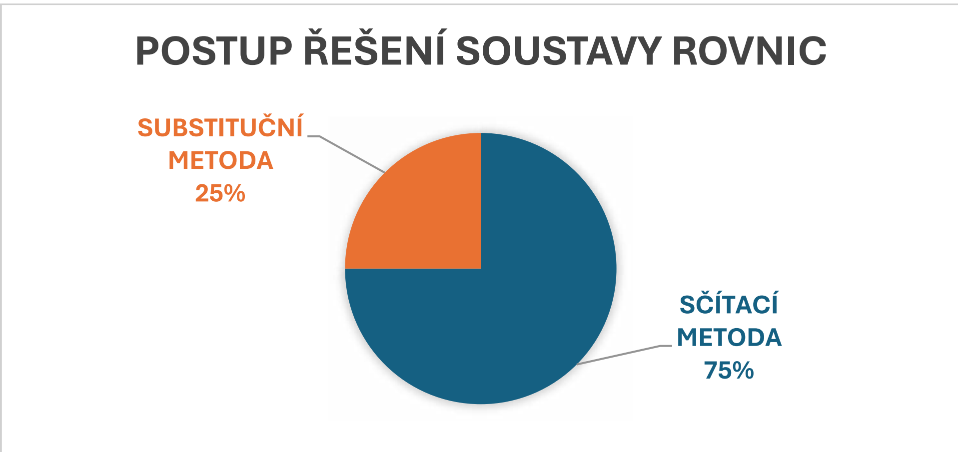
Nejhůře si vedla *třída E*, kdy soustavu rovnic o dvou neznámých zvládlo vypočítat pouhých 17 % žáků, což jsou 2 žáci dané třídy. Zbytek, tedy 83 % (10 žáků) úlohu vynechali (5x) nebo počítali špatně (5x).



Obrázek 42: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 8

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 42) lze vyčíst, že lépe si vedli žáci z městské školy, a to tak, že 41 % (14 žáků) dokázalo vypočítat obě neznámé, 3 žáci (9 %) určili správně hodnotu aspoň jedné neznámé a 50 % (17 žáků) příklad nevypočítali správně. Ve vesnických školách dostali plný počet pouze 39 %, což je 14 žáků. Dva žáci (6 %) určili správně hodnotu jedné neznámé a 56 %, tedy 20 žáků příklad řešilo špatně nebo jej vynechali. Z grafu lze vidět, že tato úloha nebyla příliš úspěšně řešená.



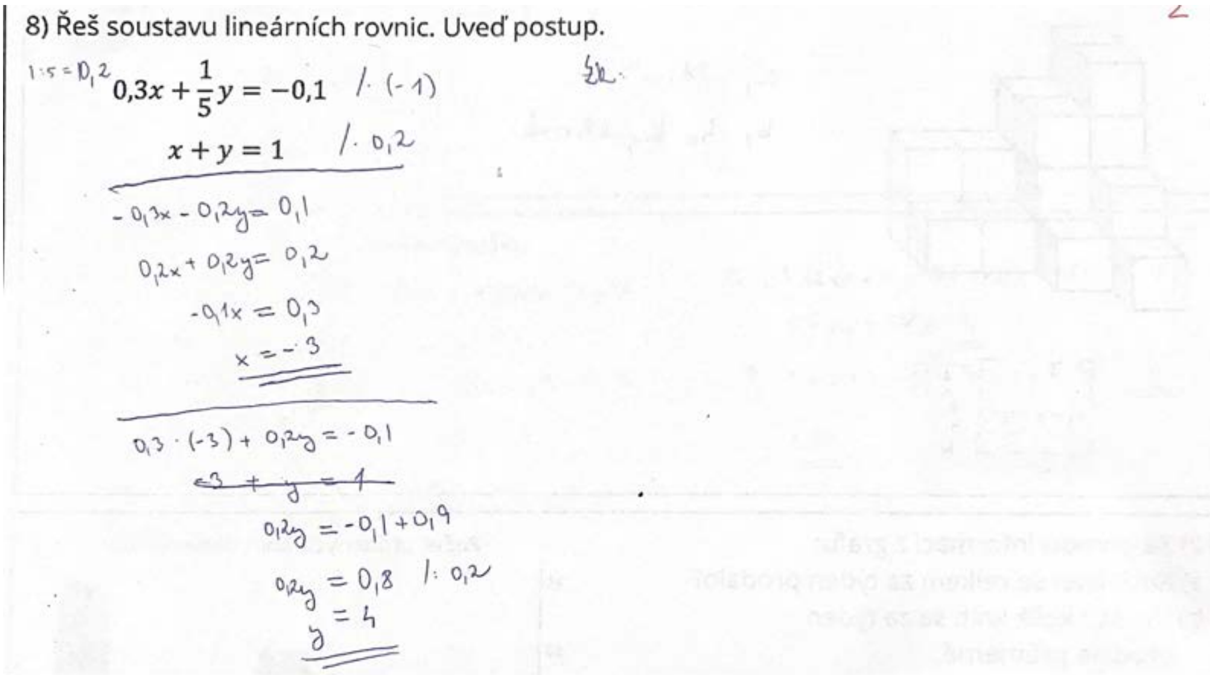
Obrázek 43: Graf zobrazující procentuální rozložení využití metod při správném řešení soustavy rovnic o dvou neznámých z úlohy 8

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 43) jde vyčíst, že využívanější metodou při správném řešení soustavy rovnic o dvou neznámých byla metoda sčítací, kterou pro postup použilo 75 % žáků, tedy 21 žáků. Substituční metodu využilo pouze 25 % žáků, což je 7 žáků.

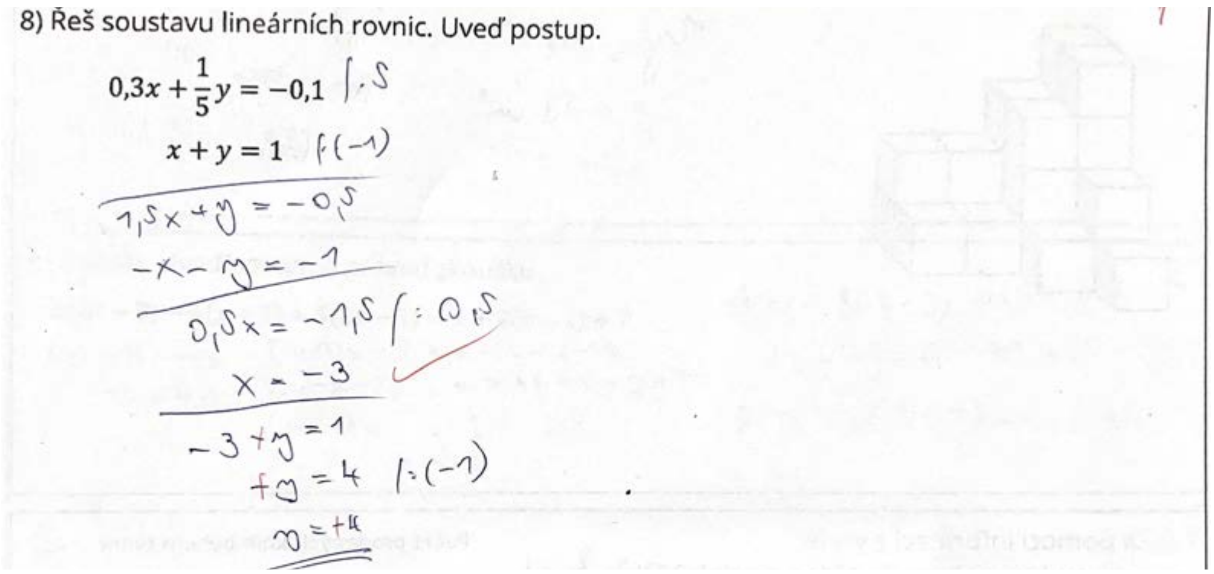
Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Žáci, kteří soustavu lineárních rovnic řešili většinou postup zvládli. Většina z nich používala sčítací metodu (75 % žáků), tak jak je vidět na ukázkách (Obrázek 44 a 45). V prvním případě žák *třídy B* správně vypočítal obě neznámé, v druhém případě (Obrázek 45) žák téže třídy správně vypočítal pouze jednu neznámou, za kterou získal bod. Poté je vidět, že postup zná, ale provedl početní chybu. Pokud žáci postup znali, ale získali 0 bodů, tak to bylo právě kvůli početním chybám a špatným výsledkům.



Obrázek 44: Řešení úlohy 8 žákem *třídy B* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek

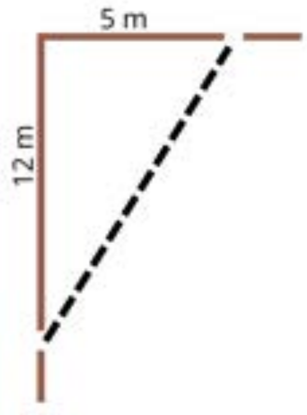


Obrázek 45: Řešení úlohy 8 žákem *třídy B* se ziskem 1 bodu ze dvou

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.9 Úloha 9 – Pythagorova věta – slovní úloha

Zadání: Petr si chtěl zkrátit cestu parkem. Místo, aby šel přímo po cestě, tak zvolil zkratku. O kolik metrů bude cesta kratší, pokud Petr půjde zkratkou?



Obrázek 46: Cesta se zkratkou – zadání úlohy 9

Zdroj: vlastní obrázek

Bodování: Tento úkol byl nabodován na 2 body. 1 bod bylo zjištění délky přepony – tedy zkratky. Druhý bod byl za uvedení o kolik metrů byla zkratka kratší. Body byly uděleny i přes to, že za výsledkem nebyla uvedena jednotka.

Možný postup řešení: K vypočítání tohoto úkolu je nutné mít znalosti Pythagorovi věty a druhých mocnin a odmocnin.

$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$, kde strana *c* je přepona a strany *a, b* jsou odvěsny v pravoúhlém trojúhelníku.

V tomto příkladě je potřeba vypočítat právě přepona, tedy zkratka.

Délka zkratky:

$c^2 = 12^2 + 5^2$

$c^2 = 144 + 25$

$c^2 = 169$

$\sqrt{c^2} = \sqrt{169}$

$\boldsymbol{c = 13\ m}$ $\Rightarrow$

Délka cesty po chodníku:

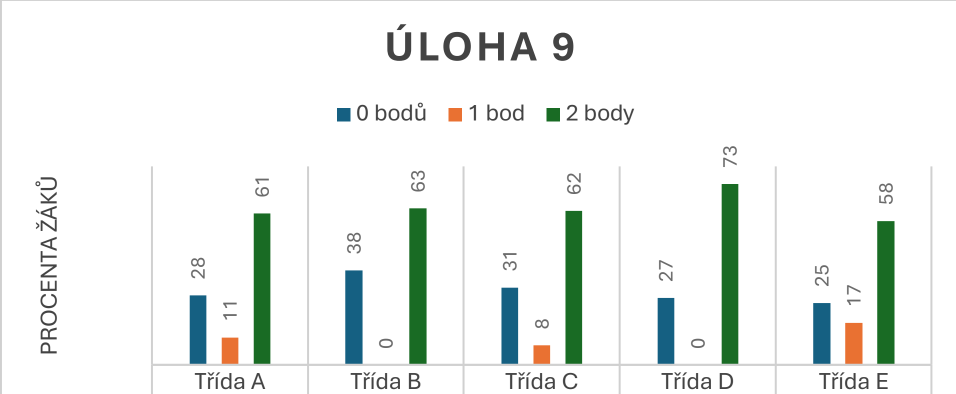
$12 + 5 = \boldsymbol{17\ m}$

$17 - 13 = \boldsymbol{14\ m}$

Zkratka je kratší o 4 m.

Výsledky:

S Pythagorovou větou se žáci seznámí v 8. ročníku (dle ŠVP jednotlivých škol). V tomto ročníku se učí i druhé mocniny a odmocniny, které k výpočtu potřebují. Tato úloha byla třetí nejlépe počítaná, a to s přibližně 66,6 % úspěšností. I přes to, že se jedná o slovní úlohu.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	28	38	31	27	25
1 bod	11	0	8	0	17
2 body	61	63	62	73	58

Obrázek 47: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 9

Zdroj: vlastní obrázek

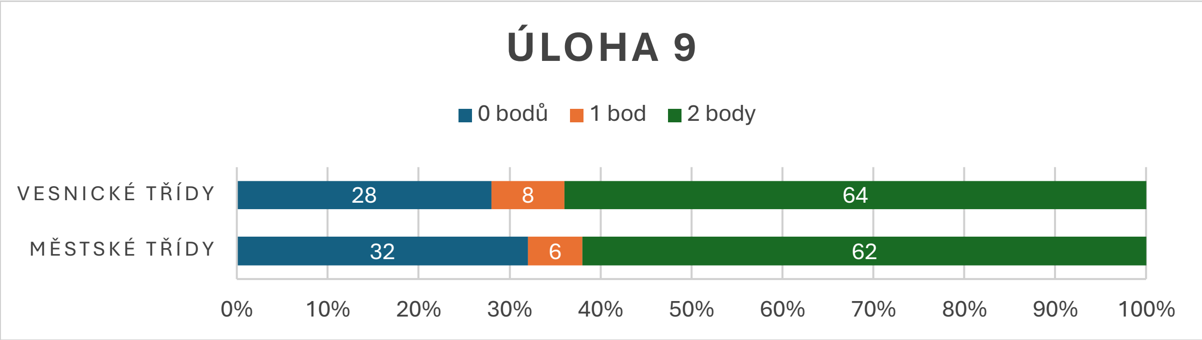
Nejúspěšnější třídou při odpovědi na tuto úlohu byla *třída D*, kdy správně odpovědělo 73 % žáků (8 žáků) a pouze 3 žáci (23 %) úlohu počítali špatně (1x) či ji vynechali (2x).

Ve *třídě B*, správně odpovědělo 63 % žáků (10 žáků), 38 % (6 žáků) počítalo špatně (3x) nebo úlohu vynechali (3x).

62 % žáků, což je 8 žáků *třídy C* odpovědělo správně na otázku. Jeden žák vypočítal pouze délku zkratky, ale na otázku již neodpověděl. Zbytek, tedy 31 % (4 žáci) úlohu přeskočili.

Ve *třídě A* správně odpovědělo na otázku 61 % žáků, tedy 11 žáků dané třídy. Dva žáci správně vypočítali délku zkratky, ale již nedopočítali, o kolik je kratší. Dalších 5 žáků, tedy 28 %, příklad počítali špatně (3x) nebo jej vynechali (2x).

V porovnání nejhůře dopadla *třída E*, kde správně odpovědělo 58 % žáků (7 žáků). Další 2 žáci (17 %) získali jeden bod za výpočet délky zkratky. Tři žáci (25 %) příklad neřešili.



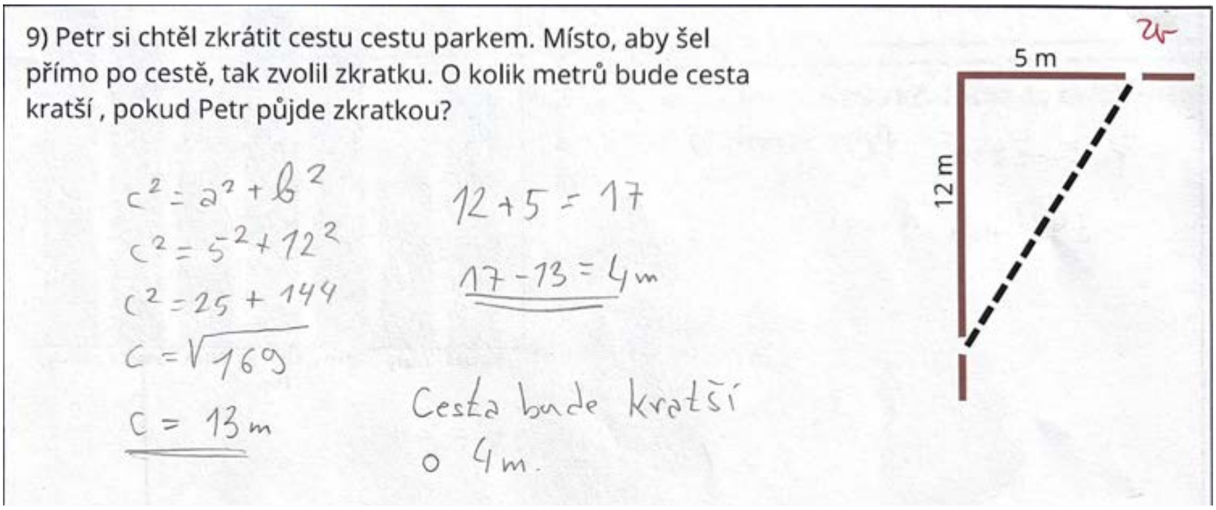
Obrázek 48: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 9

Zdroj: vlastní obrázek

Z grafu (Obrázek 48) vyplívá, že si lépe vedly třídy vesnické, kde 64 % žáků správně odpovědělo na otázku. Pouze 28 % žáků úlohu vyplnilo špatně nebo nevyplnilo vůbec. Městské třídy si nevedly o moc hůře. 62 % žáků dokázalo správně odpovědět na otázku. 32 % žáků příklad počítalo špatně nebo jej vynechali.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Na obrázku 49 je vidět perfektní postup řešení této úlohy i se slovní odpovědí, proto žák získal 2 body. Většina žáků takto detailní postup neměla. Pokud žák uvedl pouze délku zkratky, tedy 13 m, získal 1 bod.



Obrázek 49: Řešení úlohy 9 žákem *třídy A* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek

4.1.10 Úloha 10 – Logická řada

Zadání: Doplň řadu. Co písmena představují?

P Ú S __ P __ N

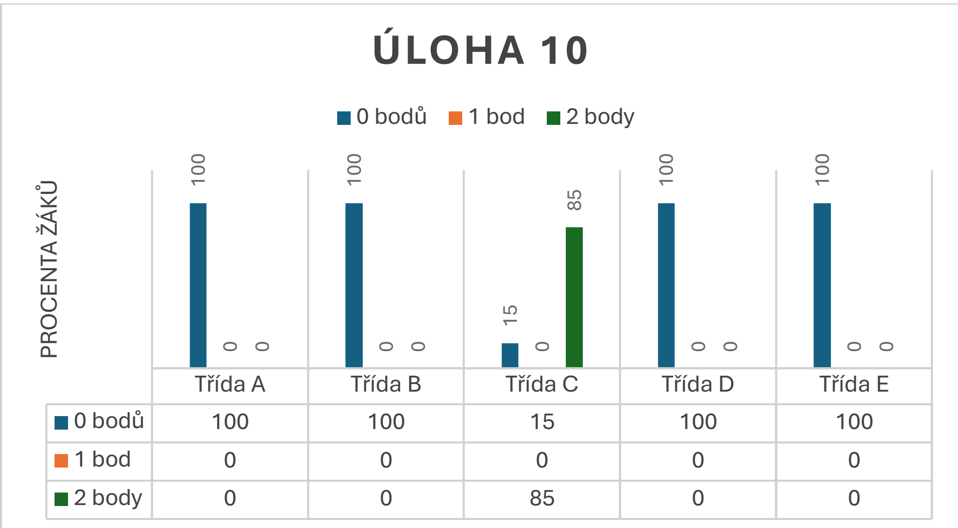
Bodování: Tento úkol byl za 2 body. Pokud žáci správně doplnili řady, získali 1 bod. Pokud napsali zdůvodnění získali druhý bod.

Možný postup řešení: V této logické řadě jde především o logické myšlení, kdy písmena zobrazují počáteční písmena dnů v týdnu.

P Ú S Č P S N ⇒ *dny v týdnu*

Výsledky:

Nestandardní úlohy žáci probírali dle ŠVP jednotlivých škol v 9. ročníku. V této řadě nešlo ani tak o nějaký algoritmus jako o logické uvažování, kdy se s písmeny, resp. slovy, které představují, mohou denně setkávat. Většina z nich na to bohužel nepřišla, a proto je úspěšnost řešení této úlohy pouhých 16 %.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	100	100	15	100	100
1 bod	0	0	0	0	0
2 body	0	0	85	0	0

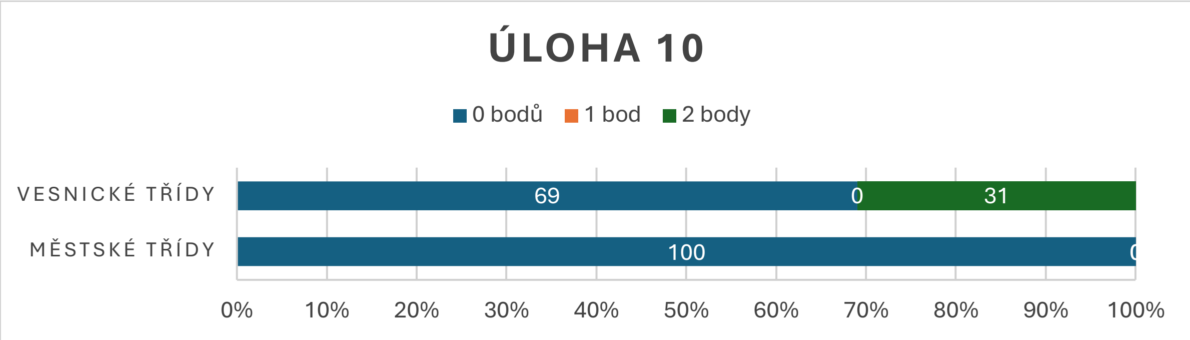
Obrázek 50: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 10

Zdroj: vlastní obrázek

Jak lze na grafu (Obrázek 50) *třídy A, B, D* a *E* neměly žádnou správnou odpověď. I přes to, že se někteří žáci pokoušeli logickou řadu doplnit, jejich odpovědi byli chybné.

Celkem 45 žáků úlohu vynechalo. Pouze ve *třídě C* bylo 11 žáků, tedy 85 % žáků dané třídy, kteří na řadu přišli a odpověděli i na otázku, co písmena představují, čímž získali 2 možné body.

I díky *třídě C*, kde žáci byli schopni přijít na odpověď, jsou s 31% úspěšností lepší vesnické školy (viz Obrázek 51).



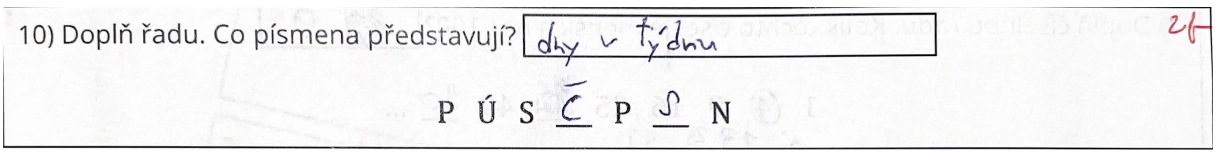
Obrázek 51: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 10

Zdroj: vlastní obrázek

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

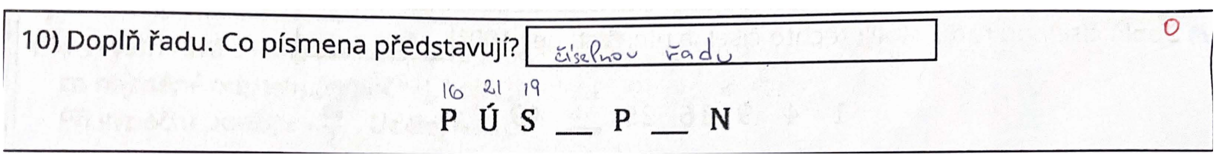
Jediný možný postup řešení tohoto úkolu, bylo logicky. Jak je zmíněno výše, přišlo na to pouze 11 žáky ze *třídy C*, kdy jedno takové řešení je zobrazeno na obrázku 52.

K této úloze přikládám i ukázku špatného řešení (Obrázek 53), jelikož se žák z *třídy E* alespoň pokusil úlohu řešit. Několik málo žáků k úloze napsalo komentáře typu „nechápu“, „nevím, co po mně chcete“.



Obrázek 52: Řešení úlohy 10 žákem *třídy C* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek



Obrázek 53: Řešení úlohy 10 žákem *třídy E* s nulovým ziskem

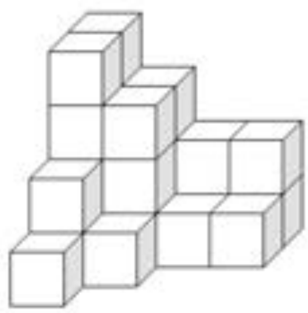
Zdroj: vlastní obrázek

4.1.11 Úloha 11 – Geometrie – prostorová představivost

Zadání: Těleso je sestaveno z krychliček o hraně 1 cm.

a) Kolik cm^3 má zobrazené těleso?

b) Kolik krychliček chybí do sestavení krychle?



Obrázek 54: Těleso z krychliček – zadání úlohy 11

Zdroj: převzato (Hýsková, 2017)

Bodování: Tato úloha byla za 2 body. 1 bod za odpověď na otázku a), 1 bod za otázku b). Bod byl udělen i za správný výsledem bez uvedení jednotky objemu.

Možný postup řešení: Tato úloha je o znalosti těles, konkrétně krychle, jednotek objemu, ale především o prostorové představivosti. Je mnoho strategií, jak se dá úloha vypočítat.

a) Uvědomění si, že se počítá objem. Objem 1 krychličky je 1 cm^3, tedy lze počítat počet krychliček a už není nutné počítat dál.

   Zobrazené těleso má 24 cm^3.

b) Zde je také mnoho možností, jak na číslo přijít. V následujícím postupu se využívá znalost výpočtu objemu, pokud víme, že celková délka velké krychle se skládá ze 4 malých krychliček o délce hrany 1 cm. Tedy *a = 4 cm.*

   $V = a \cdot a \cdot a$

   $V = 4 \cdot 4 \cdot 4$

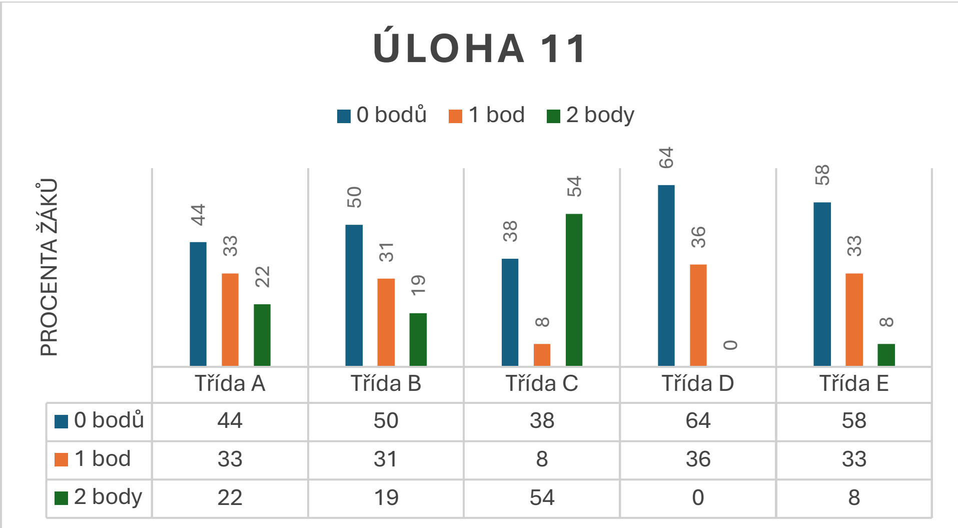
   $V = 64\ cm^3$

   Od celkového objemu krychle odečtu objem zobrazeného tělesa (počet vyobrazených krychliček) zjištěné v otázce a), tedy 24 cm^3.

   $64 - 24 = \boldsymbol{40\ krychliček}$ *Do sestavení krychle chybí 40 krychliček.*

Výsledky:

S pojmem krychle se žáci setkávají již na 1. stupni. Podrobněji se s ním dle ŠVP jednotlivých škol obeznamují v 6. ročníku, kdy se seznamují s pojmy jako je povrch a objem a učí se vzorce na jejich výpočet. Tato prostorová představivost pak spadá spíše pro nestandardní úlohy, se kterými se žáci setkávají v 9. ročníku, ale částečně právě i v 6. ročníku.



	Třída A	Třída B	Třída C	Třída D	Třída E
0 bodů	44	50	38	64	58
1 bod	33	31	8	36	33
2 body	22	19	54	0	8

Obrázek 55: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 11

Zdroj: vlastní obrázek

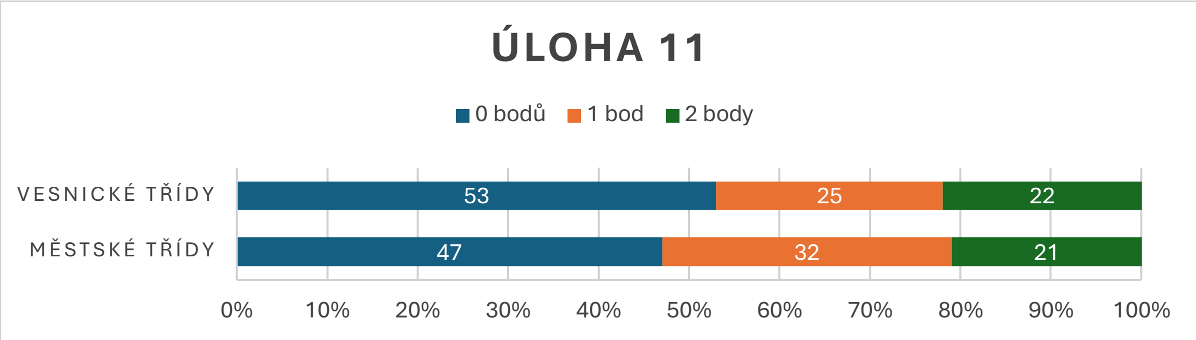
Nejlépe si s úlohou 11 poradila *třída C,* kde odpovědět na počet cm^3 daného tělesa a počet chybějících krychliček a získat tak 2 body dosáhlo 54 % žáků (7 žáků). Pouze jeden žák z této třídy odpověděl na jednu z podotázek. Dalších 5 žáků (38 %) úlohu neřešilo vůbec (2x) nebo odpovídali špatně (3x).

Ve *třídě A* dosáhlo na 2 body 22 % žáků (4 žáci). Po jednom bodu získalo 6 žáků (33 %) a dalších 8 žáků chybovalo (5x) anebo úlohu přeskočilo (3x).

Ve *třídě B* správně na obě podotázky odpověděli 3 žáci, tedy 19 %. Dalších 5 žáků (31 %) odpovědělo pouze na jednu podotázku. Zbytek, tedy 8 žáků (50 %) na otázku odpověděli špatně (3x) nebo vůbec (5x).

Dva body získal ve *třídě E* pouze 1 žák (8 %), dalších 33 % (4 žáci) získali po bodu. 58 % žáků, tedy 7 žáků dané třídy odpovídalo chybně (4x) nebo úlohu přeskočili (3x).

Ve *třídě D* nebyl ani jeden žák, který by odpověděl na obě podotázky dobře. Na aspoň jednu správně odpovědělo 36 % žáků dané třídy, což jsou 4 žáci. Ostatní, tedy 64 % (7 žáků) odpovídalo špatně (5x) nebo úlohu vynechali (2x).



Obrázek 56: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 11

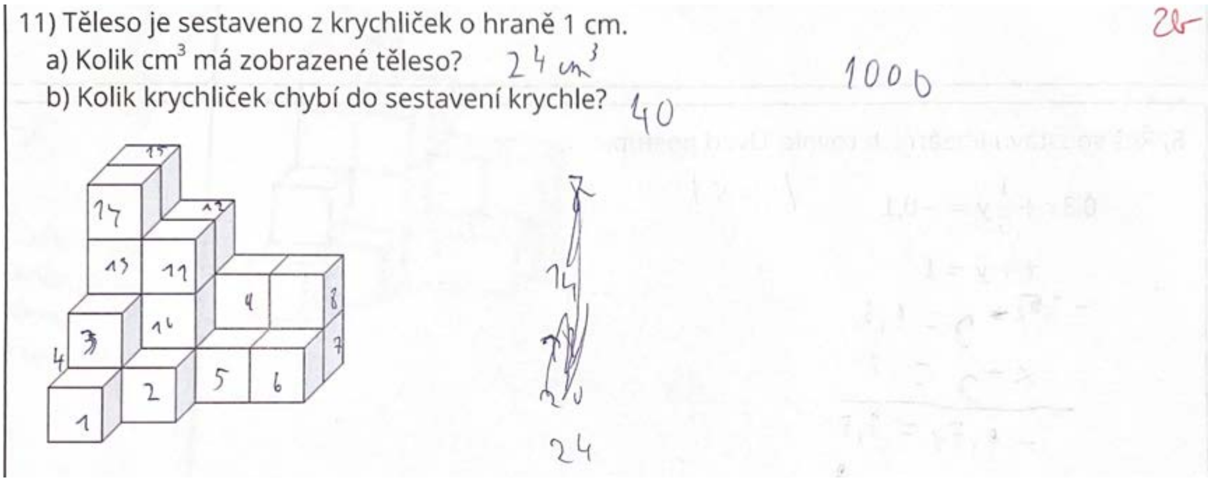
Zdroj: vlastní obrázek

Co se týče porovnání městských a vesnických tříd, tak v získávání alespoň jednoho bodu si vedou lépe třídy městské – 53 % žáků, což je 18 žáků, oproti třídám vesnickým – 47 % žáků, tedy 17 žáků. Ve správných odpovědích na obě podotázky jsou na tom ale lépe třídy vesnické (22 % žáků = 8 žáků), proti třídám městským (21 % = 7 žáků).

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

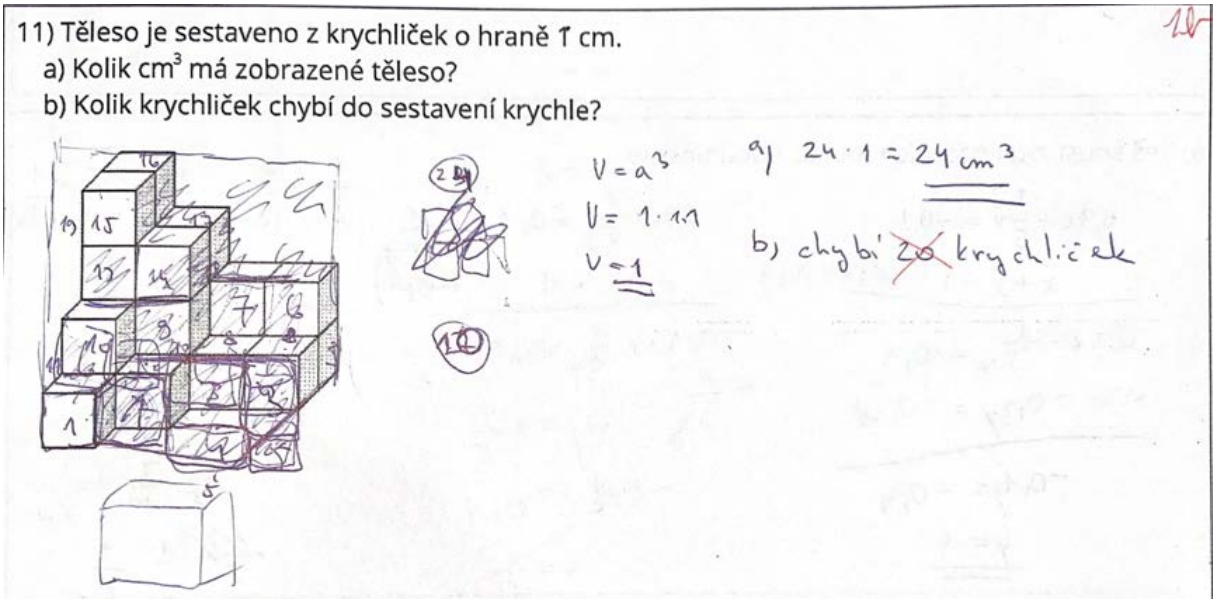
Při řešení této úlohy, především v podotázce b), několik žáků využilo vzorce na objem krychle tak, jak je uvedeno v možném postupu řešení výše. Zvolila jsem ale ukázku řešení žáka (Obrázek 57), který si krychličky popisoval tak jakoby čísla na krychle „lepil“ – jsou napsána pod jiným úhlem. Tím zjistil správný výsledek na podotázku a). Jak žák *třídy B* řešil podotázku b) z uvedeného postupu není jasné.

V další ukázce (Obrázek 58) můžeme vidět, jak žák *třídy E* spočítal správně počet krychliček a správně použil znalost o vzorci na výpočet objemu krychle. Jeho strategie na dopočítání chybějících krychliček však nebyla úspěšná. Žák se pokusil krychličky domalovávat.



Obrázek 57: Řešení úlohy 11 žákem *třídy B* s plným počtem dvou bodů

Zdroj: vlastní obrázek



Obrázek 58: Řešení úlohy 11 žákem *třídy E* se ziskem 1 bodu ze dvou

Zdroj: vlastní obrázek

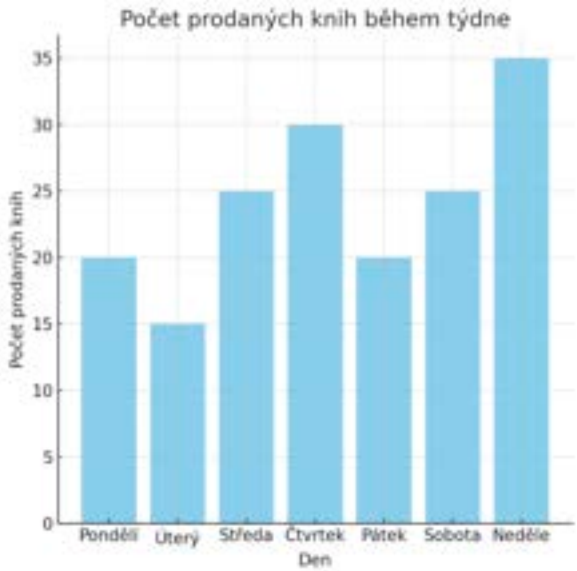
4.1.12 Úloha 12 – Práce s daty – graf, tabulka, aritmetický průměr

Zadání: Za pomoci informací z grafu:

a) Kolik knih se celkem za týden prodalo?

b) Vypočti kolik knih se za týden prodalo průměrně.

c) Doplň správně tabulku.



Dny	Celkem	Úterý	Pondělí	Sobota	Pátek	Čtvrtek	Neděle	Středa
Počet prodaných knih								

Obrázek 59: Graf s tabulkou – zadání úlohy 12

Zdroj: vlastní obrázek

Bodování: Tato úloha byla nabodována na 3 body. 1 bod byl za výsledek otázky a). Bod byl započítán, i když odpověď nebyla zapsána přímo u otázky, ale byla správně doplněna v tabulce pod grafem. 1 bod za výsledek otázky b), zde byl uznán jak výsledek dopočítaný či zaokrouhlený na jednotky, desetiny, setiny či tisíciny. 1 bod za správné doplnění tabulky. Pokud někdo doplnil do tabulky špatně spočítané knihy celkem, bod mu započítat nebyl.

Možný postup řešení: Postup řešení u těchto úkolů je téměř jednotný. V první řadě je potřeba umět pracovat a číst v grafu. Tento sloupcový graf zobrazuje počet prodaných knih v jednotlivých dnech během týdnu.

a) Pro výpočet celkově prodaných knih za týden je potřeba vyčíst z grafu počet prodaných knih v jednotlivé dny, tedy:

Pondělí ... 20 knih

Úterý ... 15 knih

Středa ... 25 knih

Čtvrtek ... 30 knih

Pátek ... 20 knih

Sobota ... 25 knih

Neděle ... 35 knih

$$20 + 15 + 25 + 30 + 20 + 25 + 25 = \mathbf{170}\ \boldsymbol{knih}$$

Za týden se prodalo celkem 170 knih.

b) Pro výpočet aritmetického průměru je nutné znát celkový počet prodaných knih a počet dnů, a to týden pondělí až neděle, tedy 7 dní.

$$\bar{x} = \frac{(20 + 15 + 25 + 30 + 20 + 25 + 25)}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{170}{7}$$

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \mathbf{24,28571 \doteq 24\ knih}$$

Za týden se prodalo průměrně 24 knih.

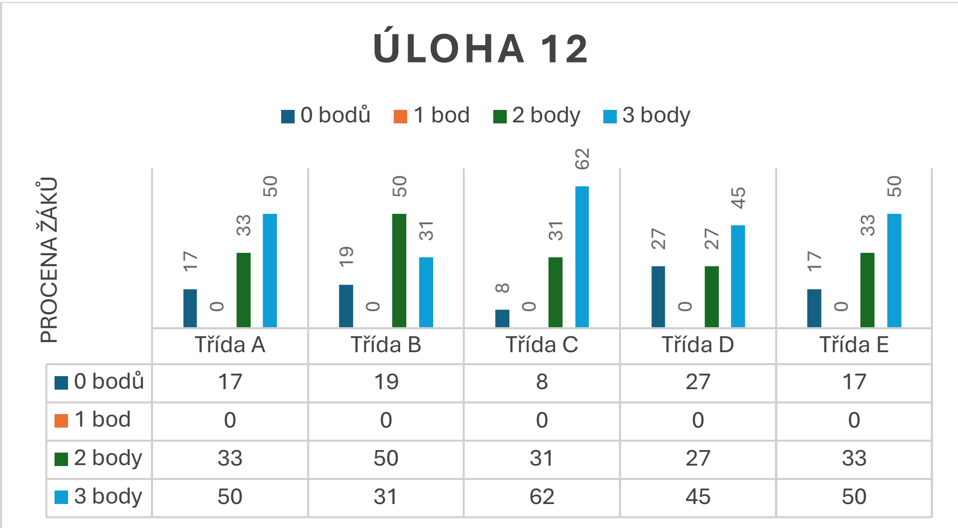
c) Pro doplnění tabulky je nutné být pozorný a také mít dobře spočítaný celkový počet prodaných knih za týden, který je možné využít z úkolu a). Toto je jediné správné řešení.

Dny	**Celkem**	**Úterý**	**Pondělí**	**Sobota**	**Pátek**	**Čtvrtek**	**Neděle**	**Středa**
Počet prodaných knih	*170*	*15*	*20*	*25*	*20*	*30*	*35*	*25*

Výsledky:

S grafy a tabulkami se žáci setkávají již na 1. stupni, a to nejen v matematice, ale i v ostatních předmětech, jako je např. informatika. Aritmetický průměr, který se objevil v podotázce b) se žáci učí v 6. ročníku. Základem pro úspěch v této úloze bylo správný výpočet podotázky a) se kterou se pracovalo v podotázkách b) i c). Proto žáci, kteří bezchybně zvládli vypočítat celkový počet knih, tak ve většině případů doplnili i správně tabulku (c)) a tím získali 2 body. Otázka měla 77% úspěšnost v získávání bodů, tedy je to druhá nejlépe vyplněná otázka.

Pro budoucí praxi je pro mnoho žáků důležité s grafy a tabulkami pracovat a umět v nich číst, jelikož se s nimi lze setkat jak v běžném životě, tak i v mnoha zaměstnáních.



Obrázek 60: Graf s tabulkou dat zobrazující počet získaných bodů – úloha 12

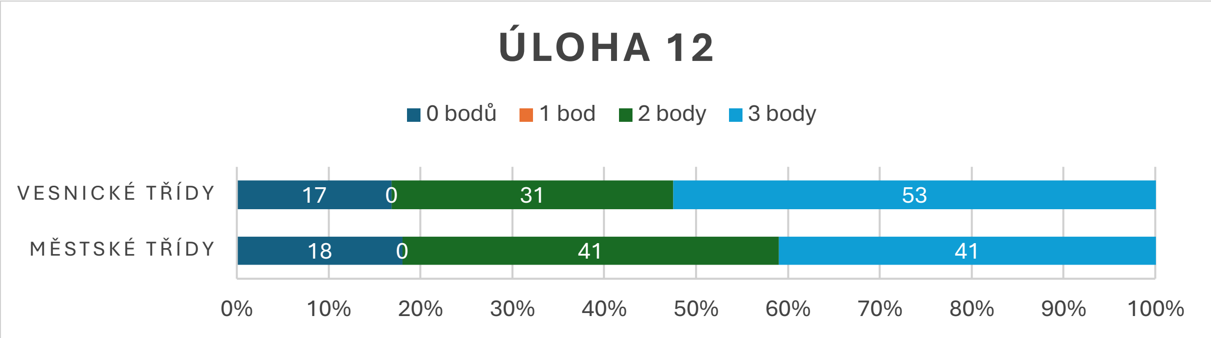
Zdroj: vlastní obrázek

Nejvíce žáků, kteří dokázali získat všechny 3 body se nachází ve *třídě C*, a to 62 % žáků, což je 8 žáků. Další 4 žáci (31 %) získali 2 body, a to za zjištění celkového počtu prodaných knih a správného doplnění tabulky. Pouze jeden žák (8 %) nezískal ani bod, jelikož vyřešil podotázku a) chybně.

Procentuálně stejně jsou na tom *třída A* a *třída E*, kdy 50 % žáků získalo 3 body (*třída A* = 9 žáků; *třída E* = 6 žáků). 33 % získali 2 body, kdy ve *třídě A* je to 6 žáků, z nichž 5 správně vyřešilo a) a c), jeden žák správně určil a) a b), tedy aritmetický průměr. Ve *třídě B* získali 2 body 4 žáci, kteří vyřešili a) a c). Zbytek žáků těchto tříd špatně určilo celkový počet prodaných knih za týden, a proto již nemohli získat bod. Dva žáci z obou tříd úlohu nevyplnili.

Ve *třídě D* 3 body získalo 45 % žáků, tedy 5 žáků. Dva body získalo 27 % (3 žáci), a to za vyplnění a) a c). Žádný bod nezískalo 27 % žáků, což jsou 2 žáci, kteří úkol neřešili.

Ve *třídě B* získali 3 body pouze 5 žáků (31 %). Dva body získalo 8 žáků (50 %), a to za výpočet celkového prodeje knih a správného dosazení do tabulky. Tři žáci nedostali žádný bod, jelikož příklad počítali špatně.



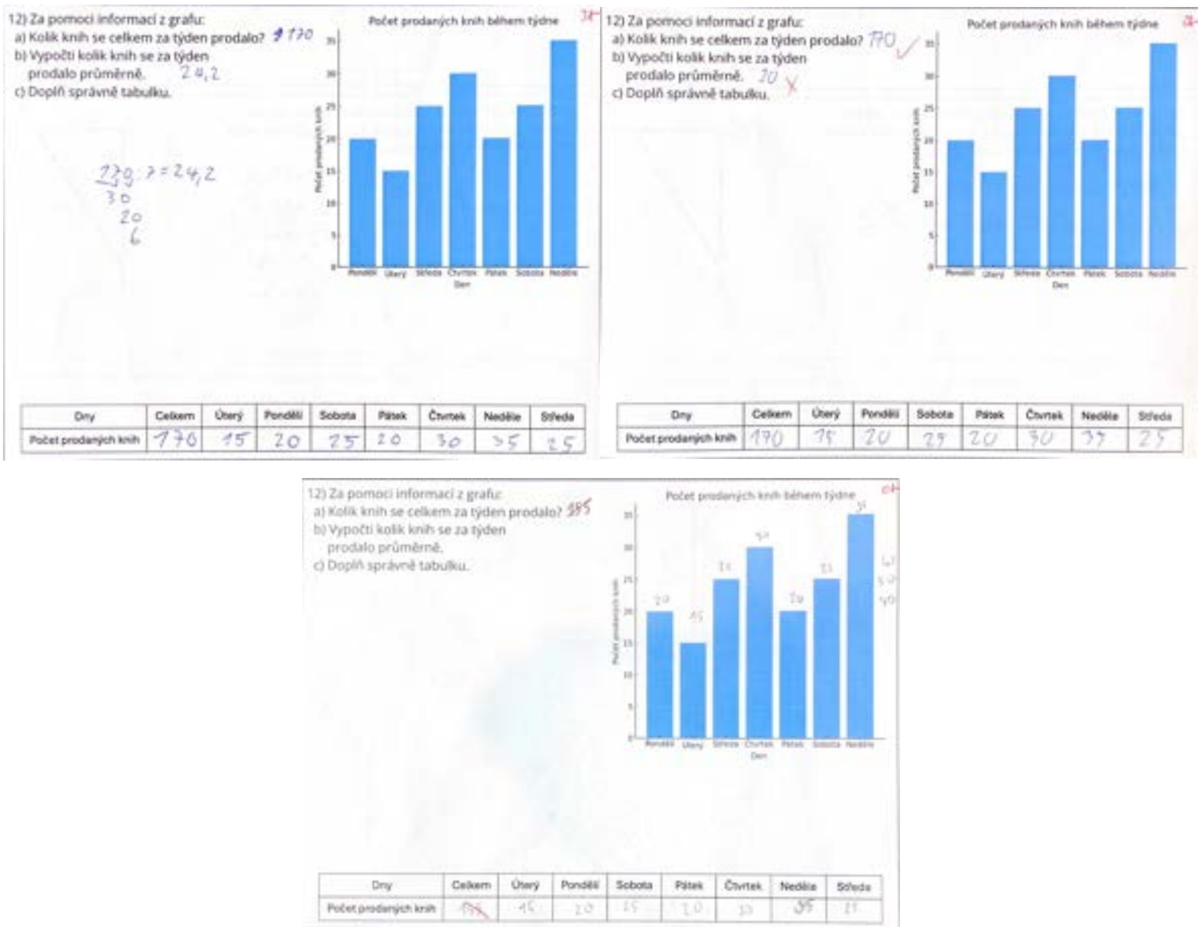
Obrázek 61: Graf zobrazující procentuální rozložení získaných bodů dle rozdělení na městské a vesnické školy – úloha 12

Zdroj: vlastní obrázek

Při pohledu na graf je vidět, že otázka byla úspěšná, co se týče bodového zisku žáků. Přibližně 84 % žáků škol nacházejících se ve vesnici získalo 2 a více bodů. Více než polovina, tedy 53 % získalo dokonce plný počet bodů. I proto lze říci, že úspěšnější byly třídy vesnické. I přes to si městské třídy nevedly vůbec špatně. Přibližně 82 % žáků získalo více jak 2 body. Tři body pak získalo 41 % žáků školy nacházející se ve městě.

Ukázka žákovských řešení a jejich rozbor:

Obrázek 62 zobrazuje tři testová řešení žáků ze *třídy A*. První z nich správně provedl všechny tři úkoly, a proto získal plný počet možných bodů. Ve druhém případě žák zvládl sečíst celkový počet knih a doplnit data z grafu do tabulky, ale neprovedl výpočet na aritmetický průměr, tudíž napsal nějaké číslo, které nebylo správné. Ve třetím případě žák nesprávně sečetl knihy prodané v jednotlivých dnech, a proto mu celkový počet vyšel špatně. Tento výsledek pak doplnil do tabulky, čímž tabulka také není správně a nelze za to získat body.



Obrázek 62: Tři řešení úlohy 12 žáky *třídy A* se ziskem 3 bodů, 2 bodů a 0 body

Zdroj: vlastní obrázek

5 Závěr

Tato diplomová práce se zaměřovala na diagnostikování znalostí a dovedností žáků 9. tříd základních škol v oblasti matematiky, přičemž vycházela z požadavků Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV), které jsou závazné. Cílem této práce bylo zjistit,

Teoretická část se zabývá matematikou na druhém stupni ZŠ, konkrétně právě RVP ZV, dále mezinárodními šetřeními, jako je PISA a TIMSS, které poskytují kontext a měřítko pro hodnocení úrovně matematického vzdělávání. V další části jsou objasněny pojmy diagnostika a diagnostikování. Zmíněny jsou také metody, které se při diagnostikování využívají. V neposlední řadě jsou zde uvedeny etapy diagnostikování.

Praktická část se pak soustředila na konkrétní diagnostiku a analýzu získaných dat. Na základě analýzy dat získaných z testování žáků byly identifikovány následující klíčové poznatky. Nejvyšší počet žáků dosáhl 13 a 15 bodů, což odpovídá celkovému počtu 8 žáků pro každou z těchto hodnot. Nejnižší počty bodů (0-1) byly dosaženy minimálním počtem žáků, což naznačuje, že většina žáků má alespoň základní znalosti matematiky.

Procentuální úspěšnost jednotlivých tříd ukázala, že nejvyšší průměrná úspěšnost byla zaznamenána ve *třídě C* (přibližně 65 %). Naopak nejnižší průměrná úspěšnost byla ve *třídách A* a *E*, obě s hodnotou pod 50 %. Celkový průměr procentuální úspěšnosti napříč všemi třídami byl pak okolo 53 %, což poukazuje na průměrnou úroveň matematických znalostí a dovedností žáků.

Celková úspěšnost v jednotlivých úlohách odhalila, že nejvyšší úspěšnost byla dosažena u úloh 3 (84 %), která se zaměřovala na slovní úlohu s přímou úměrností a 12 (71 %), kde byla práce s daty, jako je tabulka a graf, což svědčí o tom, že tyto úlohy byly pro žáky nejjednodušší. Naopak nejnižší úspěšnost byla u úlohy 10 (pod 16 %), což indikuje, že tato úloha byla pro žáky nejvíce náročná či nepochopena.

Na počátku výzkumu jsem stanovila hypotézu, že by žáci z městských tříd měli mít lepší výsledky v didaktickém testu než žáci ze tříd vesnických. Tato hypotéza nebyla podpořena na základě studentova t-testu (Chráska, 2007, str. 122). Podle tohoto testu neexistuje statisticky významný rozdíl v průměrných bodových výsledcích mezi žáky ze tříd městských a tříd vesnických. Nulová hypotéza není zamítnuta.

Výsledky naznačují, že znalosti a dovednosti žáků 9. tříd v oblasti matematiky jsou průměrné, s rozdíly mezi jednotlivými třídami a úlohami. Vyšší úspěšnost v některých úlohách může být důsledkem lepšího porozumění konkrétním matematickým konceptům, zatímco nižší úspěšnost v jiných může poukazovat na oblasti, které vyžadují zvýšenou pozornost a další výuku.

Na základě výsledků tohoto šetření navrhuji následující kroky ke zlepšení matematických znalostí a dovedností žáků. Za prvé je potřeba cíleně posílit výuku v oblastech, kde byla zaznamenána nižší úspěšnost, zejména u složitějších úloh. Za druhé, poskytnout individuální podporu žákům tříd s nižší průměrnou úspěšností, například formou doučování nebo specializovaných programů. Za třetí, zaměřit se na didaktické metody, které se ukázaly jako efektivní a implementovat je do vyučování.

Závěrem lze konstatovat, že diagnostika matematických znalostí žáků 9. tříd je nezbytným nástrojem pro identifikaci slabých a silných stránek v matematickém vzdělávání. Správně cílené intervence a podpora mohou výrazně přispět ke zlepšení úrovně matematických znalostí a připravenosti žáků na jejich další studijní i pracovní život.

Seznam použité literatury

Chráska, M. (1988). *Metody pedagogické diagnostiky.* Olomouc: PF UP Olomouc.

Chráska, M. (1999). *DIDAKTICKÉ TESTY - Příručka pro učitele a studenty učitelství.* Brno: Paido.

Chráska, M. (2007). *Metody pedagogického výzkumu.* Praha: Grada.

Cígler, H. (2018). *Matematické schopnosti: Teoretický přehled a jejich měření.* Brno: Masarykova univerzita.

ČŠI. (2022). *Mezinárodní šetření PISA 2022 – koncepční rámec.* Načteno z Česká školní inspekce ČR: https://www.csicr.cz/CSICR/media/Prilohy/2022_přílohy/Mezinárodní%20šetření/PISA_2022_koncepcni_ramec_24-9-22_FINAL.pdf

ČŠI. (2023). *Národní zpráva PISA 2022: Matematická, čtenářská a přírodovědná gramotnost.* Praha: Česká školní inspekce.

ČŠI. (2024). *O šetření TIMSS.* Načteno z Česká školní inspekce: https://www.csicr.cz/cz/Mezinarodni-setreni/TIMSS/O-setreni-TIMSS

Byčkovský, P. (1982). *Základy měření výsledků výuky: Tvorba didaktického testu.* Praha: České vysoké učení technické v Praze.

Dittrich, P. (1993). *Pedagogicko - psychologická diagnostika.* Jinočany: H & H.

Dvořáková, M. (1995). *Pedagogicko psychologická diagnostika I.* České Budějovice: Jihočeská univerzita České Budějovice.

Greger, D. (2012). When PISA does not matter? The case of the Czech Republic and Germany. *Human Affairs*, *22*(1), 31-42. https://doi.org/10.2478/s13374-012-0004-5

Hartl, P., & Hartlová, H. (2000). *Psychologický slovník.* Praha: Portál.

Hejný, M., Jirotková, D., & kol. (2010). *Matematické úlohy pro druhý stupeň vzdělávání: Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007.* Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání.

Hrabal, V. (1989). *Pedagogicko-psychologická diagnostika žáka.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství.

Hrabal, V. (2002). *Diagnostika : pedagogickopsychologická diagnostika žáka s úvodem do diagnostické aplikace statistiky.* Praha: Karolinum.

Hýsková , A. (2017). *OD MODELU K PŘEDSTAVĚ: Sbírka úloh a námětů pro rozvoj geometrické představivosti*. Liberec.

Janderková, D. (2009). *Pedagogická diagnostika.* Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně.

Lapitka, M. (1990). *Tvorba a použitie didakticvkých testov.* Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.

Martin, M. O., Mullis, I. V., Foy, P., & kol. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eight Grades.* Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Mertin, V., Krejčová, L., & kol. (2012). *Metody a postupy poznávání žáka: pedagogická diagnostika.* Praha: Wolters Kluwer ČR.

Mojžíšek, L. (1986). *Základy pedagogické diagnostiky.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství.

Moravcová, V., Surynková, P., & Hromadová, J. (2019). A Comparison of Lower Secondary SchoolEducation of Mathematics in the CzechRepublic and Selected Countries with Respectto Curriculum Documents. *Scientia in Educatione*, *10*(3), 4-32. https://doi.org/10.14712/18047106.1291

OECD (2023), *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/53f23881-en.

Palečková, J., & Tomášek, V. (2005). *Učení pro zítřek: Výsledky výzkumu OECD PISA 2003.* Načteno z Česká školní inspekce: https://www.csicr.cz/CSICR/media/Prilohy/2005_přílohy/Mezinárodní%20šetření/uceni-pro-zitrek-publikace.pdf

Palečková, J., Tomášek, V., & kol. (2013). *Hlavní zjištění PISA 2012: Matematická gramotnost patnáctiletých žáků.* Načteno z Česká školní inspekce: https://www.csicr.cz//html/PISA2012-HZ/html5/index.html?&locale=CSY&pn=3

Pokorná, V. (1997). *Teorie, diagnostika a náprava specifických poruch učení.* Praha: Portál.

Průcha, J. (2003). *Pedagogický slovník.* Praha: Portál.

Průcha, J. (2006). *Přehled pedagogiky.* Praha: Portál.

Průcha, J. & Švaříček, R. (2009). Etický kodex české pedagogické vědy a výzkumu. *Pedagogická orientace*, 19(2). Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Roman_Svaricek/publication/266405533_Eticky_kodex_ceske_pedagogicke_vedy_a_vyzkumu/links/5474601e0cf29afed60f7acc.pdf

RVP, Z. (2023). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha: MŠMT.

Říčan, P. (1964). Matematické schopnosti. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 9*(No. 6), stránky 361-369.

Sedláčková, J. (1993). *Diagnostické metody ve vyučování matematice.* Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci.

Smekal, V., Švec, V., & Zajac, J. (1973). *DIDAKTICKÉ TESTY A JEJICH VYHODNOCOVÁNÍ.* Brno: Středisko pro výzkum učebních metod a prostředků.

Spáčilová, H. (2003). *Pedagogická diagnostika v primární škole I.* Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci.

Veteška, J. & Tureckiová, M. (2008). *Kompetence ve vzdělávání.* Praha: Grada.

Vlčková, K. (2007). *Strategie učení v kurikulu všeobecného vzdělávání.* Orbis Scholae. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta. Dostupné z: https://karolinum.cz/data/cascislo/6450/OS_2007_1.pdf#page=7

Zelinková, O. (2001). *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávání.* Praha: Portál.

Zelinková, O. (2009). *Poruchy učení : dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dyspraxie, ADHD.* Praha: Portál.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam zkratek

apod. ..... a podobně
atd. ..... a tak dále
EU ..... Evropská unie
např. ..... například
OECD ..... *Organisation for European Economic Cooperation*
PISA ..... *Programme for International Student Assessment*
RVP ZV ..... Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
ŠVP ..... Školní vzdělávací program
TIMSS ..... *Trends in International Mathematics and Science Study*

Seznam příloh

Příloha

Příloha 1: Nestandardizovaný didaktický test – prázdná verze

1) Vypočti a výsledek zapiš v základním tvaru. Napiš celý postup řešení.

$$\frac{\frac{7}{5} - 1{,}6}{\frac{3}{14} + \frac{2}{7}} =$$

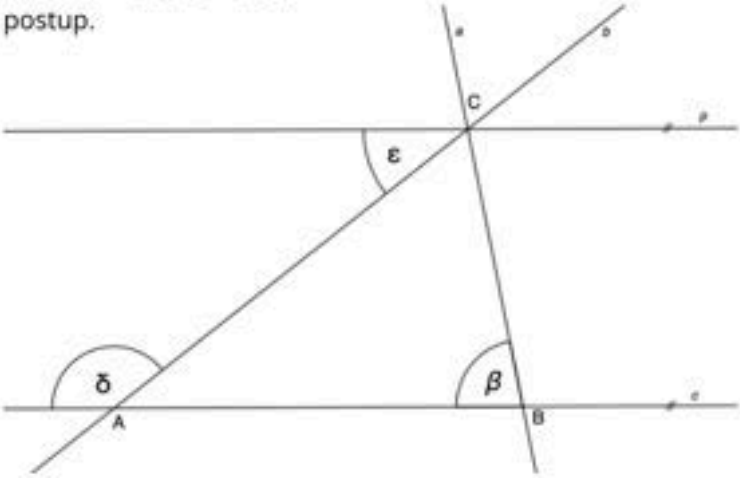
2) Vypočti. Uveď postup a proveď zkoušku.

$$3(2x - 3) - 4(x + 2) + 5(2x - 1) = x + 2(x - 1) + 7$$

3) Iva šije oblečení. Prodala 7 stejných triček celkem za 5 250 Kč. Tričko se zalíbilo nadřízené jedné firmy a rozhodla se je objednat pro 52 zaměstnanců.
Kolik zaplatí za celou objednávku?

4) Iva vystříhává z látky tvaru čtverce kruh o poloměru 7 cm. Aby ušetřila, potřebuje co nejméně odpadu. Vypočítej, kolik procent tvoří odpad? Zaokrouhli na desetiny. Při výpočtu použij $\pi \approx \frac{22}{7}$. Udělej náčrt.

5) V rovině leží přímky *a, b, c* a *p*, jejíž průsečíky tvoří vrcholy trojúhelníku ABC. Přímky *c* a *p* jsou rovnoběžné. Velikost $\beta = 79°$ a $\varepsilon = 38°$.
Vypočítej velikost úhlu δ. Napiš postup.



6) Přemístěním dvou mincí je uspořádej sestupně. Napiš zdůvodnění.

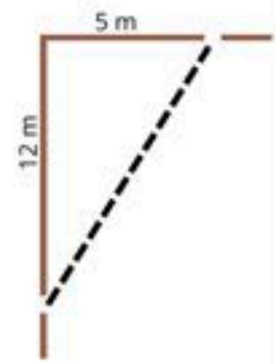
7) Doplň číselnou řadu. Kolik těchto čísel je menších než 100?

1 4 9 16 25 __ 49 __ ...

8) Řeš soustavu lineárních rovnic. Uveď postup.

$$0{,}3x + \frac{1}{5}y = -0{,}1$$
$$x + y = 1$$

9) Petr si chtěl zkrátit cestu cestu parkem. Místo, aby šel přímo po cestě, tak zvolil zkratku. O kolik metrů bude cesta kratší , pokud Petr půjde zkratkou?



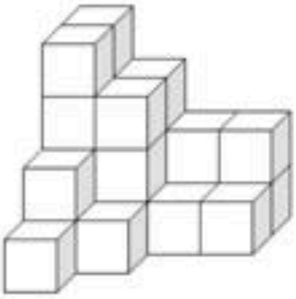
10) Doplň řadu. Co písmena představují?

P Ú S __ P __ N

11) Těleso je sestaveno z krychliček o hraně 1 cm.

a) Kolik cm^3 má zobrazené těleso?

b) Kolik krychliček chybí do sestavení krychle?

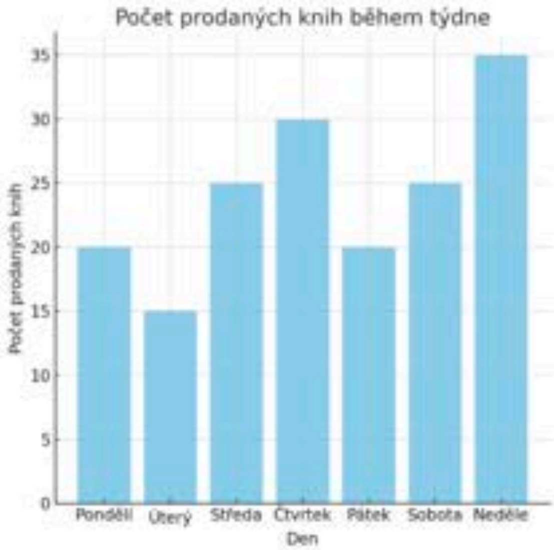


12) Za pomoci informací z grafu:

a) Kolik knih se celkem za týden prodalo?

b) Vypočti kolik knih se za týden prodalo průměrně.

c) Doplň správně tabulku.



Dny	Celkem	Úterý	Pondělí	Sobota	Pátek	Čtvrtek	Neděle	Středa
Počet prodaných knih								